

LOCALIZAÇÃO COOPERATIVA E
DESCENTRALIZADA EM
ENXAMES ROBÓTICOS

ANDERSON GRANDI PIRES

LOCALIZAÇÃO COOPERATIVA E
DESCENTRALIZADA EM
ENXAMES ROBÓTICOS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Ciência da Computação.

ORIENTADOR: LUIZ CHAIMOWICZ

Belo Horizonte – MG

Dezembro de 2015

© 2015, Anderson Grandi Pires.
Todos os direitos reservados.

Pires, Anderson Grandi

P667l Localização Cooperativa e Descentralizada em
Enxames Robóticos / Anderson Grandi Pires. — Belo
Horizonte – MG, 2015
xxviii, 163 f. : il. ; 29cm

Tese (doutorado) — Universidade Federal de Minas
Gerais – Departamento de Ciência da Computação
Orientador: Luiz Chaimowicz

1. Computação – Teses. 2. Robôs – Movimento.
3. Robótica. I. Orientador. II. Título.

CDU 519.6*82.9 (043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

FOLHA DE APROVAÇÃO

Localização cooperativa e descentralizada em exames robóticos

ANDERSON GRANDI PIRES

Tese defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:

PROF. LUIZ CHAIMOWICZ - Orientador
Departamento de Ciência da Computação - UFMG

PROF. ARMANDO ALVES NETO
Departamento de Engenharias de Telecomunicações - UFSJ

PROF. DENIS FERNANDO WOLF
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação- USP

PROF. LUCIANO CUNHA DE ARAÚJO PIMENTA
Departamento de Engenharia Eletrônica - UFMG

PROF. MARIO FERNANDO MONTENEGRO CAMPOS
Departamento de Ciência da Computação - UFMG

Belo Horizonte, 21 de dezembro de 2015.

Dedico esta conquista à minha esposa Eduarda e às minhas filhas Manoela e Sophia.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter me possibilitado alcançar esta conquista com persistência e sabedoria.

À minha esposa Eduarda e às minhas filhas Manoela e Sophia que compartilharam comigo todos os momentos, incentivando-me e servindo de inspiração para que eu fizesse o meu melhor a cada momento.

Aos meus pais pelos ensinamentos que me foram passados durante todos os momentos da minha vida. Pelos valores que hoje carrego, sendo esses a mim transmitidos por meio de atitudes e exemplos.

Ao professor e amigo Diniz Félix dos Santos, que durante a minha graduação me motivou e incentivou a alçar voos mais altos.

Ao meu orientador, professor Luiz Chaimowicz, pela oportunidade de desenvolver este trabalho sob sua orientação, pela confiança depositada, pelos ensinamentos e, principalmente, pela amizade construída. Os crescimentos pessoal e profissional possibilitados pelo desenvolvimento deste doutorado foram extremamente significativos para a minha vida, o que serei sempre grato.

Aos membros da banca, professores Denis Fernando Wolf (ICMC - USP), Armando Alves Neto (UFSJ), Luciano Cunha de Araújo Pimenta (DEE - UFMG), Mario Fernando Montenegro Campos (DCC - UFMG), além do professor Renato Martins Assunção (DCC - UFMG) pela participação na banca de qualificação. Os direcionamentos, as sugestões e as críticas foram essenciais para a melhoria e consolidação do trabalho.

Aos amigos de doutoramento, Antônio Wilson, Rafael Colares, Rafael Santin e Renê Veloso pelos inúmeros momentos de descontração, estudos e discussões. A amizade de vocês fez grande diferença para a superação das dificuldades e para tornar esse período mais agradável.

Aos colegas e amigos do Laboratório de Visão e Robótica (VeRLab), pelas inúmeras trocas de informação que permitiram o meu amadurecimento e desenvolvimento nas áreas de computação e robótica. Os momentos passados dentro desse laboratório

contribuíram significativamente para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao amigo e professor Douglas Macharet, pela oportunidade de trabalharmos juntos na etapa final do doutorado e pelas inúmeras trocas de informação. Também ao professor Luciano Pimenta e ao Vinícius Santos, com quem tive a grata oportunidade de interagir e aprender durante o doutorado.

Aos integrantes da secretaria do Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação (PPGCC - UFMG), pela presteza e qualidade nos atendimentos como, também, pela dedicação dispensada aos alunos em todos os momentos do o curso.

A todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para que este trabalho fosse concluído com êxito.

Resumo

Uma estratégia amplamente empregada para prover localização em sistemas multirro-
bóticos consiste nos robôs utilizarem uns aos outros como marcos dinâmicos, em um
processo denominado Localização Cooperativa. Etapas de localização cooperativa ocor-
rem quando dois ou mais robôs se encontram e trocam informações, possibilitando-os
melhorar suas estimativas de localização. O emprego dessa estratégia de localização em
sistemas compostos por um número significativo de robôs ainda é pouco investigado,
possivelmente devido à complexidade de tempo e espaço para se gerar estimativas
consistentes nas etapas de localização cooperativa. Neste trabalho, propomos uma
abordagem para localizar cooperativamente e de maneira descentralizada enxames ro-
bóticos. Tal abordagem considera a movimentação coletiva do enxame, uma vez que
a mesma amplia a ocorrência dos encontros, impactando diretamente na qualidade da
localização do grupo. Para isso, uma modificação foi proposta em um algoritmo de
agregação/segregação de forma a manter o grupo coeso. A complexidade das etapas de
localização cooperativa foi considerada ao utilizarmos o algoritmo de Interseção de Co-
variâncias, o qual, provavelmente, gera estimativas consistentes em situações nas quais
a interdependência entre os dados é desconhecida. Assim, uma abordagem escalável,
descentralizada e consistente é apresentada para o problema de localizar cooperativa-
mente um enxame de robôs. Simulações foram utilizadas para avaliar a escalabilidade e
a consistência da abordagem proposta, além de algumas características que podem in-
fluenciar na qualidade da localização. Além disso, experimentos com robôs reais foram
desenvolvidos como prova de conceito para mostrar a viabilidade da utilização de tal
proposta em ambientes reais. Os resultados obtidos nas simulações e nos experimentos
reais mostram a eficácia da abordagem de localização proposta.

Palavras-chave: Enxame de Robôs, Localização Cooperativa, Movimentação Cole-
tiva, Robótica Probabilística, Sistemas Multirro-bóticos.

Abstract

A common strategy to provide localization in multi-robot systems is to use part of the group as dynamic landmarks, in order to improve the quality of the pose estimation in a process known as Cooperative Localization. This occurs when two or more robots meet and exchange information with the aim to improve their localization estimate. In *Swarm Robotics*, the usage of this kind of technique is little explored, possibly because of the time and space complexity to generate consistent localization estimates. In this work, we propose an approach to cooperatively localize swarms in a decentralized way. We consider the collective movement of the group, once this can improve the possibility of encounters, which affects the quality of the group localization. The collective movement strategy is also proposed in this work, despite the presented localization method can be applied by making use of other motion strategies. We deal with the complexity related to the cooperative localization of a large number of robots by using the *Covariance Intersection Algorithm*, which was proved in the literature to generate consistent estimates in situations where the interdependence information is unknown. Thus, this work proposes a scalable, decentralized and consistent approach to perform cooperative localization in swarms. Simulations were employed to analyze the scalability and other aspects that can influence in the localization quality. Real experiments were also developed as a proof of concept with the aim to show the feasibility of using this approach in real robots. Results show the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: Collective Movement, Cooperative Localization, Multi-robot Systems, Probabilistic Robotics, Swarm Robotics.

Lista de Figuras

2.1	Representação do estado de um robô em um sistema de coordenadas inercial	8
2.2	Formação dinâmica de vizinhanças	9
2.3	Interação entre robôs em uma mesma vizinhança	9
2.4	Exemplos de enxames naturais	15
2.5	Dispersão espacial em ambiente interno	21
2.6	Aplicação de técnica de gradiente para difusão de mensagens (feromônios)	23
2.7	Transporte cooperativo	24
2.8	Exemplos de formas de representação do conhecimento em um mapa métrico	26
2.9	Exemplos de representação de um mapa topológico	27
2.10	Deslocamento do robô em relação a um sistema de coordenadas inercial . .	28
2.11	Sensor proprioceptivo: <i>encoder</i>	28
2.12	Exemplos de marcos passivos e ativos presentes em um ambiente.	31
2.13	Etapas de um método de localização global baseado em técnicas de amostragem probabilística	32
2.14	Sistema de Posicionamento Global NAVSTAR	33
2.15	Sistema de Posicionamento Global Diferencial	34
2.16	Exemplo de um sistema de localização global para ambiente interno	34
3.1	Etapas da estratégia de localização cooperativa	44
3.2	Implementação em robôs reais do método de localização cooperativa	45
4.1	Distância e orientação relativas entre robôs	60
4.2	Disseminação de informações de localização por um robô marco	61
4.3	Cálculo da pose de um robô com base em um robô marco.	61
4.4	Exemplo de aplicação da regra de separação.	67
4.5	Exemplo de aplicação da regra de coesão.	68
4.6	Exemplo de aplicação da regra que dita a direção a ser seguida pelo grupo.	68

4.7	Momentos distintos durante a movimentação do robô líder (ponto azul) em direção ao centro do grupo (alvo azul)	72
5.1	Exemplo de caminho executado pelos robôs	80
5.2	Erro médio ao se variar o número de marcos utilizado em etapas de localização cooperativa.	81
5.3	Erro médio em cada iteração de acordo com um número diferente de marcos utilizados nas etapas de localização cooperativa.	82
5.4	Estimativas de localização de um robô do enxame	84
5.5	Erro médio das estimativas de posição de acordo com o critério de seleção de marcos utilizado.	85
5.6	Exemplo de um caminho executado pelo enxame.	89
5.7	Agrupamentos utilizados somente para auxiliar na análise.	90
5.8	Erro de localização associado aos três tipos de experimento.	91
5.9	Erro da localização cooperativa com um robô equipado com sistema de posicionamento global.	92
5.10	Intensidade do erro acumulado pelos robôs após a execução de um caminho	93
5.11	Aumento no número de agrupamentos	94
5.12	Proporção do erro médio de cada grupo g em relação ao grupo mais próximo ao líder (G_g/G_1).	94
5.13	Movimentação coletiva do enxame no ambiente simulado.	97
5.14	Parâmetro do modelo não-holonômico.	97
5.15	Exemplo de caminho executado por um dos robôs durante a movimentação do enxame.	100
5.16	Evolução do erro e da incerteza de localização do grupo nos experimentos em que o líder teve acesso a observações absolutas regularmente.	101
5.17	Acesso esporádico pelo líder à informações de localização absoluta durante a movimentação.	102
5.18	Evolução do erro e da incerteza de localização do grupo nos experimentos em que o líder teve acesso a observações absolutas esporadicamente.	103
5.19	Falha intermitente no sensor utilizado pelo líder para obter estimativas de localização absoluta durante a movimentação do enxame.	104
5.20	Evolução do erro e da incerteza de localização durante os experimentos em que ocorre falha no sensor exteroceptivo utilizado pelo líder para obter estimativas de posicionamento absoluto	105
5.21	Resultado da localização cooperativa na ocorrência de falhas no mecanismo de comunicação dos robôs.	106

5.22	Erro médio e incerteza referente à posição e orientação (falha na comunicação)	106
5.23	Resultado da localização cooperativa na ausência de sensores de localização absoluta	107
5.24	Evolução do erro médio e da incerteza na ausência de informações de localização absoluta	108
5.25	Ambiente utilizado nas simulações ROS/Stage	110
5.26	Posicionamento dos robôs na fase inicial do algoritmo	110
5.27	Posicionamento dos robôs utilizando informações locais	111
5.28	Movimentação dos robôs no ambiente	112
5.29	Caminho percorrido, informações de localização cooperativa e odometria dos diversos robôs do grupo	113
5.30	Erro de localização e incerteza referente à posição de cada robô	115
5.31	Erro referente à orientação e incerteza relativos a cada robô	116
5.32	Robôs e-puck utilizados nos experimentos	117
5.33	Exemplo da localização disponibilizada pelo Sistemas de Posicionamento Global para ambientes internos (iGPS) e a odometria referentes ao caminho executado por um robô	117
5.34	Posicionamento inicial dos robôs.	119
5.35	Posicionamento dos robôs com base em informações locais.	120
5.36	Movimentação dos robôs com base em informações locais	121
5.37	Caminho percorrido, informações de localização cooperativa e odometria dos robôs	122
5.38	Erro e incerteza referentes à posição de cada robô.	123
5.39	Erro e incerteza referentes à orientação de cada robô.	124
A.1	Função de densidade de probabilidade univariada	149
C.1	Exemplo de uma distribuição normal bivariada	161
C.2	Combinação de estimativas com informação de interdependência conhecida e desconhecida	162

Lista de Tabelas

3.1	Resumo de algumas características dos métodos descritos nos principais trabalhos revisados	55
5.1	Cooperação intergrupos	93

Lista de Abreviações

CCD	<i>Charge Coupled Device</i>
CI	<i>Covariance Intersection Algorithm</i> - Algoritmo de Interseção de Covariâncias
CSA	Critério de Seleção Aleatória
CSMI	Critério de Seleção da Menor Incerteza
CSP	Critério de Seleção por Proximidade
DARS	<i>International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems</i>
DGPS	<i>Differential Global Positioning Systems</i> - Sistemas de Posicionamento Global Diferencial
KF	<i>Kalman Filter</i> - Filtro de Kalman
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i> - Filtro de Kalman Estendido
GPS	<i>Global Positioning Systems</i> - Sistemas de Posicionamento Global
ICAR	<i>International Conference on Advanced Robotics</i>
iGPS	<i>indoor Global Positioning Systems</i> - Sistemas de Posicionamento Global para ambientes internos
ILM	<i>Intrinsic Localization and Mapping</i>
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
MAP	<i>Maximum a Posteriori estimator</i> - Estimador de Máxima Verossimilhança
MCL	<i>Monte Carlo Localization</i> - Localização de Monte Carlo
MOE ^k	Erro médio relativo à orientação na <i>k</i> -ésima iteração
MPE ^k	Erro médio de posicionamento na <i>k</i> -ésima iteração
OE _s ^k	Erro de orientação na <i>k</i> -ésima iteração da simulação <i>s</i>
PE _s ^k	Erro de posicionamento na <i>k</i> -ésima iteração da simulação <i>s</i>
PF	<i>Particle Filter</i> - Filtro de Partículas
RMSE	Erro médio
ROS	Robot Operating System
SCI	<i>Split Covariance Intersection Algorithm</i>
SLAM	<i>Simultaneous Localization and Mapping</i> - Localização e Mapeamento Simultâneos
VeRLab	Laboratório de Visão Computacional e Robótica

Lista de Símbolos

\mathcal{R}	Enxame de robôs
$ \mathcal{R} $	Número de robôs no enxame
\mathcal{R}_i	i -ésimo robô do enxame
(X_W, Y_W)	Sistema de Coordenadas Inercial
$(X_{\mathcal{R}_i}, Y_{\mathcal{R}_i})$	Sistema de Coordenadas Local relativo ao i -ésimo robô
\mathcal{N}_i	vizinhança do i -ésimo robô
ε	medida do raio das vizinhanças
\mathbf{p}_i	posição (x_i, y_i) do i -ésimo robô em relação a (X_W, Y_W)
θ_i	orientação do i -ésimo robô em relação a (X_W, Y_W)
\mathbf{q}_i	pose (x_i, y_i, θ_i) do i -ésimo robô em relação a (X_W, Y_W)
\mathbf{x}_i	vetor de estados do robô i
$\hat{\mathbf{x}}_i$	vetor de estados estimado do robô i
\mathbf{P}_i	matriz de covariâncias associada a $\hat{\mathbf{x}}_i$
ρ_{ij}	distância relativa para o robô j medida pelo robô i
ϕ_{ij}	orientação relativa para o robô j medida pelo robô i
\mathbf{z}_{ij}	vetor de observação exteroceptiva tomada pelo robô i de j
\mathcal{Z}_i	conjunto das observações exteroceptivas do robô i
v_{x_i}	velocidade linear do i -ésimo robô na direção x de (X_W, Y_W)
v_{y_i}	velocidade linear do i -ésimo robô na direção y de (X_W, Y_W)
v_i	velocidade linear do i -ésimo robô no sistema de coordenadas $(X_{\mathcal{R}_i}, Y_{\mathcal{R}_i})$
w_i	velocidade angular do i -ésimo robô no sistema de coordenadas $(X_{\mathcal{R}_i}, Y_{\mathcal{R}_i})$
ϵ_{ϖ}	ruído relativo à variável ϖ
$\hat{\varpi}$	estimativa relativa à variável ϖ
$\Delta\varpi$	variação referente à variável ϖ
∇_{ϖ}	gradiente relativo à variável ϖ
\mathbf{u}_i	vetor relativo à ação de controle do robô i
\mathbf{v}_i	vetor velocidade relativo ao robô i
$E[\cdot]$	valor esperado

$N(\mathbf{a}, \mathbf{Q})$	distribuição Gaussiana multivariável com vetor de médias \mathbf{a} e matriz de covariância \mathbf{Q}
$\text{diag}(\cdot)$	matriz diagonal
$\Delta \mathbf{x}$	erro associado à estimativa $\hat{\mathbf{x}}$
$g(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)$	função que projeta o estado do robô i uma iteração à frente, com base no estado atual \mathbf{x}_i e na ação de controle \mathbf{u}_i
$h(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$	função de medidas relativas tomadas pelo robô i de j
J_f	Jacobiano da função f
ω	parâmetro do algoritmo de Interseção de Covariâncias
r_s	raio da região circular utilizado na regra de separação do algoritmo de <i>flocking</i>
r_c	raio da região circular utilizado na regra de coesão do algoritmo de <i>flocking</i>
\mathbf{d}_{ij}	vetor deslocamento entre os robôs i e j
\mathbf{v}_i^{sep}	vetor da componente de separação do algoritmo de <i>flocking</i> relativo ao robô i
\mathbf{v}_i^{coh}	vetor da componente de coesão do algoritmo de <i>flocking</i> relativo ao robô i
\mathbf{v}_i^{dir}	vetor direção relativo a um <i>waypoint</i>
τ_k	partição do enxame com todos os robôs do tipo k
$\ \mathbf{p}_{ij}\ $	norma Euclideana do vetor $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j$
$U_{ij}(\ \mathbf{p}_{ij}\)$	função potencial artificial que estabelece as regras de interação entre um par de robôs i e j
α	ganho de controle escalar
d_{ij}	parâmetro positivo que controla o comportamento do grupo
δ_{il}	função delta de Kronecker, sendo l o índice do robô líder e i o índice de um outro robô
γ	ganho proporcional do termo de amortecimento da ação de controle
$U_{it}(\ \mathbf{p}_{it}\)$	campo potencial atrativo em relação a um <i>waypoint</i> t
β	ganho proporcional do campo potencial atrativo U_{it}
\mathbf{I}_2	matriz identidade de ordem 2
Δt	intervalo de tempo
σ_ρ	ruído de observação referente à medida de distância relativa ρ
σ_ϕ	ruído de observação referente à medida de orientação relativa ϕ
b	distância entre as duas rodas de um robô com direção diferencial
d	parâmetro a ser ajustado em relação a um ponto p de referência sobre um robô com direção diferencial
E_s	Erro médio na simulação s
E_s^k	Erro médio na iteração k da simulação s
G_j	Conjunto de robôs que compõem o grupo j

$\ G_j\ $	Número de robôs no grupo j
$E_s^{G_j}$	Erro médio dos robôs do grupo j na simulação s
K_i	Número de iterações executadas pelo robô i em uma dada simulação
RMSE	Erro médio das simulações de um experimento

Sumário

Agradecimentos	ix
Resumo	xi
Abstract	xiii
Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xix
Lista de Abreviações	xxi
Lista de Símbolos	xxiii
1 Introdução	1
1.1 Definição do Problema	4
1.2 Objetivos e Contribuições	5
1.3 Organização do Texto	6
2 Fundamentação Teórica	7
2.1 Considerações Iniciais	7
2.2 Sistemas Multirroboóticos Cooperativos	10
2.2.1 Movimentação Coletiva de Robôs Móveis	13
2.3 Enxame de Robôs Móveis	14
2.3.1 Principais Características de Enxames Robóticos	17
2.3.2 Alguns domínios de aplicação	19
2.4 Localização de Robôs Móveis	24
2.4.1 Algumas dimensões do problema de localização	35
2.4.2 Localização Cooperativa: principais conceitos	37
2.5 Considerações Finais	40

3	Trabalhos Relacionados	43
3.1	Localização Cooperativa	43
3.2	Movimentação Coletiva e Localização Cooperativa	52
3.3	Escalabilidade em Localização Cooperativa	53
3.4	Considerações Finais	54
4	Metodologia	57
4.1	Localização Cooperativa em Enxames Robóticos	57
4.2	Estratégias de Movimentação do Enxame	65
4.2.1	Movimentação Alternada	66
4.2.2	Movimentação Contínua	69
4.3	Seleção e Caracterização de Marcos	74
4.4	Considerações Finais	75
5	Experimentos	77
5.1	Análise da Variação do Número de Marcos	77
5.1.1	Movimentação Alternada	78
5.1.2	Movimentação Contínua	86
5.2	Consistência das Estimativas de Localização	96
5.2.1	Estimativas Absolutas em Intervalos Regulares	99
5.2.2	Estimativas Absolutas Esporádicas	102
5.2.3	Falhas nos Mecanismos Sensoriais ou de Comunicação	103
5.3	Provas de Conceito	108
5.3.1	Simulações com ROS/Stage	109
5.3.2	Experimentos com Robôs Reais	114
5.4	Considerações Finais	122
6	Conclusão	127
6.1	Trabalhos Futuros	129
	Referências Bibliográficas	131
	Apêndice A Arcabouço Probabilístico para Localização	143
A.1	Funções de Densidade de Probabilidade Gaussianas Univariadas	148
	Apêndice B Breve Introdução ao Filtro de Kalman	153
	Apêndice C Introdução ao Algoritmo de Interseção de Covariâncias	159

Capítulo 1

Introdução

Em Robótica Móvel, o problema de localização consiste em determinar a pose (posição e orientação) de um robô em relação a um mapa do ambiente previamente estabelecido. Nesse contexto, um robô utiliza sensores exteroceptivos¹ com vistas a identificar sua pose com base no estabelecimento de associações entre as informações extraídas do ambiente e aquelas disponíveis no mapa, tais como um marco. Desse modo, a pose do robô não é medida diretamente, mas sim inferida a partir das informações sensoriais adquiridas. Localizar um robô no ambiente se apresenta como um problema difícil devido às incertezas e ruídos associados aos processos de medição sensorial, discretização e representação do ambiente. Esse problema torna-se mais complexo ao se considerar robôs desprovidos de sensores mais sofisticados ou ambientes não estruturados.

O rastreamento de posição (*position tracking*) compreende uma variante do problema de localização e consiste na tarefa de acompanhar ou seguir uma informação prévia da localização de um robô. Para isso, sensores proprioceptivos² são utilizados para medir o deslocamento efetuado pelo robô com o intuito de estimar novas poses. As informações obtidas via sensores proprioceptivos também incorporam incerteza e ruído ao processo de localização. Conseqüentemente, tem-se uma deterioração permanente da localização do robô em decorrência de sua movimentação.

Localização é uma questão central na Robótica, uma vez que muitas tarefas exigem que um robô possua informações precisas de sua localização para que possam ser executadas. Devido à dificuldade de se efetuar a localização enquanto se executa ou-

¹Sensores exteroceptivos fornecem informações a respeito do ambiente em que o robô encontra-se inserido, tais como estimativas de medidas de distância de objetos dispostos no ambiente ou a forma dos mesmos. Tais medidas são relativas ao sistema de coordenadas local do robô. Exemplos: sonar, laser, infra-vermelho e câmeras CCD (*Charge Coupled Device*).

²Sensores proprioceptivos monitoram e controlam o estado interno do robô, tais como o movimento, a aceleração e a direção. Exemplos: odômetro, sensor inercial e bússola.

tras tarefas, diversos métodos propostos na literatura utilizam ou supõem informações globais de localização. Métodos que fazem uso dessas suposições por vezes têm aplicabilidade restrita em robôs reais, pois informações de localização global nem sempre estão disponíveis. Apesar de possuírem algumas limitações, sistemas de posicionamento global têm sido amplamente empregados como fonte de informação de localização em sistemas robóticos.

No âmbito de sistemas multirrobóticos, técnicas de localização cooperativa podem ser empregadas para permitir o ajuste das crenças dos robôs, em decorrência da troca de informações entre os mesmos. Essa troca de informações ocorre quando os robôs se encontram e, devido a isso, os encontros³ constituem uma excelente forma de aprimorar a precisão das estimativas de localização. Assim, os robôs atuam como marcos dinâmicos provendo informações de localização. A atuação de sistemas multirrobóticos em ambientes com grandes dimensões ilustra uma situação onde a ocorrência de encontros é restrita. Em cenários como esse, a localização dos robôs é baseada em grande parte nas informações advindas dos sensores proprioceptivos. Consequentemente, tem-se um acúmulo permanente de incerteza, tendo em vista que tal acúmulo está diretamente relacionado à distância percorrida pelo robô. Como consequência imediata disso, tem-se o comprometimento da qualidade da informação de localização do robô, o que pode restringir sua atuação como marco dinâmico.

Uma forma de ampliar o número de encontros consiste em aumentar a densidade de robôs no ambiente. Isso pode ser alcançado ao se limitar o tamanho dos ambientes onde um sistema multirrobótico seria utilizado. No entanto, tal estratégia pode reduzir significativamente os domínios de aplicação nos quais esse sistema poderia ser empregado. Outra maneira de aumentar a densidade consiste em ampliar consideravelmente o número de robôs participantes em um sistema multirrobótico. Diferentemente da estratégia anterior, essa abordagem tem como vantagem a ampliação do número e tipo de tarefas que poderiam ser executadas pelo sistema. Além disso, a redundância existente em sistemas compostos por grandes grupos de robôs traz consigo a possibilidade de se utilizar parte do grupo como provedores de localização (marcos e *beacons*), sem necessariamente comprometer o desempenho do sistema.

Apesar da ampla utilização de técnicas de localização cooperativa em sistemas multirrobóticos, o emprego de tais técnicas em enxames robóticos ainda é pouco explorado. No contexto de enxames, algumas questões se apresentam quando as técnicas de localização cooperativa são empregadas, dentre elas: aumento da complexidade de

³Encontros ocorrem quando os robôs compartilham uma mesma região do ambiente e estão situados dentro das respectivas áreas sensoriais de seus vizinhos. Neste trabalho, o conceito de vizinhança (descrito na Seção 2.1) será utilizado para definir essas regiões.

tempo e espaço para gerar e armazenar as estimativas conjuntas de localização; ampliação da quantidade de informações de localização sendo geradas e que trafegam por diversos pontos do grupo, o que implica na necessidade de lidar com questões relacionadas à sincronização de tais informações; e necessidade de um tratamento adequado ao fenômeno denominado *raciocínio circular* que pode ocorrer nas etapas de localização cooperativa quando determinada informação de localização é utilizada mais de uma vez pelos robôs. O devido tratamento a essas questões se apresenta como um problema de pesquisa relevante, tendo em vista a ampliação da quantidade de informações de localização disponíveis em um enxame robótico, além da disseminação das mesmas no interior do grupo.

Em sistemas multirrobóticos descentralizados, a ausência de uma entidade central exige que as informações associadas às etapas de localização cooperativa, juntamente com as informações de interdependência, sejam compartilhadas com todos os membros do grupo. Além disso, o registro de tais informações deve ser mantido atualizado em cada integrante do grupo de modo que cada robô possa gerar uma estimativa conjunta (estatisticamente ótima) de localização de maneira independente. Em enxames robóticos, essa necessidade de troca de informações entre todos os membros do grupo impõe várias limitações, tendo em vista as características simplistas dos agentes e suas capacidades de comunicação e processamento limitadas.

Um dos principais algoritmos de filtragem probabilística utilizados nas técnicas de localização cooperativa é o filtro de Kalman, do inglês *Kalman Filter* (KF). Tal algoritmo somente pode combinar, de maneira consistente, informações associadas a uma mesma estimativa, advindas de várias fontes, caso tais informações sejam independentes ou se o nível de interdependência entre as mesmas seja conhecido. Conforme será apresentado no Capítulo 3, esse problema tem sido contornado de várias formas em sistemas multirrobóticos. Uma delas consiste em utilizar uma unidade centralizadora para gerar uma estimativa conjunta da localização de todos os integrantes do sistema. Devido ao fato dos dados estarem todos disponíveis para tal entidade, as informações de interdependência são mantidas e utilizadas cada vez que a estimativa conjunta é gerada. Apesar dessa solução centralizada gerar bons resultados, a sua aplicabilidade em enxames robóticos compromete a escalabilidade do sistema.

Neste trabalho, o aumento da densidade foi alcançado com o emprego de enxames robóticos (*Robotic Swarms*) aliado à utilização de estratégias de movimentação coletiva que possibilitam aos robôs atuarem conjuntamente. Com a atuação conjunta do enxame tem-se uma ampliação das possibilidades de encontros, permitindo que etapas de localização cooperativa possam ocorrer com maior frequência. Duas estratégias de movimentação foram implementadas com o propósito de privilegiar os encontros. A

primeira estratégia consiste em uma pequena extensão do algoritmo clássico de *flocking* desenvolvido por Reynolds [1987], que provê a movimentação alternada do grupo. A segunda estratégia foi implementada na forma de uma extensão/combinção dos algoritmos de segregação [Kumar et al., 2010; Santos et al., 2014] e agregação [Kumar & Garg, 2011], provendo uma movimentação contínua do grupo, além de viabilizar o posicionamento autônomo de um robô líder no interior do enxame. Modelos de robôs holonômicos e não holonômicos foram utilizados em etapas distintas do trabalho.

A ênfase deste trabalho é o desenvolvimento de uma estratégia descentralizada para localização cooperativa em enxames robóticos. Devido às particularidades desse tipo de sistema, alguns aspectos foram estudados com o propósito de avaliar o impacto dos mesmos na qualidade da localização do enxame. Nos estágios iniciais do trabalho, o filtro de Kalman foi implementado para se efetuar a localização cooperativa. No entanto, após a identificação de algumas dessas particularidades, a etapa de correção do filtro de Kalman foi substituída pelo algoritmo de Interseção de Covariâncias, devido ao fato de tal técnica gerar estimativas consistentes quando não se tem informações a respeito das interdependências das estimativas. Desse modo, o processamento descentralizado das estimativas é efetuado sem a necessidade de manutenção do registro das interdependências em cada entidade robótica, viabilizando assim uma solução escalável para o problema de localização cooperativa em enxames robóticos. Experimentos simulados foram desenvolvidos tendo como objetivo a comparação entre tais abordagens e a análise do impacto das mesmas na localização resultante. Além disso, experimentos com robôs reais mostram a viabilidade para aplicação da abordagem proposta em ambientes reais.

1.1 Definição do Problema

Seja um enxame $\mathcal{R} = \{\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_N\}$ composto de N robôs, com características homogêneas ou heterogêneas, onde o número N não precisa ser conhecido pelos robôs. As coordenadas cartesianas x_i e y_i da posição $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i)$, além da orientação θ_i , compõem a pose $\mathbf{q}_i = (x_i, y_i, \theta_i)$ do i -ésimo robô (\mathcal{R}_i) em um sistema de coordenadas inercial. Cada robô é equipado com sensores proprioceptivos que o permitem estimar sua nova pose, tendo como base uma pose anteriormente definida. Além disso, cada robô é equipado com sensores exteroceptivos que o possibilitam identificar outros robôs que se encontrem na vizinhança, além de estimar distância ρ e orientação ϕ relativas a esses robôs. Essas estimativas incorporam incertezas inerentes aos tipos de sensores utilizados. A vizinhança \mathcal{N}_i do i -ésimo robô, em um dado momento, é formada pelo

conjunto de robôs que se encontram dentro da área sensorial de \mathcal{R}_i . Além de interagirem via sensores exteroceptivos, robôs compartilhando vizinhanças estão aptos a estabelecer comunicação entre si.

Dadas essas especificações, o problema tratado nesta tese pode ser definido como segue:

Definição 1. *Dado um enxame de robôs \mathcal{R} se movimentando coletivamente e com capacidades de processamento e comunicação limitados, estabelecer uma estratégia descentralizada de localização cooperativa que permita localizar os robôs de maneira consistente.*

1.2 Objetivos e Contribuições

O objetivo geral desta tese consiste em propor uma abordagem descentralizada e escalável para localizar cooperativamente enxames de robôs móveis de maneira consistente, tanto para grupos homogêneos quanto heterogêneos.

Tendo em vista o interesse em avaliar a aplicabilidade e a escalabilidade do método, os objetivos específicos compreendem:

- identificar e adaptar métodos de localização cooperativa para aplicação em enxames de robôs;
- utilizar estratégias de movimentação coletiva para ampliar as ocorrências de encontros e possibilitar aumentar a frequência de etapas de localização cooperativa;
- avaliar o impacto da utilização de diferentes critérios para a seleção de robôs marco nas etapas de fusão sensorial;
- avaliar a utilização de grupos homogêneos e heterogêneos e o reflexo na qualidade da localização do grupo.

Desta forma, as principais contribuições deste trabalho são:

- a proposição de uma abordagem descentralizada para localizar cooperativamente enxames de robôs móveis, tendo em vista o pequeno número de trabalhos em localização cooperativa com enxames;
- a análise da variação do número de robôs marco utilizados nas etapas de localização cooperativa;
- a avaliação da consistência das estimativas resultantes das etapas de localização cooperativa em enxames heterogêneos;

- a proposição de uma estratégia de movimentação coletiva baseada nos comportamentos de agregação, segregação e líder-seguidor.

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, partes do trabalho foram publicadas com o propósito de divulgar os resultados alcançados, a saber:

- Anderson G. Pires; Luiz Chaimowicz. Localização Cooperativa, Descentralizada e Baseada em Marcos Dinâmicos em Enxames de Robôs Móveis. *I Workshop de Teses e Dissertações em Robótica - I Simpósio Brasileiro de Robótica*, 2012.
- Anderson G. Pires; Douglas G. Macharet; Luiz Chaimowicz. Towards Cooperative Localization in Robotic Swarms. *Proceedings of International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems (DARS)*, 2014.
- Anderson Grandi Pires; Douglas G. Macharet; Luiz Chaimowicz. Exploring Heterogeneity for Cooperative Localization in Swarm Robotics. *Proceedings of International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, 2015.

Os artigos citados anteriormente compreendem a parte da tese que emprega modelos de robôs holonômicos e análise da variação do número de robôs marcos. A outra parte, que faz uso de modelos não holonômicos e que avalia a consistência das estimativas, cujos resultados são apresentados na Seção 5.2, está sendo organizada na forma de um artigo científico para submissão em um periódico internacional.

1.3 Organização do Texto

Esta tese está organizada da seguinte maneira: o Capítulo 2 apresenta uma fundamentação teórica que serve de base para o entendimento e desenvolvimento do trabalho. No Capítulo 3 são apresentados trabalhos relevantes em localização cooperativa, com a discussão das características mais relacionadas aos objetivos específicos deste trabalho. O Capítulo 4 descreve a metodologia utilizada, enquanto que o Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos tanto em simulação quanto em experimentos com robôs reais. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as contribuições, os trabalhos futuros e as conclusões.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Este capítulo apresenta alguns fundamentos que auxiliam no desenvolvimento deste trabalho. Inicialmente serão caracterizados os conceitos de pose, vizinhança e encontros. Posteriormente, sistemas multirrobóticos cooperativos serão introduzidos, suas principais características apresentadas e enxames robóticos, que consistem em sistemas multirrobóticos compostos por um grande número de robôs, serão destacados. As principais características desse tipo de sistema serão discutidas, além da apresentação de alguns domínios de aplicação nos quais tais sistemas têm sido utilizados. Em seguida, uma introdução das principais técnicas de localização empregadas em sistemas robóticos serão apresentadas. Nessas técnicas, o processo de localização de um robô é efetuado por meio de medições internas e externas (ambiente). Devido às inúmeras incertezas presentes em processos de medição, o arcabouço probabilístico que fundamenta as técnicas de localização será apresentado. Por fim, uma introdução aos conceitos gerais da técnica de localização cooperativa será apresentada com uma breve discussão de seus principais conceitos.

2.1 Considerações Iniciais

Neste trabalho, a movimentação dos robôs é restrita a ambientes planares. Robôs holonômicos e não holonômicos foram empregados e ambos utilizam sensores proprioceptivos para medir suas velocidades. No modelo holonômico, as velocidades lineares v_x e v_y são utilizadas como entrada de controle, enquanto que o modelo não holonômico utiliza as velocidades linear (v) e angular (w). No espaço bi-dimensional, o estado \mathbf{x} de um robô pode ser representado por sua posição (x, y) em relação a um sistema de coordenadas inercial (X_W, Y_W) , aliada à sua orientação θ , ou seja, $\mathbf{x} = (x, y, \theta)$. Tal orientação representa o deslocamento angular tomado a partir de um sistema de co-

ordenadas local ($X_{\mathcal{R}}, Y_{\mathcal{R}}$) em relação ao sistema de coordenadas inercial (Figura 2.1). O sistema de coordenadas local é definido de modo que a direção frontal (*heading direction*) do robô coincida com o sentido positivo de $X_{\mathcal{R}}$. No modelo holonômico, o estado de um robô contempla somente sua posição, pois é assumido que a orientação do sistemas de coordenadas local do robô coincide com a orientação do sistemas de coordenadas inercial. O termo pose poderá também ser empregado para fazer referência às coordenadas (x, y, θ) de um robô com relação ao sistema inercial.

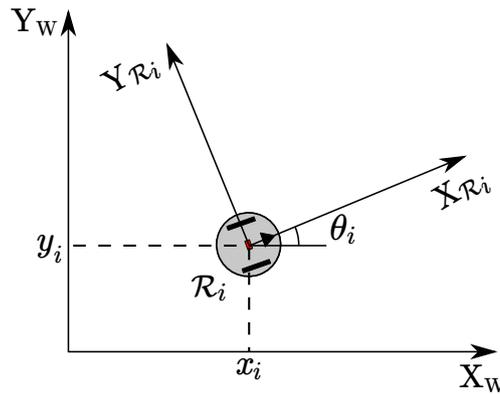


Figura 2.1: Representação do estado $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, \theta_i)$ do robô i (\mathcal{R}_i) em um sistema de coordenadas inercial (X_W, Y_W). O sistema de coordenadas ($X_{\mathcal{R}_i}, Y_{\mathcal{R}_i}$) é local ao robô e tem como origem um ponto de referência sobre o mesmo.

Na movimentação de um grupo de robôs, os mesmos podem compartilhar uma determinada região do ambiente. Neste trabalho, o conceito de vizinhança será utilizado para caracterizar sub-grupos de robôs atuando em uma mesma região e que, devido a isso, podem interagir e trocar informações. As vizinhanças são formadas dinamicamente, de acordo com a disposição dos robôs no ambiente. Uma vizinhança é definida pela área interior a um círculo de raio ε , cujo centro encontra-se localizado em um ponto de referência no corpo do robô como, por exemplo, seu centro de massa. Robôs situados a até uma determinada distância de um dado robô (\mathcal{R}_k) são considerados vizinhos desse e constituem a sua vizinhança \mathcal{N}_k . A Figura 2.2 ilustra a formação de algumas vizinhanças.

Neste trabalho, um encontro é caracterizado quando dois ou mais robôs estão localizados em uma mesma região do ambiente, ou seja, compartilham uma vizinhança. Desse modo, robôs compartilhando vizinhanças podem interagir como, por exemplo, medir distâncias ρ e orientações ϕ relativas a outros robôs, além de trocarem informação via comunicação (Figura 2.3). Assim, um robô \mathcal{R}_i é capaz de estimar a distância ρ_{ij} e a orientação ϕ_{ij} relativas a um robô $\mathcal{R}_j \in \mathcal{N}_i$, representando uma observação $\mathbf{z}_{ij} \in \mathcal{Z}_i$, sendo \mathcal{Z}_i o conjunto das observações exteroceptivas do robô \mathcal{R}_i . As observações obtidas

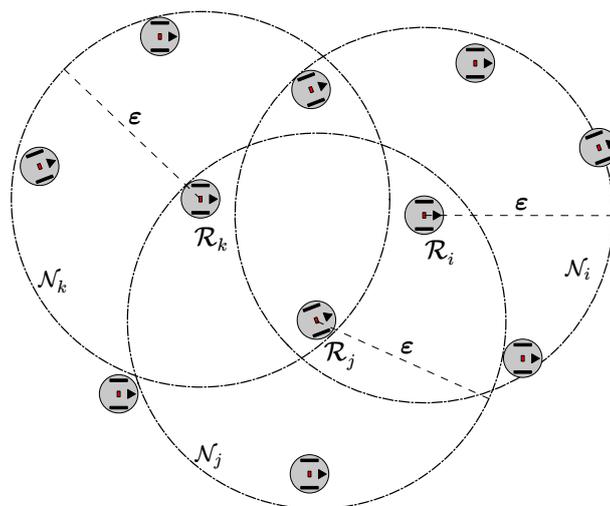


Figura 2.2: Formação dinâmica de vizinhanças. A vizinhança de um robô é estabelecida dinamicamente e compreende a área interna a um círculo de raio ε , centrado no robô. Desse modo, robôs situados a uma distância inferior a ε são considerados vizinhos. Neste exemplo, \mathcal{R}_j participa tanto da vizinhança \mathcal{N}_i quanto da vizinhança \mathcal{N}_k .

por um robô podem ser disseminadas de modo a prover informações para os demais robôs de sua vizinhança. Conforme pode ser observado, na Figura 2.2 o robô \mathcal{R}_j participa tanto da vizinhança \mathcal{N}_i quanto da vizinhança \mathcal{N}_k , de modo que as informações disseminadas por \mathcal{R}_i e \mathcal{R}_k estarão acessíveis a \mathcal{R}_j .

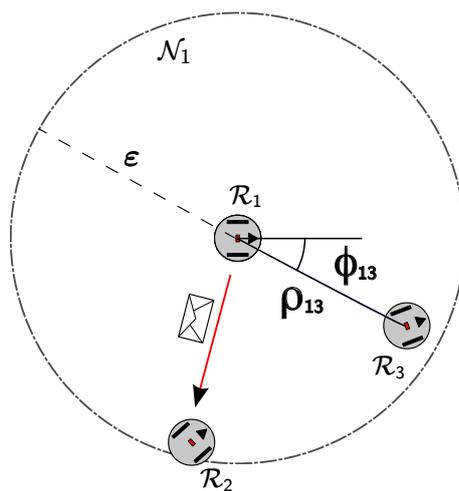


Figura 2.3: Interação entre robôs em uma mesma vizinhança. Na vizinhança os robôs podem interagir (via sensores) e trocar informações (via comunicação).

2.2 Sistemas Multirrobóticos Cooperativos

Diversos trabalhos, dentre eles [Premvuti & Yuta, 1990], [Dudek et al., 1996], [Cao et al., 1997], [Farinelli et al., 2004] e [Parker, 2008], têm proposto taxonomias para caracterizar sistemas multirrobóticos que empregam algum tipo de comportamento cooperativo na execução das tarefas. Tais taxonomias têm sido apresentadas na forma de eixos que incorporam problemas de pesquisa em desenvolvimento. A discussão apresentada a seguir contempla as características de sistemas multirrobóticos (também denominados multirrobôs) mais relevantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Inúmeras pesquisas têm explorado as potencialidades de se utilizar grupos de robôs para solucionar os mais diferentes tipos de tarefas. A utilização de sistemas multirrobóticos tem sido motivada pela possibilidade de melhoria no desempenho do sistema e a divisão de tarefas, o que tende a maximizar a utilização dos recursos disponíveis. Estratégias cooperativas possibilitam que um grupo de robôs execute tarefas cuja complexidade seja superior às capacidades individuais desses robôs. O desenvolvimento de um único robô especializado para lidar com os diversos aspectos de determinada tarefa pode, por vezes, incrementar significativamente o custo e o tempo de desenvolvimento do sistema. Além disso, tal especialização pode dificultar o emprego do respectivo robô em outros tipos de tarefas, exigindo a adaptação ou reconstrução do mesmo. Em contrapartida, o desenvolvimento de grupos de robôs mais simples e de menor custo viabilizam ampliar a robustez, a flexibilidade e a confiabilidade do sistema, de modo a permitir solucionar diferentes tipos de tarefas com níveis variados de complexidade.

Sistemas multirrobóticos têm obtido resultados mais relevantes quando seus componentes cooperam na execução da tarefa. Farinelli et al. [2004] caracterizam o comportamento cooperativo como aquele em que os robôs atuam conjuntamente para executar alguma tarefa global. Parker [2008] amplia essa definição no sentido de caracterizar a cooperação como a atuação conjunta em que os envolvidos possuem ciência da existência dos demais, de modo que as ações de cada integrante contribui positivamente para o rendimento do grupo. Além disso, o objetivo global é compartilhado entre os integrantes do sistema. Cao et al. [1997] conceituam a cooperação de modo semelhante à Parker, mas reforçam o fato de que sistemas multirrobóticos apresentam comportamento cooperativo quando ocorre uma ampliação na utilidade total do sistema, caracterizando o que seria algum tipo de sinergia. Conceito similar é apresentado em [Premvuti & Yuta, 1990] sob a denominação de cooperação ativa, enquanto que a definição de cooperação não ativa se assemelha àquela de comportamento cooperativo apresentada por Farinelli et al. [2004], na qual a cooperação é caracterizada pela simples atuação conjunta.

A utilização de sistemas multirrobóticos tem sido motivada pela possibilidade de redução de custos e complexidade associada à concepção das entidades que compõem tais sistemas, além da flexibilidade do mesmo para executar tarefas distintas. No entanto, novas questões surgem nesse contexto, uma vez que se faz necessário estabelecer estratégias para o controle e a propagação de informações entre as entidades do grupo, visto que essas informações podem estar distribuídas no sistema. Tarefas que são inerentemente distribuídas no tempo, no espaço ou em sua funcionalidade são potencialmente melhor solucionadas por sistemas multirrobôs.

Sistemas multirrobóticos podem ser caracterizados como homogêneos ou heterogêneos. Sistemas homogêneos são compostos por robôs com mesmas características físicas e que apresentam comportamentos compatíveis no nível das interações. Desse modo, robôs que compartilham a mesma constituição física, porém apresentam comportamentos e capacidades distintos, podem ser considerados heterogêneos. A simples existência de sistemas de controle distintos, mesmo em robôs com hardwares compatíveis, é suficiente para caracterizar a heterogeneidade do grupo. Grupos heterogêneos têm a possibilidade de explorar as competências especializadas de seus membros na execução de tarefas. Desse modo, a atuação cooperativa tira proveito dessa diversidade e expande as capacidades individuais dos robôs com a consequente geração de comportamentos coletivos mais elaborados. No entanto, o controle e a alocação de tarefas podem se tornar um tanto complexos, pois nem todos os robôs estarão aptos a executar os diversos tipos de comportamentos.

O controle de um grupo de robôs é estabelecido em função do tipo de informação disponível, que pode ser local ou global. Dois tipos de informação relevantes para a definição do controle são discutidos em [Parker, 1993] e compreendem o objetivo do sistema e o conhecimento a respeito do estado do ambiente. Objetivos globais indicam a tarefa a ser executada pelo grupo, enquanto que objetivos locais estão associados a subtarefas individuais ou restritas a parte do grupo. Os objetivos globais são normalmente impostos ao grupo por uma entidade centralizadora, tais como um agente externo ou um líder. O conhecimento do estado do ambiente pode ser adquirido tanto por meio das capacidades sensoriais dos robôs quanto por intermédio de uma entidade externa. Informações locais são normalmente obtidas durante a execução do sistema via sensores, os quais refletem o estado do ambiente nas proximidades do robô. Por outro lado, informações globais podem estar disponíveis durante a concepção do sistema, somente no decorrer da execução do mesmo ou em ambos os casos.

Dois tipos de arquiteturas de controle têm sido amplamente utilizados em sistemas multirrobóticos: controle centralizado e controle descentralizado. Arquiteturas de controle centralizado são caracterizadas pela existência de um único agente de controle

(líder) responsável por grande parte do processo de tomada de decisão. Devido ao caráter centralizador do mecanismo de controle, alguns conflitos podem ser identificados e previamente resolvidos. A existência de uma unidade centralizadora traz a vantagem de consolidar as informações do grupo em um único local, o que facilita o processo de tomada de decisão. No entanto, tal arquitetura apresenta baixa robustez e tolerância a falhas, uma vez que a inoperância dessa unidade centralizadora compromete completamente a execução da tarefa.

Farinelli et al. [2004] caracterizam a coordenação como um tipo de cooperação em que as ações executadas por cada agente em um grupo levam em consideração as ações executadas pelos demais agentes desse grupo, de modo a estabelecer uma operação coerente e com alto desempenho. Nesse contexto, Farinelli et al. apresentam uma subclassificação para as arquiteturas de controle centralizado no sentido de caracterizá-las de acordo com a forma de atuação da unidade centralizadora (líder). Controle centralizado *forte* (*strong*) é a denominação utilizada para caracterizar sistemas nos quais a tomada de decisão é feita por um mesmo líder durante toda a execução da tarefa. Por outro lado, o termo controle centralizado *fraco* (*weak*) caracteriza sistemas em que mais de um agente assume o papel de líder durante a missão.

Arquiteturas descentralizadas tendem a ser mais robustas e menos suscetíveis a falhas, devido à pouca dependência de uma única unidade centralizadora no sistema. Cao et al. [1997] classificam as arquiteturas descentralizadas como distribuídas e hierárquicas. Na abordagem distribuída, todos os agentes são iguais no que diz respeito ao controle, enquanto que na abordagem hierárquica, o grupo é dividido e o controle é feito localmente no âmbito dos sub-grupos. Nas abordagens descentralizadas, os agentes são completamente autônomos no processo de tomada de decisão e utilizam informações locais para ampliar seus conhecimentos a respeito do estado do sistema, seja via sensores ou utilizando alguma forma de comunicação.

Mecanismos de comunicação viabilizam a interação entre os agentes em um grupo. Em sistemas cooperativos, a troca de informações possibilita estender significativamente as capacidades individuais dos agentes. Dentre as formas de comunicação mais utilizadas nesses sistemas, tem-se a comunicação direta e a comunicação indireta [Cao et al., 1997; Farinelli et al., 2004; Mohan & Ponnambalam, 2009]. Na comunicação direta, também referenciada como explícita, mensagens são utilizadas como meio para se trocar informação. As mensagens podem ser dirigidas ou não a destinatários específicos. Mensagens dirigidas possuem o endereço do destinatário explicitamente definido em seu cabeçalho, o que possibilita a criação de subgrupos. Apesar disso, esse tipo de comunicação pode comprometer a escalabilidade do sistema, uma vez que a inclusão ou exclusão de elementos no grupo exige adaptação na política de troca de mensagens.

Mensagens não dirigidas, tais como *broadcast*, são uma forma de superar essas limitações, permitindo maior flexibilidade e escalabilidade ao mecanismo de comunicação.

A comunicação indireta é caracterizada pela ausência de troca de mensagens. Nessa abordagem o próprio ambiente físico se apresenta como meio de comunicação e as informações são obtidas via sensores. Dentre as formas de comunicação indireta, tem-se: a percepção de ações e comportamentos de outros agentes; e a estigmergia. Esses tipos de comunicação são relacionados a interações locais nos quais os agentes se comunicam por intermédio das sensações providas por algum item manipulado conjuntamente, pela observação de comportamentos explícitos ou pela percepção e modificação do ambiente nas proximidades do robô.

2.2.1 Movimentação Coletiva de Robôs Móveis

O movimento coletivo pode ser compreendido como o fenômeno que mantém um grupo de agentes atuando de forma coesa em direção a um alvo comum [Navarro & Matía, 2013]. O movimento coletivo é amplamente encontrado na natureza como, por exemplo, nos comportamentos de enxames, cardumes e bandos. Nesses sistemas naturais, os agentes utilizam informações locais para entrarem em consenso com relação às tarefas sendo desenvolvidas.

Um dos primeiros trabalhos envolvendo a implementação de movimento coletivo com agentes artificiais foi [Reynolds, 1987]. Nesse trabalho, a movimentação coletiva de um grupo de agentes é proporcionada por três regras simples: (i) separação; (ii) alinhamento; e (iii) coesão. Tais regras são aplicadas localmente por cada agente com base em seus respectivos vizinhos, de modo que a movimentação coletiva e coesa do grupo surge como um comportamento emergente. Além disso, inúmeras características presentes em sistemas compostos por grandes grupos de agentes naturais são também identificadas nesse trabalho, tais como escalabilidade, flexibilidade e robustez.

No âmbito da robótica, estratégias de controle do movimento de robôs são empregadas para possibilitar a atuação do grupo como uma unidade. No curso da movimentação, os robôs podem ser controlados de forma a manterem ou não uma formação fixa (e.g. [Desai et al., 1998; Olfati-Saber & Murray, 2002]). Conforme descrito em [Balch & Arkin, 1998], o controle de formação pode ser feito de três formas: relativo à posição do centro de massa do grupo; relativo à posição de um líder; e com relação à posição de robôs vizinhos. As duas primeiras formas pressupõem que os robôs possuam um conhecimento maior do grupo, o que pode comprometer a escalabilidade e a robustez do mecanismo de controle de formação. A última, por sua vez, é baseada somente em informações locais, viabilizando assim o emprego de estratégias de controle

descentralizado e o conseqüente aumento da robustez do mecanismo.

Estratégias de controle coletivo que não exigem a manutenção de formação fixa do grupo de robôs, tais como estratégias de *flocking* (e.g. [Reynolds, 1987; Tanner et al., 2005]) ou *lattices* (e.g. [Spears et al., 2004; Olfati-Saber, 2006]), têm como principal objetivo manter o grupo coeso durante a movimentação. Nessas estratégias, os robôs não possuem posicionamento fixo no grupo, porém procuram manter uma posição relativa a seus vizinhos. Inúmeras abordagens consideram a transposição de obstáculos com a respectiva divisão do grupo e o conseqüente reagrupamento após o obstáculo ter sido superado.

Inúmeras tarefas de alto nível, tais como mapeamento, sensoriamento coletivo e busca/salvamento, podem ser executadas tendo o movimento coletivo como atividade suporte (e.g. [Rekleitis et al., 1997; Grabowski et al., 2000]). Em algumas atividades, a performance de execução das tarefas é beneficiada pela atuação coletiva dos robôs, enquanto que em outras, o grupo é previamente guiado de maneira coletiva para determinadas regiões do ambiente onde as tarefas serão executadas.

Sistemas multirrobóticos compostos por um grande número de robôs, com capacidades de processamento e comunicação limitados, têm se beneficiado de técnicas de movimentação coletiva e comportamento cooperativo para superar as limitações individuais dos agentes, de modo a conseguirem executar tarefas complexas. Esses sistemas possuem características próprias e têm sido destacados dos demais sistemas multirrobóticos em uma área específica denominada Enxames Robóticos.

2.3 Enxame de Robôs Móveis

O termo *Enxames Robóticos* (do inglês, *Robotic Swarms*), tem sido empregado para referenciar sistemas multirrobóticos que utilizam dezenas, centenas e até milhares de robôs. Os trabalhos de Bayindir & Sahin [2007] e Sahin et al. [2008] apresentam uma visão geral da área de *enxames de robôs* (do inglês, *Swarm Robotics*), além de problemas que têm sido solucionados utilizando grandes grupos de robôs. Nesse contexto, um enxame é formado quase sempre por robôs homogêneos, sendo essas entidades simples, autônomas, com poder de processamento e comunicação limitados. Devido à limitação das capacidades individuais dos robôs, faz-se necessário coordenar o enxame de modo a se obter êxito na execução de tarefas mais complexas.

O principal objeto de inspiração para o uso de enxames é o comportamento coletivo de grandes sistemas sociais como, por exemplo, colônias de insetos, bandos de pássaros e cardumes de peixes (Figura 2.4). Tais sistemas são descentralizados e pos-

suem características desejáveis em sistemas multiagentes, sendo robustez, flexibilidade e escalabilidade as mais relevantes. Bayindir & Sahin [2007] definem essas três características da seguinte maneira: robustez é a capacidade de um sistema funcionar na presença de pequenas falhas ou condições anormais; flexibilidade é a capacidade de adaptação a novas situações; e escalabilidade é a capacidade de um sistema suportar aumento ou diminuição no número de integrantes, sem que haja um impacto considerável no desempenho do sistema. Conforme citado pelos autores, apesar da similaridade ente robustez e flexibilidade, a principal diferença entre esses conceitos encontra-se no nível do problema. Assim, quando o problema a ser solucionado por um sistema muda, esse último tem que ser flexível o suficiente para se adaptar à mudança, o que não está diretamente relacionado à sua robustez.

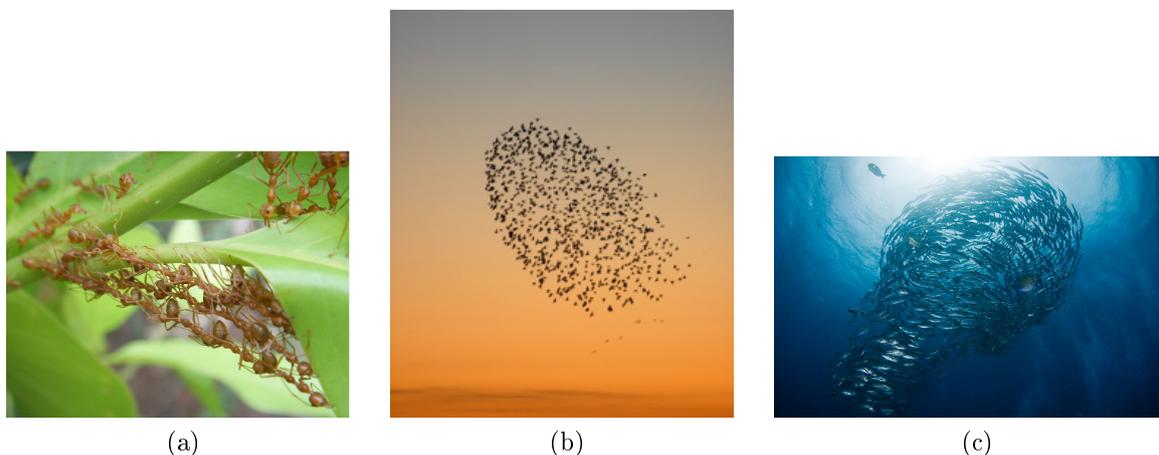


Figura 2.4: Exemplos de enxames naturais: (a) colônia de formigas; (b) bando de pássaros; e (c) cardume de peixes.

Sistemas robustos devem ser capazes de operar mesmo quando surgem distúrbios no ambiente ou mal funcionamento em parte de seus componentes. Essa propriedade pode ser alcançada quando se tem um grande grupo de indivíduos simples, sem controle central e com sensoriamento distribuído. Um número significativo de elementos simples aumenta a redundância no sistema, de modo que falhas individuais poderão ser supridas por outros indivíduos. A existência de um controle descentralizado contribui para o sistema se tornar menos suscetível a falhas de operações quando parte do mesmo entra em colapso. Além disso, um sensoriamento distribuído diminui a sensibilidade do sistema no que tange a perturbações locais no ambiente.

Sistemas de enxames de robôs devem ser flexíveis o suficiente, de modo que seus indivíduos sejam aptos a lidar com tarefas de naturezas distintas. Em sociedades de insetos, por exemplo, os indivíduos atuam coletivamente com vistas a solucionar

os mais diversos problemas, tais como encontrar fontes de comida no ambiente ou carregar uma presa cujo tamanho exija a participação de vários membros da sociedade. Considerando a característica de escalabilidade, um enxame de robôs deve estar apto a operar adequadamente quando sujeito a grandes variações no número de integrantes, sem um conseqüente impacto considerável no desempenho apresentado pelo sistema. Assim sendo, os algoritmos e estratégias de coordenação devem garantir a operação do sistema sob a influência da variação no tamanho do enxame.

Sistemas robóticos compostos por grandes grupos de robôs simples possuem a característica de possibilitar a emergência de comportamentos globais a partir da interação local entre seus integrantes. A simplicidade desses agentes não se limita exclusivamente às características de hardware ou aos algoritmos de controle utilizados. Tal simplicidade está mais relacionada às limitações das capacidades individuais dos agentes, no que se refere à tarefa a ser executada. Devido à simplicidade dos robôs, sua construção e utilização se torna mais fácil, flexível e tolerante a falhas, além de ser menos onerosa. Sistemas com grandes grupos de robôs possuem maior redundância e tendem a ser mais eficientes devido à possibilidade de divisão das tarefas entre os integrantes do grupo.

Diversos autores, dentre eles Dudek et al. [1993], Sahin [2005], Bayindir & Sahin [2007] e Sharkey [2007], têm proposto taxonomias com vistas a estabelecer um adequada caracterização para a área de enxames de robôs. Apesar disso, ainda não se tem um consenso com relação a uma definição que seja universalmente aceita pela comunidade científica. A proposta apresentada por Dudek et al. [1993] sugere a divisão da área em eixos, de forma a capturar as características do sistema como um todo, em contrapartida à caracterização dos robôs individualmente. Tem-se, então, a identificação de características associadas ao tamanho do enxame, à forma de comunicação entre os agentes, à capacidade de reconfiguração ou composição do enxame e ao modelo de computação utilizado. Por outro lado, Sahin [2005] sugere o seguinte conjunto de critérios a serem utilizados de forma a distinguir a área: autonomia, tamanho do enxame, composição do enxame, capacidade dos robôs e comunicação. Alternativamente, Sharkey [2007] propõe uma divisão da área em duas: *Scalable Swarm Robotics* e *Minimalism Swarm Robotics*. A primeira enfatiza a descentralização, o controle local e a forma de comunicação, enquanto que a segunda enfatiza a utilização de entidades simples e mais flexíveis.

A discussão apresentada a seguir procura consolidar as características mais relevantes em enxames robóticos presentes nos trabalhos descritos anteriormente.

2.3.1 Principais Características de Enxames Robóticos

Uma característica presente nos diversos trabalhos que se propõem a estabelecer os limites da área de enxames robóticos é o tamanho do grupo. Dudek et al. [1993] ressaltam a não imposição de um limite com relação à quantidade de robôs que compõe um enxame. Além disso, ressaltam ainda que, independentemente da quantidade de integrantes, os robôs deveriam operar de forma completamente independente uns dos outros. Sahin [2005] discursa a respeito da necessidade de um número significativo de integrantes no sistema para que o mesmo possa ser caracterizado como enxame. No entanto, devido ao fato de se ter um custo considerável para se trabalhar com grandes grupos de robôs reais, os autores consideram que mesmo sistemas multirrobóticos compostos por 10 a 20 integrantes podem ser considerados enxames. Entretanto, mais importante do que a definição de um valor exato a partir do qual um grupo de robôs passa a ser considerado um enxame é a necessidade de se apresentar evidências experimentais relativas à escalabilidade do sistema, o que pode ser feito com o auxílio de simulações.

A escalabilidade é o tema central da subárea *Scalable Swarm Robotics* proposta por Sharkey [2007]. Nessa subárea, o controle e a forma de comunicação são descentralizados e locais. Esses requisitos viabilizam uma abordagem escalável, uma vez que um mesmo mecanismo de coordenação pode ser aplicado a sistemas com um número variado de robôs. A redundância também é evidenciada nessa subárea, de modo que uma falha em parte dos integrantes de um grupo não comprometa a execução da tarefa. Conforme Sharkey [2007], robôs podem ser inseridos ou removidos do sistema, pois os mecanismos de comunicação empregados não requerem identificação de indivíduos em particular, caracterizando assim a comunicação indireta.

A forma de comunicação é outra característica que tem sido constantemente utilizada para caracterizar a área. Dudek et al. [1993] apresentam duas formas de se estabelecer a comunicação entre os integrantes de um enxame: direta ou indireta. Conforme descrito anteriormente, na comunicação direta o fluxo de informações é dirigido a um destinatário específico, enquanto que na comunicação indireta tais informações são disponibilizadas no ambiente. Apesar dos autores terem categorizado a forma de comunicação, nenhuma restrição foi imposta no que diz respeito ao alcance da mesma. Desse modo, os robôs podem efetuar comunicação local (restrita a sua vizinhança) ou global (com todos os demais integrantes do grupo).

Diferentemente de Dudek et al., Sahin [2005] restringe a forma de comunicação de modo que os robôs deveriam ter capacidades limitadas de sensoriamento e comunicação local. Desse modo, garantir-se-ia uma forma de coordenação distribuída entre os robôs,

enquanto que o uso de comunicação global implicaria em mecanismos de coordenação não escaláveis. No âmbito da abordagem minimalista proposta por Sharkey [2007], o mecanismo de comunicação mais utilizado tem sido a stigmergia, no qual o ambiente é utilizado como o único meio de comunicação, em consonância com o objeto de inspiração utilizado. Entretanto, estudos como os de Hölldobler and Wilson¹, (citado por [Sharkey, 2007]), têm mostrado que insetos, tais como as formigas, também trocam informação diretamente por meio de contato físico.

A composição do enxame consiste em uma característica relevante, pois o objeto de inspiração natural é comumente referenciado por possuir entidades simples e homogêneas. No entanto, no âmbito de sistemas robóticos, um enxame pode ser homogêneo ou heterogêneo. O conceito de composição apresentado nesses trabalhos se estende um pouco além das características estruturais dos robôs, de modo que robôs homogêneos fisicamente podem ser diferenciados por comportamentos ou algoritmos de controle.

Com relação à simplicidade dos integrantes de um enxame, Sahin [2005] defende que enxames de robôs devam possuir integrantes cujas capacidades sejam limitadas no que diz respeito à tarefa a ser executada. Desse modo, os robôs deveriam ser incapazes ou ineficientes para solucionarem a tarefa individualmente. Nesse sentido, a cooperação entre os integrantes do sistema se torna uma característica essencial para a execução da tarefa. Além disso, a utilização de grandes grupos de robôs simples deveria aumentar a robustez e a performance do sistema. Tal característica não impõe qualquer restrição sobre a complexidade do hardware ou software dos robôs, visto que a incapacidade ou ineficiência dos robôs está relacionada à tarefa a ser executada.

A abordagem minimalista apresentada em [Sharkey, 2007] estabelece um comprometimento com o uso de entidades robóticas simples, no entanto se propõe a ser escalável em decorrência de limitar localmente o controle e a comunicação. Nessa abordagem, os robôs são mais baratos, robustos e aptos a responder rapidamente a mudanças no ambiente. Trabalhos relacionados à abordagem minimalista têm utilizado os insetos como objeto de inspiração. Nesse sentido, impõe-se um limite com relação às habilidades dos agentes, o que garante a manutenção da escalabilidade do sistema. Além disso, a complexidade dos robôs não constitui uma característica relevante, devido ao fato de suas interações serem locais e descentralizadas.

Com base nesses trabalhos, percebe-se uma interseção de características que têm sido utilizadas para caracterizar a área de enxames robóticos como, por exemplo: autonomia, tamanho do enxame, robustez, flexibilidade, escalabilidade, composição do grupo, comunicação e sensoriamento local. Apesar de tais características não terem

¹Hölldobler, B. and Wilson, E. O. (1990). *The Ants*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

sido estabelecidas com o propósito de definir completamente as fronteiras dessa nova área, as mesmas podem servir de base para nortear o desenvolvimento de novos trabalhos. Assim, normalmente é esperado que desenvolvimentos baseados em enxames de robôs possuam tais características, mesmo que algumas delas não estejam tão evidentes.

A seguir será apresentada uma visão geral de alguns dos domínios de aplicação em que se tem utilizado enxames robóticos como método de solução de problemas.

2.3.2 Alguns domínios de aplicação

As aplicações de enxames robóticos ainda se restringem, principalmente, aos ambientes de pesquisa. Em decorrência disso, vários domínios de aplicação têm sido utilizados como plataformas de teste para uma variedade de algoritmos de coordenação de enxames de robôs. Tais algoritmos possuem características em comum, apesar de apresentarem comportamentos emergentes distintos. Dentre essas características, tem-se: autonomia, controle descentralizado, sensoriamento e comunicação locais, simplicidade do mecanismo de controle e escalabilidade. A seguir serão apresentados alguns desses algoritmos e uma breve descrição dos mesmos.

Agregação

A agregação consiste em um mecanismo para agrupar elementos de um sistema em uma região do espaço. Na Robótica Móvel, o problema de agregação consiste em reorganizar a disposição espacial de robôs espalhados aleatoriamente no ambiente. Utilizando uma abordagem centralizada, a solução desse problema torna-se um tanto quanto trivial. Todavia, em sistemas de controle descentralizado, com entidades autônomas e com capacidades sensoriais limitadas, tal problema apresenta complexidade considerável. Para ilustrar isso, o uso de uma abordagem nos quais os robôs se deslocam em direção ao vizinho mais próximo pode gerar vários grupos ao invés de um único.

Em estratégias descentralizadas, normalmente faz-se uso de abordagens que consideram *feedbacks* (positivo e negativo) em relação aos integrantes do grupo e o ambiente. O primeiro se apresenta como uma força atrativa em direção a alguma fonte, enquanto que o segundo provê alguma forma de repulsão entre os componentes do sistema, de forma a controlar a formação da agregação. Alguns exemplos de trabalhos nessa área são [Trianni et al., 2003], [Soysal et al., 2007] e [Kumar & Garg, 2011].

Controle de formação

Alguns comportamentos observados em bandos de pássaros, cardumes de peixes, entre outras espécies de animais, além de sociedades de insetos, são considerados controle de formação. Tais comportamentos emergem da cooperação local entre os membros do grupo, cujas distâncias e orientação são mantidas aproximadamente constantes. Em enxames robóticos, o controle de formação consiste na coordenação de um grupo de agentes no sentido de se estabelecer e manter determinada formação geométrica.

Bahceci et al. [2003] classificam os estudos nessa área em dois grupos: centralizado e descentralizado. No controle de formação centralizado a coordenação do grupo é feita por uma entidade centralizadora que normalmente possui informação global do ambiente (tais como um mapa) e que tem a capacidade de controlar diretamente os demais integrantes. Por outro lado, o controle descentralizado faz uso de métodos de controle de formação distribuídos com o intuito de alcançar a coordenação do grupo.

Algoritmos de controle de formação que requerem informação global tendem a ser limitados no que diz respeito à escalabilidade. Além disso, costumam necessitar de um tempo maior de inicialização e são mais suscetíveis à falhas. No entanto, permitem um controle de formação mais preciso, além de viabilizarem maior variabilidade de formações. Por outro lado, algoritmos que utilizam informação local obtidas por intermédio de leituras sensoriais tendem a ser mais escaláveis, robustos e fáceis de construir. Contudo, tais algoritmos são mais limitados no que diz respeito à precisão e à variabilidade das formações. O controle de anéis de satélites em órbita [Martin et al., 2001], o controle de grupos de veículos aéreos não tripulados [Koo & Shahruz, 2001] e a movimentação em formação [Carpin & Parker, 2002] têm sido algumas das aplicações que fazem uso de técnicas de controle de formação.

Abordagens hierárquicas também têm sido empregadas em tarefas de controle de formação. Em [Chaimowicz & Kumar, 2004] é proposta uma arquitetura hierárquica na qual veículos aéreos não tripulados são utilizados para controlar um enxame de veículos terrestres. Esses últimos são organizados em grupos, os quais são monitorados e conduzidos pelos veículos aéreos, por meio de uma abordagem deliberativa. Assim, os veículos aéreos controlam a forma, a pose e a movimentação dos grupos, permitindo que os mesmos possam ser divididos ou unidos para a execução de determinadas tarefas, tais como a cobertura de uma região ou a transposição de obstáculos. Uma característica importante dessa arquitetura é referente à escalabilidade, uma vez que os requisitos de comunicação são restritos.

Santos & Chaimowicz [2011] propõem o uso de hierarquias para lidar com problemas de congestionamento em enxames robóticos. Nesse trabalho, a abstração geomé-

trica utilizada para cada hierarquia é uma elipse. Grupos de robôs submetidos a uma abstração são controlados implicitamente por intermédio do controle dessa abstração, o que é feito nesse trabalho por meio da mudança dos parâmetros da elipse. Campos potenciais são empregados nas leis de controle e um algoritmo de desvio de obstáculos foi proposto, tendo como base a interseção dessas hierarquias. Dessa forma, robôs submetidos a hierarquias distintas, porém objetivando visitar uma mesma região no ambiente, evitam o congestionamento associado a essa tarefa por meio do controle das abstrações.

Dispersão

Um dos primeiros algoritmos utilizados em enxames robóticos foi a dispersão uniforme em ambientes internos. No problema de dispersão, o desafio é obter uma disposição uniforme dos robôs na área de atuação, de modo a maximizar a área de cobertura, enquanto mantém os robôs em uma rede conectada por intermédio de algum mecanismo de comunicação. Uma forma comumente empregada para efetuar a dispersão consiste em identificar os k vizinhos mais próximos de cada robô, calcular a resultante das forças exercidas nesse subgrupo e utilizá-la para definir o movimento do robô. A movimentação conjunta dos robôs resulta em uma distribuição espacial uniforme no ambiente. Estudos empíricos têm sido utilizados para se definir o valor de k . A Figura 2.5 ilustra a aplicação desse algoritmo, conforme apresentado em [Mclurkin & Smith, 2004]. Muitas aplicações no âmbito de enxames de robôs necessitam de algoritmos que possibilitem aos integrantes do enxame efetuar a cobertura de toda a área de exploração. Exploração de ambientes e busca por sobreviventes constituem aplicações em potencial para o emprego de técnicas de dispersão.



Figura 2.5: Dispersão espacial em ambiente interno [Mclurkin & Smith, 2004].

Em [Alitappeh & Pimenta, 2014], os autores incorporam segurança ao problema de dispersão. Para isso, a dispersão segura de um grupo de robôs no ambiente é

tratada com um problema de otimização. Diagramas de Voronoi são utilizados para maximizar a distância em relação a obstáculos estáticos dispostos no ambiente. Uma nova métrica de distância é proposta, sendo a mesma mais realística para este tipo de problema quando comparada à distância Euclidiana. A abordagem proposta considera um algoritmo distribuído que calcula de maneira eficiente uma solução para o problema.

Forrageamento

Em sistemas sociais biológicos, o forrageamento (*foraging*) consiste no ato de explorar o ambiente em busca de alimentos. Inspirados nesse comportamento, diversos trabalhos têm se utilizado de algoritmos de coordenação para efetuar coleta de objetos dispostos no ambiente [Balch, 1999]. Várias técnicas têm sido utilizadas, desde aquelas advindas da área de *Swarm Intelligence* [Bonabeau et al., 1999; Liu & Passino, 2000] quanto de áreas clássicas da Robótica.

Nos algoritmos de forrageamento, a comunicação entre os integrantes de um enxame de robôs têm sido implementada basicamente de duas formas: comunicação indireta e comunicação direta. Na comunicação indireta, comumente denominada estigmergia, os integrantes do enxame utilizam o ambiente como único meio de comunicação. Alguns insetos sociais, entre eles as formigas, depositam uma substância denominada feromônio no ambiente e, por meio dessa, estabelecem um processo de comunicação com outros elementos da sociedade. Na literatura existem vários trabalhos que utilizam enfoques diferentes para implementar feromônios virtuais, tais como [Payton et al., 2003] e [Panait & Luke, 2004]. No entanto, alguns poucos trabalhos, como por exemplo [Russell, 2000], apresentam experimentos com feromônios reais.

A técnica de *Swarm Intelligence* denominada *Ant Colony Optimization* (ACO) (ver [Dorigo & Stützle, 2002]) utiliza o conceito de feromônio para implementar algoritmos que solucionam problemas de otimização combinatória. Com os bons resultados advindos da aplicação dessa técnica, pesquisadores em Robótica vêm utilizando a mesma em suas pesquisas. Em [Juan-ping et al., 2010], por exemplo, o conceito de feromônio foi utilizado para implementar a comunicação indireta entre os integrantes do sistema.

Payton et al. [2003] propõem um mecanismo de troca de mensagens para implementar o conceito de feromônio. Desse modo, ao invés de utilizar o meio, os robôs estabelecem comunicação com integrantes do grupo que se encontram dispostos em suas vizinhanças. Por meio de um processo de troca de mensagens em cascata, todos os integrantes do enxame recebem uma determinada informação. De modo a manter coerência com o objeto de inspiração, os autores preservaram algumas características

essenciais: (i) as mensagens (feromônios) são localmente transmitidas sem destinatário definido; (ii) utiliza-se uma técnica de gradiente para difusão das mensagens; e (iii) a intensidade dos feromônios decaem com o tempo. A Figura 2.6 ilustra a referida técnica de difusão de mensagens.

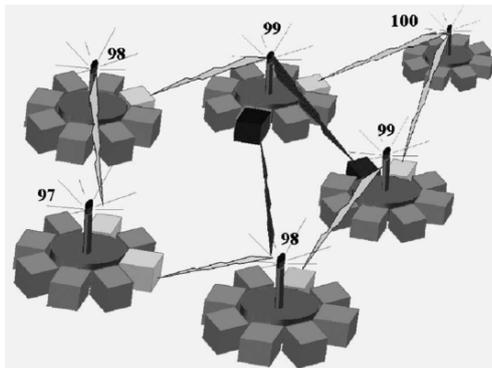


Figura 2.6: Aplicação de técnica de gradiente para difusão de mensagens (feromônios) [Payton et al., 2003].

Segregação

A segregação em sistemas biológicos consiste em um mecanismo de criação de grupos funcionais. Esse mecanismo efetua a separação de elementos que compartilham determinadas características. Tal mecanismo é amplamente encontrado na natureza como, por exemplo, na segregação celular para formação de tecidos e na segregação social que dá origem a grupos sociais ou sociedades. Nesses sistemas, a segregação tem um papel fundamental, uma vez que compõe a base da emergência de várias formas de cooperação. Diferentes formas de segregação têm sido implementadas em enxames robóticos como, por exemplo, as encontradas nos trabalhos de Groß et al. [2009], Kumar et al. [2010], Santos et al. [2014] e Filho & Pimenta [2015]. Nesses trabalhos, funções potenciais têm sido aplicadas para propiciar a formação de grupos homogêneos.

Em [Kumar et al., 2010], a segregação é empregada para dividir um enxame em dois grupos, cujos integrantes compartilham características em comum. Santos et al. [2014] generalizam a abordagem proposta em [Kumar et al., 2010] ao permitir a divisão do enxame em um número maior de grupos. Apesar dos controladores utilizados nesses trabalhos serem distribuídos, os robôs necessitam de informações de todos os integrantes do grupo e os subgrupos gerados têm de ser balanceados. Filho & Pimenta [2015] abordam o problema da segregação com o uso de abstrações e provêm uma prova de convergência para a segregação de múltiplos grupos. Além disso, a abordagem

proposta não exige o recebimento de informações de todos os integrantes do enxame durante todo o tempo.

Transporte cooperativo

A captura de presas em colônias de formigas (Figura 2.7a) é um dos exemplos comumente encontrado na natureza no que se refere ao transporte cooperativo de itens. Normalmente, uma formiga encontra uma presa e tenta levá-la para o ninho. Não conseguindo obter êxito nessa tarefa, a mesma recruta outras formigas para ajudá-la. Esse processo continua até que a presa seja levada ao ninho ou até que as formigas desistam da tarefa.



Figura 2.7: Transporte cooperativo: (a) sistemas naturais e (b) sistemas robóticos [Costa et al., 2012].

Estudos em Robótica têm utilizado esse tipo de comportamento como inspiração para desenvolver algoritmos de controle que permitam solucionar tarefas de transporte coordenado de itens. Em [Kube & Bonabeau, 2000] é apresentada uma visão geral da área, enquanto que em [Costa et al., 2012] é apresentada uma metodologia para identificação e posterior transporte de itens (Figura 2.7b). Normalmente são necessários pelo menos dois robôs para se completar tarefas desse tipo, porém o aumento no número de integrantes viabiliza uma melhora na eficiência, robustez e no desempenho do sistema.

2.4 Localização de Robôs Móveis

O problema de localização pode ser resumido em se responder à seguinte pergunta: “Onde estou?”. No âmbito da Robótica, essa pergunta deve ser respondida sob o ponto de vista do robô. Para isso, um robô deverá utilizar as informações que se encontram disponíveis para identificar sua localização relativa ao ambiente. Nessa perspectiva,

quando a resposta à pergunta for satisfatória, ou seja, a mesma caracterizar bem a localização real do robô no ambiente, o mesmo estará apto a atuar de forma autônoma. A solução para o problema de localização tem sido considerado como peça fundamental para prover um robô móvel com capacidades verdadeiramente autônomas [Borenstein et al., 1997; Thrun et al., 2001; LaValle, 2006].

Determinar a localização de um robô em relação a um sistema de coordenadas inercial (global) é essencial para diversas tarefas, tais como planejamento de caminhos [LaValle, 2006], exploração de ambientes [Burgard et al., 2000] e mapeamento [Thrun, 2002]. Conforme discutido na Seção 2.1, a localização de um robô no espaço bidimensional pode ser representada por sua pose $\mathbf{q} = (x, y, \theta)$, sendo $\mathbf{p} = (x, y)$ sua posição em relação a um sistema de coordenadas inercial (X_W, Y_W) e θ sua orientação nesse sistema de coordenadas.

Na Robótica Móvel, o problema de localização consiste em determinar a pose do robô, uma vez que o mesmo necessita de pelo menos alguma ideia de onde esteja para poder operar e agir de maneira satisfatória no ambiente [Borenstein et al., 1997]. A dificuldade em solucionar um problema de localização está diretamente associada às informações disponíveis para o robô. Normalmente, um robô tem acesso a dois tipos de informação: na etapa de inicialização, um robô pode ter acesso a alguma informação inicial (*a-priori information*) disponibilizada por um agente externo ou obtida diretamente pelo próprio robô; por outro lado, um robô pode obter informações do ambiente por intermédio das ações e observações efetuadas durante a navegação (*a-posteriori information*).

Normalmente, uma informação inicial descreve de alguma forma o ambiente onde o robô se encontra. Essa informação descreve características do ambiente invariantes no tempo de modo que o robô possa utilizá-las para se localizar. Uma forma bastante usual de informação inicial são os mapas. Um mapa consiste em uma representação do ambiente e, considerando-se a representação espacial, o mesmo pode ser classificado, basicamente, como métrico ou topológico.

Mapas métricos (Figura 2.8) são estabelecidos com base em um sistema de coordenadas nos quais a localização dos objetos é numericamente determinada. Representações por grades de ocupação ou primitivas geométricas têm sido amplamente utilizadas nessa classe de mapas. A divisão do ambiente em células e a respectiva associação de informações referentes à ocupação dessas células compõem as principais características da representação por grades de ocupação [Elfes, 1990]. Na representação métrica, primitivas geométricas, tais como pontos, linhas, entre outras, são utilizadas para representar objetos dispostos no ambiente. Dependendo da resolução utilizada na representação métrica do ambiente, a computação executada sobre esse tipo de mapa

pode se tornar extensa. Desse modo, faz-se necessário estabelecer um *trade-off* adequado entre a resolução da representação e a capacidade de se localizar com base nessa representação, tendo em vista as características do robô e da tarefa sendo executada.

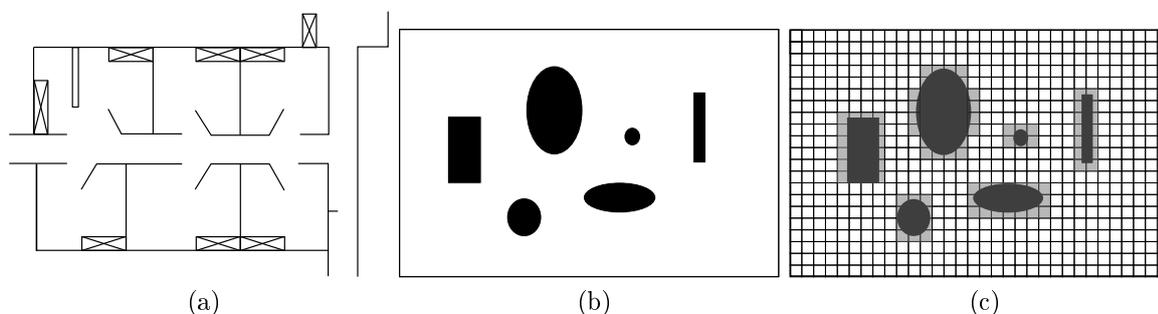


Figura 2.8: Exemplos de formas de representação do conhecimento em um mapa métrico. Mapas métricos, tais como apresentados em (a) e (b), são estabelecidos utilizando sistemas de coordenadas, nas quais a localização de objetos é determinada por meio de pares ordenados (espaço bidimensional). Em (c) é apresentada uma discretização do mapa (b) em células, tais como ocorre na representação por grades de ocupação.

Mapas topológicos (Figura 2.9) representam a informação de conectividade entre regiões do ambiente. Esses mapas descrevem características específicas do ambiente e suas respectivas posições. Além disso, os mapas topológicos definem as formas de se transitar de um local para outro no mapa. Desse modo, tais mapas normalmente não utilizam informações métricas relacionadas a um sistema de coordenadas. Grafos têm sido amplamente utilizados nesse contexto, tendo em vista a capacidade de representação dessa estrutura de dados e a gama de algoritmos desenvolvidos para manipulação da mesma. Mapas topológicos possuem a vantagem de necessitarem de um menor espaço de armazenamento, tendo em vista que os mesmos representam o ambiente de maneira mais compacta. Apesar dessa vantagem, informações de localização do robô podem se tornar menos precisas nessa abordagem, uma vez que um nó do grafo pode representar uma região ampla do ambiente.

O outro tipo de informação que um robô móvel tem acesso é advindo de sua capacidade de navegação. Um robô tipicamente executa dois tipos de ações: ele atua no ambiente por meio de seus atuadores e percebe o ambiente por intermédio de seus sensores. Essas ações estabelecem tipos específicos de informações que podem ser utilizadas pelo robô para estimar sua localização no ambiente: informações proprioceptivas e exteroceptivas.

Os atuadores de um robô móvel, tais como rodas e pernas, compõem seu sistema de condução (*driving system*). Tal sistema é responsável diretamente pela mudança da pose do robô. O conhecimento do modelo que rege o funcionamento desse sistema per-

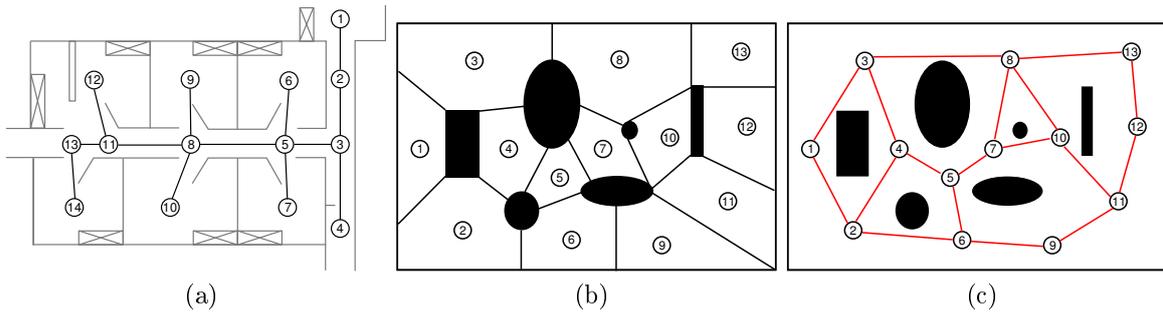


Figura 2.9: Exemplos de representação de um mapa topológico. A representação topológica de um mapa, tais como aquelas apresentadas em (a) e (c), descreve informações de conectividade entre regiões distintas do ambiente. Em (b), o ambiente é dividido em regiões rotuladas a serem utilizadas para a definição do mapa topológico em (c).

mite prever os efeitos das ações executadas pelo robô, de modo a obter uma indicação da localização do mesmo após a execução dessas ações. O monitoramento desse tipo de sistema por meio de sensores permite estimar o deslocamento efetuado pelo robô. O resultado desse monitoramento é comumente referenciado como medidas de posição relativas ou medidas proprioceptivas. Devido a isso, sensores utilizados para esse fim são geralmente denominados sensores proprioceptivos. Esses sensores monitoram e controlam o estado interno do robô, tais como o movimento, a aceleração e a direção. Devido ao fato desses sensores não utilizarem informações externas, as medidas proprioceptivas são estabelecidas em relação à configuração do estado interno definido em um instante anterior. Exemplos desse tipo de sensor são o odômetro e os sensores inerciais.

Uma vez conhecida a pose do robô, medidas de posição podem ser utilizadas para estabelecer novas poses relativas àquela estabelecida anteriormente. Tais medidas são obtidas por intermédio do acompanhamento do deslocamento $(\Delta x, \Delta y, \Delta \theta)$ efetuado pelo robô (Figura 2.10). Esse procedimento é comumente denominado rastreamento de posição (*position tracking*). Técnicas de *dead reckoning*, tais como odometria, têm sido amplamente utilizadas para esse fim. O princípio dessas técnicas consiste no emprego de sensores proprioceptivos para estimar uma nova pose utilizando a observação do deslocamento efetuado pelo robô. Tal medição é efetuada por intermédio da integração da informação local de movimentação incrementada com o transcorrer do tempo.

Uma forma simples e bastante utilizada para implementar a odometria em robôs móveis com rodas consiste em acoplar *encoders* no eixo de rotação das rodas do robô (Figura 2.11a). Com isso, pode-se medir as velocidades do robô com base em um referencial inicial e, conseqüentemente, estimar a localização do robô no decorrer do tempo. A incerteza inerente à utilização desse tipo de sensor degrada as estimativas de

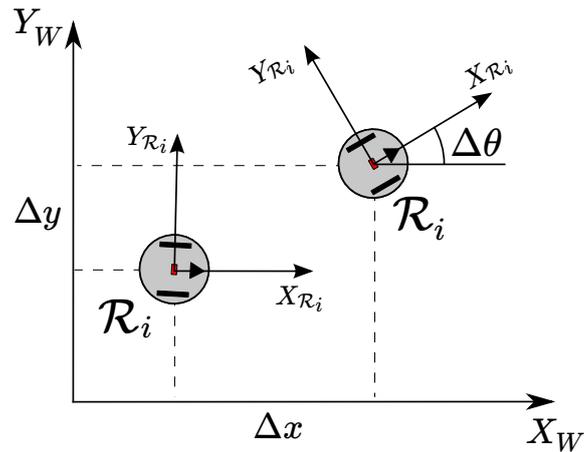


Figura 2.10: Deslocamento $(\Delta x, \Delta y, \Delta \theta)$ do robô \mathcal{R}_i em relação a um sistema de coordenadas inercial (X_I, Y_I) . O sistema de coordenadas $(X_{\mathcal{R}_i}, Y_{\mathcal{R}_i})$ é local a \mathcal{R}_i .

localização. Devido ao fato dessa incerteza estar confinada a uma região próxima àquela onde se encontra a verdadeira pose do robô, tal incerteza tem sido comumente modelada por intermédio de uma distribuição de probabilidades unimodal. Em decorrência dos sensores utilizados e do confinamento da incerteza em torno da verdadeira localização, tal tipo de localização é frequentemente denominado de localização relativa (local).

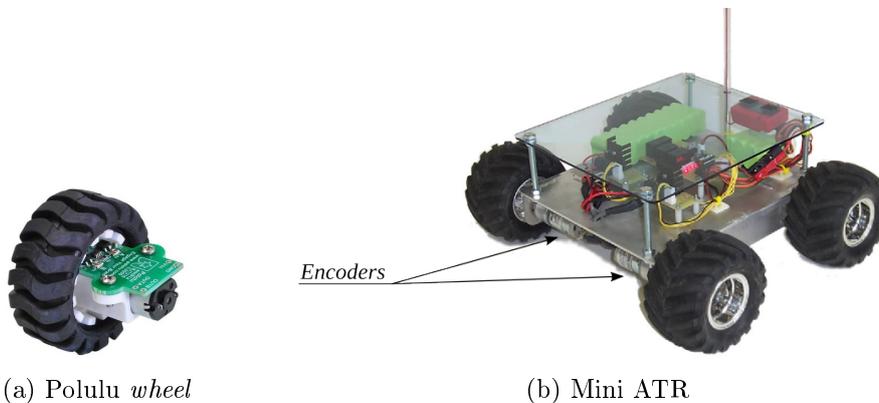


Figura 2.11: Sensor proprioceptivo: (a) *encoder* [Robotics & Eletronics Pololulu, 2012]; (b) *encoders* instalados no eixo de rotação das rodas de um veículo robótico [SuperDroid Robots Inc., 2012].

A estimativa de localização de um robô, tendo como base a instrumentação das rodas, é sujeita a erros devido a vários fatores. Tais erros são comumente classificados como sistemáticos ou não sistemáticos (aleatórios). Erros sistemáticos são previsíveis e integrados constantemente, enquanto que erros não sistemáticos são imprevisíveis, podendo ocorrer a qualquer momento. Desse modo, erros sistemáticos distorcem a informação de localização de modo gradativo, enquanto que erros não sistemáticos

podem distorcer de maneira significativa e repentinamente a informação de localização. Diferença no diâmetro das rodas, tal como o desalinhamento, além de resolução e taxa de amostragem limitadas dos *encoders* são exemplos de causas de erros sistemáticos. Por outro lado, a movimentação de um robô em solo irregular é uma das situações em que erros não sistemáticos podem ocorrer, pois tal irregularidade pode ocasionar o deslizamento das rodas (*wheel-slippage*) devido à aceleração exagerada ou ausência de atrito com o solo. Além disso, o movimento de giro do robô em velocidades mais altas pode gerar perda de tração e derrapagem (*skidding*), o que consiste em outra fonte em potencial para a geração de erros não sistemáticos.

A incerteza decorrente da utilização desse tipo de sensor nas técnicas de *dead reckoning* acarreta um acúmulo de erros proporcional à distância percorrida pelo robô. Conseqüentemente, tem-se um incremento significativo na incerteza associada à informação de localização quando o robô percorre grandes distâncias. Erros sistemáticos podem ser reduzidos por intermédio da calibração do sistema. Alguns trabalhos, dentre eles [Borenstein & Feng, 1996], têm mostrado que a adequada calibração de um sistema de *dead reckoning* pode diminuir significativamente a influência desse tipo de erro no resultado final da localização. No entanto, tal calibração não elimina totalmente os erros sistemáticos devido ao fato dos mesmos serem originados de diversas fontes, sendo impraticável e, por vezes, impossível a detecção de todas essas fontes.

Sensores exteroceptivos podem ser utilizados para extrair informações do ambiente de modo a proverem uma visão momentânea do entorno de um robô. Tais informações são comumente denotadas na literatura como observações. Observações relacionadas à pose atual do robô por meio de sensores exteroceptivos são independentes de estimativas anteriores relacionadas à sua localização. Desse modo, tais observações estabelecem medidas de posição absoluta, comumente referenciadas como medidas exteroceptivas. Com esse termo busca-se enfatizar que as informações geradas por esses sensores não estão relacionadas ao estado interno do robô, mas sim a informações externas ao mesmo, ou seja, aquelas disponíveis no ambiente. Exemplos desse tipo de informação são estimativas de distância relativas a objetos dispostos no ambiente ou estimativas associadas à forma desses objetos. Tais medidas são referentes ao sistema de coordenadas local do robô, sendo os sonares, os lasers, os sensores de infra-vermelho e as câmeras alguns exemplos de sensores empregados para esse fim.

Com o auxílio de sensores exteroceptivos, um robô obtém informações do ambiente e busca estabelecer uma associação com as informações contidas em um mapa previamente conhecido, de modo a determinar sua possível localização. Distribuições de probabilidade multimodais e técnicas de amostragem probabilística têm sido amplamente utilizadas para modelar a incerteza de localização do robô [Thrun et al., 2005].

Métodos de localização baseados nessas estratégias são comumente denominados de métodos de localização absoluta (global).

Conforme descrito anteriormente, as medidas de posição absoluta em geral oferecem informações da localização do robô de forma independente das estimativas de localização anteriores. Isso ocorre porque a informação de localização gerada não é baseada na integração de uma sequência de medidas, mas sim na observação efetuada. Diferentemente das técnicas de *dead reckoning*, as técnicas que utilizam medidas de posição absoluta possuem a vantagem de controlar melhor o erro associado à medição, uma vez que o mesmo está relacionado unicamente à observação em questão.

Medidas de posição absoluta podem ser utilizadas para amenizar os erros gerados pelo emprego das técnicas de *dead reckoning*. Uma forma de se fazer isso é por meio do emprego de técnicas baseadas na detecção de marcos (*landmark-based techniques*) [Owen & Nehmzow, 1998; Lazanas & Latombe, 1995]. Os marcos consistem em características do ambiente que um robô pode distinguir e, portanto, as observações exteroceptivas podem ser analisadas por um robô com o intuito de se detectar marcos. Quando ocorre a detecção de um marco, o mesmo é associado a uma informação do ambiente (mapa) com vistas a determinar a localização atual do robô. Os marcos podem ser artificiais ou naturais, tais como ativos ou passivos.

Marcos artificiais são projetados para serem facilmente detectados por robôs. Desse modo, um marco artificial é posicionado em um ponto específico no ambiente com o propósito de facilitar seu acesso e identificação. A Figura 2.12a apresenta um exemplo em que marcos artificiais são posicionados no ambiente para auxiliar o processo de localização do robô. Por serem projetados para auxiliar os robôs, os marcos artificiais são confeccionados de modo que sua posição seja determinada de forma não ambígua. Por outro lado, marcos naturais como, por exemplo, portas e encontros de paredes não são elementos projetados com o propósito de auxiliar a tarefa de localização. Tais marcos fazem parte do ambiente e, portanto, faz-se necessário a utilização de técnicas mais elaboradas para detecção e identificação dos mesmos.

Marcos ativos (*beacons*), tais como satélites e sistemas de rádio frequência, emitem regularmente informações de localização. Nesses sistemas, as informações de localização podem estar disponíveis a grandes distâncias ou em regiões específicas do ambiente (Figura 2.12b). Em contrapartida, os marcos passivos (Figura 2.12a) não emitem informações de localização. Desse modo, a informação de localização disponibilizada por esse tipo de marco deve ser detectada diretamente por algum tipo de sensor exteroceptivo do robô, dentro de uma faixa de alcance restrito.

Os marcos, independentemente de seu tipo, possuem localização conhecida, o que viabiliza ajustar a crença que o robô possui com relação à sua pose atual. Técnicas de

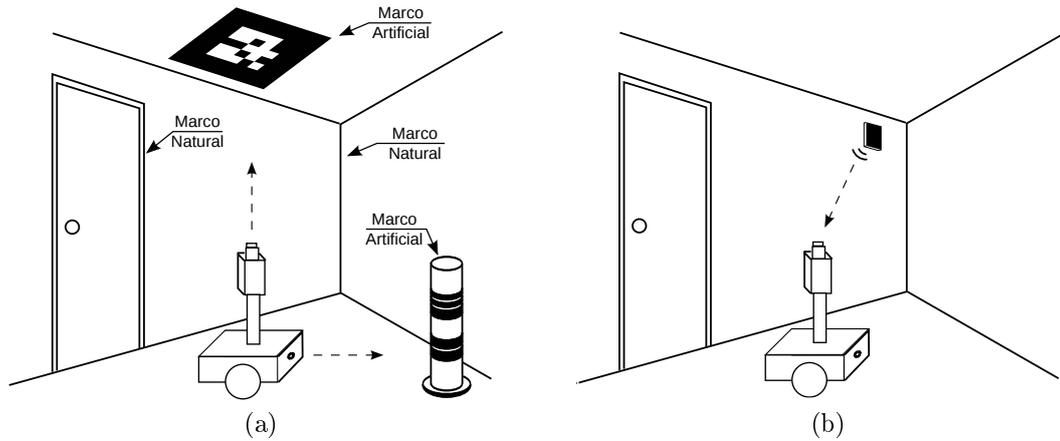


Figura 2.12: Exemplos de marcos passivos e ativos presentes em um ambiente. Em (a), marcos passivos (artificiais ou naturais) são utilizados pelo robô para melhorar sua estimativa de localização, enquanto que em (b) o robô recebe informações advindas de um marco ativo (*beacon*).

Localização de Monte Carlo (MCL, do inglês *Monte Carlo Localization*) e outros filtros probabilísticos [Thrun et al., 2005] têm sido amplamente utilizadas com esse propósito. Nessas técnicas, métodos de amostragem probabilística são utilizados para representar densidades de probabilidade. Assim, distribuições de probabilidade são aproximadas por conjuntos de amostras.

No problema de localização global, a crença inicial de um robô é normalmente representada por um conjunto de poses gerado por uma distribuição de probabilidades uniforme sobre o espaço de atuação do robô (Figura 2.13a). Por intermédio de sensores exteroceptivos, o robô verifica seu ambiente com vistas a identificar potenciais regiões onde possivelmente possa estar. Desse modo, as amostras dispostas nessas regiões são consideradas, enquanto que as demais amostras são descartadas ou amostradas novamente nessas potenciais regiões (Figura 2.13b). Esse processo é iterado continuamente até que as estimativas de localização condensem em uma dada região do espaço de atuação do robô, indicando sua mais provável localização.

Esses métodos baseados na observação de marcos ou de características do ambiente têm o potencial de reduzir o erro acumulado pela odometria. No entanto, tais métodos pressupõem o conhecimento prévio de um mapa do ambiente, da respectiva localização dos marcos nesse mapa ou de características identificáveis no ambiente que possam ser utilizadas para distinguir regiões específicas. Esse conhecimento nem sempre está disponível, o que restringe a utilização desses métodos na exploração de áreas desconhecidas e ambientes não previamente estruturados.

Sistemas de Posicionamento Global, do inglês *Global Positioning Systems* (GPS),

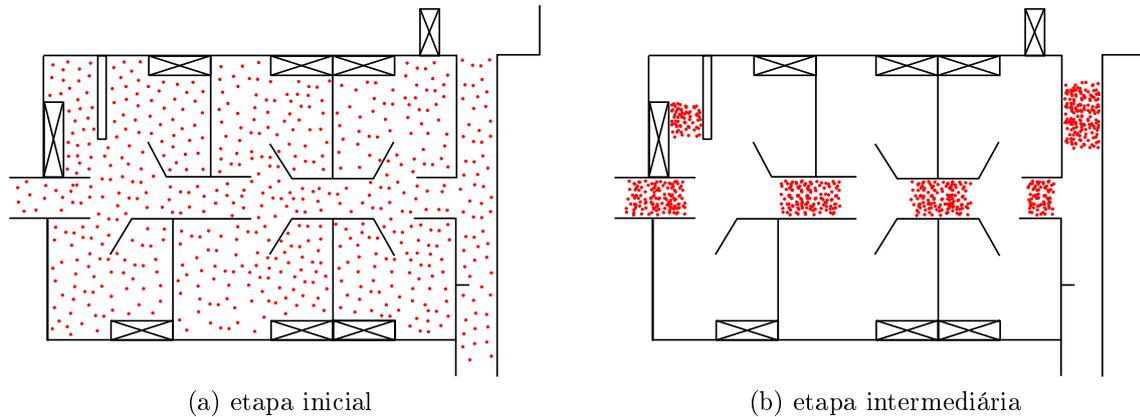


Figura 2.13: Etapas de um método de localização global baseado em técnicas de amostragem probabilística. Na etapa inicial (a) as amostras são distribuídas no ambiente segundo uma distribuição de probabilidades uniforme. Durante o processo iterativo de localização, o conjunto de amostras é reamostrado de acordo com as informações sensoriais recebidas. Em (b) é apresentada uma etapa intermediária desse processo iterativo.

têm sido utilizados para prover informações absolutas de localização em ambientes externos [Parkinson & Spilker Jr., 1996]. Apesar de sua ampla utilização, tais sistemas possuem algumas limitações, tais como precisão e cobertura. Além disso, esses sistemas possuem limitações para uso em ambientes internos ou próximos a grandes edificações. O sistema de posicionamento global amplamente utilizado nos dias atuais foi desenvolvido pelo departamento de defesa dos Estados Unidos. Esse sistema, denominado NAVSTAR GPS (*Navigation Signal Timing and Ranging Global Positioning System*), consiste em um conjunto de 24 satélites orbitando a Terra em ciclos de 12 horas e a uma altura de aproximadamente 11900 milhas náuticas. Seis planos inclinados a 55° em relação ao plano do equador da Terra são definidos, sendo que em cada um estão dispostos 4 satélites (Figura 2.14a). Continuamente, informações de localização e sincronização são transmitidas pelos satélites de modo que as mesmas possam ser utilizadas para estimar a localização de receptores de GPS localizados na superfície terrestre.

As estimativas de localização são geradas utilizando técnicas de trilateração (Figura 2.14b), cujo cálculo é baseado na medição dos tempos de transmissão dos sinais de rádio emitidos pelos satélites e nas informações de localização momentânea dos transmissores. Devido ao fato dessas estimativas serem consideradas independentes entre si, sistemas de posicionamento global possuem a característica de não acumularem erro com o tempo [Parkinson & Spilker Jr., 1996]. Todavia, o processo de medição utilizado é sujeito à incerteza e ruído, principalmente devido aos seguintes fatores: tempo de

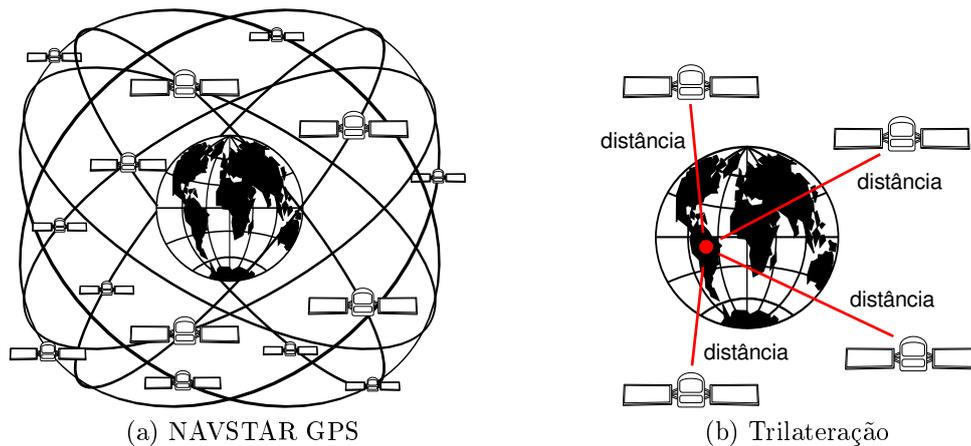


Figura 2.14: (a) Sistema de Posicionamento Global NAVSTAR desenvolvido pelo departamento de defesa dos Estados Unidos. Em (b), tem-se uma ilustração simplificada do processo de trilateração utilizado para localizar receptores de GPS situados na superfície terrestre.

sincronização entre transmissores e receptores; localização em tempo real da posição dos transmissores; precisão das medições do tempo de propagação do sinal de rádio; interferências; e distâncias envolvidas no processo. Conseqüentemente, a precisão das informações de localização obtidas por intermédio de um GPS pode variar sensivelmente e limitar o seu uso em algumas situações.

Sistemas de Posicionamento Global Diferencial, do inglês *Differential Global Positioning Systems* (DGPS), apresentam-se como potencial solução para a melhoria dessa precisão. A Figura 2.15 ilustra de maneira simplificada um DGPS, em que uma estação de referência com localização conhecida é instalada nas proximidades de onde se deseja localizar outros receptores. Com base na diferença entre a localização conhecida dessa estação e a localização estimada pelo GPS, pode-se identificar um padrão de erro a ser utilizado no ajuste das estimativas de localização dos demais receptores, melhorando consideravelmente a precisão do sistema. Apesar desses sistemas proporcionarem a melhoria da qualidade da localização estimada, o custo dos equipamentos ainda é alto, sendo esse um possível fator que contribui para o emprego limitado desse tipo de equipamento.

Sistemas de Posicionamento Global possuem limitações com respeito à sua utilização em ambiente internos e nas proximidades de grandes edificações. Com vistas a superar essas limitações, sistemas de localização global para ambientes internos, doravante denominados iGPS (do inglês, *indoor Global Positioning Systems*), têm sido desenvolvidos. Exemplos desse tipo de sistema são descritos em [Garcia et al., 2007] e [Michael et al., 2008]. Conforme ilustrado na Figura 2.16, esses sistemas utilizam

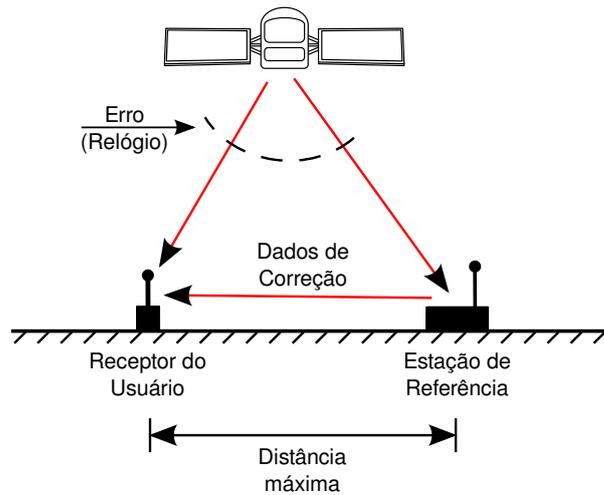


Figura 2.15: Sistema de Posicionamento Global Diferencial com uma estação de referência instalada nas proximidades de onde se deseja localizar receptores de GPS.

câmeras dispostas sobre determinada área de trabalho. Por intermédio de técnicas de Visão Computacional, tais sistemas estimam a pose de marcos visuais acoplados a objetos que se encontram dentro da faixa de alcance do sistema. A biblioteca para rastreamento de marcos visuais denominada ARToolkitPlus [Wagner & Schmalstieg, 2007] compreende uma ferramenta bastante empregada para implementar localização baseada em marcos. Sistemas iGPS apresentam precisão superior aos GPS devido ao fato de serem utilizados em ambientes altamente controlados. No entanto, os mesmos são normalmente confeccionados sob medida para utilização em locais específicos, o que compromete consideravelmente sua portabilidade, além de necessitarem de estruturação prévia do ambiente onde se deseja efetuar a localização.

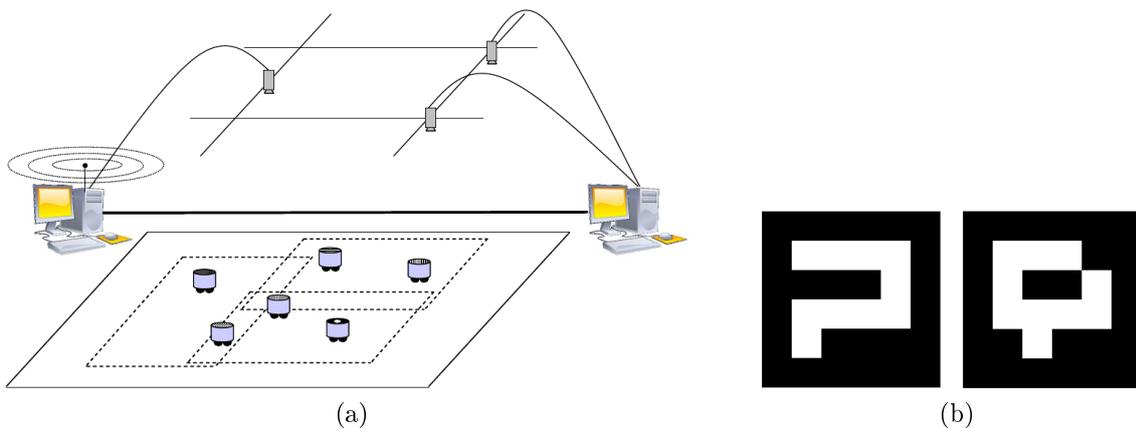


Figura 2.16: Exemplo de um sistema de localização global para ambiente interno (iGPS): (a) sistema de câmeras posicionadas sobre a área de atuação dos robôs (adaptado de [Garcia et al., 2007]); (b) exemplos de marcos visuais utilizados pela biblioteca ARToolkitPlus.

2.4.1 Algumas dimensões do problema de localização

Conforme descrito anteriormente, existem diferentes formas de se efetuar a localização de um robô. Dependendo do tipo de informação disponível, essa tarefa pode se tornar mais ou menos difícil. Diversos trabalhos, dentre eles [Thrun et al., 2005], têm proposto taxonomias para os problemas de localização. Tais taxonomias são estabelecidas com base no tipo de informação disponibilizada ao robô, tanto inicialmente quanto durante a execução da tarefa, além das características do ambiente, do tipo de controle empregado e do número de robôs utilizado. Devido à complexidade do problema de localização, o mesmo tem sido classificado utilizando diversas dimensões, cada uma responsável por caracterizar esse problema sob um determinado ponto de vista. No âmbito de cada dimensão tem-se diferentes graus de dificuldade. A seguir são apresentadas algumas dimensões do problema de localização.

Disponibilidade de informações

A disponibilidade de informações estabelece uma das dimensões do problema de localização. Nessa dimensão, um robô pode ter à sua disposição uma informação de sua pose inicial. Conforme descrito anteriormente, com base nessa informação inicial é possível efetuar um rastreamento da pose do robô utilizando sensores proprioceptivos, com o propósito de confinar a incerteza de localização nas proximidades da verdadeira localização do robô (método de localização relativa). Por outro lado, a ausência dessa informação inicial implica na necessidade de se estabelecer, globalmente, uma estimativa de localização para o robô (método de localização absoluta). Devido à escassez de informações, sensores exteroceptivos e técnicas probabilísticas são empregados para identificar regiões no ambiente onde seja mais provável do robô estar. A localização de um robô sem uma estimativa inicial se apresenta como um problema cuja solução é considerada mais difícil do que os problemas em que tal estimativa é disponibilizada. Um problema cuja solução é ainda mais difícil, comumente denominado problema do robô sequestrado, consiste em capturar o robô durante sua operação e posicioná-lo em um outro local do ambiente. Com isso, o robô poderia “acreditar” estar em um local diferente daquele que realmente está.

Técnicas de localização e mapeamento simultâneos, do inglês *Simultaneous Localization and Mapping* (SLAM), podem ser empregadas em situações nas quais não se tem conhecimento prévio do ambiente, nem informações a respeito da pose inicial do robô. Nessas técnicas, o robô constrói ou atualiza uma representação (mapa) do ambiente, enquanto se localiza utilizando tal representação. A definição de marcos no ambiente auxiliam na construção da representação, apesar da posição dos mesmos

não ser conhecida *a priori*. O objetivo dessas técnicas consiste em computar uma distribuição de probabilidades conjunta da posição dos marcos e do estado do sistema, dadas as observações e entradas de controle efetuadas. O trabalho de Durrant-Whyte & Bailey [2006] apresenta uma visão geral da técnica e os principais algoritmos utilizados.

Ambiente de atuação

O ambiente em que o robô atua compreende outra dimensão que tem sido considerada nas taxonomias propostas. Nessas taxonomias, um ambiente é normalmente classificado como estático ou dinâmico. Ambientes estáticos são caracterizados pelo fato de que a única informação que sofre variação no sistema é a pose do robô. Todos os demais objetos no ambiente permanecem fisicamente inertes. Desse modo, o estado do sistema pode ser representado pelo estado do robô, uma vez que o ambiente é imutável. Por outro lado, ambientes dinâmicos possuem entidades, que não o próprio robô, que mudam sua localização ou configuração. Assim, tais informações podem ser incorporadas ao estado do sistema juntamente com as informações pertinentes ao estado do robô. Localizar um robô atuando em um ambiente dinâmico é mais difícil devido a diversas questões que surgem em decorrência das constantes mudanças no estado do sistema.

Algoritmo de localização

Outra dimensão diz respeito ao algoritmo de localização utilizado, que pode ou não considerar a atuação do robô durante o processo de localização. Mecanismos que utilizam a atuação do robô são denominados mecanismos de localização ativa. Esses mecanismos visam instruir o robô a se movimentar para regiões do ambiente consideradas mais promissoras para o ajuste da sua crença de localização. Essas regiões são escolhidas de acordo com o algoritmo utilizado e levam em consideração o conjunto de informações disponíveis. Abordagens passivas não utilizam tais informações para facilitar o processo de localização, sendo consideradas mais fáceis de serem utilizadas.

Tipo de sistema robótico

Por fim, o problema de localização pode ser considerado no âmbito de sistemas constituídos por um único robô ou sistemas multirrobóticos. Em sistemas com um único robô, todo o conhecimento é adquirido por uma única plataforma. Desse modo, as etapas de tomada de decisão são facilitadas tendo em vista que o conhecimento disponível está sempre acessível ao robô. Por outro lado, em sistemas multirrobóticos, o conhecimento adquirido pelos diversos robôs deve ser utilizado para a tomada de decisão. Para isso, alguns sistemas utilizam uma unidade centralizadora que recebe

todas as informações e as processa de maneira centralizada. Tal processamento gera novas informações a serem enviadas para cada integrante do sistema.

A tomada de decisão em sistemas multirroboóticos pode também ser feita de maneira descentralizada. Dessa forma, o elemento centralizador deixa de existir e algoritmos de coordenação são utilizados para implementar a tomada de decisão em grupo. Sistemas multirroboôs viabilizam a divisão de determinada tarefa, de modo que as subtarefas possam ser executadas por entidades distintas do grupo. Conseqüentemente, essa divisão acarreta a necessidade da coordenação do grupo, além de se estabelecer meios para efetuar troca de informações, o que insere complexidade adicional ao mecanismo.

A localização dos integrantes de um sistema multirroboótico pode ser efetuada utilizando as características cooperativas e colaborativas do grupo. Nesse contexto, os robôs cooperam por meio do compartilhamento de informações com vistas a gerar uma estimativa conjunta de localização do grupo, normalmente efetuada por meio de técnicas probabilísticas (Apêndice A) e métodos de localização cooperativa (Seção 2.4.2). O filtro de Kalman [Kalman, 1960] e o algoritmo de Interseção de Covariâncias [Julier & Uhlmann, 1997, 2001] são empregados neste trabalho para a estimação e atualização das poses em etapas de localização cooperativa, de modo que uma breve introdução aos mesmos é apresentada nos Apêndices B e C, respectivamente.

2.4.2 Localização Cooperativa: principais conceitos

Inúmeras tarefas em Robótica Móvel exigem que um grupo de robôs atue em conjunto. Nesse contexto, melhores resultados podem ser alcançados quando os robôs cooperam ou são coordenados de maneira adequada. Geralmente, para que essa coordenação possa ocorrer de maneira eficiente, informações precisas de localização precisam estar disponíveis. No âmbito de sistemas multirroboóticos, o problema de localização ganha uma nova dimensão, passando a considerar as características coletiva e colaborativa do grupo. As informações de localização de cada membro tornam-se relevantes para o ajuste da qualidade da localização do grupo. Tem-se, então, uma estimativa de localização conjunta que visa minimizar os erros locais associados a cada componente do sistema, processo esse comumente denominado Localização Cooperativa.

A ideia geral das técnicas de localização cooperativa consiste na geração de uma estimativa *conjunta* da localização de um grupo de robôs. Tal estimativa é baseada no compartilhamento das informações de localização de *todos* os robôs do grupo. Desse modo, essas técnicas procuram solucionar o difícil problema de fusão de informações advindas de diversas fontes independentes e interdependentes, com vistas a gerar a

estimativa conjunta. Inúmeros trabalhos têm utilizado técnicas probabilísticas para gerar tais estimativas, tais como o filtro de Kalman [Roumeliotis & Bekey, 2002], o filtro de partículas [Fox et al., 2000] e a Estimção por Máxima Verossimilhança [Howard et al., 2002].

A geração da estimativa conjunta é efetuada por meio da fusão de informações proprioceptivas e exteroceptivas adquiridas pelos robôs. A utilização dos próprios robôs como marcos, ao invés do uso de marcos artificiais ou naturais dispostos no ambiente, apresenta-se como a principal fonte de informação sensorial exteroceptiva. Toda vez que a estimativa de localização de um robô é atualizada com base em informações advindas de outros robôs tem-se a ocorrência de uma etapa de localização cooperativa. Durante os intervalos entre as etapas de localização cooperativa, os robôs atuam independentemente e utilizam sistemas de *dead reckoning*, tais como odometria, para propagar suas estimativas de localização. Devido ao acúmulo permanente de incerteza decorrente da utilização desses sistemas, os encontros consistem em um esforço cooperativo para se efetuar a atualização das crenças individuais (locais) dos robôs e a consequente geração de uma estimativa conjunta de localização para o grupo.

A atualização da informação de localização de um robô, com base em outros robôs no grupo, apresenta-se como um desafio significativo, devido às inúmeras fontes de incerteza existentes nesse processo de localização. Conforme descrito anteriormente, sensores proprioceptivos e exteroceptivos incorporam incerteza nos processos em que são utilizados e apresentam medidas ruidosas. Devido ao fato dos robôs atuarem como marcos na localização cooperativa, os mesmos possuem incerteza associada às suas informações de localização, uma vez que são entidades dinâmicas que também se baseiam em informações sensoriais para gerar suas próprias estimativas de localização. Tem-se, então, essa fonte adicional de incerteza que deve ser adequadamente filtrada.

Diversos aspectos da localização cooperativa têm sido explorados em sistemas multirroboóticos, desde os tipos de técnicas probabilísticas utilizadas até a análise da complexidade dos algoritmos empregados. Estudos sugerem que a qualidade da estimativa de localização pode ser influenciada por vários fatores, dentre eles as estratégias de movimentação de grupo e o tipo de medida sensorial utilizada. Conforme será discutido no Capítulo 3, inúmeros trabalhos têm empregado técnicas de localização cooperativa para manter boas estimativas de localização em sistemas multirroboóticos. No entanto, o emprego de tais técnicas em sistemas compostos por grandes grupos de robôs ainda é pouco explorado. Nesse contexto surgem novos desafios, uma vez que a complexidade para se gerar de maneira descentralizada uma estimativa conjunta, além da manutenção do registro dessas estimativas, pode inviabilizar o uso de técnicas de localização cooperativa em sistemas reais compostos por um número significativo de robôs.

A maioria das técnicas de localização cooperativa empregadas em sistemas multirrobo pressupõe que seus integrantes podem se comunicar e trocar informações sensoriais a todo momento com todos os integrantes do grupo. Em enxames robóticos tal suposição é considerada um pouco forte, tendo em vista as restrições de processamento, sensoriamento e comunicação locais, decorrentes do tipo de robôs utilizados. Normalmente, nesse tipo de sistema os robôs empregados são mais simples e a execução de tarefas complexas é viabilizada por meio da adequada coordenação dos agentes.

O problema de localização cooperativa aplicado a enxames robóticos pode ser visto como um sistema de fusão descentralizada de dados. Esse tipo de sistema consiste em uma coleção de nós de processamento ligados via canais de comunicação [Julier & Uhlmann, 2001]. Nesse sistema, nenhum nó tem conhecimento da topologia inteira da rede e cada um executa sua tarefa utilizando somente as informações disponibilizadas pelos nós aos quais se encontra associado (nós vizinhos). Desse modo, nenhuma unidade centralizadora executa a fusão dos dados.

Em um enxame robótico cada robô (nó) possui sensores como fonte de informação. Desse modo, informações advindas de fontes distribuídas são propagadas pelo enxame (sistema) de modo que cada robô possa ter acesso a dados relevantes a serem usados no processamento de sua tarefa. Nesse sentido, o compartilhamento de informações sensoriais torna-se bastante relevante em grandes grupos de robôs ou em grupos heterogêneos, uma vez que capacidades individuais são propagadas pelo sistema e compartilhadas por seus membros. Um problema inerente à fusão descentralizada de dados diz respeito ao adequado tratamento de informações redundantes. Mais especificamente, os principais algoritmos de filtragem utilizados em sistemas multirrobo somente podem combinar informações a respeito de um dado ao assumirem que tais informações sejam independentes. No entanto, a suposição de independência pode gerar estimativas inconsistentes em inúmeras situações nas quais os dados não são verdadeiramente independentes. Nessas situações, o nível de interdependência entre as informações deve ser conhecido para que estimativas consistentes sejam geradas.

Conforme será apresentado no Capítulo 3, em sistemas multirrobo esse problema tem sido contornado de várias formas. Uma delas consiste em utilizar uma unidade centralizadora para gerar uma estimativa conjunta da localização de todos os integrantes do sistema. Devido ao fato dos dados estarem todos disponíveis para tal entidade, as informações de interdependência são mantidas e utilizadas cada vez que a estimativa conjunta é gerada. Em sistemas descentralizados, a ausência de uma entidade central exige que as informações associadas a uma etapa de localização cooperativa, juntamente com as informações de interdependência, sejam enviadas para os demais membros do grupo. Essa solução implica em uma rede totalmente conectada,

o que pode comprometer a escalabilidade e robustez do sistema. Além disso, o registro de tais informações deve ser mantido individualmente por cada integrante do grupo, de modo que cada robô possa gerar uma estimativa conjunta (ótima) de localização de maneira independente.

O filtro de Kalman é um estimador ótimo quando as estimativas utilizadas nas etapas de fusão sensorial são independentes ou se tem informações a respeito da interdependência de tais estimativas. No entanto, em enxames robóticos, o registro dessas informações e a complexidade para o processamento das mesmas impõe uma limitação significativa para a escalabilidade e a aplicação da localização cooperativa em sistemas reais. Consequentemente, a ausência desse registro pode gerar estimativas otimistas e comprometer a qualidade dos resultados.

O algoritmo de Interseção de Covariâncias é aplicado neste trabalho por se tratar de uma técnica que provavelmente gera estimativas consistentes quando não se tem informações a respeito das interdependências (ver Apêndice C). Desse modo, para o processamento descentralizado das estimativas, não se faz necessário a manutenção do registro das interdependências em cada entidade robótica, viabilizando assim uma solução escalável para o problema de localização cooperativa em enxames robóticos. No próximo capítulo será apresentada uma revisão de trabalhos selecionados na área de localização cooperativa, juntamente com uma descrição mais detalhada das questões discutidas nessa seção.

2.5 Considerações Finais

O problema de coordenar adequadamente um grande grupo de robôs pressupõe a utilização de alguma informação de localização. Diversos trabalhos em enxames robóticos utilizam ou supõem a disponibilidade de algum sistema de localização global para os robôs, tais como sistemas de posicionamento global. Devido às restrições de uso desses sistemas, o desenvolvimento de técnicas de localização cooperativa para enxames robóticos torna-se uma tarefa importante quando, por exemplo, o grupo não dispõe de um sistema de localização global ou a disponibilidade de tal sistema é intermitente. Além disso, técnicas de localização cooperativa podem ser empregadas para se tirar proveito de grupos de robôs com capacidades distintas (heterogêneos) ou quando somente alguns integrantes do enxame têm acesso a informações de localização mais precisas.

Enxames robóticos possuem a característica de serem altamente redundantes. Tal característica é vista como uma das vantagens de se utilizar grandes grupos de robôs, pois maximiza as chances de se completar determinada tarefa, além de aumentar a

robustez do sistema. Em decorrência dessa grande redundância, parte do enxame pode ser utilizada em tarefas de apoio sem, necessariamente, comprometer o desempenho do grupo. Com isso, o próprio grupo cria facilidades para a execução da tarefa fim para o qual foi projetado. A utilização de parte dos componentes de um enxame como marcos dinâmicos pode viabilizar o estabelecimento de um sistema de localização que tenha pouca ou nenhuma dependência de sistemas de posicionamento global. Além disso, sistemas de localização baseados em marcos dinâmicos são potencialmente adequados para utilização em ambientes desconhecidos e não previamente estruturados.

A revisão de literatura apresentada a seguir tem ênfase nas técnicas de localização cooperativa aplicadas a sistemas multirrobo. Apesar dos trabalhos discutidos não enfatizarem enxames robóticos, técnicas de localização cooperativa podem ser estendidas para lidar com as características de enxames. Além disso, alguns problemas identificados nos trabalhos revisados podem ser solucionados quando se tem grandes grupos de robôs atuando conjuntamente.

Capítulo 3

Trabalhos Relacionados

Este capítulo apresenta uma discussão dos principais trabalhos desenvolvidos em localização cooperativa e movimentação coletiva, de forma a relacioná-los aos propósitos desta tese. Inicialmente, os primeiros trabalhos desenvolvidos em localização cooperativa são apresentados. Posteriormente, alguns aspectos desse tipo de localização que têm sido estudados em sistemas multirrobôs serão discutidos, a saber: estratégias de movimentação; tipos de sensores e medidas exteroceptivas utilizados; métodos probabilísticos empregados; frequência de atualização das crenças; composição dos grupos; e quantidade de robôs empregados nos trabalhos.

3.1 Localização Cooperativa

Os primeiros trabalhos a relatarem o uso de robôs móveis como marcos dinâmicos para executar localização cooperativa foram [Kurazume et al., 1994] e [Rekleitis et al., 1998]. Nesses trabalhos, a movimentação dos robôs é coordenada de forma que a todo momento uma parte do grupo se mantém estacionária com o intuito de servir de marco para os demais robôs. Esses robôs marco observam (e são observados por) outros robôs do grupo, de forma a utilizarem tais observações para atualização de suas crenças como resultado de um processo de localização cooperativa.

Em [Kurazume et al., 1994, 1996], um grupo de robôs é dividido em dois, de modo que um dos grupos, cuja pose inicial é conhecida, mantém-se estacionário servindo como marco, enquanto o outro grupo se movimenta. Durante a movimentação, os robôs utilizam métodos de *dead reckoning* para propagarem suas respectivas informações de localização. Após uma condição preestabelecida ser alcançada, o grupo em movimento para e utiliza o outro para se localizar. Esse procedimento é efetuado por meio de medidas exteroceptivas tomadas a partir dos robôs que, naquele momento, atuam como

Trabalhos
seminais

marcos. Tais medidas são utilizadas para atualização das estimativas de localização dos robôs que estavam em movimento. Esses robôs se tornam, então, potenciais fontes de informação de localização (marcos), permanecendo inertes. Nesse momento, ocorre a troca de papel entre os grupos, de modo que aqueles robôs que inicialmente estavam parados possam entrar em movimento e, posteriormente, utilizem estes novos marcos para ajustar suas crenças de localização. Os grupos continuamente efetuam essa troca de papel (marco/movimentação) de modo a permitirem que os robôs propaguem suas estimativas de localização enquanto se movimentam pelo ambiente (Figura 3.1).

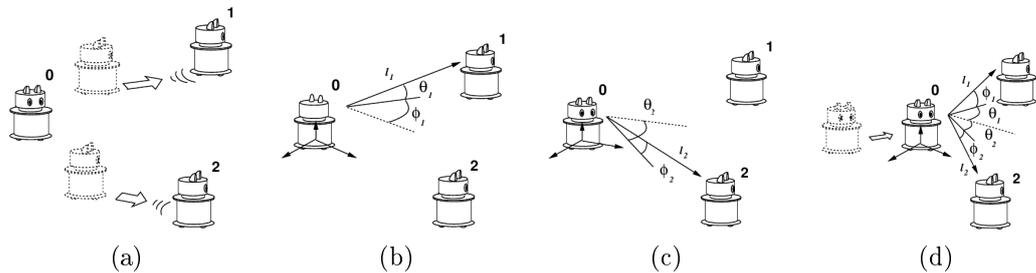


Figura 3.1: Etapas da estratégia de localização cooperativa proposta por Kurazume et al. [1996], na qual o robô 0 coordena a movimentação do grupo. Em (a) os robôs 1 e 2 são instruídos a se movimentarem. Em (b) e (c), após efetuarem a movimentação, os robôs 1 e 2 permanecem parados enquanto o robô 0 estima distâncias e orientações relativas a esses e efetua a localização dos mesmos. Em (d), os robôs 1 e 2 permanecem parados, enquanto o robô 0 se movimenta. Posteriormente, o robô 0 para e utiliza os robôs 1 e 2 para se localizar. Adaptado de [Kurazume et al., 1996].

Algumas extensões desse método e a respectiva aplicação em ambientes reais são apresentadas em [Kurazume & Hirose, 1998], [Kurazume & Hirose, 2000b] e [Kurazume et al., 2007]. Esses trabalhos utilizam três robôs para executar a tarefa de localização cooperativa. Um dos robôs, denominado mestre (pai), executa o controle centralizado de toda a tarefa cooperativa. O controle de movimentação do grupo é determinado pelo mestre que ora utiliza sua própria informação de localização para localizar os robôs escravos (filhos) e ora utiliza a informação de localização desses robôs para se localizar. O robô mestre é equipado com sensores exteroceptivos capazes de medir informações de localização (distâncias e orientações relativas) utilizando marcadores instalados nos robôs escravos. Uma implementação dessa técnica em robôs reais é apresentada na Figura 3.2, sendo que instrumentos semelhantes àqueles utilizados em levantamentos topográficos foram empregados como sensores exteroceptivos.

Os resultados experimentais apresentados nos trabalhos descritos anteriormente mostram que o acúmulo de erro do respectivo método é consideravelmente menor do que aquele gerado pelas técnicas de *dead reckoning*. Contudo, algumas limitações podem

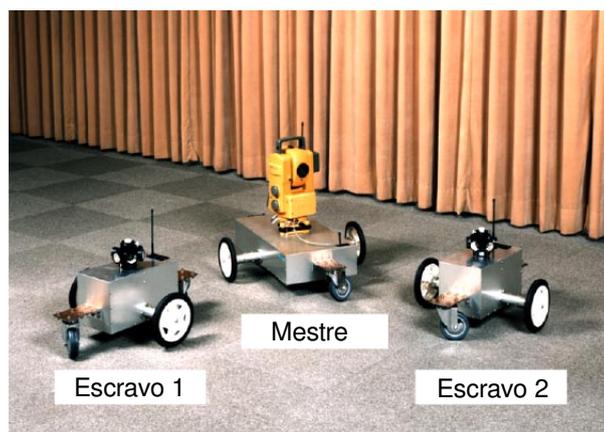


Figura 3.2: Implementação em robôs reais do método de localização cooperativa proposto por Kurazume et al. [1994]. Adaptado de [Kurazume & Hirose, 2000a].

ser observadas, tais como: baixa robustez a falhas devido ao controle centralizado; desempenho limitado em decorrência da paralisação dos robôs durante a localização; e impossibilidade de uma real troca de papel entre os grupos (mestre e escravos) devido à heterogeneidade de hardware/software dos robôs e ao controle fortemente centralizado.

Métodos de localização cooperativa têm sido utilizados como suporte para a execução de tarefas de alto nível, tais como mapeamento e exploração de ambientes. Rekleitis et al. [1998, 2000] utilizam uma abordagem semelhante àquela empregada nos trabalhos de Kurazume et al. para efetuar a localização cooperativa. A técnica é utilizada em mapeamento de ambientes, de modo que a cada instante pelo menos um robô atua como marco. Para efetuar o mapeamento, os robôs são coordenados de modo a manterem, a todo instante, uma linha de visão entre si. Com base nessa informação, os robôs identificam áreas livres no ambiente. Caso essa linha de visão seja perdida, os robôs param a tarefa de mapeamento e efetuam uma movimentação no sentido inverso àquele que estavam executando até reestabelecerem contato “visual”, momento em que a tarefa de mapeamento é retomada. Dellaert et al. [2003] efetuam mapeamento bidimensional utilizando localização cooperativa e denominam essa técnica de *Intrinsic Localization and Mapping* (ILM), como uma alusão ao termo *Simultaneous Localization and Mapping* (SLAM). A principal diferença entre as duas técnicas é a utilização de marcos móveis (robôs) no mapeamento.

Localização
Cooperativa
como base
para tarefas
de alto nível

Outra abordagem para a localização cooperativa é apresentada em [Fox et al., 2000]. Essa abordagem consiste em uma extensão do algoritmo de Localização de Monte Carlo, do inglês *Monte Carlo Localization* (MCL), para o caso de múltiplos robôs com acesso a um mapa do ambiente (ver [Thrun et al., 2000]). Na ocorrência de um encontro é feita a combinação das funções de distribuição de probabilidades que

Abordagem
MCL

representam as crenças dos robôs. Esse procedimento auxilia no processo de localização global. Apesar desse método apresentar bons resultados, o mesmo somente se aplica a situações em que se tem um conhecimento prévio do ambiente (mapa).

Solução
ótima

Roumeliotis & Bekey [2000a] apresentam uma abordagem mais geral para efetuar a localização cooperativa na qual uma solução estatisticamente ótima é alcançada. Tal abordagem consiste em estimar *conjuntamente* a localização de um grupo de robôs por meio da aplicação de técnicas de filtragem probabilística, mais especificamente, um filtro de Kalman Estendido, do inglês *Extended Kalman Filter* (EKF) (ver Apêndice B). Nessa abordagem, os robôs partem de uma pose conhecida (informação inicial) e utilizam sensores proprioceptivos (odometria) para estimar novas poses. O registro das estimativas de pose de *todos* os robôs (estimativa *conjunta*) é mantido em uma unidade centralizadora. Na ocorrência de um encontro, os robôs utilizam sensores exteroceptivos para, mutuamente, estimar distâncias e orientações relativas. Essas medidas são enviadas para a unidade centralizadora, de modo que a mesma possa utilizá-las para corrigir as atuais estimativas de todos os robôs.

Para que uma solução ótima possa ser gerada, a unidade centralizadora necessita manter o registro das atualizações executadas durante toda a história de evolução do grupo. Conforme será brevemente discutido no Apêndice B, ao utilizar um filtro de Kalman, tal registro pode ser feito por meio da manutenção dos dois primeiros momentos das distribuições de probabilidade associadas ao estado de cada robô, além do histórico das trocas de informação ocorridas em cada encontro. Esse histórico registra a *interdependência* (correlação) referente às estimativas de localização geradas por pares de robôs. Quando um robô utiliza a estimativa de pose de um outro robô para atualizar sua própria estimativa, tais estimativas se tornam correlacionadas (interdependentes). Conforme descrito em [Roumeliotis & Bekey, 2000a], o tratamento inadequado ou o não tratamento dessas correlações pode levar à geração de estimativas inconsistentes (otimistas) em etapas futuras de localização cooperativa que envolvam aqueles robôs.

A qualidade da localização resultante da geração conjunta das estimativas ocorre em detrimento dos custos de processamento e armazenamento: complexidade computacional total de $O(n^4)$ para a unidade centralizadora processar uma medida exteroceptiva durante cada etapa de localização cooperativa, sendo n o número total de robôs no grupo. Além disso, uma demanda significativa de comunicação é gerada, tendo em vista que os robôs precisam constantemente enviar informações para a unidade centralizadora.

Solução
ótima (des-
centralizada)

Uma versão descentralizada desse método também é apresentada em [Roumeliotis & Bekey, 2000a] e faz uso de filtros de Kalman distribuídos, em execução em cada robô. Para isso, cada robô necessita armazenar, além de suas estimativas, as estima-

tivas dos demais robôs do grupo e as informações de interdependência. Para a versão descentralizada ser compatível com a centralizada, as informações geradas em uma etapa de localização cooperativa (encontro) devem ser compartilhadas com os demais membros do grupo (via mecanismos de comunicação). Além disso, a cada encontro faz-se necessário atualizar as informações de interdependência armazenadas em cada robô, independentemente do fato de um determinado robô ter ou não participado do encontro. Desse modo, quando um robô participar de um encontro e for ajustar sua crença em uma etapa de localização cooperativa, o mesmo terá à disposição todas as informações necessárias para gerar uma estimativa conjunta do grupo.

Nessa versão descentralizada, o tratamento da interdependência exige o conhecimento prévio do número de robôs no grupo para se efetuar o registro das informações. Além disso, essa versão apresenta alto custo de armazenamento, uma vez que cada robô necessita manter informação a respeito de todos os membros do grupo. Consequentemente, tem-se um fluxo considerável de troca de mensagens que cresce com o tamanho do grupo, com custo individual de comunicação $O(n)$ para transmitir uma estimativa atualizada e a informação de interdependência associada. Devido a essas questões, a escalabilidade do método fica comprometida.

Nerurkar et al. [2009] apresentam um algoritmo *ótimo* e completamente distribuído para o problema de localização cooperativa utilizando um estimador de Máxima Verossimilhança, do inglês *Maximum a Posteriori estimator* (MAP). A abordagem possui custo computacional $O(n^2)$ e é robusta a falhas pontuais, tais como o mal funcionamento de um robô. Para alcançar uma abordagem completamente distribuída, o método proposto requer comunicação *síncrona* entre os robôs, além do fato de que cada robô precisa se comunicar com os demais em *toda* iteração. Esses requisitos são razoáveis quando se tem um número pequeno de robôs atuando em uma mesma região do ambiente. No entanto, tais requisitos restringem a utilização do método em algumas situações como, por exemplo, em sistemas multirrobóticos compostos por um número maior de robôs ou quando os robôs atuam em ambientes extensos.

Em [Bailey et al., 2011], a solução proposta pelos autores para considerar a interdependência consiste em manter a história completa de atualizações efetuadas na forma de cadeias de Markov (ver [Kemeny & Snell, 1983]). O método utilizado possui custo computacional $O(n^2)$ e evita a necessidade de comunicação síncrona, contudo necessita de relógios sincronizados em todos os robôs. A estratégia utilizada por Bahr et al. [2009] para registrar as interdependências consiste em manter em cada robô um filtro de Kalman para cada relacionamento estabelecido pelo robô. Desse modo, esses bancos de filtros de Kalman registram os relacionamentos ocorridos durante etapas de localização cooperativa. Apesar dessas estratégias propiciarem a geração de uma es-

timativa conjunta (ótima) do sistema, a complexidade e os requisitos de comunicação comprometem a escalabilidade dos métodos propostos.

Algumas técnicas descentralizadas de localização cooperativa não geram uma estimativa conjunta. Devido ao fato de não utilizarem a informação de todos os robôs do grupo, tais técnicas geram uma solução *aproximada*. Alguns dos trabalhos que utilizam informações parciais nos processos de localização cooperativa são [Mourikis & Roumeliotis, 2006], [Karam et al., 2006] e [Prorok et al., 2012]. Em [Mourikis & Roumeliotis, 2006], cada robô utiliza somente um subconjunto de vizinhos para ajustar sua crença, tendo em vista as limitações de comunicação e processamento. Karam et al. [2006] utilizam a estratégia de manter a estimativa conjunta armazenada em cada robô, no entanto um robô utiliza somente as informações associadas às medidas exteroceptivas obtidas. Prorok et al. [2012] apresentam um método descentralizado que utiliza o agrupamento de filtros de partículas para reduzir o custo computacional do cômputo das estimativas. Tais técnicas têm sido empregadas como alternativa àquelas que geram estimativas *ótimas*, de forma a lidar com a complexidade de tempo e espaço ou reduzir os requisitos de comunicação. Nas técnicas aproximadas, somente parte da informação disponível é utilizada.

Uma questão relevante nas técnicas aproximadas é o devido tratamento a um fenômeno denominado *double-counting*, que consiste em utilizar mais de uma vez uma mesma informação para atualizar uma estimativa de pose (raciocínio circular). Esse fenômeno ocorre quando um par de robôs atualizam suas crenças em etapas de localização cooperativa, porém sem levar em consideração suas histórias progressas de atualização (interdependência). A consideração da interdependência nas técnicas não aproximadas implica em maior complexidade de tempo e espaço para a geração das estimativas conjuntas. Devido a isso, alguns trabalhos ignoram a interdependência ao considerarem que a estimativa de pose de um robô e aquelas recebidas de seus vizinhos sejam totalmente independentes. No entanto, na maioria dos casos, a suposição de independência é inadequada, uma vez que os robôs utilizam uns aos outros para ajustarem suas crenças.

Tal como discutido em [Roumeliotis & Bekey, 2000a], a incerteza \mathbf{P} associada à estimativa $\hat{\mathbf{x}}$ de localização de um robô pode ser reduzida inadequadamente em uma etapa de localização cooperativa que utilize um filtro de Kalman de maneira inapropriada, gerando, assim, uma estimativa otimista. Essa situação pode ser ilustrada utilizando duas cópias – X_1 e X_2 – de uma mesma variável aleatória unidimensional X e empregando inadequadamente a suposição de independência. Nesse caso, as incertezas (variâncias) \mathbf{P}_1 e \mathbf{P}_2 compreendem a mesma informação, portanto correlacionadas. Ao empregar a suposição de independência e utilizar a etapa de correção da versão do

Soluções
aproximadas

Raciocínio
circular

Estimativa
otimista

filtro de Kalman que pressupõe a independência das estimativas, tem-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \frac{\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2}{\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2} \\ &= \frac{\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_1}{\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1} \\ &= \frac{\mathbf{P}_1}{2} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Resultado semelhante pode ser obtido ao substituirmos \mathbf{P}_1 por \mathbf{P}_2 , ou seja, $\mathbf{P} = \frac{\mathbf{P}_1}{2} = \frac{\mathbf{P}_2}{2}$. Esse resultado mostra que a suposição inadequada de independência acarreta na redução das incertezas associadas às estimativas, gerando uma estimativa inconsistente (otimista). A adequada combinação de tais informações, ao se considerar a interdependência das mesmas, gera uma estimativa resultante da forma $\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2$.

Howard et al. [2003] propõem uma forma de evitar o raciocínio circular mantendo uma árvore de dependências (*dependency tree*). Nessa árvore, cada nó representa uma distribuição de probabilidade associada à estimativa de localização de um robô. As distribuições de probabilidade na árvore possuem exatamente uma distribuição ancestral e zero ou mais distribuições descendentes. Desse modo, a estratégia utilizada em uma etapa de atualização consiste em definir uma direção para a atualização das distribuições. Assim, uma distribuição existente na árvore é utilizada para atualizar as distribuições de seus nós descendentes, porém não pode ser utilizada para atualizar as distribuições de seus ancestrais. Além disso, uma distribuição que ainda não pertença à árvore e é utilizada para atualizar alguma outra distribuição se torna um nó ancestral dessa última na árvore. Nessa estrutura em árvore os ciclos são evitados, conseqüentemente eliminando a ocorrência de *double-countings*.

Conforme descrito anteriormente, em sistemas descentralizados, a suposição de independência com relação às estimativas geradas em etapas de localização cooperativa é inadequada. Nas abordagens apresentadas, o tratamento da interdependência compreende o registro e o processamento das informações de *todos* os integrantes do grupo, o que compromete a aplicação dessas abordagens em sistemas compostos por um grande número de agentes. O algoritmo de Interseção de Covariâncias, do inglês *Covariance Intersection Algorithm* (CI) e sua versão generalizada *Split Covariance Intersection Algorithm* (SCI), propostos em [Julier & Uhlmann, 1997, 2001], respectivamente, são descritos em maiores detalhes no Apêndice C. Tais algoritmos consistem em uma técnica que gera estimativas consistentes [Li et al., 2013] em um processo de fusão de dados descentralizada, naquelas situações nas quais a informação de interdependência entre as estimativas é desconhecida. A estratégia utilizada nesses algoritmos para a

atualização das estimativas evita a necessidade de se registrar o histórico de atualizações ocorridas durante etapas de localização cooperativa. Conseqüentemente, tem-se uma baixa complexidade de tempo e espaço para lidar adequadamente com a interdependência e o fenômeno de *double-counting* (raciocínio circular), de modo que tal abordagem se apresenta como uma solução escalável para a localização cooperativa em sistemas compostos por grandes grupos de robôs. Apesar dessa constatação, os trabalhos que têm utilizado esses algoritmos o fazem em sistemas com um número limitado de agentes.

Uma das primeiras aplicações do algoritmo de Interseção de Covariâncias para estimação descentralizada de estados é apresentada em [Arambel et al., 2001]. Nesse trabalho, um grupo de robôs utilizando uma topologia fixa em anel empregam comunicação local para viabilizar a execução de etapas de localização cooperativa. Cada robô propaga o modelo de transição do grupo inteiro, de modo a registrar as estimativas de todos os robôs. Uma matriz de covariâncias $nN \times nN$ é armazenada em cada robô, sendo n o número de robôs e N a dimensão do vetor de estados dos robôs. Desse modo, a estimativa conjunta de localização pode ser gerada em cada etapa de localização cooperativa. Nesse trabalho, etapas de localização cooperativa são efetuadas utilizando o filtro de Kalman (ignorando os termos de correlação cruzada – interdependência) e o algoritmo de Interseção de Covariâncias. Uma comparação é apresentada considerando as estimativas geradas pelas duas abordagens e os resultados mostram a divergência do filtro de Kalman, enquanto que o algoritmo de Interseção de Covariâncias se comporta adequadamente com a geração de estimativas consistentes.

Mais recentemente, alguns trabalhos têm utilizado os algoritmos de Interseção de Covariâncias em etapas de localização cooperativa. Em [Li & Nashashibi, 2012], cada robô armazena e atualiza n matrizes $N \times N$ (denominado estado desacoplado do grupo) ao invés de uma matriz densa $nN \times nN$. Dessa forma, cada robô ao obter uma medida exteroceptiva, atualiza a estimativa local referente ao robô observado usando SCI com um custo $O(1)$ e comunica o resultado aos demais robôs com custo $O(n)$. Ao receber uma informação, um robô efetua a etapa individual de localização cooperativa utilizando também SCI. Essa abordagem, juntamente com outras duas abordagens utilizando o EKF (uma abordagem ingênua em que a interdependência das estimativas não é considerada e uma outra estratégia que considera a interdependência) foram comparadas com a odometria. Os resultados apresentados mostram a eficácia do método quando comparado à odometria, tanto no que diz respeito à qualidade da informação de localização quanto no que tange à consistência das estimativas geradas. Apesar da diminuição da complexidade de espaço associada à informação armazenada em cada robô, a quantidade de informação armazenada é ainda um fator considerável

na aplicação dessa abordagem em enxames robóticos.

Carrillo-Arce et al. [2013] apresentam um algoritmo aproximado para o problema de localização cooperativa baseado nos algoritmos de Interseção de Covariâncias. Nessa abordagem, cada robô mantém somente sua própria estimativa e a matriz de covariância associada. As etapas de fusão sensorial são efetuadas utilizando Interseção de Covariâncias, com complexidade $O(n)$, tanto no que diz respeito ao processamento (fusão sensorial) quanto no que tange à comunicação. Nos experimentos desenvolvidos, cada robô propaga sua própria estimativa a cada iteração e atualiza tal estimativa com medidas exteroceptivas a cada 5 iterações. Os resultados apresentados correspondem à comparação do método proposto com o EKF considerando a informação de interdependências. Consequentemente, tem-se uma matriz densa $nN \times nN$ armazenada em cada robô para o cômputo da estimativa conjunta com complexidade de processamento e comunicação de $O(n^4)$ e $O(n)$, respectivamente. A localização gerada pelo EKF é utilizada como um *benchmark* para efeitos de comparação. A qualidade da localização gerada pelo CI é considerada boa em comparação ao filtro de Kalman, porém menos exata. Todavia, seu emprego é justificado devido à diminuição significativa da complexidade para processamento das informações.

Wanasinghe et al. [2014] utilizam SCI para efetuar etapas de localização cooperativa em um sistema multirrobo heterogêneo com três integrantes. Um dos robôs recebe informações de sua posição em intervalos regulares, enquanto que os demais são desprovidos de tal recurso. Os robôs utilizam seus vizinhos para atualizarem suas poses, porém a rede *ad-hoc* formada pelos robôs não é um grafo completo. As atualizações ocorrem de modo que a topologia da rede se mantém estática, o que faz com que dois desses robôs não tenham acesso *direto* às informações um do outro durante os experimentos. Os resultados mostram que mesmo nessas condições os três robôs apresentam boas estimativas de localização.

Apesar desses trabalhos recentes abordarem o problema de fusão de dados utilizando técnicas que empregam o algoritmo de Interseção de Covariâncias, o número de robôs considerado é pequeno. Nos resultados apresentados nesses trabalhos, os algoritmos de Interseção de Covariâncias se mostram potencialmente adequados para se efetuar a fusão sensorial de dados de maneira descentralizada, conforme seria esperado em uma abordagem de localização cooperativa em enxames robóticos. Além disso, a geração de estimativas consistentes na ausência de informações de interdependência entre as estimativas de localização compreende uma característica muito importante, uma vez que a manutenção de tais informações aumentaria a complexidade de tempo e espaço para se efetuar a fusão sensorial.

3.2 Movimentação Coletiva e Localização Cooperativa

Em vários trabalhos no âmbito da localização cooperativa, tais como [Roumeliotis & Bekey, 2000a] e [Nerurkar et al., 2009], os robôs se movimentam de forma independente e, por vezes, de maneira aleatória. Nesses trabalhos não existe a preocupação de manter os robôs atuando em uma mesma região do ambiente, o que pode comprometer a ocorrência de etapas de localização cooperativa. Estratégias de movimentação coordenada têm sido utilizadas com vistas a melhorar a qualidade da localização dos robôs em um grupo. Os resultados apresentados em [Rekleitis et al., 2002] contemplam uma redução no erro médio associado à informação de localização decorrente da utilização da estratégia de movimentação. Diversos trabalhos, dentre eles [Kurazume & Hirose, 1998], [Zhang et al., 2004b] e [Zhou et al., 2011], têm explorado métodos de otimização para identificar a melhor posição dos robôs no grupo. Trawny & Barfoot [2004] apresentam uma abordagem para otimizar trajetórias inteiras de movimentação do grupo. O método estima a melhor formação para o grupo de forma a privilegiar a execução de etapas de localização cooperativa. A análise inicial desenvolvida por eles indica a formação triangular como a mais adequada, no entanto o otimizador apresentou uma trajetória resultante que não manteve a formação triangular dos robôs.

Tully et al. [2010] apresentam uma estratégia de movimentação denominada *leap-frog* na qual três robôs utilizam uma formação triangular variável. Nesse trabalho, uma formação é inicialmente estabelecida estando os robôs posicionados nos vértices de um triângulo equilátero. Dois robôs então permanecem parados, enquanto um terceiro se movimenta até que um novo triângulo equilátero seja estabelecido. A coordenação dessa movimentação é efetuada continuamente até completar determinada tarefa. Os resultados mostram que a movimentação *leap-frog* apresenta resultados superiores à movimentação com formação triangular fixa.

O trabalho de Hidaka et al. [2005] difere dos descritos anteriormente por considerar um grupo de robôs que se movimenta enquanto mantém a formação. Nesse trabalho é proposto um método para otimizar a geometria da formação do grupo com o propósito de obter uma localização com máxima exatidão. Robôs heterogêneos são utilizados, sendo que um deles possui sensores que proveem localização absoluta. Os resultados mostram que numa formação onde os robôs são, três a três, posicionados nos vértices de um triângulo equilátero, tendo o robô com localização absoluta sido posicionado no centro do grupo, consiste na formação ótima para se efetuar localização cooperativa.

Alternativamente, alguns trabalhos em localização cooperativa, tais como [Yao et al., 2009] e [Zhou et al., 2011], têm explorado estratégias de movimentação em que o grupo possui um líder (estratégias *leader-follower*). Em [Zhou et al., 2011], o líder atua de maneira independente e o problema de otimização consiste em identificar uma estratégia de movimentação para os seguidores que minimize a incerteza de localização. Os experimentos foram efetuados com três robôs, sendo um líder e dois seguidores utilizando medidas de observação distintas (distância ou orientação relativas). O trabalho apresentou melhores resultados do que os métodos confrontados, dentre eles a odometria e o método proposto em [Mariottini et al., 2009].

Estratégias de movimentação podem influenciar a frequência com que estimativas de localização são efetuadas. Nos trabalhos de Kurazume et al. [1996] e Rekleitis et al. [2000], por exemplo, a movimentação do grupo de robôs se dá de forma coordenada e etapas de atualização da crença de localização ocorrem em intervalos regulares, tendo em vista a necessidade de se manter contato visual entre os robôs. Em [Roumeliotis & Bekey, 2000a], por outro lado, a movimentação do grupo é efetuada de maneira não coordenada e etapas de localização cooperativa ocorrem sempre que dois robôs se encontram. Uma vez que os encontros ocorrem por acaso, a estimativa de localização de um robô pode acumular um nível elevado de incerteza e comprometer a utilização do mesmo como marco. Apesar desses trabalhos não utilizarem o nível de incerteza como critério para se definir a frequência com que as estimativas de localização são atualizadas, tal critério se mostra adequado para o estabelecimento de uma regularidade nas atualizações. Para isso, faz-se necessário que informações de localização estejam disponíveis com mais frequência.

3.3 Escalabilidade em Localização Cooperativa

A influência do tamanho do grupo na qualidade da localização cooperativa foi analisada em alguns trabalhos. Rekleitis et al. [2002] avaliam esse aspecto, por meio de simulações, juntamente com o tipo de medida sensorial utilizada para estimar as distâncias e orientações relativas entre os robôs. Apesar dos resultados mostrarem que o acréscimo de robôs no grupo reduz a incerteza de localização, alguns detalhes relevantes para essa conclusão não foram explicitados. O alcance sensorial e o número de robôs marco utilizados para se efetuar a localização são dois desses aspectos.

Roumeliotis & Rekleitis [2004] também apresentam uma análise para a qualidade da localização com respeito ao número de robôs no grupo. Nesse trabalho, os robôs se movimentam continuamente de maneira não coordenada. É considerado que cada robô

mede continuamente a posição de todos os demais robôs no grupo, além de possuir orientação absoluta com exatidão limitada. Considerando essas suposições, os autores apresentam um desenvolvimento analítico cujo resultado estabelece que a taxa de crescimento da incerteza da localização do grupo é inversamente proporcional ao número de robôs. Apesar desse resultado, os experimentos reais e simulados envolveram no máximo cinco robôs. A suposição de que cada robô mede continuamente informações relativas a todos os membros do grupo limita a generalização dos resultados para grandes grupos de robôs.

Schneider & Wildermuth [2012] apresentam um estudo a respeito da influência do tamanho do grupo de robôs na qualidade da localização cooperativa. O cenário utilizado é um ambiente estático e os robôs não possuem conhecimento prévio a respeito do mesmo. Os robôs são utilizados como marcos e proveem informação de localização para os demais. Um filtro de Kalman Estendido processa sequencialmente todos os dados enviados pelos robôs e mantém uma única estimativa do estado do sistema. Os experimentos são executados com um número variável de robôs, com grupos compostos de dois a cinco integrantes. A formação (topologia) do grupo é estaticamente definida de acordo com o tamanho do mesmo. A hipótese inicial dos autores de que a precisão da localização melhoraria com o aumento do tamanho do grupo não foi confirmada nas simulações, tendo em vista que a qualidade da localização foi afetada diretamente pelo tipo de cenário utilizado.

3.4 Considerações Finais

A Tabela 3.1 resume algumas das características dos métodos de localização cooperativa descritos nos principais trabalhos revisados. O método probabilístico empregado em cada trabalho é indicado: filtro de Kalman (KF), filtro de Kalman Estendido (EKF), *Maximum à Posteriori* (MAP), Filtro de Partículas do inglês *Particle Filter* (PF) e os algoritmos de Interseção de Covariâncias (CI). Dois tipos de processamento da localização foram empregados: centralizado (C) e distribuído/descentralizado (D). A frequência com que etapas de localização cooperativa são efetuadas foi indicada, de modo que *Regular* indica que a mesma ocorre regularmente após algum tipo de movimentação ter sido executado ou uma determinada distância ter sido percorrida pelos robôs. A composição do grupo é apresentada, sendo que alguns trabalhos são flexíveis o suficiente para terem seus modelos adaptados para os dois tipos de composição: *Homogênea* e *Heterogênea*. A descrição do tipo de estudo (teórico (T), simulado (S) e experimental (E)) empregado, juntamente com o quantitativo de robôs utilizado são

indicados. Estudos que variaram o número de robôs possuem tal informação representada por uma faixa de valores ($min - max$), indicando que foram utilizados desde min até max robôs.

Tabela 3.1: Resumo de algumas características dos métodos descritos nos trabalhos revisados. O processo de localização é caracterizado pelo método probabilístico utilizado (Método), pela forma de processamento utilizada (Centralizado (C) ou Distribuído (D)) e pela frequência com que o ajuste da localização é efetuada. A composição do grupo é apresentada, além do tipo de estudo empregado: teórico (T), simulação (S) ou experimentos com robôs reais (E). A quantidade de robôs (simulados ou reais) utilizada no estudo é indicada. A nomenclatura $min - max$ na coluna Robôs indica que os experimentos foram efetuados variando o número de robôs desde min até max .

Trabalho	Localização			Composição	Estudo	
	Método	Modelo	Frequência		Tipo	Robôs
[Kurazume et al., 1994]	-	C	Regular	Heterogênea	T	-
[Kurazume et al., 1996]	-	C	Regular	Heterogênea	E	3
[Fox et al., 2000]	PF	C	Encontro	Heterogênea	T / S	8
[Rekleitis et al., 2000]	-	C	Regular	Heterogênea	T / S	2
[Roumeliotis & Bekey, 2000b]	KF	C / D	Encontro	Homogênea	T / S	3
[Arambel et al., 2001]	CI	D	Regular	Homogênea	S	5
[Rekleitis et al., 2002]	KF	C	Regular	Homogênea	T / S	3 – 40
[Trawny & Barfoot, 2004]	EKF	C	Regular	Homogênea	T / S	3
[Zhang et al., 2004a]	-	C	Encontro	Homogênea	T / E	3 – 5
[Hidaka et al., 2005]	EKF	C	Regular	Homogênea	T	3 – 6
[Martinelli et al., 2005]	EKF	C	Encontro	Homogênea	S	2 – 7
[Mariottini et al., 2009]	EKF	C	Regular	Homogênea	S	3
[Nerurkar et al., 2009]	MAP	D	Regular	Homogênea	T / S	18
[Tully et al., 2010]	EKF	C	Regular	Homogênea	S / E	3
[Bailey et al., 2011]	EKF	D	Encontro	Heterogênea	E	3
[Zhou et al., 2011]	EKF	C	Regular	Homogênea	T / E	3
[Schneider & Wildermuth, 2012]	EKF	C	Encontro	Heterogênea	T / S	2 – 5
[Li & Nashashibi, 2012]	CI	D	Regular	Homogênea	S	8
[Li et al., 2013]	CI	D	Regular	Homogênea	S	8
[Carrillo-Arce et al., 2013]	CI	D	Regular	Homogênea	S / E	3 / 4
[Wanasinghe et al., 2014]	CI	D	Regular	Homogênea	S	3
ESTA PROPOSTA	EKF / CI	D	Regular	Heterogênea	S / E	até 100

A localização cooperativa tem apresentado resultados satisfatórios em sistemas multirrobôs. Nesse contexto, os encontros entre os robôs desempenham um papel essencial nas etapas de atualização das estimativas de localização. A frequência desses encontros, o momento do ajuste da localização e a estratégia de movimentação utilizada podem influenciar a qualidade da localização do grupo. Conforme discutido neste capítulo, diversos aspectos da localização cooperativa têm sido explorados na literatura. No entanto, a maioria dos trabalhos têm utilizado um número restrito de robôs e a extensão dos resultados obtidos para grandes grupos ainda é pouco explorada. Além disso, algumas suposições utilizadas nesses trabalhos, tais como o acesso à *toda* informação disponível no grupo e a capacidade de comunicação e interação entre *todos* os robôs, podem não ser razoáveis quando se tem um sistema composto por um número

maior de robôs. Devido às capacidades limitadas de sensoriamento e processamento dos robôs que normalmente compõem um enxame, faz-se necessário estratégias de localização cooperativa que considerem um número restrito de robôs marcos, tendo em vista a complexidade de tempo e espaço para processamento das informações. Conforme será apresentado no capítulo de experimentos, a atualização descentralizada das estimativas de localização utilizando um número restrito de marcos e a utilização de uma estratégia de fusão sensorial que permita lidar com a complexidade de tempo e espaço existente nas etapas de localização cooperativa, permitiram aplicar a metodologia proposta neste trabalho a grupos compostos por um número significativo de robôs.

A metodologia apresentada a seguir descreve a abordagem proposta para localizar cooperativamente um enxame de robôs. Nesta abordagem, a localização é efetuada de maneira descentralizada, sendo que estratégias de movimentação coletiva são empregadas para propiciar a execução, com maior frequência, de etapas de localização cooperativa. Nessa abordagem, cada robô utiliza como marco somente os robôs dispostos nas proximidades, permitindo assim diminuir o custo de processamento das informações e limitando o alcance sensorial. A movimentação coesa do grupo e a utilização dos algoritmos de Interseção de Covariâncias permitem aos robôs utilizarem somente informações locais nas etapas de localização cooperativa, de modo que a abordagem proposta seja escalável e, portanto, adequada para enxames robóticos.

Capítulo 4

Metodologia

Diversos aspectos devem ser analisados quando se deseja localizar cooperativamente um grande número de robôs devido às possibilidades advindas de se ter informações de localização mais abundantes e distribuídas no enxame. Além disso, as informações de localização disponíveis podem estar associadas à estimativas estatisticamente independentes ou interdependentes, dependendo de sua origem. A metodologia adotada neste trabalho explora esses aspectos com vistas a prover uma abordagem descentralizada de localização cooperativa para enxames robóticos que possa ser utilizada em diversas situações como, por exemplo: ambientes extensos; ambientes desconhecidos ou não previamente estruturados; e situações com limitações ao uso de sistemas de posicionamento global.

4.1 Localização Cooperativa em Enxames Robóticos

Conforme descrito na Seção 2.1, neste trabalho os robôs se movimentam em um ambiente planar. Os robôs utilizam sensores proprioceptivos para medir suas velocidades lineares e angulares. O comportamento de determinado robô \mathcal{R}_i pode ser descrito pelas equações

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= v_i \cos(\theta_i), \\ \dot{y}_i &= v_i \text{sen}(\theta_i), \\ \dot{\theta}_i &= w_i,\end{aligned}\tag{4.1}$$

Modelo de
atuação

sendo (x_i, y_i, θ_i) sua pose em um sistema de coordenadas inercial, v_i e w_i suas velocidades linear e angular, respectivamente. A versão discreta de (4.1) é descrita a seguir:

$$\begin{aligned} x_i^{k+1|k} &= x_i^k + v_i^k \cos(\theta_i^k) \Delta t, \\ y_i^{k+1|k} &= y_i^k + v_i^k \sin(\theta_i^k) \Delta t, \\ \theta_i^{k+1|k} &= \theta_i^k + w_i^k \Delta t, \end{aligned} \quad (4.2)$$

na qual k representa um determinado instante e Δt o intervalo de tempo.

Para manter coerência com a nomenclatura utilizada nas principais referências de filtragem probabilística, a representação em espaços de estados será utilizada (ver Apêndices B e C). Desse modo, a versão em espaço de estados de (4.2) é descrita como

$$\begin{bmatrix} x_i^{k+1|k} \\ y_i^{k+1|k} \\ \theta_i^{k+1|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i^k \\ y_i^k \\ \theta_i^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta_i^k) \Delta t & 0 \\ \sin(\theta_i^k) \Delta t & 0 \\ 0 & \Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i^k \\ w_i^k \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

ou seja,

$$\mathbf{x}_i^{k+1|k} = g(\mathbf{x}_i^k, \mathbf{u}_i^k), \quad (4.4)$$

em que $\mathbf{x}_i^k = [x_i^k \ y_i^k \ \theta_i^k]^\top$ compreende o vetor de estados do robô i no instante k , $\mathbf{u}_i^k = [v_i^k \ w_i^k]^\top$ a ação de controle e g a função que projeta o estado uma iteração à frente, com base no estado atual e na ação de controle.

Estimativa
(predição)

A Equação (4.4), juntamente com a condição inicial $\mathbf{x}_i^o = [x_i^o \ y_i^o \ \theta_i^o]^\top$, compõem o sistema dinâmico discreto que descreve o comportamento do robô i . Esse sistema dinâmico pode ser utilizado para propagar uma estimativa $\hat{\mathbf{x}}_i$ da pose do robô

$$\hat{\mathbf{x}}_i^{k+1|k} = g(\hat{\mathbf{x}}_i^k, \hat{\mathbf{u}}_i^k), \quad (4.5)$$

sendo $\hat{\mathbf{u}}_i^k = [\hat{v}_i^k \ \hat{w}_i^k]^\top$, $\hat{v}_i^k = v_i^k + \epsilon_v^k$ e $\hat{w}_i^k = w_i^k + \epsilon_w^k$ as velocidades linear e angular medidas (odometria), respectivamente, com ruídos ϵ_v^k e ϵ_w^k associados. Tais ruídos são considerados independentes e não correlacionados, sendo modelados por um processo estocástico Gaussiano branco com médias zero e variâncias $\sigma_v^2 = E[\epsilon_v^2]$ e $\sigma_w^2 = E[\epsilon_w^2]$ conhecidas, sendo $\mathbf{Q} = \text{diag}([\sigma_v^2 \ \sigma_w^2])$ a matriz de covariância. Ou seja, $\hat{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i + \boldsymbol{\epsilon}$ e $\boldsymbol{\epsilon} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$.

A notação $\hat{\mathbf{y}}^{lm}$ representa a estimativa da variável aleatória \mathbf{y} no instante de tempo l , dadas as observações efetuadas até o instante de tempo m . Ou seja, tal estimativa não incorpora qualquer observação associada ao instante de tempo l .

A incerteza inicial de localização associada à estimada $\hat{\mathbf{x}}_i$ é modelada por meio de uma distribuição normal multivariada com médias zero e matriz de covariância $\mathbf{P}_i^o = \text{diag}([\sigma_{x_i^o}^2 \ \sigma_{y_i^o}^2 \ \sigma_{\theta_i^o}^2])$, ou seja, $N(\hat{\mathbf{x}}_i, \mathbf{P}_i^o)$. A propagação da incerteza de localização pode ser feita utilizando-se a etapa de predição (Apêndice B) do filtro de Kalman:

$$\mathbf{P}_i^{k+1|k} = \Phi_i^k \mathbf{P}_i^k (\Phi_i^k)^\top + G_i^k \mathbf{Q}_i^k (G_i^k)^\top, \quad (4.6)$$

sendo

$$\Phi_i^k = \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_i^k, \mathbf{u}_i^k)}{\partial \mathbf{x}_i^k} \right|_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \mathbf{u}_i = \hat{\mathbf{u}}_i}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_i^k \sin(\theta_i^k) \Delta t \\ 0 & 1 & v_i^k \cos(\theta_i^k) \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e

$$G_i^k = \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_i^k, \mathbf{u}_i^k)}{\partial \mathbf{u}_i^k} \right|_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \mathbf{u}_i = \hat{\mathbf{u}}_i}} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i^k) \Delta t & 0 \\ \sin(\theta_i^k) \Delta t & 0 \\ 0 & \Delta t \end{bmatrix},$$

os Jacobianos de (4.3) em relação ao vetor de estados e à ação de controle, respectivamente.

Uma etapa de localização cooperativa referente a um robô \mathcal{R}_i consiste na atualização de sua estimativa de localização $(\hat{\mathbf{x}}_i, \mathbf{P}_i)$ utilizando informações relativas aos robôs marco dispostos na vizinhança \mathcal{N}_i . Conforme descrito anteriormente, para gerar uma nova estimativa um algoritmo ótimo utiliza as informações de *todos* os integrantes de um sistema multirrobôs. Por outro lado, algoritmos aproximados utilizam informações provenientes de parte do sistema. Tendo em vista a utilização de enxames, a complexidade para processamento e armazenamento de *toda* informação inviabiliza a aplicação em sistemas reais. Desse modo, neste trabalho somente as informações disponíveis na vizinhança de um robô poderão ser utilizadas em uma etapa de localização cooperativa, de modo que se faz necessário a definição de critérios para a seleção dos marcos utilizados em dado momento. A Seção 4.3 apresenta uma discussão dos critérios utilizados neste trabalho.

Etapa de
Localização
Cooperativa

Robôs executando uma etapa de localização cooperativa selecionam marcos dentre seus vizinhos e, por meio de sensores exteroceptivos, estimam distância e orientação relativas àqueles robôs selecionados. A Figura 4.1a ilustra a situação em que o robô \mathcal{R}_i mede distância ρ_{ij} e orientação ϕ_{ij} relativas a um robô \mathcal{R}_j presente em sua vizinhança. Como exemplo, a Figura 4.1b ilustra medidas efetuadas por \mathcal{R}_1 relativas aos robôs \mathcal{R}_2 e \mathcal{R}_3 . As informações estão representadas nos sistemas de coordenadas locais a \mathcal{R}_i e

\mathcal{R}_1 , respectivamente.

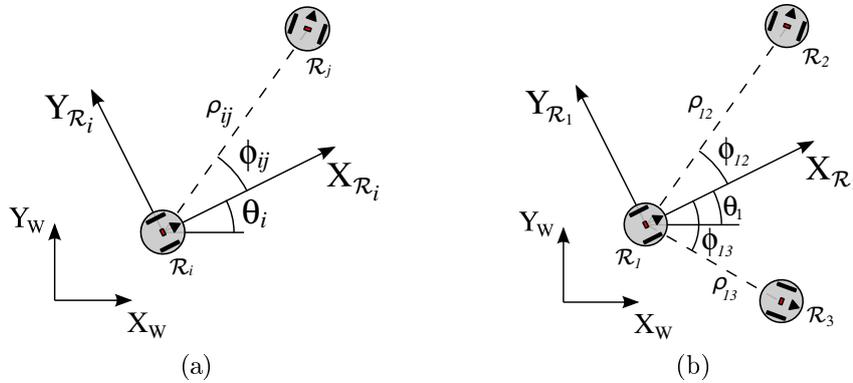


Figura 4.1: Distância e orientação relativas entre robôs. Em (a), a distância ρ_{ij} e orientação ϕ_{ij} relativas a \mathcal{R}_j são obtidas por \mathcal{R}_i . Em (b), medidas relativas de mais de um robô são tomadas por \mathcal{R}_1 .

Distância e orientação relativas a \mathcal{R}_j , obtidas por \mathcal{R}_i no instante de tempo k , são denotadas, respectivamente, por ρ_{ij}^k e ϕ_{ij}^k ($i, j = 1, \dots, \eta$, $i \neq j$, $j \in \mathcal{N}_i$), conforme segue:

$$h(\mathbf{x}_i^k, \mathbf{x}_j^k) = \begin{bmatrix} \rho_{ij}^k \\ \phi_{ij}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_j^k - x_i^k)^2 + (y_j^k - y_i^k)^2} \\ \text{atan2}(y_j^k - y_i^k, x_j^k - x_i^k) - \theta_i^k \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Modelo de observação

Estimativas relativas compreendem o modelo de observação $\mathbf{z}_{ij}^k = [\hat{\rho}_{ij}^k \ \hat{\phi}_{ij}^k]^\top$ no instante k , ocasião em que \mathcal{R}_i obtém uma medida relativa a \mathcal{R}_j :

$$\mathbf{z}_{ij}^k = h(\mathbf{x}_i^k, \mathbf{x}_j^k) + \mathbf{n}_{ij}^k. \quad (4.8)$$

O erro aditivo (ϵ_ρ e ϵ_ϕ) dessas medidas é modelado por meio de uma distribuição normal bivariada com médias zero e variâncias $\sigma_\rho^2 = E[\epsilon_\rho^2]$ e $\sigma_\phi^2 = E[\epsilon_\phi^2]$, associadas à distância e orientação relativas, respectivamente. Desse modo, \mathbf{n}_{ij} consiste em um ruído aditivo Gaussiano branco, com médias zero e matriz de covariância $\mathbf{R}_{ij} = \text{diag}([\sigma_\rho^2 \ \sigma_\phi^2])$, ou seja, $\mathbf{n}_{ij} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{ij})$. A matriz \mathbf{R}_{ij} é considerada diagonal devido à suposição de independência entre as medidas relativas ρ_{ij} e ϕ_{ij} .

Um dado robô \mathcal{R}_i , atuando como marco, dissemina mensagens não direcionadas (*broadcast*) contendo seu identificador único, sua estimativa de localização ($\hat{\mathbf{x}}_i$, \mathbf{P}_i) e uma lista com as estimativas relativas para seus m vizinhos (\mathbf{z}_{i1} , \mathbf{R}_{i1} , \dots , \mathbf{z}_{im} , \mathbf{R}_{im}), conforme ilustrado na Figura 4.2. De acordo com a Seção 2.1, uma vizinhança é dinâmica, de modo que o número m de vizinhos pode variar durante a atuação dos robôs.

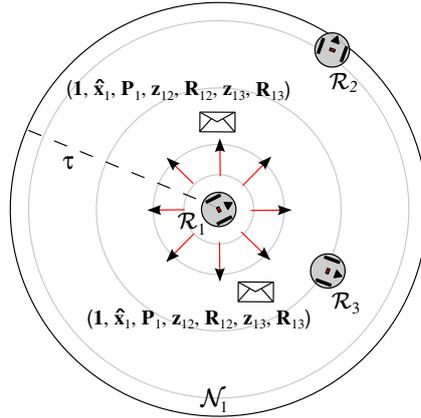


Figura 4.2: Disseminação (*broadcast*) de informações de localização pelo robô marco \mathcal{R}_1 para robôs situados em sua respectiva vizinhança \mathcal{N}_1 .

Com base nas informações disseminadas por um robô atuando como marco (i , por exemplo), um dado robô j pode estabelecer uma nova estimativa de sua pose. Para isso, as medidas relativas tomadas por \mathcal{R}_i de \mathcal{R}_j precisam estar disponíveis na mensagem recebida, além de ser possível a \mathcal{R}_j medir distância ρ_{ji} e orientação ϕ_{ji} relativas a \mathcal{R}_i . Na Figura 4.3, e no restante deste trabalho, a notação $\mathbf{x}_{ji} = [x_{ji} \ y_{ji} \ \theta_{ji}]^T$ será utilizada para indicar que a pose de \mathcal{R}_j foi estabelecida com base em informações relativas ao robô marco \mathcal{R}_i .

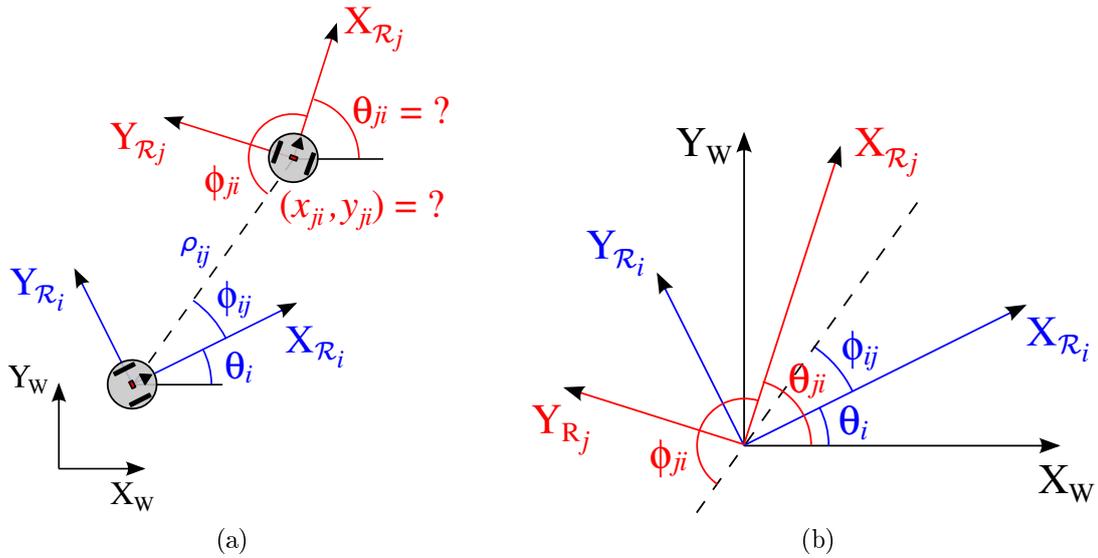


Figura 4.3: Cálculo da pose de um robô com base em um robô marco. Em (a), as medidas relativas ρ_{ij} , ϕ_{ij} e ϕ_{ji} , além da pose \mathbf{x}_i de \mathcal{R}_i , podem ser utilizadas para se calcular a pose \mathbf{x}_{ji} de \mathcal{R}_j . O cômputo de θ_{ji} pode ser melhor compreendido em (b).

O cálculo de \mathbf{x}_{ji} pode ser descrito por

$$\begin{bmatrix} x_{ji} \\ y_{ji} \\ \theta_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_{ij} \cos(\phi_{ij} + \theta_i) \\ \rho_{ij} \sin(\phi_{ij} + \theta_i) \\ \pi + \phi_{ij} - \phi_{ji} \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

ou seja,

$$\mathbf{x}_{ji}^k = f(\mathbf{x}_i^k, h(\mathbf{x}_i^k, \mathbf{x}_j^k), \phi_{ji}^k), \quad (4.10)$$

onde f é uma função do estado atual e das medidas relativas.

Portanto, neste trabalho, a estratégia utilizada para ajustar a estimativa de pose de um robô, tendo como base informações relativas a um robô marco, consiste na troca de informações sensoriais e das estimativas de pose dos robôs. Conforme descrito anteriormente, um robô marco transmite (*broadcast*) sua estimativa atual, juntamente com as medidas exteroceptivas adquiridas. Com base nessas informações, \mathcal{R}_j poderá gerar, de forma descentralizada, uma estimativa de sua pose ($\widehat{\mathbf{x}}_{ji}$ e \mathbf{P}_{ji}) utilizando a estimativa ($\widehat{\mathbf{x}}_i$ e \mathbf{P}_i) do robô marco, as medidas exteroceptivas tomadas por \mathcal{R}_i em relação a \mathcal{R}_j (\mathbf{z}_{ij}) e a medida obtida pelo próprio robô ($\widehat{\phi}_{ji}$):

Estimativa
(observação
relativa)

$$\widehat{\mathbf{x}}_{ji}^{k+1} = f(\widehat{\mathbf{x}}_i^{k+1}, \mathbf{z}_{ij}^{k+1}, \widehat{\phi}_{ji}^{k+1}). \quad (4.11)$$

O erro $\Delta \mathbf{x}_{ji}$ associado à estimativa $\widehat{\mathbf{x}}_{ji}$, de acordo com a expansão em série de Taylor de 1ª ordem, pode ser definido como:

$$\Delta \mathbf{x}_{ji} = J_f \Delta f(\mathbf{x}_i, h(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \phi_{ji}), \quad (4.12)$$

sendo

$$J_f = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}_i, h(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \phi_{ji})}{\partial \mathbf{x}_{ji}} \right|_{\mathbf{x}_i = \widehat{\mathbf{x}}_i, \mathbf{x}_j = \widehat{\mathbf{x}}_j, \phi_{ji} = \widehat{\phi}_{ji}}$$

$$J_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\rho_{ij} \sin(\theta_i + \phi_{ij}) & \cos(\theta_i + \phi_{ij}) & -\rho_{ij} \sin(\theta_i + \phi_{ij}) & 0 \\ 0 & 1 & \rho_{ij} \cos(\theta_i + \phi_{ij}) & \sin(\theta_i + \phi_{ij}) & \rho_{ij} \cos(\theta_i + \phi_{ij}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

e

$$\Delta f(\mathbf{x}_i, h(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \phi_{ji}) = \begin{bmatrix} \Delta x_i & 0 & 0 \\ 0 & \Delta y_i & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \theta_i \\ \Delta \rho_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta \phi_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \phi_{ji} \end{bmatrix}.$$

Conforme descrito em [Smith & Cheeseman, 1986], o Jacobiano J_f se apresenta como uma boa aproximação linear quando as variáveis podem ser representadas por distribuições normais não tendenciosas com desvios padrão pequenos. Assim, ao multiplicar ambos os lados da Equação (4.12) por suas respectivas transpostas e tomar o valor esperado do resultado, tem-se a matriz de covariâncias como:

$$\begin{aligned} E[\Delta \mathbf{x}_{ji}(\Delta \mathbf{x}_{ji})^\top] &= E[J_f \Delta f (J_f \Delta f)^\top] \\ \mathbf{P}_{ji} &= E[J_f \Delta f (J_f \Delta f)^\top]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

De posse das informações recebidas do robô marco e das medidas exteroceptivas, a incerteza (4.13) associada à estimativa $\hat{\mathbf{x}}_{ji}^{k+1}$ pode ser computada de maneira descentralizada conforme segue:

$$\mathbf{P}_{ji}^{k+1} = F_{ij}^{k+1} \mathbf{P}_i^{k+1} (F_{ij}^{k+1})^\top + S_{ij}^{k+1} {}_*\mathbf{R}_{ij}^{k+1} (S_{ij}^{k+1})^\top, \quad (4.14)$$

sendo

$$F_{ij}^{k+1} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}_i^{k+1}, \mathbf{z}_{ij}^{k+1}, \phi_{ji}^{k+1})}{\partial \mathbf{x}_i^{k+1}} \right|_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \phi_{ji} = \hat{\phi}_{ji}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\rho_{ij}^{k+1} \sin(\theta_i^{k+1} + \phi_{ij}^{k+1}) \\ 0 & 1 & \rho_{ij}^{k+1} \cos(\theta_i^{k+1} + \phi_{ij}^{k+1}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \phi_{ji} = \hat{\phi}_{ji}}},$$

$$\begin{aligned} S_{ij}^{k+1} &= \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}_i^{k+1}, \mathbf{z}_{ij}^{k+1}, \phi_{ji}^{k+1})}{\partial (\mathbf{z}_{ij}^{k+1}, \phi_{ji}^{k+1})} \right|_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \phi_{ji} = \hat{\phi}_{ji}}} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i^{k+1} + \phi_{ij}^{k+1}) & -\rho_{ij}^{k+1} \sin(\theta_i^{k+1} + \phi_{ij}^{k+1}) & 0 \\ \sin(\theta_i^{k+1} + \phi_{ij}^{k+1}) & \rho_{ij}^{k+1} \cos(\theta_i^{k+1} + \phi_{ij}^{k+1}) & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \phi_{ji} = \hat{\phi}_{ji}}} \end{aligned}$$

$$e {}_*\mathbf{R}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ij} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & \sigma_{\phi_{ji}}^2 \end{bmatrix}.$$

Correção
(estimativa
relativa)

Nas situações em que o robô \mathcal{R}_j está de posse de duas estimativas de sua pose, a saber $(\hat{\mathbf{x}}_j^{k+1|k}$ e $\mathbf{P}_j^{k+1|k})$ e $(\hat{\mathbf{x}}_{ji}^{k+1}$ e $\mathbf{P}_{ji}^{k+1})$, faz-se necessário definir a estratégia a ser utilizada para a combinação dessas estimativas em um processo de fusão sensorial descentralizado. Conforme descrito no Apêndice B, o filtro de Kalman pode ser utilizado para combinar adequadamente estimativas independentes ou aquelas cujo nível de interdependência seja conhecido. Contudo, de acordo com o exposto na Seção 2.4.2, a complexidade de tempo e espaço para processar e armazenar o histórico de interdependência (correlação) entre as estimativas dos diversos robôs em um enxame robótico inviabiliza a utilização dessa abordagem em sistemas reais. Ignorar a informação de interdependência na fusão das estimativas diminui a complexidade da tarefa. No entanto, em situações nas quais a suposição de independência é inadequada, a fusão pode resultar em estimativas inconsistentes. Neste trabalho, tal procedimento será denotado como abordagem ingênua do filtro de Kalman. O termo *ingênua* é utilizado para realçar o fato de tal abordagem estar sendo utilizada em uma situação inadequada, porém a mesma se apresenta como uma possível solução frente à complexidade necessária para lidar com o problema de forma adequada.

Abordagem
ingênua

O algoritmo de Interseção de Covariâncias, descrito no Apêndice C, apresenta uma abordagem aproximada para o problema de fusão sensorial, contudo não faz distinção entre estimativas correlacionadas e independentes, pois considera toda etapa de fusão sensorial como se as estimativas fossem interdependentes, com correlação desconhecida. A suposição de total interdependência pode gerar estimativas pessimistas quando informações independentes estiverem disponíveis, porém não forem tratadas como tal.

Em resumo, a suposição de independência utilizada no filtro de Kalman pode gerar estimativas otimistas naquelas ocasiões em que tal suposição seja inadequada. Por outro lado, a suposição de total interdependência presente no algoritmo de Interseção de Covariâncias pode gerar estimativas pessimistas, na presença de informações independentes. Tem-se, então, dois extremos representados por essas abordagens, ou seja, total independência (filtro de Kalman) ou total interdependência (Interseção de Covariâncias).

Neste trabalho, exames robóticos homogêneos e heterogêneos são empregados, sendo que nesse último a heterogeneidade é estabelecida devido ao fato de alguns robôs serem equipados com sensores de localização “absoluta”. Tais sensores possibilitam acesso a informações de localização referentes ao sistema de coordenadas de referência. Essas informações possuem menor incerteza, além de serem estatisticamente independentes das atuais estimativas de localização dos robôs (predição). Devido a isso, um robô que possua tais sensores deve fazer uso do filtro de Kalman para efetuar a fusão

Correção
(estimativa
absoluta)

sensorial dessas estimativas de localização. Por outro lado, robôs sem acesso a essas informações sensoriais podem utilizar outros robôs no grupo para ajustar suas estimativas em etapas de localização cooperativa. No entanto, devido à ausência de um registro da interdependência entre as estimativas dos robôs, o algoritmo de Interseção de Covariâncias deve ser utilizado para se efetuar o ajuste das crenças, de modo a evitar a geração de estimativas otimistas.

Para a utilização do algoritmo de Interseção de Covariâncias, cada robô precisa manter o registro de uma única matriz de covariância referente à sua estimativa de localização. Para propagar tal estimativa, etapas de predição do filtro de Kalman são executadas, conforme Equações (4.5) e (4.6). O ajuste dessa estimativa referente a um robô j , com base em informações disseminadas por um robô marco i , pode ser feito utilizando o algoritmo CI. Para isso, os robôs precisam compartilhar vizinhanças, permitindo-os trocar informações sensoriais e via comunicação. Assim, quando uma estimativa de localização ($\hat{\mathbf{x}}_{ji}^{k+1}$ e \mathbf{P}_{ji}^{k+1}) referente ao robô j é gerada pelo robô marco i , o robô j pode atualizar sua atual estimativa de localização ($\hat{\mathbf{x}}_j^{k+1|k}$ e $\mathbf{P}_j^{k+1|k}$) em uma etapa de localização cooperativa utilizando o algoritmo CI, como segue:

$$\mathbf{P}_j^{k+1} = \left[\omega \left(\mathbf{P}_j^{k+1|k} \right)^{-1} + (1 - \omega) \left(\mathbf{P}_{ji}^{k+1} \right)^{-1} \right]^{-1}, \quad (4.15)$$

e

$$\hat{\mathbf{x}}_j^{k+1} = \mathbf{P}_j^{k+1} \left[\omega \left(\mathbf{P}_j^{k+1|k} \right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_j^{k+1|k} + (1 - \omega) \left(\mathbf{P}_{ji}^{k+1} \right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{ji}^{k+1} \right], \quad (4.16)$$

sendo o parâmetro $\omega \in [0, 1]$ responsável por efetuar a combinação convexa de $\mathbf{P}_j^{k+1|k}$ e \mathbf{P}_{ji}^{k+1} . Conforme descrito no Apêndice C, o parâmetro ω pode ser adequadamente otimizado em relação a diferentes critérios, tais como o determinante ou o traço da matriz de covariância.

4.2 Estratégias de Movimentação do Enxame

Estratégias de movimentação coletiva foram empregadas neste trabalho para manter o grupo coeso e, conseqüentemente, aumentar a densidade de robôs em determinada região do ambiente. Conforme exposto na Seção 2.4, a localização de robôs tendo como base somente sensores proprioceptivos acarreta na degradação da informação inicial de localização. A manutenção da coesão de um grupo de robôs permite que etapas de localização cooperativa possam ser efetuadas com maior frequência, o que possibilita

amenizar os efeitos causados pela utilização de sensores proprioceptivos por longos períodos.

Neste trabalho, duas estratégias de movimentação foram implementadas, permitindo que etapas de localização cooperativa pudessem ocorrer com determinada frequência. Na primeira estratégia apresentada, a coordenação do grupo é efetuada de modo a ocorrer uma alternância entre os robôs que se movimentam e aqueles que permanecem parados atuando como marcos dinâmicos. Na outra estratégia, os robôs se movimentam continuamente de forma a melhorar o desempenho do grupo na execução de determinadas tarefas. Devido à constante degradação das informações de localização, robôs com melhores capacidades sensoriais podem ser inseridos no grupo para melhorar a qualidade de localização de todos os robôs. Ambas as estratégias utilizam modelos de robôs completamente atuados (modelo holonômico), no entanto a transformação das leis de controle para outros modelos pode ser adequadamente efetuada, tal como descrito em [De Luca & Oriolo, 1994], [Desai et al., 1998] e [Belta et al., 2003].

4.2.1 Movimentação Alternada

Nessa estratégia de movimentação, o enxame é dividido em dois subgrupos: um deles permanece parado atuando como marco, enquanto o outro se movimenta. Após uma condição preestabelecida, tais como número de iterações ou distância percorrida, os subgrupos trocam de papéis. Sejam \mathcal{R}_m e \mathcal{R}_s as denominações utilizadas para o grupo em movimento (*motion group*) e o grupo estacionário (*stationary group*), respectivamente. O movimento dos robôs nesses grupos é coordenado por leis descentralizadas que os permitem atuar de forma coesa e evitar colisões com os demais robôs. A estratégia de movimentação é baseada no algoritmo de *flocking* proposto por Reynolds [1987]. As duas principais mudanças efetuadas no algoritmo originalmente proposto por Reynolds foram a inexistência de uma regra para efetuar o consenso de velocidades e o fato da regra de coesão ter sido ligeiramente alterada para considerar a existência de um subgrupo estático. Desse modo, conforme será descrito a seguir, durante a movimentação de um subgrupo, somente os robôs que pertencem àquele subgrupo são considerados no cálculo da componente de coesão.

A primeira regra implementada gera um comportamento de separação e tem como objetivo manter uma distância de segurança entre os robôs no grupo. Tal comportamento é gerado pela seguinte equação

$$\mathbf{v}_i^{sep} = \sum_{j \in \mathcal{R}, j \neq i} \left(\frac{r_s}{\|\mathbf{d}_{ij}\|} - 1 \right) \mathbf{d}_{ij}, \quad \|\mathbf{d}_{ij}\| \leq r_s, \quad (4.17)$$

na qual o vetor separação \mathbf{v}_i^{sep} é baseado no vetor deslocamento \mathbf{d}_{ij} entre um robô \mathcal{R}_i e outros robôs situados a uma distância máxima (r_s) de \mathcal{R}_i , independente de pertencerem a \mathcal{R}_m ou \mathcal{R}_s , conforme ilustra a Figura 4.4.

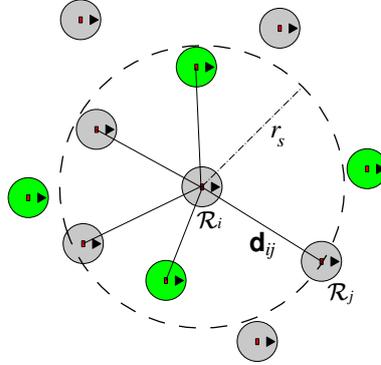


Figura 4.4: Exemplo de aplicação da regra de separação pelo robô i , ilustrando uma região sensorial circular de raio r_s utilizada nessa regra. Os robôs na cor cinza compõem o subgrupo em movimento (subgrupo \mathcal{R}_m), enquanto que os robôs na cor verde ilustram os robôs estáticos (subgrupo \mathcal{R}_s). Somente os robôs em movimento aplicam esta regra, no entanto todos os robôs localizados a uma distância máxima r_s de um robô são considerados, independente do subgrupo ao qual pertencem.

O propósito da segunda regra é manter os robôs juntos, atuando como uma unidade. Essa regra de coesão calcula a posição média dos k robôs em movimento (pertencentes a \mathcal{R}_m) que se encontram a uma distância máxima (r_c) de um robô (por exemplo \mathcal{R}_i). Assim, quando comparada ao algoritmo original de Reynolds [1987], essa regra foi ligeiramente modificada de modo que os robôs estacionários não fossem incluídos no cômputo da posição média, evitando que os mesmos comprometessem a movimentação do subgrupo \mathcal{R}_m (Figura 4.5). O vetor \mathbf{v}_i^{coh} gerado tem como origem um ponto de referência sobre o robô i (e.g., o centro de massa) e aponta na direção da posição média calculada, como segue:

$$\mathbf{v}_i^{coh} = \frac{1}{k} \sum_{j \in \mathcal{R}_m, j \neq i} \mathbf{d}_{ji}, \quad \|\mathbf{d}_{ji}\| \leq r_c. \quad (4.18)$$

A terceira regra é utilizada para guiar o grupo no ambiente. Para isso, *waypoints* são estabelecidos em determinadas posições do ambiente de modo que cada robô possa utilizá-los para estabelecer a direção de movimento. Tais *waypoints* são previamente definidos de modo que cada robô possua uma lista ordenada com a posição dos *waypoints*. O primeiro alvo da lista é definido como alvo inicial para todos os robôs. Quando tal alvo é alcançado por algum integrante do grupo, uma mensagem de *broadcast* é enviada pelo mesmo para que todos os robôs do grupo possam selecionar o

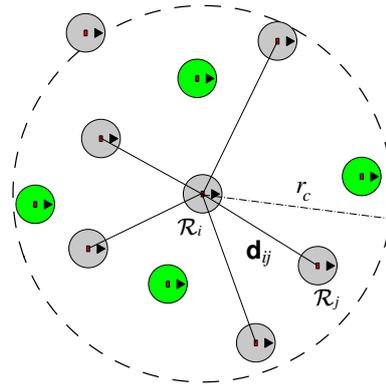


Figura 4.5: Exemplo de aplicação da regra de coesão pelo robô i , ilustrando a região sensorial circular de raio r_c utilizada nessa regra. Somente os robôs em movimento localizados dentro da região circular do robô i são utilizados no cômputo de \mathbf{v}_i^{coh} .

próximo alvo da lista. Desse modo, a cada momento, um mesmo alvo é utilizado por todos os robôs de um subgrupo. Os *waypoints* são utilizados para calcular um vetor direção (\mathbf{v}_i^{dir}) que é baseado no vetor deslocamento entre um robô i e o próximo alvo t , sendo representado por \mathbf{d}_{it} (Figura 4.6). A seguinte equação é utilizada para gerar o vetor direção

$$\mathbf{v}_i^{dir} = \frac{\mathbf{d}_{it}}{\|\mathbf{d}_{it}\|}. \quad (4.19)$$

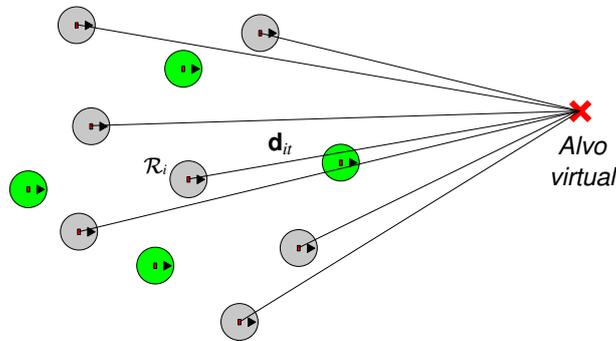


Figura 4.6: Exemplo de aplicação da regra que define a direção a ser seguida pelo grupo, tendo como base um *waypoint*.

Tendo como base as três regras definidas, a ação de controle \mathbf{u}_i utilizada por \mathcal{R}_i é então definida como:

$$\mathbf{u}_i = k_c \mathbf{v}_i^{coh} + k_s \mathbf{v}_i^{sep} + k_d \mathbf{v}_i^{dir}, \quad (4.20)$$

sendo composta pela combinação linear dos três vetores definidos. Os coeficientes k_c , k_s e k_d são utilizados para ajustar a intensidade de cada termo da equação. Essa ação

de controle é então decomposta em velocidades lineares v_{x_i} e v_{y_i} que são utilizadas para controlar o robô i nas direções x e y , respectivamente.

Nesta estratégia é considerado que todos os robôs possuem relógios sincronizados. A decisão para se efetuar as mudanças de comportamentos dos robôs estacionários para robôs em movimento, e vice-versa ($\mathcal{R}_s \rightleftharpoons \mathcal{R}_m$), é feita periodicamente de maneira descentralizada. Inicialmente, o enxame é dividido em dois subgrupos e os relógios são inicializados. Assim que um intervalo de tempo preestabelecido é alcançado, os robôs trocam de papéis e os relógios são reiniciados. Esse procedimento é repetido até que a tarefa seja concluída.

4.2.2 Movimentação Contínua

Essa estratégia emprega o conceito de campos potenciais artificiais para posicionar determinados robôs em locais desejados no enxame, além de estabelecer uma determinada formação. Inicialmente, um robô líder equipado com sensores exteroceptivos que o possibilita obter estimativas de localização mais precisas é autonomamente posicionado próximo ao centro do enxame, gerando uma formação inicial para o grupo (conforme será discutido na Seção 4.2.2.1). Concluída essa etapa inicial, cada robô tem acesso a uma boa estimativa inicial de sua posição em um sistema de coordenadas de referência. Essa formação inicial é utilizada como ponto de partida para a movimentação do grupo, além de ser utilizada como base para o método de localização cooperativa. Considera-se que o robô líder possui o conhecimento da posição de alguns *waypoints* para guiar a navegação do grupo no ambiente. O enxame se movimenta como uma unidade coesa devido à estratégia de movimentação descrita na Seção 4.2.2.2. Durante a movimentação, cada robô utiliza sensores proprioceptivos para estimar suas respectivas poses, além de sensores exteroceptivos para estimar distância e orientação relativas a robôs posicionados dentro de suas vizinhanças.

4.2.2.1 Formação inicial do enxame

Nessa estratégia de movimentação, um grupo de robôs heterogêneos é considerado. Um robô líder é equipado com sensores que disponibilizam estimativas com um determinado nível de precisão de sua localização, tais como GPS ou IMU (do inglês, *Inertial Measurement Unit*). Nessa etapa de formação inicial, os robôs têm acesso a uma informação global de localização de todos os integrantes do grupo que pode ser provida por diversos dispositivos como, por exemplo, iGPS. Utilizando tal informação, os robôs formam um grupo coeso e o robô líder é autonomamente posicionado próximo

ao centro do grupo. Após esta etapa, a troca de informações entre os robôs ocorre localmente no âmbito das vizinhanças.

Essa estratégia utiliza modelos de robôs holonômicos com dinâmica dada por

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{v}_i \text{ e } \dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{u}_i, \quad (4.21)$$

nos quais $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^2$, $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^2$ e $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^2$ compreendem a posição, velocidade e entrada de controle do robô i (\mathcal{R}_i), respectivamente. A partição $\tau = \{\tau_1, \tau_2\}$, $\tau_k \subset \mathcal{R} = \{\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_\eta\}$, contém todos os robôs de um tipo k e modela a heterogeneidade do sistema. Assume-se que $\forall j, l : j \neq l \rightarrow \tau_j \cap \tau_l = \emptyset$, i.e., cada robô é unicamente atribuído a uma única partição. Nessa estratégia, partições não balanceadas foram consideradas, sendo que τ_1 possui um único membro (robô líder), enquanto que τ_2 contempla os demais robôs.

A lei de controle descrita na Equação (4.22) foi proposta em [Santos et al., 2014] e é utilizada neste trabalho:

$$\mathbf{u}_i = - \sum_{j \neq i} \nabla_{\mathbf{p}_i} U_{ij}(\|\mathbf{p}_{ij}\|) - \sum_{j \neq i} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j). \quad (4.22)$$

Nessa equação, $U_{ij}(\|\mathbf{p}_{ij}\|)$ consiste em uma função potencial artificial que estabelece as regras de interação entre agentes i e j , sendo $\|\mathbf{p}_{ij}\|$ a norma Euclideana do vetor $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j$ e $\nabla_{\mathbf{p}_i}$ o gradiente com respeito às coordenadas do agente i . O primeiro termo representa as interações do robô i com todos os demais, enquanto que o segundo termo é utilizado para se alcançar um consenso de velocidades.

O campo potencial artificial U_{ij} consiste em uma função das distâncias relativas entre um par de agentes i e j , ou seja

$$U_{ij}(\|\mathbf{p}_{ij}\|) = \alpha \left(\frac{1}{2} (\|\mathbf{p}_{ij}\| - d_{ij})^2 + \ln \|\mathbf{p}_{ij}\| + \frac{d_{ij}}{\|\mathbf{p}_{ij}\|} \right), \quad (4.23)$$

nos quais $\alpha \in \mathbb{R}^+$ é um ganho de controle escalar e d_{ij} é um parâmetro positivo que controla o comportamento do grupo. Esse comportamento pode ser modificado quando se escolhe adequadamente o valor d_{ij} . Esse parâmetro é uma forma de implementar o conceito denominado potencial diferencial (*differential potential*) [Kumar et al., 2010], que estabelece que pares de agentes experienciam magnitudes diferentes de potencial quando possuem tipos diferentes.

Conforme descrito em [Santos et al., 2014], o parâmetro d_{ij} de (4.23) é baseado

nas partições locais ${}^i\tau$, tal que:

$$d_{ij}({}^i\tau) = \begin{cases} d_{AA}, & \text{if } i \in \tau_k \text{ and } j \in \tau_k \\ d_{AB}, & \text{if } i \in \tau_k \text{ and } j \notin \tau_k \end{cases}. \quad (4.24)$$

A Equação (4.24) define que as interações entre tipos similares e diferentes de robôs são regidas por d_{AA} e d_{AB} , respectivamente. Por construção, tais constantes estão relacionadas às distâncias interagentes no estado estável.

Em Santos et al. [2014], um comportamento segregativo é alcançado quando os parâmetros assumem valores de acordo com a seguinte regra:

$$0 < d_{AA} < d_{AB}. \quad (4.25)$$

Por outro lado, Kumar & Garg [2011] apresentam um comportamento agregativo ao definir os parâmetros d_{ij} como:

$$0 < d_{AB} < d_{AA} = d_{BB}. \quad (4.26)$$

As regras de segregação e agregação, expressadas pelas Equações (4.25) e (4.26), respectivamente, podem ser combinadas de modo a posicionar um grupo no interior de outro. Assim, neste trabalho, os comportamentos segregativo e agregativo foram combinados tendo os parâmetros d_{ij} ajustados da seguinte maneira:

$$0 < d_{AA} < d_{AB} < d_{BB}. \quad (4.27)$$

Essa composição de comportamentos foi utilizada para posicionar o robô líder próximo ao centro do enxame, ou seja, no interior do outro grupo. Conforme descrito anteriormente, somente dois grupos foram utilizados neste trabalho, sendo que um deles possui somente um robô (líder). Devido a isso, o parâmetro (d_{AA}) relacionado a esse grupo torna-se irrelevante, de modo que somente o parâmetro associado ao outro grupo (d_{BB}) na Equação (4.27) é utilizado:

$$0 < d_{AB} < d_{BB}. \quad (4.28)$$

A Figura 4.7 mostra uma sequência de configurações do enxame que ilustram o movimento do robô líder (ponto azul) em direção ao centro do outro grupo (pontos vermelhos), em decorrência da aplicação do controlador descrito nas Equações (4.22), (4.23) e com parâmetros definidos conforme (4.28). Como pode ser visto, os robôs se

organizam em uma formação circular em torno do centro de massa do grupo. Nessa organização, robôs localizados na parte exterior do grupo possuem distâncias maiores em relação a seus vizinhos, enquanto que robôs próximos ao centro do grupo possuem distâncias menores para seus vizinhos. Esse desequilíbrio na formação do grupo pode influenciar diretamente na qualidade da localização de um robô, dependendo da posição relativa do mesmo no grupo. Assim, medidas relativas tomadas por robôs localizados na parte externa do grupo tendem a incorporar mais incerteza do que aquelas tomadas por robôs situados no interior do grupo. Após essa identificação, a lei de controle (4.22) foi ligeiramente modificada de forma que um robô fosse influenciado somente por seus vizinhos:

$$\mathbf{u}_i = - \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in \mathcal{N}_i}} \nabla_{\mathbf{p}_i} U_{ij}(\|\mathbf{p}_{ij}\|) - \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in \mathcal{N}_i}} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j), \quad (4.29)$$

sendo \mathcal{N}_i o grupo de robôs localizados na vizinhança de \mathcal{R}_i .

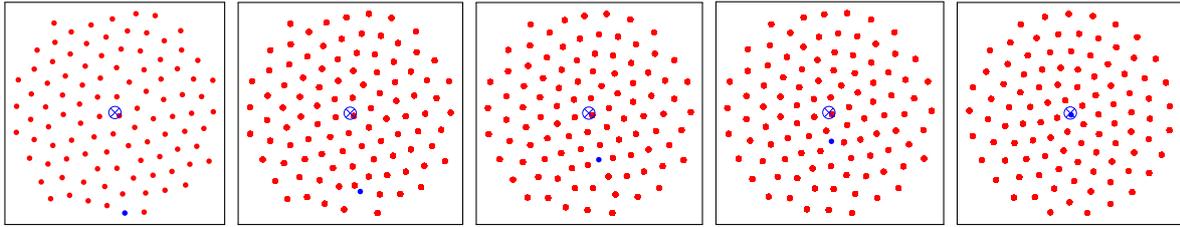


Figura 4.7: Momentos distintos da movimentação do robô líder (ponto azul) em direção ao centro do grupo (alvo azul). Na sequência apresentada, a primeira e quinta imagem representam a configuração inicial e final do grupo, respectivamente.

Ao utilizar a Equação (4.29), formações regulares (*lattices*) ocorrem localmente e todos os robôs apresentam distâncias similares entre si. Apesar do potencial artificial (4.23) se manter o mesmo, os parâmetros d_{ij} são modificados para gerar o comportamento agregativo, de modo que

$$0 < d_{AB} = d_{AA}. \quad (4.30)$$

Na primeira fase da formação do grupo, os robôs utilizam a lei de controle global descrita na Equação (4.22). Naquela fase, um robô necessita calcular distâncias relativas para todos os robôs no grupo. Assim, o robô líder pode ser automaticamente posicionado próximo ao centro do grupo ao configurar os parâmetros de acordo com (4.28). No entanto, faz-se necessário definir uma condição para que cada robô substitua a lei de controle em uso (4.22) por (4.29). Neste trabalho, o robô líder é responsável por coordenar essa tarefa e ele a faz via comunicação. Assim, após o líder alcançar uma posição próxima do centro ao grupo ele envia uma mensagem de *broadcast* para

todos os robôs, de modo que os mesmos possam substituir a atual lei de controle por aquela descrita em (4.29) e configurar seus parâmetros de acordo com (4.30).

4.2.2.2 Movimentação do enxame

Após o enxame alcançar a formação inicial utilizando os passos descritos na seção anterior, alguns *waypoints*, definidos em posições conhecidas pelo robô líder, são utilizados para guiar o grupo. Desse modo, o líder é guiado pelo ambiente utilizando um potencial atrativo para os *waypoints* e os demais robôs o seguem. A lei de controle (4.29) utilizada no estágio anterior é ligeiramente modificada para incorporar o potencial atrativo para um *waypoint* e um termo de amortecimento, conforme segue:

$$\mathbf{u}_i = - \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in \mathcal{N}_i}} \nabla_{\mathbf{p}_i} U_{ij}(\|\mathbf{p}_{ij}\|) - \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in \mathcal{N}_i}} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) - \delta_{il} \nabla_{\mathbf{p}_i} U_{it}(\|\mathbf{p}_{it}\|) - \gamma \mathbf{v}_i, \quad (4.31)$$

sendo $U_{it}(\mathbf{p}_i)$ a função potencial artificial que guia o líder em direção ao alvo, \mathbf{p}_t a localização do alvo, $\|\mathbf{p}_{it}\|$ a norma do vetor $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_t$ (distância Euclidiana) e $\nabla_{\mathbf{p}_i}$ o gradiente com respeito às coordenadas do robô i . O parâmetro δ_{il} consiste na função delta de Kronecker descrita por

$$\delta_{il} = \begin{cases} 1, & \text{if } i = l \\ 0, & \text{if } i \neq l, \end{cases}$$

em que l representa o índice do robô líder. O último termo compreende um componente de arrasto que auxilia na movimentação dos robôs, principalmente quando se faz necessário efetuar mudanças de direção mais acentuadas como, por exemplo, nas mudanças da localização do alvo. Tal termo é ajustado utilizando uma constante de proporcionalidade γ .

O campo potencial atrativo U_{it} é uma função da distância relativa entre o líder e um *waypoint*

$$U_{it}(\|\mathbf{p}_{it}\|) = \frac{1}{2} \beta \|\mathbf{p}_{it}\|^2, \quad (4.32)$$

no qual β é o ganho utilizado para controlar a intensidade do potencial. Um ajuste adequado dos ganhos α , β e γ permite ao grupo manter determinada formação durante sua movimentação. Apesar do líder saber a posição dos *waypoints*, o movimento do grupo é baseado em informações locais.

Pode-se observar que as Equações (4.29) e (4.31) são idênticas para os robôs, com exceção do líder. Dessa forma, somente o líder necessita modificar sua lei de controle

para colocar o grupo em movimento, o que pode ser feito de maneira descentralizada. Quando a lei de controle (4.22) é utilizada em sistemas compostos por muitos robôs, uma formação não uniforme é gerada: robôs localizados próximo ao centro do grupo estão mais próximos entre si do que os que se encontram mais distantes do centro. Ao aplicar essa lei de controle, aparentemente o centro do grupo torna-se a posição mais provável de um robô estar equidistante de seus vizinhos imediatos, pois acreditamos que tal posição seja um mínimo global da equação de controle (4.22). Essa suposição foi, então, empregada para definir o momento a partir do qual o robô líder coloca o grupo em movimento. Esse momento é estabelecido quando as distâncias do líder para seus vizinhos imediatos tenham convergido para valores próximos de d_{AB} , de modo que o parâmetro δ_{il} na Equação (4.31) possa ser configurado para o valor 1.

4.3 Seleção e Caracterização de Marcos

Em sistemas multirrobóticos as etapas de localização cooperativa ocorrem quando os robôs se encontram no ambiente. Em vários trabalhos, a ocorrência desses encontros se dá por acaso e a frequência dos mesmos não é planejada. Nesses sistemas, a escassez de encontros pode comprometer significativamente a qualidade da localização, devido ao constante acúmulo de incerteza decorrente da movimentação dos robôs.

Conforme descrito na Seção 4.2, estratégias de movimentação coletiva são empregadas neste trabalho de modo a manter o enxame de robôs atuando de maneira coesa. Tal coesão permite se fazer um planejamento da frequência com que etapas de localização cooperativa possam ocorrer, uma vez que a disponibilidade de robôs vizinhos é mantida durante toda a movimentação do grupo. Além da frequência de atualização, a seleção e caracterização de robôs atuantes como marcos pode influenciar no desempenho do grupo e na qualidade da localização resultante, tendo em vista a complexidade computacional envolvida para o processamento das informações em etapas de localização cooperativa. Desse modo, torna-se relevante o estabelecimento de uma estratégia para seleção das fontes de informação (robôs marco) que serão utilizadas nas etapas de localização cooperativa, pois tais estratégias permitem estabelecer uma boa relação entre o desempenho do processo de localização e a qualidade da localização resultante.

Enxames de robôs inevitavelmente criam maior densidade espacial no ambiente. Tal densidade amplia a ocorrência de encontros e, conseqüentemente, aumenta a possibilidade de troca de informações entre seus integrantes. Conforme descrito no Capítulo 3, diversos trabalhos em localização cooperativa utilizam critérios para definir os momentos em que o ajuste das crenças de localização deve ocorrer. No entanto, tais

critérios são dependentes das características do método de localização empregado e, por vezes, um único critério está disponível. A distância percorrida e a incerteza acumulada são dois critérios utilizados neste trabalho que apresentam indícios de que a qualidade da localização resultante pode ser afetada pela forma e frequência com que as etapas de localização cooperativa são efetuadas.

Na movimentação simultânea, a incerteza associada à estimativa de localização de um dado robô muda constantemente, devido à continuidade de seu movimento. Essa incerteza pode ser utilizada como critério para caracterizar potenciais robôs no grupo como marcos. A identificação de limiares de incerteza a partir do qual um robô deixará de ser caracterizado como marco consiste em um aspecto de difícil determinação, porém o mesmo pode influenciar diretamente a precisão das informações de localização do grupo. Neste trabalho buscou-se identificar empiricamente um equilíbrio entre a frequência de atualização (baseada em níveis de incerteza) e a qualidade da localização do grupo, tendo em vista o custo computacional envolvido nas etapas de localização cooperativa.

A qualidade da localização pode ser também influenciada pelo critério utilizado para selecionar um robô como marco. Dois critérios para seleção de marcos foram explorados neste trabalho, sendo que um deles é baseado na distância entre os robôs envolvidos em uma etapa de localização cooperativa e o outro no nível de incerteza associado a um potencial marco. Desse modo, dado um conjunto de robôs vizinhos, os mesmos são ordenados de acordo com um dos critérios definidos (distância ou nível de incerteza) e selecionados seguindo a ordem estabelecida.

4.4 Considerações Finais

A metodologia apresentada propõe a utilização de estratégias de movimentação coletiva como forma de permitir a execução de etapas de localização cooperativa com maior frequência. Além disso, a movimentação coletiva permite superar algumas dificuldades impostas às técnicas de localização cooperativa, quando um grupo de robôs atua em ambientes com grandes dimensões. A metodologia apresentada pode ser aplicada de maneira consistente tanto a enxames robóticos homogêneos quanto heterogêneos. Devido às capacidades limitadas dos robôs normalmente empregados em enxames, a utilização dos algoritmos de Interseção de Covariâncias permite efetuar de maneira descentralizada a fusão sensorial com base em informações locais e de maneira consistente. Dessa forma, tem-se uma abordagem escalável para a localização cooperativa em enxames robóticos.

Capítulo 5

Experimentos

Este capítulo apresenta os experimentos desenvolvidos durante a execução deste trabalho. Inicialmente, uma análise da variação do número de robôs marcos utilizados nas etapas de localização cooperativa em um exame robótico apresentada. Em seguida, algumas simulações são efetuadas para auxiliar na análise da consistência das estimativas geradas nas etapas de localização cooperativa. Por fim, uma prova de conceito é apresentada para mostrar a viabilidade de aplicar a abordagem proposta em sistemas reais. Modelos de robôs holonômicos e não holonômicos foram empregados nas simulações, enquanto que robôs com direção diferencial (modelo não holonômico) foram usados nos ambientes reais. As estratégias de movimentação apresentadas na Seção 4.2 foram utilizadas em momentos distintos durante a execução deste trabalho, no entanto somente a movimentação contínua foi avaliada nos experimentos com robôs reais.

5.1 Análise da Variação do Número de Marcos

Estes experimentos apresentam uma análise referente ao número de robôs marco empregados nas etapas de localização cooperativa em um exame robótico. Assim, a qualidade da localização dos robôs foi analisada ao se considerar a variação de alguns aspectos, a saber: o número de marcos utilizados nas etapas de localização cooperativa; critérios para seleção dos marcos; e diferentes níveis de incerteza nas medidas exteroceptivas. Este conjunto de experimentos simulados foi desenvolvido utilizando modelos de robôs holonômicos. Desse modo, o estado de cada robô consiste apenas em sua respectiva posição e a movimentação dos mesmos ocorre em qualquer direção no plano bidimensional. Os experimentos foram desenvolvidos utilizando o ambiente MATLAB®.

5.1.1 Movimentação Alternada

Os experimentos simulados foram executados com um enxame composto por 30 robôs holonômicos. Assim sendo, o estado \mathbf{x}_i do i -ésimo robô \mathcal{R}_i é representado por sua posição $\mathbf{p}_i = [x_i \ y_i]^\top$ no sistema de coordenadas de referência (ver Figura 2.1). O vetor $\mathbf{u}_i = [v_{x_i} \ v_{y_i}]^\top$ representa a entrada de controle, sendo v_{x_i} e v_{y_i} as velocidades lineares do robô nas direções x e y , respectivamente. Assim, nestes experimentos, cada robô é do tipo integrador simples, atuado diretamente em velocidade.

O modelo discreto de transição é expressado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^{k+1|k} &= g(\mathbf{x}_i^k, \mathbf{u}_i^k), \\ &= \begin{bmatrix} x_i^k + v_{x_i}^k \Delta t \\ y_i^k + v_{y_i}^k \Delta t \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

A estimativa $\hat{\mathbf{x}}_i$ é propagada utilizando (5.1) em etapas de predição do filtro de Kalman:

$$\hat{\mathbf{x}}_i^{k+1|k} = g(\hat{\mathbf{x}}_i^k, \hat{\mathbf{u}}_i^k). \quad (5.2)$$

A entrada $\hat{\mathbf{u}}_i^k = \mathbf{u}_i^k + \boldsymbol{\epsilon}_i^k = [\hat{v}_{x_i}^k \ \hat{v}_{y_i}^k]^\top$ consiste nas velocidades comandadas \mathbf{u}_i^k , no instante de tempo k , aumentadas com ruído $\boldsymbol{\epsilon}_i = [\epsilon_{v_{x_i}} \ \epsilon_{v_{y_i}}]^\top$ aditivo, Gaussiano, com médias zero e matriz de covariância $\mathbf{Q} = \text{diag}(E\{\boldsymbol{\epsilon}_i(\boldsymbol{\epsilon}_i)^\top\})$. No decorrer da movimentação, cada robô evolui individualmente esse modelo em intervalos de tempo de comprimento Δt . A propagação da incerteza é calculada conforme (4.6), sendo Φ_i^k uma matriz identidade de ordem 2 (\mathbf{I}_2) e G_i^k a mesma matriz multiplicada pelo intervalo de tempo Δt .

O modelo de observação é semelhante à Equação (4.7). Devido à utilização de um modelo holonômico e a suposição de coincidência de orientação dos sistemas de coordenadas de referência e do robô, a parte da estimativa $\hat{\mathbf{x}}_{ji}$ associada à orientação não é considerada. Desse modo, a posição de \mathcal{R}_j computada a partir das medidas de distância e orientação relativas tomadas por um robô marco \mathcal{R}_i e da posição deste, consiste em:

$$\begin{bmatrix} x_{ji} \\ y_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_{ij} \cos(\phi_{ij}) \\ \rho_{ij} \sin(\phi_{ij}) \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

ou seja,

$$\mathbf{x}_{ji} = f(\mathbf{x}_i, h(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)). \quad (5.4)$$

Utilizando a formulação apresentada na metodologia, o cálculo da estimativa $\hat{\mathbf{x}}_{ji}$

é feito conforme (4.11), enquanto que a incerteza é computada utilizando (4.14), sendo

$$F_{ij}^{k+1} = \frac{\partial f(\mathbf{x}_i^{k+1}, h(\mathbf{x}_i^{k+1}, \mathbf{x}_j^{k+1}))}{\partial \mathbf{x}_i^{k+1}} \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \mathbf{x}_j = \hat{\mathbf{x}}_j}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} S_{ij}^{k+1} &= \frac{\partial f(\mathbf{x}_i^{k+1}, h(\mathbf{x}_i^{k+1}, \mathbf{x}_j^{k+1}))}{\partial (\mathbf{z}_{ij}^{k+1})} \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \mathbf{x}_j = \hat{\mathbf{x}}_j}} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\phi_{ij}^{k+1}) & -\rho_{ij}^{k+1} \sin(\phi_{ij}^{k+1}) \\ \sin(\phi_{ij}^{k+1}) & \rho_{ij}^{k+1} \cos(\phi_{ij}^{k+1}) \end{bmatrix} \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i \\ \mathbf{x}_j = \hat{\mathbf{x}}_j}} \end{aligned}$$

e $\mathbf{R}_{ij} = \text{diag}([\sigma_\rho^2 \ \sigma_\phi^2])$. Tem-se, então, duas estimativas associadas ao estado de \mathcal{R}_j , $\hat{\mathbf{x}}_j^{k+1|k}$ e $\hat{\mathbf{x}}_{ji}^{k+1}$, combinadas utilizando a etapa de correção do filtro de Kalman Estendido (maiores detalhes, ver Equações (B.12) e (B.13) no Apêndice B).

Nestes experimentos, um grupo de robôs $\mathcal{R} = \{\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_\eta\}$ navega em um ambiente livre de obstáculos com aproximadamente 100 metros quadrados (10 m \times 10 m). O movimento dos robôs é definido com base em quatro *waypoints*, utilizados na tarefa de navegação. Tais *waypoints* definem a direção (\mathbf{v}_i^{dir}) a ser seguida por cada robô, a qual é utilizada no cômputo da ação de controle \mathbf{u}_i . As velocidades v_{x_i} e v_{y_i} calculadas a partir de \mathbf{u}_i foram limitadas a 10 cm/s, além de serem sujeitas a um ruído aditivo, branco e Gaussiano. Tal ruído possui média zero e incerteza proporcional a 10% do valor da velocidade. Cada simulação utilizou cerca de 6500 iterações, sendo $\Delta t = 100$ ms a duração de cada iteração. A distância total percorrida pelos robôs foi de aproximadamente 30 m.

Seguindo a metodologia, os robôs foram inicialmente dispostos juntos e divididos em dois subgrupos. Conforme descrito na Seção 4.2.1, é assumido que os robôs possuem relógios sincronizados, sendo que as etapas de localização cooperativa ocorrem no momento que antecede a troca de papéis entre os subgrupos. O movimento do enxame foi coordenado de modo que os subgrupos se movessem em turnos com intervalos de tempo preestabelecidos. Um subgrupo é selecionado para iniciar a movimentação, enquanto o outro se mantém estático. Após a movimentação, o subgrupo para e cada um de seus membros estima distância e orientação relativas para os robôs estáticos do outro subgrupo que se encontram dentro de suas respectivas vizinhanças. Tais informações são então utilizadas para atualizar as crenças dos robôs que estavam em movimento, em uma etapa de localização cooperativa. Nestes experimentos, o raio das vizinhanças foi ampliado o suficiente para permitir efetuar a análise do impacto de se utilizar um nú-

mero variável de marcos nas etapas de localização cooperativa. A Figura 5.1 apresenta um exemplo do caminho executado pelo enxame, na qual os pontos nas cores vermelha e azul ilustram a posição dos integrantes de cada subgrupo durante a movimentação do enxame. Os círculos representam a posição dos robôs em quatro momentos distintos nos quais uma etapa de localização cooperativa foi efetuada.

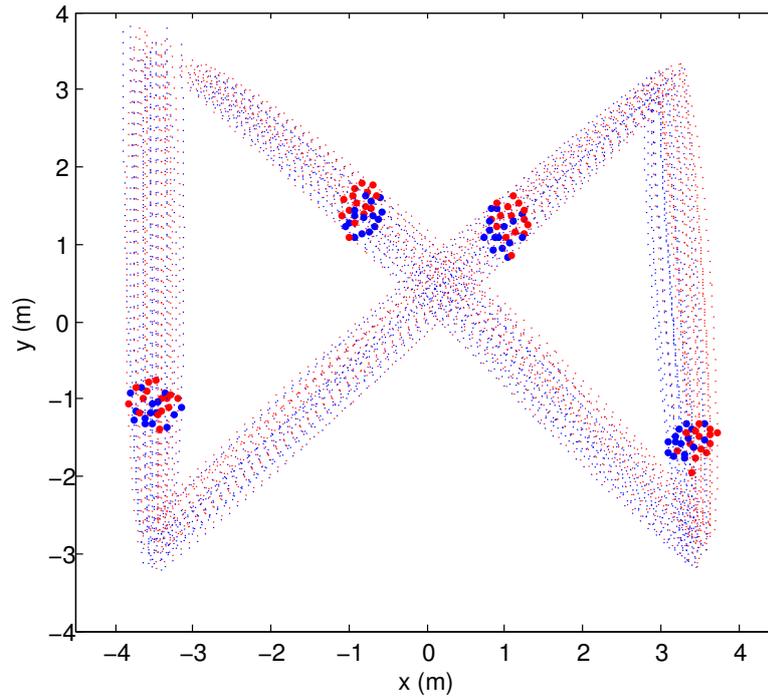


Figura 5.1: Exemplo de caminho executado pelos robôs. Os subgrupos são representados pelas cores vermelha e azul, sendo os pontos a posição dos robôs durante a navegação. Os círculos representam o posicionamento do enxame em quatro momentos distintos em que ocorreu uma etapa de localização cooperativa.

O primeiro experimento foi executado com o intuito de avaliar o impacto da utilização de diferentes níveis de ruído nas estimativas exteroceptivas. O ruído \mathbf{n} do modelo de observação (4.8), foi definido da seguinte forma: as medidas de distância relativa incorporam um ruído proporcional ao valor real das distâncias, sendo $\sigma_\rho = \rho \times \{0,05, 0,10, 0,20, 0,30, 0,40\}$, enquanto que o ruído associado às medidas de orientação relativa foi definido com base em valores fixos, de forma que $\sigma_\phi = \{1^\circ, 2^\circ, 3^\circ\}$. O impacto da utilização desses parâmetros foi analisado em relação à variação do número de robôs marco utilizado para corrigir as estimativas de localização nas etapas de localização cooperativa. Foram utilizados como robôs marco desde um único robô até o número total de robôs em \mathcal{R}_s , ou seja, 15 robôs. Para cada combinação específica dos valores de ruído $(\sigma_\rho, \sigma_\phi)$ e o número de marcos, um total de 30 simulações foram executadas. O erro médio da estimativa de posição de cada robô foi computado após

o caminho completo ter sido percorrido (Figura 5.2). Tal erro foi estabelecido tendo como referência a distância euclidiana entre o caminho executado por cada robô e aquele estimado.

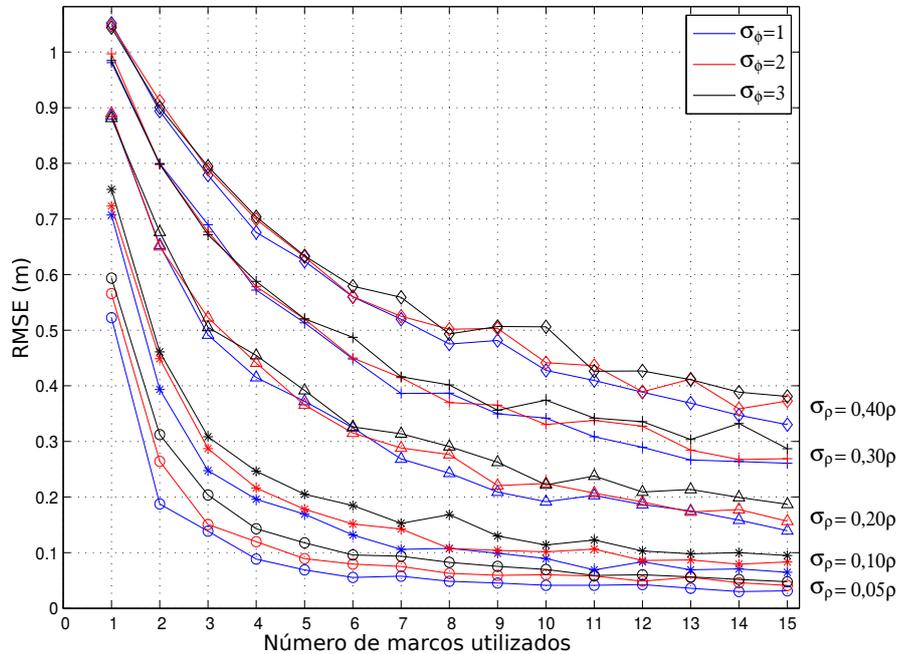


Figura 5.2: Erro médio ao se variar o número de marcos utilizado em etapas de localização cooperativa.

Para cada simulação s , o erro médio da localização do enxame foi calculado com base no valor dos erros de posição de todos os robôs, quando um número específico de vizinhos foi utilizado como marco:

$$E_s = \frac{1}{\|\mathcal{R}\|} \sum_i \frac{1}{K_i} \sum_k e_i^k, \quad (5.5)$$

sendo o erro de posição e_i^k associado a um robô i na iteração k definido por $e_i^k = \|\mathbf{p}_i^k - \mathbf{p}_i^k\|$, onde \mathbf{p}_i^k é a estimativa de posição relativa ao *ground truth*, K_i o número de iterações executadas pelo robô i e $\|\mathcal{R}\|$ o número total de robôs. O erro médio (RMSE) associado a um experimento foi calculado da seguinte forma:

$$\text{RMSE} = \frac{1}{S} \sum_s E_s, \quad (5.6)$$

sendo S o número de simulações efetuadas no experimento.

Os resultados indicam que o ruído associado à medida de orientação relativa ϕ tem uma influencia menor no valor do erro médio. No entanto, ao se aumentar o ruído relativo à medida de distância ρ , um robô necessita utilizar um número maior

de marcos para alcançar estimativas com determinado nível de qualidade. Pode-se observar também, naquelas situações onde o ruído é pequeno, que o aumento no número de marcos, acima de determinados valores, não contribui significativamente para a redução do erro de localização. Por exemplo, para $\sigma_\rho = 0,05\rho$, o erro diminui muito lentamente para um número de marcos superior a seis. Em outras palavras, dependendo do ruído de observação, a utilização de um número pequeno de marcos é suficiente para melhorar as estimativas de localização.

Outra análise efetuada diz respeito à variação do número de marcos utilizado e o conseqüente impacto no erro médio de localização, ao longo da execução do caminho. A Figura 5.3 mostra os resultados de um conjunto de 30 simulações em que o ruído de observação foi fixado em $\sigma_\rho = 0,10\rho$ e $\sigma_\phi = 3^\circ$. Conforme pode ser observado, o erro de posicionamento cresce mais rapidamente quando não se utiliza cooperação nos processos de localização. Com a cooperação, o erro médio é significativamente reduzido quando pelo menos um robô marco é utilizado, porém tal redução é menor para mais de quatro marcos. Essa constatação reforça o resultado apresentado anteriormente que indica que a utilização de um número pequeno de robôs marco pode ser suficiente para melhorar a localização em enxames de robôs.

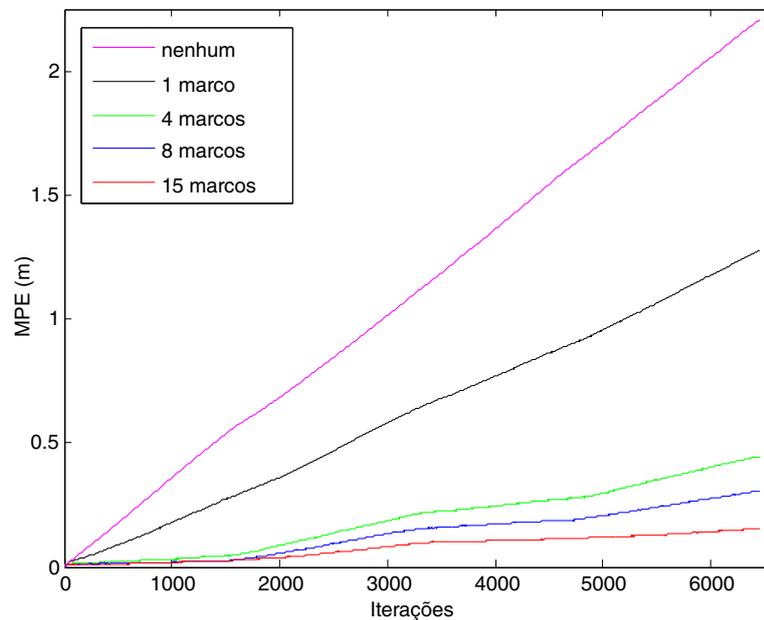


Figura 5.3: Erro médio em cada iteração de acordo com um número diferente de marcos utilizados nas etapas de localização cooperativa.

Neste experimento, para cada simulação s , o erro médio de localização E_s^k foi calculado em cada iteração k , com base no valor dos erros de posição dos robôs, con-

siderando determinado número de vizinhos como marco:

$$\text{PE}_s^k = \frac{1}{\|\mathcal{R}\|} \sum_i \mathbf{e}_i^k, \quad (5.7)$$

sendo \mathbf{e}_i^k o erro de posicionamento na iteração k descrito anteriormente e definido por $\mathbf{e}_i^k = \|\mathbf{p}_i^k - \mathbf{p}_i^k\|$, onde \mathbf{p}_i^k é a estimativa de posição do robô relativa ao *ground truth* e $\|\mathcal{R}\|$ o número total de robôs. O erro médio de posicionamento (MPE) em cada iteração associado a um experimento foi calculado conforme segue

$$\text{MPE}^k = \frac{1}{S} \sum_s \text{PE}_s^k, \quad (5.8)$$

sendo S o número de simulações efetuadas.

Na Figura 5.3, o valor de MPE, ao se considerar o uso de 15 marcos, apresenta uma tendência a convergir para uma taxa de crescimento constante após um certo número de iterações. Isso se apresenta como um resultado importante, uma vez que o mesmo provê a noção de que seria possível obter um limite máximo para o erro de localização do enxame.

A melhoria na localização pode ser observada na Figura 5.4. O caminho executado por um dos robôs é apresentado, no qual diferentes quantidades de marcos foram utilizados nas etapas de localização cooperativa. Nessa figura, a linha na cor preta representa o caminho verdadeiro executado (*ground truth*), a linha vermelha representa a estimativa de localização do robô sem efetuar localização cooperativa (odometria) e a linha azul indica a localização do robô quando esse utilizou um número específico de robôs marco para melhorar sua estimativa de localização. Tanto a Figura 5.3 quanto a Figura 5.4 são relacionadas ao mesmo grupo de experimentos.

Nos experimentos apresentados, os marcos a serem utilizados nas etapas de localização cooperativa foram escolhidos aleatoriamente, sem a utilização de qualquer critério de seleção, doravante denominado Critério de Seleção Aleatória (CSA). As estimativas associadas às observações foram utilizadas nas etapas de correção do filtro de Kalman de acordo com a ordem de chegada das mensagens. Com o propósito de avaliar o impacto decorrente da utilização de diferentes estratégias para processamento dessas observações, dois critérios foram definidos. O primeiro, denominado Critério de Seleção por Proximidade (CSP), considera uma ordenação das observações de modo que aquelas associadas a marcos localizados mais próximos a um robô tentando se localizar são processadas primeiro. O segundo critério considera a incerteza das informações de localização dos marcos, de modo que marcos com menores níveis de incerteza são

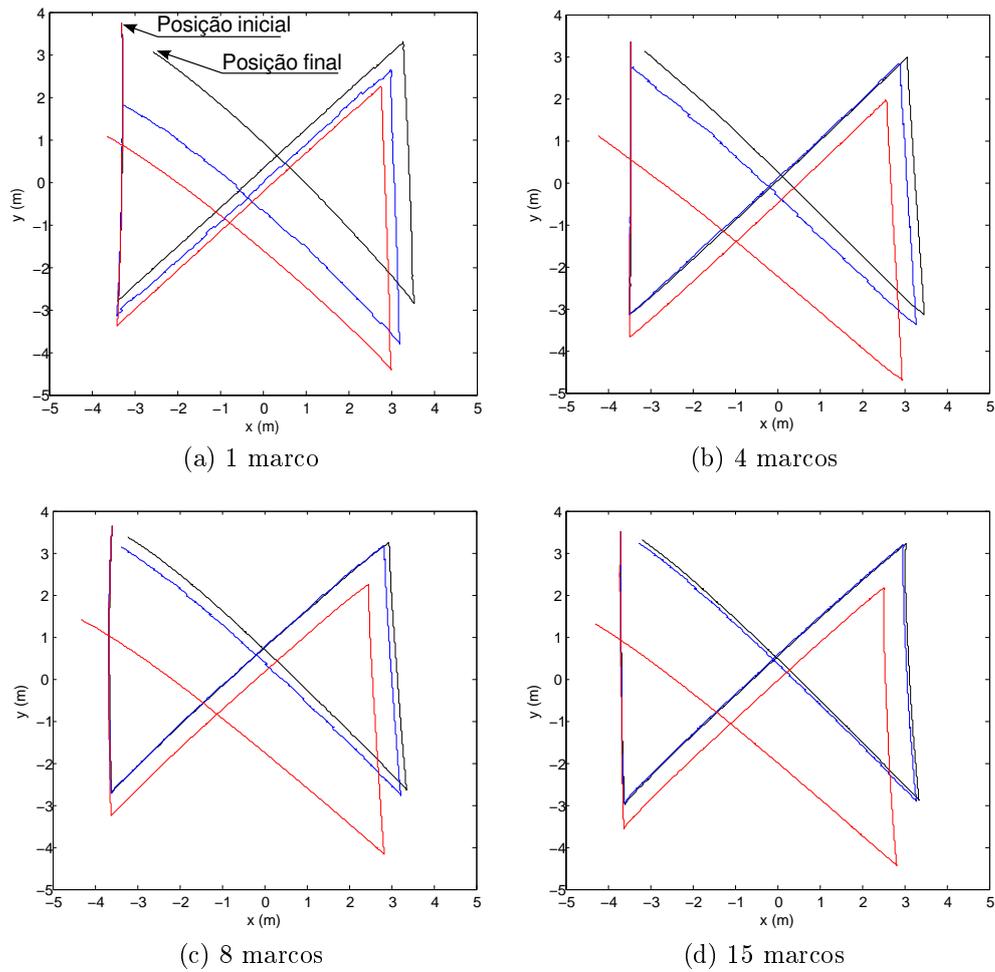


Figura 5.4: Estimativas de localização de um robô do enxame. A linha preta indica o caminho real executado pelo robô (*ground truth*) enquanto que a linha azul indica a estimativa resultante das etapas de localização cooperativa. A linha vermelha representa a localização estimada sem utilizar etapas de localização cooperativa (odometria). A variação do número de marcos utilizado nas etapas de localização cooperativa é indicada nas figuras.

processados primeiramente (Critério de Seleção da Menor Incerteza - CSMI), independente da proximidade desses marcos em relação ao robô que está tentando se localizar. Os ruídos de observação foram definidos utilizando os mesmos valores do experimento anterior: $\sigma_\rho = 0,10\rho$ e $\sigma_\phi = 3^\circ$. Os critérios CSP e CSMI foram comparados com o critério de seleção aleatória empregado nos experimentos anteriores. Neste experimento, o erro médio foi calculado utilizando a Equação (5.6). A Figura 5.5 mostra que ambos os critérios (CSP e CSMI) melhoram a localização quando comparados com o CSA. Considerando somente os dois critérios definidos, a seleção de robôs marco com menores níveis de incerteza mostra-se ligeiramente melhor do que a seleção baseada na proximidade, principalmente quando o número de marcos utilizado é pequeno.

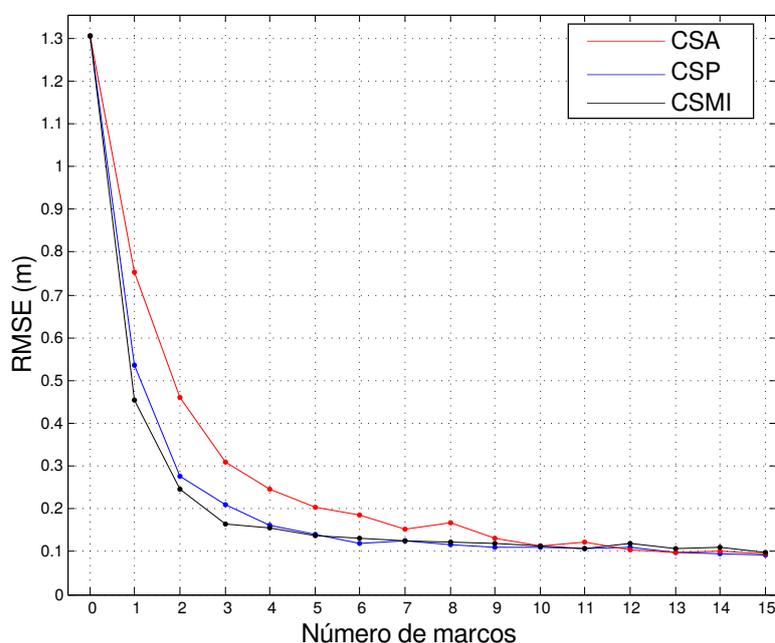


Figura 5.5: Erro médio das estimativas de posição de acordo com o critério de seleção de marcos utilizado.

Algumas Considerações

Os experimentos desenvolvidos nesta seção utilizaram algumas suposições que poderiam ser consideradas fortes em exames robóticos, devido às limitações de processamento e sensoriamento local, comumente presentes nesse tipo de sistema. As principais limitações dizem respeito à obtenção de estimativas de distância e orientação relativas sem considerar oclusões ou um limite para o alcance sensorial. No entanto, tais suposições foram empregadas para possibilitar uma análise do impacto na qualidade da localização ao se utilizar um número variável de robôs marco nas etapas de localização

cooperativa, além de avaliar o emprego de diferentes critérios para a seleção desses marcos.

Conforme descrito no Capítulo 2, é desejável que técnicas aplicadas a enxames robóticos sejam descentralizadas, permitindo que cada robô no grupo utilize somente informações locais, sejam elas dados sensoriais ou provenientes de comunicação. Os resultados obtidos nesta seção mostram que com um número pequeno de marcos pode-se obter estimativas de localização com boa qualidade, geradas no processo de localização cooperativa. Esse resultado é relevante, pois permite que os robôs em um enxame obtenham boa localização ao utilizarem somente informações locais, ou seja, seus vizinhos. Desse modo, o tamanho do enxame deixa de ser decisivo para a qualidade da localização, atribuindo uma característica de escalabilidade à abordagem empregada.

Esses resultados são também influenciados pela estratégia de movimentação empregada, uma vez que a mesma mantém parte do grupo inerte e atuando como marco. Devido a isso, o erro associada às estimativas de localização possui taxa de crescimento menor quando comparada a uma estratégia que movimenta todos os robôs simultaneamente. Apesar da deterioração mais rápida da informação de localização na movimentação simultânea, a mesma possui performance melhor do que a estratégia que alterna os movimentos dos robôs.

Considerando essas questões, a estratégia de movimentação contínua proposta neste trabalho faz uso de um enxame heterogêneo, no qual um robô equipado com sensores que o provêm informações de localização com boa precisão é utilizado para diminuir a degradação da localização do grupo. Devido à qualidade da localização desse robô, o mesmo é utilizado como líder para guiar o enxame pelo ambiente utilizando um comportamento de líder-seguidor. A próxima seção apresenta os resultados decorrentes da utilização dessa estratégia de movimentação.

5.1.2 Movimentação Contínua

Diferentemente da seção anterior, os experimentos apresentados nesta seção foram desenvolvidos com o propósito de analisar a qualidade da localização de um enxame, no qual um dos robôs é equipado com sensores que o permitem manter uma boa estimativa de sua localização. Um outro objetivo desses experimentos é avaliar a qualidade da localização dos robôs, considerando a influência do posicionamento do líder em relação ao grupo. Por intermédio desse robô, o grupo se move continuamente e é guiado pelo ambiente de modo a visitar regiões previamente estabelecidas. Conforme descrito na Seção 4.2.2 da metodologia, a movimentação é efetuada utilizando um comportamento de líder-seguidor, além de comportamentos de agregação e segregação, responsáveis por

manter a coesão do grupo.

A estratégia de movimentação descrita na Seção 4.2.2 foi empregada para manter a coesão do grupo. Um enxame composto de 100 robôs holonômicos com aproximadamente 70 mm de diâmetro foi utilizado, sendo que o mesmo navega em um ambiente estático, livre de obstáculos, com aproximadamente 200 m² (15 m × 15 m). O enxame é guiado por uma série de *waypoints*, a serem alcançados pelo grupo. A localização desses *waypoints* é utilizada na Equação (4.31) para calcular o penúltimo termo da equação, a qual estabelece a ação de controle que guia o líder e, conseqüentemente os demais robôs, para determinadas regiões do ambiente. A aceleração gerada pela lei de controle é sujeita a um ruído Gaussiano, aditivo, com média zero e desvio padrão proporcional a 10% do valor verdadeiro. Cada simulação utiliza cerca de 56300 iterações, sendo $\Delta t = 10$ ms a duração de cada iteração. O comprimento total do caminho percorrido é de, aproximadamente, 35,5 m.

Nestes experimentos, cada robô é do tipo integrador duplo. A ação de controle é baseada na formulação descrita na Seção 4.2.2. Dessa forma, os vetores de estado e velocidades são definidos com base no vetor $\mathbf{u}_i = [a_{x_i} \ a_{y_i}]^\top$, que consiste na ação de controle do i -ésimo robô no grupo. O estado de \mathcal{R}_i no instante de tempo k é definido como $\mathbf{x}_i^k = [x_i^k \ y_i^k]^\top$ e o seguinte modelo discreto é utilizado para o cálculo do mesmo em cada iteração:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i^{k+1} &= f(\mathbf{v}_i^k, \mathbf{u}_i^k) \\ &= \mathbf{v}_i^k + \mathbf{u}_i^k \Delta t, \quad i = 1, \dots, \eta \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^{k+1} &= f(\mathbf{x}_i^k, \mathbf{v}_i^{k+1}) \\ &= \mathbf{x}_i^k + \mathbf{v}_i^{k+1} \Delta t. \end{aligned} \quad (5.10)$$

A propagação do estado do i -ésimo robô é efetuada utilizando o modelo discreto (5.10), como segue:

$$\widehat{\mathbf{x}}_i^{k+1|k} = f(\widehat{\mathbf{x}}_i^{k|k}, \widehat{\mathbf{v}}_i^{k+1}), \quad i = 1, \dots, \eta. \quad (5.11)$$

A entrada $\widehat{\mathbf{u}}_i^k = \mathbf{u}_i^k + \boldsymbol{\epsilon}_i^k = [a_{x_i}^k \ a_{y_i}^k]^\top$ é composta, basicamente, das acelerações comandadas \mathbf{u}_i^k , ampliadas com um ruído aditivo Gaussiano $\boldsymbol{\epsilon}_i = [\epsilon_{a_{x_i}} \ \epsilon_{a_{y_i}}]^\top$, com médias zero e matriz de covariância diagonal $\mathbf{Q}_i = \text{diag}(E\{\boldsymbol{\epsilon}_i(\boldsymbol{\epsilon}_i)^\top\})$. Esse modelo é computado individualmente por cada robô em intervalos de tempo de comprimento Δt . De modo similar ao que foi feito na movimentação alternada, a incerteza é calculada utilizando (4.14), sendo Φ_i^k uma matriz identidade de ordem 2 (\mathbf{I}_2) e $G_i^k = \Delta t \mathbf{I}_2$. O modelo de observação é descrito pela Equação (5.3), apresentada na seção anterior.

Seguindo a metodologia, os robôs são inicialmente dispostos aleatoriamente em determinada região do ambiente. Utilizando a lei de controle (4.22), o líder é guiado em direção ao centro do enxame (ver Figura 4.7). Durante essa formação inicial, o parâmetro d_{AB} foi definido como 0,5 m, enquanto que $d_{AA} = 1,0$ m. Conforme descrito na Seção 4.1, o algoritmo de localização utiliza medidas relativas entre pares de robôs compartilhando uma mesma vizinhança. Devido à não uniformidade das distâncias interagentes resultantes da formação inicial, as estimativas de localização daqueles robôs mais distantes do centro do grupo degradam mais rapidamente. Para solucionar esse problema, a lei de controle *local* (4.29) foi aplicada de forma a gerar uma formação mais uniforme, enquanto que (4.31) possibilitou ao grupo se movimentar utilizando somente informações locais. Nessas leis de controle, os parâmetros utilizados na função potencial (4.23) foram definidos como $d_{AA} = d_{AB} = 0,2$ m. O alcance do sensor virtual (raio ε das vizinhanças) foi definido como 0,266 m ($1,33 \times d_{AB}$), limitando cada robô interagir somente com seus vizinhos imediatos.

A Figura 5.6 apresenta um exemplo de caminho efetuado pelo enxame no ambiente. A estratégia utilizada para a movimentação do grupo considera informações de localização perfeita. No entanto, as estimativas de localização geradas pelas abordagens avaliadas (EKF e CI) são sujeitas a ruídos, conforme descrito nos experimentos. Os círculos maiores na cor cinza representam as regiões que o enxame precisa visitar, cujos centros definem os *waypoints*. Os pontos na figura indicam a posição dos robôs durante a navegação. A cor azul caracteriza o robô líder, enquanto que a cor vermelha representa os demais robôs. Os círculos são utilizados para indicar a formação do grupo durante a movimentação pelo ambiente. Pode-se observar que tal formação foi mantida durante a navegação do enxame.

Nestes experimentos, a localização cooperativa é executada de acordo com a seguinte descrição. Os robôs com um nível de incerteza menor do que determinado valor pré-especificado atuam como marcos e transmitem (*broadcast*) mensagens compostas por seu identificador, estado e a incerteza associada. Após alcançar o limiar de incerteza predefinido, um robô deixa de ser considerado marco e para de transmitir mensagens. Para restringir o alcance sensorial dos robôs, somente os robôs dispostos a uma determinada distância de um robô que está transmitindo são considerados aptos a receber tais mensagens. Durante o movimento, após um robô ter acumulado um determinado nível de incerteza, ele atualiza sua estimativa de localização com as informações recebidas de robôs marcos, caso consiga estimar distância e orientação relativas a esses. Apesar de ser possível atualizar a estimativa de localização de um robô com informações provenientes de mais de um robô marco, nestes experimentos somente a informação recebida do marco com menor incerteza é utilizada.

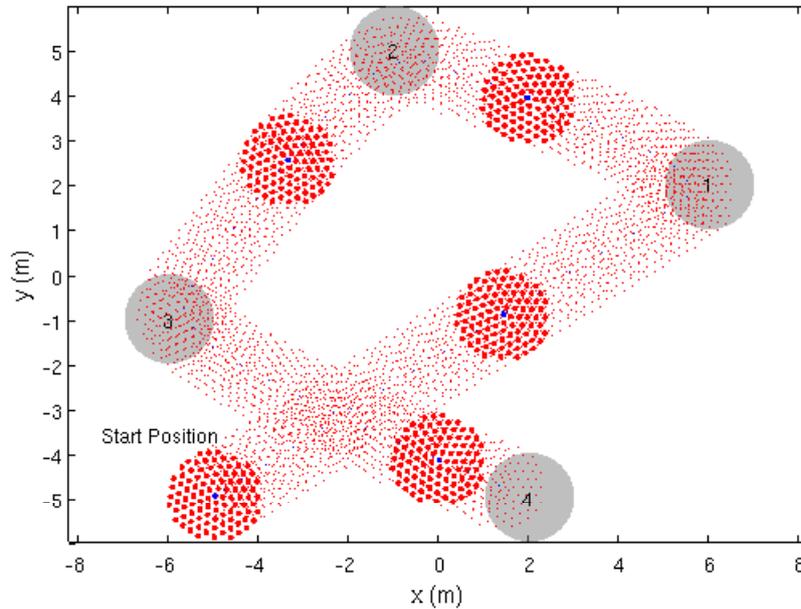


Figura 5.6: Exemplo de um caminho executado pelo enxame. A cor azul representa as posições do robô líder enquanto que a cor vermelha indica a posição dos demais robôs.

Os resultados de três tipos de experimentos são mostrados em seguida. No primeiro, a localização foi feita sem considerar um comportamento cooperativo de modo que cada robô utiliza somente seus sensores proprioceptivos (odometria). O segundo experimento fez uso de localização cooperativa, no entanto nenhum robô foi equipado com algum sistema de posicionamento global. Todos os robôs tentam atualizar suas estimativas de localização com base em seus vizinhos imediatos. No último experimento, um robô (líder) equipado com sensor de posicionamento global propaga suas estimativas para os vizinhos imediatos. Neste experimento, o líder atualiza sua estimativa de localização utilizando somente as informações do sensor de posicionamento global, ou seja, não utiliza seus vizinhos para ajustar sua crença. Nos dois últimos experimentos, as etapas de localização cooperativa foram efetuadas de modo que cada robô (com exceção do líder) utilizasse somente o marco com a melhor estimativa (menor incerteza). Nenhuma sincronização foi efetuada, de modo que um dado robô tenta atualizar sua estimativa de forma independente dos demais. Além disso, os ruídos associados às medidas de distância e orientação relativas foram definidos com desvio padrão de 5% do valor real de tais medidas. Esses experimentos serão referenciados a seguir como *sem cooperação*, *LC sem GPS* e *LC com GPS (líder)*, respectivamente.

Nesta análise, cada experimento foi executado 30 vezes e o erro médio (RMSE) foi calculado. O objetivo consiste em comparar o erro de localização das estimativas de posição dos robôs ao considerar o posicionamento de cada robô em relação ao lí-

der. Para auxiliar na análise desse erro, o método de agrupamento k -means (*k-means clustering*) foi utilizado para dividir (virtualmente) o enxame em seis grupos. O critério utilizado para atribuir um robô a um determinado grupo g (Gg) foi a distância Euclidiana verdadeira entre tal robô e o líder. Quanto menor o valor de g , menor é a distância média daquele grupo em relação ao líder. A Figura 5.7 mostra o resultado da divisão executada com o parâmetro $k = 6$. Os círculos representam a posição dos robôs e as cores distinguem os grupos. O robô líder é representado pela cor branca e foi considerado como ponto de referência a partir do qual o processo de agrupamento foi executado.

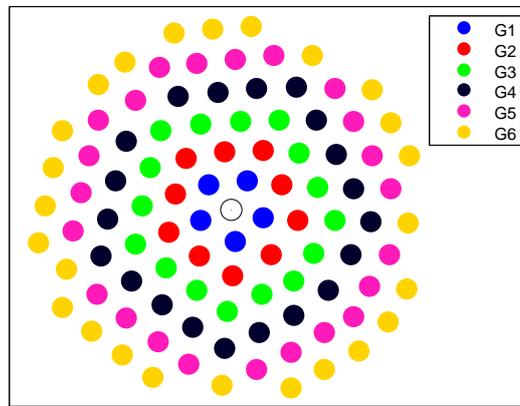


Figura 5.7: Agrupamentos utilizados somente para auxiliar na análise. O líder é localizado no centro do enxame (círculo branco), enquanto que os demais robôs são atribuídos aos grupos (G1 to G6) com base na distância Euclidiana para o robô líder.

O cálculo do erro de localização (RMSE) foi efetuado tendo como base os agrupamentos gerados, conforme segue:

$$E_s^{G_j} = \frac{1}{||G_j||} \sum_{i \in G_j} \frac{1}{K_i} \sum_k \mathbf{e}_i^k, \quad (5.12)$$

sendo o erro de posição \mathbf{e}_i^k associado a um robô i na iteração k definido por $\mathbf{e}_i^k = ||_g \hat{\mathbf{x}}_i^k - \hat{\mathbf{x}}_i^k ||$, onde $_g \hat{\mathbf{x}}_i^k$ é a estimativa de posição relativa ao *ground truth*, K_i o número de iterações executadas pelo robô i e $||G_j||$ o número de robôs no grupo j . O erro médio associado ao grupo j em um determinado experimento foi calculado da seguinte forma:

$$\text{MPE}_j = \frac{1}{S} \sum_s E_s^{G_j}, \quad (5.13)$$

sendo S o número de simulações.

A Figura 5.8 apresenta os erros para os três tipos de experimentos. É possível observar o aumento na qualidade da localização quando um método de localização cooperativa é empregado. Além disso, o uso de um único robô equipado com sistema de posicionamento global aumenta significativamente a qualidade da localização de todos os robôs. Tal como ocorreu na movimentação alternada (Figura 5.3), na movimentação contínua o erro cresce mais rapidamente quando não se utiliza cooperação nos processos de localização.

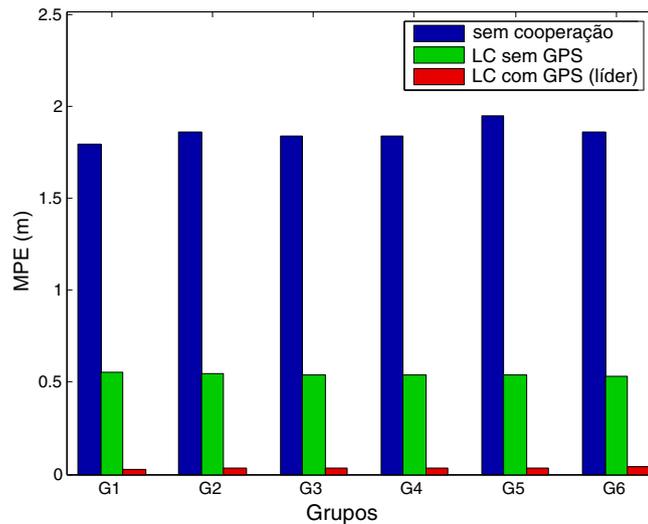


Figura 5.8: Erro de localização associado aos três tipos de experimento.

A Figura 5.9 apresenta a análise do erro relacionado aos experimentos em que o robô líder foi equipado com sensores de localização absoluta e os demais robôs se localizaram utilizando o método de localização cooperativa. Essa figura compreende uma versão ampliada da informação referente aos dados “LC com GPS (líder)” (cor vermelha) presente na Figura 5.8. O grupo G1 foi utilizado como referência devido à sua proximidade com o robô líder. Desse modo, cada barra na figura mostra a proporção do erro de determinado grupo em relação a G1, ou seja, G_g/G_1 , sendo $g = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. É possível notar a tendência de crescimento do erro quando um grupo encontra-se mais afastado de G1 (Figura 5.9). O erro de localização de G6 é quase 50% maior do que o erro de localização do grupo G1. Na Figura 5.8, os grupos apresentam erros similares quando o método de localização cooperativa não foi utilizado.

Outro dado interessante diz respeito a que grupo pertence um robô marco utilizado por determinado robô para corrigir sua estimativa de localização. Esse dado possibilita verificar de que forma ocorreu a cooperação intergrupos, possibilitando identificar o sentido do fluxo de atualizações. Conforme descrito anteriormente, cada robô somente tem acesso a seus vizinhos imediatos, os quais poderão ser utilizados como

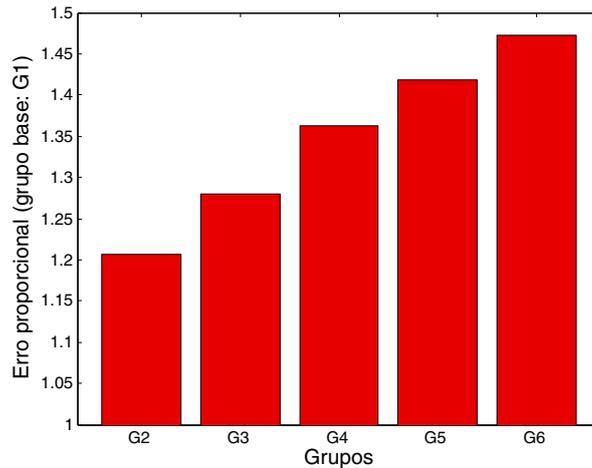


Figura 5.9: Erro da localização cooperativa com um robô equipado com sistema de posicionamento global. Os grupos Gg são definidos com base em suas respectivas distâncias para o robô líder (quanto menor o valor de g , menor é a distância de um grupo para o líder).

marco. Na Figura 5.7, pode-se observar que devido à forma com que os agrupamentos foram definidos, os robôs possuem vizinhos pertencentes a mais de um grupo. Robôs do grupo G3, por exemplo, possuem vizinhos que pertencem ao próprio grupo, além de robôs pertencentes aos grupos G2 e G4. Por outro lado, alguns robôs do grupo G4 possuem vizinhos do próprio grupo e dos grupos G3, G5 e G6.

A Tabela 5.1 apresenta um resumo da cooperação intergrupos ocorrida nas etapas de localização cooperativa. Nessa tabela são mostradas as proporções (valor médio das 30 execuções) com relação à utilização dos robôs marco. Como exemplo, pode-se observar que os robôs em G2 utilizaram como marcos robôs pertencentes a: G1 em 53%; G2 em 26%; e G3 em 21% das etapas de localização cooperativa. É importante observar que robôs localizados em G1 corrigem suas estimativas de posição utilizando o líder, representado pelo valor 0 em todos os grupos na primeira linha da tabela. Conforme citado anteriormente, o raio ε foi definido de forma que cada robô interagi diretamente somente com seus vizinhos imediatos. Consequentemente, um grupo se relaciona somente com grupos próximos. Além do mais, pode-se observar que cada grupo utiliza, na maioria das vezes, grupos vizinhos mais próximos do líder.

A importância do posicionamento do líder no grupo é mostrada na Figura 5.10. Como dito anteriormente, aqueles robôs mais distantes do líder acumulam maior erro de localização. Dessa forma, quando um único robô equipado com sistema de posicionamento global é utilizado no enxame, o melhor posicionamento para o mesmo é próximo ao centro do grupo. Nessa figura, o círculo claro indica a posição do líder, enquanto que os demais representam a posição dos outros robôs. Círculos mais escuros

Tabela 5.1: Cooperação intergrupos

		Grupos					
		G1	G2	G3	G4	G5	G6
Grupos	G1	0	0	0	0	0	0
	G2	0.53	0.26	0.21	0	0	0
	G3	0	0.43	0.32	0.25	0	0
	G4	0	0	0.42	0.28	0.28	0.02
	G5	0	0	0.02	0.43	0.25	0.30
	G6	0	0	0	0.08	0.63	0.29

indicam erros de localização maiores.

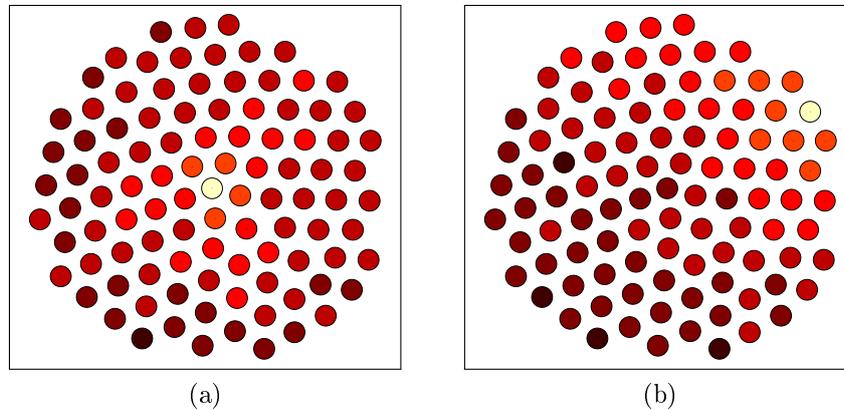


Figura 5.10: Intensidade do erro acumulado pelos robôs após a execução de um caminho. Os círculos representam a posição dos robôs no enxame. O círculo claro indica a posição do líder: (a) líder posicionado próximo ao centro do enxame; (b) líder posicionado na fronteira do grupo. As cores indicam a intensidade do erro de localização: cores mais escuras representam níveis maiores de erro.

É possível observar na Figura 5.10b, na qual o líder é posicionado na fronteira do enxame, que os robôs situados no lado oposto do enxame possuem níveis mais elevados de erro do que aqueles localizados próximos ao líder. Nos experimentos em que o líder foi posicionado na fronteira do grupo, o número de agrupamentos foi ampliado para 15 grupos para auxiliar a análise da degradação da localização dos robôs em relação ao posicionamento dos mesmos no grupo (ver Figura 5.11). A atribuição de um robô a um determinado grupo foi feita nos mesmos moldes da atribuição descrita anteriormente.

O erro médio das estimativas de posição dos robôs que compõem um agrupamento é apresentado em Figura 5.12. Como pode ser visto, a tendência de crescimento discutida anteriormente foi mantida. A Figura 5.12 sugere que em enxames compostos por um número maior de robôs, um único robô com capacidades sensoriais ampliadas (uso de GPS, por exemplo) pode não ser suficiente para manter bons níveis de locali-

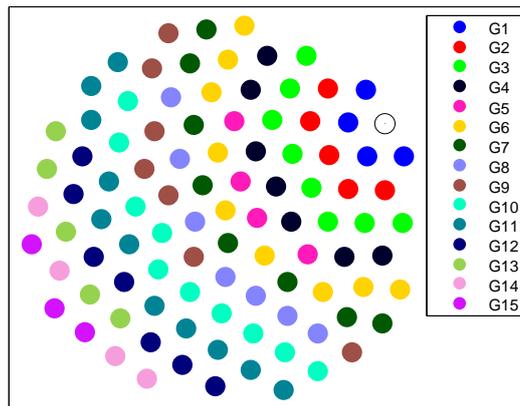


Figura 5.11: Aumento no número de agrupamentos de forma a permitir uma melhor análise do impacto na qualidade da localização tendo como referência a disposição dos grupos em relação ao robô líder (círculo branco).

zação para todos os membros do grupo. Além disso, o posicionamento desses robôs é um fator relevante a ser considerado.

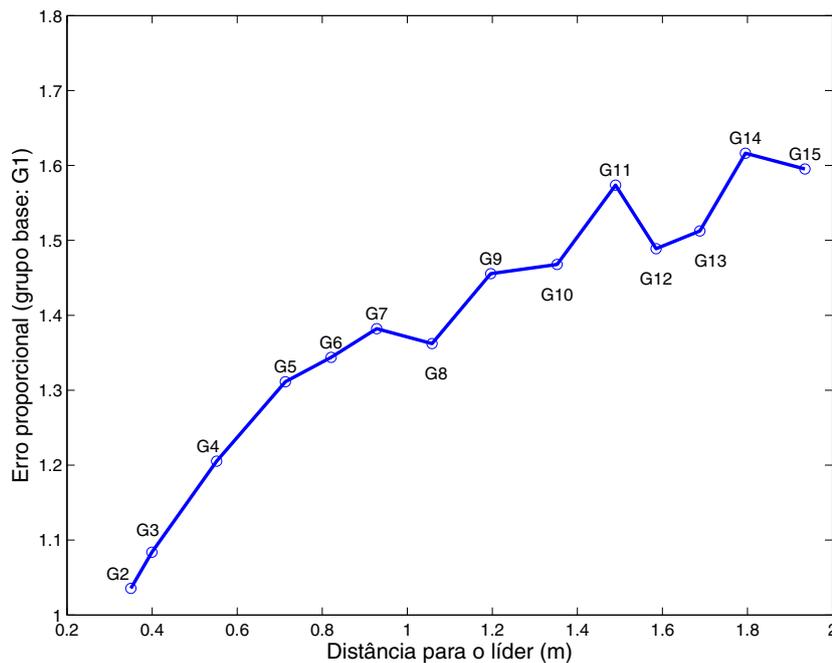


Figura 5.12: Proporção do erro médio de cada grupo g em relação ao grupo mais próximo ao líder (G_g/G_1).

Considerações

Filtros de Kalman foram utilizados nas etapas de localização cooperativa dos experimentos desenvolvidos nesta seção, tanto na movimentação alternada quanto na contí-

nua. Conforme descrito na Seção 3.1, a suposição de independência entre as estimativas dos vários robôs no grupo é inadequada, o que pode gerar estimativas inconsistentes quando se utiliza o filtro de Kalman, porém não se tem o registro das interdependências. Apesar disso, vários trabalhos na literatura utilizam essa suposição, tendo em vista a complexidade para lidar com as informações de interdependência.

Para evitar a geração de estimativas inconsistentes, uma abordagem possível é armazenar as informações de interdependência para uso nas etapas de localização cooperativa. Para isso, faz-se necessário utilizar um elemento centralizador, responsável pela geração de uma estimativa conjunta e consistente para os robôs. Desse modo, informações sensoriais e estimativas precisam ser transmitidas entre os robôs e essa entidade nas etapas de localização cooperativa. Em uma abordagem descentralizada, cada robô precisa manter a estimativa conjunta atualizada. Para tanto, quando algum robô participa de uma etapa de localização cooperativa, o mesmo precisa transmitir as informações sensoriais e de interdependência para os demais robôs, de modo que eles também possam gerar a estimativa conjunta e atualizar suas informações. Essas abordagens normalmente exigem sincronismo, o que acarreta em maior complexidade para efetuar as etapas de localização cooperativa. Além disso, ambas abordagens comprometem a escalabilidade do sistema, quando esse é composto por um número significativo de robôs. Ainda, a complexidade de tempo e espaço para o tratamento das informações de interdependência e o conhecimento prévio do número de robôs em um enxame podem comprometer a aplicação dessas abordagens em sistemas reais.

Para lidar com esta questão, os experimentos apresentados na próxima seção fazem uso do algoritmo de Interseção de Covariâncias nas etapas de localização cooperativa. O principal objetivo desses experimentos é verificar a consistência das estimativas geradas por esse algoritmo na localização de enxames. De acordo com o Apêndice C, o algoritmo de Interseção de Covariâncias gera estimativas consistentes, mesmo quando não se tem o registro das informações de interdependência. Por causa disso, tal algoritmo se apresenta como uma solução em potencial para o problema de inconsistência que pode ser gerado nas etapas de localização cooperativa em enxames robóticos, pois não exige a utilização de toda a informação disponível no grupo. Desse modo, ao utilizar o algoritmo de Interseção de Covariâncias, um robô consegue gerar de maneira descentralizada estimativas consistentes nas etapas de localização cooperativa utilizando somente os robôs marco disponíveis em sua vizinhança.

Conforme descrito anteriormente, as técnicas aplicadas a enxames robóticos devem possibilitar que cada robô utilize somente informações locais, ou seja, aquelas disponíveis na sua vizinhança. Nessa abordagem, devido ao fato dos robôs não precisarem armazenar as informações de interdependência, a complexidade associada às

etapas de localização cooperativa não cresce em função do número de robôs no enxame: a complexidade de espaço para armazenar as estimativas é constante, enquanto que a complexidade de tempo para processar uma etapa de localização cooperativa é proporcional ao número de marcos utilizado. Esse número é menor ou igual ao número de vizinhos, um número pequeno quando comparado ao tamanho do enxame.

5.2 Consistência das Estimativas de Localização

Nesta seção são apresentados experimentos simulados utilizando o ambiente MATLAB®. Um enxame heterogêneo é empregado nesses experimentos, porém, diferentemente da seção anterior, modelos de robôs não holonômicos foram utilizados. Desse modo, a localização é efetuada considerando a pose completa dos robôs, ou seja, a posição e a orientação. O principal objetivo desses experimentos é analisar a consistência das estimativas geradas nas etapas de localização cooperativa, quando se utiliza o algoritmo de Interseção de Covariâncias. Tal consistência foi analisada em diferentes situações como, por exemplo, ocorrência de falhas no sensor do líder ou no mecanismo de comunicação.

Estes experimentos foram conduzidos com um enxame composto por 35 robôs não holonômicos com 7 cm de diâmetro cada. Um robô líder é equipado com sensores exteroceptivos que o disponibilizam estimativas com boa precisão de sua pose, no sistema de coordenadas de referência. Devido ao fato de tal capacidade não estar presente em todos os robôs e do comportamento do líder ser ligeiramente diferente dos demais, tem-se a caracterização de um enxame heterogêneo. O enxame se movimenta coletivamente em um ambiente bidimensional, livre de obstáculos, com aproximadamente 25,00 m² (Figura 5.13). Nessa estratégia, o robô líder utiliza alguns *waypoints* para conduzir o grupo pelo ambiente.

O movimento coletivo é baseado na estratégia de movimentação proposta na Seção 4.2.2. A ação de controle definida em (4.31) é adequada para atuação em modelos de robôs holonômicos por gerar acelerações a_x e a_y nas direções x e y , respectivamente. Desse modo, após integrar tais acelerações e gerar as velocidades correspondentes v_x e v_y , a proposta apresentada em [Desai et al., 1998] é utilizada para convertê-las em velocidades linear v e angular w , conforme segue:

$$\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\frac{\text{sen}(\theta)}{d} & \frac{\cos(\theta)}{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}, \quad (5.14)$$

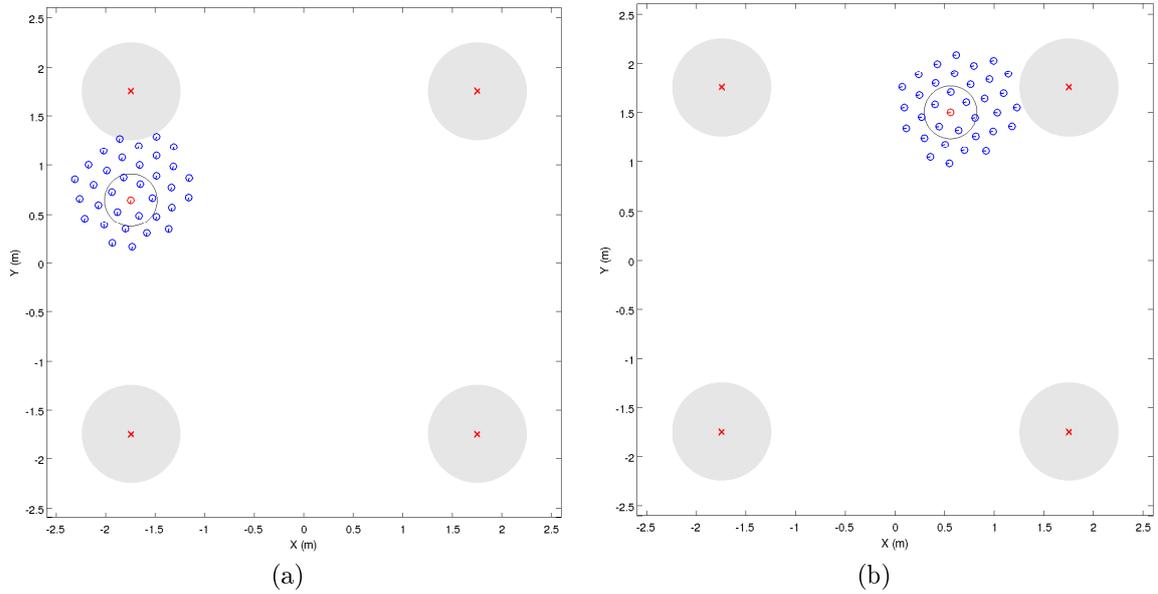


Figura 5.13: Movimentação coletiva do enxame no ambiente simulado. Os círculos cinza representam regiões do ambiente (alvos) que o enxame deve visitar. O círculo na cor preta em torno do robô líder (cor vermelha) indica o raio ϵ de sua vizinhança. Em (a) e (b) são apresentados dois momentos distintos durante a navegação do enxame.

sendo d um parâmetro a ser ajustado em relação a um ponto p de referência sobre o robô (Figura 5.14).

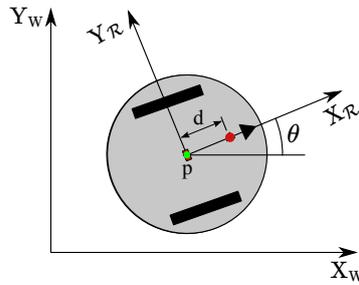


Figura 5.14: Parâmetro do modelo não-holonômico.

Essas velocidades são sujeitas a ruído aditivo Gaussiano branco, com médias zero e desvio padrão proporcional aos valores comandados, sendo $\epsilon_v = 0,05 v$ e $\epsilon_w = 0,05 w$. As medidas de distância e orientação relativas também são sujeitas a um ruído aditivo Gaussiano branco, com médias zero e desvio padrão proporcional a essas medidas, de forma que $\epsilon_\rho = 0,03 \rho$ compreende o erro associado às medidas de distâncias e $\epsilon_\phi = 0,01 \phi$ o erro referente às medida de orientação. Nestes experimentos, cada simulação demandou, aproximadamente, 2800 iterações, com duração $\Delta t = 100$ ms cada. O comprimento do caminho percorrido por cada robô foi em torno de 11,0 m.

Seguindo a metodologia, os robôs foram inicialmente dispostos em uma mesma região do ambiente de forma aleatória. Na primeira etapa da movimentação, o robô líder é automaticamente guiado em direção ao centro do grupo. Conforme descrito na Seção 4.2.2.1, nessa fase inicial da movimentação é assumido que todos os robôs têm acesso à informação global de localização e que cada robô consegue medir distância relativa para os demais. O parâmetro d_{AB} foi definido como 0,5 m, enquanto que $d_{AA} = 1$ m. Após o posicionamento do líder, a lei de controle local (4.29) foi aplicada de forma a gerar uma formação uniforme (distâncias inter-robôs), permitindo, assim, que cada robô no enxame atue utilizando somente informações locais. Durante essa fase, ambos os parâmetros d_{AA} e d_{AB} foram configurados como 0,2 m. O raio ε das vizinhanças dos robôs foi definido como 0,266 m ($1,33 \times d_{AB}$), o que restringiu cada robô a acessar somente seus vizinhos imediatos.

A metodologia implementada permite que cada robô atualize sua crença de localização de maneira descentralizada, assíncrona e utilizando somente informações locais. Dessa forma, tem-se uma abordagem cuja complexidade computacional é significativamente inferior do que aquela referente à abordagens centralizadas. Além disso, devido ao fato dos robôs utilizarem somente seus vizinhos imediatos, a ampliação ou redução do número de robôs no grupo não impacta na complexidade para se efetuar as estimativas de localização.

Os experimentos descritos a seguir são utilizados para comparar a localização do enxame heterogêneo ao considerar que cada etapa de localização cooperativa é executada utilizando as seguintes abordagens: (i) a abordagem ingênua do EKF e (ii) o algoritmo CI. Desse modo, cada robô mantém três estimativas de localização, sendo duas delas referentes a cada uma dessas abordagens e uma última relacionada à odometria, que não foi alterada nas etapas de localização cooperativa. Um experimento final foi feito para avaliar o comportamento cooperativo em um enxame no qual nenhum robô possui sensores de localização absoluta.

Nesses experimentos, cada robô atualiza sua estimativa utilizando a informação de localização de robôs presentes em sua vizinhança. Os robôs atualizam suas crenças de maneira assíncrona, após determinada distância ter sido percorrida. Conforme exposto na Seção 4.1, tanto na abordagem ingênua do EKF quanto no algoritmo CI, uma matriz de covariância é mantida em cada robô para representar a incerteza da localização. Nesses experimentos, o traço das matrizes de covariância foi o critério utilizado para otimizar o valor de ω .

5.2.1 Estimativas Absolutas em Intervalos Regulares

Neste experimento, as estimativas de localização absoluta foram acessadas pelo robô líder em intervalos de tempo regulares. A cada 10 iterações, ou seja, a cada 1 s, uma estimativa absoluta foi obtida pelo líder e combinada com sua estimativa de localização atual, gerada em etapas de predição do EKF. Essa combinação foi efetuada utilizando uma etapa de correção do EKF. Devido a essas correções, o robô líder manteve uma boa estimativa de sua localização, sendo considerado um marco em potencial. O líder permanentemente dissemina sua estimativa de localização, juntamente com as informações exteroceptivas obtidas de seus vizinhos.

Após percorrer determinada distância (10 cm, neste caso), um robô que recebe uma mensagem contemplando informações a seu respeito, utiliza as mesmas caso consiga obter uma observação (medida relativa) referente ao remetente. Desse modo, a informação presente na mensagem e a medida obtida poderão ser utilizadas para gerar uma nova estimativa de sua localização, conforme descrito nas Equações (4.11) e (4.14). Devido ao fato de existir mais de um vizinho para cada robô, mais de uma estimativa poderá ser gerada. Tais estimativas serão utilizadas para atualizar a crença de um robô, de maneira descentralizada e assíncrona. Após a atualização da estimativa, um robô se torna um marco em potencial e dissemina para o grupo sua estimativa de localização e as medidas relativas a seus vizinhos. Conforme pode ser observado, a propagação da localização é feita do líder para as fronteiras do enxame, permitindo que todos os robôs do grupo possam atualizar suas respectivas estimativas de localização. A estratégia empregada permite modificar a frequência de atualização das crenças, uma vez que o grupo atua coeso.

A Figura 5.15 apresenta o caminho executado por um dos robôs do enxame. Os círculos maiores na cor cinza representam regiões no ambiente que o grupo precisa visitar, sendo que o centro de tais círculos (\times na cor vermelha) define os alvos. O caminho real executado pelo robô é representado pela linha tracejada na cor preta, enquanto que a informação de odometria é indicada pela linhas traço-ponto na cor vermelha. A linha contínua representa as posições estimadas, geradas pelos métodos de localização cooperativa, a saber: abordagem ingênua do EKF (cor azul) e o algoritmo CI (cor magenta). Em algumas figuras, tais como a Figura 5.15, essas linhas podem aparecer sobrepostas. A posição dos robôs foi destacada em alguns momentos durante a navegação, como, por exemplo: a posição inicial (símbolo \bullet), a posição final (símbolo $*$), além de algumas posições intermediárias (símbolo \times).

A Figura 5.16 apresenta a evolução do erro médio de localização do enxame e a respectiva incerteza associada. O cálculo do erro médio relativo ao posicionamento

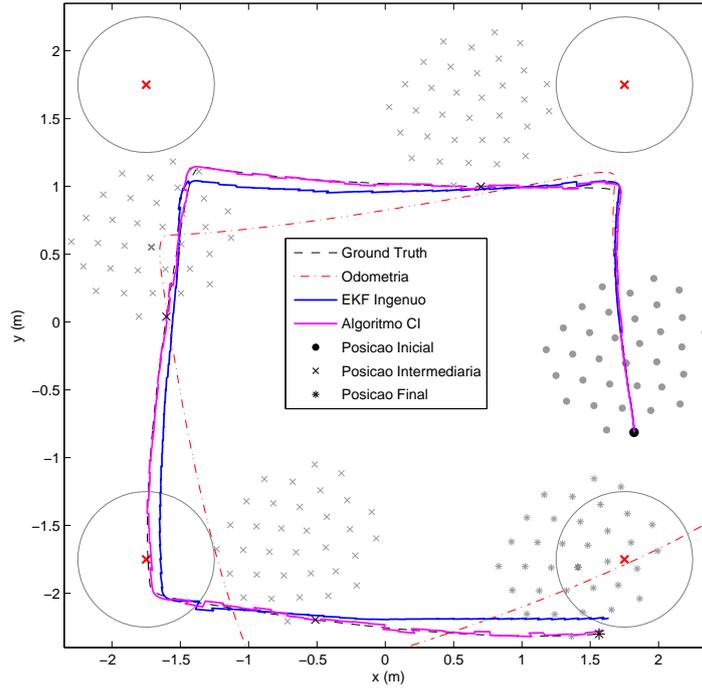


Figura 5.15: Exemplo de caminho executado por um dos robôs durante a movimentação do enxame. No decorrer da navegação, os robôs executaram etapas de localização cooperativa regularmente.

(MPE) dos robôs é efetuado conforme Equação (5.8) e apresentado na Figura 5.16a, enquanto que 5.16c apresenta a incerteza (1 desvio padrão). O erro médio de orientação na k -ésima iteração relativo a uma simulação é calculado conforme segue

$$OE_s^k = \sqrt{\frac{1}{\|\mathcal{R}\|} \sum_i o_i^k}, \quad (5.15)$$

onde $o_i^k = (\hat{\theta}_i^k - \hat{\theta}_i^k)^2$ é o erro médio quadrado da orientação de \mathcal{R}_i na k -ésima iteração, ${}_g\hat{\theta}^k$ é a orientação dos robôs relativa ao *ground truth* e $\|\mathcal{R}\|$ é o número de robôs. O erro médio relativo à orientação (MOE) em experimento foi calculado conforme abaixo

$$MOE^k = \frac{1}{S} \sum_s OE_s^k, \quad (5.16)$$

sendo S o número de simulações executadas. A evolução desse erro é apresentada na Figura 5.16b e a incerteza associada é apresentada na Figura 5.16d. Tais informações foram geradas a partir do erro médio de 10 execuções. Nos experimentos desta seção, pode-se observar uma possível inconsistência da abordagem ingênua do EKF: o erro de posicionamento é crescente em determinados momentos, enquanto que a incerteza

associada a tal informação é não crescente. Pode-se observar, também, que apesar dos erros de posição e orientação referentes ao EKF serem superior àqueles relativos ao algoritmo CI, as incertezas associadas ao EKF não representam tal informação.

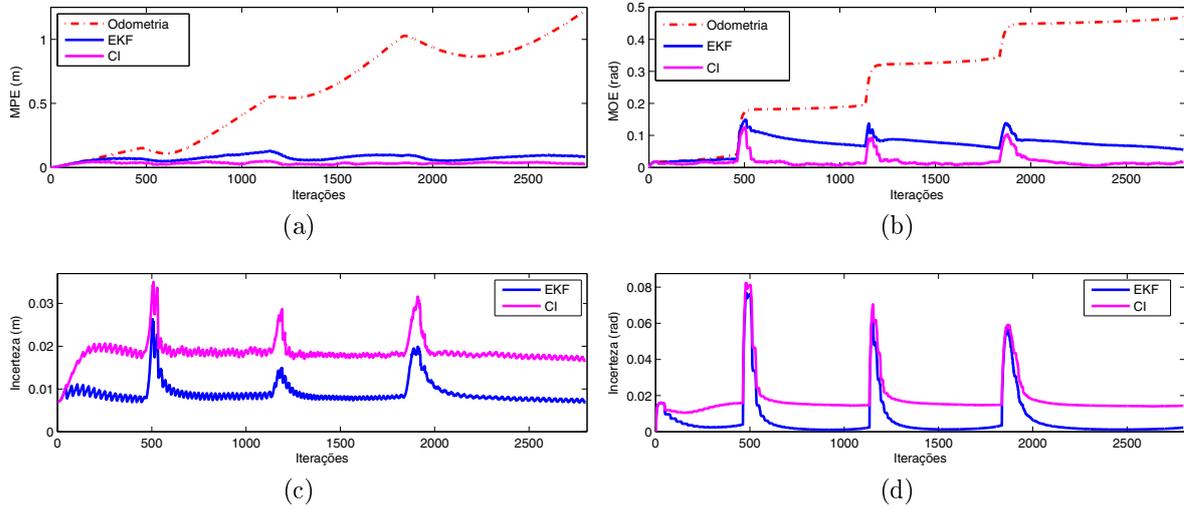


Figura 5.16: Evolução do erro e da incerteza de localização do grupo nos experimentos em que o líder teve acesso a observações absolutas regularmente. Em (a) e (c) são apresentadas a evolução do erro médio referente à posição e a respectiva incerteza (1 desvio padrão). Informações similares referentes à orientação são apresentadas em (b) e (d), respectivamente.

Essa possível inconsistência gerada nas etapas de correção da abordagem ingênua do EKF, a qual não leva em consideração a informação de interdependência, pode comprometer seu emprego nas etapas de localização cooperativa. Conseqüentemente, pode ocorrer de estimativas (observações) com baixo nível de incerteza serem praticamente ignoradas, conforme ocorreu em vários momentos nestes experimentos. Por outro lado, a consistência das estimativas geradas pelo algoritmo CI permite incorporar novas observações de maneira adequada. Na Figura 5.15, tal fato é ilustrado pela qualidade das estimativas de localização gerada por esse algoritmo.

A robustez das abordagens utilizadas para localizar cooperativamente e de maneira descentralizada um enxame robótico é essencial para implementação em robôs reais. Desse modo, os experimentos descritos a seguir objetivaram avaliar a robustez dos métodos nas seguintes situações: (i) esporadicamente, o líder teve acesso a estimativas absolutas; (ii) ocorreram falhas intermitentes nos sensores exteroceptivos dos robôs; e (iii) ocorreram falhas na comunicação dos robôs. Por fim, a ausência completa de estimativas absolutas foi considerada para se verificar o impacto que o comportamento cooperativo acarretaria na qualidade da localização do grupo.

5.2.2 Estimativas Absolutas Esporádicas

Para avaliar a capacidade das estratégias de localização cooperativa em incorporar novas estimativas de localização (observações), a frequência com que o líder acessaria informações de localização absoluta foi drasticamente reduzida. Similar ao experimento anterior, neste experimento os robôs executaram regularmente etapas de localização cooperativa. No entanto, o líder somente teve acesso às observações de pose absoluta em apenas três momentos distintos: iterações 850, 1500 e 2350. No caminho efetuado por um dos robôs do enxame, apresentado na Figura 5.17, pode-se perceber os três instantes em que informações de localização absoluta foram obtidas pelo líder, com a conseqüente correção do posicionamento do respectivo robô (indicado pelas setas).

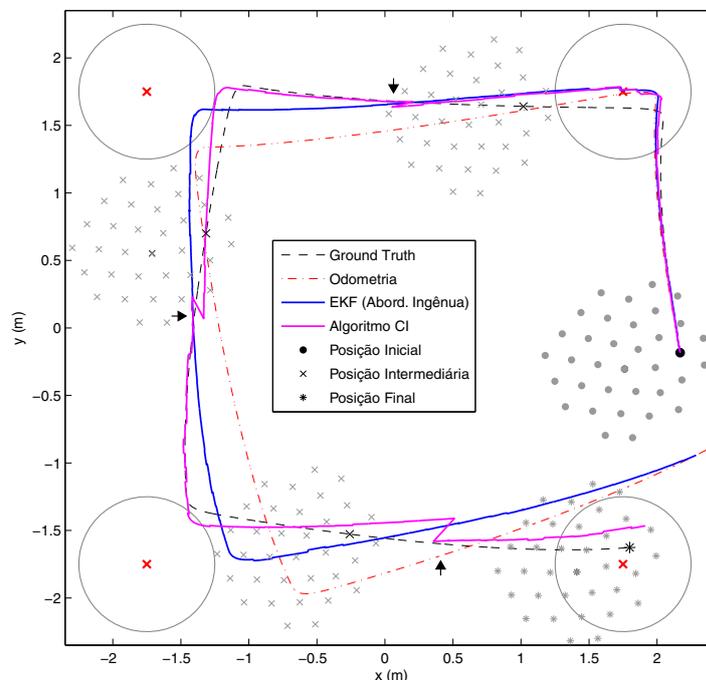


Figura 5.17: Acesso esporádico pelo líder à informações de localização absoluta durante a movimentação. Regularmente, os robôs executaram etapas de localização cooperativa. Por intermédio de sensores exteroceptivos, o líder obteve estimativas de localização absoluta em três momentos específicos: iterações 850, 1500 e 2350.

A Figura 5.18 apresenta a evolução do erro médio e da incerteza do grupo. Nessa figura, as linhas verticais traço-ponto indicam as iterações em que observações de localização absoluta foram efetuadas pelo líder. Nessas iterações, é possível observar a redução do erro de posição (Figura 5.18a) e o ajuste da incerteza associada (Figura 5.18c), relativos à informação de localização gerada pelo algoritmo CI. De forma semelhante, as Figuras 5.18b e 5.18d apresentam o erro médio de orientação e a respectiva incerteza. Neste experimento, o erro associado às estimativas que empregam a

abordagem ingênua do EKF praticamente não foi alterado na presença de estimativas esporádicas, baseadas na observação de uma localização absoluta efetuada pelo líder. Por outro lado, a consistência das estimativas geradas pelo algoritmo CI permitiu que os erros de posicionamento e de orientação fossem reduzidos significativamente, quando da presença de observações absolutas no enxame.

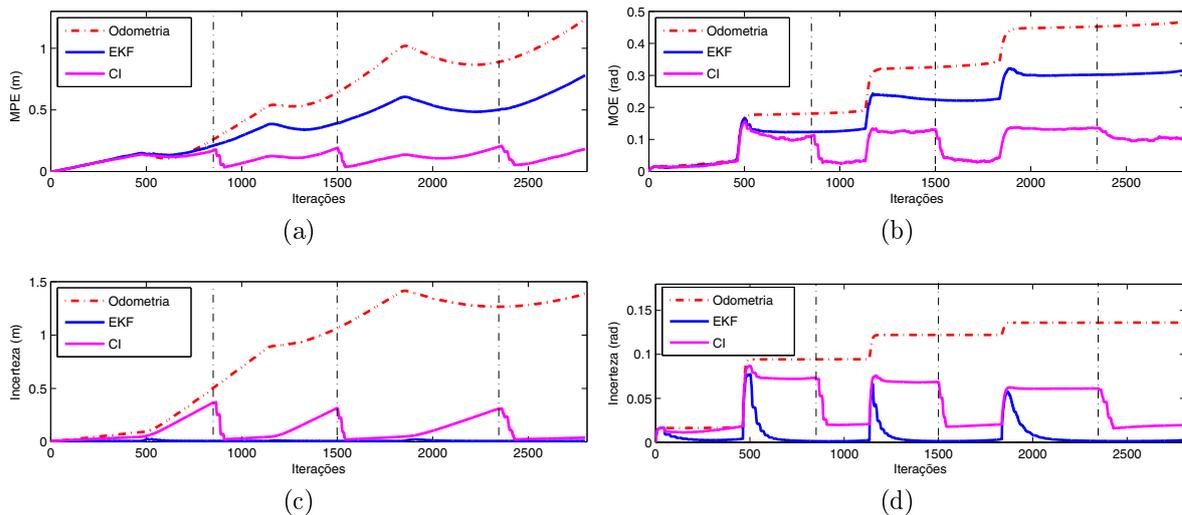


Figura 5.18: Evolução do erro e da incerteza de localização do grupo nos experimentos em que o líder teve acesso a observações absolutas esporadicamente. As linhas verticais traço-ponto ilustram os momentos em que o robô líder teve acesso a observações absolutas de sua pose. Em (a) e (c) são apresentadas a evolução do erro médio e a respectiva incerteza (1 desvio padrão). Informações similares referentes à orientação são apresentadas em (b) e (d), respectivamente.

5.2.3 Falhas nos Mecanismos Sensoriais ou de Comunicação

O experimento anterior mostrou a capacidade do algoritmo de Interseção de Covariâncias em incorporar informações de localização esporádicas, porém com boa precisão. Esse fato é um indicativo de que tais algoritmos tenham potencial para lidar com possíveis falhas de comunicação ou sensorial dos robôs. Desse modo, os seguintes experimentos avaliaram a capacidade dos métodos em lidar com esses tipos de falha.

5.2.3.1 Sensor de Posicionamento Absoluto com Falha Intermitente

Neste experimento, a robustez dos métodos é avaliada em situações nas quais o sensor exteroceptivo do robô líder falha, comprometendo o recebimento de informações de localização absoluta. As falhas ocorreram durante todo o intervalo referente às iterações 1200 e 2000. Durante esse intervalo, o líder participa das etapas de localização

cooperativa, juntamente com os demais robôs. Conforme descrito anteriormente, após percorrer uma distância aproximada de 10 cm, um robô tenta efetuar etapas de localização cooperativa com o intuito de melhorar sua estimativa. A Figura 5.19 mostra o caminho efetuado por um robô do enxame (linha preta tracejada) e as estimativas de posição geradas pelos dois métodos, além da informação de odometria. As estimativas de localização referentes ao algoritmo CI mostram que tal algoritmo consegue acompanhar a posição real do robô, até que a falha do sensor exteroceptivo de localização absoluta começa a ocorrer. Essa falha inicia quando o grupo está próximo ao segundo alvo, centrado na posição $(-1,75, 1,75)$, e somente é reestabelecida quando o enxame se encontra próximo ao terceiro alvo. Durante esse intervalo, apesar dos robôs efetuarem etapas de localização cooperativa, o erro médio é crescente, tendo em vista a ausência de informações de localização precisas e o acúmulo de erro dos sensores proprioceptivos.

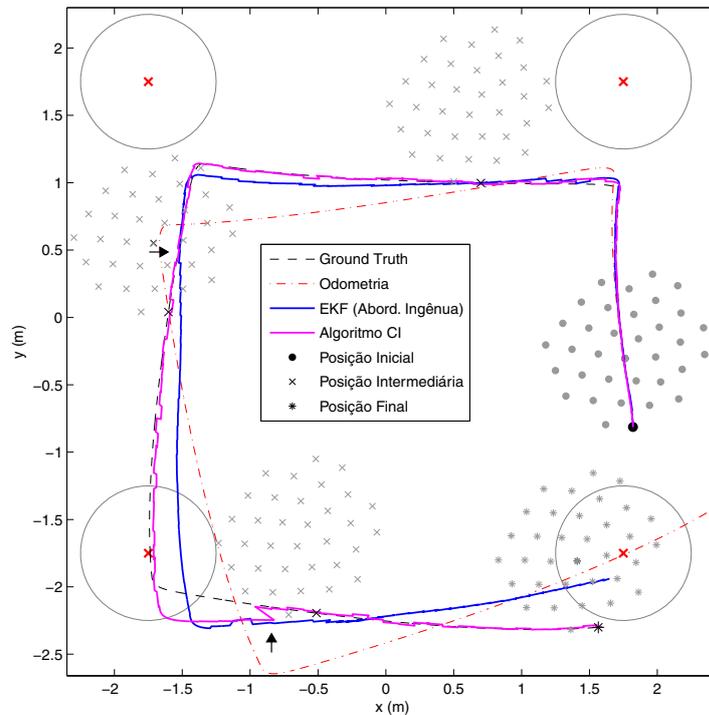


Figura 5.19: Falha intermitente no sensor utilizado pelo líder para obter estimativas de localização absoluta durante a movimentação do enxame. A falha inicia quando o grupo está próximo ao segundo alvo $(-1,75, 1,75)$ e somente é reestabelecida próximo ao terceiro alvo $(-1,75, -1,75)$. Tais locais são indicados pelas setas.

A evolução do erro médio das estimativas dos robôs e respectivas incertezas são apresentados na Figuras 5.20. É possível observar que o algoritmo CI se recupera mais rápido de uma falha do que a abordagem ingênua do EKF. Novamente, isso se deve ao fato desses algoritmos manterem níveis de incerteza compatíveis com a qualidade de suas estimativas. Pode-se observar, também, que o erro acumulado associado às

estimativas geradas pelo EKF ainda se mantêm em um valor alto, quando comparado ao erro associado às estimativas gerada pelo algoritmo CI. Isso mostra que a abordagem ingênua do EKF somente consegue se recuperar parcialmente nesse tipo de falha.

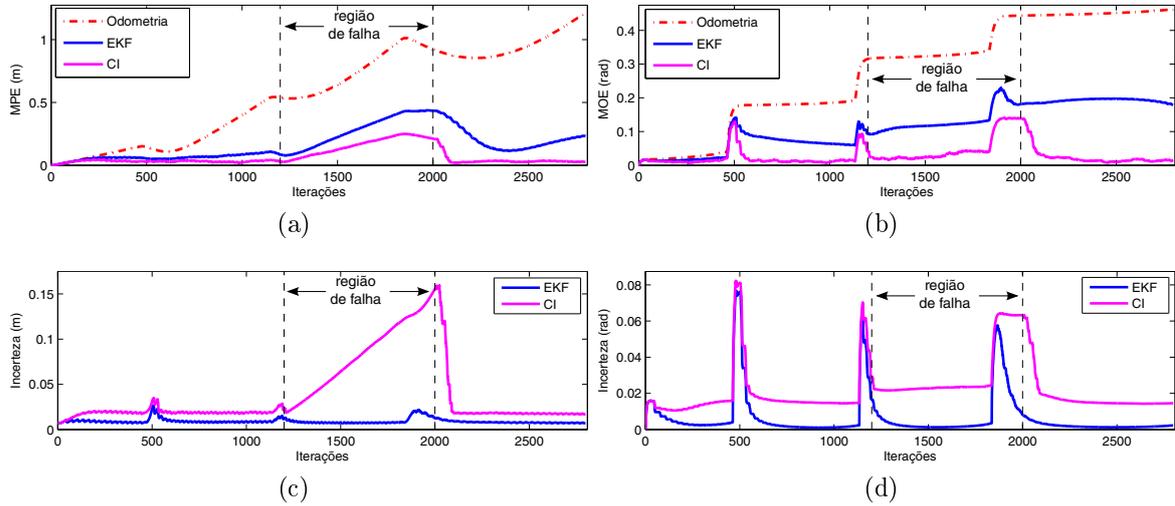


Figura 5.20: Evolução do erro e da incerteza de localização durante os experimentos em que ocorre falha no sensor exteroceptivo utilizado pelo líder para obter estimativas de posicionamento absoluto. A falha inicia na iteração 1200 e somente é reestabelecida na iteração 2000, indicadas pelas linhas tracejadas.

5.2.3.2 Falhas no Mecanismo de Comunicação

A robustez dos métodos em situações de falha nos mecanismos de comunicação foi analisada neste experimento. Na presença de falhas, um robô não pôde receber informações de seus vizinhos e ficou impedido de efetuar etapas de localização cooperativa. Os robôs foram sujeitos a falhas em seus mecanismos de comunicação, modelados por uma distribuição de Bernoulli com parâmetro $p = 0,5$. Assim, uma falha pode ocorrer independentemente com probabilidade de sucesso de 50%.

A Figura 5.21 mostra as estimativas de posição de um robô do grupo. Pode-se observar que, apesar das falhas no mecanismo de comunicação, as abordagens se comportaram de maneira robusta. Isso ocorreu devido ao fato de haver mais informações de localização disponíveis e com maior frequência, como consequência da atuação conjunta do grupo. Assim, apesar das falhas terem ocorrido com uma certa frequência, as mesmas não comprometeram a localização do enxame. Isso pode ser comprovado na Figura 5.22, na qual os erros médios e as respectivas incertezas se assemelham àqueles da Figura 5.16.

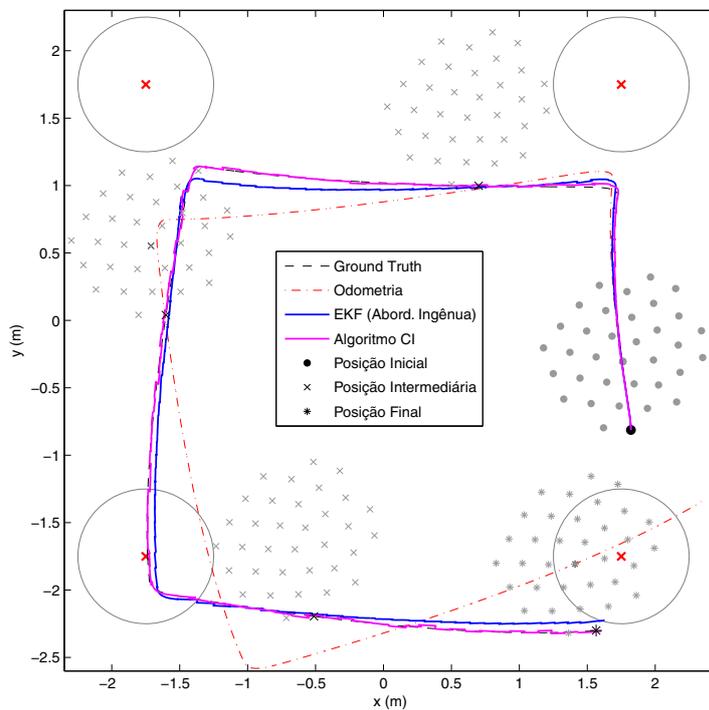


Figura 5.21: Resultado da localização cooperativa na ocorrência de falhas no mecanismo de comunicação dos robôs.

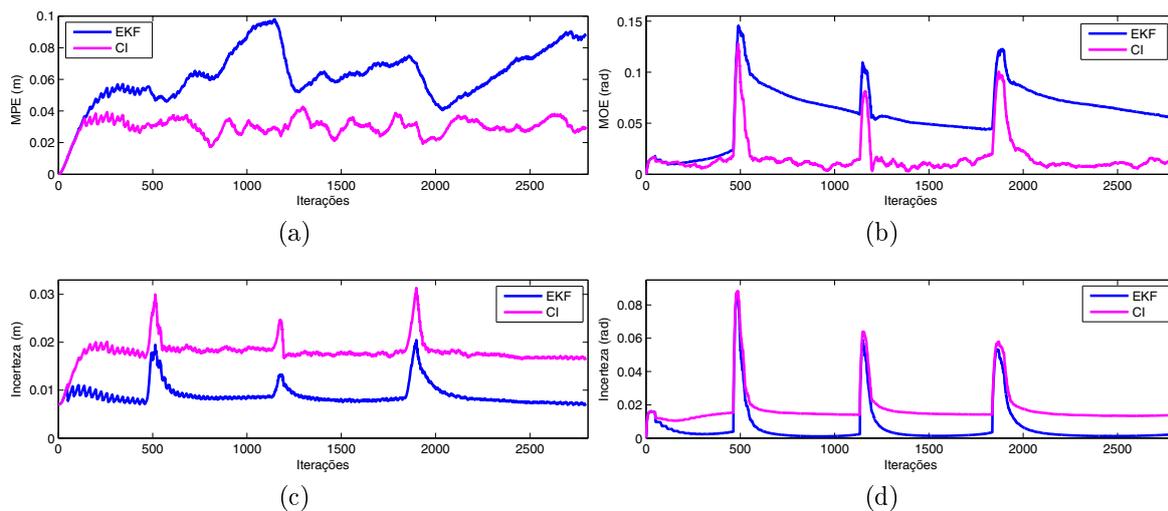


Figura 5.22: Erro médio (a) e desvio padrão (c) referente à posição dos robôs. Informações semelhantes relativas à orientação são apresentadas em (b) e (d), respectivamente.

5.2.3.3 Ausência de Informações de Localização Absoluta

Neste experimento nenhum robô teve acesso a medidas de posição e orientação absolutas. No entanto, de forma semelhante aos experimentos anteriores, os robôs executaram etapas de localização cooperativa utilizando informações e medidas relativas a seus vizinhos imediatos. Os robôs continuamente disseminaram (*broadcast*) suas estimativas atuais e as observações relativas a seus vizinhos. Os robôs tentam executar etapas de localização cooperativa após terem percorrido a distância preestabelecida. Assim, um robô utiliza tais informações, juntamente com as medidas exteroceptivas referentes a seus vizinhos, para gerar novas estimativas. A Figura 5.23 mostra as estimativas de localização de um robô no grupo. Apesar de etapas de localização cooperativa estarem sendo executadas, o erro das estimativas cresce permanentemente.

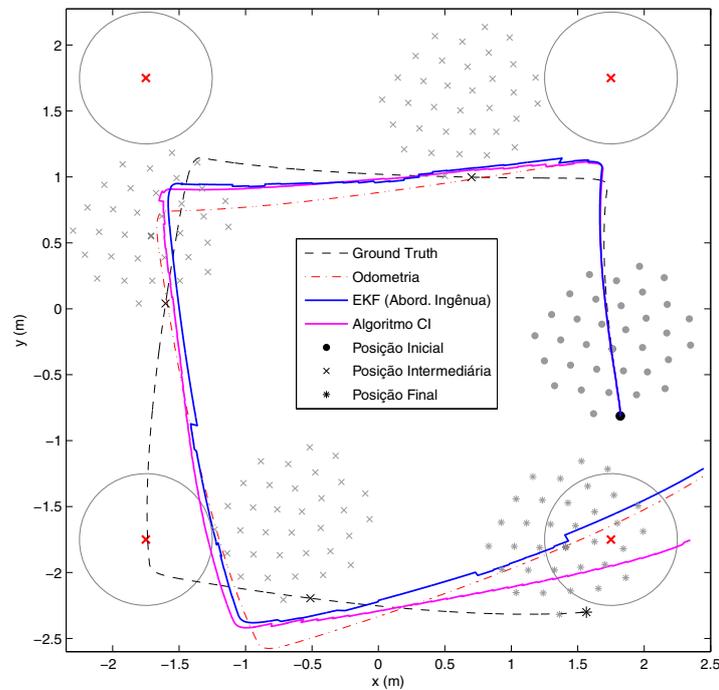


Figura 5.23: Resultado da localização cooperativa na ausência de sensores de localização absoluta.

A Figura 5.24 apresenta o erro médio e a incerteza relativos à posição e orientação do enxame no que se refere aos dois métodos, além da informação de odometria. Como pode ser observado, os dois métodos apresentaram uma pequena melhora com relação à odometria. Apesar dos robôs compartilharem informações de localização, a estratégia de movimentação empregada faz com que os robôs sejam sujeitos a níveis semelhantes de erro e incerteza. Conseqüentemente, as observações relativas contribuem pouco para a melhoria da estimativa atual de um robô, uma vez que a estimativa de um robô

utilizado como marco também está sujeita à degradação causada pela movimentação permanente, além da ausência de informações de localização absoluta.

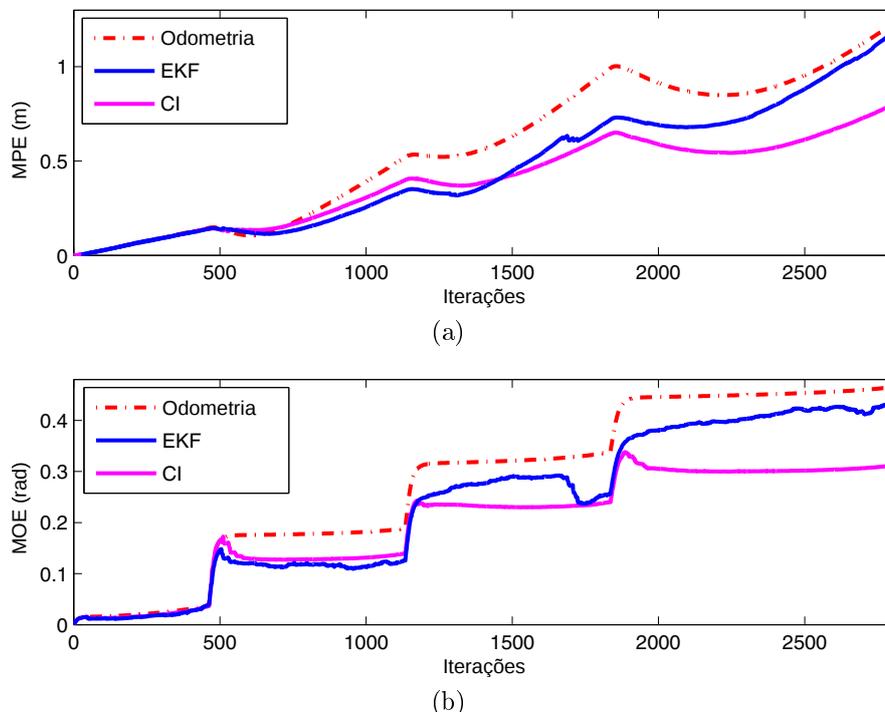


Figura 5.24: Evolução do erro médio e da incerteza na ausência de informações de localização absoluta. A localização cooperativa é efetuada regularmente pelos robôs.

5.3 Provas de Conceito

Nesta seção são apresentadas provas de conceito efetuadas com simuladores robóticos mais realísticos como, também, em experimentos com robôs reais. O simulador Stage da plataforma Player/Stage¹ [Gerkey et al., 2003] foi utilizado nas simulações. Esse simulador foi empregado juntamente com o *framework* Robot Operating System² (ROS) [Quigley et al., 2009], de modo a servir como ambiente experimental para a implementação da metodologia em robôs reais. Nestes experimentos, modelos não holonômicos foram empregados, de modo que a localização é efetuada considerando a pose completa dos robôs, ou seja, a posição e a orientação dos mesmos.

¹Player Project. Disponível em: <http://playerstage.sourceforge.net>. Acesso: 18/11/2015.

²Robot Operating System. Disponível em: <http://www.ros.org>. Acesso: 18/11/2015.

5.3.1 Simulações com ROS/Stage

Os experimentos desenvolvidos nesta seção têm por objetivo validar parte dos resultados obtidos na seção anterior, na forma de uma prova de conceito. A plataforma ROS/Stage é utilizada como ferramenta para o desenvolvimento e teste dos algoritmos, antes da implementação dos mesmos nos robôs reais. O controle dos robôs é feito de maneira descentralizada com o *framework* ROS. Com o intuito de facilitar a transposição desses algoritmos para os robôs, um ambiente foi definido no simulador Stage com características semelhantes às aquelas dos experimentos reais.

A estratégia de movimentação descrita na Seção 4.2.2 foi utilizada neste conjunto de experimentos, com a respectiva implementação das três fases que compõem a mesma: posicionamento do robô líder, formação inicial com distâncias inter-robôs regulares e movimentação coesa. Oito robôs foram utilizados nos experimentos desenvolvidos na plataforma Stage, por ser esse o número de robôs disponíveis para experimentação no Laboratório de Visão Computacional e Robótica³ (VeRLab). Os robôs simulados foram modelados com características semelhantes às aquelas dos robôs reais, sendo os mesmos não holonômicos, com direção diferencial e 7 cm de diâmetro. Conforme descrito na metodologia, um dos robôs foi definido como líder, de modo a ser o responsável pela navegação do grupo com base em um conjunto de *waypoints*, previamente estabelecido.

Os robôs foram inicialmente dispostos em determinada região do ambiente, o qual consiste em uma arena bidimensional, livre de obstáculos e com aproximadamente 2,75 m² (Figura 5.25). Os círculos pontilhados e numerados indicam os *waypoints* pelo robô líder para guiar o grupo. Informações de localização globais foram disponibilizadas para todos os robôs durante a primeira etapa da estratégia de movimentação, de modo que distâncias inter-robôs pudessem ser computadas. Nessa primeira etapa, os parâmetros presentes em (4.23) e (4.28) foram ajustados empiricamente da seguinte forma: $\alpha = 0,25$, $d_{AB} = 0,125$ cm e $d_{AA} = 1,33 \times d_{AB}$. O parâmetro d presente em (5.14) foi ajustado para $2,63 \times 10^{-3}$, enquanto que as velocidades lineares e angulares foram ajustadas com um ganho proporcional $k_p = 0,40$. O raio ϵ da área sensorial (vizinhança) foi definido de forma que todos os robôs participassem de todas as vizinhanças estabelecidas, de modo que os mesmos pudessem medir distâncias relativas entre si. A sequência de imagens apresentadas na Figura 5.26 apresenta a movimentação do robô líder em direção ao interior do grupo.

Posteriormente, na segunda etapa, tem-se somente troca de informações locais, uma vez que $d_{AA} = d_{AB} = 0,125$ e o raio das vizinhanças foi definido como $\epsilon = 1,33 \times d_{AB}$. Os valores dos demais parâmetros foram mantidos conforme a etapa

³Home page: <http://www.verlab.dcc.ufmg.br>

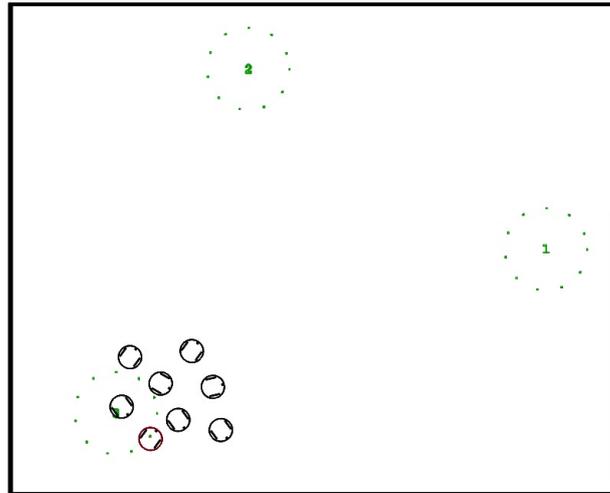


Figura 5.25: Ambiente utilizado nas simulações ROS/Stage. Os círculos numerados e com linhas pontilhadas na cor verde representam os *waypoints* a serem alcançados pelo grupo. O robô líder está destacado com borda na cor vermelha, enquanto que os demais possuem bordas pretas.

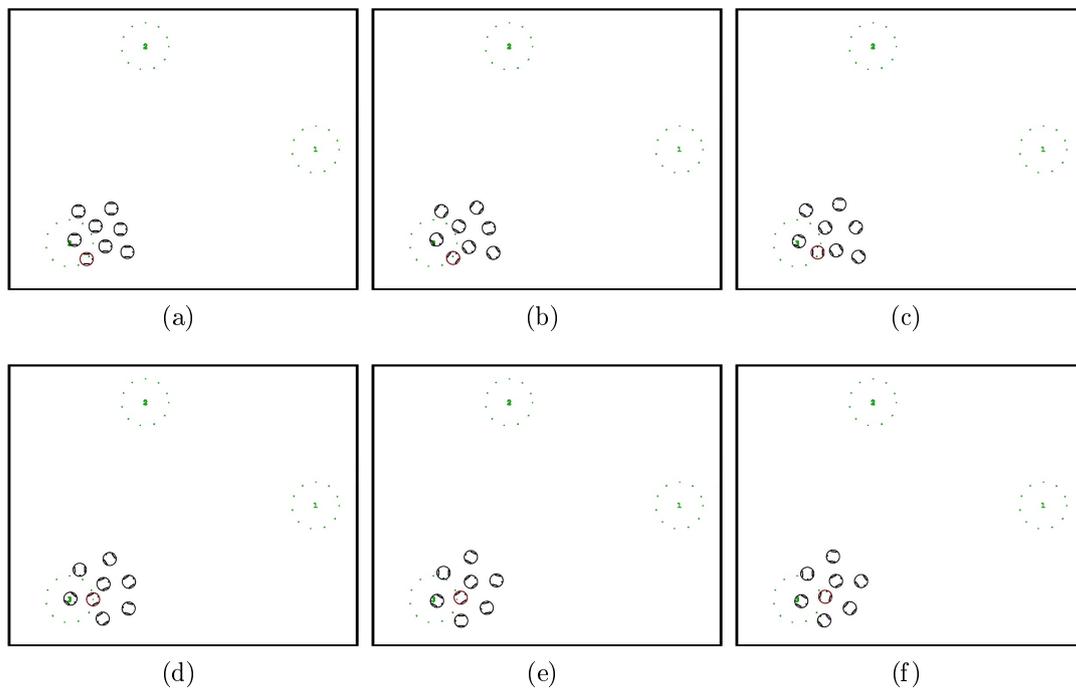


Figura 5.26: Posicionamento dos robôs na fase inicial do algoritmo. Em (a) os robôs são inicialmente dispostos no ambiente, enquanto que em (f) o líder (borda na cor vermelha) encontra-se posicionado no interior do grupo. As demais imagens apresentam momentos intermediários durante o posicionamento do grupo.

anterior. As imagens apresentadas na Figura 5.27 mostram a mudança na formação do grupo, de modo que se pode perceber na Figura 5.27b o posicionamento dos robôs de forma equidistante de seus vizinhos.

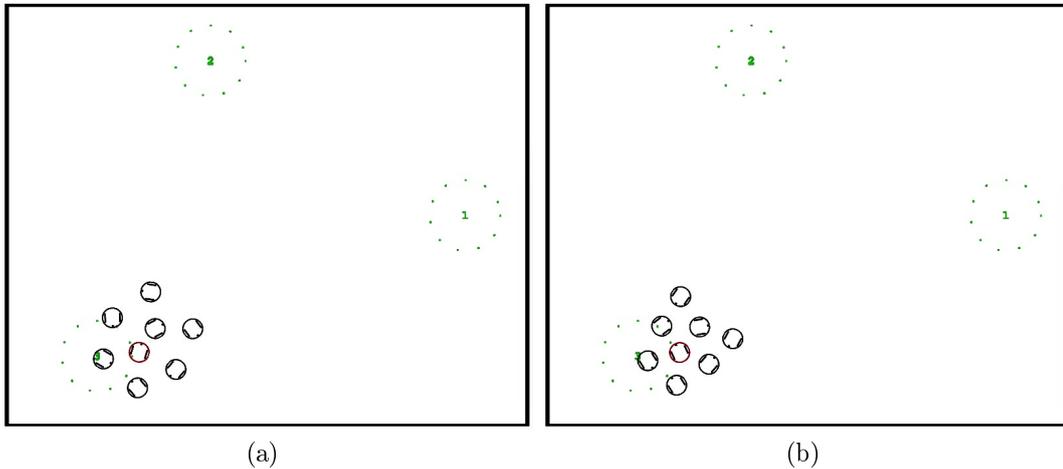


Figura 5.27: Posicionamento dos robôs utilizando informações locais. Em (a), as distâncias inter-robôs são diferentes devido ao fato dos perceberem todos os demais. Devido à limitação do alcance sensorial dos robôs em (b), os mesmos somente são influenciados por seus vizinhos imediatos e, portanto, posicionam-se equidistantes uns dos outros.

Na última etapa do algoritmo, o robô líder guia o grupo em direção aos *way-points* estabelecidos. O parâmetro β presente em (4.32) foi ajustado para 0,35 e os demais parâmetros mantiveram os valores estabelecidos na etapa anterior. O ganho proporcional de ajuste das velocidades linear e angular foi definido como 0,8. Nestes experimentos, o parâmetro γ pôde ser descartado, ou seja, o mesmo foi definido como $\gamma = 0$. A Figura 5.28 apresenta algumas configurações do grupo de robôs durante a movimentação pelo ambiente. Pode-se perceber que a formação estabelecida na etapa anterior foi mantida durante a movimentação do grupo.

Nestes experimentos, somente a abordagem referente ao algoritmo CI foi implementada. A localização cooperativa foi empregada após o grupo entrar em movimento, ou seja, na terceira etapa do algoritmo. O erro referente à odometria foi configurado no simulador de maneira proporcional, sendo de 10% para a velocidade linear e 5° (8.73%) para a velocidade angular. Informações de localização absoluta foram disponibilizadas para o robô líder a cada 1s, as quais foram utilizadas por um EKF para atualizar a crença do robô, conforme descrito na metodologia. Os desvios padrão do erro de localização absoluta referentes às direções x e y foram definidos como 1 mm, enquanto que o desvio padrão do erro relativo à orientação foi definido como 0,002 rad. Após a atualização de sua crença, o robô líder mede distância e orientação relativas para cada um de

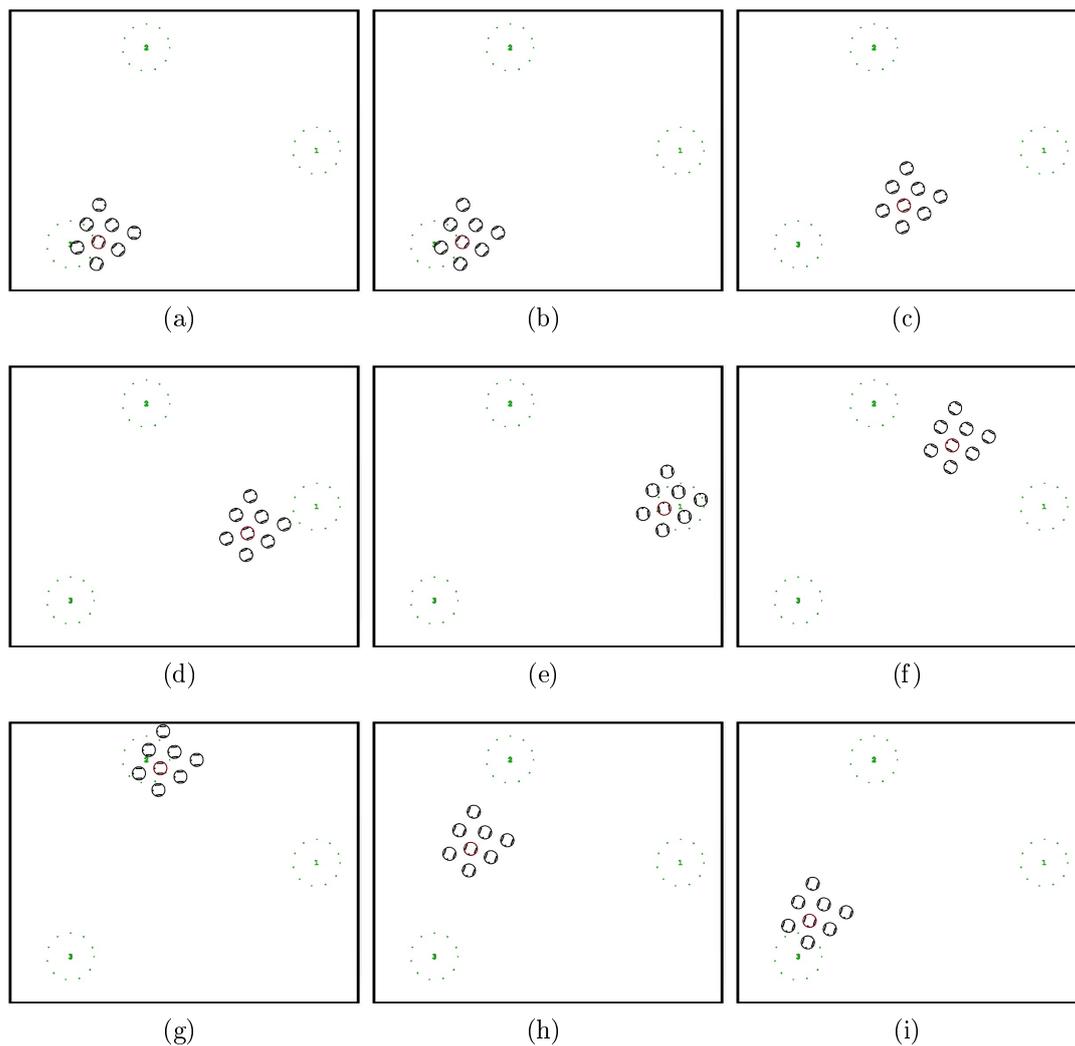


Figura 5.28: Movimentação dos robôs no ambiente, guiados pelo robô líder (borda na cor vermelha). Durante a movimentação, os robôs se mantêm equidistantes de seus vizinhos e utilizam somente esses nas etapas de localização cooperativa.

seus vizinhos e transmite (*broadcast*) tais informações, juntamente com sua estimativa, de modo a permitir que seus vizinhos possam atualizar suas respectivas crenças. O erro referente às medidas relativas foi definido de modo proporcional às medidas reais, sendo configurado como 0,5% das medidas de distância relativa e 0,87% das medidas de orientação relativa.

De maneira semelhante ao que foi descrito para o robô líder, os demais robôs, ao receberem uma informação e ajustarem suas crenças, medem distância e orientação relativas para seus vizinhos e enviam (*broadcast*) tais informações para que os mesmos possam também atualizar suas crenças. Dessa forma, estabelece-se uma disseminação de informações de localização a partir do robô líder até os robôs posicionados na

fronteira do grupo.

A Figura 5.29 apresenta o caminho percorrido pelo robô líder e pelos demais robôs (*ground truth*, iGPS). Além disso, informações de posicionamento referentes às estimativas de posição geradas pelo algoritmo CI nas etapas de localização cooperativa são apresentadas, como também a informação da odometria. Na figura referente ao robô líder, a informação de localização apresentada (linha na cor magenta) compreende o resultado da fusão sensorial efetuada pelo EKF ao combinar a estimativa gerada pela odometria e a disponibilizada pelo sensor de posicionamento absoluto, EKF (Abs).

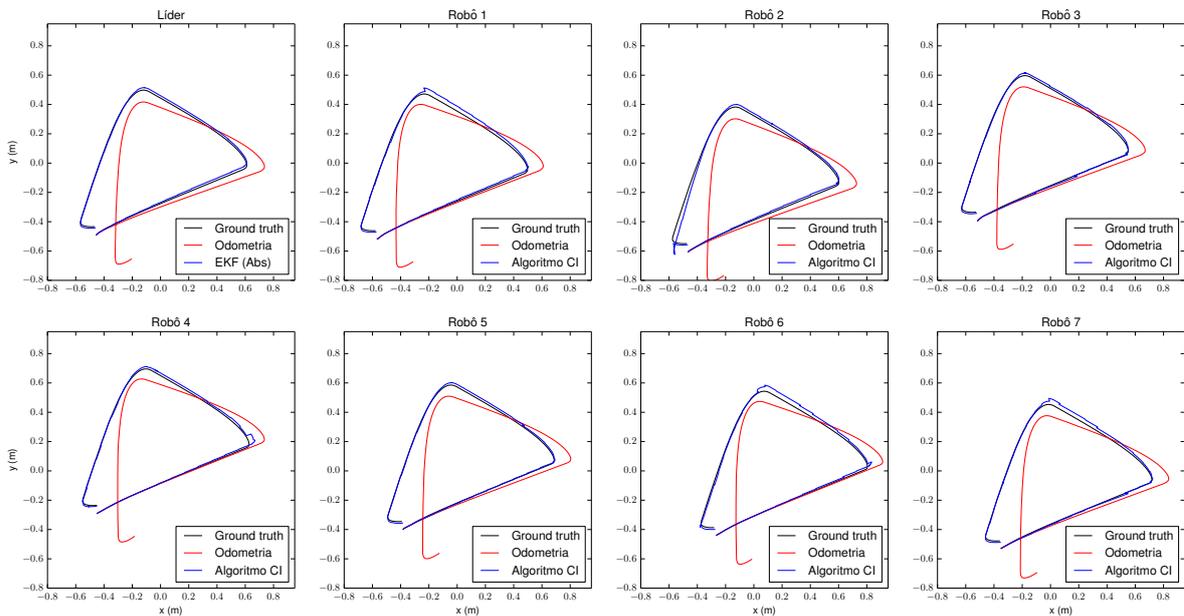


Figura 5.29: Caminho percorrido (Ground truth), informações de localização cooperativa geradas pelo algoritmo CI e odometria dos robôs do grupo.

Nestes experimentos, o ajuste das crenças dos robôs pode ser efetuado com base em mais de uma informação de localização recebida. Assim, ao receber uma mensagem de um de seus vizinhos com informações de localização, um robô tenta estimar distância e orientação relativas para esse, com o intuito de obter informações suficientes para o ajuste de sua crença. Caso consiga estimar tais medidas, o robô utiliza as informações disponíveis para efetuar uma etapa de localização cooperativa.

Para evitar que um número excessivo de mensagens fossem reenviadas pelos robôs ao atualizarem suas crenças, uma estratégia foi implementada com base no número de *hops* ao qual uma mensagem é retransmitida. Sendo o robô líder responsável por indicar o momento de se fazer atualizações das crenças, o mesmo foi definido como origem do sistema de transmissão. Desse modo, as mensagens enviadas pelo líder possuem um identificador de *hop* igual a 1. Considerando o tamanho do grupo, cada robô, ao receber

uma mensagem, verifica se o identificador do *hop* é inferior a um determinado valor, neste caso 3. Caso seja, a mensagem é utilizada para atualização de sua crença; caso contrário a mensagem é descartada. Assim, após atualização de sua crença, um robô transmite mensagens com informações de localização utilizando um identificador de *hop* que é calculado ao incrementar uma unidade ao valor do identificador associado à mensagem utilizada para atualização da crença.

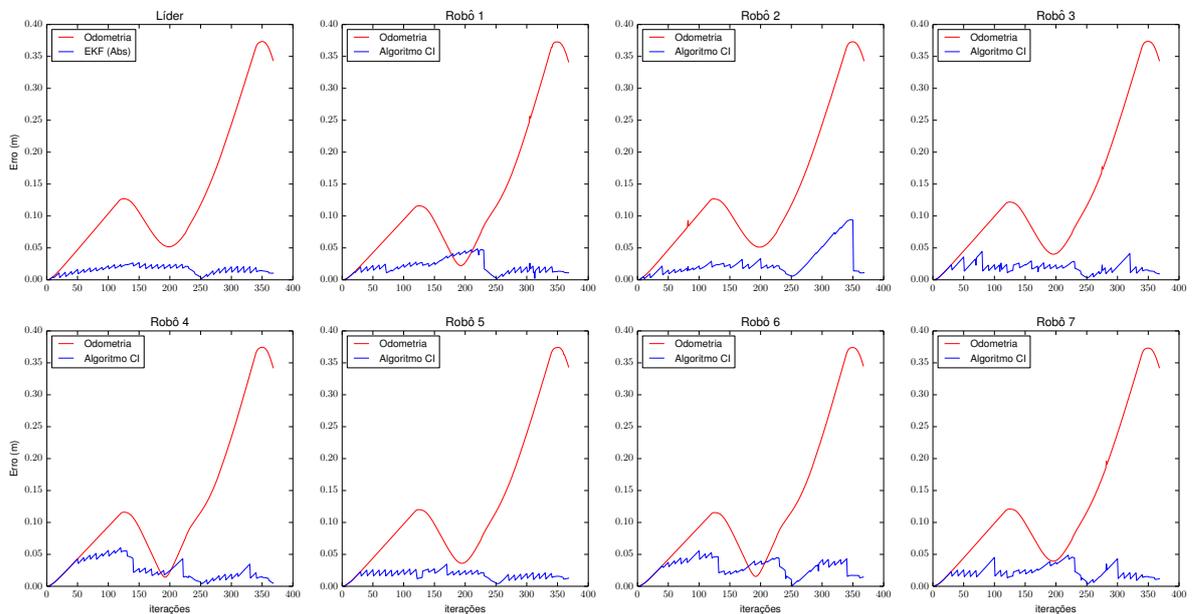
O erro de posicionamento de cada robô é apresentado na Figura 5.30a. Pode-se observar que enquanto o erro referente à odometria cresce significativamente, o método de localização cooperativa consegue manter um baixo nível de erro de posicionamento. A incerteza (1 desvio padrão) desse erro é apresentada na Figura 5.30b.

De maneira semelhante, o erro de orientação (medido em radianos) referente a cada robô é apresentado na Figura 5.31a e a incerteza associada, 1 desvio padrão, é apresentada na Figura 5.31b. Os momentos em que a taxa de crescimento do erro é mais acentuada diz respeito às curvas executadas pelo grupo durante a movimentação.

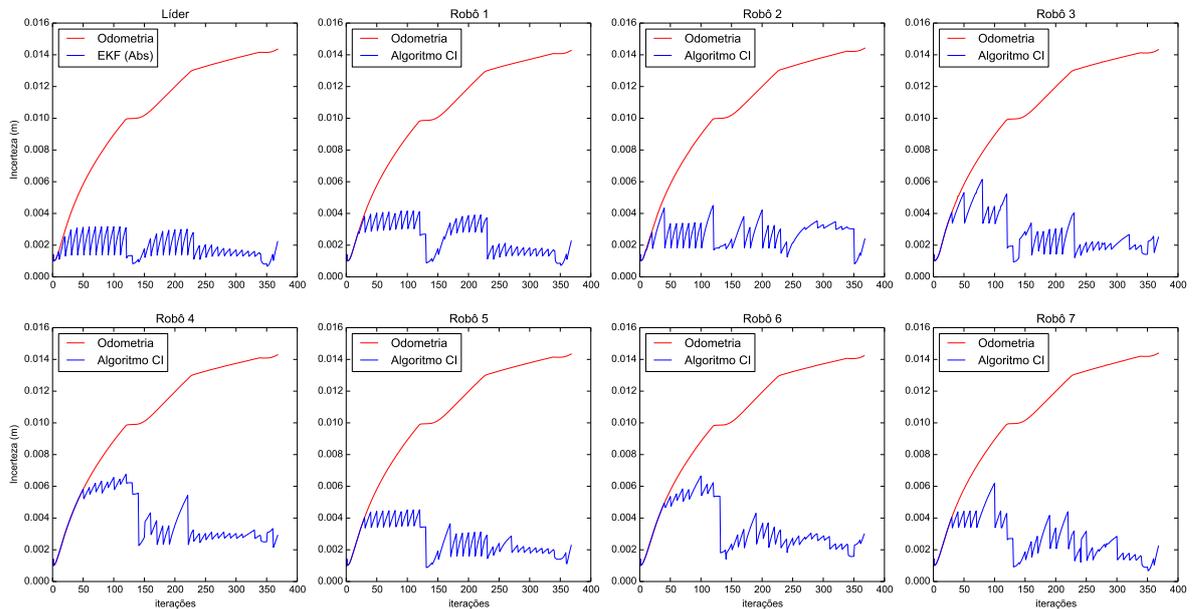
5.3.2 Experimentos com Robôs Reais

Nestes experimentos, robôs e-puck (Figura 5.32) foram empregados em um ambiente preparado para experimentação com enxames de robôs no VERLab [Garcia & Chaimowicz, 2009]. Uma arena de aproximadamente $1,85\text{ m} \times 1,50\text{ m}$ foi utilizada. Uma câmera disposta sobre a mesma e a utilização da biblioteca ARToolkitPlus estabeleceram um sistema de posicionamento (iGPS). Tal sistema disponibiliza informações de posicionamento global dos marcos fiduciais, colocados sobre os robôs. Dessa forma, tais marcos possibilitam que o sistema identifique e disponibilize a pose completa de cada robô no ambiente.

O *framework* ROS foi utilizado para controlar os robôs de maneira descentralizada via comunicação *bluetooth*. O *ground truth* referente ao caminho percorrido por cada robô é provido pelo iGPS. A Figura 5.33 apresenta um exemplo da localização provida pelo sistema de posicionamento. Devido à limitação dos sensores existentes nos robôs utilizados, tal sistema de posicionamento foi utilizado para estabelecer as vizinhanças descritas na Seção 2. Assim sendo, uma área sensorial circular foi definida, cujo centro é estabelecido na posição central do marco fiducial instalado sobre um robô. O raio ϵ dessa área é ajustado de acordo com a etapa da estratégia de movimentação coletiva sendo executada pelo grupo. Além disso, as informações providas pelo iGPS foram utilizadas para estimar medidas de distância e orientação relativas, as quais foram baseadas nas medidas reais obtidas, incorporadas de um ruído aditivo Gaussiano, em consonância com o que estabelecido no Capítulo 4.

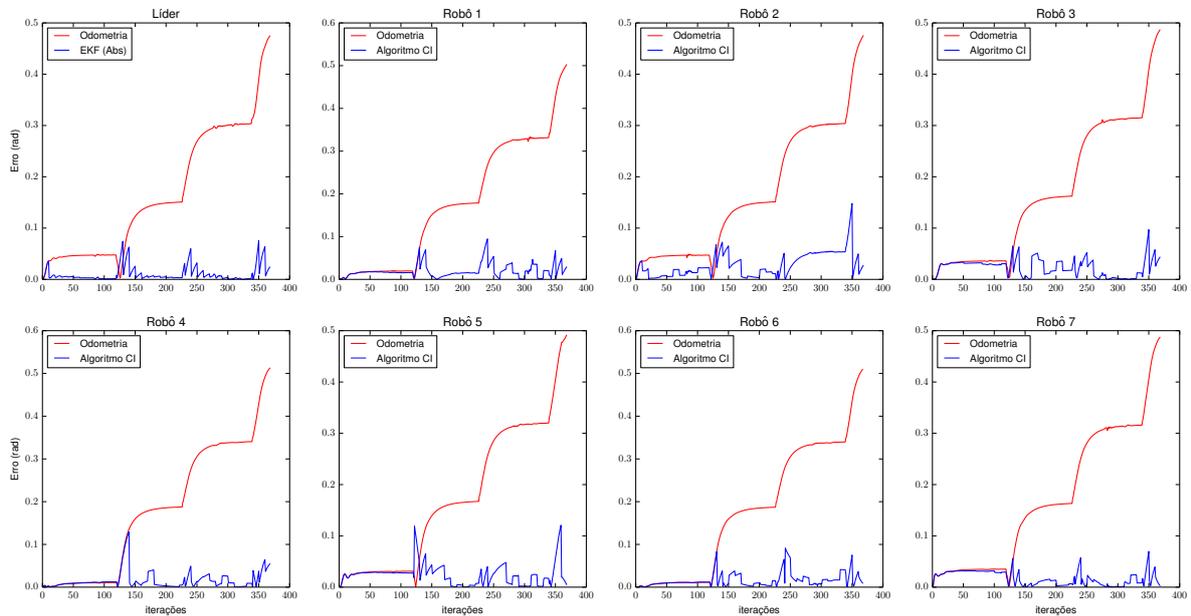


(a)

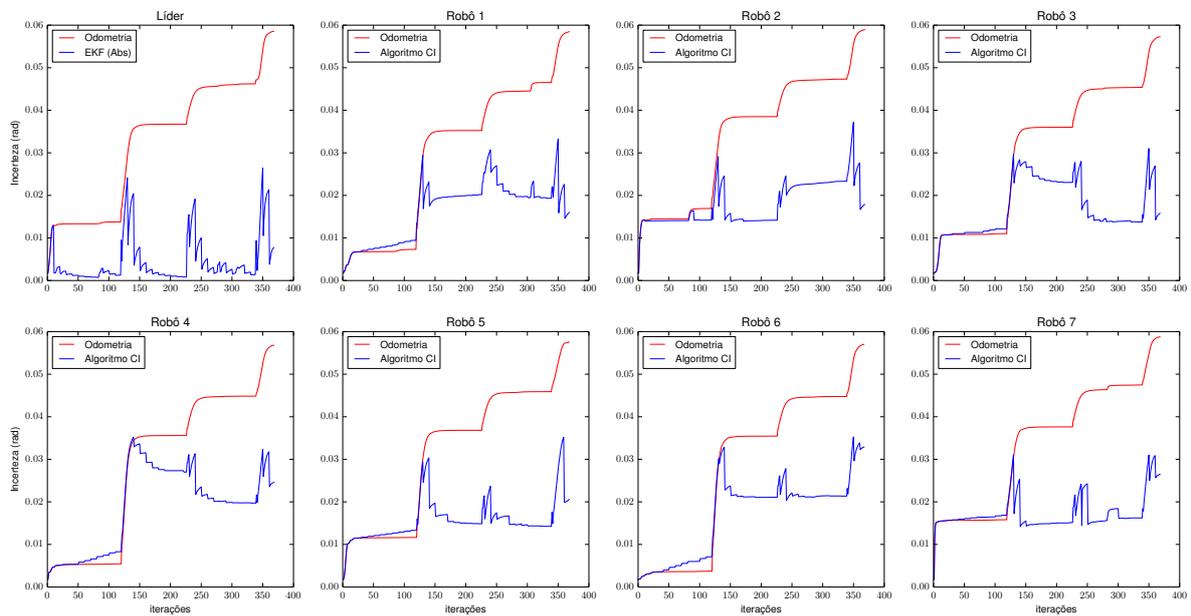


(b)

Figura 5.30: (a) Erro de localização e (b) incerteza, 1 desvio padrão, referentes à posição de cada robô.



(a)



(b)

Figura 5.31: Em (a), tem-se o erro referente à orientação, enquanto que em (b) é mostrada a respectiva incerteza, 1 desvio padrão.

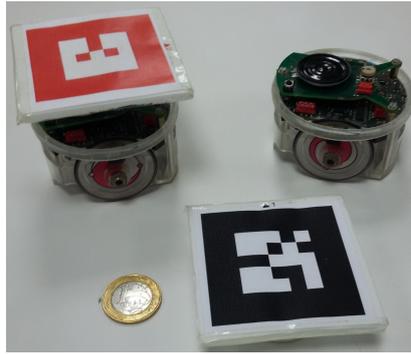


Figura 5.32: Robôs e-puck [Mondada et al., 2009] utilizados nos experimentos e os marcros fiduciais utilizados pelo iGPS.

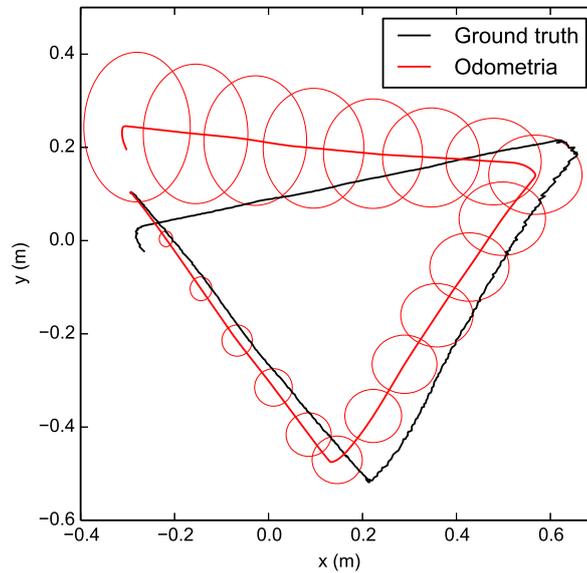


Figura 5.33: Exemplo da localização disponibilizada pelo iGPS (Ground truth) e da odometria referentes ao caminho executado por um robô.

A informação de odometria gerada pelo robô e-puck foi implementada com base no modelo de um robô diferencial descrito em [Siegwart & Nourbakhsh, 2004, p.186], conforme segue:

$$\mathbf{x} = f(x, y, \theta, \Delta s_r, \Delta s_l) \quad (5.17)$$

$$\begin{bmatrix} x^{k+1|k} \\ y^{k+1|k} \\ \theta^{k+1|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^k \\ y^k \\ \theta^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta s \cos(\theta^k + \frac{\Delta\theta^k}{2}) \\ \Delta s \sin(\theta^k + \frac{\Delta\theta^k}{2}) \\ \Delta\theta^k \end{bmatrix}, \quad (5.18)$$

$$v = \Delta s \quad (5.19)$$

$$= \frac{\Delta s_r + \Delta s_l}{2},$$

$$\begin{aligned} w &= \Delta\theta \\ &= \frac{\Delta s_r - \Delta s_l}{b}, \end{aligned} \tag{5.20}$$

sendo:

- Δs_r e Δs_l as distâncias percorridas pelas rodas direita e esquerda, respectivamente, no último intervalo amostral;
- $\Delta\theta$ a variação na orientação ocorrida no último intervalo amostral;
- b a distância entre as duas rodas do robô com direção diferencial.

A incerteza associada a este modelo é calculada considerando que no início da movimentação a matriz de covariância \mathbf{P}^0 é conhecida. Além disso, o erro associado a Δs_r e Δs_l são utilizados para computar a matriz de covariância $\mathbf{P}_{\Delta_{rl}}$ referente à incerteza do incremento de movimentação:

$$\mathbf{P}_{\Delta_{rl}} = \text{cov}(\Delta s_r, \Delta s_l) = \begin{bmatrix} k_r |\Delta s_r| & 0 \\ 0 & k_l |\Delta s_l| \end{bmatrix}. \tag{5.21}$$

As constantes de proporcionalidade k_r e k_l representam parâmetros não determinísticos associados à direção e à interação das rodas com o piso. Nesse modelo de erro, algumas suposições são empregadas, entre elas: (i) os erros das rodas são independentes; e (ii) a variância dos erros são proporcionais ao valor absoluto das distâncias percorridas Δs_r e Δs_l .

Assumindo independência entre as iterações e utilizando a expansão em série de Taylor de primeira ordem, pode-se estabelecer o modelo de propagação da incerteza:

$$\mathbf{P}^{k+1|k} = \nabla_{\mathbf{x}} f \mathbf{P}^k (\nabla_{\mathbf{x}} f)^\top + \nabla_{\Delta_{rl}} f \mathbf{P}_{\Delta_{rl}}^k (\nabla_{\Delta_{rl}} f)^\top, \tag{5.22}$$

sendo

$$\nabla_{\mathbf{x}} f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta s \sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) \\ 0 & 1 & \Delta s \cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e

$$\nabla_{\Delta_{rl}} f = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) - \frac{\Delta s}{2b}\sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) & \frac{1}{2}\cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) + \frac{\Delta s}{2b}\sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) \\ \frac{1}{2}\sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) + \frac{\Delta s}{2b}\cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) & \frac{1}{2}\sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) - \frac{\Delta s}{2b}\cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) \\ & \frac{1}{b} & & -\frac{1}{b} \end{bmatrix}$$

os Jacobianos da função f em relação ao estado \mathbf{x} e ao incremento da movimentação Δ_{rl} . A informação de odometria referente à movimentação de um robô utilizando este modelo é apresentada na Figura 5.33, sendo $k_r = k_l = 0,025$.

Em consonância com a metodologia, os robôs foram dispostos em uma mesma região do ambiente. Na etapa inicial, as informações capturadas pelo iGPS foram disponibilizadas para todos os robôs, permitindo a cada um calcular as distâncias relativas para os demais, em decorrência do ajuste do raio ε . Nessa etapa, os parâmetros foram definidos empiricamente da seguinte forma: $\alpha = 2,35$, $d_{AB} = 0,2\text{ m}$, $d_{AA} = 1,45 \times d_{AB}$. O parâmetro referente à transposição do modelo holonômico para não-holonômico foi definido como $d = 3,00$. A Figura 5.34 apresenta algumas imagens capturadas pela câmera durante o posicionamento inicial do líder no interior do grupo. O marcador instalado sobre o líder possui a cor vermelha para destacá-lo dos demais.

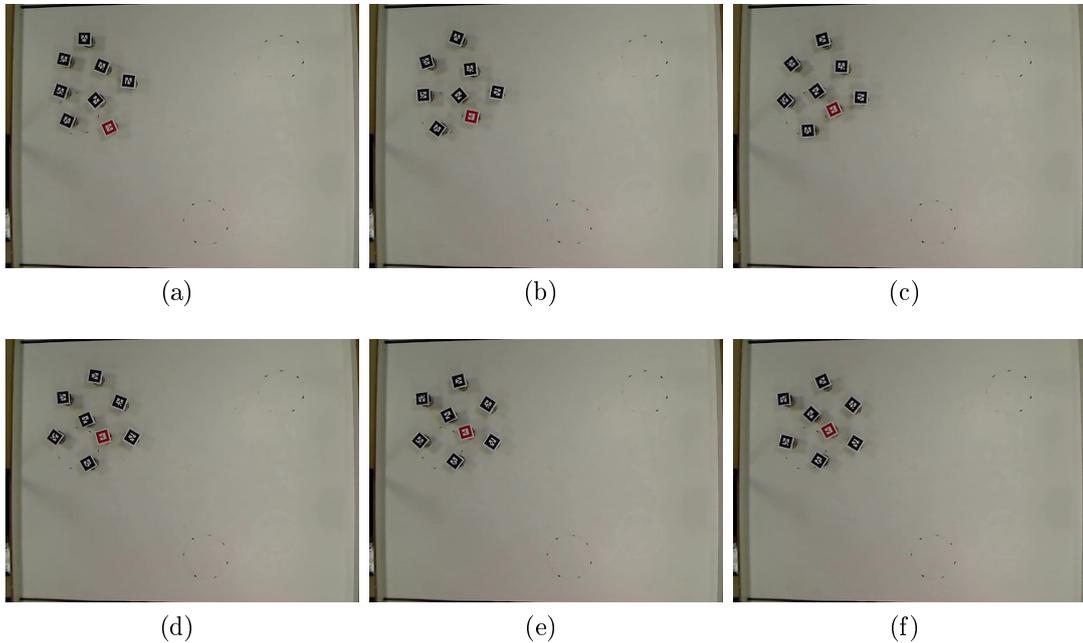


Figura 5.34: Posicionamento inicial dos robôs. Em (a) os robôs são dispostos no ambiente enquanto que em (f) o líder (marcador na cor vermelha) encontra-se posicionado no interior do grupo.

Na etapa posterior, os parâmetros d_{AA} e d_{AB} foram definidos com o mesmo valor,

ou seja, $d_{AA} = d_{AB} = 0,185$. O raio das vizinhanças, por sua vez, foi definido como $\varepsilon = 1,6 \times d_{AB}$, restringindo a cada robô somente o acesso a seus vizinhos imediatos. Os demais parâmetros foram mantidos inalterados. A Figura 5.35 apresenta algumas configurações do grupo durante essa etapa.

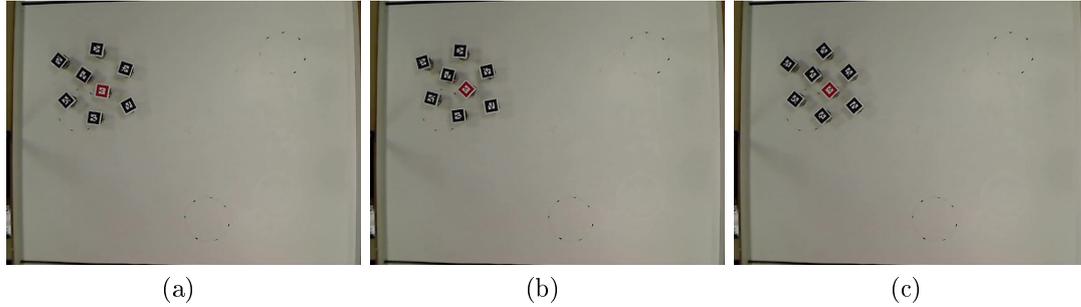


Figura 5.35: Posicionamento dos robôs com base em informações locais.

Após concluído o posicionamento dos robôs, iniciou-se a etapa de movimentação coletiva. A Figura 5.36 apresenta alguns momentos durante a movimentação dos robôs. A localização dos *waypoints* virtuais utilizados pelo líder para guiar o grupo é representada por círculos com linhas tracejadas desenhados no ambiente. Diferentemente da movimentação efetuada nos experimentos simulados, nestes experimentos a direção utilizada pelo líder para guiar o grupo no ambiente é disseminada para todos os robôs, de modo a facilitar o controle dos mesmos. Assim, a equação de controle (4.31) foi ligeiramente alterada para que todos os robôs pudessem utilizar a informação referente à direção de movimento:

$$\mathbf{u}_i = - \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in \mathcal{N}_i}} \nabla_{\mathbf{p}_i} U_{ij}(\|\mathbf{p}_{ij}\|) - \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in \mathcal{N}_i}} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) - \nabla_{\mathbf{p}_l} U_{lt}(\|\mathbf{p}_{lt}\|) + \gamma \mathbf{v}_i, \quad (5.23)$$

sendo $\nabla_{\mathbf{p}_l} U_{lt}(\|\mathbf{p}_{lt}\|)$ um potencial artificial atrativo para o alvo t , calculado e disseminado pelo líder l :

$$U_{lt}(\|\mathbf{p}_{lt}\|) = \frac{1}{2} \beta \|\mathbf{p}_{lt}\|^2. \quad (5.24)$$

Semelhantemente aos experimentos simulados com a plataforma ROS/Stage, nos experimentos reais a força de arrasto foi ignorada, ou seja, $\gamma = 0$. Os demais parâmetros foram definidos empiricamente da seguinte forma: $\beta = 13,0$, $\alpha = 2,05$ e $d = 1,5$. O alcance do sensor virtual, ou seja, o raio das vizinhanças foi configurado como $\varepsilon = 1,33 \times d_{AB}$.

O desvio padrão do erro referente à posição inicial de cada robô foi definido como 5 mm para as direções x , y e $1,75 \times 10^{-3}$ rad para a orientação. Durante a movimentação,

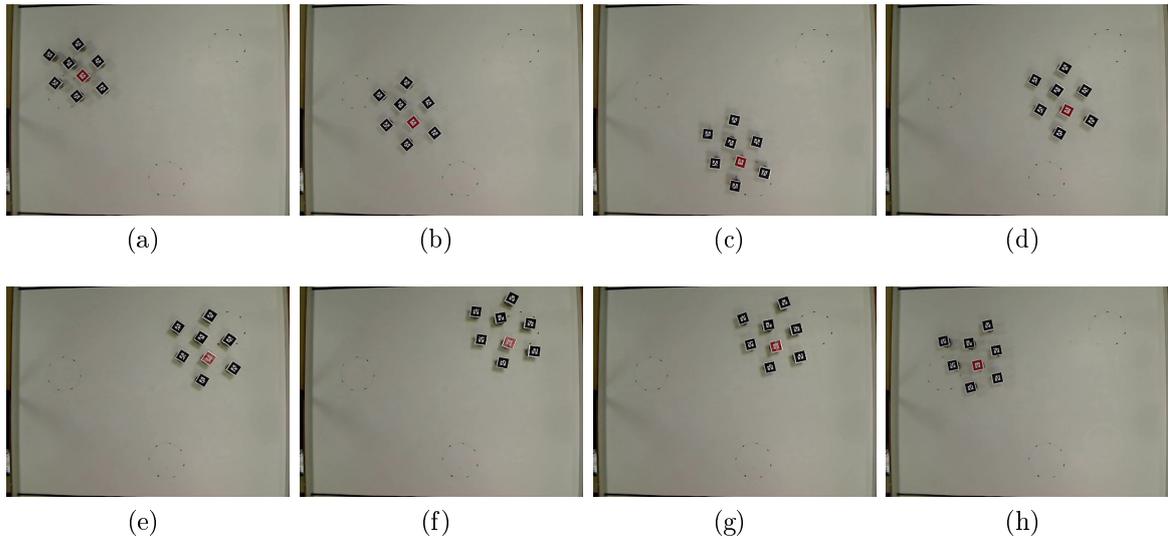


Figura 5.36: Movimentação dos robôs com base em informações locais. O líder guia o grupo utilizando *waypoints* virtuais, os quais são destacados por círculos pontilhados desenhados na arena.

o robô líder recebeu informações de localização absoluta em intervalos regulares de 2 s, sendo 1 cm o desvio padrão do erro relativo às direções x , y e $8,73 \times 10^{-3}$ rad o desvio associado à orientação. Conforme descrito na metodologia, um EKF foi utilizado para combinar tais informações com a estimativa do líder, gerada nas etapas de predição do filtro, cujo resultado pode ser observado na Figura 5.37.

Neste experimento, o robô líder define os momentos para se efetuar as etapas de localização cooperativa. A estratégia descrita na Seção 5.3.1 para disseminação de mensagens é também utilizada nestes experimentos. Além disso, um robô pode utilizar mais de uma informação de localização para atualizar a sua crença. A ordem em que tais informações foram incorporadas é a mesma da sequência de mensagens recebidas. O erro associado à localização dos robôs é apresentado na Figura 5.38a, enquanto que as respectivas incertezas são ilustradas na Figura 5.38b. Conforme pode ser observado, o erro e a incerteza associados à odometria cresce sem controle, enquanto que o mecanismo de localização cooperativa mantém tais informações sob um certo nível de controle. Em algumas iterações, a taxa de crescimento do erro é maior devido à mudança de direção dos robôs, principalmente naqueles robôs mais distantes do líder (Robôs 3 e 4).

A Figura 5.39 apresenta o erro e a incerteza (1 desvio padrão) referentes à orientação dos robôs. Pode-se perceber o crescimento significativo do erro e da incerteza associados à odometria, enquanto que o mecanismo de localização cooperativa apresenta valores menores. As iterações em que o nível de erro alcança valores significativos

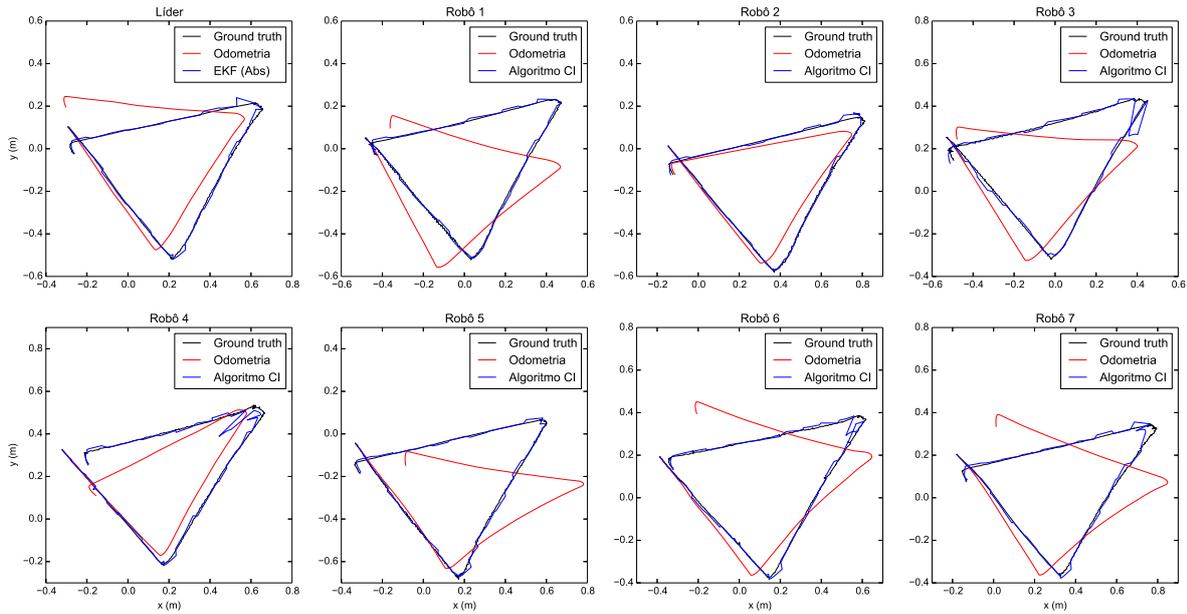


Figura 5.37: Caminho percorrido (*ground truth*), informações de localização cooperativa geradas pelo algoritmo CI (loc. coop.) e odometria (odom) dos robôs. Para o líder é apresentada a informação de localização (abs) resultante da utilização do iGPS.

dizem respeito aos momentos em que os robôs efetuaram mudanças significativas em suas respectivas orientações. Apesar disso, o mecanismo de localização cooperativa conseguiu restaurar os valores de orientação dos diversos robôs, após o recebimento de uma informação absoluta pelo robô líder. A frequência de recebimento desse tipo de informação pelo líder pode influenciar a rapidez com que o nível dos erros é restaurado.

5.4 Considerações Finais

Os experimentos desenvolvidos mostraram a superioridade do emprego da estratégia de localização cooperativa proposta quando comparada à informação gerada pela odometria. O uso do algoritmo de Interseção de Covariâncias permitiu efetuar a fusão sensorial de maneira descentralizada e assíncrona, além de se evitar a complexidade de tempo e espaço necessários para lidar com a localização cooperativa em outras abordagens. Tal complexidade, apesar de não ser um problema em sistemas compostos por um pequeno número de integrantes, torna-se um fator importante quando se utiliza enxames de robôs.

Outro fator relevante na abordagem proposta e evidenciado nos experimentos, diz respeito ao fato do algoritmo Interseção de Covariâncias se mostrar consistente e não exigir um tratamento relacionado ao raciocínio circular e aos efeitos causados pelo mesmo. Os experimentos desenvolvidos na Seção 5.2 mostram a consistência do

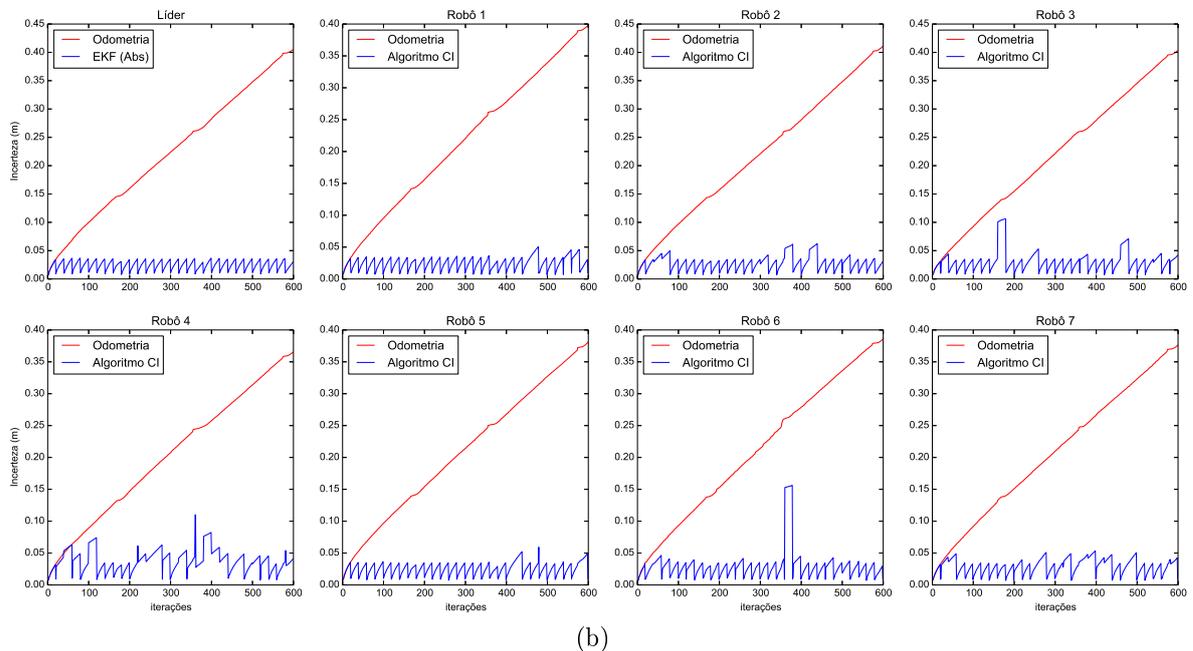
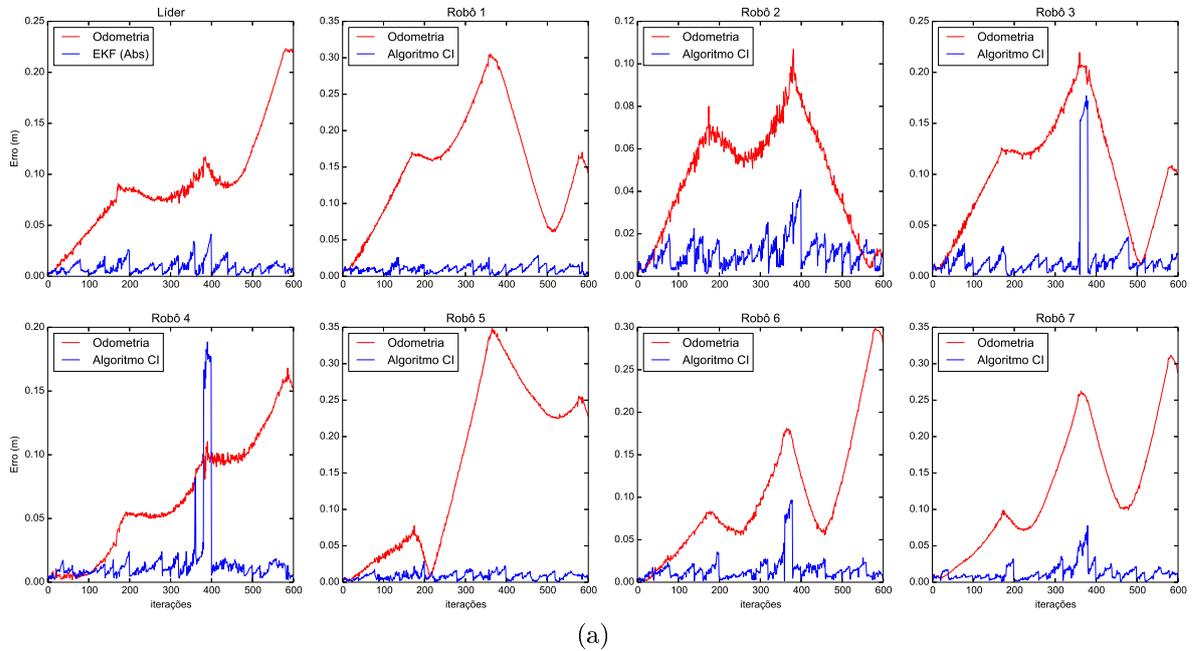
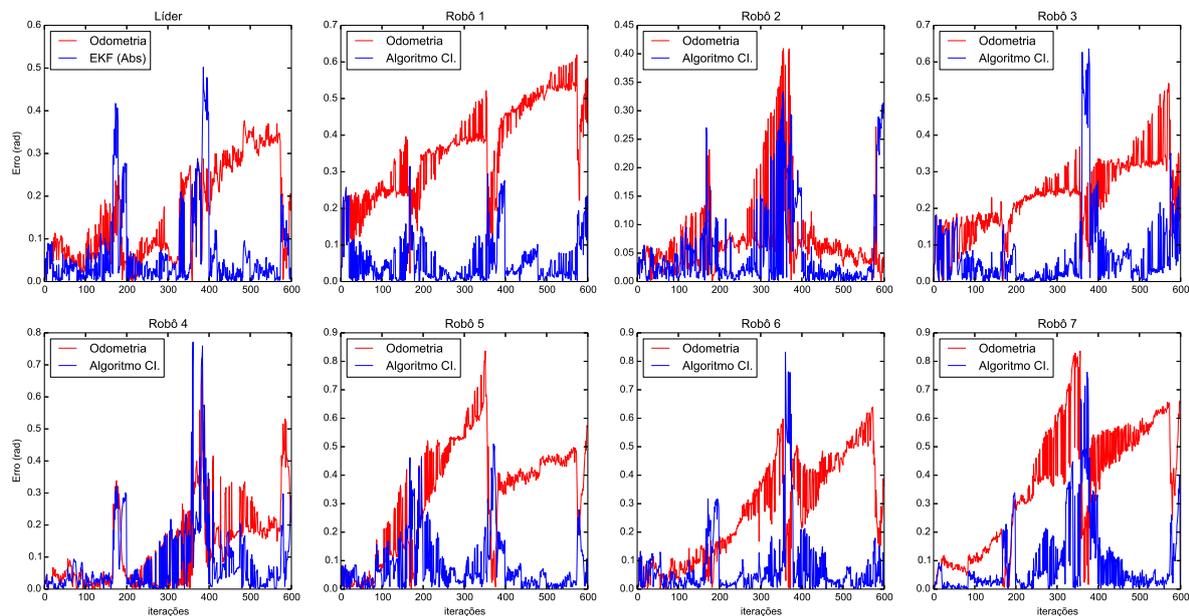
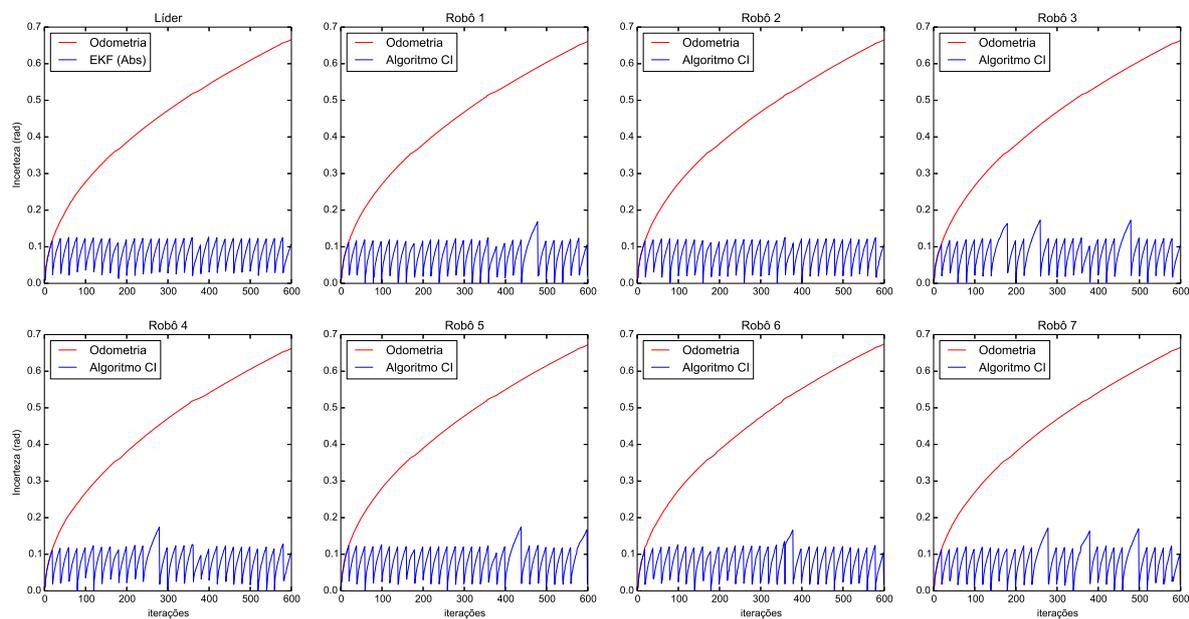


Figura 5.38: Erro (a) e incerteza (b) referentes à posição de cada robô.



(a)



(b)

Figura 5.39: Erro (a) e incerteza (b) referentes à orientação de cada robô.

algoritmo em diversas situações, o que permitiu a utilização, de maneira adequada, das informações de localização disponibilizadas aos robôs.

Neste trabalho, o ajuste do filtro de Kalman foi feito de maneira empírica e seu funcionamento se mostrou um tanto quanto limitado, consequentemente apresentando um comportamento bastante impreciso em algumas situações. Apesar de existir margem para um melhor ajuste do filtro nos experimentos empregados neste trabalho e, possivelmente, termos um resultado mais aproximado com relação ao algoritmo de Interseção de Covariâncias, o algoritmo CI apresenta características mais adequadas para o emprego em sistemas descentralizados como enxames robóticos, conforme discussão feita ao longo do texto.

As provas de conceito desenvolvidas com robôs reais, apesar de terem empregado poucos robôs e fazerem uso de sensores virtuais, mostraram a aplicabilidade da metodologia em um sistema real, tanto no que diz respeito à estratégia de movimentação quanto à abordagem de localização cooperativa.

Capítulo 6

Conclusão

O problema de localizar cooperativamente um enxame de robôs é tratado nesta tese. Nesse tipo de localização, a frequência com que ocorrem etapas de localização cooperativa impacta diretamente na qualidade da localização do grupo. Devido a isso, estratégias de movimentação coletiva foram empregadas para possibilitar o controle da frequência de atualização das crenças e a consequente manutenção de baixos níveis de incerteza associados às informações de localização.

A primeira estratégia de movimentação empregada consiste em uma ligeira modificação do algoritmo de *flocking*, o que possibilitou que os robôs se movimentassem de modo alternado, porém de maneira coesa. A alternância da movimentação possibilita uma parte do grupo se manter inerte, enquanto a outra parte se movimenta. Tal estratégia permite manter bons níveis de localização devido à manutenção de parte do grupo atuando como marco, durante toda a movimentação. Apesar dos bons resultados apresentados, a movimentação alternada compromete a performance do grupo.

Para melhorar a performance, uma segunda estratégia de movimentação foi proposta, a qual foi estabelecida pela combinação dos comportamentos de agregação e segregação, previamente propostos na literatura, além de um comportamento de líder-seguidor. Em decorrência do aumento permanente da incerteza associada à informação de localização dos robôs, em consequência da movimentação contínua do grupo, um robô (líder) foi provido com sensores capazes de obter estimativas de localização absoluta, com baixa incerteza, em intervalos de tempo regulares. Desse modo, tal líder atua como referencial no grupo, provendo estimativas de localização com boa qualidade, ou seja, baixa incerteza e alta exatidão. Tais informações são empregadas pelos robôs na vizinhança do líder para ajustar suas crenças e atuarem como marcos para outros robôs no grupo.

As capacidades de sensoriamento e comunicação limitadas, normalmente presen-

tes em enxames robóticos, demandam o emprego de estratégias descentralizadas de localização cooperativa em sistemas reais. Neste trabalho, a movimentação coletiva permitiu aos robôs executarem etapas de localização cooperativa utilizando somente informações locais, o que é considerada uma solução aproximada para o problema, devido ao fato de não gerar uma estimativa conjunta de todos os robôs no grupo. Para gerar uma estimativa conjunta (ótima), faz-se necessário a utilização da informação de interdependência de todos os robôs, uma vez que as estimativas não são independentes. Em enxames robóticos, a utilização de tal informação possui uma complexidade que restringe seu emprego em sistemas reais.

A abordagem proposta nesta tese gera estimativas de localização consistentes utilizando somente informações locais, mesmo sem a utilização da informação de interdependência entre as estimativas. Tal consistência é alcançada por meio do algoritmo de Interseção de Covariâncias, o qual é provadamente consistente, mesmo na ausência de tal informação. Desse modo, a abordagem proposta nesta tese para localizar cooperativamente enxames robóticos contempla algumas questões relativas à escalabilidade, além de ser descentralizada e assíncrona.

As principais contribuições deste trabalho são:

- Uma abordagem descentralizada de localização cooperativa para enxames robóticos que gera informações de localização consistentes, sem que para isso seja necessário a utilização de informações provenientes de todos os robôs no grupo. Essa característica permite diminuir a complexidade de tempo e espaço, necessários para a geração das estimativas de localização dos robôs, viabilizando a sua utilização em sistemas reais.
- Uma estratégia de movimentação coletiva de enxames, baseada no conceito de potencial diferencial. O comportamento coletivo é gerado a partir da combinação dos comportamentos segregativo e agregativo, além do comportamento de líder-seguidor;

Conforme apresentado na revisão de literatura, o problema de localizar cooperativamente enxames robóticos ainda é pouco explorado na literatura. Dessa forma, este trabalho também contribui neste aspecto por apresentar uma abordagem para efetuar tal localização de maneira descentralizada e assíncrona.

A estratégia de movimentação contínua e a abordagem de localização cooperativa foram avaliadas tanto em simulações quanto em experimentos com robôs reais. Nas simulações, um número significativo de robôs foi empregado e alguns aspectos da localização cooperativa aplicada a enxames robóticos foram explorados. Por outro lado, nos experimentos reais, um número menor de robôs foi empregado na forma de uma prova

de conceito. Os resultados de ambos foram satisfatórios, apresentando uma melhora significativa na localização do grupo quando o mesmo fez uso de cooperação. Além disso, os resultados mostraram a consistência das informações de localização geradas pela abordagem proposta.

6.1 Trabalhos Futuros

Extensões deste trabalho podem ser feitas tanto no que diz respeito à estratégia de movimentação proposta quanto no que tange à abordagem de localização cooperativa. Na estratégia de movimentação, uma possível extensão seria a consideração de obstáculos e ambientes dinâmicos. Uma investigação inicial poderia considerar a utilização de uma estratégia semelhante àquela implementada em [Pimenta, 2009], na qual partículas virtuais são dispostas nas fronteiras de um objeto, de modo a serem utilizadas para representar um obstáculo. Tais partículas poderiam ser modeladas de forma semelhante a um robô, porém as mesmas pertenceriam a grupos diferentes daqueles utilizados pelo robôs. Desse modo, tais partículas atuariam como potenciais artificiais repulsivos, possivelmente permitindo aos robôs desviarem dos obstáculos. De modo semelhante, mais de um enxame poderia ser modelado, sendo que robôs pertencentes a enxames distintos teriam tipos diferentes, o que os permitiriam evitar colisões.

Conforme constatado neste trabalho, a utilização de um único robô com sensores capazes de obter informações de localização absoluta pode não ser suficiente para enxames muito grandes. Além disso, o emprego de um único robô com tais características compromete a robustez do sistema, uma vez que a falha desse robô poderia degradar a qualidade da localização do grupo. Uma possível investigação consideraria o aumento de robôs com tais capacidades, além de estratégias de posicionamento para dispor esses robôs em determinados locais no grupo. Isso poderia contribuir para melhorar a robustez da abordagem proposta, uma vez que informações de localização mais confiáveis poderiam estar adequadamente distribuídas no enxame e a falha de algum desses integrantes poderia ser suprida por outros agentes no grupo. Em enxames heterogêneos compostos por mais robôs com características especiais, a utilização da versão generalizada do algoritmo de Interseção de Covariâncias, SCI, descrito no Apêndice C, poderia ser avaliada, de forma a lidar com as informações independentes e correlacionadas. Tal algoritmo contempla situações de total independência ou total interdependência de maneira adequada.

Tarefas de *caging*, na qual um cinturão de robôs envolve um grupo e o conduz para determinadas regiões do ambiente, poderia ser uma possível aplicação para enxames

heterogêneos com mais robôs dotados de sensores com capacidades especiais. Assim, esses robôs seriam dispostos autonomamente na fronteira do grupo, possibilitando a movimentação em segurança de outros robôs desprovidos de tais capacidades. Os robôs dispostos na fronteira utilizariam seus sensores para prover uma movimentação segura do grupo para determinadas regiões do ambiente.

Por fim, outro aspecto de investigação futura seria a análise matemática dos controladores utilizados nas diversas fases da estratégia de movimentação coletiva, de modo a prover garantias de estabilidade e convergência. Tais garantias poderiam estar relacionadas tanto com o posicionamento autônomo do robô líder no grupo, quanto no que diz respeito à manutenção da formação alcançada durante a movimentação do grupo.

Referências Bibliográficas

- Alitappeh, R. J. & Pimenta, L. C. A. (2014). Distributed Safe Deployment of Networked Robots. Em *The 12th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems (DARS 2014)*.
- Arambel, P. .; Rago, C. & Mehra, R. K. (2001). Covariance Intersection Algorithm for Distributed Spacecraft State Estimation. Em *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 4398–4403, Arlington, VA.
- Arulampalam, M. S.; Maskell, S.; Gordon, N.; & Clapp, T. (2002). A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(2):174–188.
- Bahceci, E.; Soysal, O. & Sahin, E. (2003). A review: Pattern formation and adaptation in multi-robot systems. Technical report, Robotics Institute.
- Bahr, A.; Walter, M. R. & Leonard, J. J. (2009). Consistent Cooperative Localization. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3415–3422, Kobe, Japan.
- Bailey, T.; Bryson, M.; Mu, H.; Vial, J.; McCalman, L. & Durrant-Whyte, H. (2011). Decentralised Cooperative Localisation for Heterogeneous Teams of Mobile Robots. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2859–2865, Shanghai, China.
- Balch, T. (1999). The impact of diversity on performance in multi-robot foraging. Em *Proceedings of the third annual conference on Autonomous Agents, AGENTS '99*, pp. 92–99, New York, NY, USA. ACM.
- Balch, T. & Arkin, R. C. (1998). Behavior-Based Formation Control for Multirobot Teams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 14(6):926–939.

- Bar-Shalom, Y.; Li, X.-R. & Kirubarajan, T. (2001). *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software*. John Wiley & Sons, Inc.
- Bayindir, L. & Sahin, E. (2007). A review of studies in swarm robotics. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 15(2):115–147.
- Belta, C.; Pereira, G. A. S. & Kumar, V. (2003). Control of a team of car-like robots using abstractions. Em *Proceedings of IEEE International Conference on Decision and Control*, volume 2, pp. 1520–1525.
- Bertsekas, D. P. & Tsitsiklis, J. N. (2008). *Introduction to Probability*. Athena Scientific, 2nd edição.
- Bonabeau, E.; Dorigo, M. & Theralaz, G. (1999). *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*. Oxford University Press.
- Borenstein, J.; Everett, H. R.; Feng, L. & Wehe, D. (1997). Mobile Robot Positioning – Sensors and Techniques. *Journal of Robotic Systems*, 14(4):231–249.
- Borenstein, J. & Feng, L. (1996). Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 12(5):869–880.
- Burgard, W.; Moors, M.; Fox, D.; Simmons, R. & Thrun, S. (2000). Collaborative Multi-Robot Exploration. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pp. 476–481, San Francisco, CA, USA.
- Cao, Y. U.; Fukunaga, A. S. & Kahng, A. B. (1997). Cooperative Mobile Robotics: Antecedents and Directions. *Autonomous Robots*, 4(1):7–27.
- Carpin, S. & Parker, L. E. (2002). Cooperative leader following in a distributed multi-robot system. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pp. 2994–3001.
- Carrillo-Arce, L. C.; Nerurkar, E. D.; Gordillo, J. L. & Roumeliotis, S. I. (2013). Decentralized multi-robot cooperative localization using covariance intersection. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1412–1417, Tokyo, Japan.
- Chaimowicz, L. & Kumar, V. (2004). Aerial Shepherds: Coordination among UAVs and Swarms of Robots. Em *Proceedings of the 7th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems*, pp. 231–240.

- Costa, E.; Shiroma, P. & Campos, M. F. M. (2012). Cooperative robotic exploration and transport of unknown objects. Em *Proceedings of the 2012 LARS/SBR Latin American Robotics Symposium / Brazilian Robotics Symposium, 2012.*, Fortaleza.
- De Luca, A. & Oriolo, G. (1994). Local Incremental Planning for Nonholonomic Mobile Robots. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation.*
- Dellaert, F.; Alegre, F. & Martinson, E. B. (2003). Intrinsic localization and mapping with 2 applications: Diffusion mapping and marco polo localization. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, pp. 2344–2349, Taipei, Taiwan.
- Desai, J. P.; Ostrowski, J. & Kumar, V. (1998). Controlling formations of multiple mobile robots. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pp. 2864–2869.
- Dorigo, M. & Stützle, T. (2002). The ant colony optimization metaheuristic: Algorithms, applications and advances. Em Glover, F. & Kochenberger, G., editores, *Handbook of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Operations Research & Management Science*, chapter 9, pp. 251–285. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA.
- Doucet, A.; de Freitas, N. & Gordon, N. (2001). *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, chapter An Introduction to Sequential Monte Carlo Methods, pp. 1–13. Springer.
- Dudek, G.; Jenkin, M.; Miliotis, E. & Wilkes, D. (1993). A Taxonomy for Swarm Robots. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Tokyo, Japan.
- Dudek, G.; Jenkin, M. R. M.; Miliotis, E. & Wilkes, D. (1996). A taxonomy for multi-agent robotics. *Autonomous Robots*, 3(4):375–397.
- Durrant-Whyte, H. & Bailey, T. (2006). Simultaneous localization and mapping (slam): Part i the essential algorithms. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 13(2):99–110.
- Elfes, A. (1990). Occupancy Grids: A Stochastic Spatial Representation for Active Robot Perception. Em *Proceedings of the Sixth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI1990)*, pp. 136–146.

- Farinelli, A.; Iocchi, L. & Nardi, D. (2004). Multirobot Systems: A Classification Focused on Coordination. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics*, 34(5):2015–2028.
- Filho, E. B. F. & Pimenta, L. C. A. (2015). Segregating Multiple Groups of Heterogeneous Units in Robot Swarms using Abstractions. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*.
- Fox, D.; Burgard, W.; Kruppa, H. & Thrun, S. (2000). A Probabilistic Approach to Collaborative Multi-Robot Localization. *Autonomous Robots*, 8:325–344.
- Fox, D.; Hightower, J.; Liao, L.; Schulz, D. & Borriello, G. (2003). Bayesian Filtering for Location Estimation. *Pervasive Computing, IEEE*, 2(3):24–33.
- Garcia, R. F. & Chaimowicz, L. (2009). Uma Infra-estrutura para Experimentação com Enxames de Robôs. Em *Anais do Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, Brasília, DF - Brasil.
- Garcia, R. F.; Shiroma, P. M.; Chaimowicz, L. & Campos, M. F. M. (2007). Um arcabouço para a localização de enxames de robôs. Em *Anais do Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, Florianópolis, SC - Brazil.
- Gerkey, B. P.; Vaughan, R. T. & Howard, A. (2003). The player/stage project: Tools for multi-robot and distributed sensor systems. Em *Proceedings of the 11th International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2003)*, pp. 317–323, Coimbra, Portugal.
- Gordon, N.; Salmond, D. & Smith, A. F. M. (1993). Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEEE Proceedings of Radar and Signal Processing*, 140(2):107–113.
- Grabowski, R.; Navarro-Serment, L. E.; Paredis, C. J. & Khosla, P. K. (2000). Heterogeneous Teams of Modular Robots for Mapping and Exploration. *Autonomous Robots*, 8:293–308.
- Groß, R.; Magnenat, S. & Mondada, F. (2009). Segregation in Swarms of Mobile Robots Based on the Brazil Nut Effect. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4349–4356, St. Louis, USA.
- Hidaka, Y.; Mourikis, A. & Roumeliotis, S. (2005). Optimal formations for cooperative localization of mobile robots. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4126–4131, Barcelona, Spain.

- Howard, A.; Mataric, M. & Sukhatme, G. (2003). Putting the 'i' in 'team': an ego-centric approach to cooperative localization. Em *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA '03. IEEE International Conference on*, volume 1, pp. 868–874, Taipei, Taiwan.
- Howard, A.; Matarić, M. J. & Sukhatme, G. S. (2002). Localization for Mobile Robot Teams Using Maximum Likelihood Estimation. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 1, pp. 434–439, Lausanne, Switzerland.
- Isard, M. & Blake, A. (1998). Condensation – conditional density propagation for visual tracking. *International Journal of Computer Vision*, 29:5–28.
- Johnson, R. A. & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Pearson Education Inc., New Jersey, 6th edição.
- Juan-ping, Z.; Jin-gang, L.; Xian-wen, G. & Ying-qiao, C. (2010). Research of path planning for mobile robot based on improved ant colony optimization algorithm. Em *Proceedings of the International Conference on Advanced Computer Control*, volume 3, pp. 241–245.
- Julier, S. & Uhlmann, J. K. (2001). General Decentralized Data Fusion with Covariance Intersection (CI). Em Hall, D. & Llinas, J., editores, *Handbook of Data Fusion*. CRC Press, Boca Raton FL, USA.
- Julier, S. J. & Uhlmann, J. K. (1997). A Non-divergent Estimation Algorithm in the Presence of Unknown Correlations. Em *Proceedings of the American Control Conference*, Albuquerque, NM.
- Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, 82(Series D):35–45.
- Karam, N.; Chausse, F.; Aufrère, R. & Chapuis, R. (2006). Localization of a Group of Communicating Vehicles by State Exchange. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 519–524, Beijing, China.
- Kemeny, J. G. & Snell, J. L. (1983). *Finite Markov Chains*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 3rd edição.
- Koo, T. J. & Shahruz, S. M. (2001). Formation of a group of unmanned aerial vehicles (uavs). Em *Proceedings of the American Control Conference*.

- Kube, C. R. & Bonabeau, E. (2000). Cooperative transport by ants and robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 30:85–101.
- Kumar, M. & Garg, D. P. (2011). Aggregation of Heterogeneous Units in a Swarm of Robotic Agents. Em *4th International Symposium on Resilient Control Systems (ISRCS)*, pp. 107–112.
- Kumar, M.; Garg, D. P. & Kumar, V. (2010). Segregation of Heterogeneous Units in a Swarm of Robotic Agents. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(3):743–748.
- Kurazume, R. & Hirose, S. (1998). Study on Cooperative Positioning System – Optimum Moving Strategies for CPS-III. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pp. 2896–2903, Leuven, Belgium.
- Kurazume, R. & Hirose, S. (2000a). An Experimental Study of a Cooperative Positioning System. *Autonomous Robots*, 8(1):43–52.
- Kurazume, R. & Hirose, S. (2000b). Development of a Cleaning Robot System with Cooperative Positioning System. *Autonomous Robots*, 9:237–246.
- Kurazume, R.; Hirose, S.; Nagata, S. & Sashida, N. (1996). Study on Cooperative Positioning System (Basic Principle and Measurement Experiment). Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 2, pp. 1421–1426, Osaka, Japan.
- Kurazume, R.; Nagata, S. & Hirose, S. (1994). Cooperative Positioning with Multiple Robots. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1250–1257, Munich, Germany.
- Kurazume, R.; Tobata, Y.; Iwashita, Y. & Hasegawa, T. (2007). 3D laser measurement system for large scale architectures using multiple mobile robots. Em *Proceedings of Sixth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling (3DIM'07)*, pp. 91–98.
- LaValle, S. M. (2006). *Planning Algorithms*. Cambridge University Press, New York.
- Lazanas, A. & Latombe, J.-C. (1995). Landmark-based robot navigation. *Algorithmica*, 13(5):472–501.
- Li, H. & Nashashibi, F. (2012). Cooperative multi-vehicle localization using split covariance intersection filter. Em *2012 Intelligent Vehicles Symposium*, pp. 211–216, Alcalá de Henares, Spain.

- Li, H.; Nashashibi, F. & Yang, M. (2013). Split covariance intersection filter: Theory and its application to vehicle localization. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 14(4):1860–1871.
- Liu, Y. & Passino, K. M. (2000). Swarm intelligence: Literature overview. Disponível em: <http://en.scientificcommons.org/42604699>. Acesso em: 03/12/2012.
- Mariottini, G. L.; Martini, S. & Egerstedt, M. B. (2009). A switching active sensing strategy to maintain observability for vision-based formation control. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2637–2642, Kobe, Japan.
- Martin, M.; Klupar, P.; Kilberg, S. & Winter, J. (2001). Techsat 21 and revolutionizing space missions using microsattellites. Em *Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites*, pp. 1574–1579, Logan, UT.
- Martinelli, A.; Pont, F. & Siegwart, R. (2005). Multi-Robot Localization Using Relative Observations. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2797–2802, Barcelona, Spain.
- Mclurkin, J. & Smith, J. (2004). Distributed algorithms for dispersion in indoor environments using a swarm of autonomous mobile robots. Em *Proceedings of International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems*.
- Michael, N.; Fink, J. & Kumar, V. (2008). Experimental Testbed for Large Multirobot Teams. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 15(1):53–61.
- Mohan, Y. & Ponnambalam, S. G. (2009). An extensive review of research in swarm robotics. Em Abraham, A.; Carvalho, A.; Herrera, F. & Pai, V., editores, *Proceedings of 2009 World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing*, pp. 140–145, Coimbatore, India.
- Mondada, F.; Bonani, M.; Raemy, X.; Pugh, J.; Cianci, C.; Klapotocz, A.; Magnenat, S.; Zufferey, J.-C.; Floreano, D. & Martinoli, A. (2009). The e-puck, a Robot Designed for Education in Engineering. Em *Proceedings of the 9th Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions*, volume 1, pp. 59–65.
- Mourikis, A. I. & Roumeliotis, S. I. (2006). Optimal sensor scheduling for resource-constrained localization of mobile robot formations. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(5):917–931.

- Navarro, I. & Matía, F. (2013). A Survey of Collective Movement of Mobile Robots. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 10(73).
- Nerurkar, E. D.; Roumeliotis, S. I. & Martinelli, A. (2009). Distributed maximum a posteriori estimation for multi-robot cooperative localization. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1402–1409, Kobe, Japan.
- Olfati-Saber, R. (2006). Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(3):401–420.
- Olfati-Saber, R. & Murray, R. M. (2002). Distributed Cooperative Control of Multiple Vehicle Formations Using Structural Potential Functions. Em *in IFAC World Congress*.
- Owen, C. & Nehmzow, U. (1998). Landmark-Based Navigation for a Mobile Robot. Em *Proceedings of the Fifth International Conference on Simulation of Adaptive Behavior on From animals to animats 5*, pp. 240–245, Cambridge, MA, USA. MIT Press.
- Panait, L. & Luke, S. (2004). A pheromone-based utility model for collaborative foraging. Em *International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pp. 36–43, New York, NY, USA. IEEE Computer Society.
- Parker, L. E. (1993). Designing Control Laws for Cooperative Agent Teams. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 582–587, Atlanta, GA, USA.
- Parker, L. E. (2008). Distributed Intelligence: Overview of the Field and its Application in Multi-Robot Systems. *Journal of Physical Agents*, 2(1):5–14.
- Parkinson, B. W. & Spilker Jr., J. J., editores (1996). *Global Positioning Systems: Theory and Applications*, volume I. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., USA.
- Payton, D.; Estkowski, R. & Howard, M. (2003). Compound behaviors in pheromone robotics. *Robotics and Autonomous Systems*, 44:229–240.
- Pimenta, L. C. d. A. (2009). *Techniques for Controlling Swarms of Robots*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

- Premvuti, S. & Yuta, S. (1990). Consideration on the Cooperation of Multiple Autonomous Mobile Robots. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 'Towards a New Frontier of Applications'*, pp. 59–63, Baraki, Japan. IEEE.
- Prorok, A.; Bahr, A. & Martinoli, A. (2012). Low-Cost Collaborative Localization for Large-Scale Multi-Robot System. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4236–4241, Saint Paul, Minnesota, USA.
- Quigley, M.; Gerkey, B.; Conley, K.; Faust, J.; Foote, T.; Leibs, J.; Berger, E.; Wheeler, R. & Ng, A. (2009). ROS: an open-source Robot Operating System. Em *ICRA*.
- Rekleitis, I. M.; Dudek, G. & Milios, E. E. (1997). Multi-Robot Exploration of an Unknown Environment, Efficiently Reducing the Odometry Error. Em *Proceedings of International Joint Conference in Artificial Intelligence*, volume 2, pp. 1340–1345, Japan.
- Rekleitis, I. M.; Dudek, G. & Milios, E. E. (1998). On Multiagent Exploration. Em *Proceedings of Vision Interface*, pp. 455–461.
- Rekleitis, I. M.; Dudek, G. & Milios, E. E. (2000). Multi-Robot Collaboration for Robust Exploration. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pp. 3164–3169, San Francisco, CA, USA.
- Rekleitis, I. M.; Dudek, G. & Milios, E. E. (2002). Multi-Robot Cooperative Localization: A Study of Trade-offs Between Efficiency and Accuracy. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 3, pp. 2690–2695, Lausanne, Switzerland.
- Reynolds, C. W. (1987). Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model. Em *Computer Graphics*, pp. 25–34.
- Robotics & Eletronics Pololulu (2012). Home page da empresa Robotics & Eletronics Pololulu. Encoder for Pololu Wheel 42x19mm. Disponível em: <http://www.pololu.com/catalog/product/1090>. Acesso em: 03/12/2012.
- Roumeliotis, S. I. & Bekey, G. A. (2000a). Collective Localization: A distributed Kalman filter approach to localization of groups of mobile robots. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pp. 2958–2965, San Francisco, CA, USA.

- Roumeliotis, S. I. & Bekey, G. A. (2000b). Synergetic Localization for Groups of Mobile Robots. Em *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, pp. 3477–3482.
- Roumeliotis, S. I. & Bekey, G. A. (2002). Distributed Multirobot Localization. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(5):781–795.
- Roumeliotis, S. I. & Rekleitis, I. M. (2004). Propagation of uncertainty in cooperative multirobot localization: Analysis and experimental results. *Autonomous Robots*, 17:41–54.
- Russell, R. A. (2000). *Odour Detection by Mobile Robots*. World Scientific Publishing Co., New Jersey.
- Sahin, E. (2005). Swarm robotics: From sources of inspiration to domains of application. Em Sahin, E. & Spears, W. M., editores, *Swarm Robotics WS 2004*, volume LNCS 3342, pp. 10–20. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Sahin, E.; Girgin, S.; Bayindir, L. & Turgut, A. E. (2008). Swarm Robotics. Em Blum, C. & Merkle, D., editores, *Swarm Intelligence*, Natural Computing Series, pp. 87–100. Springer.
- Santos, V. G. & Chaimowicz, L. (2011). Hierarchical Congestion Control for Robotic Swarms. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4372–4377.
- Santos, V. G.; Pimenta, L. C. A. & Chaimowicz, L. (2014). Segregation of Multiple Heterogeneous Units in a Robotic Swarm. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1112–1117.
- Scheinerman, E. R. (1996). *Invitation to Dynamical Systems*. Prentice Hall Inc., New Jersey.
- Schneider, F. E. & Wildermuth, D. (2012). Influences of the robot group size on cooperative multi-robot localisation – Analysis and experimental validation. *Robotics and Autonomous Systems*, 60(11):1421–1428.
- Sharkey, A. J. C. (2007). Swarm robotics and minimalism. *Connection Science*, 19(3):245–260.
- Siegwart, R. & Nourbakhsh, I. R. (2004). *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

- Simon, D. (2006). *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.
- Smith, R. C. & Cheeseman, P. (1986). On the representation and estimation of spatial uncertainty. *International Journal of Robotics Research*, 4:56–68.
- Soysal, O.; Bahceci, E. & Sahin, E. (2007). Aggregation in swarm robotic systems: Evolution and probabilistic control. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 15:199–225.
- Spears, W.; Spears, D.; Hamann, J. & Heil, R. (2004). Distributed, physics-based control of swarms of vehicles. *Autonomous Robots*, 17(2-3):137–162.
- SuperDroid Robots Inc. (2012). Home page da empresa SuperDroid Robots Inc. Mini ATR Mechanical Description. Disponível em: http://www.superdroidrobots.com/ATR_mini.aspx. Acesso em: 05/12/2012.
- Tanner, H.; Jadbabaie, A. & Pappas, G. (2005). Flocking in teams of nonholonomic agents. Em Kumar, V.; Leonard, N. & Morse, A., editores, *Cooperative Control*, volume 309 of *Lecture Notes in Control and Information Science*, pp. 229–239. Springer Berlin Heidelberg.
- Thrun, S. (2002). Robotic Mapping: A Survey. Em Lakemeyer, G. & Nebel, B., editores, *Exploring Artificial Intelligence in the New Millennium*, chapter 1, pp. 1–36. Morgan Kaufmann.
- Thrun, S.; Burgard, W. & Fox, D. (2005). *Probabilistic Robotics*. Intelligent robotics and autonomous agents. The MIT Press.
- Thrun, S.; Fox, D. & Burgard, W. (2000). Monte Carlo Localization with Mixture Proposal Distribution. Em *Proceedings of AAAI National Conference on Artificial Intelligence*, pp. 859–865, Austin, Texas. MIT Press.
- Thrun, S.; Fox, D.; Burgard, W. & Dellaert, F. (2001). Robust Monte Carlo localization for mobile robots. *Artificial Intelligence*, 128:99–141.
- Trawny, N. & Barfoot, T. (2004). Optimized motion strategies for cooperative localization of mobile robots. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pp. 1027–1032, New Orleans, LA, USA.
- Trianni, V.; Groß, R.; Labella, T. H.; Sahin, E. & Dorigo, M. (2003). Evolving aggregation behaviors in a swarm of robots. Em *Proceedings of the Seventh European*

- Conference on Artificial Life, volume 2801 of Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pp. 865–874. Springer Verlag.
- Tully, S.; Kantor, G. & Choset, H. (2010). Leap-frog path design for multi-robot cooperative localization. Em Howard, A.; Iagnemma, K. & Kelly, A., editores, *Field and Service Robotics*, volume 62 of *Springer Tracts in Advanced Robotics*, pp. 307–317. Springer Berlin Heidelberg.
- Wagner, D. & Schmalstieg, D. (2007). Artoolkitplus for pose tracking on mobile devices. Em *Computer Vision Winter Workshop*.
- Wanasinghe, T. R.; Mann, G. K. I. & Gosine, R. G. (2014). Decentralized cooperative localization for heterogeneous multi-robot system using split covariance intersection filter. Em *Proceedings of Canadian Conference on Computer and Robot Vision*, pp. 167–174.
- Yao, Y.; Xu, D. & Yan, W. (2009). Cooperative localization with communication delays for maus. Em *Intelligent Computing and Intelligent Systems, 2009. ICIS 2009. IEEE International Conference on*, volume 1, pp. 244–249.
- Zhang, F.; Grocholsky, B.; Kumar, R. V. & Mintz, M. L. (2004a). Cooperative Control for Localization of Mobile Sensor Networks. Em Kumar, V.; Leonard, N. & Morse, A. S., editores, *Cooperative Control*, volume 309 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag.
- Zhang, F.; Grocholsky, B. & Kumar, V. (2004b). Formations for localization of robot networks. Em *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pp. 3369–3374, New Orleans, LA, USA.
- Zhou, X. S.; Zhou, K. X. & Roumeliotis, S. I. (2011). Optimized motion strategies for localization in leader-follower formations. Em *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 98–105, San Francisco, CA, USA.

Apêndice A

Arcabouço Probabilístico para Localização

O problema de localização pode ser descrito como um problema de estimação bayesiana, nos quais se pretende estimar o estado do sistema (a localização do robô) dadas medidas ruidosas relacionadas a esse estado [Bar-Shalom et al., 2001]. A localização real do robô em si não é acessível diretamente, restando ao robô se basear nas informações sensoriais para gerar uma crença que descreva possíveis configurações associadas a locais no ambiente onde o mesmo possa estar. Em um arcabouço probabilístico, essa crença é representada por uma função de densidade de probabilidade (pdf) e o problema de localização consiste em estimar essa função. Desse modo, o objetivo compreende a geração de uma pdf que melhor represente a localização real do robô.

O filtro de Bayes encontra-se no cerne de muitos algoritmos de localização em uso atualmente. De acordo com Fox et al. [2003], esse filtro consiste em uma abordagem probabilística geral para estimar o estado de um sistema dinâmico a partir de observações ruidosas do mesmo. Utilizando o filtro de Bayes é possível estimar a localização de um robô com base nas informações sensoriais, sejam elas advindas de medidas relativas (proprioceptivas) resultantes das ações de controle (\mathbf{u}) ou de medidas absolutas (exteroceptivas) associadas a observações (\mathbf{z}). Conforme descrito em Thrun et al. [2005], a crença de um robô é representada por uma probabilidade condicional $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$. Essa probabilidade condiciona a localização do robô (estado \mathbf{x}) em um dado instante t a todas as informações sensoriais \mathbf{z} adquiridas até o referido instante ($\mathbf{z}_{1:t}$) e a todas as ações \mathbf{u} executadas pelo robô ($\mathbf{u}_{1:t}$). Desse modo, a cada possível localização do robô no ambiente é associado um valor de probabilidade que compõe a crença (*belief*) do

mesmo de acordo com a seguinte função de densidade de probabilidade

$$bel(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}). \quad (\text{A.1})$$

A partir de uma crença inicial $bel(\mathbf{x}_0)$ um robô executa ações $\mathbf{u}_{1:t}$ e efetua observações $\mathbf{z}_{1:t}$ acerca do ambiente. O desconhecimento da configuração inicial de um robô (sua localização no ambiente) pode ser representado por uma distribuição de probabilidade uniforme, de modo que toda configuração possível do robô possui a mesma probabilidade de ser sua localização atual. Na existência de um conhecimento inicial acerca da localização do robô, uma distribuição unimodal inicial (*a priori*), com um pico na configuração que representa essa localização, pode ser utilizada para caracterizar a crença do robô. A função de densidade $bel(\mathbf{x}_t)$ é comumente denominada posterior (*a posteriori*) por contemplar todas as medidas proprioceptivas e exteroceptivas obtidas pelo robô até o instante de tempo t . Situações nas quais a última medida exteroceptiva \mathbf{z}_t não foi incorporada à crença são descritas pela seguinte função

$$\overline{bel}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}), \quad (\text{A.2})$$

que no contexto de filtragem probabilística tem sido denotada de predição.

Em implementações com dispositivos reais, o cálculo dessas crenças deve levar em consideração questões de eficiência computacional, uma vez que a computação de tais informações deverá ser efetuada continuamente por um robô durante sua atuação no ambiente. Em Thrun et al. [2005] é apresentada uma derivação matemática detalhada do filtro de Bayes enquanto que aqui apresentaremos uma breve descrição dessa derivação.

A regra de Bayes relaciona uma probabilidade condicional do tipo $p(a|b) = p(a,b)/p(b)$ com uma probabilidade condicional do tipo $p(b|a) = p(a,b)/p(a)$, sendo $p(b|a)$ a probabilidade de ocorrência do evento b dada a ocorrência do evento a e $p(a,b)$ a probabilidade de ocorrerem os eventos a e b (probabilidade conjunta). No contexto da robótica, consideremos b como um dado sensorial adquirido por um robô e a uma quantidade que queremos inferir a partir desse dado. A distribuição $p(a)$, denominada distribuição de probabilidade *a priori*, representa a crença do robô anterior à incorporação da informação b a essa crença, enquanto que a distribuição $p(a|b)$ representa a nova crença após a incorporação da observação b . Conforme descrito anteriormente, essa nova crença é comumente denominada distribuição de probabilidade posterior (*a posteriori*). A distribuição $p(b|a)$ representa a probabilidade de se observar b dado o estado atual a . A regra de Bayes permite o cálculo da distribuição de

probabilidade posterior utilizando as distribuições *a priori* $p(a)$ e condicional $p(b|a)$, uma vez que a distribuição de probabilidade conjunta $p(a, b)$ é comum às duas equações $p(a, b) = p(a|b)p(b)$ e $p(a, b) = p(b|a)p(a)$. Dessa forma, tem-se

$$p(a|b) = \frac{p(b|a)p(a)}{p(b)}. \quad (\text{A.3})$$

A regra de Bayes se aplica de maneira análoga quando condicionada a outras variáveis aleatórias, como por exemplo a variável C . Assim, (A.3) condicionada a $C = c$ se torna

$$p(a|b, c) = \frac{p(b|a, c)p(a|c)}{p(b|c)}. \quad (\text{A.4})$$

Uma vez que (A.1) constitui uma distribuição de probabilidade condicional, tal equação pode ser reescrita utilizando a regra de Bayes descrita em (A.4) como:

$$\begin{aligned} \text{bel}(\mathbf{x}_t) &= p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) \\ &= \frac{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})}{\mathbf{p}(\mathbf{z}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

A probabilidade presente no denominador de (A.5) é utilizada para normalizar a equação, de modo a garantir que a mesma seja uma distribuição de probabilidade, ou seja, $\int \text{bel}(\mathbf{x}_t) = 1$. Devido a isso, a substituição da probabilidade $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})$ por uma constante de normalização η melhora a eficiência da computação de (A.5) devido à não necessidade de se calcular essa probabilidade. Desse modo, a equação anterior pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \text{bel}(\mathbf{x}_t) &= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) \\ &= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) \overline{\text{bel}}(\mathbf{x}_t), \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

de acordo com (A.2).

Uma simplificação pode ser aplicada a (A.6) ao usarmos a suposição de Markov [Bar-Shalom et al., 2001, p. 66]. Essa suposição se refere à dependência temporal dos estados em um sistema. Sob a suposição de Markov, os valores de um estado são somente influenciados pelos valores do estado imediatamente anterior àquele sob análise. Uma outra forma de descrever essa suposição é estabelecendo que, dado o estado atual do sistema, os estados passados e futuros são independentes e vice-versa. Assim, a suposição de Markov é aplicada ao termo $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})$ de modo que dado o conhecimento do estado atual \mathbf{x}_t , a observação atual \mathbf{z}_t é independente de informações anteriores. Em síntese, uma observação exteroceptiva é dependente somente da

localização atual do robô. Essa suposição está representada na redefinição de (A.6):

$$bel(\mathbf{x}_t) = \eta p(\mathbf{z}_t|\mathbf{x}_t)\overline{bel}(\mathbf{x}_t). \quad (\text{A.7})$$

Para a definição de $\overline{bel}(\mathbf{x}_t)$ faremos uso do Teorema da Probabilidade Total [Bertsekas & Tsitsiklis, 2008, p. 21] o qual estabelece que $p(x) = \int p(x|y)p(y)dy$. Com base nesse teorema podemos expandir (A.2) de modo a obter a seguinte função

$$\overline{bel}(\mathbf{x}_t) = \int p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})p(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})d\mathbf{x}_{t-1}. \quad (\text{A.8})$$

A suposição de Markov pode ser utilizada novamente para simplificarmos (A.8), ao considerarmos que as observações e ações de controle passadas não incorporam informação adicional ao estado \mathbf{x}_t , uma vez que se conhece o estado no instante de tempo imediatamente anterior, ou seja, o estado \mathbf{x}_{t-1} . Dessa forma, uma versão mais simples de (A.8) consiste em

$$\overline{bel}(\mathbf{x}_t) = \int p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)p(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t-1})d\mathbf{x}_{t-1}. \quad (\text{A.9})$$

A derivação apresentada acima descreve um modelo probabilístico recursivo para incorporar medidas relativas e absolutas à crença de um robô. Durante a derivação desse modelo, algumas suposições foram empregadas com o intuito de diminuir a complexidade do mesmo. A preocupação com a complexidade do modelo é pertinente, tendo em vista a necessidade de se representar a crença do robô relativa a todo seu espaço de configuração. Conforme citado por Fox et al. [2003], o filtro de Bayes é um conceito abstrato que provê somente um arcabouço probabilístico para a estimação recursiva de estados. As particularidades das diferentes formas de se implementar o filtro recaem em como se representa as densidades de probabilidades sobre o espaço de estados.

O algoritmo do filtro de Bayes para a localização compreende a execução iterativa de (A.7) e (A.9), dada uma crença inicial $bel(\mathbf{x}_0)$. A implementação desse algoritmo pressupõe a definição de três distribuições de probabilidade, descritas nessas equações, a saber:

- o modelo de transição, $p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$, que representa a probabilidade de executar uma transição do estado \mathbf{x}_{t-1} para o estado \mathbf{x}_t , dada uma ação de controle \mathbf{u}_t ;
- o modelo de observação, $p(\mathbf{z}_t|\mathbf{x}_t)$, que representa a probabilidade de se obter uma observação \mathbf{z}_t estando no estado \mathbf{x}_t ; e
- a crença inicial do robô, $bel(\mathbf{x}_0)$.

Como se pode observar, essas distribuições de probabilidade estão diretamente relacionadas aos modelos do ambiente, do robô e de seus sensores. A definição desses modelos não constitui uma tarefa simples, pois estão intimamente relacionados com as representações utilizadas. Mesmo que o estado do robô seja representado por um número pequeno de variáveis, o tamanho do espaço de estados pode ser consideravelmente grande, pois o mesmo é diretamente proporcional à quantidade de variáveis no estado e aos seus possíveis valores. Assim, associado a cada combinação de valores das variáveis de estado tem-se um valor de probabilidade que descreve a crença do robô. Além disso, a definição de modelos de transição e observação que caracterizem bem os sistemas de atuação e sensorial pode ser uma tarefa um tanto quanto complexa mesmo para sistemas aparentemente simples.

Em situações nas quais os estados são contínuos, o tamanho do espaço de estados se torna infinito. Desse modo, faz-se necessário utilizar estratégias adequadas para lidar com esse problema, de modo a possibilitar que os cálculos probabilísticos sejam executados a contento, tanto no que diz respeito à performance do sistema quanto à exatidão desses cálculos. Uma maneira de lidar com esse tipo de situação consiste em discretizar o espaço de crença do robô de modo a gerar uma representação discreta do mesmo. Existem diferentes estratégias para executar essa discretização: alguns métodos dividem o espaço em células com mesma dimensão de modo a formar uma grade virtual, enquanto que outros dividem o espaço em regiões. As grades de ocupação e os mapas topológicos, respectivamente, são exemplos dessas estratégias. Outra forma de lidar com o tamanho do espaço de estados consiste em representar a crença por um conjunto de amostras. Desse modo, ao invés de discretizar o ambiente, a crença é representada pelas amostras, às quais são associados pesos que representam a probabilidade de cada amostra. Apesar de várias denominações terem sido apresentadas para os métodos que utilizam essa abordagem [Gordon et al., 1993; Isard & Blake, 1998; Doucet et al., 2001], atualmente tais métodos têm sido denominados Filtro de Partículas [Arulampalam et al., 2002]. Ao se utilizar a representação discreta, faz-se necessário substituir as integrais presentes em (A.8) e (A.9) por somatórios, para tratar adequadamente esse tipo de representação.

Uma alternativa às formas descritas para lidar com a complexidade referente ao tamanho do espaço de estados consiste em representar a crença por meio de uma função de distribuição de probabilidade parametrizada. Desse modo, ao invés de manter um valor de probabilidade para cada configuração do espaço de localização, faz-se um acompanhamento dos parâmetros da distribuição. Para esse fim, normalmente são utilizados funções que possam ser totalmente caracterizadas por um pequeno número de parâmetros, com vistas a diminuir a complexidade dos cálculos probabilísticos. A

função de densidade de probabilidade Gaussiana ou Normal [Bertsekas & Tsitsiklis, 2008, p. 153] possui esta característica e tem sido amplamente utilizada no contexto da localização em sistemas robóticos. Essa função é completamente caracterizada por dois parâmetros, a saber: a média e a variância da distribuição. Assim, a crença de um robô pode ser representada por uma distribuição Gaussiana, sendo a média da distribuição o valor estimado da localização do robô e a (co)variância a incerteza associada a essa localização.

Funções de densidade Gaussianas são unimodais, ou seja, possuem um único pico, o qual é centrado na média da distribuição representando o maior valor de probabilidade. Desse modo, a escolha pelo modelo Gaussiano para representar a crença de um robô implica na suposição de um conhecimento prévio a respeito de sua pose inicial. Conforme descrito anteriormente, esse instância do problema de localização é comumente denominada rastreamento de posição. Um método amplamente utilizado para esse fim é o filtro de Kalman (breve introdução no Apêndice B).

A próxima seção apresenta a formulação matemática relacionada às equações (A.7) e (A.9), necessárias para implementação do filtro de Bayes utilizando funções de densidade de probabilidade Gaussianas unidimensionais. Funções unidimensionais serão utilizadas, pois as mesmas tornam a formulação matemática um pouco mais simples. Além disso, tal formulação será utilizada para auxiliar na compreensão da formulação presente no Apêndice B.

A.1 Funções de Densidade de Probabilidade Gaussianas Univariadas

Para utilização do filtro de Bayes faz-se necessário a implementação das equações (A.7) e (A.9). Caso o modelo utilizado para representar a crença de um robô seja uma função de densidade de probabilidade Gaussiana, o resultado da execução dessas equações será também uma função de densidade de probabilidade Gaussiana. Esse resultado é importante por possibilitar um tratamento matemático simplificado das estimativas. Para auxiliar essa compreensão, abaixo é apresentado o desenvolvimento utilizando distribuições univariadas.

Uma função de densidade de probabilidade normal (ou Gaussiana) $N(\mu, \sigma^2)$ univariada tem a seguinte forma

$$p(x) \sim N(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (\text{A.10})$$

sendo a média μ e o desvio padrão $\sigma \in \mathbb{R}^+$ dois parâmetros que caracterizam a função.

A Figura A.1 apresenta um gráfico de uma pdf normal com média $\mu = 0$ e desvio padrão $\sigma = 1$.

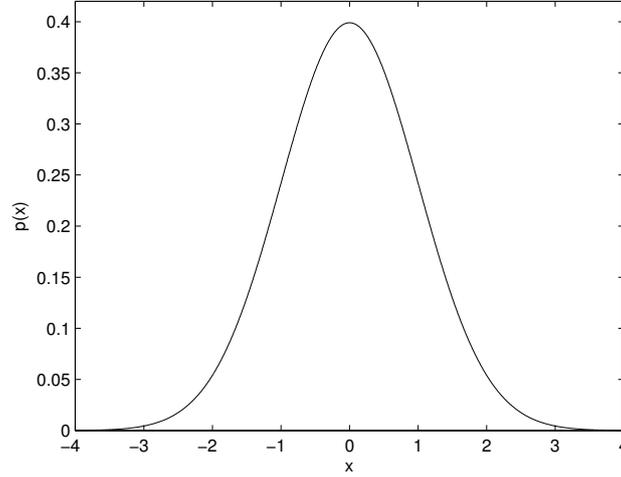


Figura A.1: Função de densidade de probabilidade univariada com média $\mu = 0$ e desvio padrão $\sigma = 1$.

Utilizando a forma geral da pdf normal descrita em (A.10), a seguinte relação pode ser estabelecida

$$p(x) \propto e^{-\frac{(x^2-2\mu x)}{2\sigma^2}}, \quad (\text{A.11})$$

pois

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \\ &\propto e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \\ &\propto e^{-\frac{(x^2-2x\mu+\mu^2)}{2\sigma^2}} \\ &\propto e^{-\frac{(x^2-2x\mu)}{2\sigma^2} - \frac{\mu^2}{2\sigma^2}} \\ &\propto e^{-\frac{(x^2-2\mu x)}{2\sigma^2}} e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}}. \end{aligned}$$

No desenvolvimento acima, cabe salientar que $e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}}$ é um valor constante e, portanto, pode ser incorporado à constante de proporcionalidade que está oculta no desenvolvimento. De (A.11), conclui-se que

$$N(\mu, \sigma^2) \propto e^{-ax^2+bx}, \quad (\text{A.12})$$

sendo $a = \frac{1}{2\sigma^2}$ e $b = \frac{\mu}{\sigma^2}$. Logo, $\sigma^2 = \frac{1}{2a}$ e $\mu = \frac{b}{2a}$, pois $\mu = b\sigma^2$.

Em um contexto unidimensional, seja $p(x_o) \sim N(\mu_o, \sigma_o^2)$ a melhor estimativa para a posição x_o e $p(z|x_o) \sim N(x_o, \sigma_z^2)$ a função de densidade de probabilidade condicional (função de verossimilhança) associada à probabilidade de se observar z estando no estado x_o , estimativas essas estatisticamente independentes. Conforme (A.7), a forma de atualizar a estimativa associada à posição x_o , ou seja, sua probabilidade posterior $p(x_o|z)$, dadas $p(x_o)$ e $p(z|x_o)$, consiste em efetuar o produtos dessas distribuições. De (A.10), $p(x_o) \propto e^{-\frac{(x_o-\mu_o)^2}{2\sigma_o^2}}$ e $p(z|x_o) \propto e^{-\frac{(z-x_o)^2}{2\sigma_z^2}}$. Utilizando essas informações e a regra de Bayes, pode-se estabelecer a seguinte relação

$$p(x_o|z) \propto e^{\frac{-(\sigma_o^2+\sigma_z^2)x_o^2 + 2(\sigma_o^2z+\sigma_z^2\mu_o)x_o}{2\sigma_z^2\sigma_o^2}}, \quad (\text{A.13})$$

tendo em vista que

$$\begin{aligned} p(x_o|z) &\propto p(z|x_o) p(x_o) \\ &\propto e^{-\frac{(z-x_o)^2}{2\sigma_z^2}} e^{-\frac{(x_o-\mu_o)^2}{2\sigma_o^2}} \\ &\propto e^{-\frac{(z^2-2x_oz+x_o^2)}{2\sigma_z^2} - \frac{(x_o^2-2x_o\mu_o+\mu_o^2)}{2\sigma_o^2}} \\ &\propto e^{\frac{-\sigma_o^2(z^2-2x_oz+x_o^2) - \sigma_z^2(x_o^2-2x_o\mu_o+\mu_o^2)}{2\sigma_z^2\sigma_o^2}} \\ &\propto e^{\frac{-\sigma_o^2z^2 + 2\sigma_o^2x_oz - \sigma_o^2x_o^2 - \sigma_z^2x_o^2 + 2\sigma_z^2x_o\mu_o - \sigma_z^2\mu_o^2}{2\sigma_z^2\sigma_o^2}} \\ &\propto e^{\frac{-(\sigma_o^2+\sigma_z^2)x_o^2 + 2(\sigma_o^2z+\sigma_z^2\mu_o)x_o - \sigma_o^2z^2 - \sigma_z^2\mu_o^2}{2\sigma_z^2\sigma_o^2}} \\ &\propto e^{\frac{-(\sigma_o^2+\sigma_z^2)x_o^2 + 2(\sigma_o^2z+\sigma_z^2\mu_o)x_o}{2\sigma_z^2\sigma_o^2}} e^{-\frac{(\sigma_o^2z^2 + \sigma_z^2\mu_o^2)}{2\sigma_z^2\sigma_o^2}}. \end{aligned}$$

O termo $e^{-\frac{(\sigma_o^2z^2 + \sigma_z^2\mu_o^2)}{2\sigma_z^2\sigma_o^2}}$ é um valor constante e pode ser incorporado à constante de proporcionalidade (oculta no desenvolvimento).

A média e a variância da pdf resultante podem ser calculadas ao se comparar (A.12) e (A.13). Assim,

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{\sigma_o^2 + \sigma_z^2}{\sigma_z^2\sigma_o^2}, \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_z^2\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2}, \quad (\text{A.15})$$

e

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{(\sigma_o^2 z + \sigma_z^2 \mu_o)}{\sigma_z^2 \sigma_o^2} \left(\frac{\sigma_z^2 \sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right) \\ &= \left(\frac{\sigma_z^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right) \mu_o + \left(\frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right) z.\end{aligned}\tag{A.16}$$

Alternativamente, (A.16) pode ser descrita como

$$\mu = \sigma^2 \left(\frac{1}{\sigma_o^2} \mu_o + \frac{1}{\sigma_z^2} z \right),\tag{A.17}$$

decorrente de

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{(\sigma_o^2 z + \sigma_z^2 \mu_o)}{\sigma_z^2 \sigma_o^2} \left(\frac{\sigma_z^2 \sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right) \\ &= \left(\frac{\mu_o}{\sigma_o^2} + \frac{z}{\sigma_z^2} \right) \left(\frac{\sigma_z^2 \sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right)\end{aligned}$$

As equações (A.16) e (A.15) consistem nos parâmetros da função de densidade de probabilidade posterior referente à crença descrita em (A.7).

A expressão da média em (A.16) pode ser reescrita de forma a facilitar sua analogia com as equações do filtro de Kalman (Apêndice B). Como pode ser observado, a média da pdf resultante consiste em uma média ponderada das duas informações x_o e z . Para auxiliar o desenvolvimento, a seguinte identidade será estabelecida a partir dos pesos utilizados na média ponderada

$$\frac{\sigma_z^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} + \frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} = 1.\tag{A.18}$$

Uma expressão alternativa à (A.16) pode, então, ser gerada utilizando (A.18)

$$\begin{aligned}\mu &= \left(1 - \frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right) \mu_o + \left(\frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right) z \\ &= \mu_o + \left(\frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right) (z - \mu_o). \\ &= \mu_o + K(z - \mu_o).\end{aligned}\tag{A.19}$$

Na nomenclatura utilizada no desenvolvimento do filtro de Kalman, a expressão $\left(\frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2} \right)$ é denominada ganho de Kalman, sendo representada pela letra K , enquanto que $(z - \mu_o)$ consiste no resíduo ou inovação (termo comumente utilizado no método dos mínimos quadrados).

De modo similar, a incerteza descrita em (A.15) pode ser expressada alternativamente como

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \sigma_o^2 \left(1 - \frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2}\right) \\ &= (1 - K)\sigma_o^2.\end{aligned}\tag{A.20}$$

A identidade (A.14), comumente representada por $\tau = \frac{1}{\sigma^2}$, indica a precisão da informação de uma pdf Gaussiana. Dessa forma, uma pdf Gaussiana pode ser representada no espaço de informação (Fisher *information*) por $N \sim (\mu, \tau)$. Nesse espaço, as equações abaixo podem ser utilizadas para gerar os parâmetros da pdf resultante do produto de duas pdfs:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sigma^2} &= \frac{\sigma_o^2 + \sigma_z^2}{\sigma_z^2 \sigma_o^2} \\ &= \frac{\sigma_o^2}{\sigma_z^2 \sigma_o^2} + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_z^2 \sigma_o^2} \\ &= \frac{1}{\sigma_z^2} + \frac{1}{\sigma_o^2},\end{aligned}\tag{A.21}$$

$$\tau = \tau_z + \tau_o\tag{A.22}$$

e

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{(\sigma_o^2 z + \sigma_z^2 \mu_o)}{\sigma_z^2 \sigma_o^2} \left(\frac{\sigma_z^2 \sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2}\right) \\ &= \left(\frac{\sigma_z^2}{\sigma_z^2 \sigma_o^2} \mu_o + \frac{\sigma_o^2}{\sigma_z^2 \sigma_o^2} z\right) \left(\frac{\sigma_z^2 \sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2}\right) \\ &= \left(\frac{1}{\sigma_o^2} \mu_o + \frac{1}{\sigma_z^2} z\right) \left(\frac{\sigma_z^2 \sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_z^2}\right) \\ &= \left(\frac{\mu_o}{\sigma_o^2} + \frac{z}{\sigma_z^2}\right) \sigma^2\end{aligned}\tag{A.23}$$

$$\mu = \tau^{-1}(\tau_o \mu_o + \tau_z z).\tag{A.24}$$

Em (A.22) é possível observar o aumento na precisão τ da pdf decorrente do produto das pdfs.

Apêndice B

Breve Introdução ao Filtro de Kalman

Conforme descrito anteriormente, para implementação do filtro de Bayes faz-se necessário a definição das distribuições de probabilidade que representam a crença inicial do robô $bel(\mathbf{x}_0)$, o modelo de transição $p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$ e o modelo de observação $p(\mathbf{z}_t|\mathbf{x}_t)$. O algoritmo do filtro de Kalman [Kalman, 1960], do inglês *Kalman Filter* (KF), utiliza uma estimativa inicial associada ao estado do sistema e computa novas estimativas utilizando um procedimento que compreende duas etapas: predição e correção. A primeira gera uma estimativa do estado do sistema como decorrência da evolução temporal do mesmo. A segunda, de posse de uma estimativa gerada a partir da observação do estado do sistema, efetua a composição dessas estimativas gerando, assim, uma estimativa resultante que contempla informações associadas às observações efetuadas.

O filtro de Kalman é um algoritmo de processamento de dados recursivo que estima o estado de um sistema dinâmico linear estocástico. Para isso, um filtro de Kalman utiliza medidas ruidosas linearmente relacionadas ao estado do sistema. Nos casos em que a aleatoriedade do sistema e as medições são distribuídas conforme uma distribuição Gaussiana, o filtro de Kalman é provado ser um estimador estatisticamente ótimo com respeito a qualquer medida razoável de otimalidade [Simon, 2006]. O filtro processa todas as medidas para estimar o estado do sistema, independente da qualidade (incerteza) das mesmas. Para isso, ele utiliza os modelos do sistema e do aparato de medição, as respectivas descrições do ruído desses modelos, além das informações a respeito dos valores iniciais do estado do sistema.

Um sistema dinâmico é composto de duas partes: um vetor de estados $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ e uma função $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ que descreve como o sistema evolui no tempo [Scheinerman, 1996]. O vetor de estados de um sistema dinâmico consiste em um conjunto mínimo

de variáveis que o descreve completamente. Essas variáveis capturam as propriedades relevantes do sistema enquanto que a função f de evolução do sistema descreve o comportamento temporal do mesmo. Para a descrição completa de um sistema dinâmico faz-se necessário a definição do vetor de estados, da função de evolução do sistema e do estado inicial. Um sistema dinâmico estocástico compreende um sistema dinâmico sujeito aos efeitos da incorporação de aleatoriedade. Devido ao fato das variáveis de estado possuírem incerteza e não serem diretamente observáveis, o processo de estimação do estado do sistema se torna uma tarefa difícil. Uma forma de estimar o estado do sistema é por meio da medição do mesmo, apesar de tal medição também estar sujeita a ruídos.

A utilização de um filtro de Kalman para controle de um sistema dinâmico se dá por meio da estimação dos estados do referido sistema. Normalmente não é possível medir cada variável necessária para controlar o sistema. Nessas situações, o filtro de Kalman estima o valor das variáveis que não podem ser diretamente observadas a partir de medidas indiretas e ruidosas. O filtro de Kalman pode ser utilizado também para a predição do estado futuro de sistemas dinâmicos que são difíceis, ou até mesmo, impossíveis de serem controlados por seres humanos.

No âmbito deste trabalho, filtros de Kalman são utilizados para estimar a localização dos robôs participantes de um enxame. Assim, o estado associado a cada robô é composto pela localização do mesmo em um sistema de coordenadas de referência (bidimensional). Nesse sistema de coordenadas, o vetor de estados $\mathbf{x} = [x \ y \ \theta]^\top$ compreende as coordenadas x e y da posição do robô e sua orientação θ , ou seja, sua pose. O filtro de Kalman consiste em um algoritmo que recursivamente implementa o filtro de Bayes (Apêndice A). Para utilização do mesmo, pressupõe-se a representação dos modelos como sistemas lineares estocásticos descritos em espaço de estados. A representação em espaço de estados de um sistema linear estocástico pode ser descrita pelo seguinte modelo de transição

$$\mathbf{x}^{k+1|k} = A^k \mathbf{x}^k + B^k \mathbf{u}^k + \boldsymbol{\nu}^k, \quad (\text{B.1})$$

sendo:

- \mathbf{x}^k e $\mathbf{x}^{k+1|k}$ os vetores de estado nos instantes de tempo k e $k+1$, respectivamente;
- \mathbf{u}^k a entrada de controle;
- A^k a matriz de transição de estados que aplica os efeitos de cada parâmetro do estado do sistema no tempo k sobre o estado do sistema no tempo $k+1$;
- B^k a matriz da entrada de controle que aplica o efeito de cada parâmetro da entrada de controle \mathbf{u}^k sobre o vetor de estados;

- $\boldsymbol{\nu}^k$ o vetor que contém os termos do ruído de processo para cada variável do vetor de estados. Esse ruído é assumido ser gerado a partir de uma distribuição Gaussiana multivariada com médias zero e covariância dada pela matriz positiva definida $\mathbf{Q} = E[\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\nu}^\top)]$, ou seja, $\boldsymbol{\nu} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$.

A matriz quadrada A de ordem n , sendo $n = \|\mathbf{x}\|$, relaciona o estado no instante de tempo k ao estado no instante posterior $k + 1$, na ausência de uma ação de controle ou de ruído associado ao processo. Por outro lado, a matriz B de ordem $n \times l$ relaciona a entrada de controle $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^l$ ao estado $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

Na etapa de predição, uma estimativa associada ao estado do sistema é gerada utilizando o modelo de transição descrito em (B.1). Devido à suposição de utilização de sistemas lineares com crenças e ruídos Gaussianos, essa etapa pode ser efetuada por meio do cálculo de $\widehat{\mathbf{x}}^{k+1|k}$ — valor esperado de $\mathbf{x}^{k+1|k}$ — e da incerteza $\mathbf{P}^{k+1|k}$ associada a esse cálculo. Esses cálculos dizem respeito à projeção do estado uma iteração à frente. O cálculo do valor esperado de $\mathbf{x}^{k+1|k}$ é descrito abaixo

$$\begin{aligned}
\widehat{\mathbf{x}}^{k+1|k} &= E[\mathbf{x}^{k+1|k}] \\
&= E[A^k \mathbf{x}^k + B^k \mathbf{u}^k + \boldsymbol{\nu}^k] \\
&= E[A^k \mathbf{x}^k] + E[B^k \mathbf{u}^k] + E[\boldsymbol{\nu}^k] \\
&= A^k E[\mathbf{x}^k] + B^k \mathbf{u}^k + \mathbf{0} \\
&= A^k \widehat{\mathbf{x}}^k + B^k \mathbf{u}^k.
\end{aligned} \tag{B.2}$$

A incerteza associada ao cálculo descrito em (B.2) diz respeito ao valor esperado do erro ao estimar $\mathbf{x}^{k+1|k}$, ou seja, $\mathbf{P}^{k+1|k} = E[(\mathbf{x}^{k+1|k} - \widehat{\mathbf{x}}^{k+1|k})^2]$. O desenvolvimento dessa incerteza é apresentado a seguir

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}^{k+1|k} &= E[(\mathbf{x}^{k+1|k} - \widehat{\mathbf{x}}^{k+1|k})^2] \\
&= E[(A^k \mathbf{x}^k + B^k \mathbf{u}^k + \boldsymbol{\nu}^k - A^k \widehat{\mathbf{x}}^k - B^k \mathbf{u}^k)^2] \\
&= E[(A^k(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k) + B^k(\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^k) + \boldsymbol{\nu}^k)^2] \\
&= E[(A^k(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k) + \boldsymbol{\nu}^k)^2] \\
&= E[(A^k(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k))^2 + 2A^k(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)\boldsymbol{\nu}^k + (\boldsymbol{\nu}^k)^2] \\
&= E[A^k(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)^\top (A^k)^\top + 2A^k(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)\boldsymbol{\nu}^k + \boldsymbol{\nu}^k(\boldsymbol{\nu}^k)^\top] \\
&= E[A^k(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)^\top (A^k)^\top] + E[2A^k(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)\boldsymbol{\nu}^k] + E[\boldsymbol{\nu}^k(\boldsymbol{\nu}^k)^\top] \\
&= A^k E[(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)^\top] (A^k)^\top + 2A^k E[(\mathbf{x}^k - \widehat{\mathbf{x}}^k)\boldsymbol{\nu}^k] + E[\boldsymbol{\nu}^k(\boldsymbol{\nu}^k)^\top] \\
&= A^k \mathbf{P}^k (A^k)^\top + \mathbf{0} + E[\boldsymbol{\nu}^k(\boldsymbol{\nu}^k)^\top] \\
&= A^k \mathbf{P}^k (A^k)^\top + \mathbf{Q}^k
\end{aligned} \tag{B.3}$$

As propriedades do valor esperado utilizadas nos desenvolvimentos de (B.2) e (B.3) podem ser consultadas em [Johnson & Wichern, 2007]. No desenvolvimento acima foi atribuído o valor zero ao termo $2A^k E[(\mathbf{x}^k - \hat{\mathbf{x}}^k)\boldsymbol{\nu}^k]$ devido à suposição de não correlação entre as variáveis de estado \mathbf{x} e o ruído $\boldsymbol{\nu}$. As equações (B.2) e (B.3) compreendem a etapa de predição do filtro de Kalman, na qual uma estimativa do sistema é gerada sem, no entanto, incorporar uma medida (observação) do mesmo.

Com o propósito de facilitar o entendimento, o desenvolvimento acima pressupõe a utilização de um sistema linear. Caso o sistema seja não linear, temos a caracterização do filtro de Kalman Estendido, do inglês *Extended Kalman Filter* (EKF). Nesse filtro, a propagação do erro pode ser feita considerando-se a linearização da função $g(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ nas proximidades da estimativa $\hat{\mathbf{x}}$:

$$\mathbf{x}^{k+1|k} = \underbrace{A^k \mathbf{x}^k + B^k \mathbf{u}^k + \boldsymbol{\nu}^k}_{g(\mathbf{x}, \mathbf{u})}. \quad (\text{B.4})$$

Tal procedimento não garante uma solução estatisticamente ótima, porém se considerarmos as situações em que o erro é pequeno, a solução consiste em uma boa aproximação. A expansão em série de Taylor de 1ª ordem possibilita propagar a incerteza nessas condições. Conseqüentemente, tem-se uma alteração da equação (B.3) conforme segue

$$\mathbf{P}^{k+1|k} = \Phi^k \mathbf{P}^k (\Phi^k)^\top + G^k \mathbf{Q}^k (G^k)^\top \quad (\text{B.5})$$

sendo

$$\Phi^k = \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^k)}{\partial \mathbf{x}^k} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}=\hat{\mathbf{u}}}} \quad \text{e} \quad G^k = \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^k)}{\partial \mathbf{u}^k} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}=\hat{\mathbf{u}}}},$$

ou seja, os Jacobianos da função g em relação ao estado \mathbf{x} e à ação de controle \mathbf{u} , respectivamente. As equações (B.4) e (B.5) consistem no modelo de predição do filtro de Kalman Estendido.

Uma estimativa do estado do sistema pode ser obtida utilizando medidas exógenas. O modelo associado a essas medidas pode ser descrito por

$$\mathbf{z}^k = H^k \mathbf{x}^k + \boldsymbol{\psi}^k, \quad (\text{B.6})$$

em que

- \mathbf{z}^k consiste no vetor de medidas;
- H^k é a matriz de transformação que mapeia os parâmetros do vetor de estados \mathbf{x}^k no domínio das medições \mathbf{z}^k ;
- $\boldsymbol{\psi}^k$ é o vetor que contém os termos das medidas ruidosas para cada observação

no vetor de medidas. Esse ruído é assumido ser Gaussiano, branco, com médias zero e covariância dada pela matriz positiva definida $\mathbf{R} = E[\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\psi}^\top)]$, ou seja, $\boldsymbol{\psi} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R})$.

Uma nova informação (\mathbf{z}^{k+1}) pode ser utilizada para atualizar a estimativa $\hat{\mathbf{x}}^{k+1|k}$ do sistema em uma etapa de correção do filtro de Kalman. Essa etapa é responsável pela geração de uma estimativa que representa o resultado da combinação da estimativa gerada na etapa de predição com a estimativa advinda da observação. De (B.6), tem-se que

$$\mathbf{x}^{k+1} = (H^{k+1})^{-1} \mathbf{z}^{k+1} - (H^{k+1})^{-1} \boldsymbol{\psi}^{k+1}, \quad (\text{B.7})$$

de modo que $\mathbf{x}^{k+1} \sim N(\hat{\mathbf{x}}^{k+1}, \mathbf{P}^{k+1})$, sendo $\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = (H^{k+1})^{-1} \mathbf{z}^{k+1}$ e $\mathbf{P}^{k+1} = (H^{k+1})^{-1} \mathbf{R}^{k+1} \left((H^{k+1})^{-1} \right)^\top$.

Conforme apresentado na Seção A.1, a combinação de estimativas estatisticamente independentes modeladas por distribuições Gaussianas pode ser feita no espaço de informação. Para uma distribuição normal com média μ_a e variância σ_a^2 , $N(\mu_a, \sigma_a^2)$, o espaço de informação lida com o inverso da incerteza ($\frac{1}{\sigma_a^2}$), comumente denominado precisão (τ_a). Desse modo, dadas duas estimativas modeladas por distribuições Gaussianas $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, o espaço de informação pode ser utilizado para combinar as estimativas, como segue:

$$\begin{aligned} \tau_c &= \tau_1 + \tau_2 \\ \frac{1}{\sigma_c^2} &= \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Em distribuições multivariadas da forma $N(\boldsymbol{\mu}_a, \mathbf{P}_a)$, a equação anterior se torna:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_c &= \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \\ \frac{1}{\mathbf{P}_c} &= \frac{1}{\mathbf{P}_1} + \frac{1}{\mathbf{P}_2} \\ \mathbf{P}_c &= (\mathbf{P}_1^{-1} + \mathbf{P}_2^{-1})^{-1}, \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

sendo $\mathbf{I}_c = \mathbf{P}_c^{-1}$ a precisão da distribuição.

A estimativa $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ resultante de uma etapa de predição do filtro de Kalman e a estimativa $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ referente à uma observação podem ser combinadas utilizando o procedimento descrito anteriormente em uma etapa de correção do filtro, de modo a

incorporar a informação presente na observação à estimativa de localização:

$$\mathbf{P}^{k+1|k+1} = \left(\left(\mathbf{P}^{k+1|k} \right)^{-1} + \left(\mathbf{P}^{k+1} \right)^{-1} \right)^{-1} \quad (\text{B.10})$$

e

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1|k+1} = \mathbf{P}^{k+1|k+1} \left(\mathbf{P}^{k+1|k} \right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}^{k+1|k} + \mathbf{P}^{k+1|k+1} \left(\mathbf{P}^{k+1} \right)^{-1} \mathbf{z}^{k+1}, \quad (\text{B.11})$$

nos quais (B.10) e (B.11) compreendem as versões matriciais de (A.15) e (A.17), respectivamente.

De maneira semelhante ao que foi feito na Seção A.1 é possível manipular algebricamente (B.10) e (B.11) para se obter

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{k+1|k+1} &= \mathbf{P}^{k+1|k} - \mathbf{P}^{k+1|k} (H^{k+1})^\top \left(\mathbf{R}^{k+1} + H^{k+1} \mathbf{P}^{k+1|k} (H^{k+1})^\top \right)^{-1} H^{k+1} \mathbf{P}^{k+1|k} \\ &= \mathbf{P}^{k+1|k} - K^{k+1} S^{k+1} K^{k+1} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

e

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}^{k+1|k} + K(\mathbf{z}^{k+1} - H\hat{\mathbf{x}}^{k+1|k}), \quad (\text{B.13})$$

em analogia à (A.20) e (A.19), respectivamente, sendo $K = \mathbf{P}^{k+1|k} (H^{k+1})^\top (S^{k+1})^{-1}$ o ganho de Kalman e $S = \mathbf{R}^{k+1} + H^{k+1} \mathbf{P}^{k+1|k} (H^{k+1})^\top$ a inovação.

No filtro de Kalman Estendido, o modelo de observação é normalmente não linear

$$\mathbf{z}^k = \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) + \boldsymbol{\psi}^k, \quad (\text{B.14})$$

sendo \mathbf{h} a função de observação e $\boldsymbol{\psi}$ o ruído de observação Gaussiano com média zero $\boldsymbol{\psi} \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$. A etapa de atualização pode ser efetuada como segue

$$\mathbf{P}^{k+1|k+1} = \mathbf{P}^{k+1|k} - K^{k+1} S^{k+1} K^{k+1} \quad (\text{B.15})$$

e

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}^{k+1|k} + K(\mathbf{z}^{k+1} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^{k+1|k})), \quad (\text{B.16})$$

onde o ganho de Kalman $K = \mathbf{P}^{k+1|k} (J_{\mathbf{h}})^\top (S^{k+1})^{-1}$ e a inovação $S = \mathbf{R}^{k+1} + J_{\mathbf{h}} \mathbf{P}^{k+1|k} (J_{\mathbf{h}})^\top$, sendo $J_{\mathbf{h}}$ o Jacobiano da função de observação \mathbf{h} avaliada em $\hat{\mathbf{x}}$.

Apêndice C

Introdução ao Algoritmo de Interseção de Covariâncias

O algoritmo de Interseção de Covariâncias, do inglês *Covariance Intersection Algorithm* (CI), consiste em uma abordagem para fusão de estimativas, relacionadas à mesma variável, cuja informação de correlação é desconhecida, ou seja, a interdependência entre as estimativas é desconhecida. Este algoritmo, proposto por Julier & Uhlmann [1997], efetua a combinação convexa de duas estimativas, representadas por suas médias e matrizes de covariâncias $(\hat{\mathbf{a}}, \mathbf{P}_a)$ e $(\hat{\mathbf{b}}, \mathbf{P}_b)$, para gerar uma estimativa resultante $(\hat{\mathbf{c}}, \mathbf{P}_c)$. O algoritmo utiliza a seguinte formulação:

$$\mathbf{P}_c = (\omega \mathbf{P}_a^{-1} + (1 - \omega) \mathbf{P}_b^{-1})^{-1} \quad (\text{C.1})$$

$$\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{P}_c (\omega \mathbf{P}_a^{-1} \hat{\mathbf{a}} + (1 - \omega) \mathbf{P}_b^{-1} \hat{\mathbf{b}}), \quad (\text{C.2})$$

sendo $\omega \in [0, 1]$ um parâmetro que pode ser adequadamente otimizado em relação a diferentes critérios, tais como o traço ou o determinante da matriz de covariância resultante \mathbf{P}_c .

A consistência do algoritmo é apresentada em [Julier & Uhlmann, 2001]. Sendo as estimativas iniciais consistentes, a combinação convexa apresentada em (C.1) e (C.2) produz uma estimativa resultante também consistente. Desse modo, a prova da consistência é baseada na seguinte definição de consistência:

$$\left(\mathbf{P}_a - \bar{\mathbf{P}}_a \geq 0 \text{ e } \mathbf{P}_b - \bar{\mathbf{P}}_b \geq 0 \right) \rightarrow \mathbf{P}_c - \bar{\mathbf{P}}_c \geq 0, \quad (\text{C.3})$$

$$\bar{\mathbf{P}}_a = E\{\tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{a}}^\top\}, \bar{\mathbf{P}}_b = E\{\tilde{\mathbf{b}}\tilde{\mathbf{b}}^\top\}, \bar{\mathbf{P}}_{ab} = E\{\tilde{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}^\top\}, \quad (\text{C.4})$$

sendo $\tilde{\mathbf{a}} \equiv \mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}$ e $\tilde{\mathbf{b}} \equiv \mathbf{b} - \bar{\mathbf{b}}$ os erros ao se assumir que as médias são \mathbf{a} , \mathbf{b} e as respectivas covariâncias calculadas $\bar{\mathbf{P}}_a$ e $\bar{\mathbf{P}}_b$. A matriz de correlação cruzada $\bar{\mathbf{P}}_{ab}$ é desconhecida e geralmente diferente de $\mathbf{0}$.

A compreensão desse algoritmo pode ser significativamente facilitada por meio de uma interpretação geométrica das equações de correção do filtro de Kalman. A forma geral dessas equações é apresentada a seguir

$$\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{W}_a \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{W}_b \hat{\mathbf{b}} \quad (\text{C.5})$$

$$\mathbf{P}_c = \mathbf{W}_a \mathbf{P}_a \mathbf{W}_a^\top + \mathbf{W}_a \mathbf{P}_{ab} \mathbf{W}_b^\top + \mathbf{W}_b \mathbf{P}_{ba} \mathbf{W}_a^\top + \mathbf{W}_b \mathbf{P}_b \mathbf{W}_b^\top, \quad (\text{C.6})$$

sendo \mathbf{P}_{ab} e \mathbf{P}_{ba} relativos à interdependência entre as estimativas $\hat{\mathbf{a}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$. Os pesos \mathbf{W}_a e \mathbf{W}_b são escolhidos de modo a minimizar algum critério de otimização, tais como o traço ou o determinante de \mathbf{P}_c . As equações do filtro de Kalman são reduzidas à forma convencional caso as estimativas sejam independentes ($\mathbf{P}_{ab}=\mathbf{P}_{ba}=\mathbf{0}$) e generalizam para o filtro de Kalman com ruído colorido quando a interdependência \mathbf{P}_{ab} (tal como \mathbf{P}_{ba}) é conhecida.

Conforme descrito em [Johnson & Wichern, 2007], a partir da função de densidade de probabilidade normal multivariada, referente a um vetor $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n]^\top$ com média $\boldsymbol{\mu}$ e matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}$,

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{p}-\boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{p}-\boldsymbol{\mu})}, n \in \mathbb{N} \quad (\text{C.7})$$

em que

$$\boldsymbol{\mu} = [\mu_1 \ \mu_2 \ \dots \ \mu_n]^\top \text{ e } \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1n}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{n1}^2 & \sigma_{n2}^2 & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix},$$

é possível estabelecer caminhos formados pelos pontos \mathbf{p} cujo valor de densidade seja constante. Desse modo, uma pdf normal multivariada é constante em superfícies onde o quadrado da distância $(\mathbf{p} - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{p} - \boldsymbol{\mu})$ é constante, ou seja, $\{\mathbf{p} : (\mathbf{p} - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{p} - \boldsymbol{\mu}) = c^2\}$. Esses caminhos são denotados contornos e o gráfico dos mesmos são elipsoides. A Figura C.1 apresenta uma distribuição bivariada relacionada às variáveis aleatórias X_1 e X_2 com $\sigma_{11} = \sigma_{22}$. Em C.1b é apresentado um contorno relativo à pdf ilustrada em C.1a, sendo as variáveis independentes. De forma semelhante, C.1d e C.1c apresentam os gráficos em que as variáveis são interdependentes com um coeficiente de correlação $\rho_{12} = 0,75$.

A Figura C.2 apresenta o contorno de duas estimativas: $\hat{\mathbf{a}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ (elipses nas cores

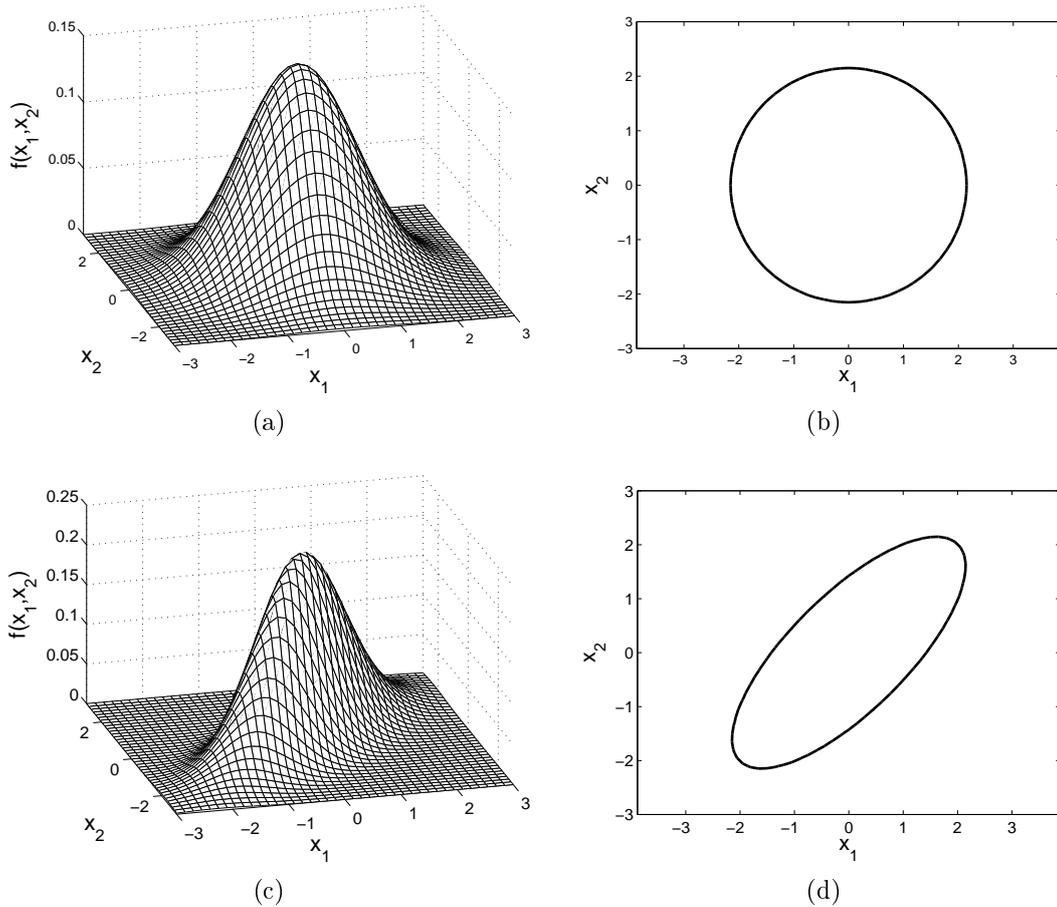


Figura C.1: Exemplo de uma distribuição normal bivariada com média $\boldsymbol{\mu} = [0 \ 0]^T$ e desvios padrão $\sigma_{11} = \sigma_{22}$. Em (a) e (b) as variáveis são estatisticamente independentes ($\rho_{12} = 0$), enquanto que em (c) e (d) o valor de ρ_{12} é 0,75.

azul e vermelha). Considerando além desses contornos, o contorno referente à estimativa $\hat{\mathbf{c}}$ calculada utilizando (B.11) e (C.6), para qualquer escolha de \mathbf{P}_{ab} (informação de interdependência entre \mathbf{a} e \mathbf{b}), tem-se que o contorno associado à estimativa $\hat{\mathbf{c}}$ fica restrito à interseção dos contornos referentes a $\hat{\mathbf{a}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ (Figura C.2a). Conseqüentemente, uma abordagem para combinar as estimativas $\hat{\mathbf{a}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ de forma consistente, mesmo quando não se tenha o conhecimento da interdependência (\mathbf{P}_{ab} é desconhecido), consiste em encontrar um valor de \mathbf{P}_c que englobe a região de interseção. Nessa estratégia, quanto menor o contorno associado à estimativa $\hat{\mathbf{c}}$, mais eficientemente estará a etapa de atualização utilizando a informação disponível. O parâmetro ω utilizado em (C.1) e (C.2) é otimizado para efetuar esse ajuste. A Figura C.2b ilustra os contornos associados a alguns valores de ω .

O filtro de Kalman e o algoritmo de Interseção de Covariâncias tradicionais compreendem dois extremos da fusão sensorial, uma vez que o filtro de Kalman assume

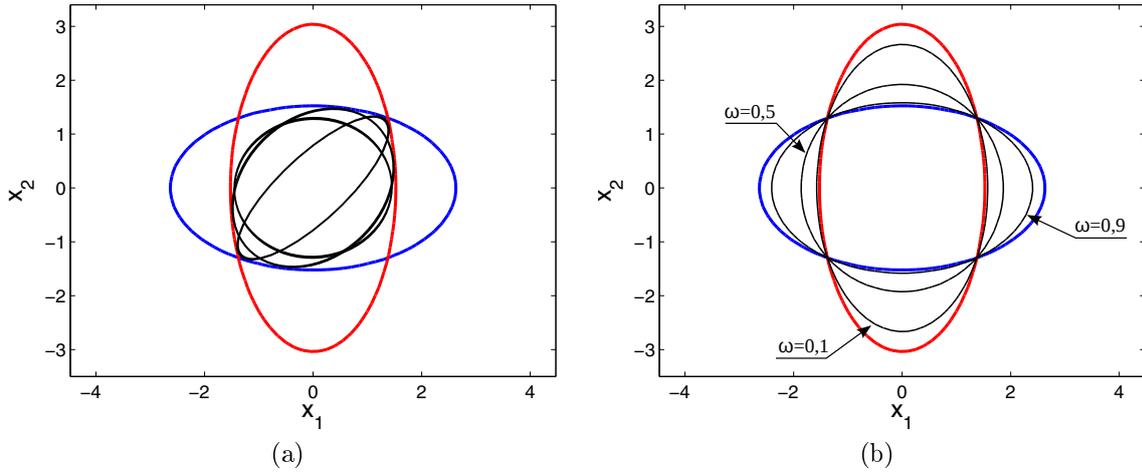


Figura C.2: Combinação de estimativas: (a) utilizando a informação de interdependência em um filtro de Kalman e (b) com interdependência desconhecida com o algoritmo de Interseção de Covariâncias.

1

que as estimativas proveem informações estatisticamente independentes e o algoritmo CI considera que as estimativas são interdependentes, apesar do desconhecimento da correlação. Em [Julier & Uhlmann, 2001], uma versão mais geral do algoritmo CI, denominado *Split Covariance Intersection Algorithm* (SCI), incorpora esses dois extremos permitindo, assim, um tratamento adequado àquelas situações mais gerais que ocorrem em sistemas de fusão descentralizada (distribuída).

No SCI uma variável aleatória \mathbf{a} é representada pelas componentes interdependente (${}^c\mathbf{a}$) e independente (${}^i\mathbf{a}$), ou seja, $\mathbf{a} = {}^c\mathbf{a} + {}^i\mathbf{a}$, além das incertezas associadas $\frac{1}{\omega}{}^c\mathbf{P}_a$ e ${}^i\mathbf{P}_a$, sendo ω o mesmo parâmetro definido para o algoritmo CI. Uma outra variável aleatória \mathbf{b} associada à mesma informação, pode ser combinada com a primeira para gerar uma estimativa resultante consistente. Para isso, faz-se necessário representar a incerteza associada à outra variável com as componentes interdependente $\frac{1}{1-\omega}{}^c\mathbf{P}_b$ e independente ${}^i\mathbf{P}_b$. Uma estimativa $\hat{\mathbf{c}}$ consistente, resultante da fusão de duas estimativas $\hat{\mathbf{a}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ pode ser calculada utilizando o algoritmo SCI:

$$\mathbf{P}_c = [\mathbf{P}_a^{-1} + \mathbf{P}_b^{-1}]^{-1} = [(\frac{1}{\omega}{}^c\mathbf{P}_a + {}^i\mathbf{P}_a)^{-1} + (\frac{1}{1-\omega}{}^c\mathbf{P}_b + {}^i\mathbf{P}_b)^{-1}]^{-1} \quad (\text{C.8})$$

$$\hat{\mathbf{c}} = [\mathbf{P}_a^{-1} \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{P}_b^{-1} \hat{\mathbf{b}}]^{-1} = \mathbf{P}_c \left[(\frac{1}{\omega}{}^c\mathbf{P}_a + {}^i\mathbf{P}_a)^{-1} \hat{\mathbf{a}} + (\frac{1}{1-\omega}{}^c\mathbf{P}_b + {}^i\mathbf{P}_b)^{-1} \hat{\mathbf{b}} \right]^{-1}, \quad (\text{C.9})$$

de modo que a independência associada a \mathbf{a} e \mathbf{b} possa ser explorada por meio das componentes independentes. No caso das estimativas não possuírem partes interdependentes, (C.8) e (C.9) se resumem às equações do filtro de Kalman. Caso as estimativas se-

jam interdependentes, porém a correlação seja desconhecida, essas equações se tornam (C.1) e (C.2). A prova de consistência relativa à versão generalizada do algoritmo de Interseção de Covariâncias pode ser verificada em [Li et al., 2013].