

Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Ciência da Computação

EDER NEVES DA ROCHA

**PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA CORTE EM CHAPAS: UMA ANÁLISE
NUMA INDÚSTRIA SIDERÚRGICA**

Ipatinga

2016

Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Ciência da Computação
Especialização em Otimização de Sistemas

**PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA CORTE EM
CHAPAS: UMA ANÁLISE NUMA INDÚSTRIA SIDERÚRGICA**

por

Eder Neves da Rocha

Monografia de final de Curso

Prof. Mauricio Cardoso de Souza

Orientador

Ipatinga

2016



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
ESPECIALIZAÇÃO EM OTMIZAÇÃO DE SISTEMAS: ÁREA DE CONCENTRAÇÃO
GESTÃO INDUSTRIAL

PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA CORTE EM CHAPAS: UMA ANÁLISE NUMA INDÚSTRIA SIDERÚRGICA

Eder Neves da Rocha

Monografia apresentada aos Senhores:


Prof. Maurício Cardoso de Souza - Orientador
Departamento de Engenharia de Produção - UFMG


Prof. Geraldo Robson Mateus
Departamento de Ciência da Computação - UFMG


PROF. MARTIN GOMEZ RAVETTI - ORIENTADOR
Departamento de Engenharia de Produção - UFMG

Belo Horizonte, 02 de dezembro de 2016

EDER NEVES DA ROCHA

**PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA CORTE EM CHAPAS: UMA ANÁLISE
NUMA INDÚSTRIA SIDERÚRGICA**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Otimização de Sistemas do Departamento de Ciência da Computação do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, para a obtenção do grau de Especialista Otimização de Sistemas, área de concentração Gestão Industrial.

Orientador: Prof. Mauricio Cardoso de Souza

Ipatinga

2016

© 2016, Eder Neves da Rocha.
Todos os direitos reservados

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do ICEx - UFMG

Rocha, Eder Neves da.

R672p Programação linear inteira para corte em chapas: uma análise numa indústria siderúrgica. / Eder Neves da Rocha. – Belo Horizonte, 2016.
xix, 78f. : il.; 29 cm.

Monografia (especialização) - Universidade Federal de Minas Gerais – Departamento de Ciência da Computação.

Orientador: Mauricio Cardoso de Souza

1. Computação. 2. Chapas de aço. 3. Controle de produção. 4. Controle de custo. 5. Otimização combinatória.
I. Orientador. II. Título.

CDU 519.6*61(043)

À minha Mãe e minha Namorada
que me incentivam sempre.

AGRADECIMENTOS

Aos colegas e empresa em que trabalho;

Aos amigos e parentes;

E aos professores;

Pelo apoio e incentivo para que este curso e aprendizado tornassem possíveis.

RESUMO

As empresas, de uma forma geral, estão enxergando cada vez mais a necessidade de se tornarem mais competitivas e atualizadas para enfrentarem o mercado atual. Uma forma de conseguir isso é aumentar produtividade e eficiência do negócio da empresa. E para tal, existem fatores decisivos, tais como aumento da qualidade do produto, inovações e redução de custos de produção, que fazem com que o produto oferecido se destaque no mercado e ao mesmo tempo seja economicamente viável. Diante desta necessidade de se tornar mais competitiva, percebeu-se na Usiminas (Unidade de Siderurgia da Cidade de Ipatinga – Minas Gerais) a oportunidade de realizar os cortes das chapas grossas (para construção naval) dentro da própria linha de produção. Esta nova atividade, corte de chapas, deve ser feita de forma otimizada, para garantir os resultados esperados. O objetivo deste trabalho será analisar e propor dentre padrões de corte pré-estabelecidos, quais deverão ser utilizados e em qual quantidade, a fim de otimizar os custos de produção. Como resultado foi desenvolvido um modelo matemático, utilizando o software GLPK, que determina a utilização destes padrões de corte otimizando o custo ao menor valor possível.

Palavras-chave: Corte de chapas, Otimização, Minimização de custos, Padrões de corte.

ABSTRACT

Companies, in general, are seeing increasingly need to become more competitive and updated to face the current market. One way to achieve this is increase productivity and the company's business efficiency. And for this, there are decisive factors such as increased product quality, innovations and reduction of production costs, which make the product offered highlighted in the market and at the same time economically viable. Given this need to become more competitive, it was perceived in Usiminas (Steel Unit of the city of Ipatinga - Minas Gerais) the opportunity to carry out the cuts of the plates (for shipbuilding) within the production line. This new activity, plate cutting, should be done optimally to ensure the expected results. The objective of this study is to analyze and propose among pre-set cutting patterns, which should be used and in what quantity, in order to optimize production costs. As the result, a mathematical model was developed, using the GLPK software, which determines the use of these cutting patterns, optimizing the cost at the lowest possible value.

Keywords: Plate cutting, Optimization, Minimizing costs, Cutting patterns.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – EXEMPLO DE PROBLEMA UNIDIMENSIONAL.....	22
FIGURA 2 – EXEMPLO DE PROBLEMA BIDIMENSIONAL	22
FIGURA 3 – EXEMPLO DE PROBLEMA TRIDIMENSIONAL	23
FIGURA 4 – CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS DE CORTE E EMPACOTAMENTO	26
FIGURA 5 – PROBLEMAS BÁSICOS	27
FIGURA 6 – PADRÕES DE CORTE HOMOGÊNEOS E HETEROGÊNEOS.....	38
FIGURA 7 – EXEMPLO DE AJUSTE NA GERAÇÃO DE PADRÃO HOMOGÊNEO	39
FIGURA 8 – PADRÕES 1 AO 5.....	40
FIGURA 9 – ILUSTRAÇÃO DOS TIPOS DE MATERIAIS QUE COMPÕEM O NAVIO	44
FIGURA 10 – RESULTADO COMPUTACIONAL	53
FIGURA 11 – PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 6MM.....	57
FIGURA 12 – PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 15MM.....	58
FIGURA 13 – PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 25MM.....	59
FIGURA 14 – PADRÕES PARA MATERIAL A36A E ESPESSURA 10MM.....	60
FIGURA 15 – PADRÕES PARA MATERIAL A36A E ESPESSURA 20MM.....	61
FIGURA 16 – PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 6MM.....	62
FIGURA 17 – PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 15MM.....	63

FIGURA 18 – PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 25MM.....	64
FIGURA 19 – PADRÕES PARA MATERIAL A36A E ESPESSURA 10MM.....	65
FIGURA 20 – PADRÕES PARA MATERIAL A36A E ESPESSURA 20MM.....	66
FIGURA 21 – MODELO MATEMÁTICO COMPUTACIONAL (GLPK)	71
FIGURA 22 – CONFIGURAÇÕES DO COMPUTADOR UTILIZADO NA EXECUÇÃO DO MODELO..	72

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PROBLEMAS INTERMEDIÁRIOS DO TIPO “MAXIMIZAÇÃO DA SAÍDA”	30
TABELA 2 – PROBLEMAS INTERMEDIÁRIOS DO TIPO “MINIMIZAÇÃO DA ENTRADA”	32
TABELA 3 – EXEMPLO DE DADOS DOS PADRÕES E DOS ITENS	41
TABELA 4 – DADOS DE CUSTOS UTILIZADOS NO MODELO DE CÁLCULO	43
TABELA 5 – DETALHAMENTO DA OFERTA DE CHAPAS POR TIPO E ESPESSURA DE MATERIAL	49
TABELA 6 – DADOS DOS PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 6MM	67
TABELA 7 – DADOS DOS PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 15MM	67
TABELA 8 – DADOS DOS PADRÕES PARA MATERIAL A32A E ESPESSURA 25MM	68
TABELA 9 – DADOS DOS PADRÕES PARA MATERIAL A36A E ESPESSURA 10MM	68
TABELA 10 – DADOS DOS PADRÕES PARA MATERIAL A36A E ESPESSURA 20MM	69
TABELA 11 – DADOS DOS PADRÕES DE ITENS HOMOGÊNEOS (A32A E A36A)	70
TABELA 12 – DADOS DA SOLUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA O CENÁRIO 1	73
TABELA 13 – DADOS DA SOLUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA O CENÁRIO 2	74
TABELA 14 – DADOS DA SOLUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA O CENÁRIO 3	75
TABELA 15 – DADOS DA SOLUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA O CENÁRIO 4	76
TABELA 16 – DADOS DA SOLUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA O CENÁRIO 5	77

TABELA 17 – DADOS DA SOLUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PARA O CENÁRIO 6.....78

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 RELAÇÃO ENTRE CHAPAS OFERTADAS E CHAPAS PRODUZIDAS	48
GRÁFICO 2 – RELAÇÃO ENTRE DEMANDA E PRODUÇÃO DE ITENS.....	50
GRÁFICO 3 – GERAÇÃO DE ESTOQUE DE ITENS.....	50
GRÁFICO 4 – RELAÇÃO ENTRE UTILIZAÇÃO DE PADRÕES DE CORTE HOMOGÊNEOS E HETEROGÊNEOS.....	51
GRÁFICO 5 – RELAÇÃO ENTRE CHAPAS PRODUZIDAS E CUSTO DE PRODUÇÃO	52

LISTA DE SIGLAS

IIPP – Identical Item Packing Problem – Problema de Empacotamento de Itens Idênticos

PP – Placement Problem – Problema de Alocação

KP – Knapsack Problem – Problema de Mochila

ODP – Open Dimension Problem – Problema de Dimensão Aberta

CSP – Cutting Stock Problem – Problema de Corte e Estoque

BPP – Bin Packing Problem – Problema de Empacotamento e Armazenamento

SLPPP – Single Large Pattern Placement Problem – Problema de Alocação em um Único Padrão

MILPPP – Multiple Identical Large Pattern Placement Problem – Problema de Alocação em Múltiplos Padrões Idênticos

MHLPPP – Multiple Heterogeneous Large Pattern Placement Problem – Problema de Alocação em Múltiplos Padrões Heterogêneos

SKP – Single Knapsack Problem – Problema de Mochila Única

MIKP – Multiple Identical Knapsack Problem – Problema de Múltiplas Mochilas Idênticas

MHKP – Multiple Heterogeneous Knapsack Problem – Problema de Múltiplas Mochilas Heterogêneas

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
2 OBJETIVOS.....	20
2.1 OBJETIVO GERAL.....	20
2.2 OBJETIVO ESPECÍFICO.....	20
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
3.1 OS PROBLEMAS DE CORTE E EMPACOTAMENTO	21
3.1.1 CRITÉRIOS PARA DEFINIÇÃO DO TIPO DE PROBLEMA	21
3.1.1.1 DIMENSIONALIDADE.....	21
3.1.1.2 TIPO DE ATRIBUIÇÃO.....	23
3.1.1.3 SORTIMENTO DOS ITENS	24
3.1.1.4 SORTIMENTO DOS PADRÕES.....	24
3.1.1.5 FORMA DOS ITENS.....	25
3.1.2 PROBLEMAS BÁSICOS, INTERMEDIÁRIOS E REFINADOS	25
3.1.2.1 PROBLEMAS BÁSICOS	27
3.1.2.2 PROBLEMAS INTERMEDIÁRIOS	30
3.1.2.3 PROBLEMAS REFINADOS	34
3.1.3 PADRONIZAÇÃO DO CORTE.....	35

4 DISCUSSÃO	36
4.1 ANÁLISE DE APLICAÇÃO NA USIMINAS	36
4.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	36
4.2.1 PREMISSAS ADOTADAS	37
4.2.2 GERAÇÃO DOS PADRÕES DE CORTE	37
4.2.3 CUSTOS INCORRIDOS E CONSIDERADOS NO MODELAMENTO	42
4.3 TÉCNICA UTILIZADA	43
4.4 MODELAGEM DO PROBLEMA	44
4.4.1 DEMANDA.....	44
4.4.2 PARÂMETROS	45
4.4.3 VARIÁVEL DE DECISÃO	45
4.4.4 FUNÇÃO OBJETIVO	46
4.4.5 RESTRIÇÕES.....	46
4.4.6 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	47
5 RESULTADOS.....	48
6 CONCLUSÃO	54
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
8 APÊNDICE.....	57

8.1 PADRÕES DE CORTE.....	57
8.1.1 PADRÕES DE CORTE FORMADOS POR ITENS HETEROGÊNEOS	57
8.1.2 PADRÕES DE CORTE FORMADOS POR ITENS HOMOGÊNEOS	62
8.2 DADOS DOS PADRÕES DE CORTE	67
8.3 MODELO MATEMÁTICO	71
8.4 CONFIGURAÇÕES DO COMPUTADOR UTILIZADO NA EXECUÇÃO DO MODELO.....	72
8.5 RESULTADOS DO MODELO MATEMÁTICO	73

1 INTRODUÇÃO

Na conjuntura atual, onde as demandas por produtos estão sofrendo alterações dinâmicas, a produção da planta industrial está constantemente sendo analisada e ajustada.

Diante de mercados mais competitivos, as empresas tendem a se adaptarem procurando promover mudanças em seus processos produtivos, reduzindo custos de produção, aumentando qualidade dos produtos e oferecendo inovações aos clientes.

Sob esta ótica deu-se início a um projeto de análise de viabilidade técnica e econômica visando realizar os cortes em chapas grossas (destinadas à construção naval, conforme projeto chamado de Enseada) dentro da própria planta de produção, agregando valor ao produto.

Este projeto é amplo e promove a análise da capacidade dos equipamentos envolvidos e também o impacto sobre as linhas de produção, verificando toda e qualquer alteração na produtividade destas.

Dentro desta nova atividade, corte de chapas, deverá ser determinado um arranjo dos cortes de chapas menores (chamadas neste trabalho de itens) dentro das chapas maiores (chamadas de padrões de corte ou simplesmente padrões), minimizando perdas e desperdícios, assim como determinar quais e quantos padrões de corte (estes pré-estabelecidos) deverão ser utilizados atendendo a uma demanda de itens, gerando o menor custo de produção possível.

Esta otimização do custo de produção, determinando quais e quantos padrões de cortes deverão ser utilizados, será o objeto deste trabalho.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Determinar dentre padrões de corte pré-estabelecidos, quais deverão ser utilizados para fabricação e em qual quantidade, realizando os cortes em chapas menores e minimizando os custos de produção.

2.2 Objetivo Específico

Com o intuito de atender à demanda de um determinado cliente por chapas processadas na Linha de Chapas Grossas da Usiminas Ipatinga, serão gerados manualmente padrões de corte (que são chapas com dimensões pré estabelecidas) onde são alocadas chapas menores chamadas de itens, a fim de possibilitar que um modelo matemático a ser elaborado, consiga propor a quantidade ideal de fabricação destes padrões de corte promovendo a minimização dos custos de produção incorridos.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Os problemas de Corte e Empacotamento

Dyckhoff e Finke (1992) definem os problemas de corte e empacotamento como sendo problemas de otimização combinatória que visam determinar o melhor arranjo de itens dentro de padrões de corte, considerando determinadas restrições.

Sob este conceito, os problemas de corte se resumem a determinar uma maneira ótima de realizar o corte de um conjunto de padrões, de tamanho e quantidade conhecidos, a fim de obter itens, com tamanho e quantidade também conhecidos. Esta maneira ótima objetiva maximizar a utilização das placas ou minimizar perdas.

3.1.1 Critérios para definição do tipo de problema

Existe uma classificação para os problemas de corte e empacotamento, considerando as características dos mesmos (Dyckhoff, 1990). Esta classificação foi aprimorada por Wascher et al. (2007), dividindo os problemas de acordo com os critérios mostrados a seguir.

3.1.1.1 Dimensionalidade

Consiste no número de dimensões necessárias para descrever o padrão de corte, sendo dividido em:

- **Unidimensional:** consiste em cortar padrões “disponíveis para a produção de itens de modo a atender uma demanda especificada, em que apenas uma

dimensão é relevante para o corte” (Poldi e Arenales, 2006, p.473). Neste caso podemos citar como exemplo o corte de barras de aço em que a dimensão relevante é o comprimento destas barras, como mostrado na Figura 1;

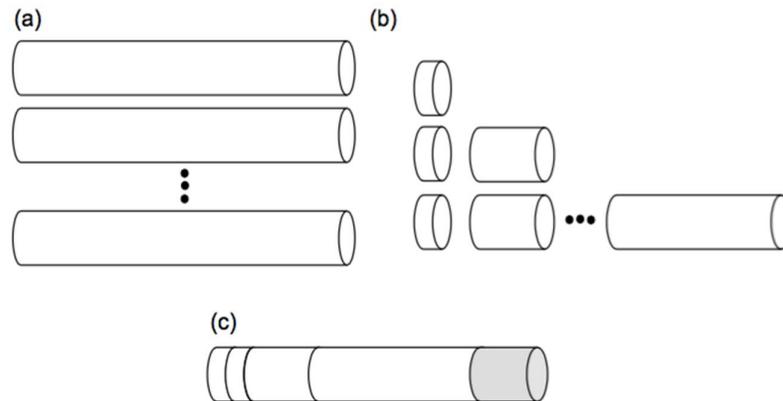


FIGURA 1 – Exemplo de Problema Unidimensional

(a) Padrões; (b) Itens da demanda; (c) Corte de padrões para atendimento da demanda

Fonte: Candido, 2011.

- **Bidimensional:** este tipo de corte leva em consideração duas dimensões relevantes, largura e comprimento, como por exemplo de itens de placas a serem cortados, conforme Figura 2;

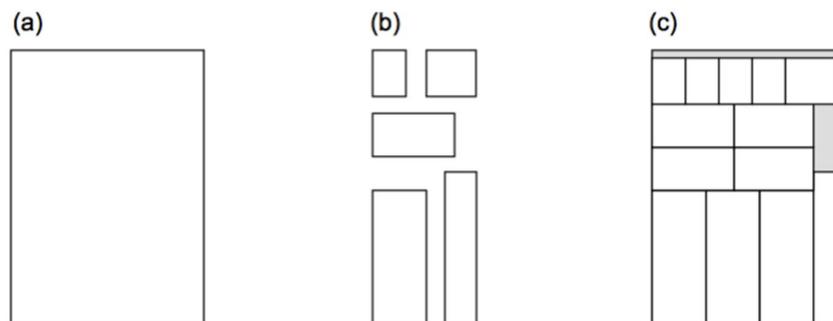


FIGURA 2 – Exemplo de Problema Bidimensional

(a) Padrões; (b) Itens da demanda; (c) Corte de padrões para atendimento da demanda

Fonte: Candido, 2011.

- **Tridimensional:** neste tipo de problema uma terceira dimensão também é considerada. Um exemplo é o de empresas de transporte que necessitam

minimizar o número de viagens para entrega de produtos e para isso devem empacotar os produtos em caminhões da melhor maneira possível (Figura 3);

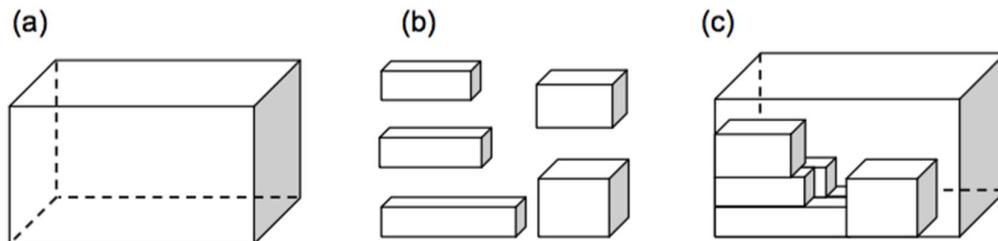


FIGURA 3 – Exemplo de Problema Tridimensional

(a) Padrões disponíveis; (b) Itens a serem carregados; (c) Carregamento dos itens no padrão

Fonte: Candido, 2011.

- **Mais de três dimensões:** Neste caso são também considerados os aspectos não espaciais tais como, o tempo para realizar uma tarefa.

3.1.1.2 Tipo de atribuição

Neste critério, os problemas são dispostos de acordo com os seguintes objetivos:

- **Maximização da saída:** Um conjunto de itens deve ser atribuído a um determinado número de padrões, que por sua vez é insuficiente para acomodar todos os itens. Desta forma, deve-se realizar um arranjo ótimo que contemple o maior número de itens, maximizando a utilização dos padrões;
- **Minimização da entrada:** Um conjunto de itens deve ser atribuído a um determinado número de padrões suficiente para acomodar todos os itens. Desta forma, faz-se um arranjo ótimo a fim de alcançar o menor “valor” de quantidade de material desperdiçado ou de custo de produção.

3.1.1.3 Sortimento dos itens

Este critério é dividido em três tipos de itens, quanto à homogeneidade dos mesmos:

- **Itens idênticos:** aqui se encontram itens com mesmas dimensões relevantes para os determinados problemas de corte e empacotamento (comprimento, altura, largura);
- **Itens fracamente heterogêneos:** neste caso é possível agrupar os itens em poucas classes, dentro das quais as dimensões relevantes dos itens são iguais. É importante lembrar que os itens que tiverem mesmas dimensões relevantes, mas exigirem tratamentos diferentes quanto à sua confecção, serão alocados em classes diferentes (sendo, portanto, considerados itens distintos);
- **Itens fortemente heterogêneos:** neste caso, pouquíssimos itens apresentam mesmas dimensões relevantes e, portanto, são tratados como elementos individuais (não são agrupados em classes).

3.1.1.4 Sortimento dos padrões

Este critério é dividido em dois grupos de padrões, quanto à quantidade dos mesmos:

- **Um único padrão:** o conjunto de padrões contém um único padrão, que pode ter:
 - Dimensões relevantes fixas;

- Uma ou mais dimensões relevantes variáveis;
- **Vários padrões:** o conjunto de padrões é composto por vários padrões, que podem ser:
 - Idênticos;
 - Fracamente heterogêneos;
 - Fortemente heterogêneos.

3.1.1.5 Forma dos itens

Este critério divide os itens a serem cortados, para problemas bidimensionais ou tridimensionais, nos seguintes grupos:

- **Itens regulares:** os itens apresentam forma regular, tais como retangular, circular, cilíndrica, cúbica, esférica;
- **Itens irregulares:** os itens apresentam forma irregular. Podem também ser chamados de itens “não regulares”.

3.1.2 Problemas básicos, intermediários e refinados

Combinando os critérios de classificação mostrados anteriormente, tem-se a estrutura de classificação dos Problemas de Corte e Empacotamento (Wascher et al., 2007). Primeiro, são combinados os critérios “tipo de atribuição” e “sortimento dos itens”, obtendo os problemas básicos. Depois, combinam-se estes problemas básicos com o critério “sortimento de padrões”, definindo os problemas intermediários. E por fim, são considerados os critérios “dimensionalidade” e “forma dos itens”, para se obter os problemas refinados.

A Figura 4 mostra as combinações dos critérios que culminam nos problemas básicos, intermediários e refinados.

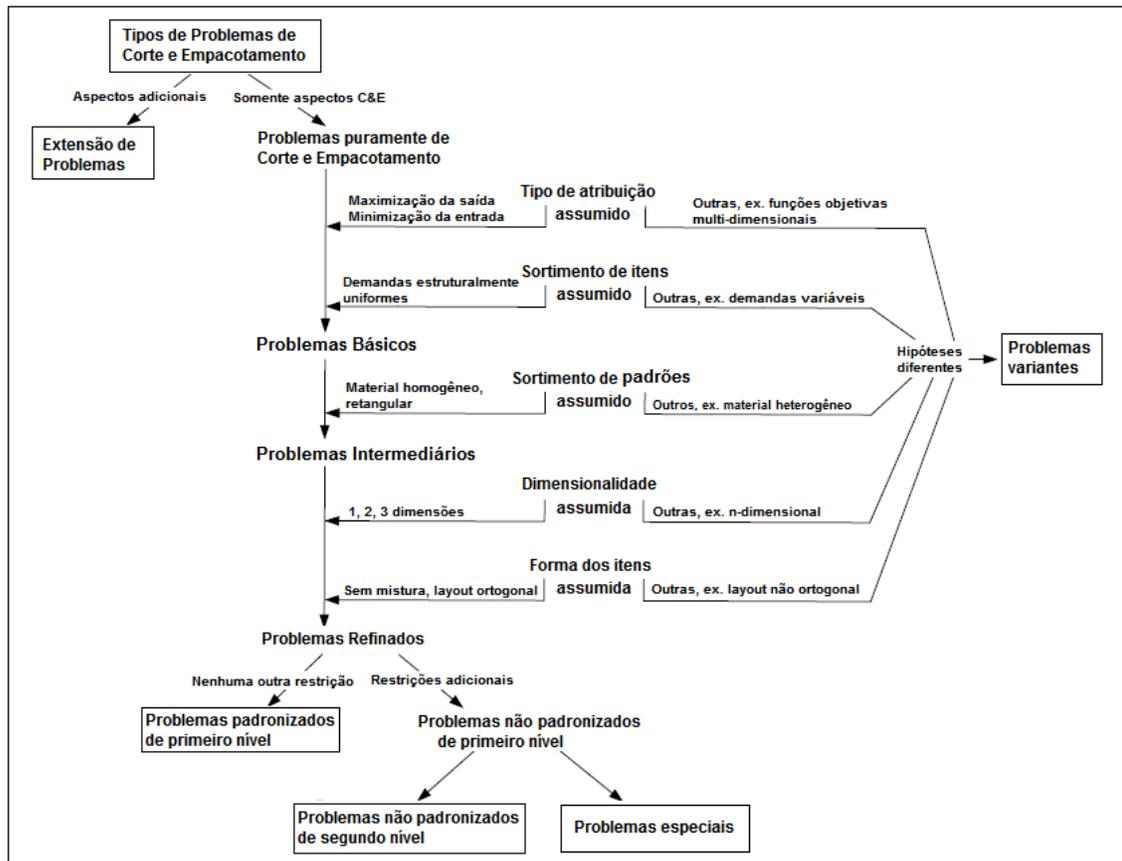


FIGURA 4 – Classificação dos problemas de Corte e Empacotamento

Fonte: adaptada de Wascher et al., 2007.

3.1.2.1 Problemas básicos

Os problemas básicos são definidos pelas combinações relevantes dos critérios “tipo de atribuição” e “sortimento dos itens”, conforme mostrado na Figura 5.

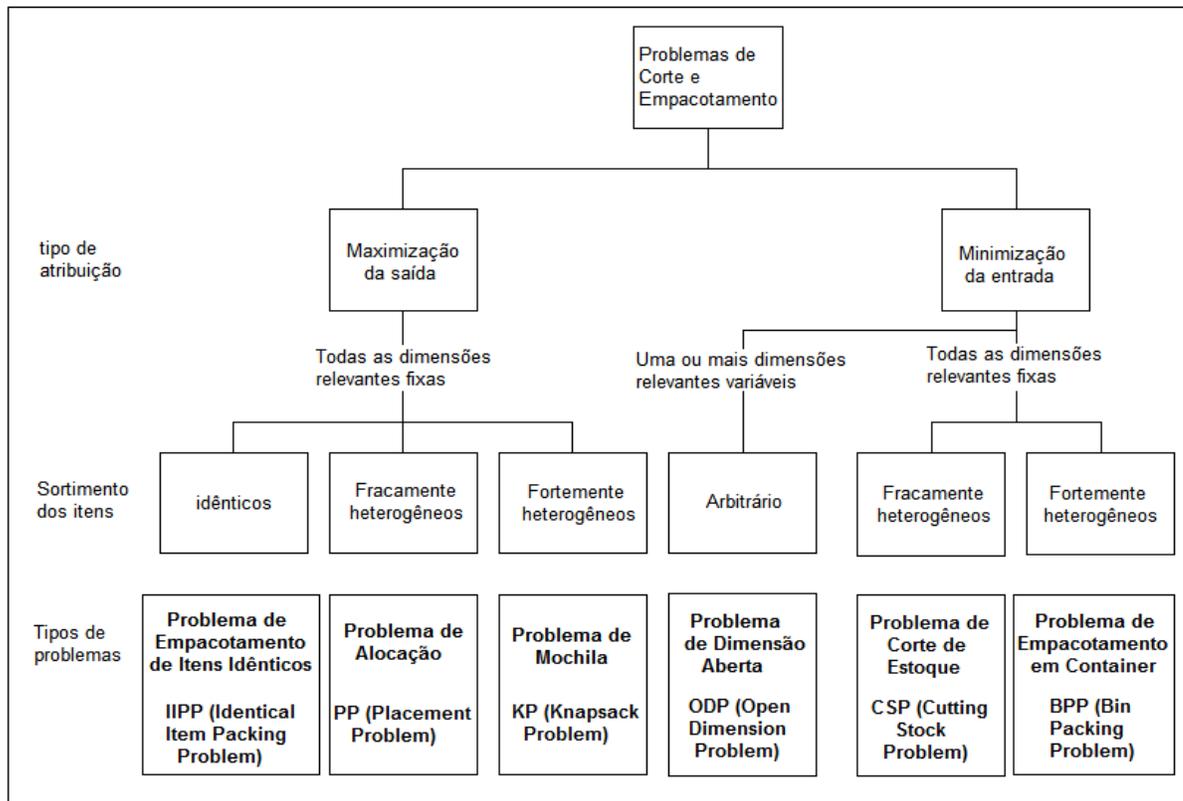


FIGURA 5 – Problemas básicos

Fonte: adaptada de Wascher et al., 2007.

Primeiro é definido se o problema corresponde à “maximização da saída” ou à “minimização da entrada” e, posteriormente combina-se este critério com as possibilidades de “sortimento dos itens”.

- **Problemas básicos do tipo maximização da saída**

Este tipo de problema possui quantidade limitada de padrões, que não são suficientes para acomodar todos os itens demandados. Segundo Wascher et al. (2007), otimizando o arranjo dos itens dentro dos padrões, de forma a maximizar o número de itens a serem produzidos, todos os padrões serão utilizados (mas não será possível produzir todos os itens). Nos tópicos a seguir estão detalhados os problemas básicos do tipo maximização da saída:

- **Problema de Empacotamento de Itens Idênticos:** em inglês, Identical Item Packing Problem (IIPP). Este problema consiste em arranjar o maior número possível de itens dentro de um número limitado de padrões. Como todos os itens são idênticos, não há problema de seleção de itens, agrupamento ou alocação destes dentro dos padrões, mas sim de arranjar os itens num layout otimizado que permita maximizar a utilização destes padrões.
- **Problema de Alocação:** em inglês, Placement Problem (PP). Este problema consiste em arranjar um número de itens fracamente heterogêneos em um número limitado de padrões. Neste caso o número de itens a serem produzidos deve ser maximizado ou o desperdício / perda de material (padrões) deve ser minimizado.
- **Problema de Mochila:** em inglês, Knapsack Problem (KP). Este problema consiste em arranjar um número de itens fortemente heterogêneos em um número limitado de padrões. Neste caso, o número de itens a serem produzidos deve ser maximizado.

- **Problemas básicos do tipo minimização da entrada**

Este tipo de problema possui quantidade de padrões suficiente para produzir todos os itens demandados. Segundo Wascher et al. (2007), o arranjo dos itens dentro dos padrões deve ser otimizado, de forma a minimizar o número (ou área) de padrões a serem utilizados. Nos tópicos a seguir estão detalhados os problemas básicos do tipo minimização da entrada:

- **Problema de Dimensão Aberta:** em inglês, Open Dimension Problem (ODP). Este problema consiste em arranjar completamente um dado número de itens dentro de um ou mais padrões, cujas dimensões relevantes podem ser consideradas variáveis. São considerados aqui somente padrões retangulares ou cúbicos. Neste problema, deve-se otimizar o arranjo dos itens, de forma a delimitar a extensão a ser utilizada dos padrões.
- **Problema de Corte de Estoque:** em inglês, Cutting Stock Problem (CSP). Este problema consiste em arranjar completamente um dado número de itens fracamente heterogêneos em um conjunto de padrões, cujas dimensões relevantes são fixas. Não se define aqui a homogeneidade dos padrões, podendo eles ser idênticos, fracamente heterogêneos ou fortemente heterogêneos. Deve-se otimizar o arranjo dos itens, de forma a minimizar o número (ou área) de padrões a serem utilizados.
- **Problema de Empacotamento em Container:** em inglês, Bin Packing Problem (BPP). Este problema consiste em arranjar completamente um dado número de itens fortemente heterogêneos em um conjunto de padrões, cujas dimensões relevantes são fixas. Os padrões podem ser idênticos, fracamente heterogêneos ou fortemente heterogêneos. Deve-se otimizar o arranjo dos itens, de forma a minimizar o número (ou área) de padrões a serem utilizados.

3.1.2.2 Problemas intermediários

Os problemas intermediários são definidos combinando os problemas básicos com as possibilidades do critério “sortimento de padrões”.

Na Tabela 1 podem-se ver os problemas intermediários decorrentes da combinação dos problemas básicos do tipo “maximização da saída” com o critério “sortimento de padrões”.

Características dos padrões de corte		Sortimento de itens		
		Idênticos	Fracamente heterogêneos	Fortemente heterogêneos
Todas as dimensões relevantes fixas	Um único padrão	Problema de Empacotamento de Itens Idênticos IIPP (Identical Item Packing Problem)	Problema de Alocação em um Único Padrão SLPPP (Single Large Pattern Placement Problem)	Problema de Mochila Única SKP (Single Knapsack Problem)
	Padrões idênticos		Problema de Alocação em Múltiplos Padrões Idênticos MILPPP (Multiple Identical Large Pattern Placement Problem)	Problema de Múltiplas Mochilas Idênticas MIKP (Multiple Identical Knapsack Problem)
	Padrões heterogêneos		Problema de Alocação em Múltiplos Padrões Heterogêneos MHLPPP (Multiple Heterogeneous Large Pattern Placement Problem)	Problema de Múltiplas Mochilas Heterogêneas MHKP (Multiple Heterogeneous Knapsack Problem)

TABELA 1 – Problemas intermediários do tipo “maximização da saída”

Fonte: adaptada de Wascher et al., 2007.

Segue a descrição dos problemas intermediários de “maximização da saída”:

- **Problema de Empacotamento de Itens Idênticos:** em inglês, Identical Item Packing Problem (IIPP). Este problema consiste em empacotar o maior número de itens idênticos em um único padrão;
- **Problema de Alocação em um Único Padrão:** em inglês, Single Large Pattern Placement Problem (SLPPP), adaptada de Wascher et al., 2007. Este problema consiste em alocar o maior número de itens, fracamente heterogêneos, em um único padrão;
- **Problema de Alocação em Múltiplos Padrões Idênticos:** em inglês, Multiple Identical Large Pattern Placement Problem (MILPPP), adaptada de Wascher et al., 2007. Este problema consiste em alocar o maior número de itens, fracamente heterogêneos, em um dado número de padrões idênticos;
- **Problema de Alocação em Múltiplos Padrões Heterogêneos:** em inglês, Multiple Heterogeneous Large Pattern Placement Problem (MHLPPP), adaptada de Wascher et al., 2007. Este problema consiste em alocar o maior número de itens, fracamente heterogêneos, em um dado número de padrões diferentes;
- **Problema de Mochila Única:** em inglês, Single Knapsack Problem (SKP). Este problema consiste em empacotar o maior número de itens, fortemente heterogêneos, em um único padrão;
- **Problema de Múltiplas Mochilas Idênticas:** em inglês, Multiple Identical Knapsack Problem (MIKP). Este problema consiste em empacotar o maior número de itens, fortemente heterogêneos, em um dado número de padrões idênticos;
- **Problema de Múltiplas Mochilas Heterogêneas:** em inglês, Multiple Heterogeneous Knapsack Problem (MHKP). Este problema consiste em

empacotar o maior número de itens, fortemente heterogêneos, em um dado número de padrões diferentes.

Na Tabela 2 podem-se ver os problemas intermediários decorrentes da combinação dos problemas básicos do tipo “minimização da entrada” com o critério “sortimento de padrões”.

Características dos padrões		Sortimento de itens	
		Fracamente heterogêneos	Fortemente heterogêneos
Todas as dimensões relevantes fixas	Padrões idênticos	Problema de Corte de Estoque com Estoques de Tamanho Único SSSCSP (Single Stock Size Cutting Stock Problem)	Problema de Empacotamento em Container com Containers de Tamanho Único SBSBPP (Single Bin Size Bin Packing Problem)
	Fracamente heterogêneos	Problema de Corte de Estoque com Estoques de Múltiplos Tamanhos MSSCSP (Multiple Stock Size Cutting Stock Problem)	Problema de Empacotamento em Container com Containers de Múltiplos Tamanhos MBSBPP (Multiple Bin Size Bin Packing Problem)
	Fortemente heterogêneos	Problema de Corte de Estoque Residual RCSP (Residual Cutting Stock Problem)	Problema Residual de Empacotamento em Container RBPP (Residual Bin Packing Problem)
Um único padrão com dimensões relevantes variáveis		Problema de Dimensão Aberta ODP (Open Dimension Problem)	

TABELA 2 – Problemas intermediários do tipo “minimização da entrada”

Fonte: adaptada de Wascher et al., 2007.

Segue a descrição dos problemas intermediários de “minimização da entrada”:

- **Problema de Corte de Estoque com Estoques de Tamanho Único:** em inglês, Single Stock Size Cutting Stock Problem (SSSCSP). Este problema consiste em cortar itens, fracamente heterogêneos, a partir de padrões de idêntico tamanho, tendo como objetivo minimizar o número de padrões utilizados;
- **Problema de Corte de Estoque com Estoques de Múltiplos Tamanhos:** em inglês, Multiple Stock Size Cutting Stock Problem (MSSCSP). Este problema consiste em cortar itens, fracamente heterogêneos, a partir de padrões também fracamente heterogêneos, tendo como objetivo minimizar o número de padrões utilizados;
- **Problema de Corte de Estoque Residual:** em inglês, Residual Cutting Stock Problem (RCSP). Este problema consiste em cortar itens, fracamente heterogêneos, a partir de padrões fortemente heterogêneos. Neste caso todos os padrões serão utilizados e o objetivo é minimizar as perdas de material;
- **Problema de Empacotamento em Container com Containers de Tamanho Único:** em inglês, Single Bin Size Bin Packing Problem (SBSBPP). Este problema consiste em empacotar itens, fortemente heterogêneos, em um dado conjunto de padrões de idêntico tamanho, tendo como objetivo minimizar o número de padrões utilizados;
- **Problema de Empacotamento em Container com Containers de Múltiplos Tamanhos:** em inglês, Multiple Bin Size Bin Packing Problem (MBSBPP). Este problema consiste em empacotar itens, fortemente heterogêneos, em um dado conjunto de padrões fracamente heterogêneos, tendo como objetivo minimizar o número de padrões utilizados;
- **Problema Residual de Empacotamento em Container:** em inglês, Residual Bin Packing Problem (RBPP). Este problema consiste em empacotar itens,

fortemente heterogêneos, em um conjunto de padrões também fortemente heterogêneos. Neste caso, o objetivo principal é maximizar o volume utilizado nos padrões, minimizando as perdas;

- **Problema de Dimensão Aberta:** em inglês, Open Dimension Problem (ODP). Este problema consiste em arranjar itens, que podem ser fracamente ou fortemente heterogêneos, em um único padrão com dimensões relevantes variáveis. Neste caso, o arranjo dos itens deve ser otimizado de forma a minimizar a extensão do padrão a ser utilizada.

Para solucionar problemas intermediários pode-se dividi-los em subproblemas independentes. Cada subproblema estaria diretamente relacionado a um determinado padrão ou a um determinado tipo de padrão (se o conjunto de padrões possuir alguns padrões idênticos), no qual o maior número de itens pode ser alocado.

3.1.2.3 Problemas refinados

Os problemas refinados são definidos aplicando aos problemas intermediários as possibilidades de combinações dos critérios “dimensionalidade” e “forma dos itens”. Sendo assim, os problemas refinados são subcategorias dos problemas intermediários. E seus nomes são os problemas intermediários precedidos das características dos critérios “dimensionalidade” de “forma dos itens”: problemas unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais; itens circulares, retangulares, cúbicos, irregulares ou de outro formato.

Exemplos de problemas refinados:

- **Problema Bidimensional de Empacotamento de Itens Circulares Idênticos (Two-dimensional Circular IIPP):** este problema é subcategoria do problema intermediário de “Empacotamento de Itens Idênticos” (Identical Item Packing Problem – IIPP). Pode ser descrito, por exemplo, por uma

situação na qual um determinado número de garrafas de seção circular deve ser acondicionado em um único pallet;

- **Problema Residual Tridimensional de Empacotamento de Itens Retangulares em Containers (Three-dimensional Rectangular RBPP):** este problema deriva do problema intermediário “Residual de Empacotamento em Container” (Residual Bin Packing Problem – RBPP). Neste caso, podemos citar uma situação na qual um determinado número de caixas, fortemente heterogêneas, devem ser arranjadas em containers de diferentes tamanhos, de forma a maximizar o volume utilizado dos containers ou o número de itens empacotados (minimizando o número de containers utilizados);

3.1.3 Padronização do corte

A padronização do corte é definida pelas características dos itens a serem cortados de um padrão, quanto pela definição da disposição deles no padrão para a realização dos cortes.

Para definir a padronização do corte, são considerados os seguintes tópicos:

- **Orientação:** determina se os itens podem assumir sentidos diferentes, ou seja, se elas podem ser rotacionadas para arranjo dentro do padrão;
- **Corte guilhotinado ou não:** determina se o corte no padrão deve percorrê-lo de um lado ao outro, delimitando o arranjo dos itens a uma configuração que permita esta condição (corte guilhotinado);
- **Corte normalizado ou não normalizado:** determina se os itens devem ser arranjados no padrão encostados, eliminando desperdício (espaços vazios) internos (normalizado).

4 DISCUSSÃO

4.1 Análise de Aplicação na Usiminas

Este estudo partiu de uma experiência que a USIMINAS unidade de Ipatinga passou, sendo consultada para entregar padrões cortados em itens, já nas dimensões exatas para aplicação no cliente.

Um projeto teve início com o intuito de analisar a viabilidade técnica e econômica de se realizar, internamente, este corte das chapas em tamanhos menores já nas dimensões solicitadas pelo cliente (neste trabalho denominadas de itens). Estes cortes não eram realizados na área interna da USIMINAS até então, sendo realizado por empresas parceiras em outras instalações.

Para isso, a USIMINAS deu início a uma série de estudos analisando desde a capacidade produtiva para atendimento à demanda, até a viabilidade quanto às movimentações de produtos, que iria aumentar muito, além de análise das capacidades dos equipamentos existentes permitindo ou não a movimentação de chapas com dimensões tão menores e em volumes tão mais elevados que o já realizado atualmente.

Dentre estas análises, uma será analisada neste estudo: a otimização dos custos de produção de itens cortados a partir de padrões de corte.

4.2 Formulação do problema

Este trabalho aborda um Problema Bidimensional de Corte de Estoque de Itens Retangulares de Múltiplos Tamanhos, de característica Linear, no qual deve-se otimizar a escolha dos padrões de corte gerados, minimizando os custos de

produção incorridos. A solução para Problemas de Corte de Estoque consiste de um conjunto de padrões de corte e o número de vezes que cada padrão deve ser cortado.

4.2.1 Premissas adotadas

São considerados 29 itens diferentes demandados pelo cliente, distribuídos em dois materiais diferentes, A32A e A36A, e em espessuras que variam entre 6, 10, 15, 20 e 25 milímetros.

Todo padrão produzido será encaminhado para a área do “Off Line” da Linha de Produção onde será cortado em itens através da máquina de corte a plasma, já existente na empresa.

Por uma questão de aplicabilidade do produto no cliente, os itens a serem gerados não poderão ser rotacionados no instante da geração dos padrões de corte. Isto se deve pelo fato da exigência de se manter a direção de laminação do item sempre no sentido do comprimento do item, não havendo assim alteração na orientação dos grãos do material (termo metalúrgico que indica o arranjo molecular do material) em relação ao sentido de aplicabilidade do material.

É sabido que para efeito de laminação é necessário que sejam produzidos padrões com dimensões maiores que as dos itens, para que, só então estas dimensões sejam atingidas com maior precisão em equipamentos ao decorrer do processo. Sendo assim, para este trabalho, as dimensões consideradas serão já as dimensões exatas para aplicação direta de acordo com a necessidade do cliente.

4.2.2 Geração dos padrões de corte

Os padrões de cortes, os quais deverão ser escolhidos pelo modelo a fim de minimizar os custos de produção, são compostos por itens (dos quais o cliente determinará as dimensões e quantidades demandas).

Para que fosse analisado o modelo e demonstrado seu potencial, foram gerados manualmente dois conjuntos de padrões, um onde cada padrão é composto por apenas um tipo de item (chamado então de padrão homogêneo) e outro onde cada padrão é composto por vários itens de dimensões diferentes, no entanto de mesmo material e mesma espessura viabilizando sua fabricação na linha de produção (chamado de padrão heterogêneo) (Figura 6).

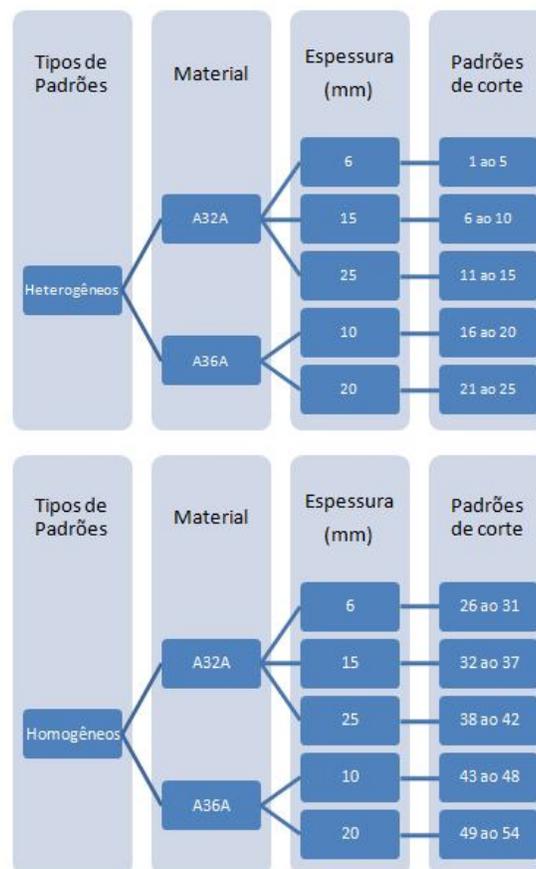


FIGURA 6 – Padrões de corte Homogêneos e Heterogêneos

Fonte: o Autor, 2016.

No momento da criação dos padrões, foi considerada uma chapa padrão máxima de 3.900 mm de largura por 12.000 mm de comprimento. Sendo assim, tentou-se arranjar o máximo de itens possíveis minimizando a sobra na chapa. No entanto, nos casos que (por exemplo) sobriam na largura 900 mm, foi feita nova análise e sugerida uma chapa com dimensão de 3.000 mm, 900 mm menor que a máxima dimensão possível. Isso é possível porque ao definir-se esta nova dimensão

para a linha de produção, esta chapa é então laminada considerando este valor na largura, e não mais a anterior, otimizando então a utilização da chapa, como mostrado na Figura 7.

É sabido que esta otimização do padrão de corte evitando sobra de material, carrega um custo e uma análise de disponibilidade de fabricação, que o setor de Planejamento e Controle da Produção da Empresa faz. Este custo decorrente desta

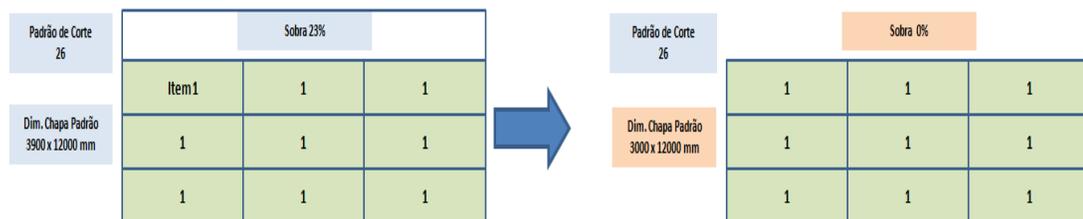


FIGURA 7 – Exemplo de ajuste na geração de padrão homogêneo

Fonte: o Autor, 2016.

A Figura 8 e a Tabela 3 apresentam alguns exemplos de padrões heterogêneos.

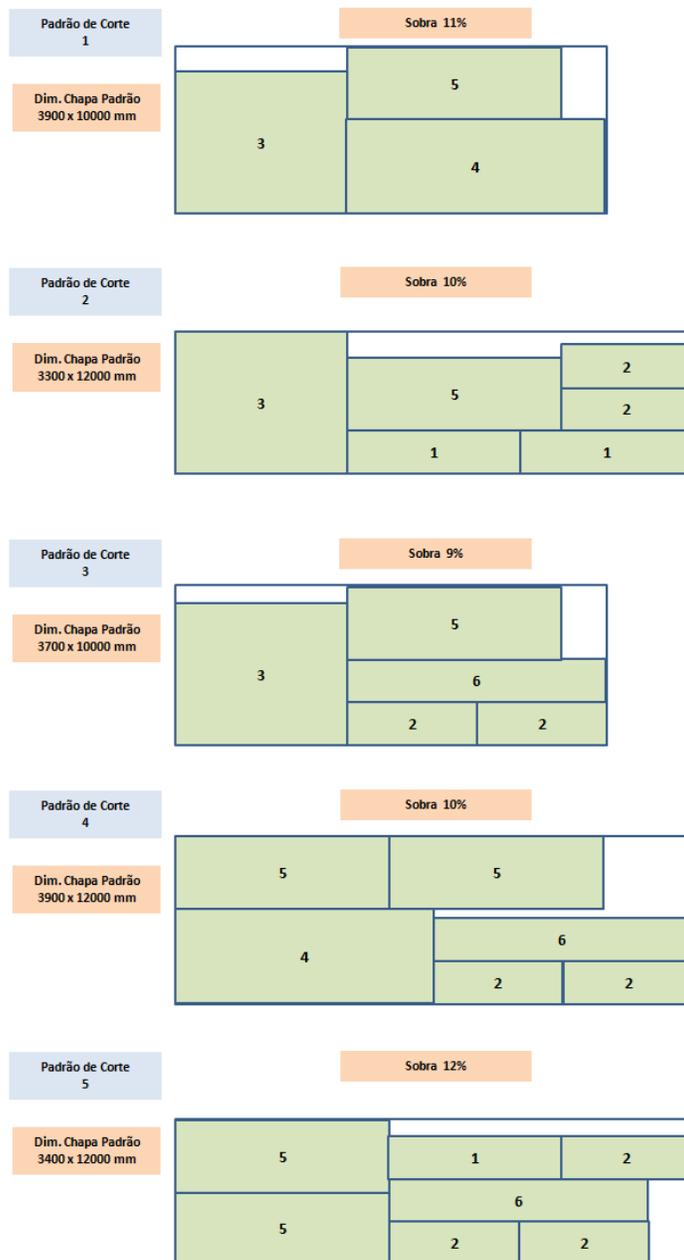


FIGURA 8 – Padrões 1 ao 5

Dados da chapa: material A32A, 6mm e comprimentos variáveis

Fonte: o Autor, 2016.

Dados dos Itens							Dados da Chapa Base										
ID Item	Material	Espessura (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Área	Peso (Kg)	ID Padrão	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso da Chapa Base (Kg)	Qtde de itens na Chapa (unid)	Área Utilizada (%)	Área de Sobre (%)	Custo de Produção deste padrão	Custo da Sobre	Valor de venda da Sobre/Sucata	Custo de Produção menos Valor de Venda de Sobre
3	A32A	6	3300	4000	13,2	622	1	3900	10000	1837	1	89%	11%	R\$ 3.306,42	R\$ 347,60	R\$ 96,56	R\$ 3.209,87
4	A32A	6	2200	6000	13,2	622	1				1						
5	A32A	6	1700	5000	8,5	400	1				1						
1	A32A	6	1000	4000	4	188	2				2						
2	A32A	6	1000	3000	3	141	2				2						
3	A32A	6	3300	4000	13,2	622	2				2						
5	A32A	6	1700	5000	8,5	400	1				1						
6	A32A	6	1000	6000	6	283	1				1						
2	A32A	6	1000	3000	3	141	2				2						
3	A32A	6	3300	4000	13,2	622	1				1						
5	A32A	6	1700	5000	8,5	400	1				1						
6	A32A	6	1000	6000	6	283	1				1						
2	A32A	6	1000	3000	3	141	2				2						
4	A32A	6	2200	6000	13,2	622	1				1						
5	A32A	6	1700	5000	8,5	400	2				2						
6	A32A	6	1000	6000	6	283	1				1						
1	A32A	6	1000	4000	4	188	1				1						
2	A32A	6	1000	3000	3	141	3				3						
5	A32A	6	1700	5000	8,5	400	2				2						
6	A32A	6	1000	6000	6	283	1				1						

TABELA 3 – Exemplo de dados dos padrões e dos itens

Fonte: o Autor, 2016.

4.2.3 Custos incorridos e considerados no modelamento

Para atingir o objetivo do modelo de cálculo a ser gerado, que é o de determinar quais e quantos padrões de corte deverão ser utilizados com o menor custo possível, foram considerados os custos incorridos neste modelamento como, custo de produção, valor de venda da sobra (sucata) gerada em cada padrão e custo de estoque.

O Custo de Produção é um somatório dos custos de fabricação desde o minério de ferro, até sua transformação em chapas, após o laminador da Linha de Chapas Grossas. Este custo é medido em unidades monetárias por toneladas de aço processadas (R\$/t).

O Custo de Venda da Sobra/Sucata trata-se do valor que é vendida a sobra a outro processo, gerando uma receita. Esta sobra poderá ser aproveitada dentro da própria empresa ou poderá ser destinada à venda externa, de acordo com a necessidade. Este custo é medido em unidade monetária por tonelada de aço que sobrou no padrão gerado e a ser utilizado (R\$/t).

O custo de sobra de um padrão é dado pelo peso em toneladas da sobra vezes a diferença entre os custos por tonelada de produção e de revenda da sobra como sucata.

Quanto ao Custo de Estoque, é o valor pago pelo armazenamento de produto fabricado a mais que a demanda considerada. Existem modelos matemáticos que se propõem a minimizar os materiais produzidos ao atender a uma determinada demanda, minimizando o custo devido ao estoque de materiais.

Segundo Gilmore e Gomory (1961, 1963), a função objetivo a ser otimizada pelo modelo poderá ter como finalidade a minimização da perda de material (sobra) ou ainda o número total de padrões utilizados. “Trata-se de um problema importante, presente constantemente em ambientes industriais, e interessante devido à sua complexidade computacional” (Longhi et al., 2015)

O modelo de Kantorovich (1960) consiste em determinar a melhor maneira

de cortar chapas de modo a atender a demanda de itens minimizando a quantidade de padrões utilizados. As desvantagens deste modelo é a necessidade de conhecer à priori um limitante superior para a quantidade de padrões necessários e a má qualidade do limitante inferior produzido pela relaxação linear.

O Custo de Estoque é o custo incorrido devido à necessidade de armazenamento de alguns itens produzidos a maior que o pedido do cliente. De acordo com os padrões de fabricação escolhidos, poderão ser gerados itens além do que o pedido, mesmo atendendo a um cálculo de menor custo. No entanto, estes itens estão sujeitos à incidência de custo de estoque/armazenagem. Este custo, neste trabalho, é medido em unidades monetária por tonelada mês (R\$/t mês).

Os valores utilizados não são valores reais da Usiminas. Seguem apenas uma ordem de grandeza de cada custo não invalidando, portanto, o modelo gerado, como demonstrado na Tabela 4.

Dados	R\$ 1.800,00	Custo de Produção (R\$/t)
	R\$ 500,00	Valor de Venda da Sobre/Sucata (R\$/t)
	R\$ 10,00	Custo de estoque (R\$/t mês)

TABELA 4 – Dados de custos utilizados no modelo de cálculo

Fonte: o Autor, 2016.

4.3 Técnica utilizada

Para o cálculo de otimização dos custos de produção dos itens demandados, foi desenvolvido um modelo em programação linear inteira utilizando linguagem de programação GLPK (GNU Linear Programming Kit).

4.4 Modelagem do problema

4.4.1 Demanda

Em se tratando de um projeto que não chegou a ser efetivamente colocado em prática na empresa, a demanda considerada para este modelo foi gerada tomando como base a hipótese de fabricação de um navio de 150 metros de comprimento e 16 metros de altura.

Diante desta necessidade, foi gerada a demanda de fabricação deste navio onde o somatório dos itens a serem fabricados compõe a base/casco de um navio.

Foram gerados 06 cenários de demanda onde o cenário 1 propõe-se a quantidade de itens suficientes para a fabricação de 01 navio, o cenário 2, demanda suficiente para a fabricação de 02 navios e assim sucessivamente.

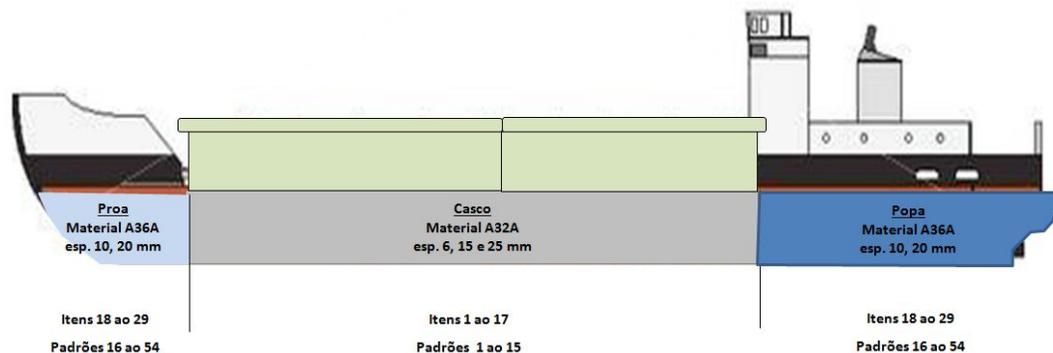


FIGURA 9 – Ilustração dos tipos de materiais que compõem o navio

Fonte: o Autor, 2016.

4.4.2 Parâmetros

Os parâmetros do modelo são:

I: Conjunto de itens a serem demandados, $i = 1, 2, 3 \dots, I$

J: Conjunto de padrões a serem fabricados, $j = 1, 2, 3 \dots, J$

CP_j : Custo do padrão j adotado (R\$) (cada padrão possui um custo de produção associado)

CEI_i : Custo de estoque do item i gerado por não venda/demanda (R\$) (mensal)

N_{ij} : Número de itens do tipo i nos j padrões de corte disponíveis (n^0)

D_i : Demanda dos itens a serem produzidos (n^0)

C_{max} : Oferta de chapas de cada tipo de material e espessura (n^0)

4.4.3 Variável de decisão

A variável de decisão é definida como sendo a quantidade utilizada de cada padrão.

x_j : Variável de Decisão (Quantidade de vezes que o padrão j é utilizado)

Esta variável tem duas restrições atreladas a ela, uma de não negatividade (≥ 0) e outra que a define como variável inteira ("integer").

4.4.4 Função objetivo

A função objetivo tem como propósito minimizar a soma dos custos associados às sobras e dos custos de manter a chapa em estoque. Cabe notar que do valor da função objetivo deve-se descontar a constante " $\sum_i^I CEI[i] * D[i]$ " para obter o custo de uma dada solução.

$$\text{minimizar } CUSTO: \sum_j^J CP[j] * x[j] + \sum_i^I \sum_j^J (CEI[i] * (N[i,j] * x[j]))$$

4.4.5 Restrições

Foram implementadas duas restrições para o modelo:

Restrição 1: determina que o número de itens a serem fabricados deverá ser maior ou igual à demanda;

Restrição 2: determina que a quantidade de cada padrão sugerido para fabricação seja menor ou igual à oferta de padrões determinada pelo setor de Planejamento e Controle da Produção (PCP). Isto garante a não extrapolação da capacidade mensal da empresa em produzir as chapas padrões.

$$\text{Restrição 1: } \sum_j^J N[i,j] * x[j] \geq D[i] , \forall i \in I$$

$$\text{Restrição 2: } \sum_j^J x[j] \leq Cmax$$

4.4.6 Formulação do Problema

$$\text{minimizar } CUSTO: \sum_j^J CP[j] * x[j] + \sum_i^I \sum_j^J (CEI[i] * (N[i,j] * x[j]))$$

s. a.:

$$\text{Restrição 1: } \sum_j^J N[i,j] * x[j] \geq D[i] \text{ para todo } i \in I$$

$$\text{Restrição 2: } \sum_j^J x[j] \leq Cmax$$

5 RESULTADOS

Para efeito de análise do modelo gerado em GLPK e das demandas analisadas, foram criados 06 cenários com diferentes demandas. Cada cenário representa uma situação de demanda diferente.

O Gráfico 1 mostra a relação entre o número de chapas ofertadas e número de chapas produzidas, por cenário de demanda. A oferta total é de 963 chapas, distribuídas da forma como mostra a Tabela 5.

A quantidade de chapas produzidas não ultrapassa o limite para demanda inferior ou igual a 6 navios, que é uma restrição do problema. No entanto, para uma demanda igual ou superior a 7 navios completos, a solução será comprometida pela insuficiência de oferta de chapas, tornando a solução inviável pois fere a segunda restrição do modelo matemático.

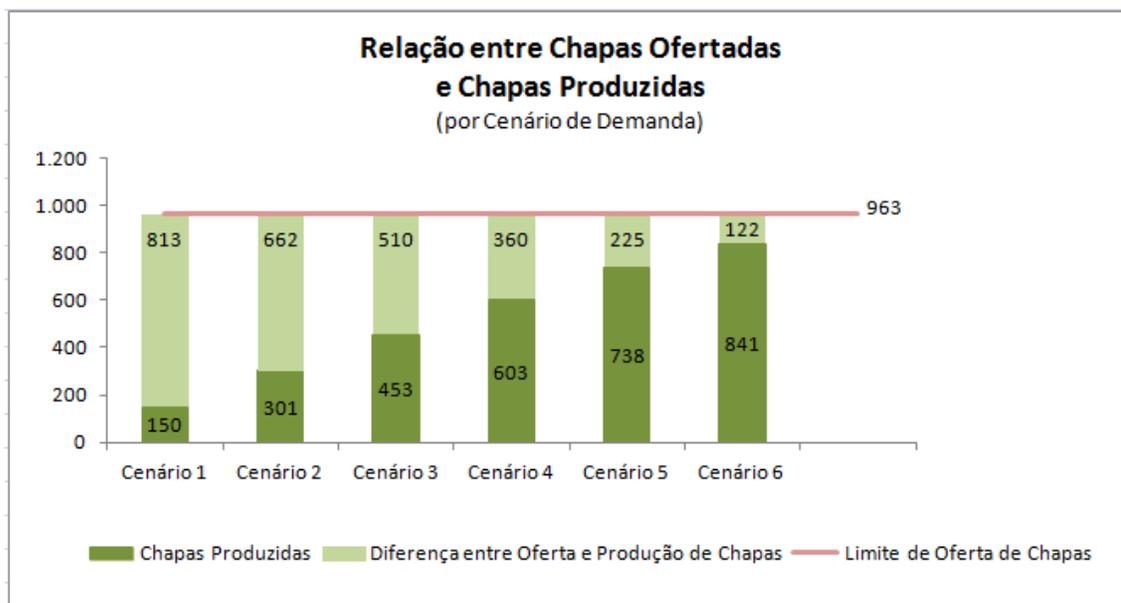


GRÁFICO 1 – Relação entre chapas ofertadas e chapas produzidas

Fonte: o Autor, 2016.

Material	Espessura	Chapas Ofertadas	Item
A32A	6 mm	176	1
			2
			3
			4
			5
			6
	15 mm	213	7
			8
			9
			10
			11
			12
			13
	25 mm	193	14
			15
			16
			17
A36A	10 mm	196	18
			19
			20
			21
			22
			23
A36A	20 mm	185	24
			25
			26
			27
			28
			29
		963	TOTAL

TABELA 5 – Detalhamento da oferta de chapas por tipo e espessura de material

Fonte: o Autor, 2016.

O Gráfico 2 mostra a relação entre a demanda e a produção de itens, gerando estoque de itens. No cenário 1 a diferença entre os itens demandados e produzidos foi de 11 itens, ou seja, estes são os itens que irão para o estoque e terão um custo associado no modelo matemático. No cenário 2 foram 04 itens para estoque. No cenário 3 foram 09. No cenário 4 foram 06. No cenário 5 foram 08 e no cenário 6 foram 17. Estes dados ficam claramente visíveis no Gráfico 3.

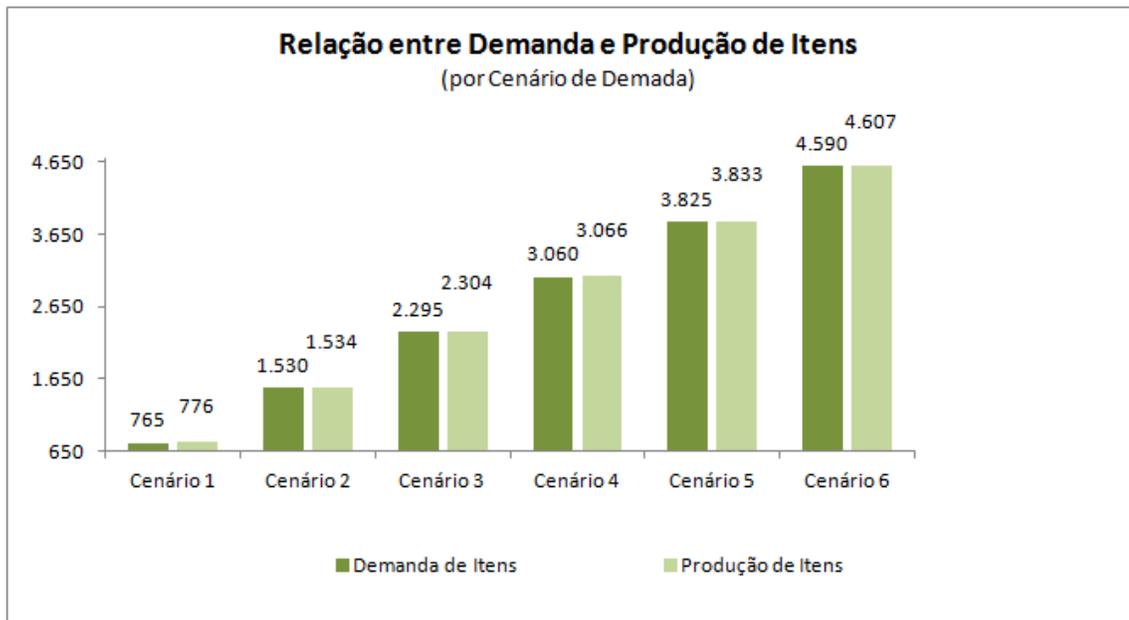


GRÁFICO 2 – Relação entre demanda e produção de itens

Fonte: o Autor, 2016.

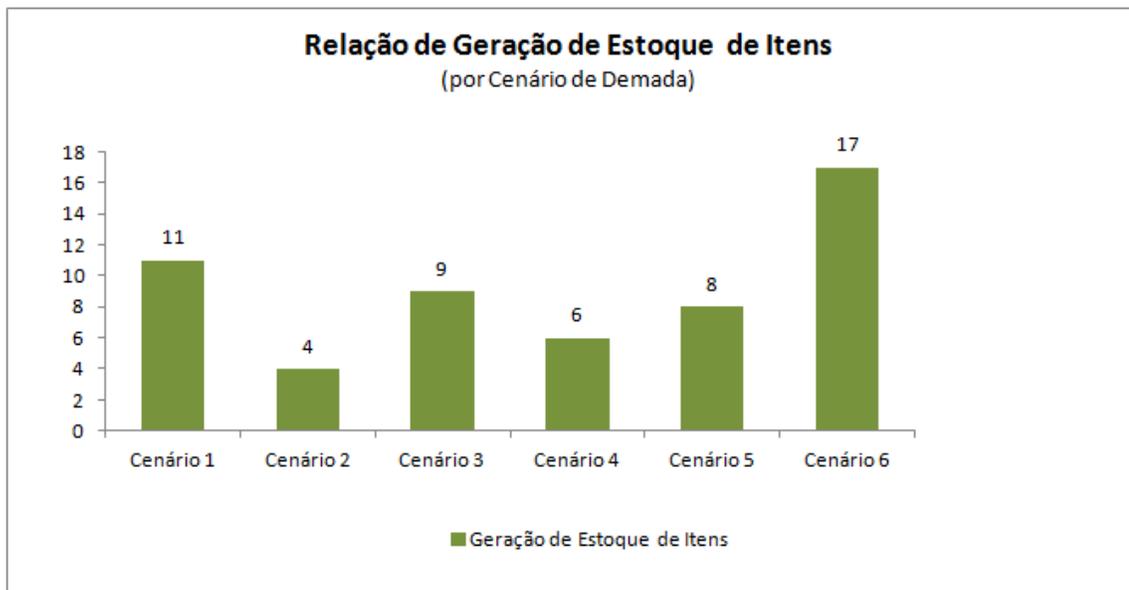


GRÁFICO 3 – Geração de estoque de Itens

Fonte: o Autor, 2016.

Em relação à utilização dos padrões de corte, o Gráfico 4 mostra quantos padrões homogêneos e heterogêneos o modelo matemático indicou. Percebe-se que o cenário 1 foi o que proporcionalmente mais utilizou padrões heterogêneos, 33%, e o cenário 4 foi o que menos utilizou padrões heterogêneos, com 12%.

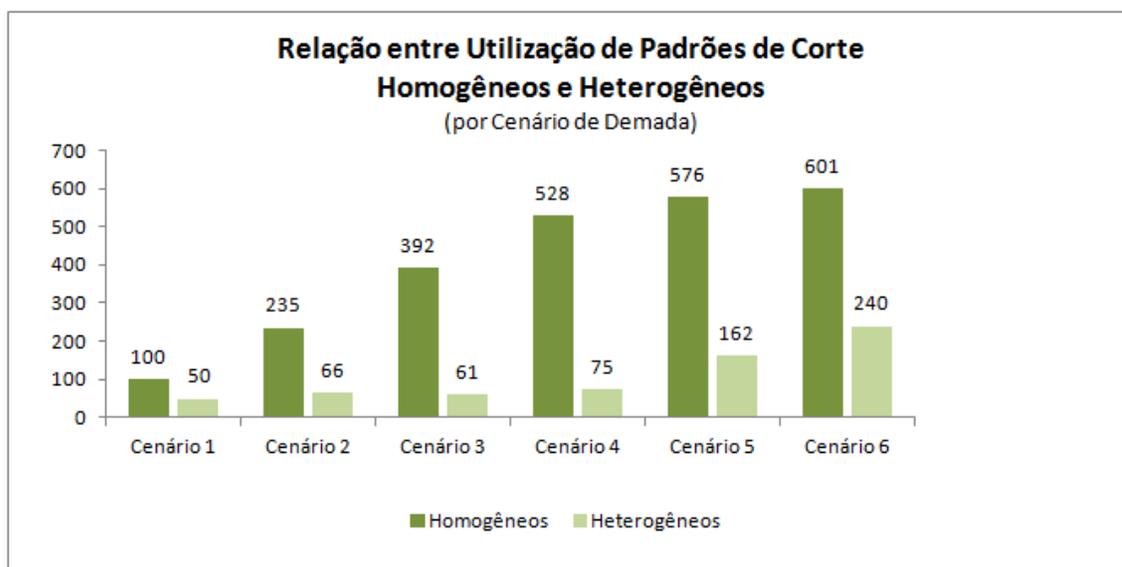


GRÁFICO 4 – Relação entre Utilização de Padrões de Corte Homogêneos e Heterogêneos

Fonte: o Autor, 2016.

Com relação ao custo de produção, o modelo matemático apresentou os custos de produção incorridos de acordo com a alteração da demanda/cenário, como mostrado no Gráfico 5. Percebe-se uma leve inclinação da reta que representa o custo entre os cenários 4 e 5, deixando claro que para atendimento às restrições, o modelo penalizou o custo, promovendo o atendimento à toda demanda por itens e sem ferir a oferta de chapas.

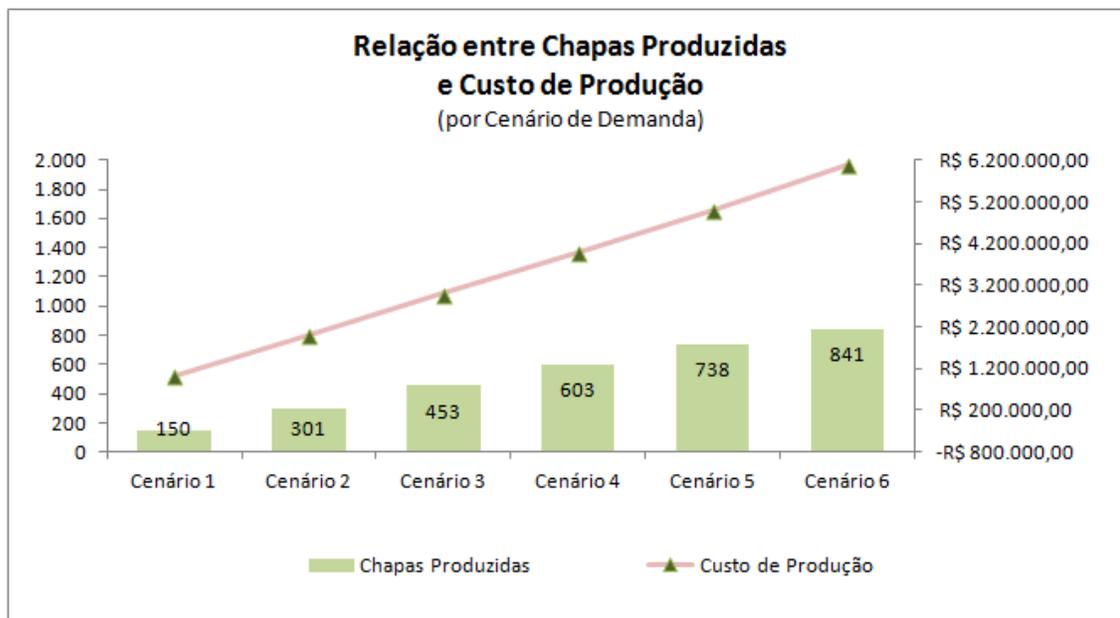


GRÁFICO 5 – Relação entre chapas produzidas e custo de produção

Fonte: o Autor, 2016.

O computador utilizado para a execução do modelo foi: DELL, com processador Intel Core 2 Duo E4600 2,40GHz, 4GB de memória RAM e Sistema Operacional Windows 7 Enterprise de 64 bits Service Pack 1.

O modelo apresentou, ao ser executado em todos os seus cenários, um tempo de execução de 0,1 segundos e ocupou 0,4 MegaByte de memória, como mostrado na Figura 10.

```

C:\Windows\system32\cmd.exe
226 lines were read
Generating CUSTO...
Generating Rest1...
Generating Rest2...
Model has been successfully generated
lp_solve_read_model: row CUSTO; constant term -7882 ignored
lp_solve_simplex: original LP has 31 rows, 54 columns, 235 non-zeros
lp_solve_simplex: presolved LP has 7 rows, 54 columns, 78 non-zeros
lp_solve_adv_basis: size of triangular part = 7
* 6: objval = 1.613840665e+006   infeas = 0.000000000e+000 (0)
OPTIMAL SOLUTION FOUND
Integer optimization begins...
+ 8: mip = not found yet >= -inf (1; 0)
+ 73: mip = 1.468527560e+006 >= 1.418510700e+006 3.4% (54; 0)
+ 86: mip = 1.426588040e+006 >= 1.418510700e+006 0.6% (62; 1)
+ 594: mip = 1.426158960e+006 >= 1.422030153e+006 0.3% (126; 265)
+ 803: mip = 1.426158960e+006 >= tree is empty 0.0% (0; 761)
INTEGER OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used: 0.1 secs
Memory used: 0.4M (461242 bytes)
lp_solve_print_mip: writing MIP problem solution to '3.5_Gen_3_Solucao_A36A_20mm_Cmax_185.txt'...

C:\Users\ui02300\Desktop\Genário 5 - Demanda de 05 Navios>pause
Pressione qualquer tecla para continuar. . .

```

FIGURA 10 – Resultado computacional

Fonte: o Autor, 2016.

6 CONCLUSÃO

A seguir são apresentadas algumas considerações a respeito do modelamento matemático no problema de corte de estoque, padrão deste trabalho.

O modelo matemático implementado para otimizar o custo de produção de itens a partir de padrões de corte, para atendimento a uma demanda pré-estabelecida, apresentou para cada cenário de variação de demanda uma solução de escolha de padrões de corte, seja padrão homogêneo, seja padrão heterogêneo. Esta escolha visou o menor custo de produção possível sem ferir nenhuma restrição do modelo, seja garantindo o atendimento integral da demanda ou não ultrapassando a oferta de chapas disponíveis.

Analisando as possíveis demandas, viu-se que para a oferta atualmente disponível de chapas, 06 é o maior número de navios (demanda completa) que é possível atender. Quando é simulada a demanda de 07 navios o modelo computacional mostra que irá ferir a restrição de oferta de chapas, não sendo, portanto, possível oferecer solução viável para o problema.

Quanto ao desafio que a USIMINAS enfrentou ao ser consultado sobre a possibilidade de realizar os cortes nos padrões gerando itens, já nas dimensões exatas para aplicação no cliente, foi realizada uma análise de todas as variáveis envolvidas: logística, custo, capacidade produtiva, restrições de equipamentos, aumento de movimentações de material, etc..

Algumas variáveis, como a logística e movimentações de material, foram decisivas no estudo que determinou a não viabilidade do projeto de realizar este corte de padrões dentro da empresa. A USIMINAS não está ainda preparada para o aumento de movimentação de itens que seria proporcionado, provocando atrasos e não atendimento a outras demandas, já que esta representaria aproximadamente 10% da demanda total.

Em resumo, o modelo matemático desenvolvido neste trabalho é aplicável na USIMINAS uma vez que ao ajustar a planta de produção para esta nova

demanda de movimentação de materiais, ele poderá ser utilizado para análise dos cortes de padrões promovendo maior valor agregado ao produto.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CANDIDO, L. C. X. **Uma Proposta para a Geração de Padrões de Corte Bidimensionais Utilizando Algoritmos Genéticos.** Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

DYCKHOFF, H. (1990). **A typology of cutting and packing problems.** European Journal of Operational Research, v. 44, p. 145-159, North-Holland, 1990.

DYCKHOFF H.; FINKE U. **Cutting and Packing in Production and Distribution: Typology and Bibliography.** Springer-Verlag Co., Heidelberg, 1992.

GILMORE, P.C.; GOMORY, R. E. **A linear programming approach to the cutting-stock problem.** European Journal of Operational Research, v. 9, p. 849-859, 1961.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. **A linear programming approach to the cutting-stock problem – Part II.** European Journal of Operational Research, v. 11, p. 864-888, 1963.

KANTOROVICH, L.V. (1960). **Mathematical methods of organizing and planning production.** Reprinted in Management Science 6, p. 366-422.

LONGHI, A. L. ; MELEGA, G. M. ; ARAUJO, S.A. de . **Modelos matemáticos para o problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque unidimensional.** Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento, v. 7, p. 82-104, 2015.

POLDI, Kelly Cristina; ARENALES, Marcos Nereu. **Heurística para o problema de corte de estoque unidimensional inteiro.** Pesquisa Operacional, v. 26, n. 3, p. 473-492, 2006.

WASCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. **An improved typology of cutting and packing problems.** European Journal of Operational Research, v. 183, p. 1109-1130, 2007.

8 APÊNDICE

8.1 Padrões de corte

8.1.1 Padrões de corte formados por itens heterogêneos

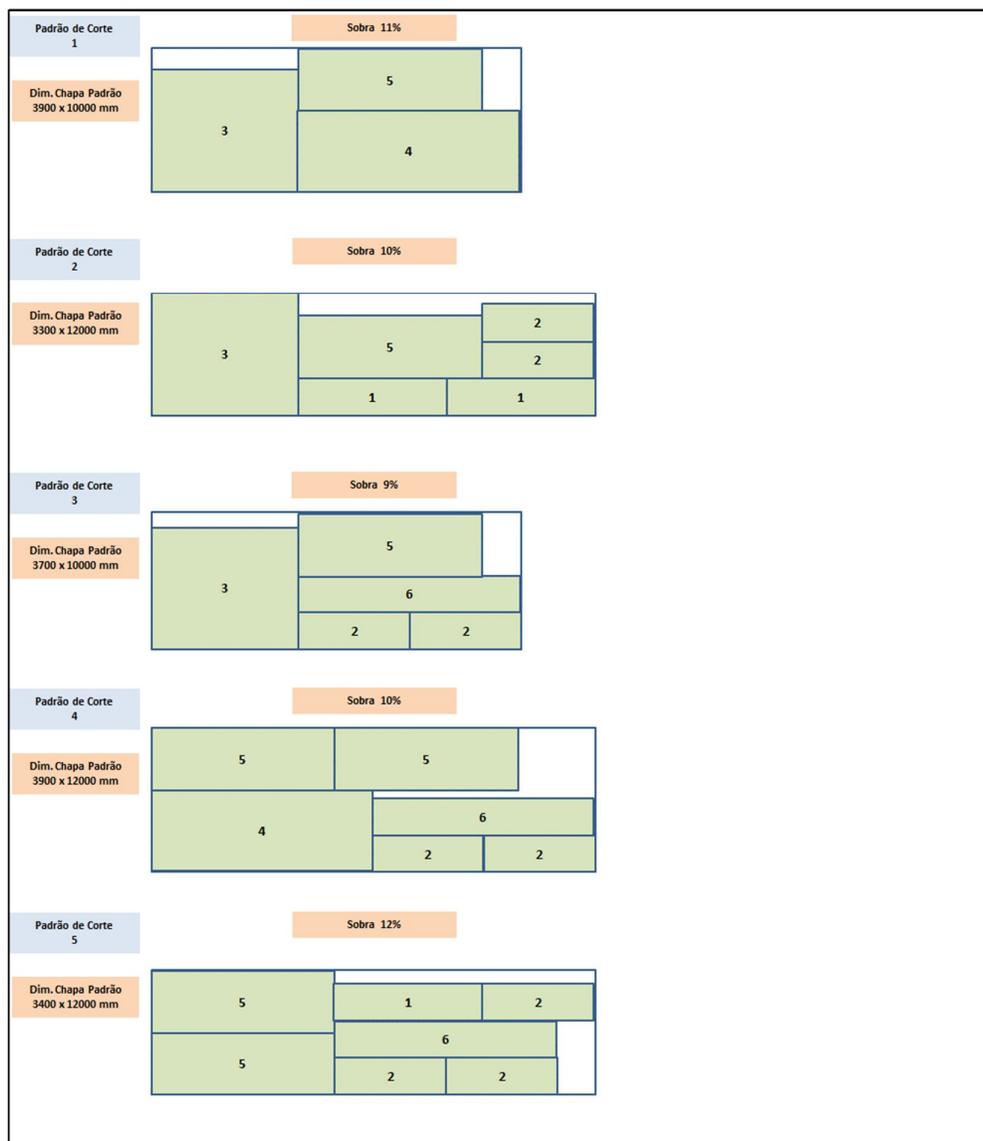


FIGURA 11 – Padrões para material A32A e espessura 6mm

Fonte: o Autor, 2016.

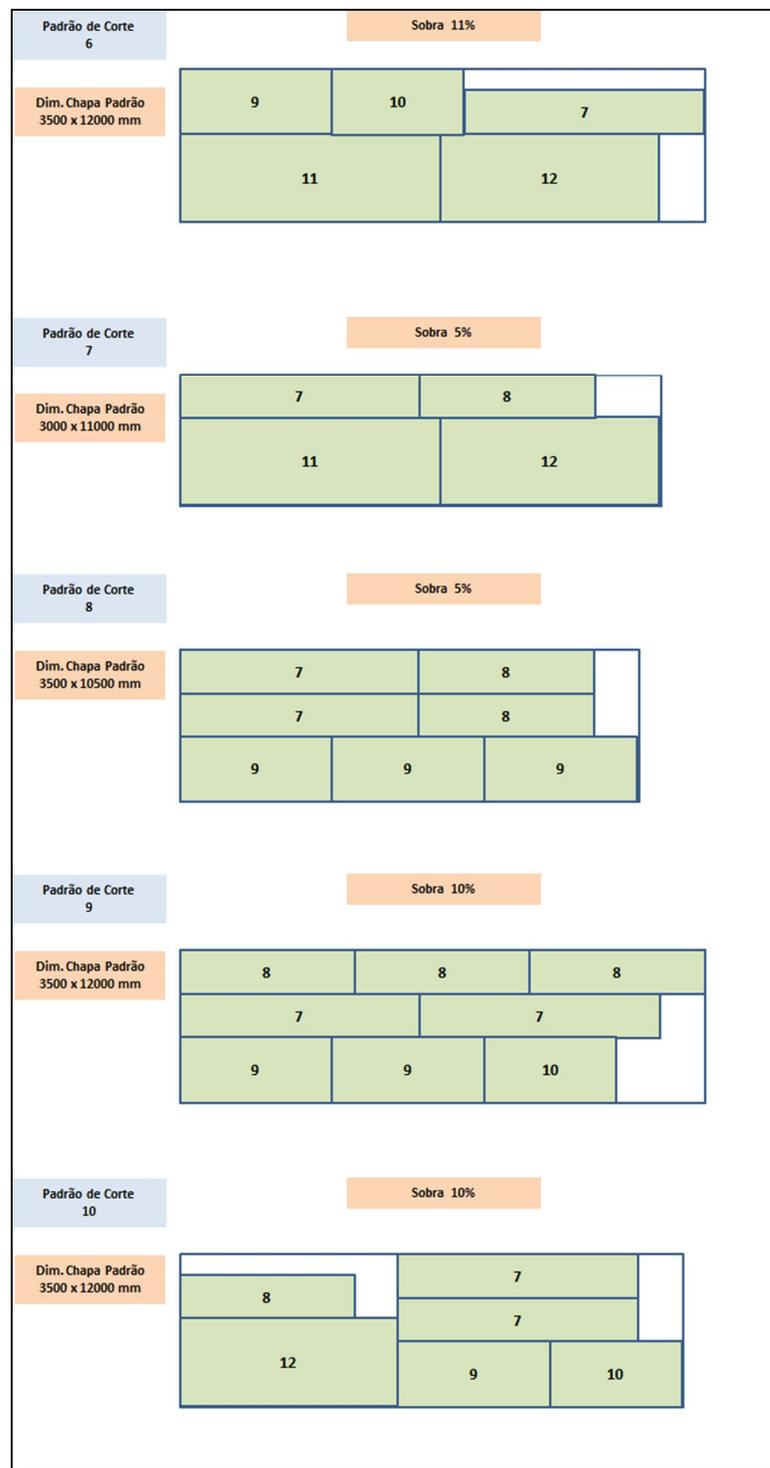


FIGURA 12 – Padrões para material A32A e espessura 15mm
 Fonte: o Autor, 2016.

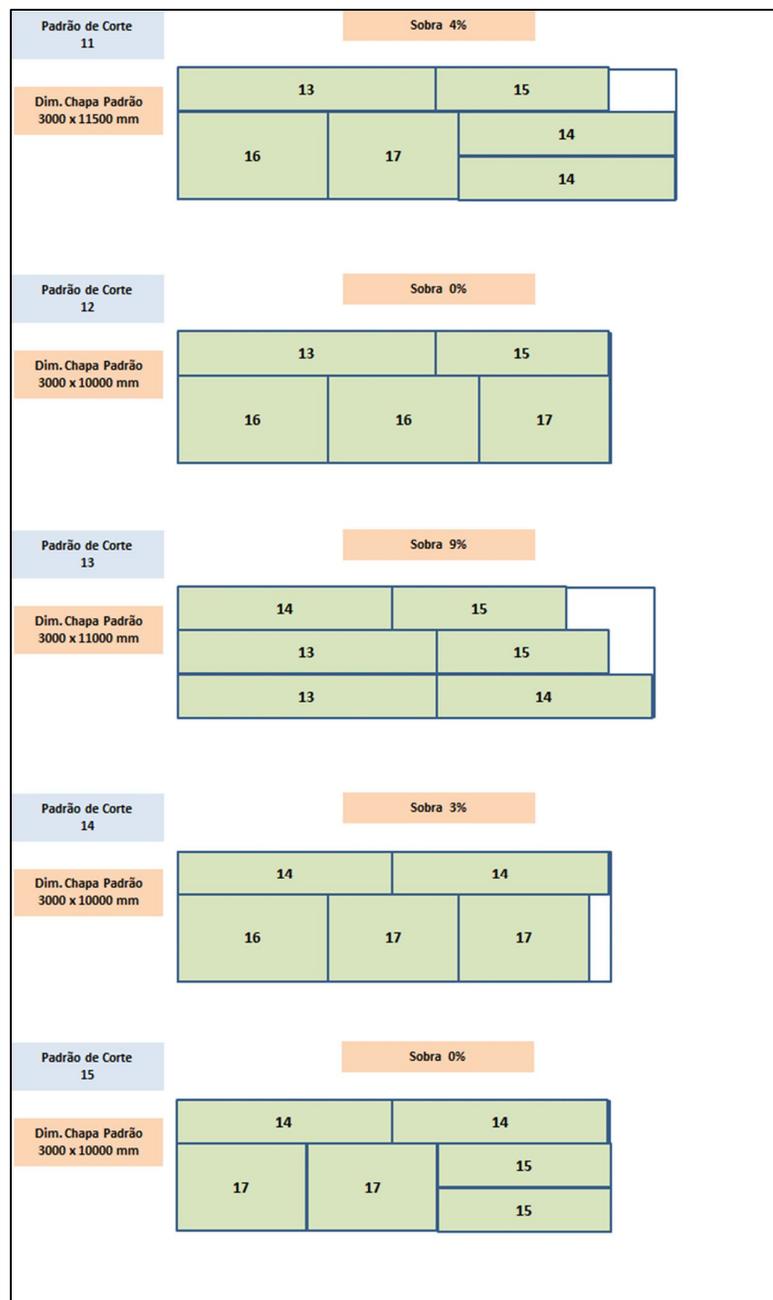


FIGURA 13 – Padrões para material A32A e espessura 25mm

Fonte: o Autor, 2016.

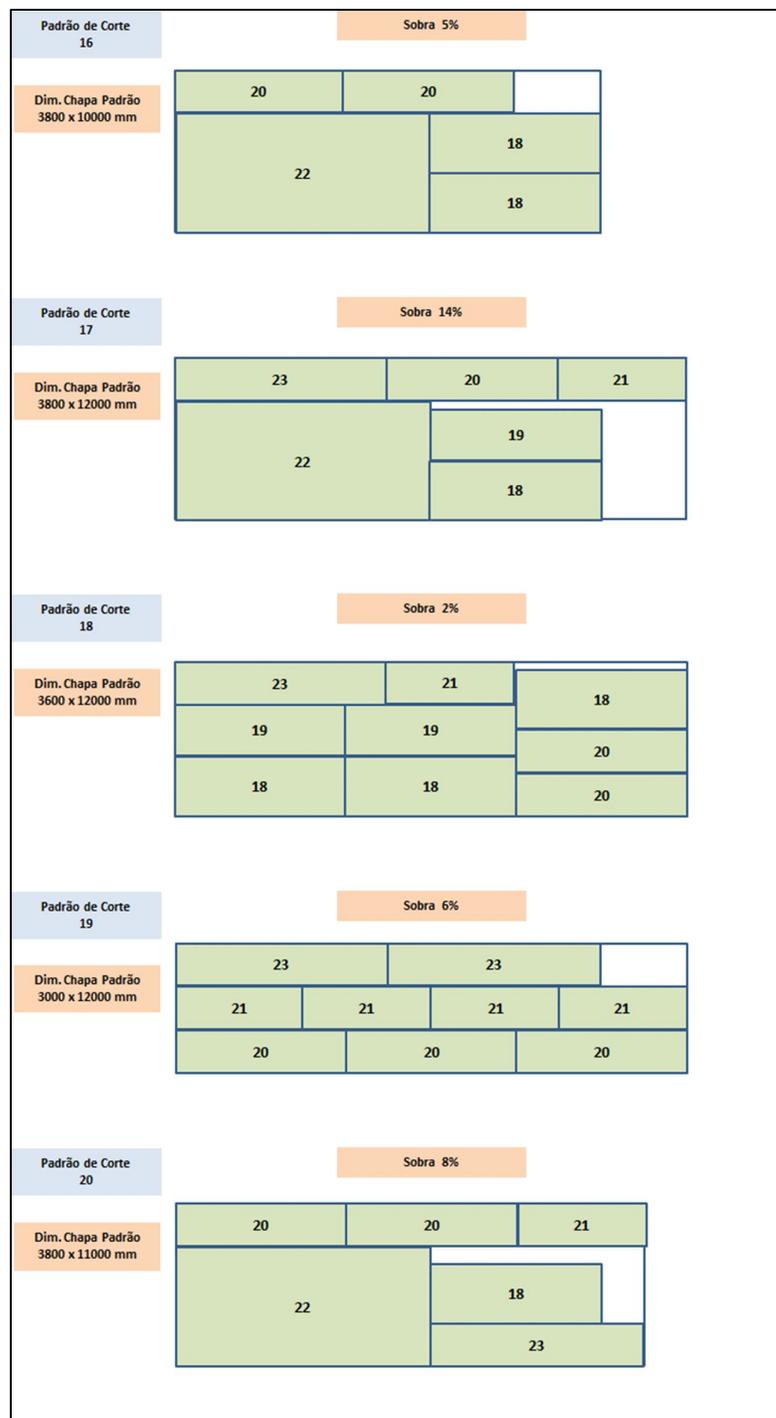


FIGURA 14 – Padrões para material A36A e espessura 10mm

Fonte: o Autor, 2016.

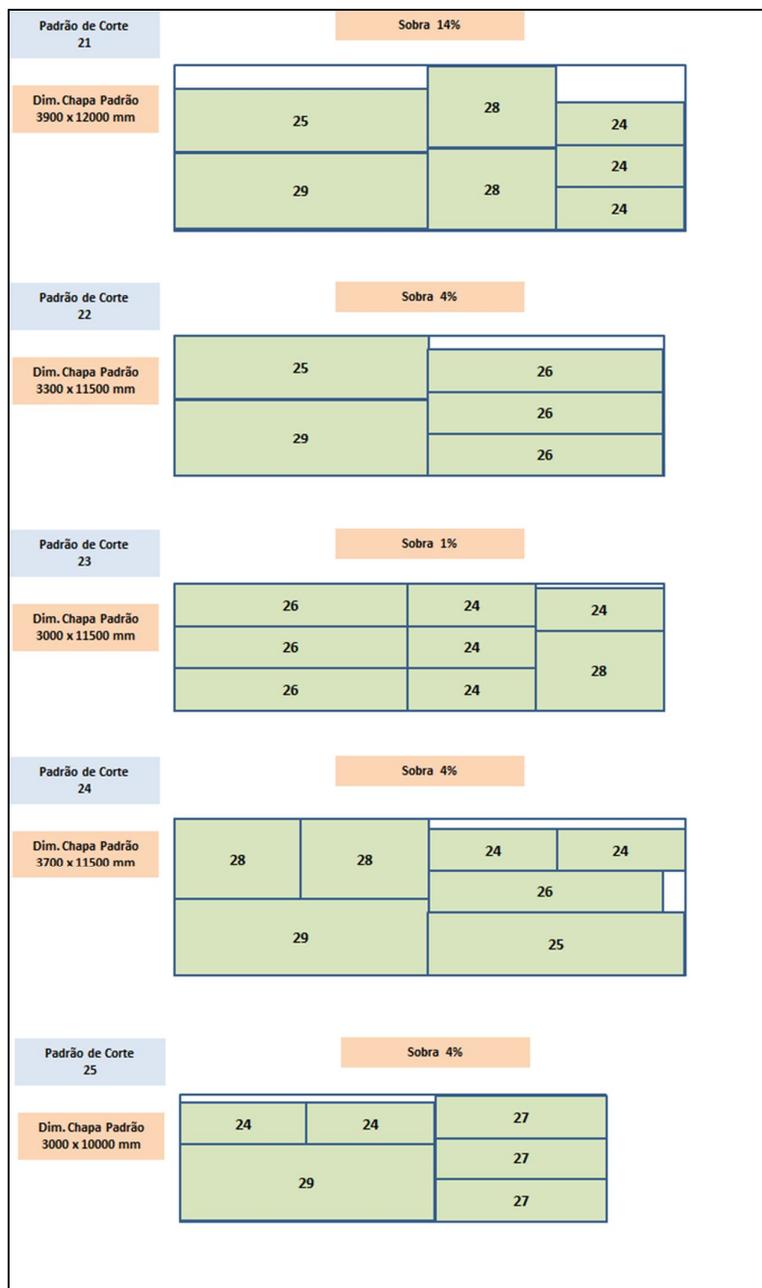


FIGURA 15 – Padrões para material A36A e espessura 20mm

Fonte: o Autor, 2016.

8.1.2 Padrões de corte formados por itens homogêneos

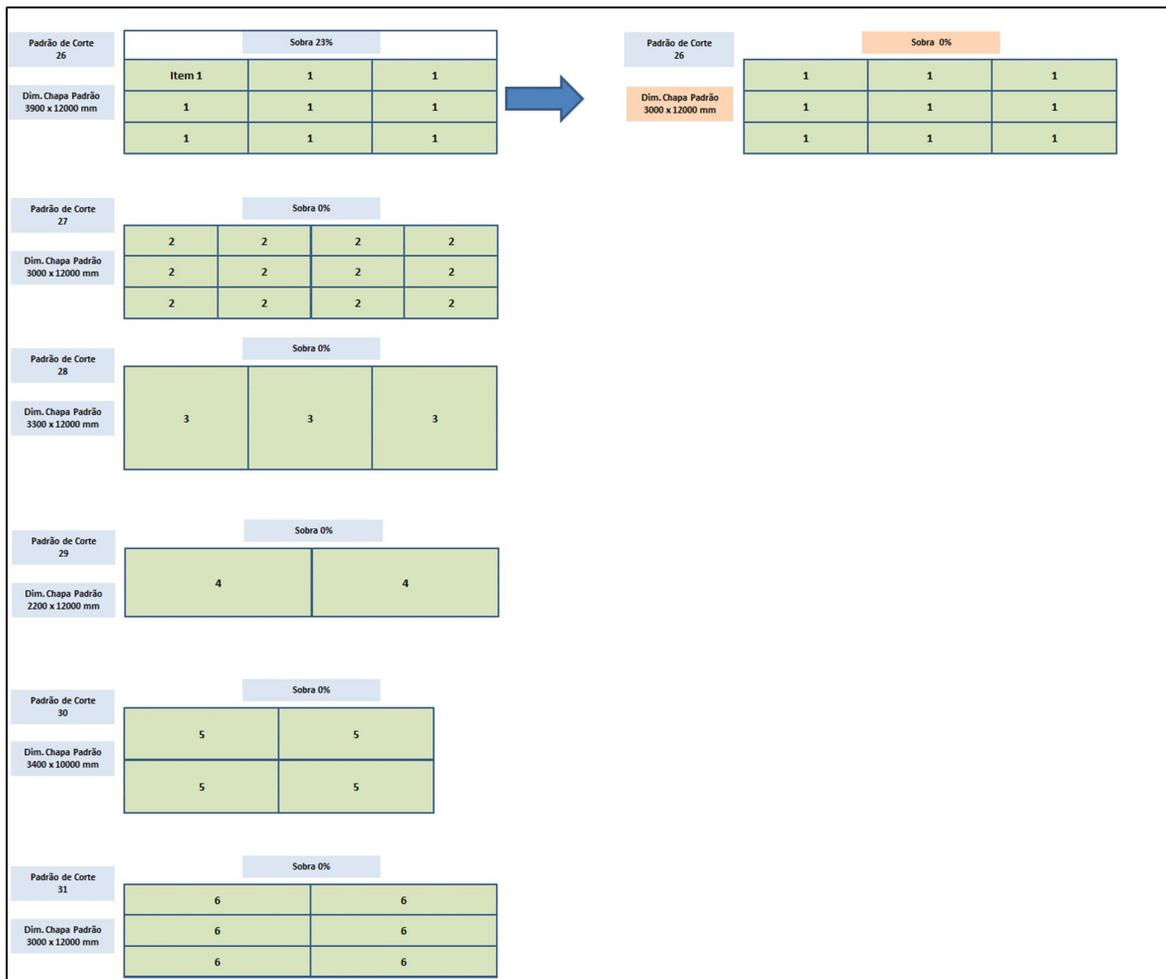


FIGURA 16 – Padrões para material A32A e espessura 6mm

Fonte: o Autor, 2016.

	Sobra 0%	
Padrão de Corte 32	7	7
Dim. Chapa Padrão 3000 x 11000 mm	7	7
	7	7

	Sobra 0%		
Padrão de Corte 33	8	8	8
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm	8	8	8
	8	8	8

	Sobra 0%		
Padrão de Corte 34	9	9	9
Dim. Chapa Padrão 3000 x 10500 mm	9	9	9
	9	9	9

	Sobra 0%			
Padrão de Corte 35	10	10	10	10
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm	10	10	10	10
	10	10	10	10

	Sobra 0%	
Padrão de Corte 36	11	11
Dim. Chapa Padrão 2000 x 12000 mm	11	11
	11	11

	Sobra 0%	
Padrão de Corte 37	12	12
Dim. Chapa Padrão 2000 x 10000 mm	12	12
	12	12

FIGURA 17 – Padrões para material A32A e espessura 15mm

Fonte: o Autor, 2016.

		Sobra 0%			
Padrão de Corte 38		13	13		
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm		13	13		
		13	13		
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 39		14	14		
Dim. Chapa Padrão 3000 x 10000 mm		14	14		
		14	14		
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 40		15	15	15	
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm		15	15	15	
		15	15	15	
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 41		16	16	16	
Dim. Chapa Padrão 2000 x 10500 mm					
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 42		17	17	17	17
Dim. Chapa Padrão 2000 x 12000 mm					

FIGURA 18 – Padrões para material A32A e espessura 25mm

Fonte: o Autor, 2016.

		Sobra 0%		
Padrão de Corte 43		18	18	18
Dim. Chapa Padrão 2800 x 12000 mm		18	18	18
		Sobra 0%		
Padrão de Corte 44		19	19	19
Dim. Chapa Padrão 3600 x 12000 mm		19	19	19
		19	19	19
		Sobra 0%		
Padrão de Corte 45		20	20	20
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm		20	20	20
		20	20	20
		Sobra 0%		
Padrão de Corte 46		21	21	21
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm		21	21	21
		21	21	21
		Sobra 0%		
Padrão de Corte 47		22		22
Dim. Chapa Padrão 2800 x 12000 mm		22		22
		Sobra 0%		
Padrão de Corte 48		23	23	
Dim. Chapa Padrão 3000 x 10000 mm		23	23	
		23	23	

FIGURA 19 – Padrões para material A36A e espessura 10mm

Fonte: o Autor, 2016.

		Sobra 0%			
Padrão de Corte 49		24	24	24	24
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm		24	24	24	24
		24	24	24	24
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 50		25		25	
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm		25		25	
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 51		26		26	
Dim. Chapa Padrão 3000 x 11000 mm		26		26	
		26		26	
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 52		27	27	27	
Dim. Chapa Padrão 3000 x 12000 mm		27	27	27	
		27	27	27	
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 53		28	28	28	28
Dim. Chapa Padrão 3900 x 12000 mm		28	28	28	28
		Sobra 0%			
Padrão de Corte 54		29		29	
Dim. Chapa Padrão 3600 x 12000 mm		29		29	

FIGURA 20 – Padrões para material A36A e espessura 20mm

Fonte: o Autor, 2016.

8.2 Dados dos padrões de corte

Dados dos Itens							Dados da Chapa Base									
ID Item	Material	Espessura (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso (Kg)	Custo de Estoque por item (R\$/item mês)	ID Padrão	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso da Chapa Base (Kg)	n° de itens na Chapa (unid)	Área Utilizada (%)	Área de Sobre (%)	Custo de Produção deste padrão	Custo da Sobre	Valor de venda da Sobre/Sucata
3	A32A	6	3300	4000	622		1	3900	10000	1837	1	89%	11%	R\$ 3.306,42	R\$ 347,60	R\$ 96,56
4	A32A	6	2200	6000	622	1										
5	A32A	6	1700	5000	400	1										
1	A32A	6	1000	4000	188		2	3300	12000	1865	2	90%	10%	R\$ 3.357,29	R\$ 330,64	R\$ 91,85
2	A32A	6	1000	3000	141	2										
3	A32A	6	3300	4000	622	1										
5	A32A	6	1700	5000	400	1										
2	A32A	6	1000	3000	141		3	3700	10000	1743	2	91%	9%	R\$ 3.136,86	R\$ 279,77	R\$ 77,72
3	A32A	6	3300	4000	622	1										
5	A32A	6	1700	5000	400	1										
6	A32A	6	1000	6000	283	1										
2	A32A	6	1000	3000	141		4	3900	12000	2204	2	90%	10%	R\$ 3.967,70	R\$ 389,99	R\$ 108,33
4	A32A	6	2200	6000	622	1										
5	A32A	6	1700	5000	400	2										
6	A32A	6	1000	6000	283	1										
1	A32A	6	1000	4000	188		5	3400	12000	1922	1	88%	12%	R\$ 3.459,02	R\$ 406,94	R\$ 113,04
2	A32A	6	1000	3000	141	3										
5	A32A	6	1700	5000	400	2										
6	A32A	6	1000	6000	283	1										

TABELA 6 – Dados dos padrões para material A32A e espessura 6mm

Fonte: o Autor, 2016.

Dados dos Itens							Dados da Chapa Base									
ID Item	Material	Espessura (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso (Kg)	Custo de Estoque por item (R\$/item mês)	ID Padrão	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso da Chapa Base (Kg)	n° de itens na Chapa (unid)	Área Utilizada (%)	Área de Sobre (%)	Custo de Produção deste padrão	Custo da Sobre	Valor de venda da Sobre/Sucata
7	A32A	15	1000	5500	648		6	3500	12000	4946	1	89%	11%	R\$ 8.901,90	R\$ 1.006,76	R\$ 279,66
9	A32A	15	1500	3500	618	1										
10	A32A	15	1500	3000	530	1										
11	A32A	15	2000	6000	1413	1										
12	A32A	15	2000	5000	1178	1										
7	A32A	15	1000	5500	648		7	3000	11000	3886	1	95%	5%	R\$ 6.994,35	R\$ 317,93	R\$ 88,31
8	A32A	15	1000	4000	471	1										
11	A32A	15	2000	6000	1413	1										
12	A32A	15	2000	5000	1178	1										
7	A32A	15	1000	5500	648		8	3500	10500	4327	2	95%	5%	R\$ 7.789,16	R\$ 423,90	R\$ 117,75
8	A32A	15	1000	4000	471	2										
9	A32A	15	1500	3500	618	3										
7	A32A	15	1000	5500	648		9	3500	12000	4946	2	90%	10%	R\$ 8.901,90	R\$ 847,80	R\$ 235,50
8	A32A	15	1000	4000	471	3										
9	A32A	15	1500	3500	618	2										
10	A32A	15	1500	3000	530	1										
7	A32A	15	1000	5500	648		10	3500	11500	4739	2	86%	14%	R\$ 8.530,99	R\$ 1.165,73	R\$ 323,81
8	A32A	15	1000	4000	471	1										
9	A32A	15	1500	3500	618	1										
10	A32A	15	1500	3000	530	1										
12	A32A	15	2000	5000	1178	1										

TABELA 7 – Dados dos padrões para material A32A e espessura 15mm

Fonte: o Autor, 2016.

Dados dos Itens							Dados da Chapa Base									
ID Item	Material	Espessura (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso (Kg)	Custo de Estoque por item (R\$/item mês)	ID Padrão	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso da Chapa Base (Kg)	n° de itens na Chapa (unid)	Área Utilizada (%)	Área de Sobre (%)	Custo de Produção deste padrão	Custo da Sobre	Valor de venda da Sobre/Sucata
13	A32A	25	1000	6000	1178		11	3000	11500	6771	1	96%	4%	R\$ 12.187,13	R\$ 529,88	R\$ 147,19
14	A32A	25	1000	5000	981											
15	A32A	25	1000	4000	785											
16	A32A	25	2000	3500	1374											
17	A32A	25	2000	3000	1178											
13	A32A	25	1000	6000	1178		12	3000	10000	5888	1	100%	0%	R\$ 10.597,50	R\$ -	R\$ -
15	A32A	25	1000	4000	785											
16	A32A	25	2000	3500	1374											
17	A32A	25	2000	3000	1178											
13	A32A	25	1000	6000	1178											
14	A32A	25	1000	5000	981		13	3000	11000	6476	2	91%	9%	R\$ 11.657,25	R\$ 1.059,75	R\$ 294,38
15	A32A	25	1000	5000	981											
15	A32A	25	1000	4000	785											
14	A32A	25	1000	5000	981		14	3000	10000	5888	2	97%	3%	R\$ 10.597,50	R\$ 353,25	R\$ 98,13
16	A32A	25	2000	3500	1374											
17	A32A	25	2000	3000	1178											
14	A32A	25	1000	5000	981	15	3000	10000	5888	2	100%	0%	R\$ 10.597,50	R\$ -	R\$ -	
15	A32A	25	1000	4000	785											
17	A32A	25	2000	3000	1178											

TABELA 8 – Dados dos padrões para material A32A e espessura 25mm

Fonte: o Autor, 2016.

Dados dos Itens							Dados da Chapa Base									
ID Item	Material	Espessura (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso (Kg)	Custo de Estoque por item (R\$/item mês)	ID Padrão	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso da Chapa Base (Kg)	n° de itens na Chapa (unid)	Área Utilizada (%)	Área de Sobre (%)	Custo de Produção deste padrão	Custo da Sobre	Valor de venda da Sobre/Sucata
18	A36A	10	1400	4000	440		16	3800	10000	2983	2	95%	5%	R\$ 5.369,40	R\$ 282,60	R\$ 78,50
20	A36A	10	1000	4000	314											
22	A36A	10	2800	6000	1319											
18	A36A	10	1400	4000	440		17	3800	12000	3580	1	86%	14%	R\$ 6.443,28	R\$ 904,32	R\$ 251,20
19	A36A	10	1200	4000	377											
20	A36A	10	1000	4000	314											
21	A36A	10	1000	3000	236											
22	A36A	10	2800	6000	1319											
23	A36A	10	1000	5000	393											
18	A36A	10	1400	4000	440		18	3600	12000	3391	3	98%	2%	R\$ 6.104,16	R\$ 113,04	R\$ 31,40
19	A36A	10	1200	4000	377											
20	A36A	10	1000	4000	314											
21	A36A	10	1000	3000	236											
23	A36A	10	1000	5000	393											
20	A36A	10	1000	4000	314		19	3000	12000	2826	3	94%	6%	R\$ 5.086,80	R\$ 282,60	R\$ 78,50
21	A36A	10	1000	3000	236											
23	A36A	10	1000	5000	393											
18	A36A	10	1400	4000	440	20	3800	11000	3281	1	92%	8%	R\$ 5.906,34	R\$ 480,42	R\$ 133,45	
20	A36A	10	1000	4000	314											
21	A36A	10	1000	3000	236											
22	A36A	10	2800	6000	1319											
23	A36A	10	1000	5000	393											

TABELA 9 – Dados dos padrões para material A36A e espessura 10mm

Fonte: o Autor, 2016.

Dados dos Itens							Dados da Chapa Base									
ID Item	Material	Espessura (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso (Kg)	Custo de Estoque por item (R\$/item mês)	ID Padrão	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso da Chapa Base (Kg)	n° de Itens na Chapa (unid)	Área Utilizada (%)	Área de Sobre (%)	Custo de Produção deste padrão	Custo da Sobre	Valor de venda da Sobre/Sucata
24	A36A	20	1000	3000	471		21	3900	12000	7348	3	86%	14%	R\$ 13.225,68	R\$ 1.865,16	R\$ 518,10
25	A36A	20	1500	6000	1413						1					
28	A36A	20	1900	3000	895						2					
29	A36A	20	1800	6000	1696						1					
25	A36A	20	1500	6000	1413		22	3300	11500	5958	1	96%	4%	R\$ 10.724,67	R\$ 466,29	R\$ 129,53
26	A36A	20	1000	5500	864						3					
29	A36A	20	1800	6000	1696						1					
24	A36A	20	1000	3000	471		23	3000	11500	5417	4	99%	1%	R\$ 9.749,70	R\$ 84,78	R\$ 23,55
26	A36A	20	1000	5500	864						3					
28	A36A	20	1900	3000	895						1					
24	A36A	20	1000	3000	471		24	3700	12000	6971	2	96%	4%	R\$ 12.547,44	R\$ 480,42	R\$ 133,45
25	A36A	20	1500	6000	1413						1					
26	A36A	20	1000	5500	864	1										
28	A36A	20	1900	3000	895	2										
29	A36A	20	1800	6000	1696	1										
24	A36A	20	1000	3000	471	25	3000	10000	4710	2	96%	4%	R\$ 8.478,00	R\$ 339,12	R\$ 94,20	
27	A36A	20	1000	4000	628					3						
29	A36A	20	1800	6000	1696					1						

TABELA 10 – Dados dos padrões para material A36A e espessura 20mm

Fonte: o Autor, 2016.

Dados dos Itens							Dados da Chapa Base									
ID Item	Material	Espessura (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso (Kg)	Custo de Estoque por item (R\$/item mês)	ID Padrão	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Peso da Chapa Base (Kg)	n° de itens na Chapa (unid)	Área Utilizada (%)	Área de Sobre (%)	Custo de Produção deste padrão	Custo da Sobre	Valor de venda da Sobre/Sucata
1	A32A	6	1000	4000	188	R\$ 1,88	26	3000	12000	1696	9	100%	0%	R\$ 3.052,08	R\$ -	R\$ -
2	A32A	6	1000	3000	141	R\$ 1,41	27	3000	12000	1696	12	100%	0%	R\$ 3.052,08	R\$ -	R\$ -
3	A32A	6	3300	4000	622	R\$ 6,22	28	3300	12000	1865	3	100%	0%	R\$ 3.357,29	R\$ -	R\$ -
4	A32A	6	2200	6000	622	R\$ 6,22	29	2200	12000	1243	2	100%	0%	R\$ 2.238,19	R\$ -	R\$ -
5	A32A	6	1700	5000	400	R\$ 4,00	30	3400	10000	1601	4	100%	0%	R\$ 2.882,52	R\$ -	R\$ -
6	A32A	6	1000	6000	283	R\$ 2,83	31	3000	12000	1696	6	100%	0%	R\$ 3.052,08	R\$ -	R\$ -
7	A32A	15	1000	5500	648	R\$ 6,48	32	3000	11000	3886	6	100%	0%	R\$ 6.994,35	R\$ -	R\$ -
8	A32A	15	1000	4000	471	R\$ 4,71	33	3000	12000	4239	9	100%	0%	R\$ 7.630,20	R\$ -	R\$ -
9	A32A	15	1500	3500	618	R\$ 6,18	34	3000	10500	3709	6	100%	0%	R\$ 6.676,43	R\$ -	R\$ -
10	A32A	15	1500	3000	530	R\$ 5,30	35	3000	12000	4239	8	100%	0%	R\$ 7.630,20	R\$ -	R\$ -
11	A32A	15	2000	6000	1413	R\$ 14,13	36	2000	12000	2826	2	100%	0%	R\$ 5.086,80	R\$ -	R\$ -
12	A32A	15	2000	5000	1178	R\$ 11,78	37	2000	10000	2355	2	100%	0%	R\$ 4.239,00	R\$ -	R\$ -
13	A32A	25	1000	6000	1178	R\$ 11,78	38	3000	12000	7065	6	100%	0%	R\$ 12.717,00	R\$ -	R\$ -
14	A32A	25	1000	5000	981	R\$ 9,81	39	3000	10000	5888	6	100%	0%	R\$ 10.597,50	R\$ -	R\$ -
15	A32A	25	1000	4000	785	R\$ 7,85	40	3000	12000	7065	9	100%	0%	R\$ 12.717,00	R\$ -	R\$ -
16	A32A	25	2000	3500	1374	R\$ 13,74	41	2000	10500	4121	3	100%	0%	R\$ 7.418,25	R\$ -	R\$ -
17	A32A	25	2000	3000	1178	R\$ 11,78	42	2000	12000	4710	4	100%	0%	R\$ 8.478,00	R\$ -	R\$ -
18	A36A	10	1400	4000	440	R\$ 4,40	43	2800	12000	2638	6	100%	0%	R\$ 4.747,68	R\$ -	R\$ -
19	A36A	10	1200	4000	377	R\$ 3,77	44	3600	12000	3391	9	100%	0%	R\$ 6.104,16	R\$ -	R\$ -
20	A36A	10	1000	4000	314	R\$ 3,14	45	3000	12000	2826	9	100%	0%	R\$ 5.086,80	R\$ -	R\$ -
21	A36A	10	1000	3000	236	R\$ 2,36	46	3000	12000	2826	12	100%	0%	R\$ 5.086,80	R\$ -	R\$ -
22	A36A	10	2800	6000	1319	R\$ 13,19	47	2800	12000	2638	2	100%	0%	R\$ 4.747,68	R\$ -	R\$ -
23	A36A	10	1000	5000	393	R\$ 3,93	48	3000	10000	2355	6	100%	0%	R\$ 4.239,00	R\$ -	R\$ -
24	A36A	20	1000	3000	471	R\$ 4,71	49	3000	12000	5652	12	100%	0%	R\$ 10.173,60	R\$ -	R\$ -
25	A36A	20	1500	6000	1413	R\$ 14,13	50	3000	12000	5652	4	100%	0%	R\$ 10.173,60	R\$ -	R\$ -
26	A36A	20	1000	5500	864	R\$ 8,64	51	3000	11000	5181	6	100%	0%	R\$ 9.325,80	R\$ -	R\$ -
27	A36A	20	1000	4000	628	R\$ 6,28	52	3000	12000	5652	9	100%	0%	R\$ 10.173,60	R\$ -	R\$ -
28	A36A	20	1900	3000	895	R\$ 8,95	53	3800	12000	7159	8	100%	0%	R\$ 12.886,56	R\$ -	R\$ -
29	A36A	20	1800	6000	1696	R\$ 16,96	54	3600	12000	6782	4	100%	0%	R\$ 12.208,32	R\$ -	R\$ -

TABELA 11 – Dados dos padrões de itens homogêneos (A32A e A36A)

Fonte: o Autor, 2016.

8.3 Modelo matemático

```

#### Minimização do custo de produção
#Itens e Padrões de Cortes

set I; # Itens a serem cortados
set J; # Padrões de corte (arranjos elaborados com possibilidades de cortes dos itens dentro das chapas base)

#### Parâmetros

# Número de itens do tipo i nos j padrões de corte disponíveis
param N[i in I, j in J];

# Custo do material padrão j adotado (R$) (cada padrão possui um custo de produção associado)
param CP[j in J];

# Demanda dos tipos de itens com diferentes tamanhos (unidades dos itens)
param D[i in I];

# Custo de estoque do item i gerado por não venda/demanda (mensal)
param CEI[i in I];

# Variável de Decisão (Quantidade de vezes que o padrão j é utilizado)
var x[j in J], >=0, integer;

# Oferta máxima de chapas (unidades dos padrões por mês)
param Cmax[j in J];
param Cmax=100;

#### Função Objetivo

# Função Objetivo (Minimizar o custo de produção que é composto pelo custo da chapa base
# - custo de venda das sobras + custo de estoque)

minimize CUSTO: sum(j in J) CP[j]*x[j] + (sum(i in I, j in J) (CEI[i] * (N[i,j]*x[j])) - sum(i in I) (CEI[i] * D[i]));

#### Restrições

# O somatório do produto dos padrões pela quantidade que eles serão utilizados, deverá ser maior que a demanda
s.t. Rest1[i in I]: sum(j in J) N[i,j]*x[j] >= D[i];

# Somatório dos padrões gerados não poderá exceder limite máximo de oferta (padrões/mês)
s.t. Rest2: sum(j in J) x[j] <= 176;

end;

```

FIGURA 21 – Modelo Matemático computacional (GLPK)

Fonte: o Autor, 2016.

8.4 Configurações do computador utilizado na execução do modelo

Exibir informações básicas sobre o computador

Windows Edition

Windows 7 Enterprise

Copyright © 2009 Microsoft Corporation. Todos os direitos reservados.

Service Pack 1

Sistema

Classificação:	Classificação do sistema indisponível
Processador:	Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU E4600 @ 2.40GHz 2.40 GHz
Memória instalada (RAM):	4,00 GB
Tipo de sistema:	Sistema Operacional de 64 Bits

FIGURA 22 – Configurações do computador utilizado na execução do modelo

Fonte: o Autor, 2016.

8.5 Resultados do modelo matemático

				Cenário 1					
				Produção de 01 Navio					
Material	Espessura	Chapas Ofertadas	Item	Produzido	Demanda	Dif.	Chapas Produzidas	Dif.	Custo
A32A	6 mm	176	1	13	13	0	24	152	R\$ 71.638,19
			2	14	14	0			
			3	21	21	0			
			4	11	11	0			
			5	16	16	0			
			6	29	26	3			
	15 mm	213	7	25	25	0	44	169	R\$ 260.401,18
			8	29	29	0			
			9	32	32	0			
			10	21	21	0			
			11	37	37	0			
			12	25	25	0			
	25 mm	193	13	15	15	0	22	171	R\$ 222.262,95
			14	18	17	1			
			15	27	27	0			
			16	15	15	0			
			17	39	39	0			
A36A	10 mm	196	18	35	35	0	32	164	R\$ 166.733,23
			19	33	33	0			
			20	44	43	1			
			21	57	54	3			
			22	18	18	0			
A36A	20 mm	185	23	33	33	0	28	157	R\$ 292.597,30
			24	38	37	1			
			25	26	26	0			
			26	32	32	0			
			27	30	29	1			
			28	18	17	1			
			29	25	25	0			
		963	TOTAL	776	765	11	150	813	R\$ 1.013.632,85

TABELA 12 – Dados da solução do modelo matemático para o cenário 1

Fonte: o Autor, 2016.

				Cenário 2					
				Produção de 02 Navios					
Material	Espessura	Chapas Ofertadas	Item	Produzido	Demanda	Dif.	Chapas Produzidas	Dif.	Custo
A32A	6 mm	176	1	26	26	0	46	130	R\$ 139.325,64
			2	28	28	0			
			3	42	42	0			
			4	22	22	0			
			5	32	32	0			
			6	52	52	0			
	15 mm	213	7	50	50	0	92	121	R\$ 516.592,81
			8	58	58	0			
			9	64	64	0			
			10	42	42	0			
			11	74	74	0			
			12	50	50	0			
	25 mm	193	13	30	30	0	44	149	R\$ 440.080,82
			14	34	34	0			
			15	54	54	0			
			16	30	30	0			
			17	78	78	0			
A36A	10 mm	196	18	70	70	0	65	131	R\$ 329.563,42
			19	66	66	0			
			20	86	86	0			
			21	110	108	2			
			22	36	36	0			
			23	66	66	0			
A36A	20 mm	185	24	74	74	0	54	131	R\$ 572.014,60
			25	52	52	0			
			26	64	64	0			
			27	60	58	2			
			28	34	34	0			
			29	50	50	0			
		963	TOTAL	1534	1530	4	301	662	R\$ 1.997.577,29

TABELA 13 – Dados da solução do modelo matemático para o cenário 2

Fonte: o Autor, 2016.

				Cenário 3					
				Produção de 03 Navios					
Material	Espessura	Chapas Ofertadas	Item	Produzido	Demanda	Dif.	Chapas Produzidas	Dif.	Custo
A32A	6 mm	176	1	40	39	1	70	106	R\$ 208.224,55
			2	42	42	0			
			3	63	63	0			
			4	33	33	0			
			5	48	48	0			
			6	79	78	1			
	15 mm	213	7	75	75	0	138	75	R\$ 772.863,37
			8	87	87	0			
			9	96	96	0			
			10	64	63	1			
			11	111	111	0			
	25 mm	193	12	75	75	0	66	127	R\$ 661.578,38
			13	45	45	0			
			14	52	51	1			
			15	81	81	0			
			16	45	45	0			
			17	117	117	0			
A36A	10 mm	196	18	105	105	0	98	98	R\$ 493.181,76
			19	99	99	0			
			20	129	129	0			
			21	165	162	3			
			22	54	54	0			
			23	99	99	0			
A36A	20 mm	185	24	112	111	1	81	104	R\$ 855.491,44
			25	78	78	0			
			26	97	96	1			
			27	87	87	0			
			28	51	51	0			
			29	75	75	0			
		963	TOTAL	2304	2295	9	453	510	R\$ 2.991.339,50

TABELA 14 – Dados da solução do modelo matemático para o cenário 3

Fonte: o Autor, 2016.

				Cenário 4					
				Produção de 04 Navios					
Material	Espessura	Chapas Ofertadas	Item	Produzido	Demanda	Dif.	Chapas Produzidas	Dif.	Custo
A32A	6 mm	176	1	52	52	0	94	82	R\$ 276.626,51
			2	59	56	3			
			3	84	84	0			
			4	44	44	0			
			5	64	64	0			
			6	104	104	0			
	15 mm	213	7	100	100	0	184	29	R\$ 1.029.397,10
			8	116	116	0			
			9	128	128	0			
			10	84	84	0			
			11	148	148	0			
			12	100	100	0			
	25 mm	193	13	60	60	0	88	105	R\$ 880.161,64
			14	68	68	0			
			15	108	108	0			
			16	60	60	0			
			17	156	156	0			
A36A	10 mm	196	18	142	140	2	131	65	R\$ 656.237,40
			19	132	132	0			
			20	172	172	0			
			21	216	216	0			
			22	72	72	0			
			23	132	132	0			
A36A	20 mm	185	24	148	148	0	106	79	R\$ 1.137.312,72
			25	104	104	0			
			26	128	128	0			
			27	117	116	1			
			28	68	68	0			
			29	100	100	0			
		963	TOTAL	3066	3060	6	603	360	R\$ 3.979.735,37

TABELA 15 – Dados da solução do modelo matemático para o cenário 4

Fonte: o Autor, 2016.

				Cenário 5					
				Produção de 05 Navios					
Material	Espessura	Chapas Ofertadas	Item	Produzido	Demanda	Dif.	Chapas Produzidas	Dif.	Custo
A32A	6 mm	176	1	65	65	0	117	59	R\$ 344.309,74
			2	70	70	0			
			3	105	105	0			
			4	55	55	0			
			5	80	80	0			
			6	130	130	0			
	15 mm	213	7	125	125	0	213	0	R\$ 1.299.865,51
			8	145	145	0			
			9	160	160	0			
			10	106	105	1			
			11	185	185	0			
	25 mm	193	12	125	125	0	109	84	R\$ 1.101.659,20
			13	75	75	0			
			14	86	85	1			
			15	135	135	0			
			16	75	75	0			
			17	195	195	0			
A36A	10 mm	196	18	175	175	0	164	32	R\$ 820.620,01
			19	166	165	1			
			20	215	215	0			
			21	271	270	1			
			22	90	90	0			
			23	165	165	0			
A36A	20 mm	185	24	186	185	1	135	50	R\$ 1.426.158,96
			25	130	130	0			
			26	161	160	1			
			27	147	145	2			
			28	85	85	0			
			29	125	125	0			
		963	TOTAL	3833	3825	8	738	225	R\$ 4.992.613,42

TABELA 16 – Dados da solução do modelo matemático para o cenário 5

Fonte: o Autor, 2016.

				Cenário 6					
				Produção de 06 Navios					
Material	Espessura	Chapas Ofertadas	Item	Produzido	Demanda	Dif.	Chapas Produzidas	Dif.	Custo
A32A	6 mm	176	1	81	78	3	141	35	R\$ 412.240,26
			2	84	84	0			
			3	126	126	0			
			4	66	66	0			
			5	96	96	0			
			6	156	156	0			
	15 mm	213	7	150	150	0	213	0	R\$ 1.653.361,47
			8	174	174	0			
			9	192	192	0			
			10	138	126	12			
			11	222	222	0			
			12	150	150	0			
	25 mm	193	13	90	90	0	130	63	R\$ 1.318.329,00
			14	102	102	0			
			15	162	162	0			
			16	90	90	0			
			17	234	234	0			
A36A	10 mm	196	18	210	210	0	195	1	R\$ 983.091,61
			19	198	198	0			
			20	258	258	0			
			21	324	324	0			
			22	108	108	0			
			23	198	198	0			
A36A	20 mm	185	24	224	222	2	162	23	R\$ 1.706.734,44
			25	156	156	0			
			26	192	192	0			
			27	174	174	0			
			28	102	102	0			
			29	150	150	0			
		963	TOTAL	4607	4590	17	841	122	R\$ 6.073.756,78

TABELA 17 – Dados da solução do modelo matemático para o cenário 6

Fonte: o Autor, 2016.