

Interferometria Quântica com Microcavidades

Caio Olindo de Miranda e Silva Júnior

Março de 2002

Interferometria Quântica com Microcavidades

Caio Olindo de Miranda e Silva Júnior

Orientador: Prof. Sebastião José Nascimento de Pádua

Dissertação apresentada à **Universidade Federal de Minas Gerais**, como requisito parcial para a obtenção do grau de **Mestre em Ciências**.

BELO HORIZONTE, MG, BRASIL

MARÇO DE 2002

Sumário

Para Clavius, Caio e Helenita	iii
Agradecimentos	iv
Resumo	v
Abstract	vi
Introdução	1
1 Revisão de Alguns Tópicos em Óptica	2
1.1 Estados emaranhados	2
1.2 Luminescência paramétrica	3
1.3 O interferômetro de Hong, Ou e Mandel	9
1.4 A cavidade de Fabry-Perot	16
2 Fótons e Microcavidades	20
2.1 Tunelamento e superluminalidade	20
2.2 Os fótons “fermions”	28
3 Interferência e Indistinguibilidade	33
3.1 O anti-agrupamento não local	33
3.2 Ondas e partículas	42
4 As Deformações do Pacote de Onda	53
4.1 O mapeamento do pacote de onda	53
4.2 Os fótons bósons	59
5 Conclusões e Sugestões	66
5.1 Conclusões	66
5.2 Sugestões	70

Para Clavius, Caio e Helenita

Agradecimentos

Agradeço

ao meu orientador, Prof. Sebastião de Pádua, pela dedicada orientação e interesse em minha formação acadêmica;

ao Prof. Carlos Monken, por ter realizado, em sua tese de doutorado, cálculos que serviram como ponto de partida para alguns cálculos realizados nesta dissertação;

aos meus colegas de laboratório, Ivan, Marco, Léo e Gustavo, pela amizade, companheirismo, e ajudas indispensáveis, especialmente as de Marco Sagioro, na hora de fazer as simulações no computador;

ao CNPq, pelo apoio financeiro e a todos aqueles que contribuíram de alguma forma, direta ou indireta, para a realização deste trabalho;

à minha esposa e filhos, pela paciência;

e a Deus, pela luz que nos ilumina.

Resumo

Atualmente são crescidas cavidades semicondutoras de espessura inferior a um micron, algumas delas preenchidas com meios absorvedores como poços quânticos, o que lhes confere propriedades muito peculiares, principalmente no que se refere a sua interação com a luz. Este trabalho se dedica ao estudo teórico, por meio de interferometria, da interação entre fótons e microcavidades vazias, e servirá como estudo preliminar para posteriores trabalhos experimentais e teóricos com as microcavidades preenchidas. Usamos como fonte de luz pares de fótons gêmeos gerados pela conversão paramétrica descendente não colinear do tipo I e como modelo de microcavidade a cavidade de Fabry-Pérot com semi-espelhos paralelos. Usamos também o interferômetro de Hong-Ou-Mandel, colocando em um de seus braços a microcavidade e no outro um dispositivo compensador de caminho óptico. A forte correlação temporal existente entre os fótons gêmeos possibilita a medida do tempo de vida médio de um fóton dentro da cavidade, isto é, o tempo gasto pelo fóton para atravessá-la.

Abstract

Nowadays semiconducting cavities are built having thickness less than one micron, some of them filled with absorbing mediums like quantum wells, what lend to them very peculiar properties, mainly in what is referred to their interaction with light. This work is dedicated to the theoretical study, by means of interferometry, of the interaction between photons and empty microcavities, and will serve as a preliminar study for posterior experimental and theoretical works with filled microcavities. We made use of pairs of twin photons generated in type I non-colinear parametric down conversion as lighth source and the Fabry-Pérot cavity of parallel semi-mirrors as a cavity model. We also used the Hong-Ou-Mandel interferometer, putting the microcavity in one of its arms and an optic path compensator device in the other. The strong temporal correlation that exists between the twin photons enables measuring the averaged life time of the photon inside the cavity, that is, the time spent by the photon to cross it.

Introdução

Faremos um estudo teórico das propriedades da interação da luz com microcavidades vazias, usando luz no estado de dois fótons gerados pela luminescência paramétrica e o interferômetro de Hong-Ou-Mandel, como preliminar para estudos teóricos e experimentais mais completos envolvendo microcavidades preenchidas com meios absorvedores, como poços quânticos, a serem realizados num futuro próximo.

Mesmo se tratando de um estudo preliminar para trabalhos mais profundos com cavidades preenchidas, o estudo da interação luminosa com as cavidades vazias traz, por si só, resultados muito interessantes do ponto de vista da óptica moderna.

Começaremos no capítulo 1 por uma revisão dos principais conceitos físicos e ferramentas matemáticas que usaremos em nosso estudo. Na seção 1.1 definiremos o que são estados emaranhados, que são os estados nos quais os fótons gêmeos, com os quais trabalharemos, são gerados; na seção 1.2 veremos como se dá a geração destes fótons no processo de luminescência paramétrica; na seção 1.3 conheceremos como é medida a simultaneidade na geração dos gêmeos com o uso do interferômetro de Hong-Ou-Mandel; e na seção 1.4 introduziremos a cavidade de Fabry-Pérot e suas principais propriedades ópticas.

No capítulo 2 faremos os cálculos da correlação de quarta ordem, que é o principal instrumento no estudo de interferometria quântica que desenvolveremos, tanto para o caso da luz transmitida (seção 2.1), quanto para o caso da luz refletida pela cavidade (seção 2.2).

No capítulo 3 faremos simulações de experimentos com as fórmulas desenvolvidas no capítulo 2 e interpretaremos os resultados, com base nas expectativas da óptica quântica.

No capítulo 4 abordaremos o problema por outro ângulo, usando a óptica ondulatória, e conciliaremos os novos resultados com os obtidos nos capítulos anteriores.

Finalmente, no capítulo 5 faremos um resumo de nossas principais conclusões e faremos sugestões sobre como dar continuidade ao trabalho.

Capítulo 1

Revisão de Alguns Tópicos em Óptica

1.1 Estados emaranhados

Sejam ε_1 e ε_2 dois espaços vetoriais de dimensões N_1 e N_2 respectivamente. Por definição, o espaço ε é chamado produto tensorial de ε_1 por ε_2 , $\varepsilon = \varepsilon_1 \otimes \varepsilon_2$, se existe, associado a cada par de vetores $|\varphi\rangle_1$, pertencente a ε_1 e $|\chi\rangle_2$, pertencente a ε_2 , um vetor de ε , denotado por:

$$|\varphi\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2 \quad ,$$

satisfazendo às seguintes condições:

(i) linearidade na multiplicação por números complexos:

$$\begin{aligned} [\lambda |\varphi\rangle_1] \otimes |\chi\rangle_2 &= \lambda [|\varphi\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2] \\ |\varphi\rangle_1 \otimes [\beta |\chi\rangle_2] &= \beta [|\varphi\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2] \quad , \end{aligned} \tag{1.1}$$

(ii) distributividade na adição vetorial:

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_1 \otimes [|\chi_1\rangle_2 + |\chi_2\rangle_2] &= |\varphi\rangle_1 \otimes |\chi_1\rangle_2 + |\varphi\rangle_1 \otimes |\chi_2\rangle_2 \\ [|\varphi_1\rangle_1 + |\varphi_2\rangle_1] \otimes |\chi\rangle_2 &= |\varphi_1\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2 + |\varphi_2\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2 \quad , \end{aligned} \tag{1.2}$$

(iii) quando uma base é escolhida em cada um dos espaços ε_1 e ε_2 , $\{|u_i\rangle_1\}$ para ε_1 e $\{|v_j\rangle_2\}$ para ε_2 , o conjunto de vetores $|u_i\rangle_1 \otimes |v_j\rangle_2$ forma uma base para ε . Se N_1 e N_2 são finitos, a dimensão de ε é conseqüentemente $N_1 N_2$.

Consideremos o estado produto $|\varphi\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2$ com $|\varphi\rangle_1$ e $|\chi\rangle_2$ podendo ser expressos nas bases $\{|u_i\rangle_1\}$ e $\{|v_j\rangle_2\}$:

$$|\varphi\rangle_1 = \sum_i a_i |u_i\rangle_1 \quad (1.3)$$

$$|\chi\rangle_2 = \sum_j b_j |v_j\rangle_2 \quad . \quad (1.4)$$

Usando as propriedades (1) e (2) a expansão do vetor $|\varphi\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2$ na base $\{|u_i\rangle_1 \otimes |v_j\rangle_2\}$ será:

$$|\varphi\rangle_1 \otimes |\chi\rangle_2 = \sum_{i,j} a_i b_j |u_i\rangle_1 \otimes |v_j\rangle_2 \quad . \quad (1.5)$$

Portanto, as componentes de um estado produto são o produto das componentes dos estados formadores.

Desde que , por hipótese, $\{|u_i\rangle_1 \otimes |v_j\rangle_2\}$ constitui uma base em ε , o estado mais geral de ε pode ser escrito como:

$$|\psi\rangle = \sum_{i,j} c_{ij} |u_i\rangle_1 \otimes |v_j\rangle_2 \quad . \quad (1.6)$$

Dados $N_1 \times N_2$ números complexos c_{ij} , nem sempre é possível colocá-los em forma de produtos, $a_i b_j$, de N_1 números a_i por N_2 números b_j , ou seja, existem vetores em ε que não podem ser expressos como o produto de um único vetor de ε_1 por outro de ε_2 . O estado representado por tais vetores é chamado estado emaranhado.

1.2 Luminescência paramétrica

A propagação da luz em um meio dielétrico é descrita pelas equações de Maxwell e pelas equações de movimento associadas ao modelo de interação entre o campo e o meio. Se a resposta ao campo é linear, duas ondas distintas propagam independentemente pelo

meio. Vale então o princípio de superposição, compatível com a linearidade das equações de movimento. Se a intensidade do campo é tal que a resposta do meio é não-linear, passa a haver interação entre ondas e o princípio de superposição deve ser abandonado. Uma das manifestações da não linearidade do meio é a troca de energia entre modos do campo eletromagnético, dando origem a fenômenos como a geração de harmônicos e a conversão paramétrica da luz.

A conversão paramétrica descendente é um processo no qual um fóton de energia $\hbar\omega_o$ penetra em um cristal não-linear e, lá dentro, espontaneamente dá origem a dois outros fótons de energias menores $\hbar\omega_1$ e $\hbar\omega_2$ que emergem do cristal pela face oposta. Os fótons criados são chamados historicamente “*idler*” e “*signal*”. Devido à natureza do processo de produção, eles são fortemente correlacionados no tempo. A primeira observação experimental da simultaneidade na geração dos fótons gêmeos foi feita por Burnham e Weinberg em 1970 [1], com uma resolução de aproximadamente 10 ns. Em 1985, Friberg, Hong e Mandel [2] mostraram que a diferença de tempo é inferior a 200 ps (resolução do equipamento de detecção) e independente do tempo de coerência do laser (fótons de energia $\hbar\omega_o$). Em 1987, Hong, Ou e Mandel [3], utilizando uma técnica de interferência de quarta ordem (que será discutida na próxima seção), mostraram que a flutuação temporal na simultaneidade está limitada pelo tempo de coerência dos feixes convertidos, que no caso era de 100 fs. Há também uma forte correlação em energia; a soma das energias dos fótons idler e signal é essencialmente uma constante (dentro da dispersão extremamente fina da energia do laser). E ainda temos a correlação em momentum; dada a direção de propagação de um dos fótons gêmeos, a direção de seu par fica aproximadamente determinada. Todas essas correlações, temporal, nos momentos e na energia, fazem da conversão paramétrica um fenômeno de enorme interesse prático e teórico.

De certo modo, a conversão paramétrica descendente é o inverso da geração de segundo harmônico.

Não faremos aqui nenhuma descrição matemática detalhada do fenômeno; ao contrário, daremos apenas uma noção simplificada do processo, suficiente para justificar o estado de dois fótons $|\Psi\rangle$ que usaremos em nosso estudo sobre a interação entre o fóton e a cavidade.

Primeiramente, vamos focar nossa atenção no que acontece antes e depois do cristal (no vácuo). Analisemos o processo de conversão paramétrica no plano xz.

Um fóton de frequência ω_b incidente sobre o cristal é destruído; em seu lugar, dois fótons de frequências ω_i e ω_s são criados e emergem do cristal, de acordo com o desenho

da Fig. 1.1.

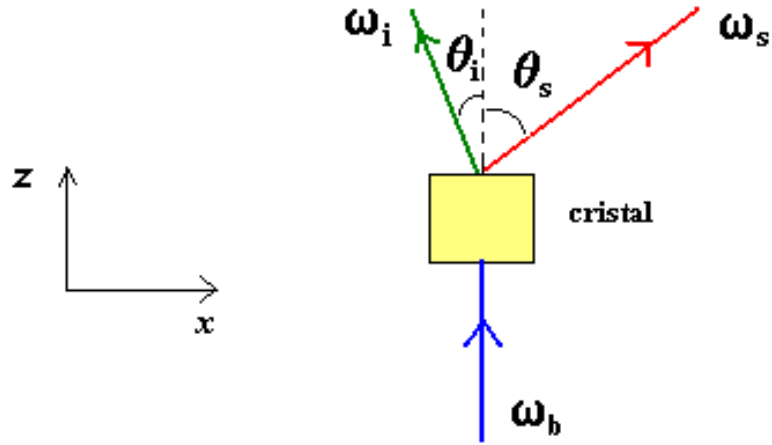


Figura 1.1: Conversão paramétrica vista por fora do cristal.

Suponhamos que a energia do fóton incidente seja transferida aos dois fótons emergentes,

$$\hbar\omega_b = \hbar\omega_i + \hbar\omega_s \implies \omega_b = \omega_i + \omega_s \quad . \quad (1.7)$$

O momentum do fóton incidente é:

$$\vec{P}_b = \hbar\vec{K}_b = \frac{\hbar}{c}\omega_b\hat{z} \quad .$$

Os momenta dos fótons criados são:

$$\begin{aligned} \vec{P}_i &= \hbar\vec{K}_i = \frac{\hbar}{c}\omega_i \left(\cos\theta_i\hat{z} - \text{sen}\theta_i\hat{x} \right) \quad e \\ \vec{P}_s &= \hbar\vec{K}_s = \frac{\hbar}{c}\omega_s \left(\cos\theta_s\hat{z} + \text{sen}\theta_s\hat{x} \right) \quad . \end{aligned}$$

Onde \vec{K}_b , \vec{K}_i e \vec{K}_s são os vetores de onda no vácuo. Desse modo, a diferença

$$\begin{aligned}\vec{\Delta P} &= \vec{P}_b - \vec{P}_i - \vec{P}_s = \\ &= \frac{\hbar}{c} (\omega_b - \omega_i \cos \theta_i - \omega_s \cos \theta_s) \hat{z} + \frac{\hbar}{c} (\omega_i \text{sen} \theta_i - \omega_s \text{sen} \theta_s) \hat{x}\end{aligned}$$

é a quantidade de movimento transferida para o cristal.

Vemos que a presença do cristal é essencial para que um processo desse tipo possa acontecer, pois como cada fóton criado se encaminha para direções diferentes entre si e diferentes da direção do fóton original, é preciso um objeto muito massivo capaz de absorver o excesso de momentum sem alterar o balanço de energia entre os fótons.

Existem dois tipos de conversão paramétrica descendente:

Tipo I: os dois fótons gerados são ordinariamente polarizados, enquanto o fóton do feixe de bombeamento é extraordinariamente polarizado.

Tipo II: o fóton gerador é extraordinariamente polarizado e, dos dois fótons gerados, um é ordinário e o outro extraordinário.

O tipo I é ilustrado na Fig. 1.2 abaixo:

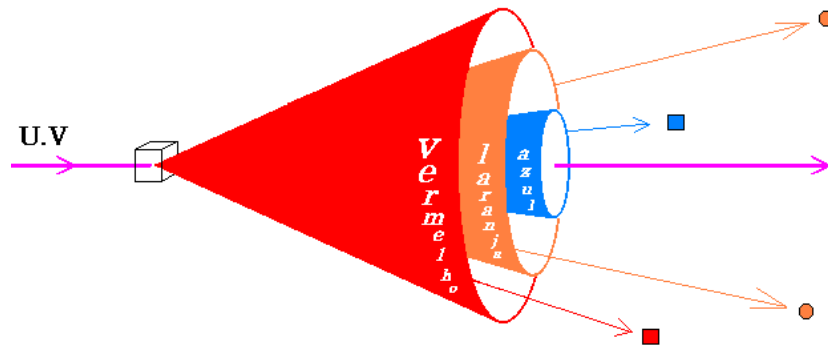


Figura 1.2: Conversão paramétrica descendente do Tipo I. As bolinhas representam um par degenerado de fótons gêmeos, os quadrados representam um par correlacionado, porém não degenerado.

Agora vamos examinar um pouco do que acontece dentro do cristal. Um hamiltoniano simplificado para a conversão descendente é o seguinte:

$$\hat{H} = \chi^{(2)} \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_b + c.h. ,$$

onde $\chi^{(2)}$ é a susceptibilidade de segunda ordem do meio não-linear, $\hat{a}_{s(i)}^\dagger$ denota o operador criação do fóton signal(idler) e \hat{a}_b é o operador aniquilação do fóton de bombeamento (para ver a hamiltoniana de interação completa que leva a (9), veja a referência [4]).

Supondo que os fótons de bombeamento não interagem uns com os outros, podemos escrever o estado de entrada como:

$$|\Psi\rangle_{in} = \int d^3k_b \Phi(\vec{k}_b) |\vec{k}_b\rangle, \quad (1.8)$$

onde $\Phi(\vec{k}_b)$ descreve um bombeio *quasi*-monocromático e muito bem direcionado.

Depois de interagir com o meio não-linear, o estado é:

$$|\Psi\rangle_{out} = \alpha |\Psi\rangle_{in} + \int d^3k_b \Phi(\vec{k}_b) \int d^3k_s \int d^3k_i \tilde{\chi}^{(2)}(\omega_b, \omega_s, \omega_i) \times \\ \times \delta(\omega_b - \omega_s - \omega_i - \Delta\omega) \prod_{m=1}^3 \text{sinc} c [(k_b^i - k_s^i - k_i^i)_m L_m/2] |\vec{k}_s, \vec{k}_i\rangle. \quad (1.9)$$

O primeiro termo representa os fótons não convertidos e o segundo termo descreve os fótons signal e idler com frequências centradas em ω_s e ω_i . A função $\tilde{\chi}^{(2)}$ está relacionada com a susceptibilidade de segunda ordem, mas tem dimensões diferentes, e admite-se que seja uma função que varie lentamente com as frequências. A função delta descreve a conservação da energia; a incerteza $\Delta\omega$ é essencialmente o recíproco do tempo de interação (efetivamente infinito para um feixe de bombeamento monocromático). A função $\text{sinc}(x) \equiv \frac{\text{sen}x}{x}$ demonstra a necessidade do sincronismo de fases; os vetores de onda $\vec{k}_b, \vec{k}_s,$ e $\vec{k}_i,$ que são os vetores de onda dentro do cristal, devem satisfazer à conservação de momentum (dentro de um erro da ordem de $1/L_m$, onde L_m é a dimensão iluminada do cristal na m-ésima direção), para que tenhamos uma conversão eficiente.

A equação (9) contém todas as fortes correlações em energia e momentum; entretanto, para os nossos fins, podemos adotar uma expressão bem menos carregada para o estado $|\Psi\rangle$:

$$|\Psi\rangle = \int d\omega_s A(\omega_s) |\omega_s\rangle_s |\omega_b - \omega_s\rangle_i, \quad (1.10)$$

onde $A(\omega_s)$ é a amplitude complexa de probabilidade de se ter um fóton signal com frequência ω_s (no estado de Fock $n=1$, $|\omega_s\rangle_s$) e um fóton idler com frequência ω_i (no estado de Fock $n=1$, $|\omega_b - \omega_s\rangle_i$).

Ao irmos de (9) para (10), retiramos o termo (sem interesse) responsável pelos fótons não convertidos, consideramos o feixe de bombeamento, de fato, monocromático e restringimos as direções de saída (isso é feito na prática usando-se íris bem fechadas). Na realidade, estamos interessados no caso degenerado, isto é, no caso em que $\omega_s = \omega_i = \omega_b/2$; nesse caso, os ângulos de saída são iguais, $\theta_s = \theta_i$, e a expressão (10) finalmente se torna:

$$|\Psi\rangle = \int_0^{\omega_b} d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_s |\omega_b - \omega\rangle_i, \quad (1.11)$$

onde $\phi(\omega)$ é uma função peso centrada em $\omega_b/2$. Na prática, a largura (dispersão espectral) da distribuição $\phi(\omega)$ é determinada pelos filtros de interferência colocados na frente dos detectores.

A expressão (11), que representa um legítimo estado emaranhado, no sentido da seção anterior, é, portanto, a mais simples possível capaz de descrever os aspectos de coerência longitudinal da luz convertida.

Para encerrar esta seção, vamos relacionar as direções com as cores, ou seja, vamos encontrar uma maneira prática de saber o ângulo de saída do cristal para cada fóton gerado, dada sua frequência. Com isto teremos também uma idéia de como se dá o acoplamento (intermediado pelo cristal) entre os modos do campo eletromagnético.

A conservação do momentum dos fótons dentro do cristal é uma consequência da solução (9) do hamiltoniano de interação. Para $L_m \rightarrow \infty$, temos:

$$\vec{k}_b^i = \vec{k}_s^i + \vec{k}_i^i \quad (1.12)$$

O desenho da Fig. 1.3 mostra os vetores de onda dentro do cristal.

Abrindo (12) em componentes:

$$\begin{aligned} k_s^i \cos \theta_s^i + k_i^i \cos \theta_i^i &= k_b^i \\ k_s^i \text{sen} \theta_s^i &= k_i^i \text{sen} \theta_i^i \end{aligned} \quad (1.13)$$

Para a conversão do tipo I, temos:

$$\begin{aligned} k_s^i &= \frac{\omega_s}{c} n_o(\omega_s) \\ k_i^i &= \frac{\omega_i}{c} n_o(\omega_i) \\ k_b^i &= \frac{\omega_b}{c} n_e(\omega_b, \theta_b) \end{aligned}, \quad (1.14)$$

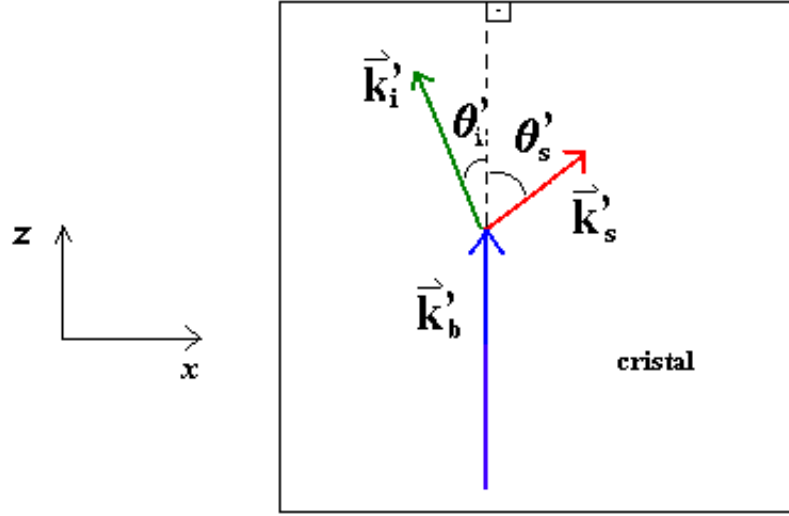


Figura 1.3: Conversão paramétrica vista por dentro do cristal.

onde n_o e n_e são os índices de refração (dependentes da frequência, e no caso do feixe de bombeamento, dependente também do seu ângulo de incidência com o eixo óptico do cristal birrefringente, (θ_b)). Substituindo (14) em (13), ficamos com:

$$\begin{aligned} \omega_s n_o(\omega_s) \cos \theta'_s + \omega_i n_o(\omega_i) \cos \theta'_i &= \omega_b n_e(\omega_b, \theta_b) \\ \omega_s n_o(\omega_s) \text{sen} \theta'_s &= \omega_i n_o(\omega_i) \text{sen} \theta'_i \end{aligned} \quad . \quad (1.15)$$

Então, dados ω_b (a frequência do laser), e θ_b , se escolhermos um determinado ω_s , por (1) temos ω_i , e se conhecemos n_o e n_e em função de ω ($n_o(\omega)$ e $n_e(\omega)$ são funções dependentes do tipo de cristal), as equações (15) viram um sistema de duas equações com duas incógnitas, θ'_s e θ'_i . Podemos então calcular θ'_s e θ'_i . Em seguida, aplicamos a lei de Snell e achamos os ângulos de saída do cristal, θ_s e θ_i .

1.3 O interferômetro de Hong, Ou e Mandel

A maneira usual de se determinar a duração de um pulso luminoso muito curto era superpor dois pulsos similares e medir o *overlap* com um dispositivo que tivesse uma resposta não-linear. Pode-se, por exemplo, fazer uso do processo de geração de harmônicos

em um meio não-linear. Tal técnica, entretanto, exige pulsos luminosos muito intensos, o que a torna praticamente inútil quando se trata de luz oriunda de fonte muito fraca, como no caso da luz gerada pela conversão paramétrica descendente. E se quiséssemos medir diretamente a diferença de tempo entre os fótons gêmeos gerados pela conversão paramétrica, estaríamos limitados, pela resolução dos fotodetectores, a um intervalo da ordem de 100 ps ou maior.

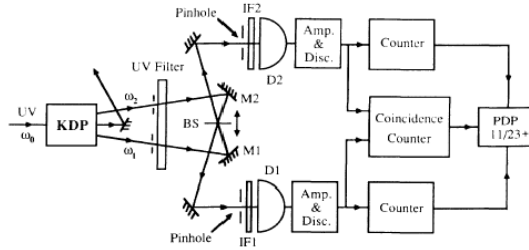


Figura 1.4: Montagem original do interferômetro de Hong-Ou-Mandel.

Vamos, agora, descrever sucintamente uma técnica desenvolvida em 1987 por Hong, Ou e Mandel [3], baseada na interferência entre amplitudes de probabilidade de dois fótons, capaz de medir intervalos de tempo da ordem de fs. A técnica consiste basicamente em fazer com que os fótons, que viajam em braços distintos do interferômetro, incidam (um de cada lado) em um divisor de feixes 50%-50% (veja Fig. 1.4). Detectores (D_1 e D_2) são colocados em cada uma das duas saídas do divisor, registrando a taxa de “coincidências” com que os fótons são detectados num \underline{e} no outro detector simultaneamente. Vale a pena ressaltar que “simultaneamente”, aqui, significa dentro do intervalo de tempo subentendido pela resolução do equipamento eletrônico que registra as coincidências, que em geral é muito maior que o tempo de coerência dos próprios fótons. Quando a indistinguibilidade dos fótons é completa no divisor de feixes, isto é, os dois fótons têm a mesma frequência, o mesmo comprimento de coerência, a mesma polarização, o mesmo modo transversal e chegam juntos (simultaneamente, agora no sentido exato da palavra) no divisor de feixes,

eles saem juntos do divisor pela mesma porta de saída, atingindo apenas um dos detectores. Portanto, nesta situação, o número de coincidências é zero. Quando, porém, atrasamos um dos fótons mais que o seu comprimento de coerência, aumentando o comprimento de um dos braços do interferômetro, o efeito deixa de acontecer, os fótons não mais interferem (não chegam juntos, não têm necessariamente que sair pelo mesmo lado), e, desse modo, recuperamos a taxa de coincidências.

O esquema do experimento é mostrado na Fig. 1.4.

Para fazermos uma análise do fenômeno, vamos começar estabelecendo as propriedades de um divisor de feixe sem perdas. A Fig. 1.5 mostra o esquema de um divisor de feixes. Os operadores \hat{a}_1 , \hat{a}_2 , \hat{b}_1 e \hat{b}_2 são aqueles que atuam sobre os modos de propagação conectados pelo divisor. Os modos com índice “1” propagam da esquerda para a direita, os com índice “2” propagam da direita para a esquerda, os modos “a” são os de entrada no divisor, e os “b” são os de saída.

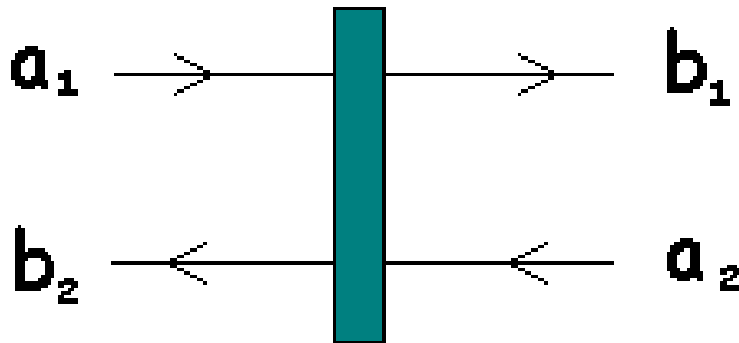


Figura 1.5: Divisor de feixes.

Os operadores \hat{b}_1 e \hat{b}_2 relacionam-se com os operadores \hat{a}_1 e \hat{a}_2 da seguinte maneira [5,6]:

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

onde $S_{ij} = |S_{ij}| e^{i\theta_{ij}}$ e θ_{ij} são deslocamentos de fase nos processos de reflexão/transmissão.

As relações de comutação:

$$\begin{aligned} [\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] &= [\hat{b}_i, \hat{b}_j^\dagger] = \delta_{ij} \quad , \\ [\hat{a}, \hat{a}] &= [\hat{b}, \hat{b}] = [\hat{a}, \hat{b}] = 0 \quad , \end{aligned}$$

levam às seguintes relações entre os elementos da matriz **S**:

$$\begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 &= 1 \quad , \\ |S_{21}|^2 + |S_{22}|^2 &= 1 \quad , \\ S_{11}S_{21}^* + S_{12}S_{22}^* &= 0 \quad . \end{aligned} \tag{1.17}$$

A última expressão pode ser decomposta em:

$$|S_{11}| |S_{21}| = |S_{12}| |S_{22}| \tag{1.18}$$

e

$$\theta_{11} - \theta_{12} = \theta_{21} - \theta_{22} \pm \pi \quad . \tag{1.19}$$

Se o divisor de feixe for simétrico, $\theta_{11} = \theta_{22}$, $\theta_{21} = \theta_{12}$ e $\theta_{11} - \theta_{12} = \theta_{22} - \theta_{21} = \pm\pi/2$.

As relações (17) também podem ser obtidas através de considerações sobre conservação de energia [7].

De volta ao experimento de Hong, Ou e Mandel, escolhemos um divisor de feixe simétrico, identificamos $S_{11} = S_{22} = \sqrt{T}$ como o coeficiente de transmissão e $S_{12} = S_{21} = i\sqrt{R}$ como o coeficiente de reflexão. T é a transmitância e R é a reflectância, $R + T = 1$ (divisor sem perdas). A presença do número imaginário i no coeficiente de reflexão garante que a condição (19) seja satisfeita.

Vamos indexar por “i” e “s” os modos de chegada no divisor, e por “1” e “2” os de saída (os que se encaminham para os detectores D_1 e D_2 , respectivamente). Considerando primeiramente a luz gerada como monocromática, temos o seguinte estado de Fock de dois fótons resultante da conversão paramétrica degenerada ($\omega_i = \omega_s$) na entrada do divisor de feixe: $|\Psi\rangle_{in} = |1\rangle_i |1\rangle_s$. Pode-se mostrar, por argumentos gerais, que o estado na saída do divisor é:

$$|\Psi\rangle_{out} = (R - T) |1\rangle_1 |1\rangle_2 + i(2RT)^{1/2} |2\rangle_1 |0\rangle_2 + i(2RT)^{1/2} |0\rangle_1 |2\rangle_2 \quad . \quad (1.20)$$

Podemos ver que se $R = T = \frac{1}{2}$ (divisor 50%-50%), o primeiro termo zera, em virtude da interferência destrutiva entre as correspondentes amplitudes de probabilidade de dois fótons. Nenhuma coincidência pode então ser registrada pelos detectores D_1 e D_2 .

Na prática os fótons não são monocromáticos, então vamos representar seu estado conjunto pela superposição:

$$|\Psi\rangle = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_s |\omega_o - \omega\rangle_i \quad , \quad (1.21)$$

onde $\phi(\omega)$ é a função peso centrada em $\omega_o/2$, e ω_o é a frequência do feixe de bombeamento.

Lembramos que as direções de propagação são bem definidas por *pinholes*, enquanto as dispersões em frequência, largamente definidas pelos filtros F continuam substanciais.

A probabilidade de detectar os fótons em ambos os detectores D_1 e D_2 nos tempos t e $t + \tau$, respectivamente, é dada por [8]:

$$P_{12}(\tau) = K \left\langle \hat{E}_1^{(-)}(t) \hat{E}_2^{(-)}(t + \tau) \hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) \right\rangle \quad (1.22)$$

onde $\hat{E}_1^{(+)}$ e $\hat{E}_2^{(+)}$ são os operadores campo elétrico nos detectores D_1 e D_2 e K é uma constante que caracteriza a eficiência dos detectores. $\hat{E}_1^{(+)}(t)$ e $\hat{E}_2^{(+)}(t)$ relacionam-se com os campos $\hat{E}_i^{(+)}(t)$ e $\hat{E}_s^{(+)}(t)$ nos espelhos M_1 e M_2 por:

$$\begin{aligned} \hat{E}_1^{(+)}(t) &= \sqrt{T} \hat{E}_i^{(+)}(t - \tau_1) + i\sqrt{R} \hat{E}_s^{(+)}(t - \tau_1 + \delta_t) \\ &e \\ \hat{E}_2^{(+)}(t) &= \sqrt{T} \hat{E}_s^{(+)}(t - \tau_1) + i\sqrt{R} \hat{E}_i^{(+)}(t - \tau_1 - \delta_t) \quad , \end{aligned} \quad (1.23)$$

onde τ_1 é o tempo de propagação de um dos espelhos até um dos detectores, e $\pm c\delta_t$ representa um pequeno deslocamento do prisma móvel para frente ou para trás, M_1 e M_2 estão à mesma distância do cristal. Por sua vez, $\hat{E}_i^{(+)}(t)$ e $\hat{E}_s^{(+)}(t)$ podem ser escritos como:

$$\begin{aligned}\hat{E}_i^{(+)}(t) &= \int d\omega e^{-i\omega t} \hat{a}_i(\omega) \\ \hat{E}_s^{(+)}(t) &= \int d\omega e^{-i\omega t} \hat{a}_s(\omega)\end{aligned}\quad . \quad (1.24)$$

Substituindo as equações (21) e (23) em (22) e levando-se em conta (24), encontramos:

$$P_{12}(\tau) = K |G(0)|^2 \{T^2 |g(\tau)|^2 + R^2 |g(2\delta_t - \tau)|^2 - RT [g^*(\tau)g(2\delta_t - \tau) + c.c.]\} , \quad (1.25)$$

onde $G(\tau)$ é a transformada de Fourier da função $\phi(\omega_o/2 + \omega)$,

$$G(\tau) = \int \phi(\omega_o/2 + \omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad , \quad (1.26)$$

e $g(\tau) \equiv \frac{G(\tau)}{G(0)}$. Supondo que $\phi(\omega_o/2 + \omega)$ seja real e simétrica em ω , então $G(\tau)$ e $g(\tau)$ são ambas reais e simétricas em τ .

Na prática, uma medida de coincidências corresponde a uma integração de $P_{12}(\tau)$ em relação a τ num intervalo igual ao da resolução temporal da eletrônica de detecção, que em geral é de alguns nanosegundos. Como esse tempo é muito maior que o tempo de correlação de $g(\tau)$, podemos integrar em τ de $-\infty$ a $+\infty$. Feito isso, encontramos a expressão para o número de coincidências:

$$N_c = C \left[R^2 + T^2 - 2RT \frac{\int g(\tau)g(\tau - 2\delta_t)d\tau}{\int g^2(\tau)d\tau} \right] \quad , \quad (1.27)$$

onde C é uma outra constante. Segue-se desta equação que $N_c = C(R-T)^2$ quando $\delta_t = 0$, que zera para $R = T = 1/2$, e que $N_c = C(R^2 + T^2)$ quando δ_t excede apreciavelmente o tempo de correlação de $g(\tau)$.

No caso especial de $\phi(\omega_o/2 + \omega)$ ser uma Gaussiana com dispersão $\Delta\omega$, $\phi(\omega_o/2 + \omega) = e^{-\omega^2/2\Delta\omega^2}$, $g(\tau)$ também terá uma forma Gaussiana,

$$g(\tau) = e^{-\Delta\omega^2\tau^2/2} \quad , \quad (1.28)$$

e a equação (27) fica :

$$N_c = C(R^2 + T^2) \left[1 - \frac{2RT}{R^2 + T^2} e^{-(\Delta\omega\delta_t)^2} \right] \quad (1.29)$$

Com $R = T = 1/2$

$$N_c = \frac{C}{2} \left[1 - e^{-(\Delta\omega\delta_t)^2} \right] \quad (1.30)$$

O gráfico da Fig. 1.6 mostra os resultados experimentais dos autores bem como a curva teórica baseada na equação (30). Foi usado um filtro de interferência com $\Delta\omega \approx 5 \times$

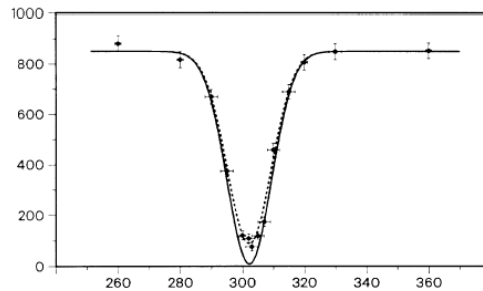


Figura 1.6: Resultados experimentais dos autores Hong, Ou e Mandel. Na linha horizontal está a posição do prisma móvel, levando-se em conta que para cada deslocamento do prisma, a diferença entre os caminhos ópticos vale o dobro deste deslocamento; e na vertical estão as contagens em coincidência.

$10^{12}Hz$, que leva a um tempo de coerência de $\approx 100fs$ para os fótons. A largura da região de interferência (o vale) no gráfico das coincidências reflete exatamente esse tempo, como era esperado teoricamente.

A interferência acontece devido à indistinguibilidade entre os dois processos que levam ao evento da detecção em coincidência (transmissão/transmissão e reflexão/reflexão). Quando é assim, devemos somar as amplitudes de probabilidade dos dois processos e depois tomar o módulo ao quadrado da soma, como é ilustrado na Fig. 1.7.

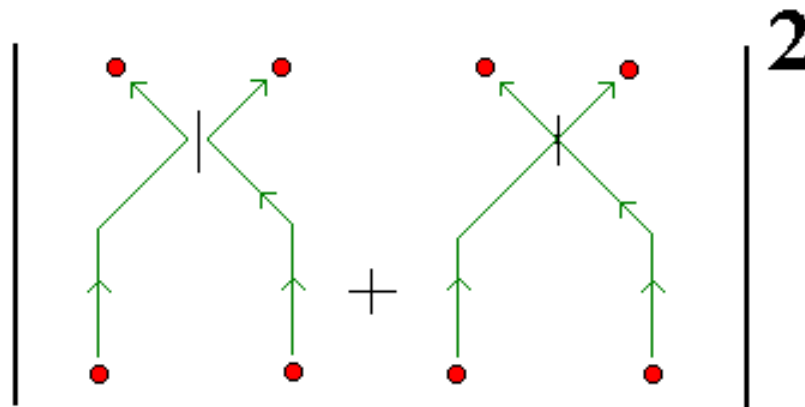


Figura 1.7: Diagrama mostrando a origem da interferência.

Qualitativamente, esse tipo de interferência também é previsto pela teoria ondulatória clássica, porém a visibilidade não pode passar de 0.5 [9]. O fato de o fundo do vale no gráfico atingir o valor zero, o que indica que todos os pares de fótons saem pelo mesmo lado do divisor de feixes, só pode ser explicado quanticamente. A diferença fundamental é que uma onda pode estar em diversos lugares ao mesmo tempo, enquanto que um *click* num detector exclui a presença do fóton em qualquer outro ponto do espaço.

No fundo, tudo isso está sujeito a uma interpretação muito simples: fótons são Bósons, e como tais, ao se encontrarem no divisor de feixes devem seguir pelo mesmo caminho para garantir a simetria do estado total.

Se quisermos encarar o efeito como uma espécie de “interação” entre os fótons, devemos lembrar que a largura do vale (região de interferência) é igual ao comprimento de coerência dos fótons, e não o dobro, ou seja, a “interação” conhece o critério de Rayleigh.

1.4 A cavidade de Fabry-Perot

Considere a cavidade formada por dois semi-espelhos planos, paralelos, de espessura infinitesimal e sem perdas, não necessariamente simétricos, separados por uma distância L , conhecida como cavidade de Fabry-Pérot (F-P). Veja o desenho da Fig. 1.8.

Para estabelecermos as propriedades ópticas da cavidade F-P, vamos seguir o mesmo tratamento quântico adotado por Carlos Monken em sua tese de doutorado [10].

Seguindo o formalismo da seção anterior, os semi-espelhos são divisores de feixes ca-

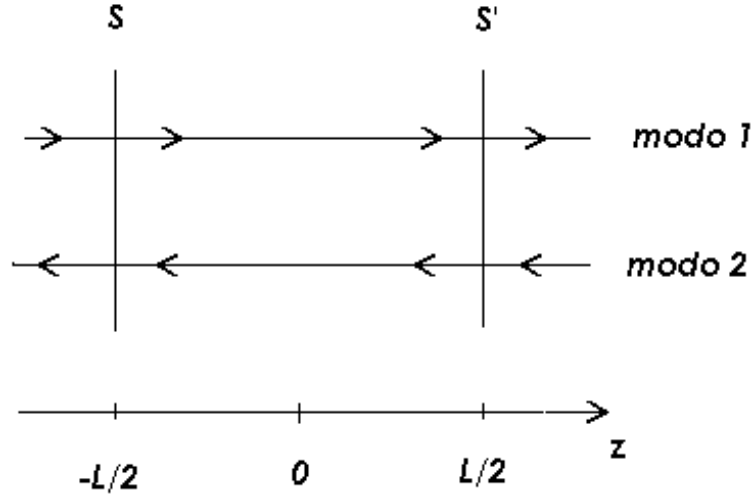


Figura 1.8: Esquema da cavidade de Fabry-Perot.

racterizados pelas matrizes \mathbf{S} e \mathbf{S}' (16). De acordo com a Fig.1.8, os campos elétricos dentro e fora da cavidade devem satisfazer às seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \hat{E}_1^{(+)}(L/2 + dz) &= S'_{11}\hat{E}_1^{(+)}(L/2 - dz) + S'_{12}\hat{E}_2^{(+)}(L/2 + dz) \quad ; \\ \hat{E}_2^{(+)}(-L/2 - dz) &= S_{21}\hat{E}_1^{(+)}(-L/2 - dz) + S_{22}\hat{E}_2^{(+)}(-L/2 + dz) \quad . \end{aligned} \quad (1.31)$$

Temos também a conexão entre os campos no interior da cavidade:

$$\begin{aligned} \hat{E}_1^{(+)}(L/2 - dz) &= \hat{E}_1^{(+)}(-L/2 + dz) e^{i\Delta} \quad , \\ \hat{E}_2^{(+)}(-L/2 + dz) &= \hat{E}_2^{(+)}(L/2 - dz) e^{i\Delta} \quad , \end{aligned}$$

onde $\Delta = kL$ é a fase adquirida na propagação entre os dois espelhos. Usando novamente as matrizes \mathbf{S} e \mathbf{S}' , obtemos mais uma relação entre os campos $\hat{E}_1^{(+)}(-L/2 + dz)$, $\hat{E}_2^{(+)}(L/2 - dz)$ e os demais campos, e com um pouco de álgebra, chegamos a:

$$\begin{aligned} \hat{E}_t^{(+)} &= \frac{S_{11}S'_{11}e^{i\Delta}}{1 - S_{12}S'_{21}e^{2i\Delta}}\hat{E}_i^{(+)} + \frac{S'_{12} + S_{12}(S'_{11}S'_{22} - S'_{12}S_{21})e^{2i\Delta}}{1 - S_{12}S'_{21}e^{2i\Delta}}\hat{E}_v^{(+)} \quad , \\ \hat{E}_r^{(+)} &= \frac{S_{22}S'_{22}e^{i\Delta}}{1 - S_{12}S'_{21}e^{2i\Delta}}\hat{E}_v^{(+)} + \frac{S_{21} + S'_{21}(S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21})e^{2i\Delta}}{1 - S_{12}S'_{21}e^{2i\Delta}}\hat{E}_i^{(+)} \quad , \end{aligned} \quad (1.32)$$

onde:

$$\begin{aligned}
\hat{E}_i^{(+)} &= \hat{E}_1^{(+)}(-L/2 - dz) \quad ; \\
\hat{E}_t^{(+)} &= \hat{E}_1^{(+)}(L/2 + dz) \quad ; \\
\hat{E}_r^{(+)} &= \hat{E}_2^{(+)}(-L/2 - dz) \quad ; \\
\hat{E}_v^{(+)} &= \hat{E}_2^{(+)}(L/2 + dz) \quad .
\end{aligned}$$

Supondo que a cavidade é simétrica:

$$S_{11} = S_{22} = S'_{11} = S'_{22} = t_e \text{ (coeficiente de transmissão dos espelhos),}$$

$$S_{12} = S'_{21} = r \text{ (coeficiente de reflexão dos espelhos no interior da cavidade),}$$

$$S_{21} = S'_{12} = r' \text{ (coeficiente de reflexão dos espelhos no exterior da cavidade).}$$

Colocando todos os operadores campo elétrico na forma $\hat{E}_l^{(+)} = \hat{a}_l e^{ikz_l}$, as equações (32), escritas em forma matricial, ficam:

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_t \\ \hat{a}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu & \nu \\ \nu & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_i \\ \hat{a}_v \end{pmatrix} \quad , \tag{1.33}$$

onde

$$\mu = \frac{t_e^2}{1 - r^2 e^{2i\Delta}} \quad , \tag{1.34}$$

$$\nu = e^{-i\Delta} \left(\frac{r' + r(t_e^2 - rr') e^{2i\Delta}}{1 - r^2 e^{2i\Delta}} \right) \quad . \tag{1.35}$$

Explicitando a dependência em ω ,

$$\mu(\omega) = \frac{t_e^2}{1 - r^2 e^{2i\omega\tau_c}} \quad , \tag{1.36}$$

$$\nu(\omega) = e^{-i\omega\tau_c} \left(\frac{r' + r(t_e^2 - rr') e^{2i\omega\tau_c}}{1 - r^2 e^{2i\omega\tau_c}} \right) \quad , \tag{1.37}$$

onde $\tau_c = L/c$ é o tempo de 1 trânsito pela cavidade. Está claro que μ e ν são os coeficientes de transmissão e reflexão, respectivamente, da cavidade como um todo. Note que μ e ν satisfazem às relações

$$|\mu|^2 + |\nu|^2 = 1 \quad (1.38)$$

e

$$\mu^* \nu + \mu \nu^* = 0, \quad (1.39)$$

o que significa que a cavidade F-P funciona como um divisor de feixe. Se a cavidade for composta de dois espelhos simétricos, então $r = r'$ e $\theta_t - \theta_r = \pm \frac{\pi}{2}$. Se for uma cavidade formada por um bloco dielétrico de faces paralelas, $\theta_t = 0$, $\theta_r = 0$ e $\theta_{r'} = \pi$, isto é, $r = -r'$. Em qualquer um dos casos temos a transmitância, dependente da frequência, $|\mu|^2 = \frac{1}{1 + F \text{sen}^2 \omega \tau_c}$, conhecida como função de Airy, onde $F = \frac{4r^2}{t_e^4}$ é chamado *coeficiente de finesse* da cavidade. Na Fig. 1.9, temos um gráfico de $|\mu|^2 \times \omega$, com $|r|^2 = 0.81$ e $|t_e|^2 = 0.19$.

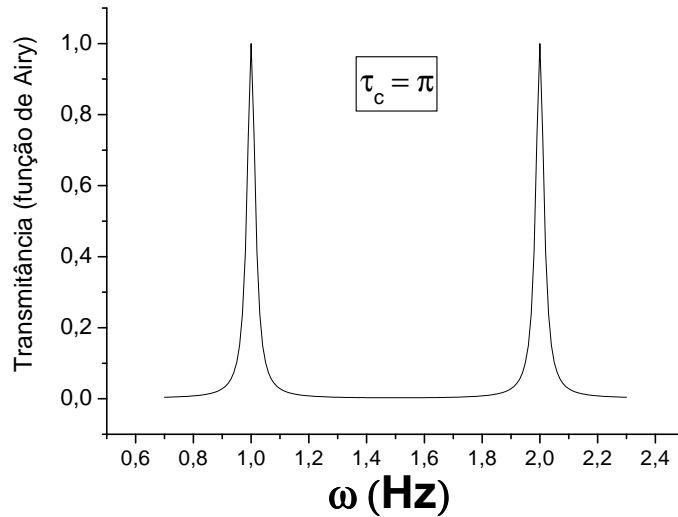


Figura 1.9: Gráfico $|\mu|^2 \times \omega$, com $R=0.81$ e $\tau_c = \pi$.

Note que podemos, nas ressonâncias, ter uma transmissão de 100%, mesmo com um alto coeficiente de reflexão dos espelhos.

Capítulo 2

Fótons e Microcavidades

2.1 Tunelamento e superluminalidade

Nosso objetivo inicial é encontrar uma maneira de medir o tempo de interação entre um fóton e uma microcavidade vazia. Para isso utilizamos pares de fótons gêmeos gerados pela conversão paramétrica descendente degenerada e um interferômetro do tipo *Hong-Ou-Mandel*. Em um dos braços do interferômetro colocamos a cavidade, no outro algum dispositivo capaz de alongar ou encurtar o caminho óptico do cristal ao divisor de feixes. Primeiramente igualamos os caminhos “i” e “s”, por onde vão os fótons *idler* e *signal* do cristal até o divisor, sem a microcavidade. Em seguida colocamos a microcavidade em um dos braços do interferômetro. Compensamos então a diferença no caminho óptico, produzida pela inserção da microcavidade, variando o comprimento do outro braço. Uma leitura no micrômetro, ou equivalente, usado para variar o caminho, fornece uma medida do tempo gasto pelo fóton para atravessar a cavidade.

O aparato experimental é mostrado na Fig. 2.1.

Nosso modelo de microcavidade será a cavidade de Fabry-Pérot simétrica de semi-espelhos simétricos discutida na seção 1.4. Os semi-espelhos têm coeficiente de reflexão $r = \sqrt{R}$ e de transmissão $t_e = i\sqrt{T}$, com $R + T = 1$.

O estado inicial do sistema de dois fótons é igual a

$$|\Psi\rangle = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_i |\omega_o - \omega\rangle_s \quad ,$$

onde ω_o é a frequência angular do feixe de bombeamento (laser), e pode ser escrito como

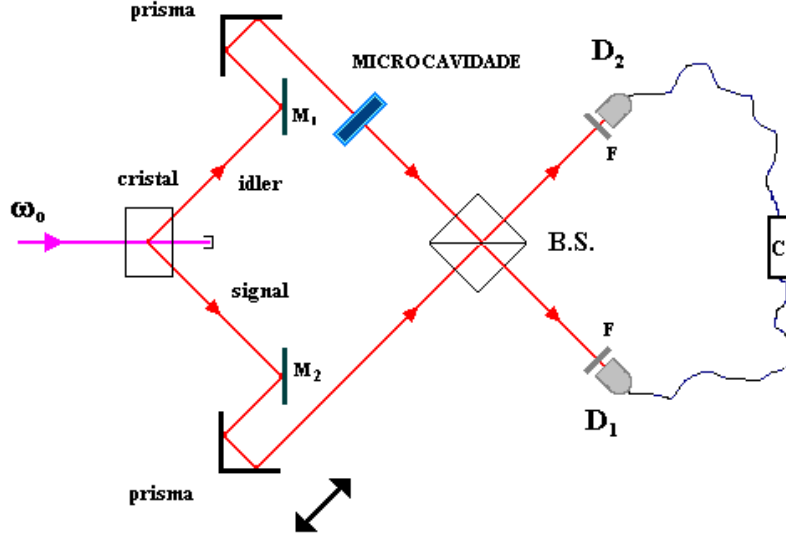


Figura 2.1: Aparato experimental para o estudo dos f3tons transmitidos pela microcavidade.

$$|\Psi\rangle = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) \hat{a}_i^\dagger(\omega) \hat{a}_s^\dagger(\omega_o - \omega) |0\rangle_i |0\rangle_s \quad .$$

Escolhemos o lado “ i ” para colocar a microcavidade, podemos escrever \hat{a}_i^\dagger como

$$\hat{a}_i^\dagger = \mu \hat{a}_t^\dagger + \nu \hat{a}_r^\dagger \quad ,$$

onde μ 3e o coeficiente de transmiss3o da cavidade e ν o de reflex3o (estudaremos apenas o caso em que o segundo modo incidente, correspondente ao operador \hat{a}_v , 3e o v3cuo); com isso o estado inicial $|\Psi\rangle$ se torna:

$$|\Psi\rangle = \int_0^{\omega_o} \phi(\omega) \mu(\omega) |\omega\rangle_t |\omega_o - \omega\rangle_s d\omega + \int_0^{\omega_o} \phi(\omega) \nu(\omega) |\omega\rangle_r |\omega_o - \omega\rangle_s d\omega \quad , \quad (2.1)$$

onde $|\omega\rangle_t$ 3e o estado do f3ton transmitido pela cavidade e $|\omega\rangle_r$ o do refletido.

Para o divisor de feixe (50%-50%) usaremos $i/\sqrt{2}$ como coeficiente de reflexão e $1/\sqrt{2}$ como coeficiente de transmissão, assim os operadores campo elétrico num tempo “ t ” em frente aos detectores D_1 e D_2 são

$$\begin{aligned}\hat{E}_1^{(+)}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{E}_t^{(+)}(t - \tau_1) + i\hat{E}_s^{(+)}(t - \tau_1 - \delta) \right] , \\ \hat{E}_2^{(+)}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{E}_s^{(+)}(t - \tau_1 - \delta) + i\hat{E}_t^{(+)}(t - \tau_1) \right] ,\end{aligned}\quad (2.2)$$

onde τ_1 é o tempo de propagação da luz dos espelhos M_1 e M_2 até os detectores (quando os caminhos estão balanceados), e δ é o atraso temporal fornecido pelo deslocamento do trombone (prisma), que é o dispositivo de compensação colocado no braço do interferômetro oposto ao da cavidade. (Não confundir t índice, que significa transmitido com t entre parênteses, que significa tempo).

Os campos elétricos num tempo “ t ” correspondentes aos modos “*signal*” e “*transmitido*” são

$$\begin{aligned}\hat{E}_s^{(+)}(t) &= \int d\omega e^{-i\omega t} \hat{a}_s(\omega) , \\ \hat{E}_t^{(+)}(t) &= \int d\omega e^{-i\omega t} \hat{a}_t(\omega) .\end{aligned}\quad (2.3)$$

A probabilidade de detectar um fóton no detector D_1 no tempo “ t ” e outro fóton no detector D_2 no tempo “ $t + \tau$ ” é:

$$P_{12}(\tau) = K \langle \Psi | \hat{E}_1^{(-)}(t) \hat{E}_2^{(-)}(t + \tau) \hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) | \Psi \rangle . \quad (2.4)$$

A equação anterior pode ser dividida em duas partes:

$$P_{12}(\tau) = K \underbrace{\langle \Psi | \hat{E}_1^{(-)}(t) \hat{E}_2^{(-)}(t + \tau) }_{bra} \cdot \underbrace{\hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) | \Psi \rangle}_{ket} .$$

Portanto, basta calcular o *ket* e em seguida fazer o produto escalar. Usando as equações (2.1) a (2.3), obtemos para o *ket* a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) |\Psi\rangle &= \frac{1}{2} \left[\int_0^{\omega_o} e^{-i\omega(t+\tau-\tau_1-\delta)} e^{-i(\omega_o-\omega)(t-\tau_1)} \phi(\omega_o - \omega) \mu(\omega_o - \omega) d\omega - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\omega_o} e^{-i\omega(t+\tau-\tau_1)} e^{-i(\omega_o-\omega)(t-\tau_1-\delta)} \phi(\omega) \mu(\omega) d\omega \right] |0, 0\rangle . \end{aligned}$$

Fazemos agora as mudanças de variável:

na primeira integral: $\omega \longrightarrow \omega_o/2 - \omega$,

na segunda integral: $\omega \longrightarrow \omega_o/2 + \omega$,

e ficamos com

$$\begin{aligned} \hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) |\Psi\rangle &= \frac{1}{2} e^{-i\omega_o(t-\tau_1+\tau/2-\delta/2)} \times \\ &\quad \times \int_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} e^{-i\omega\delta} (e^{i\omega\tau} - e^{-i\omega\tau}) \phi(\omega_o/2 + \omega) \mu(\omega_o/2 + \omega) d\omega |0, 0\rangle . \end{aligned}$$

Substituindo o coeficiente de transmissão da cavidade $\mu(\omega)$, pela série geométrica

$$\mu(\omega) = \frac{t_e^2}{1 - r^2 e^{2i\omega\tau_c}} = t_e^2 \sum_{m=0}^{\infty} r^{2m} e^{2im\omega\tau_c} \quad (2.5)$$

chegamos a:

$$\begin{aligned} \hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) |\Psi\rangle &= -\frac{1}{2} e^{-i\omega_o(t-\tau_1+\tau/2-\delta/2)} T \sum_m (R e^{i\omega_o\tau_c})^m \times \\ &\quad \times \int_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} e^{i\omega(2m\tau_c-\delta)} [e^{i\omega\tau} - e^{-i\omega\tau}] \phi(\omega_o/2 + \omega) d\omega |0\rangle . \end{aligned}$$

Finalmente, fazemos o produto escalar e obtemos a correlaao de quarta ordem

$$\begin{aligned} P_{12}(\tau) &= \frac{KT^2}{4} \sum_{m,n} R^{(m+n)} e^{i\omega_o\tau_c(m-n)} \iint_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} e^{i[2\tau_c(m\omega-n\omega')-(\omega-\omega')\delta]} \phi(\omega_o/2 + \omega) \times \\ &\quad \times \phi^*(\omega_o/2 + \omega') [e^{i\tau(\omega-\omega')} - e^{i\tau(\omega+\omega')} - e^{-i\tau(\omega+\omega')} + e^{-i\tau(\omega-\omega')}] d\omega d\omega' . \end{aligned}$$

Seguindo o mesmo argumento da seção 1.3, a taxa de coincidências será a “soma” das probabilidades $P_{12}(\tau)$ sobre todas as diferenças de tempo “ τ ” de chegada dos fótons nos detectores, ou seja,

$$N_c = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{12}(\tau) d\tau \quad .$$

Quando integrarmos $P(\tau)$ em τ , inverteremos a ordem de integração, fazendo em primeiro lugar a integral em τ e depois as outras.

Lembramos que

$$\int e^{i\tau(\omega-\omega')} d\tau = \int e^{-i\tau(\omega-\omega')} d\tau = 2\pi\delta(\omega - \omega')$$

e

$$\int e^{i\tau(\omega+\omega')} d\tau = \int e^{-i\tau(\omega+\omega')} d\tau = 2\pi\delta(\omega + \omega')$$

onde $\delta(x)$ é a função delta de Dirac.

Então a segunda integração, em ω' , filtrará ora $\omega' = \omega$, ora $\omega' = -\omega$.

Supondo que ϕ é simétrica, isto é, $\phi(\omega_o/2 + \omega) = \phi(\omega_o/2 - \omega)$, teremos o número de coincidências:

$$\begin{aligned} N_c = & K\pi T^2 \sum_{m,n} R^{(m+n)} e^{i\omega_o\tau_c(m-n)} \times \\ & \times \int_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} [e^{2i\omega\tau_c(m-n)} - e^{2i\omega[\tau_c(m+n)-\delta]}] |\phi(\omega_o/2 + \omega)|^2 d\omega \quad . \end{aligned}$$

Usando a fórmula de Euler, $e^{ix} = \cos x + i\sin x$, junto com as propriedades de paridade das funções seno e cosseno, tanto em relação a ω quanto em relação à troca de posições entre m e n , chega-se a:

$$\begin{aligned} T_c = & T^2 \sum_{m,n} R^{(m+n)} \cos[\omega_o\tau_c(m-n)] \times \\ & \times \int_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} \{\cos[2\omega\tau_c(m-n)] - \cos[2\omega(\tau_c[m+n] - \delta)]\} |\phi(\omega_o/2 + \omega)|^2 d\omega, \end{aligned}$$

onde a constante $K\pi$ foi suprimida, já que estamos interessados na taxa de coincidências e não no número de coincidências propriamente dito.

Consideremos o caso especial onde ϕ é a gaussiana

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{\Delta\omega}\sqrt{\pi}} e^{-\omega^2/2(\Delta\omega)^2} \quad , \quad (2.6)$$

suposta suficientemente estreita dentro do intervalo $(-\frac{\omega_0}{2}, \frac{\omega_0}{2})$ para que possamos estender os limites de integração de $-\infty$ a $+\infty$, podemos resolver explicitamente a integral em ω , e a taxa de coincidências será dada por:

$$T_c = T^2 \sum_{m,n} R^{(m+n)} \cos[\omega_0 \tau_c (m-n)] \times \\ \times \left[e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n)^2} - e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c (m+n) - \delta]^2} \right] \quad . \quad (2.7)$$

Agora que já temos a fórmula, vamos fazer algumas simulações e ver como se comportam as medidas em coincidência em diversas situações. Como primeiro teste, vamos fazer $R = 0 \implies T = 1$, que reduz a equação anterior a

$$T_c = 1 - e^{-\Delta\omega^2 \delta^2} \quad , \quad (2.8)$$

que é o resultado do interferômetro de Hong-Ou-Mandel sem amostra, a menos de uma constante. Ou seja, com $R = 0$ e $T = 1$, a cavidade simplesmente não existe. Por outro lado, quando $R = 1$ e $T = 0$, ela se torna uma barreira de potencial infinito, e $T_c = 0$.

Para que possamos perceber melhor o que acontece com as medidas em coincidência devido à presença da cavidade, vejamos primeiro um gráfico dessas medidas em função da defasagem temporal entre os caminhos, sem a barreira. Para uma dispersão espectral dos fótons gêmeos $\Delta\omega = 70GHz$ (usa-se, por exemplo, filtros de interferência com $\Delta\lambda \sim 20nm$, em frente aos detectores), temos o gráfico da Fig. 2.2:

Como podemos verificar, filtros com $\Delta\lambda \sim 20nm$ conferem aos fótons gêmeos um tempo de coerência de $\approx 0.07ps$.

Em seguida mostramos o gráfico (Fig. 2.3) para o caso onde há uma cavidade de largura $L = 826nm$ cujos espelhos têm refletividade $R = 0.81$. Consideramos novamente filtros com $\Delta\lambda \sim 20nm$, e que a frequência central dos fótons gêmeos, $\omega_0/2$, é $2.28 \times 10^{15} Hz$ (que

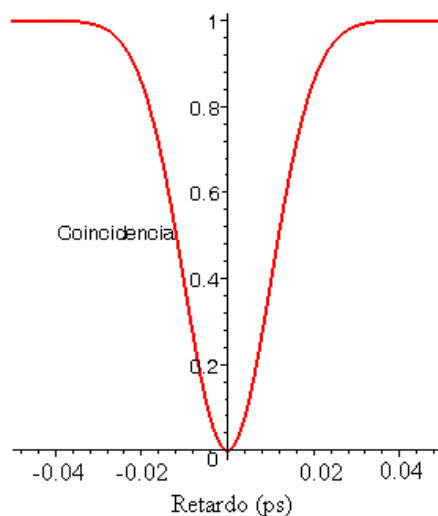


Figura 2.2: Gráfico de coincidências versus retardo para um interferômetro de Hong-Ou-Mandel sem barreiras, com $\Delta\omega = 70GHz$

corresponde a um comprimento de onda $\lambda = 826nm$), ou seja, os fótons são ressonantes com a cavidade. Com estas especificações, o comprimento de coerência longitudinal do fóton é cerca de 25 vezes maior que a largura da cavidade.

Observando a Fig. 2.3, parece ter havido um atraso, assim como um alongamento do fóton, o que é de certa forma razoável.

A cavidade estar em ressonância com o fóton significa que sua largura é igual a um número inteiro de meios comprimentos de onda do fóton (comprimento de onda central do pacote de onda). Definimos também *anti-ressonância* como o caso em que a largura da cavidade é igual a um número semi-inteiro de meios comprimentos de onda, ou seja, está exatamente no meio entre duas larguras de ressonância consecutivas.

Vamos agora, mantendo todos os outros parâmetros inalterados, fazer $L = 1858.5nm$; desse modo, o comprimento de coerência do pacote de onda ainda será umas 10 vezes maior que a cavidade, e estaremos no caso anti-ressonante. O gráfico então será o da Fig. 2.4.

Quando o atraso relativo entre os caminhos é bem maior que o tempo de coerência dos fótons, a taxa de coincidências atinge um patamar. Este patamar é proporcional à intensidade de luz que atravessa a barreira, já que nessa região não há mais interferência e metade dos fótons que conseguem atravessá-la geram coincidência. Em vista disso, notamos que o caso anti-ressonante equivale a uma espécie de tunelamento, onde o sinal

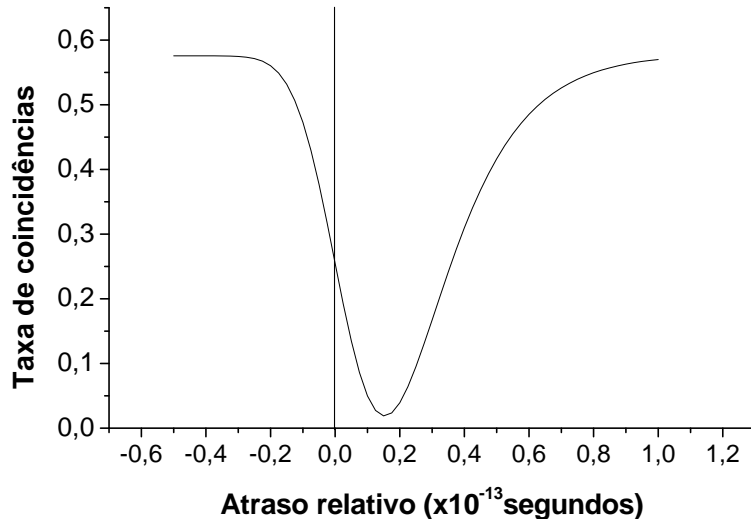


Figura 2.3: Gráfico da taxa de coincidências versus o atraso relativo entre os braços do HOM. $\Delta\omega = 70GHz$, $L = 826nm$, $\lambda_0 = 413nm$, onde λ_0 é o comprimento de onda do feixe bombeador. Situação ressonante.

cai de 1 (caso sem a barreira) para 0.0123.

Não podemos afirmar com certeza nem que o fóton sofre um atraso no caso ressonante, nem que gasta um tempo “negativo” para tunelar; tudo o que temos é a taxa de coincidências, que a princípio, com a presença da barreira, não necessariamente reflete a situação do pacote de onda em si.

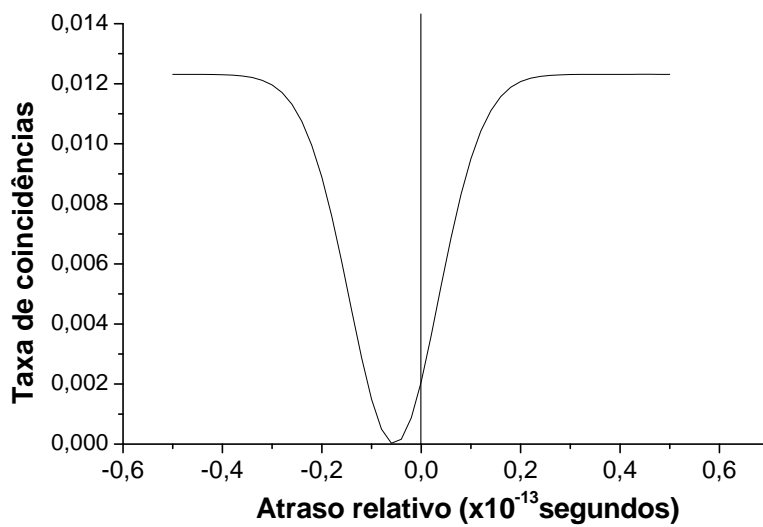


Figura 2.4: Gráfico de coincidências versus atraso relativo, na situação anti-ressonante.

2.2 Os fótons “fermions”

Estudaremos agora o caso da reflexão dos fótons pela microcavidade, montando o interferômetro de maneira tal que os fótons idler refletidos, e não os transmitidos, sejam conduzidos ao divisor de feixe junto com seus pares. Veja a montagem da Fig. 2.5. A cavidade é a mesma de antes, formada por espelhos com $r = \sqrt{R}$ (coeficiente de reflexão) e $t_e = i\sqrt{T}$ (coeficiente de transmissão). O estado de dois fótons, considerando-se a conversão paramétrica e a barreira, continua sendo:

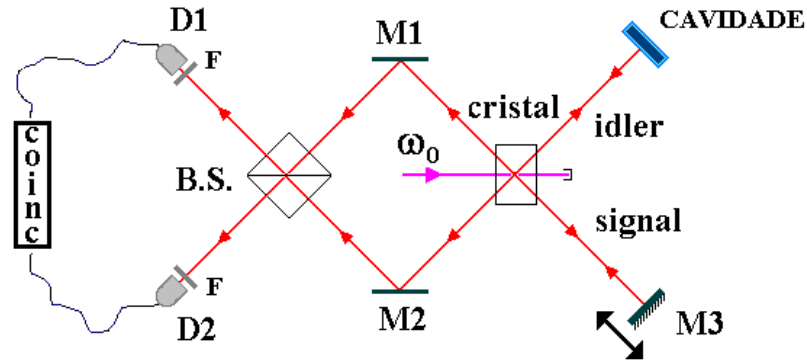


Figura 2.5: Aparato experimental para o estudo dos fótons refletidos pela cavidade.

$$\begin{aligned}
 |\Psi\rangle &= \int_0^{\omega_o} \phi(\omega)\mu(\omega) |\omega\rangle_t |\omega_o - \omega\rangle_s d\omega + \\
 &+ \int_0^{\omega_o} \phi(\omega)\nu(\omega) |\omega\rangle_r |\omega_o - \omega\rangle_s d\omega \quad ,
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

no entanto, os campos em frente aos detectores, no tempo “t”, agora são:

$$\begin{aligned}
 \hat{E}_1^{(+)}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{E}_r^{(+)}(t - \tau_1) + i\hat{E}_s^{(+)}(t - \tau_1 - \delta) \right] \quad , \\
 \hat{E}_2^{(+)}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{E}_s^{(+)}(t - \tau_1 - \delta) + i\hat{E}_r^{(+)}(t - \tau_1) \right] \quad ,
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

onde τ_1 e δ têm a mesma definição da seção anterior e os operadores correspondentes aos modos “signal” e “refletido” são dados por:

$$\begin{aligned}
\hat{E}_s^{(+)}(t) &= \int d\omega e^{-i\omega t} \hat{a}_s(\omega) \quad , \\
\hat{E}_r^{(+)}(t) &= \int d\omega e^{-i\omega t} \hat{a}_r(\omega) \quad .
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Seguindo em direção ao cálculo da taxa de coincidência, primeiro calcularemos a correlação de quarta ordem

$$P_{12}(\tau) = K \underbrace{\langle \Psi | \hat{E}_1^{(-)}(t) \hat{E}_2^{(-)}(t + \tau) }_{bra} \cdot \underbrace{\hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) | \Psi \rangle}_{ket} \quad . \tag{2.12}$$

Usando as equações (2.9), (2.10) e (2.11), obtemos para o ket a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
\hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) | \Psi \rangle &= \frac{1}{2} \left[\int_0^{\omega_o} e^{-i\omega(t+\tau-\tau_1-\delta)} e^{-i(\omega_o-\omega)(t-\tau_1)} \phi(\omega_o - \omega) \nu(\omega_o - \omega) d\omega \right. \\
&\quad \left. - \int_0^{\omega_o} e^{-i\omega(t+\tau-\tau_1)} e^{-i(\omega_o-\omega)(t-\tau_1-\delta)} \phi(\omega) \nu(\omega) d\omega \right] |0, 0\rangle \quad ,
\end{aligned}$$

e fazendo as mudanças de variável: na primeira integral: $\omega \longrightarrow \omega_o/2 - \omega$,
na segunda integral: $\omega \longrightarrow \omega_o/2 + \omega$ ficamos com

$$\begin{aligned}
\hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) | \Psi \rangle &= \frac{1}{2} e^{-i\omega_o(t-\tau_1+\tau/2-\delta/2)} \times \\
&\quad \times \int_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} e^{-i\omega\delta} (e^{i\omega\tau} - e^{-i\omega\tau}) \phi(\omega_o/2 + \omega) \nu(\omega_o/2 + \omega) d\omega |0, 0\rangle \quad .
\end{aligned}$$

O coeficiente de reflexão da cavidade, $\nu(\omega)$, é:

$$\nu(\omega) = \frac{r' e^{-i\omega\tau_c} + r(t_e^2 - r r') e^{i\omega\tau_c}}{1 - r^2 e^{2i\omega\tau_c}} \quad ,$$

e como em nosso modelo $r = r' = \sqrt{R}$ e $t_e = i\sqrt{T}$, com $R + T = 1$, temos

$$\nu(\omega) = \frac{-2ir \operatorname{sen}(\omega\tau_c)}{1 - r^2 e^{2i\omega\tau_c}} \quad ,$$

que é a série geométrica:

$$\nu(\omega) = -2ir \operatorname{sen}(\omega\tau_c) \sum_{m=0}^{\infty} r^{2m} e^{2im\omega\tau_c} \quad . \tag{2.13}$$

Desta forma, obtemos:

$$\begin{aligned} \hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) |\Psi\rangle &= -ir e^{-i\omega_o(t-\tau_1+\tau/2-\delta/2)} \sum_{m=0}^{\infty} r^{2m} e^{im\omega_o\tau_c} \times \\ &\times \int_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} e^{i\omega(2m\tau_c-\delta)} (e^{i\omega\tau} - e^{-i\omega\tau}) \text{sen} [(\omega_o/2 + \omega) \tau_c] \phi(\omega_o/2 + \omega) d\omega |0\rangle, \end{aligned}$$

e fazendo o produto escalar, chegamos a

$$\begin{aligned} P_{12}(\tau) &= KR \sum_{m,n} R^{(m+n)} e^{i(m-n)\omega_o\tau_c} \times \iint_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} e^{i[2\tau_c(m\omega-n\omega')-(\omega-\omega')\delta]} \times \\ &\times \text{sen} [(\omega_o/2 + \omega) \tau_c] \text{sen} [(\omega_o/2 + \omega') \tau_c] \phi(\omega_o/2 + \omega) \phi^*(\omega_o/2 + \omega') \times \\ &\times [e^{i\tau(\omega-\omega')} - e^{i\tau(\omega+\omega')} - e^{-i\tau(\omega+\omega')} - e^{-i\tau(\omega-\omega')}] d\omega' d\omega \quad .(2.14) \end{aligned}$$

Finalmente, integramos em τ para chegar ao número de coincidências,

$$N_c = \int P_{12}(\tau) d\tau \quad .$$

Lembrando que a primeira integração, em τ , fará aparecer 4 funções delta de Dirac, e que $\phi(\omega_o/2 + \omega)$ é simétrica em ω , obtemos

$$\begin{aligned} N_c &= 4K\pi R \sum_{m,n} R^{(m+n)} e^{i(m-n)\omega_o\tau_c} \times \\ &\times \int_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} |\phi(\omega_o/2 + \omega)|^2 \{ \text{sen}^2 [(\omega_o/2 + \omega)\tau_c] e^{2i\omega\tau_c(m-n)} \\ &- \text{sen} [(\omega_o/2 + \omega)\tau_c] \text{sen} [(\omega_o/2 - \omega)\tau_c] e^{2i\omega[\tau_c(m+n)-\delta]} \} d\omega \quad . \end{aligned}$$

Mais uma vez, aproveitando as propriedades de paridade das funções seno e cosseno e utilizando algumas identidades trigonométricas, transformamos a última expressão em

$$\begin{aligned} T_c &= 4R \sum_{m,n} R^{(m+n)} \int_{-\omega_o/2}^{+\omega_o/2} |\phi(\omega_o/2 + \omega)|^2 \times \\ &\{ \cos [\omega_o\tau_c(m-n)] [\cos [2\omega\tau_c(m-n)] \left(\text{sen}^2(\omega\tau_c) \cos^2\left(\frac{\omega_o\tau_c}{2}\right) + \text{sen}^2\left(\frac{\omega_o\tau_c}{2}\right) \cos^2(\omega\tau_c) \right) + \\ &+ \cos [2\omega(\tau_c[m+n]-\delta)] \left(\text{sen}^2(\omega\tau_c) \cos^2\left(\frac{\omega_o\tau_c}{2}\right) - \text{sen}^2\left(\frac{\omega_o\tau_c}{2}\right) \cos^2(\omega\tau_c) \right)] - \\ &- 2\text{sen}[\omega_o\tau_c(m-n)] \text{sen} [2\omega\tau_c(m-n)] \text{sen} \left(\frac{\omega_o\tau_c}{2}\right) \cos \left(\frac{\omega_o\tau_c}{2}\right) \text{sen}(\omega\tau_c) \cos(\omega\tau_c) \} d\omega, \end{aligned}$$

onde ignoramos a constante $K\pi$, como feito anteriormente. No caso particular onde ϕ é a gaussiana

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{\Delta\omega}\sqrt{\pi}} e^{-\omega^2/2(\Delta\omega)^2} ,$$

que decresce rápido quando $\omega \rightarrow \pm\omega_o/2$, resolvemos a integral em ω , e a expressão (2.9) fica

$$\begin{aligned} T_c = & R \sum_{m,n} R^{(m+n)} \{ \cos [\omega_o \tau_c (m - n)] \times \\ & \times [2e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n)^2} - e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c(m+n+1)-\delta]^2} + 2e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c(m+n)-\delta]^2} \cos (\omega_o \tau_c) - e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c(m+n-1)-\delta]^2}] \\ & - e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n+1)^2} \cos [\omega_o \tau_c (m - n + 1)] - e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n-1)^2} \cos [\omega_o \tau_c (m - n - 1)] \} . \end{aligned}$$

Recordando o esquema da cavidade de Fabry-Pérot da seção 1.4, vemos que a origem do sistema de coordenadas é no meio da cavidade. É então conveniente, para o presente caso da reflexão, transladarmos o referencial, fazendo $\delta \rightarrow \delta - \tau_c$, o que põe a origem sobre o primeiro espelho. Com isso, finalmente temos a taxa de coincidências

$$\begin{aligned} T_c = & R \sum_{m,n} R^{(m+n)} \{ \cos [\omega_o \tau_c (m - n)] \times \\ & \times [2e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n)^2} - e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c(m+n+2)-\delta]^2} + \\ & + 2e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c(m+n+1)-\delta]^2} \cos (\omega_o \tau_c) - e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c(m+n)-\delta]^2}] - \\ & - e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n+1)^2} \cos [\omega_o \tau_c (m - n + 1)] - e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n-1)^2} \cos [\omega_o \tau_c (m - n - 1)] \} . \end{aligned}$$

Vamos agora simular a situação em que $\Delta\omega = 70GHz$ (filtros de interferência com $\Delta\lambda \sim 20nm$), a cavidade mede $826 nm$ e o feixe de bombeio tem comprimento de onda $\lambda_o = 413 nm$, que gera, na conversão paramétrica degenerada, fótons gêmeos com $\lambda = 826 nm$. Estamos no caso ressonante e o comprimento de coerência longitudinal dos fótons é aproximadamente vinte vezes maior que a largura da cavidade. Nesta situação, as medidas em coincidência em função da diferença temporal entre os caminhos se comportarão como mostrado na Fig. 2.6. Esta situação ressonante é a mesma que simulamos na

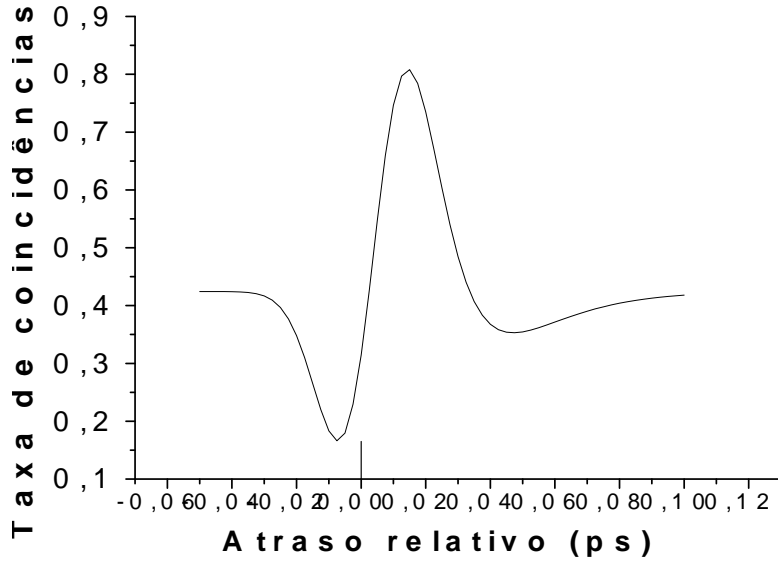


Figura 2.6: Gráfico de coincidências versus retardo para um interferômetro de Hong-Ou-Mandel com barreiras, com $\Delta\omega = 70GHz$ e na situação anti-ressonante.

seção 2.1 (mesmos valores para os parâmetros $\Delta\omega$, ω_0 , R e τ_c), com a única diferença que agora estamos incidindo os fótons refletidos pela cavidade, e não os transmitidos, no divisor de feixes. Note que os valores dos patamares, 0.43 aqui e 0.57 lá, são complementares, como não poderia deixar de ser, uma vez que estamos considerando espelhos sem perdas ($R + T = 1 \Rightarrow |\mu|^2 + |\nu|^2 = 1$).

Devemos notar ainda que para um retardo em torno de 0.01 ps, o número de coincidências supera o valor do patamar! O que indica uma interferência construtiva, contrária à habitual interferência destrutiva do interferômetro de Hong-Ou-Mandel.

Nitidamente os fótons preferem sair separados (por portas distintas) do divisor de feixe, daí o aumento nas coincidências. Tal comportamento vem sendo chamado “comportamento fermiônico dos fótons” [11], em contraposição ao comportamento usual dos fótons (saírem pela mesma porta do divisor de feixes), atribuído ao seu carácter bosônico.

No próximo capítulo, utilizando as fórmulas já desenvolvidas, estudaremos também o regime em que a largura da cavidade é maior que o comprimento de coerência dos fótons, na esperança de que este estranho quadro, que agora temos diante de nós, comece a se esclarecer.

Capítulo 3

Interferência e Indistinguibilidade

3.1 O anti-agrupamento não local

No final das seções 2.1 e 2.2 fizemos alguns gráficos que mostravam a variação da taxa de coincidência em função do retardo (para os casos de transmissão e reflexão, respectivamente), mas apenas em situações onde o comprimento de coerência dos fótons era maior que a largura da cavidade, ± 25 ou ± 10 vezes. Neste capítulo estudaremos as contagens de coincidências num regime onde os fótons “são menores que a cavidade”, ou seja, seu comprimento de coerência longitudinal é menor que a largura da cavidade. Para isso usaremos as mesmas fórmulas estabelecidas no capítulo anterior, mudando apenas o valor dos parâmetros. Por exemplo, quando a dispersão espectral era $\Delta\omega = 70 \text{ GHz}$ (tempo de coerência $\approx 0.7 \times 10^{-13} \text{ s}$) e a largura da cavidade 1858.5 nm ($\tau_c = 6.195 \text{ fs}$), tínhamos um fóton aproximadamente 10 vezes maior que a cavidade. Se aumentarmos a largura da cavidade umas cem vezes, inverteremos as proporções e o fóton passará a ser umas dez vezes menor que ela.

Com esses valores dos parâmetros do gráfico da Fig. 3.1 não estamos num caso particular, ressonante ou anti-ressonante. O patamar corresponde às regiões onde não há interferência. O primeiro vale está relacionado com o fóton que atravessa direto a cavidade, sem refletir nos espelhos. E observamos que há também interferência toda vez que o retardo é igual a um número inteiro de tamanhos da cavidade ($\delta = N\tau_c$). Bem, toda vez que δ for igual a uma quantidade par de τ_c haverá encontros entre fótons gêmeos no divisor de feixe. Por exemplo, considere $\delta = 4\tau_c$; aquele fóton que, antes de atravessar a cavidade, refletir nos espelhos internos 4 vezes, se encontrará com seu par no divisor de feixe, veja Fig. 3.2.

Desse modo as interferências em $\delta = 0, 2, 4, 6, \dots$ vezes o tempo de um trânsito pela

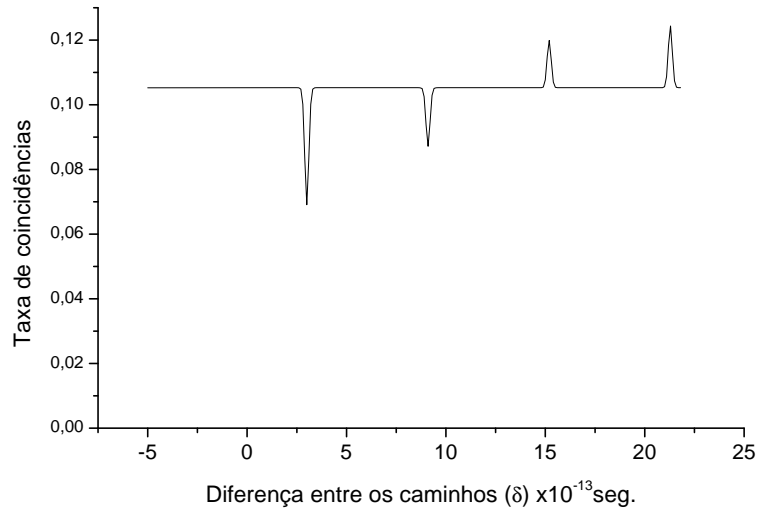


Figura 3.1: Gráfico de coincidências versus atraso temporal (δ) no caso da transmissão, com $\Delta\omega = 70\text{GHz}$, $\lambda = 826\text{nm}$, $\tau_c \simeq 6.1 \times 10^{-13}\text{s}$, $R = 0.81$, onde λ é o comprimento de onda dos fótons gêmeos.

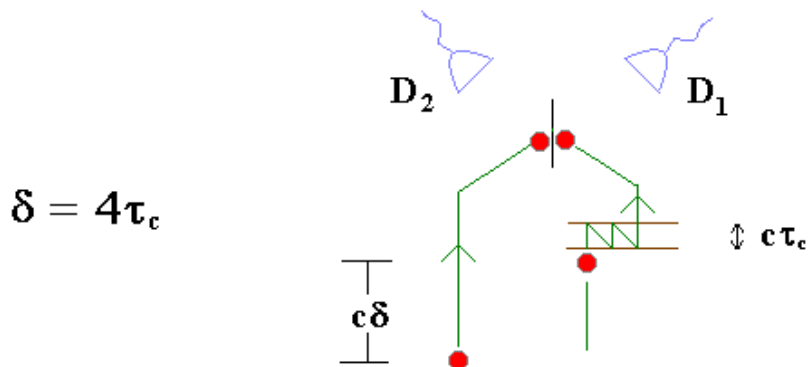


Figura 3.2: Esquema do encontro dos fótons no divisor de feixes. O fóton da direita começa $4\tau_c$ adiantado em relação ao fóton da esquerda.

cavidade são perfeitamente esperadas.

Mas esse primeiro gráfico já nos mostra dois aspectos aparentemente estranhos do experimento:

- (i) interferência quando δ é uma quantidade ímpar de τ_c (não há encontros entre os fótons gêmeos neste caso),
- (ii) picos, ao invés de somente os usuais vales do interferômetro de Hong-Ou-Mandel.

Para entendermos a causa das interferências, vamos recorrer a uma espécie de diagrama de Feynman, que mostra maneiras distintas e indistinguíveis de um evento ocorrer.

Começamos lembrando como a contagem de coincidências é calculada. Em primeiro lugar calculamos

$$P_{12}(\tau) = K \left\langle \hat{E}_1^{(-)}(t) \hat{E}_2^{(-)}(t + \tau) \hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(t) \right\rangle, \quad (3.1)$$

que é a probabilidade de um fóton ser detectado no detector D_1 no instante t , e o outro em D_2 no instante $t + \tau$, em outras palavras, $P_{12}(\tau)$ é a probabilidade de uma detecção em coincidência com uma diferença de tempo τ . Depois calculamos

$$\int P_{12}(\tau) d\tau, \quad (3.2)$$

e encontramos a taxa com que as coincidências devem ser registradas.

Vamos analisar dois pontos (diferença entre os caminhos) onde ocorre interferência, $\delta = 2\tau_c$ (Fig. 3.3) e $\delta = 3\tau_c$ (Figs. 3.4 e 3.5). Nosso diagrama representa o cálculo da integral (3.2), não de toda ela, mas de um trecho, que inclui os termos afetados pela interferência. As probabilidades $P_{12}(\tau)$ são os módulos ao quadrado, $|\dots|^2$, que aparecem no diagrama.

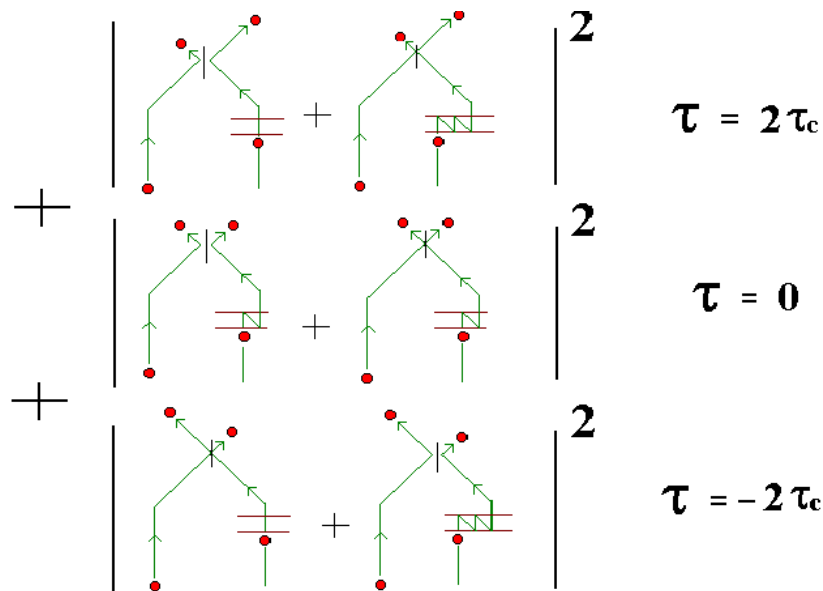


Figura 3.3: Diagrama de Feynman. O fóton da esquerda começa atrasado de um tanto $\delta = 2\tau_c$.

Como podemos ver no diagrama da Fig. 3.3, existem várias diferenças de tempo τ possíveis de chegada dos fótons nos detectores. Algumas delas podem ser realizadas de duas maneiras diferentes e indistinguíveis, esta é a origem da interferência. Existem também as diferenças de tempo $\pm 4\tau_c, \pm 6\tau_c, \pm 8\tau_c, \dots$ (quando o fóton reflete mais vezes dentro da cavidade). $P_{12}(\pm 4\tau_c), P_{12}(\pm 6\tau_c), \text{ etc.}$, não são afetadas por interferência; uma vez fixada a diferença entre os caminhos em $\delta = 2\tau_c$, se um fóton chega, digamos, $6\tau_c$ antes do outro nos detectores, sabemos que foi o da esquerda (o que não passa pela cavidade) que chegou na frente.

Vamos agora fixar o retardo em $\delta = 3\tau_c$ e ver como fica o diagrama (Figs. 3.4 e 3.5).

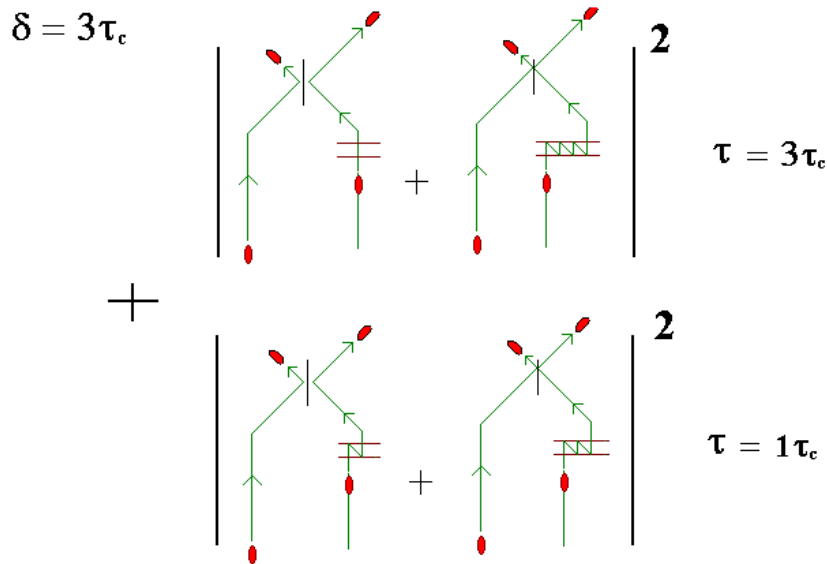


Figura 3.4: Diagrama de Feynman. O fóton da esquerda começa atrasado de um tanto $\delta = 3\tau_c$.

Através dos diagramas das Figs. 3.4 e 3.5, vemos que se δ for uma quantidade ímpar de τ_c , os fótons nunca se encontram no divisor de feixes, mas há ambiguidades sobre qual deles chegou na frente, portanto há interferência.

O quadro da Fig. 3.6 resume a análise que acabamos de fazer de uma outra forma, mostrando as diferenças no tempo (em unidades de τ_c) de chegada dos fótons no divisor de feixe.

Se a diferença nos caminhos não for uma quantidade inteira do tamanho da cavidade, por exemplo $\delta = 4.8\tau_c$, podemos saber qual fóton chegou primeiro num determinado detector e a interferência não existe. Então, se o lapso de tempo entre os *clicks* nos detectores

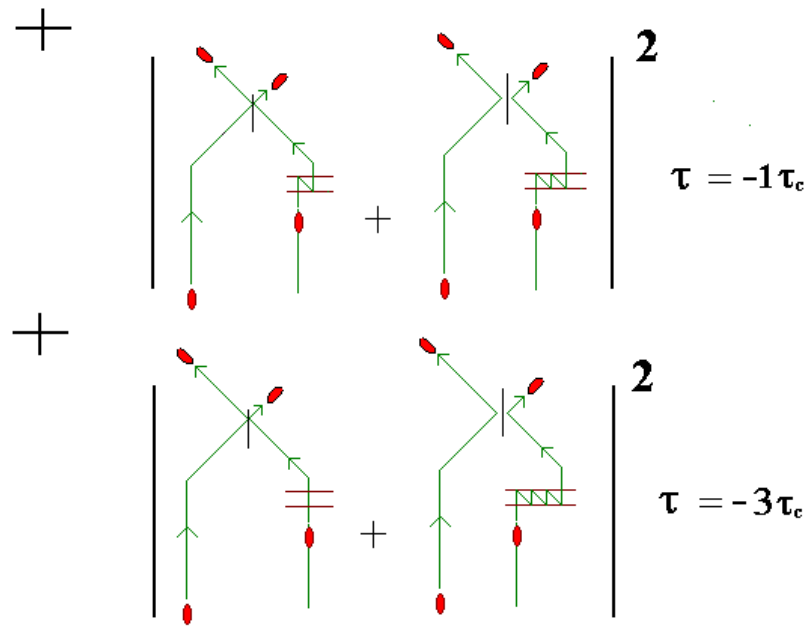


Figura 3.5: Continuação da Fig. 3.4. O fóton da esquerda começa atrasado de um tanto $\delta = 3\tau_c$.

$$\begin{aligned}
 \delta = 2 &\longrightarrow \boxed{2} \boxed{0} \boxed{-2} \boxed{-4} \boxed{-6} \dots \\
 \delta = 3 &\longrightarrow \boxed{3} \boxed{1} \boxed{-1} \boxed{-3} \boxed{-5} \boxed{-7} \dots \\
 \delta = 4.8 &\longrightarrow \boxed{4.8} \boxed{2.8} \boxed{0.8} \boxed{-1.2} \boxed{-2.2} \boxed{-4.2} \boxed{-6.2} \dots
 \end{aligned}$$

Figura 3.6: Análise das interferências em diferenças de caminho iguais a números inteiros de τ_c e da não existência de interferências no patamar.

for, digamos, $2.8\tau_c$, podemos afirmar com certeza que o fóton que passou pela cavidade foi o que chegou primeiro, se for $1.2\tau_c$, sabemos que foi o outro, e assim por diante. Ou seja, quando $\delta \neq N\tau_c$, não há ambiguidades, não há interferência.

Quanto aos picos no gráfico $T_c \times \delta$, tudo o que podemos dizer é que como as interferências se dão, na maioria das vezes, sem que hajam encontros entre os fótons, elas tanto podem ser destrutivas (vales) quanto construtivas (picos). A única que necessariamente é um vale é a primeira ($\delta = 0$), pois sua única causa é o encontro, no divisor de feixe, do

fóton transmitido diretamente (sem reflexões) pela cavidade com seu par.

Observando o gráfico da Fig. 3.1 de $T_c \times \delta$, notamos que em $\delta \simeq 12.2 \times 10^{-13} s$ há um pico, e sabemos que com esse δ há fótons que se encontram com seus pares (veja o diagrama para $\delta = 2\tau_c$). A pergunta que surge imediatamente é: até que ponto os fótons que se encontram no divisor de feixe têm a obrigação de sair do divisor pela mesma porta? Para responder a esta pergunta vamos considerar a fórmula

$$T_c = T^2 \sum_{m,n} R^{(m+n)} \cos [\omega_o \tau_c (m - n)] \left[e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n)^2} - e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c(m+n)-\delta]^2} \right]$$

e reescrevê-la de uma forma um pouco diferente, separando os termos em que $m = n$ dos termos onde $m \neq n$.

$$T_c = T^2 \sum_m R^{2m} \left[1 - e^{-\Delta\omega^2 [2m\tau_c - \delta]^2} \right] + T^2 \sum_{\substack{m,n \\ m \neq n}} R^{(m+n)} \cos [\omega_o \tau_c (m - n)] \left[e^{-\Delta\omega^2 \tau_c^2 (m-n)^2} - e^{-\Delta\omega^2 [\tau_c(m+n)-\delta]^2} \right] \quad (3.3)$$

Para que estejamos num regime onde o comprimento de coerência do fóton é muito menor que a largura da cavidade, vamos fazer $\Delta\omega \gg 1/\tau_c$. Desse modo todas as exponenciais se anulam, a menos que seus argumentos se anulem, quando então elas são iguais a 1. A primeira exponencial da segunda parte da equação 3.3 é nula, pois como $m \neq n$, seu argumento nunca zera. Logo, essa exponencial não participa dos cálculos no regime de fótons pequenos. Quando δ não for um valor inteiro de τ_c as outras exponenciais também se anulam, e temos

$$T_c = T^2 \sum_{m=0}^{\infty} R^{2m} \quad , \quad (3.4)$$

que é o valor do patamar, proporcional à quantidade de energia transmitida. Podemos escrever (3.4) como

$$T_c = T^2 + T^2 R^2 + T^2 R^4 + T^2 R^6 + T^2 R^8 + T^2 R^{10} + \dots \quad , \quad (3.5)$$

onde o primeiro termo é a probabilidade do fóton sofrer duas transmissões consecutivas nos espelhos, o segundo é a probabilidade de ele ser transmitido pela cavidade após refletir duas vezes lá dentro, o terceiro termo é a probabilidade da partícula sofrer 4 reflexões internas antes de seguir viagem, e assim por diante.

Veja que a exponencial do primeiro colchete da equação (3.3) só não se anula quando δ for um número par vezes τ_c . Por exemplo, se $\delta = 6\tau_c$, no termo da somatória com $m = 3$ ela dá 1, mas zero para todos os outros valores de m , ou seja, ela retira da soma (3.4) exatamente o termo T^2R^6 , que é a probabilidade do fóton refletir 6 vezes dentro da cavidade antes de seguir em frente. Esse fóton que reflete 6 vezes vai se encontrar, no divisor de feixes, com seu par que estava $6\tau_c$ atrasado. Interpretamos esse resultado da seguinte maneira: uma vez tendo conseguido passar pela barreira, basta que o fóton se encontre com seu par no divisor de feixe para que a chance de eles saírem juntos (pela mesma porta do divisor) seja 100%.

A última exponencial em (3.3) não zera para vários termos da somatória dupla, toda vez que δ for um número inteiro positivo (par ou ímpar) vezes τ_c . E a presença do cosseno mostra que sua contribuição pode ser tanto para aumentar quanto para diminuir a taxa de coincidências.

Em resumo, a primeira exponencial de (3.3) cuida da interferência entre os fótons que se encontram no divisor de feixe, e mostra que eles continuam sempre saindo pela mesma porta. A última exponencial cuida de todos os demais casos de interferência, as não-locais (quando os fótons não chegam a se encontrar). E a primeira exponencial da somatória dupla em (3.3) só entra em cena quando o comprimento de coerência do fóton é comparável com a largura da cavidade ou maior.

Para encerrar esta seção, vamos fazer mais algumas simulações e ver como é a variação de T_c em função dos diversos parâmetros, $\Delta\omega \leftrightarrow \Delta\lambda$, $\omega_o \leftrightarrow \lambda_o$, $\tau_c \leftrightarrow L$. Daqui em diante, para simplificar as análises, vamos deixar de lado as unidades como nm , ps , Hz , e vamos trabalhar com números puros.

Começaremos escolhendo valores para $\Delta\omega$, ω_o e τ_c ao acaso. Lembramos que ω_o é a frequência do feixe de bombeamento e que $\omega_o/2$ é a frequência dos fótons gêmeos.

Em todos os gráficos usamos uma refletividade para os espelhos da cavidade $R = 0.81 \Rightarrow T = 0.19$.

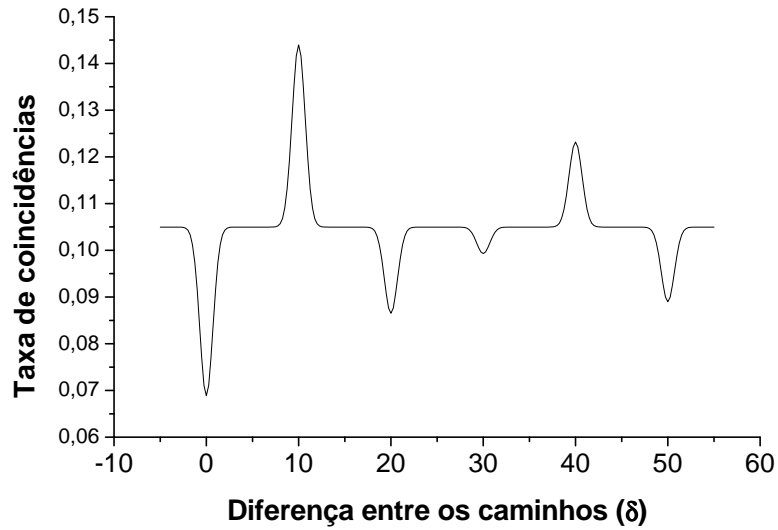


Figura 3.7: Aqui os parâmetros são: $\Delta\omega = 1, \omega_o = 4, \tau_c = 10$.

Variando $\Delta\omega$, temos o gráfico 3.8. A única diferença entre o gráfico 3.7 e o 3.8

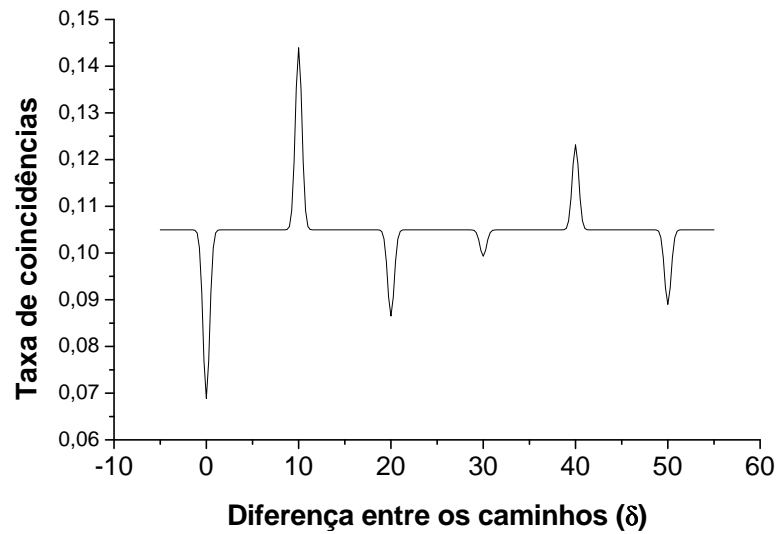


Figura 3.8: Aqui os parâmetros são: $\Delta\omega = 2, \omega_o = 4, \tau_c = 10$.

está no comprimento de coerência dos fótons, que cai para a metade, quando dobramos a dispersão espectral dos pacotes de onda. Agora, em relação ao gráfico 3.8, vamos variar ω_o . Neste caso, notamos que, embora as interferências ocorram para as mesmas diferenças

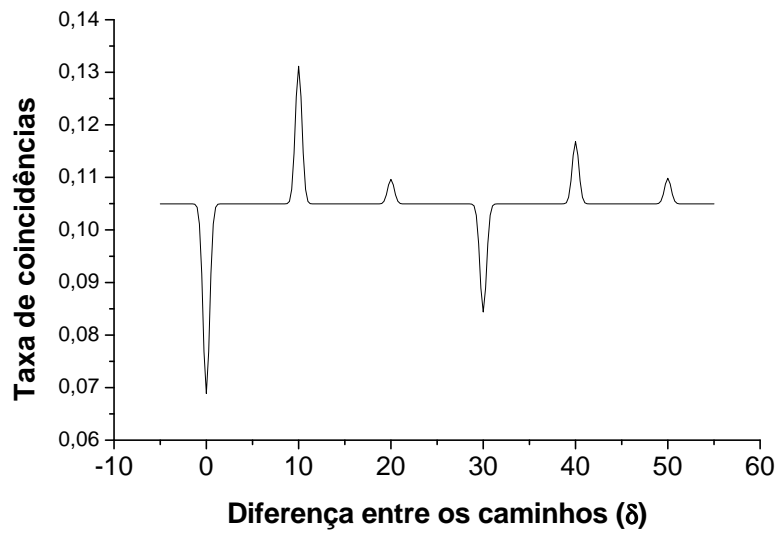


Figura 3.9: Aqui os parâmetros são: $\Delta\omega = 2, \omega_o = 9, \tau_c = 10$.

de caminho, os vales podem mudar para picos e vice-versa. Finalmente, sem mudar os outros parâmetros do gráfico 3.9, variamos τ_c (Fig. 3.10) Agora, não só mudaram-se os

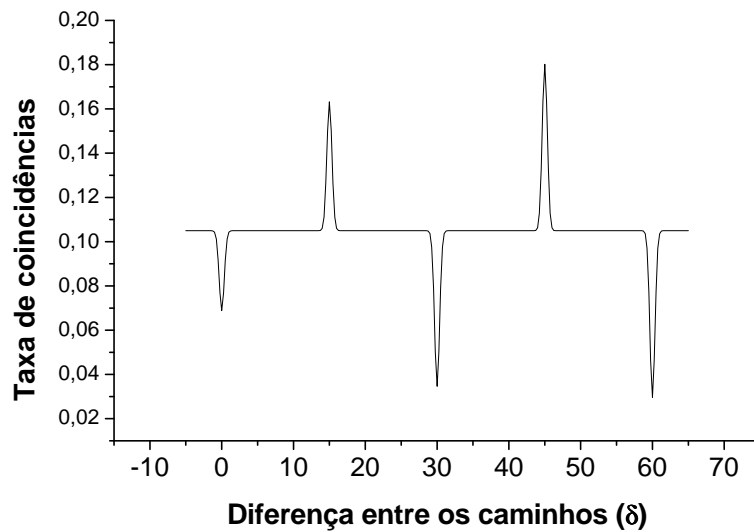


Figura 3.10: Aqui os parâmetros são: $\Delta\omega = 2, \omega_o = 9, \tau_c = 15$.

pontos onde ocorrem as interferências, como também a forma do gráfico mudou.

Como último teste, vamos variar ω_o e τ_c (Fig. 3.11) sem mudar o produto $\omega_o \tau_c$ do gráfico 3.10.

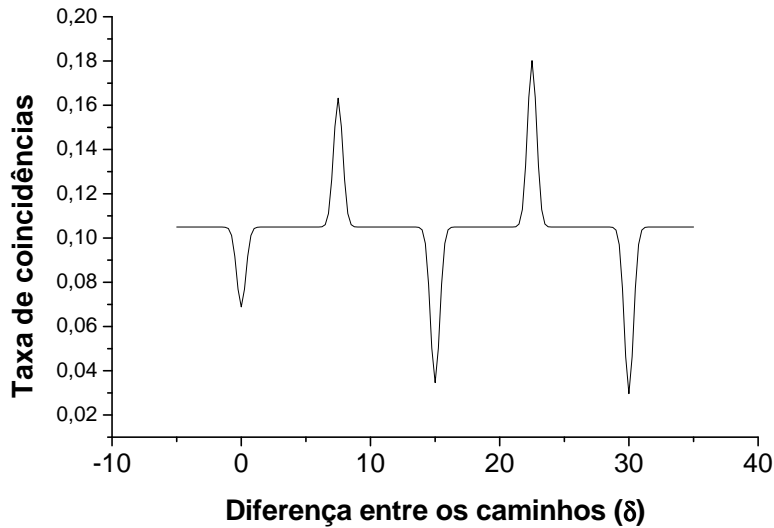


Figura 3.11: Aqui os parâmetros são: $\Delta\omega = 2, \omega_o = 18, \tau_c = 7.5$.

Acompanhando essa sequência de gráficos, percebemos que o que decide se a interferência para um determinado δ será construtiva ou destrutiva é o produto entre ω_o e τ_c , ou, equivalentemente, a razão entre λ e L . A função de $\Delta\omega$ é apenas estabelecer a largura das regiões de interferência, que é igual ao comprimento de coerência longitudinal do pacote de onda.

3.2 Ondas e partículas

Já vimos que em todos os gráficos de $T_c \times \delta$, tanto no regime de fótons “menores” quanto no de fótons “maiores” que a cavidade, existe um patamar, indicando as posições do retardo (os valores de δ) onde não há interferência. Vamos estudar agora como varia a altura desse patamar com ω_o para diferentes proporções entre o “tamanho” do fóton (comprimento de coerência longitudinal) e a largura da cavidade.

Para isso, ao invés de mostrarmos o gráfico da taxa de coincidência versus o deslocamento temporal (δ), vamos deixar δ fixo, em alguma posição onde não há interferência, e vamos variar a frequência do laser (ω_o).

Todos as simulações serão feitas usando um fóton de tamanho fixo ($\Delta\omega$ igual para todos), e em cada uma mudaremos a largura da cavidade (ou o tempo de 1 trânsito, τ_c), com isso conseguiremos variar o tamanho relativo entre o fóton e a cavidade.

A refletividade dos semi-espelhos será a mesma em todos os casos, $R = 0.9$.

Antes de fazermos os gráficos de $T_c \times \omega_o$, devemos saber em que posição fixar δ . Então vamos escolher $\Delta\omega = 1$, e descobrir qual o tempo de coerência correspondente. Basta usar um interferômetro de Hong-Ou-Mandel (sem cavidades), e descobriremos. Usando a expressão

$$T_c = 1 - e^{-\Delta\omega^2\delta^2} \quad , \quad (3.6)$$

com $\Delta\omega = 1$, obtemos o gráfico da Fig. 3.12.

Escolhendo então $\Delta\omega = 1$, teremos um fóton com tempo de coerência ~ 3 , portanto, um atraso de $\delta = -10$ é mais que suficiente para garantir que estaremos fora da região de interferência em todos os casos.

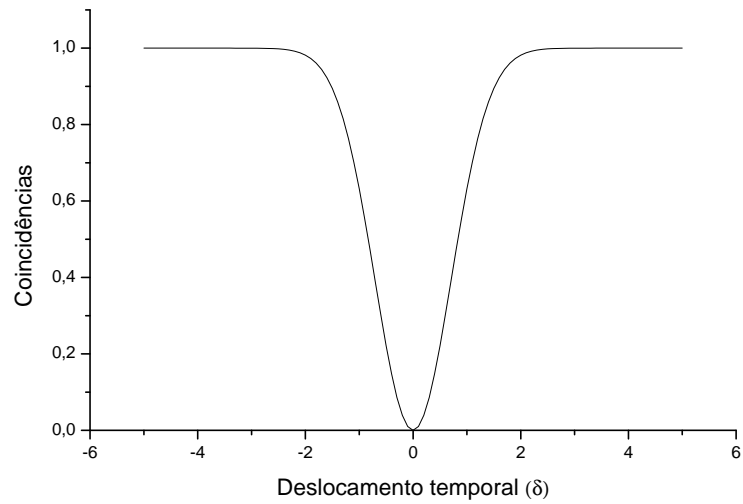


Figura 3.12: Gráfico baseado na Eq. (3.6), com $\Delta\omega = 1$.

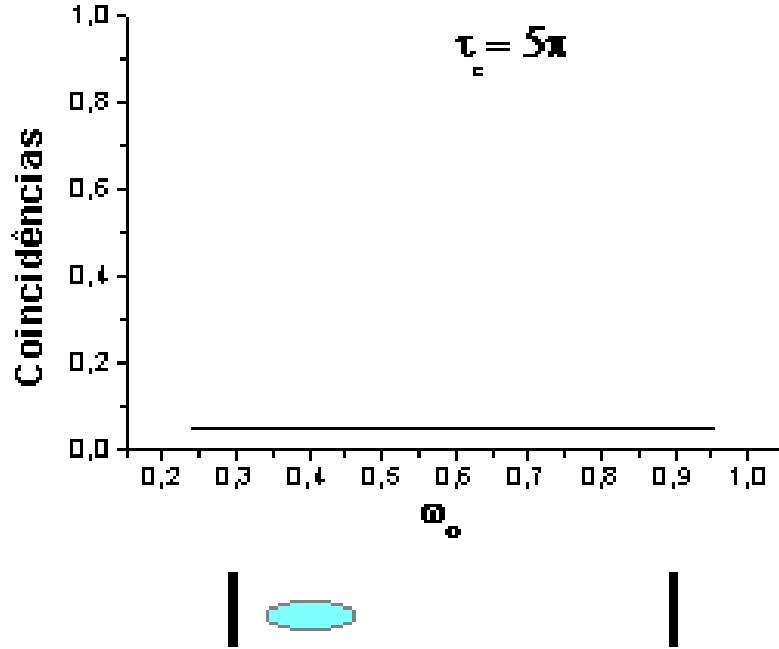


Figura 3.13: Gráfico de $T_c \times \omega_0$, com $\Delta\omega = 1, \delta = -10$ e $\tau_c = 5\pi$.

Partiremos agora para os gráficos de $T_c \times \omega_0$, para o caso da transmissão, com $\Delta\omega = 1, \delta = -10$ e τ_c variável. Abaixo de cada gráfico estará um desenho mostrando o tamanho relativo aproximado entre o fóton e a cavidade.

Como pudemos reparar, à medida em que o comprimento de coerência do fóton cresce, as múltiplas reflexões dentro da cavidade fazem com que o pacote de onda interfira consigo mesmo, e a curva tende para a função de Airy, no limite em que o fóton, “do ponto de vista da cavidade”, tende para uma onda plana.

Por outro lado, quando o fóton é menor que a cavidade, a altura do patamar é independente de sua frequência e dada por:

$$T_c = T^2 + T^2 R^2 + T^2 R^4 + T^2 R^6 + T^2 R^8 + T^2 R^{10} + \dots = \frac{T}{1 + R} \quad , \quad (3.7)$$

e no caso em que estamos com $R = 0.9$ e $T = 0.1$, vale 0.052.

Até agora só fizemos um gráfico para o caso da reflexão, no final da seção 2.2, aquele que mostrou o anti-agrupamento dos fótons no divisor de feixes. Já vimos que no caso dos fótons serem menores que a cavidade, os anti-agrupamentos não representam nenhuma

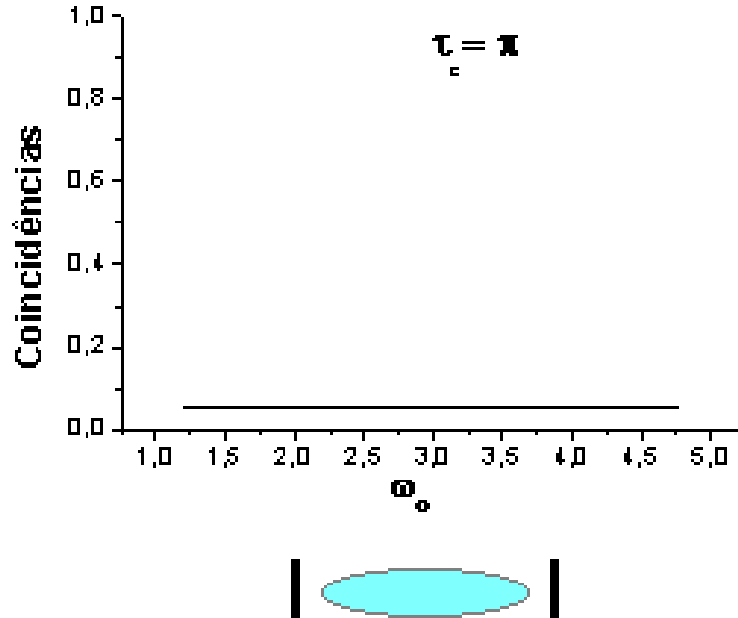


Figura 3.14: Gráfico de $T_c \times \omega_0$, com $\Delta\omega = 1$, $\delta = -10$ e $\tau_c = \pi$.

violação da mecânica estatística quântica (que divide as partículas microscópicas em duas classes, os bósons e os férmions), pois a interferência se dá, em grande parte, sem que os fótons se encontrem no divisor de feixes. Trata-se de uma interferência não local, baseada na indistinguibilidade entre diferentes processos que levam ao mesmo evento. Devido ao carácter não local da interferência, os fótons podem ter, por assim dizer, preferência por saírem pela mesma porta ou por portas distintas do divisor de feixe, dependendo da razão entre seu comprimento de onda (λ) e a distância entre os espelhos da cavidade (L) e da posição do atraso (δ).

Mas o que dizer do anti-agrupamento visto na seção 2.2, onde o comprimento de coerência do pacote é cerca de vinte vezes maior que a largura da cavidade?

Vamos simular um caso de reflexão onde o fóton é ainda maior em relação à cavidade, umas 150 vezes maior, e ver se a situação melhora. Para isso usaremos $\Delta\omega = 1$ (tempo de coerência ~ 3), $\tau_c = 0.02$, e para estarmos na situação de ressonância, tal como na seção 2.2, $\omega_o = 100\pi$. O gráfico fica como na Fig. 3.19.

Bem, parece que a situação piorou!

Veja que a taxa de coincidências no pico é o dobro que no patamar, o que significa

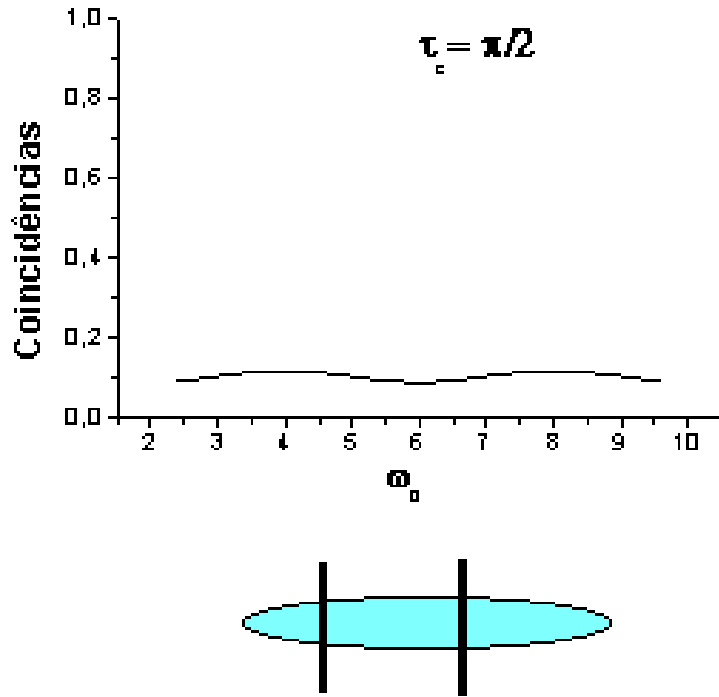


Figura 3.15: Gráfico de $T_c \times \omega_0$, com $\Delta\omega = 1$, $\delta = -10$ e $\tau_c = \pi/2$.

que todos, absolutamente todos os fótons gêmeos saem separados (por lados diferentes) do divisor de feixe.

Vamos tentar então uma explicação razoável começando com uma cavidade maior que o fóton, já que neste regime temos uma boa explicação, e aos poucos, diminuir sua largura até $\tau_c = 0.02$. Mas antes, vamos explorar um pouco as situações de ressonância e de anti-ressonância tanto no caso da reflexão quanto no da transmissão.

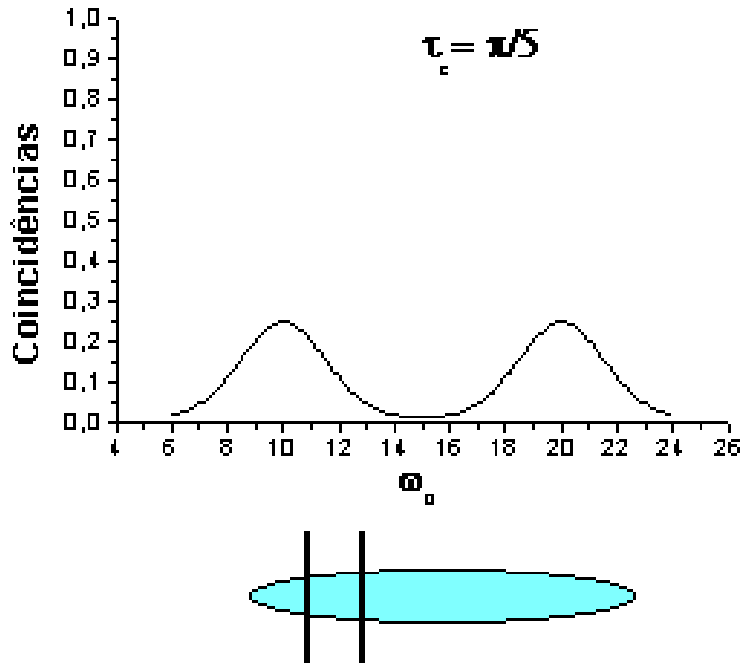


Figura 3.16: Gráfico de $T_c \times \omega_0$, com $\Delta\omega = 1$, $\delta = -10$ e $\tau_c = \pi/5$.

Note que na reflexão/ressonante (Fig. 3.22) todas as interferências, com exceção da primeira ($\delta = 0$), são construtivas (anti-agrupamentos). Então vamos agora construir vários gráficos, todos para o caso da reflexão com o fóton em ressonância com a cavidade, começando com uma cavidade maior que o fóton e indo até a cavidade 150 vezes menor que ele (Figs. 3.24 e 3.25).

Observando a sequência de gráficos 3.24 e 3.25 com atenção, percebemos que a distância entre os picos vai diminuindo (pois eles acontecem sempre em múltiplos de τ_c) enquanto a largura das regiões de interferência (ditada pelo comprimento de coerência dos fótons) se mantém constante. Com isso, entendemos que a causa do pico no último gráfico ($\tau_c = 0.02$) é o acúmulo dos vários picos presentes no primeiro ($\tau_c = 10$) no fundo do vale, pois a distância entre os picos no último gráfico é de apenas 0.02, enquanto a largura das regiões de interferência, em particular a da primeira (que é um vale em torno de $\delta = 0$) continua ≈ 3 .

Os picos no primeiro gráfico ($\tau_c = 10$) vêm da interferência não local (dos fótons que não se encontram com seus pares no divisor de feixe), o pico no último ($\tau_c = 0.02$) vem dos

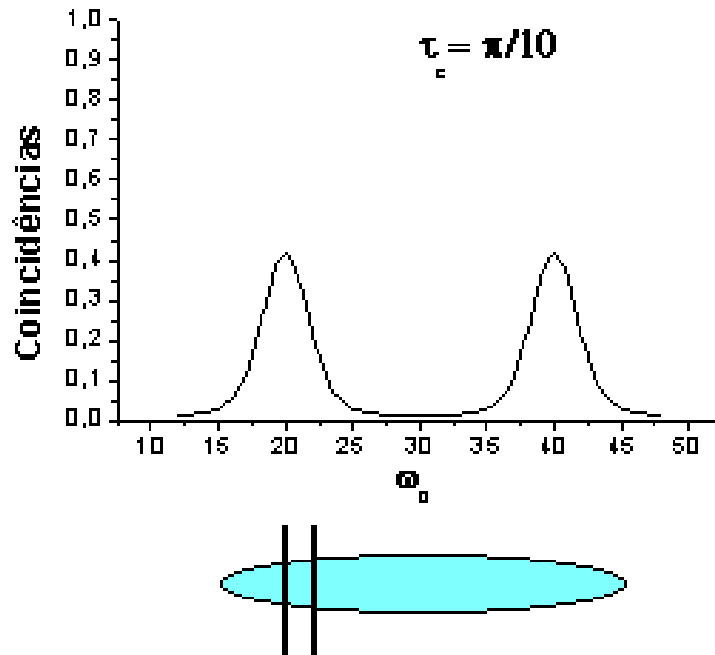


Figura 3.17: Gráfico de $T_c \times \omega_0$, com $\Delta\omega = 1$, $\delta = -10$ e $\tau_c = \pi/10$.

picos no primeiro, que foram se aproximando uns dos outros à medida em que a cavidade diminuía. Isso sugere que, de alguma forma, o anti-agrupamento, mesmo nos casos onde o fóton é maior que a cavidade, se deve a algum tipo de efeito não-local. É como usar uma ponte lógica, se A causa B , e B causa C , talvez A cause C :

$$\left. \begin{array}{l} A \longrightarrow B \\ B \longrightarrow C \end{array} \right\} \implies A \overset{?}{\longrightarrow} C \quad ,$$

onde $A \equiv$ (interferência não local), $B \equiv$ (os picos presentes no primeiro gráfico) e $C \equiv$ (o pico no último gráfico).

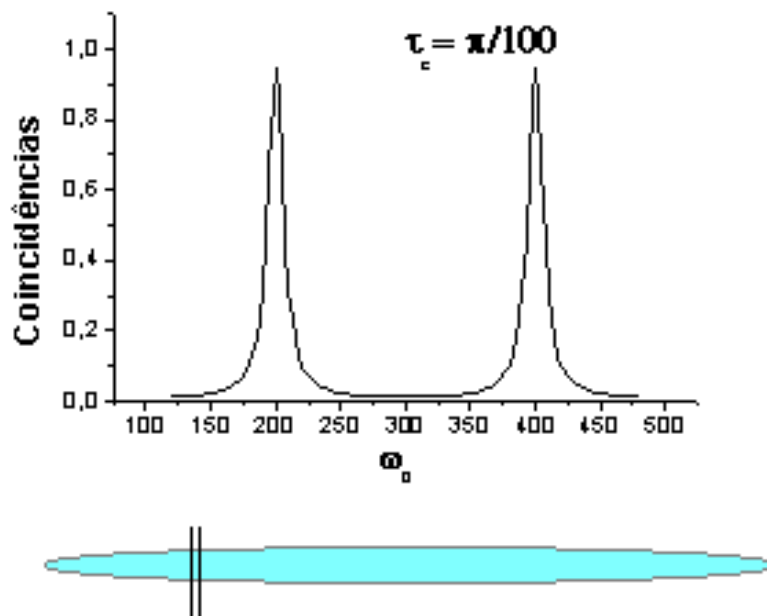


Figura 3.18: Gráfico de $T_c \times \omega_0$, com $\Delta\omega = 1$, $\delta = -10$ e $\tau_c = \pi/100$.

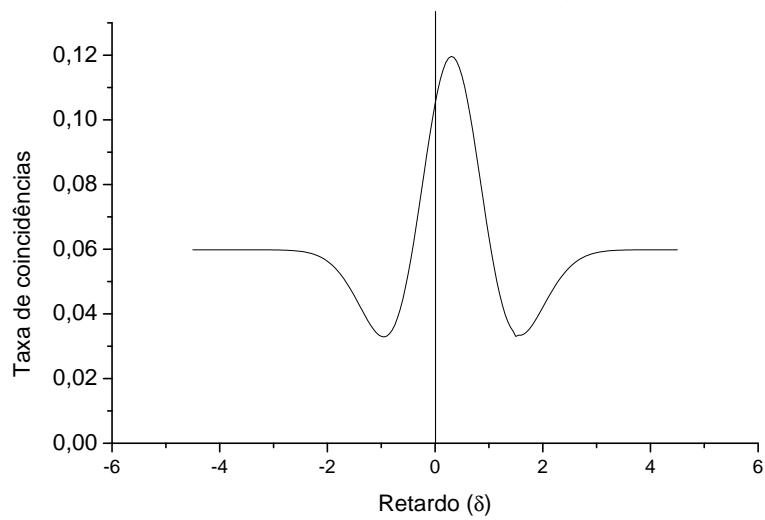


Figura 3.19: Gráfico de $T_c \times \delta$, com $\Delta\omega = 1$, $\omega_0 = 100\pi$, $\tau_c = 0.02$.

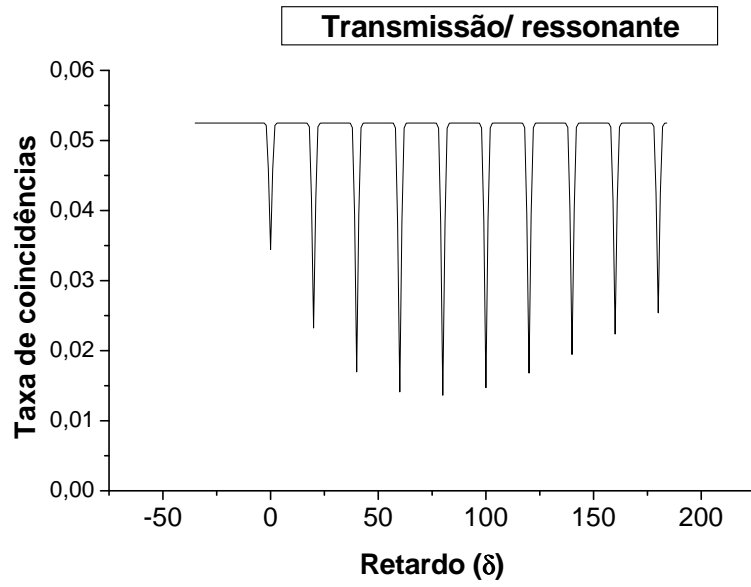


Figura 3.20: Gráfico de $T_c \times \delta$, com $\Delta\omega = 1, \omega_0 = \pi, \tau_c = 20$.

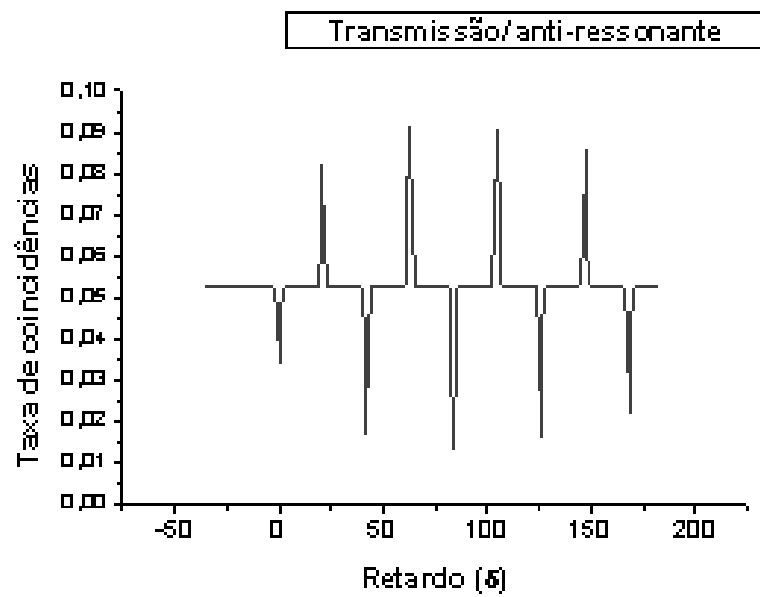


Figura 3.21: Gráfico de $T_c \times \delta$, com $\Delta\omega = 1, \omega_0 = \pi, \tau_c = 21$.

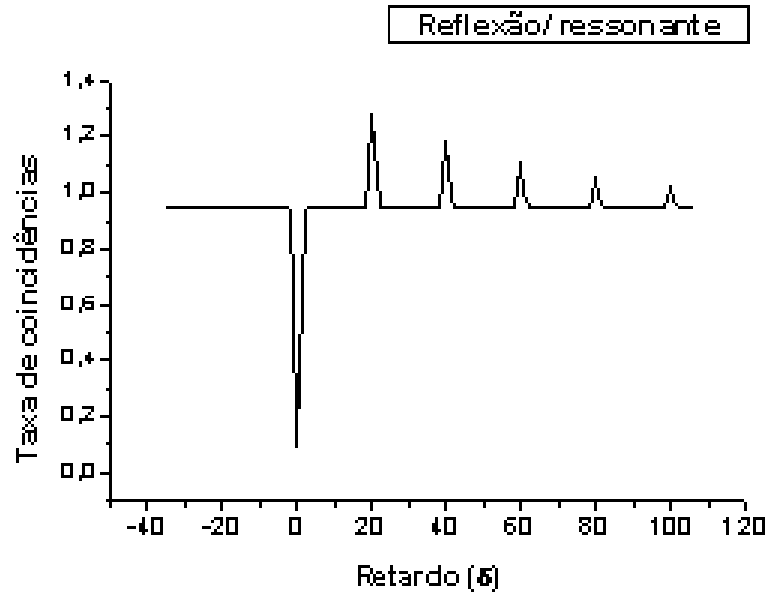


Figura 3.22: Gráfico de $T_c \times \delta$, com $\Delta\omega = 1, \omega_0 = \pi, \tau_c = 20$.

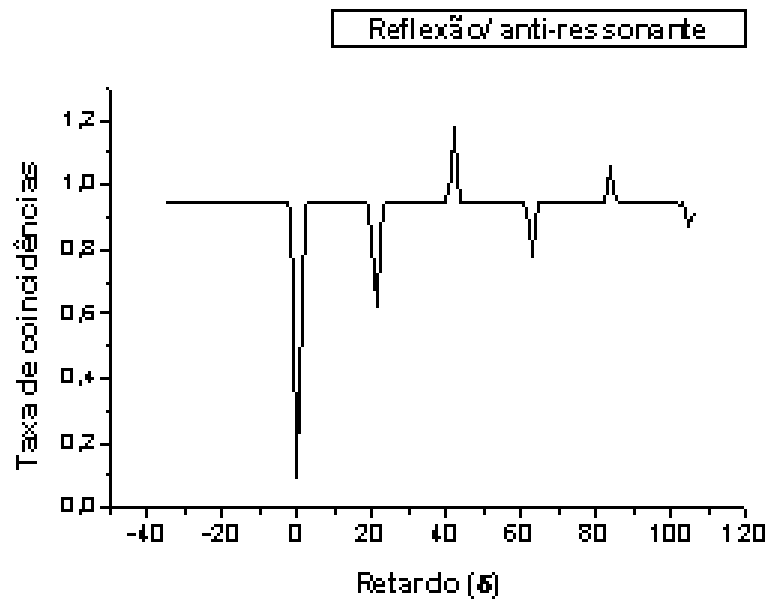


Figura 3.23: Gráfico de $T_c \times \delta$, com $\Delta\omega = 1, \omega_0 = \pi, \tau_c = 21$.

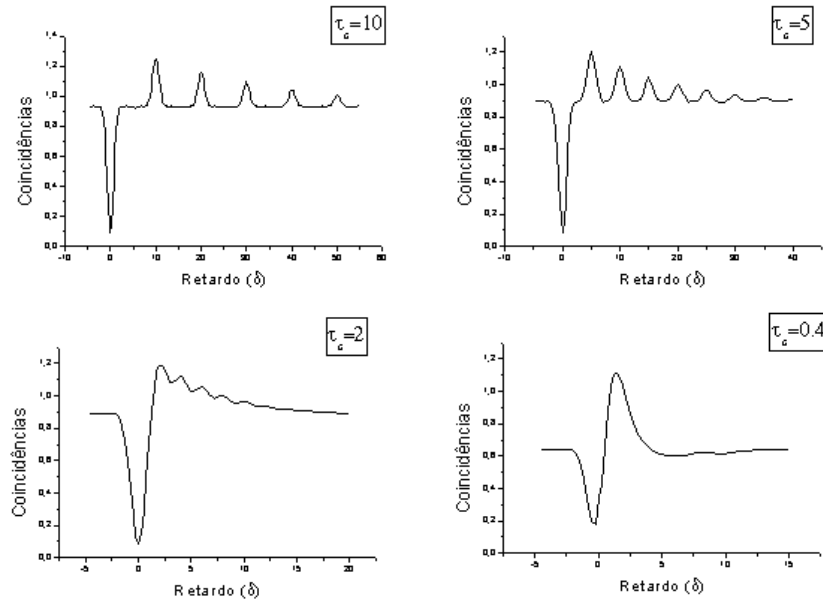


Figura 3.24: Sequência de gráficos $T_c \times \delta$ para a reflexão ressonante em ordem decrescente de τ_c , com $\Delta\omega = 1, \omega_0 = 100\pi$.

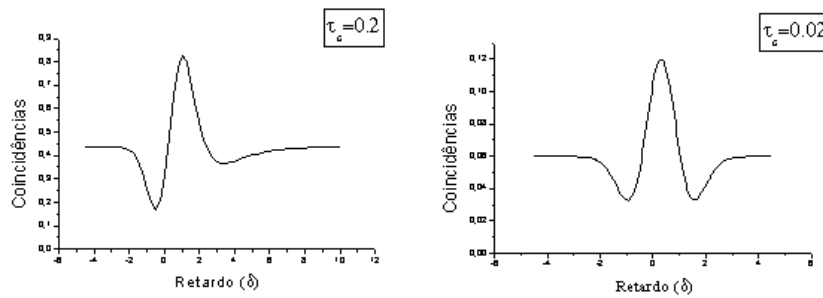


Figura 3.25: Continuação da sequência 3.24.

Capítulo 4

As Deformações do Pacote de Onda

Nos capítulos 2 e 3 estudamos, usando óptica quântica, as alterações na taxa de coincidências num interferômetro de Hong-Ou-Mandel quando colocamos uma cavidade em um de seus braços. Vimos, além dos efeitos de anti-agrupamento, possíveis atrasos, adiantamentos e alongamentos dos pacotes de onda. Neste capítulo investigaremos, usando a óptica ondulatória, as distorções sofridas pelo pacote de onda ao passar pela cavidade (seção 4.1), ou ser refletido por ela (seção 4.2), com o objetivo de relacionar as medidas em coincidência, que é o que temos de prático, com o que acontece, de fato, com os fótons.

4.1 O mapeamento do pacote de onda

Suponhamos um fóton, linearmente polarizado, cuja direção de propagação é muito bem definida, viajando no sentido positivo do eixo x , descrito pela seguinte função de onda:

$$f = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) e^{i(kx - \omega t)} \quad , \quad (4.1)$$

onde $\phi(\omega)$ é a função peso centrada em $\omega_o/2$. É suficiente (e muito mais simples), para os nossos objetivos, estudarmos o comportamento do pacote no tempo, numa determinada posição, por exemplo, em $x = 0$. Assim, a expressão matemática para a função de onda se reduz a:

$$f = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) e^{-i\omega t} \quad . \quad (4.2)$$

Fazendo uso do princípio da superposição, a função de onda para o fóton transmitido por uma cavidade, é:

$$f_T = \int_0^{\omega_o} d\omega \mu(\omega) \phi(\omega) e^{-i\omega t} \quad , \quad (4.3)$$

sendo μ o coeficiente de transmissão da cavidade,

$$\mu(\omega) = T \sum_{m=0}^{\infty} R^m e^{2im\omega\tau_c} \quad . \quad (4.4)$$

Como de costume, vamos considerar o pacote original (antes da cavidade) gaussiano, fazendo a distribuição ϕ igual a:

$$\phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\Delta\omega}\sqrt{\pi}} e^{-\omega^2/2(\Delta\omega)^2} \quad . \quad (4.5)$$

Substituindo as Eqs. (4.4) e (4.5) na Eq. (4.3), fazendo a mudança de variável $\omega \rightarrow \omega + \omega_o/2$, e supondo que $\Delta\omega$ seja tal que possamos estender a integração ao intervalo $(-\infty, +\infty)$, chegamos a:

$$f_T = e^{-i\frac{\omega_o t}{2}} \sqrt{2\Delta\omega\sqrt{\pi}T} \sum_m R^m e^{im\omega_o\tau_c} e^{-(2m\tau_c-t)^2\Delta\omega^2/2} \quad . \quad (4.6)$$

Agora, calculando o módulo ao quadrado, obtemos:

$$|f_T|^2 = 2\sqrt{\pi}\Delta\omega T^2 \sum_{m,n} R^{(m+n)} \cos[\omega_o\tau_c(m-n)] e^{-\Delta\omega^2[(2m\tau_c-t)^2+(2n\tau_c-t)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad . \quad (4.7)$$

E como primeiro teste, vamos usar a Eq. (4.7) para ver como fica um pacote de onda ao atravessar uma cavidade de largura maior que seu comprimento de coerência. Para isso, colocaremos $\Delta\omega = 1$ e $\tau_c = 10$, e faremos o teste com dois pacotes de frequências diferentes, um centrado em $\omega_o/2 = 2$, o outro em $\omega_o/2 = 3.5$. Os resultados estão nos gráficos da Fig. 4.1.

Observamos na Fig. 4.1 em $t = 0$ o fóton que passa direto pela cavidade, em $t = 20$, o que reflete duas vezes nos espelhos internos antes de prosseguir, em $t = 40$, aquele que reflete quatro vezes, e assim por diante.

Notamos também que a frequência central do fóton, num regime onde ele é menor que a cavidade, nada importa, já que os coeficientes dos espelhos, r e t_e , são independentes

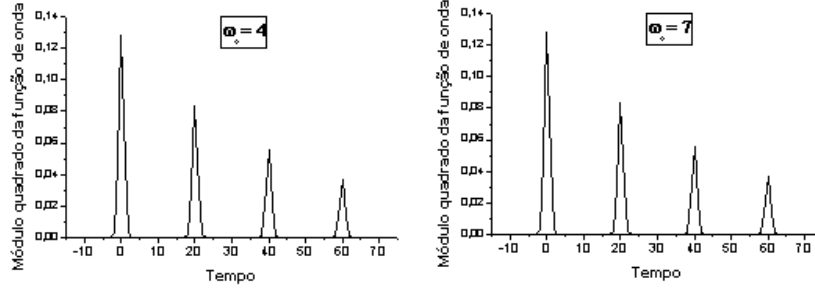


Figura 4.1: Gráficos de $|f_T|^2 \times t$, com $\Delta\omega = 1$, $\tau_c = 10$, $R = 0.81$ e ω_0 variável.

de ω . Isso confirma os resultados do começo da seção 3.2, quando revimos a cavidade de Fabry-Pérot.

Agora vamos diminuir o tamanho da cavidade e fazer o teste de novo em duas situações diferentes, uma vez com o fóton ressonante com a cavidade e outra, com ele anti-ressonante. Os resultados estão na Fig. 4.2.

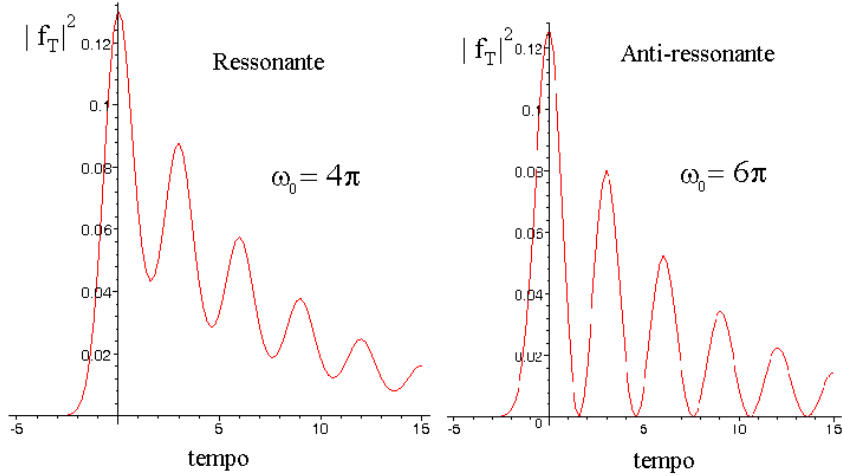


Figura 4.2: Gráficos de $|f_T|^2 \times t$, com $\Delta\omega = 1$, $\tau_c = 1.5$, $R = 0.81$ e ω_0 variável.

Observando a Fig. 4.2, concluímos quem para um pacote de onda cujo comprimento de coerência é da ordem da largura da cavidade ou maior, sua distorção passa a depender de sua frequência central.

A seqüência natural de nosso estudo é a comparação entre o pacote de onda distorcido pela cavidade e as medidas em coincidência. Já percebemos que estes dois aspectos são

completamente diferentes quando o pacote é menor que a cavidade, basta dizer que as coincidências apresentam picos ou vales quando $\delta = n\tau_c$, onde n é inteiro par ou ímpar, enquanto que nos gráficos de $|f_T|^2 \times t$ só existe probabilidade não nula de encontrar o fóton em torno de $t = 2n\tau_c$ (veja a Fig. 4.1). Para que possamos comparar o pacote de onda distorcido com as coincidências, vamos pegar os gráficos da taxa de coincidências, invertê-los (colocá-los de cabeça para baixo) e sobrepor a eles os gráficos do pacote de onda distorcido. Faremos uma sequência de gráficos assim construídos, diminuindo aos poucos o tamanho da cavidade. Em todos a largura espectral dos fótons será $\Delta\omega = 1$ e a frequência do bombeamento $\omega_o = 100\pi$. Todos seguirão o padrão do que está na Fig. 4.3.

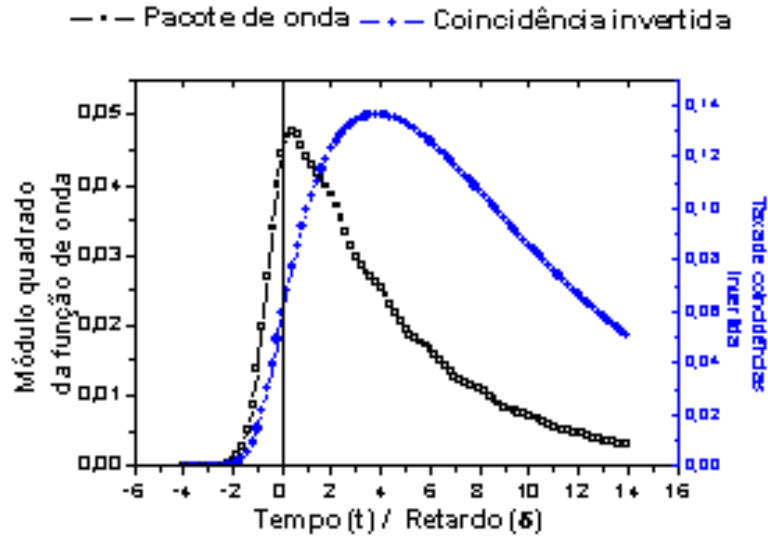


Figura 4.3: Sobreposição de dois gráficos: $|f_T|^2 \times t$ (quadrados abertos) e $\frac{T_c \times \delta}{t}$ invertido (círculos fechados), em ambos $\Delta\omega = 1$, $\omega_o = 100\pi$, $R = 0.81$ e $\tau_c = 1$.

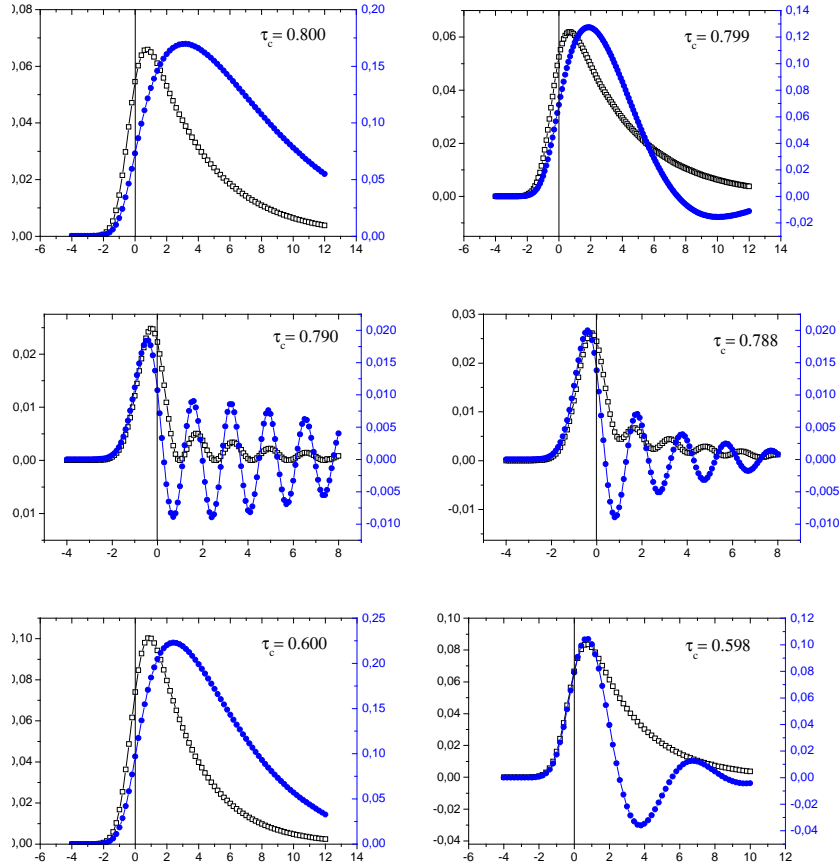


Figura 4.4: Sequência de gráficos, ao estilo dos da Fig. 4.3 (pacotes de onda \rightarrow quadrados, coincidências invertidas \rightarrow círculos), em ordem decrescente de τ_c , com $\Delta\omega = 1$, $\omega_o = 100\pi$ e $R = 0.81$ para todos. Os da coluna esquerda são ressonantes ($\omega_o\tau_c =$ número par vezes π) ou anti-ressonantes ($\omega_o\tau_c =$ número ímpar vezes π), os da coluna direita são intermediários, nem ressonantes nem anti-ressonantes.

As principais observações que temos a fazer a respeito dos gráficos das Figs. 4.4, 4.5 e 4.6 são:

- (i) o centro do pacote transmitido, no caso anti-ressonante, realmente é deslocado para o sentido de δ negativo, não é só uma impressão dada pela taxa de coincidências;
- (ii) à medida em que a cavidade diminui, os anti-agrupamentos (mínimos negativos

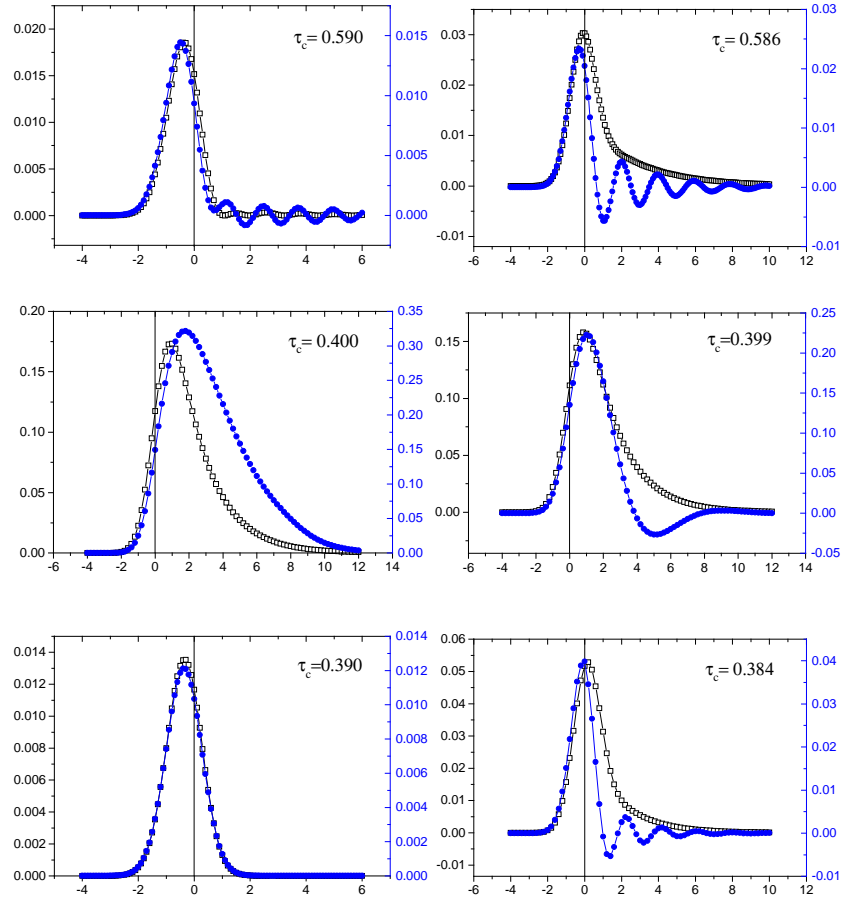


Figura 4.5: Continuação da sequência de gráficos da Fig. 4.4.

nas curvas de coincidência invertida) deixam de acontecer e

(iii) em todos os casos, ressonante, anti-ressonante e intermediários, a partir de um certo tamanho relativo entre a largura da cavidade e o comprimento de coerência dos fótons, a taxa de coincidências (invertida) acompanha a forma do pacote de onda deformado.

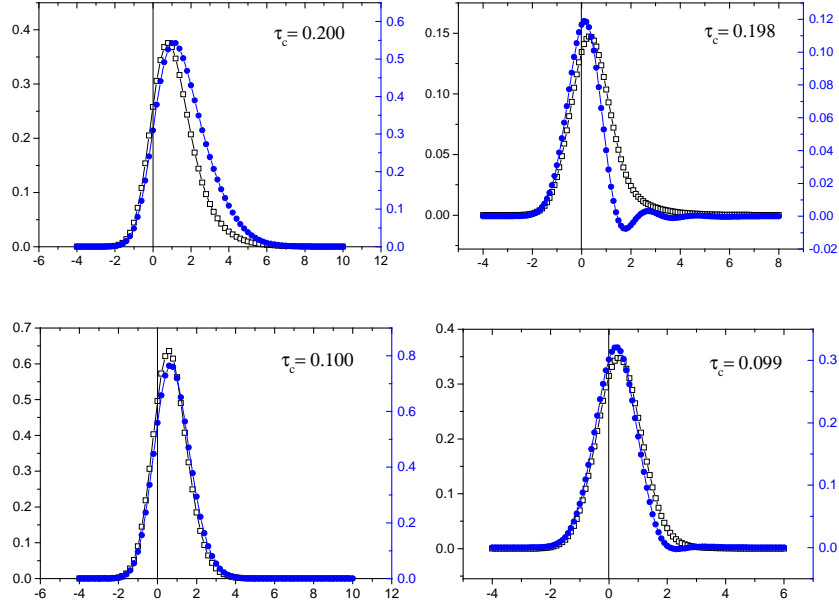


Figura 4.6: Final da seqüência de gráficos da Fig. 4.4.

4.2 Os fótons bósons

Estudaremos agora as distorções no pacote de onda refletido pela cavidade. Seguindo o mesmo procedimento da seção anterior, descrevemos o pacote incidente por:

$$f = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) e^{i(kx - \omega t)} \quad , \quad (4.8)$$

que observado apenas na origem fica

$$f = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) e^{-i\omega t} \quad . \quad (4.9)$$

Devido ao princípio da superposição, o pacote refletido será:

$$f_R = \int_0^{\omega_o} d\omega \nu(\omega) \phi(\omega) e^{-i\omega t} \quad , \quad (4.10)$$

onde ν , o coeficiente de reflexão da cavidade, é

$$\nu(\omega) = -2ir \operatorname{sen}(\omega\tau_c) \sum_{m=0}^{\infty} r^{2m} e^{2im\omega\tau_c} \quad , \quad (4.11)$$

e ϕ , mais uma vez será a gaussiana

$$\phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\Delta\omega}\sqrt{\pi}} e^{-\omega^2/2(\Delta\omega)^2} \quad . \quad (4.12)$$

Substituindo (4.12) e (4.11) em (4.10), fazendo a tradicional mudança de variável, $\omega \rightarrow \omega + \omega_o/2$, e ampliando a integração ao intervalo $(-\infty, +\infty)$, obtemos

$$\begin{aligned} f_R &= e^{-\frac{\omega_o t}{2}} \sqrt{2\Delta\omega\sqrt{\pi}r} \sum_m r^{2m} e^{im\omega_o\tau_c} \times \\ &\times \left[e^{-i\omega_o\tau_c/2} e^{-\Delta\omega^2[(2m-1)\tau_c-t]^2\frac{1}{2}} - e^{i\omega_o\tau_c/2} e^{-\Delta\omega^2[(2m+1)\tau_c-t]^2\frac{1}{2}} \right] \quad . \quad (4.13) \end{aligned}$$

Finalmente, tomando o módulo ao quadrado dessa função de onda, chegamos a

$$\begin{aligned} |f_R|^2 &= 2\Delta\omega\sqrt{\pi}R \sum_{m,n} R^{(m+n)} \times \\ &\times \left\{ e^{-\Delta\omega^2\left([(2m-1)\tau_c-t]^2 + [(2n-1)\tau_c-t]^2\right)\frac{1}{2}} \cos[(m-n)\omega_o\tau_c] + \right. \\ &+ e^{-\Delta\omega^2\left([(2m+1)\tau_c-t]^2 + [(2n+1)\tau_c-t]^2\right)\frac{1}{2}} \cos[(m-n)\omega_o\tau_c] - \\ &- e^{-\Delta\omega^2\left([(2m-1)\tau_c-t]^2 + [(2n+1)\tau_c-t]^2\right)\frac{1}{2}} \cos[(m-n-1)\omega_o\tau_c] - \\ &\left. - e^{-\Delta\omega^2\left([(2m+1)\tau_c-t]^2 + [(2n-1)\tau_c-t]^2\right)\frac{1}{2}} \cos[(m-n+1)\omega_o\tau_c] \right\} \quad , \quad (4.14) \end{aligned}$$

que é a expressão com a qual faremos as simulações desta seção.

Começaremos com uma cavidade cuja largura é maior que o comprimento de coerência do fóton (Fig. 4.7). Para isso faremos $\Delta\omega = 1$ e $\tau_c = 10$.

Por se tratar da reflexão, com uma refletividade dos espelhos $R = 0.81$, muitos fótons refletem no primeiro espelho, mas muito poucos conseguem penetrar na cavidade para depois voltar.

Agora, como fizemos na seção anterior, vamos sobrepôr aos gráficos do pacote de onda deformado, os gráficos da coincidência invertida correspondentes, numa sequência

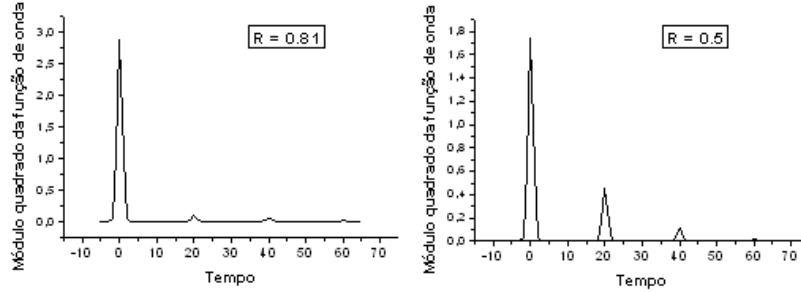


Figura 4.7: Gráficos de $|f_R|^2 \times t$, com $\Delta\omega = 1$, $\tau_c = 10$, $\omega_o = 4$ e R variável.

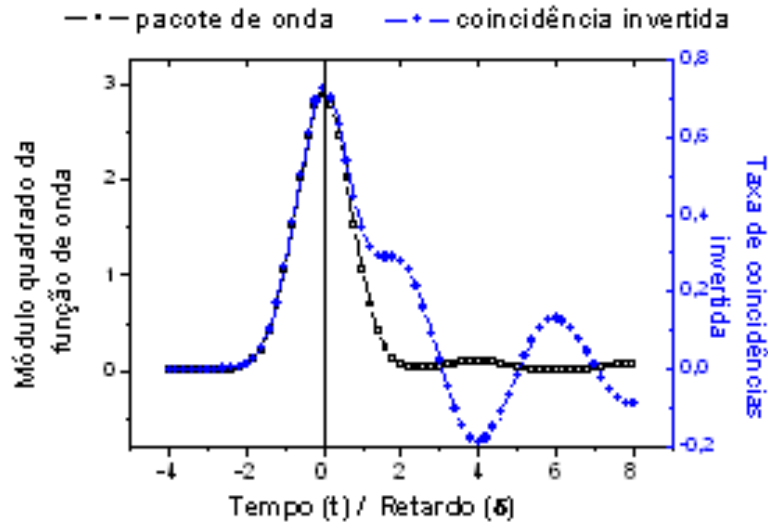


Figura 4.8: Sobreposição de dois gráficos: $|f_R|^2 \times t$ (quadrados abertos) e $T_c \times \delta$ invertido (círculos fechados). Em ambos $\Delta\omega = 1$, $\omega_o = 100\pi$, $R = 0.81$ e $\tau_c = 1.99$.

decrecente da largura da cavidade. Em todos $\Delta\omega = 1$, $\omega_o = 100\pi$ e $R = 0.81$. Todos os gráficos da sequência seguirão o padrão do que está na Fig. 4.8.

Devemos lembrar que no caso da transmissão anti-ressonante, por exemplo, com $\tau_c = 0.590$, tínhamos um desvio do centro do pacote para a esquerda (sentido de δ negativo), em compensação, há um pequeno desvio para a direita (sentido de δ positivo) no centro dos pacotes anti-ressonantes refletidos (veja a Fig. 4.9).

Na Fig. 4.9, evitamos, de propósito, o caso ressonante, pois como já sabemos da

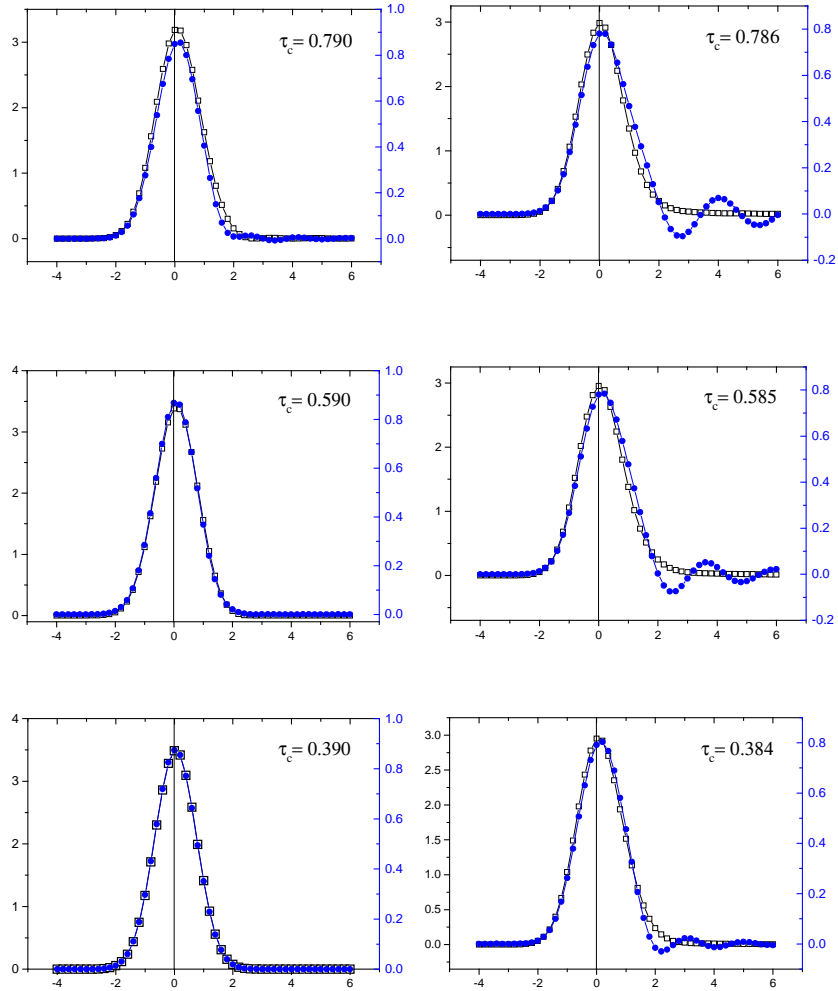


Figura 4.9: Sequência de gráficos ao estilo dos da Fig. 4.8 em ordem decrescente de τ_c , todos com $\Delta\omega = 1$, $\omega_o = 100\pi$ e $R = 0.81$.

seção 3.2, este caso continua apresentando anti-agrupamentos (aumento na taxa de coincidências) mesmo com a largura da cavidade muito menor que o comprimento de coerência dos fótons; logo, não poderíamos mapear o pacote de onda via medidas em coincidência neste caso.

Apresentamos, na Fig. 4.10, uma outra sequência de gráficos, também diminuindo aos poucos o tamanho da cavidade, mas só com fótons em ressonância com ela. Mostramos os pacotes refletidos deformados (coluna de gráficos no lado esquerdo) e as respectivas taxas de coincidência, sem inversão (gráficos do lado direito).

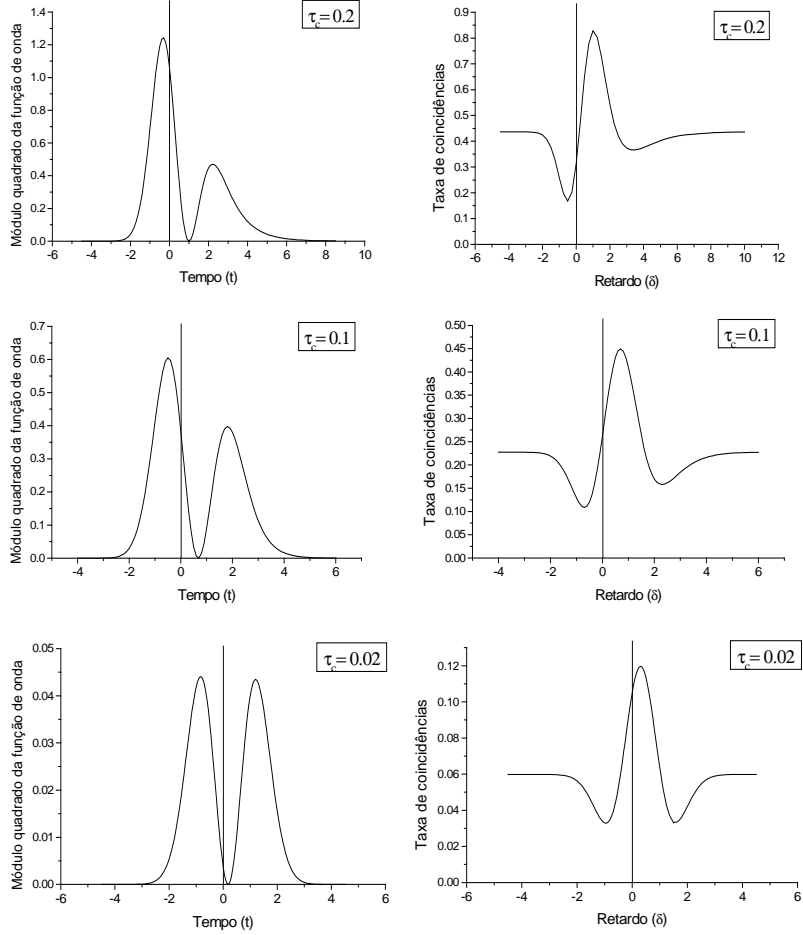


Figura 4.10: Sequência de gráficos em ordem decrescente de τ_c . $|f_R|^2 \times t$ (coluna da esquerda), $T_c \times \delta$ (coluna da direita). Em todos $\Delta\omega = 1$, $\omega_o = 100\pi$ e $R = 0.81$.

Vamos analisar a última linha de gráficos da Fig.4.10 formando uma imagem do encontro dos fótons *idler* (o que interage com a cavidade) com seu gêmeo *signal* (o que voa livre pelo outro braço do interferômetro) no divisor de feixes. Lembrando que δ é o atraso ou adiantamento dado exatamente ao fóton *signal*.

Usando a interpretação de que o módulo ao quadrado da função de onda é a probabilidade de se encontrar a partícula por ela governada, vemos que o vale (em $\delta = -1$ na Fig.4.10 (última linha, gráfico da direita) no gráfico da coincidência, é causado pelo encontro dos fótons no divisor de feixe, e que o pico (em $\delta = 0.2$) tem, por assim dizer, o direito de acontecer, porque os fótons gêmeos na realidade não se encontram quando

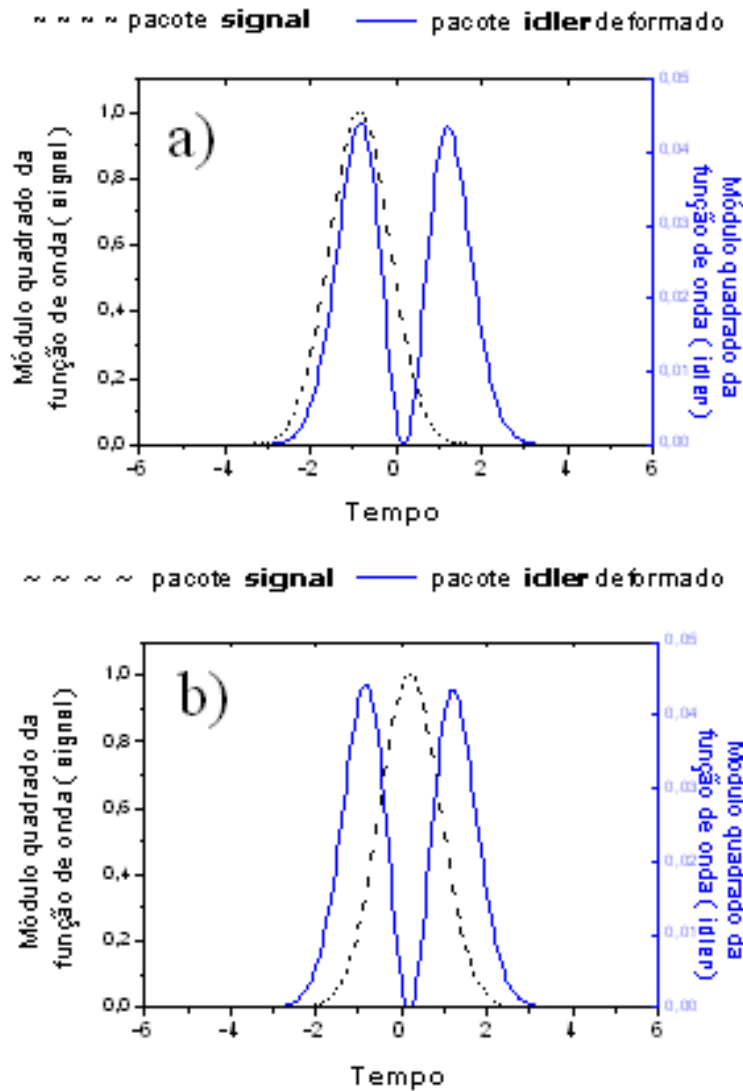


Figura 4.11: Em a) temos a imagem do encontro do fóton *signal* com a corcova esquerda do fóton *idler* deformado no divisor de feixe, mostrando a origem da queda nas coincidências em $\delta = -1$. Em b) temos a imagem do desencontro dos fótons gêmeos (ou o instante em que o fóton *signal* está entre as duas corcovas do fóton *idler* deformado), mostrando a origem do aumento nas coincidências em $\delta = 0.2$ (interferência não local).

$\delta = 0.2$, entretanto há incerteza sobre qual deles chegou primeiro; pode ter sido um fóton oriundo da corcova esquerda do pacote *idler* deformado, seguido por um fóton vindo do pacote *signal*; ou um fóton do pacote *signal*, seguido por um fóton da corcova direita do pacote *idler*, daí, a interferência. Em outras palavras, o anti-agrupamento é, em qualquer

caso, um efeito não local e em nada abala o caráter bosônico dos fótons.

Por fim, note que a taxa de coincidências no vale (última linha da Fig. 4.10 lado direito) não cai exatamente para a metade em relação ao seu valor no patamar porque as partículas que se encontram no divisor de feixe (Fig. 4.11a) não são completamente indistinguíveis, afinal, o comprimento de coerência do fóton intacto signal é maior que o comprimento de coerência de cada metade do pacote deformado idler.

Capítulo 5

Conclusões e Sugestões

5.1 Conclusões

No capítulo 2 desenvolvemos as equações que descrevem a taxa de coincidências num interferômetro de Hong-Ou-Mandel com uma cavidade num dos braços, válidas desde o regime onde os fótons têm comprimento de coerência muito menor que a largura da cavidade até o regime oposto, onde a cavidade tem a largura muito menor que a coerência longitudinal dos fótons.

Analisando as equações (seção 3.1) concluímos que quando os fótons são menores que a cavidade, seu comportamento usual de, ao se encontrarem com seus pares no divisor de feixes, saírem juntos (pelo mesmo lado do divisor) se mantém. Uma vez estabelecido tal comportamento para um par de fótons livres de obstáculos (seção 1.3), essa é uma conclusão de certa forma trivial, já que, por terem comprimento de coerência menor que a distância entre os espelhos da cavidade (cujos coeficientes de reflexão e transmissão não dependem de ω), os pacotes de onda passam apenas por um deles de cada vez, ganhando somente uma fase global e não sofrendo nenhuma distorção em sua forma.

A seguir fazemos uma ilustração matemática (sem nenhum rigor) do que acabamos de dizer. Sem a presença do obstáculo, temos:

$$P_{12} = \langle \Psi | \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_2^{(-)} \hat{E}_2^{(+)} \hat{E}_1^{(+)} | \Psi \rangle = 0$$

quando os pacotes se sobrepõem. Com a presença da barreira, $|\Psi\rangle$, que era

$$|\Psi\rangle = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_s |\omega_o - \omega\rangle_i \quad ,$$

após múltiplas reflexões e transmissões do pacote idler nos espelhos da cavidade (que têm coeficientes r e t), se torna

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_s \text{trrr...t} |\omega_o - \omega\rangle_i = \\ &= \text{trrr...t} \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_s |\omega_o - \omega\rangle_i = \xi |\Psi\rangle \quad , \end{aligned}$$

onde $\xi = \text{trrr...t}$. E com isso a probabilidade de detecção em coincidência fica

$$P_{12} = \xi \xi^* P_{12} = 0 \quad ,$$

para aqueles pares de fótons que se encontram no divisor de feixe.

Concluimos também (no regime da cavidade muito estreita), observando o esboço dos gráficos dos pacotes de onda distorcidos e das taxas de coincidência (seção 4.2), que o comportamento dos fótons oriundos de pacotes de onda distorcidos continua o mesmo, ou seja, ao se encontrarem com seus pares no divisor de feixe, saem junto com eles pelo mesmo lado.

Essa já não é uma conclusão tão trivial, pois como neste caso o comprimento de coerência dos pacotes abarca os dois espelhos da cavidade de uma só vez, temos que considerar $\mu(\omega)$ ou $\nu(\omega)$ (coeficientes de transmissão e de reflexão da cavidade como um todo), e a priori não podemos garantir como será o comportamento dos fótons ao se encontrarem com seus pares no divisor de feixe. Usando a mesma imagem anterior, temos:

$$P_{12} = \langle \Psi | \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_2^{(-)} \hat{E}_2^{(+)} \hat{E}_1^{(+)} | \Psi \rangle = 0$$

e

$$|\Psi\rangle = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_s |\omega_o - \omega\rangle_i \quad ,$$

sem a barreira. No entanto, o estado de dois fótons após um deles ser refletido pela cavidade é:

$$|\Psi\rangle = \int_0^{\omega_o} d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_s \nu(\omega) |\omega_o - \omega\rangle_i ,$$

e a probabilidade de detecção em coincidência fica:

$$P_{12} = \langle \Psi | \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_2^{(-)} \hat{E}_2^{(+)} \hat{E}_1^{(+)} | \Psi \rangle \neq \text{const.} \times P_{12} ,$$

já que neste caso o coeficiente de reflexão depende de ω .

Estivemos falando o tempo todo sobre o encontro dos fótons gêmeos no divisor de feixe e da tendência que eles têm de saírem juntos devido a esses encontros. Na realidade não se tratam de encontros no espaço físico apenas, os encontros (que obrigam os fótons a saírem juntos) são no espaço das configurações; os fótons, não somente devem se encontrar no divisor de feixe, como também devem ter a mesma polarização, a mesma frequência e o mesmo modo transversal para que diante da possibilidade de seguirem em direções distintas ou iguais, “optem” por seguirem juntos na mesma direção (pelo mesmo caminho).

Para ilustrar esse aspecto, vamos mencionar um experimento de interferometria[12] (do tipo Hong-Ou-Mandel) realizado com luz no estado de dois fótons gerados pela conversão paramétrica do tipo II, quando os dois fótons gêmeos têm polarizações ortogonais entre si (uma é vertical e a outra horizontal).

A conversão do tipo II é ilustrada na figura 5.1.

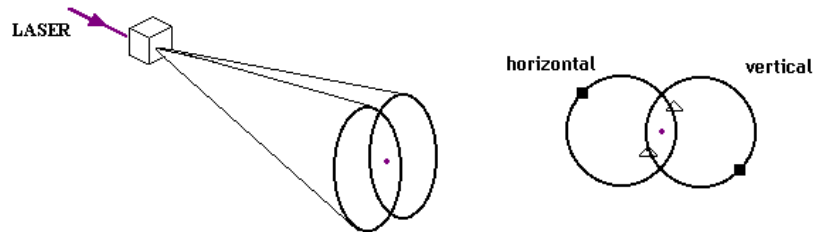


Figura 5.1: Conversão paramétrica do tipo II, no desenho da direita os triângulos representam um par de fótons gêmeos e os quadrados representam outro par. Os dois cones de luz mostrados à direita possuem polarizações lineares ortogonais.

Dos dois cones de luz mostrados no desenho (Fig. 5.1), um é composto só de fótons verticalmente polarizados, o outro, só de fótons polarizados horizontalmente. Quando um fóton convertido está num dos cones, seu par está no outro. Se selecionarmos as direções

de propagação (através do uso de *pinholes*) como sendo aquelas formadas pelas interseções dos dois cones, o estado de dois fótons será:

$$|\Psi\rangle_{in} = |V\rangle_i |H\rangle_s + e^{i\varphi} |H\rangle_i |V\rangle_s , \quad (5.1)$$

que significa que tudo que sabemos é que se um fóton, digamos, o *idler* pertence ao cone de polarizações verticais, então o *signal* pertence ao cone de polarizações horizontais, e vice-versa. Quanto a φ , é uma diferença de fase entre as duas possibilidades controlada pela orientação dada ao eixo óptico de uma placa de meia onda colocada em um dos caminhos (“i” ou “s”) em relação às direções de polarização.

Indexamos por “in” o estado (5.1) por se tratar do estado de entrada no divisor de feixes, como mostra a figura 5.2.

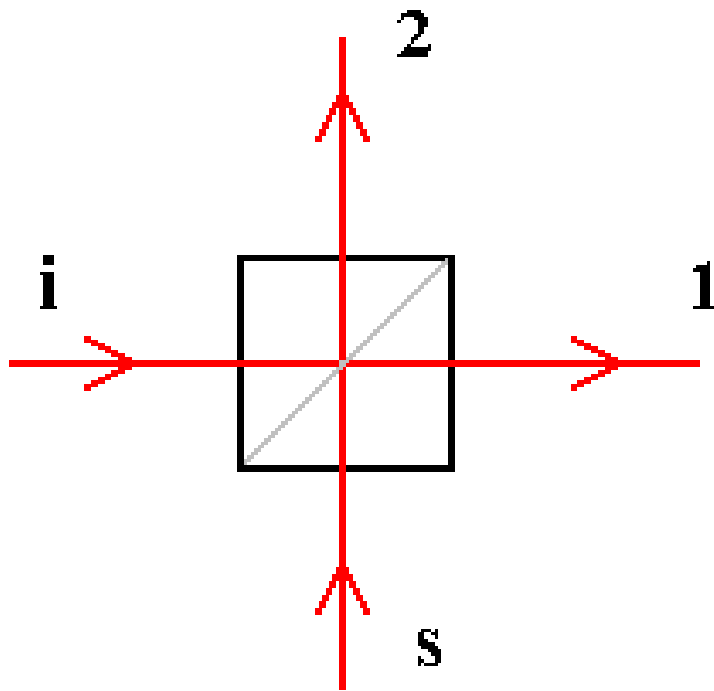


Figura 5.2: Divisor de feixes.

Pode-se mostrar que os coeficientes de reflexão e de transmissão do divisor dependem das polarizações dos fótons que nele incidem da seguinte maneira[12] :

$$\begin{aligned}
V &\longrightarrow r = i/\sqrt{2} \\
H &\longrightarrow r = -i/\sqrt{2} \\
V, H &\longrightarrow t = 1/\sqrt{2} \quad ,
\end{aligned} \tag{5.2}$$

para $R = T = \frac{1}{2}$.

O estado na saída do divisor, considerando-se as Figs. 5.1 e 5.2 é

$$\begin{aligned}
|\Psi\rangle_{out} &= \frac{1}{2} (1 + e^{i\varphi}) |H\rangle_1 |V\rangle_2 + \frac{1}{2} (1 + e^{i\varphi}) |V\rangle_1 |H\rangle_2 + \\
&\quad + \frac{i}{2} (1 - e^{i\varphi}) |VH\rangle_2 - \frac{i}{2} (1 - e^{i\varphi}) |VH\rangle_1 \quad ,
\end{aligned} \tag{5.3}$$

donde vemos que se $\varphi = \pi$, os fótons nunca saem separados (por portas diferentes) do divisor de feixes, como no caso de polarizações iguais, pois a primeira linha da equação (5.3) se anula. Por outro lado, quando $\varphi = 0$, ou 2π , a linha da equação que se anula é a segunda, e os dois fótons sempre saem separados.

Percebemos que, no caso de um estado inicial emaranhado em polarizações, podemos ter 100% de anti-agrupamento no divisor de feixe, dobrando o número de coincidências em relação ao patamar (região livre de interferências), sem a necessidade de distorções do pacote de onda por barreiras e conseqüentemente sem nenhuma perda de sinal (intensidade da luz).

5.2 Sugestões

Até aqui, concentramos nossos estudos na cavidade vazia e seus efeitos sobre a interferometria quântica. Há uma maneira simples de ampliar a validade das equações que obtivemos, de modo que elas possam contemplar também os casos onde a cavidade é preenchida por um meio com índice de refração constante $n \neq 1$. Tudo que temos a fazer é substituir δ , nas expressões para a coincidência, e t , nas expressões para a distorção do pacote de onda, por $\delta - \Delta t$, e $t - \Delta t$, assim:

$$\begin{aligned}
\delta &\longrightarrow \delta - \Delta t \\
&\quad e \\
t &\longrightarrow t - \Delta t \quad ,
\end{aligned} \tag{5.4}$$

onde Δt é a diferença entre o tempo gasto pelo fóton *signal* e o fóton *idler* para percorrerem a distância L (largura da cavidade), o *signal* por fora e o *idler* por dentro da cavidade. Veja que as equações assim modificadas se reduzem imediatamente às anteriores quando o índice de refração é igual a 1, pois neste caso $\Delta t = 0$.

Vejamos como fica o gráfico de coincidências em função de δ (para o caso da transmissão), quando $\Delta t = 3 \times 10^{-13}$ segundos, com a reflectância dos espelhos da cavidade $R = 0.81$, o comprimento de onda dos fótons gêmeos $\lambda = 826 \text{ nm}$, sua largura espectral $\Delta\omega = 70 \text{ GHz}$ e o tempo de um trânsito pela cavidade $\tau_c \simeq 6.1 \times 10^{-13}$ segundos (Fig. 5.3).

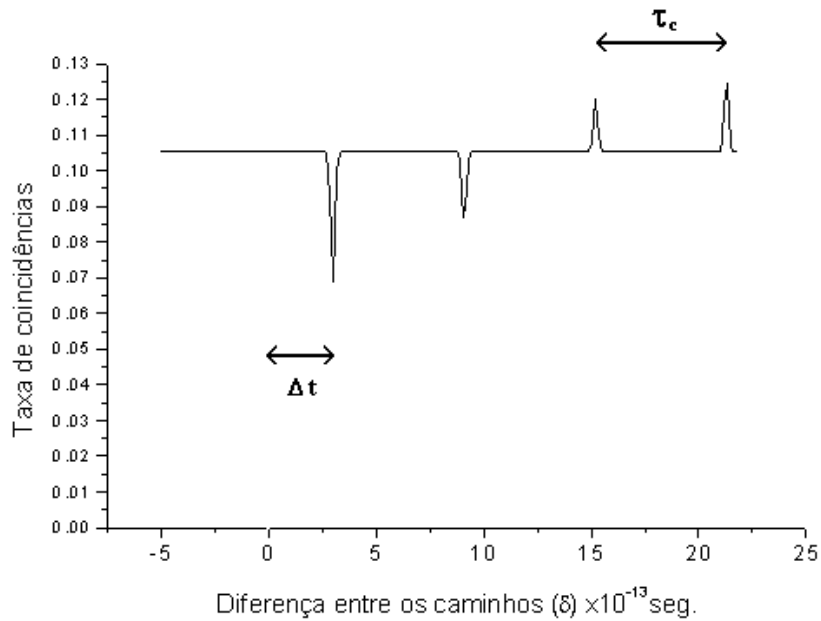


Figura 5.3: Gráfico de $T_c \times \delta$, para o caso da transmissão, quando há um meio com índice de refração $n \neq 1$ dentro da cavidade.

Se esse gráfico representasse os resultados de um experimento, conheceríamos facilmente Δt e τ_c . Com esses dados experimentais, calcularíamos a largura da cavidade, pois

$$\Delta t = \frac{L}{c} - \tau_c$$

e o índice de refração do material que a preenche:

$$n = \frac{c \times \tau_c}{L} .$$

As correções (5.4) que fizemos nas fórmulas da taxa de coincidência e nas do pacote de onda deformado, valem tanto para o caso onde o fóton é menor que a cavidade (Fig. 5.3), quanto para o caso em que ele é maior do que ela. A diferença é que não seria tão simples achar os valores de Δt e τ_c (uma leitura direta no gráfico), teríamos que colher os dados experimentais (número de coincidências para os diversos δ) e encontrar a melhor curva, baseada nas equações corrigidas, que passasse por eles (um ajuste com dois parâmetros, Δt e τ_c).

Para generalizarmos os cálculos, a fim de alcançarmos os casos onde o índice de refração, ao invés de constante, depende da frequência ($n = n(\omega)$), temos de fazer

$$\tau_c = \tau_c(\omega)$$

e talvez

$$\begin{aligned} \delta &\longrightarrow \delta - \Delta t(\omega) \\ t &\longrightarrow t - \Delta t(\omega) \end{aligned} ,$$

mas não na forma final das equações, e sim no começo das deduções, antes de resolvermos as integrais, e antes mesmo de fazermos o produto escalar que leva a $P_{12}(\tau)$.

Nosso próximo passo será realizar medidas experimentais com uma microcavidade vazia, para testar o modelo teórico descrito nesta dissertação, e fazer os cálculos para uma cavidade com meio absorvedor.

Bibliografia

- [1] D. C. Burnham and D. L. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **25**, 84 (1970).
- [2] S. Friberg, C. K. Hong and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **54**, 2011 (1985).
- [3] C. K. Hong, Z. Y. Ou and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **59**, 2044 (1987).
- [4] C. K. Hong, tese de doutorado, Universidade de Rochester (1988).
- [5] B. Yurke, S. L. McCall and J. R. Klauder, Phys. Rev. A **33**, 4033 (1986).
- [6] M. Ley and R. Loudon, J. Mod. Opt. **34**, 227 (1987).
- [7] Z. Y. Ou and L. Mandel, Am. J. Phys. **57** (1), 66 (1989).
- [8] L. Mandel and E. Wolf, Optical Coherence and Quantum Optics, Cambridge Press, Cambridge, (1995). Cap. 22.
- [9] R. Ghosh and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **59**, 1903 (1987).
- [10] C. H. Monken, tese de doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais (1993).
- [11] T. Gruner and D. -G. Welsch, Opt. Com. **154**, 300 (1998).
- [12] V. Mussi, tese de mestrado, Universidade de Roma “La Sapienza”, (1998).