

**PINÇAS ÓPTICAS: EXPERIMENTO E  
TEORIA**

Márcio Santos Rocha

Março de 2004

# PINÇAS ÓPTICAS: EXPERIMENTO E TEORIA

Márcio Santos Rocha

Orientador: Prof. Oscar Nassif de Mesquita

Dissertação apresentada à UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
MINAS GERAIS, como requisito parcial para a obtenção do  
grau de MESTRE EM FÍSICA.



# Agradecimentos

A meus pais, Leandro e Teresa, e meus irmãos, Rodrigo e Clarissa, pelo apoio e incentivo.

À Carol, por todo o seu amor, carinho, alegria e companhia; e à Celinha, pela companhia e pela ajuda em tudo que eu precisei.

Ao professor Oscar, pela orientação firme e pelas excelentes idéias e sugestões ao longo deste trabalho.

Aos companheiros de laboratório: Aline, Bira, Coelho, Léo, Nathan e Pablo, pela ajuda, amizade e momentos de diversão. Agradeço especialmente ao Nathan, que considero co-orientador deste trabalho, por toda a ajuda, idéias e sugestões.

Aos colegas de curso: Edson, Damião, Mário, Carlos, Robson, Eduardo e todos mais, pela amizade e pelas tardes de resolução de exercícios.

Ao pessoal da UFRJ: Paulo, Mazolli e Moyses, cuja teoria de pinças ópticas é objeto de estudo desta dissertação. Agradeço especialmente ao Paulo, pela troca de idéias e informações, e por enviar os resultados da teoria exata para os nossos dados experimentais.

Ao pessoal do Lab. de Preparação de Amostras do Dep. de Física da UFMG, Sérgio e Luiz Orlando, pelo  $\text{CCl}_4$  fornecido.

Aos colegas de graduação Esio e Emidio, pela amizade e pelos e-mails constantes.

Aos amigos dos tempos de colégio: Gustavo, Marcus, Felipe e Gustavo Dantas, pela amizade ao longo de todos estes anos.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES),  
pela concessão da bolsa de estudos, e às demais agências financiadoras que con-  
tribuíram para a infraestrutura do nosso laboratório.

# Sumário

<b>RESUMO</b>	<b>viii</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Teoria das pinças ópticas</b>	<b>6</b>
2.1 Sistema de coordenadas utilizado . . . . .	10
2.2 Perfil de intensidades na entrada da objetiva . . . . .	10
2.3 Limite Rayleigh . . . . .	12
2.4 Limite da óptica geométrica . . . . .	15
2.4.1 Cálculo da força total sobre a microesfera . . . . .	17
2.4.2 Cálculo da constante de força da pinça óptica . . . . .	32
2.5 Teoria Debye-Mie (sem aberração) . . . . .	32
<b>3 Metodologia experimental e equipamentos</b>	<b>36</b>
3.1 Montagem experimental . . . . .	37
3.2 Preparação das amostras . . . . .	39
3.2.1 Tetracloreto de Carbono ( $\text{CCl}_4$ ) . . . . .	39
3.2.2 Óleo mineral . . . . .	40
3.2.3 Construção do porta-amostras . . . . .	40
3.3 Medida do raio das microesferas . . . . .	40
3.4 Medida do perfil de retroespalhamento das microesferas . . . . .	43
3.5 Medida da função de correlação de intensidades (ACF) . . . . .	44
3.6 Medida do atrito sobre a microesfera em solução aquosa . . . . .	46
3.7 Determinação da constante de força da pinça óptica . . . . .	47

3.8	Variação da constante de força em função do tamanho da microesfera pinçada e de sua altura em relação à lâmina . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>48</b>
4.1	Resultados numéricos . . . . .	48
4.1.1	Esferas de poliestireno . . . . .	49
4.1.2	Esferas de $\text{CCl}_4$ . . . . .	53
4.1.3	Esferas de óleo . . . . .	53
4.1.4	Comparações com a Teoria DM . . . . .	54
4.2	Resultados experimentais . . . . .	59
4.2.1	Tetracloro de Carbono ( $\text{CCl}_4$ ) . . . . .	61
4.2.2	Óleo mineral . . . . .	62
4.3	Comparação absoluta entre teoria e experimento . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>71</b>
<b>A</b>	<b>Cálculo analítico da constante de força da pinça óptica no limite da óptica geométrica</b>	<b>73</b>
<b>B</b>	<b>Medida da potência na entrada da objetiva e da potência local na microesfera</b>	<b>78</b>
<b>C</b>	<b>Medida dos índices de refração das substâncias utilizadas</b>	<b>80</b>

# Lista de Figuras

1.1	Curvas experimental e teórica $\kappa \times a$ para microesferas de óleo situadas em água deionizada. Observe a discrepância quantitativa entre teoria e experimento. <i>Pontos</i> : teoria; <i>círculos</i> : experimento. . . . .	4
2.1	Esquema de forças na microesfera devido aos raios refratados (limite da óptica geométrica). (a): esfera desalinhada com o eixo óptico e antes do foco. (b): esfera alinhada com o eixo óptico e além do foco. As setas escuras representam os raios do feixe, e as setas claras representam as forças sobre a esfera. . . . .	9
2.2	Sistema de referência cartesiano utilizado. O foco da objetiva coincide com a origem. . . . .	11
2.3	Esquema de raios atingindo a microesfera no caso ideal (sem aberração esférica). Neste caso, o foco é um único ponto e todos os raios contribuem para a força da pinça. A linha horizontal escura representa a lamínula de vidro utilizada no porta-amostras. . . . .	17
2.4	Quando consideramos a aberração esférica, os raios refratam em ângulos diferentes na interface vidro-água. Dependendo da altura da microesfera, nem todos os raios contribuem para a força da pinça óptica. . . . .	18
2.5	Microesfera pinçada com o centro ligeiramente deslocado da origem. . . . .	19
2.6	Microesfera pinçada com o centro ligeiramente deslocado da origem, considerando o efeito da aberração esférica. . . . .	23
2.7	Representação do ângulo máximo para o qual o raio contribui para a força sobre a microesfera: o raio passa tangente à sua superfície. . . . .	27



2.8	Curva teórica $\kappa \times a$ obtida numericamente usando a teoria DM. Os índices de refração das esferas e do meio estão indicados no texto. Este gráfico foi fornecido por A. Mazolli, P. A. Maia Neto e H. M. Nussenzveig. . . . .	34
3.1	Montagem experimental utilizada para as medidas. . . . .	37
3.2	Típica imagem de uma microesfera capturada com a câmera CCD e o software NIH Image 1.62. . . . .	41
3.3	Perfil do nível de cinza em função da posição para a esfera da Fig. 3.2. Os picos representam os limites da esfera, que são muito mais escuros do que seu interior. . . . .	42
3.4	Perfil da intensidade retroespalhada por uma microesfera presa na pinça em função do tempo. Normalizamos a intensidade por seu valor máximo. Neste caso, a curva é uma gaussiana levemente assimétrica. . . . .	44
3.5	Típico gráfico de uma função de correlação normalizada. . . . .	45
4.1	Método utilizado para calcular a força na direção $x$ : deslocando a esfera nesta direção em relação a posição de equilíbrio, podemos achar facilmente uma relação entre $\Delta x$ , $r_{eq}$ e $r$ . . . . .	50
4.2	Força $\times$ deslocamento na direção $x$ para uma microesfera de poliestireno com $a = 1,0\mu\text{m}$ . <i>Círculos</i> : sem aberração; <i>quadrados</i> : com aberração esférica. . . . .	51
4.3	Variação da constante de força da pinça em função do raio da microesfera presa para o poliestireno. As curva são hipérboles simples. <i>Círculos</i> : sem aberração; <i>quadrados</i> : com aberração esférica. . . . .	52
4.4	Variação da constante de força da pinça em função do raio da microesfera presa para o $\text{CCl}_4$ . As curva são hipérboles simples. <i>Círculos</i> : sem aberração; <i>quadrados</i> : com aberração esférica. . . . .	54
4.5	Variação da constante de força da pinça em função do raio da microesfera presa para o óleo. As curva são hipérboles simples. <i>Círculos</i> : sem aberração; <i>quadrados</i> : com aberração esférica. . . . .	55
4.6	Curvas teóricas $\kappa \times a$ obtidas numericamente usando a teoria DM para o $\text{CCl}_4$ (linha cheia) e o óleo (linha pontilhada). As curvas foram obtidas sem considerar os efeitos da aberração esférica. . . . .	56

4.7	Curvas teóricas $\kappa \times a$ obtidas numericamente. <i>Pontos</i> : teoria DM; <i>círculos</i> : óptica geométrica (sem aberração). . . . .	57
4.8	Comparação entre o nosso resultado de OG com aberração e um resultado preliminar da teoria DM onde a aberração foi implementada para esferas de óleo. A curva da teoria DM com pico mais alto corresponde à situação das microesferas encostadas na lâmina ( $h = a$ ). As outras três curvas correspondem, respectivamente, a $h = 3,5\mu\text{m}$ , $h = 8\mu\text{m}$ e $h = 21\mu\text{m}$ . A curva pontilhada corresponde ao nosso resultado de óptica geométrica com aberração. Este gráfico foi fornecido por A. Mazolli, P. A. Maia Neto e H. M. Nussenzveig. . . . .	58
4.9	Esferas de $\text{CCl}_4$ em água coladas na lâmina. Nesta situação o efeito da aberração esférica é o menor possível. . . . .	62
4.10	Comparação da teoria DM sem aberração ( <i>círculos vazios</i> ) com as medidas ( <i>círculos cheios</i> ) para o $\text{CCl}_4$ . Observe que a altura do pico experimental é um pouco menor, devido a aberração. . . . .	63
4.11	Comparação da teoria DM sem aberração ( <i>círculos vazios</i> ) com as medidas ( <i>círculos cheios</i> ) para o $\text{CCl}_4$ . Deslocamos a curva teórica para a direita de $0,3\mu\text{m}$ . . . . .	64
4.12	Esferas de $\text{CCl}_4$ com $h = 3,5\mu\text{m}$ . . . . .	64
4.13	Esferas de $\text{CCl}_4$ com $h = 8,5\mu\text{m}$ . . . . .	65
4.14	Esferas de $\text{CCl}_4$ . <i>Círculos cheios</i> : coladas na lâmina; <i>círculos vazios</i> : $h = 3,5\mu\text{m}$ ; <i>cruzes</i> : $h = 8,5\mu\text{m}$ . . . . .	65
4.15	Esferas de óleo coladas na lâmina. . . . .	66
4.16	Esferas de óleo coladas na lâmina, em comparação com a teoria DM sem aberração. <i>Círculos cheios</i> : medidas; <i>Círculos vazios</i> : teoria DM. . . . .	66
4.17	Esferas de óleo coladas na lâmina, em comparação com a teoria DM sem aberração. Deslocamos o pico teórico para a direita de $0,3\mu\text{m}$ . <i>Círculos cheios</i> : medidas; <i>Círculos vazios</i> : teoria DM. . . . .	67
4.18	Esferas de óleo com $h = 3,5\mu\text{m}$ . . . . .	67
4.19	Esferas de óleo com $h = 8,5\mu\text{m}$ . . . . .	68
4.20	Esferas de óleo. <i>Círculos cheios</i> : coladas na lâmina; <i>círculos vazios</i> : $h = 3,5\mu\text{m}$ ; <i>cruzes</i> : $h = 8,5\mu\text{m}$ . . . . .	68

4.21	Esferas de óleo coladas na lâmina no limite da óptica geométrica. <i>Círculos cheios</i> : experimento; <i>quadrados</i> : OG com aberração; <i>círculos vazios</i> : OG sem aberração. . . . .	69
B.1	Comportamento da potência local na microesfera em função da corrente no controlador do laser. . . . .	79
C.1	Esquema de raios na cubeta utilizada, usando o método do desvio mínimo. O raio refratado é paralelo à base do triângulo equilátero (seção transversal do prisma). . . . .	81

# Lista de Tabelas

2.1	Variação do ângulo $\theta_0$ com a altura da microesfera para $a = 1,4\mu\text{m}$ , $r = 0,1\mu\text{m}$ , $n_v = 1,50$ e $n_a = 1,33$ . Observe que $\theta_0$ diminui com a altura.	29
3.1	Comparação entre os raios medidos com nossa técnica e os indicados pelo fabricante. . . . .	43
3.2	Viscosidades e cálculo da constante $A$ para as microesferas utilizadas ( $T = 26^\circ\text{C}$ ). Para o óleo, a viscosidade é muito maior que a da água, e com isso teremos $A = 1$ . . . . .	46
B.1	Corrente no controlador do laser com as respectivas potências medidas na entrada da objetiva e local (na microesfera). . . . .	79
C.1	Comparação entre os índices de refração obtidos na literatura [28] com os valores medidos em nosso trabalho com o método do desvio mínimo. . . . .	82

# Resumo

Neste trabalho estudamos a física envolvida por trás do fenômeno do pinçamento óptico. Aplicamos técnicas experimentais com o objetivo de estabelecer uma comparação absoluta, livre de parâmetros ajustáveis, entre experimento e uma nova teoria exata de pinças ópticas, chamada Teoria Debye-Mie. Analisamos teoricamente o pinçamento óptico nos limites da óptica geométrica e Rayleigh, fazendo comparações dos resultados obtidos nestes limites com os da teoria exata e os obtidos experimentalmente. Encontramos discrepâncias entre os resultados da teoria Debye-Mie e os experimentais. Por fim, discutimos a inclusão dos efeitos da aberração esférica da luz na teoria, uma das causas da discrepância observada.

# Abstract

In this work we study the physics of optical tweezers. We apply experimental techniques to make an absolute, parameter-free, comparison between experiment and a new exact theory of optical tweezers, called the Debye-Mie (DM) Theory. We theoretically analyze the phenomenon in the Rayleigh and Geometrical Optics limits, establishing comparisons with our experimental data and with the DM theory. We found discrepancies between DM Theory results and experimental data. Finally, we discuss the inclusion of spherical aberration of light in the theory, which increases the accordance with the experiments.

# Capítulo 1

## Introdução

Em 1969 surgiram os primeiros estudos e trabalhos sobre o fenômeno do pinçamento óptico, nos Estados Unidos. O pioneiro nesta área é Arthur Ashkin, que, juntamente com colaboradores, desenvolveram e aperfeiçoaram uma técnica capaz de manipular pequenas partículas utilizando um feixe de laser fortemente focalizado [1–4].

A origem do fenômeno do pinçamento óptico está no fato de que a luz transporta momento em seus fótons, e por isso é capaz de exercer força sobre um objeto ao transferir momento para este. Pelo fato desta força ter uma magnitude muito pequena, é mais fácil verificá-la experimentalmente utilizando feixes muito intensos, como o laser, e pequenos objetos com tamanho na escala de micrômetro.

Para termos idéia da ordem de grandeza da força que a luz é capaz de exercer ao incidir em um corpo, imagine um feixe de luz incidindo perpendicularmente em um espelho plano. Cada fóton do feixe possui um momento dado por  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ , sendo  $\vec{k}$  seu vetor de onda. Ao incidir no espelho, este fóton sofre reflexão total, adquirindo um momento final  $-\vec{p}$ . O momento transferido de cada fóton para o espelho é

$$\Delta \vec{p} = \hbar \vec{k} - (-\hbar \vec{k}) = 2\hbar \vec{k}. \quad (1.1)$$

Em módulo, podemos reescrever esta equação na forma

$$\Delta p = 2\hbar k = 2 \frac{\hbar \omega}{c} = 2 \frac{E}{c}, \quad (1.2)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular da luz incidente,  $c$  é a sua velocidade e  $E = \hbar\omega$  é a energia do fóton. Desta forma, para  $N$  fótons, teremos  $E_{tot} = N\hbar\omega = NE$ .

A força total exercida por um feixe com  $N$  fótons por segundo incidindo sobre o espelho pode ser obtida a partir da Eq. (1.2). Usando a 2ª Lei de Newton, teremos

$$F = 2 \frac{1}{c} \frac{dE_{tot}}{dt} = 2 \frac{P_{tot}}{c}, \quad (1.3)$$

onde  $P_{tot}$  é a potência do feixe incidente.

Para um feixe de laser utilizado em pinças ópticas, a potência típica é da ordem de alguns poucos mW. Deste modo, podemos estimar o valor da força da expressão anterior,

$$F_{tot} \approx \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{W}}{3 \cdot 10^8 \text{m/s}} \approx 10^{-11} \text{N} = 10 \text{pN}. \quad (1.4)$$

De fato, as forças típicas obtidas com uma pinça óptica estão na escala de pico-Newton.

Para entendermos como um feixe de laser consegue aprisionar partículas, devemos analisar dois tipos diferentes de forças que o feixe pode exercer em pequenas partículas. O primeiro tipo é a pressão de radiação, que tende a empurrar a partícula no sentido de incidência do feixe. Este é o caso do exemplo do feixe incidindo no espelho, que acabamos de discutir. O segundo tipo de força, denominada força de gradiente, ocorre quando temos um feixe gaussiano fortemente focalizado sofrendo refração em uma partícula dielétrica. Este tipo de força será discutido em detalhes no próximo capítulo.

A grande utilidade da pinça óptica é ser um poderoso método de micromanipulação, tendo encontrado nos últimos anos diversas aplicações em física e outras áreas, onde se destaca a área da biologia [2, 5, 6]. A grande vantagem deste método é possibilitar a manipulação e consequente observação de um único objeto, como por exemplo, uma microesfera imersa em solução aquosa, uma macromolécula (como um polímero) ou mesmo uma célula viva.

Neste trabalho, estudamos alguns aspectos da física da pinça óptica. Uma partícula presa na pinça tem seu movimento confinado em um poço de potencial. A constante de força da pinça pode ser determinada experimentalmente através da análise de luz retroespalhada por uma microesfera situada em solução aquosa e presa

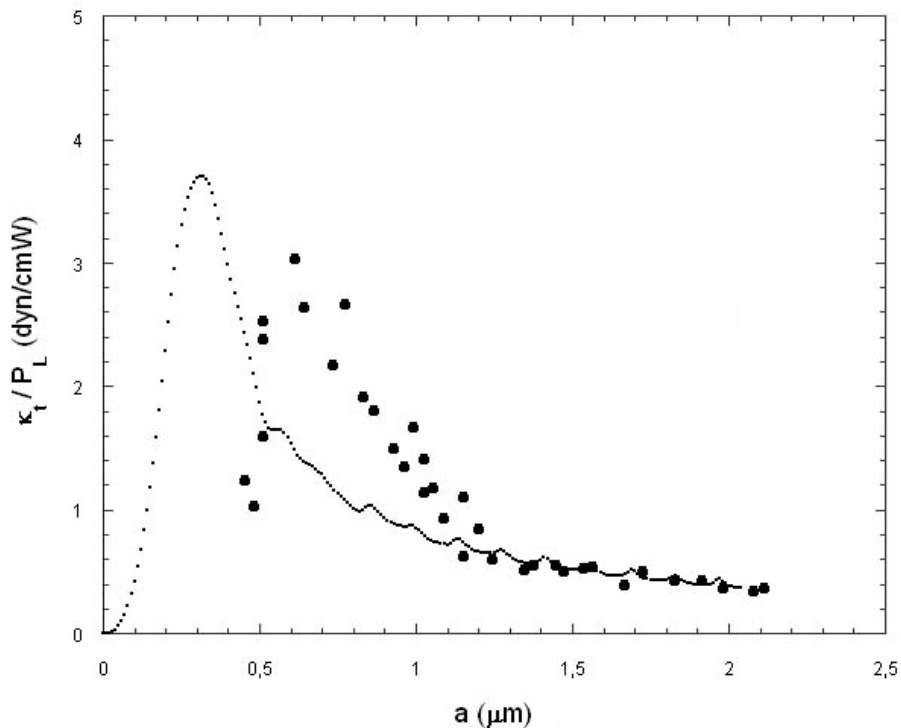


na pinça. Nossa técnica se baseia na correlação de intensidades da luz retroespalhada pela microesfera, de onde podemos determinar algumas características de seu movimento Browniano, como a amplitude e o tempo característico das flutuações de intensidade. Sabendo o atrito sobre a microesfera e o tempo característico do seu movimento Browniano numa determinada direção, podemos calcular facilmente a constante de força da pinça óptica nesta direção [7].

Nossas medidas permitem determinar a variação da constante de força da pinça óptica em função do raio  $a$  da microesfera presa e da distância em que ela se encontra da superfície de uma lamínula de microscópio, que é o nosso porta-amostras. Denominamos esta distância de altura  $h$  da microesfera em relação à lâmina. O comportamento da constante de força da pinça em função do raio da microesfera presa é o seguinte:  $\kappa$  aumenta, inicialmente com  $a^3$ , nas proximidades de zero até atingir um valor máximo (pico da curva  $\kappa \times a$ ), e então decresce com  $1/a$ , conforme mostraremos no Capítulo 2.

Comparações com uma recente teoria exata de pinças ópticas proposta por Mazolli, Maia Neto e Nussenzveig [8,9], mostram uma boa consistência qualitativa entre experimento e teoria. Conforme discutiremos nos próximos capítulos, a consistência quantitativa entre experimento e teoria exata ainda não foi obtida de maneira satisfatória. Acreditamos que uma das causas disto é o fato dessa teoria ainda não incluir os efeitos da aberração esférica da luz, que sempre está presente na situação prática (experimental), devido a refração na lamínula do porta-amostras. Conforme mostraremos, a aberração esférica diminui os valores da constante de força da pinça óptica. Acreditamos também que ela seja um dos fatores responsáveis pelo deslocamento observado no pico da curva  $\kappa \times a$  entre experimento e teoria exata. A Fig. 1.1 mostra uma comparação entre as curvas  $\kappa \times a$  experimental e prevista pela teoria exata, para microesferas de óleo situadas em água deionizada. Observe que o comportamento qualitativo é o mesmo, mas as curvas estão deslocadas horizontalmente uma em relação a outra. Comparações da teoria exata com resultados experimentais de outros autores, encontrados na literatura, apresentam a mesma discrepância [10]. Entender e buscar soluções para este problema foi uma das principais motivações deste trabalho.

No campo teórico, analisamos o fenômeno do pinçamento óptico nos limites onde as microesferas são muito pequenas (Limite Rayleigh) ou muito grandes (Limite



**Figura 1.1:** Curvas experimental e teórica  $\kappa \times a$  para microesferas de óleo situadas em água deionizada. Observe a discrepância quantitativa entre teoria e experimento. *Pontos:* teoria; *círculos:* experimento.

da Óptica Geométrica). Neste último limite, incluímos explicitamente nos cálculos a aberração esférica da luz. Estes resultados são importantes porque nossos cálculos podem servir de base para a inclusão da aberração em teorias mais gerais, que não se restringem ao limite da óptica geométrica. Alguns trabalhos teóricos já levam em conta a aberração esférica da luz limitando-se aos limites Rayleigh ou da óptica geométrica [11–16]. Entretanto, nosso trabalho é o primeiro que compara diretamente teoria e resultados experimentais medidos independentemente. Isto implica que, como todos os parâmetros utilizados nos cálculos numéricos foram medidos de maneira independente para o nosso equipamento, uma comparação absoluta e livre de parâmetros ajustáveis com os experimentos pode ser feita.

No Capítulo 2 apresentamos a teoria das pinças ópticas, analisando os limites da óptica geométrica e Rayleigh e fazendo comparações dos resultados destes dois limites com a teoria exata [8, 9].

No Capítulo 3 descrevemos a metodologia experimental e os equipamentos utilizados neste trabalho.

No Capítulo 4 apresentamos e discutimos os resultados numéricos e experimentais obtidos para as curvas  $\kappa \times a$ , fazendo sempre comparações com a teoria exata.

Finalmente, no Capítulo 5 apresentamos as conclusões e perspectivas deste trabalho.

## Capítulo 2

# Teoria das pinças ópticas

Com o desenvolvimento da teoria eletromagnética de Maxwell no século XIX, demonstrou-se que a luz é capaz de transferir momento para um meio ao incidir sobre este. A força que a luz exerce ao incidir em um meio é denominada pressão de radiação. Esta força depende da potência da luz incidente e da sua velocidade de propagação no meio de incidência. Para um único raio, por exemplo, podemos escrever

$$F \propto \frac{P_r}{v}, \quad (2.1)$$

com

$$v = \frac{c}{n}, \quad (2.2)$$

onde  $P_r$  é a potência do raio e  $n$  é o índice de refração do meio de incidência.

Paralelamente, a luz também é capaz de exercer um segundo tipo de força sobre um objeto quando refratada por este. A origem deste tipo de força está no fato de que o momento linear total do sistema isolado luz-objeto tem que ser o mesmo antes e depois da refração (Teorema da conservação do momento linear). Quando um raio de luz incide em um objeto pequeno, como uma esfera dielétrica, por exemplo, este raio é desviado de sua trajetória original se os índices de refração do meio de incidência e da esfera forem diferentes. Isto significa que o raio refratado terá um momento linear numa direção diferente da direção inicial. Esta variação de momento é a responsável por deslocar o raio de sua trajetória original. Sendo assim,

a 2ª Lei de Newton requer que a esfera sofra uma variação de momento de mesmo módulo e sentido contrário à variação de momento do raio. Como a esfera possui uma certa massa, isto implica que uma força atua sobre ela para fazer variar o seu momento.

Imagine agora que, ao invés de um simples raio, temos um feixe de luz focalizado em um certo ponto. Se este feixe incidir em um pequeno objeto, como a esfera citada acima, cada raio do feixe dará origem a um raio refletido e um raio refratado em sua superfície. A contribuição da reflexão para a força total do feixe sobre a esfera está na pressão de radiação. Os raios refratados, por outro lado, contribuirão com forças do tipo discutido no parágrafo anterior. Se o índice de refração da esfera for maior que o do meio que a cerca e se o perfil de intensidades do feixe de luz for gaussiano, os raios refratados deste feixe focalizado exercerão sobre a esfera uma força de gradiente, que tenderá a levá-la para o foco do feixe, conforme discutiremos em detalhes a seguir.

A compensação desses dois efeitos, pressão de radiação e força de gradiente, é a origem do fenômeno do pinçamento óptico. Ashkin [1,2] foi o primeiro a observar este fenômeno, em 1969, nos Estados Unidos. Em um experimento onde visavam estudar o movimento de pequenas microesferas devido à pressão de radiação, ele e colaboradores observaram que as microesferas se alinhavam ao eixo óptico, centro do feixe de laser, onde a intensidade é maior. Tiveram então a idéia de focalizar o feixe de laser usando uma objetiva. Com isso, observaram que as microesferas ficavam presas em uma região próxima ao foco do feixe.

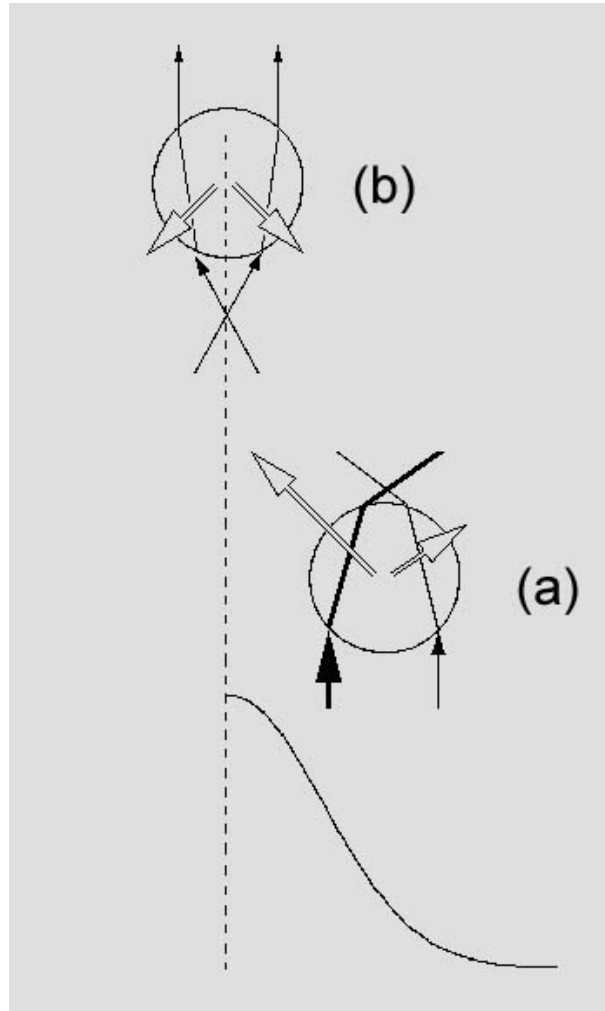
A grosso modo, uma pinça óptica consiste em um feixe de laser fortemente focalizado através da objetiva de um microscópio. Este feixe é capaz de aprisionar pequenos objetos na região próxima ao seu foco nas condições discutidas acima, fazendo deste equipamento um poderoso objeto de micromanipulação.

Para entendermos qualitativamente o pinçamento óptico, começaremos analisando o fenômeno sob o ponto de vista da óptica geométrica. Observemos a Fig. 2.1, que mostra os raios incidentes e refratados em uma esfera. Inicialmente (situação (a)), a esfera tende a se alinhar ao centro do feixe, onde a intensidade é maior (observe o perfil gaussiano de intensidades na figura). Este alinhamento ocorre devido à conservação do momento do sistema: o raio incidente na parte esquerda da esfera inferior é refratado, deslocando-se um pouco para a direita em relação

à direção inicial, e conseqüentemente a esfera sofre uma força para a esquerda e para cima devido a esse raio. Representamos os raios na figura pelas setas escuras e as forças na esfera pelas setas claras. O análogo ocorre com o raio incidindo à direita da esfera, mas como o raio que incide à esquerda é mais intenso, a força resultante acaba levando a esfera para a esquerda e para cima. A situação (b) na figura representa a esfera após ter passado pelo foco do feixe. Observe que agora as componentes verticais das forças na esfera atuam para baixo, fazendo com que esta fique presa numa região próxima ao foco do feixe. Observe ainda que, na situação (a), representamos os raios do feixe como paralelos. Isto é uma simplificação que não corresponde à realidade, já que o feixe é focalizado pela objetiva. Entretanto, para a análise qualitativa que fizemos, esta aproximação não influi nas conclusões. É fácil perceber que a direção da força seria a mesma na situação (a) se considerarmos os raios do feixe convergindo para o foco.

Em geral, o centro da esfera não coincide com o foco porque, além da refração, há também reflexão dos raios na superfície da esfera. De fato, cada raio incidente dá origem a um raio transmitido e um raio refletido, cujas intensidades dependem dos coeficientes de reflexão e transmissão na interface meio-esfera. Já vimos que o efeito da refração é deslocar o centro da esfera para o foco do feixe (força de gradiente). Por outro lado, o efeito da reflexão é empurrar a esfera no sentido da incidência do raio (pressão de radiação). A compensação destes dois efeitos é que faz com que a esfera fique presa com seu centro próximo ao foco do feixe. Toda esta análise, entretanto, foi feita sob o ponto de vista da óptica geométrica, e portanto, válida apenas neste limite, que ocorre quando o raio da esfera é muito maior do que o comprimento de onda do laser usado na pinça óptica. Observe ainda que, ao desenharmos os raios refratados na Fig. 2.1, estamos supondo que a microesfera possui um índice de refração maior que o do meio que a cerca. De fato, isto é fundamental para que ocorra o pinçamento óptico. É fácil perceber que se o índice de refração da esfera fosse menor que o do meio, o pinçamento não aconteceria.

Quando o raio da esfera é muito menor do que o comprimento de onda do laser, estamos no chamado limite Rayleigh. Neste limite, o que ocorre é que a esfera se comporta como um dipolo elétrico induzido e a força sobre esta é proporcional ao gradiente da intensidade do campo elétrico associado à onda eletromagnética [17]. Esta força faz com que o centro da esfera, que representa o dipolo induzido, se



**Figura 2.1:** Esquema de forças na microesfera devido aos raios refratados (limite da óptica geométrica). (a): esfera desalinhada com o eixo óptico e antes do foco. (b): esfera alinhada com o eixo óptico e além do foco. As setas escuras representam os raios do feixe, e as setas claras representam as forças sobre a esfera.

desloque para o ponto de maior intensidade do campo, ou seja, o foco.

Recentemente, Mazolli, Maia Neto e Nussenzveig [8, 9] calcularam teoricamente as forças axial e transversa que uma pinça óptica exerce em uma microesfera com raio e índice de refração arbitrários. O tratamento usado neste cálculo é baseado na representação de Debye para o feixe de laser focalizado além da objetiva e na teoria de espalhamento Mie para a interação do feixe com a microesfera [8, 9]. Os autores sugerem para ela o nome de *Teoria Debye-Mie (DM)*. Através destas forças,

pode-se calcular a constante de força da pinça óptica numa determinada direção tomando a derivada parcial da força nesta direção em relação à posição, tomada no ponto de equilíbrio. Por exemplo, para a direção  $x$ , tem-se

$$\kappa_x = - \left( \frac{\partial F_x}{\partial x} \right)_{\vec{r}_{eq}}, \quad (2.3)$$

onde  $\vec{r}_{eq}$  é a posição de equilíbrio da microesfera presa na pinça.

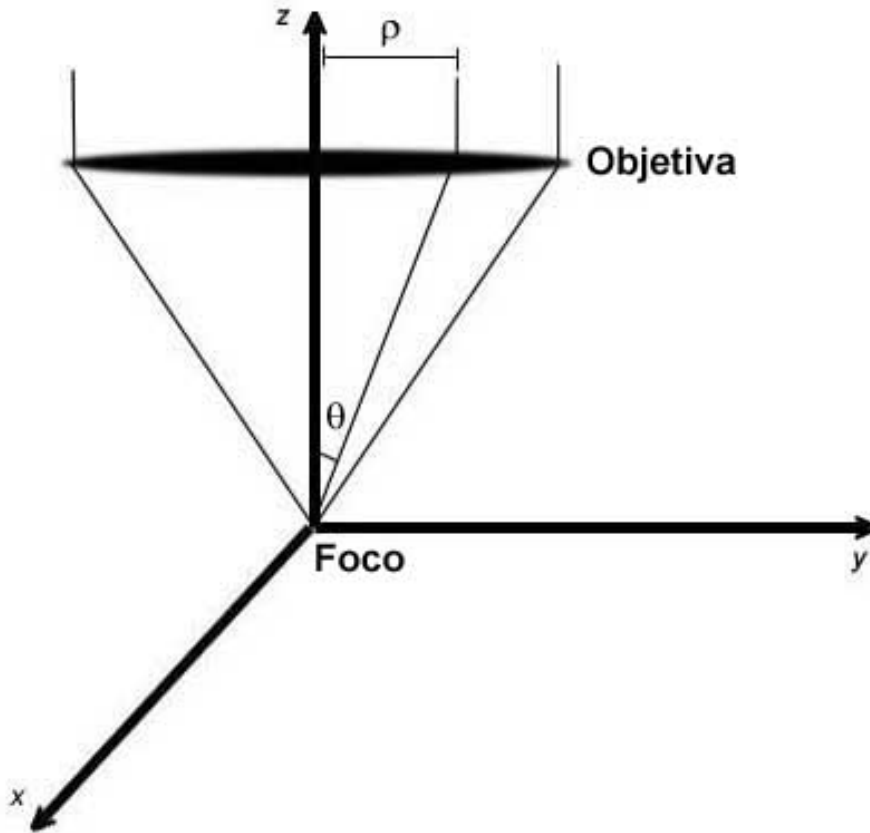
A teoria DM de pinças ópticas é a mais geral que existe na atualidade, podendo ser usada para esferas em qualquer faixa de tamanho. Entretanto, em seu estágio atual, a teoria ainda não leva em conta os efeitos da aberração esférica da luz. Isto parece causar algumas discrepâncias entre resultados teóricos e experimentais. Tudo isto será discutido em detalhes no decorrer deste capítulo e durante a apresentação dos resultados.

## 2.1 Sistema de coordenadas utilizado

Antes de entrarmos na teoria propriamente dita, devemos deixar claro o sistema de coordenadas utilizado. A menos que digamos o contrário, estaremos trabalhando sempre com as coordenadas cartesianas  $x$ - $y$ - $z$ . Fazemos o eixo  $z$  paralelo à direção de propagação do feixe de laser, mas com o sentido do eixo contrário ao da propagação. Os eixos  $x$  e  $y$  serão então paralelos à lâmina, que é o nosso porta-amostras contendo a solução aquosa com as microesferas. Situamos a origem do sistema de coordenadas sobre o foco da objetiva. A Fig. 2.2 representa este sistema de coordenadas. As linhas finas representam os raios do feixe de laser sendo focalizados após passarem pela objetiva. Observe que o feixe é cilíndrico antes de atingir a objetiva, mas torna-se cônico após atravessá-la. Para um raio genérico, representamos sua distância ao centro do feixe pela letra  $\rho$ . Após sofrer focalização, é mais fácil localizá-lo pelo ângulo  $\theta$ , conforme indicado na figura.

## 2.2 Perfil de intensidades na entrada da objetiva





**Figura 2.2:** Sistema de referência cartesiano utilizado. O foco da objetiva coincide com a origem.

O feixe cilíndrico antes de atingir a objetiva possui um perfil de intensidades gaussiano, correspondente ao modo  $TEM_{00}$  de operação do laser [18]. Em outras palavras, este perfil possui uma simetria radial. Podemos representá-lo por

$$I(\rho) = I_0 \exp\left(\frac{-\rho^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2.4)$$

onde  $\sigma$  é a largura do perfil na entrada da objetiva. Este parâmetro é uma importante característica do feixe de laser e será necessário para obtermos mais tarde os resultados numéricos. Viana recentemente determinou este parâmetro para o nosso sistema [18]. Ele vale  $\sigma = (1,86 \pm 5\%)$  mm.

Para a nossa objetiva, é válida a condição seno de Abbe [8], que estabelece

$$\rho = f \sin \theta, \quad (2.5)$$

sendo  $f$  a distância focal da objetiva.

Outro parâmetro do nosso sistema necessário para obter os resultados numéricos é a abertura numérica da objetiva. Este parâmetro é definido como

$$NA = n_v \sin \theta_m, \quad (2.6)$$

onde  $n_v$  é o índice de refração do material que forma a lente (vidro) e  $\theta_m$  é o valor máximo do ângulo  $\theta$  (ver Fig. 2.2). No nosso sistema, a abertura numérica vale  $NA = 1,4$ .

Seja  $R$  o valor máximo de  $\rho$ . Podemos escrever a Eq. (2.5) na forma

$$R = f \sin \theta_m. \quad (2.7)$$

Observe que  $R$  é o raio de abertura máxima da objetiva. Para o nosso microscópio, temos  $R = 0,5\text{cm}$ .

Substituindo a Eq. (2.7) na (2.6), obtemos

$$f = \frac{n_v R}{NA}. \quad (2.8)$$

Deste modo, substituindo o índice de refração do vidro,  $n_v = 1,50$ , encontramos o foco da objetiva,  $f = 0,536\text{cm}$ .

## 2.3 Limite Rayleigh

Neste limite, o raio da esfera é muito menor do que o comprimento de onda da radiação incidente,

$$a \ll \lambda. \quad (2.9)$$

Podemos então aproximar a esfera por um dipolo induzido [17]. Agora note que, como o comprimento de onda é muito grande comparado ao raio ( $\lambda \gg a$ ), podemos considerar que o campo elétrico varia muito lentamente nas proximidades da esfera. Usaremos então uma aproximação de campo uniforme [17].

Estamos então com o problema de uma esfera dielétrica em um campo uniforme. A solução formal deste problema é bastante conhecida e pode ser encontrada em [19]. Para simplificar, usaremos coordenadas esféricas  $(r, \theta, \varphi)$  e trataremos a esfera na posição onde há simetria azimutal.

O campo elétrico no interior da esfera será constante. No exterior, o potencial elétrico é dado por

$$\varphi(r, \theta) = -E_0 r \cos \theta + \left( \frac{K-1}{K+2} \right) \frac{a^3}{r^2} E_0 \cos \theta, \quad (2.10)$$

com

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_m}, \quad (2.11)$$

onde  $\epsilon$  e  $\epsilon_m$  são as permissividades elétrica do material que forma a esfera e do meio, respectivamente, e  $E_0$  é o campo uniforme na ausência da esfera.

Observe que o segundo termo do potencial cai com  $1/r^2$  e é proporcional a  $\cos \theta$ , o que caracteriza um dipolo elétrico. Podemos então reescrever este termo, que é a contribuição para o potencial devido ao dipolo, na forma

$$\varphi_d(r, \theta) = p \frac{1}{r^2} \cos \theta, \quad (2.12)$$

e finalmente identificamos o momento de dipolo induzido na esfera

$$p = \frac{K-1}{K+2} a^3 E_0. \quad (2.13)$$

Passaremos agora as equações para a forma vetorial. Seja  $\vec{E}$  o campo no exterior da esfera. O momento de dipolo pode ser escrito na forma

$$\vec{p} = \frac{K-1}{K+2} a^3 \vec{E}, \quad (2.14)$$

e o termo de dipolo do potencial

$$\varphi_d(r, \theta) = \vec{p} \cdot \vec{r} \frac{1}{r^3}. \quad (2.15)$$

A energia potencial elétrica do dipolo no campo uniforme é dada por

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}. \quad (2.16)$$

Finalmente, a força sobre a esfera será

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U, \quad (2.17)$$

e assim

$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{p} \cdot \vec{E}). \quad (2.18)$$

Fazendo o produto escalar do momento de dipolo com o campo elétrico, teremos

$$\vec{F} = \frac{K-1}{K+2}a^3\vec{\nabla}E^2. \quad (2.19)$$

Isto demonstra o argumento anterior de que a força atuante sobre a esfera é proporcional ao gradiente da intensidade do campo. Portanto, a direção desta força aponta para o ponto de maior intensidade do campo, ou seja, o foco. Vemos portanto que, no limite Rayleigh, a força da pinça óptica sobre a microesfera também tende a levá-la ao foco do feixe de laser, como já havíamos comentado com base em [17].

Por fim, vamos analisar o comportamento da constante de força da pinça óptica no limite Rayleigh. Para tanto, trabalhemos na direção  $x$ . A força da pinça nesta direção será

$$F_x = \frac{K-1}{K+2}a^3\frac{\partial E^2}{\partial x}. \quad (2.20)$$

A constante de força nesta direção pode ser calculada facilmente com a Eq. (2.3). Teremos

$$\kappa_x = \frac{K-1}{K+2}a^3 \left( \frac{\partial^2 E^2}{\partial x^2} \right)_{\vec{r}_{eq}}. \quad (2.21)$$

É fácil verificar que este comportamento é análogo para as outras direções. Com isto, demonstramos que a constante de força da pinça óptica no limite Rayleigh é proporcional ao cubo do raio da microesfera pinçada,  $\kappa \propto a^3$ , como já havíamos comentado.

## 2.4 Limite da óptica geométrica

Neste limite, o raio da esfera é muito maior do que o comprimento de onda da radiação incidente,

$$a \gg \lambda. \quad (2.22)$$

No nosso caso, a radiação incidente é um laser infravermelho, responsável pela pinça óptica. Para este laser, temos  $\lambda = 832\text{nm} = 0,832\mu\text{m}$ .

Para calcularmos a força que o feixe incidente faz na microesfera, temos que calcular a força devido a um único raio e somar (integrar) em seguida para todo o feixe. Conforme discutimos, cada raio incidente na esfera dá origem a um raio refratado e outro raio refletido, que contribuem de maneiras diferentes para a força do feixe sobre a microesfera. Esta força então deve depender dos coeficientes de transmissão e reflexão da interface meio-esfera. Esperamos que ela também dependa dos índices de refração da esfera e do meio e, obviamente, da potência do raio.

Rosen [20] e Ashkin [3] foram os primeiros a calcular a força na esfera devido a um único raio. O módulo desta força pode ser escrito como [3, 18, 20]

$$F = \frac{n_m P_r}{c} |Q_t|, \quad (2.23)$$

sendo  $n_m$  o índice de refração do meio onde as microesferas estão,  $P_r$  a potência do raio e  $c$  a velocidade da luz no vácuo. Observe que esta expressão provém da Eq. (2.1) se substituirmos a Eq. (2.2) e multiplicarmos pelo módulo do fator  $Q_t$ . Este fator leva em conta a transmissão e as múltiplas reflexões no interior da esfera. Temos [3, 18]:

$$Q_t = 1 + R \exp(2i\alpha) - T^2 \frac{\exp[2i(\alpha - \beta)]}{1 + R \exp(-2i\beta)}, \quad (2.24)$$

onde  $R$  e  $T$  são os coeficientes de reflexão e transmissão na interface meio-esfera, e  $\alpha$  e  $\beta$  são os ângulos de incidência e refração do raio da superfície da esfera.

A força da pinça óptica sobre a microesfera é então obtida integrando-se a força de cada raio para todo o feixe. Obviamente, estamos supondo que todos os raios do feixe atingem a esfera. Na verdade, isto é uma simplificação que não

corresponde à realidade, já que ocorre refração quando os raios passam da lâmina (porta-amostras) para o meio onde estão as microesferas, que no nosso caso é a água. Este fato dá origem ao fenômeno da aberração esférica da luz. A aberração esférica ocorre porque os raios do feixe de laser sofrem refração ao encontrar a interface lâmina-água das amostras. Como a água tem um índice de refração menor do que o vidro da lâmina, os raios se afastam da normal e, como consequência, nem todos eles atingem a microesfera situada a uma certa altura  $h$ . Além disso, como os ângulos de incidência são diferentes para os diferentes raios do feixe, os ângulos de refração também serão. Como consequência disto, não teremos o foco como um simples ponto, e sim como uma região ao longo do eixo  $z$ .

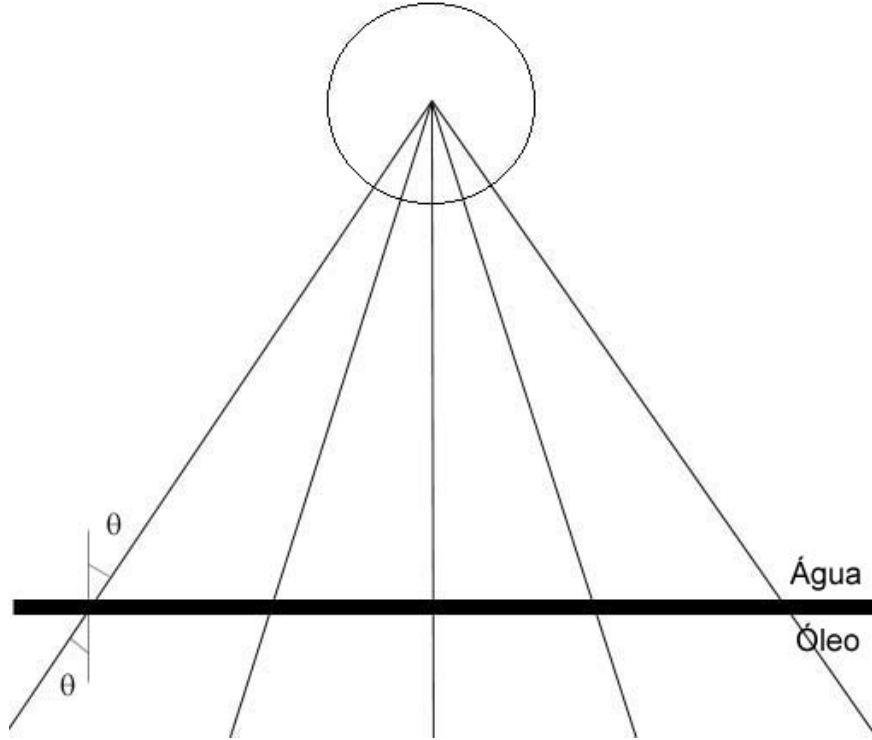
Nas Fig. 2.3 e 2.4 representamos o esquema de raios provenientes da objetiva atingindo a microesfera. Na primeira, desconsideramos o efeito da aberração, e na segunda, vemos claramente a sua influência.

Observe que na Fig. 2.4, somente alguns raios atingirão a microesfera para uma dada altura. Esta quantidade de raios será maior quanto menor for a altura da esfera em relação à lâmina. Obviamente, somente os raios que atingem a esfera contribuem para a força da pinça. Com isso, o efeito da aberração esférica é diminuir os valores da constante de força da pinça óptica  $\kappa$  em relação ao caso “ideal”, onde a aberração seria nula.

O efeito da aberração será mínimo quando tivermos a microesfera encostada na lâmina, pois uma maior quantidade de raios a atingirá nesta situação. Neste caso, a altura do centro de massa é o próprio raio da esfera.

Ainda na Fig. 2.3, entre a lâmina e a objetiva existe uma camada de óleo, bastante usado em microscopia. Como o óleo tem índice de refração muito próximo do índice de refração do vidro, não precisamos nos preocupar com refração nesta interface.

Embora a aberração esférica, dentro de certos limites, já tenha sido explorada em trabalhos anteriores [11–16], nesta dissertação fizemos pela primeira vez uma comparação absoluta entre resultados numéricos e experimentais. Nossos cálculos no limite da óptica geométrica podem servir de guia para a inclusão da aberração esférica em outras teorias mais gerais. Por fim, é importante salientar que os parâmetros utilizados nos cálculos ( $\sigma$ , índices de refração, potência do feixe) são todos medidos de forma independente, ou seja, não utilizamos nenhum parâmetro

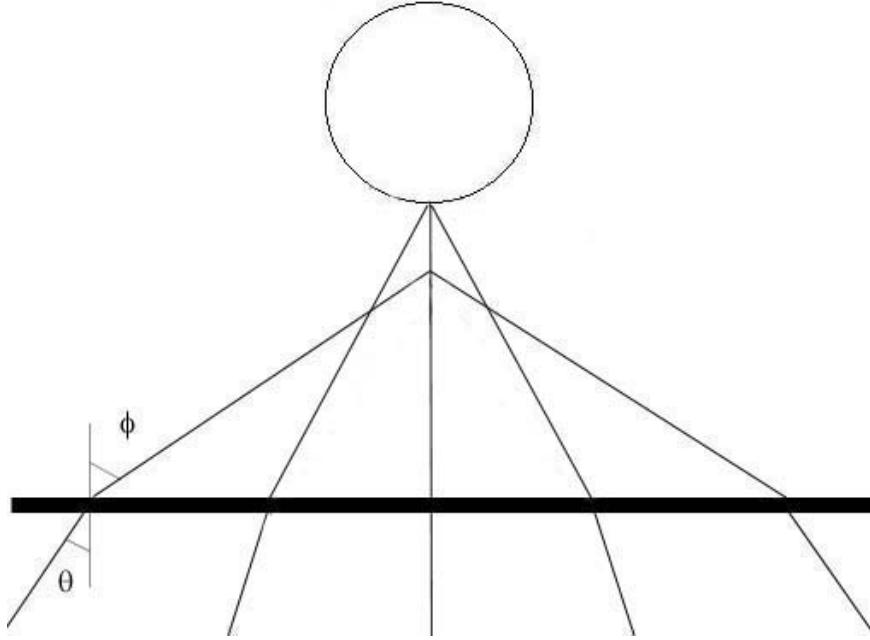


**Figura 2.3:** Esquema de raios atingindo a microesfera no caso ideal (sem aberração esférica). Neste caso, o foco é um único ponto e todos os raios contribuem para a força da pinça. A linha horizontal escura representa a lamínula de vidro utilizada no porta-amostras.

ajustável nos cálculos, de forma que a comparação com nossos dados experimentais pode ser feita de maneira absoluta.

### 2.4.1 Cálculo da força total sobre a microesfera

Nesta seção, calcularemos a força total do feixe de laser sobre a microesfera. Para tanto, devemos somar as contribuições de cada raio individual, cuja força é dada pela Eq. (2.23). O primeiro passo é relacionar os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  com o ângulo  $\theta$  de cada raio, representado nas Figs. 2.3 e 2.4. Devemos também determinar o máximo valor do ângulo  $\theta$  para o qual os raios atingem a esfera, o qual chamamos  $\theta_0$ .



**Figura 2.4:** Quando consideramos a aberração esférica, os raios refratam em ângulos diferentes na interface vidro-água. Dependendo da altura da microesfera, nem todos os raios contribuem para a força da pinça óptica.

### Mudança de variáveis

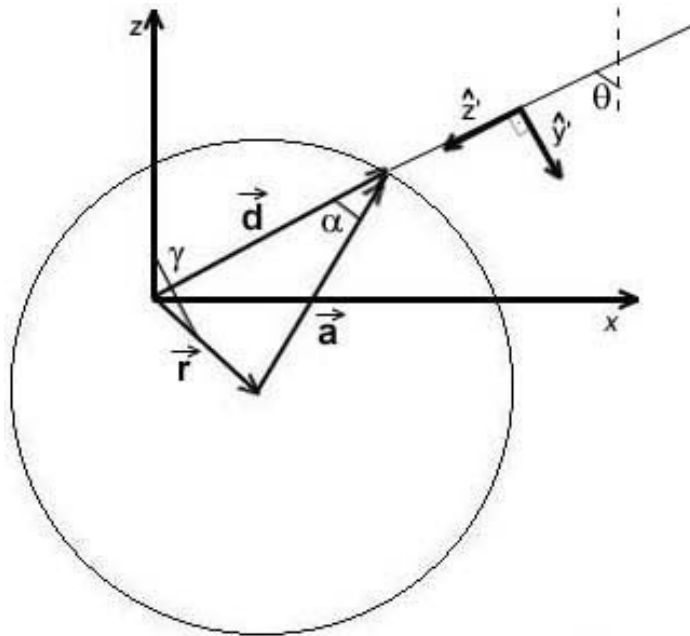
Primeiramente, temos que expressar os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  em função do ângulo  $\theta$  e do ângulo azimutal  $\varphi$  das coordenadas esféricas. Este procedimento é necessário para que possamos realizar a integração da força nas seções seguintes. Seguiremos um procedimento análogo ao de Viana em [18] e Fontes em [21]. Temos dois casos a considerar: no primeiro, mais simples, vamos desconsiderar a aberração esférica e no segundo vamos introduzi-la partindo do resultado do primeiro caso.

#### a) Caso sem aberração esférica

Na Fig. 2.5, representamos a microesfera presa na pinça com o seu centro ligeiramente deslocado da origem (foco da objetiva). O vetor  $\vec{r}$  representa este deslocamento. O raio da esfera é representado por  $\vec{a}$  e  $\vec{d}$  representa a direção de incidência de um raio particular do feixe. O ângulo  $\gamma$  indica a direção de  $\vec{r}$  em



relação ao eixo  $z$ . Na realidade, este ângulo  $\gamma$  representa o caso mais geral, onde o centro da esfera está deslocado nas direções  $z$  e  $x$  em relação ao foco. Para que o centro esteja deslocado na direção  $x$ , é necessário que atue alguma força externa na esfera além da força da pinça. Isto pode acontecer, por exemplo, quando houver um fluxo na direção  $x$  do fluido onde as microesferas estão imersas. Poderíamos perguntar sobre o efeito das forças aleatórias do fluido sobre a microesfera. Estas forças são as responsáveis pelo movimento Browniano da mesma. Entretanto, a média destas forças é nula, e portanto não influenciam na posição média do centro de massa da esfera. Assim, quando não houver forças externas, o centro da esfera estará deslocado do foco apenas na direção  $z$ , devido ao feixe de laser.



**Figura 2.5:** Microesfera pinçada com o centro ligeiramente deslocado da origem.

Neste primeiro caso, onde desconsideramos o efeito da aberração esférica, a mudança de variáveis é mais simples porque todos os raios incidentes convergem para o mesmo ponto (foco da objetiva). Quando incluimos o efeito da aberração, cada raio tocará o eixo  $z$  em um ponto diferente (observe novamente as Figs. 2.3 e 2.4).

Em coordenadas esféricas, podemos escrever as componentes do vetor  $\vec{d}$ ,

$$\vec{d} = (d \sin \theta \cos \varphi, d \sin \theta \sin \varphi, d \cos \theta), \quad (2.25)$$

e ainda,

$$\vec{r} = (r \sin \gamma, 0, r \cos \gamma), \quad (2.26)$$

pois escolhemos o centro da microesfera situado no plano  $y = 0$ .

Agora escreveremos  $d$  em função de  $r$ ,  $\gamma$ ,  $\theta$  e  $\varphi$  usando a condição

$$|\vec{d} - \vec{r}| = a, \quad (2.27)$$

sendo  $a$  o raio da esfera.

Teremos

$$d^2 + r^2 - 2rd(\sin \gamma \sin \theta \cos \varphi + \cos \gamma \cos \theta) = a^2. \quad (2.28)$$

Se resolvermos esta equação para  $d$ , obtemos

$$d = \sqrt{a^2 - r^2 + r^2(\sin \gamma \sin \theta \cos \varphi + \cos \gamma \cos \theta)^2} + r(\sin \gamma \sin \theta \cos \varphi + \cos \gamma \cos \theta). \quad (2.29)$$

Finalmente, escrevemos o ângulo  $\alpha$ , observando que, da Fig. 2.5, podemos obter a relação

$$r^2 = d^2 + a^2 - 2ad \cos \alpha, \quad (2.30)$$

e assim,

$$\alpha = \arccos \left[ \frac{d^2 + a^2 - r^2}{2ad} \right]. \quad (2.31)$$

O ângulo  $\beta$  é então determinado usando a Lei de Snell,

$$n_a \sin \alpha = n_e \sin \beta, \quad (2.32)$$

onde  $n_a$  e  $n_e$  são os índices de refração do meio (água) e do material que forma a microesfera.

Assim, conseguimos expressar os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  em função dos ângulos  $\theta$  e  $\varphi$ . Deste modo, o módulo da força de um único raio sobre a microesfera, Eq. (2.23), estará expresso somente em função destes parâmetros, visto que o mesmo depende apenas de  $\alpha$  e  $\beta$ .

Por fim, devemos determinar a direção da força devido a um raio. Para tanto, voltemos à Eq. (2.23). Esta equação nos fornece o módulo da força devido a um raio. A direção pode ser encontrada se soubermos as componentes da força em cada direção. Para não perdermos a generalidade do problema, consideremos outro sistema de referência, conforme mostrado na Fig. 2.5. Seja  $z'$  o eixo na direção de incidência do raio e  $y'$  o eixo perpendicular a ele, conforme mostrado na figura. Definimos então [18],

$$F = F_{z'} + iF_{y'}, \quad (2.33)$$

e podemos escrever

$$\vec{F} = \frac{n_m Pot}{c} [Re(Q_t)\hat{z}' + Im(Q_t)\hat{y}']. \quad (2.34)$$

Para completar o problema, resta apenas escrever os vetores unitários  $\hat{z}'$  e  $\hat{y}'$  em função dos parâmetros conhecidos. Para tanto, observe que  $\hat{z}'$  está na mesma direção de  $\vec{d}$ , porém com sentido contrário. Assim, teremos

$$\hat{z}' = (-\sin\theta \cos\varphi, -\sin\theta \sin\varphi, -\cos\theta), \quad (2.35)$$

e como o vetor  $\vec{r}$  está no plano  $y = 0$ , podemos escrever

$$\hat{y}' = \frac{\hat{z}' \times (\vec{r} \times \hat{z}')}{|\hat{z}' \times (\vec{r} \times \hat{z}')|}. \quad (2.36)$$

Deste modo, temos a força devido a um raio em função dos ângulos  $\theta$  e  $\varphi$  e do vetor  $\vec{r}$ . A força total do feixe é encontrada somando-se as contribuições de cada raio. Podemos considerar a força de cada raio como um diferencial da força total do feixe e a seguir integrar para todo o feixe. A integração neste caso deve ser realizada de  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  e  $0 \leq \theta \leq \theta_0$ . No caso onde não consideramos a aberração, o ângulo  $\theta_0$  é simplesmente o ângulo limite para reflexão total na interface vidro-água, visto que todos os raios que passarem do vidro para a água atingirão a esfera.

b) Inclusão do efeito da aberração esférica

Para incluir a aberração esférica, temos dois problemas a resolver. Primeiramente, o ângulo  $\theta_0$  não será mais o ângulo limite, pois nem todos os raios que passam para a água atingem a esfera. Determinaremos na próxima seção o ângulo  $\theta_0$  em função da altura da microesfera. O outro problema é que agora os raios não possuem um foco comum. Conforme discutimos, cada raio toca o eixo  $z$  em um ponto diferente, e portanto fica difícil utilizar o mesmo sistema de coordenadas para todos eles como fizemos no caso sem aberração.

Entretanto, podemos considerar um sistema de coordenadas cartesiano particular para cada raio, como mostra a Fig. 2.6. A origem de cada um destes sistemas está no ponto onde o raio toca o eixo  $z$  do sistema principal, que é o mostrado na Fig. 2.5. No sistema principal, a origem está no foco da objetiva, ou seja, no ponto para onde todos os raios convergiriam caso não houvesse a aberração esférica.

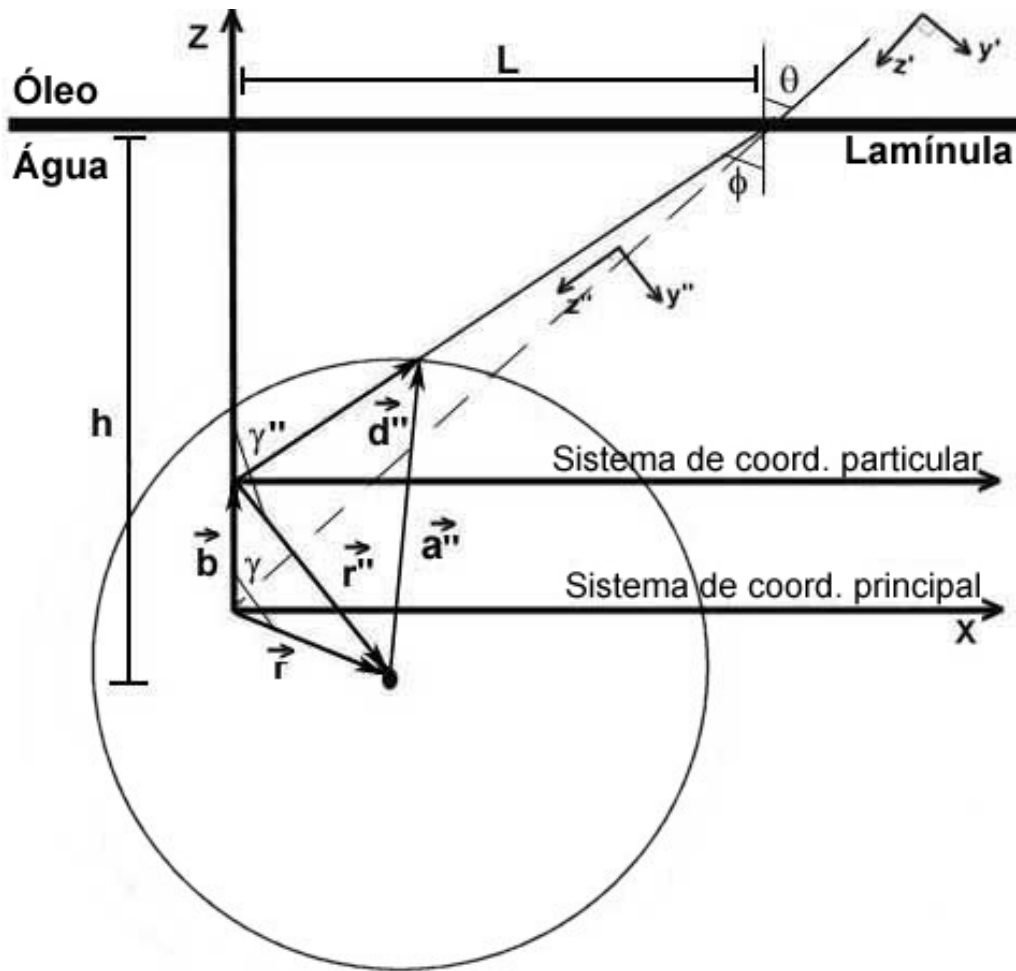
Podemos escrever a força de cada raio no seu respectivo sistema de referência particular exatamente da mesma maneira que fizemos na seção anterior, pois este raio tocará o eixo  $z$  na origem do seu sistema de coordenada particular.

A Fig. 2.6 esclarece esta situação. Observe que os eixos  $z$  dos sistemas de coordenadas principal e particular coincidem. Os eixos  $\hat{z}'$  e  $\hat{y}'$  são idênticos aos da Fig. 2.5 e os eixos  $\hat{z}''$  e  $\hat{y}''$  são os análogos após o raio sofrer refração na lâmina. Definimos um novo vetor,  $\vec{r}''$ , que liga a origem do sistema de coordenadas particular ao centro da esfera, exatamente da mesma maneira que  $\vec{r}$  faz com o sistema de coordenadas principal. Definimos ainda o ângulo  $\gamma''$ , que localiza o vetor  $\vec{r}''$  em relação ao eixo  $z$ , exatamente como  $\gamma$  localiza  $\vec{r}$  e, finalmente, temos  $|\vec{a}''| = a$ . Observe que  $h$  é a altura da microesfera, ou seja, a distância do seu centro de massa à superfície da lâmina. Por fim, o vetor  $\vec{b}$ , dirigido ao longo do eixo  $z$ , liga a origem do sistema principal à origem do sistema particular.

Vamos primeiramente encontrar o vetor  $\vec{b}$  em função dos parâmetros conhecidos.

Da Fig. 2.6, podemos tirar as relações

$$\tan \phi = \frac{L}{h - b - r \cos(\pi - \gamma)} \quad (2.37)$$



**Figura 2.6:** Microesfera pinçada com o centro ligeiramente deslocado da origem, considerando o efeito da aberração esférica.

e

$$\tan \theta = \frac{L}{h - r \cos(\pi - \gamma)}. \quad (2.38)$$

Destas duas equações, podemos tirar a relação

$$\frac{\sin \theta \cos \phi}{\cos \theta \sin \phi} = \frac{1}{1 + \frac{b}{h - b + r \cos \gamma}}. \quad (2.39)$$

Podemos substituir nesta equação a Lei de Snell,

$$n_v \sin \theta = n_a \sin \phi, \quad (2.40)$$

onde  $n_v$  e  $n_a$  são os índices de refração do vidro e da água.

Teremos

$$\frac{n_a \cos \phi}{n_v \cos \theta} = \frac{1}{1 + \frac{b}{h-b+r \cos \gamma}} = 1 - \frac{b}{h + r \cos \gamma}, \quad (2.41)$$

e assim, obtemos para o módulo do vetor  $\vec{b}$ ,

$$b = \left(1 - \frac{n_a \cos \phi}{n_v \cos \theta}\right) (h + r \cos \gamma). \quad (2.42)$$

Podemos eliminar a dependência em  $\phi$  usando novamente a Lei de Snell, e teremos

$$\vec{b} = \left(1 - \sqrt{\frac{(\frac{n_a}{n_v})^2 - \sin^2 \theta}{1 - \sin^2 \theta}}\right) (h + r \cos \gamma) \hat{z}. \quad (2.43)$$

Seguindo o mesmo procedimento do caso sem aberração, podemos escrever no sistema de coordenadas particular,

$$d'' = \sqrt{a^2 - r''^2 + r''^2 (\sin \gamma'' \sin \phi \cos \varphi + \cos \gamma'' \cos \phi)^2} + r'' (\sin \gamma'' \sin \phi \cos \varphi + \cos \gamma'' \cos \phi) \quad (2.44)$$

e

$$\alpha = \arccos \left[ \frac{d''^2 + a^2 - r''^2}{2ad''} \right]. \quad (2.45)$$

Temos que escrever  $\vec{r}''$  e  $\gamma''$  em função de  $\vec{r}$  e  $\gamma$  e dos parâmetros conhecidos. Temos para o vetor  $\vec{r}''$ ,

$$\vec{r} - \vec{b} = \vec{r}'', \quad (2.46)$$

e em módulo,

$$r'' = \sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos \gamma}. \quad (2.47)$$

Para achar o ângulo  $\gamma''$ , podemos usar os produtos escalares,

$$\vec{r} \cdot \vec{b} = rb \cos \gamma \quad (2.48)$$

e

$$\vec{r}'' \cdot \vec{b} = r''b \cos \gamma''. \quad (2.49)$$

Assim, podemos escrever

$$\vec{r}'' \cdot \vec{b} = \vec{r} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{b}, \quad (2.50)$$

e teremos

$$r''b \cos \gamma'' = rb \cos \gamma - b^2, \quad (2.51)$$

de onde finalmente tiramos a relação,

$$\cos \gamma'' = \frac{r \cos \gamma - b}{r''}. \quad (2.52)$$

Com isso, temos os parâmetros  $r''$  e  $\gamma''$  em função dos parâmetros usados para calcular a força.

Para finalizar o problema da mudança de variáveis, resta-nos escrever os vetores unitários  $\hat{z}''$  e  $\hat{y}''$  em função dos parâmetros conhecidos. Para tanto, escrevemos de forma análoga às Eqs. (2.35) e (2.36)

$$\hat{z}'' = (-\sin \phi \cos \varphi, -\sin \phi \sin \varphi, -\cos \phi),$$

e

$$\hat{y}'' = \frac{\hat{z}'' \times (\vec{r}'' \times \hat{z}'')}{|\hat{z}'' \times (\vec{r}'' \times \hat{z}'')|}. \quad (2.53)$$

### Determinação de $\theta_0$

É fundamental determinarmos o máximo valor do ângulo  $\theta$  para o qual os raios atingem a esfera, porque devemos realizar a soma (integração) das forças individuais

de cada raio até este valor. Na Fig. 2.7 representamos a situação limite de um raio individual que atinge a microesfera situada em uma altura arbitrária  $h$ . Esta figura mostra a esfera situada na situação simétrica, onde o centro da esfera está deslocado do foco apenas na direção  $z$ . Note que o último raio que “toca” na esfera vindo da parte esquerda do feixe passa tangente à sua superfície. Para os raios provenientes da parte direita, a situação é análoga.

Chamamos de  $\theta_0$  o ângulo de incidência deste raio, e de  $\phi_0$  o seu ângulo de refração após atravessar a lamínula.

Para ângulos maiores que este valor máximo ( $\theta > \theta_0$ ), os raios passarão sem tocar a esfera, e portanto estes raios não contribuirão para a força do feixe sobre a microesfera. Note também que este ponto de encontro para cada conjunto de dois raios simétricos depende do ângulo  $\theta$ . Desta forma, não teremos simplesmente um ponto de foco para o feixe como na Fig. 2.3, e sim uma região focal, que se estende ao longo do eixo  $z$ .

Na Fig. 2.7,  $h$  é a altura da microesfera, ou seja, a distância do seu centro à lamínula,  $L$  é a distância horizontal do centro da esfera ao ponto onde o raio com ângulo de incidência  $\theta_0$  incide na lamínula e  $F$  é o foco da objetiva. Representamos os vetores  $\vec{r}$  e  $\vec{b}$ , definidos da mesma maneira que no caso da Fig. 2.6.

A distância  $\vec{r}$  é pequena, porém diferente de zero. Ela existe por causa da compensação dos efeitos da pressão de radiação e da força de gradiente, conforme discutimos. A pressão de radiação tende a empurrar a esfera na direção de incidência, e é exatamente isto que faz com que o foco da objetiva não coincida com o centro da esfera.

Para encontrarmos o ângulo  $\theta_0$ , observe que na Fig. 2.7, vale a relação

$$\tan \phi_0 = \frac{L}{h - r - b}. \quad (2.54)$$

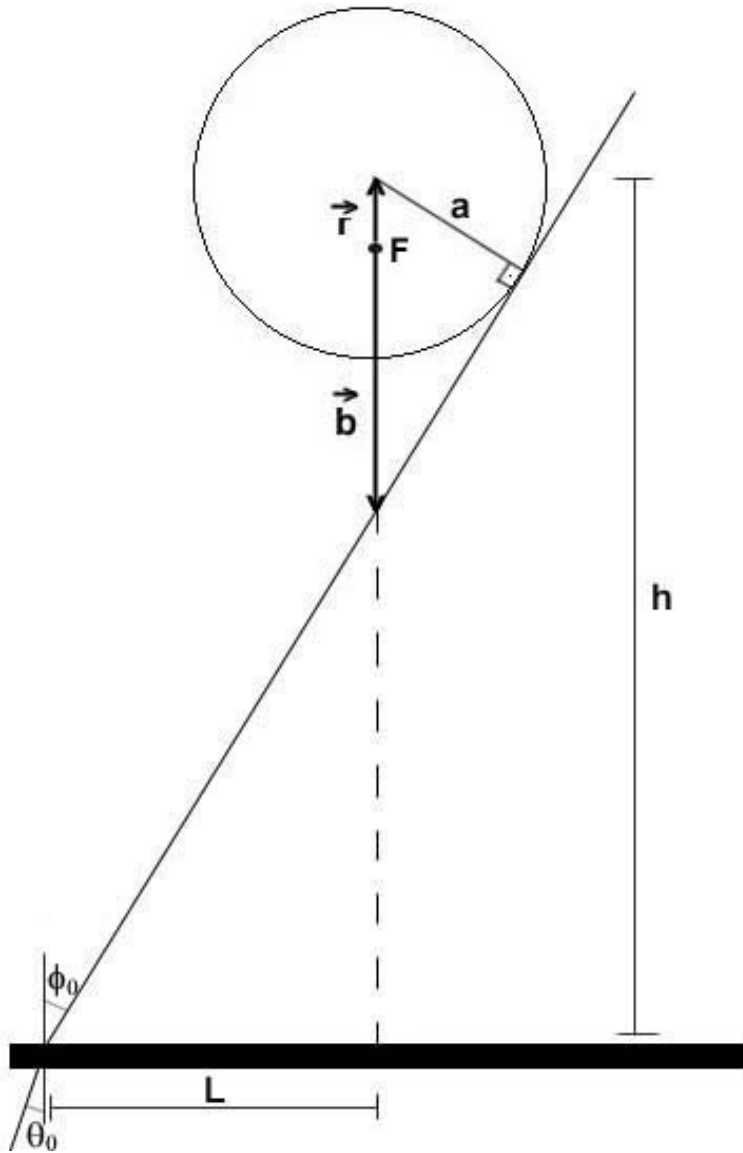
Analogamente, para ângulo  $\theta_0$ ,

$$\tan \theta_0 = \frac{L}{h - r}. \quad (2.55)$$

Os ângulos  $\theta_0$  e  $\phi_0$  estão relacionados pela Lei de Snell,

$$n_v \sin \theta_0 = n_a \sin \phi_0, \quad (2.56)$$





**Figura 2.7:** Representação do ângulo máximo para o qual o raio contribui para a força sobre a microesfera: o raio passa tangente à sua superfície.

onde  $n_v$  e  $n_a$  são os índices de refração do vidro (lamínula) e da água (meio onde a microesfera está).

Juntando as Eq. (2.54) e (2.55), podemos escrever

$$\frac{\sin \phi_0 \cos \theta_0}{\cos \phi_0 \sin \theta_0} = \frac{h - r}{h - r - b}. \quad (2.57)$$

Substituindo a Eq. (2.56), teremos

$$\frac{n_v \cos \theta_0}{n_a \cos \phi_0} = \frac{h - r}{h - r - b}. \quad (2.58)$$

Novamente, podemos usar a Eq. (2.56) para eliminar a dependência em  $\phi_0$ , se escrevermos os cossenos como função dos senos. Teremos com isso a relação

$$\sin^2 \theta_0 = \frac{\left(\frac{n_a}{n_v}\right)^2 (h - r)^2 - (h - r - b)^2}{(h - r)^2 - (h - r - b)^2}. \quad (2.59)$$

Mas o módulo do vetor  $\vec{b}$  depende do ângulo  $\theta_0$ . Da Fig. 2.7, podemos tirar a relação

$$\sin \phi_0 = \frac{a}{r + b}, \quad (2.60)$$

e assim,

$$b = \frac{n_a}{n_v} \frac{a}{\sin \theta_0} - r. \quad (2.61)$$

Substituindo a Eq. (2.61) na Eq. (2.59), chegamos numa equação para o seno do ângulo  $\theta_0$  envolvendo apenas constantes e parâmetros conhecidos. Esta equação é

$$\begin{aligned} & [(h-r)^2 - h^2] \sin^4 \theta_0 + 2ah \frac{n_a}{n_v} \sin^3 \theta_0 + \left[ h^2 - \left(\frac{n_a}{n_v}\right)^2 (h-r)^2 - \left(\frac{n_a}{n_v}\right)^2 a^2 \right] \sin^2 \theta_0 - \\ & - 2ah \frac{n_a}{n_v} \sin \theta_0 + \left(\frac{n_a}{n_v}\right)^2 a^2 = 0. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Embora esta equação seja difícil de ser resolvida analiticamente, é fácil determinar numericamente o valor de  $\theta_0$  para valores fixos de  $h$ ,  $a$  e  $r$ . Usando um programa feito no Mathcad, determinamos alguns valores de  $\theta_0$  em função da altura para  $a = 1,4\mu\text{m}$ ,  $r = 0,1\mu\text{m}$ ,  $n_v = 1,50$  e  $n_a = 1,33$ . A Tabela 2.1 mostra os valores obtidos.

Observe que, quanto mais afastada da lâmina está a esfera (ou seja, quanto maior o valor de  $h$ ), menor o valor do ângulo  $\theta_0$ . Isto significa que, quanto maior o valor de  $h$ , menos raios atingem a microesfera, conforme discutimos anteriormente.

Observe também que o primeiro valor da tabela é referente a situação onde a esfera está encostada na lâmina, pois  $h = a$ . Nesta situação, o ângulo calculado é  $\theta_0$

Altura $h$ ( $\mu\text{m}$ )	$\theta_0$
1,4	62,46°
1,8	61,64°
2,2	60,2°
2,6	58,65°
3,0	57,10°
3,5	55,24°
4,5	51,81°
6,5	46,02°
8,5	41,31°
10,5	37,40°

Tabela 2.1: Variação do ângulo  $\theta_0$  com a altura da microesfera para  $a = 1,4\mu\text{m}$ ,  $r = 0,1\mu\text{m}$ ,  $n_v = 1,50$  e  $n_a = 1,33$ . Observe que  $\theta_0$  diminui com a altura.

= 62,46°, que é exatamente o ângulo limite obtido para a interface vidro-água usando os índices de refração que indicamos acima. Isto é fácil de perceber analisando-se a Fig. 2.7. Observe que se a esfera estiver encostada na lâmina, o raio tangente a sua superfície terá  $\phi_0 = 90^\circ$ , situação correspondente ao ângulo limite  $\theta_0$ . Neste caso, o efeito da aberração esférica será mínimo, pois todos os raios que passam pela superfície vidro-água atingem a esfera.

### Cálculo da força do feixe sobre a microesfera

De posse dos resultados anteriores, calcularemos agora a força total que o feixe de laser exerce sobre a microesfera pinçada. Já vimos que cada raio individual exerce uma força dada pela Eq. (2.23). Podemos agora considerar que esta força devido a um único raio seja um diferencial da força total do feixe. Reescrevemos então a força devido a um único raio na forma

$$d\vec{F} = \frac{n_a}{c} [Re(Q_t)\hat{z}'' + Im(Q_t)\hat{y}'']dP. \quad (2.63)$$

Precisamos agora escrever o elemento de potência  $dP$  em termos do ângulo  $\theta$ . Seguiremos o mesmo procedimento usado em [18, 21]. Temos que,

$$dP = IdA, \quad (2.64)$$

onde  $dA$  é o elemento de área da objetiva e  $I$  a sua intensidade. Podemos escrever em coordenadas cilíndricas,

$$dA = \rho d\rho d\varphi. \quad (2.65)$$

E assim, usando a Eq. (2.4),

$$dP = I_0 \exp\left(\frac{-\rho^2}{2\sigma^2}\right) \rho d\rho d\varphi. \quad (2.66)$$

Podemos escrever  $I_0$  em termos da potência total do feixe antes da lamínula se integrarmos esta equação. Teremos

$$P_{tot} = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty I_0 \exp\left(\frac{-\rho^2}{2\sigma^2}\right) \rho d\rho d\varphi. \quad (2.67)$$

Esta integral é da forma gaussiana e tem solução tabelada. Com isso, teremos

$$I_0 = \frac{P_{tot}}{2\pi\sigma^2}. \quad (2.68)$$

Assim, podemos escrever

$$dP = \frac{P_{tot}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-\rho^2}{2\sigma^2}\right) \rho d\rho d\varphi. \quad (2.69)$$

Usando a Eq. (2.5), obtemos

$$dP = \frac{P_{tot}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-f^2 \sin^2 \theta}{2\sigma^2}\right) f^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi. \quad (2.70)$$

Esta expressão para o elemento de potência está escrita em função de  $P_{tot}$ , que definimos como a potência total do feixe após passar pela objetiva, mas antes de atingir a lamínula. Vamos reescrever  $P_{tot}$  em função da potência local na microesfera, ou seja, da potência do feixe após atravessar a lamínula. Esta potência, que chamaremos  $P_l$ , pode ser escrita em função de  $P_{tot}$  se descontarmos os raios do feixe que sofrem reflexão total na lamínula. Teremos

$$P_l = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} I_0 \exp\left(\frac{-f^2 \sin^2 \theta}{2\sigma^2}\right) f^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi, \quad (2.71)$$

e assim, relacionando com a Eq. (2.67), obtemos

$$P_l = P_{tot} \left[ 1 - \exp \left( \frac{-f^2 \sin^2 \theta_0}{2\sigma^2} \right) \right]. \quad (2.72)$$

Escrevemos então a forma final do elemento de potência em termos da potência local na microesfera,

$$dP = \frac{P_l \exp \left( \frac{-f^2 \sin^2 \theta}{2\sigma^2} \right) T(\theta, \phi)}{2\pi\sigma^2 \left[ 1 - \exp \left( \frac{-f^2 \sin^2 \theta_0}{2\sigma^2} \right) \right]} f^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi. \quad (2.73)$$

Finalmente, de posse do elemento de potência, podemos calcular a força total do feixe sobre a microesfera. Esta força é dada por

$$\vec{F} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} d\vec{F}, \quad (2.74)$$

e finalmente escrevemos,

$$\vec{F} = \frac{n_a}{c} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} [Re(Q_t)z'' + Im(Q_t)y''] dP, \quad (2.75)$$

onde devemos utilizar  $Q_t$  em função dos ângulos  $\theta$  e  $\varphi$ .

Observe que incluímos na expressão final de  $dP$  o coeficiente de transmissão  $T(\theta, \phi)$  para a interface vidro-água, a fim de tornar o problema mais realista. Este coeficiente de transmissão leva em conta a perda de potência do feixe ao atravessar a lamínula.

Ao realizar esta integração, devemos lembrar que os coeficientes de transmissão e reflexão contidos na expressão de  $Q_t$  dependem dos ângulos de incidência  $\alpha$  e refração  $\beta$  do raio na superfície da microesfera. Estes ângulos podem ser escritos em termos de  $\theta$  e  $\varphi$  usando as Eq. (2.31) e (2.29). Fazendo uma média para os casos TE e TM, temos

$$R(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right]^2 + \frac{1}{2} \left[ \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \right]^2 \quad (2.76)$$

e

$$T(\alpha, \beta) = 1 - R(\alpha, \beta). \quad (2.77)$$

Observe que estamos desprezando a potência absorvida pela esfera ( $R + T = 1$ ). Esta mesma expressão é usada para o coeficiente de transmissão na interface vidro-água,  $T(\theta, \phi)$ , bastando somente substituir os ângulos.

A integração da força pode ser realizada numericamente. Os resultados serão apresentados no Capítulo 4.

## 2.4.2 Cálculo da constante de força da pinça óptica

De posse da força total do feixe de laser sobre a microesfera, Eq. (2.75), calcularemos analiticamente a constante de força da pinça óptica no limite da óptica geométrica. Para simplificar os cálculos, determinaremos essa constante de força na direção radial.

Usando a Eq. (2.3), teremos

$$\kappa_r = - \left( \frac{\partial F_r}{\partial r} \right)_{\vec{r}_{eq}}. \quad (2.78)$$

Agora note que o único fator que depende de  $r$  na equação da força é  $Q_t$ . Como a integração depende somente das variáveis  $\theta$  e  $\varphi$ , podemos entrar com a derivada parcial em  $r$  para dentro da integral e realizar a derivação antes da integração. O comportamento da constante de força da pinça óptica no limite da óptica geométrica depende portanto somente da derivada parcial de  $Q_t$  em relação a  $r$ .

Realizamos esta derivação em detalhes no Apêndice A, e mostramos que a constante de força no limite da óptica geométrica decresce com  $1/a$ , ou seja, a curva  $\kappa \times a$  neste limite é uma hipérbole. Para as outras direções, o cálculo é análogo e o comportamento obtido é o mesmo [17]. Podemos então escrever para o limite da óptica geométrica (OG),

$$\kappa_{OG} = \frac{B}{a}, \quad (2.79)$$

sendo  $B$  uma constante.

## 2.5 Teoria Debye-Mie (sem aberração)

Calculamos a força da pinça óptica sobre uma microesfera e com esta força derivamos expressões para a constante de força da pinça em função do raio da microesfera pinçada para os limites da óptica geométrica e Rayleigh.

Para uma esfera de raio arbitrário, fora destes limites, o cálculo destas forças torna-se um problema bastante complicado. Recentemente, este problema foi resolvido por Mazolli, Maia Neto e Nussenzveig [8, 9, 17]. Eles calcularam as forças axial e transversa devido à pinça óptica numa microesfera de raio e índice de refração arbitrários. O tratamento usado neste cálculo é baseado na representação de Debye para o feixe de laser focalizado além da objetiva e na teoria de espalhamento Mie para a interação do feixe com a microesfera [8, 9, 17].

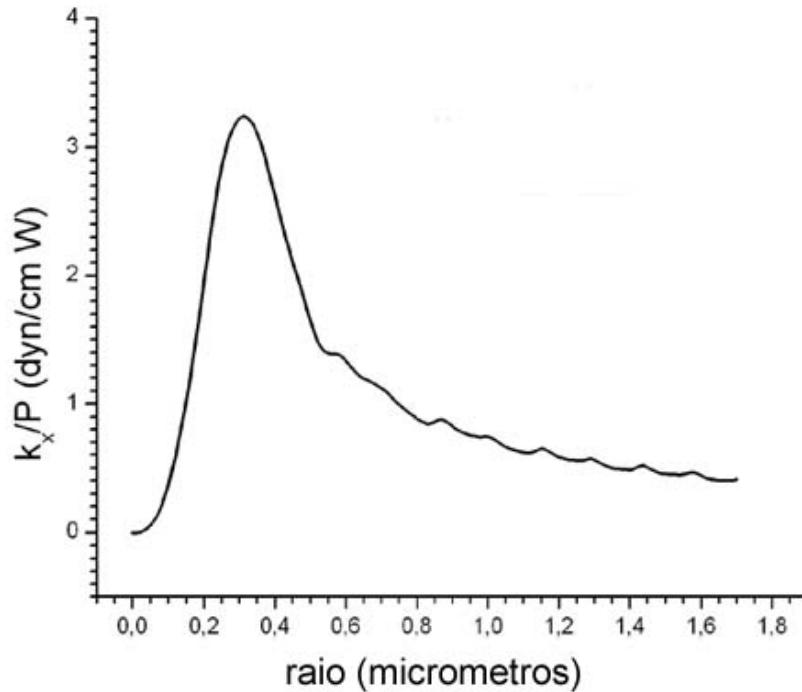
A única restrição da teoria Debye-Mie (DM) é que, em seu estágio atual, ela ainda não leva em conta os efeitos da aberração esférica. Entretanto, resultados preliminares desta teoria incluindo a aberração esférica apontam para uma excelente concordância com nossos resultados numéricos no limite da óptica geométrica [27]. Isto será discutido com mais detalhes no Capítulo 4, durante a apresentação dos resultados.

A reprodução desta teoria está fora dos objetivos desta dissertação. Porém, será interessante analisar como os resultados obtidos com esta teoria se reduzem aos obtidos nos dois limites analisados aqui quando as esferas possuem dimensões contidas nestes limites. No Capítulo 4, onde discutiremos os resultados numéricos e experimentais deste trabalho, voltaremos a este ponto.

A teoria DM prevê que a curva  $\kappa \times a$  se comporta da seguinte maneira [8]:  $\kappa$  inicialmente cresce com  $a^3$ , passa por um pico e então decresce com  $1/a$ . A posição deste pico é determinada na transição entre os regimes de Rayleigh e da óptica geométrica (OG). A Fig. 2.8 mostra esta curva gerada numericamente para os seguintes dados:  $n_{esfera} = 1,474$ ,  $n_{meio} = 1,343$ ,  $\lambda = 832\text{nm}$ ,  $NA = 1,4$  e  $\sigma = 1,86\text{mm}$ .

Dividimos os valores do eixo dos  $\kappa$  pela potência local  $P_l$  da pinça óptica na microesfera. Isto foi feito porque sabemos que a constante de força é diretamente proporcional à potência do feixe na microesfera. Desta forma, normalizando a constante de força por  $P_l$ , podemos apresentar os dados sem a preocupação de especificar a potência usada. Adotaremos esta normalização durante a apresentação dos resultados no Capítulo 4. Experimentalmente, a potência local pode ser medida

usando um microbolômetro de mercúrio, conforme feito em [26]. Maiores detalhes podem ser encontrados no Apêndice B.



**Figura 2.8:** Curva teórica  $\kappa \times a$  obtida numericamente usando a teoria DM. Os índices de refração das esferas e do meio estão indicados no texto. Este gráfico foi fornecido por A. Mazolli, P. A. Maia Neto e H. M. Nussenzveig.

Note que, para pequenos raios, estamos no limite Rayleigh. Neste limite, mostramos que  $\kappa$  é proporcional ao cubo do raio da esfera e que portanto, deve crescer com  $a^3$  neste limite, o que está em acordo com a teoria DM [8,9].

Por outro lado, para grandes raios, estaremos no limite da óptica geométrica. Mostramos que neste limite  $\kappa$  é proporcional a  $1/a$ , em acordo novamente com a teoria DM [8,9]. Na Fig. 2.8, observamos que para grandes raios a curva realmente se assemelha a uma hipérbole. Porém, observamos que a teoria DM prevê pequenas oscilações nesta parte da curva, como pode ser percebido na figura. Estas oscilações são causadas por interferências devido às múltiplas reflexões no interior da esfera e não podem ser explicadas pela óptica geométrica [8].



No Capítulo 4 discutiremos os resultados numéricos no limite OG e os experimentais, fazendo comparações com a teoria DM.

## Capítulo 3

# Metodologia experimental e equipamentos

Neste capítulo descreveremos em detalhes todos os procedimentos experimentais usados em nosso trabalho. Como já mencionamos anteriormente, estamos interessados em usar o movimento Browniano de uma microesfera presa em um poço de potencial harmônico devido à pinça para obter informações sobre este potencial. Particularmente, estamos interessados no tempo característico deste movimento na direção  $x$ , de onde podemos extrair a constante de força da pinça óptica nesta direção.

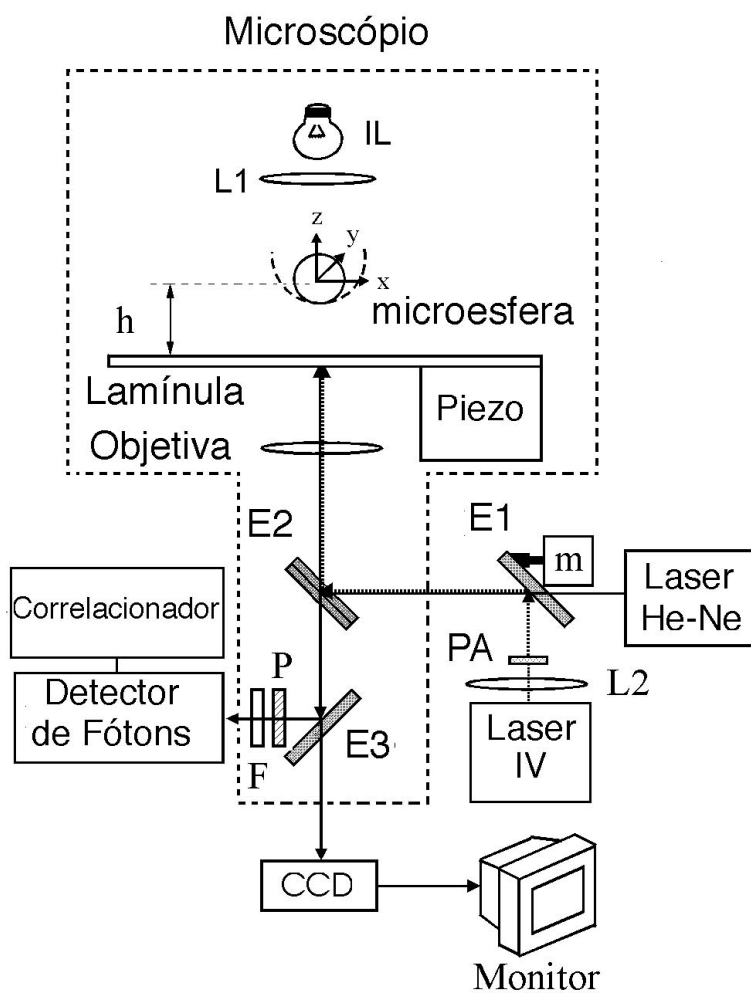
Utilizamos dois tipos diferentes de microesferas em nossos experimentos, feitas de tetracloreto de carbono ( $\text{CCl}_4$ ) e de óleo mineral. Estes dois materiais possuem índices de refração relativamente próximos, porém suas viscosidades são bastante diferentes. Os resultados obtidos para os dois tipos de microesferas são semelhantes, como mostraremos no próximo capítulo.

Nossas medidas são feitas através da análise da luz retroespalhada pelas microesferas presas na pinça. Para tanto, trabalhamos com dois feixes de laser. O primeiro, operando na região do infravermelho ( $\lambda = 832\text{nm}$ ), é a pinça óptica propriamente dita. O segundo é um laser de He-Ne ( $\lambda = 632,8\text{nm}$ ), que opera na região visível (vermelho). Fazemos este segundo laser também incidir sobre a microesfera, e usando um detector de fótons e um correlacionador digital, analisamos a luz retroespalhada, medindo as correlações de intensidade. Analisando as curvas de correlação com o auxílio de um correlacionador digital e de um computador, conseguimos ex-

trair as características do movimento Browniano da microesfera pinçada.

### 3.1 Montagem experimental

A Fig. 3.1 representa um esquema do equipamento utilizado em nossas medidas.



**Figura 3.1:** Montagem experimental utilizada para as medidas.

A aparelhagem situada entre as linhas pontilhadas da figura representa o microscópio usado (modelo Nikon TE 300, com objetiva de óptica corrigida no infinito, aumento de 100X e abertura numérica  $NA = 1,4$ ). A objetiva do microscópio é responsável por focalizar o feixe infravermelho, que é a pinça óptica propriamente dita. Esse feixe é cilíndrico ao emergir da fonte, mas se torna cônico após atravessar a objetiva. Além disso, a objetiva também é usada para coletar a intensidade de luz retroespalhada (laser He-Ne) e observar as microesferas.

Na parte direita inferior da figura estão os lasers visível de He-Ne (modelo SP-127,  $\lambda=632,8\text{nm}$ ) e infravermelho (IV), (modelo SDL 5422-H1,  $\lambda=832\text{nm}$ , potência máxima de 150mW). O primeiro é utilizado para o estudo do movimento da microesfera através da luz retroespalhada. O segundo, como já comentamos, é responsável por aprisionar as microesferas.

$L_1$  e  $L_2$  são lentes. A primeira representa o condensador do sistema de iluminação do microscópio (IL) e a segunda é usada para colimar o feixe de laser IV.

Abaixo da lâmpada (IL) está a amostra utilizada (solução aquosa com as microesferas). Representamos ainda na figura o poço de potencial devido à pinça e indicamos o sistema de referência. A lamínula é o nosso porta amostras. Indicamos por  $h$  a distância do centro da microesfera pinçada em relação à lâmina.

Os transladores Piezo permitem movimentar a lamínula com grande precisão, procedimento necessário na procura de microesferas de diferentes tamanhos.

$PA$  é um prisma anamórfico [22], usado para uniformizar a distribuição radial de potência do laser IV.

$E_1$  e  $E_2$  são espelhos. O primeiro é um espelho dicróico, que reflete o laser IV mas é transparente para o laser de He-Ne. Conectado a este espelho está o motor  $m$ , responsável por regular a inclinação de  $E_1$ . Mudando a inclinação deste espelho, deslocamos o feixe IV, e conseqüentemente mudamos a posição da microesfera em relação ao feixe visível (He-Ne). O segundo espelho é na verdade um espelho duplo: um outro dicróico para levar o feixe IV até a objetiva e um semi-espelho para a luz visível.

Em uma das duas saídas do microscópio conectamos o detector de fótons (EG&G - Photon Count Module, SPCM-200-PQ-F500), com abertura de  $150\mu\text{m}$  de diâmetro, montado em deslocadores Newport para ser posicionado com precisão. Para cada fóton que chega ao detector, um pulso TTL é enviado ao correlacionador

digital (modelo Brookhaven BI9000AT). O correlacionador nos dá as funções de autocorrelação temporais das flutuações de intensidade da luz retroespalhada pela microesfera. Em frente ao detector de fótons usamos um polarizador  $P$  para coletar luz retroespalhada com polarização cruzada em relação a luz incidente. Usamos ainda um filtro passa faixa  $F$  centrado em 632nm e com largura de faixa de 20nm. Deste modo, garantimos que a luz coletada no detector é proveniente apenas do laser de He-Ne.

Finalmente, na outra saída do microscópio conectamos uma câmera CCD (modelo CCD-72 DAGE-MTI) que leva a imagem da amostra até o monitor, permitindo assim uma ótima visualização.

## 3.2 Preparação das amostras

Nossas amostras são formadas por uma solução de água deionizada (DI) com microesferas feitas com as substâncias estudadas: tetracloreto de carbono ( $\text{CCl}_4$ ) e óleo mineral.

### 3.2.1 Tetracloreto de Carbono ( $\text{CCl}_4$ )

A solução de microesferas de  $\text{CCl}_4$  é preparada da seguinte maneira:

- 1) Em um recipiente de vidro, misturamos 1,4ml de água DI com  $30\mu\text{l}$  de  $\text{CCl}_4$ .
- 2) Agitamos bem esta solução a fim de homogeneizá-la.
- 3) Colocamos o recipiente com a solução num banho de ultrassom por cerca de 15min. A agitação causada por este aparelho forma microesferas com diâmetro na escala de  $\mu\text{m}$ , utilizadas em nossas medidas.
- 4) Finalmente, pegamos  $1\mu\text{l}$  desta solução e diluímos em  $200\mu\text{l}$  de água DI. Esta nova solução é colocada no porta-amostras e utilizada nas medidas.

A solução de  $\text{CCl}_4$  em água é instável. Visivelmente, as microesferas diminuem de tamanho rapidamente até atingirem uma certa concentração, onde seus tamanhos permanecem estáveis. A concentração acima citada nos permite fazer as medidas cerca de 20min depois da preparação. Este tempo é necessário para que as esferas atinjam seus tamanhos estáveis, ou seja, para que seus raios permaneçam fixos.

No início deste trabalho, tivemos que testar várias concentrações de  $\text{CCl}_4$  em água até atingirmos os valores descritos nos itens (1) e (4). Esta concentração é ideal porque as esferas atingem seus raios de equilíbrio em um tempo razoavelmente curto, e após atingirem este equilíbrio, permanecem com os raios fixos por um período indeterminado. Entretanto, o fato do tamanho das esferas diminuir com o tempo é interessante e pode encontrar futuras aplicações.

### 3.2.2 Óleo mineral

A solução de microesferas de óleo é preparada da seguinte maneira:

1) Em um recipiente de vidro, colocamos uma pequena gota de óleo em 1,4ml de água DI.

2) Agitamos bem esta solução a fim de homogeneizá-la.

3) Colocamos o recipiente com a solução no banho de ultrassom por 15min para a formação das microesferas com diâmetro na escala de  $\mu\text{m}$ .

4) Finalmente, pegamos  $1\mu\text{l}$  desta solução e diluímos em  $200\mu\text{l}$  de água DI. Esta nova solução é colocada no porta-amostras e utilizada nas medidas.

A solução de esferas de óleo em água é estável e portanto não apresenta os problemas da solução de  $\text{CCl}_4$ .

### 3.2.3 Construção do porta-amostras

Nosso porta-amostra consiste em uma pequena lamínula de vidro de espessura aproximada 0,15mm (Corning) com um *O-ring* de borracha de diâmetro 1,5cm colado em sua superfície. Para colar o anel na superfície da lamínula, usamos parafina previamente derretida em um aquecedor. A solução de trabalho é colocada no interior do *O-ring*.

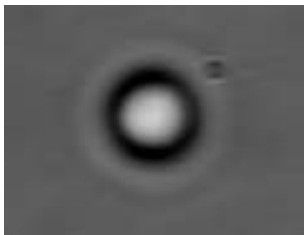
## 3.3 Medida do raio das microesferas

Conforme descrevemos na seção anterior, as esferas de óleo e  $\text{CCl}_4$  são produzidas no nosso próprio laboratório. A grande vantagem disto é que o custo de

produção das microesferas é praticamente nulo. Entretanto, como estas esferas possuem variados tamanhos na escala de micrômetro, é fundamental que tenhamos uma técnica precisa para medir o diâmetro de cada esfera usada nas medidas da constante de força, já que queremos analisar a variação da constante de força da pinça em função do raio da microesfera presa.

Para medir o diâmetro das esferas, utilizamos videomicroscopia e análise digital de imagens. Capturamos a imagem de uma esfera pinçada com a câmera CCD conectada a um computador e analisamos esta imagem em um software (NIH Image 1.62). Primeiramente, aplicamos nossa técnica para esferas de poliestireno, a fim de comparar os resultados fornecidos pelo método com os indicados pelo fabricante das microesferas. Mostraremos no final desta seção que a concordância é excelente.

A Fig. 3.2 mostra a típica imagem de uma microesfera capturada com a câmera CCD. Devido aos efeitos de difração e desfocalização [23], não é trivial obter o diâmetro da esfera através desta imagem. Entretanto, ao invés de tentar formular uma expressão geral que dê o diâmetro da esfera em função do diâmetro da imagem, é mais fácil e prático usar uma calibração. Para tanto, usamos um critério de focalização bem definido: variando a posição relativa entre a esfera e a lamínula, observamos que, quando a intensidade de luz no centro da esfera atinge seu máximo, o diâmetro médio do anel escuro da imagem da esfera (ver Fig. 3.2) concorda com o diâmetro desta. Desta forma, para cada esfera, ajustamos a posição da lamínula em relação a objetiva para obter um padrão idêntico ao mostrado na Fig. 3.2.

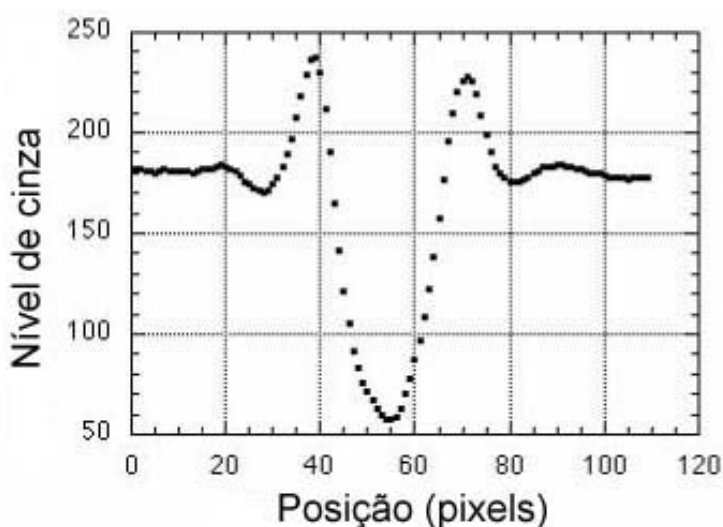


**Figura 3.2:** Típica imagem de uma microesfera capturada com a câmera CCD e o software NIH Image 1.62.

O software utilizado na captura nos permite medir o nível de cinza da imagem ao longo de uma reta passando pelo diâmetro. Com isso, sabemos onde estão os

limites da esfera, que coincidem com os do anel escuro da imagem. Sabendo estes limites, temos o diâmetro em pixels. Para obtê-lo em micrometros, basta dividir pela resolução do conjunto microscópio-câmera, que no nosso caso é  $15,64 \text{ pixels}/\mu\text{m}$ .

A Fig. 3.3 mostra o nível de cinza em função da posição para a imagem da Fig. 3.2. Os picos representam os limites da esfera, que são muito mais escuros do que seu interior. Ajustando cada pico por uma parábola, obtemos a posição de seu máximo com uma precisão de fração de pixel. Para a Fig. 3.3, por exemplo, obtemos as posições dos picos 39,4 e 72,4. Logo, o diâmetro da esfera será  $d = 72,4 - 39,4 = 33 \text{ pixels} = 2,11\mu\text{m}$ .



**Figura 3.3:** Perfil do nível de cinza em função da posição para a esfera da Fig. 3.2. Os picos representam os limites da esfera, que são muito mais escuros do que seu interior.

Para comprovar a eficiência desta técnica, fizemos testes com microesferas comerciais de poliestireno ( $n = 1,6$ ) situadas em água. Cada tipo destas esferas tem seu diâmetro medido e indicado pelo fabricante (Polysciences) seguindo padrões internacionais. Nossos resultados concordam muito bem com estes valores, como mostra a Tabela 3.1.

Poderíamos perguntar sobre a influência do índice de refração relativo (meio-esfera) sobre estes resultados. Para tanto, repetimos estas medidas com as esferas



Diâmetro nominal (Polysciences) ( $\mu\text{m}$ )	Diâmetro medido ( $\mu\text{m}$ )
$2,84 \pm 0,13$	$2,78 \pm 0,03$
$2,13 \pm 0,04$	$2,11 \pm 0,03$
$1,05 \pm 0,01$	$1,06 \pm 0,03$

Tabela 3.1: Comparação entre os raios medidos com nossa técnica e os indicados pelo fabricante.

de poliestireno situadas em etileno-glicol ( $n = 1,51$ ). Os resultados obtidos são os mesmos indicados na Tabela 3.1. Deste modo, podemos utilizar esta técnica para medir os raios das esferas de  $\text{CCl}_4$  e óleo.

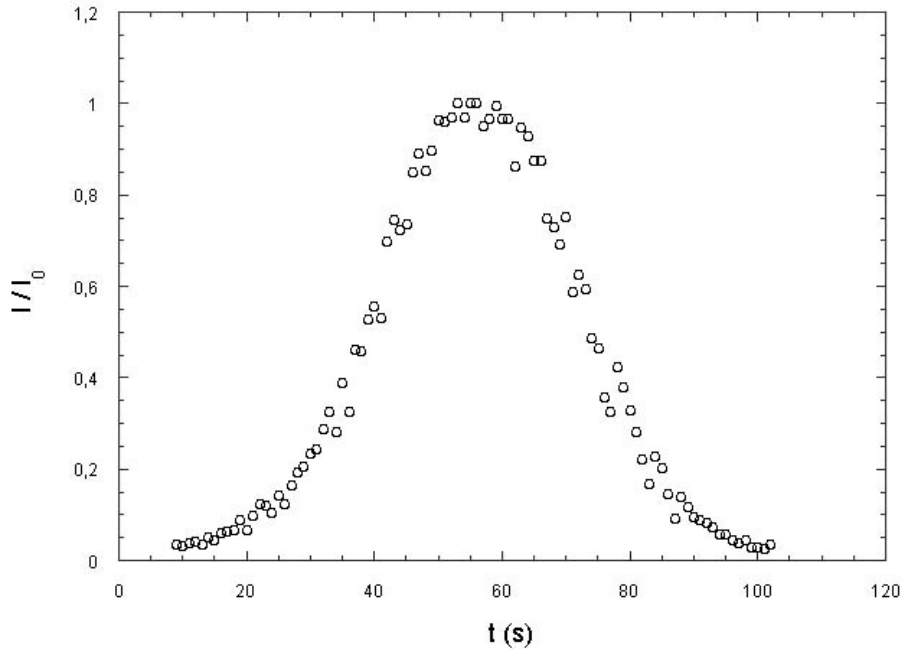
### 3.4 Medida do perfil de retroespalhamento das microesferas

A intensidade de luz retroespalhada por uma microesfera presa na pinça óptica depende do seu tamanho e de sua posição relativa ao feixe incidente (He-Ne). O perfil de retroespalhamento é medido deslocando-se a esfera em relação ao laser de He-Ne. O software do correlacionador digital, juntamente com o detetor de fótons, é capaz de medir esta intensidade em função do tempo, obtendo graficamente a curva do perfil de retroespalhamento da esfera presa na pinça. A medida deste perfil é importante em nosso trabalho porque, posteriormente, fazemos a medida da correlação de intensidades com a esfera situada em uma posição do perfil onde obtemos uma melhor relação sinal-ruído [7, 18].

Primeiramente, posicionamos a esfera num ponto de intensidade mínima do perfil. Para deslocarmos a microesfera em relação ao laser de He-Ne, usamos o motor  $m$  (ver Fig. 3.1). Este motor desloca o espelho dicróico  $E_1$ , deslocando consequentemente o laser infravermelho e a esfera pinçada. Como  $E_1$  é transparente para o laser de He-Ne, este permanece imóvel, esteja o motor funcionando ou não. Quando a intensidade no perfil atinge novamente um mínimo, interrompemos o motor. Desta forma, obtemos o perfil completo da intensidade retroespalhada em função do tempo.

A Fig. 3.4 mostra um típico perfil de espalhamento obtido com o processo descrito acima. A simetria da curva pode ser controlada ajustando adequadamente

a posição do detector de fótons.

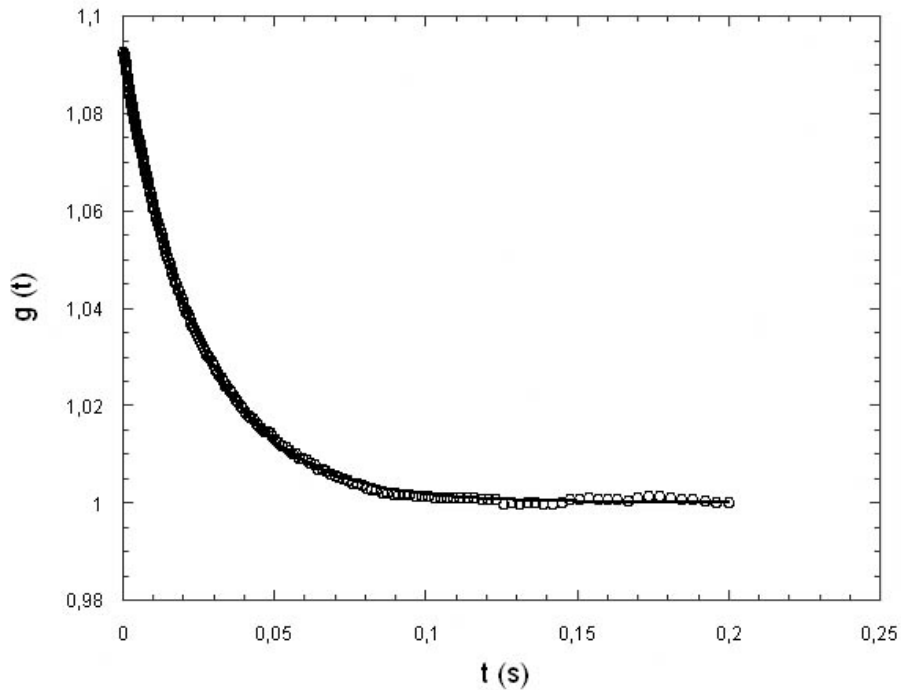


**Figura 3.4:** Perfil da intensidade retroespalhada por uma microesfera presa na pinça em função do tempo. Normalizamos a intensidade por seu valor máximo. Neste caso, a curva é uma gaussiana levemente assimétrica.

### 3.5 Medida da função de correlação de intensidades (ACF)

Tendo o perfil de retroespalhamento, posicionamos a microesfera em uma posição do perfil onde obtemos uma melhor relação sinal-ruído para a função de correlação. Esta posição corresponde aos pontos da curva do perfil onde a derivada é máxima [7,18]. Como estamos interessados no movimento da microesfera ao longo da direção  $x$ , centralizamos previamente a esfera em relação a direção  $y$ , isto é, posicionamos a esfera nesta direção em um ponto do perfil onde a derivada é nula. Assim, garantimos que a contribuição para a função de correlação será máxima de-

vido ao movimento na direção  $x$  e mínima devido ao movimento na direção  $y$  [7]. O correlacionador digital mede automaticamente as funções de correlação. A Fig. 3.5 mostra uma típica função de correlação normalizada pela intensidade média da medida.



**Figura 3.5:** Típico gráfico de uma função de correlação normalizada.

Como a microesfera encontra-se presa em um poço de potencial harmônico devido à pinça óptica, a função de correlação de intensidades é dada por [18]

$$g(t) = 1 + A_x \exp(-t/\tau_x) + A_z \exp(-t/\tau_z), \quad (3.1)$$

onde  $A_x$  e  $A_z$  são as amplitudes e  $\tau_x$  e  $\tau_z$  os tempos característicos do movimento Browniano da microesfera nestas duas direções. Usamos esta equação para ajustar a curva experimental (ver Fig. 3.5). Para isso, usamos o software Kaleida Graph. Através deste ajuste, conseguimos determinar as constantes  $A_x$ ,  $A_z$ ,  $\tau_x$  e  $\tau_z$ . Estamos particularmente interessados na constante  $\tau_x$ , pois queremos determinar a constante de força da pinça óptica nesta direção. A constante  $\tau_z$  é cerca de 6 a 10 vezes maior

que  $\tau_x$  e varia muito de uma medida para outra. Este fato ocorre devido a nossa imprecisão em controlar a posição da microesfera na direção  $z$  [7].

### 3.6 Medida do atrito sobre a microesfera em solução aquosa

O próximo passo no procedimento experimental é determinar o atrito viscoso sobre uma microesfera em solução aquosa. Este atrito depende do tamanho da esfera, da sua distância em relação à lâmina, da viscosidade do material da esfera e da viscosidade do meio, que no caso é água deionizada. O atrito na direção  $x$ , que é paralela à superfície da lâmina, pode ser escrito como [24, 25]

$$\gamma = \gamma_0 \left[ 1 - \frac{9}{16} \left( \frac{a}{h} \right) + \frac{1}{8} \left( \frac{a}{h} \right)^3 - \frac{45}{256} \left( \frac{a}{h} \right)^4 - \frac{1}{16} \left( \frac{a}{h} \right)^5 + \dots \right]^{-1}, \quad (3.2)$$

onde  $a$  é o raio da microesfera,  $h$  é a distância de seu centro em relação à lâmina, e

$$\gamma_0 = 6\pi\eta_a a A, \quad (3.3)$$

onde  $\eta_a$  é a viscosidade da água, e

$$A = \frac{2\eta_a + 3\eta_e}{3\eta_a + 3\eta_e}, \quad (3.4)$$

onde  $\eta_e$  é a viscosidade do material que forma a esfera. A viscosidade de um material depende fortemente da temperatura. Para 26°C, por exemplo, temos os valores da Tabela 3.2.

Substância	Viscosidade (poise)	A (esferas em água)
Água DI	0,00900	-
CCl <sub>4</sub>	0,00892	0,833
Óleo mineral	≫ água	1

Tabela 3.2: Viscosidades e cálculo da constante  $A$  para as microesferas utilizadas ( $T = 26^\circ\text{C}$ ). Para o óleo, a viscosidade é muito maior que a da água, e com isso teremos  $A = 1$ .

### 3.7 Determinação da constante de força da pinça óptica

Nas duas últimas seções, determinamos o tempo característico do movimento Browniano da microesfera na direção  $x$  e o atrito sobre ela nesta direção. De posse destes dois dados, a constante de força da pinça óptica é calculada facilmente através da relação [7, 18]

$$\kappa_x = \frac{\gamma}{\tau_x} \quad (3.5)$$

### 3.8 Variação da constante de força em função do tamanho da microesfera pinçada e de sua altura em relação à lâmina

Na Eq. (3.5), vemos que a constante de força  $\kappa$  da pinça óptica depende do tempo característico do movimento Browniano da microesfera e do atrito sobre ela. O tempo característico depende do tamanho da microesfera. O atrito, entre outras coisas, depende também do tamanho da microesfera e de sua distância em relação à lâmina. É de se esperar então que a constante de força da pinça dependa do tamanho da microesfera presa e de sua distância em relação à lâmina. Além disso, a aberração esférica contribui bastante para a variação de  $\kappa$  com  $h$ , conforme discutido no Capítulo 2.

No próximo capítulo, quando discutiremos os resultados, o efeito da aberração esférica ficará bastante evidenciado nas curvas  $\kappa \times a$ .

# Capítulo 4

## Resultados

Neste capítulo analisamos os resultados numéricos e experimentais obtidos para as curvas  $\kappa \times a$ , fazendo comparações com a teoria DM. Os resultados numéricos foram obtidos com um programa feito no Mathcad, onde implementamos os resultados da óptica geométrica discutidos no Capítulo 2. Os resultados experimentais foram obtidos com as técnicas descritas no Capítulo 3.

### 4.1 Resultados numéricos

Os resultados numéricos foram obtidos para três tipos de microesferas: poliestireno, tetracloreto de carbono e óleo mineral, que foram os três tipos de esferas utilizadas neste trabalho.

Infelizmente, os resultados para as esferas de poliestireno não podem ser comparados com o experimento, porque possuímos no laboratório poucas microesferas deste material com tamanhos diferentes, o que torna inviável obter uma curva  $\kappa \times a$  experimental. No caso do tetracloreto de carbono, como estamos no limite da óptica geométrica, as esferas utilizadas devem possuir um tamanho razoavelmente grande. Entretanto, conforme comentamos no Capítulo 3, as esferas de  $\text{CCl}_4$  diminuem de tamanho com o tempo. Esta diminuição é mais rápida para esferas maiores, o que torna bastante difícil realizar medidas com esferas de  $\text{CCl}_4$  no limite da óptica geométrica. Já para o óleo, faremos uma comparação entre experimento e teoria

no final deste capítulo. Todos os resultados numéricos considerando a aberração esférica foram obtidos para esferas encostadas na lâmina, ou seja, com a condição  $h = a$ . Escolhemos esta condição porque ela facilita a implementação numérica dos cálculos. Embora esta seja a condição onde o efeito da aberração é mínimo, veremos que este efeito é suficiente para causar mudanças na constante de força da pinça óptica. Não realizamos o cálculo para  $h \neq a$  porque, no limite OG, a constante de força não varia muito com a altura, conforme mostraremos nos resultados experimentais da Seção 4.2. Desta forma, o cálculo para  $h \neq a$  não possui tanta importância neste limite. Na realidade, a importância dos nossos cálculos de óptica geométrica está na possibilidade de servir de guia para a inclusão da aberração em teorias mais gerais. Estes cálculos são uma primeira tentativa de tornar o problema mais realista, incluindo um efeito que sabemos estar presente na situação prática (experimental).

#### 4.1.1 Esferas de poliestireno

Utilizando o programa feito no Mathcad, calculamos primeiramente a força total do feixe de laser sobre a microesfera, ao longo da direção  $x$ . Para tanto, usamos a Eq. (2.75). Apresentamos o resultado em função do deslocamento  $x$  da esfera em relação à posição de equilíbrio. Apresentamos também a constante de força da pinça óptica na direção  $x$  em função do raio da microesfera presa. Discutimos e comparamos os resultados para os casos sem aberração e com aberração esférica ( $h = a$ ).

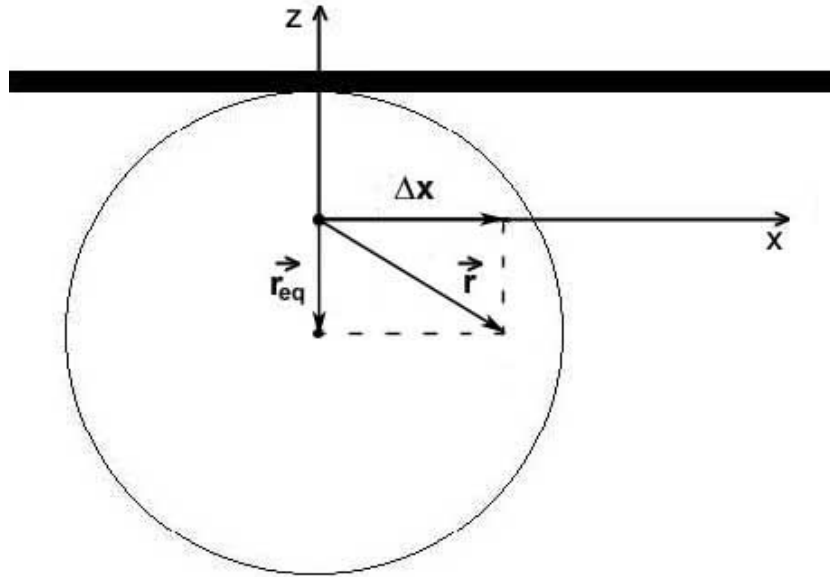
Fizemos os cálculos utilizando o valor  $P_l = (4,8 \pm 0,2)\text{mW}$  para a potência local do feixe na microesfera, valor este que foi obtido experimentalmente utilizando um microbolômetro de mercúrio (ver Apêndice B) [26]. Utilizamos em nossos cálculos o valor de 1,60 para o índice de refração das microesferas de poliestireno. O índice do meio (água) utilizado foi 1,343, também obtido experimentalmente (ver Apêndice C). Finalmente, utilizamos nos cálculos os parâmetros previamente determinados para o nosso sistema:  $\sigma = 1,86\text{mm}$ ,  $NA = 1,4$  e  $f = 0,536\text{cm}$ .

Para calcular  $F_x$  e  $\kappa_x$ , precisamos primeiramente determinar a posição de equilíbrio da microesfera presa na pinça. Teremos a situação da Fig. 2.7, onde a esfera está deslocada apenas na direção  $z$ . A posição de equilíbrio ( $r_{eq}$ ) é obtida com

a condição de equilíbrio  $F_z = 0$ .

Em ambos os casos, considerando ou não a aberração, a quantidade  $r_{eq}/a$  é uma constante. Para o caso sem aberração, encontramos  $r_{eq}/a = 0,408$ . Para o caso com aberração, o valor obtido é  $r_{eq}/a = 0,130$ . Em ambos os casos, o centro da esfera fica ligeiramente acima do foco da objetiva, ou seja, o ângulo  $\gamma$  definido nas Figs. 2.5 e 2.6 vale  $180^\circ$ .

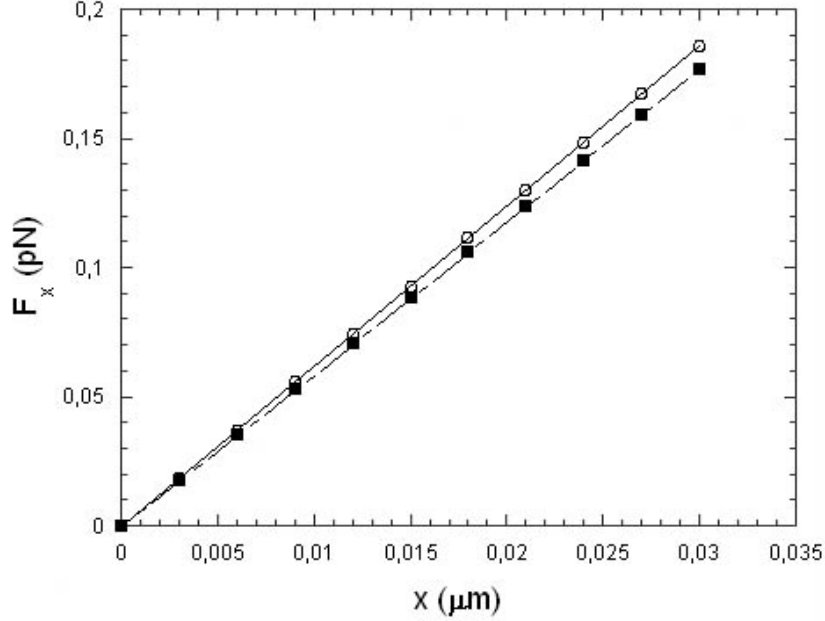
A força da pinça sobre a esfera na direção  $x$  é obtida deslocando-se ligeiramente a microesfera nesta direção a partir da posição de equilíbrio, conforme mostra a Fig. 4.1. Em ambos os casos, considerando ou não a aberração, a força é diretamente proporcional ao deslocamento, isto é, o gráfico  $F_x \times x$  é uma reta. A Fig. 4.2 mostra as curvas de força para uma esfera de poliestireno com  $a = 1,0\mu\text{m}$  para ambos os casos.



**Figura 4.1:** Método utilizado para calcular a força na direção  $x$ : deslocando a esfera nesta direção em relação a posição de equilíbrio, podemos achar facilmente uma relação entre  $\Delta x$ ,  $r_{eq}$  e  $r$ .

A constante de força da pinça óptica nesta situação pode ser calculada com a Eq. (2.3). Observe que  $\kappa_x$  é a inclinação da curva  $F_x \times x$ . Como esta curva é





**Figura 4.2:** Força  $\times$  deslocamento na direção  $x$  para uma microesfera de poliestireno com  $a = 1,0\mu\text{m}$ . *Círculos:* sem aberração; *quadrados:* com aberração esférica.

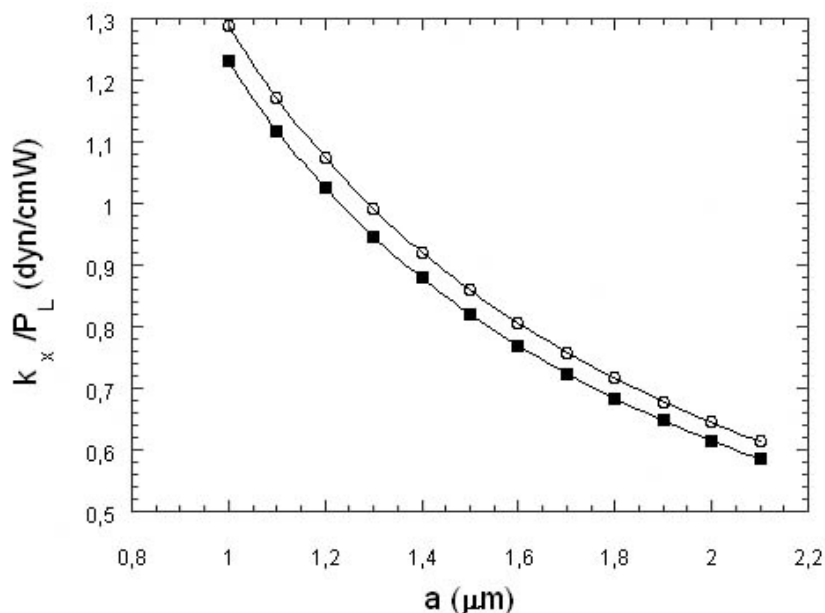
uma reta, teremos  $\kappa_x$  constante. Na prática,  $\kappa_x$  é constante para uma microesfera com um dado raio, embora seu valor mude quando o raio da microesfera muda. Quando consideramos a aberração, a constante de força varia também com a altura da microesfera em relação à lâmina. Em outras palavras, o poço de potencial da pinça óptica é harmônico para uma dada microesfera com raio e altura fixos. Para  $a = 1,0\mu\text{m}$ , caso da Fig. 4.2, por exemplo, temos  $\kappa_x = 5,91\text{pN}/\mu\text{m}$  para o caso com aberração ( $h = a$ ) e  $\kappa_x = 6,19\text{pN}/\mu\text{m}$  para o caso sem aberração.

Obtendo a constante de força da pinça para microesferas com diferentes tamanhos repetindo este procedimento, podemos construir as curvas  $\kappa_x \times a$ . Estas curvas são ligeiramente diferentes quando consideramos ou não o efeito da aberração.

Em ambos os casos, a curva  $\kappa_x \times a$  é uma hipérbole simples e pode ser ajustada com a Eq. (2.79). Deste ajuste, determinamos facilmente a constante  $B$ . A Fig. 4.3 mostra os dois casos. Conforme discutimos no Capítulo 2, dividimos os valores do eixo dos  $\kappa$  pela potência local na microesfera (ver Apêndice B). Isto foi feito para que possamos comparar as curvas sem nos preocuparmos em especificar a potência local, pois, como  $\kappa$  é proporcional a  $P_l$ , a quantidade  $\kappa/P_l$  é independente da potência

usada. A unidade usada neste eixo para os gráficos deste capítulo será  $\text{dyn/cm.W}$ , que é igual a  $\text{pN}/\mu\text{m.mW}$ .

Para a o caso com aberração, encontramos  $B = 1,23\text{pN/mW}$ . Para o caso sem aberração, temos  $B = 1,29\text{pN/mW}$



**Figura 4.3:** Variação da constante de força da pinça em função do raio da microesfera presa para o poliestireno. As curva são hipérbolas simples. *Círculos:* sem aberração; *quadrados:* com aberração esférica.

Observe que a curva com aberração está sempre abaixo da curva sem aberração, conforme esperaríamos. Entretanto, vemos que a distância entre as curvas não é muito grande no limite OG. Vemos porém, que a inclusão da aberração na teoria de OG é suficiente para diminuir os valores da constante de força, o que causa o deslocamento relativo entre as curvas. Conforme comentamos no início deste capítulo, o efeito da aberração não é grande no limite OG. Entretanto, como mostraremos na próxima seção, o efeito é mais marcante na curva  $\kappa \times a$  completa.

### 4.1.2 Esferas de $\text{CCl}_4$

Todo o cálculo descrito anteriormente para o poliestireno foi repetido para esferas de  $\text{CCl}_4$  (e também de óleo). Todos os parâmetros usados foram os mesmos do caso do poliestireno, com excessão, obviamente, do índice de refração das esferas. O índice de refração usado para o  $\text{CCl}_4$  foi 1,474, que obtivemos experimentalmente (ver Apêndice C). Apresentaremos nesta seção os resultados para o  $\text{CCl}_4$ .

Para o caso com aberração, encontramos  $r_{eq}/a = 0,065$  e  $\gamma = 0$ . Para o caso sem aberração, encontramos  $r_{eq}/a = 0,205$  e  $\gamma = 180^\circ$ . Observe que no caso com aberração, o centro da esfera fica ligeiramente abaixo do foco da objetiva ( $\gamma = 0$ ), enquanto no caso sem aberração ocorre a situação inversa ( $\gamma = 180^\circ$ ).

O comportamento das curvas  $F_x \times x$  são análogas às encontradas para o poliestireno. Não reproduziremos as curvas de força aqui. Ao invés disso, mostraremos diretamente as curvas da constante de força em função do raio da esfera.

As curvas  $\kappa_x \times a$  encontradas são:

Com aberração,  $\kappa_x/P_l = 0,702/a$ ,

e,

Sem aberração,  $\kappa_x/P_l = 0,712/a$ .

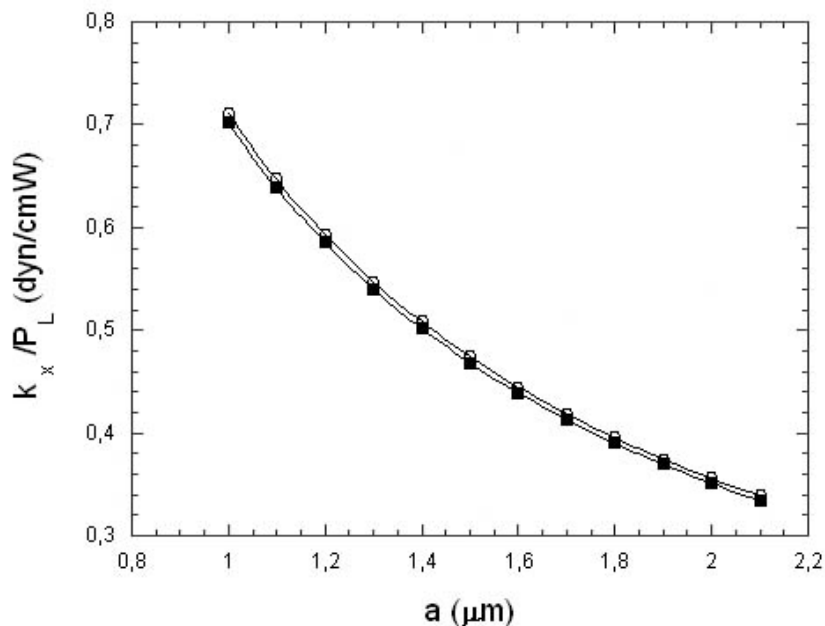
A Fig. 4.4 mostra estas curvas.

Observe que no caso do  $\text{CCl}_4$  as curvas com e sem aberração estão mais próximas do que no caso do poliestireno. Isto é um indicativo de que o efeito da aberração esférica é menor para esferas com índices de refração menores, já que o  $\text{CCl}_4$  possui um índice de refração cerca de 8% menor em relação ao poliestireno.

### 4.1.3 Esferas de óleo

Por fim, repetimos os cálculos para esferas de óleo, cujo índice de refração medido foi 1,496 (ver Apêndice C).

Para o caso com aberração, encontramos  $r_{eq}/a = 0,032$  e  $\gamma = 0$ . Para o caso sem aberração, encontramos  $r_{eq}/a = 0,239$  e  $\gamma = 180^\circ$ . Observe novamente que no caso com aberração, o centro da esfera fica ligeiramente abaixo do foco da objetiva ( $\gamma = 0$ ), enquanto no caso sem aberração ocorre a situação inversa ( $\gamma = 180^\circ$ ).



**Figura 4.4:** Variação da constante de força da pinça em função do raio da microesfera presa para o  $\text{CCl}_4$ . As curvas são hipérbolas simples. *Círculos*: sem aberração; *quadrados*: com aberração esférica.

As curvas  $\kappa_x \times a$  encontradas são:

Com aberração,  $\kappa_x / P_l = 0,791/a$ ,

e,

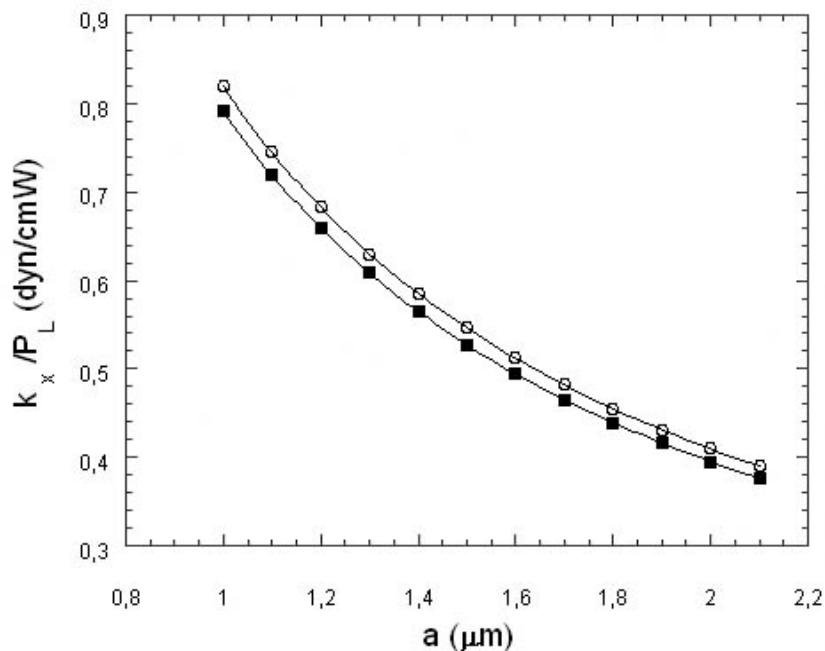
Sem aberração,  $\kappa_x / P_l = 0,819/a$ .

A Fig. 4.5 mostra estas curvas.

Observe que neste caso, as curvas com e sem aberração não estão nem tão próximas como no caso do  $\text{CCl}_4$  nem tão longe como no caso do poliestireno. Isto reforça o argumento anterior de que o efeito da aberração é maior para esferas com maior índice de refração, visto que o óleo possui um índice de refração intermediário entre o poliestireno e o  $\text{CCl}_4$ .

#### 4.1.4 Comparações com a Teoria DM

A Fig. 4.6 mostra o resultado das curvas  $\kappa \times a$  previsto pela teoria DM para as esferas de  $\text{CCl}_4$  e óleo. A óptica geométrica é capaz de descrever corretamente apenas



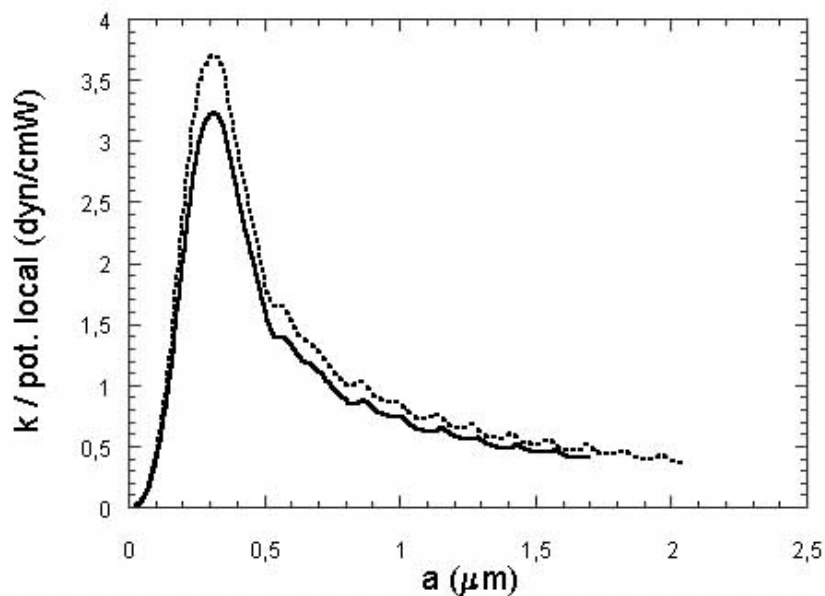
**Figura 4.5:** Variação da constante de força da pinça em função do raio da microesfera presa para o óleo. As curvas são hipérbolas simples. *Círculos*: sem aberração; *quadrados*: com aberração esférica.

a região dos grandes raios, conforme discutimos anteriormente. Este gráfico foi obtido numericamente utilizando os nossos parâmetros experimentais e foi fornecido por A. Mazolli, P. A. Maia Neto e H. M. Nussenzveig. Ambas as curvas foram obtidas sem levar em conta a aberração esférica da luz.

Na Fig. 4.7, comparamos a parte da curva do óleo da teoria DM correspondente ao limite da óptica geométrica com o nosso resultado numérico obtido sem aberração e mostrado na Fig. 4.5. Observe que a concordância é excelente. Observe ainda como a curva obtida com óptica geométrica (sem aberração) é uma média das oscilações da curva prevista pela teoria DM.

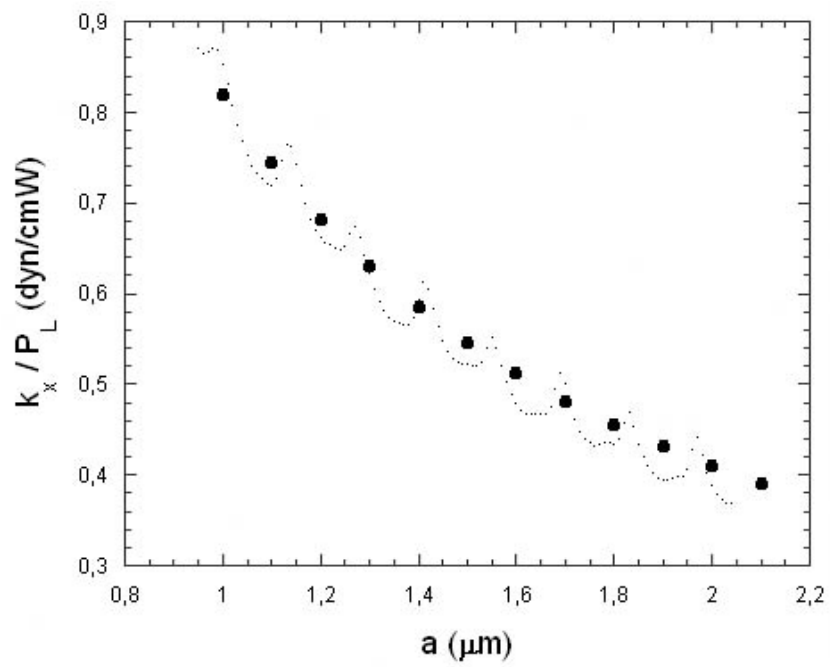
Por fim, a Fig. 4.8 mostra uma comparação entre nosso resultado de óptica geométrica com aberração para o óleo e um resultado preliminar da teoria DM [27] onde a aberração esférica foi implementada. Observe que a concordância na região dos grandes raios é muito boa. Este resultado comprova que a nossa implementação da aberração esférica no limite OG está correta.

As várias curvas mostradas na Fig. 4.8 correspondem a situações onde as

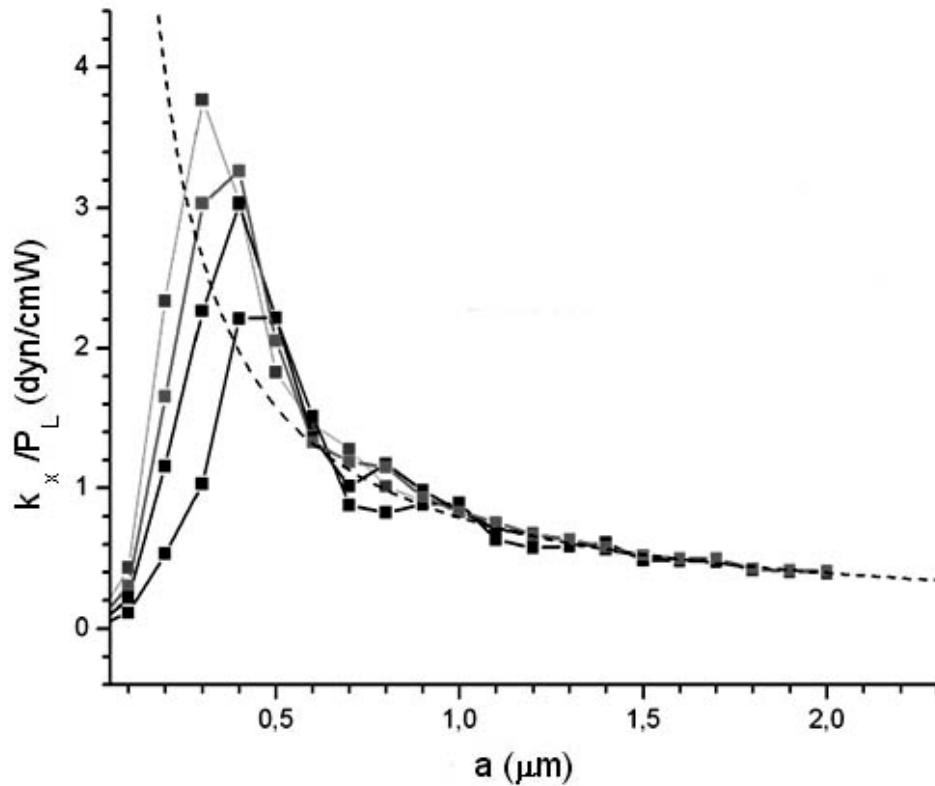


**Figura 4.6:** Curvas teóricas  $\kappa \times a$  obtidas numericamente usando a teoria DM para o  $\text{CCl}_4$  (linha cheia) e o óleo (linha pontilhada). As curvas foram obtidas sem considerar os efeitos da aberração esférica.

microesferas estão situadas a diferentes alturas em relação a lâmina. Observe que este resultado preliminar concorda com o que previmos anteriormente: o pico da curva decresce com o aumento da altura da microesfera. Observe também que a medida que esta altura aumenta, a coordenada  $x$  do pico se desloca para a direita. Isto está qualitativamente em acordo com os nossos resultados experimentais, que discutiremos na próxima seção.



**Figura 4.7:** Curvas teóricas  $\kappa \times a$  obtidas numericamente. *Pontos:* teoria DM; *círculos:* óptica geométrica (sem aberração).



**Figura 4.8:** Comparação entre o nosso resultado de OG com aberração e um resultado preliminar da teoria DM onde a aberração foi implementada para esferas de óleo. A curva da teoria DM com pico mais alto corresponde à situação das microesferas encostadas na lâmina ( $h = a$ ). As outras três curvas correspondem, respectivamente, a  $h = 3,5\mu\text{m}$ ,  $h = 8\mu\text{m}$  e  $h = 21\mu\text{m}$ . A curva pontilhada corresponde ao nosso resultado de óptica geométrica com aberração. Este gráfico foi fornecido por A. Mazolli, P. A. Maia Neto e H. M. Nussenzveig.



## 4.2 Resultados experimentais

Conforme comentamos, trabalhamos experimentalmente com dois tipos de microesferas: tetracloreto de carbono ( $\text{CCl}_4$ ) e óleo. No Apêndice C, determinamos os índices de refração para estas duas substâncias e vimos que eles estão razoavelmente próximos. Entretanto, a viscosidade dos dois tipos de esfera são bem diferentes (Tabela 3.2).

Os resultados obtidos para os dois tipos de esferas são bastante semelhantes. A posição do pico da curva  $\kappa \times a$  relativa ao eixo dos raios não muda praticamente nada de uma substância para a outra. Quando afastamos as esferas da lâmina, ou seja, aumentamos a altura  $h$ , a posição do pico também não varia muito, embora no caso de  $\text{CCl}_4$  tenhamos notado uma tendência deste pico se deslocar para a direita quando aumentamos a altura. Para maiores alturas, os valores da constante de força na região do pico da curva  $\kappa \times a$  caem visivelmente, diminuindo a altura deste pico.

Isto está qualitativamente em acordo com o resultado preliminar da teoria DM que mostramos no final da última seção. Entretanto, experimentalmente, a queda na altura do pico da curva  $\kappa \times a$  é muito mais acentuada, conforme mostraremos nos gráficos. Aqui cabe um comentário importante. O experimento do microbolômetro, que nos permitiu medir a potência local na microesfera, é válido apenas para microesferas encostadas na lâmina ( $h = a$ ). Este experimento é incapaz de fornecer os valores da potência local para microesferas na situação  $h > a$  [26]. Nos gráficos experimentais  $\kappa \times a$  para  $h > a$ , utilizamos o valor da potência local medido para microesferas encostadas na lâmina para dividir os valores da constante de força. Entretanto, devido a aberração esférica, sabemos que esta potência não será a mesma para a situação  $h > a$ . De fato, neste caso, a potência local atingindo cada microesfera deve depender tanto da altura quanto do seu raio, conforme discutimos no Capítulo 2. Utilizando as Eq. (2.62), (2.72) e (2.73), podemos estimar numericamente a diferença na potência para microesferas na situação  $h > a$  em relação à situação  $h = a$ . Na região do pico ( $a \approx 0,6\mu\text{m}$ ), por exemplo, estimamos que, para  $h = 3,5\mu\text{m}$ , a potência local seja cerca de 10% menor em relação a situação  $h = a$ , o que causaria um aumento na altura do pico desta curva, melhorando a concordância com a teoria. Entretanto, por não termos ainda um método experimental eficiente

para medir esta potência local na situação  $h > a$ , iremos utilizar o valor medido da potência local para a situação  $h = a$  em todos os resultados experimentais. O erro cometido desta forma será maior para microesferas menores. No limite OG, a diferença de potência entre as situações  $h > a$  e  $h = a$  torna-se muito pequena. Para  $h = 3,5\mu\text{m}$  e  $a \geq 1,8\mu\text{m}$ , por exemplo, a diferença na potência já é menor que 1%.

Por outro lado, o deslocamento do pico para a direita a medida que aumentamos a altura da microesfera em relação à lâmina é bem mais lento do que a teoria prevê. Para a situação inicial  $h = a$ , a curva experimental está muito deslocada em relação à curva teórica, mas seu deslocamento a partir daí parece ser muito pequeno a medida que aumentamos a altura.

Analisaremos agora as curvas obtidas experimentalmente para as substâncias estudadas. Medimos os valores de  $\kappa$  e dos raios com os métodos descritos no Capítulo 3.

Os efeitos da aberração esférica são bastante notáveis nas curvas experimentais, especialmente quando afastamos as microesferas da superfície da lâmina. Para estudar a variação de  $\kappa$  com a altura, realizamos medidas em três alturas diferentes. É importante ressaltar mais uma vez que esta altura é medida desde a superfície da lâmina até o centro da microesfera. As situações escolhidas foram:

1) Microesferas coladas na lâmina. Neste caso, a altura de cada microesfera é o seu próprio raio. Na Eq. (3.2), teremos  $a/h = 1$ , e conseqüentemente

$$\gamma = 3\gamma_0. \quad (4.1)$$

2) Microesferas numa altura  $h = 3,5\mu\text{m}$ .

3) Microesferas numa altura  $h = 8,5\mu\text{m}$ .

Para os casos (2) e (3) a altura é a mesma para todas as microesferas, diferentemente do caso (1). Desta forma, o atrito sobre a microesfera (Eq. 3.2) é calculado simplesmente substituindo os valores do raio e da altura. As alturas são medidas da seguinte maneira: primeiramente, colocamos a esfera colada na lâmina. Nesta posição a altura é o próprio raio de cada esfera. Vamos então subindo vagarosamente a microesfera com o *knob* do microscópio. Este *knob* é graduado em micrometros, de modo que saberemos a posição final da microesfera.

### 4.2.1 Tetracloreto de Carbono ( $\text{CCl}_4$ )

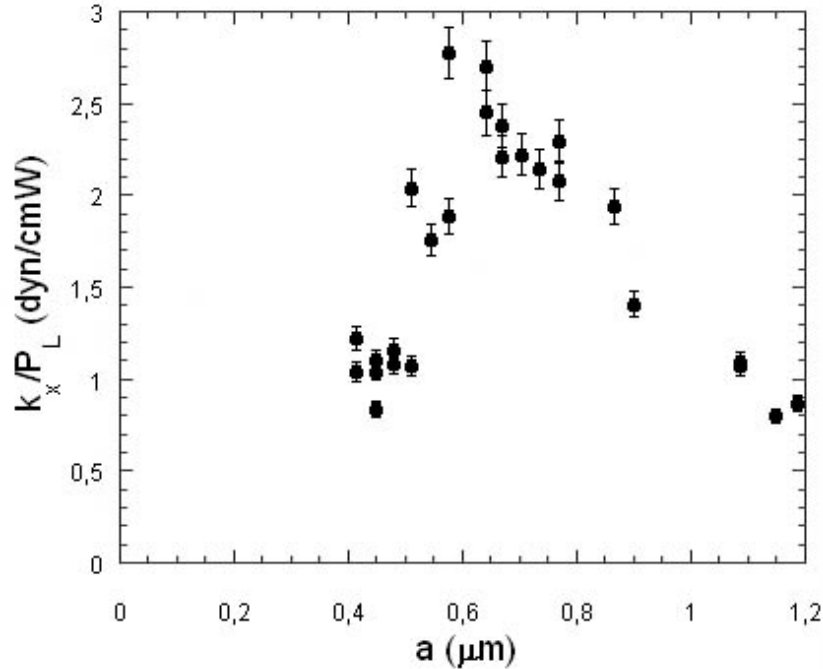
A solução de microesferas de tetracloreto de carbono em água é bastante instável dependendo da concentração utilizada. Conforme já relatamos, o tamanho das microesferas tende a diminuir com o tempo. A concentração que utilizamos (Seção 3.2) permite que realizemos medidas cerca de 20min após sua preparação. Este tempo é necessário para que as esferas parem de diminuir de tamanho, ou seja, para que permaneçam com o mesmo raio enquanto realizamos as medidas. Para assegurar que as esferas realmente estavam com tamanho estável, medimos o raio antes e depois de cada medida da correlação.

A Fig. 4.9 mostra o resultado experimental da curva  $\kappa \times a$  para o tetracloreto de carbono, na situação onde as esferas estão coladas na lâmina. Na Fig. 4.10, comparamos a Fig. 4.9 com a curva do  $\text{CCl}_4$  da Fig. 4.6. Observe que a altura do pico experimental está bem próxima da teórica (Fig. 4.6). Entretanto, a posição do pico experimental está deslocada para a direita em relação ao teórico. O pico teórico está em  $0,31\mu\text{m}$ . Já o experimental está localizado em cerca de  $0,6\mu\text{m}$ . A altura do pico é um pouco menor no caso experimental. Isto se deve ao efeito da aberração esférica, conforme discutido.

Um efeito que não conseguimos explicar é o deslocamento horizontal do pico de cerca de  $0,3\mu\text{m}$  entre teoria e experimento. Acreditamos que uma das possíveis causas disto é a aberração esférica, conforme indica o resultado preliminar da teoria DM (Fig. 4.8). Entretanto, a implementação preliminar da aberração esférica na teoria DM prevê um deslocamento lento e gradual do pico da curva para a direita, conforme pode ser observado na Fig. 4.8. Experimentalmente, porém, é observado um deslocamento brusco mesmo para esferas na situação  $h = a$ . Quando aumentamos a altura a partir daí, o deslocamento do pico para a direita parece ser bastante pequeno.

A Fig. 4.11 mostra a mesma situação da Fig. 4.10, com a excessão de que deslocamos a curva teórica para a direita de  $0,3\mu\text{m}$ . Quando fazemos isto, obtemos uma concordância quantitativa muito boa entre experimento e teoria DM.

As Fig. 4.12 e 4.13 mostram os resultados para as esferas de  $\text{CCl}_4$  situadas a uma altura de  $3,5\mu\text{m}$  e  $8,5\mu\text{m}$ , respectivamente. Observe que a posição do pico relativa ao eixo dos raios permanece praticamente a mesma, com um ligeiro deslo-



**Figura 4.9:** Esferas de  $\text{CCl}_4$  em água coladas na lâmina. Nesta situação o efeito da aberração esférica é o menor possível.

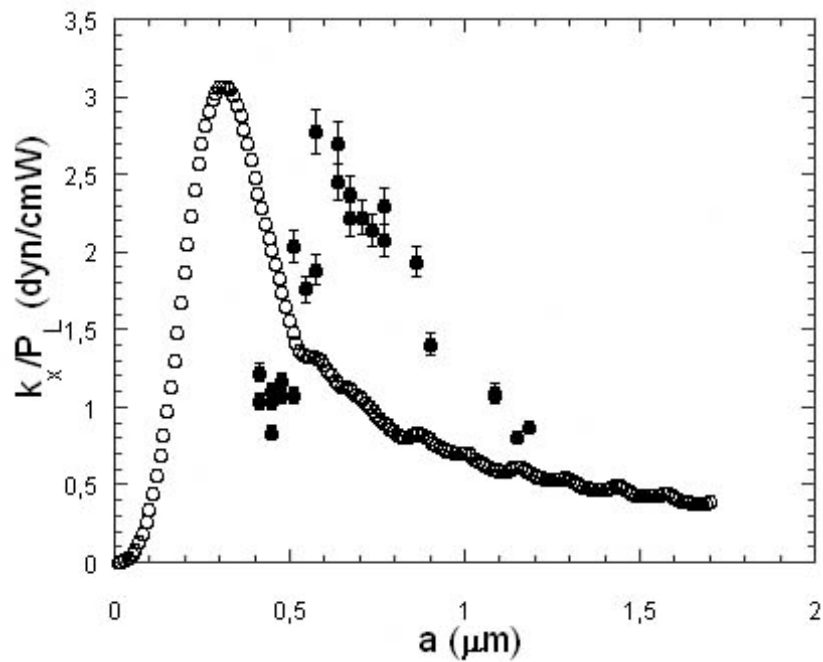
camento para a altura de  $8,5\mu\text{m}$ . A altura do pico, entretanto, variou bastante. Isto se deve à aberração esférica: quando maior a altura, menos luz a esfera recebe e conseqüentemente a pinça se torna mais fraca, diminuindo assim os valores da constante de força.

A Fig. 4.14 compara as três alturas usadas na mesma escala.

## 4.2.2 Óleo mineral

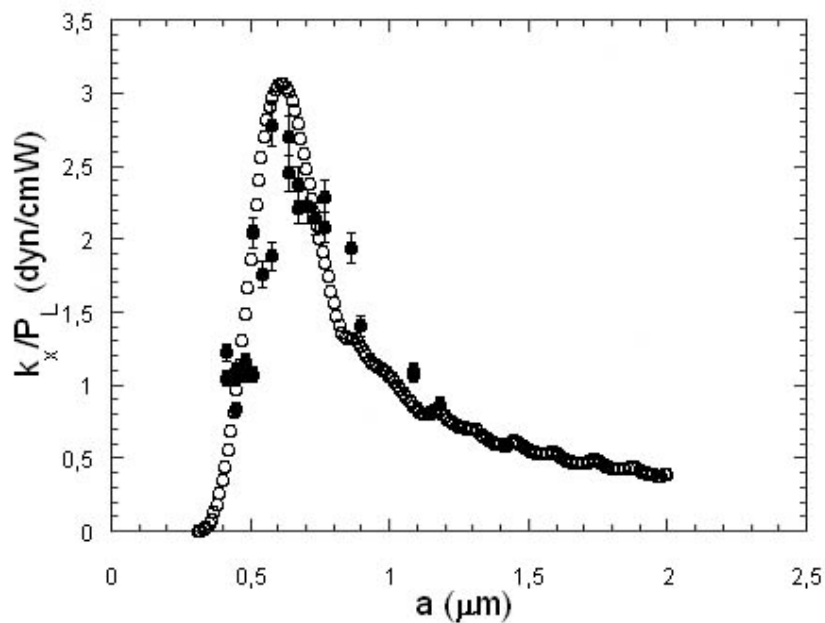
Apresentamos as mesmas situações do  $\text{CCl}_4$  agora para esferas de óleo mineral. Os resultados são bastante semelhantes. Tanto os picos teórico como experimental estão aproximadamente nas mesmas posições dos correspondentes ao  $\text{CCl}_4$ .

A Fig. 4.15 mostra a situação  $h = a$ . As Fig. 4.16 e 4.17 comparam esta situação com a teoria DM, sendo que na 4.17, deslocamos o pico teórico de  $0,3\mu\text{m}$  para a direita. As Fig. 4.18 e 4.19 mostram as esferas de óleo para as situações  $h = 3,5\mu\text{m}$  e  $h = 8,5\mu\text{m}$ , respectivamente. A Fig. 4.20 mostra uma comparação dos

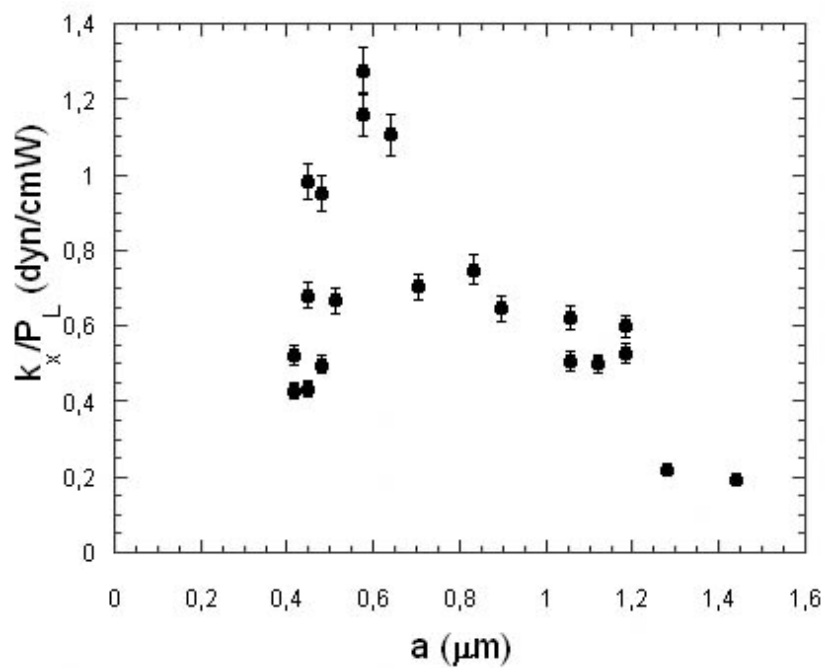


**Figura 4.10:** Comparação da teoria DM sem aberração (*círculos vazios*) com as medidas (*círculos cheios*) para o  $\text{CCl}_4$ . Observe que a altura do pico experimental é um pouco menor, devido a aberração.

resultados para as três alturas estudadas.



**Figura 4.11:** Comparação da teoria DM sem aberração (*círculos vazios*) com as medidas (*círculos cheios*) para o  $\text{CCl}_4$ . Deslocamos a curva teórica para a direita de  $0,3\mu\text{m}$ .



**Figura 4.12:** Esferas de  $\text{CCl}_4$  com  $h = 3,5\mu\text{m}$ .

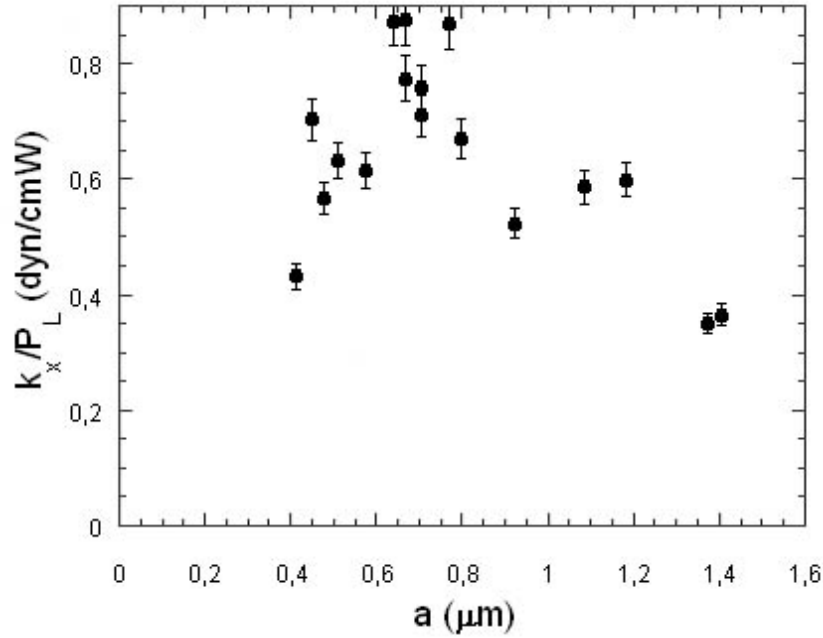


Figura 4.13: Esferas de  $\text{CCl}_4$  com  $h = 8,5\mu\text{m}$ .

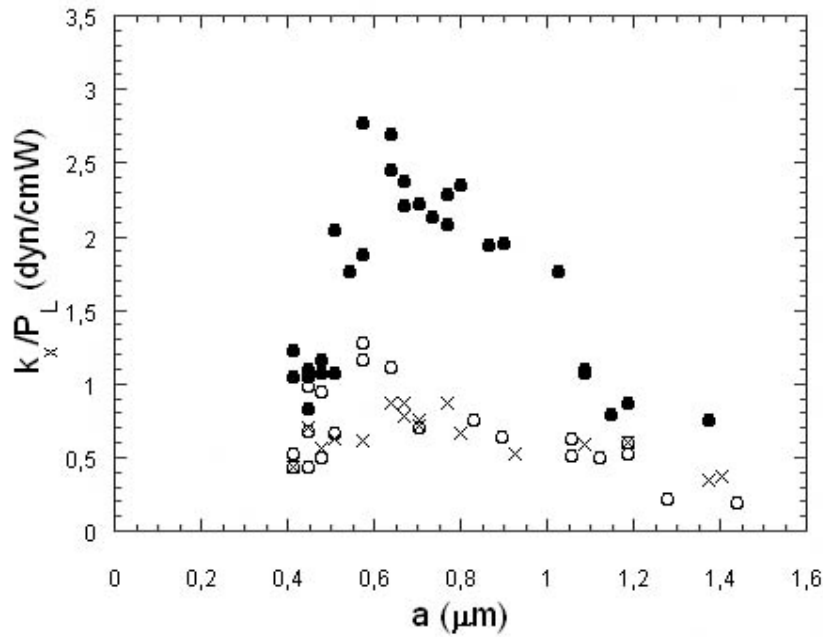


Figura 4.14: Esferas de  $\text{CCl}_4$ . *Círculos cheios*: coladas na lâmina; *círculos vazios*:  $h = 3,5\mu\text{m}$ ; *cruzes*:  $h = 8,5\mu\text{m}$ .

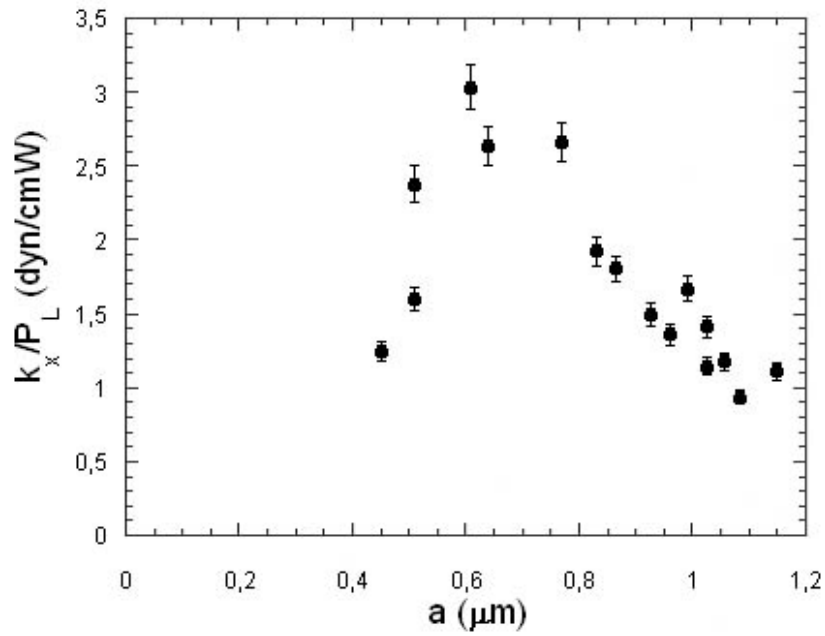


Figura 4.15: Esferas de óleo coladas na lâmina.

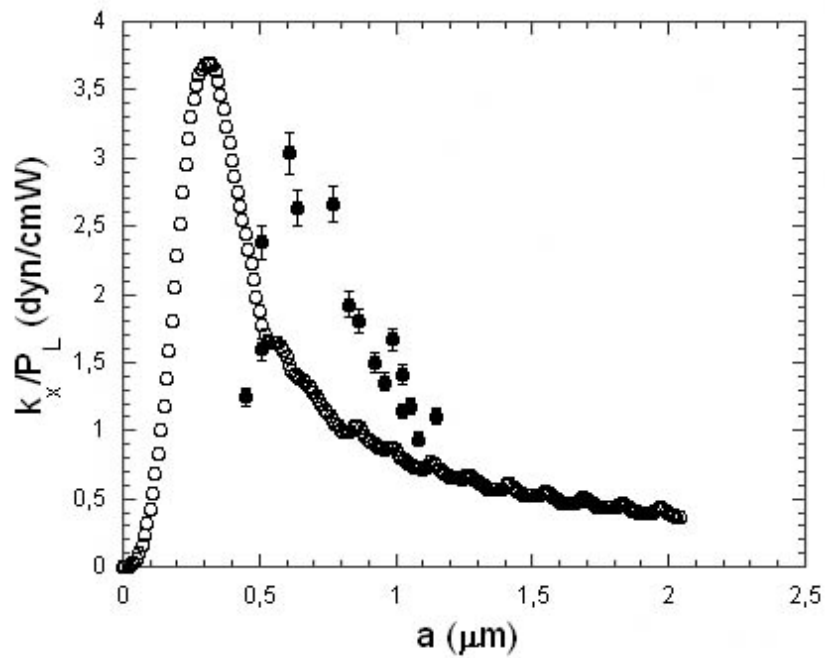
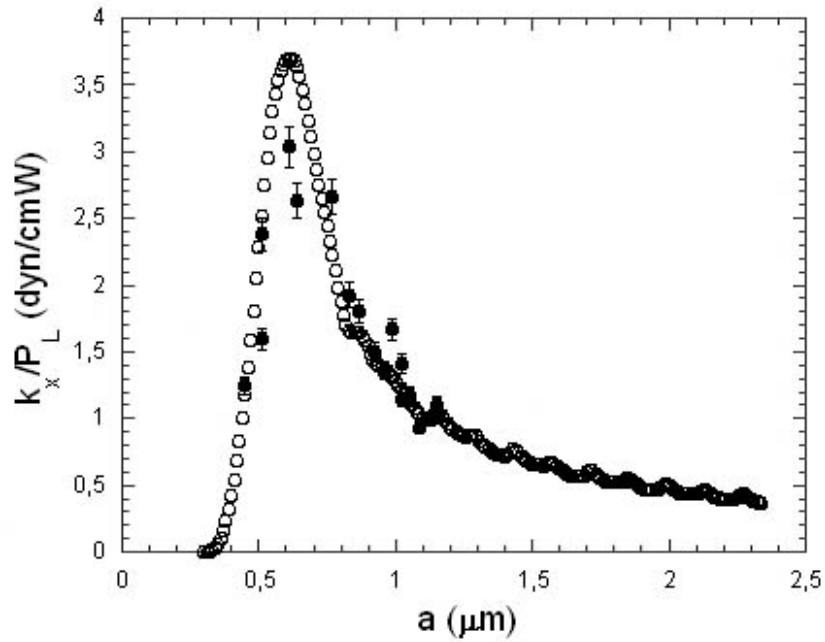
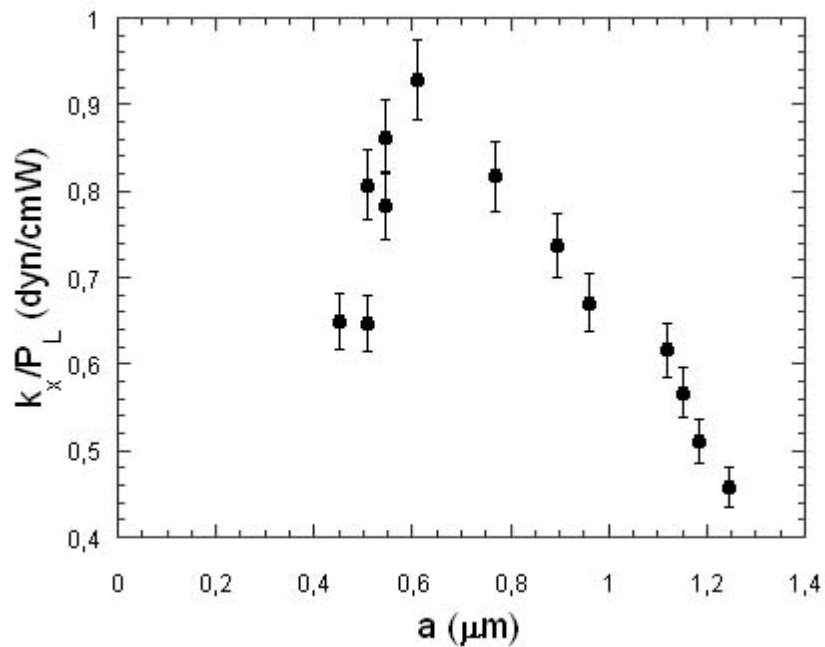


Figura 4.16: Esferas de óleo coladas na lâmina, em comparação com a teoria DM sem aberração. *Círculos cheios*: medidas; *Círculos vazios*: teoria DM.





**Figura 4.17:** Esferas de óleo coladas na lâmina, em comparação com a teoria DM sem aberração. Deslocamos o pico teórico para a direita de  $0,3\mu\text{m}$ . *Círculos cheios:* medidas; *Círculos vazios:* teoria DM.



**Figura 4.18:** Esferas de óleo com  $h = 3,5\mu\text{m}$ .

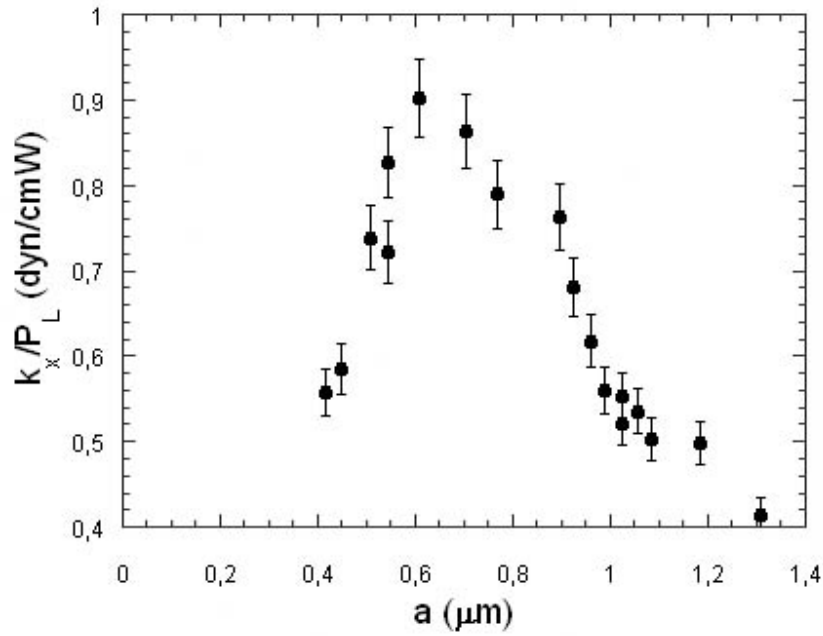


Figura 4.19: Esferas de óleo com  $h = 8,5\mu\text{m}$ .

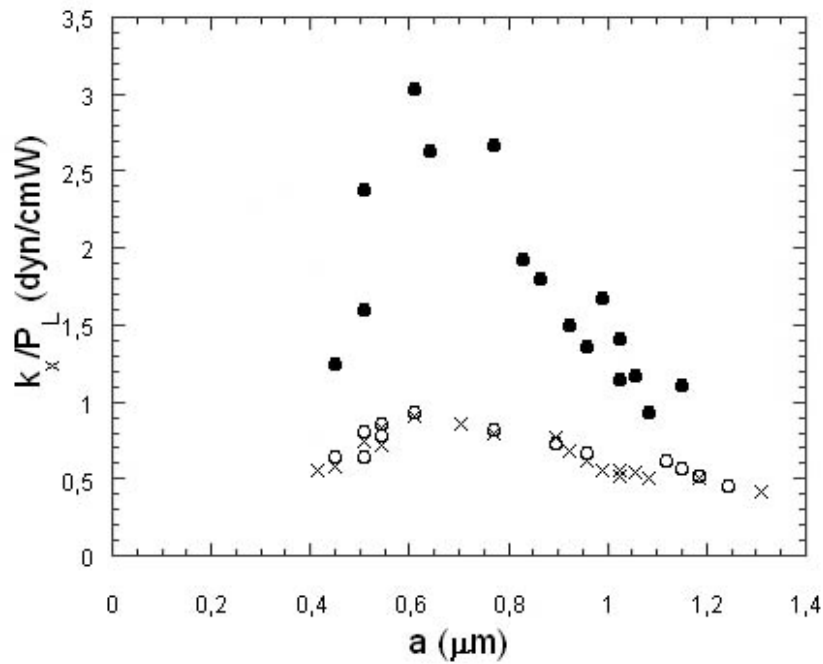
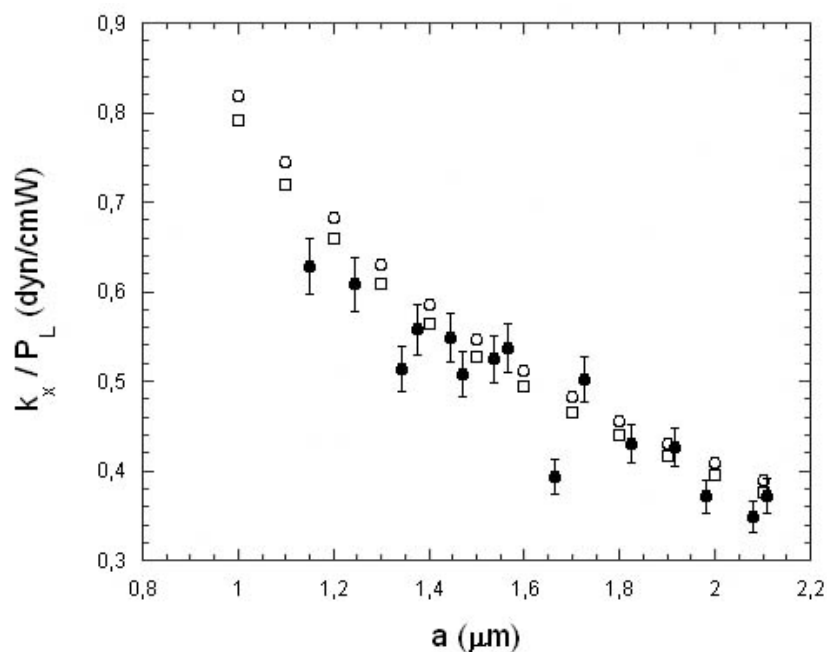


Figura 4.20: Esferas de óleo. *Círculos cheios*: coladas na lâmina; *círculos vazios*:  $h = 3,5\mu\text{m}$ ; *cruzes*:  $h = 8,5\mu\text{m}$ .

### 4.3 Comparação absoluta entre teoria e experimento

Nesta seção, comparamos nossos resultados experimentais com os numéricos no limite OG e com a teoria DM.

A Fig. 4.21 mostra uma comparação entre os resultados numéricos da óptica geométrica e os obtidos experimentalmente para as esferas de óleo na situação onde estão coladas na lâmina. Como se pode observar no gráfico, a teoria está em excelente acordo com o experimento no limite OG. Entretanto, devido a precisão limitada do experimento (observe a dispersão na curva experimental), não temos como afirmar que a inclusão da aberração esférica no limite OG fornece resultados em melhor acordo com o experimento.



**Figura 4.21:** Esferas de óleo coladas na lâmina no limite da óptica geométrica. *Círculos cheios:* experimento; *quadrados:* OG com aberração; *círculos vazios:* OG sem aberração.

Entretanto, conforme argumentamos anteriormente, não esperaríamos que a aberração esférica mudasse muito os resultados no limite OG. Na Fig. 4.21, assim como na 4.5, vimos que as curvas com e sem aberração no limite OG para o óleo estão muito próximas, indicando que neste caso o efeito não é tão importante. O fato dessas curvas estarem tão próximas dificulta bastante a comparação com o experimento.

Conforme vimos durante a apresentação dos resultados experimentais, o efeito da aberração esférica é bem mais notável na curva completa do que somente no limite OG. Vimos ainda nas curvas experimentais da Seção 4.2 que, no limite OG, as curvas para diferentes valores de  $h$  não são muito diferentes. Entretanto, o resultado preliminar da teoria DM que leva em conta a aberração (Fig 4.8) ainda não concorda quantitativamente com nossos resultados experimentais, apesar da Fig. 4.8 mostrar que o comportamento qualitativo é o mesmo (queda do pico da curva  $\kappa \times a$  com a altura e deslocamento deste pico para a direita). A inclusão da aberração esférica na teoria definitivamente não resolve totalmente a discrepância observada em relação ao experimento. Acreditamos que ainda falta algum “ingrediente” a ser adicionado à teoria. A investigação e a procura de uma melhor concordância entre experimento e teoria estão entre as perspectivas deste trabalho.

É importante ressaltar mais uma vez que a comparação feita aqui entre experimento e teoria não envolve qualquer parâmetro ajustável. Todos os parâmetros usados no cálculo numérico da constante de força foram medidos independentemente, conforme discutido nos capítulos anteriores. Deste modo, podemos dizer que a comparação experimento-teoria é absoluta.

# Capítulo 5

## Conclusões

Toda nova teoria física requer comprovação experimental para que possa ser aceita e utilizada na comunidade científica. Nesta dissertação, investigamos a nova teoria exata de pinças ópticas proposta por Mazolli, Maia Neto e Nussenzveig. Esta teoria é importante porque é a primeira a tratar corretamente o problema do pinçamento óptico de uma maneira geral, ou seja, para esferas de tamanho e índice de refração arbitrários. Vimos no Capítulo 2 que o comportamento da constante de força da pinça óptica depende fortemente do tamanho da esfera presa, através da análise teórica dos limites Rayleigh e da Óptica Geométrica. Chamamos a atenção para o importante fato de que os resultados da teoria DM se reduzem aos destes limites quando as esferas possuem tamanhos situados nos respectivos limites.

No Capítulo 4 mostramos que a teoria DM, em seu estágio atual, concorda qualitativamente bem com os resultados obtidos experimentalmente, através da análise das curvas  $\kappa \times a$ . Vimos que a inclusão preliminar da aberração esférica na teoria DM fornece resultados em melhor acordo com o experimento, com um comportamento qualitativo parecido. Entretanto, os resultados quantitativos ainda não concordam de maneira razoável. Embora a concordância seja boa no limite da óptica geométrica, ela ainda é problemática no limite Rayleigh. Conforme comentamos no final do Capítulo 4, acreditamos que ainda falte algum “ingrediente” à teoria, que forneça resultados em melhor acordo com o experimento. A investigação deste fato está entre as perspectivas deste trabalho.

Como indicam nossos resultados experimentais, a aberração sozinha não é su-

ficiente para explicar a discrepância observada com a teoria. Entretanto, podemos afirmar com certeza que a sua inclusão em qualquer teoria de pinças ópticas é um fator fundamental para obtermos um melhor acordo com o experimento, como indicam nossos resultados. Isto justifica a importância dos nossos cálculos no limite da óptica geométrica. Nossa teoria de OG com aberração pode servir de guia para a inclusão da aberração esférica em teorias mais gerais. Além disso, para aqueles pesquisadores que trabalham com a pinça óptica apenas com esferas numa maior escala de tamanho, esta teoria de OG, que concorda muito bem com o experimento, é completa e suficiente, com a grande vantagem de que seus cálculos são simples e podem ser reproduzidos sem grandes dificuldades.

A importância maior deste trabalho, entretanto, está em seus resultados experimentais, que mostram que falta algo à teoria. Todas as curvas experimentais obtidas para as duas substâncias em todas as situações são coerentes entre si. Muitas destas curvas foram feitas em épocas bastante diferentes, mostrando que nossos métodos experimentais fornecem medidas bem reproduzíveis.

# Apêndice A

## Cálculo analítico da constante de força da pinça óptica no limite da óptica geométrica

Conforme mostramos no Capítulo 2, no limite da OG, a força total do feixe de laser sobre a microesfera pinçada é dada pela Eq. (2.75). Trabalharemos aqui com o módulo desta força, que pode ser escrito na forma

$$F = \frac{n_a}{c} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} |Q_t| dP = \frac{n_a}{c} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} \sqrt{Q_t^* Q_t} dP. \quad (\text{A.1})$$

Para simplificar os cálculos, trabalharemos aqui com a constante de força na direção radial. Podemos calcular  $\kappa_r$  com a expressão

$$\kappa_r = - \left( \frac{\partial F_r}{\partial r} \right)_{r=r_{eq}}. \quad (\text{A.2})$$

Conforme já comentamos, o único fator na equação da força que depende de  $r$  é  $Q_t$ . Como a integração da Eq. (A.1) não envolve a variável  $r$ , podemos entrar com a derivada parcial da Eq. (A.2) para dentro da integral e realizar a derivação antes da integração. A seguir, finalmente integramos para achar a expressão exata de  $\kappa_r$ . Esta integração é complicada e deve ser realizada numericamente. Entretanto, estaremos interessados aqui simplesmente em mostrar o comportamento de  $\kappa$  como função do raio da microesfera  $a$ , de modo que não é necessário que encontremos a expressão exata.

Primeiramente, note que

$$\frac{\partial}{\partial r} \sqrt{Q_t^* Q_t} = \frac{1}{2\sqrt{Q_t^* Q_t}} \left( Q_t^* \frac{\partial Q_t}{\partial r} + Q_t \frac{\partial Q_t^*}{\partial r} \right).$$

Para mostrar o comportamento da constante de força com o raio da esfera, devemos encontrar então o comportamento com o raio  $a$  de  $Q_t$  e sua derivada parcial em relação a  $r$ .

Repetiremos aqui então a expressão para  $Q_t$ ,

$$Q_t = 1 + R \exp(2i\alpha) - T^2 \frac{\exp[2i(\alpha - \beta)]}{1 + R \exp(-2i\beta)}, \quad (\text{A.3})$$

onde os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  devem ser escritos nas formas

$$\alpha = \arccos \left[ \frac{d^2 + a^2 - r^2}{2ad} \right] \quad (\text{A.4})$$

e

$$\beta = \arcsin \left[ \frac{n_a}{n_e} \sin \alpha \right], \quad (\text{A.5})$$

conforme mostramos no Capítulo 2.

Devemos lembrar que  $d$  também depende de  $r$  pela Eq. (2.29),

$$d = \sqrt{a^2 - r^2 + r^2(\sin \gamma \sin \theta \cos \varphi + \cos \gamma \cos \theta)^2} + r(\sin \gamma \sin \theta \cos \varphi + \cos \gamma \cos \theta). \quad (\text{A.6})$$

Para simplificar a notação usaremos agora a abreviação

$$\Psi = \sin \gamma \sin \theta \cos \varphi + \cos \gamma \cos \theta, \quad (\text{A.7})$$

e assim podemos reescrever  $d$ ,

$$d = \sqrt{a^2 - r^2 + r^2 \Psi^2} + r\Psi. \quad (\text{A.8})$$

Finalmente, realizamos a derivação. Teremos

$$\frac{\partial Q_t}{\partial r} = 2iR \exp(2i\alpha) \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial r} - T^2 \frac{2i[1 + R \exp(-2i\beta)] \exp[2i(\alpha - \beta)] \left( \frac{\partial \alpha}{\partial r} - \frac{\partial \beta}{\partial r} \right)}{[1 + R \exp(-2i\beta)]^2}$$



$$-T^2 \frac{2iR \exp(-2i\beta) \exp[2i(\alpha - \beta)] \frac{\partial \beta}{\partial r}}{[1 + R \exp(-2i\beta)]^2}. \quad (\text{A.9})$$

Lembrando que, após a derivação, devemos fazer  $r = r_{eq}$ . Observe agora que a dependência em  $r$  da derivada de  $Q_t$  está nos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  e em suas derivadas em relação a  $r$ . Da mesma forma, a dependência de  $Q_t$  em  $r$  está apenas nos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ .

Vamos agora reescrever o ângulo  $\alpha$  substituindo  $d$  através da Eq. (A.8). Teremos

$$\alpha = \arccos \left[ \frac{2a^2 - 2r^2 + 2r\Psi(\sqrt{a^2 - r^2 + r^2\Psi^2} + r\Psi)}{2a(\sqrt{a^2 - r^2 + r^2\Psi^2} + r\Psi)} \right], \quad (\text{A.10})$$

que pode ser reescrita na forma

$$\alpha = \arccos \left[ \left( \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{a^2}\Psi^2} + \frac{r}{a}\Psi \right)^{-1} - \left( \frac{a}{r} \sqrt{\frac{a^2}{r^2} - 1 + \Psi^2} + \frac{a}{r}\Psi \right)^{-1} + 2\Psi \frac{r}{a} \right], \quad (\text{A.11})$$

e então,

$$\beta = \arcsin \frac{n_a}{n_e} \sqrt{1 - \left[ \left( \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{a^2}\Psi^2} + \frac{r}{a}\Psi \right)^{-1} - \left( \frac{a}{r} \sqrt{\frac{a^2}{r^2} - 1 + \Psi^2} + \frac{a}{r}\Psi \right)^{-1} + 2\Psi \frac{r}{a} \right]^2}. \quad (\text{A.12})$$

Agora resta-nos calcular as derivadas de  $\alpha$  e  $\beta$  para substituir na Eq. (A.9) juntamente com as Eq. (A.11) e (A.12).

Seja agora  $\Xi$  a função de  $r/a$  definida por

$$\Xi \left( \frac{r}{a} \right) = \left( \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{a^2}\Psi^2} + \frac{r}{a}\Psi \right)^{-1} - \left( \frac{a}{r} \sqrt{\frac{a^2}{r^2} - 1 + \Psi^2} + \frac{a}{r}\Psi \right)^{-1} + 2\Psi \frac{r}{a}. \quad (\text{A.13})$$

Teremos para o ângulo  $\alpha$ ,

$$\alpha = \arccos \left[ \Xi \left( \frac{r}{a} \right) \right], \quad (\text{A.14})$$

e assim,

$$\frac{\partial \alpha}{\partial r} = Y \left( \frac{r}{a} \right) \frac{\partial \Xi}{\partial r}, \quad (\text{A.15})$$

onde

$$Y \left( \frac{r}{a} \right) = \frac{\partial \arccos \Xi}{\partial \Xi} \quad (\text{A.16})$$

Resta-nos calcular a derivada parcial de  $\Xi$  em relação a  $r$ . Teremos

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Xi}{\partial r} = & - \left[ \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{a^2} \Psi^2} + \frac{r}{a} \Psi \right]^{-2} \cdot \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{a^2} \Psi^2}} \cdot \left( \frac{-2r}{a^2} + \frac{2r}{a^2} \Psi^2 \right) + \frac{\Psi}{a} \right] \\ & + \left[ \frac{a}{r} \sqrt{\frac{a^2}{r^2} - 1 + \Psi^2} + \Psi \right]^{-2} \cdot \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{a^4}{r^4} - \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \Psi^2}} \cdot \left( \frac{-4a^4}{r^5} + \frac{2a^2}{r^3} - \frac{2a^2}{r^3} \Psi^2 \right) \right] + 2 \frac{\Psi}{a}. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Observe agora que, se colocarmos  $1/a$  em evidência nesta expressão, teremos o produto de uma função da grandeza  $r/a$  por  $1/a$ . Isto é,

$$\frac{\partial \Xi}{\partial r} = \Omega \left( \frac{r}{a} \right) \cdot \frac{1}{a}, \quad (\text{A.18})$$

onde,

$$\begin{aligned} \Omega \left( \frac{r}{a} \right) = & - \left[ \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{a^2} \Psi^2} + \frac{r}{a} \Psi \right]^{-2} \cdot \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{a^2} \Psi^2}} \cdot \left( \frac{-2r}{a} + \frac{2r}{a} \Psi^2 \right) + \Psi \right] \\ & + \left[ \frac{a}{r} \sqrt{\frac{a^2}{r^2} - 1 + \Psi^2} + \Psi \right]^{-2} \cdot \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{a^4}{r^4} - \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \Psi^2}} \cdot \left( \frac{-4a^5}{r^5} + \frac{2a^3}{r^3} - \frac{2a^3}{r^3} \Psi^2 \right) \right] + 2\Psi. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Agora que chegamos na expressão final, finalmente tomamos  $r = r_{eq}$ . Observe então que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , Eq. (A.11) e (A.12), serão funções de  $r_{eq}/a$ . As derivadas destes ângulos em relação a  $r$  também serão funções desta mesma grandeza. Calculamos explicitamente aqui somente a derivada para o ângulo  $\alpha$ , Eq. (A.15), mas

é fácil perceber que a derivada de  $\beta$  também será função de  $r/a$ . Mas, no limite da óptica geométrica, a grandeza  $r_{eq}/a$  é uma constante, conforme mostrado no Capítulo 4.

Note ainda que a Eq. (A.18) nos diz que estas derivadas estão multiplicadas pelo fator  $1/a$ . Agora, voltemos finalmente à expressão da derivada de  $Q_t$ , Eq. (A.9). Como todos os termos desta expressão estão multiplicados pelas derivadas de  $\alpha$  ou  $\beta$  em relação a  $r$ , podemos colocar em evidência o fator  $1/a$ . Como as funções de  $r_{eq}/a$  serão constantes, após a integração em  $\theta$  e  $\varphi$ , podemos finalmente escrever,

$$\kappa_r = \frac{B}{a}. \quad (\text{A.20})$$

Não é difícil verificar que este comportamento é análogo para qualquer outra direção. Podemos então escrever,

$$\kappa_{OG} = \frac{B}{a}, \quad (\text{A.21})$$

onde  $B$  é uma constante. Isto demonstra o que havíamos comentado no Capítulo 2: a curva  $\kappa \times a$  é uma hipérbole no limite da OG.

## Apêndice B

# Medida da potência na entrada da objetiva e da potência local na microesfera

No Capítulo 4 discutimos os resultados e mostramos os gráficos obtidos para as curvas  $\kappa \times a$ . Achamos conveniente dividir os valores dos eixos dos  $\kappa$  pelo valor da potência local do laser na microesfera. Isto foi feito porque, como vimos no Capítulo 2, a constante de força da pinça óptica é diretamente proporcional à potência local na microesfera. Deste modo, adotando esta normalização, podemos apresentar os resultados sem a preocupação de especificar a potência utilizada. Além disso, esta medida da potência é uma importante característica do nosso sistema e é necessária para obter os resultados numéricos.

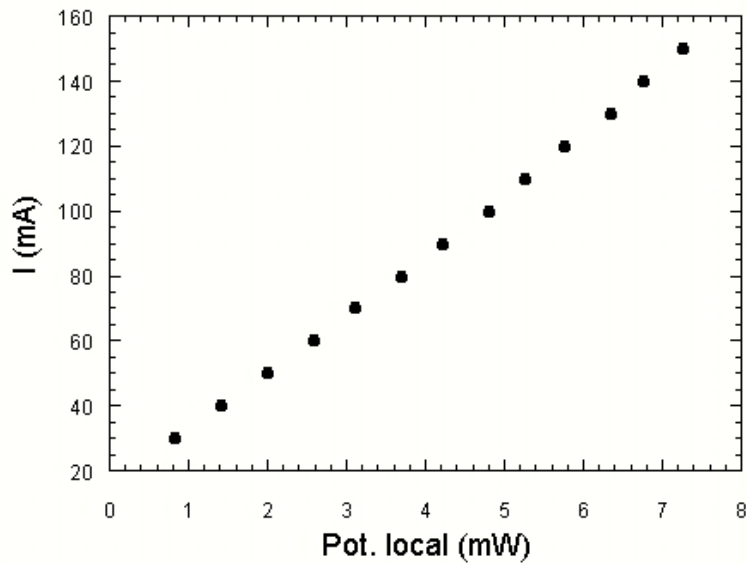
Não temos como medir diretamente a potência local da pinça óptica na microesfera. Entretanto, podemos facilmente medir a potência na entrada da objetiva usando um detetor de fótons. Para calcular a potência local, temos que saber a transmitância do nosso sistema. Esta transmitância foi calculada por Viana, Mazzoli e Mesquita em 2002 [26] usando um microbolômetro de mercúrio.

A potência do laser infravermelho, responsável pela pinça óptica, depende da corrente usada no controlador do laser. A tabela abaixo mostra os valores das correntes com as respectivas potências medidas.

Na figura abaixo, construímos um gráfico com os dados da tabela. Note que o comportamento da potência em função da corrente é linear.

Corrente no controlador (mA)	Potência na entrada da objetiva (mW)	Potência local (mW)
30	3,16	0,82
40	5,43	1,41
50	7,69	2,00
60	9,97	2,59
70	11,96	3,11
80	14,22	3,70
90	16,22	4,22
100	18,45	4,80
110	20,20	5,25
120	22,15	5,76
130	24,44	6,35
140	25,98	6,75
150	27,90	7,25

Tabela B.1: Corrente no controlador do laser com as respectivas potências medidas na entrada da objetiva e local (na microesfera).



**Figura B.1:** Comportamento da potência local na microesfera em função da corrente no controlador do laser.

Em nossas medidas com as microesferas de  $\text{CCl}_4$  e óleo usamos sempre uma corrente de 100mA, ou seja, temos uma potência local de 4,8mW atingindo a microesfera. O erro estimado para a medida desta potência é  $\pm 0,2\text{mW}$ .

# Apêndice C

## Medida dos índices de refração das substâncias utilizadas

Para comparar os resultados experimentais deste trabalho com os resultados teóricos da óptica geométrica e da teoria DM [8], [9], [17], precisamos medir com precisão os índices de refração das substâncias utilizadas. Na parte experimental deste trabalho não precisamos diretamente destes índices, mas eles são necessários para obter os resultados numéricos previstos pela teoria.

Para medir os índices de refração das substâncias, utilizamos o seguinte procedimento:

- 1) Construimos uma cubeta em forma de prisma triangular equilátero colando lâminas de vidro umas nas outras. Deixamos a parte superior do prisma aberta para colocar a substância que queremos medir o índice de refração.

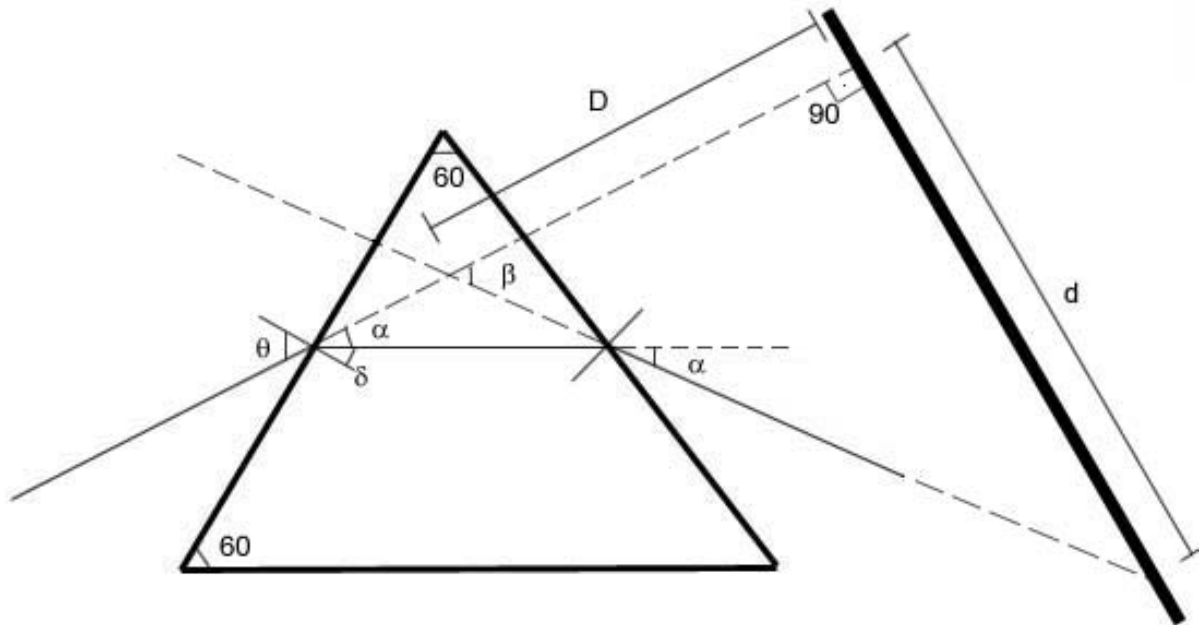
- 2) Fazemos então o laser incidir sobre a cubeta contendo uma substância e observamos o desvio sofrido por este raio devido a refração pela substância.

- 3) Analisando o quanto o raio desvia de sua trajetória original, conseguimos determinar o índice de refração da substância contida na cubeta. Para obter uma maior precisão, usamos o método do desvio mínimo de um raio refratando em um prisma, que descreveremos a seguir.

A Fig. C.1 representa o esquema dos raios incidente, refratado e transmitido na cubeta usando o método do desvio mínimo. Colocamos a cubeta numa posição tal que o prolongamento do raio incidente incida perpendicularmente ao anteparo

(parede). Com isso, podemos determinar o ângulo  $\beta$  medindo as distâncias  $d$  e  $D$ ,

$$\tan \beta = \frac{d}{D}. \quad (\text{C.1})$$



**Figura C.1:** Esquema de raios na cubeta utilizada, usando o método do desvio mínimo. O raio refratado é paralelo à base do triângulo equilátero (seção transversal do prisma).

Determinamos então o ângulo  $\beta$ ,

$$\beta = \arctan \left( \frac{d}{D} \right). \quad (\text{C.2})$$

Observe agora que  $\beta$  é ângulo externo do triângulo isósceles cujo dois ângulos da base são  $\alpha$ . Com isso,

$$\beta = 2\alpha, \quad (\text{C.3})$$

O ângulo de refração  $\delta$  será

$$60 + 2(90 - \delta) = 180 \Rightarrow \delta = 30^\circ.$$

Agora observe que

$$\theta = \alpha + \delta = \alpha + 30, \quad (\text{C.4})$$

e assim,

$$\sin \theta = \sin(\alpha + 30) = \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha. \quad (\text{C.5})$$

Com isso, finalmente determinamos o seno do ângulo  $\theta$ .

Usando agora a Lei de Snell,

$$n_a \sin \theta = n_s \sin \delta, \quad (\text{C.6})$$

onde  $n_a$  e  $n_s$  representam os índices de refração do ar e da substância contida na cubeta, respectivamente.

Finalmente,  $n_s$  será

$$n_s = 2 \sin \theta. \quad (\text{C.7})$$

Com este método, determinamos os índices de refração das substâncias usadas neste trabalho. Os resultados estão na Tabela C.1.

Substância	$n$ literatura ( $\lambda = 656\text{nm}$ ) T = 20°C	$n$ medido ( $\lambda = 832\text{nm}$ ) T = 24°C
Água DI	1,3312	1,343 ± 0,002
CCl <sub>4</sub>	1,4579	1,474 ± 0,002
Óleo	-	1,496 ± 0,002

Tabela C.1: Comparação entre os índices de refração obtidos na literatura [28] com os valores medidos em nosso trabalho com o método do desvio mínimo.

Analisando a tabela, concluímos que nossas medidas estão concordando bem com os valores citados na literatura [28]. Note que o comprimento de onda usado no dado da literatura é diferente, o que não permite uma comparação exata.



# Referências Bibliográficas

- [1] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **24**, 156 (1970).
- [2] A. Ashkin e J. M. Dziedzic, Science **235**, 1517 (1987).
- [3] A. Ashkin, Biophys. J. **61**, 569 (1992).
- [4] A. Ashkin, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, **94**, 4853 (1997).
- [5] K. Svoboda e S. M. Block, Annu. Rev. Biophys. Biomol. Struct. **23**, 247 (1994).
- [6] D. G. Grier, Nature **424**, 810 (2003).
- [7] N. B. Viana, R. T. S. Freire e O. N. Mesquita, Phys. Rev. E **65**, 041921 (2002).
- [8] P. A. Maia Neto e H. M. Nussenzveig, Europhys. Lett., **50**, 702 (2000).
- [9] A. Mazolli, P. A. Maia Neto e H. M. Nussenzveig, P. Roy. Soc. Lond. A Mat. **459**, 3021 (2003).
- [10] L. P. Ghislain, N. A. Switz and W. W. Webb, Rev. Sci. Instrum. **65**, 2762 (1994).
- [11] A. Rohrbach and E. H. K. Stelzer, Appl. Opt. **41**, 13 (2002).
- [12] X. C. Yao, Z. L. Li, and H. L. Guo, Chinese Phys. Lett. **18**, 3 (2001).
- [13] X. C. Yao, Z. L. Li, and H. L. Guo, Chinese Phys. **9**, 11 (2000).
- [14] P. C. Ke and M. Gu, J. Mod. Optic **45**, 10 (1998).
- [15] H. Felgner, O. Muller, and M. Schliwa, Appl. Optics **34**, 6 (1995).
- [16] E. Fallman and O. Axner, Appl. Optics **42**, 3915 (2003).

- [17] A. Mazolli, Tese de Doutorado, UFRJ (2003).
- [18] N. B. Viana, Tese de Doutorado, UFMG (2002).
- [19] J. R. Reitz, F. J. Milford e R. W. Christy, Fundamentos da Teoria Eletromagnética, Ed. Campus, 5ª reimpressão, pág. 98 (1997).
- [20] G. Roosen, Can. J. Phys. **57**, 1260 (1979).
- [21] A. Fontes, Dissertação de Mestrado, Unicamp (1999).
- [22] Laser Optics and Coatings, CVI Laser Corporation, pág. 161 (1997).
- [23] U. Agero, C. H. Monken, C. Ropert, R. T. Gazzinelli e O. N. Mesquita, Phys. Rev. E, **67**, 051904 (2003).
- [24] H. Faxen, Ann. Physik **68**, 89 (1922).
- [25] M. I. M. Feitosa e O. N. Mesquita, Phys. Rev. A, **44**, 6677 (1991)
- [26] N. B. Viana, A. Mazzoli, e O. N. Mesquita, Appl. Phys. Lett., **81**, 10, 1765 (2002).
- [27] A. Mazolli, P. A. Maia Neto e H. M. Nussenzveig, comunicação particular.
- [28] American Institute of Physics Handbook, McGraw-Hill Book Company, New York (1957).