

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**“PARÂMETROS DE INSTABILIDADE GLOBAL DAS
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO SEGUNDO A
NOVA NBR-6118”**

Danielle Meireles de Oliveira

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Orientador: Prof. Dr. Ney Amorim Silva

Belo Horizonte, 24 de Maio de 2002

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"PARÂMETROS DE INSTABILIDADE GLOBAL DAS
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO SEGUNDO A NOVA
NBR-6118"**

Danielle Meireles de Oliveira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Ney Amorim Silva
DEES/UFMG - (Orientador)

Prof. Dr. Armando César Campos Lavall
DEES/UFMG

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Júnior
UFOP

Belo Horizonte, 24 de maio de 2002

*A Deus, meus pais e irmãos,
presenças constantes em minha vida.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, por mais esta conquista.

Aos meus pais e irmãos, por toda a dedicação, incentivo, amor e carinho incondicionais.

Ao Prof. Ney Amorim Silva, não apenas pelo trabalho de orientação e pelos conhecimentos transmitidos, mas também pela atenção, disponibilidade, amizade e pelas palavras de apoio.

Aos Professores Fernando Amorim de Paula, Estevão Bicalho Pinto Rodrigues e Armando Cesar Campos Lavall, pela colaboração e generosa ajuda.

Aos professores, colegas e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG, que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

SUMÁRIO

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos

Resumo

Abstract

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO..... 1

1.1 – Aspectos Gerais 1

1.2 – Objetivos..... 2

1.3 – Conteúdo..... 3

CAPÍTULO 2 – CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE ESTABILIDADE..... 4

2.1 – Introdução..... 4

2.2 – Tipos de Equilíbrio 4

2.3 – Teorias de Primeira e Segunda Ordem..... 7

2.4 – Problemas de Estabilidade..... 11

2.4.1 – Problemas de 1ª Espécie ou de Auto-Valor ou de Bifurcação do Equilíbrio	12
2.4.2 – Problemas de 2ª Espécie ou de Carga Última	15
2.4.3 – Problemas de 3ª Espécie ou de Ponto Limite	18
2.5 – Flambagem	21
2.5.1 – Determinação da Carga Crítica	22
2.5.2 – Estabilidade na Configuração Fletida de Equilíbrio	28
a) Regime Elástico – Curvatura Aproximada	31
b) Regime Elástico – Curvatura “Exata”	31
c) Regime Anelástico	33
2.6 – Problemas de Estabilidade nas Estruturas de Concreto Armado	33
 CAPÍTULO 3 – INSTABILIDADE E EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM	35
 3.1 – Introdução	35
3.2 – Efeitos de Segunda Ordem	36
3.3 – Estruturas de Nós Fixos e Estruturas de Nós Móveis	36
3.4 – Consideração das Não-Linearidades	38
3.4.1 – Não-Linearidade Física (NLF)	38
a) Consideração Simplificada da NLF Segundo a NBR 6118 (2001)	41
3.4.2 – Não-Linearidade Geométrica (NLG)	42
a) Processo P- Δ	43
3.5 – Processos para a Classificação das Estruturas	45
3.5.1 – Parâmetro de Instabilidade α	45
a) Módulo de Rigidez da Estrutura	49
b) O Parâmetro de Instabilidade α Segundo a NBR 6118 (2001)	50
3.5.2 – Coeficiente γ_z	51
a) O coeficiente γ_z Segundo a NBR 6118 (2000)	53
b) O coeficiente γ_z Segundo a NBR 6118 (2001)	55

3.6 – Procedimentos para a Consideração dos Efeitos de Segunda Ordem	56
CAPÍTULO 4 – APLICAÇÕES NUMÉRICAS	57
4.1 – Introdução	57
4.2 – Modelagem dos Edifícios	58
4.3 – Análises Realizadas	60
4.3.1 – Análise Não Linear	61
4.4 – Carregamento Horizontal	62
4.5 – Coeficientes Aplicados às Ações	64
4.6 – Análise do Edifício I	66
4.6.1 – Considerações de Projeto	66
4.6.2 – Determinação do Parâmetro de Instabilidade α	70
4.6.3 – Determinação do Coeficiente γ_z	71
4.6.4 – Acréscimos Percentuais dos Esforços devidos aos Efeitos de Segunda Ordem	74
4.7 – Outros Edifícios Analisados	82
4.7.1 – Edifício II	82
4.7.2 – Edifício III	85
4.7.3 – Edifício IV	89
4.7.4 – Edifício V	91
4.7.5 – Resultados Obtidos	93
4.8 – Limite de γ_z Como Majorador	119
CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	123
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	128
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	131

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – Cones em diferentes estados de equilíbrio.....	6
FIGURA 2.2 – Cones deslocados de suas posições iniciais de equilíbrio.....	6
FIGURA 2.3 – Tipos de equilíbrio	7
FIGURA 2.4 – Exemplo de estrutura calculada em teorias de primeira e segunda ordem ...	8
FIGURA 2.5 – Validade da superposição de efeitos em teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos.....	9
FIGURA 2.6 – Exemplo de problema de 1ª espécie.....	12
FIGURA 2.7 – Problemas de 1ª espécie em teorias de segunda ordem com pequenos e grandes deslocamentos.....	14
FIGURA 2.8 – Exemplo de problema de 2ª espécie.....	16
FIGURA 2.9 – Problemas de 2ª espécie em teorias de segunda ordem com pequenos e grandes deslocamentos	17
FIGURA 2.10 – Exemplo de problema de 3ª espécie.....	19
FIGURA 2.11 – Gráfico de $P \times \phi$ (problema de 3ª espécie, teoria de segunda ordem com grandes deslocamentos)	20
FIGURA 2.12 – Barra axialmente comprimida.....	21
FIGURA 2.13 – Condição de equilíbrio para $P > P_{crit}$	22
FIGURA 2.14 – Representação gráfica da deformação da barra utilizando a expressão simplificada da curvatura	24

FIGURA 2.15 – Comprimentos de flambagem	26
FIGURA 2.16 – Curva de flambagem	28
FIGURA 2.17 – Linha elástica senoidal	29
FIGURA 2.18 – Estabilidade das formas de equilíbrio (regime elástico, curvatura aproximada)	32
FIGURA 2.19 – Estabilidade das formas de equilíbrio (regime elástico, curvatura “exata”)	32
FIGURA 2.20 – Estabilidade das formas de equilíbrio (regime anelástico).....	33
FIGURA 3.1 – Efeitos de segunda ordem localizados	37
FIGURA 3.2 – Diagrama momento-curvatura	39
FIGURA 3.3 – Forças horizontais fictícias	44
FIGURA 3.4 – Analogia entre o edifício e o pilar em balanço	46
FIGURA 3.5 – Tipos de contraventamento e suas respectivas deformadas	48
FIGURA 3.6 – Módulo de rigidez equivalente.....	50
FIGURA 4.1 – Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas para os elementos de barra	58
FIGURA 4.2 – Modelos laje-viga para os elementos “beam 44” e “beam 4”	59
FIGURA 4.3 – Ligação entre as vigas e os pilares	59
FIGURA 4.4 – Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas para o elemento de casca.....	60
FIGURA 4.5 – Desaprumo	63
FIGURA 4.6 – Pavimento tipo do edifício I.....	67
FIGURA 4.7 – Modelagem do edifício I.....	68
FIGURA 4.8 – Forças concentradas resultantes em cada pavimento	70
FIGURA 4.9 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X.....	77
FIGURA 4.10 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y.....	77
FIGURA 4.11 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X	78
FIGURA 4.12 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y	78
FIGURA 4.13 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X.....	79

FIGURA 4.14 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y	79
FIGURA 4.15 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X.....	80
FIGURA 4.16 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y.....	80
FIGURA 4.17 – Pavimento tipo do edifício II	83
FIGURA 4.18 – Variação para pavimentos pares	84
FIGURA 4.19 – Modelagem do edifício II.....	85
FIGURA 4.20 – Pilotis do edifício III.....	86
FIGURA 4.21– 1º Pavimento do edifício III.....	87
FIGURA 4.22 – Pavimento tipo do edifício III.....	88
FIGURA 4.23 – Modelagem do edifício III	89
FIGURA 4.24 – Pavimento tipo do edifício IV.....	90
FIGURA 4.25 – Modelagem do edifício IV	91
FIGURA 4.26 – Pavimento tipo do edifício V	92
FIGURA 4.27 – Modelagem do edifício V	93
FIGURA 4.28 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X para o edifício II	101
FIGURA 4.29 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y para o edifício II	101
FIGURA 4.30 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X para o edifício III.....	102
FIGURA 4.31 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y para o edifício III.....	102
FIGURA 4.32 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X para o edifício IV.....	103
FIGURA 4.33 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y para o edifício IV.....	103
FIGURA 4.34 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X para o edifício V	104
FIGURA 4.35 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y para o edifício V.....	104

FIGURA 4.36 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X para o edifício II	105
FIGURA 4.37 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y para o edifício II	105
FIGURA 4.38 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X para o edifício III.....	106
FIGURA 4.39 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y para o edifício III.....	106
FIGURA 4.40 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X para o edifício IV.....	107
FIGURA 4.41 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y para o edifício IV.....	107
FIGURA 4.42 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X para o edifício V	108
FIGURA 4.43 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y para o edifício V.....	108
FIGURA 4.44 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X para o edifício II	109
FIGURA 4.45 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y para o edifício II	109
FIGURA 4.46 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X para o edifício III.....	110
FIGURA 4.47 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y para o edifício III.....	110
FIGURA 4.48 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X para o edifício IV.....	111
FIGURA 4.49 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y para o edifício IV.....	111
FIGURA 4.50 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X para o edifício V.....	112

FIGURA 4.51 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y para o edifício V	112
FIGURA 4.52 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X para o edifício II	113
FIGURA 4.53 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y para o edifício II	113
FIGURA 4.54 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X para o edifício III	114
FIGURA 4.55 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y para o edifício III	114
FIGURA 4.56 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X para o edifício IV	115
FIGURA 4.57 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y para o edifício IV	115
FIGURA 4.58 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X para o edifício V	116
FIGURA 4.59 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y para o edifício V	116
FIGURA 4.60 – Acréscimos gerais de momento fletor nos pilares	120
FIGURA 4.61 – Acréscimos gerais de força cortante nas vigas	120
FIGURA 4.62 – Acréscimos gerais de momento fletor nas vigas	121

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1 – Cálculo das forças de arrasto equivalentes à ação do vento	69
TABELA 4.2 – Forças concentradas resultantes em cada pavimento da estrutura	69
TABELA 4.3 – Forças aplicadas e deslocamentos horizontais na direção X.....	72
TABELA 4.4 – Forças aplicadas e deslocamentos horizontais na direção Y.....	72
TABELA 4.5 – Deslocamentos horizontais na direção Y devidos às ações verticais.....	73
TABELA 4.6 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%)	75
TABELA 4.7 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%)	76
TABELA 4.8 – Avaliação das majorações	76
TABELA 4.9 – Valores dos parâmetros de instabilidade e classificação das estruturas.....	94
TABELA 4.10 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%), para o edifício II	94
TABELA 4.11 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%), para o edifício II	95
TABELA 4.12 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%), para o edifício III.....	95
TABELA 4.13 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%), para o edifício III.....	96
TABELA 4.14 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%), para o edifício IV.....	96

TABELA 4.15 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%), para o edifício IV.....	97
TABELA 4.16 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%), para o edifício V.....	98
TABELA 4.17 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%), para o edifício V.....	99
TABELA 4.18 – Avaliação das majorações.....	99
TABELA 4.19 – Resultados gerais dos esforços: acréscimos médios $\times \gamma_z$	119

LISTA DE SÍMBOLOS

- a – Deslocamento horizontal do topo da estrutura
- a_h – Deslocamento horizontal no nível do centro de gravidade das cargas verticais da estrutura, decorrente somente das ações horizontais
- a_v – Deslocamento horizontal no nível do centro de gravidade das cargas verticais da estrutura, decorrente somente das ações verticais
- d – Distância, excentricidade ou deslocamento transversal máximo
- f_{ck} – Resistência característica do concreto à compressão
- g – Carregamento permanente
- i – Raio de giração da seção transversal
- h_i – Pé direito do pavimento i (processo P - Δ) ou altura do pavimento i
- h_{i+1} – Pé direito do pavimento $i + 1$ (processo P - Δ)
- k – Constante de mola
- l – Comprimento da barra ou lado da fachada sobre o qual o vento incide
- l_e – Comprimento de flambagem
- n – Número de pavimentos
- p – Força uniformemente distribuída
- q – Carregamento acidental ou pressão dinâmica do vento
- r – Razão da progressão geométrica
- $1/r$ – Curvatura da barra
- u_i – Deslocamento horizontal do pavimento i
- y – Deslocamentos ou flechas da estrutura

A – Área da seção transversal da barra ou constante de integração
A_e – Área frontal efetiva
A'_s – Área da armadura de compressão
A_s – Área da armadura de tração
B – Constante de integração
C_{ax} – Coeficiente de arrasto na direção X
C_{ay} – Coeficiente de arrasto na direção Y
E – Módulo de elasticidade
E_{ci} – Módulo de elasticidade inicial do concreto
E_{cs} – Módulo de elasticidade secante do concreto
E_t – Módulo tangente
E_r – Módulo reduzido
EI – Módulo de rigidez
(EI)_{eq} – Módulo de rigidez equivalente
(EI)_{sec} – Módulo de rigidez secante
F – Força na mola
F_{ax} – Força de arrasto na direção X
F_{ay} – Força de arrasto na direção Y
F_k – Valor característico das ações
F_X – Forças concentradas resultantes em cada pavimento da estrutura na direção X
F_Y – Forças concentradas resultantes em cada pavimento da estrutura na direção Y
H – Altura total da estrutura
H_i – Força horizontal fictícia aplicada no pavimento i (processo P-Δ)
ΔH_i – Força horizontal fictícia devida ao desaparecimento, aplicada no pavimento i
H_{tot} – Altura total da estrutura (notação da NBR 6118/2001)
I – Momento de inércia da seção transversal
I_c – Momento de inércia da seção bruta de concreto
M – Momento fletor
ΔM – Acréscimo de momentos devido ao deslocamento da estrutura
ΔM_d – Acréscimo de momentos devido ao deslocamento da estrutura, com valor de cálculo

$\Delta M_{\text{tot,d}}$ – Soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura (com seus valores de cálculo), pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação

M_1 – Momento de primeira ordem em relação à base da estrutura

$M_{1,\text{tot,d}}$ – Soma dos momentos de todas as forças horizontais (com seus valores de cálculo), em relação à base da estrutura

M_2 – Momento final, que inclui o de segunda ordem

M_{1d} – Momento de cálculo de primeira ordem

M_{2d} – Momento de cálculo total, que inclui os efeitos de segunda ordem

M_{ext} – Momento externo aplicado à barra

M_{int} – Momento interno resistido pela seção considerada

N – Força normal

N_k – Somatório das cargas verticais atuantes, com seu valor característico (notação da NBR 6118/2001)

P – Carga concentrada genérica, força axial de compressão ou somatório das cargas verticais atuantes

P_{crit} – Carga crítica, carga de flambagem ou carga de Euler

P_i – Força vertical acumulada até o pavimento i ($P - \Delta$) ou carga vertical atuante no pavimento i

P_{id} – Força vertical atuante no pavimento i , com seu valor de cálculo

P_{i+1} – Força vertical acumulada até o pavimento $i + 1$ ($P - \Delta$)

R – Reação genérica

S_1 – Fator topográfico

S_2 – Fator que considera a rugosidade do terreno e as dimensões da edificação

S_3 – Fator estatístico

S_d – Valor de cálculo dos esforços atuantes

V_0 – Velocidade básica do vento

V_{ij} – Carga vertical aplicada pelo pavimento i ao pilar j

V_k – Velocidade característica do vento

X e Y – Eixos de referência da barra ou direções de incidência do vento

α - Parâmetro de instabilidade global

α_1 – Valor limite do parâmetro de instabilidade α segundo a NBR 6118 (2001)

α_{crit} – Coeficiente adimensional relacionado com a flambagem da barra

α_{lim} – Valor limite do parâmetro de instabilidade α

δ_1 – Deslocamento horizontal de primeira ordem do ponto de aplicação da resultante das cargas verticais

ϕ – Deslocamento angular

γ_f – Coeficiente de ponderação das ações

$\gamma_{f1}, \gamma_{f2}, \gamma_{f3}$ – Coeficientes parciais de ponderação

γ_{fh} – Coeficiente de ponderação das ações horizontais

γ_{fv} – Coeficiente de ponderação das cargas verticais

γ_g – Coeficiente de ponderação das ações permanentes

γ_{g1} – Coeficiente parcial de ponderação para levar em conta a variabilidade das ações permanentes

γ_q – Coeficiente de ponderação das ações acidentais

γ_{q1} – Coeficiente parcial de ponderação para levar em conta a variabilidade das ações acidentais

γ_z – Parâmetro de instabilidade global

λ – Índice de esbeltez

λ_{lim} – Índice de esbeltez correspondente a uma tensão crítica igual ao limite de proporcionalidade

ψ – Parâmetro de forma da linha elástica

ψ_0 – Coeficiente de combinação das ações

θ_a – Ângulo de desaprumo

σ – Tensão de compressão

σ_{crit} – Tensão crítica de compressão

ν – Coeficiente de Poisson

Δ_i – Deslocamento horizontal relativo do pavimento i em relação ao pavimento $i - 1$

Δ_{i+1} – Deslocamento horizontal relativo do pavimento $i + 1$ em relação ao pavimento i

RESUMO

Neste trabalho são estudados os parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado, segundo a revisão da NBR 6118 (2000/2001): o parâmetro de instabilidade α e o coeficiente γ_z . Através da análise de alguns edifícios usuais de concreto armado, processados em primeira e segunda ordem, busca-se estabelecer o grau de confiabilidade desses parâmetros e avaliar a eficiência do coeficiente γ_z como majorador dos esforços de primeira ordem, para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem. São também discutidos os procedimentos e recomendações relativos à verificação da estabilidade global apresentados na nova NBR 6118.

ABSTRACT

In this work, the parameters of global instability of reinforced concrete structures, according to the draft Brazilian Code – NBR 6118 (2000/2001), are studied (α and γ_z instability parameters). Some usual reinforced concrete buildings are analyzed, using the first order theory and the second order theory, to check the level of reliability of these parameters and the accuracy of γ_z coefficient to evaluate final second order effects. The requirements for global stability of buildings in the draft Brazilian Code for concrete structures are also discussed.

1

INTRODUÇÃO

1.1- Aspectos Gerais

Nas últimas décadas, seguindo o exemplo de outras áreas, a engenharia sofreu grandes avanços, particularmente a de projetos e a de construção civil. As técnicas de otimização no que diz respeito ao peso e à forma, o desenvolvimento de equipamentos de teste e computacionais e modelagens numéricas eficientes levaram a construções mais econômicas e esbeltas, e edifícios mais elevados e arrojados.

Dessa forma, questões antes não convenientemente abordadas passaram a assumir fundamental importância no projeto estrutural. Dentre estas questões, destacam-se a análise da estabilidade e os efeitos de segunda ordem.

Quando o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração deformada, ocorre a interação entre as forças existentes e os deslocamentos, o que promove o aparecimento de esforços adicionais. Nestas condições, surgem os denominados efeitos de segunda ordem. Estes efeitos podem ser extremamente importantes e significativos em algumas estruturas; em outras, não precisam ser levados em conta.

Diversas pesquisas foram realizadas no intuito de se encontrar métodos capazes de estimar a grandeza dos efeitos de segunda ordem em uma estrutura, indicando a necessidade ou não de se considerar esses efeitos, ou seja, de se realizar uma análise de segunda ordem.

A nova NBR 6118 - Projeto de Revisão da NBR 6118 (2000/2001), apresenta dois processos aproximados que permitem verificar a possibilidade de dispensa da consideração dos efeitos globais de segunda ordem no cálculo estrutural: o parâmetro de instabilidade α e o coeficiente γ_z . Este último também pode ser empregado como coeficiente majorador dos esforços de primeira ordem, para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem.

1.2- Objetivos

Para grande parte dos projetistas, realizar a análise de uma estrutura em segunda ordem não constitui tarefa simples. Isso porque esta análise demanda tempo adicional e requer ferramentas nem sempre disponíveis nos escritórios de cálculo.

Dessa forma, seria extremamente vantajoso poder prever, com segurança, a sensibilidade de uma estrutura em relação aos efeitos de segunda ordem. Melhor ainda seria poder estimar os valores finais dos esforços, a partir dos resultados de uma análise de primeira ordem.

É dentro desse contexto que se inserem os parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto, α e γ_z . Neste trabalho, estudam-se esses parâmetros, buscando aferir se eles

são adequados e se a obtenção dos esforços finais a partir da majoração dos esforços de primeira ordem por γ_z constitui um processo confiável.

Com este objetivo, são analisados edifícios usuais em concreto armado, para os quais são determinados o parâmetro de instabilidade α e o coeficiente γ_z . A seguir, esses edifícios são processados em primeira e segunda ordem, utilizando o software ANSYS-5.7; os resultados obtidos permitem avaliar a eficiência dos parâmetros de instabilidade.

Este trabalho também pretende auxiliar na compreensão das recomendações e procedimentos relativos à verificação da estabilidade global apresentados na nova NBR 6118.

1.3- Conteúdo

O capítulo 2 apresenta os conceitos fundamentais necessários ao entendimento do fenômeno da instabilidade, incluindo os tipos de equilíbrio, as teorias de primeira e segunda ordem e os problemas de estabilidade que uma estrutura pode apresentar.

No capítulo 3, são estudados os procedimentos relativos à verificação da estabilidade global e à consideração dos efeitos de segunda ordem na análise das estruturas, sob a ótica da NBR 6118 (2000/2001). As expressões utilizadas para a determinação do parâmetro de instabilidade α e do coeficiente γ_z são apresentadas e comentadas.

No capítulo 4 são analisados alguns edifícios de concreto armado. Para cada edifício, são calculados os parâmetros de instabilidade e os esforços em segunda ordem. Estas análises permitem obter informações relevantes a respeito dos parâmetros de instabilidade global α e γ_z .

Finalmente, no capítulo 5 são apresentadas as considerações finais sobre os estudos realizados.

2

CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE ESTABILIDADE

2.1- Introdução

Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais necessários ao estudo da estabilidade. São explicados os tipos de equilíbrio, as teorias de primeira e segunda ordem e as espécies de problemas de estabilidade, incluindo a flambagem de barras retas axialmente comprimidas. Como será mencionado no final do capítulo, os conceitos apresentados são gerais para qualquer estrutura.

2.2- Tipos de Equilíbrio

Um corpo está em equilíbrio quando a resultante das forças e a resultante dos momentos que atuam sobre ele são nulas.

Dessa forma, em todos os casos representados na FIG. 2.1, observa-se que o equilíbrio será satisfeito se a reação R da base plana e horizontal for igual ao peso P do cone rígido sobre ela apoiado.

Porém nota-se que os casos explicitados na FIG. 2.1 representam estados diferentes de equilíbrio.

Considere-se o cone ligeiramente deslocado de sua posição inicial de equilíbrio (FIG. 2.2), com a ação das forças de mesmo módulo R e P , paralelas e de sentidos opostos.

No caso a) surge um binário que tende a fazer o cone retornar à posição de equilíbrio inicial, e o equilíbrio é dito estável. No caso b) o binário resultante tende a afastar o cone da posição de equilíbrio original; é o caso de equilíbrio instável. E no caso c) tem-se o equilíbrio indiferente, uma vez que, partindo-se do princípio que a nova geratriz de suporte seja capaz de transmitir a mesma resultante R das reações de apoio, não há o surgimento de um binário, o que torna possível o equilíbrio do cone em uma nova posição vizinha da posição inicial.

Cabe ressaltar que, quando o cone é afastado das respectivas posições de equilíbrio, “ocorre a elevação do seu centro de gravidade no caso de equilíbrio estável, o abaixamento deste centro no caso de equilíbrio instável e a permanência do centro de gravidade em uma altura constante no equilíbrio indiferente”, donde se conclui que “a energia potencial do corpo sólido indeformável é extrema no equilíbrio, sendo mínima no equilíbrio estável, máxima no equilíbrio instável e constante no equilíbrio indiferente” [RACHID e MORI (1989)]. A FIG. 2.3, que mostra o caso de uma esfera apoiada em uma casca cilíndrica, no interior e exterior, e em uma superfície horizontal, ilustra muito bem este conceito.

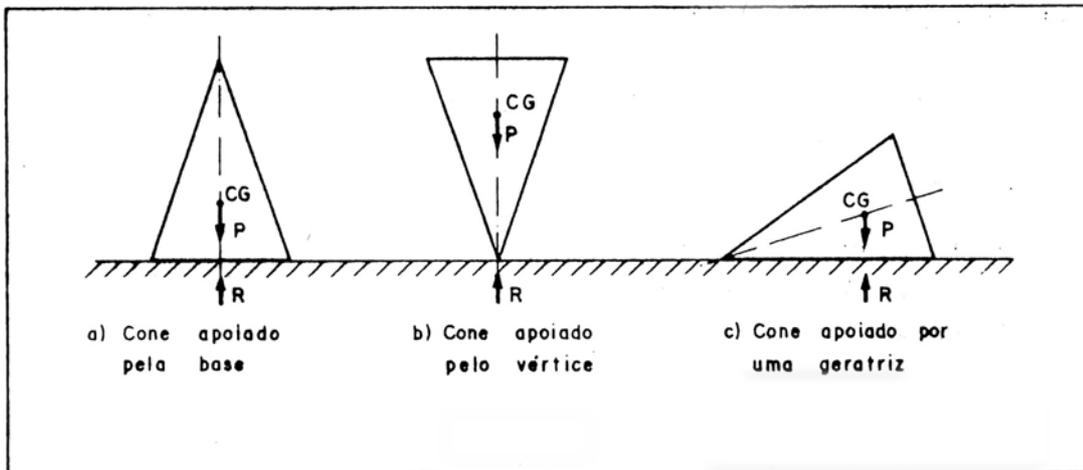


FIGURA 2.1 – Cones em diferentes estados de equilíbrio [RACHID e MORI (1989)].

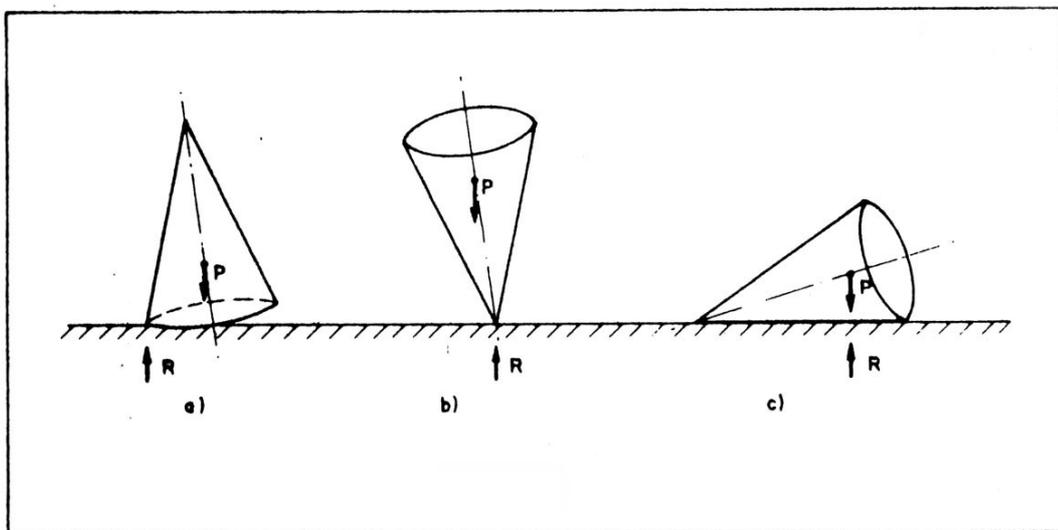


FIGURA 2.2 – Cones deslocados de suas posições iniciais de equilíbrio [RACHID e MORI (1989)].

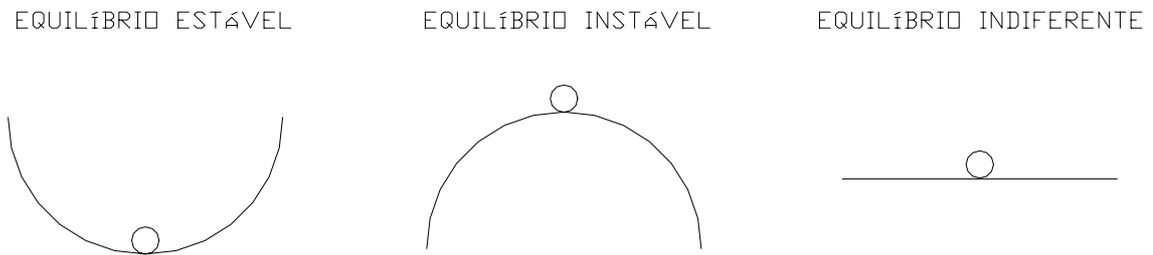


FIGURA 2.3 – Tipos de equilíbrio.

2.3- Teorias de Primeira e Segunda Ordem

Uma estrutura pode ser calculada com base nas seguintes teorias:

a) Teoria de primeira ordem: cálculo no qual o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração indeformada.

Por exemplo, se a estrutura da FIG. 2.4 for calculada em teoria de primeira ordem, o momento fletor do trecho AB será constante e igual a:

$$M = Pd \quad (2.1)$$

(Momento fletor de primeira ordem)

Nota-se então que os deslocamentos verticais $y(x)$ não são levados em conta.

Utiliza-se a relação diferencial aproximada:

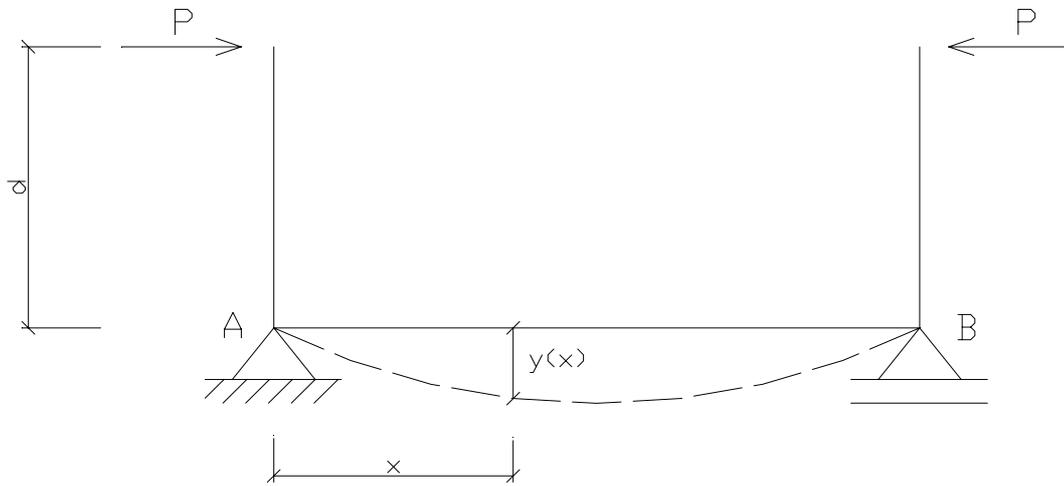


FIGURA 2.4 – Exemplo de estrutura calculada em teorias de primeira e segunda ordem -
Adaptada de RACHID e MORI (1989).

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = \frac{l}{r} \quad (2.2)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material e I o momento de inércia principal da seção transversal.

Em teoria de primeira ordem a superposição de efeitos é válida quando admite-se relações entre tensões e deformações no regime elástico linear.

b) Teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos: cálculo no qual o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado na posição deslocada, adotando as simplificações oriundas da geometria dos pequenos deslocamentos.

Em relação à FIG. 2.4, em teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos, o momento fletor na seção distante x do apoio A será dado por:

$$M = P [d + y(x)] \quad (2.3)$$

(Momento fletor de segunda ordem)

A eq. (2.2) continua sendo utilizada.

Em ambos os casos, obtém-se a função $y(x)$ resolvendo as equações diferenciais.

Em teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos, também admitindo-se relações entre tensões e deformações no regime elástico linear, a superposição de efeitos só é válida se os esforços axiais forem mantidos constantes (FIG. 2.5).

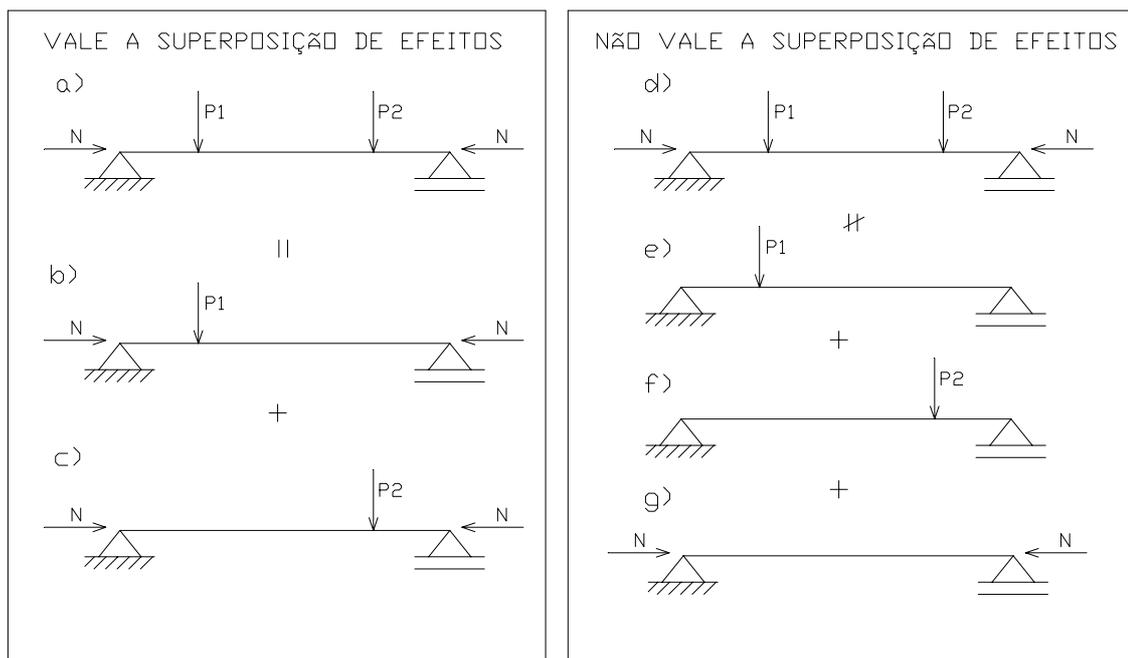


FIGURA 2.5 – Validade da superposição de efeitos em teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos - Adaptada de RACHID e MORI (1989).

Na FIG. 2.5 e) e f), observa-se que as cargas P_1 e P_2 isoladas provocam os momentos fletores $\bar{M}_1(x)$ e $\bar{M}_2(x)$ e elásticas $\bar{y}_1(x)$ e $\bar{y}_2(x)$ respectivamente. Logo tem-se:

$$\frac{d^2 \bar{y}_1}{dx^2} = -\frac{\bar{M}_1(x)}{EI} \quad (2.4)$$

$$\frac{d^2 \bar{y}_2}{dx^2} = -\frac{\bar{M}_2(x)}{EI} \quad (2.5)$$

Para a carga isolada da FIG. 2.5 g) tem-se:

$$\frac{d^2 y_n}{dx^2} = -\frac{Ny_n(x)}{EI} \quad (2.6)$$

A integração das eq. (2.4) e (2.5) fornece as elásticas $\bar{y}_1(x)$ e $\bar{y}_2(x)$, respectivamente. E integrando a eq. (2.6) determina-se apenas a forma de $y_n(x)$.

Somando-se as eq. (2.4), (2.5) e (2.6) obtém-se uma expressão que não apresenta nenhum significado.

Já os carregamentos parciais da FIG. 2.5 b) e c) fornecem:

$$\frac{d^2 y_1}{dx^2} = -\frac{\bar{M}_1(x) + Ny_1(x)}{EI} \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dx^2} = -\frac{\bar{M}_2(x) + Ny_2(x)}{EI} \quad (2.8)$$

A soma das eq. (2.7) e (2.8) resulta em:

$$\frac{d^2 (y_1 + y_2)}{dx^2} = -\frac{[\bar{M}_1(x) + \bar{M}_2(x)] + N[y_1(x) + y_2(x)]}{EI} \quad (2.9)$$

Com isso, confirma-se a validade da superposição de efeitos.

c) Teoria de segunda ordem com grandes deslocamentos: cálculo no qual o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado na posição deslocada, sem admitir qualquer simplificação.

Ainda em relação à FIG. 2.4, não seria mais possível utilizar a eq. (2.3), uma vez que seria necessário levar em conta o abaixamento das cargas P pela flexão dos braços verticais ou, mesmo que estes fossem rígidos, o abaixamento devido à sua simples rotação.

A expressão simplificada da curvatura teria que ser substituída pela expressão “exata”:

$$\frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[I + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}} = -\frac{M}{EI} = \frac{1}{r} \quad (2.10)$$

Como a eq. (2.10) não é mais linear, a superposição de efeitos deixa de ser válida.

2.4- Problemas de Estabilidade

Segundo RACHID e MORI (1989), “a perda de estabilidade de uma estrutura é caracterizada pela passagem de um estado de equilíbrio para outro”. Os autores classificam os problemas de estabilidade em problemas de 1ª, 2ª e 3ª espécies, que serão explicados a seguir.

2.4.1- Problemas de 1ª Espécie ou de Auto-Valor ou de Bifurcação do Equilíbrio

Considere-se uma barra rígida, de comprimento l , dotada de uma mola de constante k na articulação em A e sujeita a uma carga P axial, conforme mostra a FIG. 2.6 a).

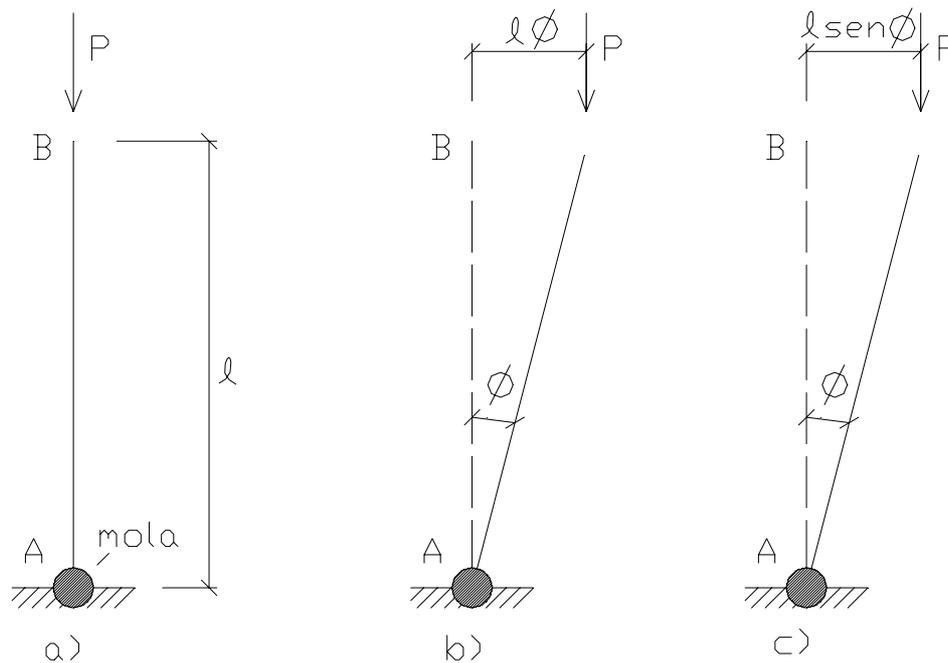


FIGURA 2.6 – Exemplo de problema de 1ª espécie -
Adaptada de RACHID e MORI (1989).

A barra encontra-se em equilíbrio na posição inicial, FIG. 2.6 a). Para se encontrar qual o tipo de equilíbrio, desloca-se a barra de um ângulo suficientemente pequeno ϕ (teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos), FIG. 2.6 b). Como a mola provoca um momento proporcional ao ângulo ϕ , tem-se:

- 1) Momento que tende a afastar a barra da posição original (momento “desestabilizante”) = $Pl\phi$;
- 2) Momento que tende a fazer a barra retornar (momento “estabilizante”) = $k\phi$;

- se $Pl\phi < k\phi$, a barra retorna à posição original (equilíbrio estável);
- se $Pl\phi = k\phi$, a barra permanece na posição deslocada (equilíbrio indiferente);
- se $Pl\phi > k\phi$, a barra se afasta mais da posição original (equilíbrio instável).

Da igualdade correspondente ao caso de equilíbrio indiferente, retira-se o valor de P que provoca mudança no tipo de equilíbrio. Este valor, denominado valor crítico, é dado, no caso em estudo, por:

$$P_{crit} = k/l \quad (2.11)$$

Logo, conclui-se que, até a carga P atingir o valor crítico, a barra permanece na posição inicial; para este valor, o equilíbrio torna-se indiferente, e é possível o equilíbrio da barra em qualquer posição deslocada, vizinha da posição original.

Ainda neste mesmo modelo, desconsidere-se a limitação de ϕ ser suposto pequeno (teoria de segunda ordem com grandes deslocamentos), FIG. 2.6 c). Procedendo ao estudo do equilíbrio na posição deslocada, o que é equivalente a comparar os momentos “estabilizante” e “desestabilizante”, tem-se:

$$\begin{aligned} \sum V &= 0 \\ \sum M_A &= 0 \rightarrow Pl \operatorname{sen} \phi - k\phi = 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Para $\phi = 0$, a eq. (2.12) é sempre satisfeita, sendo qualquer valor de P compatível, o que significa que há sempre equilíbrio na posição vertical.

Para $\phi \neq 0$, resulta o valor de P que torna possível o equilíbrio da estrutura em qualquer posição deslocada definida pelo ângulo ϕ :

$$P = \frac{k}{l} \cdot \frac{\phi}{\operatorname{sen} \phi} \quad (2.13)$$

Verifica-se também que, quando ϕ tende a zero, P tende ao valor crítico da eq. (2.11).

Concluindo:

- $P < k/l \rightarrow$ equilíbrio estável;
- $P = k/l \rightarrow$ equilíbrio indiferente;
- $P > k/l$: - $\phi = 0 \rightarrow$ equilíbrio instável;
- $\phi \neq 0 \rightarrow$ equilíbrio estável.

Assim, na FIG. 2.7, quando $P = P_{\text{crít}}$, tem-se o ponto de bifurcação do equilíbrio, a partir do qual dois caminhos são possíveis.

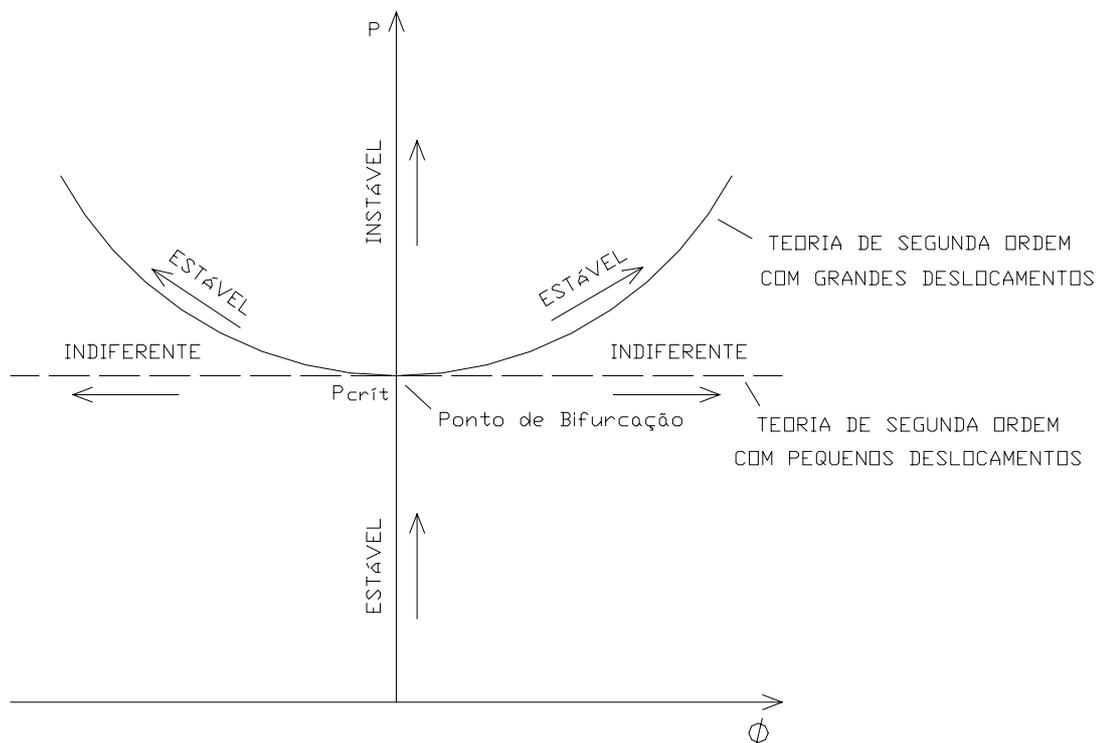


FIGURA 2.7 – Problemas de 1ª espécie em teorias de segunda ordem com pequenos e grandes deslocamentos.

Dessa forma, utilizando-se a teoria de segunda ordem com grandes deslocamentos, a carga crítica pode ser definida como sendo o valor da carga no qual ocorre a mudança da forma de equilíbrio estável (forma reta, $\phi = 0 \rightarrow$ forma não reta, $\phi \neq 0$).

Na FIG. 2.7, também observa-se que, nos problemas de 1ª espécie, a utilização da teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos possibilita se determinar o ponto de bifurcação do equilíbrio e a carga crítica, mas não é suficiente para acompanhar o comportamento pós-crítico da estrutura.

Finalmente, pode-se definir os problemas de 1ª espécie (também chamados de problemas de auto-valor ou de bifurcação do equilíbrio) como aqueles nos quais, quando o carregamento crítico é atingido, há a passagem qualitativa de um estado de equilíbrio para outro ou de uma forma de equilíbrio para outra.

Os problemas de bifurcação do equilíbrio podem ocorrer em barras retas, sem imperfeições geométricas iniciais e de comportamento elástico linear, carregadas axialmente. Se a barra for constituída de material de comportamento não linear, ainda haverá bifurcação de equilíbrio. Neste caso, porém, a curva carga-deslocamento, para $\phi \neq 0$, é decrescente, o que significa que, para $P > P_{\text{crit}}$, só existe a forma reta de equilíbrio instável. Portanto, quando $P > P_{\text{crit}}$, a estrutura não tem como suportar a carga aplicada [CARMO (1995)].

2.4.2- Problemas de 2ª Espécie ou de Carga Última

Na FIG. 2.8 a) é mostrada uma barra que apresenta o mesmo mecanismo da FIG. 2.6, exceto pela consideração de um braço rígido que possibilita a aplicação excêntrica da carga P.

Considerando a barra deslocada de um ângulo pequeno ϕ (teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos), FIG.2.8 b), o equilíbrio de momentos fornece:

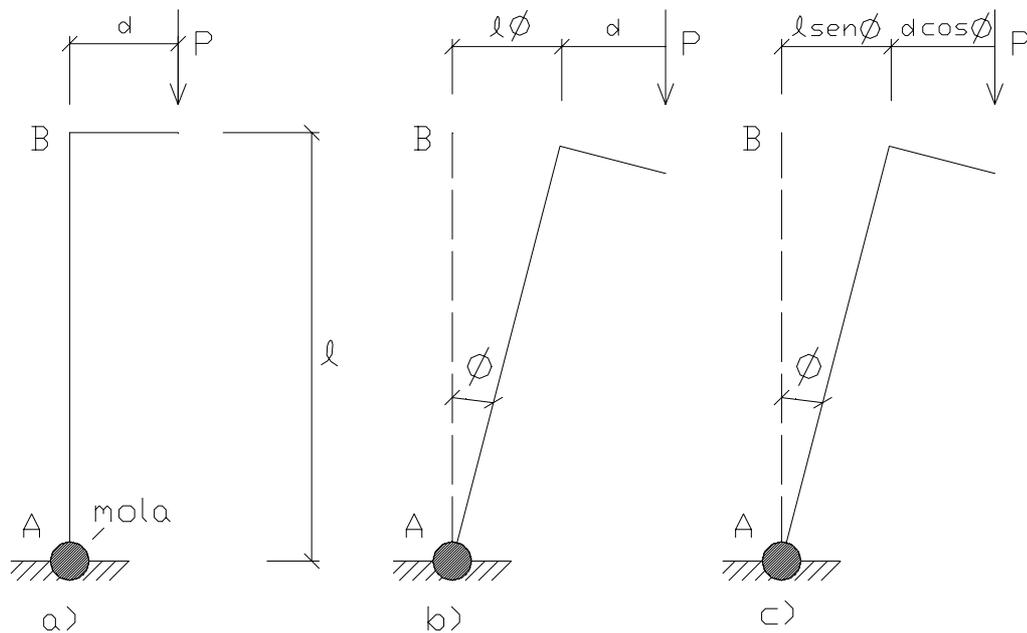


FIGURA 2.8 – Exemplo de problema de 2ª espécie -
Adaptada de RACHID e MORI (1989).

$$P(d+l\phi) - k\phi = 0 \quad (2.14)$$

donde

$$P = \frac{k}{l} \cdot \frac{\phi}{\frac{d}{l} + \phi} \quad (2.15)$$

$$e \quad \phi = \frac{P \cdot d}{l \left(-P + \frac{k}{l} \right)} \quad (2.16)$$

Analisando as eq. (2.15) e (2.16), verifica-se que o ângulo ϕ fica determinado e que P é uma função de ϕ (quando P cresce a partir do zero, ϕ também cresce).

A eq. (2.15) encontra-se representada em traço cheio na FIG. 2.9. Observa-se que:

- $\phi = 0 \rightarrow P = 0$
- $\phi \rightarrow \infty \rightarrow P = k/l$

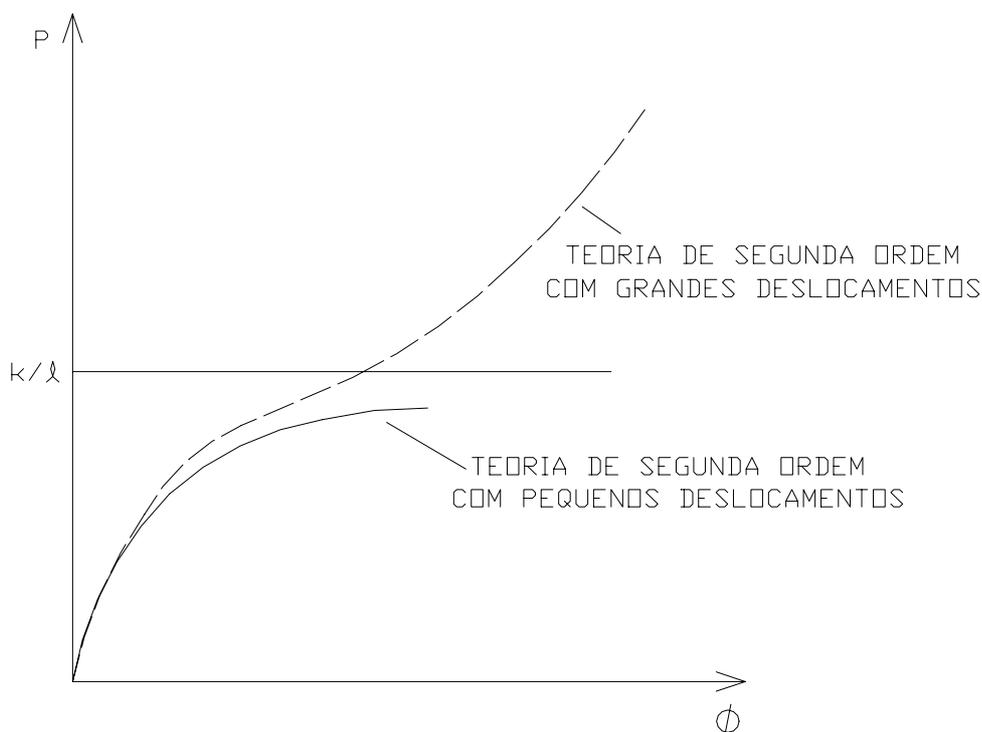


FIGURA 2.9 – Problemas de 2ª espécie em teorias de segunda ordem com pequenos e grandes deslocamentos.

Nota-se então que “para valores crescentes de P a barra encurva-se progressivamente e a carga tende assintoticamente para o mesmo valor P_{crit} do caso anterior” [FRANCO (1985a)]. Não há bifurcação do equilíbrio; para cada P , haverá sempre uma configuração de equilíbrio estável. É o que ocorre em barras esbeltas, de comportamento elástico linear, carregadas excentricamente.

Portanto, em um problema de 2ª espécie tratado em teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos, pode-se definir a carga crítica (última) como aquela que, para uma pequena variação da carga, acarreta variações extremamente grandes dos deslocamentos.

A curva pontilhada do diagrama da FIG. 2.9 representa a equação obtida quando se utiliza a teoria de segunda ordem com grandes deslocamentos, conforme FIG. 2.8 c):

$$P = \frac{k}{l} \cdot \frac{\phi}{\sin \phi + \frac{d}{l} \cos \phi} \quad (2.17)$$

Segundo ZAGOTTIS¹ *apud* CARMO (1995), a utilização da curva em traço cheio da FIG. 2.9, correspondente à teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos, constitui um procedimento adequado e conveniente, uma vez que, para $P < P_{\text{crit}}$, é possível se determinar os deslocamentos empregando equações mais simples.

2.4.3- Problemas de 3ª Espécie ou de Ponto Limite

Observe-se o mecanismo apresentado na FIG. 2.10 a). A estrutura possui uma mola elástica linear, de constante k , articulada em A e B e duas barras rígidas articuladas em C, onde será aplicada uma força vertical P .

Calcula-se a força na mola por:

$$F = k(x - x_0) = ak(2\sin\phi - 1) \quad (2.18)$$

Procedendo ao estudo do equilíbrio na posição deslocada, FIG. 2.10 b) e tratando o problema em teoria de segunda ordem com grandes deslocamentos, obtém-se:

$$P = 2ak(2\sin\phi - 1) \cdot \frac{\cos\phi}{\sin\phi} \quad (2.19) \quad \text{ou} \quad P = 2ak\left(2\cos\phi - \frac{1}{\tan\phi}\right) \quad (2.20)$$

¹ZAGOTTIS, D. (1980). *Introdução à teoria das estruturas: estabilidade e instabilidade do equilíbrio das estruturas*, Cap. 10. São Paulo, EPUSP.

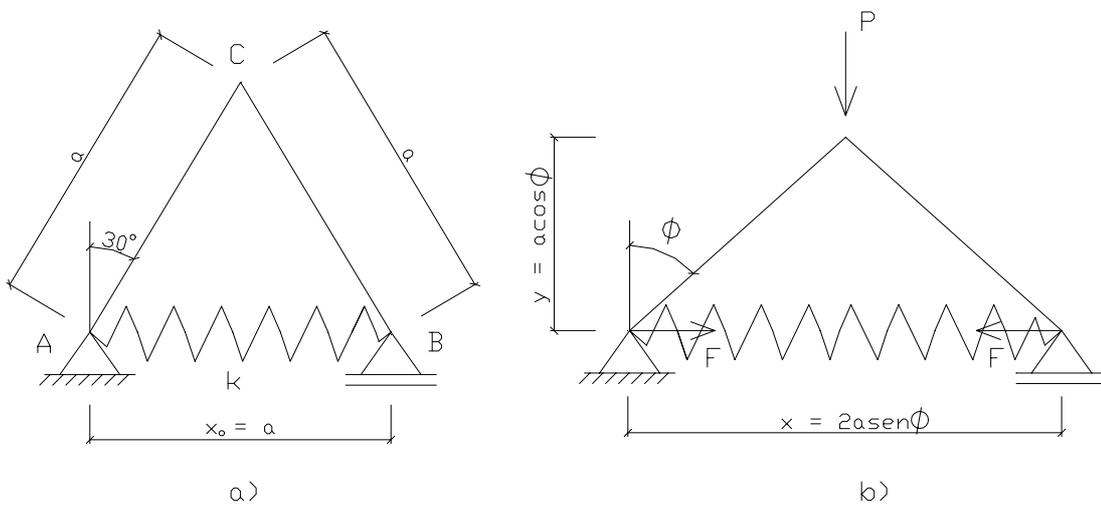


FIGURA 2.10 – Exemplo de problema de 3ª espécie -
Adaptada de RACHID e MORI (1989).

O gráfico de P em função de ϕ encontra-se representado na FIG. 2.11. Quando a carga P atinge o valor limite igual a $0,9ak$, tem-se o ponto limite ($\phi = 52,53^\circ$), no qual ocorre a mudança do estado de equilíbrio (de estável para instável). Portanto:

- para $\phi < 52,53^\circ \rightarrow$ equilíbrio estável;
- para $\phi = 52,53^\circ \rightarrow$ equilíbrio indiferente;
- para $\phi > 52,53^\circ \rightarrow$ equilíbrio instável.

Ainda observando o gráfico da FIG.2.11 verifica-se que o estado de instabilidade é atingido após ocorrerem deslocamentos consideráveis ($22,53^\circ$).

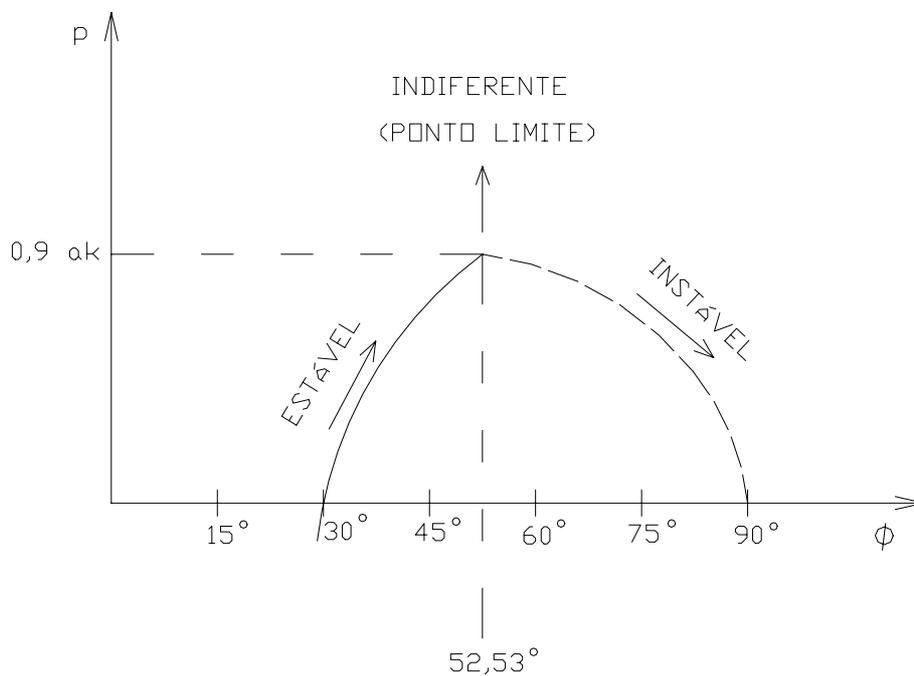


FIGURA 2.11 – Gráfico de $P \times \phi$ (problema de 3ª espécie, teoria de segunda ordem com grandes deslocamentos).

Logo pode-se afirmar que, nos problemas de 3ª espécie (ou problemas de ponto limite), após ocorrerem grandes deslocamentos o equilíbrio torna-se instável, não sendo a mudança do estado de equilíbrio acompanhada de uma bifurcação (não há a opção de diferentes caminhos de equilíbrio).

Segundo CARMO (1995), o problema de ponto limite ocorre em barras esbeltas, constituídas de material de comportamento não linear, carregadas excentricamente. Neste caso, o carregamento atinge um valor máximo P_{crit} , para o qual não é mais possível equilibrar o momento externo provocado pela carga e o momento interno da seção mais solicitada, o que leva à uma situação de instabilidade na flexão composta, sem bifurcação do equilíbrio.

2.5- Flambagem

Considere-se uma barra reta, constituída de material de comportamento elástico linear, engastada em uma extremidade e livre na outra, carregada por uma força axial de compressão P (FIG. 2.12). Se a força P for pequena, a barra permanecerá na posição reta, sofrendo apenas deformação axial. Neste estágio, a barra é dita estar em equilíbrio estável, o que significa que se uma pequena perturbação lateral é aplicada e um pequeno deslocamento produzido, este deslocamento desaparece quando a força é retirada e a barra retorna à sua forma reta. Quando a força P é aumentada, pode ser atingido um estado limite a partir do qual o equilíbrio da barra na posição reta deixa de ser estável. A forma reta passa a ser uma forma de equilíbrio instável e, nesta condição, uma pequena perturbação lateral produzirá um deslocamento excessivo, que não desaparece quando a perturbação é retirada. A carga correspondente a este limite entre os equilíbrios estável e instável da forma reta da barra é dita carga crítica (P_{crit}) ou carga de flambagem. Portanto, para cargas superiores à carga crítica, a configuração fletida passa a ser a forma estável de equilíbrio, FIG. 2.13 a).

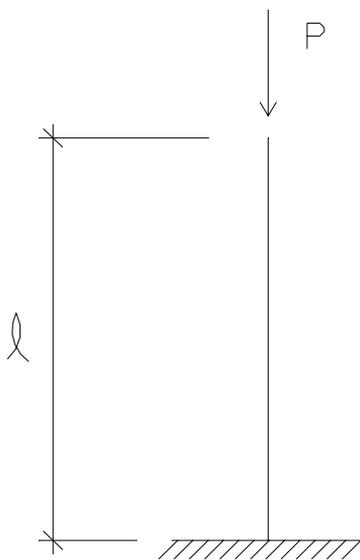


FIGURA 2.12 – Barra axialmente comprimida.

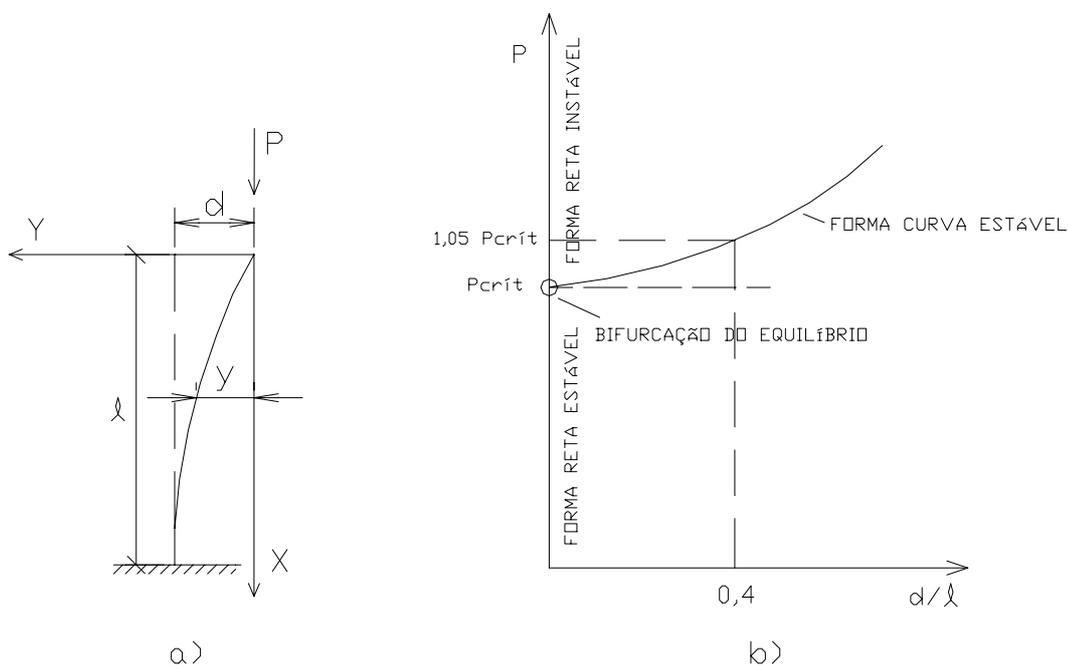


FIGURA 2.13 – Condição de equilíbrio para $P > P_{crit}$.

A carga crítica também define o ponto de bifurcação do equilíbrio no gráfico que relaciona a força P aplicada com o deslocamento transversal máximo d da barra, FIG. 2.13 b). Neste ponto, ocorre uma bifurcação em trajetórias de equilíbrio instável (forma reta) e estável (forma curva) da barra. O fenômeno de bifurcação do equilíbrio é também denominado por fenômeno de flambagem.

Ainda na FIG. 2.13 b), observa-se que cargas pouco superiores à carga crítica são capazes de produzir flechas consideráveis, o que mostra que, para alguns materiais, como o concreto, o estado limite de flambagem é um estado limite último.

2.5.1- Determinação da Carga Crítica

Para a determinação da carga crítica, é necessário empregar a expressão da curvatura da barra em termos do deslocamento:

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = -\frac{M}{EI} \quad (2.21)$$

onde EI é a rigidez correspondente ao plano de flexão e M é o momento fletor.

Se os deslocamentos são assumidos suficientemente pequenos, pode-se escrever:

$$\frac{1}{r} \cong \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (2.22)$$

De acordo com a FIG. 2.14 tem-se:

$$M = Py \quad (2.23)$$

Substituindo a eq.(2.23) na eq.(2.22) e reescrevendo, tem-se:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{Py}{EI} = 0 \quad , \quad \frac{P}{EI} = k^2$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = 0$$

$$y = A \operatorname{sen} kx + B \operatorname{cos} kx \quad (2.24)$$

onde A e B são constantes de integração.

Aplicando as condições de contorno:

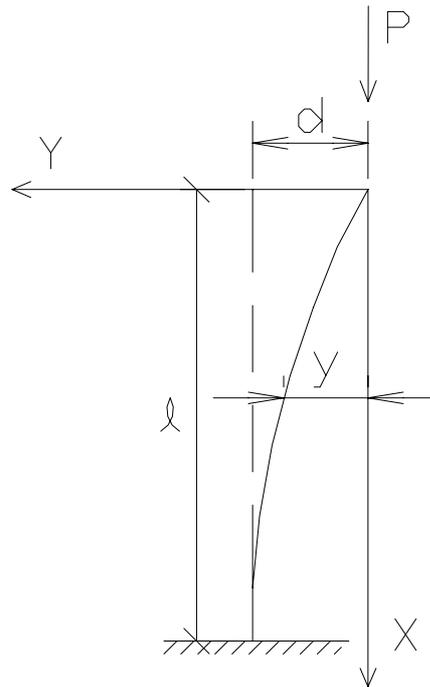


FIGURA 2.14 – Representação gráfica da deformação da barra utilizando a expressão simplificada da curvatura.

$$\begin{cases} y = 0 \text{ para } x = 0 \Rightarrow B = 0 \\ \frac{dy}{dx} = 0 \text{ para } x = l \Rightarrow Ak \cos kl = 0 \end{cases}$$

$$A \neq 0 \Rightarrow \cos kl = 0 \Rightarrow kl = (2n-1) \frac{\pi}{2}$$

$$k = (2n-1) \frac{\pi}{2l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.25)$$

Fazendo $n = 1$ na eq. (2.25), obtém-se a menor carga crítica:

$$\frac{P}{EI} = k^2 \Rightarrow P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} \quad (2.26)$$

Mostra-se que a expressão geral da eq. (2.26), conhecida como fórmula de Euler, pode ser escrita, para diferentes condições de contorno, como:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{\ell_e^2} \quad (\text{carga crítica de Euler}) \quad (2.27)$$

onde ℓ_e é o comprimento de flambagem, que depende das condições de extremidade da barra, conforme FIG. 2.15.

Escrevendo a eq. (2.27) como:

$$P_{crit} = \alpha_{crit}^2 \frac{EI}{\ell^2} \quad (2.28)$$

pode-se definir α_{crit} como sendo um coeficiente adimensional relacionado com a flambagem da barra. Os valores de α_{crit} para diferentes condições de extremidade também estão indicados na FIG. 2.15.

Dividindo a carga crítica pela área da seção transversal da barra, obtém-se a tensão crítica de compressão:

$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{\ell_e^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.29)$$

onde λ é o índice de esbeltez, definido por:

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i} \quad (2.30)$$

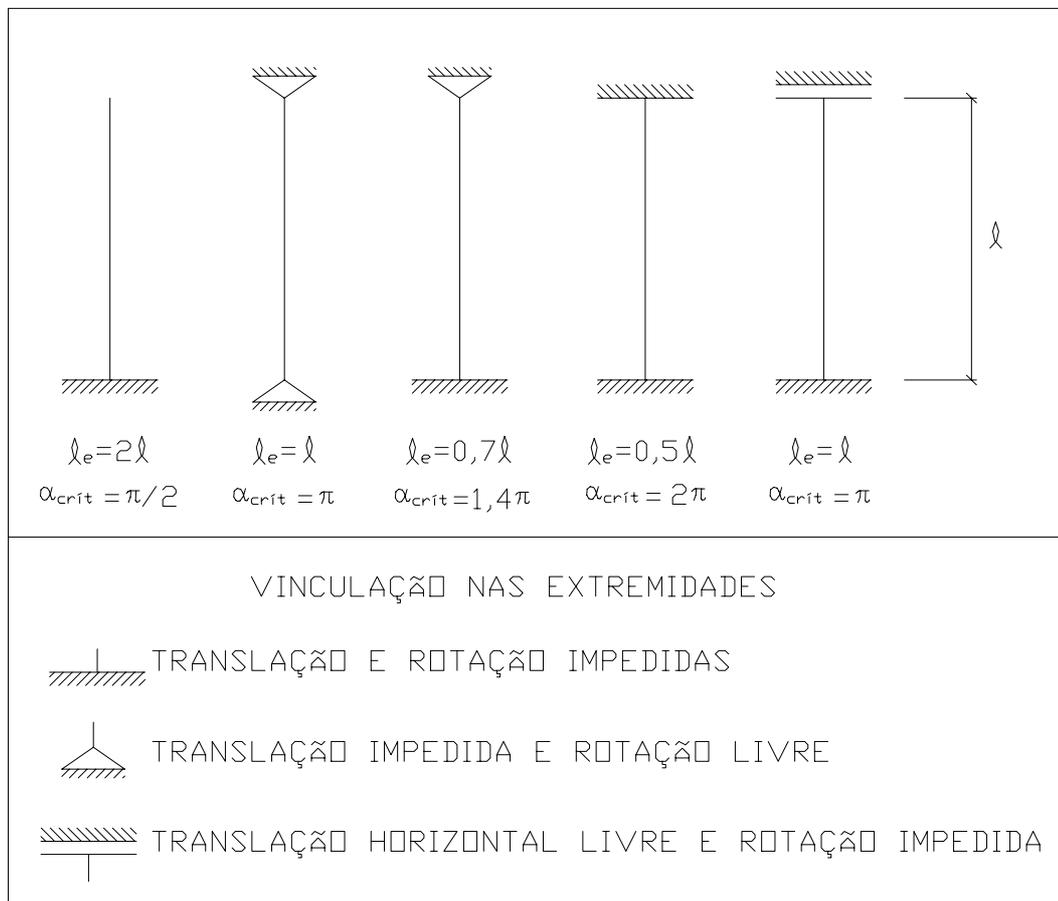


FIGURA 2.15 – Comprimentos de flambagem.

sendo i o raio de giração:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2.31)$$

É interessante se tentar prever as grandezas dos deslocamentos da barra quando $\sigma = \sigma_{crit}$. Substituindo a eq. (2.25) na eq. (2.24) e tomando $n = 1$ e $B = 0$, conforme as condições do problema, tem-se:

$$y = A \operatorname{sen} \frac{\pi}{2l} x \quad (2.32)$$

Em $x = l \rightarrow y = A$. Dessa forma, verifica-se que o deslocamento da barra quando $\sigma = \sigma_{crit}$ é indeterminado, o que já era esperado, já que trata-se de um problema de 1ª espécie estudado em teoria de segunda ordem com pequenos deslocamentos (utilizou-se a equação simplificada da curvatura). Em suma, a utilização da expressão aproximada da curvatura é suficiente para se determinar a carga crítica, mas não permite encontrar as flechas da configuração fletida. Apenas com o emprego de sua expressão “exata”, eq. (2.21), seria possível determinar os deslocamentos da barra na região pós-crítica.

Vale ressaltar que a eq. (2.29) é válida para tensões críticas inferiores ao limite de proporcionalidade, já que sua dedução foi feita admitindo-se um comportamento elástico linear do material. Isto significa que a fórmula de Euler fornece bons resultados para colunas longas (esbeltas), com índice de esbeltez $\lambda \geq \lambda_{lim}$ (sendo λ_{lim} o índice de esbeltez correspondente a uma tensão crítica igual ao limite de proporcionalidade, FIG. 2.16), ou seja, enquanto a barra permanece totalmente elástica.

Quando se trata de colunas curtas ou intermediárias, a hipótese de comportamento elástico não é mais válida e a flambagem ocorrerá num nível de tensão acima do limite de proporcionalidade. Neste caso, é necessário substituir o módulo de elasticidade E da eq. (2.27) pelo módulo tangente E_t , definido como a inclinação $d\sigma/d\varepsilon$ da curva tensão x deformação no ponto considerado. Esta é a chamada teoria do módulo tangente de Engesser para a flambagem. A curva de σ_{crit} em função de λ para tensões acima do limite de proporcionalidade está apresentada na FIG. 2.16.

Resta mencionar que a teoria do módulo tangente não foi considerada correta do ponto de vista da estabilidade clássica, uma vez que ela assume que, quando a carga crítica é atingida, o módulo tangente é constante através de todo o material. Na realidade, parte da seção transversal acha-se sujeita a um descarregamento, assumindo um módulo que corresponde ao valor elástico e linear E . Para levar em conta este fenômeno de descarregamento, foi apresentada a teoria do duplo módulo, na qual emprega-se um módulo reduzido E_r , que depende simultaneamente de E e E_t , assim como da geometria. Apesar

disto, como as cargas de flambagem obtidas com a utilização do módulo reduzido são superiores às previstas pela teoria do módulo tangente e os resultados de testes experimentais se aproximam mais das cargas desta última, a teoria do módulo tangente tem sido a mais utilizada.

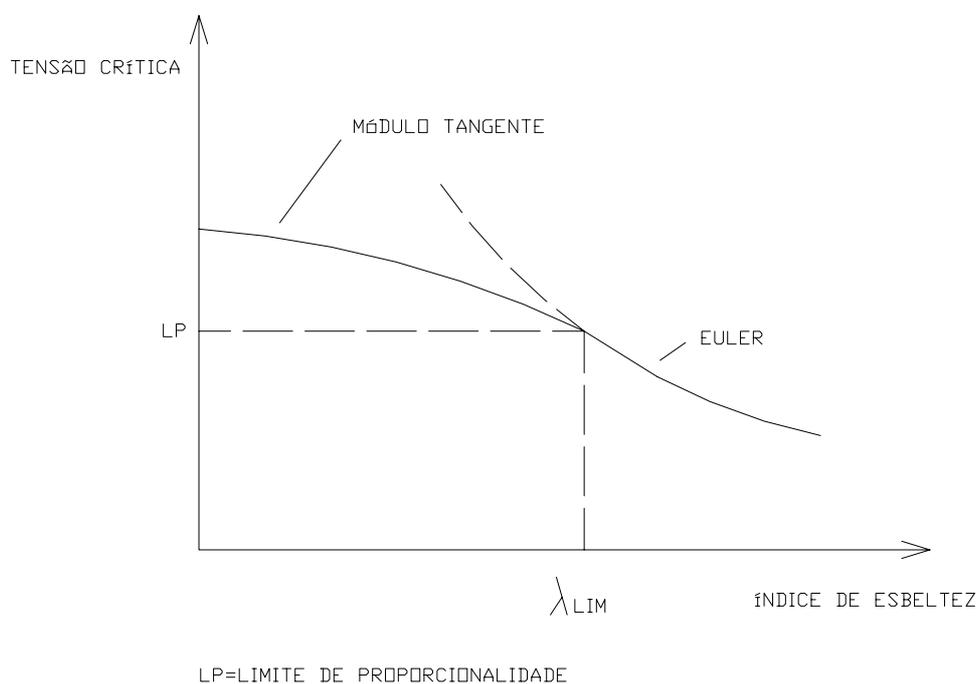


FIGURA 2.16 – Curva de flambagem.

2.5.2- Estabilidade na Configuração Fletida de Equilíbrio

A verificação da estabilidade na configuração fletida de equilíbrio, para barras retas axialmente comprimidas, é devidamente ilustrada por FUSCO (1981), onde admite-se que, após a flambagem, exista uma linha elástica senoidal, conforme a FIG. 2.17.

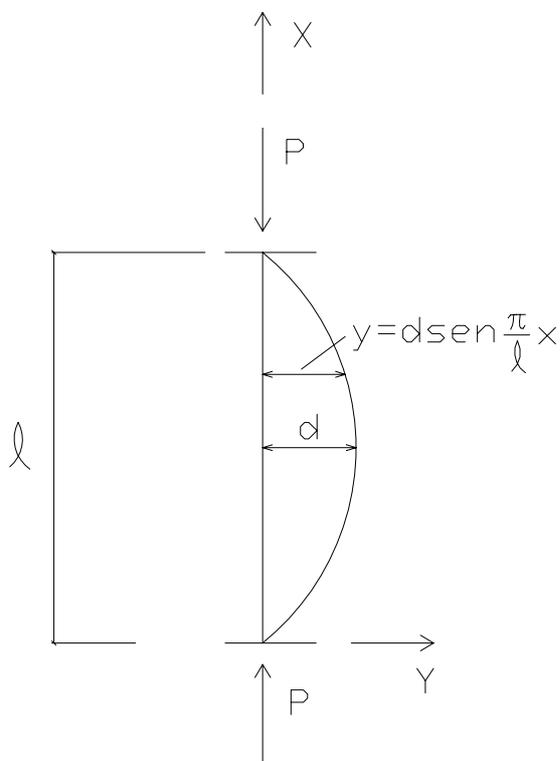


FIGURA 2.17 – Linha elástica senoidal.

Assim, tem-se:

$$y = d \text{sen} \frac{\pi}{l} x$$

Aplicando a expressão aproximada da curvatura, obtém-se:

$$\frac{1}{r} \cong \frac{d^2 y}{dx^2} = -d \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \text{sen} \frac{\pi}{l} x$$

ou

$$\frac{1}{r} \cong \frac{d^2 y}{dx^2} = - \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 y$$

Pode-se então estabelecer, para cada seção, a relação:

$$y = \frac{1}{r}k$$

Para a expressão “exata” da curvatura, resulta:

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{-d\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{\ell} x}{\left[1 + d^2\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cos^2 \frac{\pi}{\ell} x\right]^{\frac{3}{2}}}$$

donde

$$\frac{1}{r} = \frac{-\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 y}{\left[1 + \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 (d^2 - y^2)\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Após a ocorrência da flambagem, valores crescentes da força P acarretam maiores deformações da barra, aumentando os momentos fletores atuantes, dados por:

$$M_{ext} = Py$$

onde M_{ext} é o momento externo aplicado à barra.

M_{ext} será máximo quando $y = d$:

$$M_{ext,máx} = Pd$$

Para cada configuração da linha elástica há uma determinada distribuição de momentos fletores da barra. O momento atuante em cada seção é:

$$M_{int} = (1/r) EI$$

onde M_{int} é o momento interno resistido pela seção considerada.

M_{int} será máximo quando $x = l/2$ e, com a hipótese de elasticidade linear, será dado por:

$$M_{int,max} = (1/r)_{x=l/2} EI$$

A barra estará em equilíbrio estável sempre que for satisfeita a seguinte condição:

$$M_{ext} = M_{int}$$

Ou seja, para que o equilíbrio ocorra, as funções M_{ext} e M_{int} devem se cruzar, sem que antes aconteça a ruptura do material.

a) Regime Elástico – Curvatura Aproximada

Como as funções M_{ext} e M_{int} devem se cruzar, torna-se impossível justificar a estabilidade da forma fletida de equilíbrio utilizando a equação simplificada da curvatura, conforme mostra a FIG. 2.18.

b) Regime Elástico – Curvatura “Exata”

Utilizando-se a expressão “exata” da curvatura, y pode ser calculado através da equação:

$$\frac{I}{r} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{-\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 y}{\left[1 + \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 (d^2 - y^2)\right]^{3/2}}$$

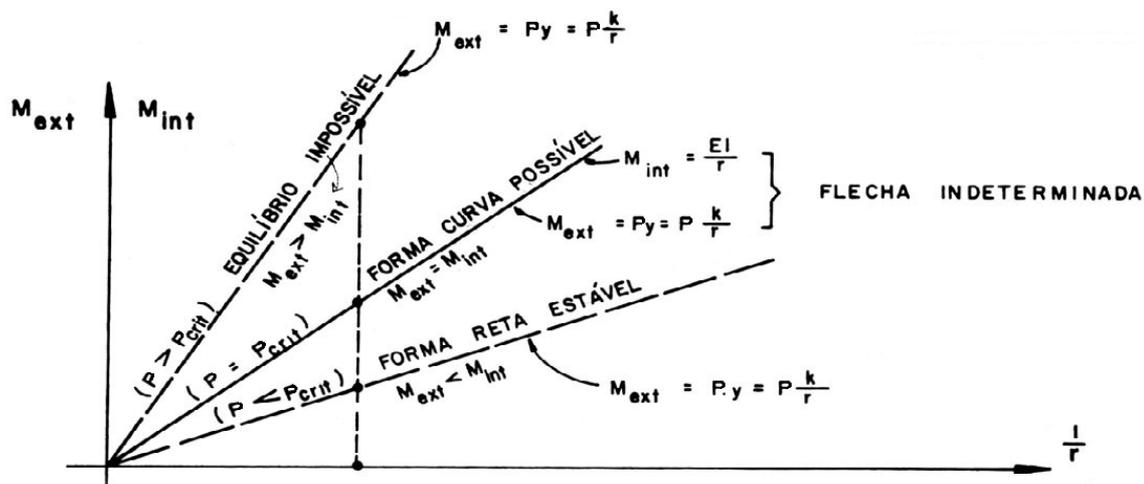


FIGURA 2.18 – Estabilidade das formas de equilíbrio (regime elástico, curvatura aproximada) - Adaptada de FUSCO (1981).

Pode-se observar na FIG. 2.19 que, como a função M_{int} é retilínea, ela sempre interceptará a curva de M_{ext} para valores de $P > P_{crit}$, o que garante a estabilidade do equilíbrio. Ressalte-se que este equilíbrio só existirá se antes não ocorrer a ruptura do material.

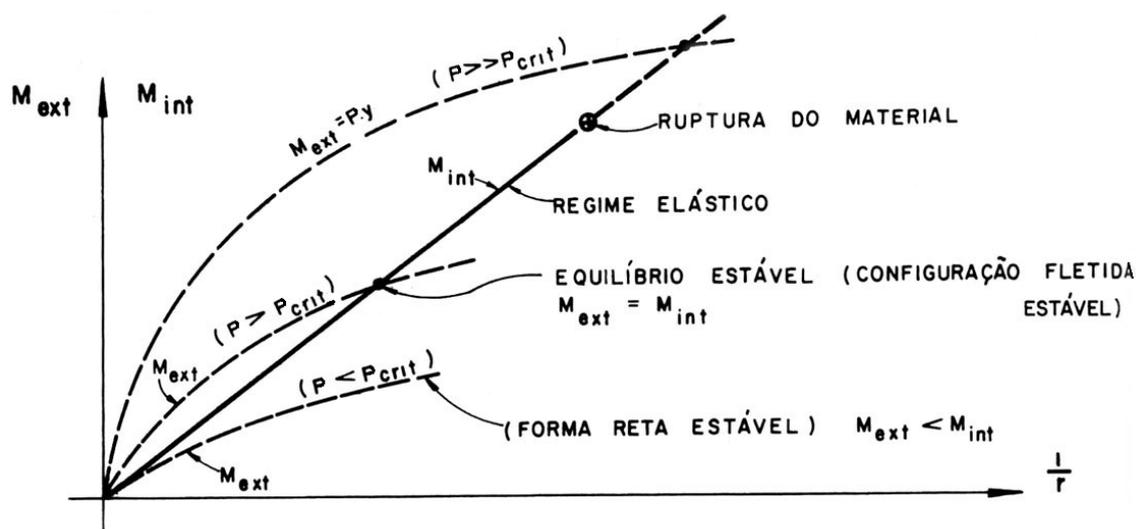


FIGURA 2.19 – Estabilidade das formas de equilíbrio (regime elástico, curvatura “exata”) - Adaptada de FUSCO (1981).

c) Regime Anelástico

No regime anelástico, a função M_{int} deixa de ser retilínea, podendo ser convergente com a curva de M_{ext} ou divergente desta (FIG. 2.20).

Se as curvas de M_{int} e M_{ext} forem convergentes, o equilíbrio estável da configuração fletida será possível, desde que antes não aconteça a ruptura do material.

Por outro lado, se M_{int} e M_{ext} forem divergentes, não haverá equilíbrio estável para $P > P_{crit}$, uma vez que as curvas não se cruzarão.

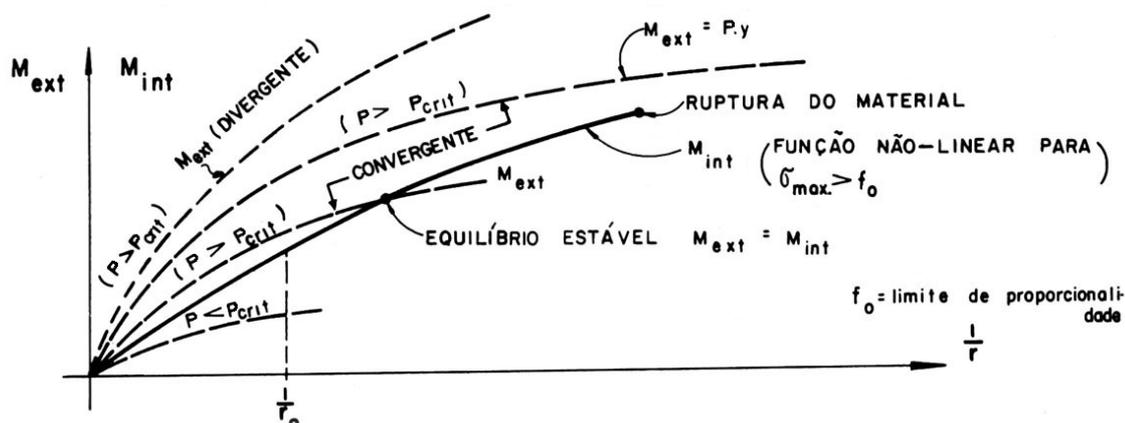


FIGURA 2.20 – Estabilidade das formas de equilíbrio (regime anelástico) -
Adaptada de FUSCO (1981).

2.6- Problemas de Estabilidade nas Estruturas de Concreto Armado

Os conceitos de estabilidade apresentados nas seções anteriores, embora abordados em estruturas simples de barra, são gerais para qualquer estrutura.

Segundo CARMO (1995), “pode-se dizer que, no caso das estruturas reticuladas usuais de edifícios, o tipo de instabilidade que interessa analisar é a Divergente Estática que se

manifesta pelo aparecimento de pontos limites ou de bifurcação do equilíbrio. Divergente, pois a estrutura busca novos estados equilibrados, afastando-se de sua posição inicial. Estática, pois pode ser estudada por processos estáticos de análise, sendo típica de sistemas estruturais sujeitos a forças conservativas, quase sempre de origem gravitacional”.

As excentricidades são praticamente inevitáveis, podendo surgir por imperfeições construtivas ou por deslocamentos devidos a ações laterais, como, por exemplo, a ação do vento. Portanto, a simulação do comportamento real de uma estrutura deve levar em conta a existência dessas excentricidades, e considerar os efeitos das não-linearidades física e geométrica. Quando estes efeitos são considerados, é realizada uma análise de segunda ordem. No próximo capítulo são apresentados processos que indicam a necessidade ou não de se realizar este tipo de análise, e, em caso afirmativo, como ela pode ser feita.

3

INSTABILIDADE E EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

3.1- Introdução

Atualmente tem se tornado comum a construção de estruturas mais econômicas e esbeltas, e edifícios mais elevados e arrojados.

Quanto mais alto e esbelto o edifício, maiores são as solicitações presentes, principalmente as decorrentes das ações laterais. Nestes casos, a análise da estabilidade e a avaliação dos efeitos de segunda ordem passam a assumir fundamental importância no projeto estrutural.

Neste capítulo, são estudados os procedimentos relativos à verificação da estabilidade global segundo a nova NBR 6118 (2000/2001), bem como a consideração dos efeitos de segunda ordem e os parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto. Ao

mesmo tempo, busca-se auxiliar na compreensão das recomendações e prescrições da norma.

3.2- Efeitos de Segunda Ordem

Os efeitos de segunda ordem surgem quando o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração deformada, ou seja, quando os deslocamentos são levados em conta na análise. Dessa forma, as forças existentes interagem com os deslocamentos, produzindo esforços adicionais.

Distinguem-se os seguintes efeitos de segunda ordem:

- Efeitos globais: esforços de segunda ordem introduzidos pelos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, quando sujeita a cargas verticais e horizontais.
- Efeitos locais: surgem nas barras da estrutura, principalmente nos pilares, quando seus eixos deixam de ser retilíneos, uma vez que suas extremidades percorrem deslocamentos diferenciados.
- Efeitos localizados: “em pilares parede (simples ou compostos) pode-se ter uma região que apresenta não retilinidade maior do que a do eixo do pilar como um todo. Nessas regiões surgem efeitos de 2ª ordem maiores, chamados de efeito de 2ª ordem localizados (ver FIG. 3.1). O efeito de 2ª ordem localizado além de aumentar nesta região a flexão longitudinal, aumenta também a flexão transversal, havendo a necessidade de aumentar os estribos nestas regiões” [NBR 6118 (2001)].

3.3- Estruturas de Nós Fixos e Estruturas de Nós Móveis

Sabe-se que todas as estruturas são deslocáveis. Entretanto, em algumas estruturas, mais rígidas, os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, conseqüentemente, os efeitos globais de segunda ordem têm pequena influência nos esforços totais, podendo então ser desprezados. Estas estruturas são denominadas estruturas de nós fixos. Nestes casos, as

barras podem ser calculadas isoladamente, com suas extremidades vinculadas, onde são aplicados os esforços obtidos pela análise de primeira ordem.

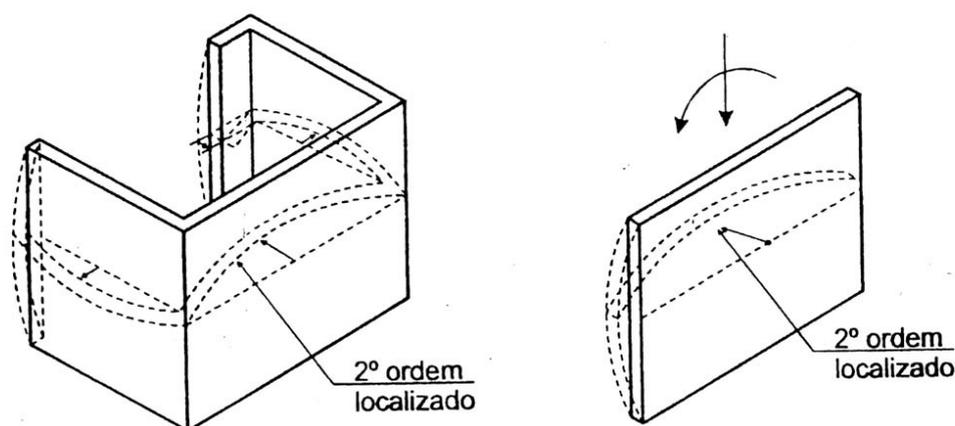


FIGURA 3.1 – Efeitos de segunda ordem localizados [NBR 6118 (2001)].

Por outro lado há estruturas mais flexíveis, cujos deslocamentos horizontais são significativos e, portanto, os efeitos globais de segunda ordem representam uma parcela importante dos esforços finais, não podendo ser desprezados. É o caso das estruturas de nós móveis, nas quais a análise deve considerar os efeitos das não-linearidades física e geométrica, comentadas no item 3.4.

A NBR 6118 (2001) classifica uma estrutura como de nós fixos se seus efeitos globais de segunda ordem forem inferiores a 10% dos esforços de primeira ordem. Caso contrário (efeitos globais de segunda ordem superiores a 10% dos de primeira ordem), a estrutura é classificada como de nós móveis.

Vale ressaltar que a desconsideração dos efeitos globais de segunda ordem não implica na desconsideração dos efeitos locais e localizados, já que a estabilidade global não garante a estabilidade local, e vice-versa. Sendo assim, tanto nas estruturas de nós fixos quanto nas

estruturas de nós móveis, é obrigatório levar em conta os efeitos locais e localizados de segunda ordem.

Neste trabalho estudam-se apenas os efeitos globais de segunda ordem, portanto eles serão denominados simplesmente de efeitos de segunda ordem.

3.4- Consideração das Não-Linearidades

A teoria mais simples e utilizada por grande parte dos projetistas é a linear, que admite relações lineares entre tensões e deformações (linearidade física) e entre deformações e deslocamentos (linearidade geométrica). A análise linear constitui hipótese razoável desde que se tenham baixos níveis de tensões e pequenos deslocamentos.

3.4.1- Não-Linearidade Física (NLF)

A linearidade física exprime a aplicabilidade da Lei de Hooke, estando portanto relacionada ao comportamento do material. No caso do concreto, a formação e abertura de fissuras acarretam a perda de proporcionalidade entre tensão e deformação antes mesmo do limite de proporcionalidade ser atingido.

O comportamento não linear físico dos materiais afeta a rigidez das seções transversais, e esta alteração não pode ser desprezada em uma análise de segunda ordem, uma vez que os deslocamentos laterais da estrutura estão intimamente relacionados com a rigidez dos membros constituintes.

A não-linearidade física pode ser levada em conta através do diagrama momento-curvatura para cada seção, construído a partir da armadura suposta conhecida e do valor da força normal atuante. Utiliza-se esse diagrama para calcular a rigidez EI da barra correspondente a um determinado nível de momento fletor, através da reta secante à curva, conforme mostra a FIG. 3.2.

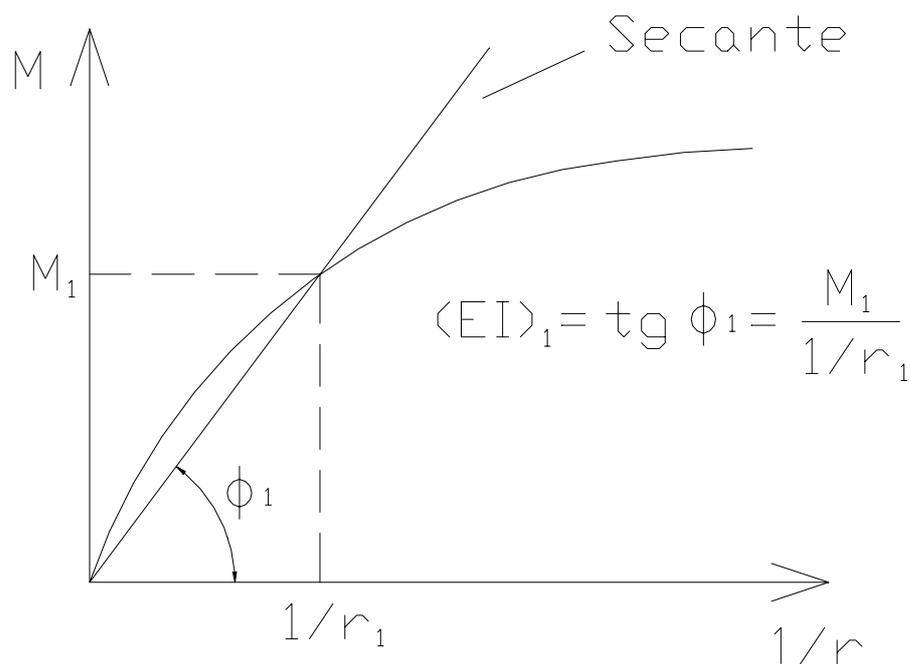


FIGURA 3.2 – Diagrama momento-curvatura.

No entanto, esse processo é trabalhoso e dificilmente aplicável em estruturas de concreto armado de grande porte. Desta forma, tem-se realizado vários estudos que busquem considerar a NLF de forma simplificada, através da redução da rigidez dos elementos estruturais.

Segundo MACGREGOR (1993), os valores de EI para uma análise em segunda ordem de uma estrutura deveriam representar a rigidez dos membros imediatamente antes da ruptura. Neste estágio, partes das vigas, lajes e paredes já estarão fissuradas. No entanto, seria muito conservativo utilizar, para o cálculo de EI , o momento de inércia da seção fissurada, uma vez que nem todas as seções apresentarão este comportamento.

KORDINA¹ e HAGE² *apud* MACGREGOR e HAGE (1977) estudaram a variação de rigidez para vários tipos de membros de pórticos, sujeitos a momentos devidos a carregamentos gravitacionais, laterais e ambos combinados. Baseados nestes estudos, MACGREGOR e HAGE (1977) concluíram que uma boa estimativa da rigidez dos

elementos seria adotar 0,4 EI para as vigas e 0,8 EI para os pilares, sendo EI a rigidez da seção bruta de concreto.

FURLONG³ *apud* MACGREGOR (1993) propôs que a rigidez de vigas T seja tomada igual à rigidez total da alma, porém não inferior a 0,5 EI, onde I é o momento de inércia da seção T. Quanto aos pilares, ele sugeriu o valor de 0,6 EI para os localizados nos níveis inferiores e 0,3 EI para os pilares dos níveis superiores.

DIXON⁴ *apud* MACGREGOR (1993), após recalcular treze pórticos que haviam sido testados experimentalmente, concluiu que, adotando-se para a rigidez das vigas o valor de 0,5 EI, a rigidez das colunas que forneceu a melhor estimativa dos deslocamentos laterais medidos também foi igual a 0,5 EI.

MCDONALD⁵ *apud* MACGREGOR (1993), baseado nos resultados de seus estudos, propôs valores de rigidez para vigas T, lajes armadas em uma só direção e pilares iguais a 0,42 EI, 0,20 EI e 0,70 EI, respectivamente.

PINTO *et. al.* (1998) observou que a redução de rigidez das vigas é variável com as condições de vinculação. Para vigas biapoiadas, foram obtidos valores de 0,4 EI a 0,6EI; no caso de vigas biengastadas, houve uma variação de 0,6 EI a 0,64 EI. Entretanto, como as

¹KORDINA, K. (1972). *Discussion n.3 – Cracking and crack control*, Proceedings. International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, v.III, pp. 721-722.

²HAGE, S. E. (1974). *The second-order analysis of reinforced concrete frames*. Thesis (Master of Science). University of Alberta, Canada, Edmonton.

³FURLONG, Richard W. (1980). *Frames with slender columns – Lateral load analysis*. CRSI Professional Members Structural Bulletin n.6, Mar, 10pp.

⁴DIXON, D. G. (1985). *Second-order analysis of reinforced concrete sway frames*. M.A.Sc. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Waterloo, Ontario, 230pp.

⁵MCDONALD, Brian E. (1986). *Second-order effects in reinforced concrete frames*, M.A.Sc. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Waterloo, Ontario, 257pp.

vinculações consideradas são condições extremas, deve-se esperar que as vigas usuais apresentem reduções intermediárias entre os valores obtidos.

PINTO *et. al.* (1998) ainda constatou que as vigas com armadura dupla apresentam uma redução de rigidez menor que as vigas com armadura simples. Este fato é previsível, já que a maior taxa de armadura neste caso contribui para o acréscimo da rigidez da seção transversal.

Nos estudos da redução de rigidez de pilares, PINTO *et. al.* (1998) obteve valores diferenciados, de acordo com a solicitação predominante (momento fletor ou força normal). Os momentos fletores produzem um maior grau de fissuração, resultando em uma maior perda de rigidez da peça.

a) Consideração Simplificada da NLF Segundo a NBR 6118 (2001)

A NBR 6118 (2001) adota, para a consideração aproximada da NLF, os seguintes valores de rigidez dos elementos estruturais:

- lajes: $(EI)_{sec} = 0,3 E_{ci}I_c$;
- vigas: $(EI)_{sec} = 0,4 E_{ci}I_c$ para $A'_s \neq A_s$;
 $(EI)_{sec} = 0,5 E_{ci}I_c$ para $A'_s = A_s$;
- pilares: $(EI)_{sec} = 0,8 E_{ci}I_c$;

sendo:

I_c – momento de inércia da seção bruta de concreto;

A'_s – área da armadura de compressão;

A_s – área da armadura de tração;

E_{ci} – módulo de elasticidade inicial do concreto, dado por:

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}} \quad (\text{MPa}) \quad (3.1)$$

f_{ck} – resistência característica do concreto à compressão, em MPa.

A norma ainda permite, quando a estrutura de contraventamento for composta apenas por vigas e pilares e γ_z (comentado no item 3.5.2) for menor que 1,3, adotar-se $(EI)_{\text{sec}} = 0,7 E_{ci}I_c$ para ambos os elementos.

Vale comentar que, de acordo com os resultados de PINTO *et. al.* (1998), as reduções de rigidez iguais a 0,4 EI e 0,5 EI para as vigas e 0,8 EI para os pilares se mostram seguras, inclusive o valor de 0,4 EI para as vigas nas quais $A'_s \neq A_s$, que é a situação mais comum, esteja até um pouco baixo. Além disso, parece mais racional adotar diferentes reduções de rigidez para vigas e pilares, uma vez que o estado de fissuração destes elementos não é o mesmo, devido às solicitações a que eles são submetidos.

A adoção do valor único de 0,7 EI para as vigas e pilares provavelmente foi feita buscando facilitar a análise da estrutura. Porém, segundo LIMA (2001), este procedimento deve ser utilizado com cautela, principalmente quando a contribuição das vigas na rigidez global for significativa.

3.4.2- Não-Linearidade Geométrica (NLG)

Associada com a grandeza dos deslocamentos e deformações da estrutura, a não-linearidade geométrica deve ser levada em conta sempre que ocorram alterações significativas na geometria. A interação das forças verticais com os deslocamentos horizontais torna a estrutura cada vez mais distante de sua posição indeformada e uma nova posição de equilíbrio, se existir, é alcançada.

Segundo CORRÊA (1991), a evolução crescente do carregamento conduz a uma mudança de geometria que pode levar à instabilidade do equilíbrio, por aparecimento de ponto de bifurcação ou ponto limite.

A consideração da NLG demanda análises simplificadas, como o emprego do processo P- Δ , ou mais refinadas, como aquelas que levam em conta algum grau de modificação na matriz de rigidez da estrutura.

a) Processo P- Δ

É um método de aplicação relativamente fácil, que realiza a análise através de sucessivas iterações, conforme descrito a seguir:

- 1- Aplica-se o carregamento à estrutura e, a partir de uma análise de primeira ordem, determinam-se os deslocamentos horizontais dos pavimentos.
- 2- Calculam-se as chamadas forças horizontais fictícias em cada pavimento, dadas por:

$$H_i = \frac{\sum P_i \cdot \Delta_i}{h_i} - \frac{\sum P_{i+1} \cdot \Delta_{i+1}}{h_{i+1}}$$

onde:

- $\sum P_i$ e $\sum P_{i+1}$ são os somatórios das forças verticais nos pavimentos i e i+1, respectivamente;
- h_i e h_{i+1} são os pés direitos dos pavimentos i e i+1, respectivamente;
- Δ_i é o deslocamento horizontal relativo do pavimento i em relação ao pavimento i-1 e Δ_{i+1} é o deslocamento horizontal relativo do pavimento i+1 em relação ao pavimento i (FIG. 3.3).

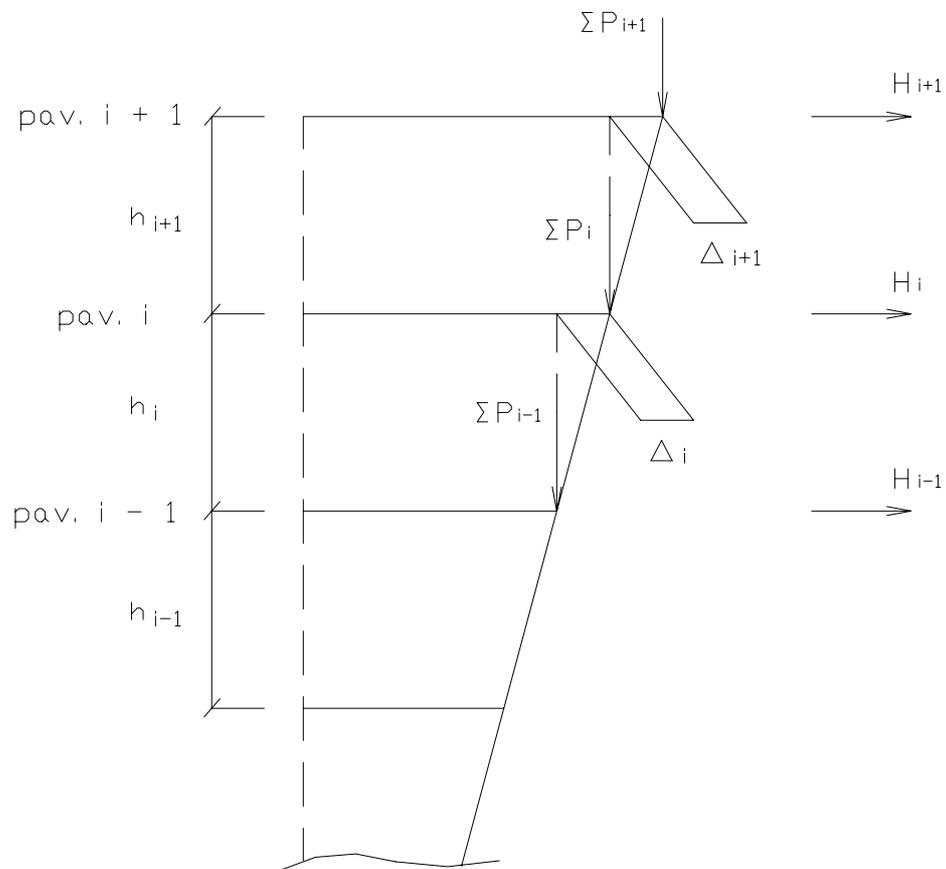


FIGURA 3.3 – Forças horizontais fictícias.

A ação das forças horizontais fictícias produz o mesmo efeito dos momentos gerados pela interação das forças verticais com os deslocamentos horizontais.

3- Aplica-se à estrutura o carregamento inicial + as forças horizontais fictícias.

4- Repetem-se os passos 1,2 e 3 até a convergência dos deslocamentos. Quando isso acontecer, tem-se a posição de equilíbrio. Segundo LAVALL e SILVA (1989), “se após cinco ciclos de iteração os resultados não convergirem, pode ser que a estrutura seja excessivamente flexível”.

3.5- Processos para a Classificação das Estruturas

Como foi exposto na seção 3.3, uma estrutura pode ser classificada como de nós fixos se seus efeitos de segunda ordem forem inferiores a 10% dos de primeira ordem, ou seja, para os momentos fletores, pode-se escrever:

$$M_{2d} \leq 1,1 M_{1d}$$

onde:

- M_{2d} é o momento de cálculo total, que inclui os efeitos de segunda ordem;
- M_{1d} é o momento de cálculo de primeira ordem.

No entanto, não é esta a verificação que é feita na prática. Isto porque seria necessário realizar uma análise de segunda ordem, que muitas vezes só é desejável para estruturas de nós móveis.

Dessa forma, é extremamente útil que se encontrem processos que permitam, apenas com os resultados da análise de primeira ordem, classificar as estruturas. Assim, o projetista estará apto a escolher, no caso de uma estrutura de nós móveis, entre enrijecê-la e torná-la de nós fixos ou realmente realizar a análise de segunda ordem.

Diferentes parâmetros já foram propostos, alguns determinados a partir de cargas críticas, outros em função da rigidez dos pavimentos. Entre eles, merecem destaque os denominados parâmetro de instabilidade α e coeficiente γ_z .

3.5.1- Parâmetro de Instabilidade α

Inicialmente proposto por BECK e KÖNIG⁶ *apud* VASCONCELOS (1998), o parâmetro de instabilidade α constitui uma medida da deslocabilidade horizontal da estrutura,

avaliando sua sensibilidade aos efeitos de segunda ordem. Acima de um determinado limite de α , a estrutura é classificada como de nós móveis, tornando necessária a consideração dos esforços adicionais que surgem na configuração deformada.

A formulação relacionada a esse parâmetro baseia-se na analogia entre o comportamento do edifício e o de um pilar engastado na base e livre no topo, de seção constante e material elástico linear, submetido a uma carga axial uniformemente distribuída ao longo de sua altura (FIG. 3.4). A rigidez deste pilar seria equivalente à soma das rigidezes dos pilares de contraventamento da estrutura.

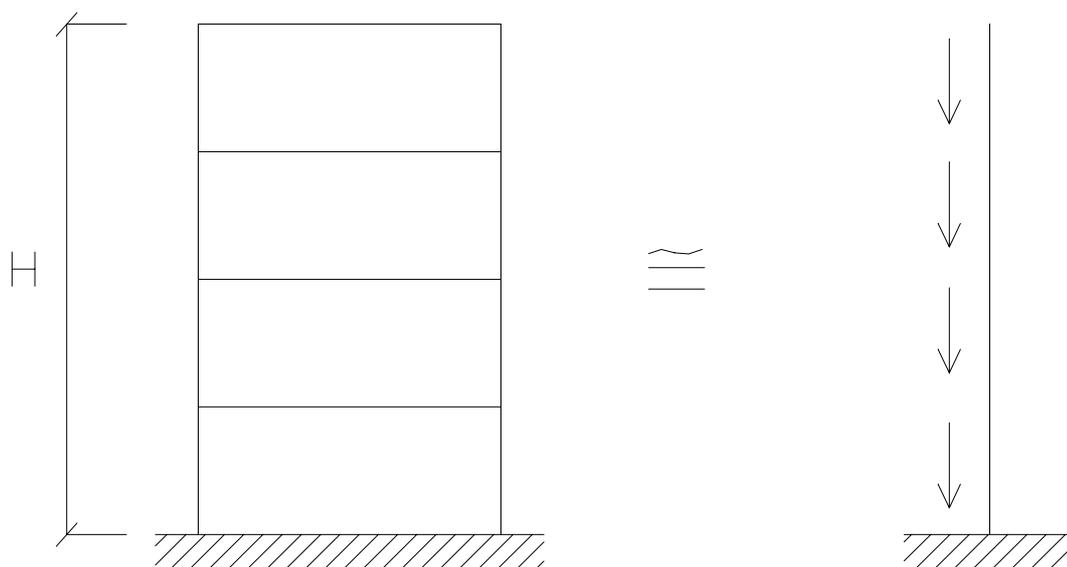


FIGURA 3.4 – Analogia entre o edifício e o pilar em balanço.

Resolvendo a equação diferencial que permite a obtenção da carga crítica, Beck e König chegaram a um coeficiente α , relacionado com a perda da estabilidade global do edifício, com praticamente o mesmo significado do coeficiente adimensional da eq. (2.28), sendo

⁶BECK, H.; KÖNIG, G. (1966). *Restraining forces (Festhaltekräfte) in the analysis of tall buildings*. In: Symposium on tall buildings, Oxford. Proceedings, p.513-536.

definido por:

$$\alpha = H \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (3.2)$$

onde:

- H é a altura total do edifício;
- P é o somatório das cargas verticais atuantes;
- EI é o módulo de rigidez da estrutura.

De acordo com a teoria desenvolvida pelos autores, para que os efeitos de segunda ordem fossem inferiores a 10% dos de primeira, ou seja, para que a estrutura pudesse ser classificada como de nós fixos, era necessário que $\alpha < 0,6$.

Entretanto, isso só era válido se o número de pavimentos n fosse superior a três. Para $n = 1$, 2 e 3 os limites de α seriam iguais a 0,3, 0,4 e 0,5 respectivamente.

VASCONCELOS (1985), através de seus estudos, recomenda a adoção de valores de α_{lim} ligeiramente maiores do que os citados anteriormente: 0,5, 0,55 e 0,75, para pórticos de um, dois e três pavimentos, respectivamente.

Segundo FRANCO (1985b), como os deslocamentos horizontais, e conseqüentemente, os efeitos de segunda ordem, dependem da forma da linha elástica do edifício, deve-se adotar valores limites de α diferentes para os diversos tipos de contraventamento.

Com base neste argumento, FRANCO (1985b) introduziu o conceito de parâmetro de forma da linha elástica (ψ), definido por:

$$\psi = \frac{\delta_{1d}}{a_d} = \frac{\delta_{1k}}{a_k} \quad (3.3)$$

sendo δ_1 o deslocamento horizontal de primeira ordem do ponto de aplicação da resultante das cargas verticais e a o deslocamento horizontal do topo da estrutura.

Para a determinação dos valores limites de α , resultou:

$$\alpha_{lim} = \sqrt{\frac{2}{11\psi}} \quad (3.4)$$

FRANCO (1985b) calculou os parâmetros de forma ψ e os limites de α para estruturas de contraventamento predominantemente formado por pilares parede, por pórticos ou por sistemas mistos (FIG. 3.5). Considerando as deformadas dos três tipos de contraventamento como sendo, respectivamente, parábolas do 4º, 2º, e 3º graus, os valores encontrados foram:

- contraventamento em pilares parede: $\psi = 0,40 \rightarrow \alpha_{lim} = 0,7$;
- contraventamento em pórticos: $\psi = 0,67 \rightarrow \alpha_{lim} = 0,5$;
- contraventamento misto: $\psi = 0,50 \rightarrow \alpha_{lim} = 0,6$.

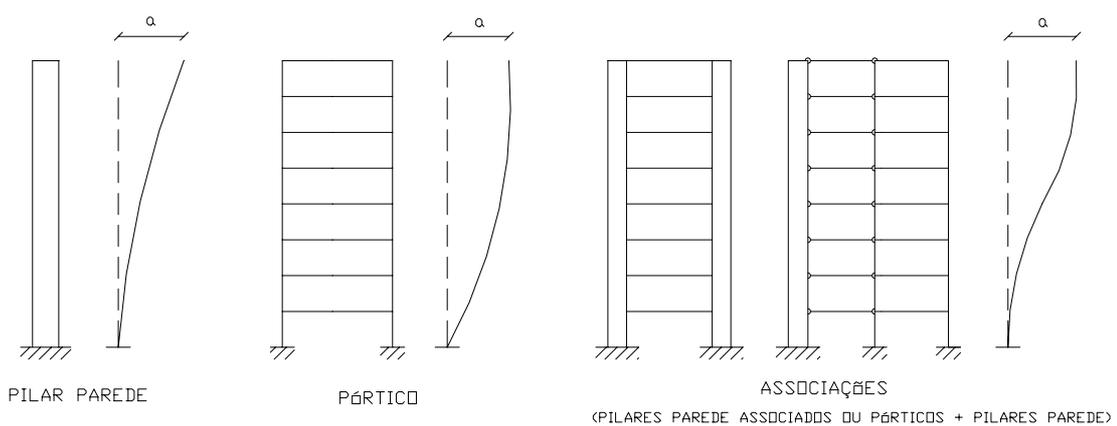


FIGURA 3.5 – Tipos de contraventamento e suas respectivas deformadas.

a) Módulo de Rigidez da Estrutura

Segundo VASCONCELOS (1985), o módulo de rigidez EI pode ser calculado através da soma das rigidezes dos pilares isolados apenas no caso de estruturas pré-moldadas, de alvenaria portante ou estruturas com núcleos bastante rígidos. Nas estruturas reticuladas de edifícios, existe a solidarização das vigas com os pilares, acarretando um acréscimo considerável na rigidez. Se este acréscimo não for considerado, o valor de α encontrado será muito conservador.

Uma forma de se evitar a adoção errônea do valor EI é tomando-o como a rigidez equivalente de um pilar em balanço, que sofra o mesmo deslocamento no topo que a estrutura em estudo, sob a ação das mesmas forças.

Por exemplo, para um edifício de altura H , submetido à uma força uniformemente distribuída p ao longo da altura, e que apresenta um deslocamento horizontal a no topo, o módulo de rigidez equivalente $(EI)_{eq}$ seria o módulo de rigidez de um pilar em balanço, de comprimento H , submetido à força p , e com deslocamento no topo também igual a a (FIG. 3.6), ou seja:

$$(EI)_{eq} = \frac{pH^4}{8a} \quad (3.5)$$

A eq. (3.2) fica então definida como:

$$\alpha = H \sqrt{\frac{P}{(EI)_{eq}}} \quad (3.6)$$

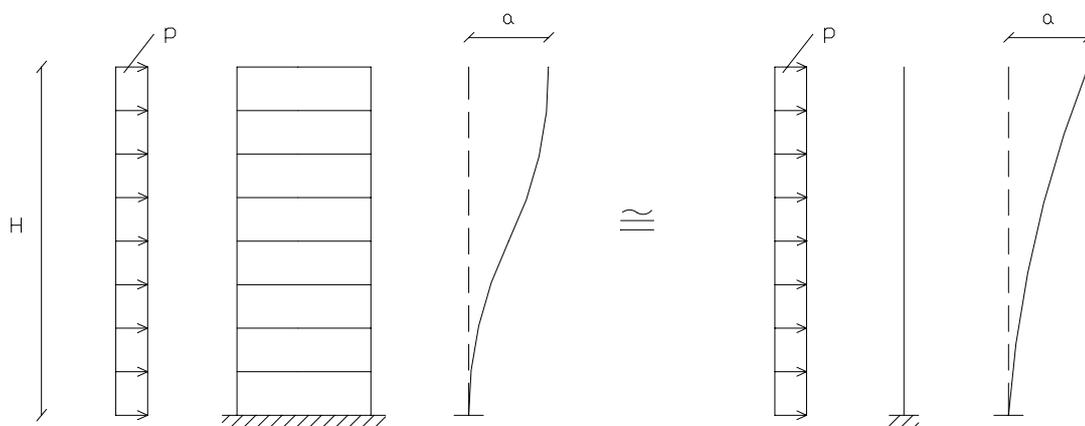


FIGURA 3.6 – Módulo de rigidez equivalente.

b) O Parâmetro de Instabilidade α Segundo a NBR 6118 (2001)

A NBR 6118 (2001) restringe a utilização do parâmetro de instabilidade α a estruturas simétricas. Estas estruturas poderão ser classificadas como de nós fixos se $\alpha < \alpha_1$, onde:

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} I_c}} \quad (3.7)$$

$\alpha_1 = 0,2 + 0,1 n$ se $n \leq 3$;

$\alpha_1 = 0,6$ se $n \geq 4$;

n - número de pavimentos;

H_{tot} - altura total da estrutura;

N_k - somatório das cargas verticais atuantes, com seu valor característico;

$E_{cs} I_c$ - somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada, podendo-se adotar para E_{cs} o valor do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) da eq. (3.1).

Quando se tratar de estruturas de pórticos, treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez

variável ao longo da altura, permite-se utilizar o módulo de rigidez equivalente da estrutura, determinado da seguinte forma:

- incide-se o carregamento horizontal sobre a estrutura e calcula-se o deslocamento no topo;
- determina-se a rigidez de um pilar equivalente em balanço, de seção constante e mesma altura H_{tot} , que sofra o mesmo deslocamento no topo sob a ação do mesmo carregamento.

Nota-se então que, segundo a NBR 6118 (2001), o módulo de rigidez equivalente da estrutura é determinado a partir da aplicação do “carregamento horizontal”. No entanto, considerando o “carregamento horizontal” como sendo, por exemplo, as forças devidas ao vento, seria impossível encontrar uma expressão geral que relacionasse o módulo de rigidez equivalente e o deslocamento no topo, já que essas forças variam de caso para caso, dependendo do número de pavimentos e das proporções dos pés direitos. É muito mais apropriado, portanto, substituir o “carregamento horizontal” por uma força uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício. Dessa forma, a rigidez equivalente da estrutura seria calculada através de uma expressão conhecida e bastante simples, a eq. (3.5).

A NBR 6118 (2001) ainda prescreve que o valor limite $\alpha_1 = 0,6$, para $n \geq 4$, é aplicável às estruturas usuais de edifícios, podendo ser adotado para associações de pilares parede, e para pórticos associados a pilares parede. No caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares parede, α_1 pode ser tomado igual a 0,7 e, quando só houver pórticos, deve-se adotar $\alpha_1 = 0,5$.

3.5.2- Coeficiente γ_z

Realizando-se uma análise linear para as ações horizontais, podem ser calculados o momento de primeira ordem M_1 em relação à base da estrutura, bem como os deslocamentos horizontais de seus nós. Estes deslocamentos, combinados com as ações

verticais, provocam o aparecimento de acréscimos de momentos ΔM_2 , acarretando novos deslocamentos. Este processo ocorre sucessivamente ao longo de várias etapas, ou iterações, gerando acréscimos de momentos cada vez menores. Se a estrutura for estável, estes acréscimos diminuem até se tornarem praticamente nulos. Com os diversos acréscimos de momentos, determina-se o momento final M_2 , que inclui o de segunda ordem:

$$M_2 = M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_j \quad (3.8)$$

sendo j o número de iterações.

Admitindo-se que os momentos $M_1, \Delta M_2, \Delta M_3, \dots, \Delta M_j$ constituam uma progressão geométrica, a razão é dada por:

$$r = \frac{\Delta M_2}{M_1} = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \dots = \frac{\Delta M_j}{\Delta M_{j-1}} \quad (3.9)$$

e pode-se escrever:

$$M_2 = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{j-1}) M_1 \quad (3.10)$$

Quando j tende ao infinito, a eq. (3.10) fica:

$$M_2 = \frac{1}{1-r} \cdot M_1 \quad \text{ou} \quad M_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_1}} M_1 \quad (3.11)$$

Denominando-se γ_z o fator que majora o momento de primeira ordem, e utilizando-se valores de cálculo, obtém-se:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad (3.12)$$

O coeficiente γ_z pode, então, ser calculado a partir de uma análise linear, determinando-se o momento de primeira ordem M_{1d} e o acréscimo de momentos ΔM_d .

Analogamente ao parâmetro de instabilidade α , o γ_z pode ser utilizado para classificar as estruturas (nós fixos ou móveis). Lembrando-se que os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados desde que não representem acréscimo superior a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem, uma estrutura poderá ser classificada como de nós fixos se seu $\gamma_z \leq 1,1$.

Entretanto, a principal vantagem do γ_z reside no fato de que ele pode ser empregado para obter os esforços finais (que incluem os de segunda ordem), pela majoração dos esforços de primeira ordem. Mas este processo é satisfatório dentro de certos limites. Segundo FRANCO e VASCONCELOS (1991), o γ_z é um bom majorador até o valor de 1,2 ou mais; segundo CARMO (1995), até 1,3.

a) O Coeficiente γ_z Segundo a NBR 6118 (2000)

De acordo com a NBR 6118 (2000), o coeficiente γ_z pode ser determinado a partir de uma análise linear de primeira ordem, adotando-se os valores de rigidez do item 3.4.1 a). Calcula-se γ_z através da seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}} \cdot \frac{a_h + a_v}{a_h}} \quad (3.13)$$

sendo:

- $M_{1,tot,d}$ (momento de primeira ordem): soma dos momentos de todas as forças horizontais (com seus valores de cálculo) em relação à base da estrutura:

$$M_{1,tot,d} = \sum (F_{hid} \cdot h_i) \quad (3.14)$$

onde F_{hid} é a força horizontal aplicada no pavimento i (com seu valor de cálculo) e h_i é a altura do pavimento i .

- $\Delta M_{tot,d}$ (acréscimo de momentos após a análise de primeira ordem): soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura (com seus valores de cálculo), pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação:

$$\Delta M_{tot,d} = \sum (P_{id} \cdot u_i) \quad (3.15)$$

onde P_{id} é a força vertical atuante no pavimento i (com seu valor de cálculo) e u_i é o deslocamento horizontal do pavimento i .

- a_h : deslocamento horizontal no nível do centro de gravidade das cargas verticais da estrutura, decorrente somente das ações horizontais;
- a_v : deslocamento horizontal no nível do centro de gravidade das cargas verticais da estrutura, decorrente somente das ações verticais.

Se for satisfeita a condição $\gamma_z \leq 1,1$, a estrutura será considerada como de nós fixos.

Observa-se que a eq. (3.13) difere da eq. (3.12) pela introdução da parcela $(a_h + a_v)/a_h$ no denominador. Este procedimento busca considerar a possível assimetria no carregamento vertical ou na geometria do edifício. É que esta assimetria produz um deslocamento horizontal, mesmo estando a estrutura sujeita apenas à ações verticais.

No caso de edifícios simétricos, onde também existe simetria na aplicação do carregamento, a expressão do γ_z da eq. (3.13) recai na eq. (3.12), já que as ações verticais não produzirão deslocamento horizontal, portanto a_v será nulo.

b) O Coeficiente γ_z Segundo a NBR 6118 (2001)

A NBR 6118 (2001) prescreve que o coeficiente γ_z é válido para estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos e, como em sua versão anterior, estabelece que ele pode ser determinado a partir de uma análise linear de primeira ordem, adotando-se os valores de rigidez do item 3.4.1 a).

Para cada combinação de carregamento, calcula-se o valor de γ_z através da seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (3.16)$$

sendo:

- $M_{1,tot,d}$: soma dos momentos de todas as forças horizontais (com seus valores de cálculo) da combinação considerada, em relação à base da estrutura;
- $\Delta M_{tot,d}$: soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura (com seus valores de cálculo), na combinação considerada, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação.

A estrutura será classificada como de nós fixos se seu $\gamma_z \leq 1,1$.

Nota-se que a parcela $(a_h + a_v)/a_h$ foi suprimida na expressão de γ_z apresentada no texto mais recente da NBR 6118. No entanto, as eq. (3.13) e (3.16) fornecem o mesmo resultado, devido à maneira diferenciada de se calcular $\Delta M_{tot,d}$ nas duas expressões⁷.

3.6- Procedimentos para a Consideração dos Efeitos de Segunda Ordem

Como já foi mencionado, no caso de estruturas de nós móveis, é obrigatória a consideração dos efeitos de segunda ordem. A análise destas estruturas pode ser realizada das seguintes formas:

- empregando o processo P- Δ para considerar a NLG, e reduzindo a rigidez dos elementos estruturais, de acordo com o item 3.4.1 a), para considerar a NLF;
- modificando a matriz de rigidez da estrutura, para levar em conta a NLG, e considerando a NLF através dos diagramas momento-curvatura de cada seção;
- utilizando o γ_z como coeficiente majorador, desde que seu valor não ultrapasse 1,3. De acordo com a NBR 6118 (2000), pode-se avaliar os esforços finais (primeira ordem + segunda ordem) pela multiplicação dos momentos de primeira ordem por $0,95\gamma_z$. No entanto, segundo a versão atual da NBR 6118 (2001), esta avaliação pode ser feita “a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por $0,95\gamma_z$.” Neste trabalho, estuda-se γ_z como coeficiente majorador dos esforços de primeira ordem (momentos, normais e cortantes) para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem.

⁷Na eq. (3.13) $\Delta M_{tot,d}$ é calculado com os deslocamentos horizontais devidos apenas às ações horizontais, sendo os devidos às ações verticais levados em conta através da parcela $(a_h + a_v)/a_h$. Na eq. (3.16), $\Delta M_{tot,d}$ é calculado com os deslocamentos horizontais da combinação de carregamento considerada (ações verticais + ações horizontais). Portanto, as duas equações representam o mesmo resultado, uma vez que em (3.13) a influência do $\Delta M_{tot,d}$ na obtenção do γ_z é corrigida para levar em conta os deslocamentos horizontais devido ao carregamento vertical e em (3.16) o valor de $\Delta M_{tot,d}$ já incorpora a influência simultânea dos deslocamentos horizontais de ambas as ações.

4

APLICAÇÕES NUMÉRICAS

4.1- Introdução

Neste capítulo são analisados alguns edifícios usuais de concreto armado, para os quais são calculados o parâmetro de instabilidade α e o coeficiente γ_z . Para cada edifício, são também determinados os efeitos de segunda ordem, através de uma análise não linear realizada no software ANSYS-5.7. Este estudo busca aferir se os parâmetros de instabilidade são adequados, de acordo com o que foi apresentado no capítulo 3.

Vale ressaltar que não foi uma preocupação estudar os parâmetros de instabilidade de estruturas com altura muito superior aos edifícios analisados, uma vez que parte-se do princípio de que estas estruturas serão calculadas levando-se em consideração os efeitos de segunda ordem, neste caso ainda mais significativos.

4.2- Modelagem dos Edifícios

Os edifícios foram analisados utilizando-se um modelo tridimensional no software ANSYS-5.7.

As vigas e os pilares foram representados através de elementos de barra (definidos como “beam 44” e “beam 4”, respectivamente), com seis graus de liberdade em cada nó: três translações e três rotações, nas direções X, Y e Z. A geometria, localização dos nós e o sistema de coordenadas para estes elementos encontram-se na FIG. 4.1.

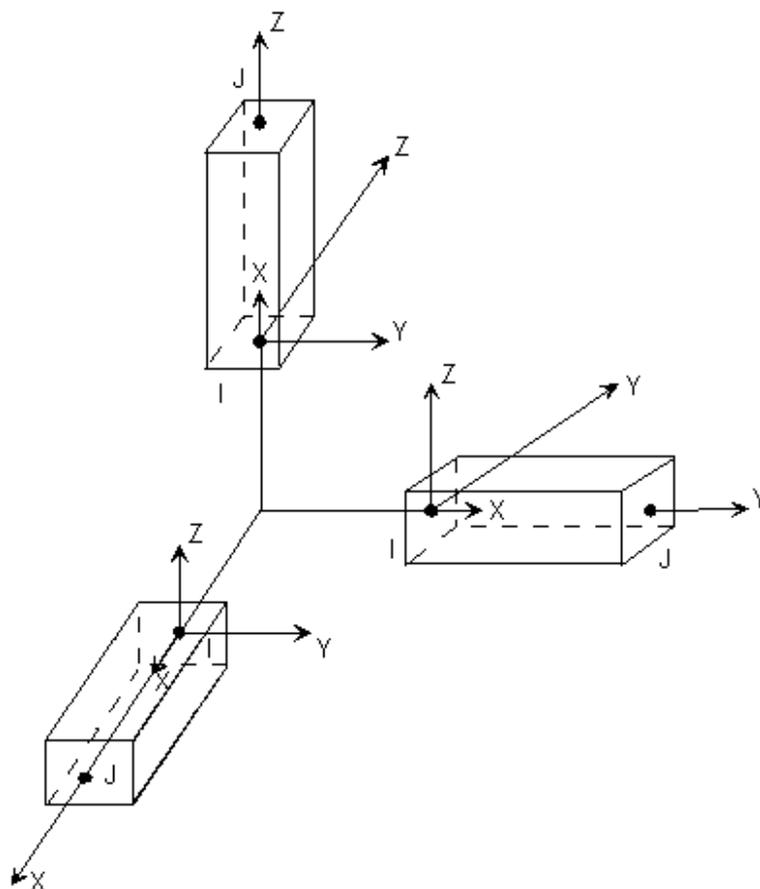


FIGURA 4.1 – Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas para os elementos de barra.

O elemento “beam 44”, utilizado para representar as vigas, permite simular a situação real entre as lajes e as vigas, levando em conta a excentricidade existente entre os seus eixos, FIG. 4.2 a). Utilizando o elemento “beam 4”, adotado para modelar os pilares, não seria possível considerar esta excentricidade, e o eixo da laje coincidiria com o eixo da viga, FIG. 4.2 b).

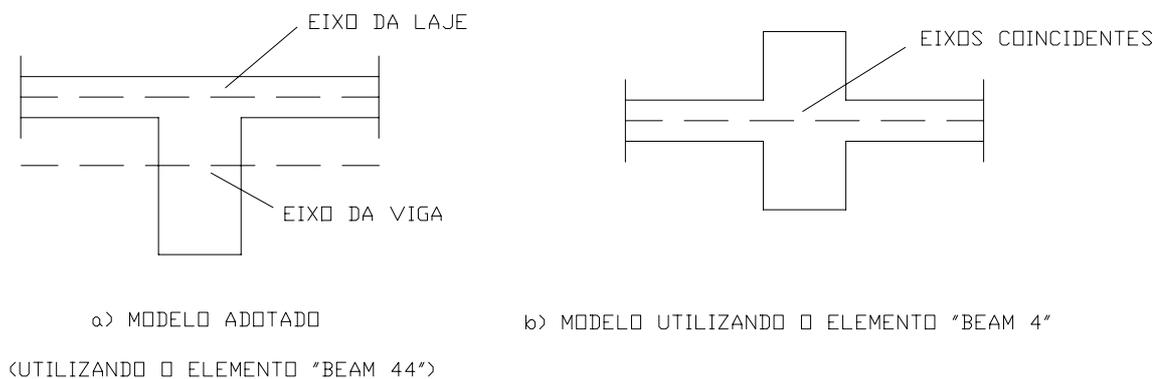


FIGURA 4.2 – Modelos laje-viga para os elementos “beam 44” e “beam 4”.

Para promover a ligação entre as vigas e os pilares, quando seus eixos não coincidiram, foram utilizadas barras rígidas, conforme mostra a FIG. 4.3.

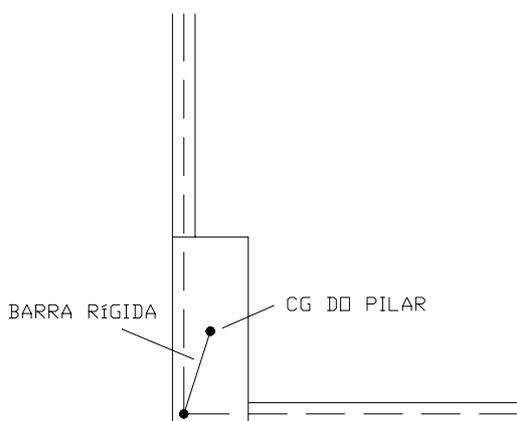


FIGURA 4.3 – Ligação entre as vigas e os pilares.

As lajes foram discretizadas em elementos de casca (denominados “shell 63”), possuindo quatro nós, cada nó apresentando seis graus de liberdade, os mesmos dos elementos de barra. A geometria, localização dos nós e o sistema de coordenadas para este tipo de elemento estão ilustrados na FIG. 4.4.

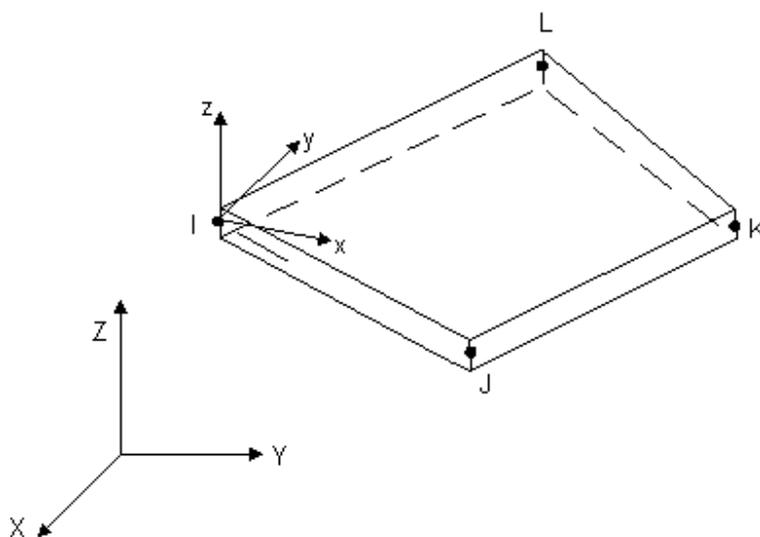


FIGURA 4.4 – Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas para o elemento de casca.

4.3- Análises Realizadas

Para se estudar de modo mais detalhado os parâmetros de instabilidade α e γ_z , os edifícios foram submetidos à análises em primeira e segunda ordem, determinando os acréscimos dos esforços ocorrido nos elementos das estruturas. Estes acréscimos foram comparados com os acréscimos previstos pelo coeficiente γ_z , o que permitiu avaliar sua eficiência como coeficiente majorador dos esforços de primeira ordem.

Portanto, para cada edifício, foram realizadas as seguintes etapas:

- a) Realização de uma análise em primeira ordem da estrutura, para as ações horizontais agindo simultaneamente com as cargas verticais.
- b) Cálculo dos valores do parâmetro de instabilidade α e do coeficiente γ_z , para as duas direções do edifício (X e Y).
- c) Processamento da estrutura em segunda ordem, através da realização de uma análise não linear (conforme item 4.3.1). Nesta análise, considerou-se a NLF de forma simplificada, reduzindo a rigidez dos elementos estruturais (foi adotado o valor de 0,5 EI para as vigas e o valor de 0,8 EI para os pilares).
- d) Determinação dos acréscimos percentuais sofridos pelos esforços de primeira ordem (nas direções X e Y), quando considerados os efeitos de segunda ordem, a partir dos resultados das análises realizadas nas etapas a) e c).
- e) Comparação entre os acréscimos obtidos na etapa d) e os valores previstos pelo γ_z , avaliando as majorações realizadas com γ_z e $0,95\gamma_z$, conforme a recomendação da NBR 6118/2000 (item 3.6).

4.3.1- Análise Não Linear

A análise não-linear realizada pelo software ANSYS utiliza o método incremental-iterativo de Newton-Raphson. Nesse método, são fornecidos o número de incrementos de carga e o número de iterações para cada passo de carga. A partir de uma configuração de equilíbrio conhecida e de um dado incremento de carga, a estrutura responderá com um nível de esforço menor do que aquele aplicado, o que resulta em um esforço residual que deve ser aplicado novamente, observando os limites de iterações e tolerância admitidos. Dessa

forma, a matriz de rigidez pode ou não ser atualizada em cada iteração, dependendo da opção desejada pelo usuário.

4.4- Carregamento Horizontal

Segundo a NBR 6118 (2000), as forças devidas ao vento e as imperfeições geométricas (desaprumo) são as principais ações horizontais que devem ser levadas em conta no projeto estrutural. No entanto, esses carregamentos não precisam ser superpostos, podendo ser considerado apenas o mais desfavorável (aquele que provoca o maior momento total na base da estrutura).

As forças devidas ao vento nas edificações devem ser determinadas de acordo com a NBR 6123 (1988).

O desaprumo consiste em uma inclinação acidental dos elementos verticais da estrutura (FIG. 4.5), podendo ser estimado por:

$$\theta_a = \theta_1 \sqrt{\frac{1 + 1/n}{2}} \quad \text{onde} \quad \theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{l}}$$

l é a altura total da estrutura, em metros e n é o número de elementos verticais contínuos.

Os valores limite de θ_1 a serem adotados são:

- para estruturas de nós fixos: $\frac{1}{400} \leq \theta_1 \leq \frac{1}{200}$;
- para estruturas de nós móveis: $\frac{1}{300} \leq \theta_1 \leq \frac{1}{200}$;

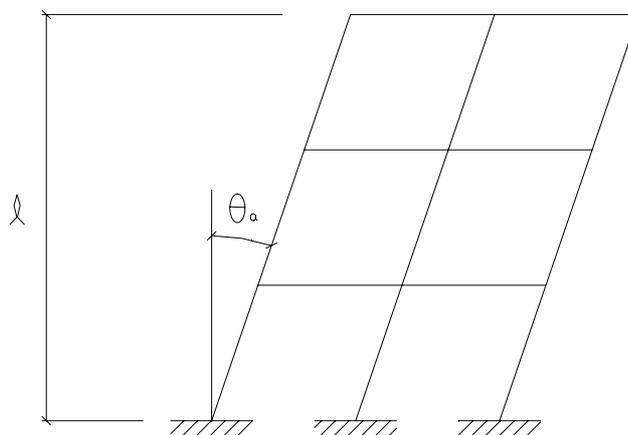


FIGURA 4.5 – Desaprumo.

O desaprumo pode ser substituído por forças horizontais equivalentes, que produzam o mesmo momento provocado pelas ações verticais na base da estrutura deformada. Essas forças, aplicadas ao nível de cada pavimento i (ΔH_i), são dadas por:

$$\Delta H_i = \sum_{j=1}^n V_{ij} \theta_a$$

sendo V_{ij} a carga vertical aplicada pelo pavimento i ao pilar j .

Neste trabalho, o carregamento horizontal aplicado à estrutura foi o correspondente à ação do vento, considerado mais desfavorável que o desaprumo, tanto para a direção X quanto para a direção Y.

O sentido adotado para a atuação do vento foi o mais crítico, ou seja, aquele que produziu um deslocamento horizontal no mesmo sentido que o produzido pelo carregamento vertical. Dessa forma, inicialmente os edifícios foram submetidos apenas ao carregamento vertical, para observar qual seria o sentido dos deslocamentos nas direções X e Y. Aplicou-se, então, a ação horizontal no sentido destes deslocamentos, obtendo a situação mais crítica para a determinação dos esforços na estrutura.

4.5- Coeficientes Aplicados às Ações

A NBR 8681 (1984) prescreve que, quando for considerada a não linearidade geométrica, o coeficiente de ponderação das ações γ_f pode ser desdobrado nos coeficientes parciais γ_{f1} , γ_{f2} e γ_{f3} , de forma que:

$$S_d = \gamma_{f3} \cdot S (\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot F_k) \quad (4.1)$$

onde S_d é o valor de cálculo dos esforços atuantes, F_k é o valor característico das ações e $S (\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot F_k)$ representa os esforços obtidos com as ações características majoradas por $\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2}$.

O coeficiente parcial γ_{f1} leva em conta a variabilidade das ações; $\gamma_{f2} = \psi_0$ é o coeficiente de combinação, empregado quando existem ações variáveis de diferentes naturezas; e o coeficiente γ_{f3} considera os possíveis erros na avaliação dos efeitos das ações, não devendo ser adotado menor do que 1,1, no caso de se considerar a NLG. Neste trabalho, adota-se $\gamma_{f3} = 1,15$.

Segundo FRANCO e VASCONCELOS (1991), para a maioria dos edifícios em concreto armado, pode-se admitir que as cargas verticais ($g + q$) sejam constituídas da seguinte forma:

- carregamento permanente: $g = 0,8 (g + q)$;
- carregamento acidental: $q = 0,2 (g + q)$.

Desse modo tem-se:

- carregamento permanente ($\psi_0 = 1$):

$$\gamma_g = 1,3 \Rightarrow \gamma_f = 1,3 = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} = \gamma_{f1} \cdot 1,15 \Rightarrow \gamma_{f1} = \gamma_{g1} = 1,130$$

- carregamento acidental:

$$\gamma_q = 1,4 \Rightarrow \gamma_f = 1,4 \cdot \psi_0 = \gamma_{f1} \cdot \psi_0 \cdot \gamma_{f3} \Rightarrow \gamma_{f1} \cdot 1,15 = 1,4 \Rightarrow \gamma_{f1} = \gamma_{q1} = 1,217$$

Denominando de γ_{fv} o coeficiente de ponderação das cargas verticais, pode-se escrever:

$$\gamma_{fv} = \frac{\gamma_{gl} \cdot g + \gamma_{ql} \cdot q \cdot \psi_0}{g + q} = 0,8 \cdot \gamma_{gl} + 0,2 \cdot \gamma_{ql} \cdot \psi_0$$

Logo:

$$\gamma_{fv} = 0,8 \cdot 1,130 + 0,2 \cdot 1,217 \cdot \psi_0 \Rightarrow \gamma_{fv} = 0,904 + 0,243 \cdot \psi_0$$

Adotando $\psi_0 = 0,4$, valor prescrito pela NBR 8681 (1984) para cargas acidentais de edifícios (casos gerais), obtém-se $\gamma_{fv} = 1,001$.

Para o carregamento horizontal, considerado como a ação variável principal ($\psi_0 = 1$), tem-se:

$$\gamma_f = 1,4 = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} = \gamma_{f1} \cdot 1,15 \Rightarrow \gamma_{f1} = \gamma_{fh} = 1,217$$

onde γ_{fh} é o coeficiente de ponderação das ações horizontais.

Portanto, neste trabalho serão empregados os seguintes coeficientes:

- para as ações verticais: $\gamma_{fv} = 1,00$;
- para as ações horizontais: $\gamma_{fh} = 1,22$.

Vale ressaltar que deve-se aplicar $\gamma_{f3} = 1,15$ aos esforços obtidos, conforme eq. (4.1).

4.6- Análise do Edifício I

O primeiro edifício a ser analisado é composto por nove pavimentos¹, todos iguais em planta, com um pé direito de 2,88 m. A fôrma básica do pavimento tipo encontra-se na FIG. 4.6. Na FIG. 4.7 é apresentada a modelagem do edifício utilizada no programa ANSYS.

4.6.1- Considerações de Projeto

Adotou-se 20 MPa como resistência característica do concreto à compressão e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,2. O módulo de elasticidade foi calculado através da eq. (3.1).

Os coeficientes aplicados às ações foram $\gamma_{fv} = 1,00$ para o carregamento vertical e $\gamma_{fh} = 1,22$ para o carregamento horizontal, conforme item 4.5.

O carregamento horizontal é constituído pelas cargas equivalentes à ação do vento na direção X e na direção Y. As forças de arrasto foram calculadas de acordo com as prescrições da NBR 6123 (1988). Foram adotados:

- velocidade básica do vento:
 $V_0 = 30 \text{ m/s}$;
- fator topográfico S_1 :
 $S_1 = 1,0$ (terreno plano);
- fator S_2 :
 $S_2 =$ (categoria V e classe B);
- fator estatístico S_3 :
 $S_3 = 1,0$ (edificações para residências);

¹Este edifício, apresentado como um exemplo de cálculo para os alunos do décimo período de Engenharia Civil da UFMG, originalmente era composto por três pavimentos.

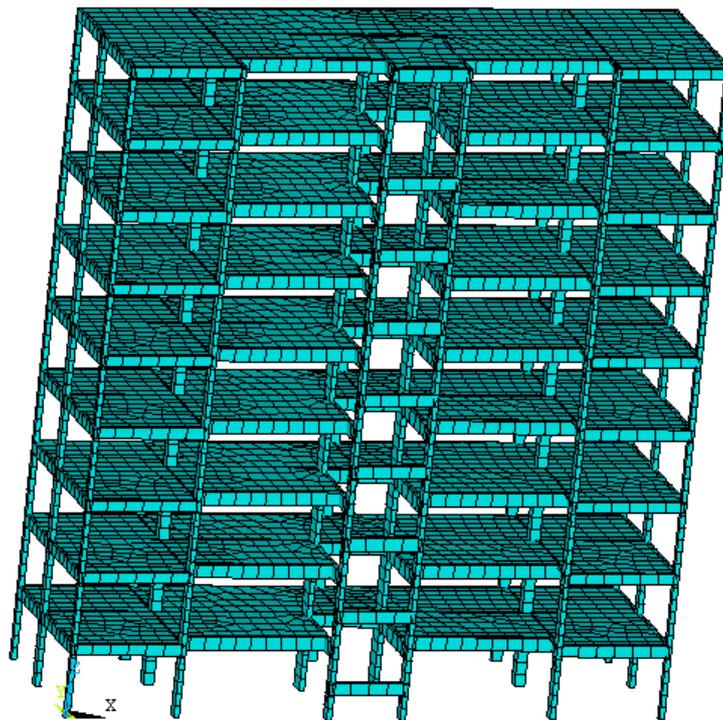


FIGURA 4.7 – Modelagem do edifício I.

- velocidade característica do vento:

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \rightarrow V_k = 30 \cdot S_2;$$

- pressão dinâmica:

$$q = 0,613 \cdot (V_k)^2, \quad q \text{ em } N/m^2 \quad (4.2) \quad \text{ou}$$

$$q = (V_k)^2 / 16, \quad q \text{ em } kgf/m^2 \quad (4.3)$$

- coeficiente de arrasto:

- direção X: $C_{ax} = 0,8$;

- direção Y: $C_{ay} = 1,33$;

- força de arrasto:

$F_a = C_a \cdot q \cdot A_e$, sendo A_e a área frontal efetiva:

- direção X: $A_{ex} = 20,74 \text{ m}^2$;

- direção Y: $A_{ey} = 67,97 \text{ m}^2$;

A TAB. 4.1 sintetiza os cálculos efetuados para a obtenção das forças de arrasto nas direções X e Y (F_{ax} e F_{ay})². Na primeira coluna são apresentadas as cotas utilizadas no cálculo do fator $S_2(z)$. Nota-se, então, que as forças de arrasto são aplicadas na metade do pé direito. O valor das forças concentradas em cada pavimento é obtido dividindo igualmente as forças de arrasto entre os pavimentos superior e inferior da estrutura, como mostra a FIG. 4.8. Na TAB. 4.2, encontram-se as forças resultantes em cada pavimento da estrutura, nas direções X e Y (F_X e F_Y), inclusive com seus valores majorados por $\gamma_{th} = 1,22$.

TABELA 4.1 – Cálculo das forças de arrasto equivalentes à ação do vento

Cota z (m)	Fator S_2	V_k (m/s)	q (kN / m ²)	F_{ax} (kN)	F_{ay} (kN)
1,44	0,72	21,60	0,29	4,84	26,36
4,32	0,72	21,60	0,29	4,84	26,36
7,20	0,72	21,60	0,29	4,84	26,36
10,08	0,72	21,60	0,29	4,84	26,36
12,96	0,75	22,37	0,31	5,19	28,28
15,84	0,77	23,10	0,33	5,53	30,15
18,72	0,79	23,73	0,35	5,84	31,81
21,60	0,81	24,28	0,37	6,11	33,30
24,48	0,83	24,77	0,38	6,36	34,66

TABELA 4.2 – Forças concentradas resultantes em cada pavimento da estrutura

Pavimento	Altura h_i (m)	F_X (kN)	1,22 F_X (kN)	F_Y (kN)	1,22 F_Y (kN)
1°	2,88	7,26	8,85	39,54	48,24
2°	5,76	4,84	5,90	26,36	32,16
3°	8,64	4,84	5,90	26,36	32,16
4°	11,52	5,01	6,12	27,32	33,33
5°	14,40	5,36	6,54	29,21	35,64
6°	17,28	5,69	6,94	30,98	37,80
7°	20,16	5,97	7,29	32,55	39,71
8°	23,04	6,24	7,61	33,98	41,45
9°	25,92	3,18	3,88	17,33	21,15

²As forças de arrasto foram calculadas com a pressão dinâmica q em kgf/m^2 , ou seja, utilizando a eq. (4.3). A seguir, foi realizada a conversão, considerando que $1\text{ kN} = 100\text{ kgf}$.

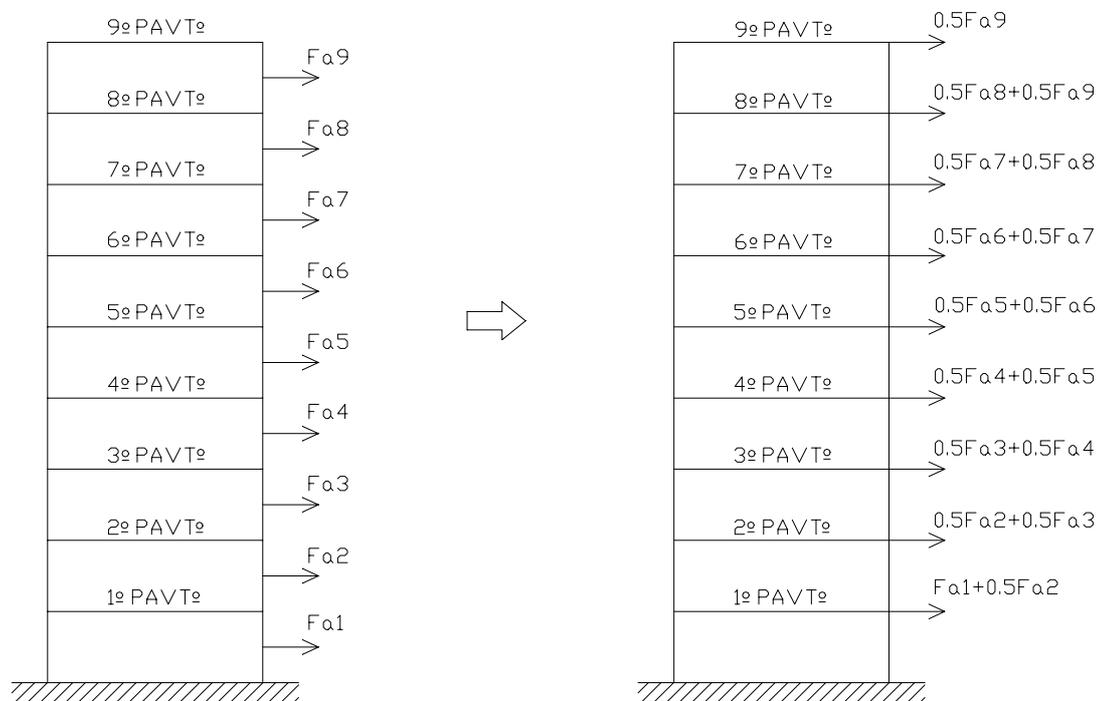


FIGURA 4.8 – Forças concentradas resultantes em cada pavimento.

4.6.2- Determinação do Parâmetro de Instabilidade α

Para o cálculo do parâmetro de instabilidade α utilizou-se uma força horizontal uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício (p), como comentado no item 3.5.1 a), igual a:

$$p = q \cdot C_a \cdot l \quad (4.2)$$

- q é a pressão dinâmica do vento adotada (por simplificação, foi tomada igual a 0,01 kN/m² para todos os pavimentos);
- C_a é o coeficiente de arrasto, sendo igual a 0,8 na direção X e 1,33 na direção Y;
- l é o lado da fachada sobre o qual o vento incide.

Dessa forma, tem-se:

- Direção X: $p_x = 0,01 \cdot 0,8 \cdot 7,2 = 0,0576 \text{ kN/m}$
- Direção Y: $p_y = 0,01 \cdot 1,33 \cdot 23,6 = 0,3139 \text{ kN/m}$

Aplicando-se estas forças, foram obtidos os seguintes deslocamentos no topo:

$$a_x = 0,01206 \text{ cm}$$

$$a_y = 0,04852 \text{ cm}$$

A carga vertical por pavimento é $P_i = 1869 \text{ kN}$, e o somatório das cargas verticais atuantes é $N_k = \sum P_i = 16821 \text{ kN}$.

Pelas eq. (3.5) e (3.7):

$$(EI)_{eq,x} = \frac{0,0576 \cdot 25,92^4}{8 \cdot 0,0001206} = 2,69 \cdot 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow \alpha_x = 25,92 \cdot \sqrt{\frac{16821}{2,69 \cdot 10^7}} = 0,65 > \alpha_1 = 0,6$$

$$(EI)_{eq,y} = \frac{0,3139 \cdot 25,92^4}{8 \cdot 0,0004852} = 3,65 \cdot 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow \alpha_y = 25,92 \cdot \sqrt{\frac{16821}{3,65 \cdot 10^7}} = 0,56 < \alpha_1 = 0,6$$

Assim a estrutura é classificada como de nós móveis na direção X e de nós fixos na direção Y.

4.6.3- Determinação do Coeficiente γ_z ³

Aplicando-se à estrutura a ação horizontal devida ao vento, foram obtidos os deslocamentos horizontais de cada pavimento. As forças aplicadas ao nível do pavimento i (F_{hid}), com os

³O coeficiente γ_z será calculado segundo a NBR 6118 (2000), ou seja, utilizando a eq. (3.13).

respectivos deslocamentos (u_i), para as direções X e Y, encontram-se nas TAB. 4.3 e 4.4, respectivamente.

TABELA 4.3 – Forças aplicadas e deslocamentos horizontais na direção X

Pavimento	Altura h_i (cm)	$F_{hid,x}$ (kN)	$u_{i,x}$ (cm)	$P_{id} \cdot u_{i,x}$ (kN · cm)	$F_{hid,x} \cdot h_i$ (kN · cm)
1°	288	8,85	0,08618	161,07	2549,92
2°	576	5,90	0,20131	376,27	3399,90
3°	864	5,90	0,30654	572,96	5099,85
4°	1152	6,12	0,39903	745,84	7046,90
5°	1440	6,54	0,47777	893,02	9419,76
6°	1728	6,94	0,54164	1012,39	11986,96
7°	2016	7,29	0,58960	1102,03	14694,83
8°	2304	7,61	0,62094	1160,61	17529,75
9°	2592	3,88	0,63717	1190,94	10057,74

TABELA 4.4 – Forças aplicadas e deslocamentos horizontais na direção Y

Pavimento	Altura h_i (cm)	$F_{hid,y}$ (kN)	$u_{i,y}$ (cm)	$P_{id} \cdot u_{i,y}$ (kN · cm)	$F_{hid,y} \cdot h_i$ (kN · cm)
1°	288	48,24	0,29282	547,31	13893,15
2°	576	32,16	0,71497	1336,36	18524,22
3°	864	32,16	1,12376	2100,44	27786,33
4°	1152	33,33	1,49634	2796,85	38394,55
5°	1440	35,64	1,82446	3410,14	51323,18
6°	1728	37,80	2,10204	3928,96	65309,76
7°	2016	39,71	2,32408	4343,98	80063,63
8°	2304	41,45	2,48760	4649,62	95508,40
9°	2592	21,15	2,59554	4851,38	54799,03

$\Delta M_{tot,d}$ e $M_{1,tot,d}$ são calculados a partir dos dados das TAB. 4.3 e 4.4. Pelas eq. (3.14) e (3.15), obtém-se:

- Direção X:

$$\Delta M_{tot,d,x} = 7215,13 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{1,tot,d,x} = 81785,61 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

- Direção Y:

$$\Delta M_{\text{tot,d,y}} = 27965,04 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{1,\text{tot,d,y}} = 445602,25 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Os deslocamentos a_h são dados por:

$$a_{h,x} = \frac{\sum (P_{id} \cdot u_{i,x})}{\sum P_{id}} = \frac{7215,13}{16821} = 0,42894 \text{ cm}$$

$$a_{h,y} = \frac{\sum (P_{id} \cdot u_{i,y})}{\sum P_{id}} = \frac{27965,04}{16821} = 1,66251 \text{ cm}$$

Para o cálculo dos deslocamentos a_v , o edifício foi submetido apenas às ações verticais. Os deslocamentos horizontais na direção X foram nulos, devido à simetria da estrutura em relação ao eixo Y. Os deslocamentos horizontais de cada pavimento na direção Y ($u_{vi,y}$) estão apresentados na TAB. 4.5.

TABELA 4.5 – Deslocamentos horizontais na direção Y devidos às ações verticais

Pavimento	$u_{vi,y}$ (cm)	$P_{id} \cdot u_{vi,y}$ (kN · cm)
1°	0,00797	14,89
2°	0,03199	59,79
3°	0,06157	115,08
4°	0,09442	176,48
5°	0,12949	242,03
6°	0,16597	310,23
7°	0,20293	379,30
8°	0,23841	445,62
9°	0,26804	500,99

Assim:

$$a_{v,x} = 0$$

$$a_{v,y} = \frac{\sum (P_{id} \cdot u_{vi,y})}{\sum P_{id}} = \frac{2244,41}{16821} = 0,13343 \text{ cm}$$

Portanto, pela eq. (3.13):

$$\gamma_{z,x} = \frac{1}{1 - \frac{7215,13}{81785,61} \cdot \frac{0,42894 + 0}{0,42894}} = 1,097 < 1,1$$

$$\gamma_{z,y} = \frac{1}{1 - \frac{27965,04}{445602,25} \cdot \frac{1,66251 + 0,13343}{1,66251}} = 1,073 < 1,1$$

Logo a estrutura é classificada como de nós fixos nas duas direções.

De acordo com a NBR 6118 (2000), como os valores de γ_z são inferiores a 1,3, eles podem ser utilizados como coeficientes majoradores. Fazendo a majoração com $0,95\gamma_z$, obtém-se:

- Direção X: $0,95 \cdot 1,097 = 1,042$
- Direção Y: $0,95 \cdot 1,073 = 1,019$

No entanto, segundo a norma, esta majoração só seria necessária no caso de estruturas de nós móveis, ou seja, quando $\gamma_z > 1,1$. Mas, em termos práticos, toda estrutura é deslocável, apresentando maiores ou menores deslocamentos. Portanto, mesmo que o coeficiente γ_z seja pequeno, deveria ser considerado na avaliação dos esforços finais.

4.6.4- Acréscimos Percentuais dos Esforços devidos aos Efeitos de Segunda Ordem

A partir do processamento do edifício em primeira e segunda ordem, para as cargas verticais (ponderadas por $\gamma_{fv} = 1,0$) agindo simultaneamente com as ações horizontais (ponderadas por $\gamma_{fh} = 1,22$), conforme item 4.3, foi realizada uma análise comparativa entre

os acréscimos sofridos pelos esforços de primeira ordem (nas direções X e Y), quando considerados os efeitos de segunda ordem, e os acréscimos previstos pelo coeficiente γ_z .

Os esforços levados em conta na análise, para os quais foram determinados os acréscimos, são apenas os realmente relevantes no dimensionamento estrutural, ou seja, para as vigas, foram considerados os momentos fletores e forças cortantes; para os pilares, os momentos fletores e as forças normais. É importante mencionar que alguns esforços não apresentavam valores significativos, sendo então desprezados, para que não provocassem distorções prejudiciais à análise dos resultados.

Os acréscimos percentuais dos resultados de segunda ordem em relação aos de primeira ordem, para cada um dos esforços, nas direções X e Y, estão apresentados nas TAB. 4.6 e 4.7, respectivamente.

TABELA 4.6 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%)

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1°	0,3	10,6	12,6	10,8
2°	0,3	11,0	12,0	9,0
3°	0,3	11,3	11,7	8,6
4°	0,3	9,7	8,7	8,5
5°	0,3	8,7	8,4	8,9
6°	0,3	7,3	7,5	9,1
7°	0,3	7,0	9,7	10,3
8°	0,3	11,4	7,2	8,3
9°	0,3	7,5	8,6	11,6
Média	0,3	9,4	9,6	9,5

TABELA 4.7 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%)

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1°	0,6	9,9	10,8	7,6
2°	0,5	12,5	9,2	9,3
3°	0,4	11,5	10,7	10,0
4°	0,4	8,7	8,4	7,5
5°	0,3	6,1	7,7	7,8
6°	0,4	6,5	3,7	7,7
7°	0,5	4,5	4,2	7,5
8°	0,5	4,2	2,9	7,4
9°	0,5	1,7	7,1	5,6
Média	0,5	7,3	7,2	7,8

Os acréscimos médios das TAB. 4.6 e 4.7 foram escritos na forma de majoradores e estão apresentados na TAB. 4.8, juntamente com os valores de γ_z e $0,95\gamma_z$.

TABELA 4.8 – Avaliação das majorações

Item	Direção X	Direção Y
γ_z	1,097	1,073
$0,95\gamma_z$	1,042	1,019
Força Normal nos Pilares	1,003	1,005
Momento Fletor nos Pilares	1,094	1,073
Força Cortante nas Vigas	1,096	1,072
Momento Fletor nas Vigas	1,095	1,078

Observa-se que, tanto na direção X quanto na direção Y, praticamente não houve acréscimo na força normal dos pilares. Para os demais esforços, os acréscimos obtidos se aproximam muito do valor de γ_z , sendo praticamente coincidentes em alguns casos. Portanto, a princípio pode-se dizer que a majoração realizada com o valor integral de γ_z parece ser mais eficiente que aquela feita com $0,95\gamma_z$.

Realizando a análise não mais em termos de acréscimos médios, e sim, considerando-se os acréscimos obtidos ao nível de cada pavimento, foram montados os gráficos das FIG. 4.9 a 4.16.

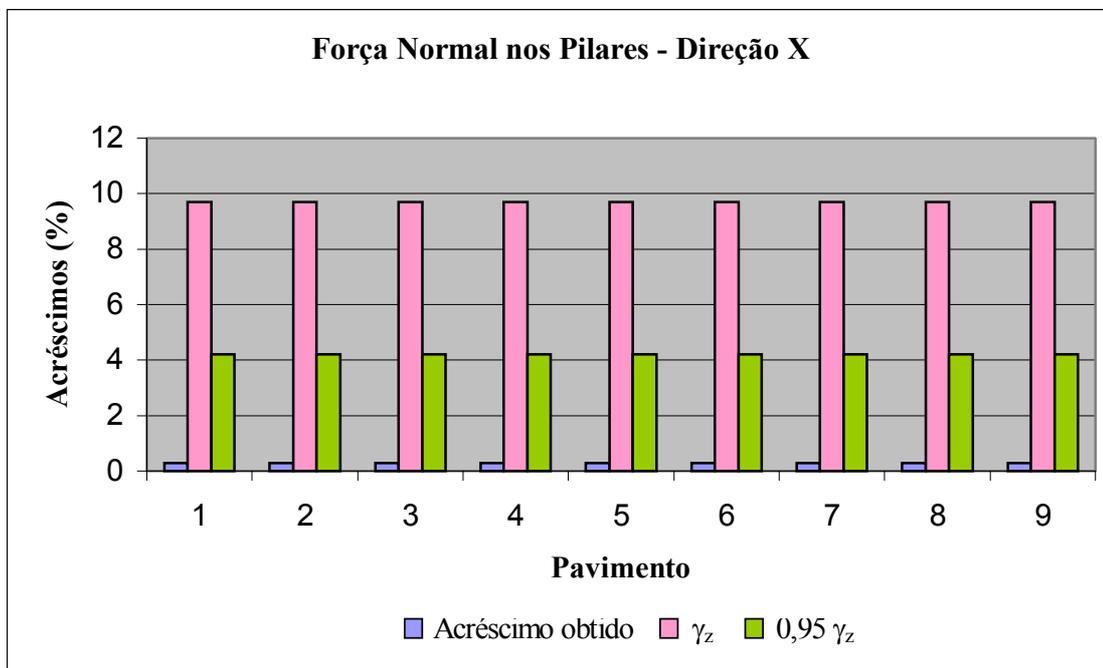


FIGURA 4.9 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X.

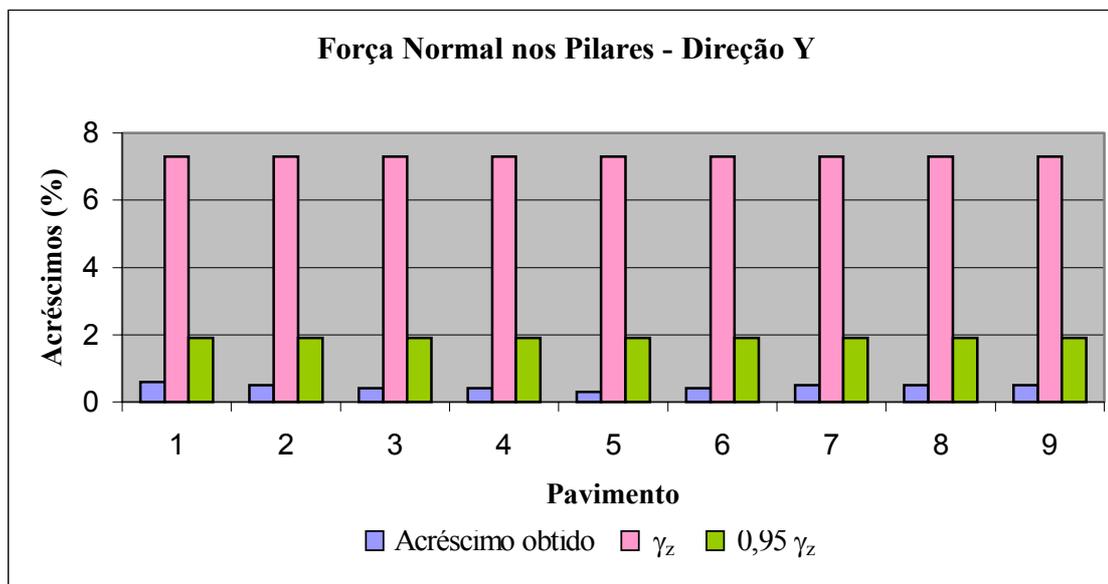


FIGURA 4.10 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y.

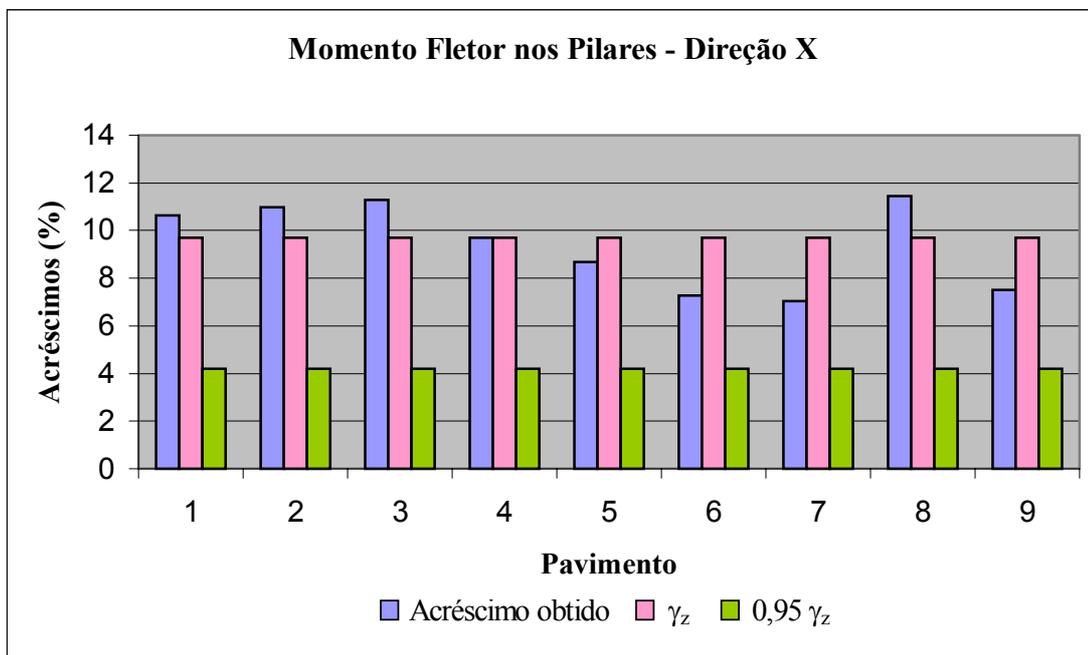


FIGURA 4.11 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X.

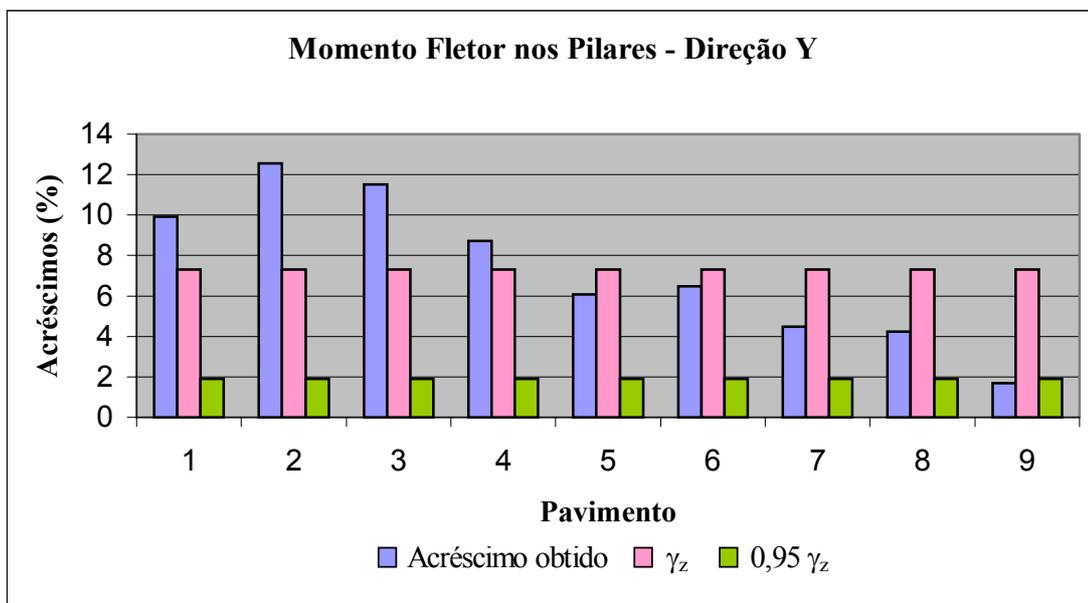


FIGURA 4.12 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y.

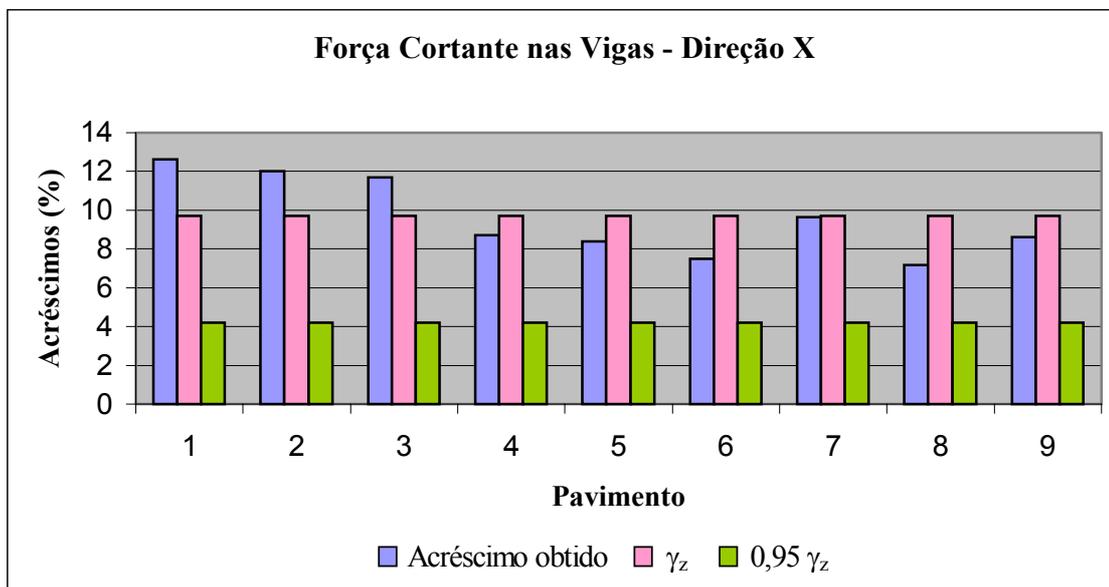


FIGURA 4.13 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X.

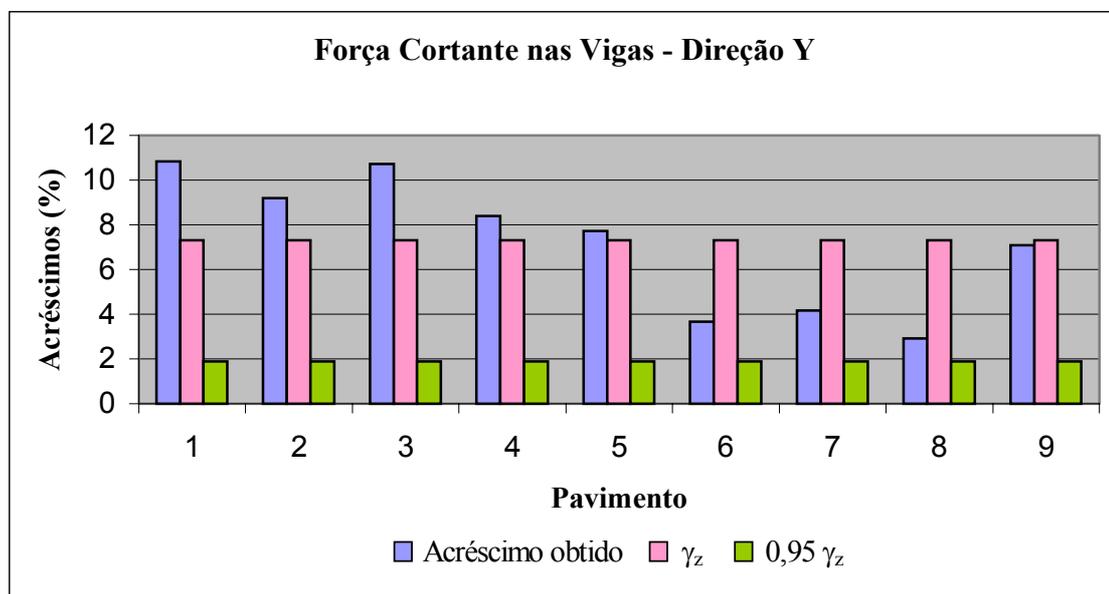


FIGURA 4.14 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y.

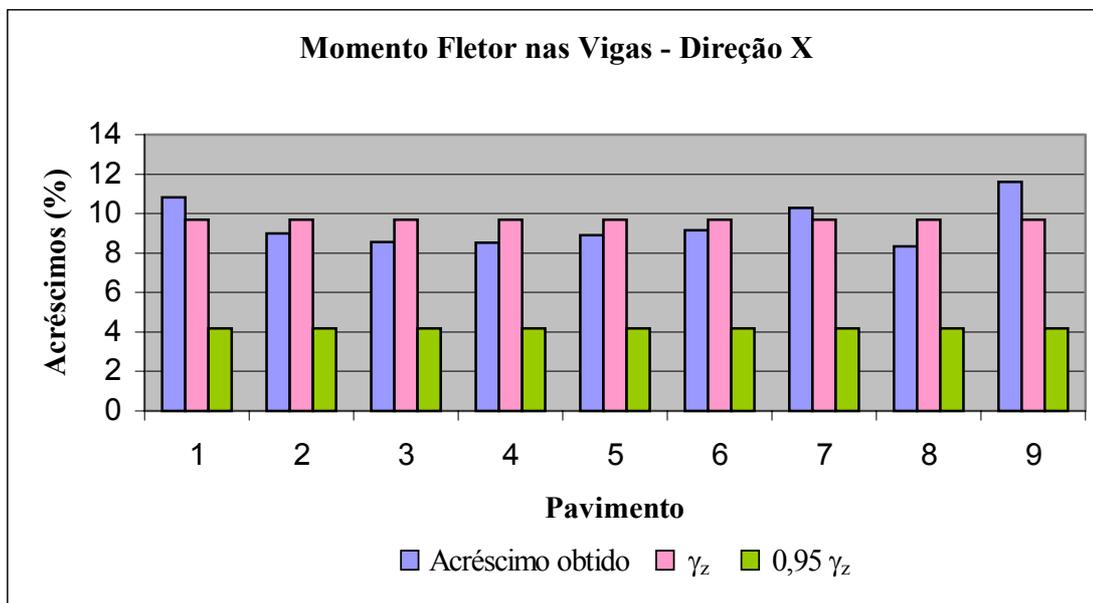


FIGURA 4.15 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X.

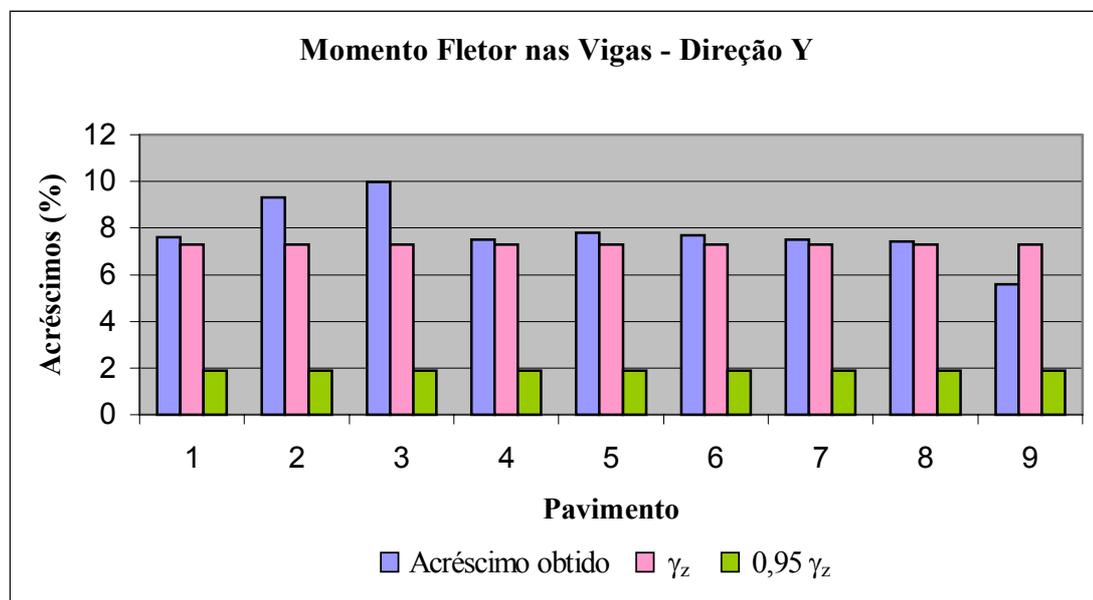


FIGURA 4.16 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y.

Observando os gráficos das FIG. 4.9 e 4.10, constata-se que, em todos os pavimentos, os acréscimos obtidos para a força normal nos pilares, tanto na direção X quanto na direção Y, são praticamente nulos, sendo portanto muito inferiores aos previstos pelo γ_z . Verifica-se também que mesmo a majoração realizada com $0,95\gamma_z$ não é satisfatória. Segundo PINTO (1997), isto pode ser explicado pelo fato de que o esforço normal nos pilares é devido, principalmente, ao carregamento vertical, que não sofre alterações significativas devido aos efeitos de segunda ordem. Estes efeitos afetam mais sensivelmente os esforços oriundos da ação horizontal sobre a estrutura. Em suma, os acréscimos das forças normais nos pilares, devidos à ação simultânea dos carregamentos vertical e horizontal, serão realmente insignificantes, já que os esforços normais oriundos das ações horizontais são muito pequenos em relação aos oriundos das cargas verticais.

Em relação aos acréscimos de momento fletor nos pilares (FIG. 4.11 e 4.12), nota-se que, em ambas as direções, os acréscimos obtidos são iguais ou superiores aos previstos pelo γ_z até o quarto pavimento. A partir do quinto pavimento até o topo, os acréscimos obtidos tendem a ser menores que o γ_z , com exceção do acréscimo correspondente ao oitavo pavimento, na direção X. De uma maneira geral, pode-se dizer que a majoração realizada com $0,95\gamma_z$ subestima os acréscimos na parte inferior da estrutura, e com γ_z eles são superestimados nos pavimentos superiores.

Para a força cortante nas vigas (FIG. 4.13 e 4.14), os acréscimos obtidos se comportam de maneira semelhante aos acréscimos de momento fletor nos pilares. Nos níveis mais baixos (até o terceiro pavimento na direção X e até o quinto pavimento na direção Y), os valores obtidos são maiores que γ_z ; a partir daí, tendem a ser menores.

Finalmente, analisando os gráficos das FIG. 4.15 e 4.16, observa-se que, na direção X, os acréscimos obtidos para o momento fletor nas vigas são superiores aos previstos pelo γ_z em um terço do número de pavimentos. Já na direção Y, esta porcentagem chega a quase 90%.

De qualquer forma, o que se pretende mostrar é que os esforços (com exceção da força normal) apresentam acréscimos próximos ao valor de γ_z em nível global. Portanto, considerando o acréscimo médio dos pavimentos, a majoração utilizando o γ_z é mais satisfatória que aquela feita com $0,95\gamma_z$. Entretanto, ao longo da altura, verifica-se certa diferença entre os acréscimos obtidos e os previstos pelo γ_z . Para alguns pavimentos, mesmo a majoração efetuada com o valor integral de γ_z estaria contra a segurança.

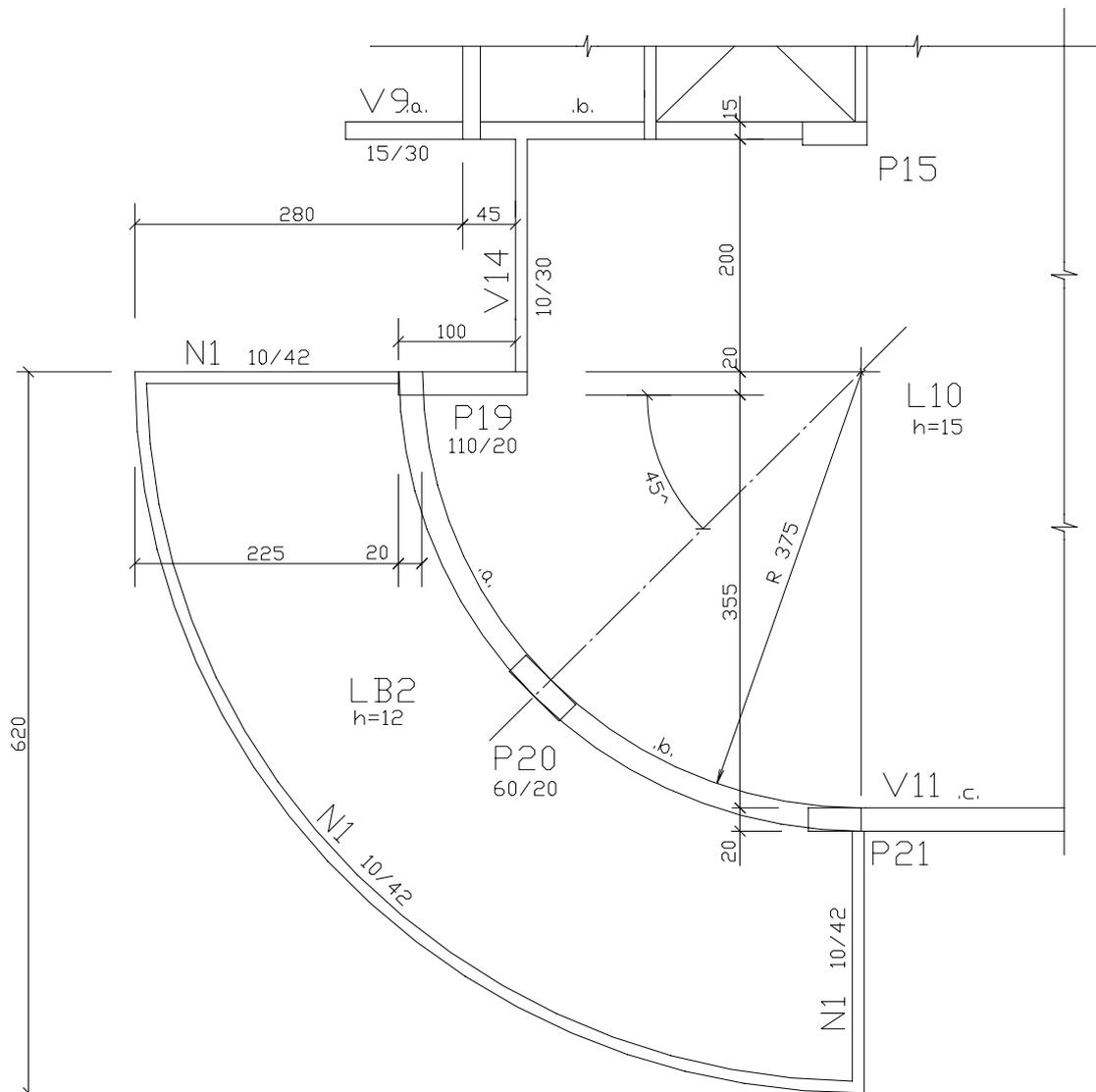
4.7- Outros Edifícios Analisados

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos da análise de quatro edifícios reais de concreto armado, executados na região metropolitana de Belo Horizonte (com exceção do edifício V, localizado em São Paulo). Para cada edifício, foram determinados o parâmetro de instabilidade α , o coeficiente γ_z e os acréscimos percentuais sofridos pelos esforços de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem. Todos os cálculos foram realizados de forma análoga ao cálculo realizado para o edifício anterior.

4.7.1- Edifício II

O segundo edifício analisado é composto por dez pavimentos, com um pé direito de 2,90 m. As fôrmas, diferenciadas para pavimentos pares e ímpares, encontram-se na FIG. 4.17 e na FIG. 4.18. Na FIG. 4.19 é apresentada a modelagem do edifício utilizada no programa ANSYS.

Foram adotados $f_{ck} = 20$ MPa e $\nu = 0,2$. O módulo de elasticidade foi calculado através da eq. (3.1).



VARIAÇÃO DA LAJE LB2

PARA PAVIMENTOS PARES

FIGURA 4.18 – Variação para pavimentos pares.

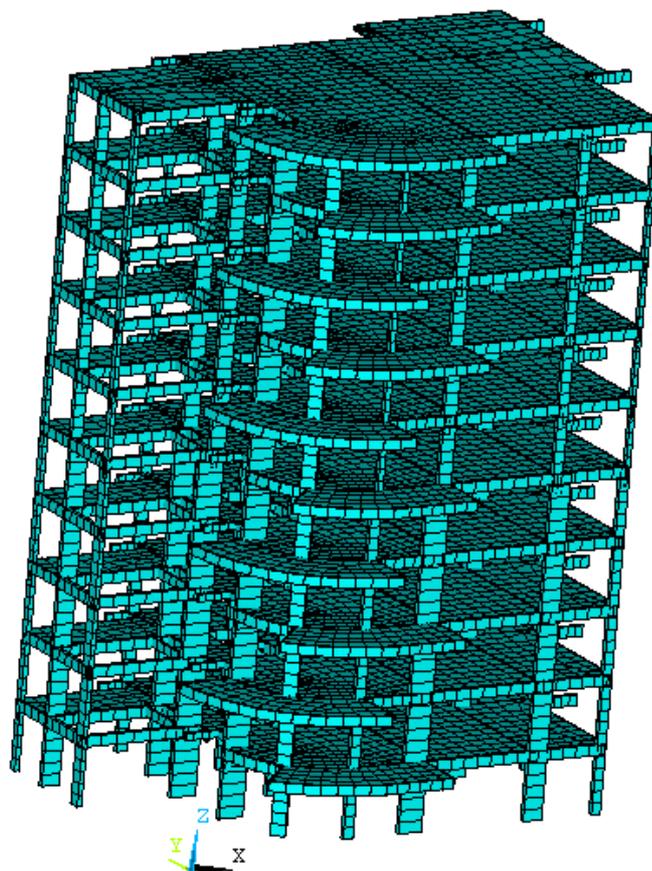


FIGURA 4.19 – Modelagem do edifício II.

4.7.2- Edifício III

Trata-se de um edifício de dez pavimentos e um pilotis, formando portanto onze níveis. O pé direito dos pavimentos é igual a 2,90 m, e do pilotis, igual a 3,30 m. As fôrmas do pilotis, do 1º pavimento e do pavimento tipo encontram-se nas FIG. 4.20, 4.21 e 4.22, respectivamente. A modelagem do edifício utilizada no ANSYS está apresentada na FIG. 4.23.

Novamente adotou-se para o concreto $f_{ck} = 20$ MPa e $\nu = 0,2$, calculando-se o módulo de elasticidade através da eq. (3.1).

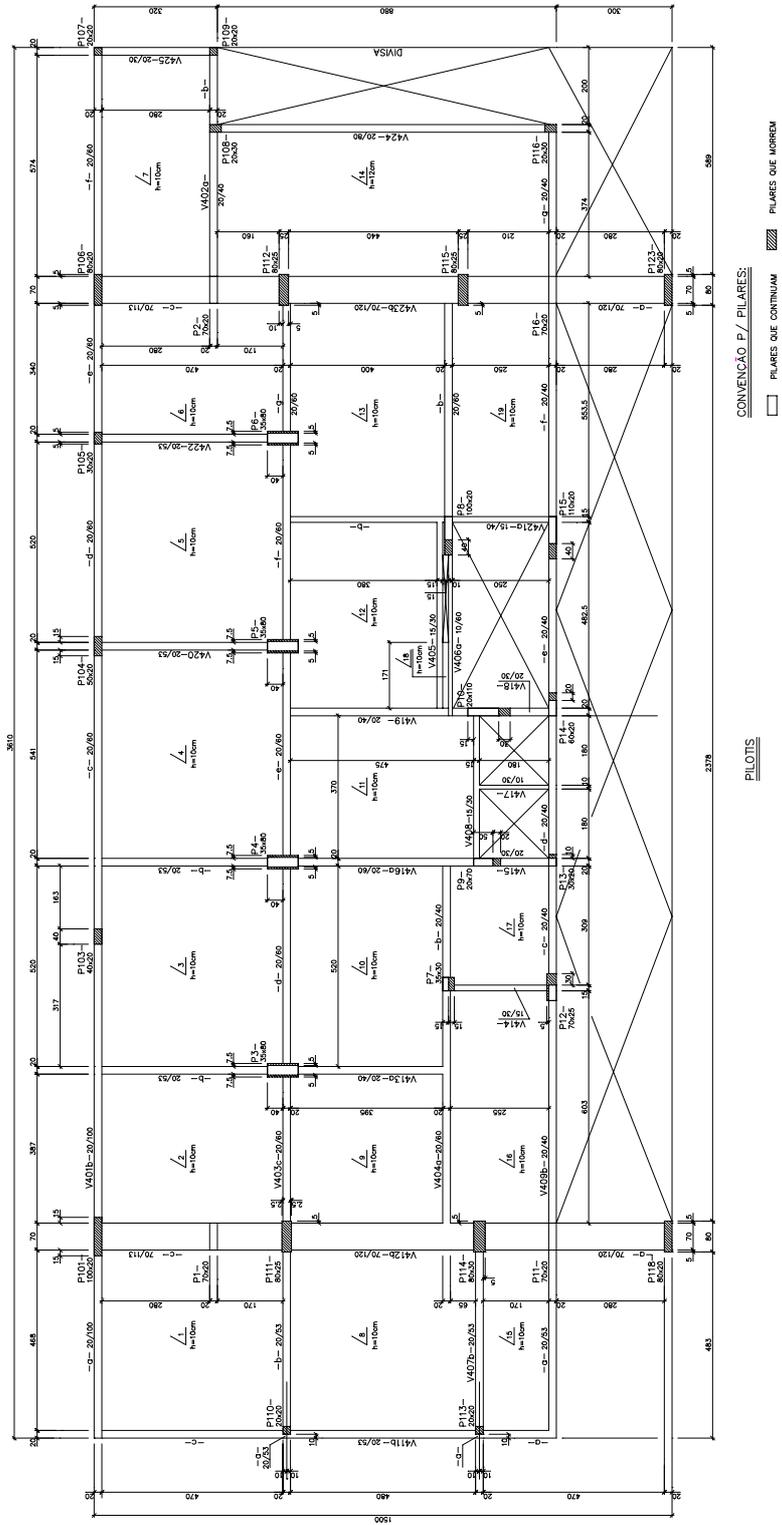


FIGURA 4.20 - Pilotis do edifício III.

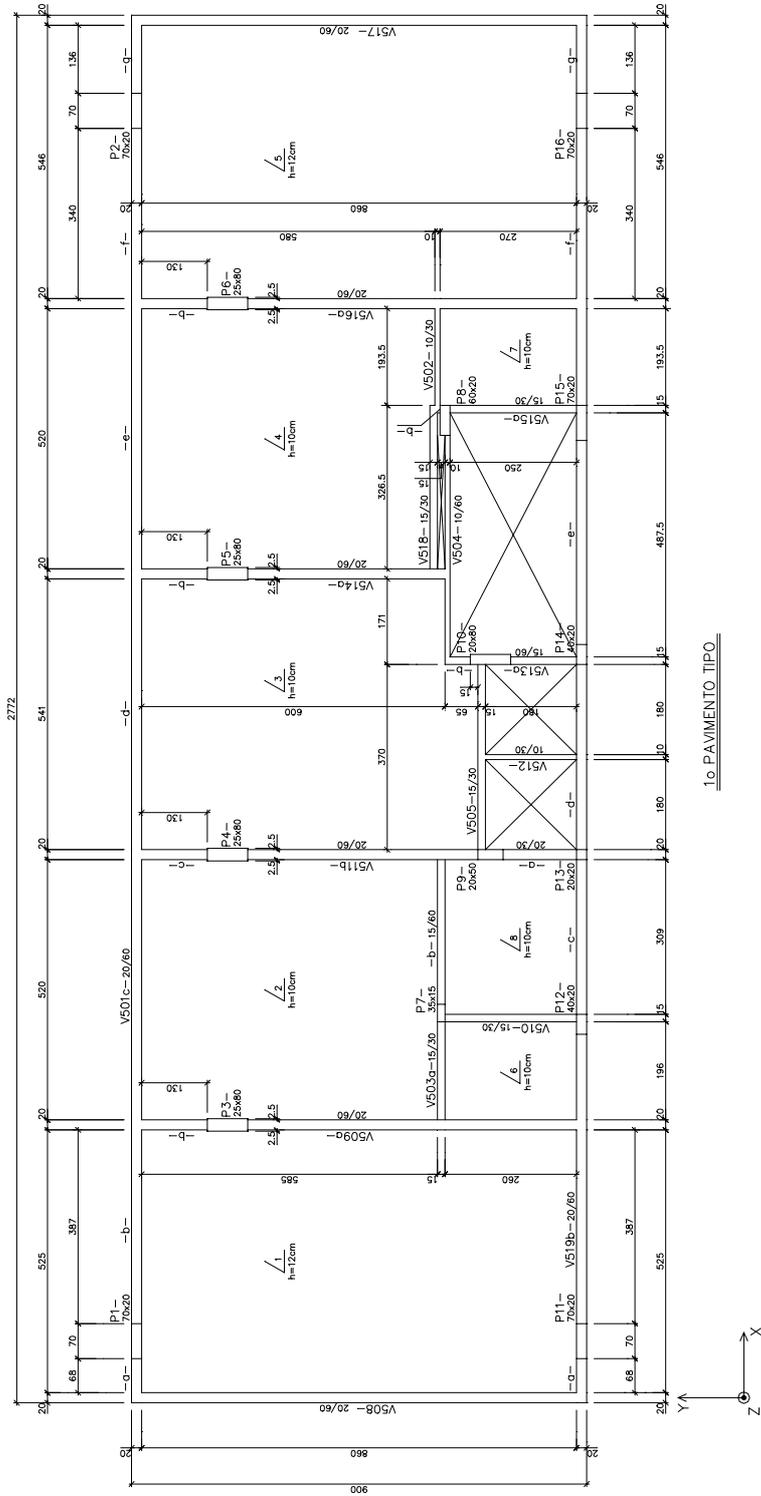


FIGURA 4.21 - 1º Pavimento do edifício III.

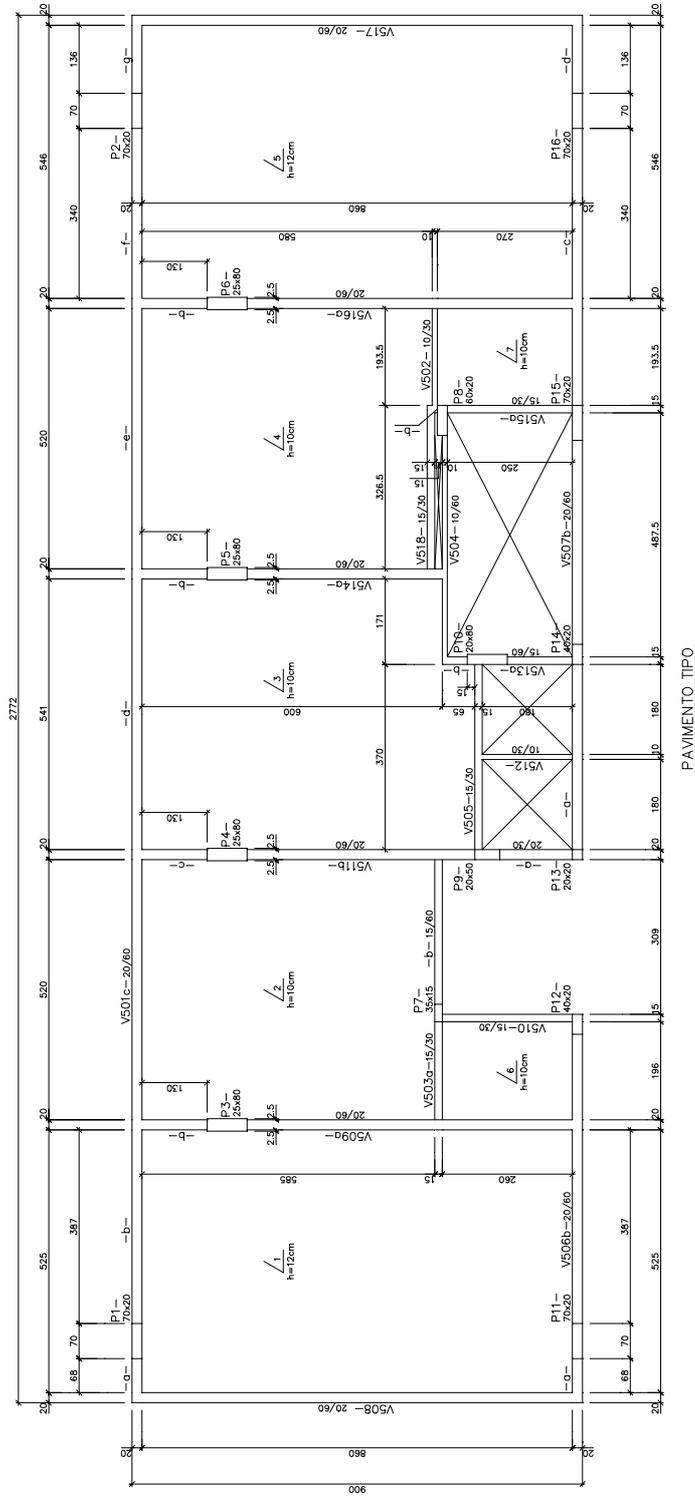


FIGURA 4.22 - Pavimento tipo do edifício III.

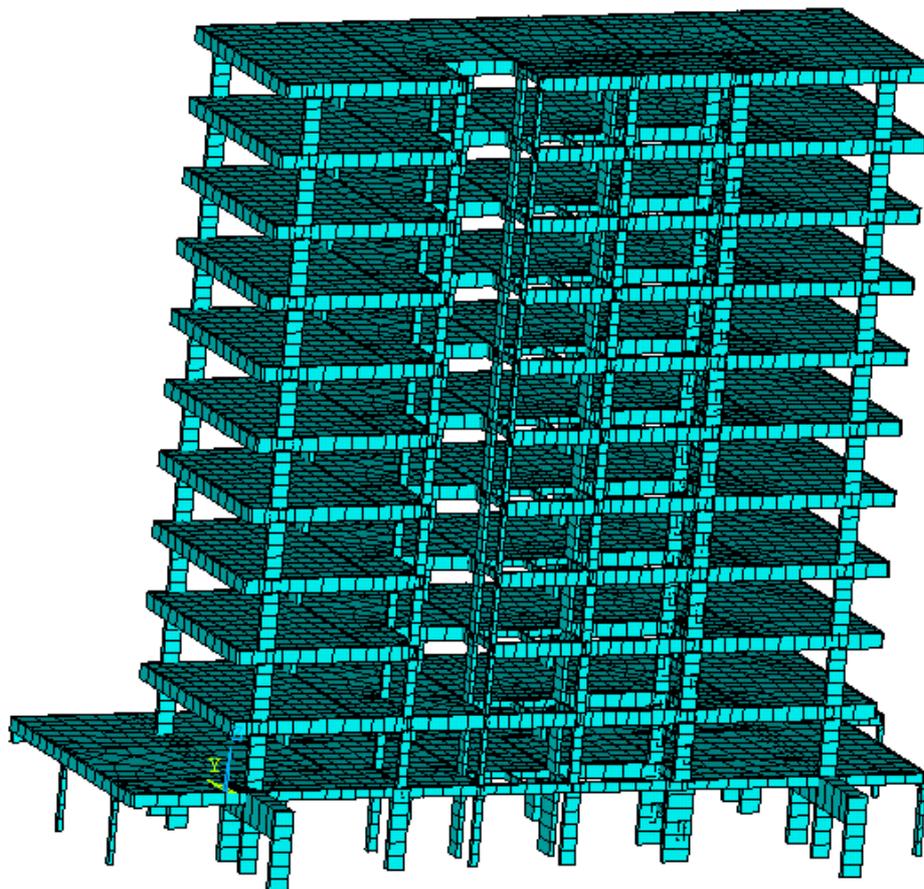


FIGURA 4.23 – Modelagem do edifício III.

4.7.3- Edifício IV

Este edifício, calculado por PEREZ (1999), utilizando diversos modelos de sistema estrutural, é composto por vinte pavimentos iguais, com um pé direito de 3,0 m. A fôrma do pavimento tipo está apresentada na FIG. 4.24. Na FIG. 4.25 encontra-se a modelagem do edifício utilizada no programa ANSYS.

Adotou-se $\nu = 0,2$, e o módulo de elasticidade do concreto foi tomado igual a 21000 MPa.

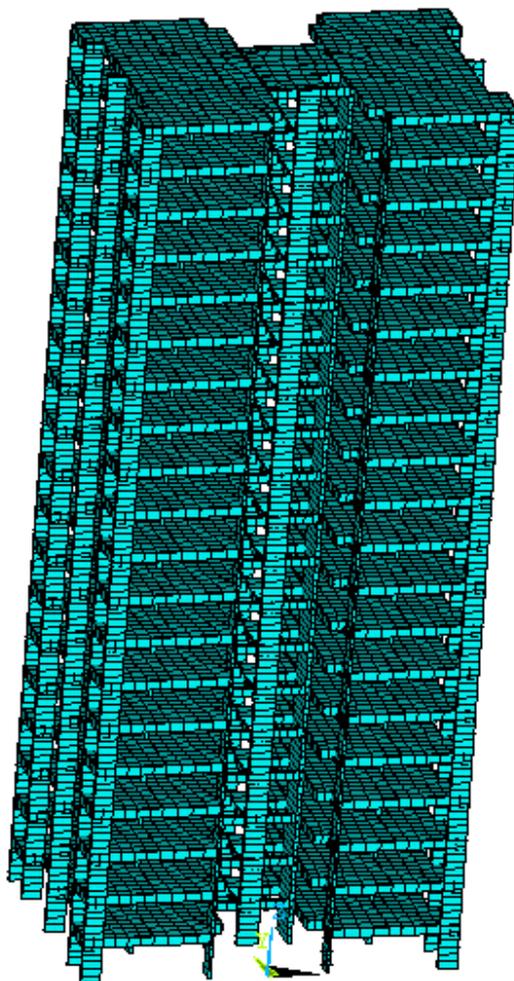


FIGURA 4.25 – Modelagem do edifício IV.

4.7.4- Edifício V

Finalmente, o último edifício analisado, estudado por CORRÊA (1991), é composto por dezoito pavimentos iguais. Foram adotados pé direito igual a 3,15 m e espessura das lajes igual a 8 cm. Na FIG. 4.26 encontra-se a fôrma do pavimento tipo e, na FIG. 4.27, está apresentada a modelagem do edifício utilizada no ANSYS.

Para o concreto, utilizaram-se $\nu = 0,15$ e módulo de elasticidade igual a 34600 MPa.

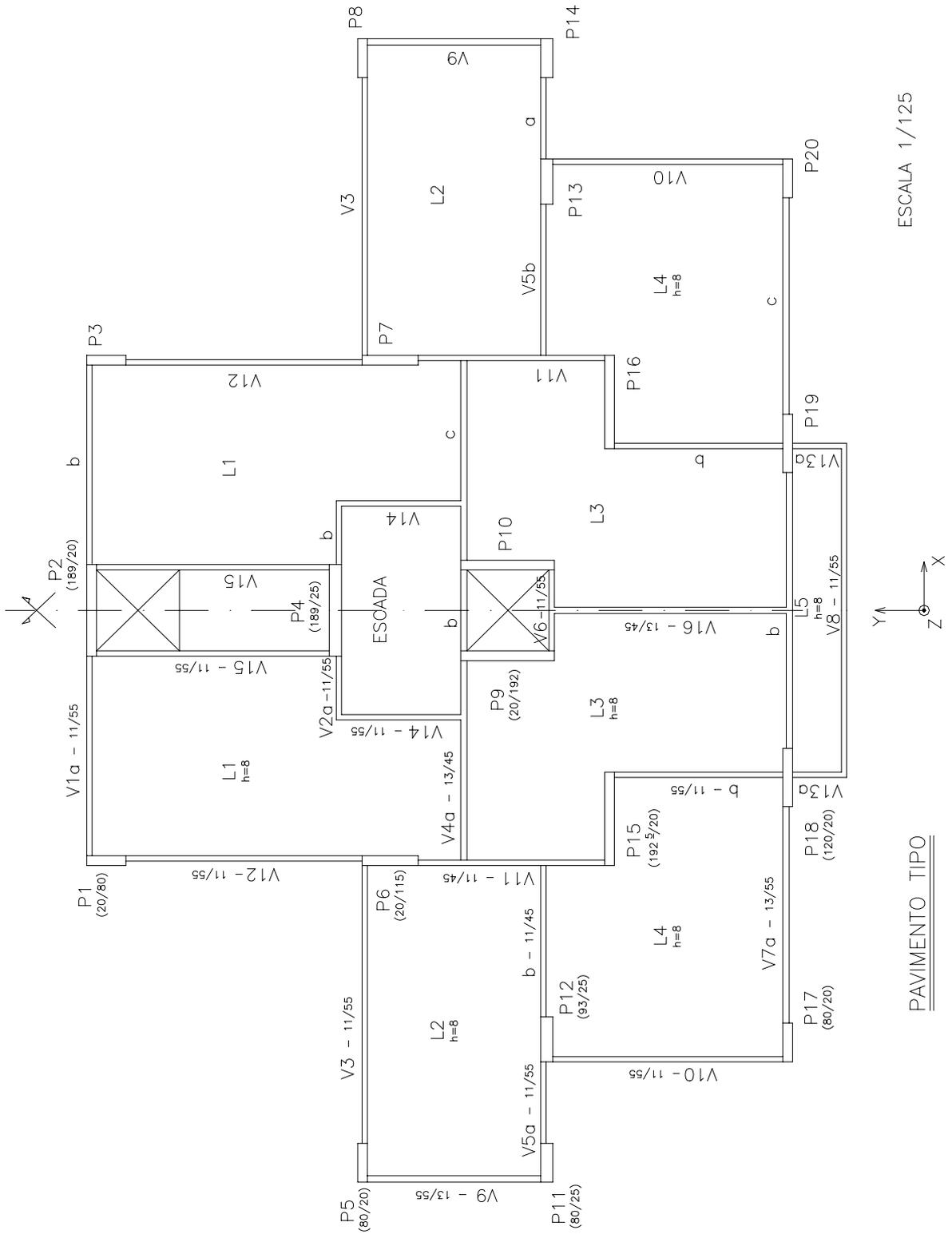


FIGURA 4.26 - Pavimento tipo do edifício V.

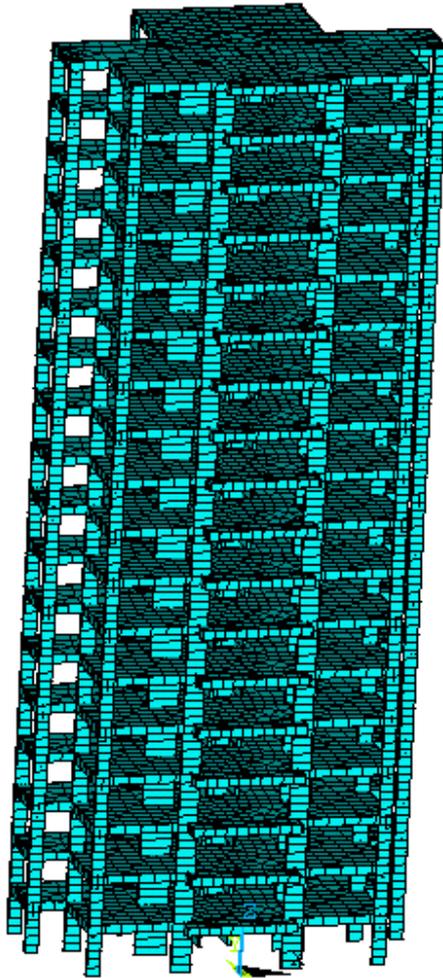


FIGURA 4.27 – Modelagem do edifício V.

4.7.5- Resultados Obtidos

Para cada edifício, foram calculados o parâmetro de instabilidade α e o coeficiente γ_z . Os valores obtidos estão indicados na TAB. 4.9, juntamente com a classificação das estruturas, nas direções X e Y.

TABELA 4.9 – Valores dos parâmetros de instabilidade e classificação das estruturas

Exemplar	Direção X			Direção Y		
	Parâmetro	Valor	Classificação	Parâmetro	Valor	Classificação
Edifício II	α	0,50	Nós Fixos	α	0,67	Nós Móveis
	γ_z	1,074	Nós Fixos	γ_z	1,121	Nós Móveis
Edifício III	α	0,65	Nós Móveis	α	0,69	Nós Móveis
	γ_z	1,186	Nós Móveis	γ_z	1,109	Nós Móveis
Edifício IV	α	1,17	Nós Móveis	α	0,95	Nós Móveis
	γ_z	1,409	Nós Móveis	γ_z	1,207	Nós Móveis
Edifício V	α	0,80	Nós Móveis	α	0,97	Nós Móveis
	γ_z	1,138	Nós Móveis	γ_z	1,228	Nós Móveis

Tal como o edifício I, os edifícios foram submetidos à análises em primeira e segunda ordem, para as cargas verticais (ponderadas por $\gamma_{fv} = 1,0$) agindo simultaneamente com as ações horizontais (ponderadas por $\gamma_{fh} = 1,22$). A partir dos resultados destas análises, observou-se como os acréscimos de esforços em segunda ordem se relacionam com o coeficiente γ_z .

Os acréscimos percentuais sofridos pelos esforços de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, para cada edifício, estão apresentados nas TAB. 4.10 a 4.17.

TABELA 4.10 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%), para o edifício II

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1°	0,9	4,4	7,4	5,5
2°	0,9	5,2	8,2	5,6
3°	0,9	7,5	10,3	7,8
4°	0,9	8,4	11,1	7,8
5°	1,0	6,7	6,5	11,8
6°	0,8	7,6	5,9	10,4
7°	0,9	6,6	6,5	9,5
8°	0,8	8,4	6,7	10,6
9°	1,0	6,9	7,9	8,5
10°	1,1	10,2	6,5	10,8
Média	0,9	7,2	7,7	8,8

TABELA 4.11 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%), para o edifício II

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1°	1,0	12,8	11,6	12,1
2°	1,0	14,2	11,3	11,5
3°	1,0	13,3	10,5	12,6
4°	0,8	15,3	11,6	13,8
5°	0,9	14,9	13,4	12,2
6°	0,8	15,4	10,9	11,6
7°	0,9	12,6	13,6	12,7
8°	0,9	8,4	15,9	12,2
9°	1,1	7,7	11,6	9,7
10°	1,0	6,4	11,8	15,7
Média	0,9	12,1	12,2	12,4

TABELA 4.12 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%), para o edifício III

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1° (Pilotis)	4,5	10,3	15,9	16,8
2°	0,7	15,0	14,3	15,4
3°	0,8	18,0	13,8	16,6
4°	0,8	14,6	15,9	18,5
5°	0,8	13,5	17,8	19,0
6°	0,7	13,4	12,5	19,1
7°	0,8	13,2	11,3	19,4
8°	0,7	22,2	12,2	19,9
9°	0,7	19,3	12,6	20,5
10°	0,7	16,0	16,4	20,2
11°	0,6	12,5	14,1	16,0
Média	1,1	15,3	14,3	18,3

TABELA 4.13 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%), para o edifício III

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1° (Pilotis)	5,8	8,5	9,2	9,2
2°	1,1	14,3	11,9	10,1
3°	1,1	15,0	11,3	12,2
4°	1,1	13,8	8,4	15,0
5°	1,0	13,8	8,5	15,0
6°	0,8	11,0	10,1	9,9
7°	0,8	8,6	10,4	7,7
8°	0,9	7,6	9,3	10,5
9°	0,9	7,6	10,6	9,3
10°	0,9	8,0	14,0	10,3
11°	0,9	7,3	8,1	11,5
Média	1,4	10,5	10,2	11,0

TABELA 4.14 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%), para o edifício IV

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1°	2,6	51,9	15,5	41,1
2°	2,7	70,4	18,1	44,6
3°	2,7	71,2	28,4	40,4
4°	2,5	64,1	38,0	42,7
5°	2,5	43,1	46,3	42,9
6°	2,5	37,4	35,0	41,6
7°	2,5	32,5	28,8	40,6
8°	2,7	41,6	26,3	40,2
9°	2,6	43,0	27,2	40,0
10°	2,6	40,6	25,0	39,0
11°	2,5	43,9	30,3	39,2
12°	2,4	42,7	39,7	40,4
13°	2,7	41,2	36,0	38,0
14°	2,4	41,9	37,2	38,0
15°	2,7	42,3	24,1	39,8
16°	2,7	38,9	20,4	40,0
17°	2,8	42,4	26,2	39,9
18°	2,9	41,0	16,1	38,4
19°	3,3	39,3	18,1	37,3
20°	5,3	31,6	33,0	41,5
Média	2,8	45,0	28,5	40,3

TABELA 4.15 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%), para o edifício IV

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1°	2,1	22,0	12,7	23,2
2°	2,4	27,8	12,9	21,7
3°	2,5	29,9	18,3	21,3
4°	2,9	29,1	18,0	21,8
5°	3,0	23,0	19,6	20,7
6°	3,0	18,2	19,9	21,0
7°	3,0	17,7	19,2	22,0
8°	3,0	17,9	20,9	21,4
9°	3,0	19,0	19,6	18,9
10°	3,4	20,2	20,7	19,6
11°	2,7	19,8	18,3	20,7
12°	2,5	20,9	18,8	20,9
13°	2,5	21,3	19,7	20,4
14°	2,6	21,1	19,3	21,5
15°	2,7	20,6	17,8	20,3
16°	2,7	30,3	19,6	20,9
17°	2,8	27,5	19,8	21,5
18°	3,0	24,2	20,6	21,8
19°	3,4	19,6	19,7	20,6
20°	5,3	24,3	15,6	20,5
Média	2,9	22,7	18,6	21,0

TABELA 4.16 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção X (%), para o edifício V

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1°	1,7	17,3	12,1	15,5
2°	1,9	20,4	15,6	14,2
3°	2,0	22,5	16,4	12,1
4°	2,0	23,3	11,9	13,8
5°	2,1	17,6	11,9	14,8
6°	2,1	13,4	16,1	12,9
7°	2,1	12,6	15,1	14,9
8°	2,0	14,8	15,6	13,4
9°	2,0	13,6	12,6	15,7
10°	2,2	16,2	15,5	13,9
11°	2,1	19,5	13,2	14,0
12°	2,1	20,9	13,2	13,7
13°	1,8	20,4	13,2	13,2
14°	2,0	19,7	14,0	12,8
15°	2,0	18,0	10,4	13,0
16°	1,8	13,7	10,5	13,1
17°	1,8	13,0	11,9	13,5
18°	3,6	12,6	12,5	14,4
Média	2,1	17,2	13,4	13,8

TABELA 4.17 – Acréscimos percentuais dos esforços na direção Y (%), para o edifício V

Pavimento	Pilares		Vigas	
	Força Normal	Momento Fletor	Força Cortante	Momento Fletor
1°	4,2	25,2	14,4	22,0
2°	4,2	36,3	17,4	18,7
3°	4,2	33,1	21,7	23,1
4°	4,2	28,0	20,7	23,0
5°	5,8	24,3	22,9	22,2
6°	5,6	22,4	23,3	23,0
7°	5,4	22,9	23,2	22,1
8°	5,2	25,9	21,2	22,7
9°	5,0	27,6	22,6	23,3
10°	4,8	26,3	23,0	22,2
11°	4,5	27,5	17,4	21,5
12°	4,3	25,5	18,4	23,3
13°	2,3	24,7	20,5	22,8
14°	2,3	22,9	16,4	22,3
15°	2,4	21,3	20,4	22,2
16°	2,4	20,2	19,2	23,3
17°	2,5	19,8	21,5	23,6
18°	3,6	17,0	22,6	22,7
Média	4,1	25,1	20,4	22,5

Os acréscimos médios das TAB. 4.10 a 4.17 foram escritos na forma de majoradores e encontram-se na TAB. 4.18, juntamente com os valores de γ_z e $0,95\gamma_z$.

TABELA 4.18 – Avaliação das majorações

Direção	Item	Edifício II	Edifício III	Edifício IV	Edifício V
X	γ_z	1,074	1,186	1,409	1,138
	$0,95\gamma_z$	1,020	1,127	1,339	1,081
	Força Normal nos Pilares	1,009	1,011	1,028	1,021
	Momento Fletor nos Pilares	1,072	1,153	1,450	1,172
	Força Cortante nas Vigas	1,077	1,143	1,285	1,134
	Momento Fletor nas Vigas	1,088	1,183	1,403	1,138
Y	γ_z	1,121	1,109	1,207	1,228
	$0,95\gamma_z$	1,065	1,054	1,147	1,167
	Força Normal nos Pilares	1,009	1,014	1,029	1,041
	Momento Fletor nos Pilares	1,121	1,105	1,227	1,251
	Força Cortante nas Vigas	1,122	1,102	1,186	1,204
	Momento Fletor nas Vigas	1,124	1,110	1,210	1,225

Observa-se que, em todos os edifícios e em ambas as direções, os acréscimos obtidos para a força normal nos pilares são pequenos, sendo portanto bem menores que os valores de γ_z e $0,95\gamma_z$, tal como ocorreu no edifício I.

Para o momento fletor nos pilares, verifica-se que, nas duas direções, os acréscimos obtidos estão próximos do valor de γ_z , sendo que a maior diferença, correspondente ao acréscimo obtido para o edifício V, na direção X, é da ordem de 3%, contra a segurança.

No caso da força cortante nas vigas, a máxima diferença entre os acréscimos médios e os previstos pelo γ_z chega a quase 9% (edifício IV, direção X), mas a favor da segurança.

Finalmente, para o momento fletor nas vigas, pode-se afirmar que os acréscimos obtidos praticamente coincidem com o valor de γ_z , com exceção do acréscimo encontrado para o edifício II, na direção X, que apresenta uma pequena diferença contra a segurança igual a 1,3%.

De uma maneira geral, a majoração com $0,95\gamma_z$ se distancia mais dos acréscimos obtidos que a realizada utilizando o valor integral de γ_z . Apenas os acréscimos relativos ao momento fletor nos pilares do edifício III e das forças cortantes nas vigas dos edifícios III e IV, todos na direção X, se apresentaram mais próximos do valor de $0,95\gamma_z$ do que de γ_z , mas apenas no último caso a majoração realizada com $0,95\gamma_z$ estaria a favor da segurança.

Considerando-se os acréscimos obtidos ao longo da altura dos edifícios, foram montados os gráficos das FIG. 4.28 a 4.59.

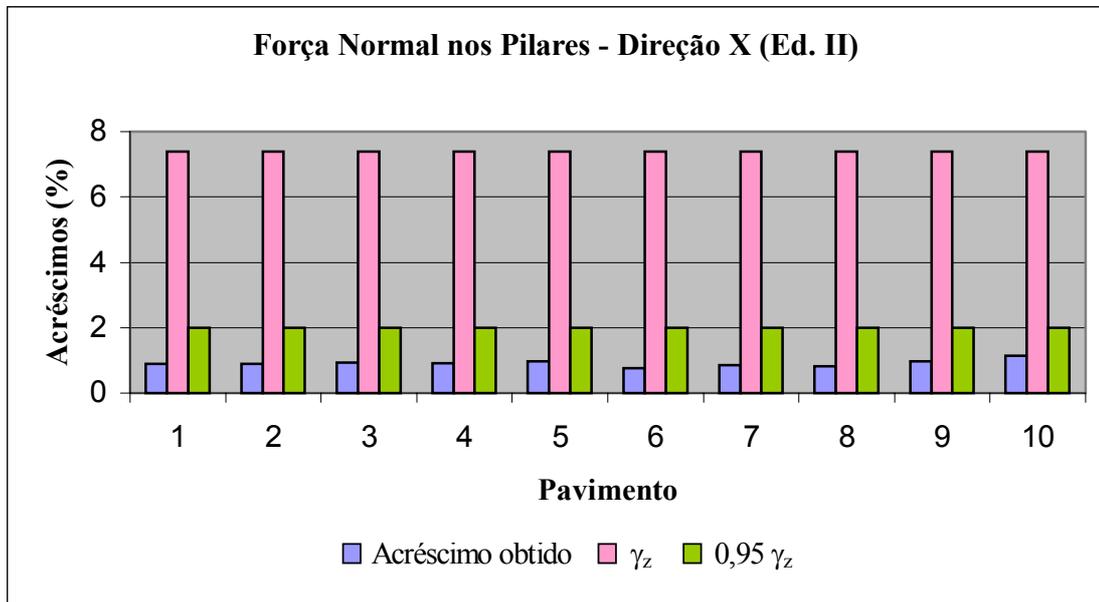


FIGURA 4.28 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X para o edifício II.

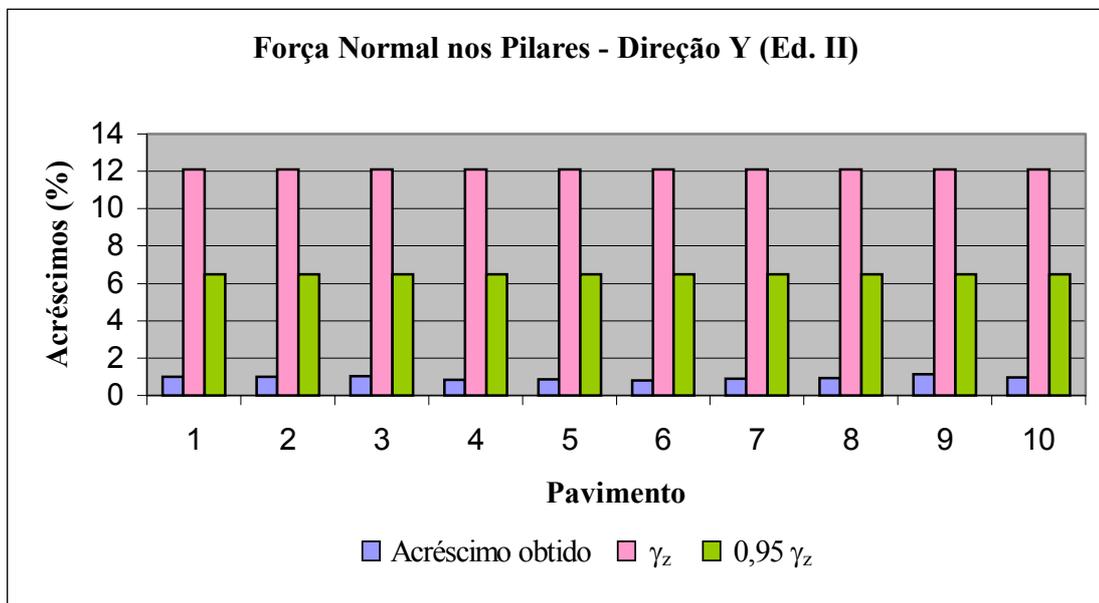


FIGURA 4.29 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y para o edifício II.

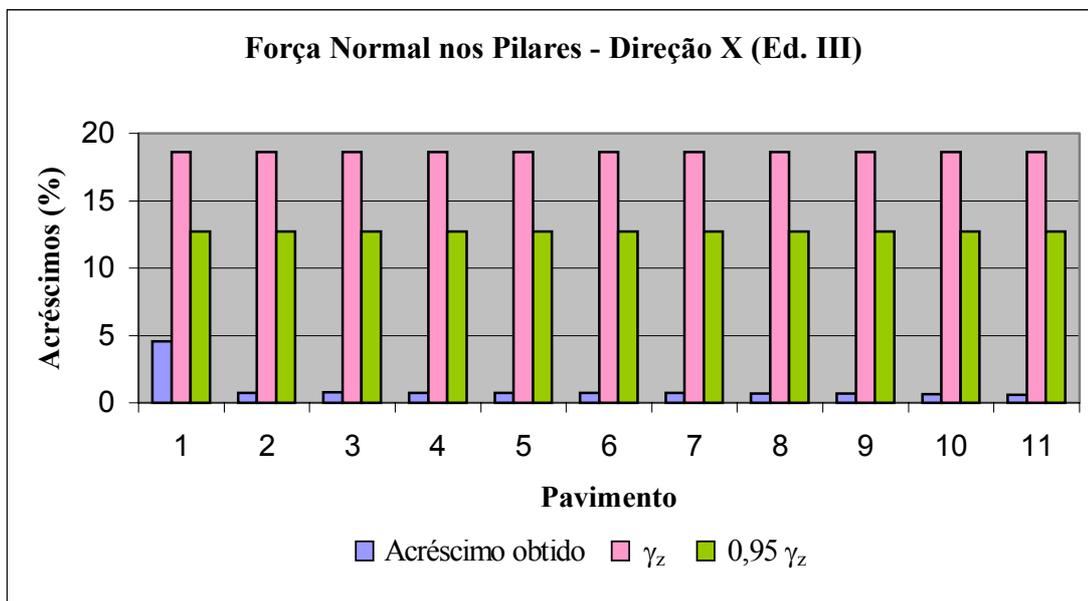


FIGURA 4.30 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X para o edifício III.

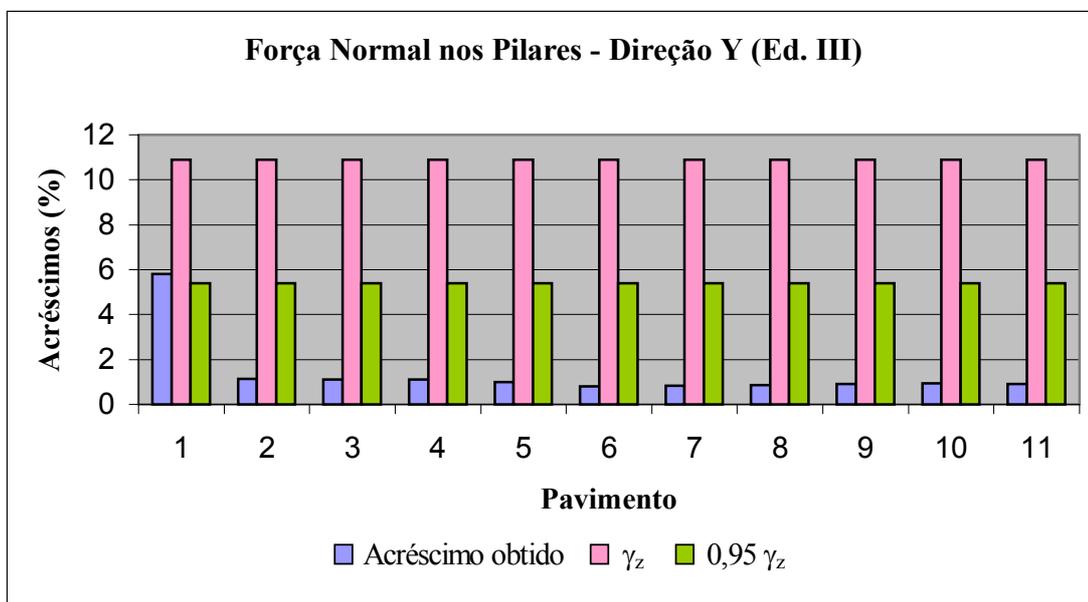


FIGURA 4.31 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y para o edifício III.

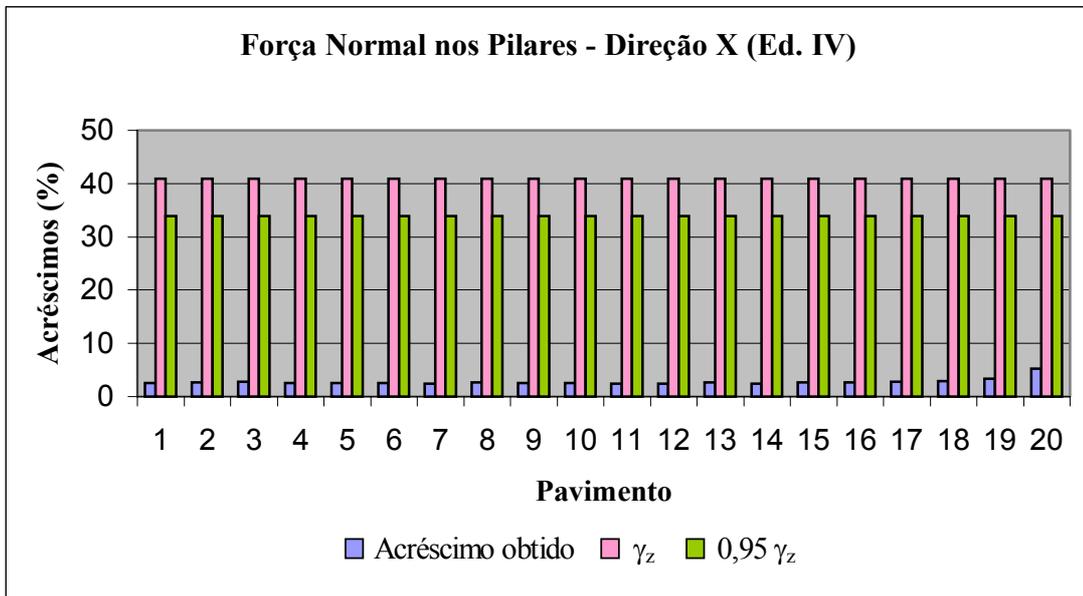


FIGURA 4.32 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X para o edifício IV.

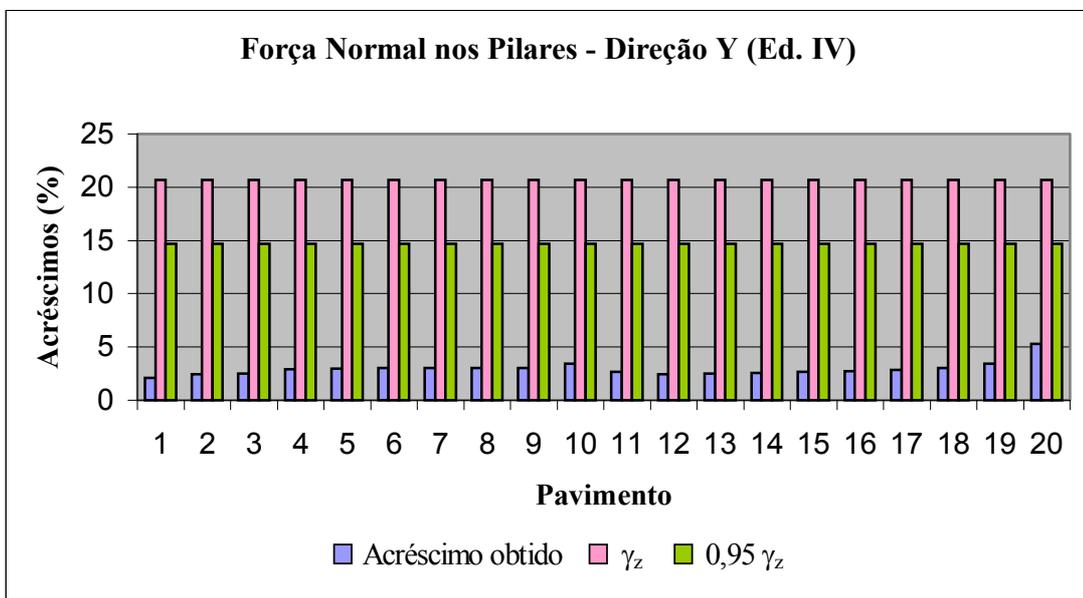


FIGURA 4.33 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y para o edifício IV.

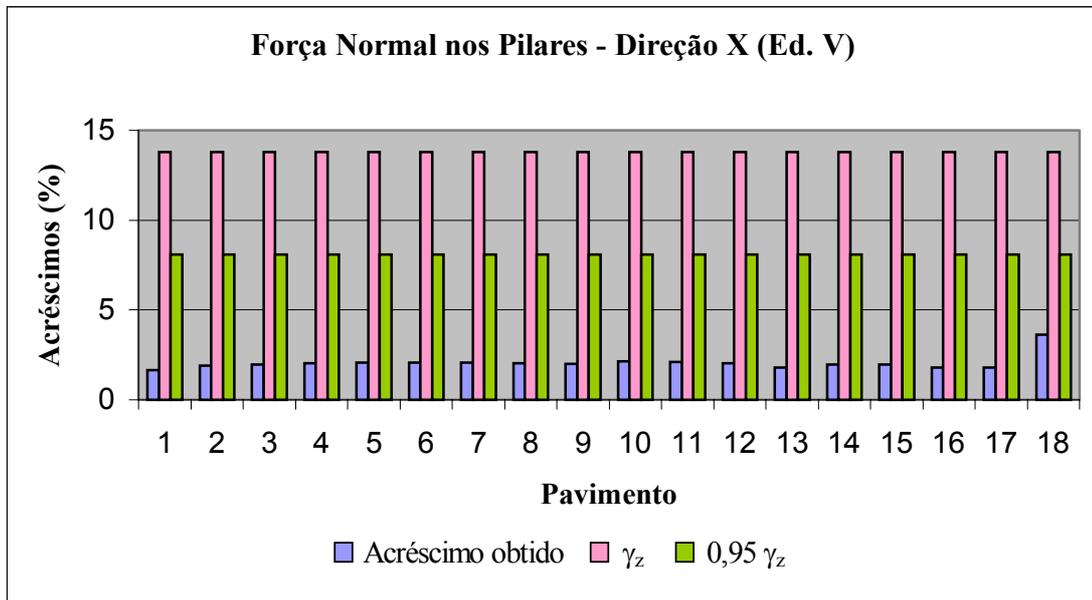


FIGURA 4.34 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção X para o edifício V.

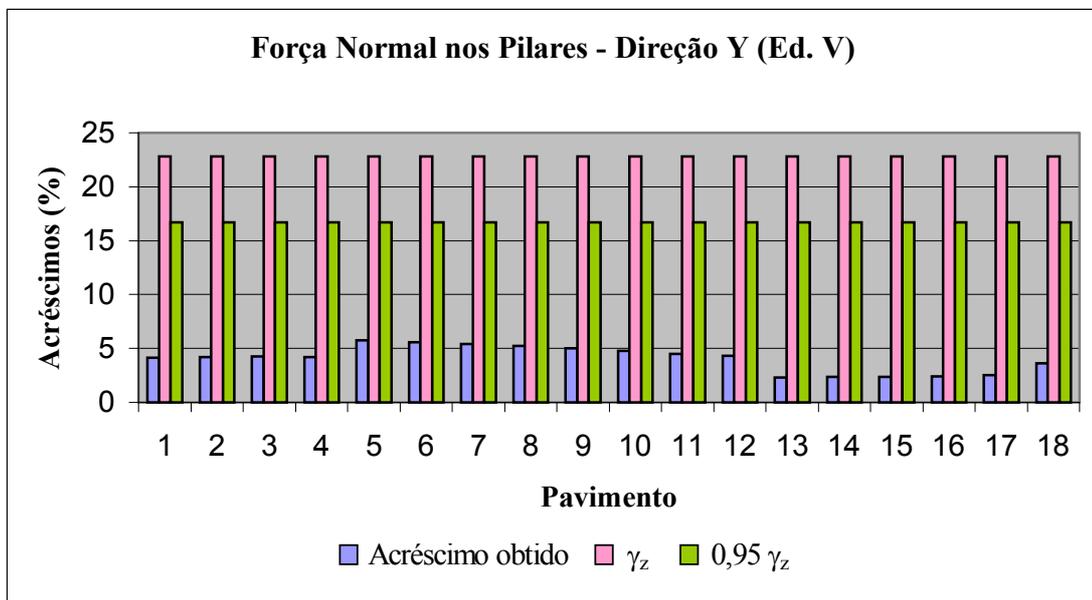


FIGURA 4.35 – Acréscimos de força normal nos pilares na direção Y para o edifício V.

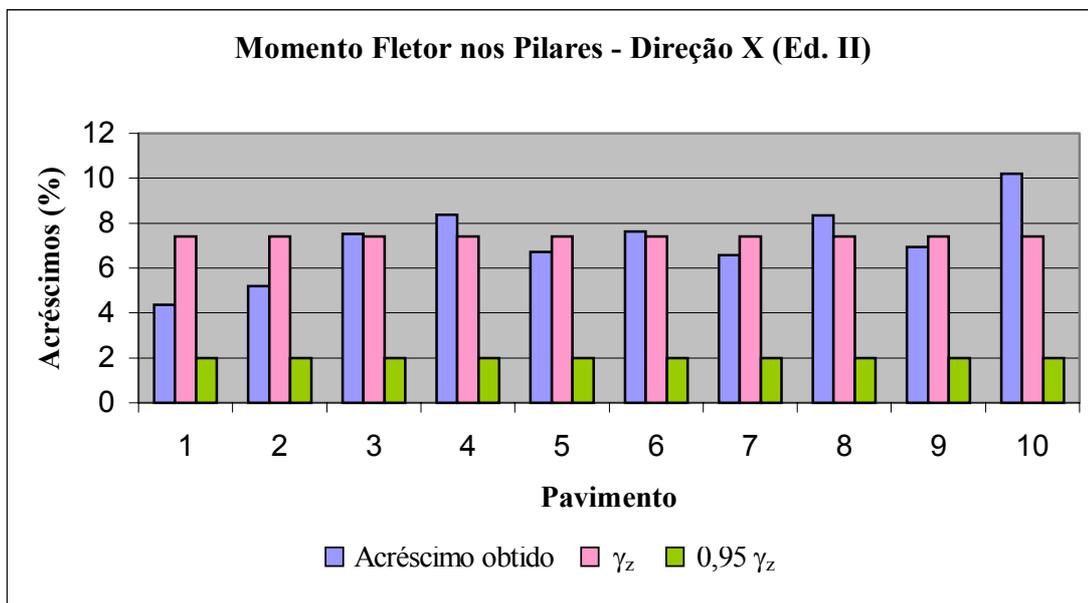


FIGURA 4.36 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X para o edifício II.

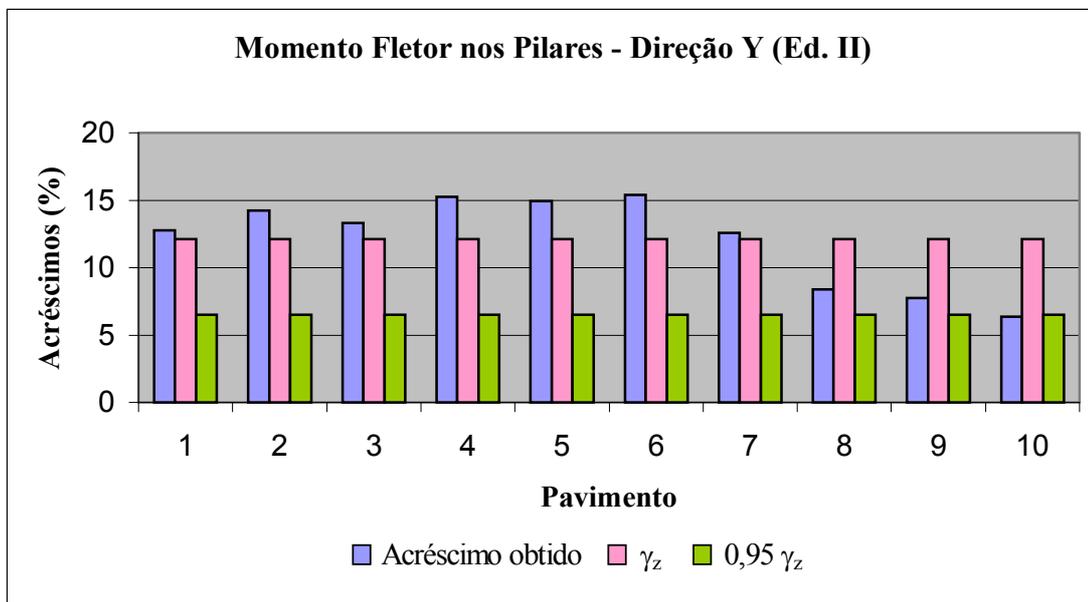


FIGURA 4.37 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y para o edifício II.

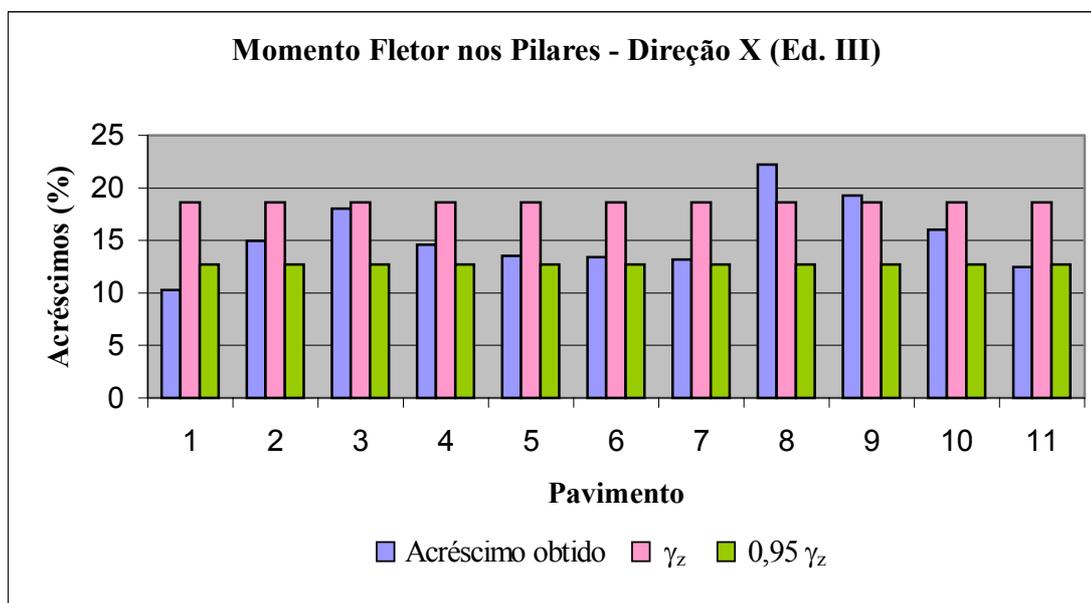


FIGURA 4.38 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X para o edifício III.

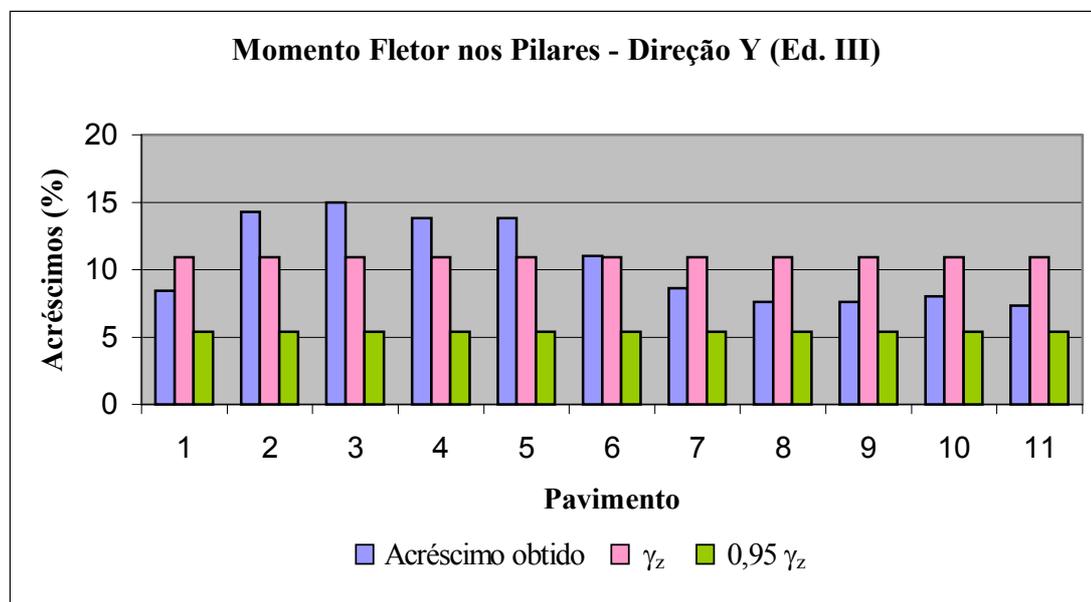


FIGURA 4.39 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y para o edifício III.

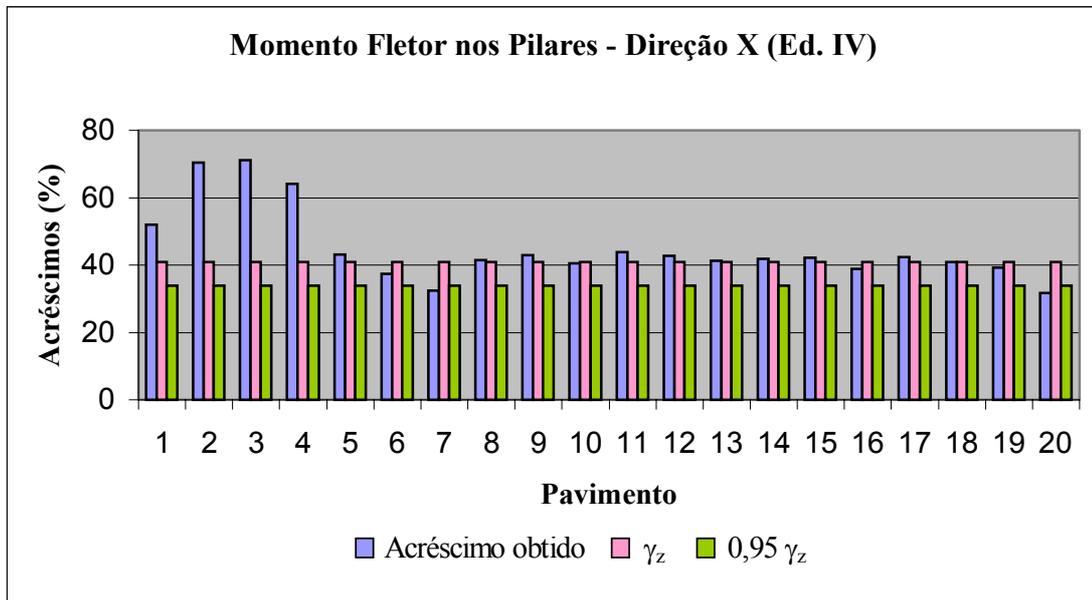


FIGURA 4.40 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X para o edifício IV.

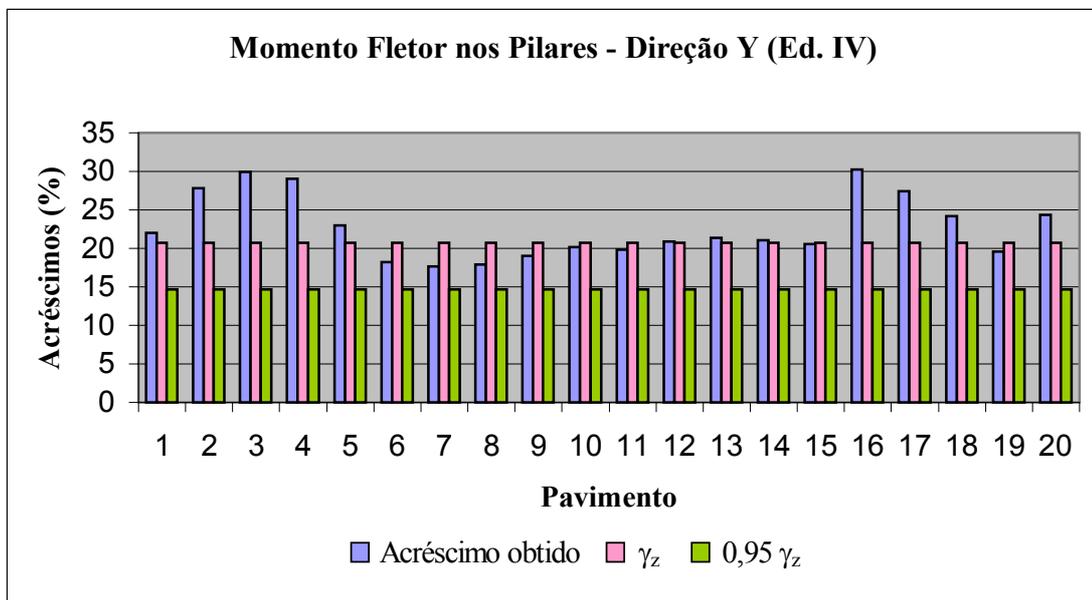


FIGURA 4.41 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y para o edifício IV.

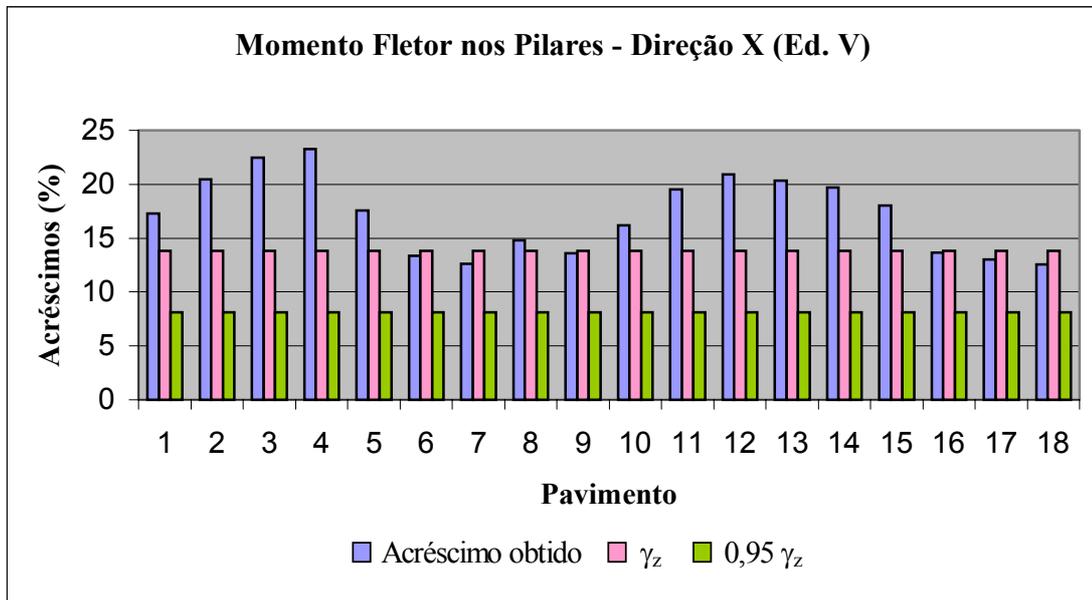


FIGURA 4.42 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção X para o edifício V.

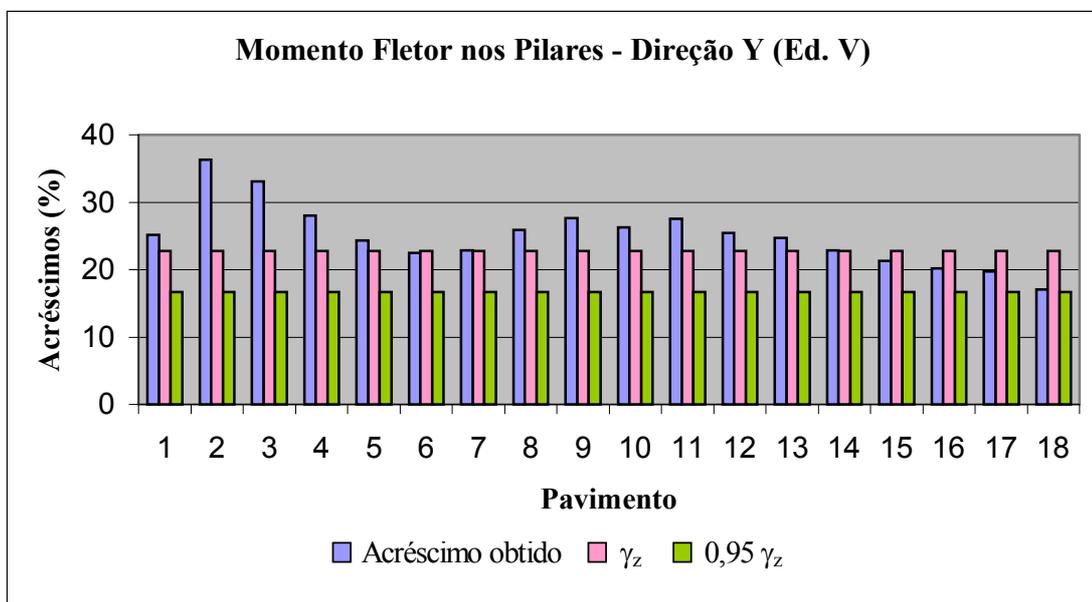


FIGURA 4.43 – Acréscimos de momento fletor nos pilares na direção Y para o edifício V.

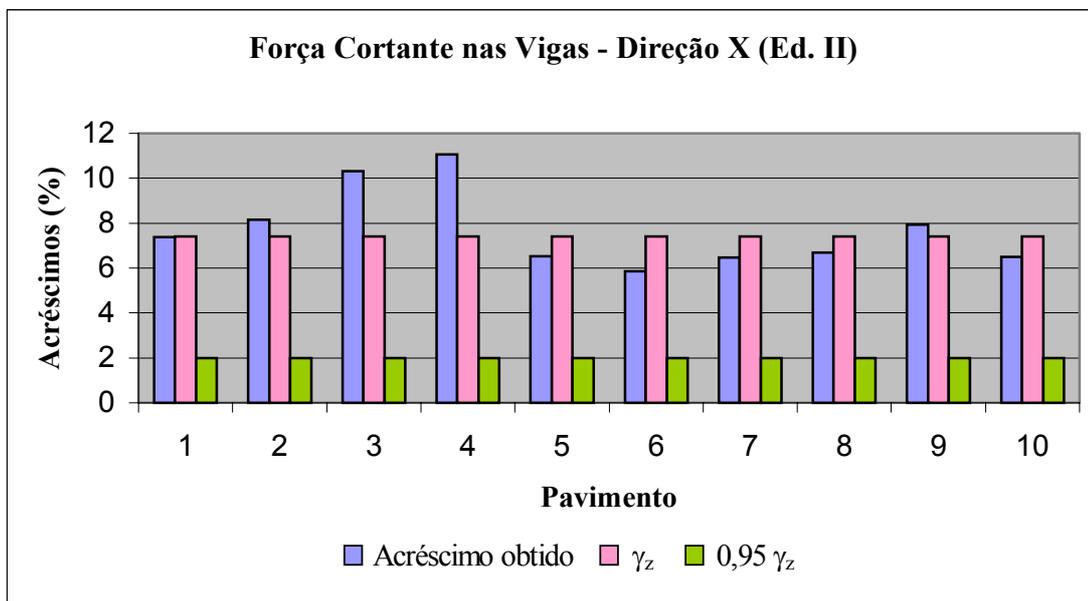


FIGURA 4.44 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X para o edifício II.

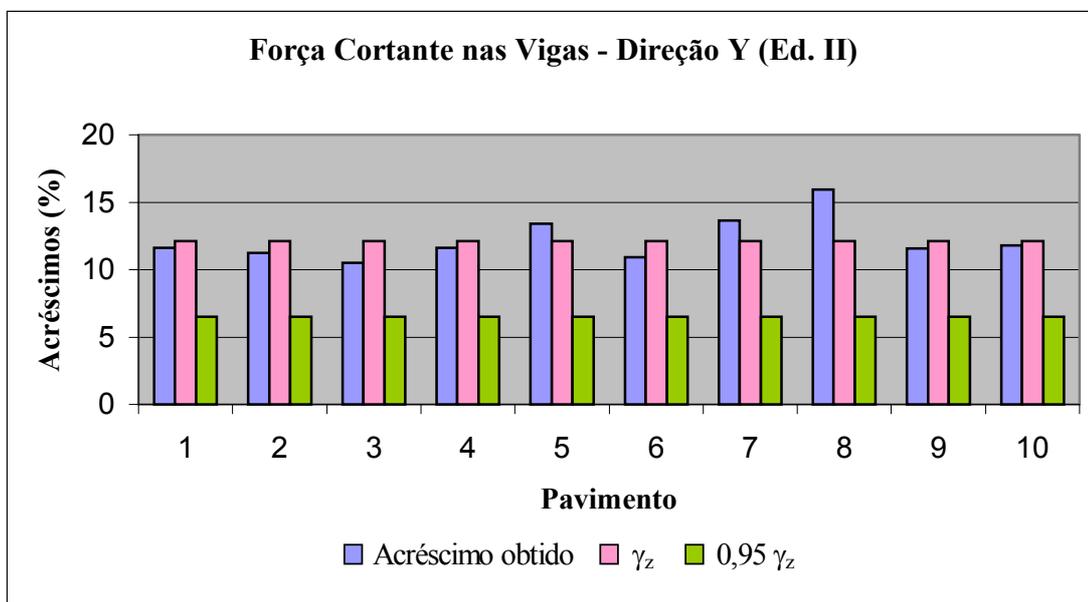


FIGURA 4.45 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y para o edifício II.

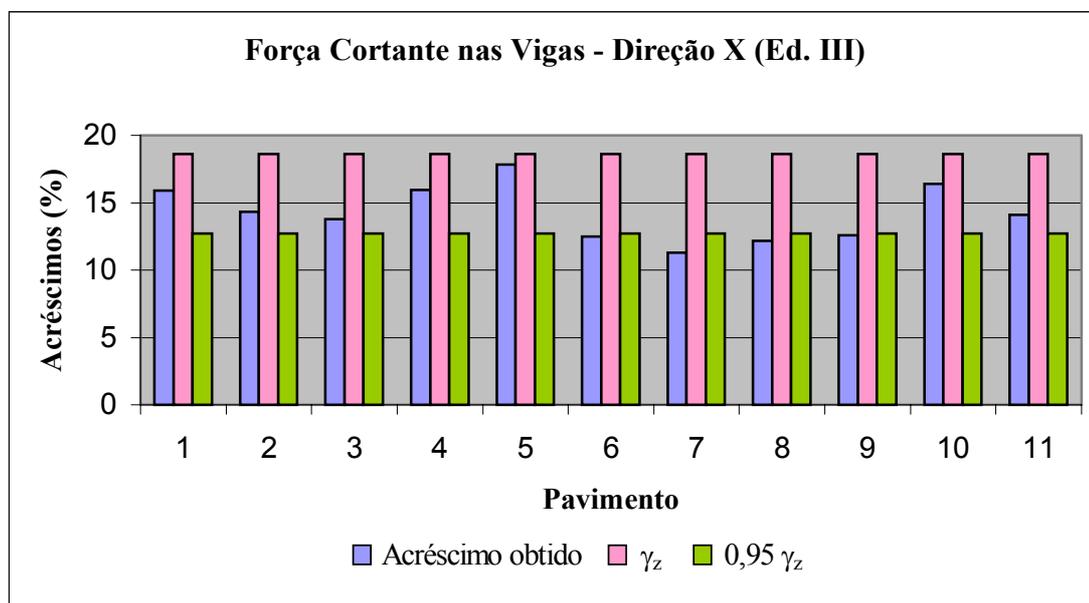


FIGURA 4.46 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X para o edifício III.

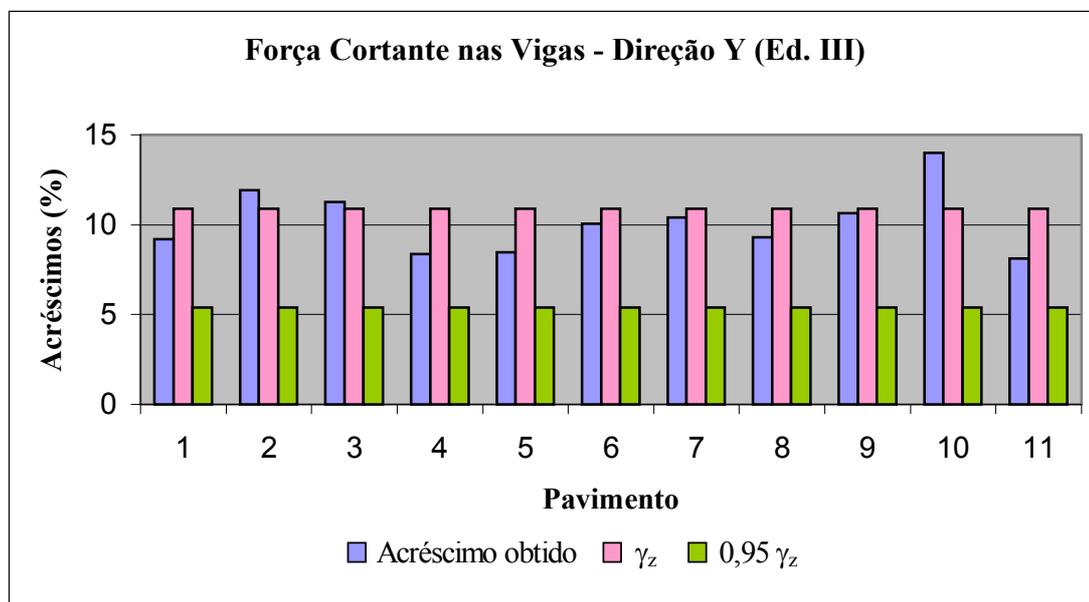


FIGURA 4.47 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y para o edifício III.

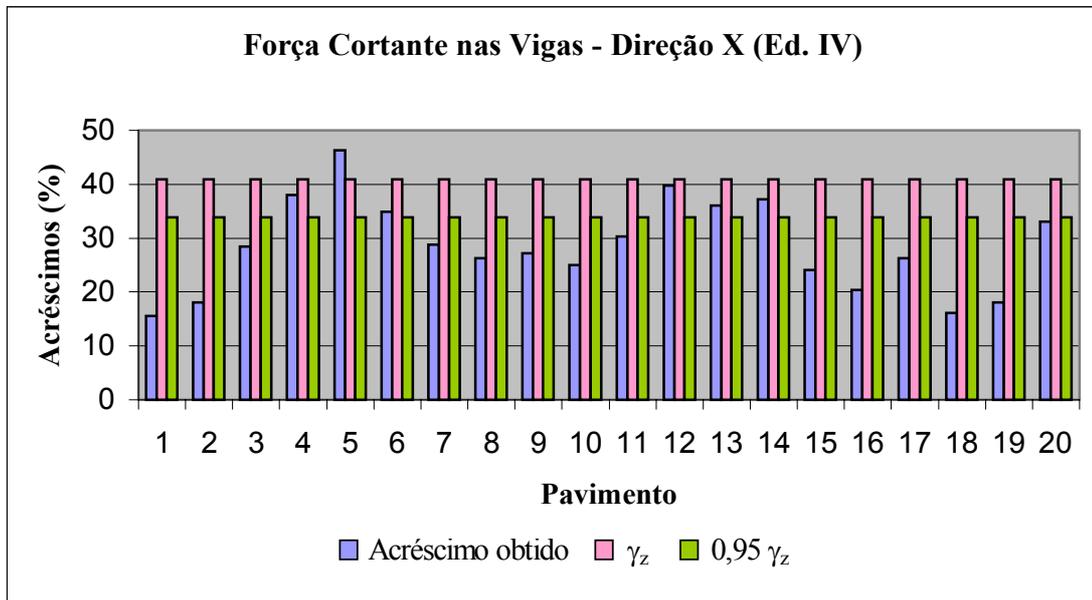


FIGURA 4.48 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X para o edifício IV.

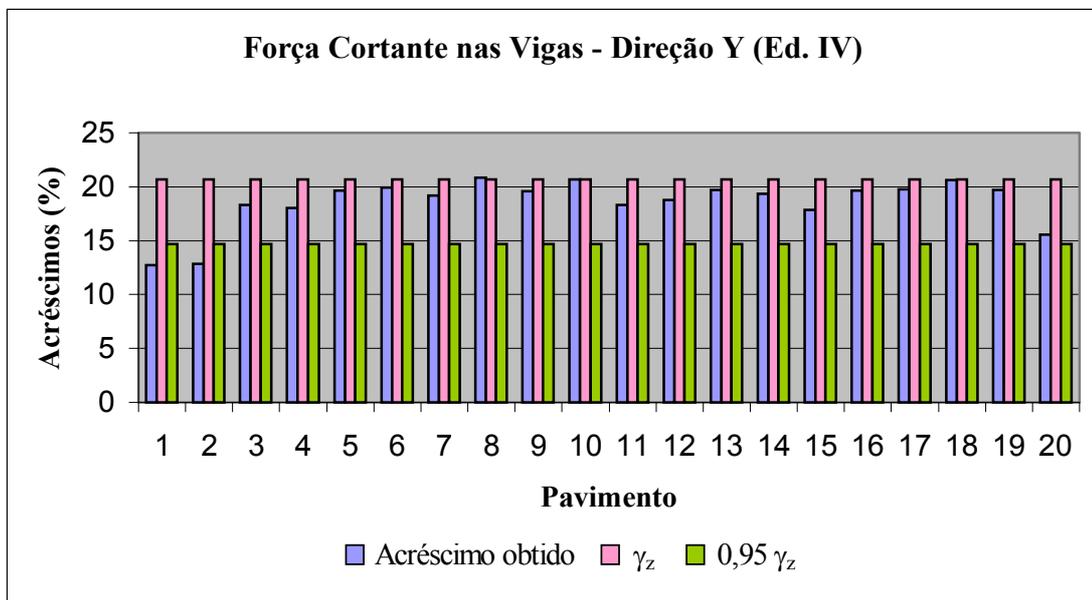


FIGURA 4.49 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y para o edifício IV.

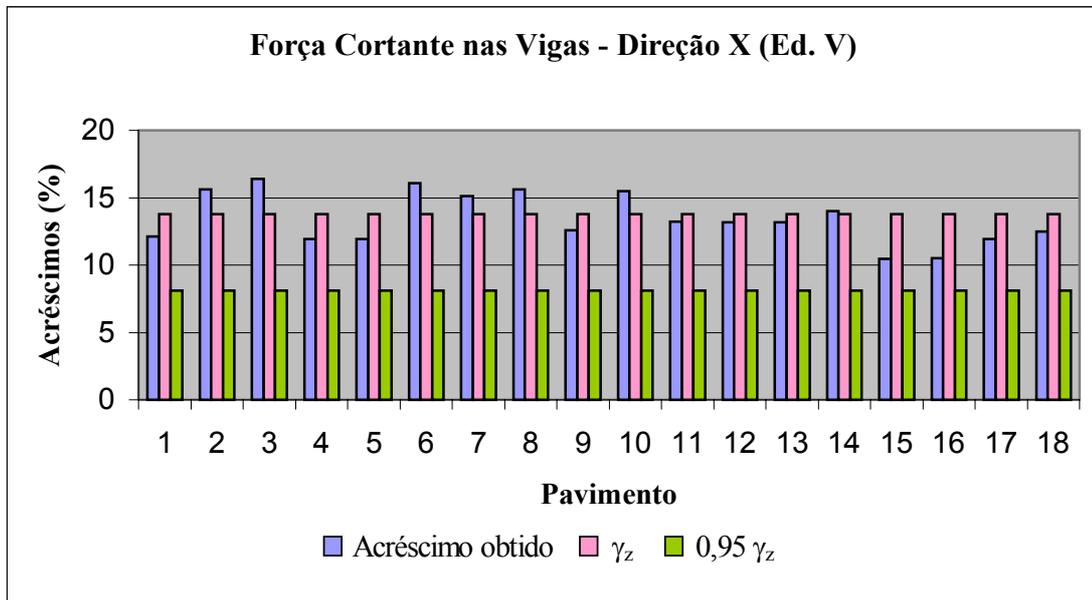


FIGURA 4.50 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção X para o edifício V.

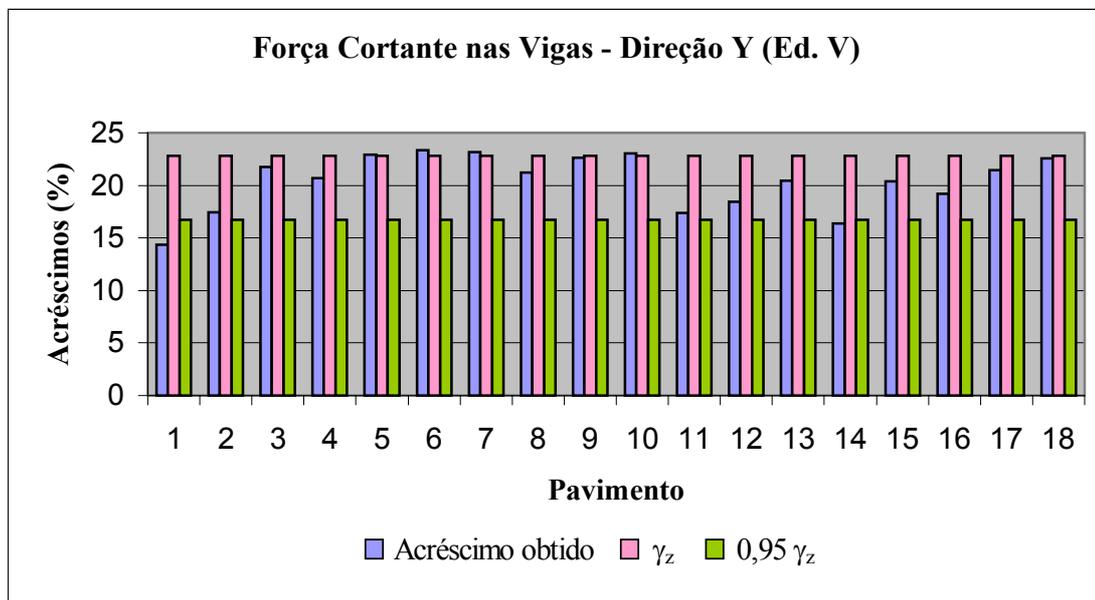


FIGURA 4.51 – Acréscimos de força cortante nas vigas na direção Y para o edifício V.

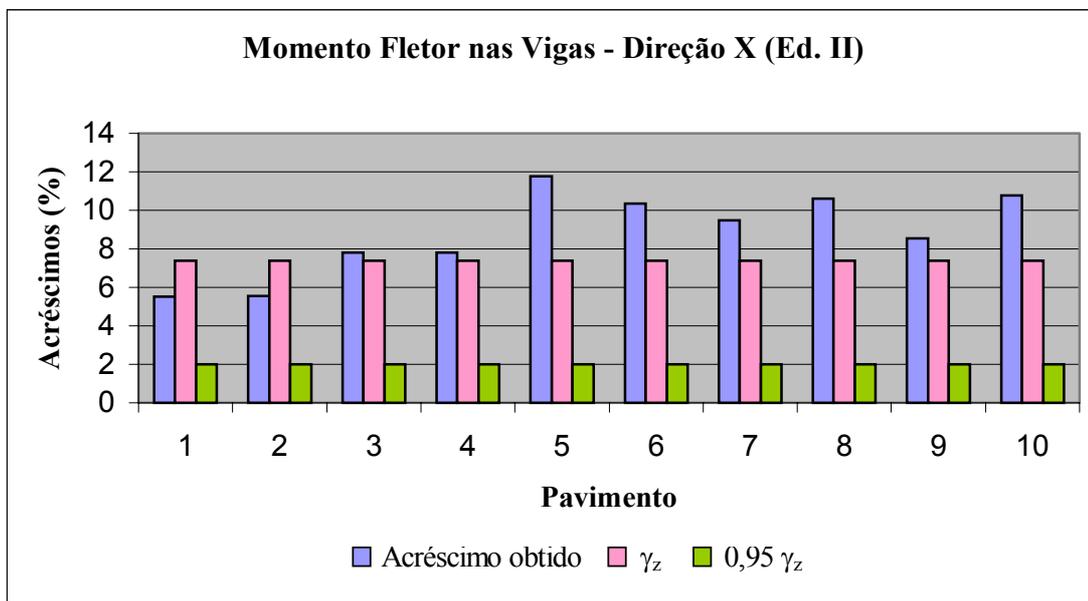


FIGURA 4.52 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X para o edifício II.

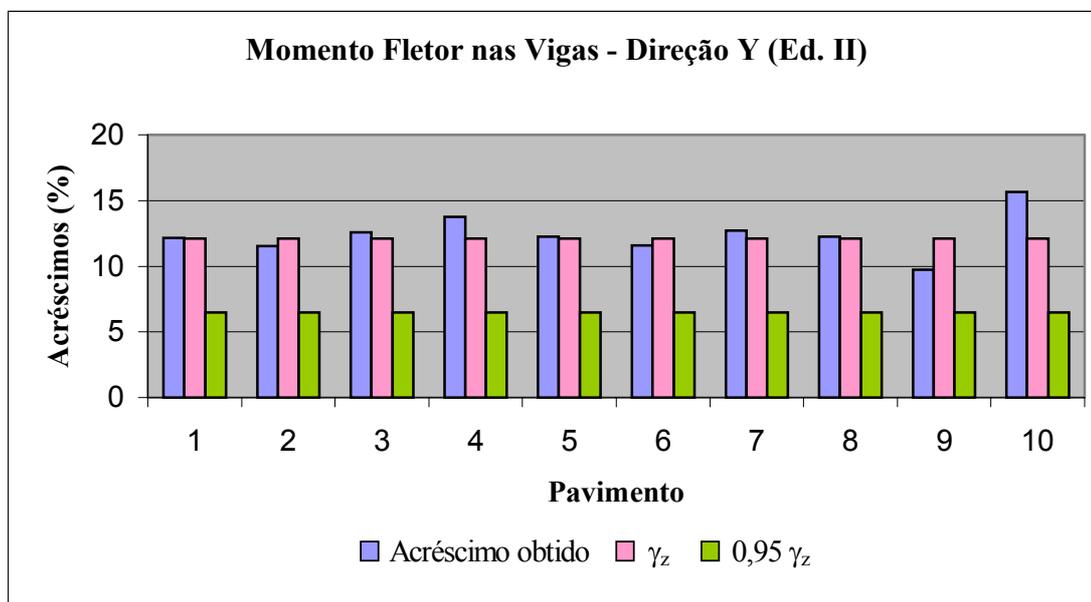


FIGURA 4.53 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y para o edifício II.

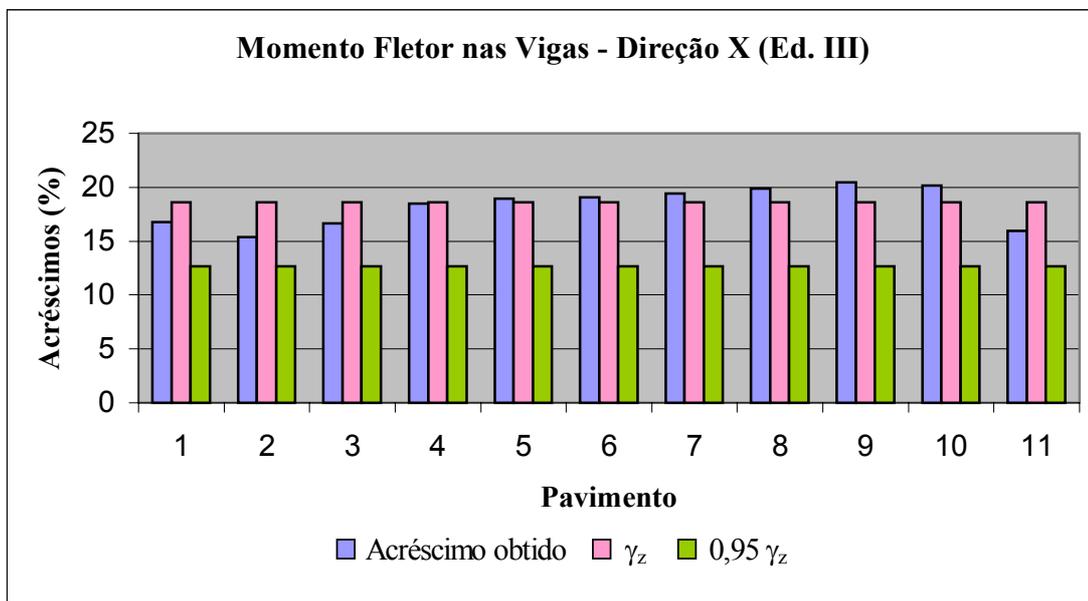


FIGURA 4.54 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X para o edifício III.

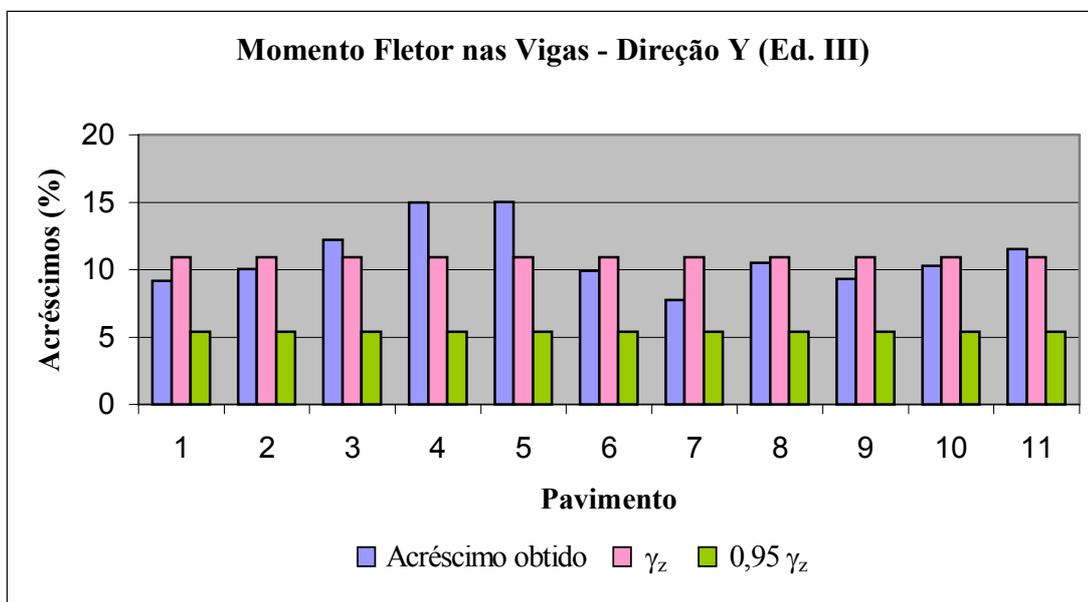


FIGURA 4.55 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y para o edifício III.

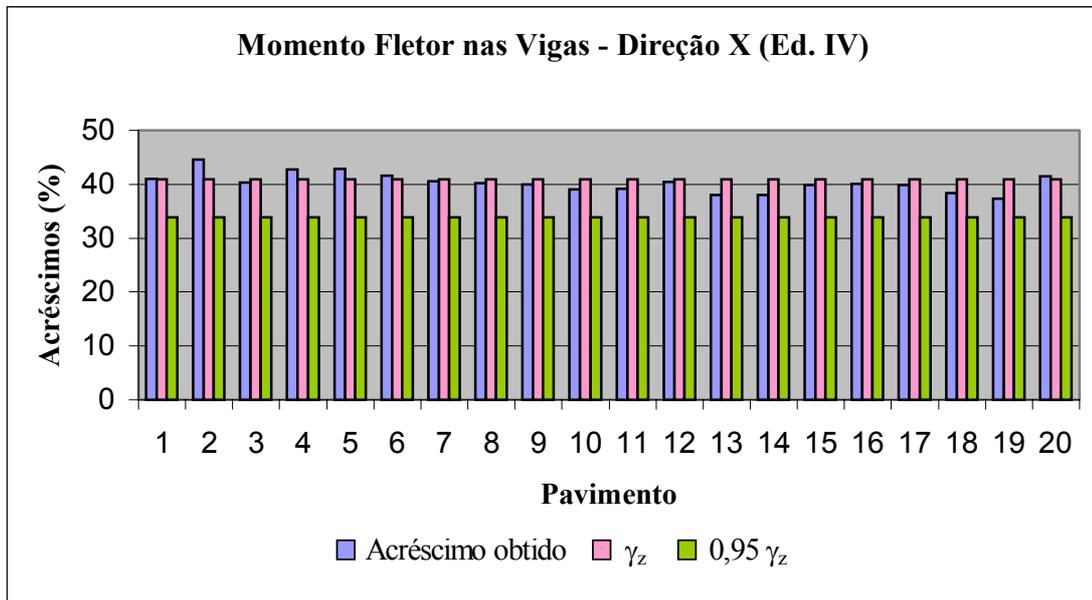


FIGURA 4.56 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X para o edifício IV.

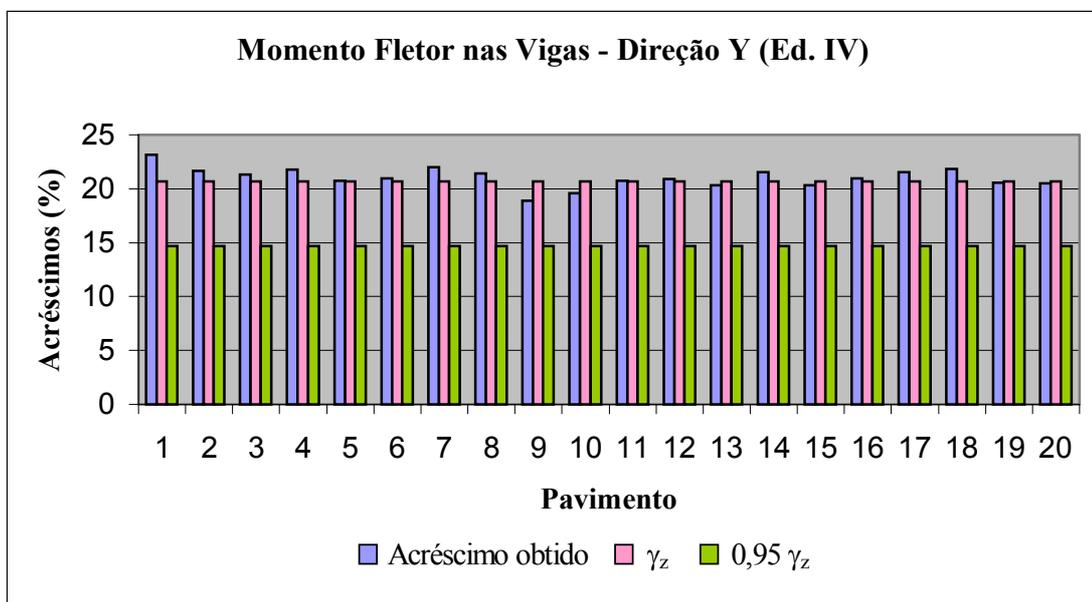


FIGURA 4.57 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y para o edifício IV.

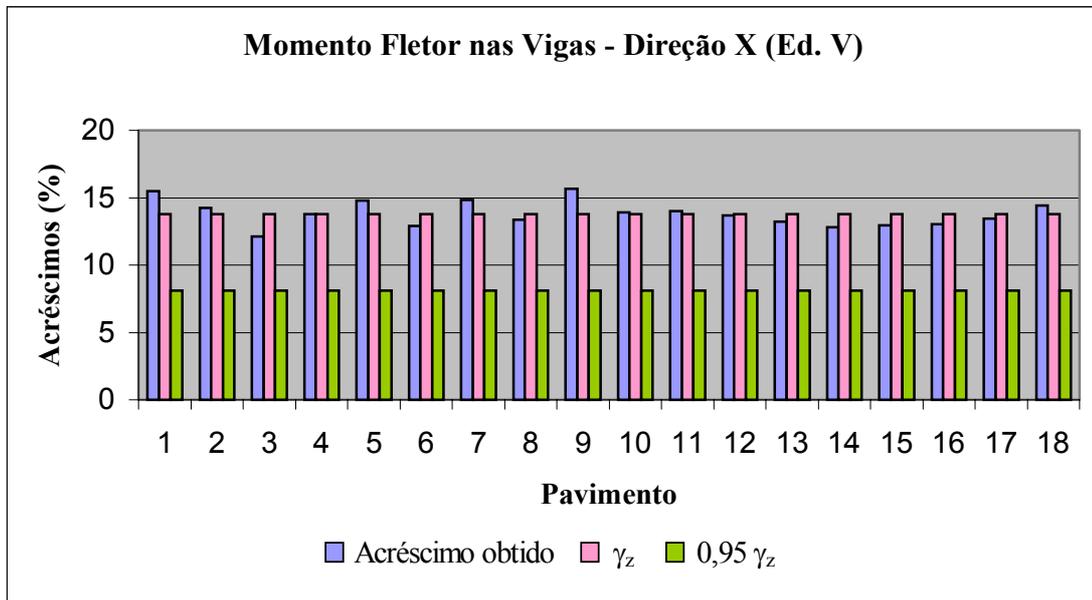


FIGURA 4.58 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção X para o edifício V.

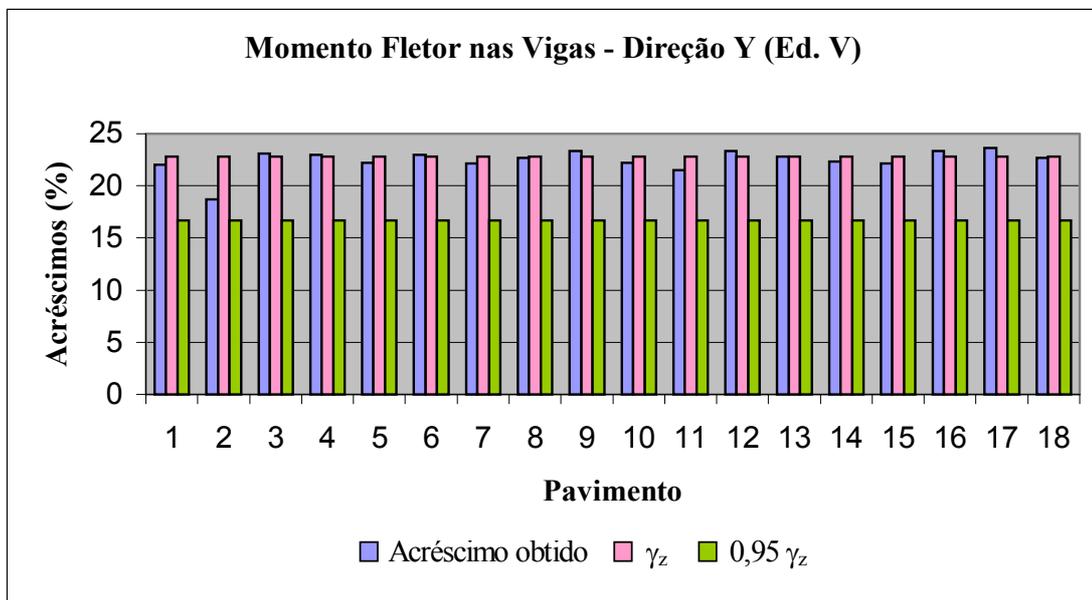


FIGURA 4.59 – Acréscimos de momento fletor nas vigas na direção Y para o edifício V.

Através dos gráficos das FIG. 4.28 a 4.35, pode-se afirmar que, de uma maneira geral, os acréscimos obtidos para a força normal nos pilares, em todos os edifícios, sofrem pequenas variações ao longo da altura, e são muito menores que os acréscimos previstos por γ_z e por $0,95\gamma_z$, tanto na direção X, quanto na direção Y.

Para o momento fletor nos pilares (FIG. 4.36 a 4.43), observa-se que os acréscimos dos pavimentos dos edifícios não se comportam da mesma maneira em relação ao γ_z . No caso do edifício II, direção X, os acréscimos obtidos são inferiores a γ_z até 20% da altura. De 30% a 40%, tornam-se superiores e, a partir daí, são ora menores, ora maiores que γ_z . Na direção Y, os acréscimos obtidos são superiores a γ_z até 70% da altura. Apenas os 30% restantes, correspondentes aos pavimentos próximos ao topo, apresentam acréscimos inferiores a γ_z . Este é praticamente o mesmo comportamento do edifício V, direção Y. Para o edifício III, direção X, somente os pavimentos situados entre cerca de 73% e 82% da altura apresentam acréscimos superiores a γ_z . Na direção Y, isto ocorre para os pavimentos situados entre aproximadamente 18% e 55% da altura. Para os edifícios IV e V, direção X, cerca de 70% dos pavimentos apresentam acréscimos superiores aos previstos pelo γ_z . Apenas os acréscimos dos pavimentos correspondentes a aproximadamente 35% e 50% da altura, e dos pavimentos próximos ao topo são inferiores a γ_z . Na direção Y do edifício IV, basicamente, apenas os pavimentos situados entre 30% e 55% da altura apresentam acréscimos inferiores ao γ_z . É importante mencionar que 90% de todos os acréscimos inferiores ao γ_z estão compreendidos entre $0,95\gamma_z$ e γ_z , ou seja, somente 10% destes acréscimos possuem valores menores que $0,95\gamma_z$.

Observando os gráficos das FIG. 4.44 a 4.51, verifica-se que, em todos os edifícios e em ambas as direções, os acréscimos obtidos para a força cortante nas vigas são, para a maioria dos pavimentos, iguais ou inferiores aos acréscimos previstos pelo γ_z . No caso do edifício III, direção X, não há um pavimento sequer com acréscimo superior a γ_z . Para o edifício IV, nas duas direções, 95% dos pavimentos apresentam acréscimos iguais ou inferiores a γ_z ; nos demais edifícios, esta porcentagem varia entre 60% e 78%. De todos os acréscimos

menores que γ_z , 76% estão compreendidos entre $0,95\gamma_z$ e γ_z , ou seja, para apenas 24% destes acréscimos, a majoração realizada com $0,95\gamma_z$ seria segura. Vale ressaltar que a majoração efetuada com o valor integral de γ_z também não seria adequada, já que, para alguns pavimentos, cujos acréscimos são superiores a γ_z , esta majoração estaria contra a segurança.

Para o momento fletor nas vigas (FIG. 4.52 a 4.59), assim como para momento fletor nos pilares, fica difícil estabelecer uma tendência geral para os acréscimos dos pavimentos. Nos edifícios II e III, ambos na direção X, os acréscimos são menores que os previstos pelo γ_z nos pavimentos inferiores (até 20% e 36% da altura, respectivamente); a partir daí, até o topo, tendem a ser maiores, com exceção do último pavimento do edifício III. Na direção Y, para o edifício II, apenas os pavimentos correspondentes a 20%, 60% e 90% da altura apresentam acréscimos inferiores a γ_z ; para o edifício III, isto ocorre para os pavimentos compreendidos até 18%, e entre 55% e 91% da altura, aproximadamente. No caso dos edifícios IV e V, nas duas direções, os acréscimos obtidos em cada pavimento estão oscilando em torno do γ_z , apresentando valores ora um pouco maiores, ora um pouco menores que este; a maior diferença contra a segurança (cerca de 2,6%) ocorre para o segundo pavimento do edifício IV, direção X.

Em suma, pode-se afirmar, para todos os edifícios analisados:

- os acréscimos obtidos para a força normal nos pilares não correspondem a γ_z , nem a nível global, nem a nível de cada pavimento. Neste caso, mesmo a majoração efetuada com $0,95\gamma_z$ superestimaria os esforços;
- para o momento fletor nos pilares e a força cortante e o momento fletor nas vigas, os acréscimos obtidos a nível global são mais próximos de γ_z do que $0,95\gamma_z$. No entanto, ao longo da altura, verifica-se certas diferenças entre os acréscimos dos pavimentos e os previstos pelo γ_z . Vale ressaltar que, mesmo quando estes acréscimos são inferiores a γ_z , na grande maioria das vezes, estão compreendidos entre os valores de $0,95\gamma_z$ e γ_z .

Portanto, a majoração efetuada com $0,95\gamma_z$ subestimaria a maior parte dos esforços. E, para alguns pavimentos, mesmo a majoração realizada com o valor integral de γ_z não seria segura.

4.8- Limite de γ_z Como Majorador

Com o objetivo de avaliar o limite de γ_z como majorador, foram montados os gráficos das FIG. 4.60 a 4.62. Nestes gráficos, a numeração no eixo das abscissas corresponde à numeração apresentada na TAB. 4.19, na qual os acréscimos médios dos esforços, para todos os edifícios e em ambas as direções, foram apresentados em ordem crescente de γ_z .

TABELA 4.19 – Resultados gerais dos esforços: acréscimos médios x γ_z

Numeração	γ_z [*] (%)	Edifício	Direção	Momento nos Pilares (%)	Cortante nas Vigas (%)	Momento nas Vigas (%)
1	7,3	I	Y	7,3	7,2	7,8
2	7,4	II	X	7,2	7,7	8,8
3	9,7	I	X	9,4	9,6	9,5
4	10,9	III	Y	10,5	10,2	11,0
5	12,1	II	Y	12,1	12,2	12,4
6	13,8	V	X	17,2	13,4	13,8
7	18,6	III	X	15,3	14,3	18,3
8	20,7	IV	Y	22,7	18,6	21,0
9	22,8	V	Y	25,1	20,4	22,5
10	40,9	IV	X	45,0	28,5	40,3

* Acréscimos previstos pelo coeficiente γ_z .

Observa-se que os acréscimos médios obtidos para a força normal nos pilares não constam na TAB. 4.19. Isto porque, como já foi mencionado, seus valores são muito inferiores a γ_z , portanto é inútil utilizá-los nesta avaliação.

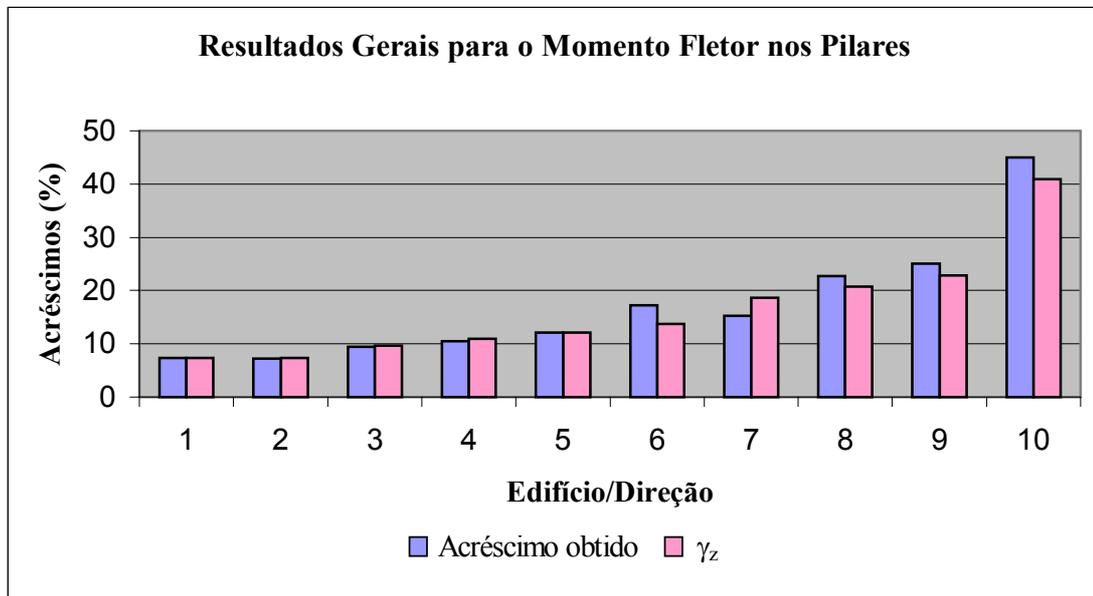


FIGURA 4.60 – Acréscimos gerais de momento fletor nos pilares.

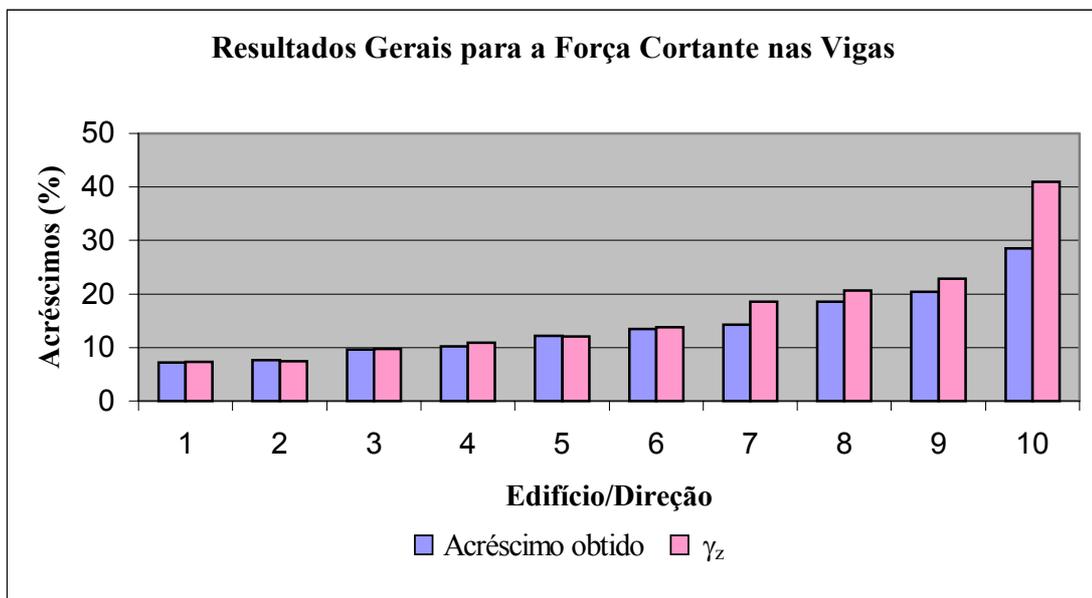


FIGURA 4.61 – Acréscimos gerais de força cortante nas vigas.

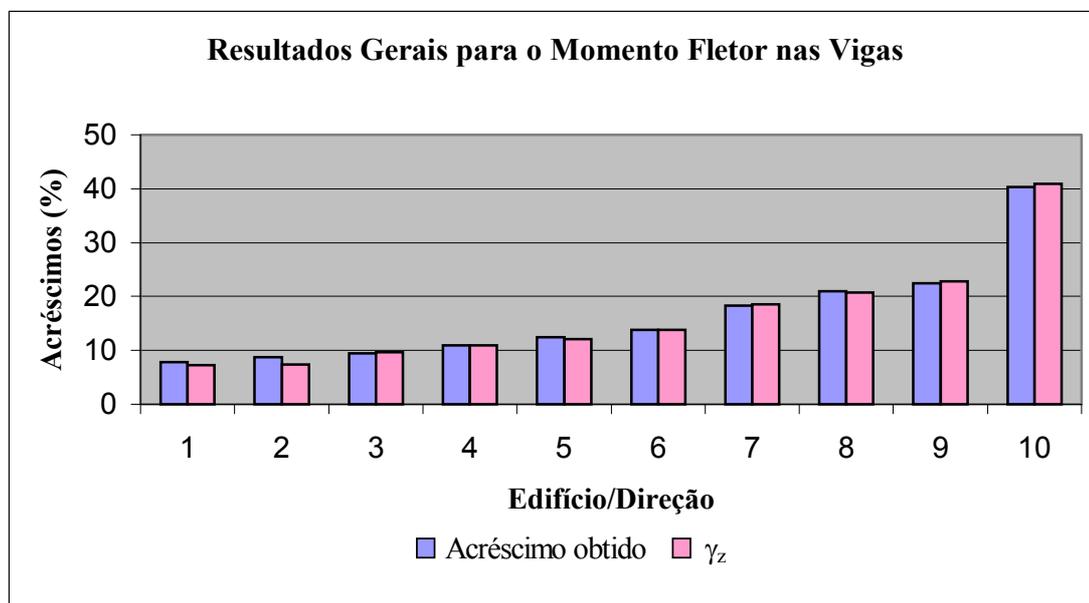


FIGURA 4.62 – Acréscimos gerais de momento fletor nas vigas.

Analisando o gráfico da FIG. 4.60, percebe-se que, para o momento fletor nos pilares, surgem diferenças entre os acréscimos obtidos e os previstos por γ_z a partir de $\gamma_z = 1,138$. Porém, a máxima diferença gira em torno de 3% (edifícios IV e V, ambos na direção X), contra a segurança.

Para a força cortante nas vigas (FIG. 4.61), o distanciamento entre os acréscimos obtidos e os previstos pelo γ_z aumenta a partir de $\gamma_z = 1,186$, sendo que, até $\gamma_z = 1,228$, a maior diferença vale cerca de 3,6%, a favor da segurança (edifício III, direção X). Apenas no caso do edifício IV, direção X, a diferença é mais significativa, atingindo quase 9%, também a favor da segurança.

Finalmente, observa-se que, em relação ao momento fletor nas vigas, FIG. 4.62, os acréscimos previstos pelo γ_z são muito próximos dos acréscimos obtidos, para todos os

valores de γ_z . A maior diferença encontrada, correspondente ao edifício II, direção X, é igual a 1,3% (contra a segurança).

De maneira geral, pode-se afirmar que, dentro das limitações do universo de dados que se dispõe, e analisando-se os esforços no âmbito global, não existem grandes diferenças entre os acréscimos médios obtidos e os previstos pelo γ_z , para $\gamma_z < 1,3$. Neste caso, para os edifícios estudados neste trabalho, as maiores diferenças encontradas correspondem a cerca de 3%, contra a segurança e 3,6%, a favor da segurança.

5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são apresentadas as principais observações feitas ao longo da elaboração do trabalho, bem como as considerações baseadas nas análises realizadas.

No capítulo 2, buscou-se esclarecer os conceitos fundamentais relativos à estabilidade, incluindo os tipos de equilíbrio, as teorias de primeira e segunda ordem, e os problemas de estabilidade. No final do capítulo, comentou-se a importância de se analisar uma estrutura simulando, da melhor forma possível, o seu comportamento real. Isto implica na consideração dos efeitos das não-linearidades física e geométrica, ou seja, na realização de uma análise de segunda ordem.

No capítulo 3, foram estudados aspectos relacionados à verificação da estabilidade global e à consideração dos efeitos de segunda ordem, sob a visão da nova NBR 6118 (2000/2001). Os efeitos de segunda ordem, que surgem pela interação entre as forças existentes e os deslocamentos da estrutura, foram classificados em globais, locais e localizados. Os efeitos

globais podem ser relevantes ou não, dependendo do grau de deslocabilidade da estrutura. No caso de uma estrutura de nós fixos, os efeitos globais de segunda ordem tem pequena influência nos esforços totais, e podem ser desprezados; em estruturas de nós móveis, esta influência é significativa, portanto os efeitos globais de segunda ordem devem ser levados em conta. Ressaltou-se ainda a importância da consideração, tanto nas estruturas de nós fixos, quanto nas de nós móveis, dos efeitos locais e localizados de segunda ordem, já que a estabilidade global não garante a estabilidade local, e vice-versa.

Nas estruturas de nós móveis, a análise deve considerar os efeitos das não-linearidades física e geométrica. Comentou-se que a NLF pode ser levada em conta através dos diagramas momento-curvatura de cada seção, o que constitui um processo trabalhoso e dificilmente aplicável em estruturas de concreto armado de grande porte. Foi apresentado um método alternativo, que permite considerar a NLF de forma simplificada, reduzindo-se a rigidez dos elementos estruturais. Chamou-se a atenção para alguns valores de rigidez adotados pela NBR 6118 (2001): o valor de $0,4 EI$ para as vigas nas quais $A'_s \neq A_s$, que, de acordo com os resultados de PINTO *et. al.* (1998), parece estar um pouco baixo, e o valor único de $0,7 EI$ para vigas e pilares, que, segundo LIMA (2001), deve ser utilizado com cautela, principalmente quando a contribuição das vigas na rigidez global da estrutura for significativa.

Em relação à NLG, comentou-se que ela pode ser considerada através de modificações na matriz de rigidez da estrutura, ou através do processo P- Δ , que é um método de aplicação relativamente simples.

Foram apresentados dois processos aproximados que permitem classificar as estruturas, apenas com os resultados da análise de primeira ordem: o parâmetro de instabilidade α e o coeficiente γ_z .

Mencionou-se que a formulação do parâmetro de instabilidade α baseia-se na analogia entre o comportamento do edifício e o de um pilar engastado na base e livre no topo,

submetido a uma carga axial uniformemente distribuída ao longo de sua altura. Foram discutidas algumas considerações relacionadas aos valores limites de α , como as apresentadas por FRANCO (1985b), que adota diferentes limites de α para os diversos tipos de contraventamento. Explicou-se que, nas estruturas reticuladas de edifícios, o módulo de rigidez EI não corresponde à soma das rigidezes dos pilares isolados, devendo-se adotar a rigidez equivalente de um pilar em balanço, que sofra o mesmo deslocamento no topo que a estrutura em estudo, sob a ação das mesmas forças. Foi apresentada a expressão do parâmetro de instabilidade α segundo a NBR 6118 (2001), que estabelece que o módulo de rigidez equivalente da estrutura seja determinado a partir da aplicação do “carregamento horizontal”. Sugeriu-se a substituição do “carregamento horizontal” por uma força uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício, o que resultaria em uma equação conhecida e bastante simples para a obtenção da rigidez equivalente, a eq. (3.5).

Em relação ao coeficiente γ_z , demonstrou-se que ele pode ser obtido a partir de uma análise linear, determinando-se o momento de primeira ordem M_{1d} e o acréscimo de momentos ΔM_d . Foram apresentadas as expressões de γ_z de acordo com a NBR 6118 (2000) e com a NBR 6118 (2001), comentando-se que as duas formulações fornecem o mesmo resultado. No final do capítulo, descreveu-se como o coeficiente γ_z pode ser utilizado para avaliar os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, segundo as duas versões da norma (2000/2001).

No capítulo 4, foram analisados alguns edifícios usuais de concreto armado, para os quais foram determinados o parâmetro de instabilidade α e o coeficiente γ_z , bem como os acréscimos sofridos pelos esforços de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem. O processamento dos edifícios em primeira e segunda ordem foi realizado para as cargas verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais.

A partir dos resultados obtidos nas análises observou-se que, embora o parâmetro de instabilidade α deva ser utilizado apenas para estruturas simétricas, ele forneceu a classificação correta dos edifícios estudados em 90% dos casos.

Os acréscimos obtidos para a força normal nos pilares, em geral muito pequenos, não correspondem aos previstos pelo γ_z , nem a nível global, nem a nível de cada pavimento. Neste caso, mesmo a majoração efetuada com $0,95\gamma_z$ superestimaria os esforços.

Para o momento fletor nos pilares e a força cortante e o momento fletor nas vigas, os acréscimos obtidos a nível global se aproximam mais do valor de γ_z do que de $0,95\gamma_z$. No entanto, ao longo da altura, existem certas diferenças entre os acréscimos dos pavimentos e os previstos pelo γ_z . Quando os acréscimos são inferiores a γ_z , na grande maioria das vezes, estão compreendidos entre os valores de $0,95\gamma_z$ e γ_z . Portanto, a majoração realizada com $0,95\gamma_z$ não conduz a bons resultados, subestimando a maior parte dos esforços, tanto a nível global, quanto a nível de cada pavimento. E a majoração efetuada com o valor integral de γ_z , para $\gamma_z < 1,3$, resultaria em uma boa estimativa dos acréscimos médios; porém, para alguns pavimentos, este procedimento não seria seguro.

Tendo em vista as considerações apresentadas, pode-se afirmar que as trabalhosas determinações do parâmetro de instabilidade α e do coeficiente γ_z só deveriam ser feitas quando não se dispõe de ferramentas para realizar a análise de segunda ordem. Neste caso, deve-se utilizar preferencialmente o coeficiente γ_z , que pode ser empregado como majorador dos esforços de primeira ordem.

Vale comentar que, para os edifícios analisados, não foi possível estabelecer uma “tendência geral” para os acréscimos dos esforços nos pavimentos (com exceção dos acréscimos obtidos para força normal, que sofrem pequenas variações ao longo da altura). Como sugestão para novas pesquisas, recomenda-se o estudo da variação dos acréscimos, e,

consequentemente, do coeficiente γ_z , com a altura das edificações, o que resultaria em uma majoração mais eficiente dos esforços de primeira ordem.

Finalmente, deve-se mencionar a significativa evolução do projeto de revisão da NBR 6118 (2000/2001) em relação à NBR 6118 (1978). O novo texto apresenta recomendações importantes, tais como as relativas à análise dos efeitos de segunda ordem e à classificação das estruturas (nós fixos ou móveis), alertando para a importância da verificação da estabilidade global no projeto estrutural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). *NBR 6118 – Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2000). *Projeto de revisão da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2001). *Projeto de revisão da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). *NBR 6123 – Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR 8681 – Ações e segurança nas estruturas*. Rio de Janeiro.

CARMO, R.M.S. (1995). *Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CORRÊA, M.R.S. (1991). *Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios*. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FRANCO, M. (1985a). *Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado*. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo. *Anais*.

FRANCO, M. (1985b). *O parâmetro de instabilidade dos edifícios altos*. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, Lisboa, n.23, p.69-72.

FRANCO, M.; VASCONCELOS, A.C. (1991). *Practical assessment of second order effects in tall buildings*. In: COLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, Rio de Janeiro. *Proceedings*, p.307-323.

FUSCO, P.B. (1981). *Estruturas de concreto; solicitações normais; estados limites últimos; teoria e aplicações*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois.

LAVALL, A.C.C.; SILVA, R.M. (1989). *Efeitos de 2ª ordem em edifícios metálicos de andares múltiplos*. São Carlos. Seminário – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LIMA, J.S. (2001). *Verificações da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MACGREGOR, J.G. (1993). *Design of slender concrete columns – revisited*. ACI Structural Journal, v.90, n.3, p.302-309, May-Jun.

MACGREGOR, J.G.; HAGE, S.E. (1977). *Stability analysis and design of concrete frames*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.103, n.ST10, p.1953-1970, Oct.

PEREZ, G.B. (1999). *Análise comparativa de modelos do sistema estrutural de um edifício de andares múltiplos em concreto armado*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

PINTO, R.S. (1997). *Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

PINTO, R.S.; RAMALHO, M.A.; CORRÊA, M.R.S. (1998). *Consideração simplificada da não-linearidade física no projeto de edifícios de concreto armado*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 40., Rio de Janeiro. *Anais*.

RACHID, M.; MORI, D.D. (1989). *Instabilidade: conceitos – aplicação na flambagem por flexão*. São Carlos. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

VASCONCELOS, A.C. (1985). *Critérios para dispensa de consideração do efeito de 2ª ordem*. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo. *Anais*.

VASCONCELOS, A.C. (1998). *Origem dos parâmetros de estabilidade α e γ_z* . REVISTA IBRACON, n.20, Jan/Mar, p.16-25.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

ANSYS – *Structural Nonlinearities. User guide for revision 5.0.* May, 1993.

ANTUNES, H.M.C.C. (1978). *Carregamento crítico de instabilidade geral para estruturas tridimensionais de edifícios altos.* São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

ARAÚJO, J.M. (2001). *Métodos simplificados para consideração dos efeitos de segunda ordem no projeto de pilares de concreto armado.* Revista Ibracon (Caderno de artigos técnicos e científicos), n.27, p.3-12.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). *NBR 6120 – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações.* Rio de Janeiro.

CRISFIELD, M.A. (1991). *Non-linear finite element analysis of solids and structures – volume 1: essentials.* John Wiley & Sons.

FRANÇA, R.L.S. (1991). *Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado.* São Paulo. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

GERARD, G. (1962). *Introduction to structural stability theory.* Mc Graw-Hill Book Company, Inc.

GREGORY, M. (1967). *Elastic instability: analysis of buckling modes and loads of framed structures.* E. & F.N. Spon Limited, London.

LAI, S.A.; MACGREGOR, J.G. (1983). *Geometric Nonlinearities in unbraced multistory frames*. Journal of Structural Engineering, v.109, n.11, p.2528-2545, Nov.

LAVALL, A.C.C. (1996). *Uma formulação consistente para a análise não-linear de pórticos planos de aço considerando imperfeições iniciais e tensões residuais*. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. (1999). *Comparação entre o parâmetro alfa e o coeficiente γ_z na análise da estabilidade global de edifícios altos*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. (1999). *Utilização do coeficiente γ_z como majorador de efeitos de primeira ordem em edifícios altos*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. (2000). *Resultados da aplicação da nova NBR 6118 na avaliação da estabilidade global de edifícios*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo. *Anais*.

LORIGGIO, D.D.; BANKI, A. (1999). *Estudos sobre o estado limite último de instabilidade de estruturas de concreto armado*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

MARANHÃO, G.M. (1999). *Avaliação dos parâmetros de instabilidade*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

MARTINS, C.H.; ANTUNES, H.M.C.C. (1999). *Influência da rigidez transversal à flexão das lajes e os parâmetros de estabilidade α e γ_z* . In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

MATOS, E.F. (1998). *Análise não-linear de pórticos planos de concreto armado considerando a contribuição do concreto em tração*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

SANTOS, L.M.; FRANCO, M. (1993). *Instabilidade e efeitos de segunda ordem nas estruturas de concreto*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 3., São Paulo. *Anais*.

SHAMES, I.H. (1983). *Introdução à mecânica dos sólidos*. Rio de Janeiro, Prentice-Hall do Brasil.

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M. (1961). *Theory of elastic stability*. Mc Graw-Hill Book Company, Inc.

WOOD, B.R.; BEAULIEU, D.; ADAMS, P.F. (1976). *Column design by P delta method*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.102, n.ST2, p.411-427, Feb.