

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**  
**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO E DETERMINAÇÃO DA**  
**RESISTÊNCIA DE CHUMBADORES ANCORADOS EM BLOCOS DE**  
**CONCRETO SUBMETIDOS A FORÇAS HORIZONTAIS**

Dissertação apresentada como requisito parcial  
para obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
de Estruturas

por

Fausto Antonio Munoz Muniz

Agosto/2002

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"ANÁLISE DO COMPORTAMENTO E DETERMINAÇÃO DA  
RESISTÊNCIA DE CHUMBADORES ANCORADOS EM BLOCOS  
DE CONCRETO SUBMETIDOS A FORÇAS HORIZONTAIS"**

Fausto Antônio Munoz Muniz

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall  
DEES - UFMG - (Orientador)

---

Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury  
DEES - UFMG

---

Prof. Dr. Julio Fruchtengarten  
EPUSP

Belo Horizonte, 24 de setembro de 2002

Dedico este trabalho à família Muñoz Muñiz,  
representada dignamente por Don Fausto e  
Doña Laura.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Armando César Campos Lavall, por ter tornado possível realizar esta jornada; no início, na qualidade de Chefe do Departamento de Engenharia de Estruturas da EEUFMG; no meio, como Professor e finalmente, como Orientador, registro a minha imensa gratidão.

À meus companheiros de labuta, engenheiros Eduardo Matos Gaspar pela sua magnífica ajuda na análise computacional e Fernanda Teixeira Henriques por seus conhecimentos firmes e sempre criativos.

À Faculdade de Engenharia e Arquitetura FEA-FUMEC pelo estímulo direto para a realização do curso de mestrado.

À RMG engenharia ltda., empresa de ponta da engenharia nacional e internacional na execução de projetos de pontes e grandes estruturas de aço, pelo apoio direto na realização deste trabalho.

Aos colegas Ronaldo Francisco e Fernando Carneiro, da FPR Engenharia de Projetos, pelo incentivo e apoio nesta jornada.

À T-MIL Tecnologia de Montagens e Indústria ltda., pelo apoio incondicional manifestado durante a realização deste trabalho.

Agradecimento especial ao Eng. Klemens Reher pela aprendizagem proporcionada pelo convívio diário.

À Fausto Ronalle, Gisele Adriana Ferrari Crivellari e Karla Vanessa pela compreensão e força durante a realização deste trabalho.

# ÍNDICE

<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>iii</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>vii</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Iniciais .....	1
1.2 Objetivos.....	5
1.3 Organização do Texto .....	6
<b>2. VIGAS SOBRE APOIOS ELÁSTICOS CONTÍNUOS .....</b>	<b>8</b>
2.1 Introdução .....	8
2.2 Integração da Equação Diferencial .....	10
<b>3. PROCESSOS DE DIMENSIONAMENTO.....</b>	<b>16</b>
3.1 Introdução .....	16
3.2 Processo de GREGOR(1973) .....	18
3.2.1 Formulário de GREGOR .....	18
3.2.2 Momento fletor máximo com $h = 0$ .....	20
3.2.3 Valores numéricos obtidos pelo formulário de GREGOR (1973) .....	21
3.2.4 Tabela de uso freqüente no meio técnico.....	24
3.3 Processo apresentado no 2º vol. do Livro "Construções de Concreto", de LEONHARDT,F.& MOENNIG,E. (1979) .....	25

<b>4.</b>	<b>TENSÕES DE CONTATO .....</b>	<b>30</b>
4.1	Introdução .....	30
4.2	Algumas Fórmulas das Tensões de Hertz .....	33
4.3	Valores Numéricos Obtidos pela Fórmula de Hertz .....	35
4.4	Valores Limites para as Tensões de Contato.....	36
4.5	Tensões no Concreto em Áreas Reduzidas .....	39
<b>5.</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA VIA ANSYS .....</b>	<b>41</b>
5.1	Introdução .....	41
5.2	Elementos Utilizados da Biblioteca Interna do ANSYS.....	42
	5.2.1 SOLID45 .....	42
	5.2.2 Pares de superfícies de contato: TARGE170 e CONTA174 ..	44
5.3	Propriedades Mecânicas dos Materiais .....	46
5.4	Modelos para Blocos de Concreto com um Chumbador .....	47
5.5	Modelos para Blocos de Concreto com Dois Chumbadores.....	53
5.6	Descrição do Procedimento Usado para a Análise do Comportamento Inelástico dos Modelos de Blocos de Concreto com chumbadores.....	57
	5.6.1 Considerações Iniciais .....	57
	5.6.1 Descrição do processo iterativo para a análise não linear .....	59
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DE MODELOS E RESULTADOS .....</b>	<b>64</b>
6.1	Introdução .....	64
6.2	Dimensões Utilizados nos Modelos.....	66
6.3	Modelos e Resultados de um Chumbador Isolado, em um Bloco de Concreto.....	67
6.4	Modelos e Resultados de Dois Chumbadores, em um Bloco de Concreto.....	75

<b>7</b>	<b>PROPOSTA DE DIMENSIONAMENTO.....</b>	<b>80</b>
7.1	Introdução.....	80
7.2	Premissas Básicas sobre a Aplicabilidade da Proposta de Dimensionamento.....	81
7.3	Aferição das Constantes $c$ do Formulário de GREGOR(1973).....	83
7.4	Proposta para o Cálculo das Tensões máximas no Concreto e no Aço .....	86
7.5	Valores Numéricos das Tensões Máximas no Concreto e no Aço, Determinados Usando-se a Proposta do Formulário do Item 7.4.....	87
7.6	Proposta para Obtenção das Forças Horizontais Limites que Podem Ser Aplicadas em Chumbadores, em Função das Tensões Limites do Concreto e do Aço .....	89
7.7	Fatores de Redução Propostos, a Serem Aplicados nas Forças Horizontais Limites em Dois ou Mais Chumbadores Solicitados na Direção da Força.....	92
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>96</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>101</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1-	Força cortante de serviço em kN .....	24
Tabela 3.2-	Força horizontal última em kN para chumbadores com $f_y = 210 \text{ MPa}$ e $f_{ck} = 18 \text{ MPa}$ .....	29
Tabela 6.1-	Dimensões para modelo com um chumbador .....	67
Tabela 6.2-	Força horizontal limite $F_h$ para chumbador de diâmetro de 16 mm.....	73
Tabela 6.3-	Força horizontal limite $F_h$ para chumbador de diâmetro de 25 mm .....	74
Tabela 6.4-	Força horizontal limite $F_h$ para chumbador de diâmetro 31,5 mm .....	74
Tabela 6.5-	Deslocamentos máximos correspondentes à força horizontal limite $F_h$ para chumbador de diâmetro 16 mm .....	74
Tabela 6.6-	Deslocamentos máximos correspondentes à força horizontal limite $F_h$ para chumbador diâmetro 25 mm.....	75
Tabela 6.7-	Deslocamentos máximos correspondentes à força horizontal limite $F_h$ para chumbador diâmetro 31,5 mm.....	75
Tabela 6.8-	Força horizontal limite $F_h$ para dois chumbadores de diâmetro 25 mm e concreto $f_{ck} = 18,0 \text{ MPa}$ .....	79
Tabela 7.1-	Coeficientes $c_c$ para cálculo das tensões máximas no concreto, em $\text{kN/cm}^3$ .....	84
Tabela 7.2-	Coeficientes $c_a$ para cálculo das tensões máximas no chumbador, em $\text{kN/cm}^3$ .....	84
Tabela 7.3-	Tensões máximas no concreto e no chumbador de diâmetro 1,6 cm .....	88
Tabela 7.4-	Tensões máximas no concreto e no chumbador de diâmetro 2,5 cm .....	88



Tabela 7.5-	Tensões máximas no concreto e no chumbador de diâmetro 3,15 cm .....	89
Tabela 7.6-	Forças horizontais limites devido à compressão no concreto e à flexão no aço; chumbador diâmetro de 1,60 cm.....	91
Tabela 7.7-	Forças horizontais limites devido à compressão no concreto e à flexão no aço; chumbador diâmetro de 1,90 cm.....	91
Tabela 7.8-	Forças horizontais limites devido à compressão no concreto e à flexão no aço; chumbador diâmetro de 2,50 cm.....	91
Tabela 7.9-	Forças horizontais limites devido à compressão no concreto e à flexão no aço; chumbador diâmetro de 3,15 cm.....	92
Tabela 7.10-	Valores dos fatores de redução em função da relação e/d, para as forças horizontais limites que podem ser aplicadas em dois ou mais chumbadores .....	95

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1-	Detalhe típico de base de pilar.....	1
Figura 2.1-	Viga sob carregamento apoiada em base elástica.....	9
Figura 2.2-	Viga em meio elástico sujeita a força horizontal F .....	11
Figura 2.3-	Variação das flechas horizontais com a profundidade ( $\alpha x$ ).....	14
Figura 2.4-	Variação das rotações com a profundidade ( $\alpha x$ ).....	14
Figura 2.5-	Variação dos momentos fletores com a profundidade( $\alpha x$ ).....	15
Figura 2.6-	Variação dos esforços cortantes com a profundidade ( $\alpha x$ ).....	15
Figura 3.1-	Chumbador submetido a força horizontal e diagrama de momentos fletores .....	18
Figura 3.2-	Problema típico apresentando a linha de ruptura no concreto .....	25
Figura 3.3-	Restrição na ruptura do concreto .....	26
Figura 4.1-	Corpos com extremidades esféricas em tensão de contato .....	32
Figura 4.2-	Contato entre duas superfícies cilíndricas.....	34
Figura 4.3-	Contato entre corpos, um com superfície curva e o outro com superfície plana .....	37
Figura 4.4-	Contato entre corpos com superfícies curvas, sendo uma Pontual.....	38
Figura 4.5-	Contato entre corpos com superfícies através de um mesmo Ponto.....	38
Figura 5.1-	Elemento SOLID45.....	42
Figura 5.2-	Elemento segmento quadrangular "TSHAP,QUA8", célula componente da superfície "alvo" .....	44
Figura 5.3-	Superfície de contato 3-D e oito nós.....	45

Figura 5.4-	Modelo mostrando os três volumes com subdivisões para mapear a malha.....	49
Figura 5.5-	Modelo com malhas mapeadas entre chumbador, bloco de concreto e placa de base.....	50
Figura 5.6-	Superfície de contato entre o chumbador e o furo do bloco de concreto.....	51
Figura 5.7-	Superfície de contato entre o chumbador e o furo da placa de base.....	52
Figura 5.8-	Superfície de contato entre a face superior do bloco de concreto e a face inferior da placa de base.....	52
Figura 5.9-	Bloco de concreto com dois chumbadores, com subdivisão de volumes.....	53
Figura 5.10-	Modelo de malhas mapeadas para os elementos componentes do sistema.....	54
Figura 5.11-	Superfície de contato entre o chumbador 1 com a placa de base.....	54
Figura 5.12-	Superfície de contato entre o chumbador 2 com a placa de base.....	55
Figura 5.13-	Superfície de contato entre o chumbador 1 com o furo do bloco de concreto.....	55
Figura 5.14-	Superfície de contato entre o chumbador 2 com o furo do bloco de concreto.....	56
Figura 5.15-	Superfície de contato do topo do concreto com fundo placa de base.....	56
Figura 6.1-	Dimensões para modelo com um chumbador e bloco de base quadrada.....	66
Figura 6.2-	Tensões $\sigma_y$ e deslocamentos relativos no modelo global.....	69

Figura 6.3-	Tensões no corpo do chumbador na região que está mergulhada no bloco de concreto .....	71
Figura 6.4-	Tensões $\sigma_z$ no bloco de concreto .....	72
Figura 6.5-	Variação das tensões $\sigma_y$ no modelo com dois chumbadores.....	76
Figura 6.6-	Tensões $\sigma_y$ no corpo dos dois chumbadores .....	77
Figura 6.7-	Tensões $\sigma_z$ no bloco de concreto com dois chumbadores.....	78
Figura 7.1-	Variação dos coeficientes $c_c$ para cálculo das tensões máximas no concreto .....	85
Figura 7.2-	Variação dos coeficientes $c_a$ para cálculo das tensões máximas no chumbador .....	85
Figura 7.3-	Variação dos faores de redução em função da relação (e/d), para as forças horizontais limites que podem ser aplicados em dois ou mais chumbadores.....	94

## RESUMO

O objetivo principal deste trabalho é determinar as forças horizontais que podem ser aplicadas para os casos particulares de um e dois chumbadores ancorados em um bloco de concreto. Dessa forma, é apresentada formulação matemática de vigas sobre infinitos apoios elásticos que simula o comportamento do chumbador ancorado. São discutidas e apresentadas as fórmulas para o cálculo das tensões de contato de corpos curvos, bem como os valores permitidos em serviço e tensões limites à compressão no concreto em áreas reduzidas. É utilizado o Método dos Elementos Finitos, via programa ANSYS, no processamento numérico dos modelos representativos de um chumbador isolado e de dois chumbadores ancorados em bloco de concreto. Com os resultados obtidos foi elaborada uma proposta de formulário para se obter as tensões máximas no concreto e no aço, considerando-se a influência da resistência característica do concreto na constante de mola do meio elástico que circunda o chumbador. Esse formulário permite também determinar a força horizontal que pode ser aplicada ao chumbador e considera um fator de redução a ser utilizado no caso de dois chumbadores alinhados com a força aplicada.

**Palavras-chaves:** esforço cortante em chumbador, tensão em área reduzida, vigas em base elástica, plastificação do concreto.

## ABSTRACT

The main purpose of this paper is to determine the horizontal forces that can be applied in the particular situation of an isolated bolt and two bolts anchored in a concrete block. So, the mathematic formulation of beams on infinite elastic supports is presented, thus simulating the behavior of the anchored bolt. The formulas for calculating the contact strains between curved bodies are discussed and presented, as well as the acceptable values and limit compression strains on the concrete in reduced areas. The Finite Element Method via ANSYS Program is used for the numeric processing of the models representing both an isolated anchor bolt and two bolts anchored in a concrete block. With the results reached, a proposal for a form to obtain the maximum strains in the concrete and in the steel was elaborated, taking into account the variation of the resistance characteristic in the spring constant of the elastic medium that surrounds the anchor bolt. This form also allows the determination of the horizontal force that can be applied to the anchor bolt, and considers a reduction factor to be used in the event of two anchor bolts aligned with the applied force.

**Key words:** cutting effort with anchor bolt, strain in a reduced area, elastic base beams, concrete plasticizing.

# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Considerações Iniciais

Chumbadores são barras cilíndricas de aço, amplamente usados na ancoragem de estruturas metálicas com os elementos de fundação em concreto armado, conforme esquematizado na Fig.1.

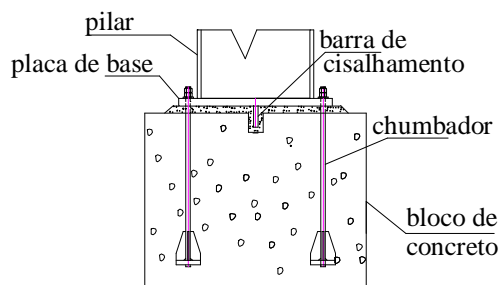


Figura 1.1 – Detalhe típico de base de pilar

Em uma construção convencional, os chumbadores usados em bases de pilares metálicos estão, em geral, submetidos a forças de tração, e são responsáveis pela ancoragem destas colunas nos blocos de concreto. Estas forças de tração são oriundas do efeito isolado ou combinado das forças normais e momentos fletores

nas bases dos pilares. O esforço cortante existente nas bases dos pilares é transmitido à fundação por meio das barras de cisalhamento, as quais são soldadas na face inferior das placas de base, e requerem a confecção de nichos nos blocos de concreto, visando o adequado funcionamento do sistema de apoio.

A transmissão das forças de tração pelos chumbadores é um problema bem definido do ponto de vista de critérios de dimensionamentos usados nas aplicações práticas.

Os chumbadores normalmente não são dimensionados para transmitir o esforço cortante que aparece nas bases dos pilares, uma vez que a bibliografia especializada existente a respeito conduz a valores de resistência a esse esforço muito baixos. Como conseqüência, a quantidade de chumbadores requeridas é numerosa, bem como conduz à utilização de chumbadores de grande diâmetro. Uma base de pilar dimensionada usando-se esses critérios, pode chegar a possuir três vezes mais chumbadores e com diâmetros bem maiores do que aqueles dimensionados com o uso de barra de cisalhamento, onde os chumbadores são responsáveis apenas pela resistência à tração.

Por outro lado, o uso de chumbadores trabalhando também para resistir ao esforço cortante facilita o detalhamento dos blocos de concreto onde serão assentados os pilares, uma vez que não é mais necessário deixar vazios (nichos) na fase de concretagem dos mesmos, o que normalmente complica o detalhamento da armação do próprio bloco de concreto. Os nichos, algumas vezes, são esquecidos na execução dos blocos de concreto, e torna-se necessária a quebra do concreto para colocar as barras de cisalhamento projetadas.

Além dos casos de bases de pilares, esse problema visando definir melhor o comportamento dos chumbadores sob esforço cortante começou a aparecer atualmente em pilares de concreto pré-moldado suportando vigas metálicas, nos casos onde as vigas de concreto pré-moldado não são exequíveis. As barras de



cisalhamento são também incômodas para transmitir as reações de apoio de vigas metálicas para os pilares de concreto, uma vez que interferem com a armadura principal dos mesmos. A utilização de chapas metálicas (“*insert*”) com chumbadores eliminaria a referida interferência mas, de acordo com a teoria convencional, o uso deste sistema de ancoragem não é suficiente para transmitir as grandes cargas concentradas atuantes.

Em pesquisa bibliográfica preliminar, constatou-se que não existem critérios normativos para abordar tal problema, que resultem de um tratamento analítico mais rigoroso. De forma geral, e na maioria das vezes, os resultados disponíveis referem-se apenas a chumbadores de expansão e/ou químicos, os quais são obtidos por ensaios de laboratório e são dados por meio de catálogo do fabricante.

Ressalta-se que os valores das forças horizontais permitidas em serviço constantes nos catálogos dos fabricantes de chumbadores de expansão ou químicos, mesmo com comprimentos de ancoragem bem menores e com aço e diâmetros iguais, apesar do funcionamento ser diferente do tipo convencional, apresentam resistências bem superiores a estes. Este é um motivo adicional para considerar que os resultados obtidos pela literatura especializada para os chumbadores convencionais não são satisfatórios.

Na realidade, pretende-se estudar o problema de forma geral, e principalmente determinar a resistência ao esforço cortante de chumbadores convencionais, pois o comportamento dos chumbadores de expansão e químicos é alterado significativamente pelo processo de instalação dos mesmos.

Nos chumbadores de expansão/químicos o processo de instalação define a maneira do seu trabalho na ancoragem, podendo ser de três formas:

- a) Por atrito: a extremidade do chumbador se expande (cone de expansão), comprime o concreto, e a transmissão é feita por atrito entre aço e concreto.
- b) Efeito de cunha: a extremidade do chumbador se expande, resultando nessa extremidade um volume maior que funciona como cunha.
- c) Aderência: uma resina sintética é aplicada em torno do chumbador, e produz uma aderência entre a barra e a parede do furo no concreto.

As falhas nesses chumbadores são previsíveis, quando solicitados além do seu limite: ruptura do aço, cone de extração do concreto, deslizamento da ancoragem e fendilhamento do concreto.

Como a região do concreto em volta do chumbador é alterada, passa a existir a superposição de tensões entre chumbadores vizinhos, isto é, as distâncias entre chumbadores e a distância de um chumbador às bordas do bloco de concreto passam a influenciar diretamente o comportamento do chumbador, podendo reduzir significativamente sua resistência à tração, ao corte ou ao efeito combinado destes.

Também encontram-se critérios bastante simplistas para abordar o problema em estudo. DRAKE (1999), por exemplo, apresenta dois casos de placas de base de pilares onde os chumbadores são dimensionados ao esforço cortante com as mesmas fórmulas para cálculo de ligações parafusadas envolvendo apenas elementos de aço, isto é, não faz nenhuma referência quanto à interface aço-concreto.

Nota-se que a maioria das especificações e normas consultadas: ACI (2000), AREMA (2000), AISC (2000), CEB (1994), EUROCODE (1992), AISC (1989) e NBR8800 (1986), não apresenta expressões com base em tratamento analítico.

## 1.2 Objetivos

Os objetivos deste trabalho são os seguintes:

- a) Apresentar processo analítico para análise de vigas sobre infinitos apoios elásticos, para o caso particular de um chumbador ancorado em um bloco de concreto e submetido a uma força horizontal na face superior do bloco;
- b) Estabelecer para o concreto as tensões limites de contato entre duas superfícies cilíndricas;
- c) Modelar um chumbador em um bloco de concreto simples, usando o Método dos Elementos Finitos, com elementos sólidos (3-D) da biblioteca interna do ANSYS, com a finalidade da determinação da força horizontal limite.
- d) Modelar dois chumbadores em um bloco de concreto simples, usando o Método dos Elementos Finitos, com elementos sólidos (3-D) da biblioteca interna do ANSYS, com a finalidade da determinação da força horizontal limite, levando em consideração o efeito da superposição de tensões entre os chumbadores.
- e) Desenvolver um processo para o cálculo das tensões máximas no concreto e nos chumbadores devido à ação de forças horizontais, que seja mais realístico e consistente, tanto do ponto de vista físico quanto numérico. A partir deste cálculo de tensões, propor um processo para a determinação da força horizontal limite.

### 1.3 Organização do Texto

O texto é dividido em oito capítulos, sendo que neste primeiro são feitas as considerações iniciais envolvendo a motivação e o interesse do estudo, bem como são estabelecidos os objetivos principais.

No segundo capítulo é feita a formulação matemática para vigas sobre infinitos apoios elásticos, para o caso particular de um chumbador ancorado em um bloco de concreto simples e submetido a uma força horizontal atuando no topo do concreto. A partir das condições de contorno do problema são determinadas as respostas no corpo do chumbador: flechas, rotações, esforços cortantes e momentos fletores, em função de uma variável associada à profundidade.

No terceiro capítulo são apresentados dois processos para a determinação da força horizontal limite: um baseado no formulário de GREGOR (1973) e amplamente usado no meio técnico, e o outro, pouco utilizado e baseado em análise experimental, conforme relatado por LEONHARDT (1979). São apresentadas tabelas contendo os valores numéricos para o caso do aço SAE 1020, com tensão de escoamento de 210 MPa, e concreto com resistência característica à compressão de 13,5 MPa.

No quarto capítulo são apresentados os resultados das tensões de contato obtidos por Hertz por meio da teoria matemática da elasticidade. Neste capítulo são dados os valores permitidos em serviço para essas tensões, ressaltando-se o fato de que os corpos que estão em contato são curvilíneos, e nesse caso, essas tensões atingem valores da ordem de aproximadamente 10 vezes o valor da tensão de ruptura. Também é estabelecida a tensão limite para o concreto quando comprimido em áreas reduzidas.

No quinto capítulo são descritas as premissas básicas para a implementação numérica, usando-se o Método dos Elementos Finitos via ANSYS. Descrevem-se os principais elementos usados no processamento dos modelos: elementos sólidos (3-D), pares de superfícies de contato, propriedades mecânicas dos materiais, modelos para um chumbador ancorado em bloco de concreto, modelo para dois chumbadores ancorados em bloco de concreto, e descrição do procedimento para análise do comportamento inelástico do concreto.

No sexto capítulo são apresentados os modelos e analisados os resultados obtidos por meio do processamento via ANSYS, ilustrados por meio de Figuras e tabelas para os casos de um chumbador, e de dois chumbadores ancorados em bloco de concreto simples.

No sétimo capítulo é apresentada a proposta para dimensionamento de chumbadores submetidos a forças horizontais, destacando-se as premissas básicas usadas no processamento dos modelos e, em consequência, definindo-se o campo de validade do formulário proposto. São feitas as correções na constante de mola do formulário de GREGOR (1973), e estabelecidas as tensões limites a compressão no concreto. Também é apresentado o fator de redução nos valores das forças horizontais limites, na presença de dois chumbadores, para levar-se em consideração o efeito de superposição das tensões.

Finalmente, as conclusões são apresentadas no capítulo oito.

## 2

# VIGAS SOBRE APOIOS ELÁSTICOS CONTÍNUOS

### 2.1 Introdução

As vigas sobre apoios elásticos contínuos ocorrem em elementos estruturais apoiados ou mergulhados em um outro meio de rigidez diferente, como por exemplo: vigas apoiadas diretamente pelo terreno, estacas verticais submetidas a cargas horizontais em seu topo, chumbadores de aço embutidos em blocos de concreto, etc. O apoio elástico contínuo nos dois primeiros casos é o terreno, e no terceiro, o concreto que envolve os chumbadores.

O meio elástico que circunda o elemento estrutural submetido à flexão é caracterizado pela sua constante de mola  $k$ . No regime elástico linear, a constante de mola  $k$  é dada pela relação entre a força aplicada  $F$  e o deslocamento  $\delta$  resultante, levando a:  $F = k \delta$ .

Considerar-se-á o caso de viga de inércia constante, em contato com um meio elástico, tal que em cada ponto dela apareçam reações de apoio ( $r$ ) proporcionais ao seu deslocamento  $y$  ( $r = ky$ , sendo  $k$  constante de mola do meio elástico), e ainda que este meio elástico possua a característica de proporcionar reações nos dois sentidos de  $y$  (positivo e negativo). Veja o esquema da Fig. 2.1, onde:

AB = viga apoiada sobre apoios elásticos contínuos;

$p(x)$  = carga distribuída ao longo da viga AB;

EI = rigidez à flexão da viga AB;

$r$  = reações nos apoios elásticos;

$k$  = constante de mola do meio elástico.

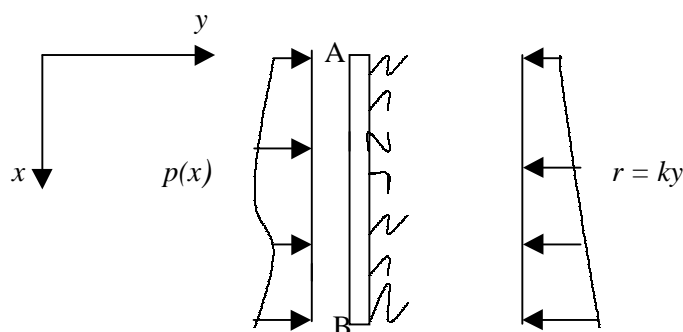


Figura 2.1 – Viga sob carregamento apoiada em base elástica

Considerando-se as hipóteses da Resistência dos Materiais e usando-se a equação diferencial da linha elástica, tem-se:

$$d^2y/dx^2 = -M(x)/EI, \quad (2.1)$$

onde  $M(x)$  é o momento fletor numa seção qualquer da viga.

Sejam as relações diferenciais entre o momento fletor ( $M$ ), força cortante ( $V$ ) e a carga aplicada ( $p(x)$ ), dadas por:

$$dM/dx = V(x) \quad (2.2)$$

$$dV/dx = -(carga aplicada) = -[p(x)-r(x)] = -[p(x) - ky] \quad (2.3)$$

A equação diferencial da linha elástica para viga sobre infinitos apoios elásticos pode ser escrita sob a forma:

$$d^4y/dx^4 = p(x) - ky, \text{ ou } d^4y/dx^4 + ky = p(x) \quad (2.4)$$

A integração da equação diferencial (2.4) permite determinar a linha elástica  $y(x)$ , a partir da qual determina-se os esforços solicitantes em uma seção genérica da viga, pelas expressões:

$$M(x) = -EI d^2y/dx^2 \quad (2.5)$$

$$V(x) = -EI d^3y/dx^3 \quad (2.6)$$

Obviamente, as rotações ao longo da viga em questão serão dadas pela equação:

$$\varphi(x) \approx \text{tg}\varphi(x) = dy/dx \quad (2.7)$$

## 2.2 Integração da Equação Diferencial

A solução geral da Eq. (2.4), ( $y_g$ ) é constituída pela soma da solução da equação homogênea ( $y_h$ ) e de uma solução particular ( $y_p$ ).

$$y_g = y_h + y_p \quad (2.8)$$

A solução da equação homogênea é dada por :

$$y = Ae^{\alpha x} \cos\alpha x + Be^{\alpha x} \text{sen}\alpha x + Ce^{-\alpha x} \cos\alpha x + De^{-\alpha x} \text{sen}\alpha x \quad (2.9)$$

$$\text{onde, } \alpha = (k/4EI)^{1/4} \quad (2.10)$$

A Eq. (2.9) também pode ser escrita usando-se as funções hiperbólicas:

$$y = E \cosh\alpha x \cos\alpha x + F \text{senh}\alpha x \text{sen}\alpha x + G \text{senh}\alpha x \cos\alpha x + H \cosh\alpha x \text{sen}\alpha x \quad (2.11)$$



As constantes de integração da Eq. (2.9) são determinadas aplicando-se as condições de contorno do problema.

No presente trabalho, serão determinadas as constantes de integração para o caso particular de uma barra mergulhada em um meio elástico e submetida a uma força horizontal na parte superior, conforme ilustrado na Fig. 2.2

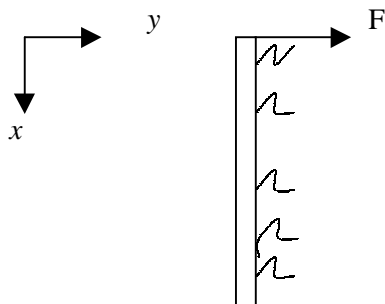


Figura 2.2 - Viga em meio elástico sujeita à força horizontal F

Na seção  $x = \infty$ , ou seja, em uma seção bem afastada do ponto de aplicação da carga concentrada, praticamente não haverá influência desta, podendo-se considerar  $y(\infty) = 0$ .

Os termos com  $e^{-\alpha x}$  tendem para zero quando  $x$  cresce ilimitadamente, ou seja, os termos com as constantes C e D são nulos nesse ponto. Sendo  $y(\infty) = 0$ , decorre que os termos com A e B também devem ser nulos, mas isto só é possível se  $A = B = 0$ , pois esses termos cresceriam ilimitadamente com  $e^{\alpha x}$ .

Então, a Eq. (2.9) se reduz a:

$$y = Ce^{-\alpha x} \cos \alpha x + De^{-\alpha x} \sin \alpha x \quad (2.12)$$

Estas duas constantes serão determinadas com as condições naturais do problema para  $x = 0$ :

$$M(0) = 0$$

$$V(0) = -F$$

As Eq. (2.5) e (2.6) fornecem o momento fletor e a força cortante numa seção genérica. Por isso, é necessário calcular as derivadas de 2ª e 3ª ordem da Eq. (2.12):

$$dy/dx = \alpha(-C+D) e^{-\alpha x} \cos\alpha x - \alpha(C+D) e^{-\alpha x} \sin\alpha x \quad (2.13)$$

$$d^2y/dx^2 = -2\alpha^2 D e^{-\alpha x} \cos\alpha x + 2\alpha^2 C e^{-\alpha x} \sin\alpha x \quad (2.14)$$

$$d^3y/dx^3 = 2\alpha^3(C+D) e^{-\alpha x} \cos\alpha x + 2\alpha^3(D-C) e^{-\alpha x} \sin\alpha x \quad (2.15)$$

Levando a Eq. (2.14) na Eq.(2.5) e aplicando-se a condição  $M(0) = 0$ , tem-se:

$$M(x) = -EI d^2y/dx^2 = -EI (-2\alpha^2 D e^{-\alpha x} \cos\alpha x + 2\alpha^2 C e^{-\alpha x} \sin\alpha x) \quad (2.16)$$

$M(0) = -EI(-2\alpha^2 D e^{-0} \cos 0 + 2\alpha^2 C e^{-0} \sin 0) = 2EI\alpha^2 D = 0$ , expressão que só é verdadeira para  $D = 0$ , uma vez que  $2EI\alpha^2 \neq 0$ .

Analogamente, aplicando-se a condição  $V(0) = -F$  na Eq. (2.6), já levando em consideração que  $D = 0$ , tem-se:

$$V(x) = -EI d^3y/dx^3 = -EI[2\alpha^3(C+D) e^{-\alpha x} \cos\alpha x + 2\alpha^3(D-C) e^{-\alpha x} \sin\alpha x] \quad (2.17)$$

$$V(x) = -2\alpha^3 EICe^{-\alpha x} (\cos\alpha x - \sin\alpha x) \quad (2.18)$$

$V(0) = -2\alpha^3 EICe^{-0} (\cos 0 - \sin 0) = -F$ , de onde se obtém:

$$C = F / (2\alpha^3 EI) \quad (2.19)$$

Então, as expressões para os deslocamentos e solicitações numa seção genérica da viga apoiada em base elástica são dadas por:

$$y(x) = [F/ (2\alpha^3 EI)]e^{-\alpha x} \cos\alpha x \quad (2.20)$$

$$\varphi(x) = [-F/ (2\alpha^2 EI)]e^{-\alpha x}(\cos\alpha x + \text{sen}\alpha x) \quad (2.21)$$

$$M(x) = -(F/\alpha)e^{-\alpha x} \text{sen}\alpha x \quad (2.22)$$

$$V(x) = -Fe^{-\alpha x}(\cos\alpha x - \text{sen}\alpha x) \quad (2.23)$$

sendo  $\alpha = (k/4EI)^{1/4}$ , de acordo com a Eq. (2.10).

As expressões obtidas são confirmadas pela literatura clássica, como em COURBON (1968), SUSSEKIND (1976), CINTRA (1983), e PETERSEN (1985).

É interessante notar que, devido à natureza das expressões anteriores, os valores das grandezas obtidos pelas Eq. (2.20) a (2.23) diminuem de intensidade com o avanço na profundidade, em virtude do fator exponencial negativo, além disso, esses valores são alternadamente positivos e negativos, devido às características das funções trigonométricas envolvidas.

Os valores máximos das flechas, rotações e forças cortantes, ocorrem na seção  $x = 0$ , e são, respectivamente:

$$y_{\text{máx}} = F/(2\alpha^3 EI) \quad (2.24)$$

$$\varphi_{\text{máx}} = -F/(2\alpha^2 EI) \quad (2.25)$$

$$V_{\text{máx}} = -F \quad (2.26)$$

O valor máximo do momento fletor ao longo da viga se obtém igualando a zero a derivada primeira da Eq. (2.22):

$$dM/dx = -Fe^{-\alpha x}(\cos\alpha x - \text{sen}\alpha x) = 0 \quad (2.27)$$

sendo  $Fe^{-\alpha x} \neq 0$ , obtém-se:

$\cos\alpha x - \sin\alpha x = 0$ , ou,  $\operatorname{tg}\alpha x = 1 \rightarrow \alpha x = \pi/4 + n\pi$ , sendo  $n=0,1,2,\dots$

O momento fletor máximo ocorre para o menor valor de  $x$ :  $x = \pi/(4\alpha)$

$$M_{\text{máx}} = M(\pi/4\alpha) = -(F/\alpha)e^{-\pi/4}\operatorname{sen}\pi/4 = -0,3224(F/\alpha) \quad (2.28)$$

A seguir, apresentam-se os gráficos dos modos das flechas, rotações, momentos fletores e esforços cortantes, em função da profundidade  $x$ , onde foi considerada uma constante de mola com valor numérico  $k = 4EI$ , correspondendo a um  $\alpha = 1$ .

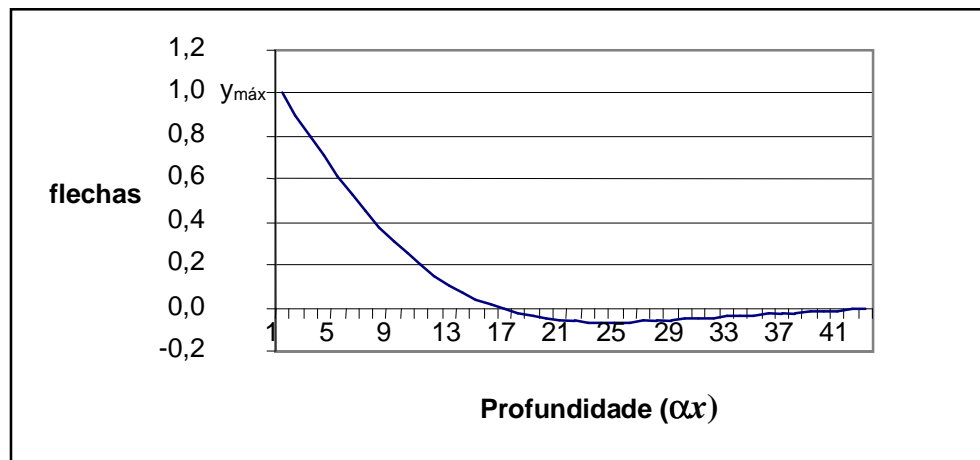


Figura 2.3 - Variação das flechas horizontais com a profundidade ( $\alpha x$ )

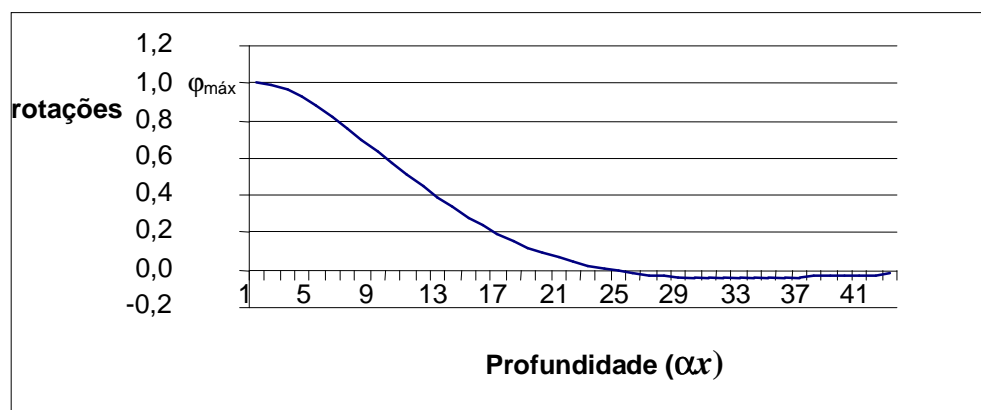


Figura 2.4 – Variação das rotações com a profundidade ( $\alpha x$ )

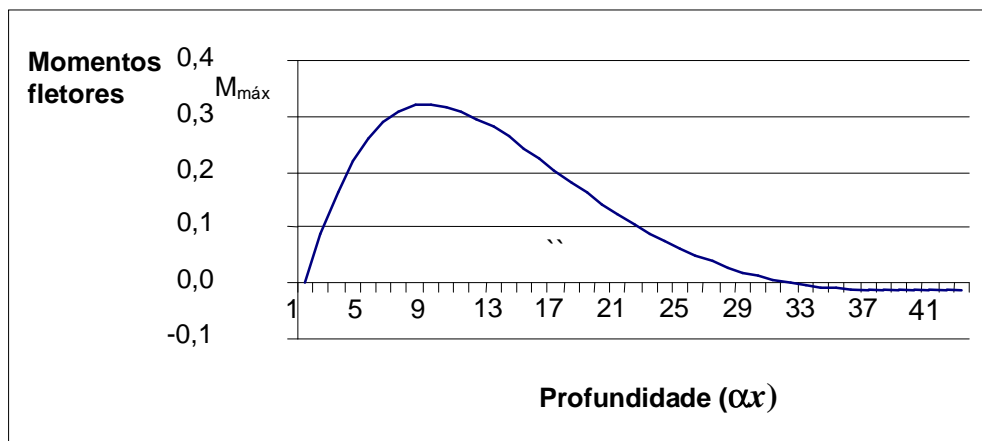


Figura 2.5 – Variação dos momentos fletores com a profundidade ( $\alpha x$ )

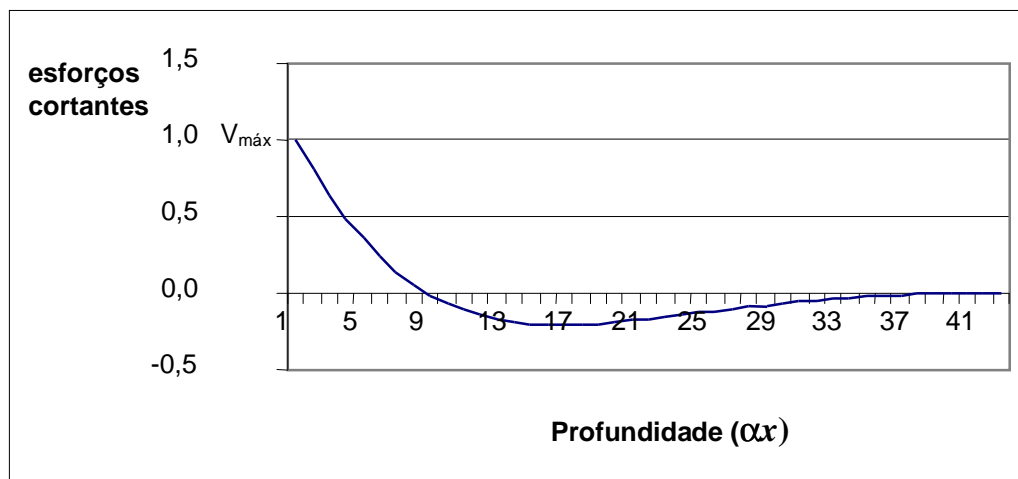


Figura 2.6 – Variação dos esforços cortantes com a profundidade ( $\alpha x$ )

Nas Fig. 2.3 a 2.6, os eixos das abscissas correspondem a valores de  $\alpha x$  (em radianos) variando de 0,10 de ponto para ponto. Por exemplo, o ponto 1 corresponde a  $\alpha x = 0$ ; o ponto 2 a  $\alpha x = 0,10$ ; o ponto 3 a  $\alpha x = 0,20$  e assim por diante. O valor  $\alpha x = 0$  corresponde ao topo do bloco de concreto.

## 3

### PROCESSOS DE DIMENSIONAMENTO

#### 3.1 Introdução

No meio técnico, os chumbadores convencionais de ancoragem de elementos metálicos com estruturas de concreto armado freqüentemente são dimensionados apenas para o esforço normal de tração. Os esforços cortantes são considerados transmitidos aos elementos em concreto armado por meio do atrito desenvolvido entre as superfícies de contato, quando existem forças de compressão significativas, ou por elementos metálicos específicos denominados barras de cisalhamento.

O uso de chumbadores de expansão e químicos, que trabalham à tração e cisalhamento, é feito de acordo com os resultados experimentais, fórmulas empíricas e coeficientes de segurança recomendados pelos catálogos dos respectivos fabricantes.

O processo usado com maior frequência para o dimensionamento de chumbador convencional, submetido a esforço cortante e que provém de formulação analítica, está proposto em GREGOR (1973), que trata o chumbador como uma viga contínua sobre apoios elásticos contínuos (mergulhado no concreto).

Basicamente, as verificações são:

- a) Tensões normais na seção transversal do chumbador (aço) devido à flexão decorrente da força cortante. Na presença de força normal de tração, deverá ser feita a superposição de tensões (flexo-tração). A força cortante que esgota a resistência do chumbador por tensões normais de flexão, na maioria das vezes, corresponde a uma parcela pequena da resistência do chumbador ao cisalhamento.
- b) Tensão máxima de compressão no concreto proveniente do processo de deformação e flexão do chumbador em meio elástico, limitada ao valor permitido de trabalho de compressão do concreto.

### 3.2 Processo de GREGOR (1973)

#### 3.2.1 Formulário de GREGOR

Com base na Fig. 3.1, GREGOR (1973) apresenta diretamente, sem tecer comentários adicionais, o formulário para cálculo do momento fletor máximo no chumbador e da tensão máxima de compressão no concreto.

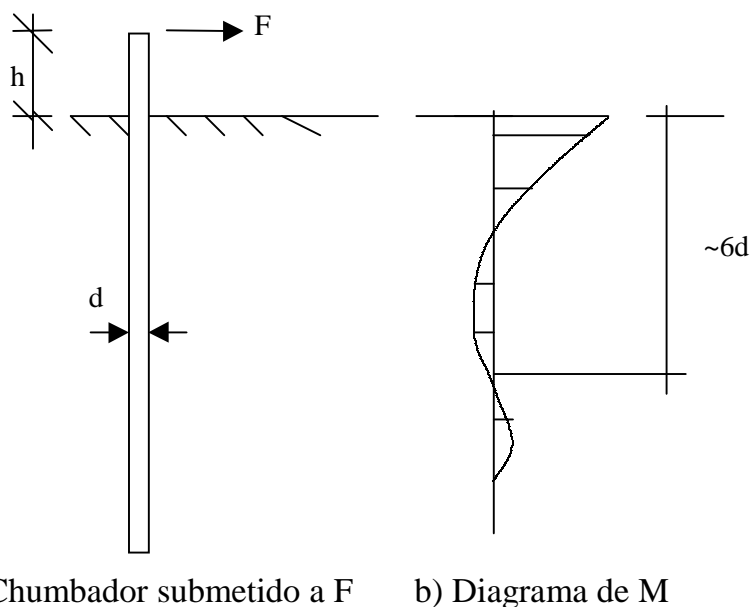


Figura 3.1- Chumbador submetido a força horizontal e diagrama de momentos fletores

Onde:

$F$  = força horizontal atuando na face inferior da placa de base;

$h$  = altura do enchimento sob a placa de base (“grout”);

$d$  = diâmetro do chumbador;

$M$  = momento fletor.

Segundo GREGOR (1973), a influência da força  $F$  no chumbador não é mais significativa a partir de uma profundidade de aproximadamente  $6d$ .



*Tensão máxima de compressão no concreto*

Ocorre uma tendência localizada de esmagamento do concreto, no processo de flexão, devido ao contato do chumbador com a região superior do bloco de concreto (quina). Neste caso, tem-se o contato de duas superfícies cilíndricas de mesmo raio entre o corpo do chumbador e o furo de concreto.

A tensão máxima de compressão no concreto é dada por:

$$\sigma_{c \text{ máx}} = cF/(2\alpha^3 EI) \quad (3.1)$$

sendo:

$c = 400 \text{ kN/cm}^3$ , valor adotado pelo autor e que está associado à constante de mola representada pelo concreto;

$EI$  = rigidez à flexão do chumbador;

$\alpha = [k/(4EI)]^{1/4} = [cd/(4EI)]^{1/4}$  = valor proveniente da análise de viga sobre apoios elásticos contínuos.

A tensão máxima no concreto é limitada pelos valores limites recomendados pelas normas específicas de dimensionamento de estruturas de concreto armado.

*Momento fletor máximo no chumbador devido à flexão sob força horizontal*

$$M_{\text{máx}} = (-Fe^{-\chi_m}/2\alpha)[1+(1+2\alpha h)^2]^{1/2} \quad (3.2)$$

$$\text{tg } \chi_m = 1/(1+2\alpha h), \text{ com } \chi_m \text{ em radianos} \quad (3.3)$$

Em conseqüência, as tensões máximas em um chumbador submetido a uma força horizontal  $F$ , podem ser calculadas no regime elástico, pelas fórmulas:

$$\sigma_a = M_{\text{máx}}/W \quad (3.4)$$

$$\tau_a = 1,33(F/A) \quad (3.5)$$

As tensões máximas no chumbador são limitadas pelos valores limites recomendados pelas normas específicas de dimensionamento de estruturas de aço.

É interessante notar que, durante o processo de execução de um projeto de estrutura metálica, uma das primeiras tarefas é a elaboração do quadro de cargas das estruturas sobre as fundações, e o dimensionamento das placas de bases e chumbadores de ancoragem. Ou seja, nesta etapa, ainda não se conhece o  $f_{ck}$  que será usado na execução dos blocos de concreto armado, o que obriga o uso de valores conservadores para a tensão limite no concreto. Este fato torna ainda mais desfavorável o critério de verificação da tensão máxima de compressão do concreto.

### 3.2.2 Momento fletor máximo com $h = 0$

Com base na Fig. 3.1 e considerando-se a placa de base diretamente apoiada no bloco de concreto, tem-se a condição  $h = 0$ . Nesse caso:

- a) A tensão máxima de compressão no concreto continua sendo dada pela Eq. (3.1), pois ela não depende da dimensão  $h$ .

$$\sigma_{c \text{ máx}} = cF/(2\alpha^3 EI) \quad (3.1)$$

- b) O momento fletor máximo é obtido da Eq.(3.2), usando-se  $h = 0$  :

$$\text{tg } \chi_m = 1/(1+2\alpha h) = 1/[1+2\alpha (0)] = 1 \quad \rightarrow \quad \chi_m = \pi/4 ,$$

$$M_{\text{máx}} = (-Fe^{-\pi/4}/2\alpha)[1+[1+2\chi(0)]^2]^{1/2} =$$

$$= (-Fe^{-\pi/4}/2\alpha)2^{1/2} = -0,3224(F/\alpha) \quad (3.6)$$

A Eq. (3.6) obtida por meio do formulário de GREGOR (1973), é exatamente igual ao valor dado pela Eq. (2.28) da teoria de viga sobre apoios elásticos contínuos.

### 3.2.3 Valores numéricos obtidos pelo formulário de GREGOR (1973)

#### *Caso 1*

O formulário de GREGOR será usado para se obter a força horizontal de cálculo de um chumbador de diâmetro 25 mm, em aço com tensão de escoamento  $f_y = 210$  MPa e resistência característica á compressão do concreto  $f_{ck} = 18$  MPa, e argamassa de enchimento ("grout") com altura de 50 mm.

Serão usados os critérios da norma NBR 8800(1986):

Resistência de cálculo do aço solicitado por tensões normais na flexão =  $0,90f_y = 189$  MPa =  $18,90$  kN/cm<sup>2</sup> ;

Resistência de cálculo do aço solicitado por tensões de cisalhamento =  $0,90(0,60f_y) = 11,34$  kN/cm<sup>2</sup>;

Resistência de cálculo do concreto solicitado por tensões de compressão =  $0,70(0,70f_{ck}) = 0,49f_{ck} = 0,88$  kN/ cm<sup>2</sup>.

Para a constante de mola, será usado o valor  $c = 400$  kN/cm<sup>3</sup>, conforme recomendado por GREGOR (1973).

Nesse caso, tem-se:

$$A = \pi 2,50^2 /4 = 4,909 \text{ cm}^2$$

$$I = \pi 2,50^4 /64 = 1,917 \text{ cm}^4$$

$$W = 1,534 \text{ cm}^3$$

$$E_a = 20.500 \text{ kN/cm}^2$$

$$\alpha^4 = [(400 \times 2,50) / (4 \times 20.500 \times 1,917)]^{1/4} \rightarrow \alpha = 0,282 \text{ cm}^{-1}$$

A força horizontal de cálculo ( $F_{d1}$ ) em função do estado limite de compressão do concreto é determinada usando-se a Eq. (3.1):

$$\sigma_{cd} = 400F_{d1} / (2 \times 0,282^3 \times 20500 \times 1,917) = 0,88 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow F_{d1} = 3,88 \text{ kN}$$

A força horizontal de cálculo ( $F_{d2}$ ) em função do estado limite das tensões normais de flexão do chumbador é determinada com o auxílio das Eq. (3.2), (3.3) e (3.4):

$$\text{tg } \chi_m = 1 / (1 + 2 \times 0,282 \times 5,0) = 0,261 \rightarrow \chi_m = 0,256 \text{ rad.}$$

$$M_{\text{máx}} = (-F_{d2} e^{-0,256} / 2 \times 0,282) [1 + [1 + 2 \times 0,282 \times 5,0]^2]^{1/2} = -5,42 F_{d2}$$

$$\sigma_{ad} = 5,42 F_{d2} / 1,534 = 18,90 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow F_{d2} = 5,35 \text{ kN}$$

A força horizontal de cálculo ( $F_{d3}$ ) em função do estado limite de tensões de cisalhamento do chumbador é determinada com o uso da Eq. (3.5):

$$\tau_{ad} = 1,33 F_{d3} / 4,909 = 11,34 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow F_{d3} = 41,86 \text{ kN}$$

De onde se conclui que a força horizontal de cálculo é :  $F_d = 3,88 \text{ kN}$

Como pode ser observado, o critério limitador para a determinação da força horizontal de cálculo do chumbador, foi o estado limite de tensões normais de compressão no concreto, e neste exemplo o valor é muito próximo daquele obtido pelo estado limite de tensões normais de flexão do chumbador.

Considerando-se 100% o valor da força horizontal de cálculo ( $F_{d3}$ ) de um chumbador numa situação ideal de cisalhamento de aço com aço (ligação

metálica), o fato do chumbador estar mergulhado no concreto ocasiona uma redução significativa em sua capacidade resistente, devido ao esmagamento do concreto, para um valor  $F_{d1}$ :

Fator de redução =  $(1 - F_{d1}/F_{d3}) = 0,907$ ; ou seja, uma redução de 90,7 % ( $F_{d1} \approx 9,3\% F_{d3}$ ).

### *Caso 2*

A força horizontal de cálculo ( $F_d$ ) do chumbador será determinada no caso da placa de base estar diretamente apoiada no bloco de concreto.

Conforme exposto no item 3.2.2, o estado limite de tensões de compressão no concreto continua sendo dado pela Eq. (3.1). Portanto, o critério determinante para a obtenção da referida resistência de cálculo conduziria ao mesmo valor determinado no *Caso 1*, ou seja, o conjunto aço/concreto conservaria a eficiência determinada anteriormente:  $F_d = 3,88$  kN.

Com o intuito de se verificar a variabilidade do comportamento do sistema aço/concreto, será desprezado o efeito de esmagamento do concreto. O critério determinante, neste caso, seria o estado limite de tensões normais de flexão do chumbador, calculado pela Eq. (3.6):

$$M_{\text{máx}} = -0,3224(F'_{d2}/0,282) = -1,142F'_{d2}$$

$$\sigma_{\text{ad}} = 1,142 R'_{d2}/1,534 = 18,90 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow F'_{d2} = 25,39 \text{ kN}$$

Nesta hipótese, o fator de redução com relação à força horizontal de cálculo em sua condição ideal de cisalhamento é:

Fator de redução =  $(1 - F'_{d2}/F_{d3}) = 0,39$ ; ou seja, uma redução de 39 % ( $F'_{d2} \approx 60,7\% F_{d3}$ ).

Note-se o aumento significativo (6,54 vezes maior) da eficiência do sistema na hipótese considerada. Esse resultado é mais consistente para a flexão do chumbador, porém o limitador continua sendo a compressão no concreto ( $F_d = 3,88 \text{ kN}$ ).

### 3.2.4 Tabela de uso freqüente no meio técnico

Na publicação QUEIROZ (1978), encontra-se uma tabela confeccionada a partir do formulário de GREGOR (1973), e de uso freqüente no meio técnico, elaborada para chumbadores em aço SAE 1020 ( $f_y = 210 \text{ MPa}$ ) e resistência característica à compressão do concreto  $f_{ck} = 13,5 \text{ MPa}$ .

A seguir, transcreve-se a Tab. 3.1 da publicação mencionada anteriormente, retirando-se parte dos valores e corrigindo-se apenas as unidades usadas no original, para diâmetros de chumbadores que posteriormente serão usados neste trabalho, durante as modelagens via ANSYS.

Esta tabela mostra a força cortante de serviço, em kN, que cada chumbador de diâmetro  $d$ , pode resistir em função da altura  $h$  da argamassa de enchimento (“grout”).

Tabela 3.1 – Força cortante de serviço em kN

h (mm)	Força cortante de serviço (kN)		
	d =16 mm	d =25,4mm	d =31,5 mm
10	2,2	5,3	8,0
30	-	4,0	6,2
50	-	3,1	5,1

### 3.3 Processo apresentado no 2º vol. do Livro "Construções de Concreto", de LEONHARDT, F. & MOENNIG, E. (1979).

Esses autores afirmam que, para o tipo de solicitação de forças horizontais em barras cilíndricas de aço, não existem valores sobre o comportamento do concreto que permitam elaborar um tratamento analítico confiável. Por isso, recomenda-se que sejam utilizados os resultados obtidos por meio de ensaios, como, por exemplo, os de RASMUSSEN (1966), que considerou o problema típico da Fig. 3.2.

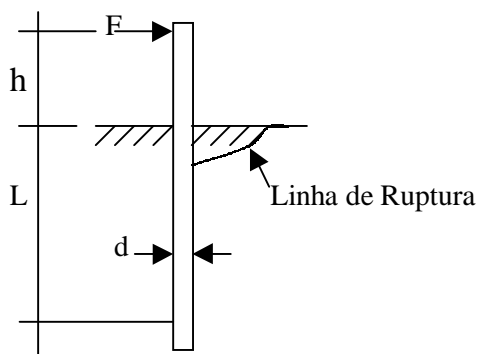


Figura 3.2 - Problema típico apresentando a linha de ruptura no concreto

São apresentadas duas situações nos elementos ensaiados:

#### *Caso 1*

Barra cilíndrica ligada por meio de solda a uma placa de aço que dificulta a ruptura do concreto.

Nesta situação, o estado de tensões de compressão na região de contato entre o chumbador e o furo do concreto é alterado pela compressão resultante entre a placa e a face superior do bloco de concreto armado, devido à excentricidade ( $h$ ) da força  $F$  aplicada em relação ao bloco de concreto.

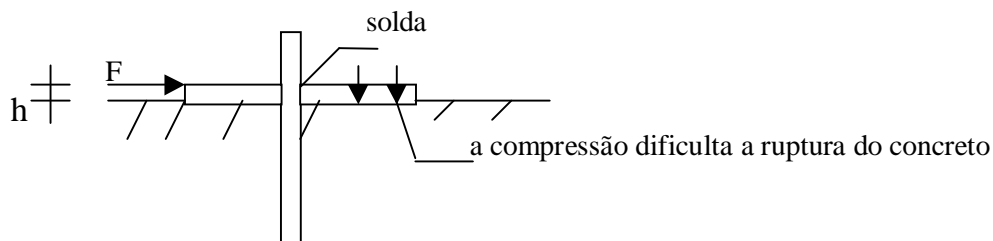


Figura 3.3 – Restrição na ruptura do concreto

A força limite última ( $F_u$ ) é dada pela fórmula empírica (3.7) usando-se unidades coerentes:

$$F_u = 0,833d^2(f_{cp}f_y)^{1/2} \quad (3.7)$$

onde:

$d$  = diâmetro do chumbador;

$f_{cp}$  = resistência característica prismática à compressão do concreto; ( $f_{ck} \approx 0,8f_{cp}$ ,  
ou seja,  $f_{cp} \approx 1,25f_{ck}$ );

$f_y$  = tensão de escoamento do aço.

### Caso 2

Barra cilíndrica simples. Nesta situação, a ruptura do concreto está livre para ocorrer, e o estado de tensões de compressão entre a barra cilíndrica de aço e o furo de concreto ocasionará uma linha de ruptura tal como indicado anteriormente na Fig. 3.2.

A força limite última ( $F_u$ ) é dada pela fórmula empírica (3.8) usando-se unidades coerentes:

$$F_u = 0,433[(1-1,69 \varepsilon^2)^{0,5} - 1,3\varepsilon]d^2(f_{cp}f_y)^{1/2} \quad (3.8)$$

onde :

$$\varepsilon = 3(h/d)(f_{cp}/f_y) \quad (3.9)$$

sendo  $h$  = distância da força  $F$  à face do concreto.



No caso particular de a força  $F$  estar atuando na face do concreto, com a notação usada na Fig.3.3, tem-se  $h = 0$ , e a expressão (3.9) conduz a  $\varepsilon = 0$ . A Eq. (3.8) torna-se:

$$F_u = 0,433d^2(f_{cp}f_y)^{1/2} \quad (3.10)$$

Note-se que a presença da placa de apoio (caso 1) provoca um confinamento do concreto, ocasionando um aumento de 92,4 % na força horizontal última que pode ser aplicada ao chumbador, se comparada com o caso 2 (sem placa de apoio) e com  $h = 0$  (força aplicada na face do concreto).

Segundo o autor dos ensaios, os chumbadores devem ser embutidos no concreto com um comprimento  $L \geq 6d$ ; as dimensões das peças de concreto devem ser bem maiores quando comparadas com o diâmetro do chumbador, e preferivelmente em concreto armado.

Note-se que o formulário de GREGOR (1973) mostra que, a uma profundidade no concreto de aproximadamente  $6d$ , os momentos fletores no chumbador já atingem valores muito pequenos em função do amortecimento da base elástica, e o momento fletor nessa profundidade se anula .

Os ensaios que conduziram às equações anteriores foram realizados para distâncias  $h = 0$  a 13 mm e para chumbadores de diâmetro  $d \leq 25$  mm, ou seja, tais fórmulas valem apenas para as referidas condições.

Com a finalidade de comparar os valores resultantes das fórmulas empíricas anteriores com aquelas obtidas pelo formulário de GREGOR (1973), calcula-se a força horizontal de cálculo para o mesmo chumbador e concreto, já determinados no item 3.2.3.

$$d = 2,5 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 18 \text{ MPa} = 1,8 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cp} = 1,25 \times 1,8 = 2,25 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_y = 210 \text{ MPa} = 21,0 \text{ tkNcm}^2$$

*Caso 1 – Força horizontal última para chumbador com placa de aço*

Usando-se os valores definidos anteriormente na Eq. (3.7) , tem-se:

$$F_u = 0,833 \times 2,5^2 (2,25 \times 21,0)^{1/2} = 35,79 \text{ kN}$$

Esta situação não está prevista no formulário de GREGOR (1973).

*Caso 2 - Força horizontal última para chumbador sem placa de aço*

- a) Considerando-se a força horizontal aplicada a uma distância  $h = 5,0$  cm da face do concreto, e com auxílio das Eq.(3.8) e (3.9), tem-se:

$$\varepsilon = 3(5,0/2,50)(2,25/21,0) = 0,643$$

$$F_u = 0,433[(1-1,69 \times 0,643^2)^{0,5} - 1,3 \times 0,643] 2,5^2 (2,25 \times 21,0)^{0,5} = -5,34 \text{ kN} < 0$$

Na realidade, a Eq. (3.8) não pode ser usada na situação em questão, pois, trata-se de uma fórmula empírica e, portanto, seu uso está restrito às condições em que os ensaios foram realizados. Conforme destacado anteriormente, ela foi obtida com distâncias  $h$  compreendidas entre 0 e 13 mm. Infelizmente, esta situação (limitação do processo) não poderá ser comparada com os valores obtidos pelo formulário de GREGOR (1973).

- b) Considerando-se a força horizontal aplicada na face do concreto, isto é,  $h = 0$ , e com auxílio da Eq. (3-10), tem-se:

$$F_u = 0,433 \times 2,5^2 (2,25 \times 21,0)^{0,5} = 18,60 \text{ kN};$$

A força horizontal de cálculo é:  $F_d = 0,75 \times 18,60 = 13,95 \text{ kN}$ .

A força horizontal de cálculo por este último processo (13,95 kN) é bem superior ao valor (3,88 kN) obtido pelo formulário de GREGOR (1973).

A seguir, apresenta-se a Tabela 3.2, elaborada a partir do formulário deste item 3.3, onde é mostrada a força horizontal última em kN que cada chumbador de diâmetro  $d$  pode resistir, em função da excentricidade  $h$ , aço com  $f_y = 210$  MPa e concreto com  $f_{ck} = 13,5$  MPa.

Tabela 3.2 – Força horizontal última em kN para chumbadores com  $f_y = 210$  MPa e  $f_{ck} = 13,5$  MPa.

h (mm)	Força horizontal última (kN)		
	d =16 mm	d =25,4mm	d =31,5 mm
10	5,2	14,4	22,9
30	1,5	9,3	16,8
50	< 0	2,8	9,5

Obs. 1)  $h = 30$  e  $50$  mm, estão fora do campo de validade da fórmula empírica.

Valores calculados só para efeito ilustrativo.

## 4

# TENSÕES DE CONTATO

### 4.1 Introdução

As tensões e deformações que aparecem durante a pressão de dois corpos entre si são chamadas de contato. Tais situações são encontradas, por exemplo, quando uma esfera está em contato com outra esfera, uma esfera com um plano, dois corpos cilíndricos com concavidade no mesmo sentido ou contrária, um corpo cilíndrico com um plano, etc.

Na aplicação de força concentrada, por exemplo, numa superfície cilíndrica sobre um plano, a área de contato é uma geratriz e, em consequência, a tensão normal seria infinita, o que esmagaria qualquer material e, desta forma, aparece no processo de deformação uma área finita de pequenas dimensões, resultando em altos valores das tensões de contato, as quais são conhecidas como tensões de Hertz.

Hertz determinou, em 1881-1882, as tensões e deformações de contato, por meio da teoria matemática da elasticidade, para pressões entre corpos com superfícies

curvas, e seus resultados têm sido usados e comprovados experimentalmente, assim como amplamente utilizados nas aplicações práticas.

Conforme indicado no caso particular da Fig. 4.1, as fórmulas baseadas nessa teoria fornecem as tensões máximas de compressão, as quais ocorrem no centro da área de contato, mas não permitem o cálculo das tensões máximas de tração, que ocorrem no contorno da área de contato, e nem das tensões máximas de cisalhamento, que ocorrem no interior do corpo, a uma distância pequena (da mesma ordem de grandeza da dimensão da área de contato) da superfície de contato.

As hipóteses usadas para obtenção da solução dos problemas de tensões de contato são:

- a) Os corpos em contato são elásticos e isotrópicos.
- b) As áreas de contato, após a deformação, são essencialmente planas e pequenas, se comparadas com as dimensões dos raios de curvaturas dos corpos antes da deformação, na vizinhança das interface de contato.
- c) As superfícies dos corpos em contato devem ser perfeitamente lisas (usinadas). Como consequência, somente as tensões normais de compressão devem ser consideradas.

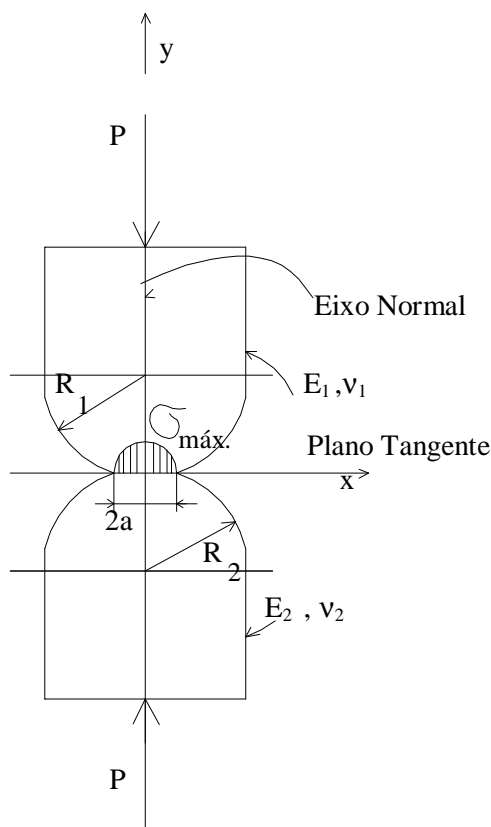


Figura 4.1 Corpos com extremidades esféricas em tensão de contato

Onde:

$R_1$  e  $R_2$  são os raios dos corpos esféricos 1 e 2, em contato, respectivamente;

$E_1$  e  $E_2$  são os módulos de elasticidade longitudinais dos corpos em contato;

$\nu_1$  e  $\nu_2$  são os coeficientes de Poisson dos corpos 1 e 2, respectivamente;

$a$  é o raio do círculo de contato;

$P$  é a força de compressão entre os corpos;

$\sigma_{\text{máx}}$  é a tensão máxima de contato que ocorre no centro da área de contato.

ROARK (1975) fornece um formulário completo para o cálculo das tensões de contato para corpos com diversas formas de superfícies de contato, inclusive com as fórmulas para a determinação das tensões máximas de tração e de cisalhamento. TIMOSHENKO (1951), FLUEGGE (1962) e PISARENKO (1979), também apresentam as fórmulas de Hertz para os casos mais frequentes.

As tensões de contato possuem uma característica eminentemente local, e diminuem rapidamente à medida em que se afastam da área de contato. Em consequência, os materiais nos pontos de contato, sem poder se deformar livremente, mesmo havendo sido esmagados, são confinados pelo restante do corpo e a falha local não leva ao colapso do corpo. Os materiais na área de contato, portanto, estarão submetidos a um estado triplo de sollicitação aproximadamente do tipo hidrostático  $\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \sigma_3 \approx \sigma_{\text{contato}}$ .

Por isso, as tensões limites para as tensões de contato são estabelecidas pelos diversos regulamentos, especificações de dimensionamento, nacionais e internacionais, em valores muito maiores do que a tensão de escoamento ou mesmo da resistência última à compressão dos materiais envolvidos. PISARENKO (1979) e REHER (2002) indicam tensões limites de contato com valores da ordem de até 14 vezes a tensão de escoamento para corpos de aço, dependendo do tipo de contato.

#### 4.2 Algumas Fórmulas das Tensões de Hertz

À seguir, transcreve-se de ROARK (1975) o formulário que permite o cálculo das tensões de contatos e informações complementares para este tipo de problema, para dois casos clássicos de corpos em contato:

a) Corpo esférico com corpo esférico, conforme notação e como mostrado na Fig. 4.1:

$$C_E = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2 \quad (4.1)$$

$$K_D = 2R_1R_2/(R_1+R_2) \quad (4.2)$$

$$a = 0,721(P K_D C_E)^{1/3} \quad (4.3)$$

$$\sigma_{\text{máx}} = 1,5P/(\pi a^2) \quad (4.4)$$

$$d = 1,040(P^2 C_E^2 / K_D)^{1/3} \quad (4.5)$$

$$\sigma_{\text{máx, tração}} \approx 0,133 \sigma_{\text{máx}} \quad (4.6)$$

$$\tau_{\text{máx}} \approx 1/3\sigma_{\text{máx}} \quad (4.7)$$

sendo:

$C_E$  = constante que envolve as características físicas dos materiais;

$K_D$  = constante que envolve os raios de curvaturas dos materiais;

$d$  = distância de aproximação entre os corpos em contato;

$\sigma_{\text{máx, tração}}$  = tensão máxima de tração que ocorre perpendicularmente à direção da tensão de contato;

$\tau_{\text{máx}}$  = tensão máxima de cisalhamento que ocorre em um ponto situado a  $(a/2)$ , abaixo da área de contato e no mesmo alinhamento das cargas aplicadas.

b) Corpo cilíndrico com corpo cilíndrico, conforme mostrado na Fig. 4.2:

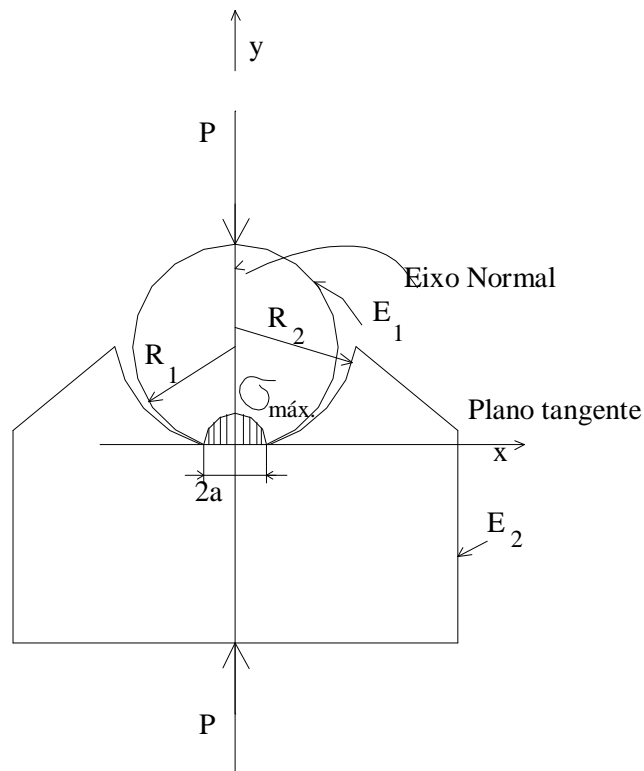


Figura 4.2 – Contato entre duas superfícies cilíndricas

Este caso é similar ao objeto deste trabalho: chumbador de aço = corpo 1 e bloco de concreto = corpo 2.



As duas superfícies cilíndricas dos corpos 1 e 2 possuem o mesmo comprimento  $L$ , e a força  $P$  é a carga total de compressão aplicada entre os corpos. Nesta situação, tem-se:

$$C_E = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2 \quad (4.8)$$

$$K_D = 2R_1R_2/(R_2-R_1) \quad (4.9)$$

$$a = 1,60(P K_D C_E/L)^{1/2} \quad (4.10)$$

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,798[P/(LK_D C_E)]^{1/2} \quad (4.11)$$

$$d = 1,82(P/L).(1-\ln a) \quad (4.12)$$

Para este caso, não é fornecido formulário para cálculo de  $\sigma_{\text{máx}}$ , tração e  $\tau_{\text{máx}}$ .

### 4.3 Valores Numéricos Obtidos pela Fórmula de Hertz

Para se ilustrar o uso das fórmulas de Hertz, será determinada a tensão de contato entre um chumbador de aço com diâmetro de 16 mm, mergulhado em um bloco de concreto com resistência característica à compressão,  $f_{ck} = 13,5$  MPa e submetido a uma força  $P = 12$  kN.

Com a notação da Fig. 4.2 e com o auxílio das Eq. (4.8), (4.9) e (4.11), calcula-se a tensão de contato entre os dois corpos. Será considerado que a força aplicada  $P$  seja distribuída uniformemente em um comprimento igual a um diâmetro do chumbador.

São dados para os materiais envolvidos:

$$\text{Aço:} \quad \nu_1 = 0,30; \quad E_1 = 20\,500 \text{ kN/cm}^2;$$

$$\text{Concreto:} \quad \nu_2 = 0,20; \quad E_2 = 0,85 \times 5600 \times (13,5)^{1/2} = 17489 \text{ MPa} \approx 1749 \text{ kN/cm}^2$$

$$C_E = (1-0,30^2)/20500 + (1-0,20^2)/1749 = 5,93 \times 10^{-4}$$

Os raios do chumbador e da superfície do furo são iguais e, neste caso, a tensão de contato seria nula. Para obter-se uma ordem de grandeza destas tensões de contato, serão considerados os raios com uma diferença de 0,25 mm:  $R_1 = 0,80$  cm e  $R_2 = 0,825$  cm.

$$K_D = 2 \times 0,80 \times 0,825 / (0,825 - 0,800) = 52,80 \text{ cm}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,798 [12 / (1,60 \times 52,80 \times 5,93 \times 10^{-4})]^{0,5} = 12,35 \text{ kN/cm}^2$$

Para uma diferença de raios de 0,10 mm, obtém-se:

$$K_D = 2 \times 0,80 \times 0,81 / (0,810 - 0,800) = 129,6 \text{ cm}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,798 [12 / (1,60 \times 129,6 \times 5,93 \times 10^{-4})]^{0,5} = 7,88 \text{ kN/cm}^2$$

Os valores anteriores das tensões de contato são perfeitamente resistidos pelo aço, mas incompatíveis com a resistência do concreto. Em consequência, o concreto será esmagado localmente e entrará em um processo de plastificação.

No Capítulo 6, será mostrado que esses valores numéricos obtidos são coerentes com os resultados dos modelos analisados via ANSYS.

#### **4.4 Valores Limites para as Tensões de Contato**

Felizmente, pelo fato do estado de tensões ser do tipo hidrostático nos pontos da área central de contato, quando as três tensões de compressão são praticamente iguais, o material nestes pontos pode resistir, sem o aparecimento de deformações permanentes, à pressões elevadas, que podem ser avaliadas segundo PISARENKO (1979) e REHER (2002) em aproximadamente  $14f_y$ .

Para dimensionamento de elementos submetidos a tensões de contato podem ser usadas as tensões limites dadas por REHER(2002) e que são também as recomendações dos fabricantes de rolamentos mecânicos SKF.

As tensões de contato, para efeito do estabelecimento das tensões limites, podem ser divididas em três categorias, conforme REHER (2002):

Categoria I : Tensão de contato quando um dos corpos é plano e as superfícies são usinadas com grau de acabamento do tipo 2 (2 triângulos), conforme escala usada na fabricação de peças mecânicas.

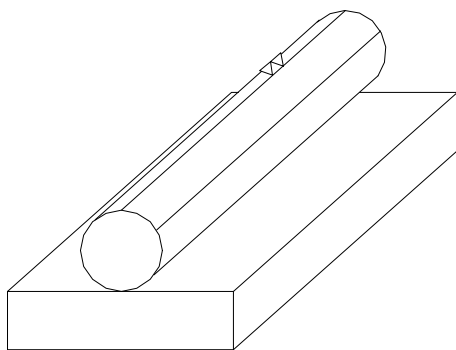


Figura 4.3 – Contato entre corpos, um com superfície curva e o outro com superfície plana

Na Fig. 4.3 é apresentado o caso de um cilindro com uma placa, o contato antes da deformação é uma geratriz. Tensão limite de contato =  $3,5f_y$ .

Categoria II : Tensão de contato quando os dois corpos possuem superfícies curvas, sendo um corpo com apoio pontual. Superfícies usinadas com grau 3 (3 triângulos).

Por exemplo, um corpo com superfície esférica em contato com um corpo com superfície cilíndrica.

Tensão limite de contato =  $6,5f_y$ .

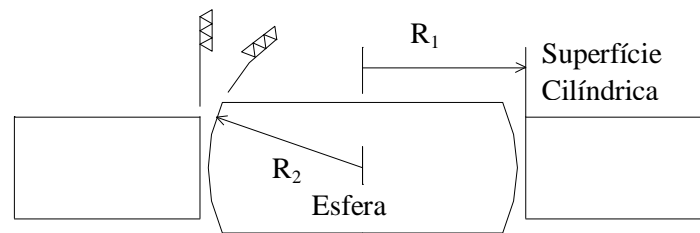


Figura 4.4 – Contato entre corpos com superfícies curvas, sendo uma pontual

Categoria III : Tensão de contato quando os dois corpos possuem superfícies curvas, sendo que os dois corpos se apoiam em um mesmo ponto. Superfícies usinadas com grau 4 (4 triângulos). Por exemplo, o caso dos rolamentos.

Tensão limite de contato =  $8,5f_y$ .

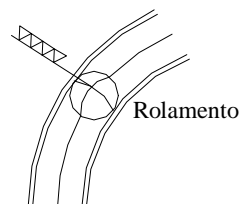


Figura 4.5 – Contato entre corpos com superfícies curvas através de um mesmo ponto

Tensões admissíveis: Caso P =  $6,0.f_y$  e caso PS =  $10,0.f_y$

AREMA (2000) estabelece uma tensão limite da ordem de  $3,33f_y$ , para o contato entre corpos cilíndricos com superfícies planas, para o caso específico de roletes com diâmetros menores do que 600 mm.

O AISC (2000) estabelece, para o caso similar, uma tensão limite de contato da ordem de  $3f_u$  que, em termos de tensão de escoamento, equivale a aproximadamente  $4,0f_y$  para aços de média resistência.

#### 4.5 Tensões no Concreto em Áreas Reduzidas

As normas de concreto armado estabelecem tensões limites maiores do que aquelas que se aplicam nas solicitações de compressão simples  $f_{ck}$ , quando a carga é transmitida para o concreto em áreas reduzidas, tendo em vista o estado tri-axial de tensões de compressão que se forma sob a área de aplicação da carga.

LEONHARDT (1979) relata ensaios feitos em corpos de prova cilíndricos de concreto simples e armado, com carga axial, onde se determinou que a tensão de compressão limite varia de acordo com uma lei exponencial envolvendo a relação entre a área da seção transversal da peça e a área carregada. A relação deduzida experimentalmente para o caso de elementos em concreto simples é:

$$f_u = f_{ck}(A_2/A_1)^{1/2} \leq 9f_{ck}, \quad (4-13)$$

onde:

$A_1$  = área total da seção de concreto

$A_2$  = área da seção carregada

Para o concreto simples, LEONHARDT (1979) recomenda usar para resistência limite do concreto à compressão em áreas reduzidas o valor  $3 f_{ck}$ .

O EUROCODE (1992), no item 5.4.8.1(3), dá uma expressão similar à Eq. (4.13) para obtenção da tensão limite de compressão no concreto em áreas reduzidas, sendo que estabelece o limite superior em  $3,3f_{ck}$ .

No caso das tensões de contato entre o chumbador de aço e a superfície do furo do concreto, onde se trata de áreas de carregamento bastante pequenas, pode-se adotar o valor de  $3f_{ck}$  com um fator adicional de 0,70, devido à não homogeneidade do concreto, o que resultaria em uma tensão limite de contato de  $2,10f_{ck}$ .

## 5

# IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA VIA ANSYS

### 5.1 Introdução

Para se atingir o objetivo deste estudo, a determinação da força máxima horizontal que pode ser aplicada a chumbadores de aço ancorados convenientemente em blocos de concreto armado, será usada análise numérica baseada no Método dos Elementos Finitos, usando-se elementos tridimensionais da biblioteca interna do programa ANSYS 5.7.

A análise numérica será feita com chumbadores de diâmetros 16 mm, 25 mm e 31,5 mm, considerando numa primeira etapa, um único chumbador. Posteriormente, será feita a análise para dois chumbadores de 25 mm espaçados de 75 mm, 100 mm e 125 mm, com a finalidade de captar a influência da superposição de tensões na resistência do conjunto. Os modelos serão feitos com blocos em concreto simples, com resistências características de 13,5 MPa, 18 MPa e 25 MPa. Foi incluído o concreto com resistência característica de 13,5 MPa, para ser possível comparar os resultados da análise numérica com os valores das forças permitidas em serviço, obtidos pelo formulário de GREGOR (1973), e que estão resumidos na Tab. 3.1.

Os modos de falhas observados experimentalmente em modelos similares ao do estudo em questão são:

- a) Escoamento do chumbador por tensões normais decorrentes da flexão e do efeito combinado com as tensões de cisalhamento;
- b) Ruína do concreto na região de contato entre o chumbador e a quina da parede do furo.

Os modelos usados permitirão obter, principalmente, as forças horizontais máximas que levam às tensões limites no aço e/ou no concreto.

## 5.2 Elementos Utilizados da Biblioteca Interna do ANSYS

### 5.2.1 SOLID45

O elemento SOLID45 é um elemento tridimensional (bloco), conforme mostrado na Fig. 5.1.

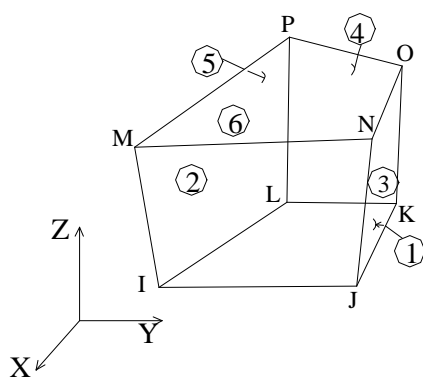


Figura 5.1 – Elemento SOLID45



O elemento é definido por oito nós, e cada nó possui três graus de liberdade: translações nodais nas direções x, y e z.

O material do elemento é ortotrópico, sendo as direções do material ortotrópico coincidentes com as direções do sistema de coordenadas do elemento.

As cargas nos elementos podem ser nodais e de superfícies. As cargas nodais são definidas para os nós e não estão diretamente relacionadas com os elementos. As cargas nodais são associadas aos graus de liberdade dos nós e são normalmente forças e deslocamentos impostos. Cargas nos elementos são pressões que podem ser aplicadas nas faces do elemento. Pressões positivas são as que atuam para o interior do elemento.

A relação constitutiva é mostrada pela Eq. (5.1), conforme STASA (1985), LOGAN(1993) e MOAVENI (1999):

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (5.1)$$

Onde:

$\boldsymbol{\sigma}$  = vetor das tensões  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yz}$  e  $\sigma_{zx}$ ;

$\mathbf{D}$  = matriz das propriedades dos materiais;

$\boldsymbol{\varepsilon}$  = vetor das deformações  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ ,  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{yz}$  e  $\varepsilon_{zx}$ ;

$\boldsymbol{\varepsilon}_0$  = vetor das deformações iniciais  $\varepsilon_{xx0}$ ,  $\varepsilon_{yy0}$ ,  $\varepsilon_{zz0}$ ,  $\varepsilon_{xy0}$ ,  $\varepsilon_{yz0}$  e  $\varepsilon_{zx0}$ ;

$\boldsymbol{\sigma}_0$  = vetor das tensões iniciais (protensão),  $\sigma_{xx0}$ ,  $\sigma_{yy0}$ ,  $\sigma_{zz0}$ ,  $\sigma_{xy0}$ ,  $\sigma_{yz0}$  e  $\sigma_{zx0}$ .

### 5.2.2 Pares de superfícies de contato: TARGE170 e CONTA174

As superfícies de contato que modelam o contato entre corpos sempre atuam aos pares, isto é, cada superfície “alvo” somente pode ser associada a uma superfície de contato, e vice versa. Para os modelos numéricos, foram escolhidos os elementos superfície alvo (TARGE170) e a superfície que entra em contato (CONTA174).

A superfície “alvo” pode ser rígida ou flexível. Para modelar contatos semi-rígidos, a superfície “alvo” deve ser rígida. Para contatos flexíveis, uma das superfícies deformáveis deve estar revestida por uma superfície “alvo”.

A superfície “alvo” utilizada na modelagem foi um conjunto de segmentos quadrangulares "TSHAP,QUA8" de oito nós, conforme indicado na Fig. 5.2

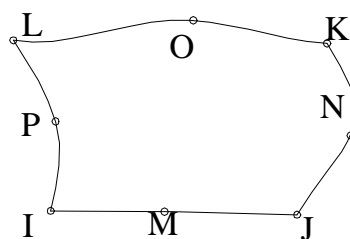


Figura 5.2 – Elemento segmento quadrangular “TSHAP,QUA8”,  
célula componente da superfície “alvo”

O elemento CONTA174 é usado para representar o contato ou deslizamento entre ela e a superfície “alvo”. Esses pares de elementos tem as mesmas características geométricas e físicas do que os sólidos ou superfícies com as quais

estão conectadas. O contato ocorre quando um elemento de superfície penetra um dos segmentos “alvo”.

As normais às superfícies “alvo” e contato devem estar apontando uma para a outra, ou seja, elas não devem estar no mesmo sentido.

A superfície de contato é definida por oito nós, tal como indicado na Fig. 5.3.

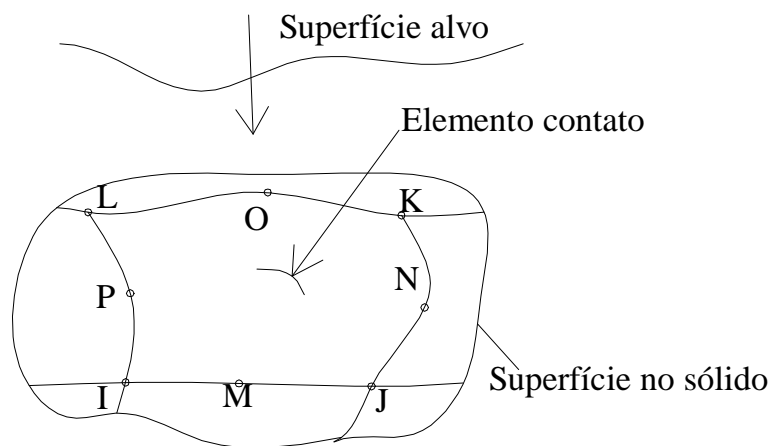


Figura 5.3 – Superfície de contato 3-D e oito nós

Existem vários tipos de superfícies de contato:

a) *Normal*

É o caso normal de contato unilateral. Se a pressão é positiva, o contato é estabelecido; caso a pressão seja nula, ocorre a separação das superfícies;

b) *Sem deslizamento*

Corresponde a superfícies que não deslizam e teriam um coeficiente de atrito infinito;

c) *Sem separação*

Com deslizamento. Esta opção permite o deslizamento, mas uma vez estabelecido o contato deve permanecer junto a superfícies alvos e de contato durante o processo de análise;

d) *Sem separação*

Esta opção não permite a separação da superfície de contato, mas uma vez estabelecido o contato deve permanecer sempre junto à superfície alvo ao longo da direção da normal às superfícies;

e) *Vinculadas*

Nesta opção de contato, uma vez estabelecido, o mesmo deve permanecer sempre junto à superfície alvo ao longo das direções da normal e da tangente às superfícies.

### 5.3 Propriedades Mecânicas dos Materiais

#### *Aço*

Módulo de elasticidade longitudinal do aço  $E = 205\,000$  MPa;

Coefficiente de Poisson  $\nu = 0,30$ ;

Tensão de escoamento do aço = 210 MPa.

#### *Concreto*

Módulo de elasticidade longitudinal do concreto:  $E_c = 5600(f_{ck})^{1/2}$

$$f_{ck} = 13,5 \text{ MPa} \quad E_c = 20.576 \text{ MPa} \approx 2.057,6 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{ck} = 18,0 \text{ MPa} \quad E_c = 23.759 \text{ MPa} \approx 2.375,9 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{ck} = 25,0 \text{ MPa} \quad E_c = 28.000 \text{ MPa} \approx 2.800 \text{ kN/cm}^2$$

Coefficiente de Poisson  $\nu = 0,20$ ;

Tensão limite à tração do concreto: a verificação das tensões de tração no concreto não é feita, pois o bloco de concreto deve estar armado convenientemente para resistir aos esforços “globais”, bem como atender aos requisitos aplicáveis para o dimensionamento, inclusive fissuração do concreto.

Tensão limite de compressão no concreto em áreas reduzidas =  $2,10 f_{ck}$ .

$$f_{ck} = 13,5 \text{ MPa} \quad f_{lim} = 2,84 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{ck} = 18,0 \text{ MPa} \quad f_{lim} = 3,78 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{ck} = 25,0 \text{ MPa} \quad f_{lim} = 5,25 \text{ kN/cm}^2$$

#### **5.4 Modelos para Blocos de Concreto com um Chumbador**

Cada modelo é constituído por três corpos e por três pares de superfícies de contato:

- a) Bloco de concreto com suas dimensões escolhidas adequadamente em função do diâmetro do chumbador. O elemento usado foi o SOLID45, com propriedades de material isótropo;
- b) Barra cilíndrica de aço. O elemento usado foi o SOLID45, com propriedades de material isótropo;
- c) Placa de aço com espessura compatível com a dimensão do chumbador. O elemento usado foi o SOLID45, com propriedades de material isótropo;
- d) Superfície de contato entre o corpo do chumbador e a parede do furo do bloco de concreto. A superfície de contato usada permite o deslizamento. Do lado da segurança, não foi considerada a aderência nem o atrito entre o aço e o

concreto. Os pares de superfícies de contato usadas foram TARGE170 e CONTA174. Foi usada a mesma dimensão para os diâmetros do furo no concreto e do chumbador;

- e) Superfície de contato entre a parte superior do corpo do chumbador e a parede do furo da placa de base . A força horizontal foi aplicada ao chumbador por meio de pressão sobre a espessura da placa de base. A superfície de contato usada não permite o deslizamento e foi vinculada à extremidade superior do chumbador, com o contorno do furo na face superior da placa de base. Os pares de superfícies de contato usadas foram TARGE170 e CONTA174. Foi usada a mesma dimensão para os diâmetros do furo na placa de base e do chumbador;
- f) Superfície de contato entre a face superior do concreto com a face inferior da placa de base. A superfície de contato usada permite o deslizamento. Não foi considerado o atrito entre o aço e o concreto do lado da segurança. Os pares de superfícies de contato usadas foram TARGE170 e CONTA174.

A Fig. 5.4 mostra o modelo usado no bloco de concreto com um chumbador. Nota-se que, por razões de simetria, foi modelada e processada apenas metade do modelo. O sistema foi subdividido em vários volumes para poder enquadrá-los às técnicas de malhas mapeadas ou dirigidas, e porque não se pode ter mais do que quatro linhas em cada face dos volumes. O bloco de concreto e a placa de base foram subdivididos em quatro volumes, cada um quadrangular com um dos lados em arco circular. O semi cilindro representativo do chumbador tem que ser subdividido, obrigatoriamente, em dois subvolumes.

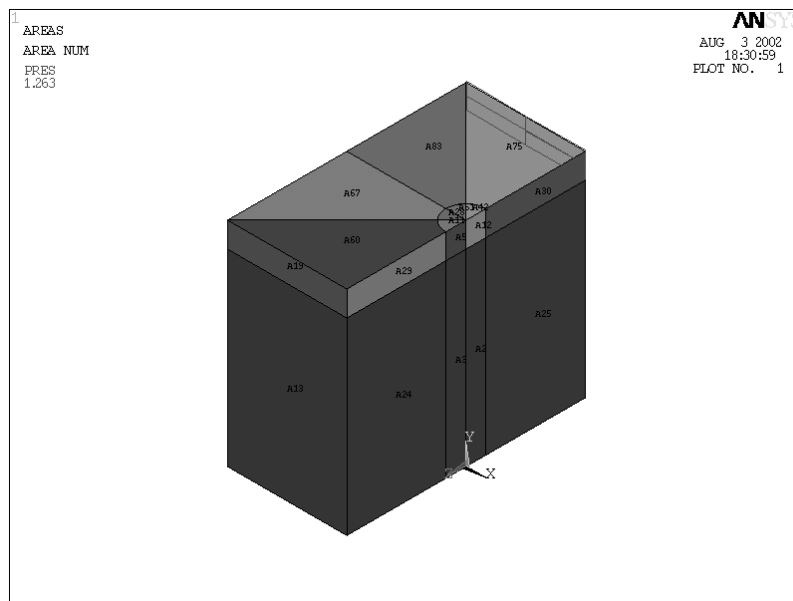


Figura 5.4 – Modelo mostrando os três volumes com subdivisões para mapear a malha

O bloco de concreto foi apoiado na face anterior e na face inferior, nesta última em conjunto com o chumbador. A face anterior da placa de base está livre, sem nenhuma restrição. Toda a face direita do chumbador, bloco de concreto e placa de base está com restrições compatíveis com a continuidade dos sólidos.

A Fig. 5.5 mostra as malhas usadas na discretização de cada modelo, sendo do tipo “mapeada”, isto é, as dimensões dos elementos são escolhidos adequadamente de maneira a obter-se malhas mais finas na região onde são esperadas as tensões mais críticas, e malhas mais pobres nos pontos mais afastados e que não apresentam interesse no problema em estudo. Por isso, as malhas usadas para discretizar o chumbador e a região de contato com a parede do furo no bloco de concreto são mais finas que as do restante do bloco.

Nota-se que as malhas de todos os volumes envolvidos em cada modelo possuem todos os nós coincidentes na vizinhança de um volume com o outro.

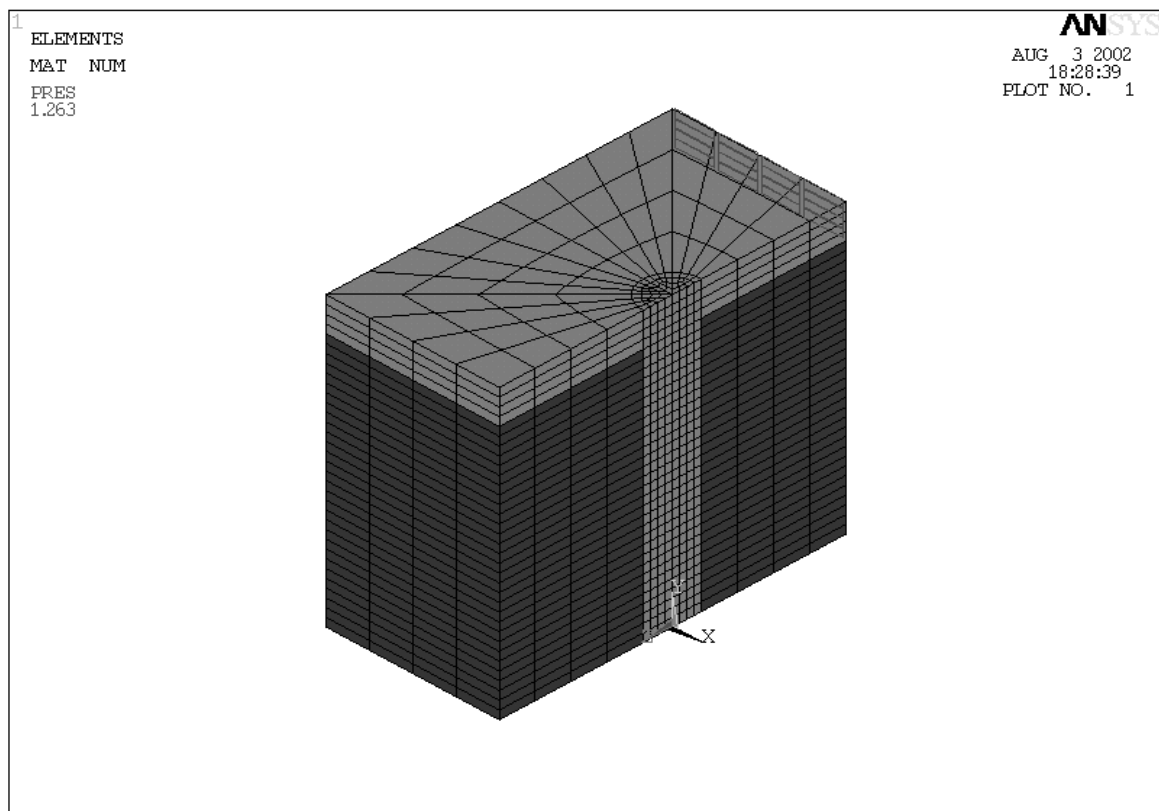


Figura 5.5 – Modelo com malhas mapeadas entre chumbador, bloco de concreto e placa de base

A Fig. 5.6 mostra a superfície de contato entre a superfície cilíndrica do chumbador e a superfície da parede do furo no bloco de concreto. A forma das superfícies alvo e contato são iguais, exceto para as normais, que possuem sentidos contrários.

A Fig. 5.7 mostra a superfície de contato entre o corpo do chumbador e o furo na placa de base e a Fig. 5.8 mostra as superfícies de contato entre a face superior do concreto e a face inferior da placa de base.



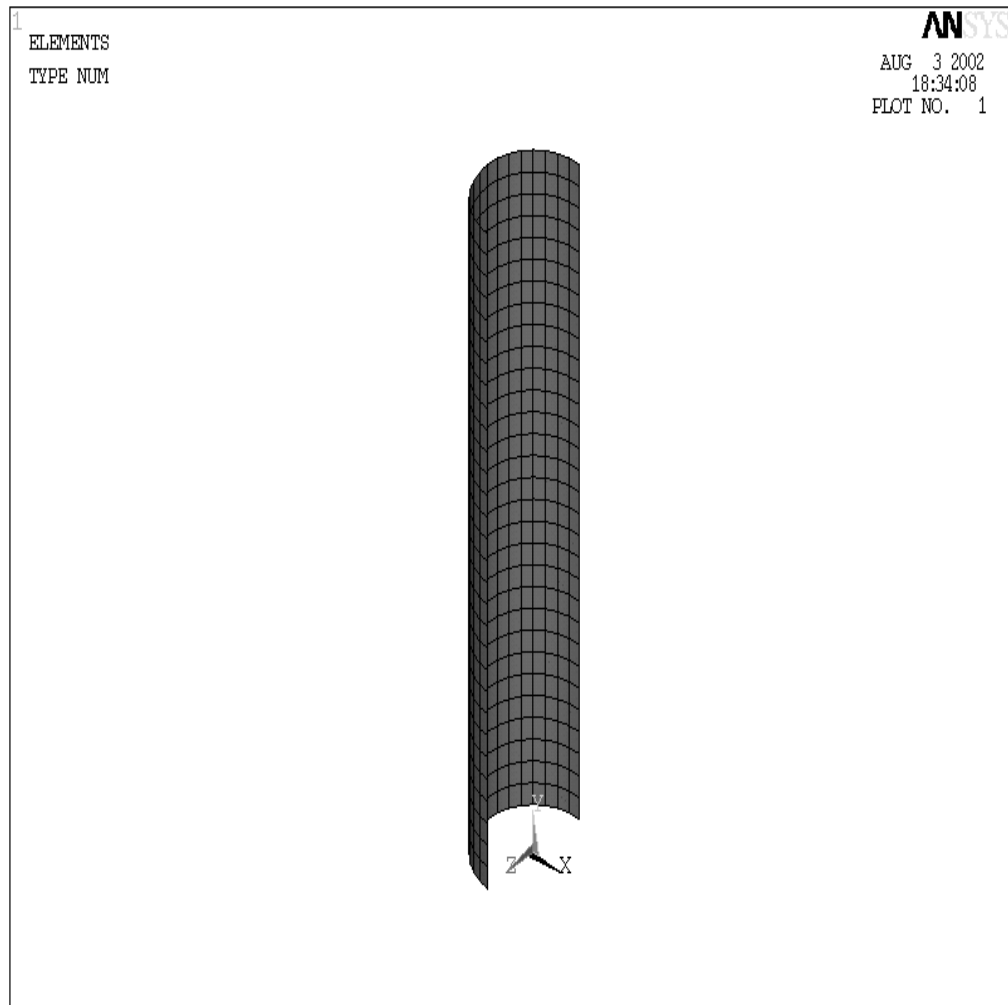


Figura 5.6 – Superfície de contato entre o chumbador e o furo do bloco de concreto

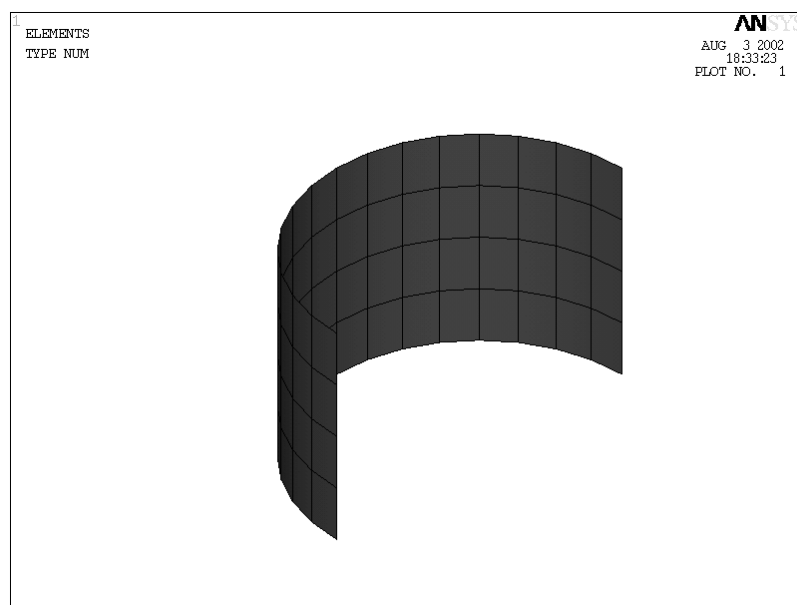


Figura 5.7 – Superfície de contato entre o chumbador e o furo da placa de base

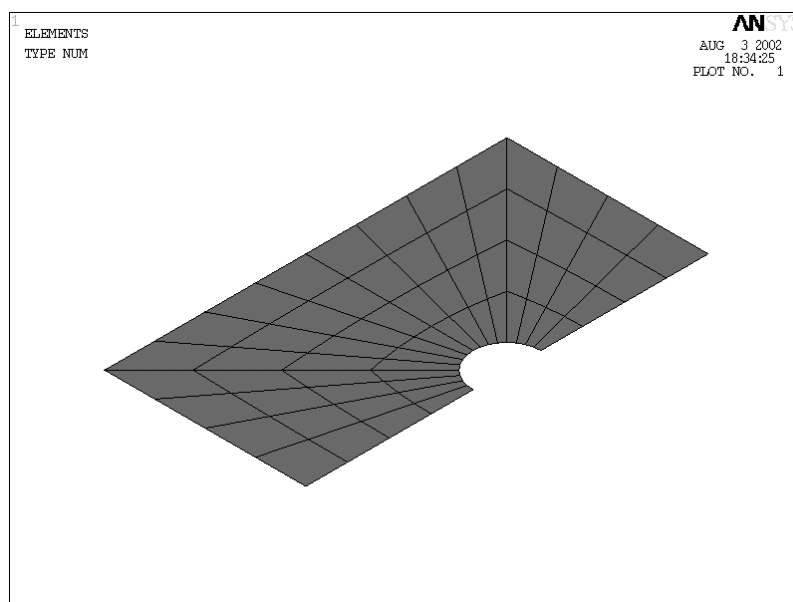


Figura 5.8 – Superfície de contato entre a face superior do bloco de concreto e a face inferior da placa de base

## 5.5 Modelos para Blocos de Concreto com Dois Chumbadores

Os modelos de blocos de concreto com dois chumbadores obedecem aos mesmos critérios usados para o caso de um chumbador isolado, inclusive os tipos de elementos da biblioteca interna do ANSYS, condições de apoio, simetria, etc. Obviamente, a quantidade de volumes, elementos e pares de superfícies de contato aumentam com as dimensões do modelo. As Fig. 5.9 a 5.15, a seguir, indicam os volumes, as divisões de malha e as superfícies de contato utilizadas para modelar o problema em questão para a análise numérica.

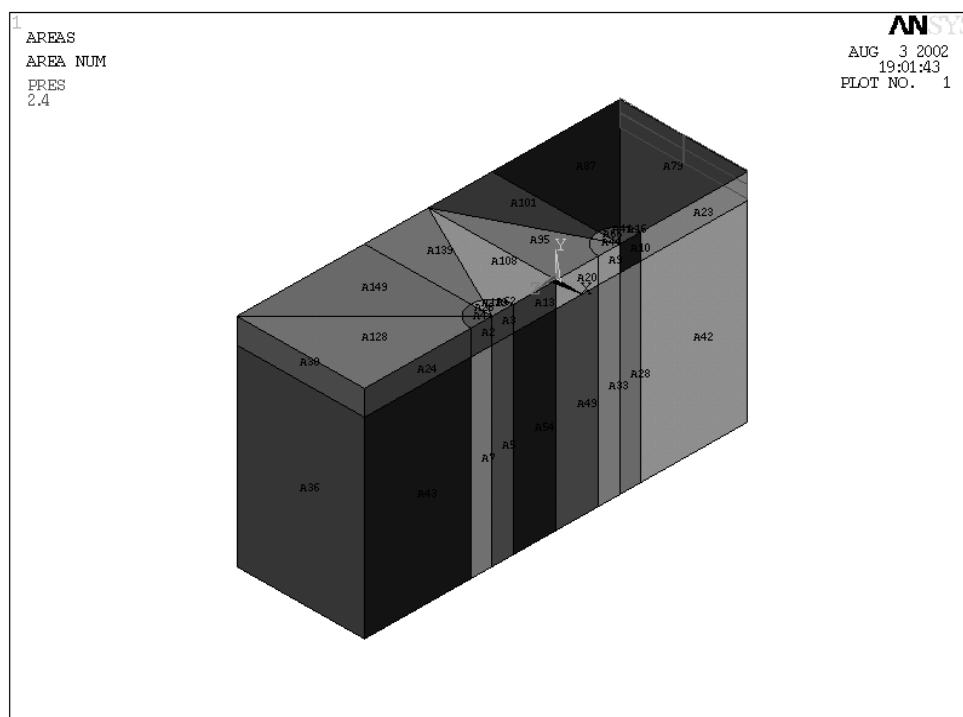


Figura 5.9 – Bloco de concreto com dois chumbadores, com subdivisão de volumes

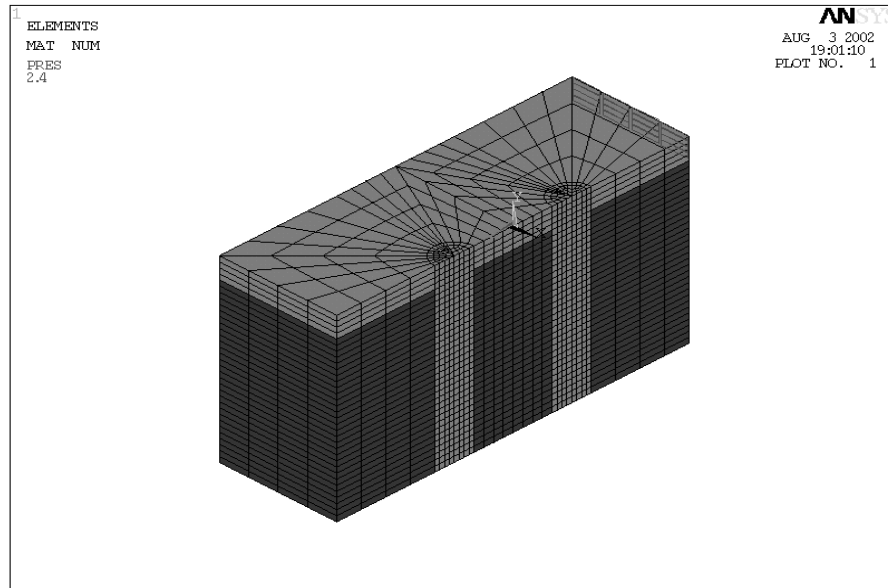


Figura 5.10 – Modelo de malhas mapeadas para os elementos componentes do sistema

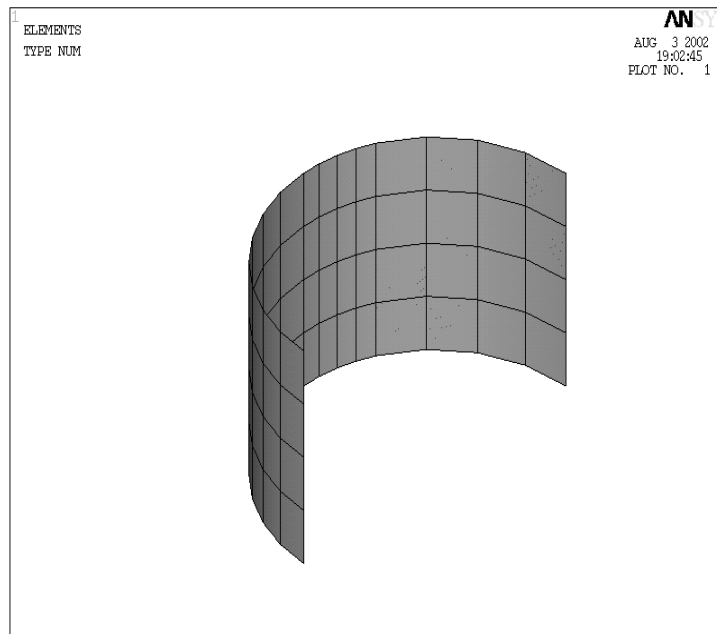


Figura 5.11 – Superfície de contato entre o chumbador 1 com a placa de base

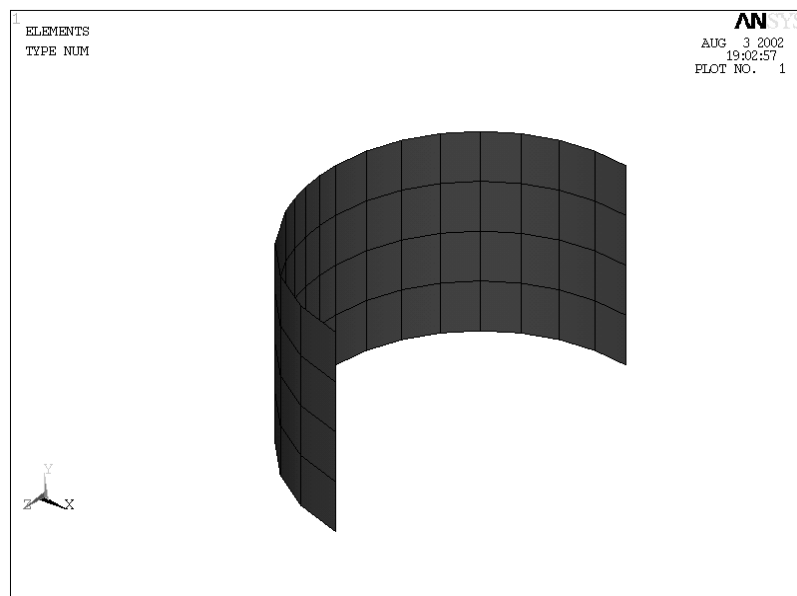


Figura 5.12 – Superfície de contato entre o chumbador 2 com a placa de base

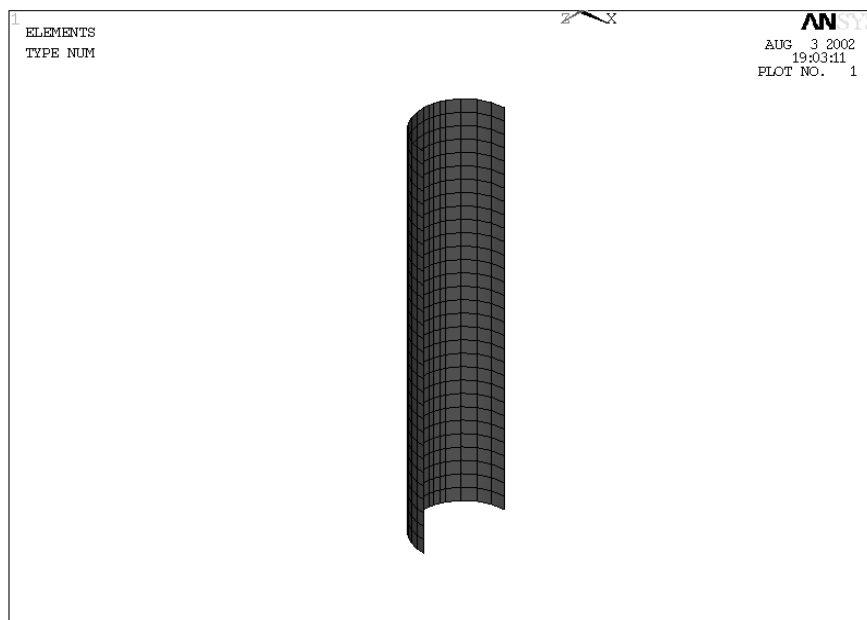


Figura 5.13 – Superfície de contato entre o chumbador 1 com o furo bloco de concreto

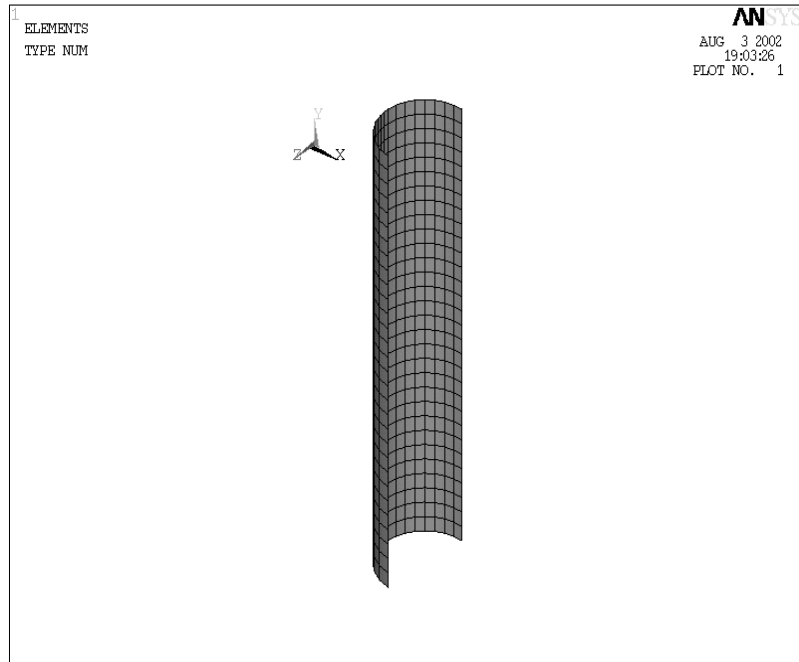


Figura 5.14 – Superfície de contato entre o chumbador 2 com o furo bloco de concreto

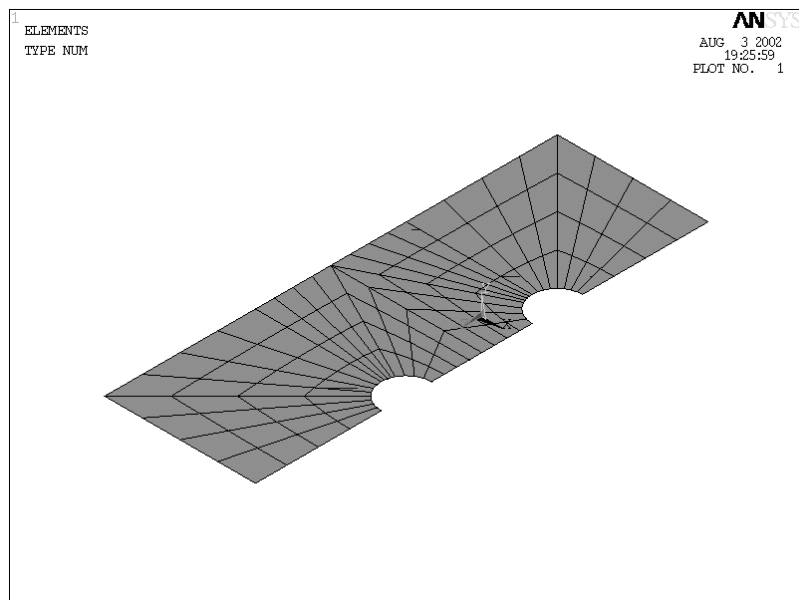


Figura 5.15 – Superfície de contato do topo do concreto com fundo placa de base

## **5.6 Descrição do Procedimento Usado para a Análise do Comportamento Inelástico dos Modelos de Blocos de Concreto com Chumbadores**

### **5.6.1 Considerações Iniciais**

Os modelos usados na análise via Método dos Elementos Finitos com recursos do ANSYS, partiram da premissa básica de se obterem modelos onde houvesse sempre o perfeito controle de todos os parâmetros físicos envolvidos no problema.

Dessa forma evitou-se o uso de recursos mais avançados proporcionados pelo programa, uma vez que a falta de disponibilidade de informações precisas na literatura técnica para os valores desses parâmetros, poderia levar a uma perda do controle do comportamento do modelo, e até mesmo da precisão dos resultados.

Por exemplo, durante o processo de plastificação do concreto, encontraram-se parâmetros físicos que servem de dados de entrada na análise numérica e de caracterização do material, que poderiam variar numa faixa de valores de 0 a 100. O uso de qualquer valor dentro do intervalo proporcionaria uma solução numérica de resultados que poderia não corresponder ao comportamento procurado e, portanto, não se poderia afirmar, com um certo grau de segurança, que os valores encontrados se aproximavam dos valores reais.

Por isso, optou-se pela adoção de um modelo simples na escolha dos parâmetros físicos de caracterização do concreto, pois, para o aço, os valores desses parâmetros estão perfeitamente definidos. O monitoramento do processo de plastificação do concreto (o aço sempre está com um nível de tensão inferior à tensão de escoamento) limitou-se à região em torno do apoio do chumbador com a parede do furo de concreto, considerando tensões compatíveis com as tensões do concreto em áreas reduzidas,  $f_{lim.} = 2,1f_{ck}$ . Assim, tanto o aço como o concreto

foram considerados com as características de um material elástico, linear e isotrópico, com os valores definidos anteriormente no item 5.3.

Adicionalmente ao acompanhamento da variação das tensões máximas de compressão no concreto, foi limitada a região de plastificação, contada a partir do ponto inicial de contato entre o chumbador e o concreto, em uma profundidade aproximadamente igual a um diâmetro do chumbador. Este valor, na maioria das vezes determinante no processo de plastificação, foi adotado de forma que a área plastificada do concreto estivesse localizada sempre na região da argamassa de nivelamento (“grout”), entre a face inferior da placa de base e o topo do bloco do concreto. Dessa forma, a região de plastificação estando confinada a ocorrer no grauteamento, material com características mecânicas bem superiores às do concreto, levaria a uma análise à favor da segurança.

O Manual Técnico FOSECO MINSEP (1998) contém as características de vários produtos de sua linha de produção, sendo que para a argamassa de nivelamento (“grout”) destacam-se as seguintes propriedades:

- a) argamassa expansiva com alta fluidez, preenchendo todos os vazios sob a placa de base;
- b) a argamassa não sofre retração; com isto, está eliminada a possibilidade de ocorrência de fissuração e separação das superfícies em contato, propiciando um contato positivo entre as superfícies de apoio e de transmissão de esforços;
- c) alta resistência inicial e final, podendo ser liberada a entrada de carga 24 horas após a sua aplicação;



- d) isenta de cloreto; com isto, está eliminada a possibilidade de ocorrência de corrosão do chumbador em contato com a argamassa;
- e) resistência à compressão de 50 MPa, determinada em corpos de prova cilíndricos com 5 cm de diâmetro e 10 cm de altura, curados em água.

### **5.6.2 Descrição do processo iterativo para a análise não linear**

A seguir, se apresentam as diversas etapas usadas durante o processo iterativo da plastificação do concreto, que considera o Critério da Maior Tensão Normal para determinação da força máxima horizontal que pode ser aplicada ao modelo em estudo:

#### *1ª etapa*

Modelagem em 3D do conjunto: chumbador, bloco de concreto, placa de base e as três superfícies de contato entre chumbador e parede do furo do bloco de concreto, chumbador e placa de base, e face inferior da placa de base e parte superior do bloco de concreto. O chumbador e a placa de base são definidos com as características do material M1 (aço), e o bloco com as do material M2 (concreto).

#### *2ª etapa*

Escolha da força inicial ( $F_1$ ) a ser aplicada ao modelo. A força inicial foi escolhida no meio do intervalo compreendido entre a força obtida pelo formulário de GREGOR (1973) e a resistência máxima ao cisalhamento do chumbador na condição de apoio metálico.

#### *3ª etapa*

Estabelecimento dos limites a serem observados durante o processo de análise de cada modelo: tensão limite à compressão no concreto,  $f_{lim} = 2,10f_{ck}$ , na região de

apoio do chumbador com a quina do furo do bloco de concreto; tensão limite à tração e compressão do aço igual  $f_y$ , e profundidade da região a ser plastificada igual a um diâmetro do chumbador.

#### *4ª etapa*

Processamento do modelo via ANSYS. O programa informa que está diante de um problema de comportamento não linear.

#### *5ª etapa*

Análise dos resultados do processamento da etapa anterior, onde se constata que:

- . A região do concreto onde aparecem as tensões máximas de compressão é uma área reduzida em torno da quina de apoio do chumbador com o concreto. Nesta área, as tensões de compressão são elevadas, e os valores diminuem rapidamente à medida em que se afastam dessa região, estabilizando-se já para uma profundidade da ordem de um diâmetro do chumbador.
- . As tensões máximas de tração e compressão no chumbador, na maioria dos modelos testados, geralmente apresentaram valores bem menores do que a tensão de escoamento do aço.

#### *6ª etapa*

Inicia-se o monitoramento do processo de plastificação do concreto, pois os valores dessas tensões estão sempre bem maiores do que o limite estabelecido na 3ª etapa ( $f_{lim} = 2,10f_{ck}$ ).

Com recursos do ANSYS, separou-se todos os elementos que estão com tensões de compressão acima do limite  $2,10f_{ck}$ . Estes elementos com características de material M2, não podem resistir a tensões maiores do que o referido limite. Por isso, são definidos como sendo de um novo material M3, com rigidez menor que

a do concreto de material M2. Isto é informado no processamento do modelo por meio da atribuição de um módulo de elasticidade longitudinal ao material M3 menor que o valor do módulo do concreto M2. O percentual usado na mencionada redução é calibrado ao longo do processo, e situa-se aproximadamente em torno de 30 %.

### *7ª etapa*

Processamento do novo modelo com três materiais. Ocorre uma redistribuição das tensões onde o chumbador de material M1 passa a ser mais solicitado. Após essa primeira iteração do processo de plastificação, verifica-se que aparecem novos elementos de concreto de material M2 com tensões superiores ao limite  $2,10f_{ck}$ . Alguns elementos da região de material M3 ainda estão com tensões superiores ao referido limite.

É feita nova pesquisa dos elementos de material M2 que estão com tensões de compressão acima do limite, e estes elementos são incorporados à região de plastificação de material M3. A análise das tensões dos elementos de material M3 pode levar a modificação do valor do módulo de elasticidade que foi atribuído na 6ª etapa.

A convergência das tensões no processo de plastificação é considerada satisfatória quando, após várias iterações como descrito na 7ª etapa, atinge-se a situação onde as tensões máximas de compressão no concreto de material M2 são iguais às tensões do material plastificado M3, para os elementos na fronteira dos dois materiais.

A força horizontal limite é obtida quando, atingida a convergência das tensões na região plastificada, a maior dimensão desta região for igual a um diâmetro do chumbador.

Duas situações podem ocorrer:

- a) A força que conduz a uma convergência de tensões delimita uma região plastificada menor que a dimensão limite de um diâmetro do chumbador. Neste caso, pode ser aplicada ao modelo uma força maior; repetem-se os procedimentos das etapas 4 a 7 até se obter a convergência das referidas tensões, verificando-se novamente a dimensão da região plastificada. O processo termina quando se atinge o limite de um diâmetro do chumbador para a profundidade da região plastificada.
- b) A força que conduz a uma convergência de tensões delimita uma região plastificada maior que a dimensão limite de um diâmetro do chumbador. Neste caso, deve-se aplicar ao modelo uma força menor; repetem-se os procedimentos das etapas 4 a 7 até se obter a convergência das referidas tensões, verificando-se novamente a dimensão da região plastificada. O processo termina quando se atinge o limite de um diâmetro do chumbador para a profundidade da região plastificada.

O limite para a dimensão da região plastificada foi estabelecido de maneira que ela se conserve, na maioria das situações práticas, dentro dos limites de espessura (30 mm a 50 mm) da argamassa de nivelamento (“grout”). Como essa argamassa possui características mecânicas bem superiores às do concreto, encontra-se, do ponto de vista das aplicações práticas, uma condição mais favorável e segura, pois o estudo está sendo feito desprezando-se a presença da argamassa.

Após toda a descrição do processo conclui-se que a análise não linear física é realizada em regime elástico com módulos de elasticidade diferentes para as várias regiões.

A título ilustrativo informa-se os seguintes dados do processamento via ANSYS:

- . número médio de iterações em cada processamento numérico, em função da não linearidade detectada pelo programa =20;
- . tempo médio distendido em cada processamento numérico alcançou 1 hora;
- . número médio de processamentos numérico para se obter a convergência para uma determinada força, considerando-se a plastificação do concreto=5;
- . número médio de forças ensaiadas para se obter a força limite que pode atuar em cada chumbador = 4.

## 6

# ANÁLISE DE MODELOS E RESULTADOS

### 6.1 Introdução

As dimensões dos modelos e as propriedades físicas dos materiais utilizados neste trabalho foram escolhidas de maneira a cobrir um grande número de situações práticas e, a partir dessas situações, se poder aplicar os resultados obtidos para outros casos onde o comportamento é similar.

No Capítulo 5 foram definidas as premissas básicas que nortearam este trabalho e a sua implementação via Método dos Elementos Finitos, com auxílio do programa ANSYS, bem como foi descrito o procedimento usado para análise do comportamento não linear do concreto

O modelo usado composto de bloco de concreto, chumbador de aço, placa de base e três superfícies de contato, conforme definido anteriormente no item 5.4, foi calibrado quanto ao número de elementos em sua discretização, considerando-se os resultados de “bloco de aço” com chumbador de aço, onde o comportamento do modelo é previsível, conduziram a modelos com aproximadamente 12000 elementos.

A malha usada foi do tipo mapeada, ou seja, direcionada de maneira a poder captar com maior precisão os dois pontos principais de falha do modelo em estudo: tensão máxima de compressão na região de contato do chumbador com a quina do furo do bloco de concreto, e as tensões normais no corpo do chumbador.

Foi aproveitada a simetria dos modelos no processamento do cálculo eletrônico, estabelecendo-se as condições adequadas de continuidade na face de corte do chumbador, bloco de concreto, placa de base e superfícies de contato.

Para o caso de um chumbador isolado em blocos de concreto foram considerados diâmetros de 16mm, 25 mm e 31,5 mm e concretos com resistências características à compressão de 13,5 MPa, 18 MPa e 25 MPa.

Para o caso de dois chumbadores, para levar em consideração o efeito da superposição das tensões, foram considerados espaçamentos entre eles de 3d, 4d e 5d. Os chumbadores considerados possuem diâmetro de 25 mm e foram aplicados em blocos de concreto com resistências características à compressão de 13,5 MPa, 18 MPa e 25 MPa.

## 6.2 Dimensões Utilizadas nos Modelos

A Tab. 6.1 fornece os valores usados nas dimensões dos modelos deste trabalho, conforme notação usada na Fig. 6.1, para o caso de um chumbador.

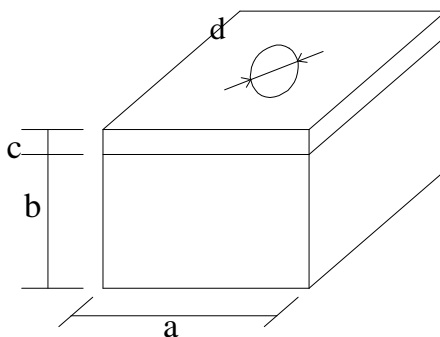


Figura 6.1 – Dimensões para modelo com um chumbador e bloco de base quadrada

O bloco de concreto foi escolhido com base quadrada de lado igual a aproximadamente  $6d$  e altura de  $4,6d$ . O critério usado para estabelecer as dimensões em planta foi o de considerar uma distância do centro do chumbador às bordas em  $3d$ , valor este normalmente recomendado como dimensão mínima pelos fabricantes de chumbadores químicos e de expansão. Foi usada uma altura 50% maior do que a referida distância, e arredondada para um múltiplo de 5. Conforme pode ser constatado nos resultados apresentados neste capítulo, as tensões no chumbador de aço para essa profundidade já não são mais relevantes.

Para a espessura da placa, foram usados valores consistentes com aqueles usados nas aplicações práticas.



Tabela 6.1 – Dimensões para modelo com um chumbador

d (mm)	a (mm)	b (mm)	c (mm)
16	95	75	10
25	150	115	15
31,5	190	145	19

Para os modelos com dois chumbadores, foram conservadas as dimensões básicas do modelo de um chumbador, exceto a dimensão em planta do bloco de concreto e da placa de base, que é paralela ao alinhamento dos chumbadores. Esta dimensão foi aumentada em função do espaçamento entre chumbadores, para os três casos analisados: 3d, 4d e 5d, tornando retangular a planta do modelo.

### **6.3 Modelos e Resultados de um Chumbador Isolado, em um Bloco de Concreto**

No item 5.3 foram apresentados os valores numéricos das propriedades mecânicas para os materiais que são usados nos modelos analisados.

No processamento de cada modelo foi usada a simetria existente, sendo possível voltar graficamente com o modelo completo, só que a visualização da metade do modelo é mais significativa porque nos mostra o que ocorre no interior dos chumbadores e do concreto.

A origem dos eixos de referência coincide com o centro do chumbador, e está localizada em sua extremidade inferior. Na metade do modelo, o eixo x é perpendicular ao plano de simetria e positivo para a parte externa do modelo; o

eixo y é vertical e positivo no sentido ascendente, e o eixo z forma um referencial triortogonal, seguindo a orientação dada pela regra da mão direita.

As restrições impostas ao modelo são: a face inferior do bloco de concreto e do chumbador são restringidas nas direções x, y e z; a face anterior do bloco de concreto, com relação ao eixo z, é restrita nessa direção, e restrições na face de simetria na direção x. As restrições acima são consistentes com a construção do chumbador, pois ele deve estar corretamente ancorado no bloco de concreto. Também foi vinculada a parte superior do chumbador com a circunferência interna do furo da placa de base, para evitar o deslocamento vertical do mesmo.

Os pares de superfícies de contato foram aplicados conforme descrito no item 5.4, salientando-se que para aquelas superfícies existentes entre o chumbador e a parede do furo de concreto não foram considerados a aderência nem o atrito desenvolvido entre eles, ou seja, permitiu-se o deslizamento entre os pares de superfícies de contato.

As forças horizontais foram aplicadas sob a forma de pressões sobre a espessura da placa de base, na direção positiva do eixo z.

Pela natureza do problema em estudo, interessam apenas as tensões máximas de compressão no concreto ( $\sigma_z$ ) e as tensões máximas de compressão e tração no chumbador de aço ( $\sigma_y$ ). A tensão de cisalhamento no chumbador não é determinante na falha do modelo, pois o colapso ocorre por escoamento devido à flexão no mesmo.

Também a tração no concreto não é determinante na limitação da força horizontal que pode ser aplicada ao modelo, pois o efeito analisado é apenas local, sendo que a integridade do bloco de concreto armado deve ser garantida pela armaduras obtidas em função dos esforços solicitantes globais atuantes sobre o mesmo, o que conduz a malhas de aço colocadas diretamente sob a placa de base, e que permitem a absorção das tensões de tração na região de entrada de cargas concentradas, conforme explicado por LEONHARDT (1979), capítulo 3, 2º volume.

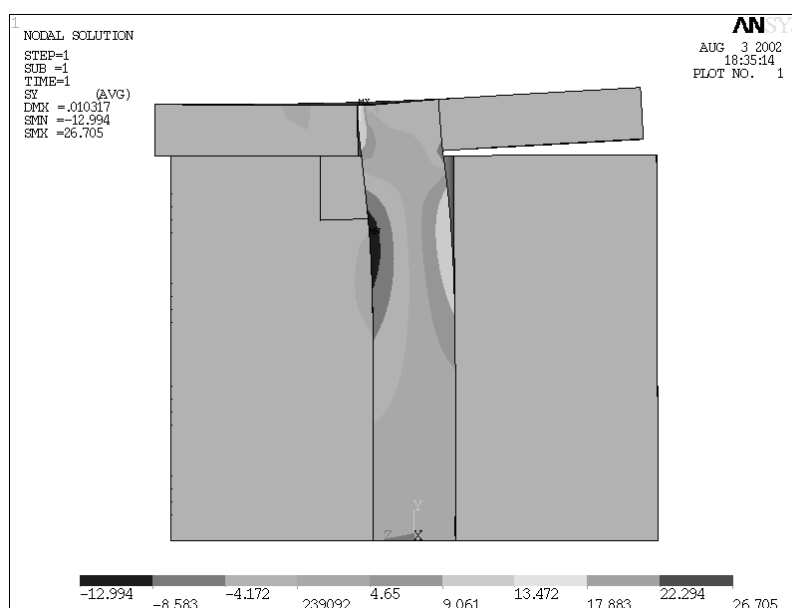


Figura 6.2 - Tensões  $\sigma_y$  e deslocamentos relativos no modelo global

A Fig.6.2 mostra o resultado das tensões  $\sigma_y$  para o conjunto do modelo-252, que corresponde à última iteração feita no processo de plastificação do concreto, e refere-se ao valor da força horizontal limite obtida para um chumbador de 16 mm de diâmetro, e um concreto com resistência característica de 13,5 MPa. As informações sobre tensões  $\sigma_y$  transmitidas por essa Figura não são significativas, pois a faixa de variação de tensões dada pela escala de cores inclui todos os elementos, mesmo as tensões de contato entre o chumbador e a parede do furo da placa de base, que não são objeto de análise deste trabalho. A Figura é

importante por que ela mostra claramente as partes em contato e os deslocamentos relativos entre os diversos elementos envolvidos, onde destaca-se:

- a) A parte esquerda do chumbador comprime o concreto, e sua parte superior direita, durante o processo de flexão, se descola deste,
- b) A região plastificada do concreto está limitada em uma extensão de aproximadamente um diâmetro do chumbador,
- c) O contato entre a face inferior esquerda da placa de base e o topo do concreto é notável. Observa-se que não foi aplicado no modelo nenhuma força de compressão da placa de base contra o concreto, representativa do aperto das porcas sobre os chumbadores, e que desenvolveriam tensões adicionais de compressão aproximando-se do estado hidrostático na região do referido contato,
- d) A parte direita da placa de base está descolada do concreto. A força horizontal foi aplicada por meio de uma pressão atuante na espessura da placa de base, no seu lado direito, e dirigida da direita para a esquerda.

A Fig. 6.3 mostra as tensões normais atuantes no corpo do chumbador, considerando-se apenas o comprimento em que se encontra mergulhado no concreto, para um chumbador de 16 mm de diâmetro e um concreto com  $f_{ck}$  de 13,5 MPa. As tensões máximas ocorrem a uma profundidade de aproximadamente  $1,20.d$ , referindo-se ao topo do concreto .

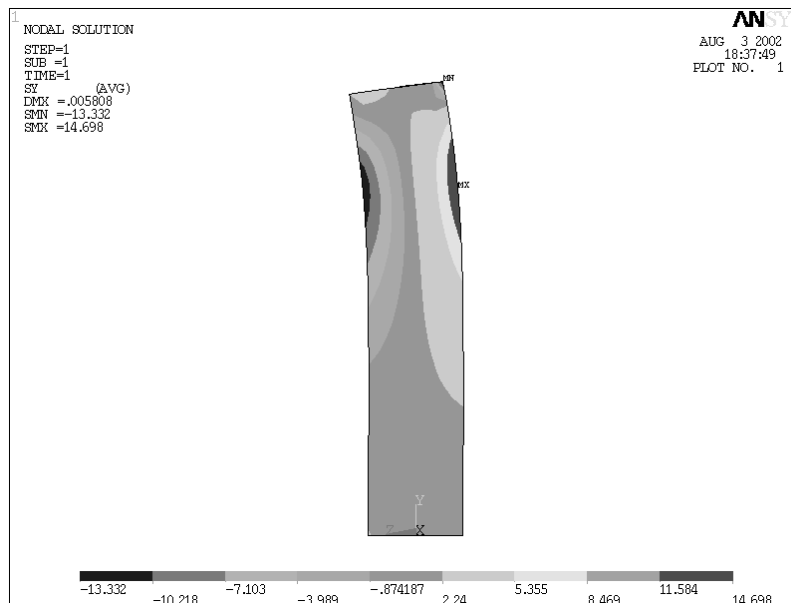


Figura 6.3 - Tensões no corpo do chumbador na região que está mergulhada no bloco de concreto.

Nota-se que as tensões mínimas de compressão (indicadas por MN na Fig. 6.3) ocorrem na parte superior do chumbador, tratando-se, na realidade, da tensão de compressão entre a placa de base e o corpo do chumbador, que ocorre em uma área bem reduzida, só que desta vez entre dois corpos de aço.

Não foi adotado o critério de von Mises para a tensão de comparação no chumbador de aço, pois no caso em estudo é mais favorável do que a comparação simples da tensão normal, porque na seção onde ocorre o momento fletor máximo o esforço cortante é muito baixo, e ainda mais beneficiado pela particularidade da forma circular da seção transversal

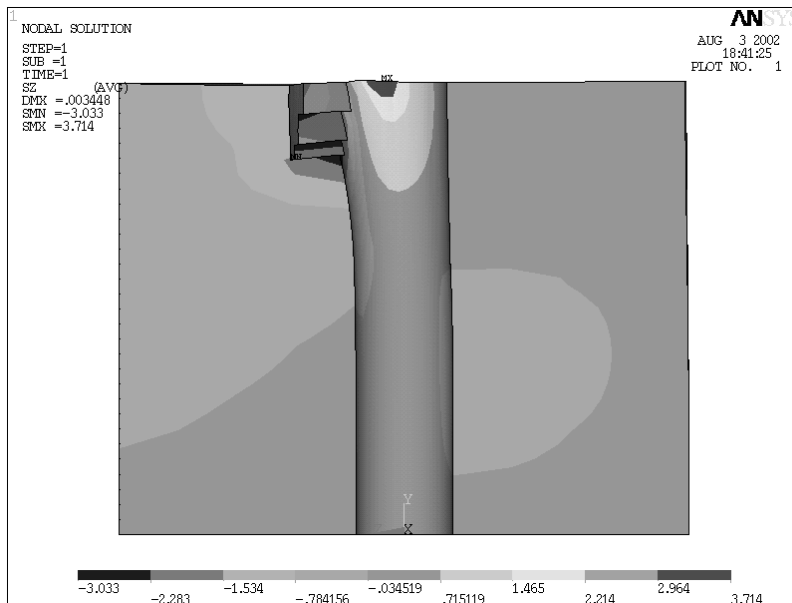


Figura 6.4 – Tensões  $\sigma_z$  no bloco de concreto.

A Fig. 6.4 mostra as tensões na direção  $z$  provocadas no bloco de concreto, bem como o bulbo da região de plastificação com profundidade aproximadamente igual a um diâmetro do chumbador. A tensão máxima local de compressão, na área de contato do chumbador com a quina do furo de concreto, ocorre na direção  $z$  do sistema de coordenadas globais. Este valor obviamente coincide com o valor da tensão normal principal  $\sigma_3$ . Nota-se que o chumbador volta a entrar em contato com a parte direita do furo do concreto, a partir de uma profundidade de  $1,94d$  até  $4,06d$ , onde aparece outro bulbo de tensões de compressão, só que agora com valores muito baixos de tensões, tanto para o concreto como para o aço. Esses efeitos confirmam a alternância do sentido do momento fletor ao longo da profundidade, conforme previsto pela formulação matemática feita no Capítulo 2, Eq. (2.22).

É interessante documentar que no primeiro processamento do modelo a região do concreto onde aparecem as tensões máximas de compressão é uma área reduzida

em torno da quina de apoio do chumbador com o concreto, com profundidade de aproximadamente 20% do diâmetro do chumbador. Nesta área, as tensões são elevadas e chegam a atingir valores da ordem de  $3,5f_{ck}$ .

A seguir, transcrevem-se os principais resultados encontrados para os diversos modelos analisados, documentando-se apenas a última iteração feita para obtenção da força horizontal máxima, de acordo com o critério de convergência tal como descrito no item 5.6.

Nas Tab. 6.2 a 6.4 foram usadas as seguintes notações e unidades:

$f_{ck}$ , resistência característica à compressão do concreto, em  $\text{kN/cm}^2$ ;

$F_h$ , força horizontal limite que pode ser aplicada ao chumbador, em kN;

$\sigma_{y+}$  e  $\sigma_{y-}$ , tensões máximas de tração e compressão no chumbador, em  $\text{kN/cm}^2$  ;

$\sigma_{z2}$  e  $\sigma_{z3}$ , tensões máximas de compressão no bloco de concreto (Material M2) e na área plastificada (Material M3), respectivamente, em  $\text{kN/cm}^2$  ;

$E_3$ , módulo de elasticidade do concreto plastificado (Material M3), em  $\text{kN/cm}^2$ .

Tabela 6.2 - Força horizontal limite  $F_h$  para chumbador de diâmetro 16 mm

Modelo	$f_{ck}(\text{kN/cm}^2)$	$F_h(\text{kN})$	$\sigma_{y+}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{y-}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{z2}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{z3}(\text{kN/cm}^2)$	$E_3(\text{kN/cm}^2)$
252	1,35	12,0	14,7	-13,3	-3,0	-3,0	900
258	1,80	15,0	18,4	-18,2	-3,9	-3,9	800
261	2,50	17,0	20,6	-18,0	-5,0	-5,0	900

Tabela 6.3 - Força horizontal limite  $F_h$  para chumbador de diâmetro 25 mm

Modelo	$f_{ck}(\text{kN/cm}^2)$	$F_h(\text{kN})$	$\sigma_{y+}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{y-}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{z2}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{z3}(\text{kN/cm}^2)$	$E_3(\text{kN/cm}^2)$
265	1,35	25,0	12,7	-11,3	-2,8	-2,8	850
272	1,80	33,0	16,6	-14,5	-3,7	-3,7	850
274	2,50	44,0	21,8	-18,7	-5,3	-5,2	850

Tabela 6.4 - Força horizontal limite  $F_h$  para chumbador de diâmetro 31,5 mm

Modelo	$f_{ck}(\text{kN/cm}^2)$	$F_h(\text{kN})$	$\sigma_{y+}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{y-}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{z2}(\text{kN/cm}^2)$	$\sigma_{z3}(\text{kN/cm}^2)$	$E_3(\text{kN/cm}^2)$
288	1,35	44,0	14,7	-14,0	-2,8	-2,8	900
281	1,80	55,0	17,9	-16,0	-3,8	-3,8	900
282	2,50	68,0	21,1	-18,4	-5,1	-5,1	900

As Tab.6.5 a 6.7 contêm os deslocamentos máximos correspondentes aos valores limites das forças horizontais, listados nas Tab. 6.2 a 6.4.

Tabela 6.5 – Deslocamentos máximos correspondentes à força horizontal limite  $F_h$  para chumbador de diâmetro 16 mm

Modelo	$f_{ck}(\text{kN/cm}^2)$	$F_h(\text{kN})$	DMy (cm)
252	1,35	12,0	0,0058
258	1,80	15,0	0,0076
261	2,50	17,0	0,0079



Tabela 6.6 – Deslocamentos máximos correspondentes à força horizontal limite  $F_h$  para chumbador de diâmetro 25 mm

Modelo	$f_{ck}(\text{kN/cm}^2)$	$F_h(\text{kN})$	DMy (cm)
265	13,5	25,0	0,0079
272	18,0	33,0	0,0098
274	25,0	44,0	0,0120

Tabela 6.7 – Deslocamentos máximos correspondentes à força horizontal limite  $F_h$  para chumbador de diâmetro 31,5 mm.

Modelo	$f_{ck}(\text{kN/cm}^2)$	$F_h(\text{kN})$	DMy(cm)
252	13,5	44,0	0,0120
258	18,0	55,0	0,0140
261	25,0	68,0	0,0150

Conforme pode ser observado nas Tab. 6.5 a 6.7 os deslocamentos máximos no aço, na direção do eixo y, e no concreto na direção do eixo z, nos diversos modelos, são de intensidade muito pequena e não se vislumbra nenhum efeito nocivo sobre os mesmos.

#### 6.4 Modelos e Resultados de Dois Chumbadores em um Bloco de Concreto

O objetivo fundamental do estudo deste item é determinar parâmetros que permitam prever a influência, na força limite horizontal, da presença de dois chumbadores, levando-se em consideração a superposição de suas tensões.

Foram analisados modelos usando-se um concreto médio com resistência característica de 18 MPa, e chumbadores com 25 mm de diâmetro. Para efeitos

de comparação de resultados dos modelos, os níveis de tensão no aço e/ou no concreto foram deixados com a mesma ordem de grandeza.

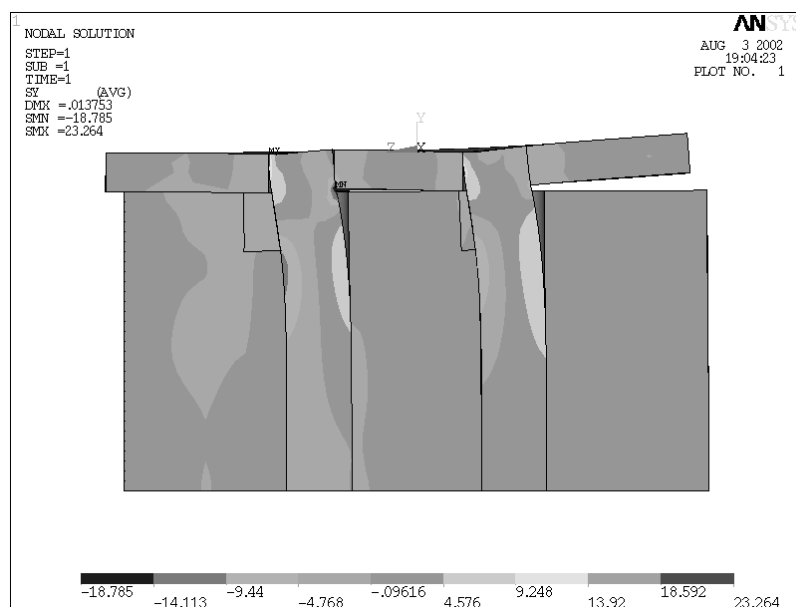


Figura 6.5 – Variação das tensões  $\sigma_y$  no modelo com dois chumbadores

Os resultados desses modelos serão parametrizados em função do diâmetro do chumbador, de maneira que possam ser usados em situações similares.

A Fig. 6.5 ilustra a variação das tensões  $\sigma_y$  no modelo de dois chumbadores. Tal como foi explicado para o modelo com um chumbador, a figura também serve para mostrar os corpos em contato, as partes que se separam, e as regiões plastificadas. Este modelo se refere a um espaçamento de  $3d$  entre chumbadores.

A Fig 6.6 ilustra a variação das tensões normais nos chumbadores, segundo o eixo  $y$ , observando-se que não existe entre eles uma distribuição por igual da força horizontal aplicada ao modelo.

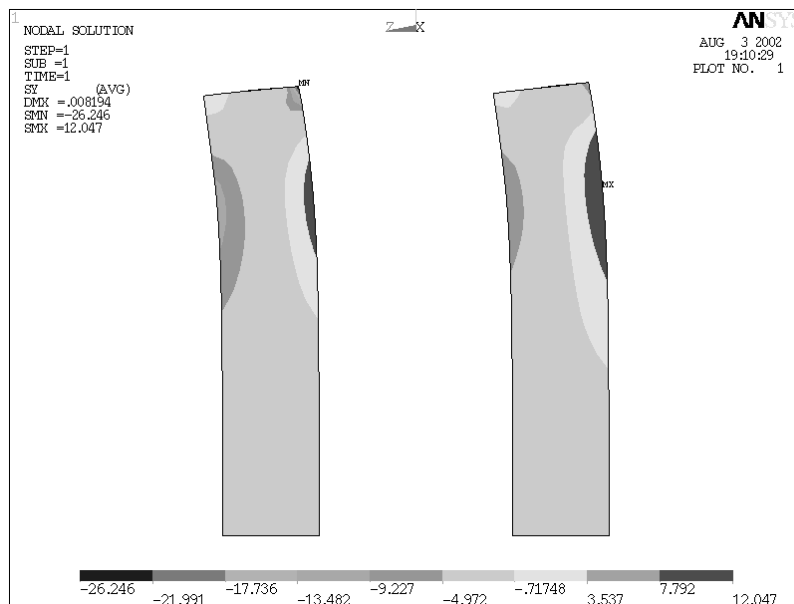


FIGURA 6.6 – Tensões  $\sigma_y$  no corpo dos dois chumbadores

Isto se explica porque o chumbador da esquerda está localizado mais próximo da face apoiada do bloco de concreto, estando sujeito a deslocabilidades menores do que o chumbador da direita. Conseqüentemente, ficará submetido a menores esforços e tensões.

Nota-se que a tensão máxima de compressão nos chumbadores ocorre na parte superior daquele localizado à esquerda, sendo na realidade uma tensão de contato entre o corpo do chumbador e a face interna do furo da placa de base.

Pode-se constatar que as tensões máximas de tração no chumbador ocorrem a uma profundidade em torno de aproximadamente  $1,04d$  (Fig. 6.6).

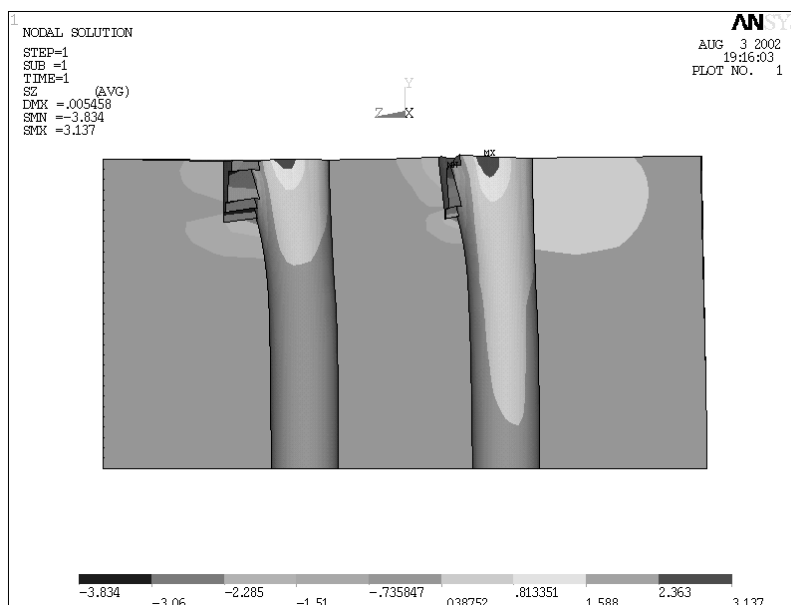


Figura 6.7 – Tensões  $\sigma_z$  no bloco de concreto com dois chumbadores.

Na Fig.6.7 mostra-se a variação das tensões  $\sigma_z$  no bloco de concreto, onde se constata que as áreas de plastificação são diferentes. As tensões de tração devem ser absorvidas pela malha de armadura colocada na parte inferior da introdução de cargas concentradas.

Para a determinação da força horizontal limite que pode ser aplicada a cada modelo, com a presença de dois chumbadores, foram considerados três tipos de espaçamentos entre eles: 3d, 4d e 5d.

A seguir, são apresentados os resultados na Tab. 6.8, obedecendo-se as mesmas notações e unidades das Tab. 6.2 a 6.4.

Tabela 6.8 - Força horizontal limite  $F_h$  para dois chumbadores de diâmetro 25 mm e concreto de  $f_{ck} = 18,0$  MPa

Modelo	Espaçam.	$F_h$ (kN)	$\sigma_{y+}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{z'}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{z3}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	DM <sub>y,a</sub> (cm)	DM <sub>z,c</sub> (cm)
232	3d	54,0	12,0	-3,8	-3,9	0,0082	0,0070
233	4d	55,0	11,7	-3,9	-3,9	0,0084	0,0070
243	5d	61,0	13,8	-3,8	-3,8	0,0092	0,0071

# 7

## PROPOSTA DE DIMENSIONAMENTO

### 7.1 Introdução

Com base nos resultados via Método dos Elementos Finitos, com recursos do ANSYS, obtidos no Capítulo 6, resumidos nas Tab.6.2, 6.3 e 6.4, e em confronto com os valores da Tab.3.1 obtidos pelo formulário de GREGOR (1973), será apresentada a proposta de dimensionamento, tendo em vista que a fórmula para a determinação do momento fletor no chumbador é consistente com os valores obtidos pela formulação matemática de vigas sobre infinitos apoios elásticos, exposta no Capítulo 2, item 3.2.2. Obviamente, as constantes envolvidas no problema devem ser calibradas à luz dos resultados obtidos no Capítulo 6.

A análise das referidas Tab. 6.2, 6.3 e 6.4 mostra que a força horizontal limite foi obtida sempre pela limitação das tensões de compressão no concreto, e especificamente pela limitação imposta de que a área plastificada não tivesse uma profundidade maior do que um diâmetro do chumbador. Dessa maneira essa área ficará sempre localizada dentro dos limites da argamassa de enchimento (“*grout*”), onde o referido material possui características mecânicas bem superiores às do concreto normalmente usado nas estruturas de fundação, e nessa situação, admite-se está numa posição bastante segura quanto à aplicação dos

resultados aos casos práticos. As tensões obtidas no corpo do chumbador de aço estão sempre abaixo do limite da tensão do escoamento de  $21,00 \text{ kN/cm}^2$ .

## **7.2 Premissas Básicas sobre a Aplicabilidade da Proposta de Dimensionamento**

Apresentam-se a seguir as principais premissas utilizadas nesta proposta de dimensionamento:

a)  $h = 0$ .

Com relação à Fig. 3.1, a dimensão  $h$  é a distância entre o ponto de aplicação da força horizontal no chumbador até a face superior do bloco de concreto, que aparece no formulário de GREGOR (1973), parâmetro que é usado na formulação matemática de vigas sobre base elástica. Nesse caso, o chumbador já entra na face do bloco do concreto com um momento fletor inicial  $M = F_h h$ , sendo  $F_h$  a força horizontal aplicada ao chumbador.

Com  $h = 50 \text{ mm}$ , valor usado freqüentemente como altura da argamassa de nivelamento sob a placa de base, o referido momento já esgota praticamente a resistência à flexão do chumbador, sendo necessária a utilização de diâmetros com dimensões avantajadas, mesmo quando não existe solicitação de tração no chumbador.

Uma das bases desta proposta é de considerar-se sempre  $h = 0$ , ou seja, a entrada da força horizontal se faz sempre a partir da face do bloco de concreto. Na realidade, na época em que foi dada a recomendação de utilizar-se  $h > 0$ , por volta de 1954 conforme GREGOR(1973), não existia a argamassa de grauteamento (“*grout*”), que hoje nos garante o preenchimento dos vazios sob a placa de base, devido a suas propriedades de fluidez e de expansão, aliadas

a elevada resistência a compressão. Além disso, na referida época era comum fazer-se o nivelamento das estruturas metálicas por meio de “calços” metálicos, que não garantiam o preenchimento dos vazios por meio de argamassa convencional. Portanto, a utilização de  $h = 0$ , é mais do que justificada e segura.

Note-se que uma das reservas para cobrir eventuais desvios com relação aos valores obtidos na análise numérica, decorrentes do comportamento usado para o concreto, reside justamente em confinar a região plastificada aos limites da camada do grauteamento.

- b) Confirmada uma das expectativas deste trabalho, de que se está lidando com tensões de contato e não com um estado de compressão simples no concreto, ou na pior das hipóteses com tensões no concreto em áreas reduzidas, conforme aparecem em todas as figuras do Capítulo 6, a proposta é utilizar como tensão limite à compressão no concreto, o valor de  $2,1f_{ck}$  conforme item 4.4, já levando-se em consideração as correções usuais da construção mista aço e concreto.

Observe-se que a tensão limite proposta ( $0,70 \times 3,0 f_{ck} = 2,10 f_{ck}$ ) é menor do que aquela que seria obtida utilizando-se a recomendação do EUROCODE (1992), onde a tensão limite no concreto em área reduzida é de  $3,3 f_{ck}$ . Isto daria uma reserva adicional de segurança de 10 %.

- c) Os ajustes propostos no formulário de GREGOR (1973), inclusive a calibração da constante de mola, foram feitos a partir dos resultados da análise numérica do ANSYS e, a rigor, valem apenas para chumbadores próximos dos diâmetros modelados (16 mm, 25 mm e 31,5 mm) e similarmente em concretos com resistências características no intervalo de 13,5 a 25,0 MPa. No entanto, como os resultados mostram uma certa



tendência, os mesmos podem ser interpolados ou mesmo extrapolados para chumbadores e concretos na faixa de dimensões e resistências normalmente utilizadas na construção metálica.

- d) Os comentários sobre as limitações do alcance dos resultados da análise numérica, feitos no item anterior, se aplicam integralmente às considerações sobre redução da resistência das forças horizontais na presença de dois ou mais chumbadores, alinhados com a direção da força aplicada.

### 7.3 Aferição da Constante $c$ do Formulário de GREGOR (1973)

Um dos objetivos deste trabalho é a aferição da constante de mola  $c$  do formulário de GREGOR (1973). Esta constante depende da rigidez do concreto que, por sua vez, é uma função de sua resistência característica à compressão.

A aferição será feita em duas etapas: uma considerando-se a compressão máxima no concreto, e a outra com a tensão máxima no aço.

- a) Usando-se a Eq. (3.1), encontra-se para a constante de mola, em função da tensão máxima no concreto, o valor de:

$$c_c = \pi E d^7 \sigma_c^4 / (256 F^4) \quad (7.1)$$

- b) Usando-se a Eq.(3.6), encontra-se para a constante de mola, em função da tensão máxima no aço, o valor de:

$$c_a = 22,835 E F^4 / (\sigma_a^4 d^9) \quad (7.2)$$

Como pode-se observar, existe uma inconsistência nas fórmulas de GREGOR, pois na realidade são duas constantes diferentes. Como a constante de mola é única em cada caso, então se faz necessário introduzir um fator de correção  $f_o = c_a/c_c$ , para validar as referidas fórmulas.

As Tab. 7.1 e 7.2 mostram os valores de  $c_c$  e  $c_a$ , calculados, respectivamente, com o auxílio das Eq. (7.1) e (7.2), e das Tab. (6.2) e (6.4) em função do diâmetro do chumbador (d) e da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).

Tabela 7.1 – Coeficientes  $c_c$  para cálculo das tensões máximas no concreto, em  $\text{kN/cm}^3$

D (cm)	$c_c$ ( $\text{kN/cm}^3$ )			
	$f_{ck} =$ 1,35( $\text{kN/cm}^2$ )	$f_{ck} =$ 1,80( $\text{kN/cm}^2$ )	$F_{ck} =$ 2,50( $\text{kN/cm}^2$ )	Média ( $\text{kN/cm}^2$ )
1,6	26,4	30,9	50,5	35,9
2,5	20,9	24,3	32,3	25,8
3,15	12,7	17,6	24,5	18,3

Tabela 7.2 – Coeficientes  $c_a$  para cálculo das tensões máximas no chumbador, em  $\text{kN/cm}^3$

d (cm)	$c_a$ ( $\text{kN/cm}^3$ )			
	$f_{ck} =$ 1,35( $\text{kN/cm}^2$ )	$f_{ck} =$ 1,80( $\text{kN/cm}^2$ )	$F_{ck} =$ 2,50( $\text{kN/cm}^2$ )	Média( $\text{kN/cm}^2$ )
1,6	3025,0	3009	3159,4	3064,5
2,5	1842,6	1916,5	2036,5	1931,9
3,15	1230,6	1366,5	1653,7	1416,9

As Fig. 7.1 e 7.2 a seguir, mostram graficamente a variação dos coeficientes  $c_c$  e  $c_a$ , em função do diâmetro do chumbador ( $d$ ) e da resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ).

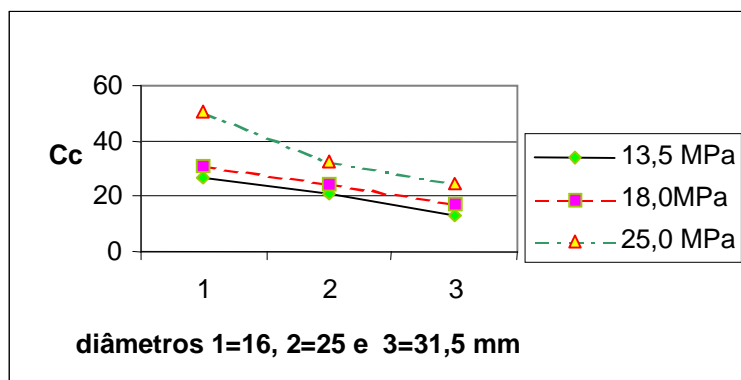


Figura 7.1 – Variação dos coeficientes  $c_c$  para cálculo das tensões máximas no concreto

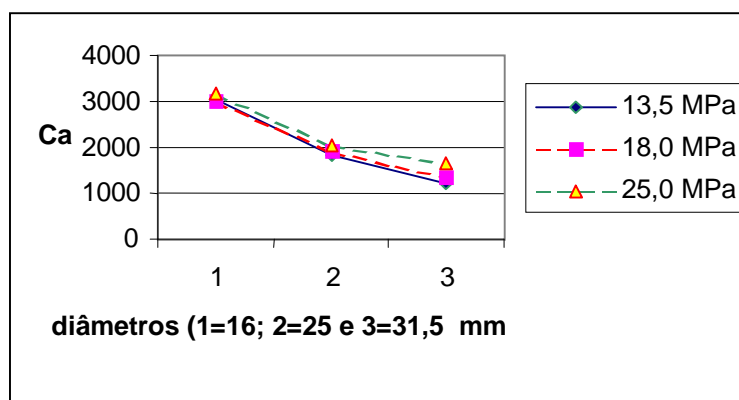


Figura 7.2 – Variação dos coeficientes  $c_a$  para cálculo das tensões máximas no chumbador

Nota-se, na Fig. 7.1 , que o valor de  $c_c$  varia aproximadamente segundo uma lei linear, em função do tipo de resistência característica do concreto.

Considerando-se uma interpolação linear, obtém-se, para  $c_c$ , a expressão:

$$c_c = 32f_{ck} - 6,9df_{ck} + 0,48d - 2,65 \quad (7.3)$$

Conforme pode ser observado na Fig.7.2, a variação de  $c_a$  é também aproximadamente linear.

Considerando-se uma interpolação linear, botem-se para  $c_a$  a expressão:

$$c_a = 162df_{ck} - 142,3f_{ck} - 1376,2d + 5068,9 \quad (7.4)$$

O fator de correção para cálculo das tensões máximas no chumbador de aço será dado pela expressão:

$$f_o = (162df_{ck} - 142,3f_{ck} - 1376,2d + 5068,9) / (32f_{ck} - 6,9df_{ck} + 0,48d - 2,65) \quad (7.5)$$

#### **7.4 Proposta para o Cálculo das Tensões Máximas no Concreto e no Aço**

Com base nos itens anteriores deste Capítulo, a proposta de formulário para o cálculo das tensões limites no concreto e no aço consiste na determinação dos seguintes parâmetros:

constante de mola do concreto:

$$c_c = 32f_{ck} - 6,9df_{ck} + 0,48d - 2,65 \quad (7.3)$$

fator de correção para esforços no aço :

$$f_o = (162df_{ck} - 142,3f_{ck} - 1376,2d + 5068,9) / c_c \quad (7.5)$$

tensão máxima no concreto:

$$\sigma_{c \max} = -c_c F / (2\alpha^3 EI) \quad (7.6)$$

$$\text{com } \alpha = (c_c d / (4EI))^{1/4} \quad (7.7)$$

tensão máxima no aço:

$$\sigma_{a \max} = (0,3224F) / (f_o^{1/4} \alpha W_a), \quad (7.8)$$

onde:

$d$  = diâmetro em cm;

$c_c$  = coeficiente de mola no concreto em  $\text{kN/cm}^3$ ;

$f_o$  = fator de correção do coeficiente de mola, que leva em consideração a rigidez do aço e do concreto, adimensional;

$F$  = força máxima atuante no chumbador, em kN;

$E$  = módulo de elasticidade longitudinal do aço, em  $\text{kN/cm}^2$ ;

$I$  = momento de inércia do chumbador com relação a um eixo diametral =  $\pi d^4 / 64$ , em  $\text{cm}^4$ ;

$\sigma_{c \max}$  = tensão máxima no concreto, em  $\text{kN/cm}^2$ ;

$\sigma_{a \max}$  = tensão máxima no aço, em  $\text{kN/cm}^2$ ;

$W_a$  = módulo de resistência à flexão do chumbador =  $\pi d^3 / 32$ , em  $\text{cm}^3$ .

## **7.5 Valores Numéricos das Tensões Máximas no Concreto e no Aço, Determinados Usando-se a Proposta do Formulário do Item 7.4**

Calcular-se-á as tensões máximas no concreto e no aço, para as forças limites determinadas no item 6.3, usando-se as expressões propostas no item 7.4, com a finalidade de aferir o grau de precisão desse formulário com relação aos

resultados encontrados nos modelos processados com recursos do programa ANSYS.

As Tab. 7.3, 7.4 e 7.5 contêm os valores das tensões resultantes destes cálculos, bem como o comparativo com os valores obtidos via ANSYS, conforme já transcrito nas Tab. 6.2, 6.3 e 6.4.

Tabela 7.3 – Tensões máximas no concreto e no chumbador de diâmetro 1,6 cm

$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$F_h$ (kN)	$\sigma_a$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Eq. 7.8)	$\sigma_a$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Tab.6.2)	%	$\sigma_c$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Eq.7.6)	$\sigma_c$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Tab.6.2)	%
1,35	12	14,7	14,7	0	-3,0	-3,0	0
1,80	15	18,3	18,4	-0,5	-4,0	-3,9	2,6
2,50	17	20,6	20,6	0	-5,0	-5,0	0

Como pode-se observar, os valores encontrados via formulário do item 7.4 estão bem próximos dos obtidos via ANSYS, sendo que para o aço esta variação é desprezível, e para o concreto a variação ocorre para maior e está abaixo de 10 %.

Tabela 7.4 – Tensões máximas no concreto e no chumbador de diâmetro 2,5 cm

$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$F_h$ (kN)	$\sigma_a$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Eq. 7.8)	$\sigma_a$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Tab.6.3)	%	$\sigma_c$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Eq.7.6)	$\sigma_c$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Tab.6.3)	%
1,35	25	12,5	12,7	-1,6	-2,6	-2,8	-7,1
1,80	33	16,2	16,6	-2,4	-3,7	-3,7	0
2,50	44	21,2	21,8	-2,8	-5,4	-5,3	1,9

Como pode ser observado, os valores encontrados via formulário do item 7.4 estão próximos dos obtidos via ANSYS, sendo que para o aço a variação é menor que 5%, e para o concreto menor que 10%.

Tabela 7.5 – Tensões máximas no concreto e no chumbador de diâmetro 3,15 cm

$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$F_h$ (kN)	$\sigma_a$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Eq. 7.8)	$\sigma_a$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Tab.6.4)	%	$\sigma_c$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Eq.7.6)	$\sigma_c$ (kN/cm <sup>2</sup> ) (Tab.6.4)	%
1,35	44	14,7	14,7	0	-2,8	-2,8	0
1,80	55	17,8	17,9	-0,6	-3,8	-3,8	0
2,50	68	21,1	21,1	0	-5,1	-5,1	0

Como pode-se observar, os valores encontrados via formulário do item 7.4 estão próximos dos obtidos via ANSYS, sendo que neste caso os valores são praticamente coincidentes.

As Tab.7.3, 7.4 e 7.5 permitem concluir que o formulário proposto neste trabalho, no item 7.4, é consistente e conduz praticamente aos mesmos valores que os obtidos pelo modelos processados via ANSYS.

### **7.6 Proposta para Obtenção das Forças Horizontais Limites que Podem Ser Aplicadas em Chumbadores, em Função das Tensões Limites do Concreto e do Aço**

Uma vez constatada a consistência do formulário proposto no item 7.4, o cálculo das forças horizontais limites que podem ser aplicadas em chumbadores obedece às expressões dadas a seguir, com as mesmas unidades e notação do referido item:

$$c_c = 32f_{ck} - 6,9df_{ck} + 0,48d - 2,65 \quad (7.3)$$

$$f_o = (162df_{ck} - 142,3f_{ck} - 1376,2d + 5068,9)/c_c \quad (7.5)$$

$$\alpha = (c_c d / (4EI))^{1/4} \quad (7.7)$$

A força horizontal limite será dada pelo menor valor dos obtidos por meio das Eq. (7.9) e (7.10).

$$F_{hc,lim} = (2\alpha^3 EI \sigma_{c,lim}) / c_c \quad (7.9)$$

$$F_{ha,lim} = 3,10f_o^{1/4} \alpha W_a \sigma_{a,lim} \quad (7.10)$$

As Tab. 7.6 a 7.9 foram elaboradas a partir das Eq. (7.9) e (7.10), com  $\sigma_{c,lim} = 2,10f_{ck}$  e  $\sigma_{a,lim} = f_y = 21,00 \text{ kN/cm}^2$ . Conforme pode constatar-se nas referidas tabelas, as forças horizontais limites correspondem à limitação imposta pelo concreto para resistências características de até aproximadamente 24,0 MPa e acima deste valor; as forças horizontais limites são impostas pela resistência do aço.

Nota-se que os valores obtidos já foram interpolados para diversas resistências características do concreto e diâmetros de chumbadores, e que os resultados já sofreram os ajustes decorrentes do formulário proposto.



Tabela 7.6 – Forças horizontais limites devido à compressão no concreto e à flexão no aço; chumbador diâmetro de 1,60 cm

$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	1,35	1,50	1,80	2,10	2,50	2,80	3,00
$F_{hc,lim}$ (kN)	11,34	12,25	14,00	15,69	17,85	19,42	20,44
$F_{ha,lim}$ (kN)	17,13	17,16	17,21	17,26	17,32	17,37	17,40

Tabela 7.7 – Forças horizontais limites devido à compressão no concreto e à flexão no aço; chumbador diâmetro de 1,90 cm

$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	1,35	1,50	1,80	2,10	2,50	2,80	3,00
$F_{hc,lim}$ (kN)	15,72	16,99	19,42	21,76	24,76	26,92	28,34
$F_{ha,lim}$ (kN)	24,46	24,52	24,63	24,74	24,89	24,99	25,06

Tabela 7.8 – Forças horizontais limites devido à compressão no concreto e à flexão no aço; chumbador diâmetro de 2,50 cm

$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	1,35	1,50	1,80	2,10	2,50	2,80	3,00
$F_{hc,lim}$ (kN)	27,07	29,24	33,43	37,45	42,60	46,33	48,76
$F_{ha,lim}$ (kN)	42,08	42,29	42,69	43,09	43,60	43,97	44,21

Tabela 7.9 – Forças horizontais limites devido à compressão no concreto e à flexão no aço; chumbador diâmetro de 3,15 cm

$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	1,35	1,50	1,80	2,10	2,50	2,80	3,00
$F_{hc,lim}$ (kN)	44,53	48,08	54,95	61,54	69,98	76,09	80,08
$F_{ha,lim}$ (kN)	62,82	63,52	64,84	66,08	67,64	68,74	69,45

As forças horizontais de cálculo serão os valores obtidos para as forças horizontais limites, multiplicados pelo coeficiente de resistência  $\phi = 0,90$ .

### **7.7 Fatores de Redução Propostos a Serem Aplicados nas Forças Horizontais Limites em Dois ou Mais Chumbadores Solicitados na Direção da Força**

O modelo e os resultados encontrados usando-se o programa ANSYS estão descritos no item 6.4. O comportamento do chumbador isolado submetido a força horizontal em concretos com diversas resistências características já foi captado nos valores propostos nos itens 7.6 .

Quando existem dois ou mais chumbadores situados na mesma linha da direção da força, devido à superposição das tensões entre eles a força horizontal que pode ser aplicada em cada chumbador deve ser obtida multiplicando-se o valor isolado correspondente, dado em 7.6 pelo fator de redução proposto Eq. 7.11 (página 93).

Os fatores de redução propostos são obtidos dos resultados de dois chumbadores de 25 mm de diâmetro cada um, ancorados em um bloco de concreto de 18,00 MPa, sendo que os resultados são parametrizados em função do diâmetro do chumbador.

Força horizontal limite em um chumbador isolado = 33,00 kN (Tabela 6.3).

Força horizontal limite em dois chumbadores, na consideração de atuarem sem superposição de tensões =  $2 \times 33,00 = 66,00$  kN.

Força horizontal limite encontrada, com espaçamento de três diâmetros (3d) entre eles = 54,00 kN → Fator de redução =  $f_R = 54,00/66,00 = 0,818$ .

Força horizontal limite encontrada, com espaçamento de quatro diâmetros (4d) entre eles = 55,00 kN → Fator de redução =  $f_R = 55,00/66,00 = 0,833$ .

Força horizontal limite encontrada, com espaçamento de cinco diâmetros (5d) entre eles = 61,00 kN → Fator de redução =  $f_R = 61,00/66,00 = 0,924$ .

Os três resultados anteriores mostram uma tendência de variação parabólica, conforme mostrado na Fig. 7.3 (página 94). Nesta Figura, aparecem os três pontos obtidos via ANSYS e a representação da parábola de interpolação proposta, obtida através dos referidos pontos.

$$f_R = 0,038(e/d)^2 - 0,251(e/d) + 1,229 \quad (7.11)$$

onde:

e = espaçamento entre chumbadores;

d = diâmetro do chumbador.

Na Fig. 7.3 (página 94) os pontos do eixo das abscissas correspondem à cada uma das linhas da Tab. 7.10.

Na Tab. 7.10 são dados os valores numéricos dos fatores de redução obtidos via ANSYS, parábola de interpolação e valores propostos em função da relação e/d, já usando-se um coeficiente de segurança de 0,90, sobre os valores resultantes da referida interpolação.

Os valores dos fatores de redução propostos são coerentes com aqueles recomendados pelos fabricantes de chumbadores químicos e de expansão, e que segundo os mesmos foram obtidos via experimental.

Nota-se que a curva de interpolação indica que não há redução nas forças horizontais, para uma relação  $e/d = 5,51$  e para os fatores de redução propostos a partir de  $e/d = 6,1$ .

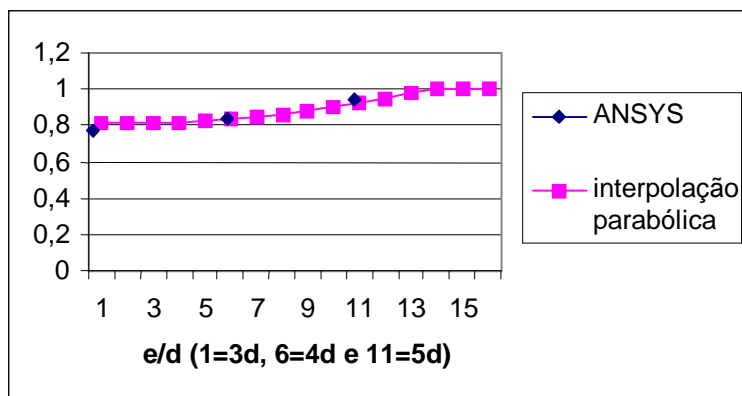


Figura 7.3 – Variação dos fatores de redução em função da relação  $e/d$ , para as forças horizontais limites que podem ser aplicados em dois ou mais chumbadores

Tabela 7.10 – Valores dos fatores de redução em função da relação  $e/d$ , para as forças horizontais limites ou admissíveis que podem ser aplicadas em dois ou mais chumbadores.

$e/d$	$f_R$ via ANSYS	$f_R$ parábola	$f_R$ proposto
3	0,818	0,82	0,74
3,2	-	0,82	0,74
3,4	-	0,82	0,74
3,6	-	0,82	0,74
3,8	-	0,82	0,74
4,0	0,833	0,83	0,75
4,2	-	0,85	0,76
4,4	-	0,86	0,77
4,6	-	0,88	0,79
4,8	-	0,90	0,81
5,0	0,924	0,92	0,83
5,2	-	0,95	0,86
5,4	-	0,98	0,88
5,6	-	1,02	0,91
5,8	-	1,05	0,95
6,0	-	1,09	0,98
6,1	-	1,11	1,00

## 8

### CONCLUSÕES

Os estudos realizados neste trabalho para a determinação da força horizontal limite que pode ser aplicada em chumbadores de aço ancorados em blocos de concreto, permitiram concluir que os valores obtidos pelo processo de GREGOR (1973), amplamente usado em nosso meio técnico, estão subestimados, e que podem ser usados, com segurança, valores pelo menos três vezes maiores do que aqueles obtidos pelo referido formulário.

Os valores indicados anteriormente, referem-se à melhor hipótese do uso das fórmulas de GREGOR(1973), pois quando se usam valores de  $h$  iguais aos praticados normalmente nas construções, argamassa de nivelamento com 3,0 a 5,0 cm, os valores caem drasticamente, conforme pode-se observar na Tab. 3.1. Neste caso, o aumento nos valores das forças horizontais limites é aproximadamente cinco vezes maior do que aqueles obtidos pelo formulário do GREGOR(1973).

Em decorrência dos resultados obtidos, na maioria das edificações de aço destinadas à indústria, ao comércio, à habitação, mezaninos, etc., praticamente as forças horizontais que aparecem nas bases das colunas podem ser transmitidas às

fundações por meio da resistência ao corte dos chumbadores, evitando-se, assim, o uso de barras de cisalhamento.

Na realidade, o que se procurava com a eliminação das barras de cisalhamento não é economia de aço, pois o consumo do mesmo é muito pequeno, mas sim, eliminar os transtornos causados por estas barras. Mesmo em construções onde existe uma equipe de engenharia para acompanhar e inspecionar os trabalhos de campo, quase sempre passa despercebida a execução de nichos nos blocos de concreto, ocasionando a necessidade de quebra do concreto, e principalmente destruindo a malha de aço colocada sob a placa de base para absorção das cargas concentradas transmitidas pela mesma. Outras vezes, a falha da não execução dos nichos acontece porque eles simplesmente não são previstos no projeto das estruturas de concreto/fundações.

Assim, o uso de barras de cisalhamento estará restrito aos casos especiais de grandes forças horizontais em bases de colunas.

Os principais aspectos que levam a minorar os valores das forças horizontais obtidos pelo formulário de GREGOR (1973) são:

- a) Consideração de flexão no chumbador no trecho correspondente à camada da argamassa de nivelamento,  $h > 0$ . Na realidade, na época em que foi proposto o referido formulário, o nivelamento era feito por meio de calços metálicos e a argamassa colocada sob a placa de base não era fluída nem expansiva. Atualmente existem, à disposição, argamassas para nivelamento (“*grout*”), com propriedades de fluidez, expansivas, e principalmente de alta resistência à compressão, o que justifica plenamente a não consideração da flexão ( $F_h$ ) no trecho da argamassa.

b) Uso de tensões à compressão no concreto compatíveis com os estados de solicitação de compressão simples. Na realidade, conforme ficou demonstrado em toda a análise do processamento via Método dos Elementos Finitos com recursos do programa ANSYS, o estado de altas tensões de compressão no concreto ocorre em uma região pequena localizada em torno do apoio do chumbador com a quina da parede do furo do bloco de concreto. Portanto, os valores limites para compressão no concreto devem ser aqueles previstos para compressão no concreto em áreas reduzidas, valores estes bem superiores aos indicados para compressão simples.

Destaca-se que a constante de mola  $c$  usada no formulário de GREGOR (1973) apresenta inconsistência quando aplicada na expressão que fornece a tensão máxima do concreto, e na fórmula do momento de flexão máxima no corpo do chumbador. Conforme foi mostrado neste estudo, a constante  $c$  que aparece na expressão que fornece o momento máximo de flexão no chumbador, na realidade, é a constante de mola multiplicada por um fator de correção  $f_c$ , que leva em consideração a interação aço e concreto.

As Figuras obtidas dos modelos processados com o programa ANSYS mostram que o comportamento de um chumbador ancorado em um bloco de concreto e submetido a uma força horizontal é perfeitamente descrito por meio da formulação matemática desenvolvida no Capítulo 2. Ressalta-se as presenças dos bulbos de compressão do chumbador sobre o furo do bloco de concreto, localizados inicialmente na parte frontal e, à medida em que avança na profundidade, passa para a parte posterior com menor intensidade, conforme pode ser observado na Figura 6.4. Note-se que na parte oposta ao bulbo de tensões de compressão, o corpo do chumbador se separa da parede do furo de concreto.



Este comportamento é característico da Eq. (2.22), que expressa a variação do momento de fletor: a função trigonométrica seno é responsável pela alternância dos valores, e a função exponencial  $e^{-\alpha x}$  pelo decréscimo da intensidade do momento, à medida que aumenta a profundidade.

Também constatou-se que, a uma profundidade de aproximadamente 3 diâmetros, os valores das tensões no chumbador são bastante reduzidos, e no concreto a apenas uma profundidade de um diâmetro, o que mostra o caráter eminentemente local das tensões máximas de compressão no concreto.

O critério determinante na obtenção da força horizontal limite no chumbador, sempre foi a limitação de confinar a região plastificada do concreto em uma extensão de aproximadamente um diâmetro, o que localiza esta região na camada de argamassa de nivelamento, material este com característica bem superior à do concreto.

Apesar de não ser objeto deste estudo analisar o efeito combinado de tração e cisalhamento no chumbador, o formulário proposto permite determinar as tensões normais ocasionadas pelo momento fletor devido a uma determinada força horizontal aplicada no chumbador. Caso a capacidade total às tensões normais não seja esgotada, então a diferença entre a tensão limite e a tensão atuante pode ser utilizada para resistir às forças de tração no chumbador.

Nos casos de dois ou mais chumbadores alinhados com a força horizontal aplicada, o espaçamento mínimo para que não exista redução na capacidade resistente ao corte nos chumbadores é de seis vezes o diâmetro do chumbador. O uso de distâncias menores do que  $6d$  implica na redução da carga horizontal limite. O coeficiente de redução é dado na Tab. 7.10.

Não são admitidos espaçamentos entre chumbadores menores do que 3d, porque certamente conduziriam a uma situação mais desfavorável, não só porque este limite inferior foi usado nos modelos deste trabalho, como também porque ele corresponde ao limite inferior normalmente usado entre corpos de aço.

As seguintes sugestões são apresentadas visando dar continuidade a este estudo:

- a) Desenvolver modelos e corpos de prova para serem ensaiados experimentalmente;
- b) Usar o Método dos Elementos Finitos via ANSYS, com elementos sólidos (3D) da biblioteca interna, calibrando as constantes usadas no processamento da análise inelástica;
- c) Introduzir a consideração de atrito entre as superfícies de contato, entre o corpo do chumbador e a superfície da parede do furo.
- d) Introduzir a consideração de atrito entre as superfícies de contato, entre a face inferior da placa de base e o topo do bloco de concreto.
- e) Aplicar diversos níveis de força de protensão no chumbador, para criar um estado de tensão próximo do hidrostático;
- f) Incluir a camada de argamassa de nivelamento na análise experimental e numérica.

## **BIBLIOGRAFIA**

ACI (2000) - American Concrete Institute - Code Requirements for Nuclear Safety Related Structures, ACI 349, Detroit, Michigan.

AISC LRFD (2000) – American Institute of Steel Construction – Manual of Steel Construction, Load and Resistance Factor Design, Second Edition, Chicago.

AREMA (2000) - American Railway Engineering of Maintenance Association - Manual for Railway Engineering, chapter 15, Steel Structures.

CEB (1994) – Comité Euro-internacional du Beton – Fastening to Concrete and Masonry Structures, State-of-the-Art Report.

CINTRA, J. C. A . (1983) - Carregamento Lateral em Estacas, Escola de Engenharia de São Carlos (USP).

COOK, R. A . & KLINGNER, R. E. (1992) - Ductile Multiple – Anchor Steel – to – Concrete Connections. Journal of Structural Engineering.

COURBON, J . (1968) - Tratado de Resistencia de Materiales II . Editora Aguilar – España.

DRAKE, R. M. & ELKIN S. J. (1999) – Beam-Column Base Plate Design – LRFD Method, Engineering Journal, First Quarter, AISC.

EUROCODE (1992) – Design of Concrete Structures, part 1, General rules and rules for building.

FLUEGGE, W (1962) – Handbook of Engineering Mechanics, McGraw-Hill, New York, USA.

GREGOR (1973) – Der praktische Stahlbau, Traegerbau, Band 4, 6. Auflage, Verlagsgesellschaft, Rudolf Mueller Koeln, Braunsfeld.

LEONHARDT F. & MOENNIG E. (1979) – Construções de Concreto, 1<sup>o</sup> a 5<sup>o</sup> vol., 1<sup>a</sup> reimpressão, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

MOAVENI, S. (1999) – Finite Element Analysis, Theory and Application with ANSYS, Prentice Hall, New Jersey, USA.

LOGAN, D. L. (1993) – A First Course in the Finite Element Method, PWS Publishing Company, Soston, USA.

Manual Técnico FOSECO MINSEP (1998) – São Paulo, SP.

NBR 8800 (1986) – Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios, Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, Rio de Janeiro.

NBR 6118 (1980) – Projeto e Execução de Obras em Concreto Armado, Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, Rio de Janeiro.

PETERSEN, C. (1985) - Stahlbau, Friedr. Vieweg & Sohn.

PISARENKO, C. S. (1979) - Manual de Resistencia de materiales, Editorial Mir, Moscú.

QUEIROZ, G. & REHER K. (1978) – Construções Metálicas, Conhecimentos Básicos, Edições Engenharia.

RASMUSSEN, B. H. (1966) – Betonindstobte tvaer belastede boltes og dornes baereevne, Duesseldorf, Werner-Verlag, pg. 216-218.

REHER, K. (2002) – Notas de Cálculo de Tensões de Contato, RMG Engenharia Ltda., Belo Horizonte, Minas Gerais.

ROARK, R. J. & YOUNG W. C. (1975) - Formulas for Stress and Strain, Fifth edition, International Student Edition, Tokyo, Japan.

STASA, F. L. (1985) – Applied Finite Element Analysis for Engineers, Saunder College Publishing, Florida, USA.

SUSSEKIND, J. C. (1976) – Curso de Análise Estrutural, 2<sup>o</sup> vol., Editora Globo e Editor da USP.

TIMOSHENKO, S. P. & GOODIER, J. N. (1951) – Theory of Elasticity, McGraw-Hill Book Company.

UEDA, T., KITIPORNCHAI, S. & LING, K. (1990) - Experimental Investigation of Anchor Bolts under Shear, Journal of Structural Engineering.