

**COMPORTAMENTO E RESISTÊNCIA DE
LIGAÇÕES VIGA-PILAR PARAFUSADAS E SOLDADAS DE
ESTRUTURAS DE PERFIS DE AÇO
FORMADOS A FRIO**

Lourdiane Gontijo das Mercês Gonzaga

À Eduarda
que de repente,
há um ano e cinco meses,
chegou em nossas vidas trazendo-nos
uma alegria imensurável.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**“COMPORTAMENTO E RESISTÊNCIA DE LIGAÇÕES VIGA-
PILAR PARAFUSADAS E SOLDADAS DE ESTRUTURAS DE
PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO”**

Lourdiane Gontijo das Mercês Gonzaga

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-
Graduação em Engenharia de Estruturas da
Escola de Engenharia da Universidade
Federal de Minas Gerais, como parte dos
requisitos necessários à obtenção do título de
“Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Comissão Examinadora:

Prof. Francisco Carlos Rodrigues, D.Sc.
DEES – UFMG – (Orientador)

Prof. Gilson Queiroz, D.Sc.
DEES – UFMG

Prof. Vicente Custódio Moreira de Souza, Ph.D.
UFF

Belo Horizonte, 27 de março de 2003

AGRADECIMENTOS

Agradeço, sobretudo a Deus, por que sua vontade para conosco é o verdadeiro bem.

À minha mãe, Maria de Lourdes, minha inspiração de vida, e ao meu saudoso pai, Nilton, que me proporcionaram personalidade e perseverança para alcançar mais um objetivo na vida. À minha irmã, Lubiane, pelo carinho.

Ao Marcos, amigo e companheiro, que soube compreender a importância deste trabalho.

Ao corpo docente do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG pela oportunidade de realização deste trabalho e pelos ensinamentos recebidos. Em especial, ao professor Francisco Carlos Rodrigues pela importante orientação, incentivo e convivência ao longo destes anos. Aos professores Gílson Queiroz, Ramon Silva e Felício Barros pela contribuição nesta pesquisa.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas, do Laboratório de Mecânica Computacional e do Laboratório de Análise Experimental de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG.

Aos amigos do mestrado pela agradável companhia, em especial ao Guilherme Almeida e à Silvia Pereira, pela ajuda na realização dos ensaios. Ao Alexandre Pimenta pelo auxílio na parte computacional e à Regina Leite pela amizade.

À Pórtico Construções Metálicas pela fabricação e doação dos modelos utilizados nos ensaios.

À USIMINAS pela bolsa de mestrado concedida.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE FOTOS

LISTA DE TABELAS

NOTAÇÕES

RESUMO

ABSTRACT

Introdução	1
1.1– Objetivo	1
1.2 – Perfis de Aço Formados a Frio	2
1.3 – Justificativas	6
1.4 – Projeto para Habitação Popular	8
Estado da Arte.....	12
2.1 – Introdução.....	12
2.2 – Comportamento Semi-Rígido.....	14
2.3 – Classificação das Ligações	15
2.3.1 – Sistema de Classificação Segundo a NBR 8800 (ABNT, 1986).....	15
2.3.2 – Sistema de Classificação do AISC (<i>American Institute of Steel Construction</i>)	16
2.3.3 – Classificação Segundo o EC3 (<i>European Committee for Standardization</i>) (ECS, 1992) e BJORHOVDE <i>et al</i> (1990).....	16
2.3.4 – Classificação Segundo NETHERCOT <i>et al</i> (1998)	19
2.4 – Consideração da Semi-Rigidez das Ligações.....	20
2.5 – Método da Linha da Viga	21
2.6 – Modelagem Analítica do Comportamento de Ligações	25

2.6.1 – Modelos Lineares	25
2.6.2 – Modelo Polinomial	26
2.6.3 – Modelo B-Spline Cúbica	29
2.6.3.1 – Modelo B-Spline Tensionada	29
2.6.4 – Modelos de Potência	33
2.6.5 – Modelos Exponenciais	37
2.7 – Modelos Analíticos em Ligações de Perfis Formados a Frio	39
Programa Experimental	46
3.1 – Introdução	46
3.2 – Conceitos e Prescrições de Normas Técnicas	47
3.3 – Descrição dos Modelos	47
3.4 – Determinação Experimental das Propriedades Mecânicas	57
3.5 – Descrição dos Ensaios	59
3.6 – Apresentação e Análise dos Resultados Experimentais	80
3.6.1 – Modos de Colapso dos Modelos	80
Ajustes das Modelagens Analíticas	108
4.1 – Introdução	108
4.2 – Mínimos Quadrados como um Estimador (PRESS <i>et al</i> , 1992)	109
4.3 – Regressão Linear, uma Variável Independente (PRESS <i>et al</i> , 1992)	111
4.4 – Ajuste Linear Geral pelo Método dos Mínimos Quadrados (PRESS <i>et al</i> , 1992)	113
4.5 – Método de Levenberg-Marquardt para mais de uma Variável Independente, PRESS <i>et al</i> (1992)	114
4.6 – Problemas Analisados de Relação Momento-Rotação ($M-\theta$), Usando-se o Método de Levenberg-Marquardt	117
4.6.1 – Ajuste por Regressão Polinomial	117
4.6.2 – Ajuste por Regressão de Potência com 3 Parâmetros (Potência 3)	120
4.6.3 – Ajuste para o Parâmetro de Forma β da Regressão de Potência com 3 Parâmetros (Potência 3 – beta)	122
4.6.4 – Ajuste por Regressão de Potência com 4 Parâmetros (Potência 4)	124
4.7 – Classificação das Ligações Estudadas Segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990) ..	134

Conclusões e Recomendações	140
5.1 – Considerações Finais	140
Referências Bibliográficas	143
Bibliografia Complementar	147

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – Seções transversais usuais de perfis formados a frio	3
FIGURA 1.2 – Processo de conformação a frio (c) perfilagem de chapas (d) perfilagem de seção tubular.....	5
FIGURA 1.3 – Perfis utilizados nos edifícios do sistema Usiteto	9
FIGURA 1.4 – Planta arquitetônica dos edifícios do sistema Usiteto	9
FIGURA 2.1 - Rotação relativa entre vigas e pilares	14
FIGURA 2.2 – Sistema de classificação do EC3 (ECS, 1992).....	18
FIGURA 2.3 – Sistema de classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990).....	18
FIGURA 2.4 – Sistema de classificação segundo NETHERCOT <i>et al</i> (1998).....	19
FIGURA 2.5 – Efeito de ligações semi-rígidas em momentos e flechas – Resposta elástica	21
FIGURA 2.6 – Viga com carregamento distribuído.....	22
FIGURA 2.7 – Linha da viga e os diagramas $M-\theta$ para os tipos de ligação	24
FIGURA 2.8 – Parâmetros de padronização correspondentes à ligação com chapa de extremidade (a) sem enrijecedores no pilar (b) com enrijecedores no pilar	27
FIGURA 2.9 – Interpolação dos pontos P_0 a P_5 através de splines cúbicas	30
FIGURA 2.10 – Curvas de Bézier, onde os vértices P_0 a P_3 formam o polígono de controle.....	31
FIGURA 2.11 – Curvas B-Spline de ordens 2, 3, 4, 5, 10, e 20 para os mesmos vértices de controle.....	33
FIGURA 2.12 – Parâmetros usados na função padronizadora	35
FIGURA 2.13 – Esquema geral dos ensaios das ligações de WONG e CHUNG (2002) em perfis formados a frio (a) base de coluna (b) viga-pilar	41
FIGURA 2.14 – Localização das seções críticas e os respectivos modos de colapso das ligações de WONG e CHUNG (2002)	42
FIGURA 2.15 – Dimensões da ligação viga-pilar.....	43
FIGURA 2.16 – Dimensões globais da ligação.....	45
FIGURA 3.1 – Modelos 01A e 01B : ligação semi-rígida na menor inércia do pilar.....	49
FIGURA 3.2 – Modelo 02A : ligação rígida na maior inércia do pilar	50

FIGURA 3.3 – Modelo 02B : ligação semi-rígida na maior inércia do pilar	51
FIGURA 3.4 – Modelo 03A : ligação semi-rígida na maior inércia do pilar.....	52
FIGURA 3.5 – Modelo 03B : ligação rígida na maior inércia do pilar.....	53
FIGURA 3.6 – Modelo 04A : ligação semi-rígida na menor inércia do pilar.....	54
FIGURA 3.7 – Modelo 04B : ligação semi-rígida na menor inércia do pilar	55
FIGURA 3.8 – Gráfico tensão x deformação, entre os travessões da máquina, do CP2P01	59
FIGURA 3.9 – Geometria das seções transversais dos modelos.....	60
FIGURA 3.10 – Esquema geral da montagem para o ensaio	62
FIGURA 3.11 – Modelo 01A : detalhe da instrumentação, medidas em mm	69
FIGURA 3.12 – Modelo 01B : detalhe da instrumentação, medidas em mm.....	70
FIGURA 3.13 – Modelo 02A : detalhe da instrumentação, medidas em mm	71
FIGURA 3.14 – Modelo 02B : detalhe da instrumentação, medidas em mm.....	72
FIGURA 3.15 – Modelo 03A : detalhe da instrumentação, medidas em mm	75
FIGURA 3.16 – Modelo 03B : detalhe da instrumentação, medidas em mm.....	76
FIGURA 3.17 – Modelo 04A : detalhe da instrumentação, medidas em mm	77
FIGURA 3.18 – Modelo 04B : detalhe da instrumentação, medidas em mm.....	78
FIGURA 3.19 – Esquema geral da aquisição e tratamento de dados	79
FIGURA 3.20 – Modelo 01A : momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais.....	86
FIGURA 3.21 – Modelo 01A : momento médio no nó x deslocamentos verticais da base do pilar - resultados experimentais.....	87
FIGURA 3.22 – Modelo 01A : momento médio no nó x deslocamentos horizontais na parte interna da seção do pilar - resultados experimentais	87
FIGURA 3.23 – Modelo 01A : momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais	88
FIGURA 3.24 – Modelo 01A : momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais	88
FIGURA 3.25 – Modelo 01B : momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais.....	89

FIGURA 3.26 – Modelo 01B : momento médio no nó x deslocamentos verticais da base do pilar - resultados experimentais.....	89
FIGURA 3.27 – Modelo 01B : momento médio no nó x deslocamentos horizontais na parte interna da seção do pilar - resultados experimentais	90
FIGURA 3.28 – Modelo 01B : momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais	90
FIGURA 3.29 – Modelo 02A : momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato ara medição de rotação relativa - resultados experimentais.....	91
FIGURA 3.30 – Modelo 02A : momento médio no nó x deslocamentos verticais da base do pilar - resultados experimentais.....	91
FIGURA 3.31 – Modelo 02A : momento médio no nó x deslocamentos horizontais na parte interna da seção do pilar - resultados experimentais	92
FIGURA 3.32 – Modelo 02A : momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais	92
FIGURA 3.33 – Modelo 02A : momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais	93
FIGURA 3.34 – Modelo 02B : momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais.....	93
FIGURA 3.35 – Modelo 02B : momento médio no nó x deslocamentos verticais da base do pilar - resultados experimentais.....	94
FIGURA 3.36 – Modelo 02B : momento médio no nó x deslocamentos horizontais na parte interna da seção do pilar - resultados experimentais	94
FIGURA 3.37 – Modelo 02B : momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais	95
FIGURA 3.38 – Modelo 02B : momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais	95
FIGURA 3.39 – Modelo 03A : momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais.....	99

FIGURA 3.40 – Modelo 03A : momento médio no nó x deformações específicas no pilar - resultados experimentais.....	100
FIGURA 3.41 – Modelo 03A : momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais	100
FIGURA 3.42 – Modelo 03A : momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais	101
FIGURA 3.43 – Modelo 03B : momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais.....	101
FIGURA 3.44 – Modelo 03B : momento médio no nó x deformações específicas no pilar - resultados experimentais.....	102
FIGURA 3.45 – Modelo 03B : momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais	102
FIGURA 3.46 – Modelo 03B : momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais	103
FIGURA 3.47 – Modelo 04A : momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais.....	103
FIGURA 3.48 – Modelo 04A : momento médio no nó x deformações específicas no pilar - resultados experimentais.....	104
FIGURA 3.49 – Modelo 04A : momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais	104
FIGURA 3.50 – Modelo 04A : momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais	105
FIGURA 3.51 – Modelo 04B : momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais.....	105
FIGURA 3.52 – Modelo 04B : momento médio no nó x deformações específicas no pilar - resultados experimentais.....	106
FIGURA 3.53 – Modelo 04B : momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais	106

FIGURA 3.54 – Modelo 04B : momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais	107
FIGURA 4.1 – Curvas M- θ de FRYE e MORRIS (1975) para diversas ligações	119
FIGURA 4.2 – Modelo 01A : comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas	126
FIGURA 4.3 – Modelo 01B : comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas	127
FIGURA 4.4 – Modelo 02A : comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas	128
FIGURA 4.5 – Modelo 02B : comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas	129
FIGURA 4.6 – Modelo 03A : comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas	130
FIGURA 4.7 – Modelo 03B : comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas	131
FIGURA 4.8 – Modelo 04A : comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas	132
FIGURA 4.9 – Modelo 04B : comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas	133
FIGURA 4.10 – Modelo 01A : classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990)	134
FIGURA 4.11 – Modelo 01B : classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990).....	135
FIGURA 4.12 – Modelo 02A : classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990)	135
FIGURA 4.13 – Modelo 02B : classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990).....	136
FIGURA 4.14 – Modelo 03A : classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990)	136
FIGURA 4.15 – Modelo 03B : classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990).....	137
FIGURA 4.16 – Modelo 04A : classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990)	137
FIGURA 4.17 – Modelo 04B : classificação segundo BJORHOVDE <i>et al</i> (1990).....	138

LISTA DE FOTOS

FOTO 1.1 – Processo de conformação a frio (a) e (b) dobragem.....	4
FOTO 1.2 – Estrutura dos edifícios COHAB - MG, 4 pavimentos.....	10
FOTO 1.3 – Edifícios CDHU-SP, 5 pavimentos.....	10
FOTO 1.4 – Detalhe da ligação viga-pilar dos edifícios CDHU-SP, 5 pavimentos.....	11
FOTO 3.1 – Ensaio de tração.....	58
FOTO 3.2 – Esquema da montagem e instrumentação	63
FOTO 3.3 – Transdutor de deslocamento linear (DT ₅₀).....	64
FOTO 3.4 – Transdutor de deslocamento linear (DT ₁₀₀).....	64
FOTO 3.5 – Relógios comparadores de leitura digital (REC).....	65
FOTO 3.6 – Extensômetro elétrico de resistência (EER).....	65
FOTO 3.7 – Instrumentação dos modelos parafusados	67
FOTO 3.8 – Transdutor de deslocamento (DT ₅₀), gancho e suportes de medida.....	67
FOTO 3.9 – Suporte em cantoneira	68
FOTO 3.10 – Modelo 03A : instrumentação utilizada.....	74
FOTO 3.11 – Modelo 04A : instrumentação utilizada.....	74
FOTO 3.12 – Modelo 01A após o ensaio.....	82
FOTO 3.13 – Modelo 01A : formação de charneira plástica	83
FOTO 3.14 – Modelo 01B após o ensaio.....	83
FOTO 3.15 – Modelo 02A após o ensaio.....	84
FOTO 3.16 – Modelo 02B : plastificação do pilar (distorção da seção do perfil)	85
FOTO 3.17 – Modelo 02B : detalhe da plastificação.....	85
FOTO 3.18 - Modelo 03A após o ensaio	97
FOTO 3.19 - Modelo 03B após o ensaio.....	98

FOTO 3.20 - **Modelo 04A** após o ensaio (flambagem dos enrijecedores de borda)..... 98

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 – Função padronizada momento-rotação	28
TABELA 2.2 – Equação empírica para o parâmetro de forma β	34
TABELA 2.3 – Espécimes usados por IOANNIDES (1978).....	34
TABELA 2.4 – Erros de aproximação.....	36
TABELA 3.1 – Diferenças entre modelos ensaiados	57
TABELA 3.2 – Resultado dos ensaios de tração realizados na UFMG	58
TABELA 3.3 – Dimensões das seções transversais dos modelos 01A, 01B, 02A e 02B	60
TABELA 3.4 – Dimensões das seções transversais dos modelos 03A, 03B, 04A e 04B	61
TABELA 3.5 – Cargas e momentos referentes às ligações parafusadas	81
TABELA 3.6 – Cargas e momentos referentes às ligações soldadas	96
TABELA 4.1 – Coeficientes finais para a regressão polinomial	118
TABELA 4.2 – Coeficientes finais para a regressão polinomial.....	118
TABELA 4.3 – Coeficiente de correlação amostral	119
TABELA 4.4 – Coeficientes finais da regressão de potência com 3 parâmetros para ligações parafusadas	121
TABELA 4.5 – Coeficientes finais para a regressão de potência com 3 parâmetros para ligações soldadas	121
TABELA 4.6 – Coeficiente de correlação amostral	121
TABELA 4.7 – Valores do parâmetro de forma β da regressão de potência com 3 parâmetros para ligações parafusadas	123
TABELA 4.8 – Valores do parâmetro de forma β da regressão de potência com 3 parâmetros para ligações soldadas	123
TABELA 4.9 – Coeficientes finais da regressão de potência com 4 parâmetros para ligações parafusadas	124
TABELA 4.10 – Coeficientes finais para a regressão de potência com 4 parâmetros para ligações soldadas	125

NOTAÇÕES

α	:	razão de rigidez rotacional da viga-pilar, fator de escala da curva M- θ de Chen-Lui
α_i	:	expoentes determinados empiricamente
$[\alpha]$:	matriz de curvatura
β	:	parâmetro de forma da curva M- θ de Kishi-Chen
β_k	:	conjunto de equações lineares
ϕ	:	diâmetro do parafuso
ε_y	:	deformação específica
θ	:	rotação relativa entre os eixos longitudinais das vigas e dos pilares
θ_i, θ_j	:	rotações nas extremidades i e j da viga
θ_k	:	rotações iniciais de componentes lineares
θ_p	:	rotação no limite elástico
θ_s, θ_i	:	rotações correspondentes à M_s e à M_i , respectivamente
θ_v	:	rotação na extremidade da viga
Δ	:	deformação residual após ruptura
σ_i	:	desvio padrão
ν	:	número de graus de liberdade
χ^2	:	função de mérito chi quadrado
λ	:	fator adimensional
δa_k	:	incremento para a aproximação
\mathbf{a}	:	vetor de parâmetros
a, d	:	coeficientes determinados no ajuste para K
a, b	:	parâmetros ajustados por um modelo
a_j	:	parâmetros ajustáveis
a_p	:	largura das mesas da viga
a_v	:	largura das mesas do pilar
b_c	:	largura da mesa do conector
b_m	:	largura da mesa da viga

b_v	:	altura da alma da viga
b_p	:	altura do pilar
C	:	constantes de ajuste de curva M- θ de Yee-Melchers
C_1, C_2, C_3	:	coeficientes determinados empiricamente
C_1, C_2	:	altura dos enrijecedores do perfil da viga
C_3, C_3, C_4, C_5	:	altura dos enrijecedores do perfil do pilar
C_j	:	constantes de ajuste de curva M- θ de Chen-Lui e de Kishi-Chen
d	:	altura da viga, altura da ligação
D_k	:	constantes de ajuste de curva M- θ de Kishi-Chen
E	:	módulo de elasticidade do aço, $E = 205.000$ Mpa
f	:	diâmetro do parafuso
f_y	:	resistência ao escoamento do aço
f_u	:	resistência à ruptura do aço à tração
$H[\theta]$:	função de grau de Heaviside
I	:	momento de inércia da seção transversal da viga
k	:	ordem da B-Spline
K	:	fator de padronização adimensional
K_c	:	somatório da rigidez de todos os membros conectados à ligação exceto da viga
K_i	:	rigidez inicial da ligação
K_p	:	rigidez da assíntota da ligação
L	:	comprimento da viga
M	:	momento atuante na ligação
M_0	:	momento inicial da ligação
M_d	:	momento de cálculo
M_i, M_j	:	momentos reais nas extremidades i e j da viga para ligação real
M_{fi}, M_{fj}	:	momentos nas extremidades i e j da viga para ligação rígida
M_p	:	momento de plastificação da viga, momento de plástico da ligação
M_r	:	momento de referência
M_s, M_i	:	momentos correspondentes ao início de escoamento à compressão e à tração, respectivamente
M_T	:	momento de transição

M_u	:	momento último da ligação
M_v	:	momento na extremidade da viga
n	:	número de vértices do polígono de controle, parâmetro de forma das curvas M- θ de Richard-Abbott, de Colson-Louveau e de Ang-Morris
$N_{i,k}(t)$:	funções de ponderação da base B-Spline de ordem k
P	:	probabilidade da série de dados
P_0 a P_5	:	pontos do polígono de controle da curva
P_i	:	parâmetros geométricos de padronização da ligação, vértices do polígono de controle da curva
$P(t)$:	vetores posição ao longo da curva em função do parâmetro t
P_u	:	carga última
Q	:	probabilidade estatística para χ^2
R	:	rigidez da ligação
R_0	:	rigidez inicial da ligação
R_{kf}	:	rigidez de deformação por encruamento
t	:	espessura da chapa de extremidade, espessura do perfil U
t_1, t_2	:	espessura do perfil U enrijecido da viga
t_3, t_4, t_5, t_6	:	espessura do perfil cartola do pilar
t_c	:	espessura do conector
t_{ep}	:	espessura da chapa de extremidade
t_m	:	espessura da viga
x_i	:	elementos que compõem o vetor nó
x_i, y_i	:	pontos ajustados por um modelo
$X_I(x)$ a $X_M(x)$:	:	funções básicas
w	:	carga distribuída na viga
w_c	:	altura da alma do conector
w_m	:	altura da alma da viga

RESUMO

O comportamento não-linear da relação momento-rotação das ligações viga-pilar em perfis formados a frio ainda não é definido de modo satisfatório, pois o estudo da semi-rigidez destas ligações encontra-se hoje num estágio incipiente.

Este trabalho demandou uma investigação sobre os modelos analíticos existentes na literatura para a realização de análise teórico-experimental sobre o comportamento e a resistência das ligações soldadas e parafusadas por chapa de extremidade estendida. Porém, em tal investigação não foi encontrada uma equação específica que representasse as ligações semi-rígidas em estruturas de perfis formados a frio.

Assim, os efeitos devidos às não-linearidades oriundas da presença das ligações semi-rígidas são considerados através dos ajustes das formulações apresentadas por FRYE e MORRIS (1975), KISHI e CHEN (1987a, b), RICHARD-ABBOTT (1975) e através da técnica B-Spline tensionada.

Como resultado deste trabalho, verificou-se que as ligações estudadas obedecem aos modelos analíticos adotados, porém necessitam de ajustes devido às características próprias.

ABSTRACT

The non-linear behavior of the moment-rotation relationship of beam-column connections in cold-formed profiles is not yet defined in a satisfactory way, since the semi-rigid behavior of these connections is still in an incipient stage of knowledge.

Existent analytical models in the literature have been used together with experimental data to model the behavior and the resistance of welded and bolted connections using extended end plate. However, this approach showed to be not appropriate to obtain a specific equation that could represent the semi-rigid connections in cold-formed steel structures.

Therefore, the non-linearity behavior due to the presence of semi-rigid connections are taken into account by making some adjustments of the formulations presented by FRYE and MORRIS (1975), KISHI and CHEN (1987a, b), RICHARD-ABBOTT (1975) and by the Tensioned B-Spline technique.

As a result of this work, it could be verified that the investigated connections follow the adopted analytical models, once some adjustments are provided.

1

INTRODUÇÃO

1.1– Objetivo

Neste trabalho são apresentados os resultados da pesquisa para estudar o comportamento e a resistência de algumas ligações entre vigas e pilares (quer sejam parafusadas ou soldadas) de perfis formados a frio, segundo conceitos avançados e atualizados e de acordo com o AISI (AISI, 1996) e a NBR 14762 (ABNT, 2001), Norma Brasileira de Dimensionamento de Perfis Formados a Frio.

Com a determinação do gráfico $M-\theta$ para as ligações em estudo ficará conhecida a sua semi-rigidez e poder-se-á analisar a estrutura completa com maior exatidão e com resultados mais confiáveis do que os obtidos com modelos de ligações idealmente rígidas ou flexíveis.

Como objetivo principal, o presente trabalho apresenta uma contribuição experimental e ajustes de curvas das ligações em perfis formados a frio, fornecendo subsídios para trabalhos futuros que venham complementar a pesquisa.

O estudo mais completo, além de buscar maior aperfeiçoamento técnico de análise, pode proporcionar ao projetista a possibilidade de escolher, dentre as tecnologias existentes, a mais viável e econômica.

1.2 – Perfis de Aço Formados a Frio

Os perfis formados a frio ou perfis leves, compostos pelo dobramento a frio de chapa fina de aço, possuem leveza, facilidade de fabricação, de manuseio e de transporte, além de resistência e ductilidade adequadas ao uso em estruturas civis.

Uma particularidade dos perfis leves é a sua concepção cada vez mais esbelta, por meio da conformação de chapas com espessuras muito pequenas e, conseqüentemente, menor custo. Portanto, representam uma economia na construção metálica leve, o que tem incentivado cada vez mais pesquisas voltadas a esse produto.

A diversidade de aplicações apresentadas pelo produto final é devida à grande variedade das formas de seções transversais, apresentadas na FIG.1.1, podendo-se obter concepções estruturais esbeltas e eficientes para os mais diversos usos nas edificações.

No caso de estruturas de maior porte, a utilização de perfis formados a frio duplos, em seção unicelular (tubular retangular), também conhecidos como seção caixão ou perfil caixa, podem proporcionar, em algumas situações, estruturas mais econômicas. Isso se deve à boa rigidez à torção (eliminando travamentos), menor área exposta (reduzindo a área de pintura) e menor área de estagnação de líquidos ou detritos (reduzindo a probabilidade de corrosão).

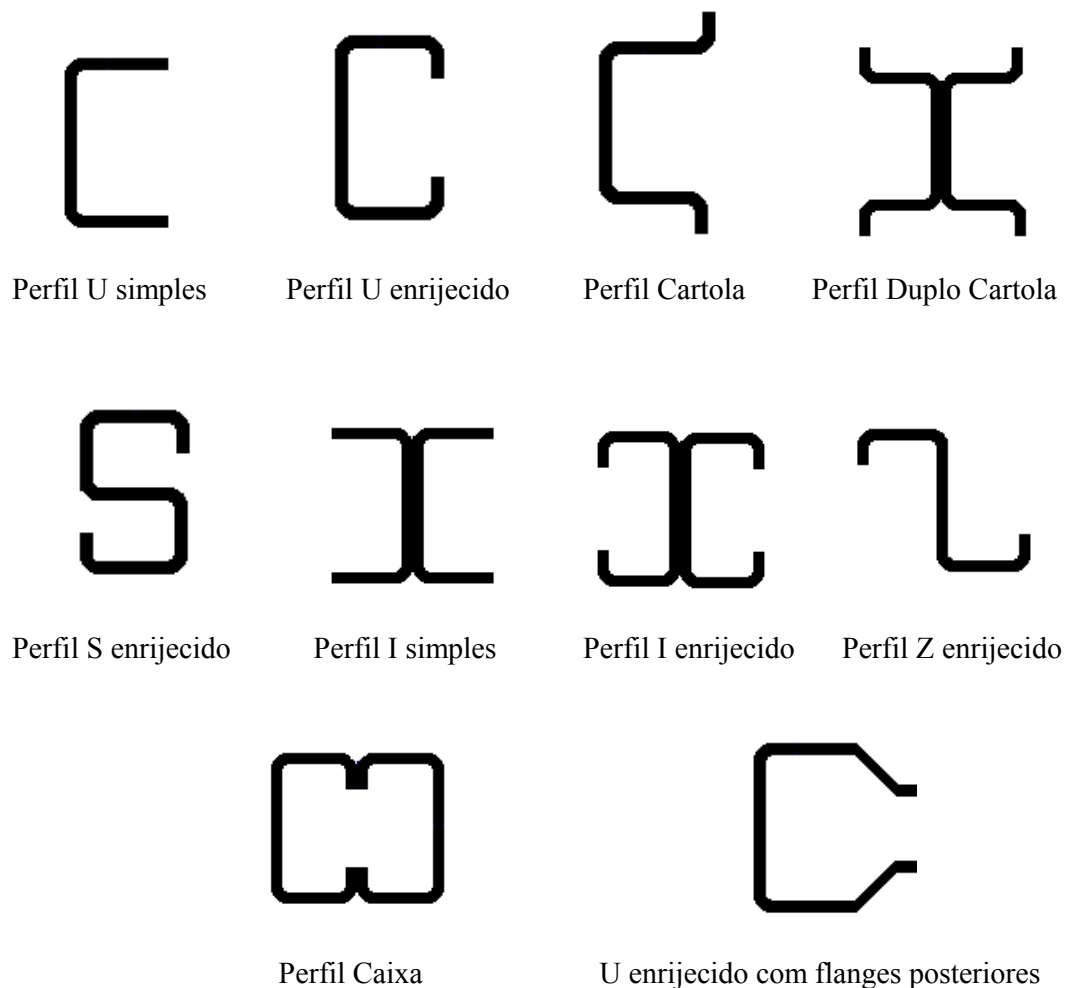


FIGURA 1.1 – Seções transversais usuais de perfis formados a frio

Dois são os processos de fabricação dos perfis formados a frio: contínuo e descontínuo. O processo contínuo, adequado à fabricação em série, é realizado a partir do deslocamento longitudinal de uma chapa de aço, sobre os roletes de uma linha de perfilação. Os roletes vão conferindo pouco a pouco à chapa a forma definitiva do perfil. Quando o perfil deixa a linha de perfilação, o mesmo é cortado no comprimento indicado no projeto.

O processo descontínuo, adequado a pequenas quantidades de perfis ou a seções com formas muito especiais, é realizado mediante o emprego de uma prensa dobradeira. A lâmina da dobradeira é prensada contra a chapa de aço, obrigando-a a formar uma dobra. Várias operações similares a essa, sobre a mesma chapa, fornecem à seção do perfil a geometria exigida no projeto. O comprimento do perfil fica limitado à largura da prensa.

O processo contínuo geralmente é utilizado por fabricantes especializados em produções de grande escala de perfis formados a frio e o processo descontínuo pode ser utilizado pelos fabricantes de estruturas metálicas. A FOTO 1.1 (a) e (b) ilustra o processo de dobragem enquanto que, a FIG.1.2 (c) e (d) demonstra a perfilagem de diversas chapas e de uma seção tubular, respectivamente.

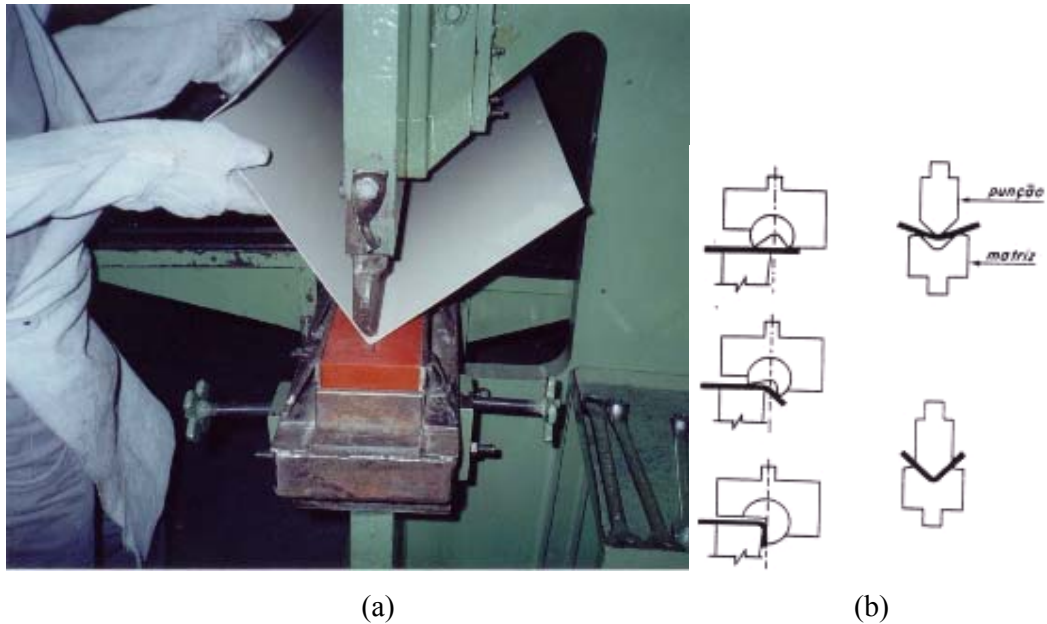
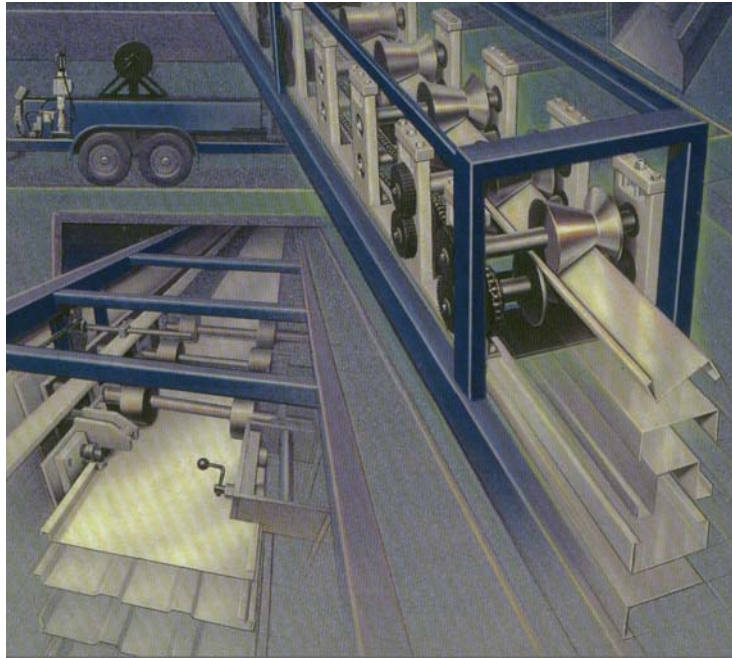


FOTO 1.1 – Processo de conformação a frio (a) e (b) dobragem



(c)



(d)

FIGURA 1.2 – Processo de conformação a frio (c) perfilagem de chapas (d) perfilagem de seção tubular

Quanto à normalização, existia para os perfis formados a frio uma única norma brasileira: P-NB-143 (ABNT, 1967) - Cálculo de Estruturas de Aço, Constituídas por perfis Leves, que se tornou desatualizada e ficou em desuso. A norma norte-americana do *American Iron Steel Institute* AISI (AISI, 1996) e a canadense do *Canadian Standards Association* CAN-S136-94 (CSA, 1994) são normas recentes de dimensionamento, as quais foram usadas pelos projetistas brasileiros até pouco tempo para substituir a norma brasileira.

Atualmente, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) elaborou a Norma de Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio, NBR 14762 (ABNT, 2001), baseada no método dos estados limites.

Devido à relativamente recente e intensa utilização de perfis formados a frio no País, tornou-se premente a implantação de linhas de pesquisas relacionadas com o tema, a fim de fornecer subsídios importantes para o projeto de estruturas e para a melhoria da qualidade desses perfis e de suas aplicações.

1.3 – Justificativas

Com o crescente aumento da produção de aço estrutural no país e com a busca de novas soluções arquitetônicas e estruturais, o aço vem ganhando um espaço cada vez maior.

Os perfis formados a frio possuem baixo custo de produção, são de fabricação simples, sem a necessidade de grandes equipamentos, tendo ainda fácil manuseio para montagem em campo devido ao baixo peso, além de rapidez na execução. Por isso, vêm se mostrando uma boa alternativa para a execução de prédios residenciais, entre eles moradias populares, podendo certamente ajudar a solucionar o problema habitacional no Brasil.

Existe uma demanda muito grande de novas soluções habitacionais e esta necessidade sugere que rápidas medidas devem ser tomadas para atender esta demanda. Segundo dados divulgados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 2000, o déficit habitacional brasileiro subiu de 5,3 milhões em 1991 para 6,6 milhões em 2000.

Essa pesquisa revela ainda que o déficit se concentra nas famílias de menor poder aquisitivo. Há 4.410.385 famílias urbanas no Brasil com renda mensal inferior a três salários mínimos e que se encontram em situação de déficit habitacional, sem condições econômicas de solucioná-la. Este segmento de famílias de baixa renda em condições habitacionais críticas representa 83,2% do déficit habitacional urbano estimado.

Por outro lado, o aço, um elemento estrutural próprio para construção industrializada, pode proporcionar à construção civil novas perspectivas para a habitação popular, reduzindo esta carência consideravelmente. A construção industrializada, juntamente com novos avanços da ciência e da tecnologia, pode buscar um novo caminho para solucionar este problema no Brasil.

Para o uso em programas de habitação popular, as moradias devem ter seu custo reduzido ao mínimo, sem perda de segurança e funcionalidade. Com isso, todas as soluções técnicas da engenharia devem ser aplicadas para racionalizar cada vez mais os projetos.

Uma das análises que podem ser feitas para reduzir o consumo de aço nas estruturas em perfis formados a frio, e conseqüentemente o custo da execução, é o estudo da semi-rigidez de suas ligações. Tais ligações são de execução mais simples, têm menor custo se comparado ao das ligações rígidas e proporcionam maior rigidez das estruturas em comparação com as ligações flexíveis, dispensando em muitos casos o uso de contraventamentos.

A maioria das pesquisas realizadas até hoje sobre as ligações semi-rígidas focou as estruturas de aço em perfis laminados ou soldados. Tem-se, então, um número reduzido de resultados de ensaios do comportamento dessas ligações em estruturas de perfis formados a frio. Por isso, não é definido de modo satisfatório o seu comportamento, o que resulta em falta de ferramentas para tratá-las no dimensionamento ou análise estrutural como ligações semi-rígidas. As normas técnicas de dimensionamento em perfis formados a frio não consideram em nenhum tópico de suas prescrições esse tipo de ligação.

As pesquisas nesses casos se mostram necessárias, para obtenção de dados sobre as ligações nesse tipo de estrutura e, com isso, proporcionarem um processo de cálculo mais preciso e econômico.

1.4 – Projeto para Habitação Popular

A USIMINAS vem utilizando perfis com seção I constituída por duplo cartola e perfis com seção caixa constituída por duplo U enrijecido (FIG.1.3), ambos formados a frio, nos pilares e vigas, respectivamente, do sistema estrutural de prédios de 4 a 7 pavimentos, com 16 a 28 unidades por edificação.

Este sistema tem sido amplamente utilizado em prédios de 4 pavimentos pela Companhia de Habitação de Minas Gerais (COHAB), conforme FOTO 1.2, e de 5 a 7 pavimentos, pela Companhia de Desenvolvimento Habitacional e Urbano de São Paulo (CDHU-SP), conforme FOTOS 1.3 e 1.4.

Cada unidade possui área total de 46,69 m², divididos entre sala, dois quartos, uma pequena circulação, um banheiro, cozinha e área de serviço (FIG.1.4).

No cálculo da estrutura desses prédios nenhuma consideração foi feita de semi-rigidez das ligações, por falta de resultados de pesquisas confiáveis e também por não haver prescrições normativas sobre o assunto.

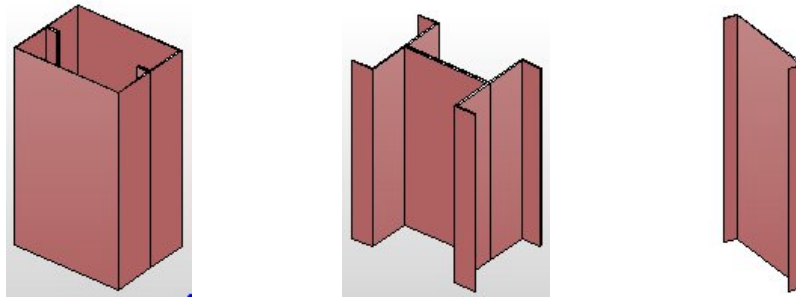


FIGURA 1.3 – Perfis utilizados nos edifícios do sistema Usiteto

Os edifícios de 4 andares são compostos de pavimento térreo, três pavimentos tipo, cobertura e reservatório elevado. A construção apresenta um pé direito constante de 2,80 m.

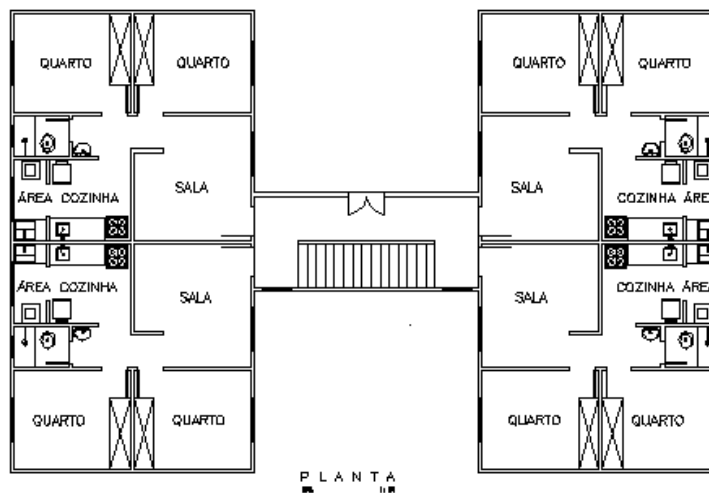


FIGURA 1.4 – Planta arquitetônica dos edifícios do sistema Usiteto



FOTO 1.2 – Estrutura dos edifícios COHAB - MG, 4 pavimentos



FOTO 1.3 – Edifícios CDHU-SP, 5 pavimentos



FOTO 1.4 – Detalhe da ligação viga-pilar dos edifícios CDHU-SP, 5 pavimentos

2

ESTADO DA ARTE

2.1 – Introdução

A resposta do sistema estrutural às ações é em geral influenciada pelas propriedades estruturais das barras (vigas e pilares) e de suas ligações. O termo “ligações” empregado neste texto refere-se à união viga-pilar. Apesar do termo ligações estar sendo usado sistematicamente no texto seguinte, em alguns casos o mesmo deve ser interpretado como “nó”, isto é, todas as regiões do pilar e das vigas afetadas pela ligação.

A rigidez de uma ligação afeta profundamente o comportamento final da estrutura. Os esforços solicitantes nas barras, deslocamentos e rotações podem, dependendo do tipo de ligação considerada, variar caso a caso. Por esta razão, além das barras que compõem a estrutura, também as ligações deverão estar convenientemente concebidas e dimensionadas, sob pena da estrutura não se comportar conforme o desejado. Isto equivale a dizer que deve-se considerar corretamente o grau de rigidez de cada união.

O uso das ligações semi-rígidas nas estruturas metálicas tem como objetivo principal redistribuir os momentos fletores nas vigas e pilares e, conseqüentemente, reduzir o consumo de aço. Ao transmitirem uma parte do momento ao pilar ou à viga adjacente, os momentos nas extremidades e o momento no meio do vão podem ser balanceados de forma ótima. Para que se possa utilizar a ligação semi-rígida, deverá ser conhecida com maior exatidão a relação de dependência entre o momento resistente e a rotação da mesma.

O tratamento das ligações em seu comportamento real, ou seja, como semi-rígidas, considerando problemas como estabilidade da estrutura (comprimento efetivo, flambagem, etc.) e plastificação das barras, permite obter, ao final do projeto, uma estrutura mais leve e de menor custo, sem perda de resistência. Isto leva a projetos mais otimizados e com o mesmo nível de segurança ao colapso que os projetos com ligações tratadas como rígidas ou flexíveis.

O grande problema que as ligações semi-rígidas acarretam é a complicação do cálculo estrutural, que se simplifica com a consideração de ligações rígidas ou ligações flexíveis.

Mesmo considerando-se este aspecto, a utilização de ligações semi-rígidas tem crescido cada vez mais, por se tratar de uma alternativa muito econômica para as edificações em aço, em perfis soldados ou laminados.

No que se refere às estruturas em perfis formados a frio, as pesquisas e o emprego de tais ligações ainda se encontram em um estágio incipiente.

2.2 – Comportamento Semi-Rígido

A rotação identificada pelo ângulo θ expressa a rotação relativa entre o eixo da viga e o eixo do pilar, após a atuação do carregamento (FIG.2.1).

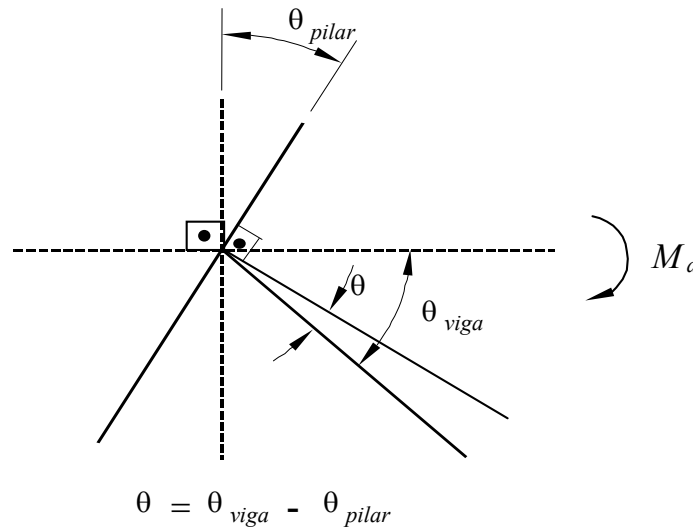


FIGURA 2.1 - Rotação relativa entre vigas e pilares

Nas ligações rígidas, conforme SIDERBRÁS (1988), o ângulo entre os elementos estruturais que se interceptam praticamente não varia após o carregamento da estrutura ($\theta_{pilar} = \theta_{viga}$, $\theta = 0$). Existe uma restrição à rotação da ordem de 90% (para o momento igual ao momento de plastificação da viga, a rotação relativa não deve ultrapassar 10% da rotação que ocorreria se houvesse uma rótula perfeita). No projeto dessas ligações assume-se que a deformação do nó seja suficientemente pequena, de forma que a hipótese de rigidez perfeita seja aplicável. Tais ligações são extremamente caras e difíceis de serem montadas, têm maior consumo de chapas, parafusos e soldas, aumentando o custo final da estrutura.

A ligação é considerada flexível quando a rotação relativa entre os componentes estruturais, após o carregamento, atingir 80% ou mais daquela teoricamente esperada para a rótula perfeita ($\theta_{pilar} = 0$, $\theta = \theta_{viga}$). Nesse caso, os momentos fletores transmitidos entre tais componentes são aproximadamente nulos, e na prática são

considerados nulos. As ligações flexíveis transmitem apenas forças cortantes e, eventualmente, força normal, das extremidades das vigas para os pilares. Tais ligações devem possuir capacidade adequada de rotação sem desenvolver momentos resistentes. Através de ensaios experimentais chegou-se à conclusão de que até mesmo as ligações classificadas como perfeitamente rotuladas apresentavam alguma rigidez.

Para os demais casos, a ligação é tratada como semi-rígida. Isto é, a restrição à rotação está entre 90% (ligação rígida) e 20% (ligação flexível) daquela teoricamente necessária para evitar qualquer rotação ($\theta_{viga} > \theta_{pilar}$, $\theta = \theta_{viga} - \theta_{pilar}$). Então, o momento imposto aos elementos de apoio não é nulo (ou quase nulo), como no caso de ligações flexíveis, nem o momento total como no caso de ligações rígidas.

2.3 – Classificação das Ligações

Para permitir que os projetistas possam considerar explicitamente o comportamento das ligações no projeto de estruturas de aço, existem na literatura várias maneiras de se classificar as ligações quanto à sua rigidez.

2.3.1 – Sistema de Classificação Segundo a NBR 8800 (ABNT, 1986)

A norma brasileira define dois tipos de estruturas:

- barras com ligações flexíveis nos apoios, que levam em conta apenas as reações de cálculo compatíveis com a hipótese de flexibilidade. Estas ligações flexíveis devem permitir a rotação de vigas simplesmente apoiadas nas extremidades;
- barras com ligações rígidas nos apoios, que levam em conta os efeitos combinados de todos os esforços solicitantes de cálculo, provenientes da rigidez total ou parcial das ligações.

2.3.2 – Sistema de Classificação do AISC (*American Institute of Steel Construction*)

A especificação ASD (*Allowable Stress Design*) (AISC, 1989) lista três tipos de construções:

- tipo 1 ou “*rigid-frame*”: a ligação viga-coluna possui rigidez suficiente para manter o ângulo geométrico original entre as barras;
- tipo 2 ou “*simple framing*”: a viga e a ligação transferem apenas reações verticais (cisalhamento), sem momento fletor. A ligação é livre para girar sem qualquer restrição;
- tipo 3 ou “*semi-rigid framing*”: considera-se que a ligação possui uma capacidade intermediária entre rígida (tipo 1) e flexível (tipo 2).

A especificação LRFD (*Load and Resistance Factor Design*) (AISC, 1999), baseada na resistência última da ligação, designa dois tipos de ligações:

- tipo FR, completamente restringida;
- tipo PR, parcialmente restringida.

O tipo FR corresponde ao tipo 1 da especificação ASD e o tipo PR inclui os tipos 2 e 3 da especificação ASD. Se o tipo PR for usado, o efeito da rigidez da ligação pode ser considerado na análise e projeto da estrutura.

2.3.3 – Classificação Segundo o EC3 (*European Committee for Standardization*) (ECS, 1992) e BJORHOVDE *et al* (1990)

Ambas as classificações baseiam-se no momento normalizado M em relação ao momento de plastificação da viga suportada, conforme a Eq.2.1.

$$\bar{M} = \frac{M}{M_p} \quad (2.1)$$

Onde M é o momento atuante na ligação e M_p é o momento de plastificação da viga.

A rotação por sua vez é normalizada em relação à rigidez da viga ou de uma dimensão de referência da mesma (Eq.2.2):

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\theta_p} \quad (2.2)$$

Sendo que, para o EC3 (Eq.2.3):

$$\theta_p = \frac{M_p}{(EI/L)} \quad (2.3)$$

E para BJORHOVDE *et al* (1990), conforme a Eq.2.4:

$$\theta_p = \frac{M_p}{(EI/5d)} \quad (2.4)$$

Onde:

θ : rotação relativa da ligação;

θ_p : rotação de referência;

L : comprimento da viga;

d : altura da viga e

EI : rigidez à flexão da viga.

O sistema de classificação do EC3 (ECS, 1992), conforme a FIG. 2.2, indica diferentes limites entre as regiões referentes as ligações rígidas e semi-rígidas para estruturas não contraventadas e contraventadas, respectivamente.

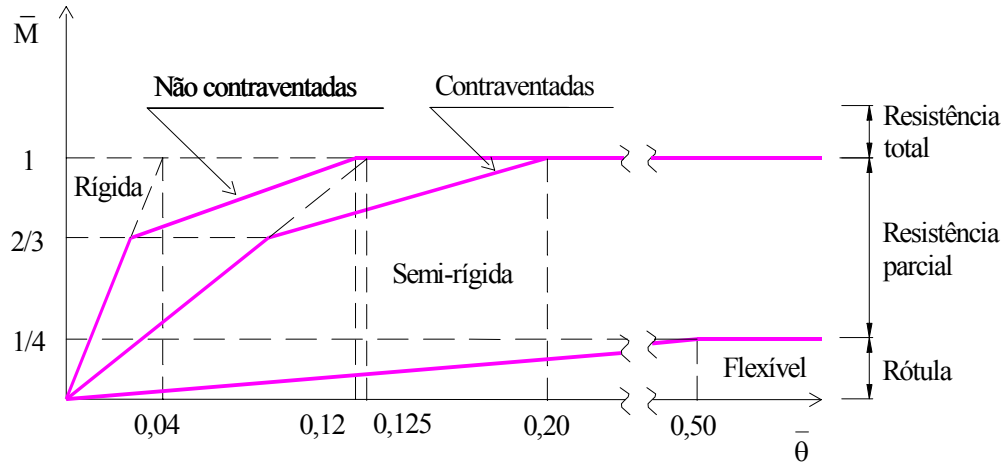


FIGURA 2.2 – Sistema de classificação do EC3 (ECS, 1992)

O sistema de classificação de BJORHOVDE *et al* (1990), adequado para pórticos indesejáveis, leva em consideração também o limite de ductilidade da ligação (FIG.2.3).

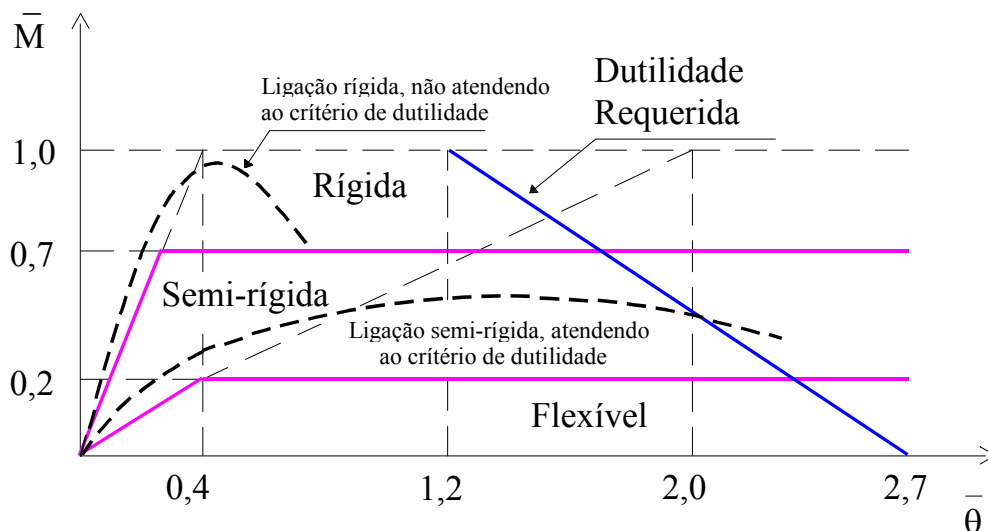


FIGURA 2.3 – Sistema de classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

2.3.4 – Classificação Segundo NETHERCOT *et al* (1998)

Seguindo uma nova tendência de classificação que leva em consideração as características do pórtico onde as ligações estão presentes, NETHERCOT *et al* (1998) estabeleceram novos conceitos quanto à classificação dessas ligações para o Estado Limite Último e considerando as Eq.2.1, 2.2 e 2.3, conforme a FIG.2.4. As ligações não-estruturais são aquelas que falham ao chegarem a determinados níveis de rotação e devem ser reprojatadas.

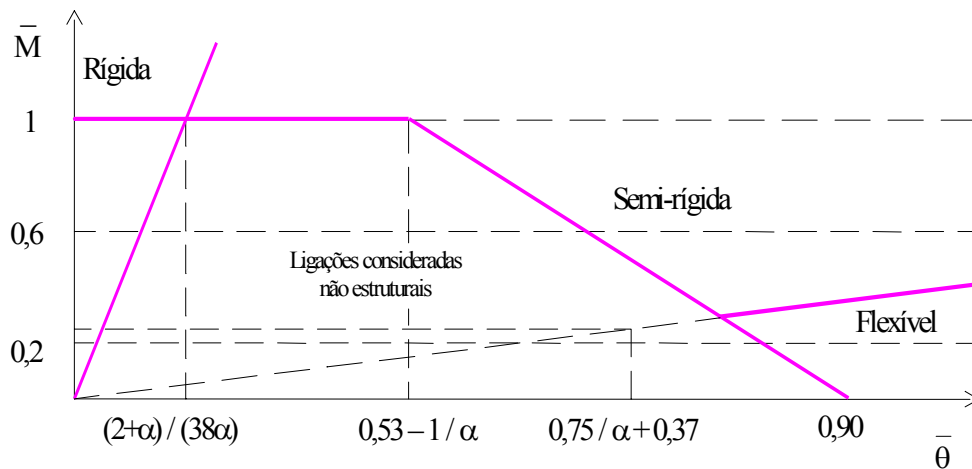


FIGURA 2.4 – Sistema de classificação segundo NETHERCOT *et al* (1998)

Onde:

α : razão de rigidez rotacional da viga-pilar, expressa por $\alpha = K_c / (EI/L)$

K_c : somatório da rigidez de todas as barras ligadas ao nó exceto da viga.

Para ligações de pilares internos, K_c deve ser tomado como infinito.

2.4 – Consideração da Semi-Rigidez das Ligações

Para que o comportamento da estrutura real seja o esperado teoricamente, deve-se reproduzir na prática as condições mais próximas possíveis das consideradas no dimensionamento. As ligações tidas como engaste (ligações rígidas) têm execução de custo elevado e difícil, sendo que nas mesmas são desenvolvidos momentos de engastamento elevados nas vigas e pilares. Quando a ligação é considerada rotulada (ligação flexível), a estrutura perde rigidez e torna-se necessário, em diversos casos, o uso de contraventamento no sistema estrutural, o que aumenta o consumo de aço. As ligações rotuladas permitem o aparecimento de momentos elevados nas seções centrais das vigas conectadas. Com o uso de ligações semi-rígidas acontece um balanceamento entre o momento de extremidade e o momento central das vigas, juntamente com uma redução dos comprimentos de flambagem dos pilares, o que reduz o peso do aço no dimensionamento da estrutura, conforme a FIG.2.5.

Segundo SHERBOURNE e BAHAARI (1994), algumas considerações devem ser feitas antes da análise de estruturas com ligações semi-rígidas, tais como:

- a) efeito da flexibilidade da ligação no caso de cargas concentradas e distribuídas, capacidade máxima de carga, deformações e estabilidade dos pórticos;
- b) métodos de implementação de ligações semi-rígidas na análise de pórticos;
- c) validade dos diferentes tipos de modelos para o projeto;
- d) sugestões para procedimentos de projetos de acordo com a flexibilidade da ligação;
- e) avaliação do benefício de se considerar a flexibilidade da ligação em projetos.

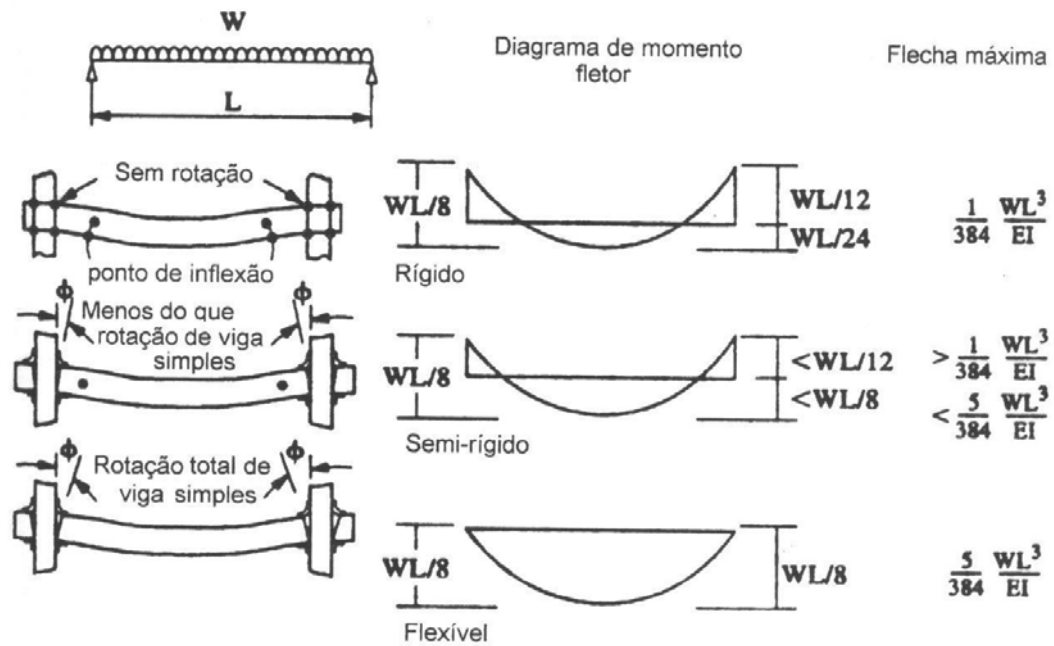


FIGURA 2.5 – Efeito de ligações semi-rígidas em momentos e flechas – Resposta elástica

2.5 – Método da Linha da Viga

Quando o suporte é rígido, usa-se o método da linha da viga para se encontrar o momento e a rotação da ligação em uma viga sujeita a um determinado tipo de carregamento. Este método consiste na construção da linha da viga e da curva Momento-Rotação da ligação, no mesmo diagrama.

Da teoria básica estrutural, de acordo com a FIG.2.6, pode ser mostrado que a rotação θ_i de uma viga prismática ij é dada pelas Eq.2.5 e 2.6:

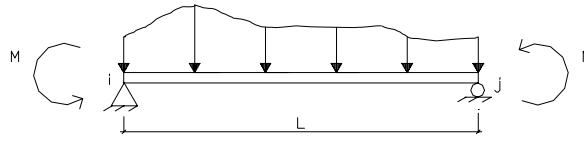


FIGURA 2.6 – Viga com carregamento distribuído

$$\theta_i = \frac{L}{6EI} [2(M_{fi} - M_i) - (M_{fj} - M_j)] \quad (2.5)$$

Onde M_{fi} e M_{fj} são os momentos nas extremidades i e j da viga para uma ligação perfeitamente rígida, M_i e M_j são os momentos parciais nas extremidades i e j da viga para uma ligação real.

Similarmente, para a extremidade j tem-se:

$$\theta_j = \frac{L}{6EI} [2(M_{fj} - M_j) - (M_{fi} - M_i)] \quad (2.6)$$

Para $\theta_j = 0$ (ligação perfeitamente rígida em j):

$$M_{fj} - M_j = \frac{M_{fi} - M_i}{2} \quad (2.7)$$

Substituindo a Eq.2.7 na Eq.2.5, vem que:

$$\theta_i = \frac{L}{4EI} (M_{fi} - M_i) \quad (\text{quando } \theta_j = 0) \quad (2.8)$$

Se a extremidade j for rotulada, então M_{fj} e M_j são ambos nulos e a Eq.2.5 torna-se:

$$\theta_i = \frac{L}{3EI} (M_{fi} - M_i) \quad (2.9)$$

Nota-se que as Eq.2.8 e 2.9 possuem coeficientes de rigidez familiares para extremidade oposta engastada e rotulada, respectivamente. Se as ligações nas duas extremidades forem idênticas e o carregamento for simétrico, M_{fi} e M_{fj} são iguais e opostos e, conseqüentemente, M_i e M_j são também iguais e opostos.

$$M_{fi} - M_j = -(M_{fi} - M_i) \quad (2.10)$$

E assim a Eq.2.5 reduz-se a:

$$\theta_i = \frac{L}{2EI} (M_{fi} - M_i) \quad (2.11)$$

Para o caso da FIG.2.6, com carga distribuída:

$$M_{fi} = \frac{wL^2}{12} \quad (2.12)$$

Para ligação totalmente flexível, $M_i = 0$ e, de acordo com a Eq.2.11:

$$\theta = \frac{L}{2EI} \frac{wL^2}{12} = \frac{wL^3}{24EI} \quad (2.13)$$

Para ligação semi-rígida, com $M_i = M$, tem-se:

$$\theta = \underbrace{\frac{wL^3}{24EI}}_{\text{Parcela devida à carga distribuída } w} - \underbrace{\frac{ML}{2EI}}_{\text{Parcela devida ao momento real na extremidade}} \left\{ \begin{array}{l} \text{bi-rotulada : } \theta = \frac{wL^3}{24EI} \rightarrow M = 0 \\ \text{bi-engastada : } \theta = 0 \rightarrow M = \frac{wL^2}{12} \end{array} \right\} \quad (2.14)$$

Tem-se assim a linha da viga (equação de uma reta):

$$M = \frac{wL^2}{12} - \frac{wL^2}{12} \cdot \frac{\theta}{\frac{wL^3}{24EI}} = \frac{wL^2}{12} \left(1 - \frac{24EI}{wL^3} \cdot \theta \right) \quad (2.15)$$

A interseção da linha da viga com a curva M- θ da ligação determina o momento M_v e a rotação θ_v na extremidade da viga, como mostrado na FIG.2.7.

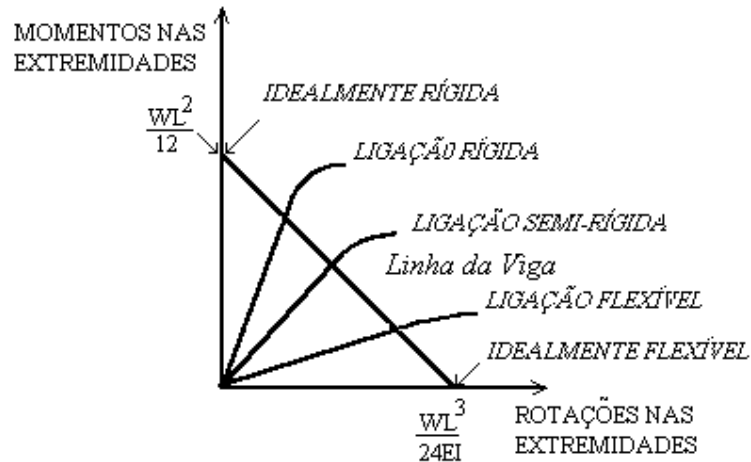


FIGURA 2.7 – Linha da viga e os diagramas M- θ para os tipos de ligação

No caso em que o suporte também gira, a análise torna-se mais complexa e, normalmente, são usados programas de computador onde a curva $M-\theta$ é previamente definida.

2.6 – Modelagem Analítica do Comportamento de Ligações

É intenção de vários pesquisadores conseguir uma padronização da relação momento-rotação para as ligações, até um nível que permita ao projetista escolher qual a curva que represente o comportamento não-linear da ligação escolhida. A função padrão pode ser expressa em termos de parâmetros geométricos e físicos.

As pesquisas procuraram principalmente solucionar o problema relativo a proposições de modelos matemáticos que representassem o comportamento não-linear da relação momento-rotação das ligações semi-rígidas entre vigas e pilares de aço. Geralmente, os modelos matemáticos são baseados em dados experimentais e ou procedimentos numéricos.

2.6.1 – Modelos Lineares

O modelo linear utiliza a rigidez inicial K_i para representar o comportamento da ligação para toda sua faixa de carregamento. Um modelo bilinear tem uma segunda inclinação menos acentuada a partir de um certo momento de transição M_T . No modelo linear por trechos, a não-linearidade da curva momento-rotação é aproximada por uma série de segmentos retos. Embora estes modelos lineares possuam uma formulação simples, as mudanças de rigidez nos pontos de transição os tornam difíceis de serem implementados em programas de dimensionamento automático, segundo CHEN *et al* (1992).

2.6.2 – Modelo Polinomial

SOMMER (1969) usou o procedimento de ajuste da curva pelo método dos mínimos quadrados para padronizar a curva momento-rotação para uma série de ligações do tipo placa de extremidade curta, na forma de uma função polinomial, conforme a Eq.2.16.

FRYE e MORRIS (1975) aplicaram o método de SOMMER (1969) para diferentes tipos de ligações e usaram a função adimensional resultante para analisar estruturas planas nas quais somente a deformação rotacional da ligação foi considerada.

$$\theta = C_1(KM)^1 + C_2(KM)^3 + C_3(KM)^5 \quad (2.16)$$

$$K = P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_n^{\alpha_n}$$

Sendo:

K : fator de padronização adimensional dependente do tipo e das dimensões geométricas mais significantes da ligação;

P_i : parâmetros geométricos de padronização (dimensões mais significantes) da ligação;

α_i : expoentes determinados empiricamente;

C_1, C_2, C_3 : coeficientes determinados empiricamente através de ajustes pelo Método dos Mínimos Quadrados;

M : momento aplicado na ligação;

θ : rotação relativa, em radianos, da seção correspondente à ligação.

Na FIG.2.8 estão indicados os parâmetros de padronização P_i (d, t, e f) correspondentes à ligação com chapa de extremidade: (a) sem enrijecedores no pilar e (b) com enrijecedores no pilar. Na TAB.2.1, adaptada da referência FRYE e MORRIS (1975), são encontradas todas as informações necessárias para a determinação da função que relaciona momentos com rotações da ligação esquematizada na FIG.2.8.

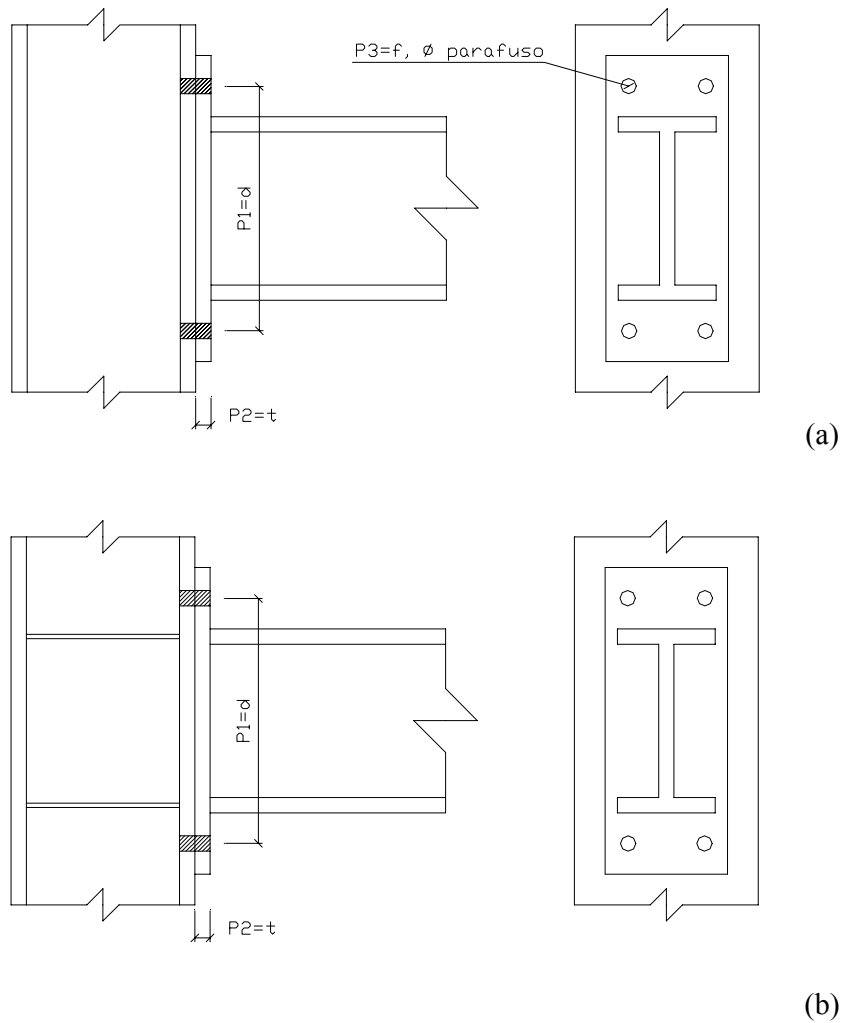


FIGURA 2.8 – Parâmetros de padronização correspondentes à ligação com chapa de extremidade (a) sem enrijecedores no pilar (b) com enrijecedores no pilar

Onde:

d : altura da ligação;

t : espessura da chapa de extremidade;

f : diâmetro do parafuso.

TABELA 2.1– Função padronizada momento- rotação

Tipo de ligação	Função padronizada momento-rotação	Constante de padronização	Desvio máximo entre a curva padronizada e a curva experimental
Chapa de extremidade sem enrijecedores no pilar	$\theta = 1,83(KM)x10^{-3} - 1,04(KM)^3x10^{-4} + 6,38(KM)^5x10^{-6}$	$K = d^{-2,4} t^{-0,4} f^{1,1}$	3%
Chapa de extremidade com enrijecedores no pilar	$\theta = 1,79(KM)x10^{-3} + 1,76(KM)^3x10^{-4} + 2,04(KM)^5x10^{-4}$	$K = d^{-2,4} t^{-0,6}$	6%

Algumas limitações foram impostas por FRYE e MORRIS (1975), a saber:

- a) a deformação na ligação devida aos efeitos de força cortante e força normal foi ignorada;
- b) todas as barras são prismáticas;
- c) a estrutura é carregada com carga estática concentrada ou uniformemente distribuída;
- d) possível flambagem de barras individuais ou partes da estrutura é ignorada;
- e) os efeitos de encruamento são negligenciados;
- f) o material das barras é linearmente elástico;
- g) as deflexões são suficientemente pequenas para não afetar a geometria da estrutura;
- h) a estrutura comporta-se linearmente exceto quanto às características não-lineares força-deformação das ligações.

Um dos problemas com este tipo de modelagem são as flutuações indesejáveis da curva $M-\theta$ a partir de certo ponto. Isso tem como consequência uma variação considerável nos valores das rigidezes das ligações. Como a rigidez da ligação é representada pela inclinação da curva, essas flutuações levam a obter valores de rigidez até mesmo negativos, o que fisicamente não tem sentido.

Uma equação do tipo polinomial é analisada no Capítulo 4.

2.6.3 – Modelo B-Spline Cúbica

JONES *et al* (1980) sugeriram um polinômio cúbico para ajustar segmentos de uma curva. Este método requer a divisão da faixa de rotações da ligação em um número finito de faixas menores. Dentro de cada faixa, uma função cúbica é ajustada mantendo-se as continuidades da primeira e segunda derivadas entre as faixas adjacentes. Embora um excelente ajuste de curva com dados de ensaio seja obtido, um grande número de pontos é requerido no processo de ajuste de curva, segundo SHERBOURNE e BAHARI (1997).

Esta técnica de modelagem iterativa de formas geométricas permite obter uma descrição numérica da curva $M-\theta$ da ligação. Além disto, pode-se obter valores corretos para a rigidez da ligação, os quais podem ser utilizados diretamente na matriz de rigidez numa análise de estruturas aperticadas com ligações semi-rígidas.

2.6.3.1 – Modelo B-Spline Tensionada

As teorias sobre a B-Spline cúbica e a curva de Bézier formam a base para o entendimento da técnica de ajuste pela B-Spline tensionada utilizada no Capítulo 4 como estudo comparativo entre os dados obtidos experimentalmente. Para isto, neste trabalho foi implementado um algoritmo na linguagem FORTRAN para B-Spline tensionada utilizando-se um programa desenvolvido inicialmente em BASIC. O programa fornece uma saída numérica da 1ª e da 2ª derivadas em cada ponto ajustado correspondente à curva $M-\theta$ da ligação.

A FIG.2.9 apresenta curvas de interpolação utilizando splines cúbicas através dos pontos P_0 a P_5 . Ao interpolar todos os pontos poderão surgir oscilações indesejáveis, pois fica-se à mercê da distribuição dos pontos.

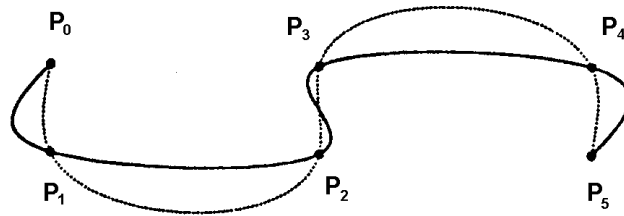


FIGURA 2.9 – Interpolação dos pontos P_0 a P_5 através de splines cúbicas

A utilização das splines cúbicas não oferece ao usuário uma idéia de como será o desenho da curva, além das oscilações indesejáveis. Para contornar esses problemas pode-se adotar a técnica que utiliza as curvas de Bézier. Esta técnica permite uma percepção melhor da relação entre as condições de contorno e a curva obtida. Pode-se mudar o desenho e a ordem da curva até se atingir a forma desejada, desde que se empreguem parâmetros facilmente controláveis, conforme MOLINA (1988).

Com esta técnica interpola-se apenas o primeiro e o último vértice. Os outros vértices do polígono de controle definem as derivadas, a ordem e a forma da curva. Na FIG. 2.10 encontra-se um esboço do traçado de curvas de Bézier, onde as formas das curvas se aproximam do polígono de controle (P_0 , P_1 , P_2 e P_3) e podem ser modificadas facilmente através da mudança das posições dos vértices do polígono.

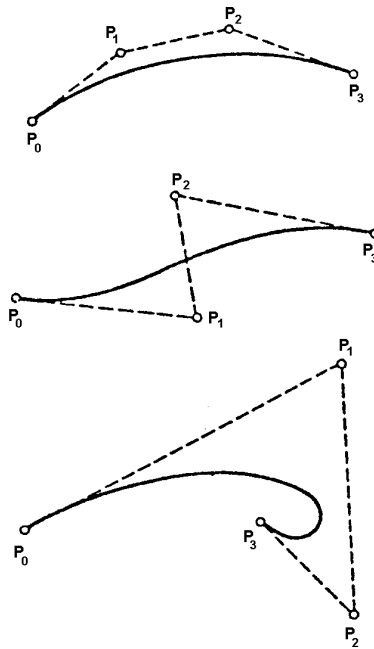


FIGURA 2.10 – Curvas de Bézier, onde os vértices P_0 a P_3 formam o polígono de controle

A curva gerada usando a técnica B-Spline é dada pela Eq.2.17 parametrizada:

$$P(t) = \sum_{i=1}^n P_i N_{i,k}(t) \quad (2.17)$$

Onde:

$P(t)$: vetores posição ao longo da curva em função do parâmetro t ;

P_i : vértices do polígono de controle da curva;

$N_{i,k}(t)$: funções de ponderação da base B-Spline de ordem k ;

n : número de vértices do polígono de controle.

As funções de ponderação $N_{i,k}(t)$ são definidas recursivamente em DE BOOR (1978) pela Eq.2.18.

$$\begin{aligned}
 N_{i,1}(t) &= \begin{cases} 1, & \text{se } x_i \leq t < x_{i+1} \\ 0, & \text{nos outros casos} \end{cases} \\
 N_{i,k}(t) &= \frac{(t-x_i)N_{i,k-1}(t)}{x_{i+k-1}-x_i} + \frac{(x_{i+k}-t)N_{i+1,k-1}(t)}{x_{i+k}-x_{i+1}}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Os valores de x_i são elementos que compõem o vetor nó. Eles relacionam a variável paramétrica t aos P_i pontos de controle. Os valores x_i são dados pela Eq.2.19:

$$\begin{aligned}
 x_i &= 0, & i &= 1, 2, \dots, k \\
 x_i &= i - k, & i &= k + 1, k + 2, \dots, n \\
 x_i &= n - k + 1, & i &= n + 1, n + 2, \dots, n + k
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Para as curvas de Bézier, o número de pontos de controle determina o grau das funções polinomiais de ponderação, enquanto que, para as curvas B-Spline, o grau destas funções é controlado pelo parâmetro k , independentemente do número de pontos de controle.

Ao se adotar para a ordem da curva o mesmo número de pontos do polígono de controle, obtém-se uma curva de Bézier. Quanto menor for a ordem da curva, mais próxima a curva estará do polígono de controle. Quando a ordem for igual a dois (grau 1), a curva coincidirá com o próprio polígono de controle. Inversamente, ao se aumentar a ordem da curva obtém-se uma configuração mais tensionada da curva gerada.

Na FIG.2.11, adaptada de BARTELS *et al* (1987), pode-se observar as curvas B-Spline de diversas ordens obtidas para os mesmos vértices de controle.

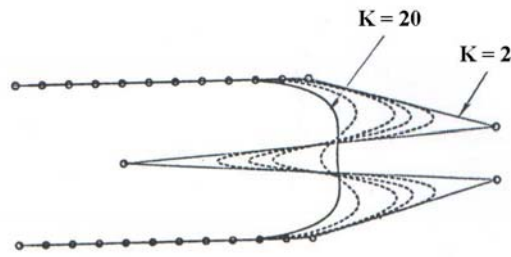


FIGURA 2.11 – Curvas B-Spline de ordens 2, 3, 4, 5, 10, e 20 para os mesmos vértices de controle

2.6.4 – Modelos de Potência

a) KISHI e CHEN (1987a,b) estudaram o comportamento de ligações com duplas cantoneiras de alma com e sem cantoneiras de topo e assento e propuseram um modelo de potência de três parâmetros (Eq.2.20). FOLEY e VINNAKOTA (1995) usaram esta mesma equação para analisar ligações com chapa de extremidade sem enrijecedores no pilar, a qual será utilizada no Capítulo 4 deste estudo. Porém, o procedimento não é limitado apenas para esse tipo de ligação.

$$M = \frac{K_i \theta}{\left\{ 1 + \left(\frac{K_i \theta}{M_p} \right)^\beta \right\}^{1/\beta}} \quad (2.20)$$

Onde:

K_i : rigidez inicial da ligação;

M_p : momento plástico da ligação;

β : parâmetro de forma da curva M- θ .

Uma equação empírica para calcular o valor de β é assumida por CHEN e KISHI (1989) como uma função linear de $\log_{10}\theta_0$, como mostra a TAB.2.2, conforme GOTO e MIYASHITA (1998):

TABELA 2.2 – Equação empírica para o parâmetro de forma β

Ligação	β
Chapa de extremidade estendida na região de tração e compressão sem enrijecedor no pilar	$1,730X + 6,077$ ($X > -2,81$)
	1,216 ($X \leq -2,81$)
Chapa de extremidade estendida na região de tração e compressão com enrijecedor no pilar	$1,832X + 5,021$ ($X > -2,00$)
	1,357 ($X \leq -2,00$)
Nota: $X = \log_{10}\theta_0$	

Para validar o modelo, FOLEY e VINNAKOTA (1995) usaram os testes realizados por IOANNIDES (1978) para estudar o comportamento do flange do pilar em ligações com chapa de extremidade sem enrijecedores no pilar. Todas as chapas, viga e pilar são de aço A36 e parafusos ASTM A325, sendo as propriedades geométricas dadas na TAB.2.3:

TABELA 2.3 – Espécimes usados por IOANNIDES (1978)

Teste	Viga	Pilar	t_{ep} (in)	ϕ Paraf. (in)	K_i (kip in/rad)	M_p (kip in)	β
1	W14x22	W8x35	0,625	$\frac{3}{4}$	286,104	1195	0,95
2	W18x35	W10x49	0,750	$\frac{7}{8}$	1245,84	2020	0,95
3	W24x55	W14x48	0,875	1	2770,88	3107	0,95
4	W14x22	W8x35	0,875	$\frac{3}{4}$	363,50	1195	0,95
5	W18x35	W10x49	1,250	$\frac{7}{8}$	1344,96	2257	0,95
6	W24x55	W14x48	1,250	1	3663,36	3140	0,95

O valor de $\beta = 0,95$ foi escolhido por descrever melhor a tendência de dados experimentais. Porém, com mais dados experimentais, β pode ser estatisticamente escolhido.

- b) A função de RICHARD-ABBOTT (1975), proposta primeiramente para representar a relação tensão-deformação, expressa o momento em termos da rotação usando 4 parâmetros (Eq.2.21), segundo SHERBOURNE e BAHARI (1997).

$$M = \frac{(K_i - K_p)\theta}{\left[1 + \left|\frac{(K_i - K_p)\theta}{M_r}\right|^n\right]^{1/n}} + K_p\theta \quad (2.21)$$

Onde:

K_i : rigidez inicial;

K_p : rigidez dada pela assíntota à curva $M-\theta$;

M_r : momento de referência e

n : parâmetro de forma da curva.

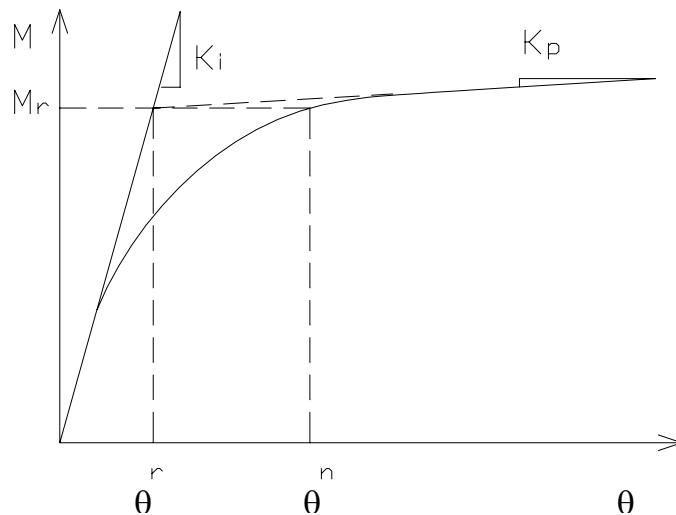


FIGURA 2.12 – Parâmetros usados na função padronizadora

ATTIOGBE e MORRIS (1991) compararam a função de RICHARD-ABBOTT (1975) e RAMBERG-OSGOOD (1943) computando o erro normalizado de aproximação para as curvas estudadas de 5 tipos de ligações geralmente usadas. Para cada tipo de ligação pesquisaram-se 3 modelos, um modelo com baixa rigidez, um com média rigidez e outro com alta rigidez. Verificaram que a função de RICHARD-ABBOTT (1975) teve um ajuste melhor em 10 dos 15 casos estudados. Dentre as ligações estudadas na qual esta função teve um erro relativo superior ao da função de RAMBERG-OSGOOD (1943) estavam dois casos da ligação do tipo chapa de extremidade, sendo um com baixa rigidez e outro com alta rigidez, conforme a TAB.2.4:

TABELA 2.4 – Erros de aproximação

Ligação	Rigidez ^a	Erro de aproximação x 10 ⁶		Erro relativo ^b
		Richard-Abbott	Ramberg-Osgood	
Chapa de extremidade	1	20,28	13,60	1,529
	2	6,38	93,70	0,068
	3	1.610,00	70,10	22,967

Nota: ^a Números representativos da rigidez inicial de cada tipo de ligação: 1 = baixa, 2 = média e 3 = alta
^b Erro relativo = erro de aproximação da função de Richard-Abbott / erro de aproximação da função de Ramberg-Osgood; valores menores que 1 implicam que a função de Richard-Abbott aproxima melhor.

c) COLSON e LOUVEAU (1983) apresentaram uma função de potência de três parâmetros, conforme a Eq.2.22, segundo CHEN *et al* (1992).

$$\theta_r = \frac{|M|}{K_i} \frac{1}{1 - |M / M_u|^n} \quad (2.22)$$

Onde:

K_i : rigidez inicial da ligação;

M_u : momento último da ligação e

n : parâmetro de forma da curva M- θ_r .

- d) ANG e MORRIS (1984) usaram uma função de RAMBERG-OSGOOD (1943) padronizada numa forma de potência de quatro parâmetros (Eq.2.23), conforme CHEN *et al* (1992):

$$\frac{\theta}{(\theta_r)_o} = \left| \frac{KM}{(KM)_o} \right| \left[1 + \left(\left| \frac{KM}{(KM)_o} \right| \right)^{n-1} \right] \quad (2.23)$$

Onde $(\theta_r)_o$, $(KM)_o$, e n são parâmetros e K é a constante de padronização dependente do tipo e geometria da ligação.

2.6.5 – Modelos Exponenciais

- a) CHEN e LUI (1985) propuseram um modelo exponencial de multiparâmetros (Eq.2.24), conforme CHEN *et al* (1992):

$$M = \sum_{j=1}^m C_j \left[1 - \exp\left(-\frac{|\theta_r|}{2j\alpha}\right) \right] + M_o + R_{kj} |\theta_r| \quad (2.24)$$

Onde:

M_o : valor inicial de momento da ligação;

R_{kj} : rigidez de deformação por encruamento;

α : fator de escala;

C_j : constantes de ajuste de curva e

$m = 4$ a 6 , geralmente é suficiente na maioria dos casos, segundo SHERBOURNE e BAHAAARI (1997).

b) KISHI e CHEN (1986 a,b) refinaram o modelo exponencial de CHEN-LUI (1985) para acomodar componentes lineares (Eq.2.25), segundo CHEN *et al* (1992):

$$M = \sum_{j=1}^m C_j \left[1 - \exp\left(-\frac{|\theta_r|}{2j\alpha}\right) \right] + M_o + \sum_{k=1}^n D_k (\theta_r - \theta_k) H[\theta_r - \theta_k] \quad (2.25)$$

$$H[\theta] = 1 \quad \theta \geq 0$$

$$H[\theta] = 0 \quad \theta < 0$$

Onde:

D_k : parâmetros constantes para função linear;

θ_k : rotações iniciais de componentes lineares;

$H[\theta]$: função de grau de Heaviside e

C_j e D_k : constantes de ajuste de curva.

c) YEE e MELCHERS (1986) propuseram um modelo exponencial de quatro parâmetros (Eq.2.26), conforme CHEN *et al* (1992).

$$M = M_p \left\| 1 - \exp\left[-\frac{(K_i - K_p + C\theta)\theta}{M_p}\right] \right\| + K_p \theta \quad (2.26)$$

Onde:

M_p : capacidade de momento plástico;

K_i : rigidez elástica inicial;

K_p : rigidez assíntota da ligação e

C : constantes de ajuste de curva.

Outros pesquisadores têm desenvolvido modelos especiais para ajustar especificamente o comportamento de seus próprios testes na obtenção de curvas $M-\theta$, alguns baseados na análise por elementos finitos, como, por exemplo: LIPSON e HAGUE (1978), para ligações com cantoneiras de almas simples; AHUJA (1982), modelo com ligações por chapa de extremidade enrijecida; KUKRETTI *et al* (1987) e KRISHNAMURTHY (1978), para ligações com chapa de extremidade; SHERBOURNE e BAHAARI (1997), para ligações com chapa de extremidade parafusada.

2.7 – Modelos Analíticos em Ligações de Perfis Formados a Frio

Em se tratando de perfis conformados a frio, existe um número muito reduzido de pesquisas voltadas ao comportamento de ligações semi-rígidas e não foram verificados na bibliografia modelos analíticos que representem o comportamento não-linear de ligações escolhidas neste trabalho utilizando tais perfis.

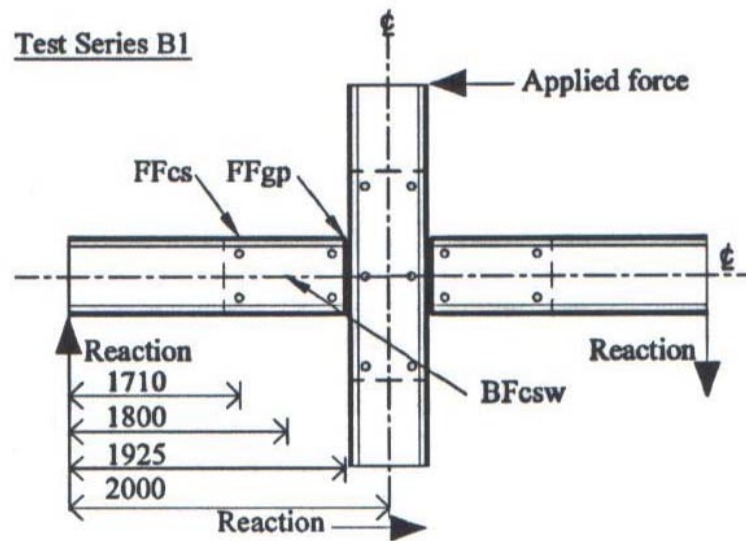
WONG e CHUNG (2002) realizaram ensaios experimentais em 20 ligações parafusadas em perfis formados a frio, sendo 16 ligações viga-pilar e 4 em base de coluna, com diferentes configurações, para avaliar a resistência e a rigidez das mesmas. Foram observados 4 diferentes modos de colapso:

- a) Modo BF_{csw} : colapso na alma da viga entre os parafusos;
- b) Modo LTB_{gp} : flambagem lateral por torção da chapa de gusset;
- c) Modo FF_{gp} : flexão da chapa de gusset;
- d) Modo FF_{cs} : flexão das seções conectadas.

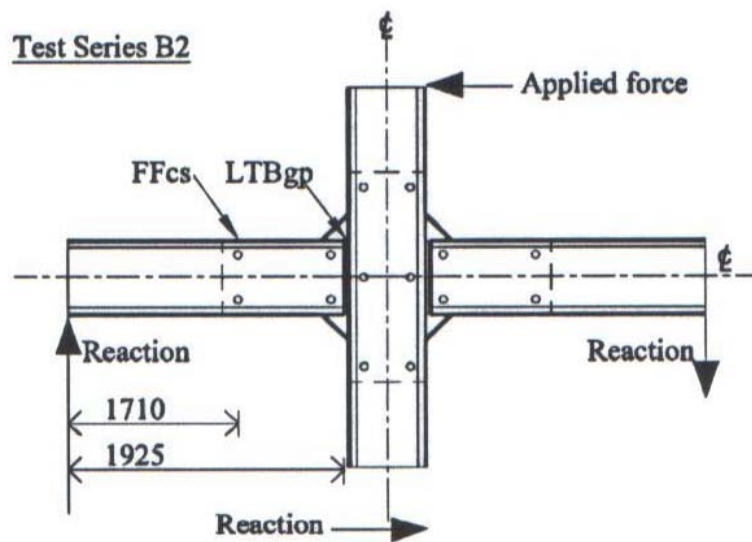
A configuração básica proposta por WONG e CHUNG (2002) para as ligações parafusadas de perfis formados a frio consiste em:

- a) as vigas e pilares são formados com perfil duplo U enrijecido, com resistência ao escoamento de 45 kN/cm^2 ;
- b) as ligações a momento viga-pilar são constituídas por chapa de gusset laminada a quente;
- c) um mínimo de 4 parafusos por viga são usados. Todos os parafusos têm 16 mm de diâmetro, classe 8.8, e foram instalados com torque de 5 kNm.

As FIG. 2.13 e 2.14 apresentam o esquema geral dos ensaios realizados por WONG e CHUNG (2002) para as ligações viga-pilar e base de coluna, bem como a localização das seções críticas, respectivamente.



<u>Failure mode</u>	<u>Distance from support (mm)</u>
FFcs (S = 180 mm)	1710
FFgp	1925
BFcsw	1800



<u>Failure mode</u>	<u>Distance from support (mm)</u>
FFcs (S = 180 mm)	1710
FFcs (S = 240 mm)	1650
LTBgp	1925

FIGURA 2.14 – Localização das seções críticas e os respectivos modos de colapso das ligações de WONG e CHUNG (2002)

No entanto, WONG e CHUNG (2002) não propuseram nenhuma formulação para analisar o comportamento M- θ das ligações estudadas. As únicas modelagens para perfis formados a frio encontradas na literatura foram as de TAN e RODEES (1994) e TAN *et al* (1996), conforme segue.

TAN e RODEES (1994) investigaram ligações não padronizadas usando perfil U, como mostra a FIG.2.15. A espessura do conector variou de 3 mm a 7 mm, com incremento de 1 mm em quatro séries de ensaio.

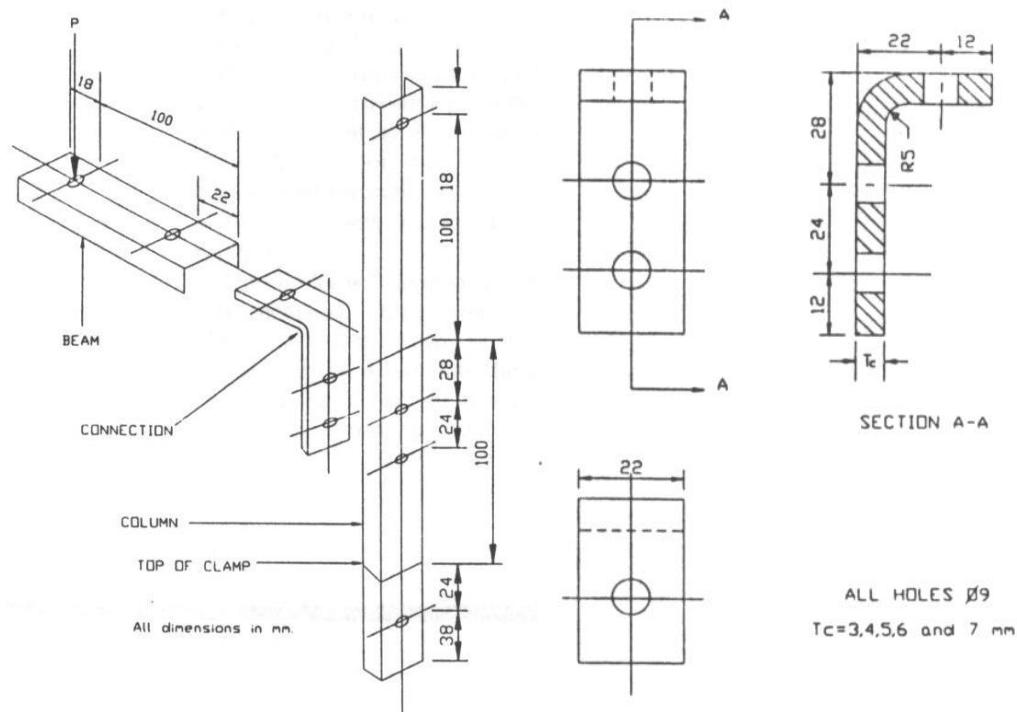


FIGURA 2.15 – Dimensões da ligação viga-pilar

Uma expressão empírica (Eq.2.27) foi derivada através de técnica de ajuste de curva para descrever a rigidez inicial da ligação.

$$R_0 = \left(\frac{9,1811 \times 10^{-5}}{t^3} - 0,002073t - \frac{0,016417}{t_c^3} + \frac{0,016575}{t_c} \right)^{-1} \quad (2.27)$$

O seguinte modelo matemático foi baseado nos dados momento-rotação obtidos experimentalmente (Eq.2.28).

$$R = R_0 - CM \rightarrow R = \frac{M}{\theta} \quad (2.28)$$

Onde:

R_0 : rigidez inicial;

R : rigidez da ligação;

t : espessura do perfil U

t_c : espessura do conector.

Então, o comportamento momento-rotação pode ser expresso conforme a Eq.2.29.

$$M = \frac{\theta R_0}{1 + C\theta} \quad (2.29)$$

Introduzindo o momento obtido experimentalmente e a rotação relativa correspondente num programa de ajuste de curva, as constantes R_0 e C podem ser obtidas.

TAN *et al* (1996) obtiveram experimentalmente o comportamento momento-rotação de uma ligação individual e desenvolveram um modelo matemático com base em dados experimentais para representar de forma aproximada este comportamento (Eq.2.30).

O modelo estudado foi uma ligação viga-pilar utilizando perfil U, conforme a FIG.2.16. A investigação consistiu de três séries; em cada série usou-se a mesma espessura da barra ($t_m = 0,5$ mm; 0,8 mm e 1,0 mm) enquanto que a espessura do conector variou ($t_c = 4,8$ mm; 5,5 mm; 7,5 mm e 8,4 mm).

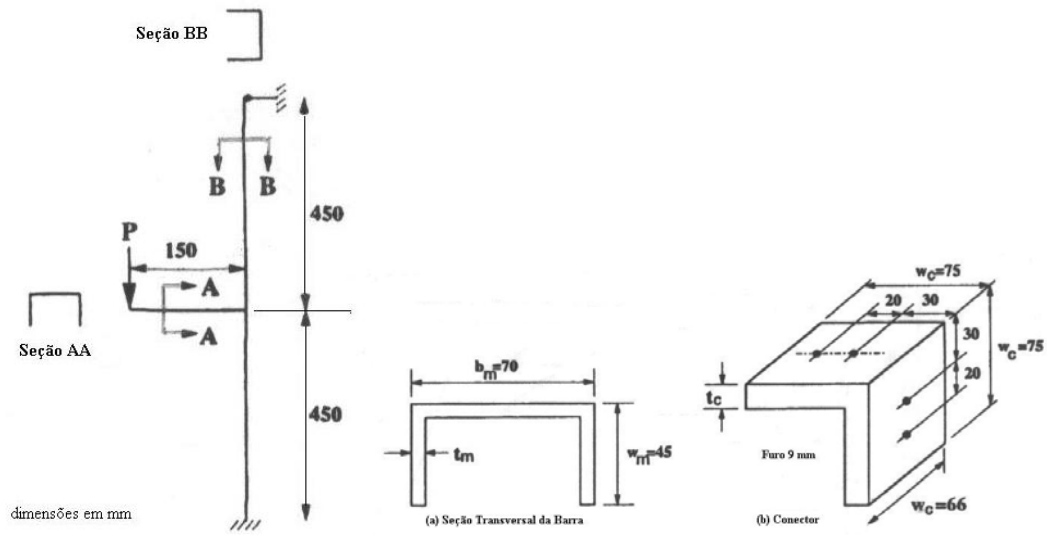


FIGURA 2.16 – Dimensões globais da ligação

$$\theta = C_1 [\exp(C_2 \cdot K \cdot M - 1)] \quad (2.30)$$

Onde:

$$K = b_c^{-1} \cdot w_c^{-1} [\exp(t_c)]^a \cdot b_m \cdot w_m \cdot (t_m)^d \quad (2.31)$$

Introduzindo o momento obtido experimentalmente e a rotação correspondente num programa de ajuste de curva, foram geradas as seguintes constantes: $a = -0,0487$, $d = 1,299$, $C_1 = 0,256$, $C_2 = 0,00918$.

3

PROGRAMA EXPERIMENTAL

3.1 – Introdução

Neste capítulo é apresentado o comportamento experimental de algumas ligações projetadas para as estruturas em perfis formados a frio dos prédios de quatro a sete pavimentos que vêm sendo construídos para a COHAB/MG e a CDHU-SP.

Com estes resultados experimentais são analisados no Capítulo 4 modelos analíticos que representem de forma eficaz o comportamento das ligações estudadas. É determinada a relação entre o momento na ligação e a rotação relativa de suas partes, com a elaboração do gráfico $M-\theta$ para cada caso estudado. Com isto, em pesquisas futuras complementares, poderão ser propostos novos modelos de análise para as estruturas de perfis formados a frio de forma a permitir seu emprego imediato em análise, via softwares apropriados.

Para as ligações estudadas nesta pesquisa foram realizados ensaios no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES), do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG, em modelos em escala real. Foram analisadas ligações classificadas na prática como rígidas e semi-rígidas, sendo soldadas ou parafusadas.

3.2 – Conceitos e Prescrições de Normas Técnicas

Foram dimensionados e ensaiados 5 tipos de ligações para estudo: rígida parafusada e semi-rígida parafusada; rígida e semi-rígida soldadas. Oito modelos foram testados, sendo 2 para a ligação semi-rígida parafusada e um para cada um dos outros tipos, determinando-se a curva $M-\theta$ para todos os espécimes.

Os momentos atuantes na ligação e as rotações correspondentes foram determinados em todas as fases de carregamento da ligação, de forma a se ter uma curva $M-\theta$ completa com todas as suas etapas até o colapso da ligação.

Para o dimensionamento dos modelos, foram consideradas as prescrições das normas técnicas NBR 8800 (ABNT, 1986), NBR 14762 (ABNT, 2001) e AISI (AISI, 1996).

3.3 – Descrição dos Modelos

A investigação experimental desta pesquisa consistiu na realização de 8 ensaios de ligações em perfis formados a frio, divididos em 2 grupos, um parafusado e outro soldado.

Todos os modelos ensaiados eram constituídos de perfis fabricados com chapa fina de aço carbono produzida pela USIMINAS, especificamente Aço USI SAC 300, com seções transversais obtidas por perfilagem contínua em mesa de roletes, tendo o aço as seguintes propriedades mecânicas nominais à tração:

f_y : resistência ao escoamento = 300 MPa

f_u : resistência à ruptura do aço à tração = 450 MPa

Nos modelos de ligações parafusadas empregou-se chapa de extremidade estendida, sendo duas ligações semi-rígidas na menor inércia do pilar, uma rígida na maior inércia do pilar e uma ligação semi-rígida na maior inércia do pilar. Para as vigas foram utilizados perfis caixa 250x134x25x2; para os pilares foram empregados os perfis duplo cartola 134x134x30x4,75, com parafusos ASTM A325 ϕ 16 e eletrodo E7018G nas soldas de filete com perna de 3mm.

Nas ligações soldadas foram utilizadas as vigas de perfis caixa 170x130x25x2; para os pilares foram empregados os perfis duplo cartola 134x134x30x3, eletrodo E7018G. Analisaram-se 4 tipos de ligações: semi-rígida e rígida na maior inércia do pilar; duas ligações semi-rígidas na menor inércia do pilar.

Os modelos 01A, 01B, 02A e 02B constituem algumas possíveis ligações para os prédios do sistema Usiteto de 05 pavimentos e os demais modelos são ligações já adotadas para os prédios de 04 pavimentos.

Os esquemas dos modelos são apresentados nas FIG.3.1 a 3.7:

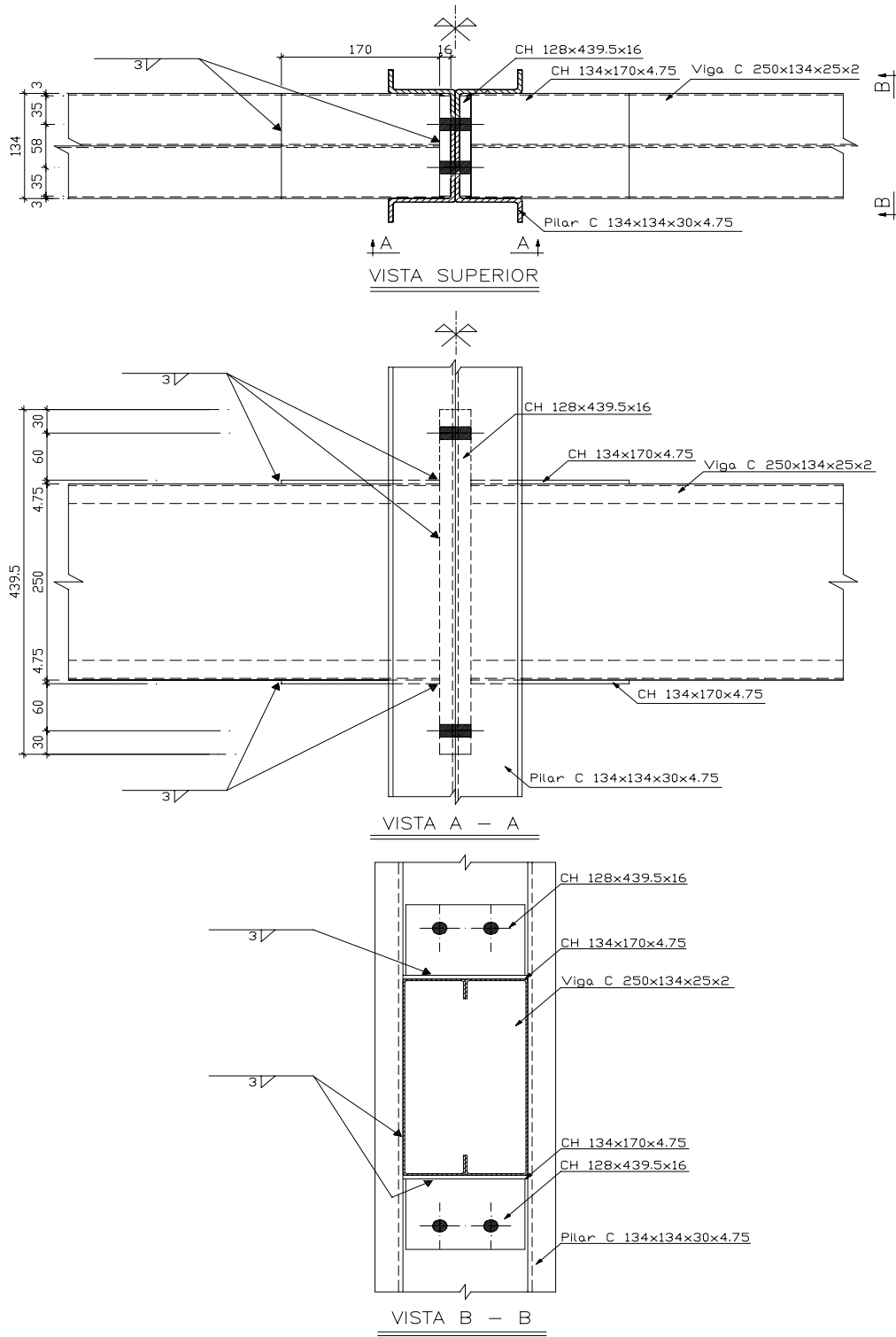


FIGURA 3.1 – Modelos 01A e 01B: ligação semi-rígida na menor inércia do pilar

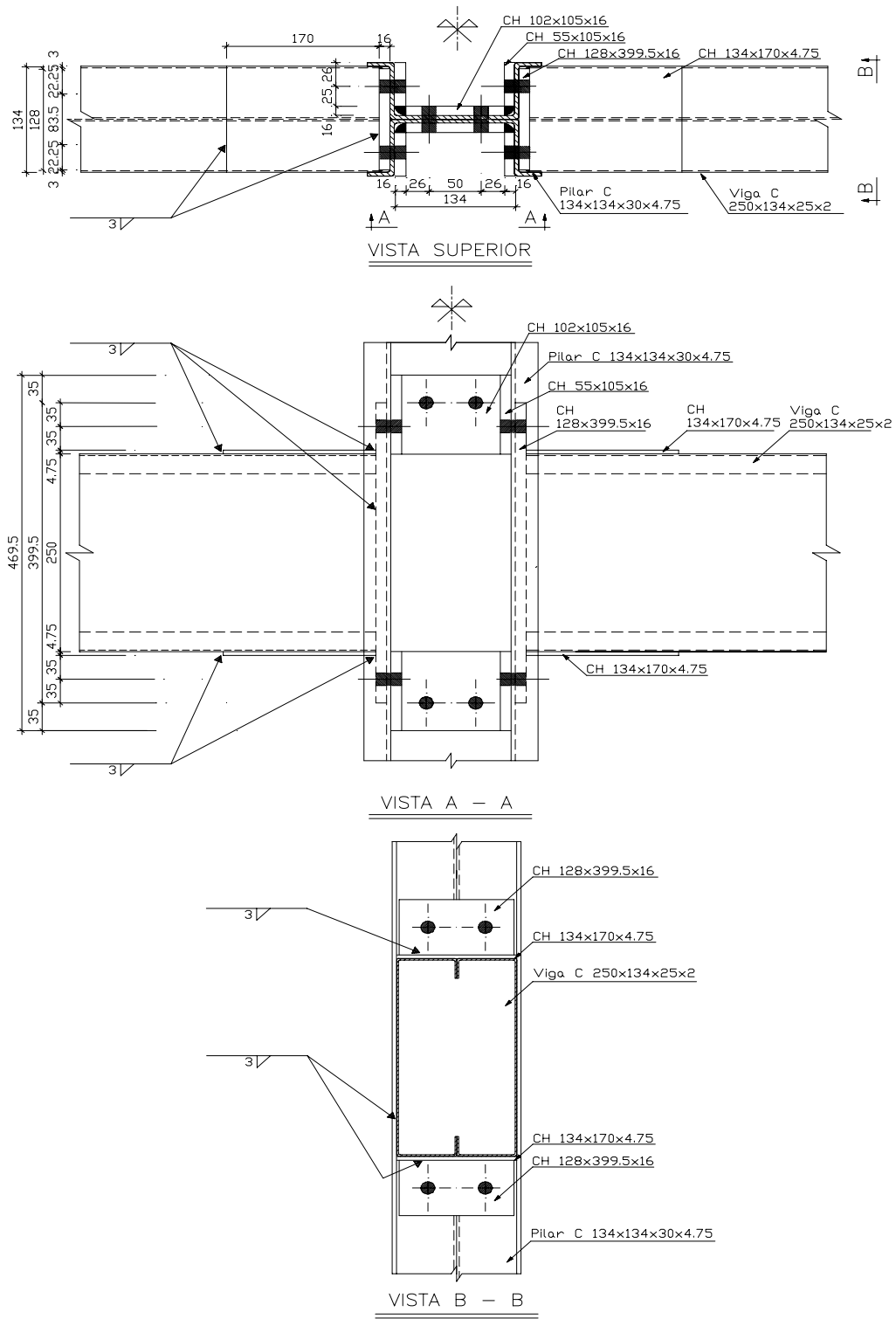


FIGURA 3.2 – Modelo 02A: ligação rígida na maior inércia do pilar

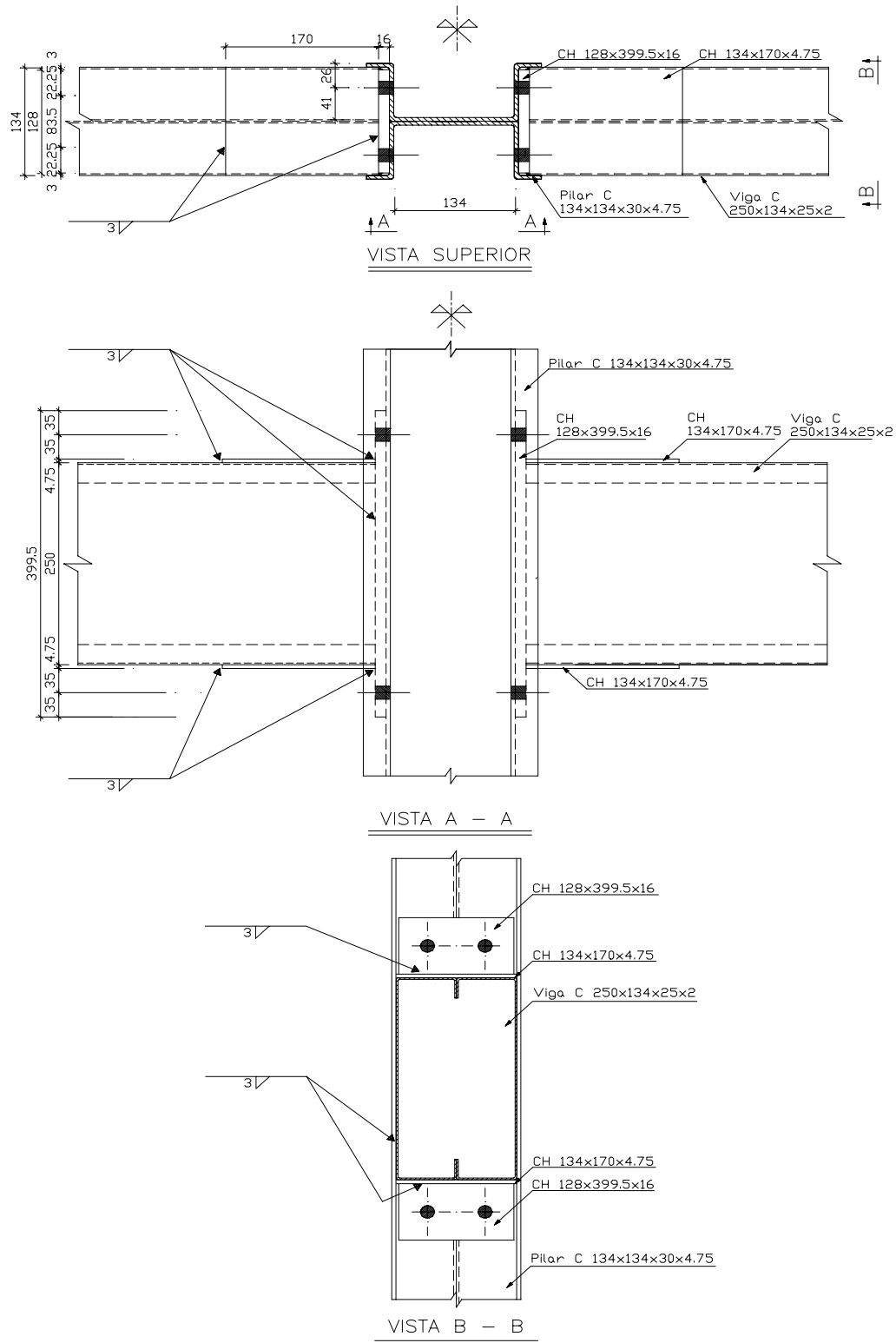


FIGURA 3.3 – Modelo 02B: ligação semi-rígida na maior inércia do pilar

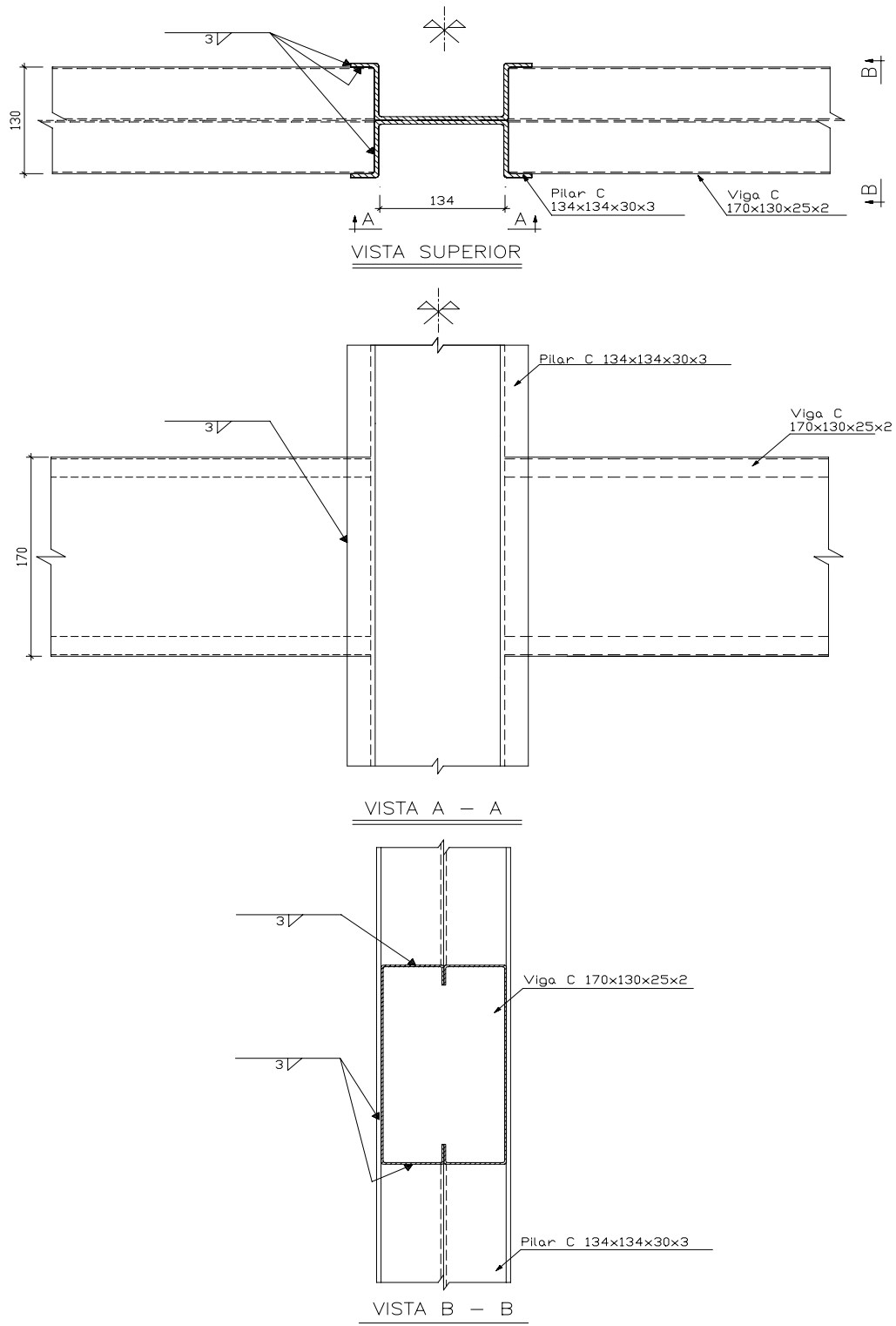


FIGURA 3.4 – Modelo 03A: ligação semi-rígida na maior inércia do pilar

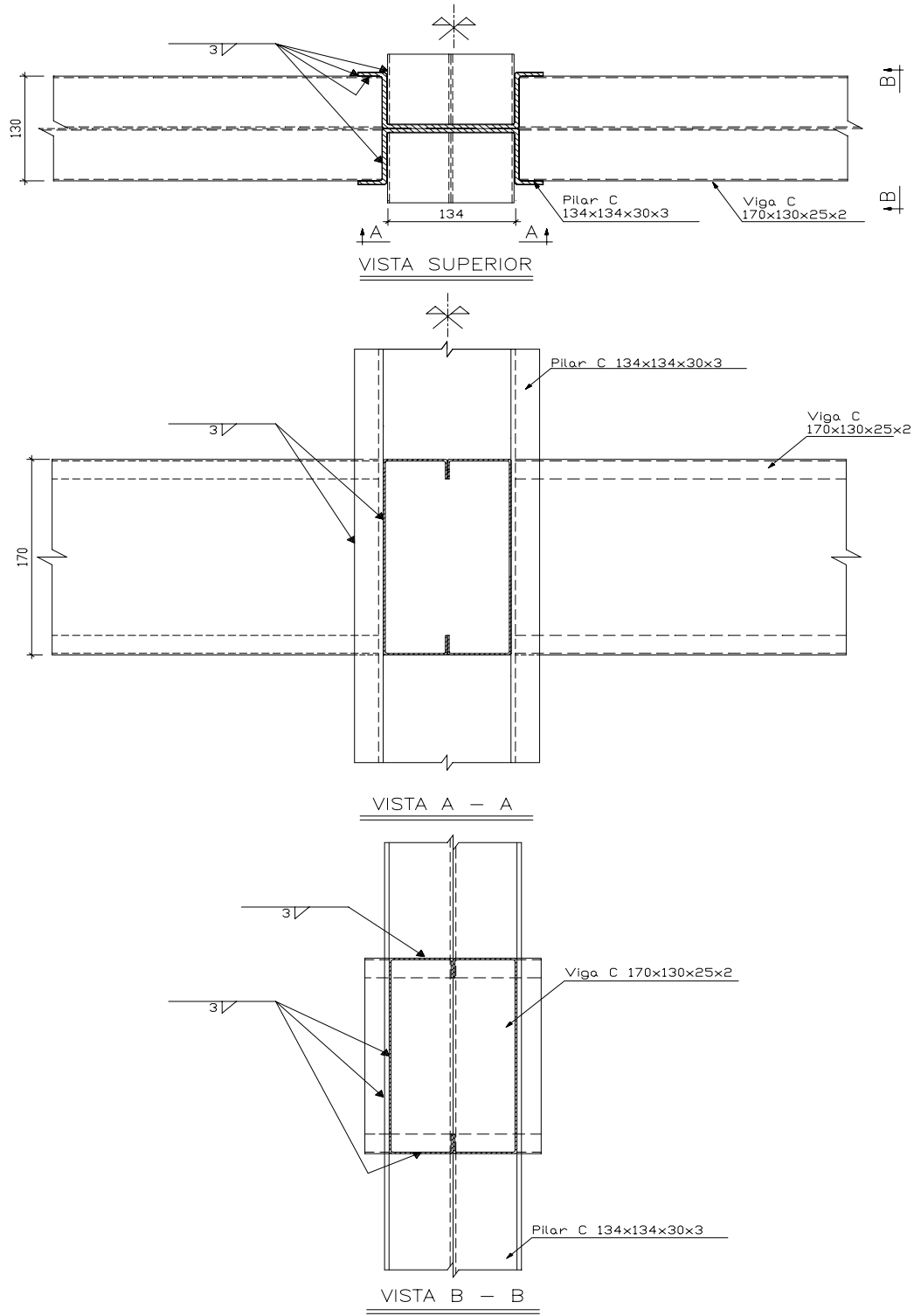


FIGURA 3.5 – **Modelo 03B**: ligação rígida na maior inércia do pilar

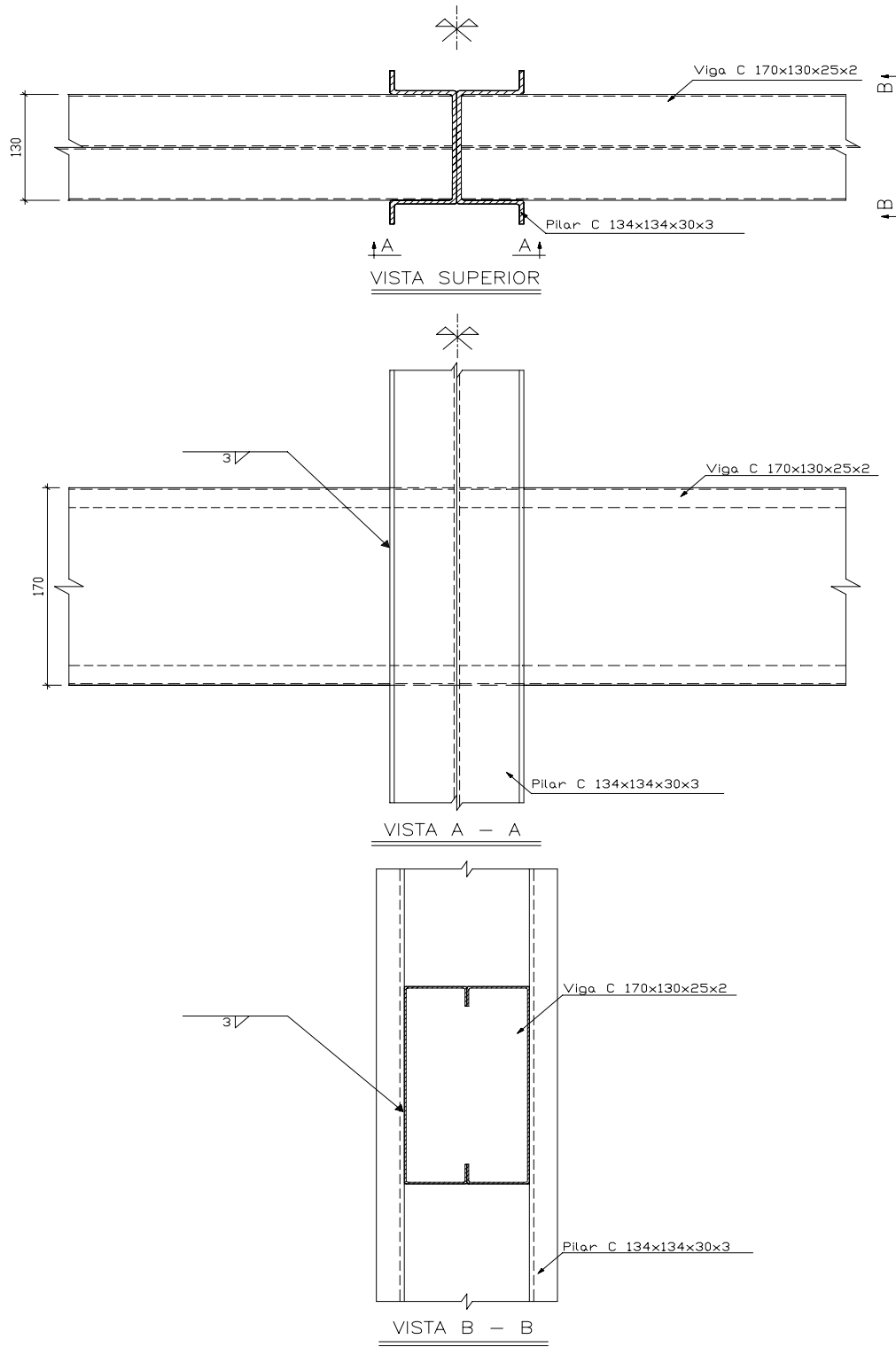


FIGURA 3.6 – Modelo 04A: ligação semi-rígida na menor inércia do pilar

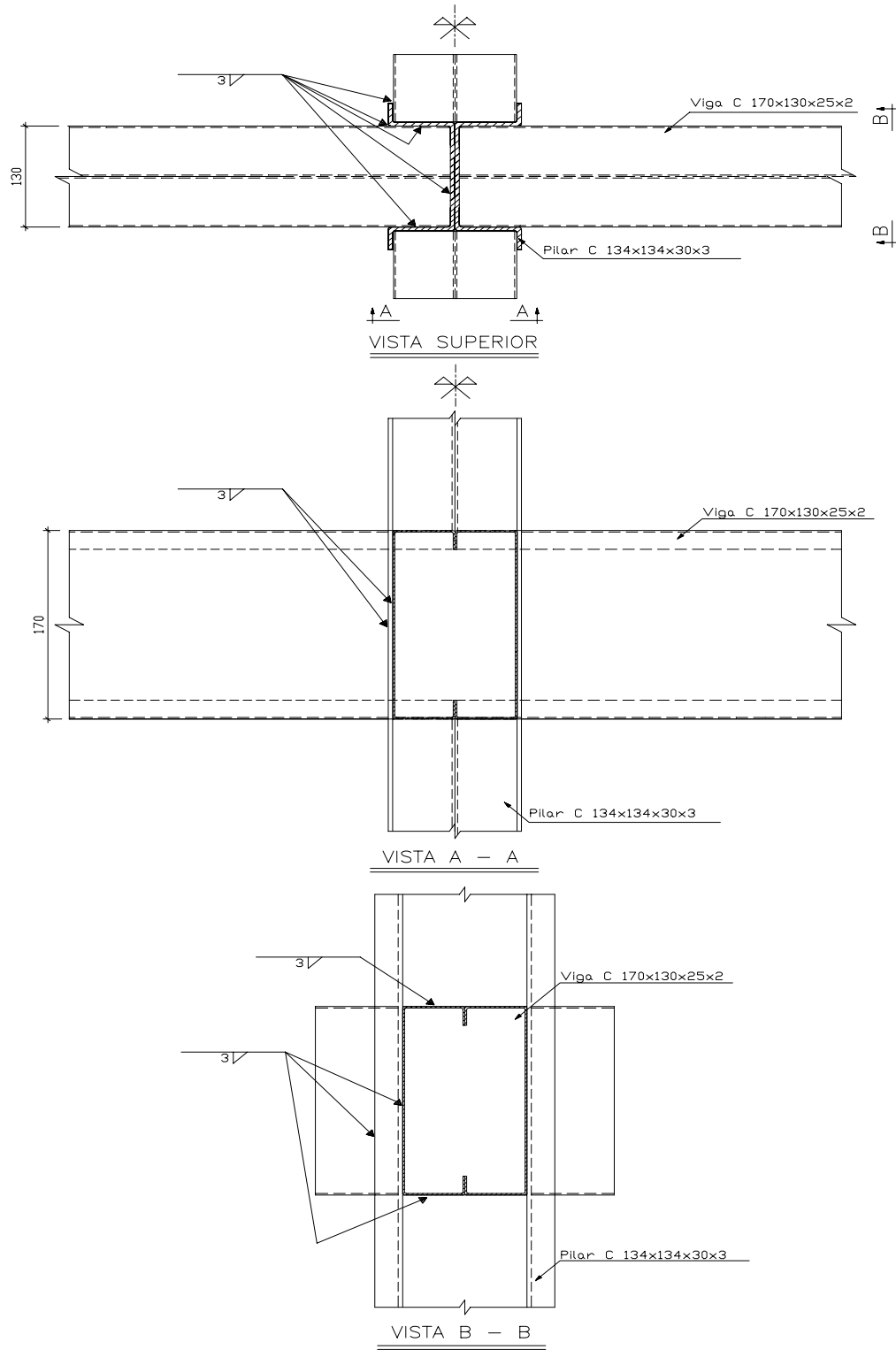


FIGURA 3.7 – Modelo 04B: ligação semi-rígida na menor inércia do pilar

Nos modelos 01A e 01B, FIG.3.1, a semi-rigidez da ligação foi garantida pela presença de uma chapa de extremidade CH 128x439,5x16 soldada em toda a volta nas almas e mesas da viga e parafusada no pilar, e duas chapas de reforço CH 134x170x4,75 soldadas na mesa superior e inferior da viga caixa, junto à chapa de extremidade.

No modelo 02A, FIG. 3.2, além da chapa de extremidade e chapas de reforço, a rigidez da ligação foi garantida pela presença de quatro perfis U 134x105x16 conectados por parafusos aos perfis do pilar, na altura das mesas superior e inferior da viga.

No modelo 02B, FIG. 3.3, a semi-rigidez foi garantida com a presença das chapas de extremidade e as chapas de reforço das mesas da viga.

Nas ligações rígidas e semi-rígidas soldadas a rigidez foi garantida pela execução de solda em toda a volta na união do perfil caixa da viga com o perfil cartola do pilar (solda nas mesas e almas do perfil caixa). Na ligação semi-rígida, modelo 04A, a solda de filete foi executada apenas na união das almas do perfil caixa da viga com as mesas do perfil cartola do pilar.

No modelo 03B, FIG.3.5, a rigidez da ligação foi garantida pela presença de dois troncos de perfis caixa 170x130x25x2 soldados um de cada lado do pilar, simulando a chegada das vigas perpendiculares ao plano da ligação em um pilar interno e conferindo a presença de enrijecedores a ambas as mesas e alma do pilar, com a mesma espessura das mesas das vigas às quais dão continuidade.

Este mesmo sistema foi empregado no modelo 04B, FIG.3.7.

A TAB.3.1 resume as principais diferenças entre os modelos ensaiados.

TABELA 3.1 – Diferenças entre modelos ensaiados

Ligações	Parafusadas				Soldadas			
	01A	01B	02A	02B	03A	03B	04A	04B
Modelos	01A	01B	02A	02B	03A	03B	04A	04B
Classificação	SR	SR	RG	SR	SR	RG	SR	SR
Perfil U 134x105x16	não	não	sim	não	não	não	não	não
Tronco de viga 170x130x25x2	não	não	não	não	não	sim	não	sim
Chapa de extremidade	128x439,5x16		128x399,5x16					
Chapa de reforço na viga	134x170x4,75				130x300x3,75			
Pilar duplo cartola	134x134x30x4,75				134x134x30x3			
Viga Caixa	250x134x25x2				170x130x25x2			
Nota: RG = Rígida SR = Semi-Rígida								

3.4 – Determinação Experimental das Propriedades Mecânicas

A determinação das resistências ao escoamento, f_y , e à tração, f_u , foi realizada a partir de ensaios de corpos de prova (CP) apropriados submetidos à tração.

Os ensaios foram executados no Laboratório de Ensaios de Materiais da EE/UFGM, sendo utilizada uma máquina Instron 5582 para aplicação das cargas. As dimensões dos corpos de prova e o procedimento dos ensaios seguiram os preceitos da NBR 6152 (ABNT, 1980).

Foram ensaiados 8 corpos de prova retirados das vigas e dos pilares que formam os modelos. Na TAB.3.2 são mostrados os resultados de cada ensaio e as médias encontradas. Os ensaios foram realizados até a ruptura, como mostra a FOTO 3.1.

TABELA 3.2 – Resultado dos ensaios de tração realizados na UFMG

CP n°	Resistência ao escoamento f_y (MPa)	Resistência à tração f_u (MPa)
CP1P01	387	494
CP2P01	385	493
CP1P04	360	480
CP2P04	359	476
CPVS1	455	553
CPVS2	447	552
CPPP1	400	497
CPPP2	377	489
Média	396	504

Para a deformação residual após ruptura, Δ (%), foi determinado o valor de 36%.

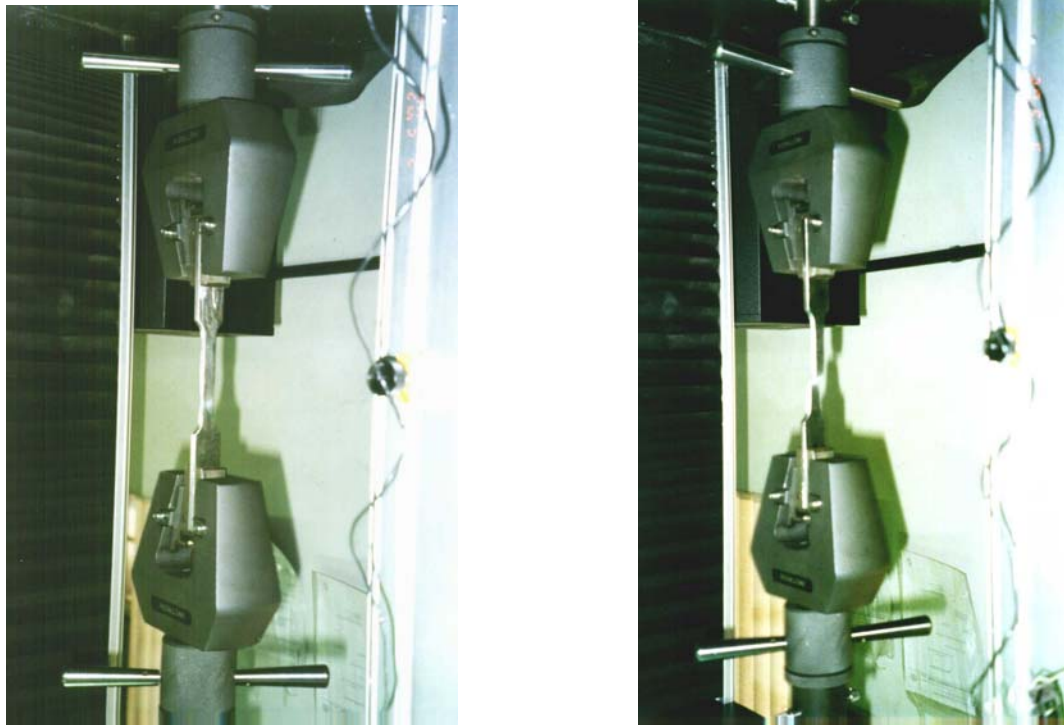


FOTO 3.1 – Ensaio de tração.

A FIG.3.8 mostra o gráfico tensão x deformação de um CP, onde se observa claramente os comportamentos elástico e inelástico do aço. O patamar de escoamento é bem definido, permitindo caracterizar a resistência ao escoamento do aço com valor próximo de 400 MPa. A resistência à ruptura do aço tem valor próximo a 500 MPa.

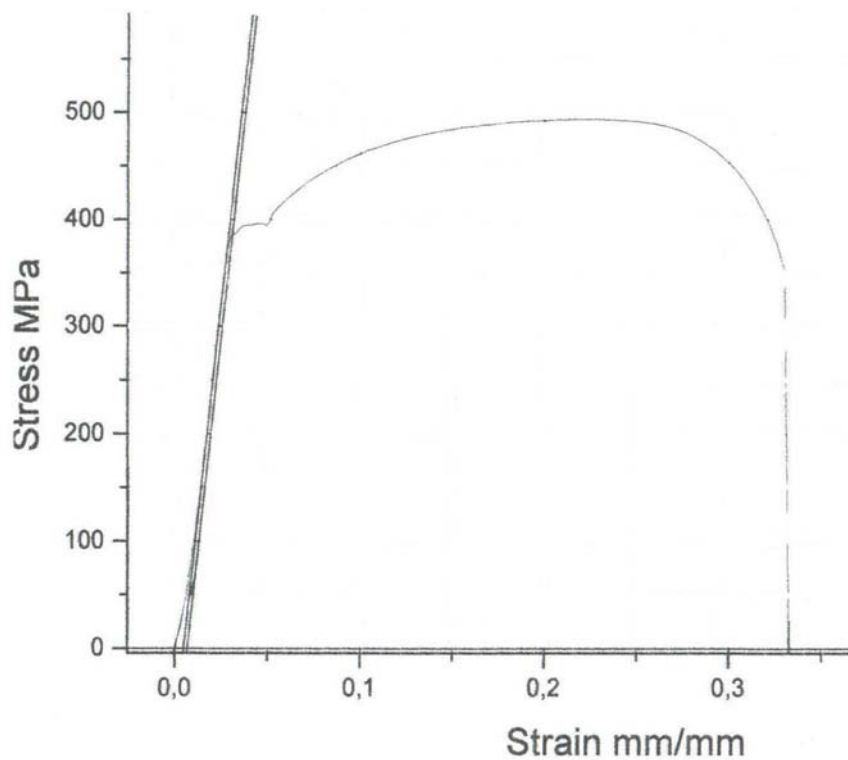


FIGURA 3.8 – Gráfico tensão x deformação, entre os travessões da máquina, do CP2P01

3.5 – Descrição dos Ensaios

Foram medidas com paquímetro e com micrômetro as dimensões das seções transversais dos perfis, a saber: larguras das mesas, alturas das almas, comprimentos dos enrijecedores de borda e a espessura da chapa. Os comprimentos dos perfis foram medidos com trena, com precisão de 0,5 mm.

Para os modelos parafusados 01A, 01B, 02A e 02B, a TAB.3.3 apresenta as dimensões medidas, conforme indica a FIG.3.9.

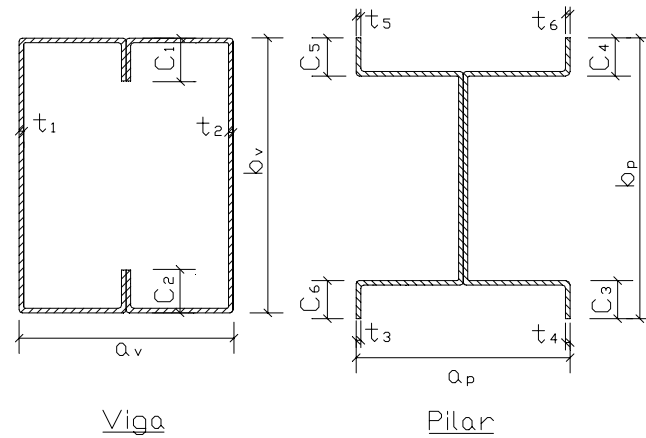


FIGURA 3.9 – Geometria das seções transversais dos modelos.

TABELA 3.3 – Dimensões das seções transversais dos modelos 01A, 01B, 02A e 02B

	Nominal	Modelo 01A	Modelo 01B	Modelo 02A	Modelo 02B
T₁	2,00	2,10	2,34	2,64	2,39
T₂	2,00	2,05	2,14	2,31	2,05
T₃	4,75	4,80	4,77	4,85	5,48
T₄	4,75	4,64	4,96	5,60	5,02
T₅	4,75	4,87	4,60	4,93	5,32
T₆	4,75	4,64	4,83	5,30	5,28
C₁	25	25,75	25,40	25,56	24,95
C₂	25	26,75	26,28	26,05	26,05
C₃	30	28,80	28,32	28,07	29,03
C₄	30	28,46	29,70	28,48	30,43
C₅	30	29,10	28,66	28,37	28,82
C₆	30	27,40	28,65	29,79	29,07
A_p	143,5	141,45	143,15	141,89	141,65
A_v	134	130,62	130,97	132,47	130,89
B_p	194	194,76	195,05	196,05	193,41
B_v	250	250	250	250	250

Para os outros modelos ensaiados, com ligações soldadas, os valores medidos para a geometria inicial constam na TAB.3.4.

TABELA 3.4 – Dimensões das seções transversais dos modelos 03A, 03B, 04A e 04B

	Nominal	Modelo 03A	Modelo 03B	Modelo 04A	Modelo 04B
T₁	2,00	1,90	1,90	1,90	1,90
T₂	2,00	1,95	1,95	1,95	1,95
T₃	3,75	3,50	3,66	3,47	3,74
T₄	3,75	3,74	3,48	3,65	3,59
T₅	3,75	3,65	3,56	3,72	3,67
T₆	3,75	3,74	3,78	3,74	3,75
C₁	25,00	25,39	25,39	25,39	25,39
C₂	25,00	24,95	24,95	24,95	24,95
C₃	25,00	29,19	25,14	26,90	21,13
C₄	25,00	28,06	26,43	27,94	28,75
C₅	25,00	30,87	27,24	29,50	26,45
C₆	25,00	26,80	27,17	29,20	20,76
A_p	134,00	132,10	136,29	137,02	138,14
A_v	130,00	129,93	129,26	129,79	129,85
B_p	184,00	192,86	190,58	189,88	184,54
B_v	180,00	176,38	176,57	175,73	177,85

Para a realização dos ensaios utilizou-se um pórtico de reação compondo o esquema de carga da FIG.3.10. Durante os ensaios, as medições de deslocamentos, deformações específicas, cargas e geometria foram executadas, respectivamente, com transdutores de deslocamentos lineares (DT – Displacement Transducer), extensômetros elétricos de resistência (EER), transdutores de pressão e paquímetros eletrônicos.

A montagem geral dos ensaios é apresentada na FIG.3.10.

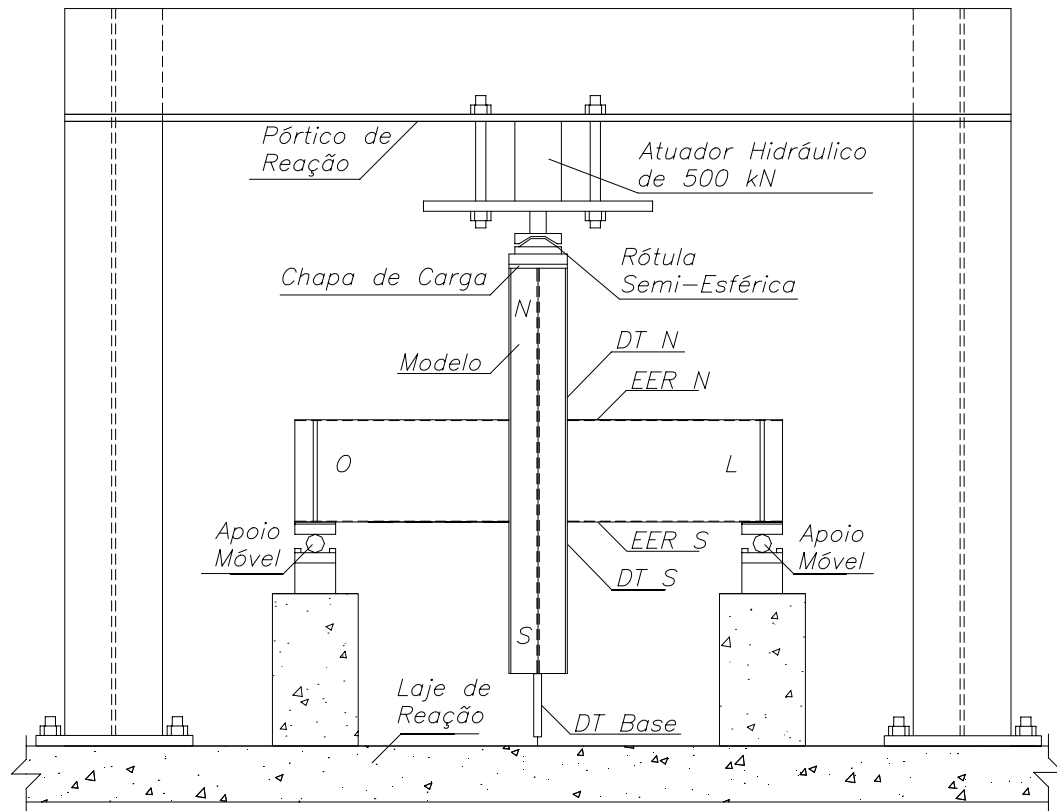


FIGURA 3.10 – Esquema geral da montagem para o ensaio

Note-se que o sistema de carga proporcionou a aplicação de uma força vertical na parte superior do pilar da ligação, FOTO 3.2.

Foi empregada uma bomba hidráulica manual equipada com transdutor de pressão Sodmex, mangueiras e atuador hidráulico da Enerpac, com capacidade de 500 kN.

Os carregamentos foram realizados por controle de carga, sendo impostos sucessivos incrementos de carga da ordem de 1/20 da resistência de cálculo projetada segundo o AISI/96.

Em cada modelo, foram utilizados roletes metálicos entre a viga e a placa de apoio, com o objetivo de restringir deslocamentos verticais, deixando livres os deslocamentos horizontais.

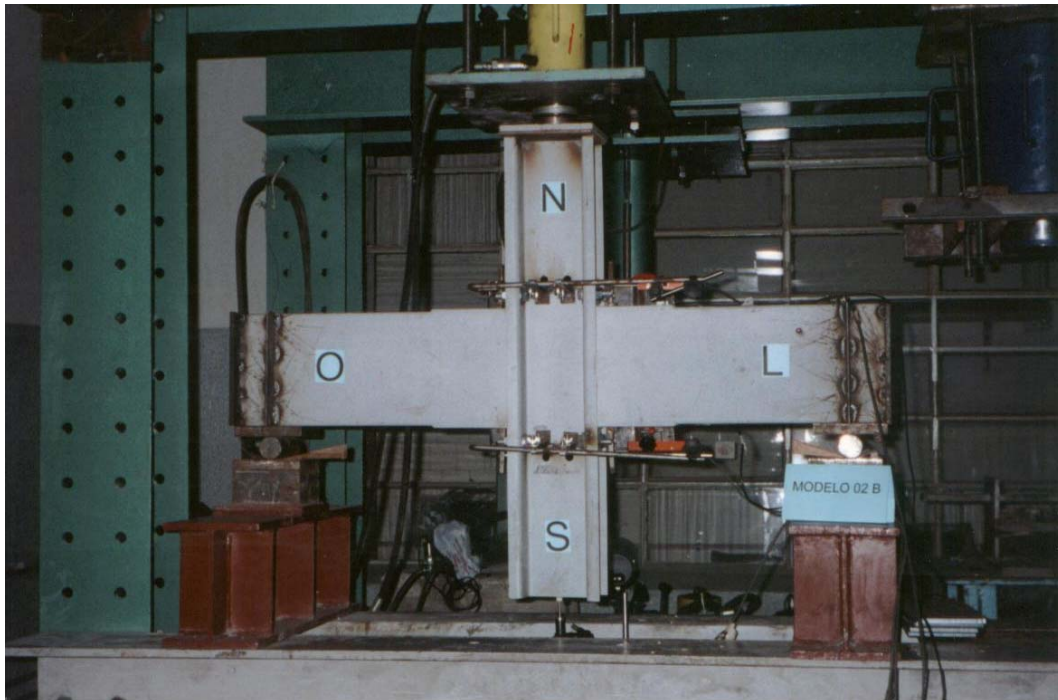


FOTO 3.2 – Esquema da montagem e instrumentação

Para a leitura das respostas ao carregamento agindo sobre a estrutura, foram instalados diferentes aparelhos e dispositivos de medição, na união viga-pilar de cada modelo.

A instrumentação utilizada nas ligações constituiu-se de:

a) Modelos parafusados:

- dois transdutores de deslocamentos lineares (DT₅₀), marca Tokyo Sokki, tipo SDP-50C, com capacidade de leitura de 50 mm, com voltagem de excitação recomendada de 1 a 5 V e precisão de 0,0005 mm; FOTO 3.3;
- um transdutor de deslocamento linear (DT₁₀₀), marca Kyowa, com capacidade de leitura de 100 mm, com voltagem de excitação recomendada de 1 a 5 V e precisão de 0,0005 mm; FOTO 3.4;
- dois relógios comparadores de leitura digital (REC), marca Mitutoyo, modelo IDS-1012-5, com capacidade de leitura de 12,7mm e precisão de 0,005 mm; FOTO 3.5;

- dois extensômetros elétricos de resistência (EER) uniaxiais, marca Kyowa, do tipo KFC – 5 - C1 - 11 (auto compensador de temperatura), base 5 mm, gage factor $2,15 \pm 1\%$, resistência $119,8 \pm 0,2 \Omega$, FOTO 3.6.



FOTO 3.3 – Transdutor de deslocamento linear (DT₅₀)



FOTO 3.4 – Transdutor de deslocamento linear (DT₁₀₀)

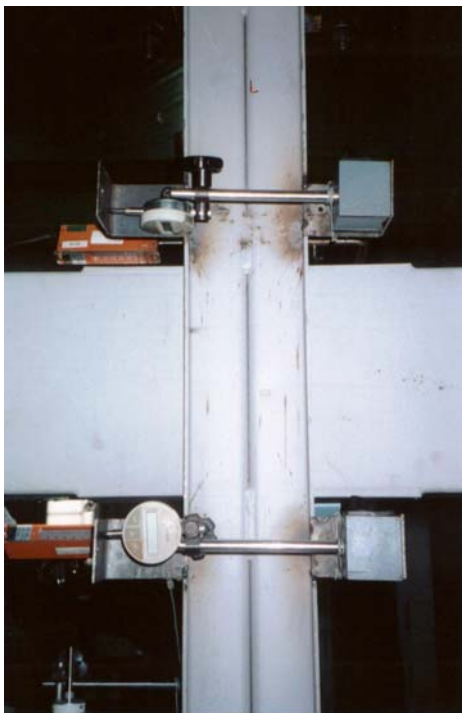


FOTO 3.5 – Relógios comparadores de leitura digital (REC)

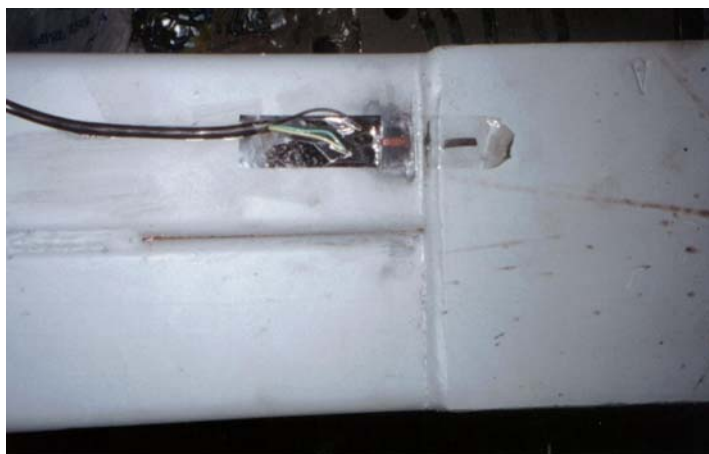


FOTO 3.6 – Extensômetro elétrico de resistência (EER)

Todas as ligações dos EER foram realizadas utilizando um quarto de ponte com três fios, de modo a minimizar o efeito da variação da temperatura nos fios condutores. Os transdutores de deslocamento e o de pressão foram ligados em ponte completa com quatro fios.

As deformações específicas foram medidas na metade do flange de um dos perfis U enrijecido que compõe a seção transversal das vigas, junto e simetricamente aos pilares dos modelos, utilizando dois EER (FOTO 3.6).

Na extremidade oposta à aplicação de carga, colocou-se um DT_{100} para a leitura do deslocamento vertical do pilar. Esse aparelho foi fixado por meio de base magnética a um suporte independente do sistema do modelo, a fim de eliminar possíveis interferências durante o ensaio (FOTO 3.7).

Para a leitura das deformações horizontais da abertura do perfil do pilar, na região superior e inferior da ligação, foram colocados dois relógios comparadores de leitura digital (REC). Para a fixação desses aparelhos fez-se uso de duas bases magnéticas, compondo-se o aparato apresentado na FOTO 3.7.

A medição do encurtamento e do alongamento na região superior e inferior, respectivamente, da viga da ligação foi realizada com o emprego de dois transdutores de deslocamentos (DT_{50}) instalados nos ganchos metálicos, conforme FOTO 3.8 e 3.9.

Os ganchos e seus suportes em cantoneira constituíam bases de medida que permitiram a medição da rotação relativa viga-pilar ao longo de todo o ensaio (FOTO 3.3, 3.8 e 3.9).

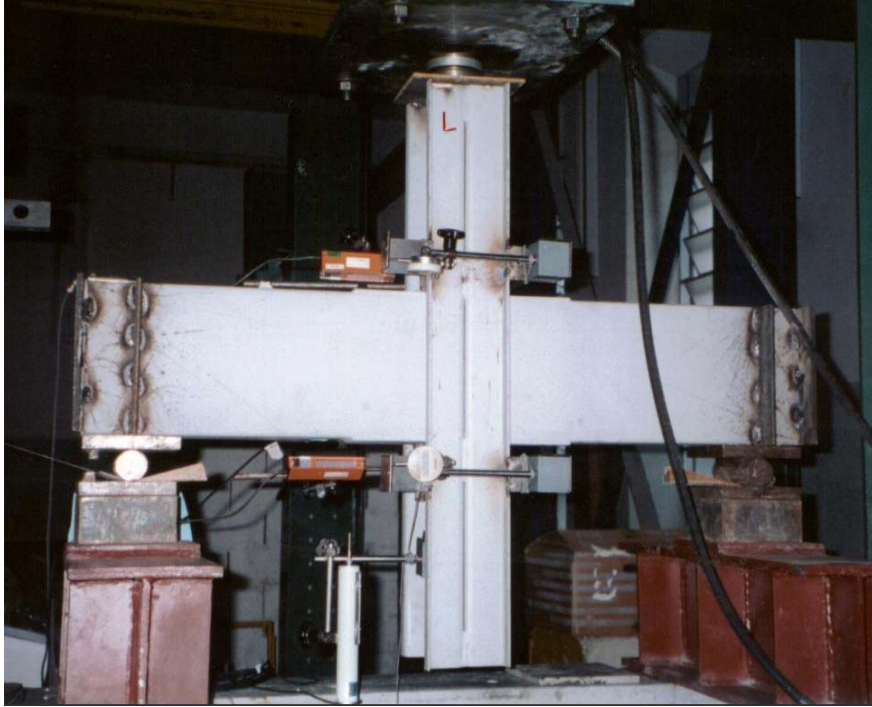


FOTO 3.7 – Instrumentação dos modelos parafusados



FOTO 3.8 – Transdutor de deslocamento (DT₅₀), gancho e suportes de medida



FOTO 3.9 – Suporte em cantoneira

As FIG. 3.11 a 3.14 apresentam a instrumentação empregada nos modelos 01A, 01B, 02A e 02B de ligações parafusadas.

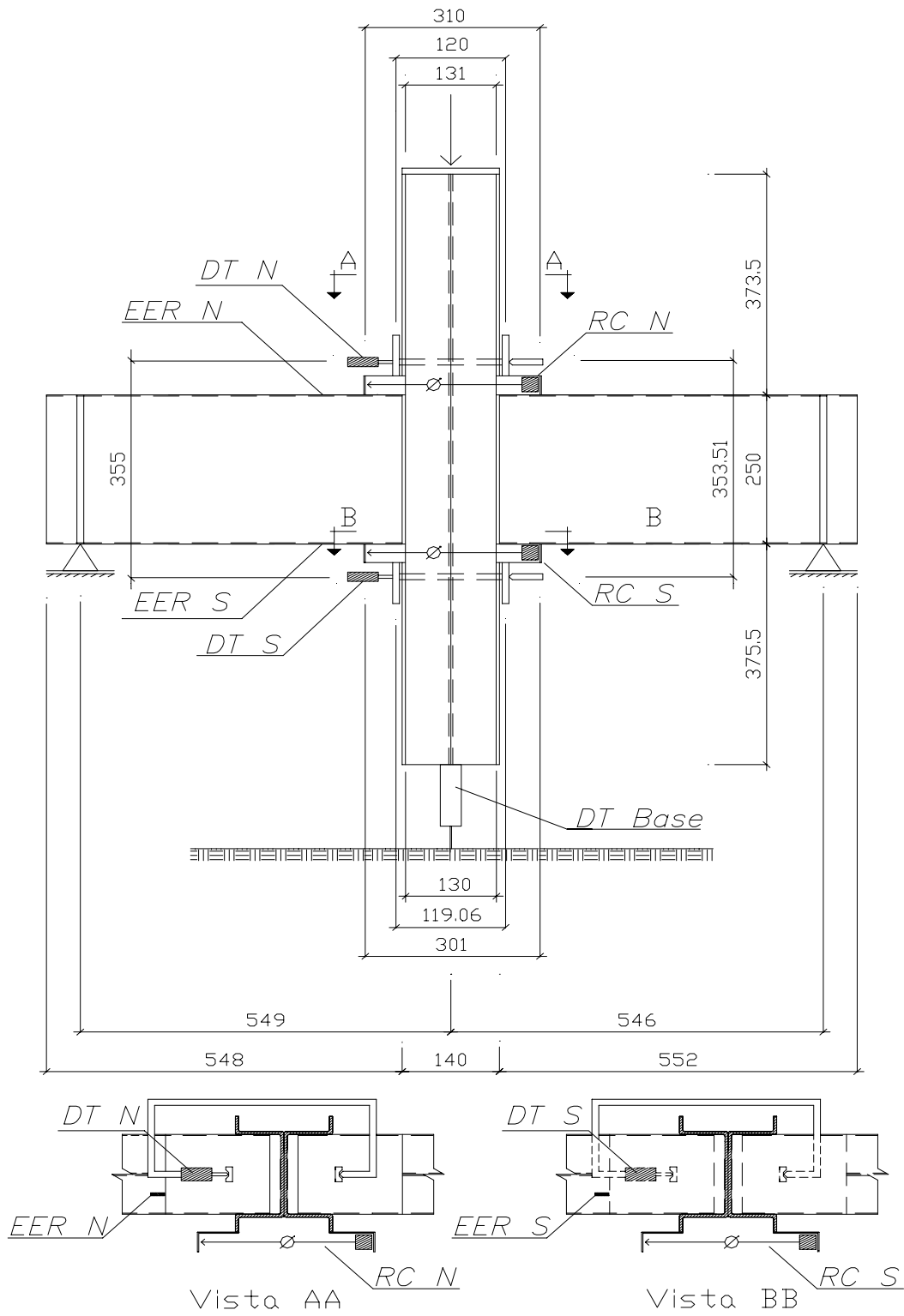


FIGURA 3.11 – Modelo 01A: detalhe da instrumentação, medidas em mm

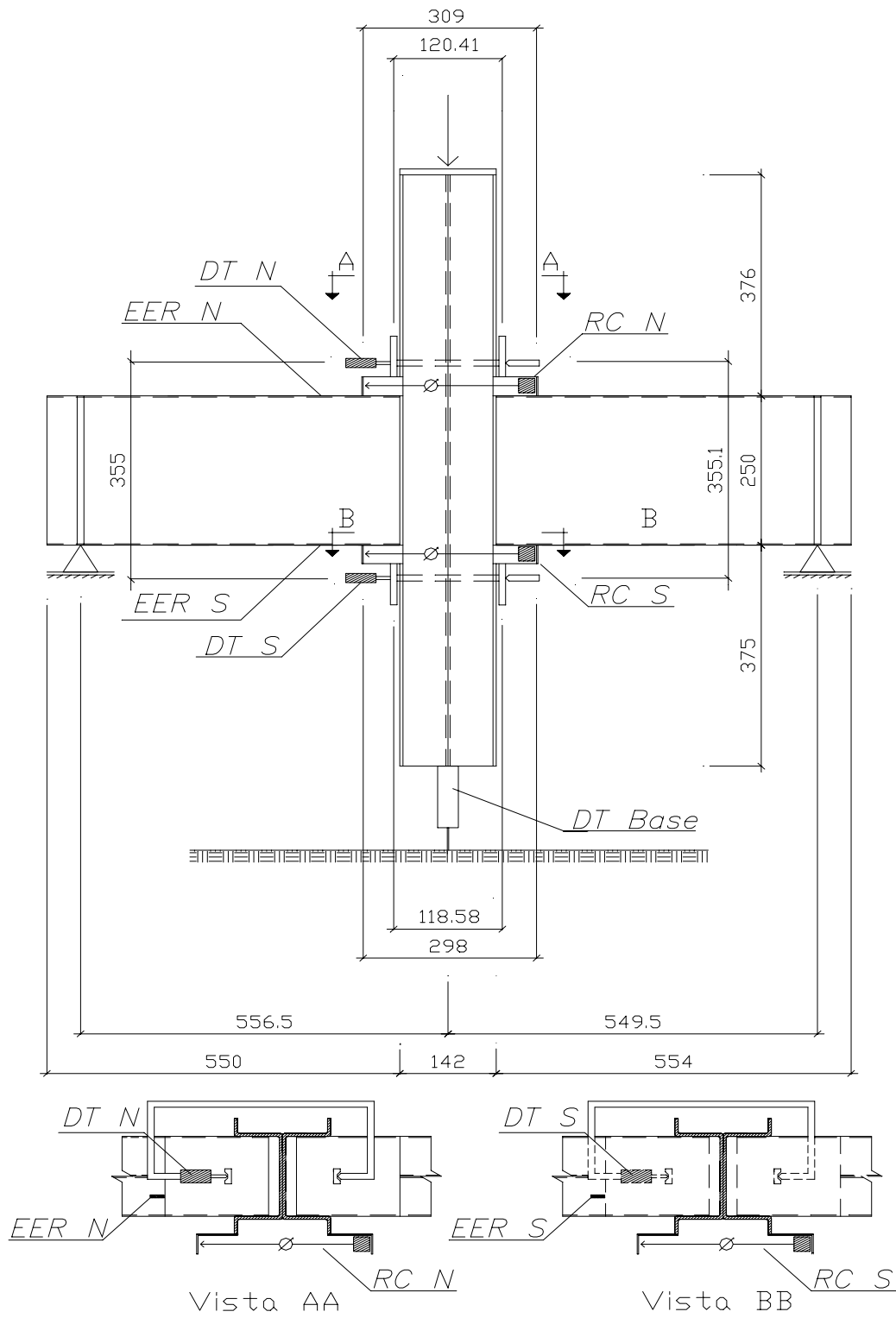


FIGURA 3.12 – **Modelo 01B**: detalhe da instrumentação, medidas em mm

b) Modelos soldados:

Para os modelos soldados foram empregados os mesmos instrumentos utilizados nos modelos parafusados. No entanto, algumas diferenças existem em relação à quantidade e posicionamento dos sensores. Desta forma, foram utilizados:

- dois DT_{50} , marca Tokyo Sokki, tipo SDP-50C;
- quatro extensômetros elétricos de resistência (EER) uniaxiais, marca Kyowa, do tipo KFC-5-C1-11 (auto compensador de temperatura), base 5 mm, gage factor $2,15 \pm 1\%$, resistência $119,8 \pm 0,2\Omega$;
- um relógio comparador de leitura digital (REC), marca Mitutoyo, modelo IDS-1012-5.

Todas as ligações dos EER foram realizadas utilizando um quarto de ponte com três fios, de modo a minimizar o efeito da variação da temperatura nos fios condutores. Os transdutores de deslocamento e o de pressão foram ligados em ponte completa com quatro fios.

As deformações específicas nos modelos 03A e 03B foram medidas nas mesas opostas da seção transversal da viga, junto ao pilar do modelo. Mediram-se também deformações na alma do pilar, perpendicularmente ao seu eixo e na altura da mesa superior e inferior da viga, conforme FOTO 3.10, FIG.3.15 e 3.16.

Nos modelos 04A e 04B foram colocados dois EER na alma da viga, junto ao pilar e dois EER na metade do flange da mesa do pilar, na direção perpendicular ao seu eixo e na altura da mesa superior e inferior da viga, conforme FOTO 3.11, FIG.3.17 e 3.18.

Na extremidade oposta à de aplicação de carga colocou-se um REC para a leitura do deslocamento vertical do pilar. Esse aparelho foi fixado por meio de base magnética a um suporte independente do sistema do modelo, a fim de eliminar possíveis interferências durante o ensaio.

Utilizou-se o mesmo sistema empregado nas ligações parafusadas para medir o encurtamento e o alongamento na região superior e inferior, respectivamente, da viga da ligação junto aos pilares, conforme FOTOS 3.8 e 3.9.



FOTO 3.10 – **Modelo 03A**: instrumentação utilizada

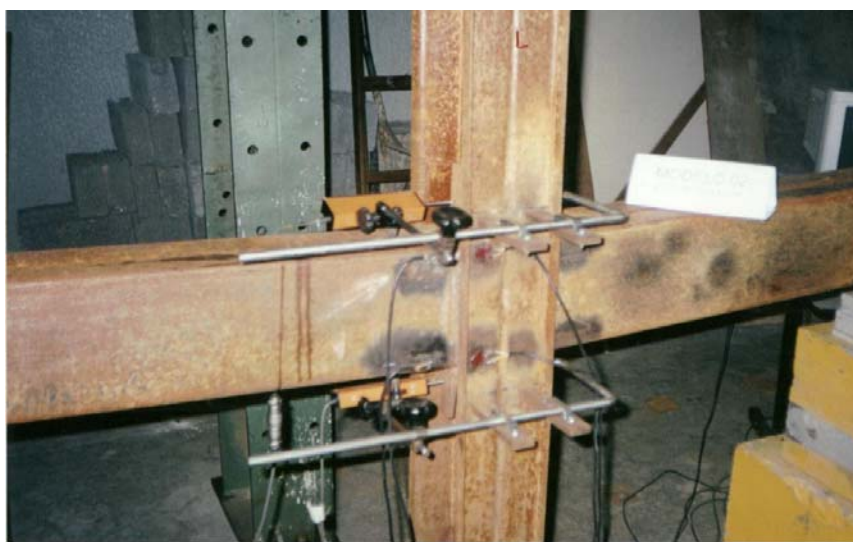
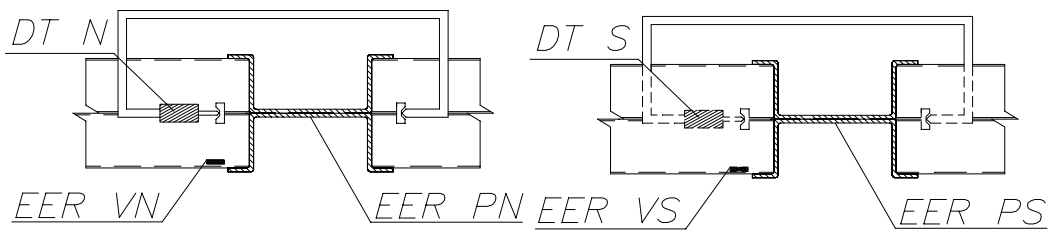
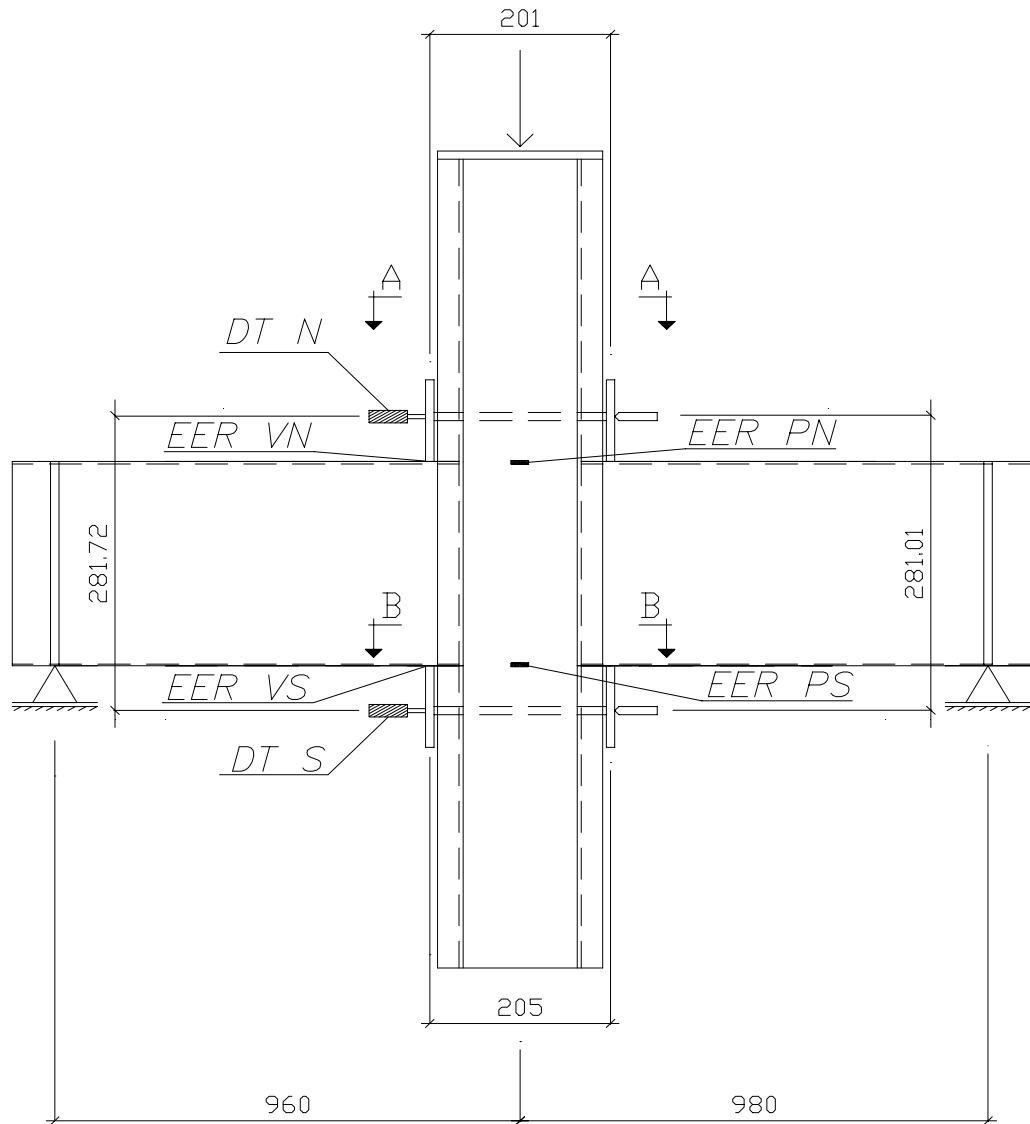


FOTO 3.11 – **Modelo 04A**: instrumentação utilizada

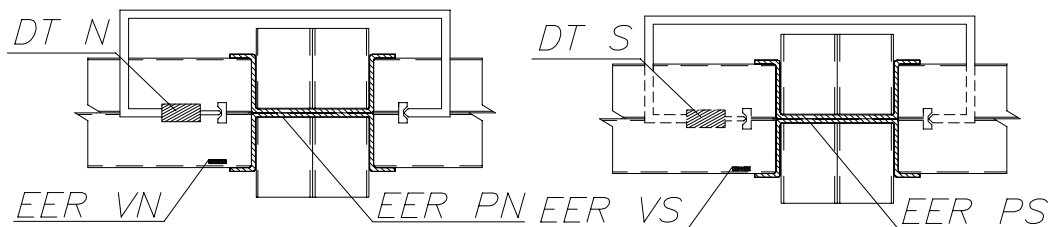
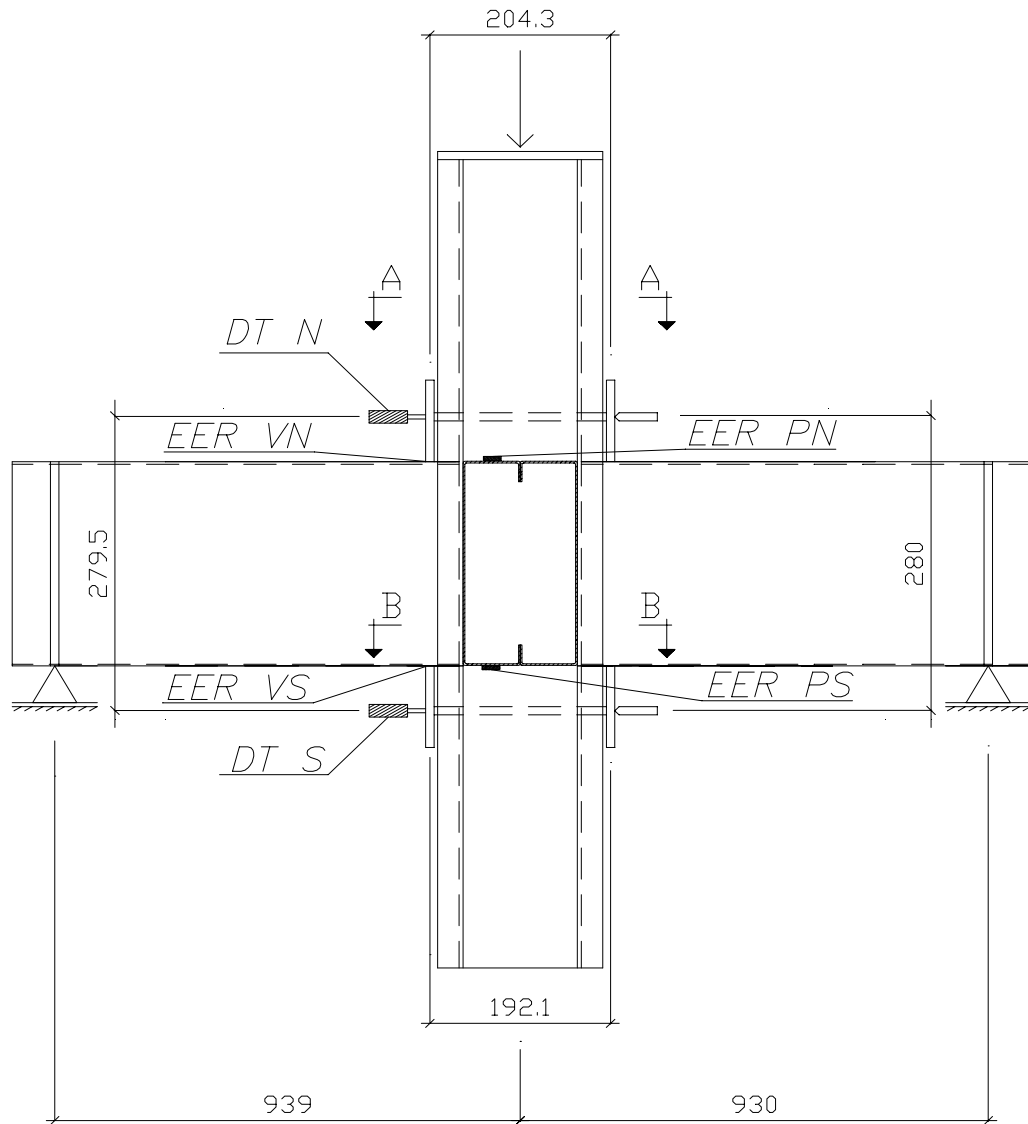
As FIG. 3.15 a 3.18 apresentam a instrumentação empregada nos modelos de ligações soldadas 03A, 03B, 04A e 04B.



Vista AA

Vista BB

FIGURA 3.15 – Modelo 03A: detalhe da instrumentação, medidas em mm



Vista AA

Vista BB

FIGURA 3.16 – **Modelo 03B**: detalhe da instrumentação, medidas em mm

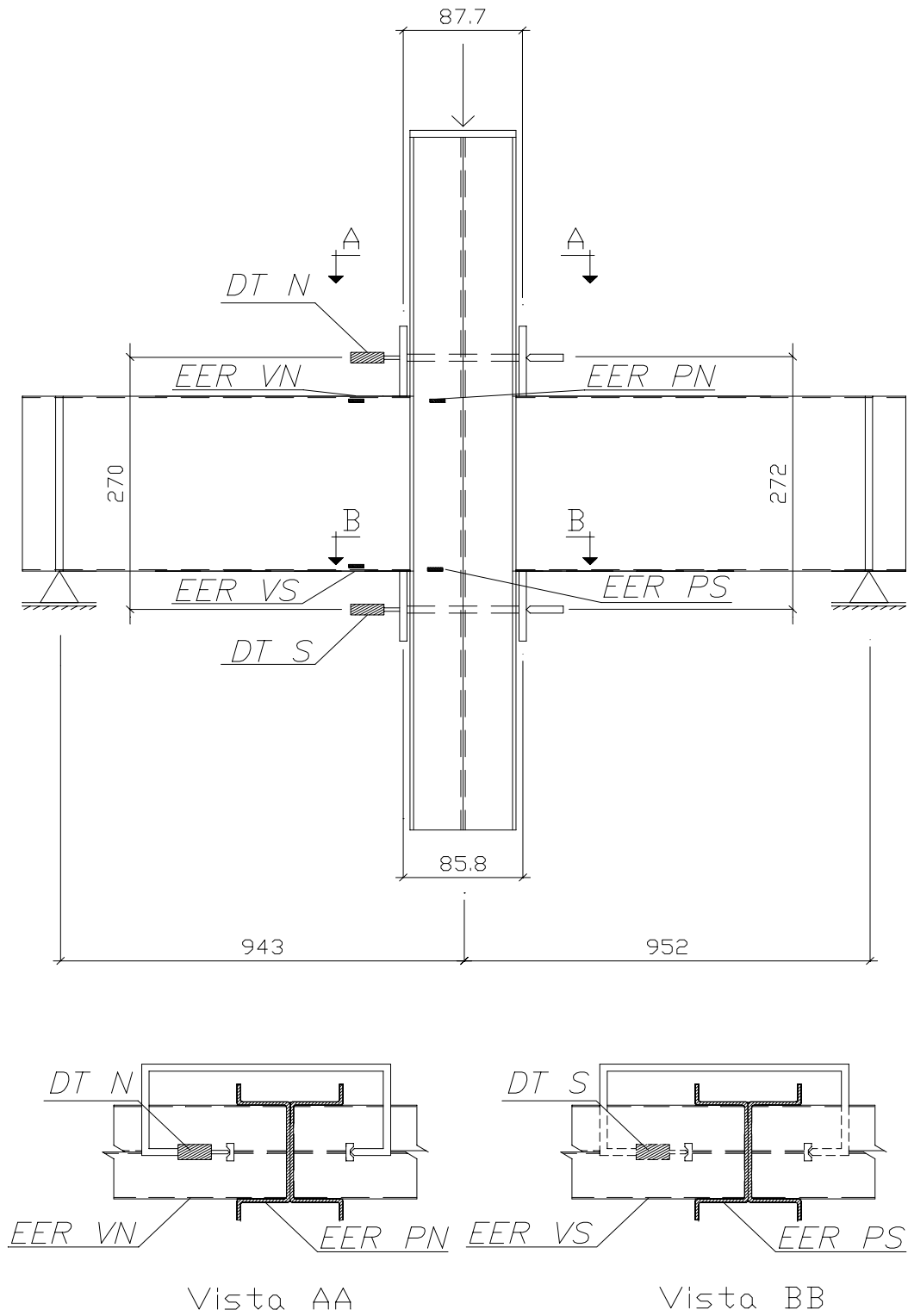


FIGURA 3.17 – **Modelo 04A**: detalhe da instrumentação, medidas em mm

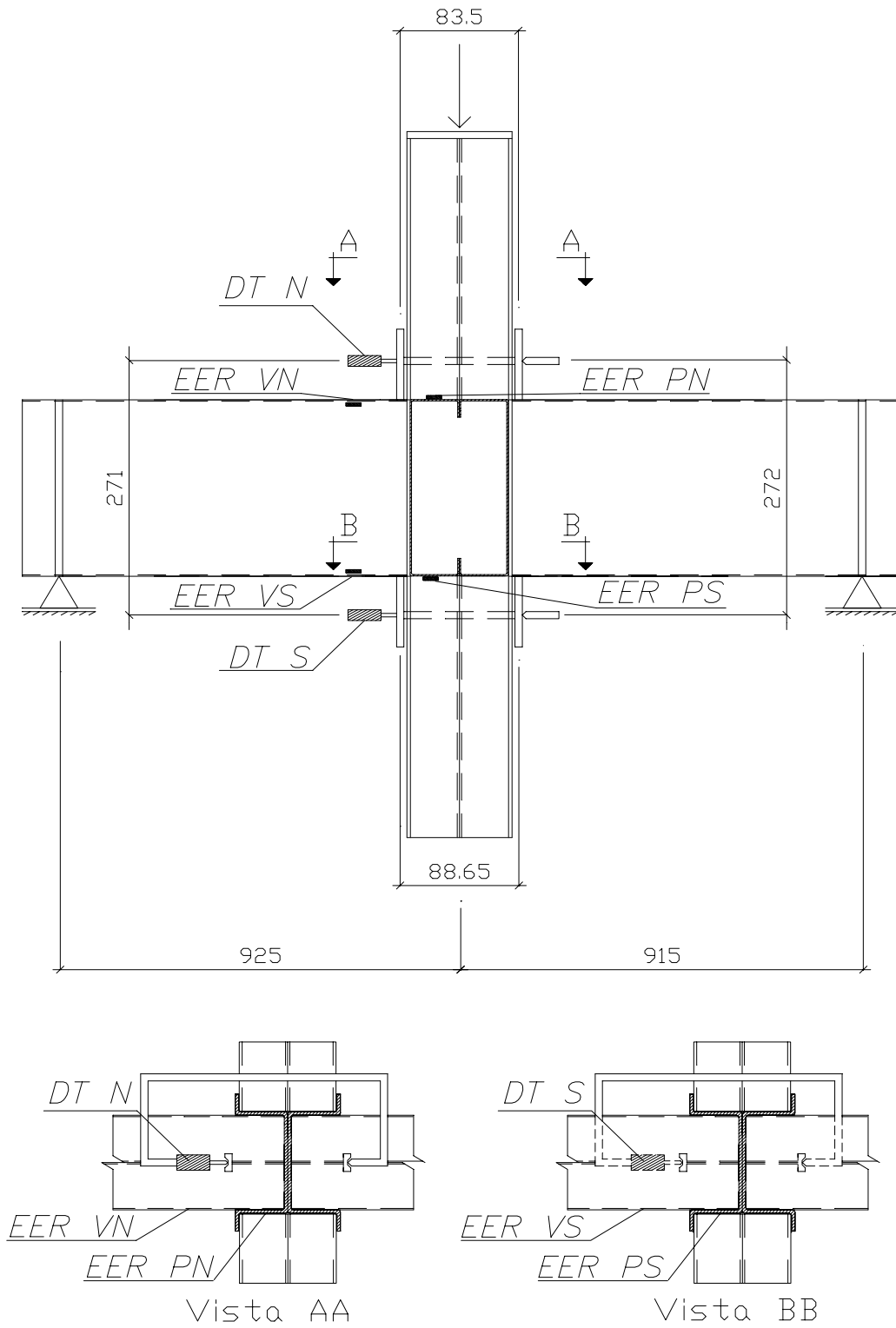


FIGURA 3.18 – **Modelo 04B**: detalhe da instrumentação, medidas em mm

A aquisição das leituras referentes ao carregamento aplicado, aos deslocamentos lineares e às deformações específicas nos modelos foi efetuada via sistema eletrônico, de maneira automatizada, através da digitalização de sinais analógicos diretamente por um microcomputador equipado com uma placa AC-2120, da Lynx Eletrônica, e software correspondente Aq Dados 4.0, que permitia a aquisição e o tratamento dos sinais obtidos durante o ensaio ou logo após os mesmos terem sido arquivados, conforme FIG.3.19. O sistema assim constituído permitia visualizar os resultados das medições no monitor do computador em tempo real ou imediatamente após a realização das leituras.

A frequência da aquisição foi estabelecida em 5 Hertz e os ensaios tiveram duração efetiva de aquisição em torno de 15 minutos, resultando em um número elevado de amostras para cada ensaio. Os dados de todos os canais podem ser convertidos simultaneamente e gravados em um mesmo arquivo e exportados do sistema de aquisição através de arquivo em formato ASCII.

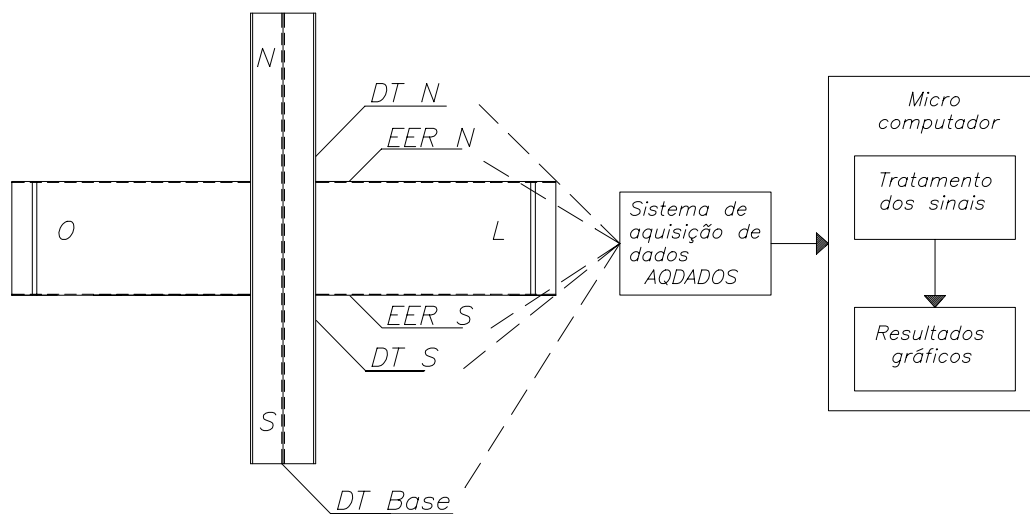


FIGURA 3.19 – Esquema geral da aquisição e tratamento de dados

3.6 – Apresentação e Análise dos Resultados Experimentais

Neste item são apresentados e analisados os resultados experimentais dos ensaios realizados nesta pesquisa. A avaliação qualitativa e quantitativa dos dados obtidos é realizada a partir dos gráficos e tabelas apresentados em função de rigidez, das rotações relativas e deformações específicas em função de momento aplicado.

Os decréscimos de carga registrados ao longo das curvas ocorrem em virtude dos intervalos de tempo necessários para a leitura dos REC, a verificação das deformações que surgem e uma avaliação global da resposta do modelo.

A maioria dos ensaios foi conduzida até o estado de plastificação da estrutura ou meios de ligação, assim como a ruptura de soldas ou escoamento de chapa de extremidade, caracterizando o início de formação de charneira plástica.

3.6.1 – Modos de Colapso dos Modelos

Antes do ensaio, foram notadas nos modelos algumas imperfeições de geometria, causadas provavelmente pelos processos de fabricação e montagem.

a) Ligações parafusadas:

Apresenta-se na TAB.3.5 um resumo dos eventos ocorridos nos ensaios dos modelos e as respectivas cargas, incluindo a carga e o momento último atingidos nos ensaios (P_u e M_u) e os momentos correspondentes ao início de escoamento à compressão e à tração (M_s e M_t), respectivamente nas mesas superior e inferior da viga do modelo.

O início de escoamento pode-se dar por uma superposição de tensões determinadas pela resistência dos materiais e tensões associadas a efeitos locais nas chapas. Nos modelos parafusados os EER foram colados nas mesas superior e inferior das vigas, nas proximidades das soldas de fixação das chapas de reforço, FIG.3.11 a 3.14.

Sendo assim, as deformações específicas determinadas nestes pontos foram afetadas sensivelmente pela presença das tensões residuais originadas pelo processo de soldagem. Isto explica a grande diferença entre os valores obtidos para M_s e M_i em cada modelo (TAB. 3.5).

TABELA 3.5 – Cargas e momentos referentes às ligações parafusadas

Modelo	Resumo: cargas (kN) e eventos	Carga última, P_u (kN)	Momento último, M_u (kN.cm)	Momento correspondente ao início de escoamento	
				M_s (kN.cm)	M_i (kN.cm)
01A	114: FLA da viga 134: Charneira plástica	162,47	4452,20	3415,06	884,87
01B	131: Início de charneira plástica 149: FLA da viga e charneira plástica evidente	158,43	4384,40	(*)	(*)
02A	48 : FLA das vigas 151: FLA por cortante e deformação nos apoios	162,21	5017,20	3600,22	804,39
02B	35 : Deformação visível 77 : Distorção no pilar	110,75	3423,90	(**)	952,74
Nota: * Não foi possível determinar pela ausência de extensômetros ** Não alcançou o M_s					

Dos resultados de ensaios da resistência à tração dos corpos de prova, conforme descrito em 3.4, pode-se inferir o valor médio para a deformação específica ϵ_y , igual a $1931 \mu\epsilon$, correspondente ao valor médio determinado para f_y .

A partir do valor de ϵ_y , pode-se determinar para cada modelo os valores de M_s e M_i apresentados na TAB.3.5.

Complementando as informações da TAB3.5, no modelo 01A ocorreu flambagem local da alma da viga para a carga de 114 kN (FOTO 3.12). Em seguida, observou-se a formação de charneira plástica na chapa de extremidade no flange de tração da viga para a carga de 134 kN, como se observa na FOTO 3.13. Após estes fenômenos, a estrutura ainda suportou um acréscimo de carregamento, chegando até 162,47 kN, que determinou o estado limite último do modelo.

No modelo 01B, o início da formação de charneira plástica na chapa de extremidade no flange de tração da viga ocorreu para uma carga de 131 kN. O limiar do modo de colapso foi caracterizado pela deformação da chapa de extremidade, formando nitidamente uma charneira plástica e a flambagem local das almas das vigas (149 kN). Elevou-se a carga aplicada até ocorrer a sua estabilização em 158,43 kN, que caracterizou a carga última do espécime. A FOTO 3.14 apresenta o modelo 01B após o ensaio.

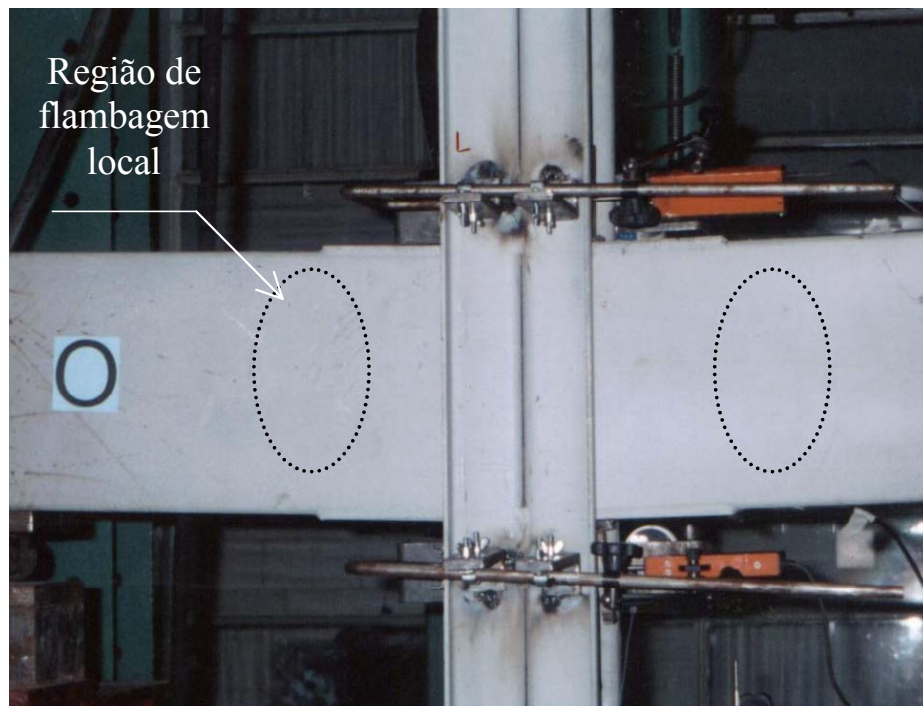


FOTO 3.12 – Modelo 01A após o ensaio



FOTO 3.13 – **Modelo 01A**: formação de charneira plástica

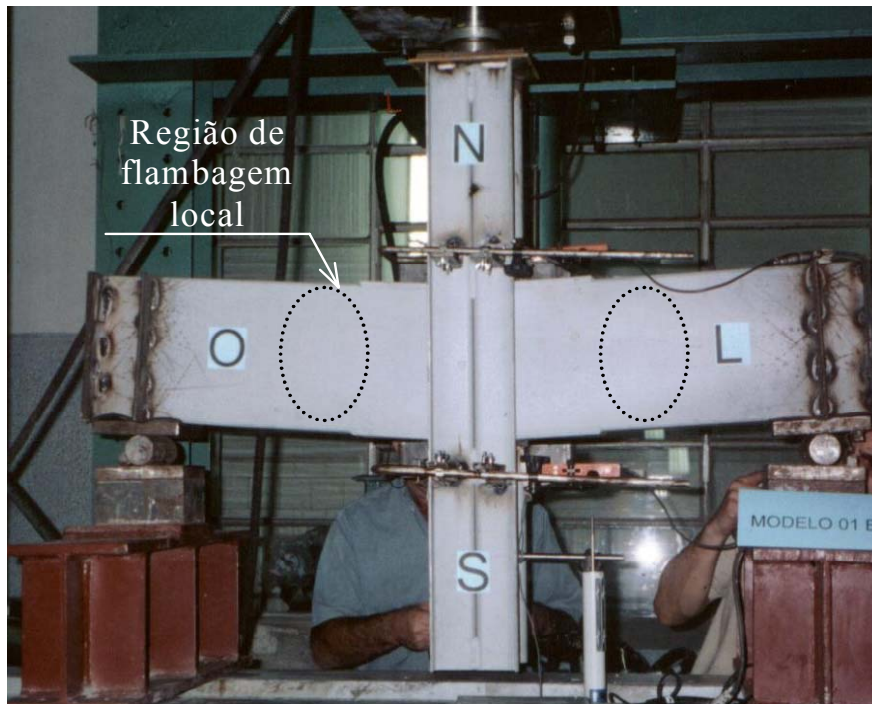


FOTO 3.14 – **Modelo 01B** após o ensaio

No modelo 02A, as primeiras deformações foram caracterizadas pela flambagem local das almas das vigas para a carga de 48 kN. Esta deformação foi devido à ineficiência dos enrijecedores próximos às extremidades das vigas, que precipitou a flambagem local observada. Com a elevação da carga para 151 kN, ocorreu a flambagem local por cortante na alma da viga e uma deformação na região dos apoios (FOTO 3.15). Após o acréscimo de carregamento imposto, a estabilização da carga ocorreu em 162,21 kN, que ficou definida como a carga última do modelo.

No modelo 02B, o início das deformações no pilar ocorreu para uma carga de 35 kN. O modo de colapso foi precipitado pela ocorrência da deformação plástica do pilar a 77 kN, comprimindo a região da mesa superior e tracionando a mesa inferior do pilar, acarretando distorção conforme as FOTOS 3.16 e 3.17. Elevando-se a carga até ocorrer a sua estabilização em 111,75 kN, ficou bem caracterizado o mecanismo de colapso no pilar do modelo, definindo uma distorção na seção do perfil.

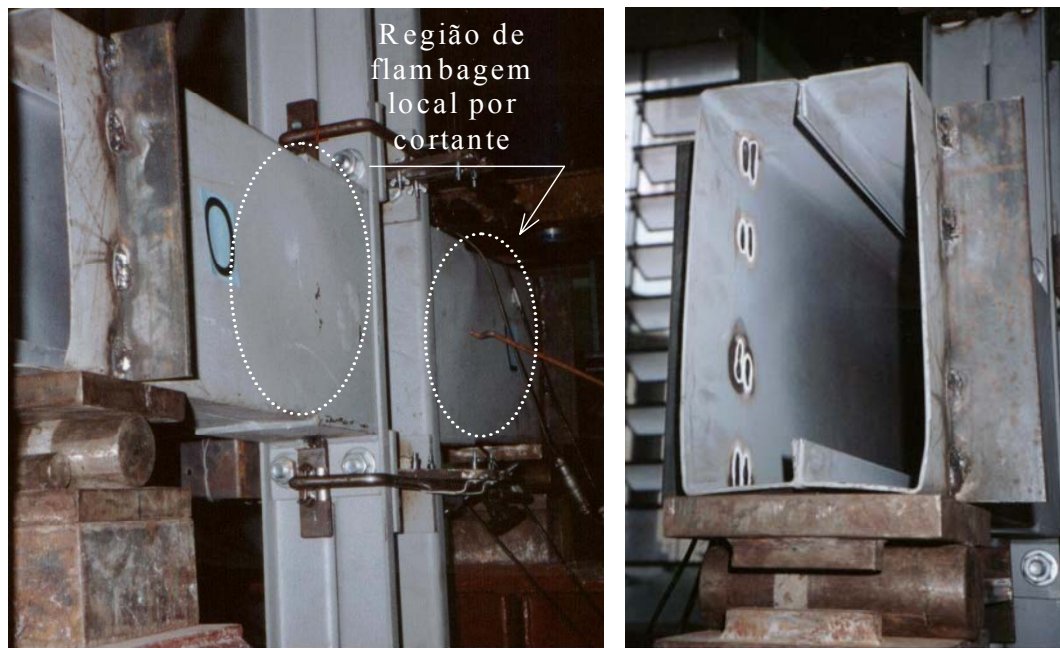


FOTO 3.15 – **Modelo 02A** após o ensaio

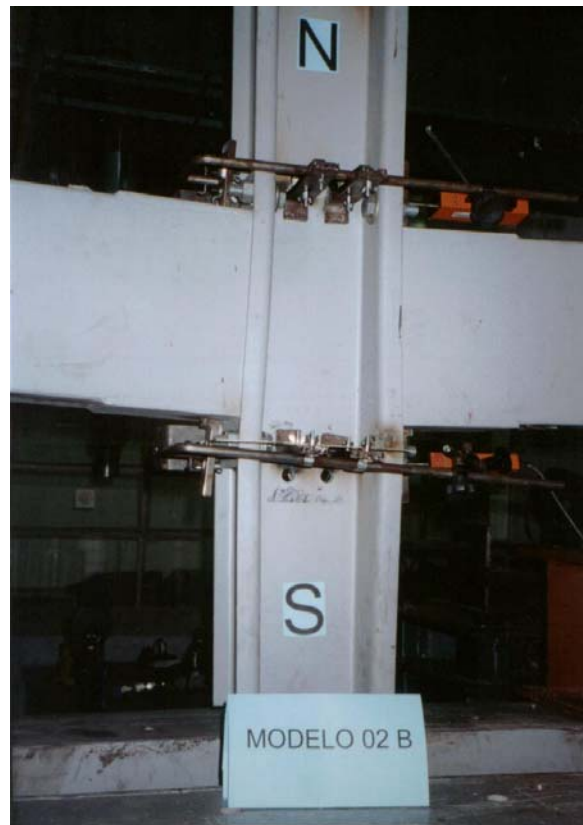


FOTO 3.16 – **Modelo 02B**: plastificação do pilar (distorção da seção do perfil)



FOTO 3.17 – **Modelo 02B**: detalhe da plastificação

As respostas gráficas dos modelos parafusados encontram-se representadas nas FIG. 3.20 a 3.38.

Nestas figuras podem-se observar os parâmetros M_u , M_s e M_i . São também indicadas as respectivas rotações relativas, ou seja:

θ_s : rotação correspondente a M_s ;

θ_i : rotação correspondente a M_i .

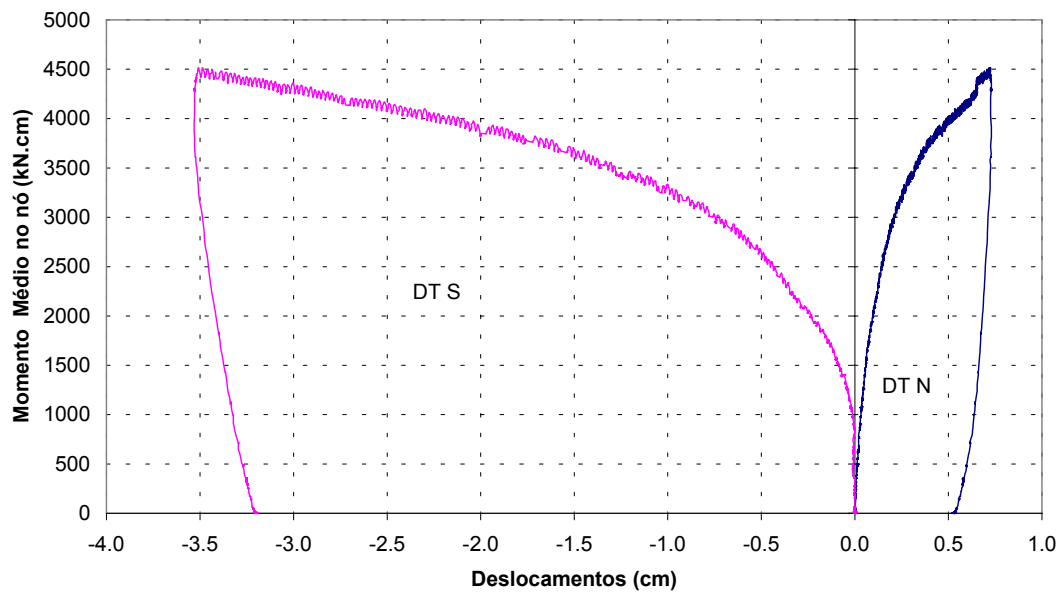


FIGURA 3.20 – **Modelo 01A**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais

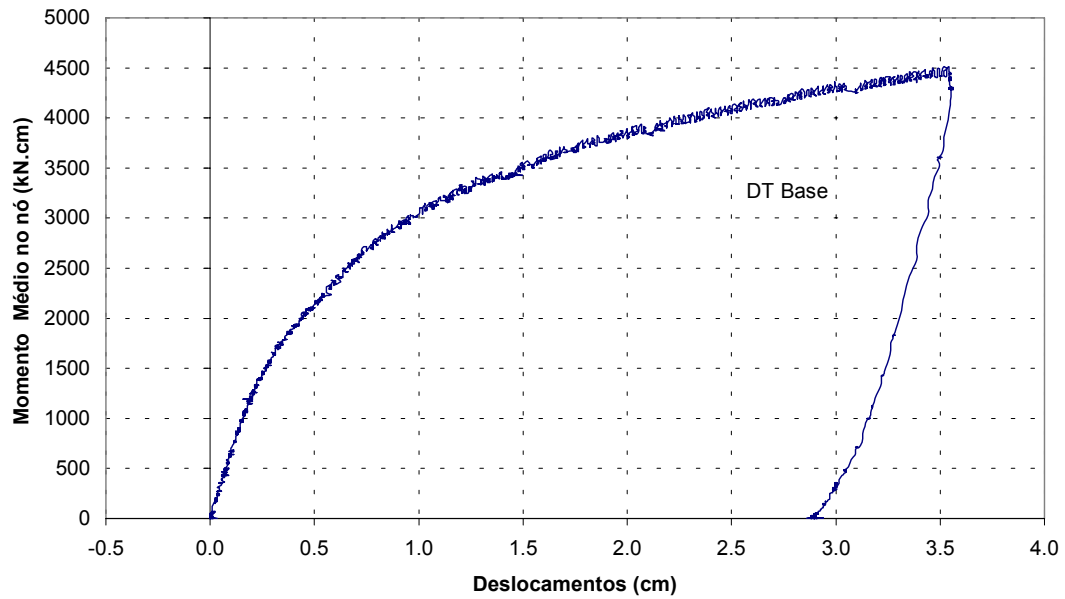


FIGURA 3.21 – **Modelo 01A**: momento médio no nó x deslocamentos verticais da base do pilar - resultados experimentais

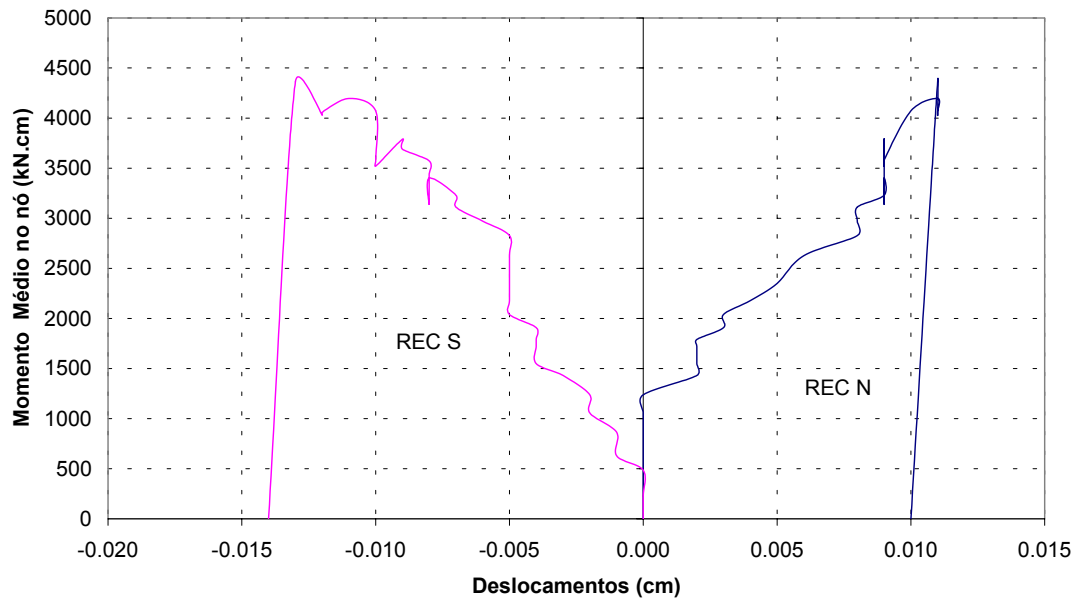


FIGURA 3.22 – **Modelo 01A**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais na parte interna da seção do pilar - resultados experimentais

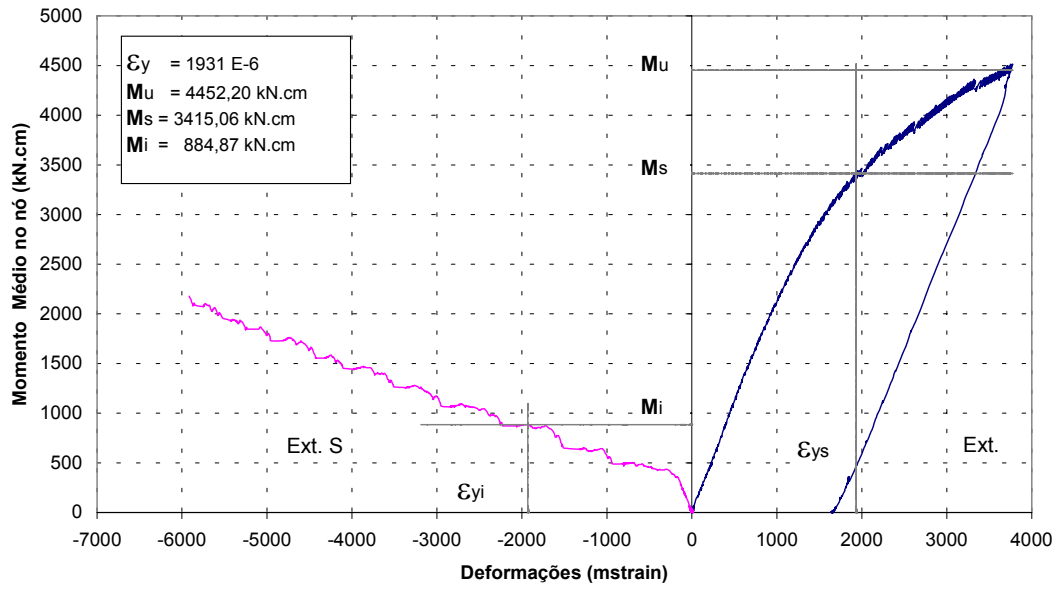


FIGURA 3.23 – **Modelo 01A**: momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais

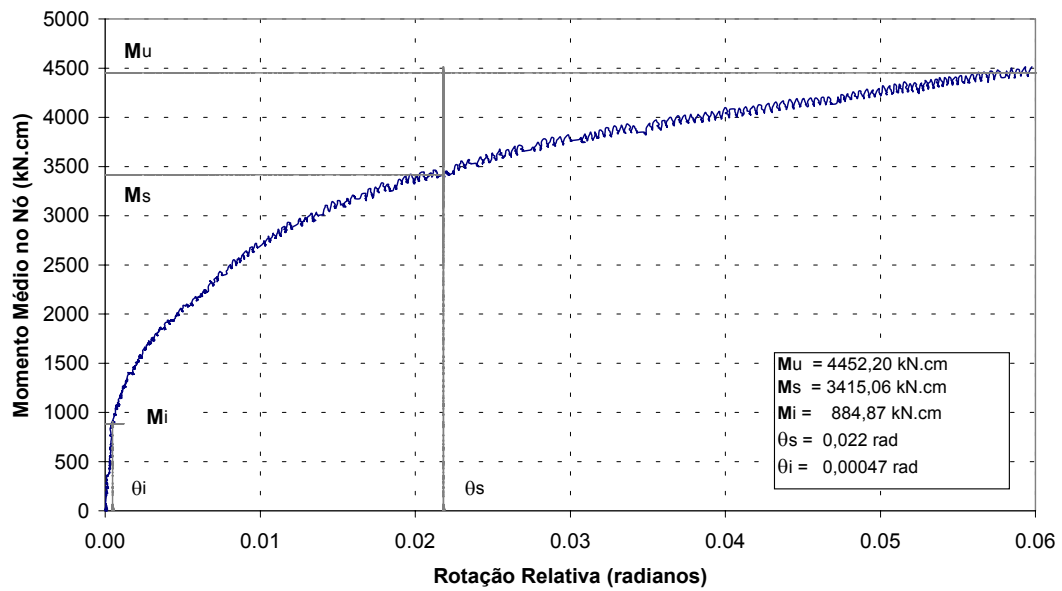


FIGURA 3.24 – **Modelo 01A**: momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais

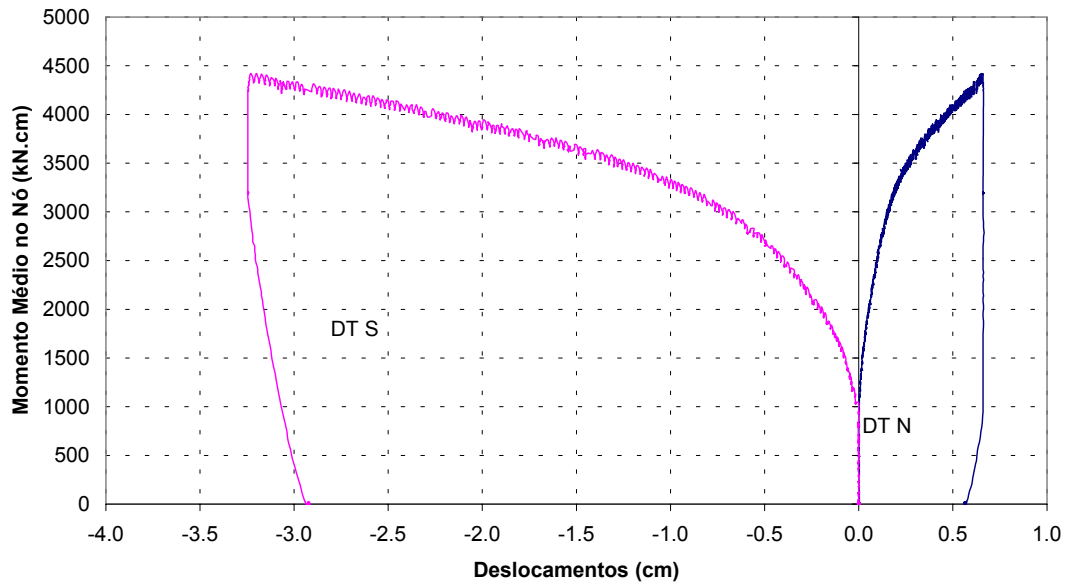


FIGURA 3.25 – **Modelo 01B**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais

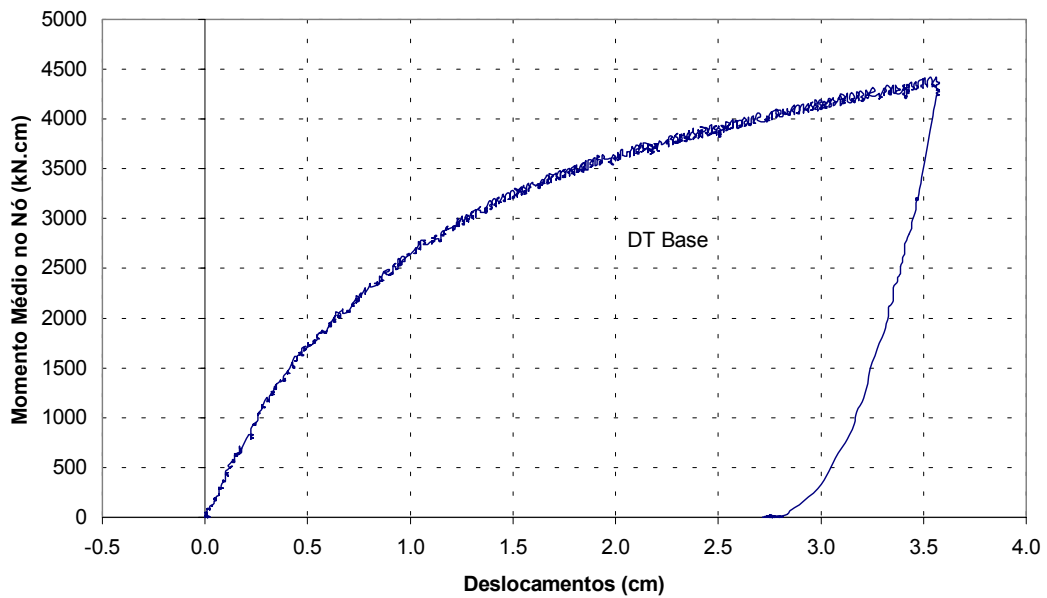


FIGURA 3.26 – **Modelo 01B**: momento médio no nó x deslocamentos verticais da base do pilar - resultados experimentais

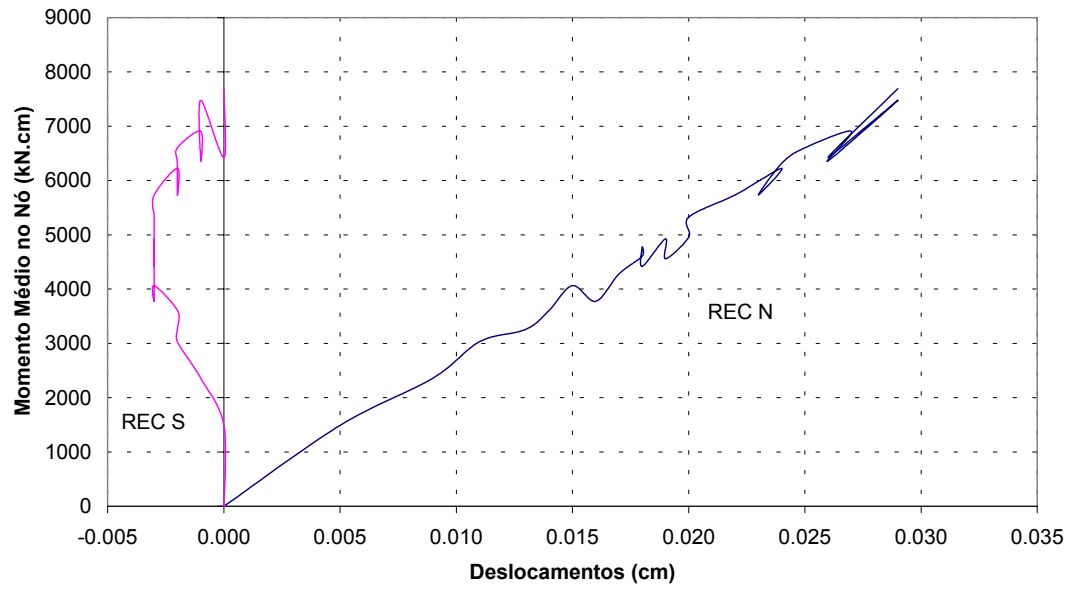


FIGURA 3.27 – **Modelo 01B**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais na parte interna da seção do pilar - resultados experimentais

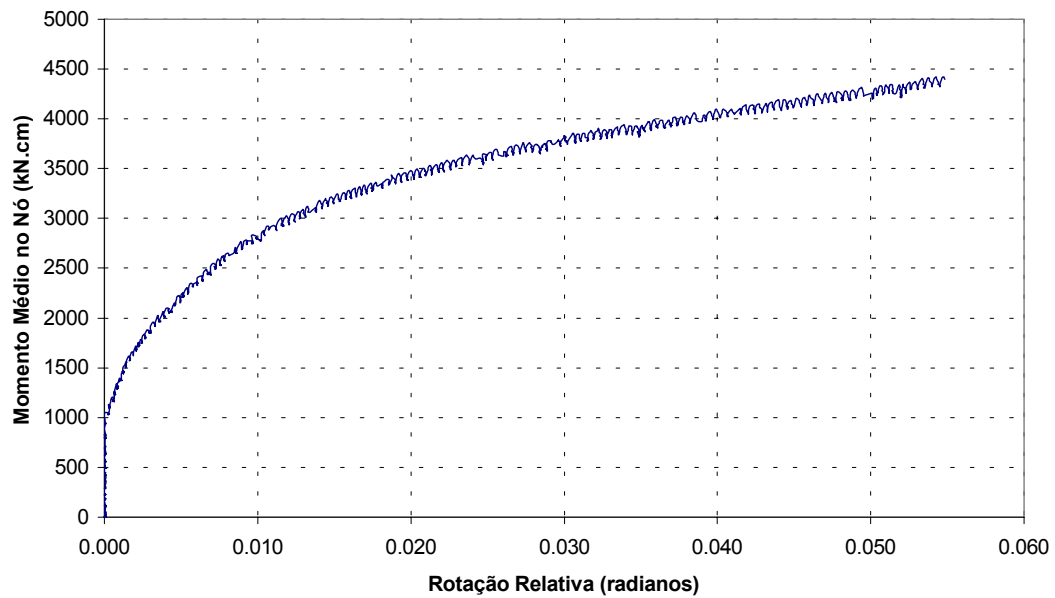


FIGURA 3.28 – **Modelo 01B**: momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais

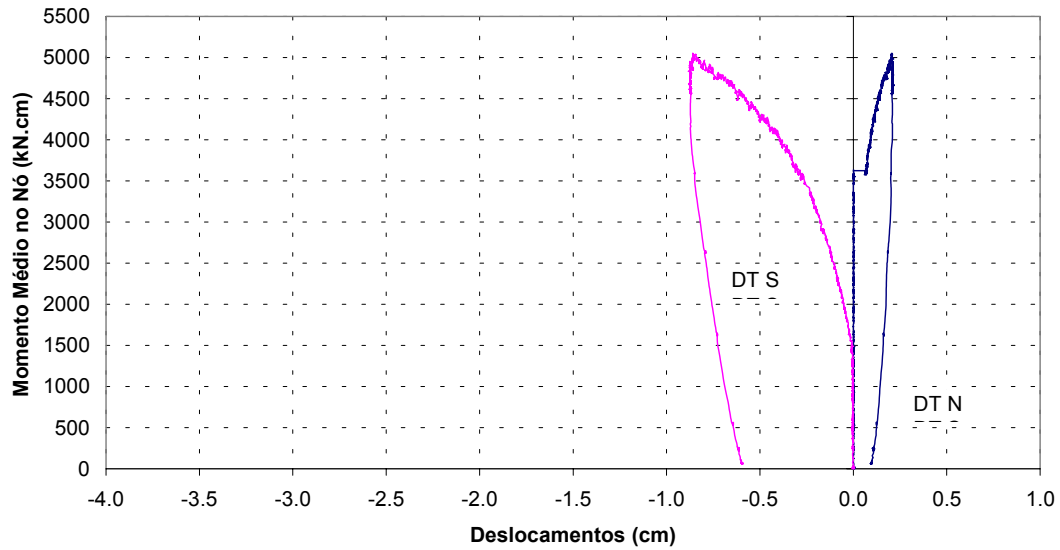


FIGURA 3.29 – **Modelo 02A**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato ara medição de rotação relativa - resultados experimentais

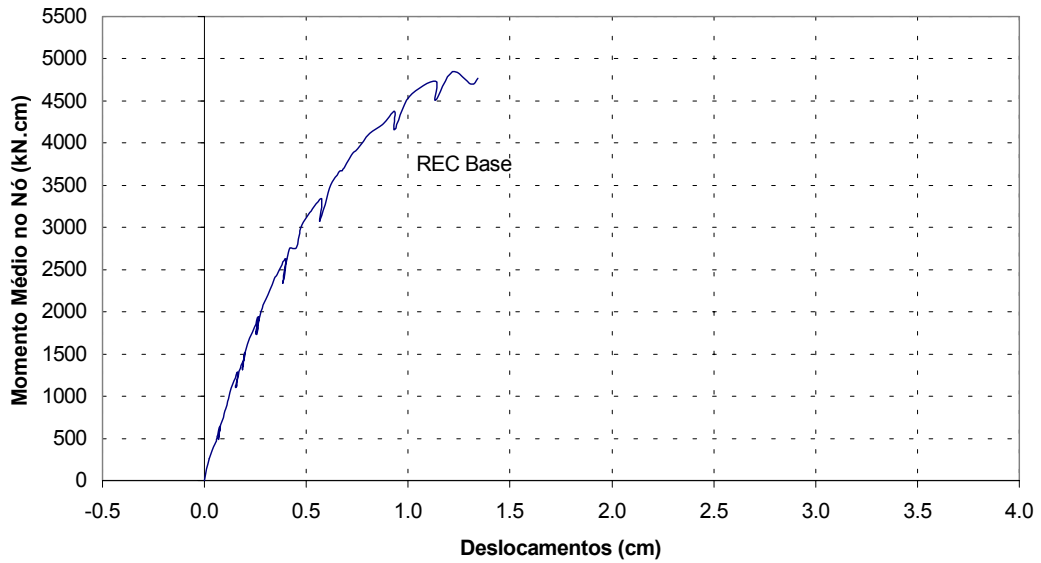


FIGURA 3.30 – **Modelo 02A**: momento médio no nó x deslocamentos verticais da base do pilar - resultados experimentais

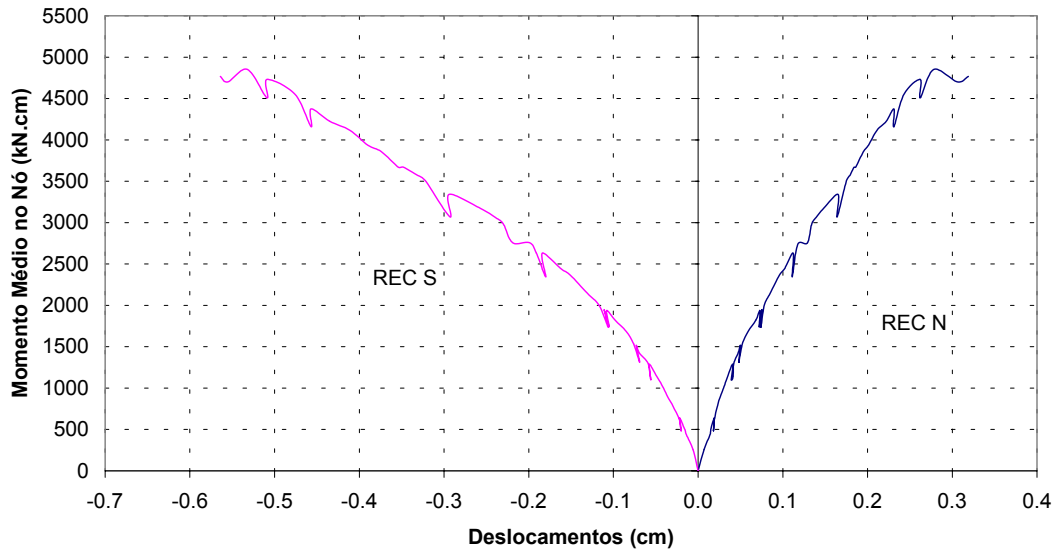


FIGURA 3.31 – **Modelo 02A**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais na parte interna da seção do pilar - resultados experimentais

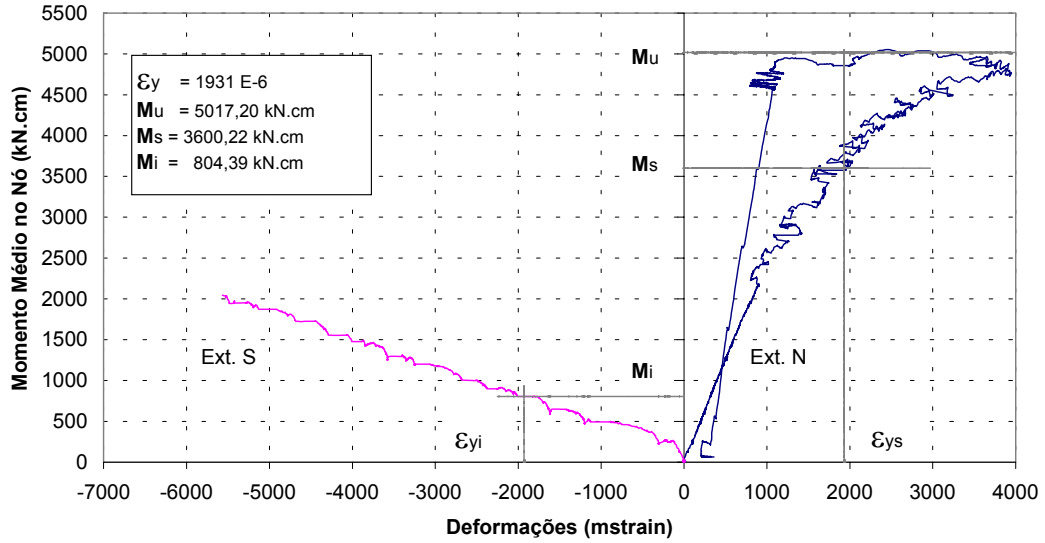


FIGURA 3.32 – **Modelo 02A**: momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais

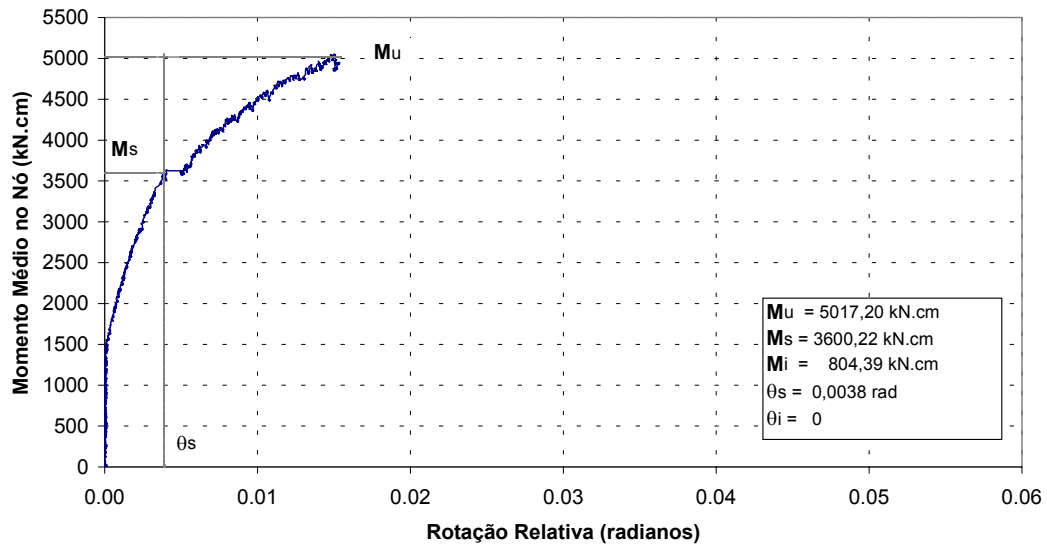


FIGURA 3.33 – **Modelo 02A**: momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais

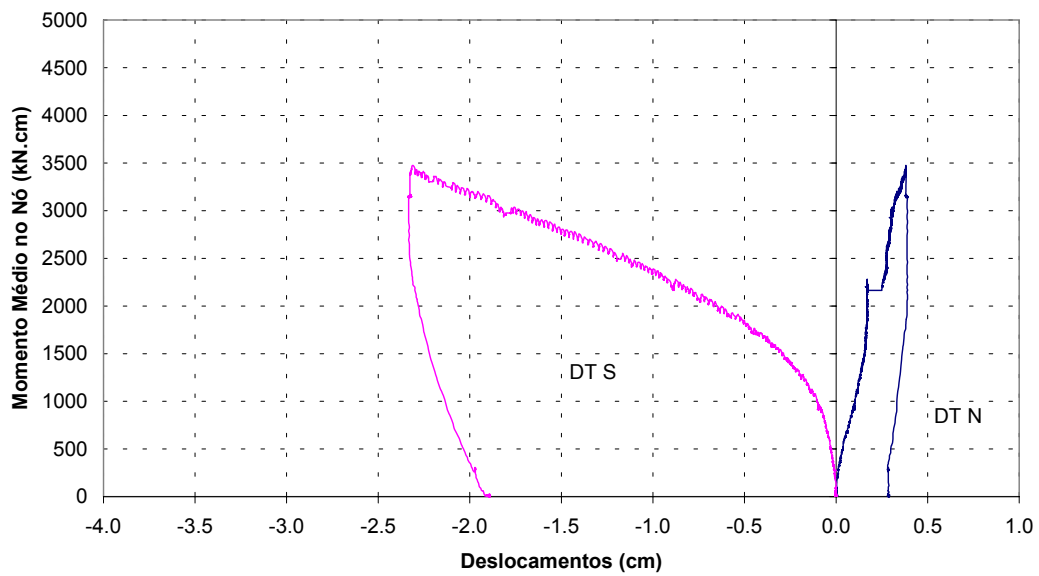


FIGURA 3.34 – **Modelo 02B**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais

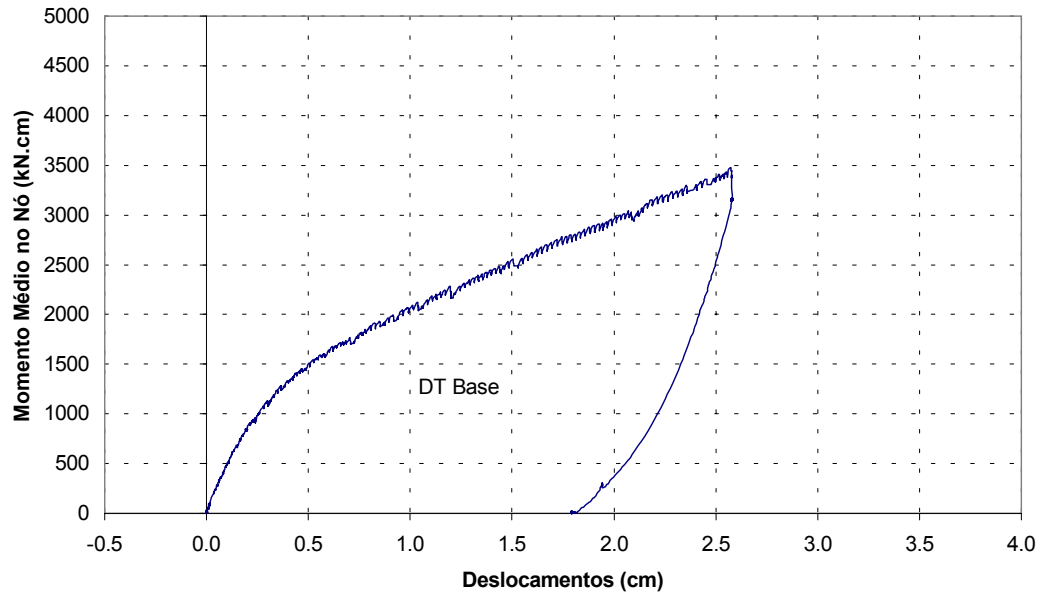


FIGURA 3.35 – **Modelo 02B**: momento médio no nó x deslocamentos verticais da base do pilar - resultados experimentais

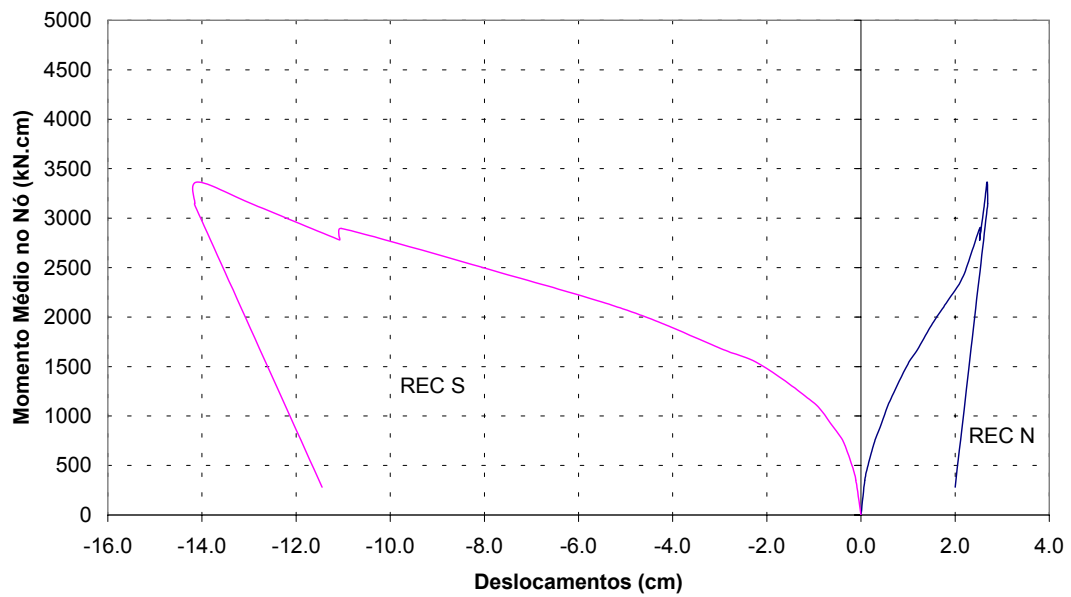


FIGURA 3.36 – **Modelo 02B**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais na parte interna da seção do pilar - resultados experimentais

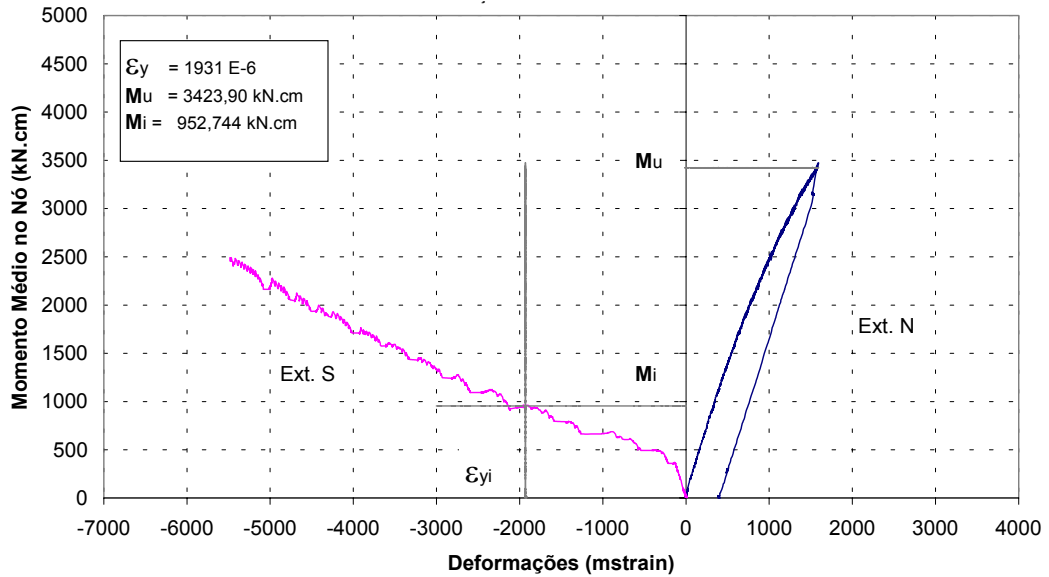


FIGURA 3.37 – **Modelo 02B**: momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais

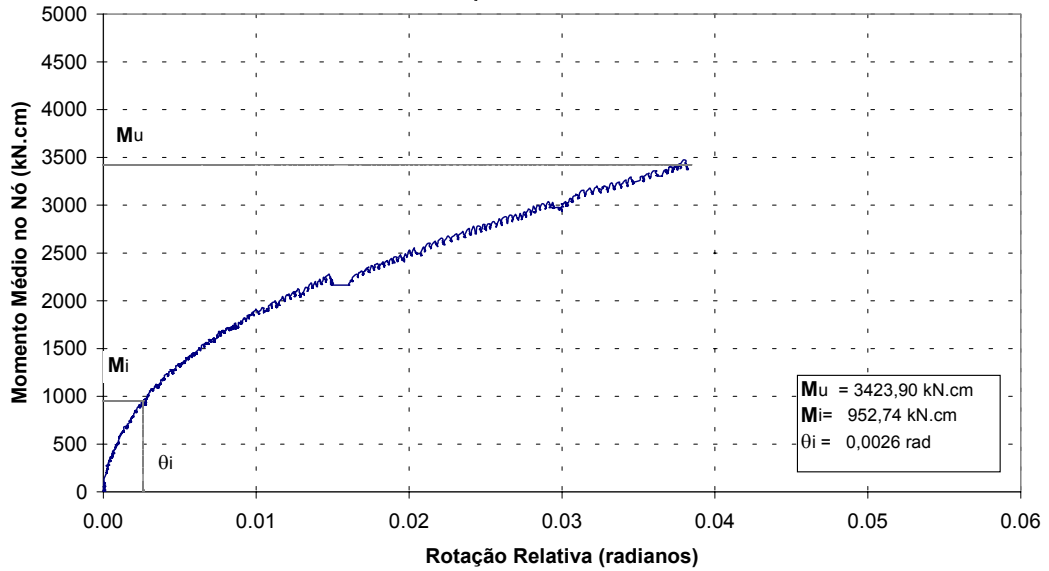


FIGURA 3.38 – **Modelo 02B**: momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais

b) Ligações soldadas:

Apresenta-se na TAB.3.6 um resumo dos eventos ocorridos nos ensaios dos modelos e as respectivas cargas, incluindo a carga e o momento último atingidos nos ensaios (P_u e M_u) e os momentos correspondentes ao início de escoamento à compressão e à tração (M_s e M_i), respectivamente nas mesas superior e inferior da viga do modelo.

No modelo 03A, o início das deformações ocorreu nas mesas do perfil do pilar para uma carga de 23 kN. O modo de colapso foi precipitado durante a carga de 34kN, quando começou a ser observada a deformação de distorção do pilar. Elevou-se a carga até ocorrer a plastificação dos enrijecedores do perfil e a plastificação por tração da mesa inferior da viga próximo à solda com o pilar, obtendo-se a estabilização do carregamento em 34,87 kN (FOTO 3.18). Nesta carga ficou caracterizado o colapso do modelo.

TABELA 3.6 – Cargas e momentos referentes às ligações soldadas

Modelo	Resumo: cargas (kN) e eventos	Carga última, P_u (kN)	Momento último, M_u (kN.cm)	Momento correspondente ao início de escoamento	
				M_s (kN.cm)	M_i (kN.cm)
03A	23: FLM do pilar 34: Distorção do pilar	34,87	1693,54	(*)	1411,28
03B	37: Início de escoamento da viga 42,74 : Deformação do pilar	42,74	1998,81	(*)	1862,85
04A	29: Início de escoamento da viga 32: Deformação no pilar	32,00	1530,31	(*)	1378,65
04B	25: Início de escoamento da viga 34: Deformação dos enrijecedores de borda	35,47	1627,20	1030,75	1298,45

Nota: * Não alcançou o M_s

No modelo 03B, o início de escoamento ocorreu para a carga de 37 kN na mesa inferior da viga. Em seguida, ocorreu o desprendimento entre a mesa inferior do tronco de viga e a mesa do pilar e, conseqüentemente, a deformação do pilar do tipo distorção a uma carga de 42,74 kN (FOTO 3.19), caracterizando a carga última.

No modelo 04A, o início de escoamento da viga ocorreu para a carga de 29 kN. Os perfis cartola que compõem o pilar começaram a se separar na altura da mesa inferior da viga (32 kN). Nesta carga ficou caracterizado o colapso do modelo, caracterizado pela flambagem dos enrijecedores de borda do pilar (FOTO 3.20).

No modelo 04B, o início de escoamento ocorreu na mesa superior da viga para a carga de 25 kN. O modo de colapso foi precipitado durante a carga 34 kN, caracterizado pela deformação dos enrijecedores de borda do pilar. A estrutura ainda suportou um acréscimo de carregamento até ocorrer à ruptura da solda na região tracionada da viga, para a carga de 35,47 kN.



FOTO 3.18 - **Modelo 03A** após o ensaio

FOTO 3.19 - **Modelo 03B** após o ensaioFOTO 3.20 - **Modelo 04A** após o ensaio (flambagem dos enrijecedores de borda)

As respostas gráficas dos modelos soldados encontram-se representadas nas FIG. 3.39 a 3.54.

Nestas figuras podem-se observar os parâmetros M_u , M_s e M_i . São também indicadas as respectivas rotações relativas, ou seja:

θ_s : rotação correspondente a M_s ;

θ_i : rotação correspondente a M_i .

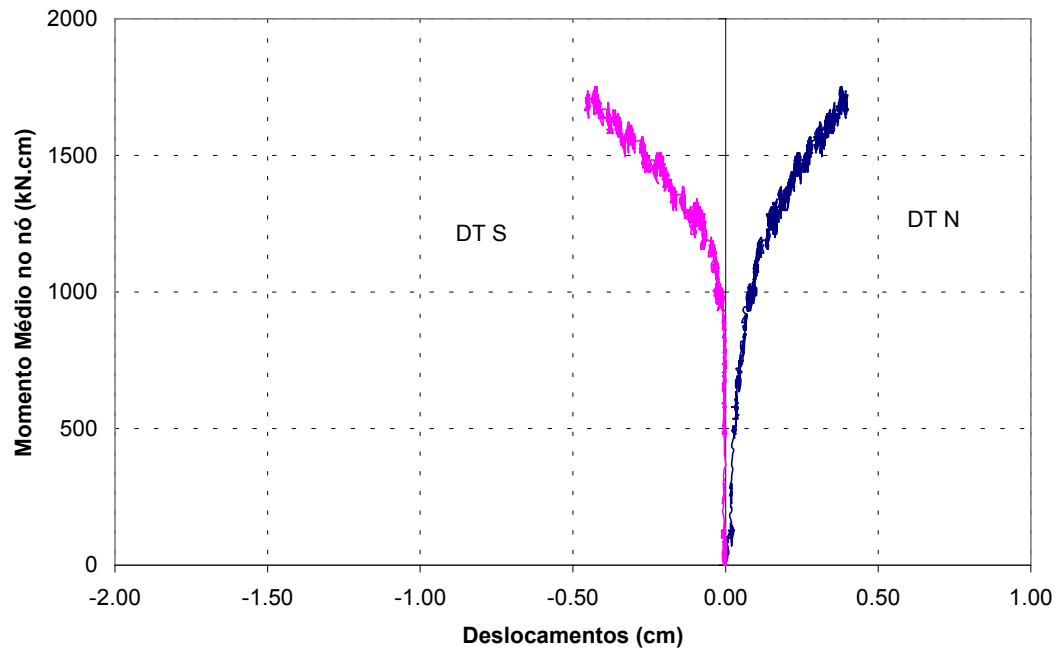


FIGURA 3.39 – **Modelo 03A**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais

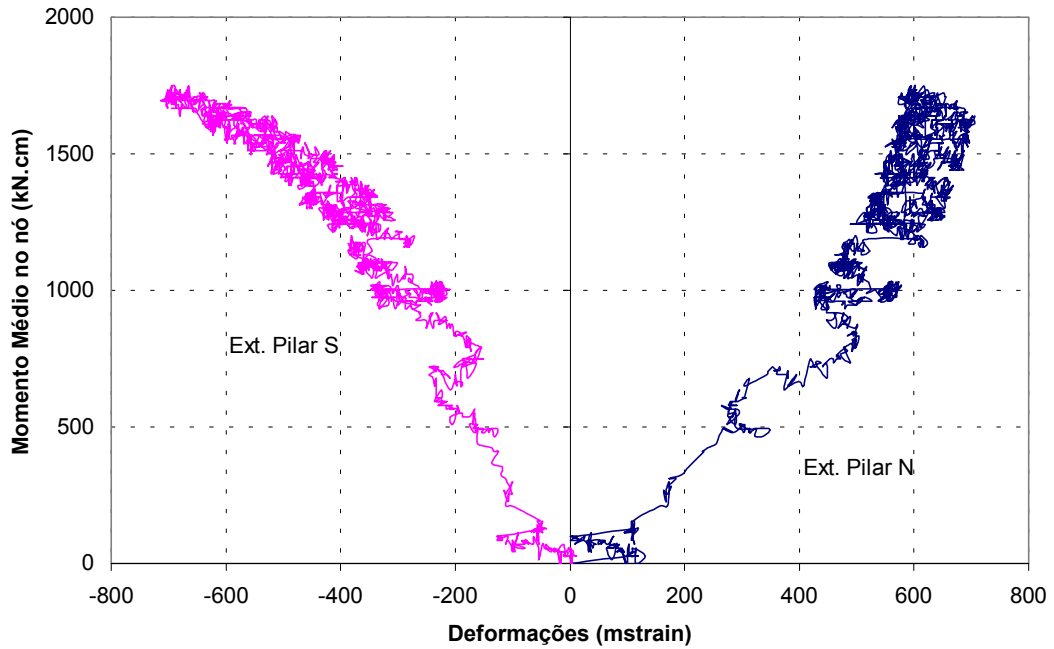


FIGURA 3.40 – **Modelo 03A**: momento médio no nó x deformações específicas no pilar - resultados experimentais

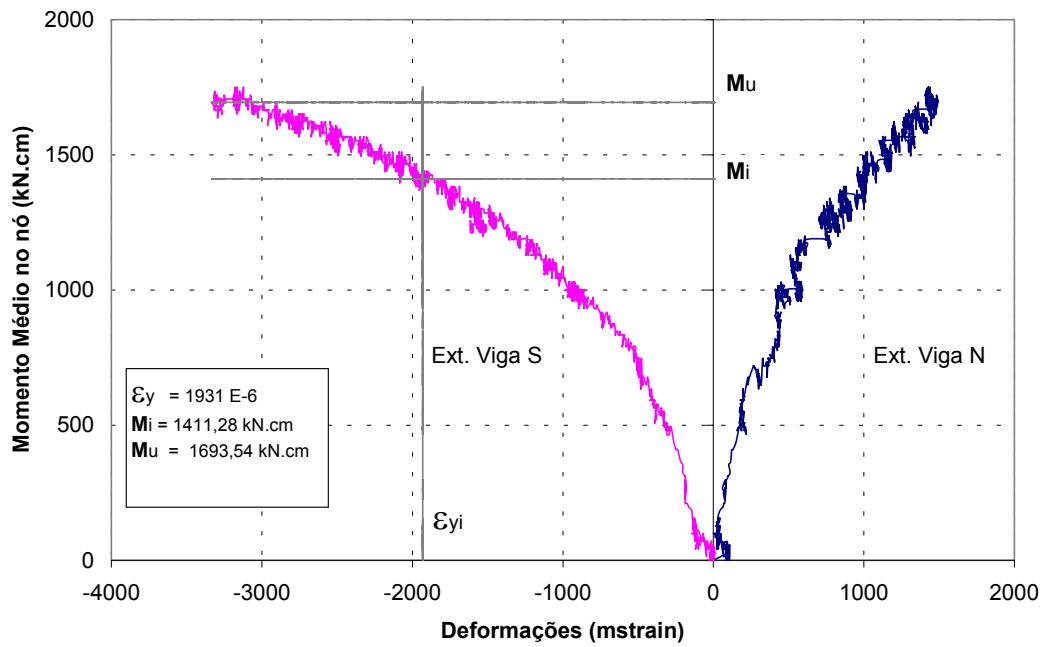


FIGURA 3.41 – **Modelo 03A**: momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais

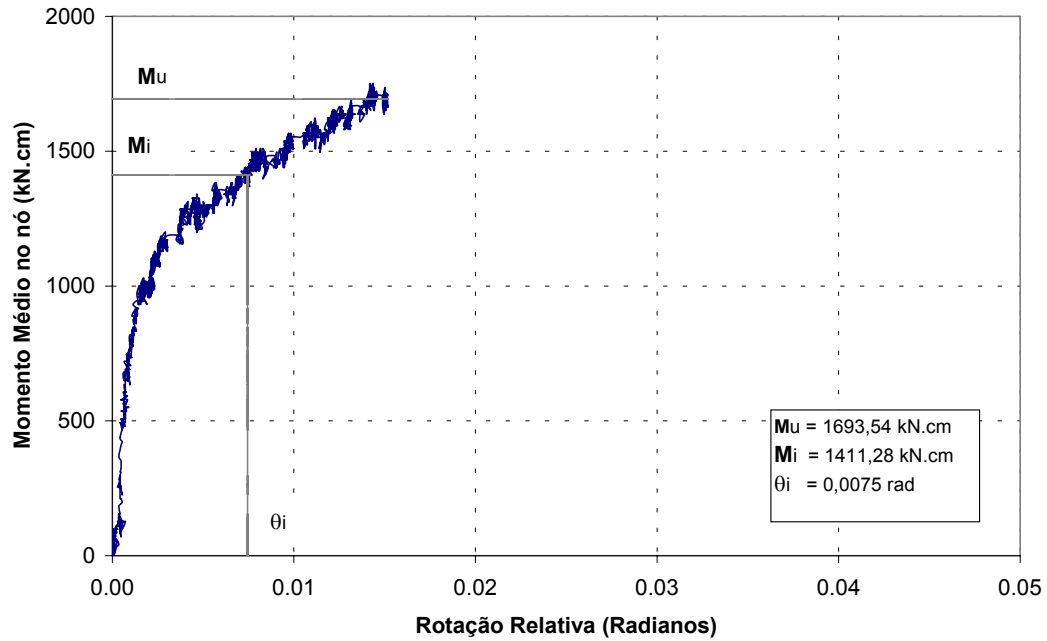


FIGURA 3.42 – **Modelo 03A**: momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais

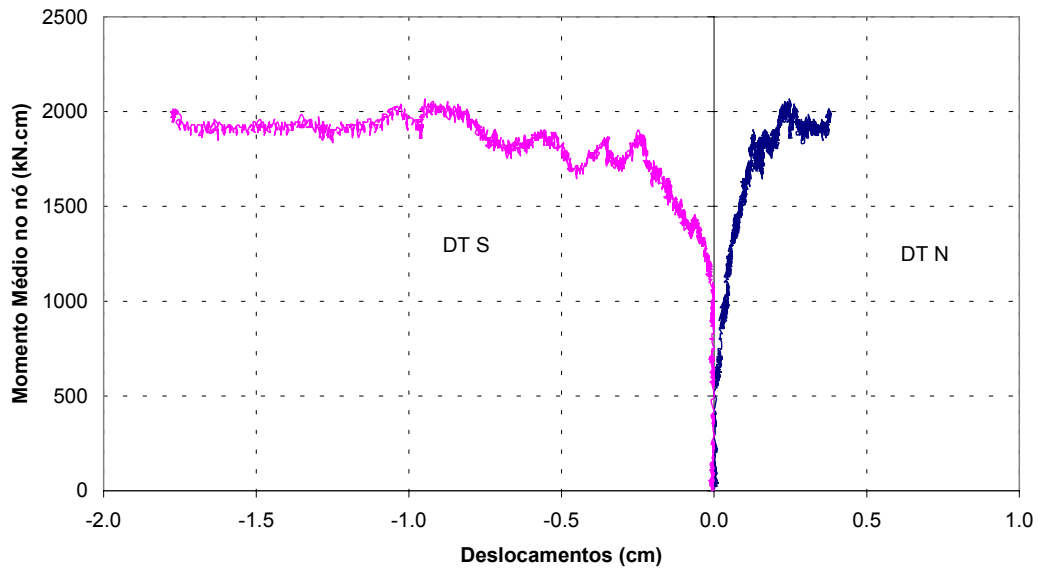


FIGURA 3.43 – **Modelo 03B**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais

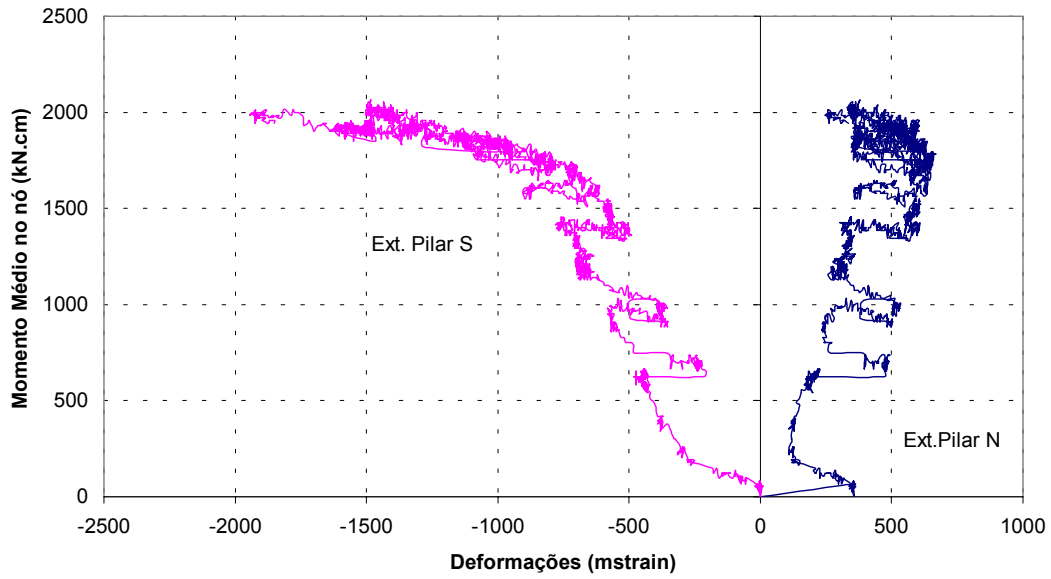


FIGURA 3.44 – **Modelo 03B**: momento médio no nó x deformações específicas no pilar - resultados experimentais

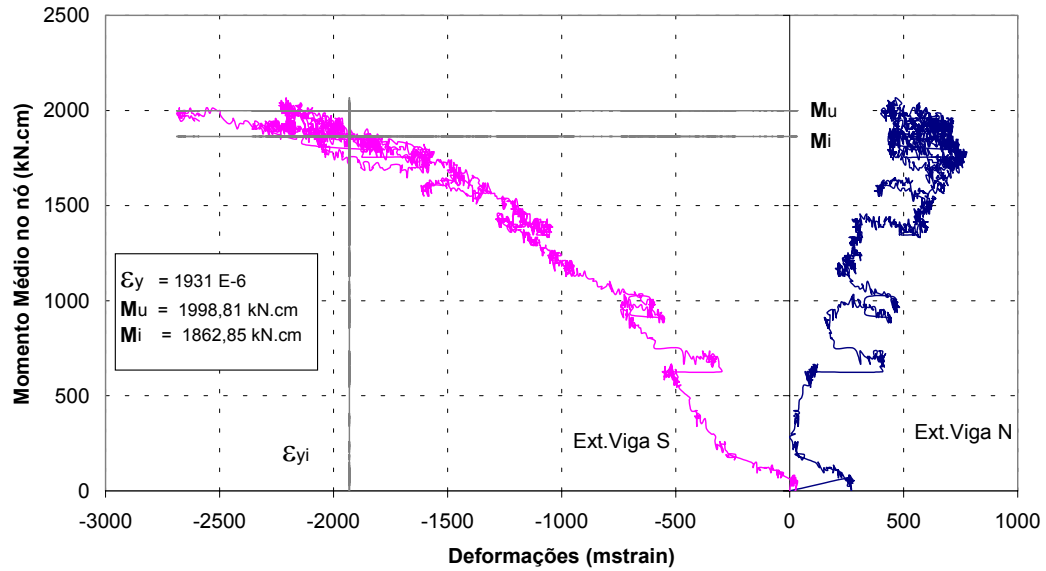


FIGURA 3.45 – **Modelo 03B**: momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais

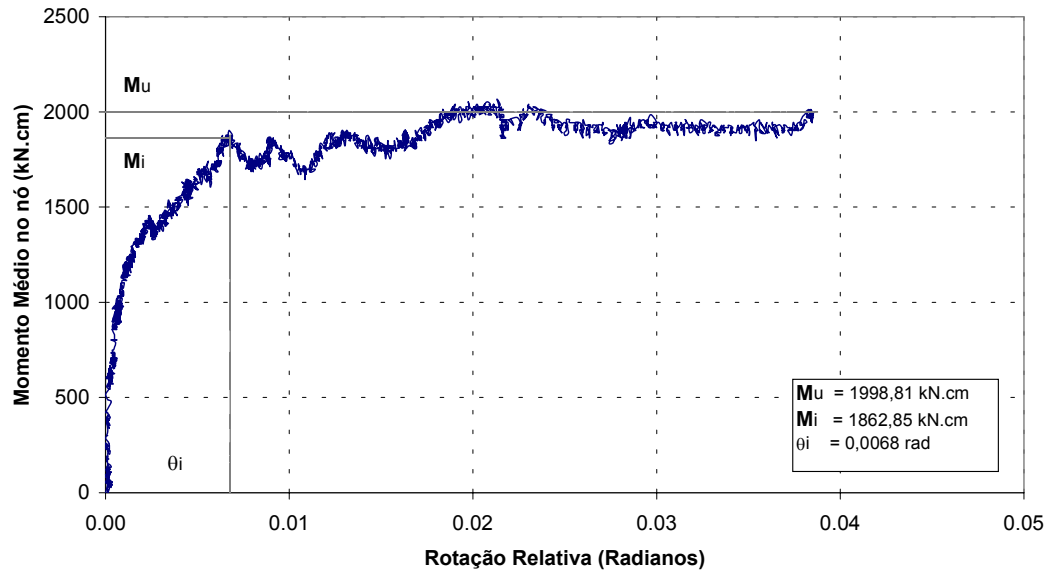


FIGURA 3.46 – **Modelo 03B**: momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais

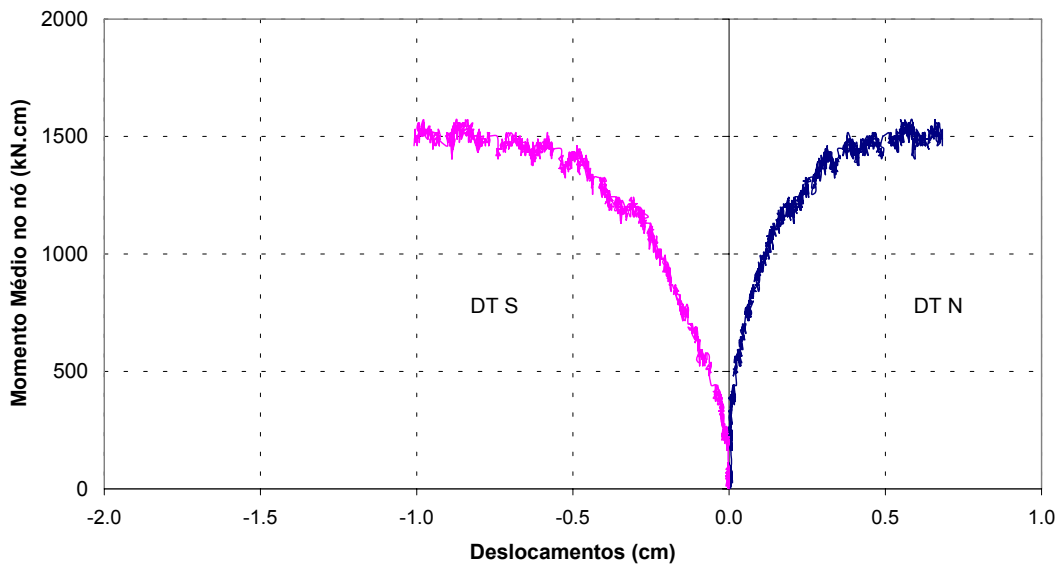


FIGURA 3.47 – **Modelo 04A**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais

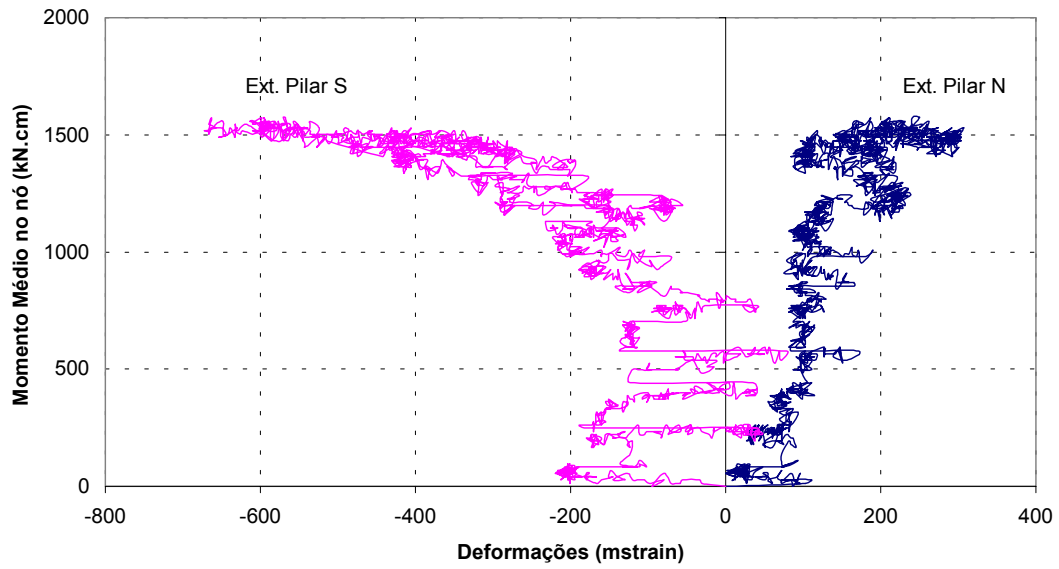


FIGURA 3.48 – **Modelo 04A**: momento médio no nó x deformações específicas no pilar - resultados experimentais

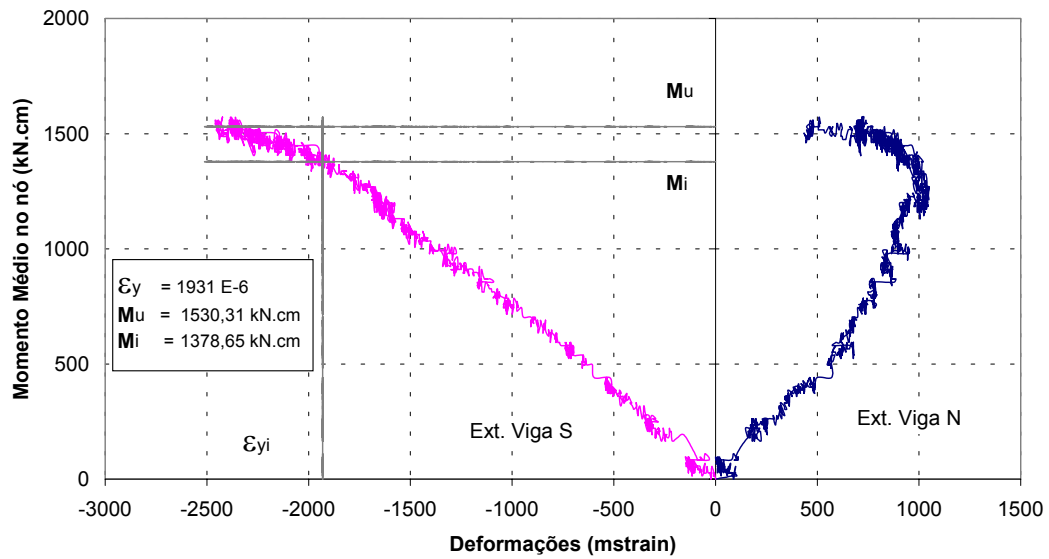


FIGURA 3.49 – **Modelo 04A**: momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais

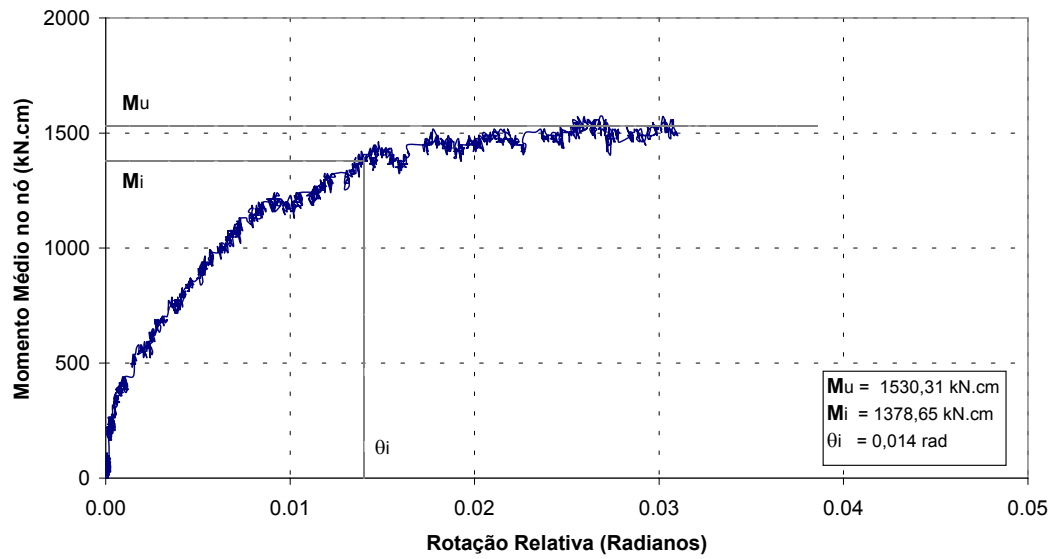


FIGURA 3.50 – **Modelo 04A**: momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais

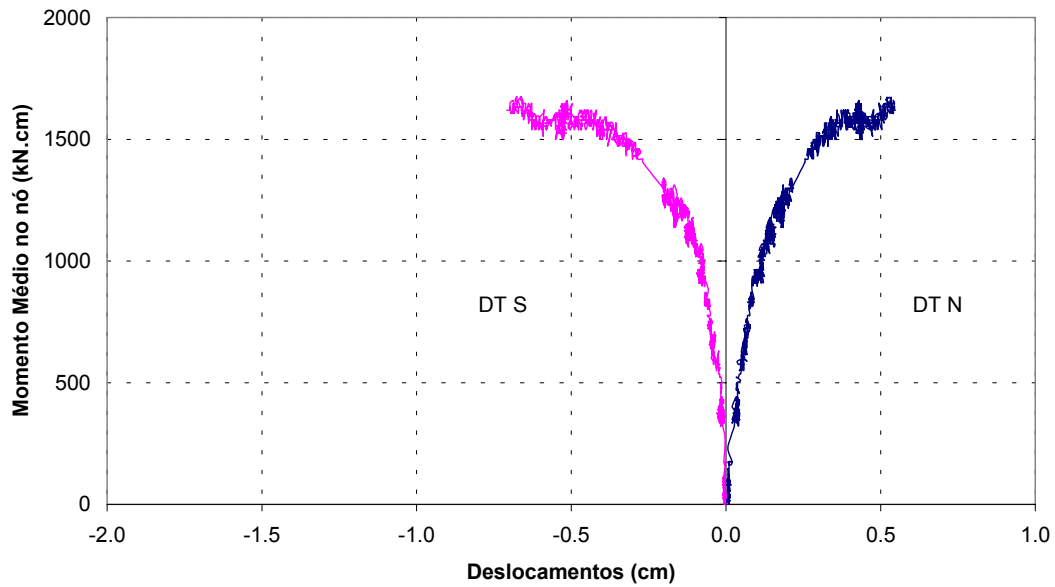


FIGURA 3.51 – **Modelo 04B**: momento médio no nó x deslocamentos horizontais do aparato para medição de rotação relativa - resultados experimentais

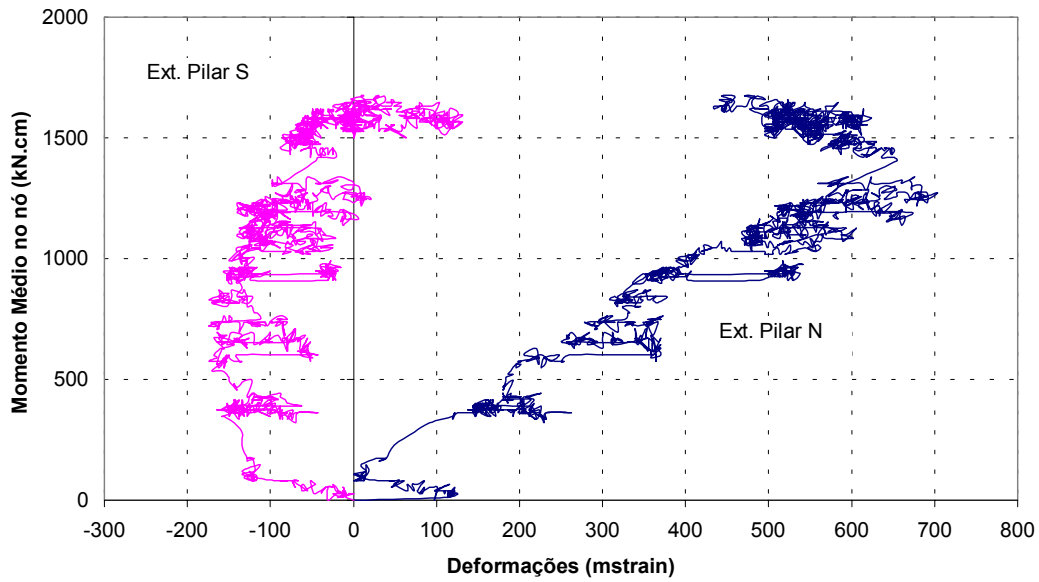


FIGURA 3.52 – **Modelo 04B**: momento médio no nó x deformações específicas no pilar - resultados experimentais

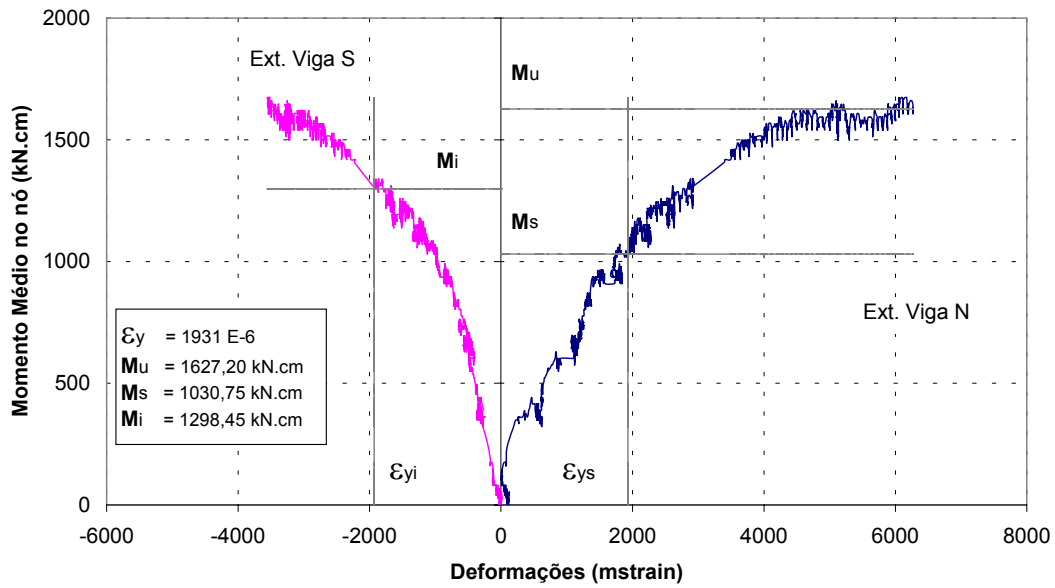


FIGURA 3.53 – **Modelo 04B**: momento médio no nó x deformações específicas na viga - resultados experimentais

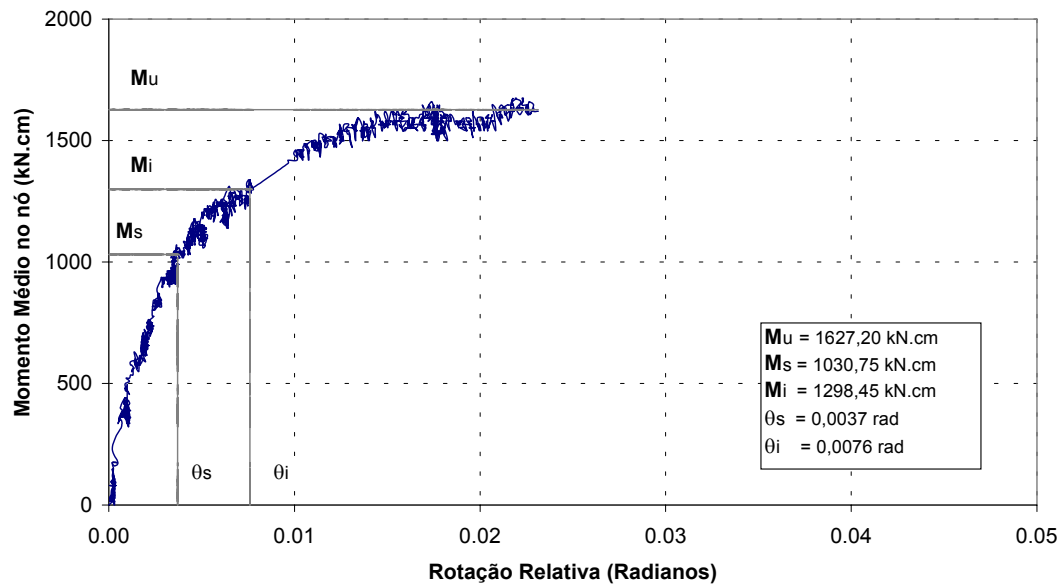


FIGURA 3.54 – **Modelo 04B**: momento médio no nó x rotação relativa - resultados experimentais

Nos ensaios de ligações rígidas parafusadas não foram observadas deformações nas mesas dos pilares que comprometessem o comportamento esperado. As respostas obtidas em termos de rigidez tangente na origem confirmam os resultados.

Como esperado, as maiores deformações nas mesas dos pilares (na altura da mesa comprimida da viga) ocorreram nas ligações semi-rígidas parafusadas e soldadas e flexível soldada. Ainda neste caso não foi observado o colapso súbito do modelo (ruptura do metal base ou do material de solda).

4

AJUSTES DAS MODELAGENS ANALÍTICAS

4.1 – Introdução

A partir das respostas obtidas dos ensaios experimentais é possível desenvolver novas técnicas de análise teórica que possibilitam seu uso na prática, tais como modelos analíticos que representem o comportamento não-linear $M-\theta$ das ligações. Tais soluções podem ser descritas por meio de equações em função dos parâmetros envolvidos no problema.

Neste trabalho são analisadas algumas equações usuais para as curvas momento-rotação de ligações parafusadas e soldadas em perfis formados a frio, sendo que as equações utilizadas foram encontradas na literatura para perfis laminados ou soldados.

Conforme PIMENTA (2000), “Através do método de Levenberg-Marquardt encontram-se os melhores coeficientes para o ajuste, utilizando-se, para isto, dados obtidos em ensaios experimentais.

A modelagem analítica consiste em encontrar funções que descrevam um conjunto de observações experimentais. Tais funções são determinadas pelo ajuste de um modelo proposto, que depende de parâmetros ajustáveis, e fornece os coeficientes apropriados.

O procedimento consiste, na maioria das vezes, em escolher ou criar uma “função de mérito” que meça a diferença entre o resultado obtido experimentalmente e o obtido pelo modelo escolhido. A função de mérito é convenientemente arrumada para que a diferença seja pequena. Os parâmetros ajustáveis são então otimizados para obter o mínimo na função de mérito, produzindo os “melhores parâmetros ajustados”, segundo PRESS *et al* (1992).

Os dados estão sujeitos a ponderar erros, por isso não só é importante a determinação dos parâmetros, mas, também, dos erros relativos a eles e de uma medida estatística da qualidade do ajuste.

4.2 – Mínimos Quadrados como um Estimador (PRESS *et al*, 1992)

Ajustando-se N pontos (x_i, y_i) $i = 1, \dots, N$ a um modelo com M parâmetros ajustáveis a_j , $j = 1, \dots, M$, o modelo prediz a relação funcional entre as variáveis dependentes e as independentes (Eq.4.1):

$$y(x) = y(x; a_1 \dots a_M) \quad (4.1)$$

onde os parâmetros ajustáveis estão indicados à direita.

Quer-se, então, minimizar o χ^2 (chi quadrado) definido pela Eq.4.2:

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - y(x_i; a_1 \dots a_M)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (4.2)$$

Os y_i são os valores obtidos experimentalmente. Note-se que na Eq.4.2 o desvio padrão σ aparece com um índice i , possibilitando a cada ponto possuir um desvio padrão distinto.

Supõe-se que cada ponto y_i possui um erro de medida aleatório, independente e distribuído segundo uma distribuição normal (Gaussiana) em torno de um modelo “real” $y(x)$. Presumindo-se que os desvios padrão σ destas distribuições normais sejam iguais em todos os pontos, tem-se a probabilidade da série de dados igual ao produto das probabilidades em cada ponto, (Eq.4.3):

$$P \propto \prod_{i=1}^N \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma} \right)^2 \right] \Delta y \right\} \quad (4.3)$$

Maximizar a Eq.4.3 é equivalente a minimizar o negativo de seu logaritmo, dado a seguir pela Eq.4.4:

$$\left[\sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i)]^2}{2\sigma^2} \right] - N \log \Delta y \quad (4.4)$$

Como N , σ , e Δy são constantes, minimizar a Eq.4.4 é o mesmo que minimizar a Eq.4.2.

Contudo, é necessário fazer-se um estudo a respeito da confiabilidade do resultado. Para isto utiliza-se Q , que é a probabilidade de que o chi quadrado possa eventualmente exceder um valor particular χ^2 . O valor dessa probabilidade Q é normalmente encontrado em tabelas estatísticas e é dado em função do número de graus de liberdade ($v = N - M$) e de χ^2 . Se for obtido um valor muito pequeno de Q , é possível que tenha ocorrido algumas das anomalias a seguir:

- o modelo não é bom;
- o desvio padrão é maior do que o utilizado;
- a medida dos erros pode não obedecer a uma distribuição normal.

Mas, se por outro lado, obtém-se um valor de Q muito grande (próximo de um), o modelo é bom demais para ser verdade e é possível que se tenha superestimado o valor do desvio padrão. Portanto, é desejável que se obtenha um valor intermediário de Q . Normalmente, quando $\chi^2 \approx v$, onde v é o número de graus de liberdade, tem-se um bom ajuste.

4.3 – Regressão Linear, uma Variável Independente (PRESS *et al*, 1992)

O ajuste mais simples é o de um conjunto com N pontos (x_i, y_i) a uma reta dada pela Eq.4.5.

$$y(x) = y(x; a, b) = a + bx \quad (4.5)$$

Supondo σ_i para todo y_i conhecido e que x_i 's (variáveis dependentes) são também conhecidas, para saber se o modelo combina com os dados, usa-se a função de mérito chi quadrado (Eq.4.6):

$$\chi^2(a, b) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - a - bx_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (4.6)$$

Para determinar a e b deriva-se $\chi^2(a, b)$ em relação a a e b :

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial \chi^2}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{y_i - a - bx_i}{\sigma_i^2} \\
0 &= \frac{\partial \chi^2}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{x_i (y_i - a - bx_i)}{\sigma_i^2}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Estas equações podem ser, então, reescritas de forma mais conveniente se forem definidos os somatórios da Eq.4.8:

$$\begin{aligned}
S &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} & S_x &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2} & S_y &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2} \\
S_{xx} &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} & S_{xy} &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

A partir destas definições, a Eq.4.7 fica:

$$\begin{aligned}
aS + bS_x &= S_y \\
aS_x + bS_{xx} &= S_{xy}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Então, tem-se a solução abaixo para os parâmetros a e b :

$$\begin{aligned}
\Delta &\equiv SS_{xx} - (S_x)^2 \\
a &\equiv \frac{S_{xx}S_y - S_xS_{xy}}{\Delta} \\
b &\equiv \frac{SS_{xy} - S_xS_y}{\Delta}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

4.4 – Ajuste Linear Geral pelo Método dos Mínimos Quadrados (PRESS *et al*, 1992)

A generalização imediata ao tópico anterior é o ajuste de um conjunto de pontos $(x_i; y_i)$ a um modelo que não é somente uma combinação linear de 1 e x ($ax + b$), mas também uma combinação linear de quaisquer M funções especificadas de x . Por exemplo, as funções poderiam ser $1, x, x^2, \dots, x^{M-1}$, cujo caso geral de combinação linear é dado pela Eq.4.11.

$$y(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \dots + a_Mx^{M-1} \quad (4.11)$$

que é um polinômio de grau $M-1$. Alternativamente, as funções poderiam ser senos e cossenos, cujos casos gerais são séries harmônicas. A forma geral desse tipo de modelo é (Eq.4.12):

$$y(x) = \sum_{k=1}^M a_k X_k(x) \quad (4.12)$$

onde $X_1(x), \dots, X_M(x)$ são funções fixas e arbitrárias de x , chamadas de funções básicas.

Note que as funções $X_k(x)$ podem ser funções não lineares de x . Nesta discussão, “linear” se refere apenas à dependência do modelo em seus parâmetros a_k . Define-se na Eq.4.13 a função de mérito para este modelo:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - \sum_{k=1}^M a_k X_k(x_i)}{\sigma_i} \right]^2 \quad (4.13)$$

Como anteriormente, σ_i é o erro de medida (desvio padrão) do ponto i , supostamente conhecido. Se os erros de medida não forem conhecidos, pode-se fazê-los um valor constante $\sigma = 1$.

Novamente, pegam-se os melhores parâmetros que minimizem χ^2 . Existem diferentes técnicas disponíveis para achar este mínimo, porém nenhuma destas técnicas será discutida neste trabalho.

4.5 – Método de Levenberg-Marquardt para mais de uma Variável Independente, PRESS *et al* (1992)

O método é baseado em dois princípios elementares. O primeiro princípio é que os componentes da matriz Hessiana, mesmo se não utilizáveis, dão alguma informação sobre a ordem de magnitude da escala do problema.

A função de mérito χ^2 é adimensional, isto é, um número puro. Isto fica evidente na Eq.4.14.

$$\chi^2(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - y(x_i; \mathbf{a})}{\sigma_i} \right]^2 \quad (4.14)$$

O gradiente de χ^2 com seus respectivos parâmetros \mathbf{a} , onde χ^2 pode ser zero, possui os seguintes componentes (Eq.4.15):

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i; \mathbf{a})]}{\sigma_i^2} \frac{\partial y(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_k} \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (4.15)$$

Fazendo uma derivada parcial adicional e definindo,

$$\beta_k \equiv -\frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} \quad \alpha_{kl} \equiv \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_k \partial a_l} \quad (4.16)$$

e remanejando os termos para que a equação possa ser reescrita como um conjunto de equações lineares (Eq.4.17):

$$\sum_{l=1}^M \alpha_{kl} \delta a_l = \beta_k \quad (4.17)$$

Por outro lado, β_k tem a dimensão de $1/a_k$, que pode ter dimensões tais como $1/\text{cm}$. A constante de proporcionalidade entre β_k e δa_k deve ter a dimensão de a_k^2 . Ao se procurar nos componentes de $[\alpha]$ se verá que o único valor com esta dimensão é $1/\alpha_{kk}$, referente aos elementos da diagonal. Porém a escala pode ser muito grande. Então, divide-se a constante por um fator λ , com a possibilidade de se fazer $\lambda \gg 1$ para diminuir-se o passo (Eq.4.18).

$$\delta a_l = \frac{1}{\lambda \alpha_{ll}} \beta_l \quad \therefore \quad \lambda \alpha_{ll} \delta a_l = \beta_l \quad (4.18)$$

É necessário que α_{ll} seja positivo, mas isto é garantido pela Eq.4.19.

$$\alpha_{kl} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \left[\frac{\partial y(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_k} \frac{\partial y(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_l} \right] \quad (4.19)$$

O segundo princípio de Marquardt é que as Eq.4.17 e 4.18 podem ser combinadas se for definida uma nova matriz α' segundo a Eq.4.20.

$$\begin{aligned}\alpha'_{jj} &\equiv \alpha_{jj}(1 + \lambda) \\ \alpha'_{jk} &\equiv \alpha_{kj} \quad (j \neq k)\end{aligned}\tag{4.20}$$

e depois serem substituídas pela Eq.4.21.

$$\sum_{l=1}^M \alpha'_{kl} \delta a_l = \beta_k\tag{4.21}$$

Quando λ é muito grande, a matriz α' é forçada a ser diagonalmente dominante, e assim a Eq.4.21 se torna idêntica à Eq.4.18. Por outro lado, quando λ se aproxima de zero, a Eq.4.21 se torna a Eq.4.17.

Dada uma estimativa inicial para um conjunto de parâmetros a ajustar \mathbf{a} , Marquardt recomenda que:

- compute $\chi^2(\mathbf{a})$;
- escolha um valor modesto para λ , por exemplo, $\lambda=0,001$ (neste estudo utilizou-se preferencialmente $\lambda=1$);
- (*) resolva as equações lineares Eq.4.18 para $\delta\mathbf{a}$ e avalie $\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a})$;
- se $\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a}) \geq \chi^2(\mathbf{a})$, aumente λ por um fator de dez (ou outro fator substancial qualquer) e retorne em (*);
- se $\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a}) < \chi^2(\mathbf{a})$, diminua λ por um fator de dez, atualize a solução $\mathbf{a} \leftarrow \mathbf{a} + \delta\mathbf{a}$, e volte para (*).

Também é necessária uma condição de parada. Fazer iterações para convergência é geralmente desnecessário quando o mínimo dos parâmetros \mathbf{a} é estatisticamente o melhor. Quando se altera χ^2 por uma quantidade $\ll 1$, não é nunca estatisticamente significativo. Portanto, o método de Levenberg-Marquardt baseia-se no conceito de estimador de vizinhança máxima, exposto no item 4.2”.

4.6 – Problemas Analisados de Relação Momento-Rotação (M- θ), Usando-se o Método de Levenberg-Marquardt

Neste trabalho, utiliza-se o método de Levenberg-Marquardt através do módulo DR2LIN, que é uma rotina implementada na biblioteca interna IMSL do FORTRAN, utilizando-se um programa desenvolvido por PIMENTA (2000) no Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais.

Para fazer o ajuste das séries de dados obtidos experimentalmente empregando os modelos analíticos descritos nos itens 2.6.2 (modelo polinomial), 2.6.4.a (modelo de potência com 3 parâmetros de KISHI e CHEN) e 2.6.4.b (modelo de potência com 4 parâmetros de RICHARD-ABBOTT), adicionou-se ao programa original quatro sub-rotinas referentes às funções estudadas: regressão polinomial, regressão de potência com 3 parâmetros (potência 3), ajuste para o parâmetro de forma β da regressão de potência com 3 parâmetros (potência 3 – beta) e regressão de potência com 4 parâmetros (potência 4).

Realizou-se um estudo comparativo usando a técnica de ajuste B-Spline tensionada de grau 3, descrita no item 2.6.3.1, para a curva M- θ obtida experimentalmente.

As FIG.4.2 a 4.9 apresentam a comparação entre as respostas experimentais e teóricas das ligações estudadas, para as diversas simulações de ajustes citadas anteriormente. Uma descrição detalhada de cada procedimento é apresentada a seguir.

4.6.1 – Ajuste por Regressão Polinomial

No item 2.6.2 encontra-se a função padronizada momento-rotação de FRYE e MORRIS (1975) para as ligações parafusadas usando chapa de extremidade estendida com e sem enrijecedores no pilar. Para as ligações soldadas, não há modelo de FRYE e MORRIS (1975).

As TAB 4.1 e 4.2 apresentam os coeficientes finais ajustados pelo programa usando o método de Levenberg-Marquardt para a regressão polinomial.

TABELA 4.1 – Coeficientes finais para a regressão polinomial

Ligação com chapa de extremidade estendida sem enrijecedores no pilar							
Frye e Morris	α_1	α_2	α_3	C_1	C_2	C_3	
(original)	-2,4	-0,4	1,1	1,83E-03	-1,04E-04	6,38E-06	
Modelos	01A	-1,89639	-0,772653	0,404562	-0,47254E-03	0,19809E-02	0,10466E-03
	01B	-1,89878	-0,772231	0,404650	-0,47256E-03	0,198005E-02	0,104655E-03
	02B	-1,92827	-0,429864	0,514762	0,510578E-02	0,308515E-02	0,497167E-04

TABELA 4.2 – Coeficientes finais para a regressão polinomial

Ligação com chapa de extremidade estendida com enrijecedores no pilar							
Frye e Morris	α_1	α_2	α_3	C_1	C_2	C_3	
(original)	-2,4	-0,6	-	1,79E-03	1,76E-04	2,04E-04	
Modelo	02A	-2,19315	-0,492718	-	-0,45286E-03	0,167654E-02	0,669291E-04

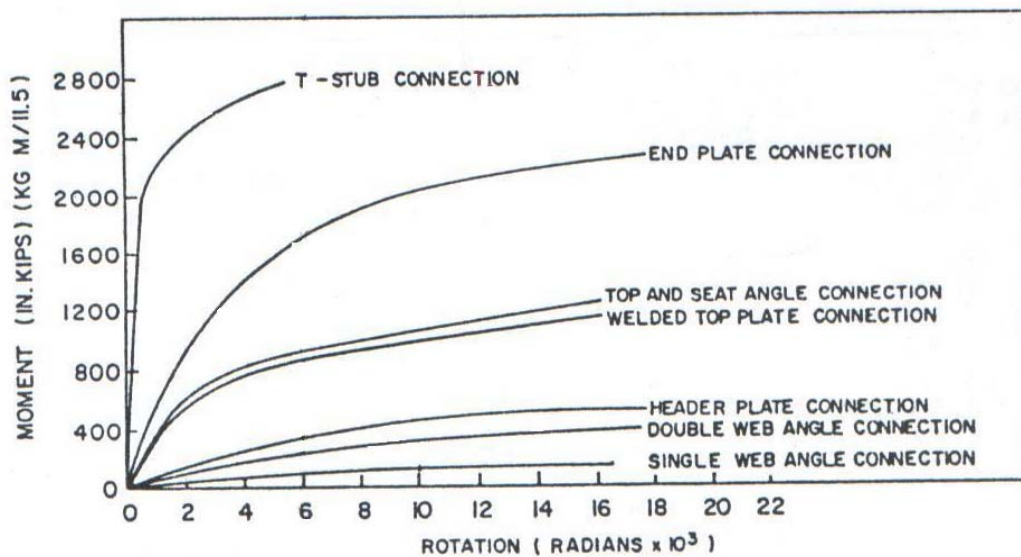
Os coeficientes obtidos para os modelos 01A, 01B e 02B referem-se à ligação com chapa de extremidade estendida sem enrijecedores no pilar. Para o modelo 02A, entretanto, refere-se à ligação com chapa de extremidade estendida com enrijecedores no pilar. Isto foi simulado pela presença de quatro perfis U 134x105x16 conectados por parafusos aos perfis do pilar, na altura das mesas superior e inferior da viga.

Fazendo-se uma análise estatística simples, obteve-se o coeficiente de correlação amostral entre o valor de rotação estimada pelo ajuste e o momento observado experimentalmente, conforme mostra a TAB. 4.3:

TABELA 4.3 – Coeficiente de correlação amostral

Modelos	Corr (x.y)
01A	0,90
01B	0,90
02A	0,91
02B	0,94

Analisando-se os resultados apresentados na TAB. 4.3, nota-se que os melhores resultados da análise foram obtidos para o modelo 02B, que consiste em uma ligação semi-rígida na maior inércia do pilar.

FIGURA 4.1 – Curvas M- θ de FRYE e MORRIS (1975) para diversas ligações

Observa-se na FIG. 4.1 que o momento último da ligação com chapa de extremidade é de aproximadamente de 2200 kip in, enquanto que para as ligações estudadas é da ordem de 400 kip in. O mesmo acontece com a rotação, que é 0,022, e as estudadas estão entre 0,016 e 0,06.

Deve-se registrar que as curvas momento-rotação de FRYE e MORRIS (1975) são freqüentemente baseadas em um único ensaio e não incluem a consideração da dispersão dos resultados, que é inevitável no comportamento de uma ligação, especialmente se a mesma possui uma região parafusada.

Desta forma, é necessário realizar um número suficiente de ensaios para se obter a base necessária para um prognóstico estatístico do comportamento de uma ligação. A base estatística serve para estabelecer o grau de confiabilidade da resistência e da rigidez para um tipo de ligação.

Assim, na escolha do prognóstico determinístico, tal como FRYE e MORRIS (1975), baseado em formulações empíricas (ou no caso de um ensaio), chega-se a superestimar valores para a resistência e a rigidez da ligação, ou seja, pode-se encontrar valores muito acima daqueles que são os reais para a estrutura. Portanto, tornam-se necessárias análises estatísticas para se estabelecerem estas características.

No entanto, para as ligações estudadas nesta pesquisa, a formulação polinomial apresentou-se em perfeita concordância com os resultados experimentais, o que pode ser verificado nas FIG. 4.2 a 4.5, onde as curvas geradas segundo o modelo FRYE e MORRIS (1975) adequaram-se à curva experimental.

4.6.2 – Ajuste por Regressão de Potência com 3 Parâmetros (Potência 3)

No item 2.6.4.a encontra-se a equação padronizada do modelo de KISHI e CHEN (1987a,b) e as variáveis K_i , M_p e β usadas por FOLEY e VINNAKOTA (1995). Nesta pesquisa esta equação é usada em todas as ligações estudadas.

As respostas teóricas e experimentais são apresentadas nas FIG. 4.2 a 4.9.

As TAB 4.4 e 4.5 apresentam os coeficientes finais ajustados pelo programa usando - se o método de Levenberg-Marquardt, para as ligações parafusadas e soldadas, respectivamente.

TABELA 4.4 – Coeficientes finais da regressão de potência com 3 parâmetros para ligações parafusadas

Modelos	Valores estimados pelo programa			Valores experimentais observados		
	K_i (kip in/rad)	M_p (kip in)	β	K_i (kip in/rad)	M_p (kip in)	β
01A	984.183	915,935	0,299	24.118	394	1
01B	4.860.790	1085,71	0,234	1.670.000	388	1
02A	50.222.100	1845,93	0,191	2.000.000	444	1
02B	1.123.400	6886,39	0,174	250.000	303	1

TABELA 4.5 – Coeficientes finais para a regressão de potência com 3 parâmetros para ligações soldadas

Modelos	Valores estimados pelo programa			Valores experimentais observados		
	K_i (kip in/rad)	M_p (kip in)	β	K_i (kip in/rad)	M_p (kip in)	β
03A	129.858	171,513	0,793	75.000	150	1
03B	263.928	180,213	0,834	200.000	177	1
04A	62.879,60	187,190	0,656	66.667	135	1
04B	42.504,70	158,917	1,176	37.500	147	1

Fazendo-se uma análise estatística simples, obteve-se o coeficiente de correlação amostral entre o valor de momento estimado pelo ajuste e a rotação observada experimentalmente, conforme a TAB. 4.6:

TABELA 4.6 – Coeficiente de correlação amostral

Ligações parafusadas		Ligações soldadas	
Modelos	Corr (x,y)	Modelos	Corr (x,y)
01A	0,89	03A	0,86
01B	0,88	03B	0,71
02A	0,90	04A	0,88
02B	0,95	04B	0,87

Para as ligações parafusadas, apesar das respostas teóricas estimadas pelo programa estarem bem ajustados aos resultados observados experimentalmente, os coeficientes finais ajustados não se mostraram coerentes aos coeficientes experimentais observados. Esta diferença se atribui ao fato de que nos ensaios dos modelos parafusados não foi obtido o patamar horizontal da curva $M-\theta$ e conseqüentemente, não ficou caracterizado o momento último da ligação, como previsto na formulação do programa. Talvez adicionando um quarto parâmetro, como K_p , ou fazendo uma análise estatística mais elaborada para analisar β , pode-se melhorar este resultado.

Verifica-se que a equação do modelo de potência usando 3 parâmetros de KISHI e CHEN se adequa melhor às ligações soldadas, pois os coeficientes obtidos pelo ajuste foram mais realistas.

Neste estudo pode-se comprovar que este modelo é eficaz no comportamento momento-rotação para ligações soldadas e não se limita apenas ao uso de ligações com chapa de extremidade ou cantoneiras duplas de alma.

4.6.3 – Ajuste para o Parâmetro de Forma β da Regressão de Potência com 3 Parâmetros (Potência 3 – beta)

Numa tentativa de melhorar os resultados apresentados no item anterior, implementou-se ao programa uma sub-rotina para ajustar o parâmetro de forma β . As variáveis K_i (rigidez inicial) e M_p (momento último) foram fixadas como constantes para cada modelo experimental e deixou-se apenas o parâmetro de forma β para ser ajustado pelo programa.

As TAB 4.7 e 4.8 apresentam os ajustes obtidos pelo programa usando o método de Levenberg-Marquardt para parâmetro de forma β .

TABELA 4.7 – Valores do parâmetro de forma β da regressão de potência com 3 parâmetros para ligações parafusadas

Modelos	Valores estimados pelo programa
	β
01A	1,196
01B	1,266
02A	0,670
02B	0,930

TABELA 4.8 – Valores do parâmetro de forma β da regressão de potência com 3 parâmetros para ligações soldadas

Modelos	Valores estimados pelo programa
	β
03A	1,248
03B	0,961
04A	1,815
04B	1,529

Os valores obtidos para β resultaram próximos de 1. Comparando estes resultados com o valor obtido no teste 1 de IOANNIDES (1978), ou seja, $\beta = 0,95$; que é o teste que mais se aproxima dos estudados nesta pesquisa (chapa de extremidade e diâmetro do parafuso), pode-se dizer que é um valor aceitável. Mas, com mais dados experimentais, β pode ser estatisticamente melhor escolhido, justamente por se tratar de ligações em perfis formados a frio.

Porém, os dados estimados pelo programa não se ajustaram bem aos observados experimentalmente nas ligações parafusadas. Isso pode ser verificado nas curvas M- θ das FIG.4.2 a 4.5, onde ao ajustar β o programa diminuiu a rigidez inicial e o momento último.

No entanto, conforme as FIG.4.6 a 4.9, os resultados ratificam que, para as ligações soldadas, o modelo de potência com 3 parâmetros tem uma excelente performance de resposta.

4.6.4 – Ajuste por Regressão de Potência com 4 Parâmetros (Potência 4)

No item 2.6.4.b encontra-se a equação proposta por RICHARD-ABBOTT (1975) e as variáveis K_i , K_p , M_r e n . Nesta pesquisa esta equação foi usada em todas as ligações parafusadas e nos modelos 03A e 04A para as ligações soldadas onde o suporte é rígido. Nos modelos soldados 03B e 04B, o programa não realizou o ajuste devido a erro de domínio para a equação.

As TAB 4.9 e 4.10 apresentam os coeficientes finais ajustados pelo programa usando o método de Levenberg-Marquardt, para as ligações parafusadas e soldadas, respectivamente.

TABELA 4.9 – Coeficientes finais da regressão de potência com 4 parâmetros para ligações parafusadas

Modelos	Valores estimados pelo programa				Valores experimentais observados			
	K_i (kip in/rad)	K_p (kip in/rad)	M_o (kip in)	β	K_i (kip in/rad)	K_p (kip in/rad)	M_o (kip in)	β
01A	1.055.330	158.201	891,224	0,305	24.118	2.084	279	1
01B	8.460.680	2.082.200	1.174,62	0,222	1.670.000	2.100	277	1
02A	50.466.500	1.765.010	1.858,41	0,191	2.000.000	10.627	310	1
02B	856.942	7.800,34	5.711,91	0,184	250.000	4.306	136	1

TABELA 4.10 – Coeficientes finais para a regressão de potência com 4 parâmetros para ligações soldadas

Modelos	Valores estimados pelo programa				Valores experimentais observados			
	K_i (kip in/rad)	K_p (kip in/rad)	M_o (kip in)	β	K_i (kip in/rad)	K_p (kip in/rad)	M_o (kip in)	β
03A					75.000	3.636	106	1
03B	254.486	1,200	179,009	0,842	200.000	0	169	1
04A					66.667	300	125	1
04B	45.319,60	8.897,61	143,409	1,508	37.500	2.258	110	1

Para as ligações parafusadas, os coeficientes finais ajustados não se mostraram coerentes aos coeficientes experimentais observados. Esta diferença se atribui ao fato de que nos ensaios dos modelos parafusados não foi obtido o patamar horizontal da curva $M-\theta$ e consequentemente, não ficou caracterizado o momento último da ligação, como previsto na formulação do programa.

Torna-se preeminente que os modelos analíticos de potência com 3 e 4 parâmetros se adequam com mais eficiência às ligações soldadas.

As FIG. 4.2 a 4.9 apresentam as seguintes curvas momento-rotação: experimental, regressão de potência com 3 parâmetros (potência 3), ajuste de β pela regressão de potência com 3 parâmetros (potência 3 - beta), regressão de potência com 4 parâmetros (potência 4) e B-Spline tensionada.

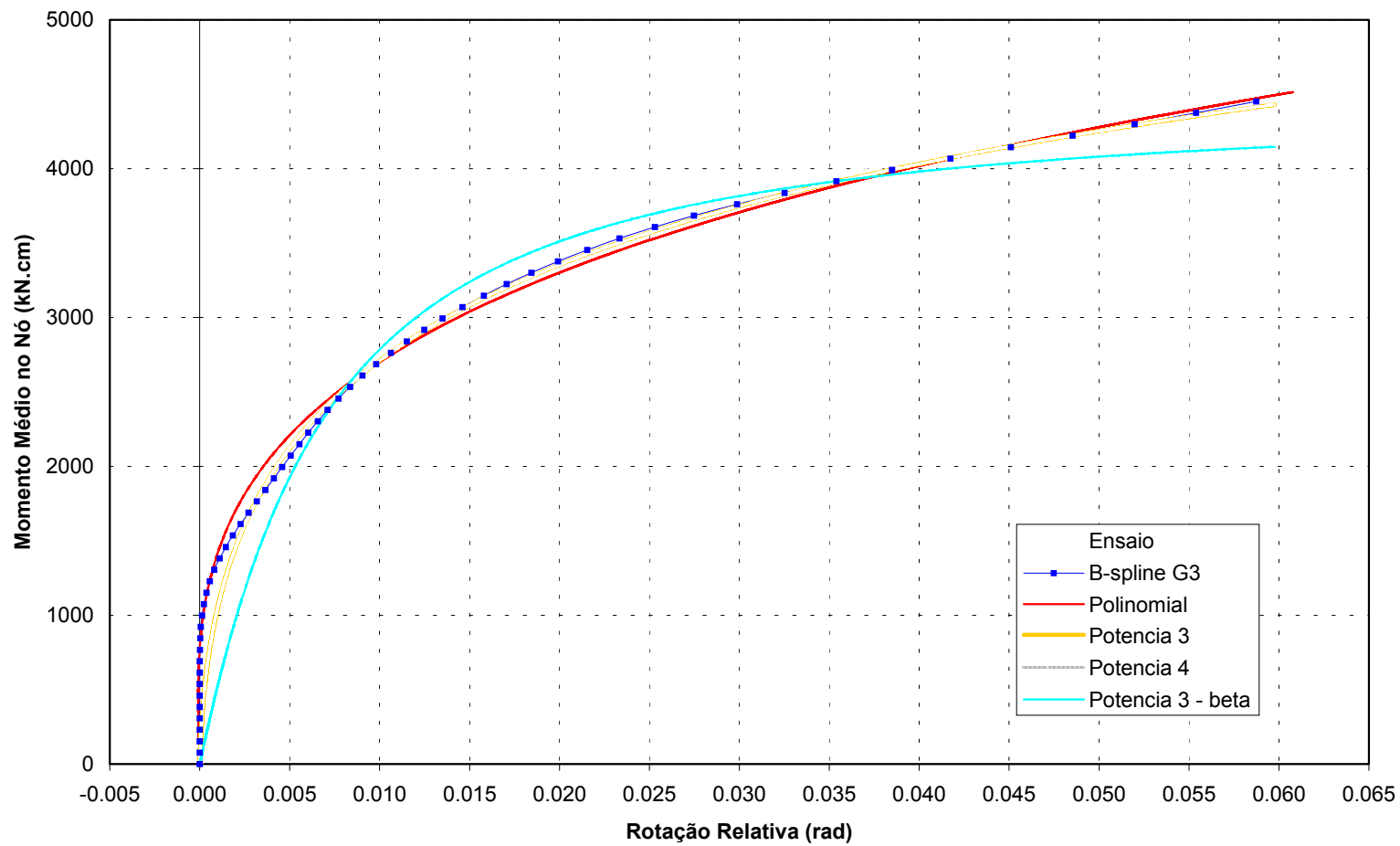


FIGURA 4.2 – **Modelo 01A**: comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas

Nota: A curva correspondente à potência 4 encontra-se embaixo da potência 3, não sendo possível visualizá-la corretamente.

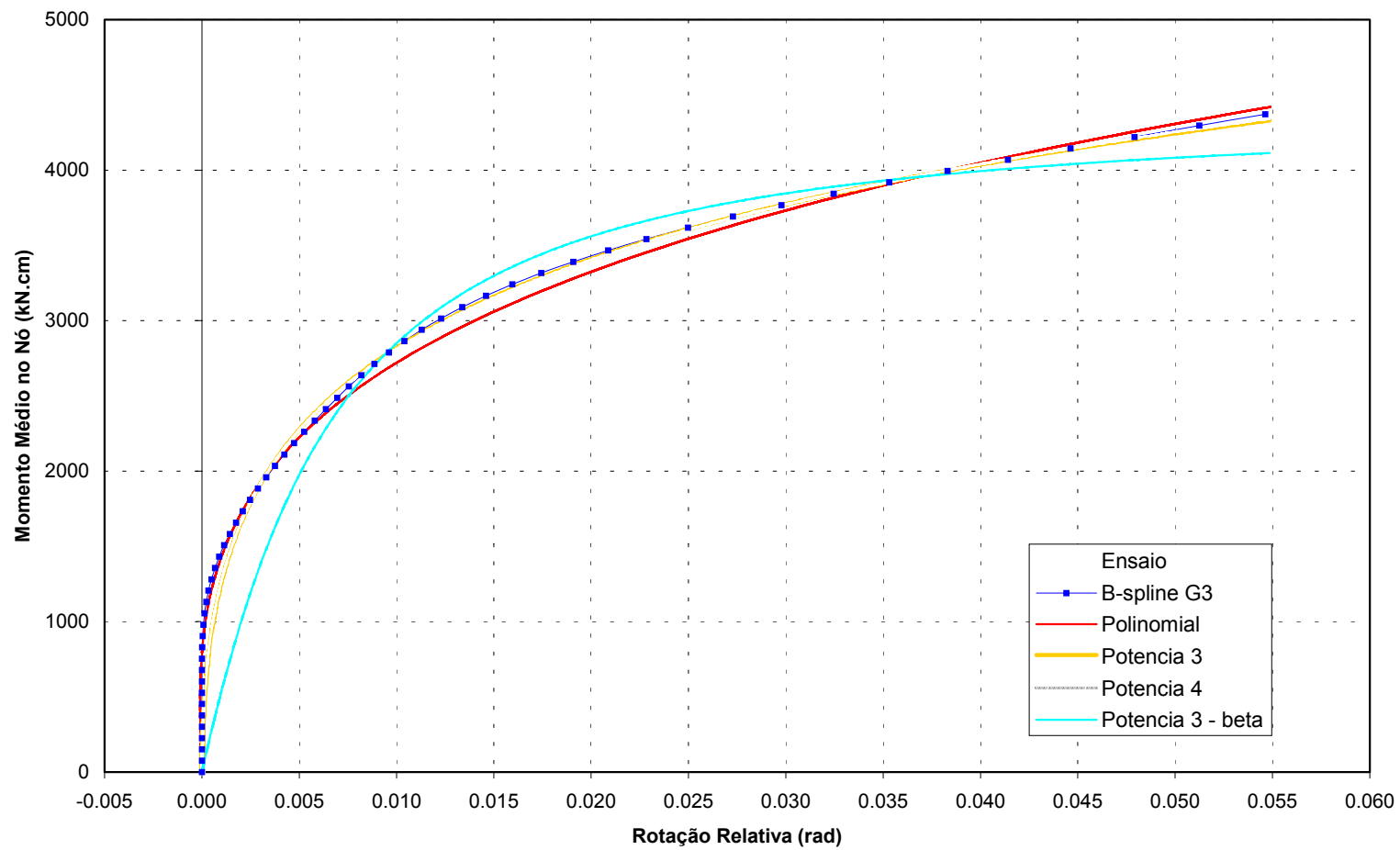


FIGURA 4.3 – **Modelo 01B**: comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas

Nota: A curva correspondente à potência 4 encontra-se embaixo da potência 3, não sendo possível visualizá-la corretamente

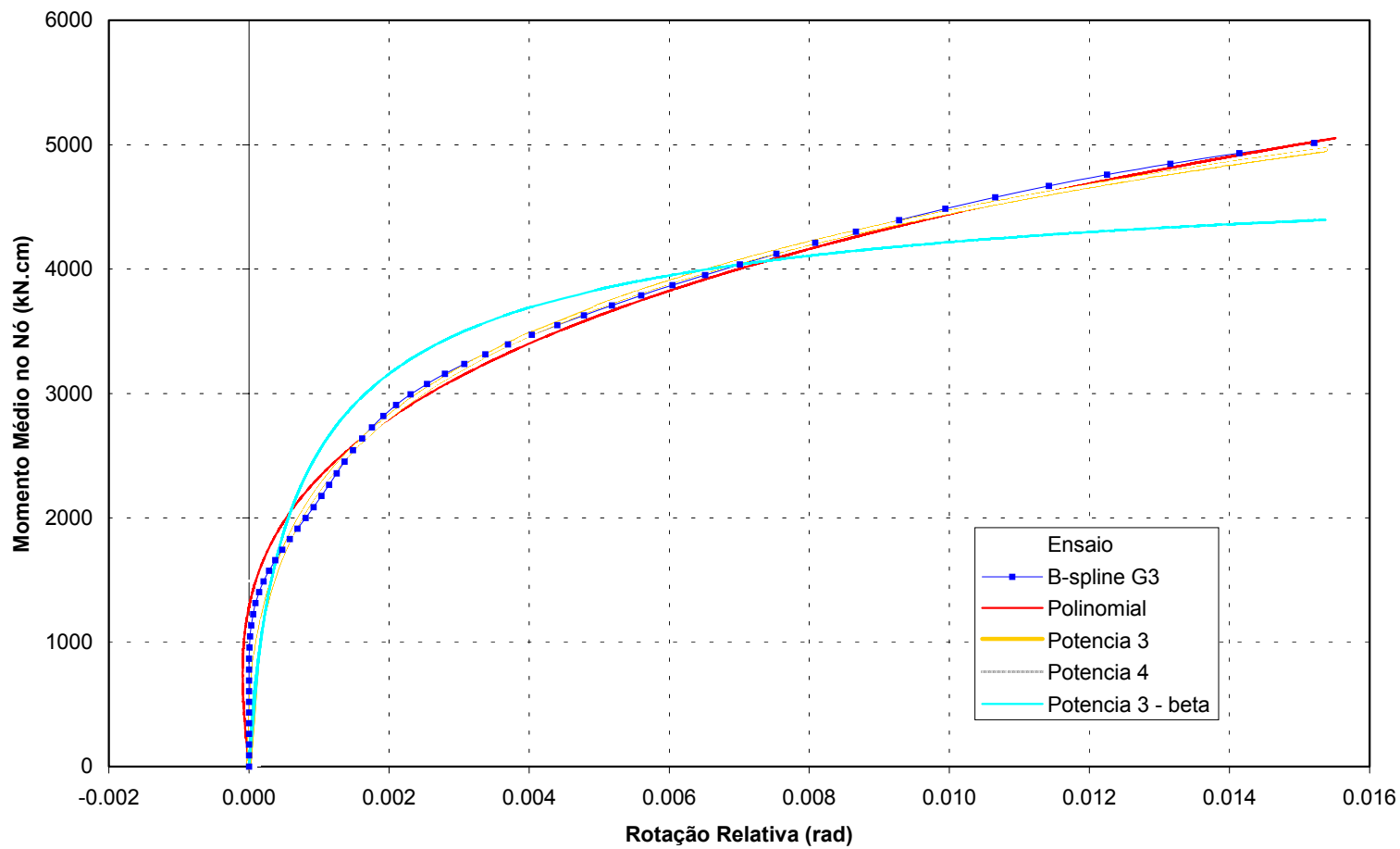


FIGURA 4.4 – **Modelo 02A**: comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas

Nota: A curva correspondente à potência 4 encontra-se embaixo da potência 3, não sendo possível visualizá-la corretamente.

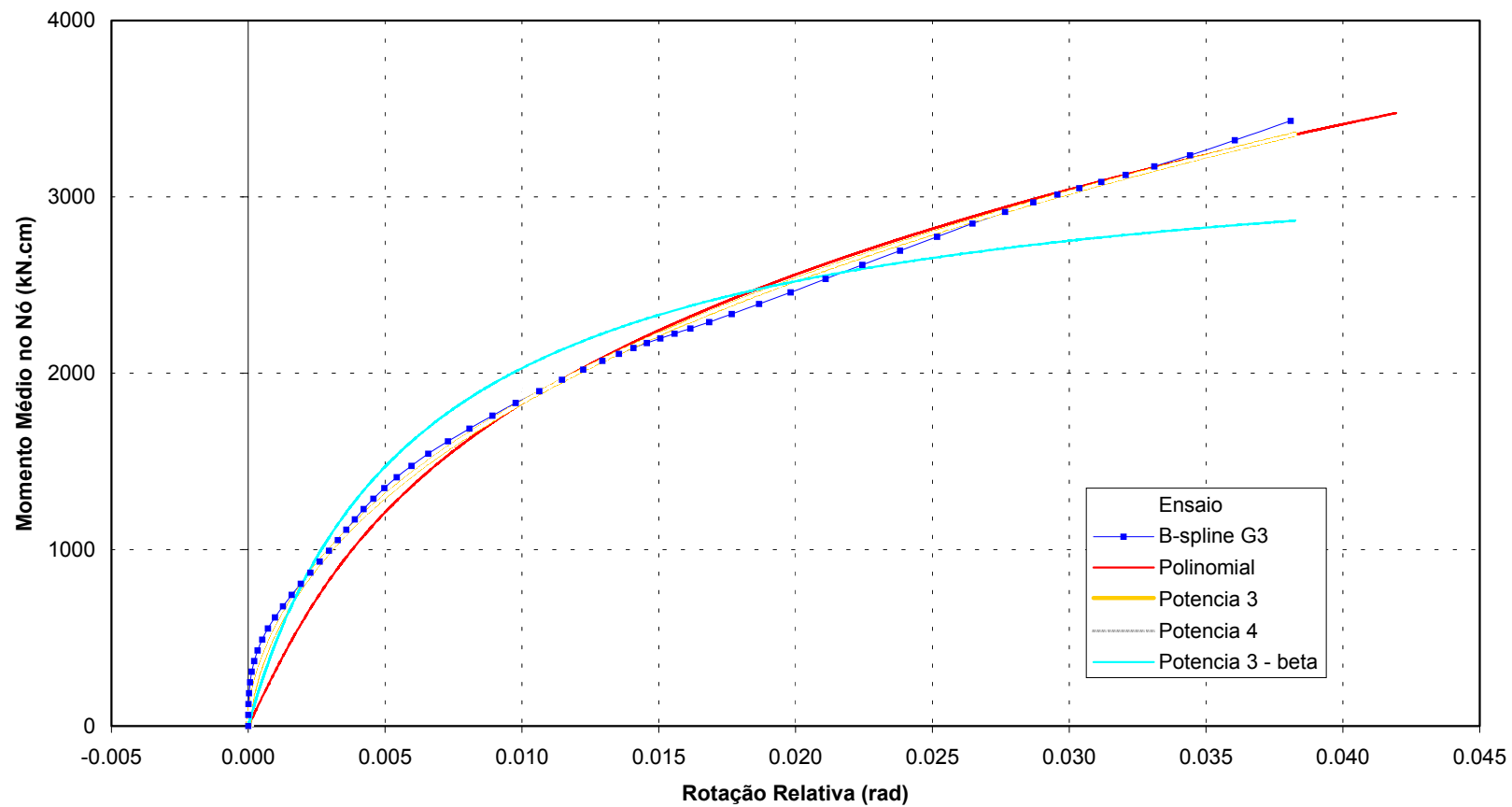


FIGURA 4.5 – **Modelo 02B**: comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas

Nota: A curva correspondente à potência 4 encontra-se embaixo da potência 3, não sendo possível visualizá-la corretamente.

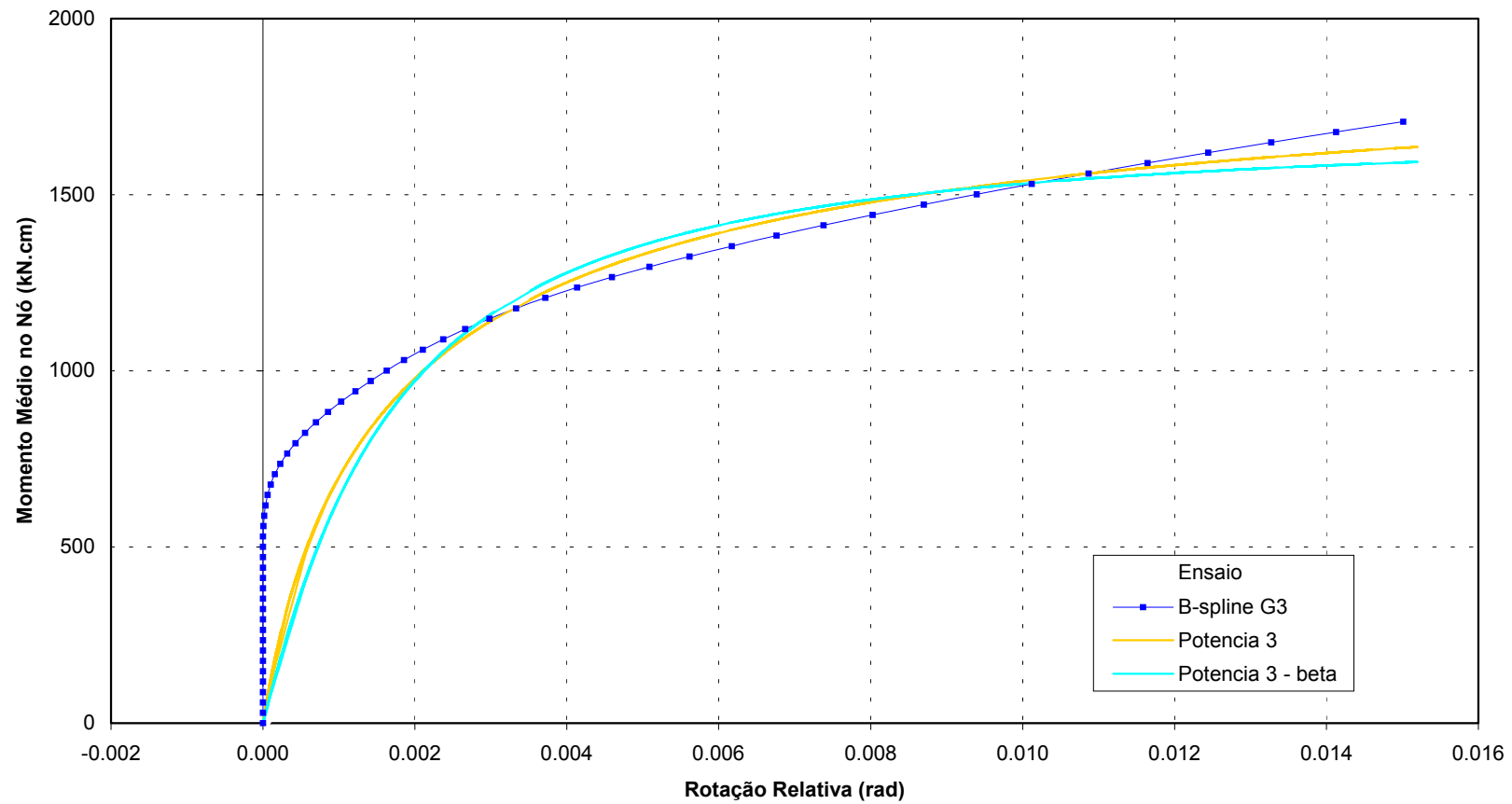


FIGURA 4.6 – **Modelo 03A**: comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas

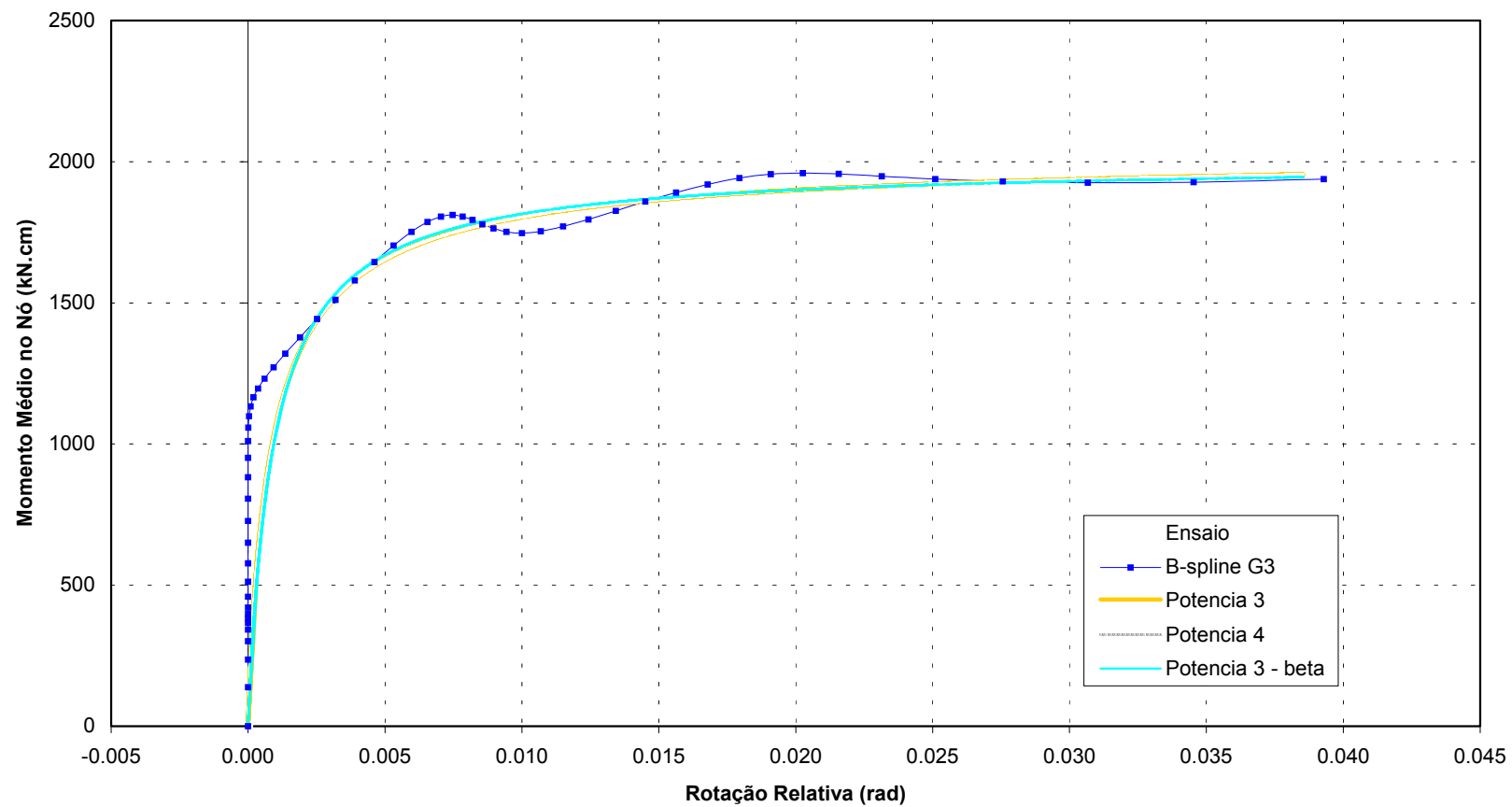


FIGURA 4.7 – **Modelo 03B**: comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas

Nota: A curva correspondente à potência 4 encontra-se embaixo da potência 3, não sendo possível visualizá-la corretamente.

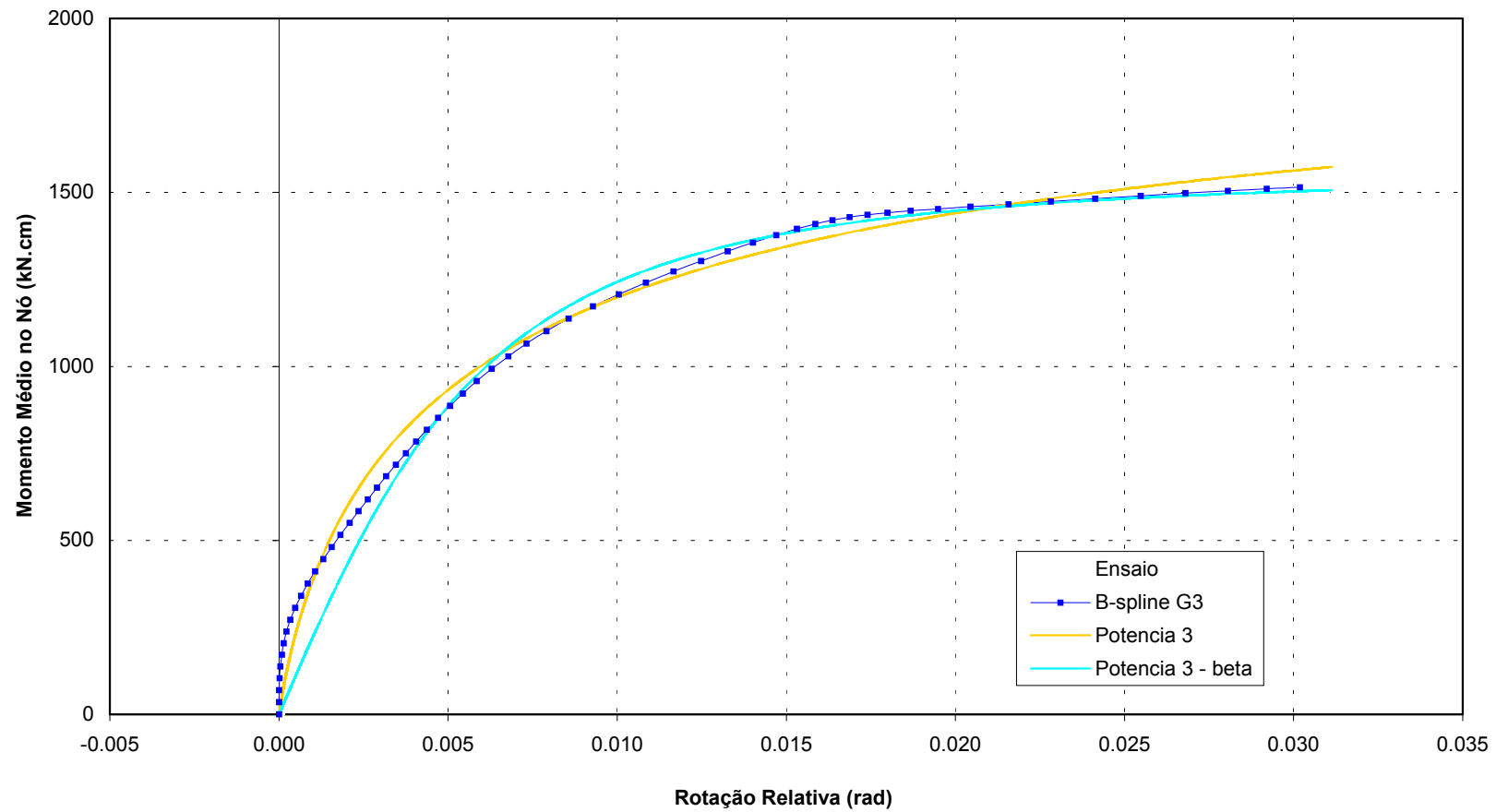


FIGURA 4.8 – **Modelo 04A**: comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas

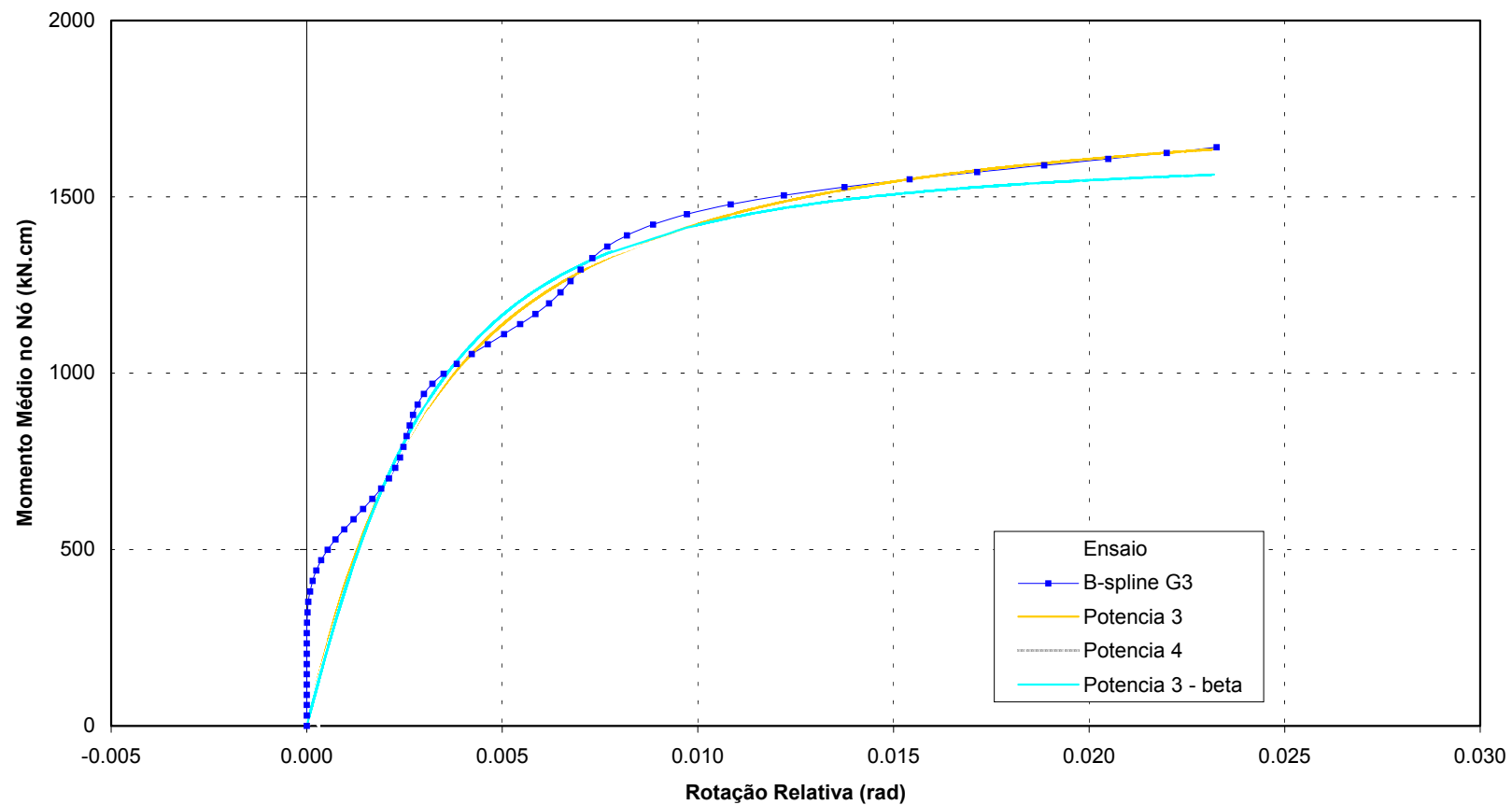


FIGURA 4.9 – **Modelo 04B**: comparação entre a curva M- θ e modelagens analíticas estudadas

Nota: A curva correspondente à potência 4 encontra-se embaixo da potência 3 - beta, não sendo possível visualizá-la corretamente.

4.7 – Classificação das Ligações Estudadas Segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

As FIG. 4.10 a 4.17 apresentam a classificação das ligações estudadas segundo o sistema de BJORHOVDE *et al* (1990) descrito no item 2.2.3 desta pesquisa.

O limite da região de ductilidade pode ser simplificado como uma linha reta que intercepta o eixo da rotação adimensional (θ / θ_p) para o valor de 2,7 e a linha do momento normalizado (M / M_p) para o valor de 1,2, conforme BJORHOVDE *et al* (1990).

Pode-se verificar nas FIG. 4.10 a 4.12 correspondentes aos modelos 01A, 01B e 02A das ligações parafusadas, respectivamente, que as mesmas apresentam resistência total, pois o momento último da ligação é maior que o momento de plastificação da viga (M_p). Enquanto que, as ligações representadas nas FIG. 4.13 a 4.17 possuem resistência parcial, pois não atingem o M_p .

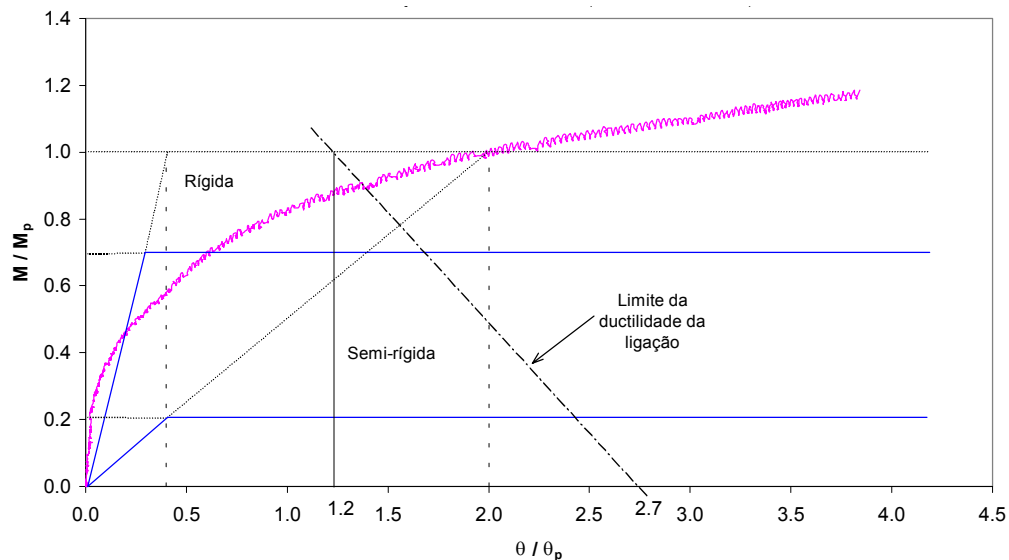


FIGURA 4.10 – **Modelo 01A**: classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

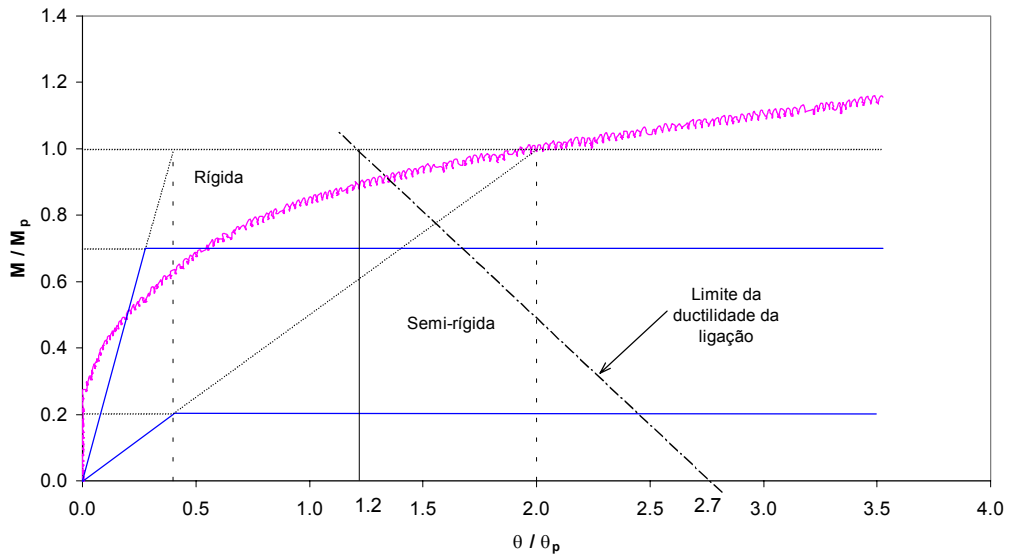


FIGURA 4.11 – **Modelo 01B**: classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

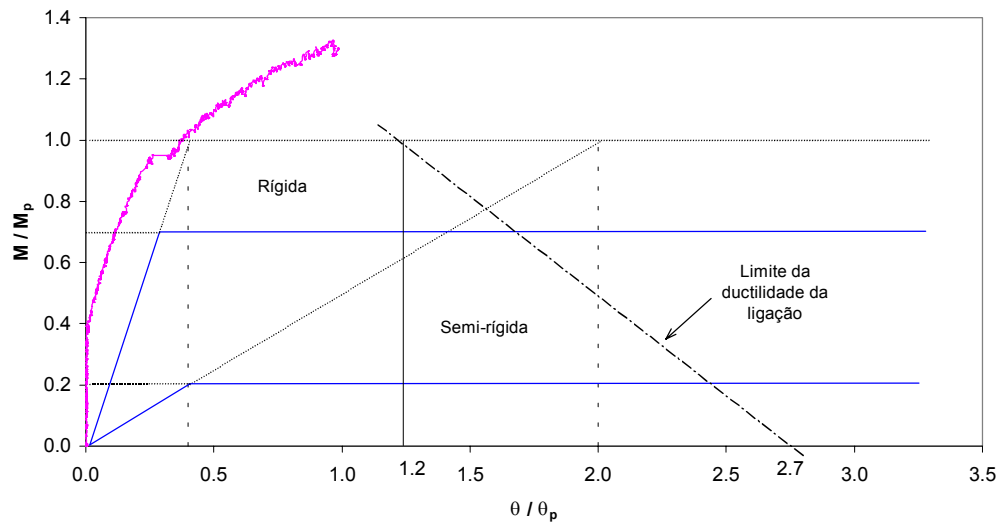


FIGURA 4.12 – **Modelo 02A**: classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

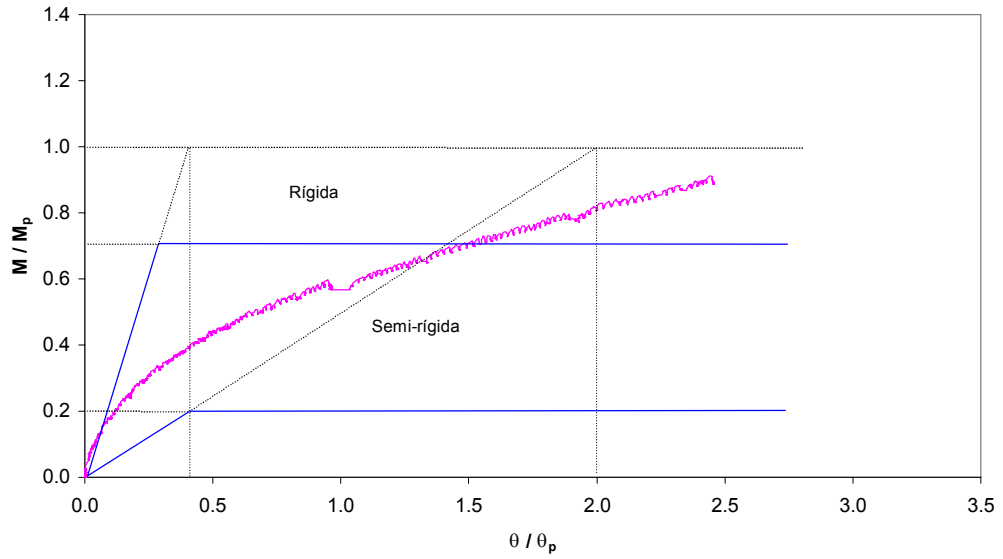


FIGURA 4.13 – **Modelo 02B**: classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

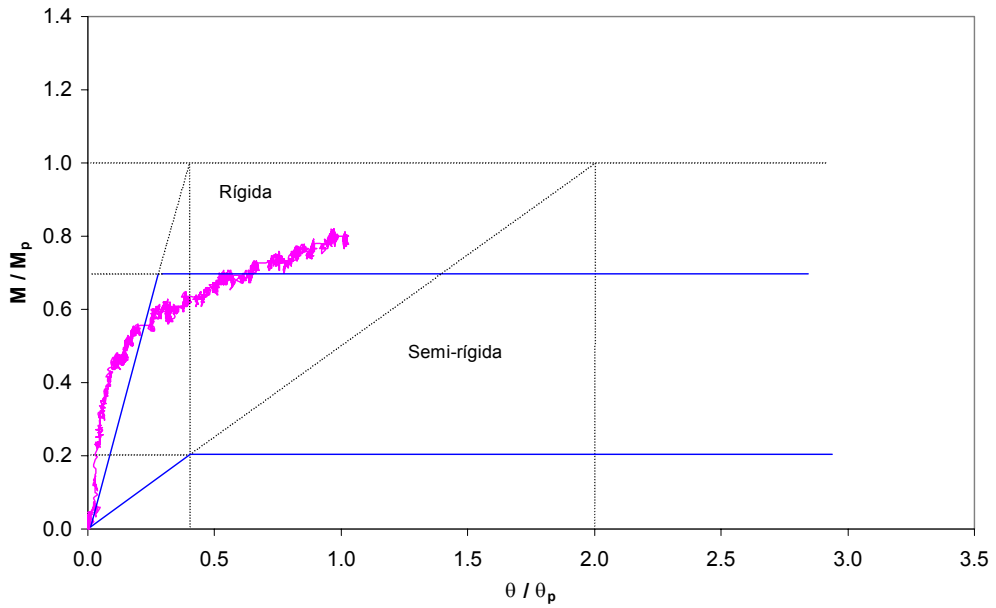


FIGURA 4.14 – **Modelo 03A**: classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

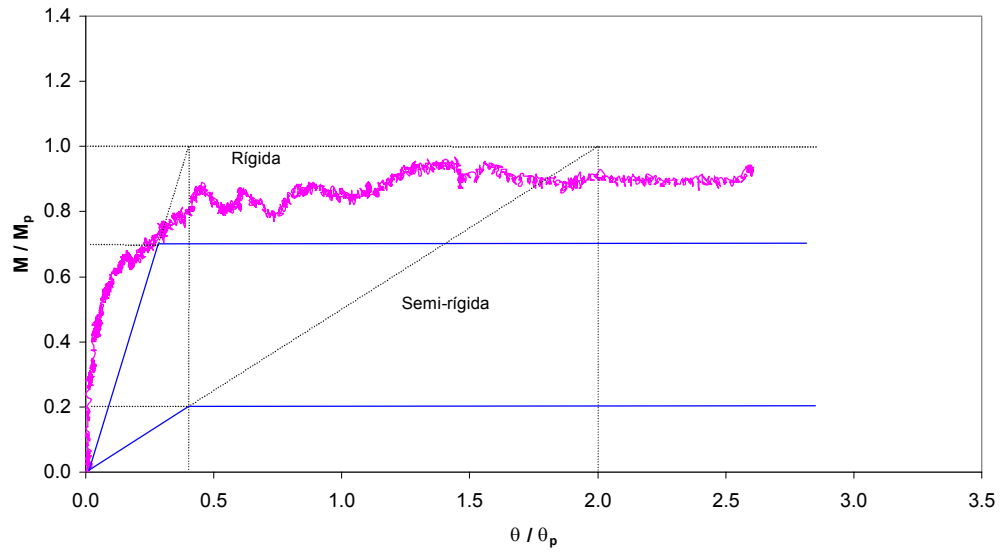


FIGURA 4.15 – **Modelo 03B**: classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

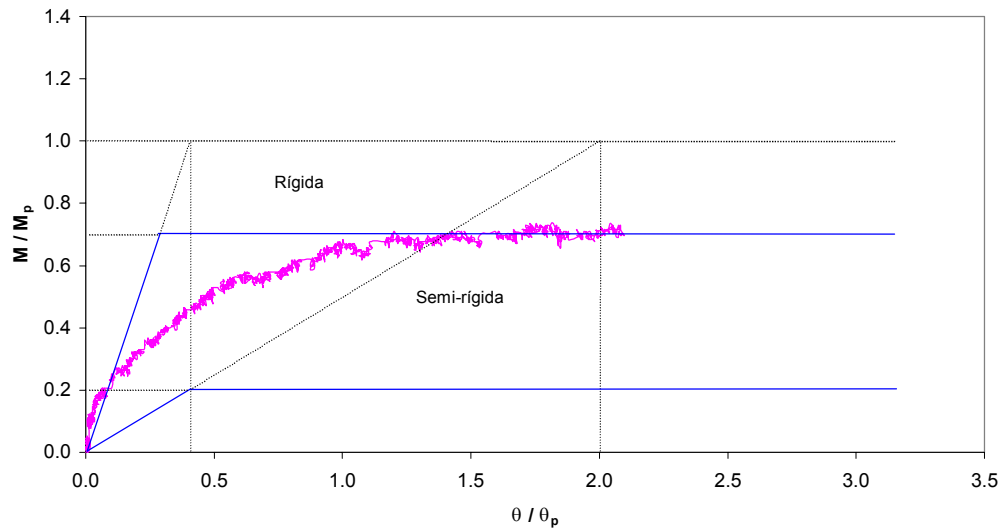


FIGURA 4.16 – **Modelo 04A**: classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

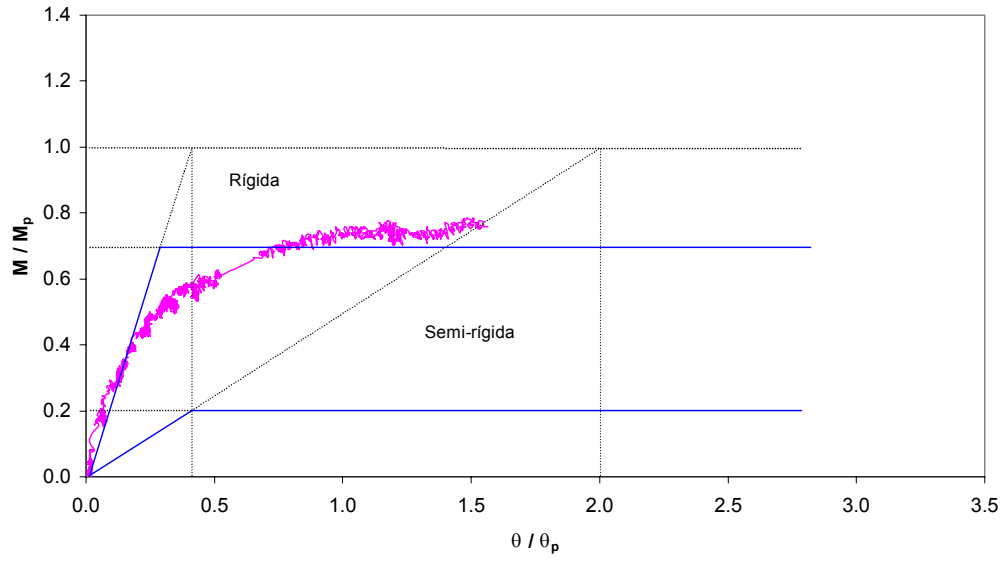


FIGURA 4.17 – **Modelo 04B**: classificação segundo BJORHOVDE *et al* (1990)

5

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 – Considerações Finais

Os objetivos pretendidos inicialmente para essa pesquisa consistiram no desenvolvimento de uma análise teórico-experimental sobre a resistência e o comportamento de ligações viga-pilar parafusadas e soldadas de estruturas de perfis de aço formados a frio.

Pode-se afirmar que num aspecto geral os objetivos foram alcançados, uma vez que se conseguiu monitorar o comportamento estrutural e verificar que as ligações obedecem aos modelos analíticos encontrados na bibliografia, porém necessitam de ajustes devidos às características próprias.

Na tentativa de representar o comportamento não-linear da relação momento-rotação para ligações semi-rígidas de perfis laminados ou soldados, surgiram distintos modelos analíticos. Diversos pesquisadores desenvolveram modelos especiais para ajustar especificamente o comportamento de seus próprios testes na obtenção de curvas $M-\theta$, alguns baseados na análise por elementos finitos.

Os modelos experimentais estudados neste trabalho, em perfis formados a frio, foram ajustados tendo como base os modelos analíticos apresentados por FRYE e MORRIS (1975), KISHI e CHEN (1987a, b), RICHARD-ABBOTT (1975), além da técnica de ajuste B-Spline tensionada.

Avaliando os resultados obtidos, pode-se concluir que:

- a) a modelagem do comportamento $M-\theta$ das ligações parafusadas com chapa de extremidade estendida estudadas nesta pesquisa, utilizando a formulação polinomial de FRYE e MORRIS (1975), apresentou-se em perfeita concordância com os resultados experimentais;
- b) os modelos analíticos de potência com 3 e 4 parâmetros, apresentados por KISHI e CHEN (1987a,b) e RICHARD-ABBOTT (1975), respectivamente, são eficazes no comportamento momento-rotação para ligações soldadas, atingindo uma excelente performance de resposta;
- c) a análise teórica utilizando a modelagem B-Spline tensionada de grau 3 sobre os pontos experimentais apresentou-se em concordância com os resultados obtidos, mostrando que ela é adequada para a previsão das respostas das ligações estudadas. A concordância entre os resultados teóricos e experimentais foi verificada, não só para os resultados obtidos dentro da faixa de cargas de serviço, mas também para aqueles próximos ao limiar da capacidade de rotação.

A revisão de modelagem analítica apresentada em Estado da Arte (item 2.6) deixa evidente a carência de mais estudos do comportamento de ligações em estruturas de perfis formados a frio.

Para a continuidade da pesquisa são sugeridos os seguintes estudos:

- 1) tendo em vista que somente um ensaio para cada tipo de ligação foi realizado, recomenda-se a execução de mais ensaios para cada tipo estudado, variando os parâmetros geométricos, para uma melhor aferição dos modelos teóricos e conseqüentemente propor uma curva Momento-Rotação padronizada e específica para as ligações em perfis formados a frio;
- 2) devem ser realizadas análises parametrizadas via Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando-se os modelos desenvolvidos, a fim de estender os resultados obtidos para a relação Momento-Rotação de ligações parafusadas por chapa de extremidade estendida e ligações soldadas, levando-se em conta a variação das dimensões, do número de parafusos, tipo e posição dos elementos de apoio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHUJA, V., “Analysis of Stiffened End-Plate Connections Using the Finite Element Method” – M.S. Thesis, University of Oklahoma, 1982

AISI, “LRFD: Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members” – AISI, American Iron and Steel Institute, 1996

ASD – “Manual of Steel Construction: Allowable Stress Design” – AISC, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, 1989

ATTIOGBE, E. and MORRIS, G., “Moment-Rotation Functions for Steel Connections” – Journal of Structural Engineering, Vol. 117, No. 6, 1991, p.1703-1718

BARTELS, R. H., BEATTY, J. C. and BARSKY, B. A., “An Introduction to Splines for Use in Computer Graphics & Geometric Modeling” – Morgan Kaufmann Publishers, Inc., Los Altos, Califórnia, 1987

BJORHOVDE, R., BROZZETTI, J. and COLSON, A., “Classification System for Beam-to-Column Connections”- Journal of Structural Engineering, Vol.116, No. 11, 1990, p. 3059-3076

CAN-S136, “Cold-Formed Steel Structural Members” – CSA, Canadian Standarts Association, Toronto, 1994

CHEN, W. F., LORENS R. F. and KATO B., “Semi-Rigid Connections in Steel Frames” – Council on Tall Buildings and Urban Habitat, Committee 43, McGraw-Hill, 1992

- DE BOOR, C., “A Practical Guide to Splines” – Springer-Verlang, New York, 1978
- EC3, “Design of Steel Structures”, Part 1.1 – European Committee for Standardization, ENV 1993-1-1:1992
- FOLEY, C., M. and VINNAKOTA, S., “Toward Design Office Moment-Rotation Curves for End-Plate Beam-to-Column Connections” – Journal of Constructional Steel Research, Vol. 35, 1995, p. 217-253
- FRYE, M., J. and MORRIS, G., A., “Analysis of Flexibly Connected Steel Frames” – Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 2, No.3, 1975, p. 280-291
- GOTO, Y. and MIYASHITA, S., “Classification System for Rigid and Semi-rigid connections” – Journal of Structural Engineering, July, 1998, p. 750-757
- IBGE, “Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística” – Sinopse Preliminar do Censo Demográfico, 2000; Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), 1999
- IOANNIDES, S. A., “Flange Behavior in Bolted End-Plate Moment Connections” – Ph.D. thesis, Vanderbilt University, Nashville, Tennessee, 1978.
- KRISHNAMURTHY, N., “A Fresh Look at Bolted End-Plate Behavior and Design” – Engineering Journal, AISC, 15 (2), 1978, p 39-49
- KUKRETI, A. R., MURRAY, T. M. and ABOLMAALI, A., “End-Plate Connections Moment-Rotation Relationship” – Journal Constructional Steel Research, Vol. 9, 1987, p. 137-157
- LFRD – “Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design” – AISC, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, 1999

- LIPSON, S. L. and HAGUE, M. J., “Elastic-Plastic Analysis of Single-Angle Bolted Connections Using the Finite Element Method” – *Computers & Structures*, Dec 1978, 9, No. 6, p. 533-545
- MOLINA, M. L. A., “Descrição Matemática de Cascos de Navios Através da Teoria B-Spline” – Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Out 1988
- NBR 8800, “Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios (Métodos dos Estados Limites)” – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1986
- NBR 14762, “Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio” – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2001
- NETHERCOT, D. A., Li, T. Q. and AHMED, B., “Unified Classification System for Beam-to-Column Connections” – *Journal Constructional Steel Research*, Vol. 45, No. 1, 1998, p. 39-65
- PIMENTA, A. S., “Ajuste de Funções de Múltiplas Variáveis a Séries de Dados Obtidos Experimentalmente ou Numericamente” – Relatório Final de Iniciação Científica – Universidade Federal de Minas Gerais, 2000
- P-NB-143, “Cálculo de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Leves” – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1967
- PRESS, W., H., TEUSKOLSKY, S., A., VETTERLING, W., T. and FLANNERY, B., P., “Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing”, 2nd ed., Cambridge University Press, 1992

SHERBOURNE, A. N. and BAHARI, M. R., “3D Simulation of End-Plate Bolted Connections” – Journal of Structural Engineering, Vol. 120, No. 11, 1994, p.3122-3136

SHERBOURNE, A. N. and BAHARI, M. R., “Finite Element Prediction of End-Plate Bolted Connection Behavior. I: Parametric Study. II: Analytic Formulation” – Journal of Structural Engineering, Vol. 123, No. 2, 1997, p.157-175

SIDERBRÁS, “Ligações em Estruturas Metálicas”, Bibliografia Técnica para o Desenvolvimento da Construção Metálica, Vol. II, 1988

TAN, S., H. and RODEES, J., “Semi-Rigid Connection in Cold-Formed Thin-Walled Structures” – Journal of Constructional Steel Research, Vol. 28, 1994, p. 279-293

TAN, S., H., SEAH, L., K. and FOK, S., C., “Connections in Cold-Formed Thin-Walled Structures” – Computers & Structures, 1996, Vol. 60, No. 1, p. 169-172

WONG, M., F. and CHUNG, K., F., “Structural Behavior of Bolted Moment-Connections in Cold-Formed Steel Beam-Column Sub-Frames” – Journal of Constructional Steel Research, Vol. 58, 2002, p. 253-274

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

ABDALLA, K. M. and CHEN W., “Expanded Database of Semi-Rigid Steel Connections” – Computers & Structures, Vol. 56, No. 4, 1995, p. 553-564

BJORHOVDE, R., BROZZETTI, J. and COLSON, A., “Connections in Steel Structures: Behavior, Strength and Design” – Elsevier Applied Science Publishers, London, 1988, 396p

CAMPOS, R. A. – “Análise do Comportamento de Estruturas Reticuladas de Aço com Ligações Semi-Rígidas” – Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Set 1990

CARDOSO, D. L. – “Modelagem Numérica de Ligações Semi-Rígidas em Estruturas Metálicas” – Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Jul 1999

CHEN, W. F., “Joint Flexibility in Steel Frames” – Elsevier Applied Science Publishers, London, 1987, 290p

CHEN, W. F., “Steel beam-to-Column Building Connections” – Elsevier Applied Science Publishers, London, 1988, 482p

CHEN, W. F and KISHI, N., “Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections: Data Base and Modeling” – Journal of Structural Engineering, Vol. 115, No. 1, 1989, p.105-119

CHEN, W. F. and TOMA, S., “Advanced Analysis of Steel Frames: Theory, Softwares and Applications” – CRC, Inc., 1994, 384p.

- CHISALA, M. L., “Modelling M- θ Curves for Standard Beam-to-Column Connections” – Engineering Structures, Vol. 21, 1999, p. 1066-1075
- CHUNG, K. F. and IP, K. H., “Finite Element Investigation on the Structural Behavior of Cold-Formed Steel Bolted Connections” – Engineering Structures, Vol. 23, 2001, p. 1115-1125
- HASAN, R., KISHI, N. and CHEN, W. F., “A new Nonlinear Connection Classification System” – Journal of Constructional Steel Research, Vol. 47, 1987, p. 95-122
- HEHL, M.E., “Fortran: Linguagem de Programação Estruturada” – 2. ed, McGraw Hill, São Paulo, 1987
- JONES, S. W., KIRBYT, P. A. and NETHERCOTT, D. A., “The Analysis of Frames with Semi-Rigid Connections – A State-of-the-Art Report” – Journal of Constructional Steel Research, Vol. 3, No. 2, 1983, p. 2-13
- KENNEDY, D. J. L., “Moment-Rotation Characteristics of Shear Connections” – Engineering Journal AISC, Vol. 6, p.105-111, Oct 1969
- KRISHNAMURTHY, N., HUANG, H., JEFFREY, P. K., AVERY, L. K., “Analytical M- θ Curves for End-Plate Connections” – Journal of the Division, Vol. 105, No. ST1, 1979, p.133-145
- LENNON, R., PEDRESCHI, R. and SINHA, B. P., “Comparative Study of Some Mechanical Connections in Cold Formed Steel” – Construction and Building Materials, Vol. 13, 1999, p. 109-116

- LIMA, L. R. O., ANDRADE, S. A. L. e VELLASCO, P. C. G. S., “Avaliação de Ligações Viga-Coluna em Estruturas de Aço Submetidas a Flexão no Eixo de Menor Inércia” – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – Departamento de Engenharia Civil, 1999
- MARKAZI, F. D., BEALE, R. G. and GODLEY, M. H. R., “Numerical Modeling of Semi-Rigid Boltless Connectors” – Computers and Structures, Vol. 79, 2001, p. 2391-2402
- MATA, L. A. C. – “Análise Não Linear pelo Método dos Elementos Finitos de Ligações por Chapa Simples, Levando em Conta o Comportamento Semi-Rígido” – Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Minas Gerais – Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia, Dez 1998
- MEEK, J. L. and LIN, W. J., “Geometric and Material Non-Linear Analysis of thin-Walled Beam-Columns” – Journal of Structural Engineering, Vol. 116, No. 6, 1990, p.1473-1490
- MORRIS, G. A. and PACKER, J. A., “Beam-to-column connections in steel frames” – Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 14, 1987, p. 68-76
- NEMATI, N., Le HOUEDDEC, D. and ZANDONINI, R., “Numerical Modelling of the Cyclic Behavior of the Basic Components of Steel End-Plate Connections” – Advances in Engineering Software, Vol. 31, 2000, p. 837-849
- PEDRESCHI, R. F., SINHA, B. P. and DAVIES, R. J. “End Fixity in Cold-Formed Steel Sections Using Press Joining” – Thin-Walled Structures, Vol. 29, 1997, p. 257-271

- QUEIROZ, G. – “Análise Experimental e Análise Não Linear de Nós Soldados Semi-Rígidos” – Tese de Doutorado – Universidade Federal de Minas Gerais – Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia, Jun 1995
- RICHARD, R. M. and ABBOTT, B. J., “Versatile Elastic-Plastic Stress-Strain Formula” – Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 101(4), 1975, p.511-515
- RODRIGUES, F. C., “Previsão do Comportamento de Pórticos Planos Metálicos com Ligações Semi-Rígidas” – 3º Seminário de Doutorado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Ago 1991
- RODRIGUES, F. C., “Perfis Estruturais Formados a Frio: Comportamento e Dimensionamento” – Notas de Aula – Universidade Federal de Minas Gerais – Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia, Ago 2000
- RODRIGUES, F. C., SALDANHA, A. C., PFEIL, M. S., “Non-Linear Analysis of Steel Plane Frames with Semi-Rigid Connections” – Journal of Constructional Steel Research, Vol. 46, 1998, p. 94-97
- SHANMUGAM, N. E., TING, L. C. and LEE, S. L., “Non-Linear Analysis of I-Beam to Box-Column Connections” – Journal of Constructional Steel Research, Vol. 28, 1994, p. 257-278
- TAMBOLI, A. R., “Handbook of Structural Steel Connection Design and Details”, McGraw Hill
- TAN, S. H. and RHODES, J., “Cold-Formed Thin-Walled Framework with Flexible Joint” – Computers & Structures, Vol. 47, No. 3, 1993, p. 451-458

TSCHEMMERNEGG, F. and HUMER, C., “The Design of Structural Steel Frames Under Consideration of the Non-Linear Behavior of Joints” – Journal of Constructional Steel Research, Vol. 11, 1988, p. 73-103

YEE, Y. L., MELCHERS, R. E., “Moment-Rotation Curves for Bolted Connections” – Journal of Structural Engineering, Vol. 112, No. 3, 1986, p.615-633

