UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Faculdade de Educação

Mestrado em Educação

INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO:

O USO DA LINGUAGEM COMPUTACIONAL LOGO NO ESTUDO DAS OPERAÇÕES COGNITIVAS DA FASE LÓGICO-FORMAL, TAL COMO DESCRITAS POR PIAGET.

BERNADETE TASSARA LEMOS BRÁULIO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Educação
Mestrado em Educação

INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO:

O USO DA LINGUAGEM COMPUTACIONAL LOGO NO ESTUDO DAS OPERAÇÕES COGNITIVAS DA FASE LÓGICO-FORMAL, TAL COMO DESCRITAS POR PIAGET.

BERNADETE TASSARA LEMOS BRÁULIO

Belo Horizonte
1989

BERNADETE TASSARA LEMOS BRÁULIO

INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO:

O USO DA LINGUAGEM COMPUTACIONAL LOGO NO ESTUDO DAS OPERAÇÕES COGNITIVAS DA FASE LÓGICO-FORMAL, TAL COMO DESCRITAS POR PIAGET

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Maria Rita Neto
Sales Oliveira
Faculdade de Educação da UFMG

Belo Horizonte
Universidade Federal de Minas Gerais
1989

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ATA DA 129ª (Centésima Vigésima Nona) APRESENTAÇÃO DA DISSERT
ÇÃO NO COLEGIADO DO CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO DA FAE/UFMG

Aos vinte e cinco dias do mês de agosto de mil novecentos e o
tenta e nove, realizou-se na sala nº 307 do prédio da Faculda
de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, mais u
reunião para apresentação da dissertação - "INFORMÁTICA NA ED
CAÇÃO: possibilidades e limites do LOGO no estudo das operaçõe
cognitivas", da aluna **BERNADETE TASSARA LEMOS BRÁULIO**. A Banc
Examinadora foi composta pelos seguintes professores: Maria Ri
ta Neto Sales Oliveira - Orientadora, Íris Barbosa Goulart, Ma
da Becker Soares e Ann Berger Valente (UNICAMP). Os trabalho
iniciaram-se às quatorze horas e vinte minutos com a síntese d
dissertação feita pela mestranda. Em seguida os senhores mem
bros da Banca Examinadora fizeram uma argüição pública à candi
data. Após o relato da orientadora, a Banca foi unânime em apro
var a dissertação de **BERNADETE TASSARA LEMOS BRÁULIO**, que passa
Mestre em Educação, devendo encaminhar a Secretaria do Curso
versão final em 05 (cinco) exemplares. Nada mais havendo a tra
tar, eu, Lúcia Assis Alves, Secretária do Curso de Mestrado e
Educação, lavrei a presente ata, que depois de aprovada ser
por mim assinada e pelos demais membros da Banca Examinadora
Belo Horizonte, 25 de agosto de 1989.

Maria Rita Oliveira
MARIA RITA NETO SALES OLIVEIRA - Orientadora

Íris B Goulart
ÍRIS BARBOSA GOULART

Magda Becker Soares
MAGDA BECKER SOARES

Ann Berger Valente
ANN BERGER VALENTE

Lúcia Assis Alves
LÚCIA ASSIS ALVES
Secretária do Curso de Mestrado em Educação - FAE/UFMG.

UNIVERSIDADE F
MINAS GERA
CURSO DE PÓS-GRAD
MESTRADO EM EDUCAÇ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

LÚCIA ASSIS ALVES
Secretária do Curso de Mestrado
em Educação - FAE/UFMG

MOD. PRA 019 OUT/88 - 72.000

Banca Examinadora

Maria Rita Neto Sales Oliveira
(Orientadora)

Íris Barbosa Goulart
(Co-Orientadora)

Ann Berger Valente

Magda Becker Soares

Curso de Mestrado em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Belo Horizonte, 25 de agosto de 1989

Para

Geraldo

Juliana e

Rodrigo

AGRADECIMENTOS

À Maria Rita Neto Sales Oliveira, pela seriedade, competência e amizade com que me orientou na elaboração deste trabalho;

À Íris Barbosa Goulart, pela eficiência e disponibilidade com que me acompanhou, como Co-Orientadora desta dissertação;

Ao Geraldo Eustáquio Bráulio, pela significativa ajuda na elaboração, teste e interpretação dos desafios;

Aos meus colegas do COLTEC-UFMG, pelas condições que me proporcionaram para a elaboração deste trabalho.

Aos meus colegas do EDUCOM-MG, pelo companheirismo com que têm acolhido meus projetos.

Ao Antônio Mendes Ribeiro, Coordenador do Projeto EDUCOM-MG, pelo apoio que me ofereceu na execução desta pesquisa.

A Keyla Mayumi Ferreira Matsumura, pela dedicação e afetividade com que participou, como estagiária, das diversas etapas desta pesquisa.

Aos demais estagiários do EDUCOM-MG, assim como a Marcus Túlio de Melo e Maria de Fátima Araújo Duarte, pela capacidade

e boa vontade demonstradas no apoio técnico a este trabalho.

À Alaíde Inah González, pelo carinho com que fez a revisão de linguagem.

À Ana Lúcia de Menezes Linardi, Shirley Maciel da Silva e Vânia Regina Peres Drumond, pela competente ajuda na organização da bibliografia.

À Maria das Dores Rodrigues, Paolette Câmara Pereira e Tereza Cristina do Prado, pela paciência exigida na datilografia das versões preliminares deste texto.

À Liliana Vieira, pelos cuidados aos quais se deve a apresentação final deste trabalho.

À Celina Couto de Oliveira e à Eliane Ignez Monteiro Menezes, pela ajuda efetiva na revisão do resumo e de sua versão para o inglês.

E, finalmente, aos alunos do Centro Pedagógico da UFMG, sujeitos desta pesquisa, pela responsabilidade e alegria com que resolveram os desafios.

e boa vontade demonstradas no apoio técnico a este trabalho.

À Alaíde Inah González, pelo carinho com que fez a revisão de linguagem.

À Ana Lúcia de Menezes Linardi, Shirley Maciel da Silva e Vânia Regina Peres Drumond, pela competente ajuda na organização da bibliografia.

À Maria das Dores Rodrigues, Paolette Câmara Pereira e Tereza Cristina do Prado, pela paciência exigida na datilografia das versões preliminares deste texto.

À Liliana Vieira, pelos cuidados aos quais se deve a apresentação final deste trabalho.

À Celina Couto de Oliveira e à Eliane Ignez Monteiro Menezes, pela ajuda efetiva na revisão do resumo e de sua versão para o inglês.

E, finalmente, aos alunos do Centro Pedagógico da UFMG, sujeitos desta pesquisa, pela responsabilidade e alegria com que resolveram os desafios.

SUMÁRIO

PÁGINA

RESUMO

ABSTRACT

INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO 1:

A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO: HISTÓRICO 6

CAPÍTULO 2:

LOGO - HISTÓRICO, CARACTERÍSTICAS E RECURSOS 11

2.1 - Histórico 11

2.2 - LOGO-Gráfico: Características e Recursos 19

CAPÍTULO 3:

AS OPERAÇÕES COGNITIVAS NA PERSPECTIVA DE PIAGET 29

3.1 - Introdução 29

3.2 - Método Clínico 30

3.3 - A Gênese do Conhecimento: Invariantes Funcionais, Ação, Esquema, Estrutura e Operação 33

3.4 - Estádios de Desenvolvimento 35

3.5 - O Estádio Lógico-Formal e suas Estruturas 39

CAPÍTULO 4:

LOGO, UMA PROPOSTA BASEADA EM PIAGET? 46

CAPÍTULO 5:

OBJETIVOS E QUESTÕES METODOLÓGICAS 55

5.1 - Objetivos 55

5.2 - Questões Metodológicas 55

CAPÍTULO 6:

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 61

6.1 - Desafio 1 61

6.2 - Desafio 2 75

6.3 - Desafio 3 98

6.4 - Desafio 4 125

6.5 - Desafio 5 135

6.6 - Desafio 6 147

CONCLUSÃO 165

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 174

ANEXO 1: Desafios 185

ANEXO 2: Programas 197

ANEXO 3: Descrição dos Protocolos 210

RESUMO

O objetivo desta dissertação consiste em analisar o uso da linguagem computacional LOGO no estudo das operações cognitivas da fase lógico-formal, tal como descritas por Piaget. Para tanto, foi realizada uma pesquisa com seis sujeitos, alunos do Centro Pedagógico da Universidade Federal de Minas Gerais, de idades entre 12 anos e nove meses a 14 anos. Tais sujeitos, que já dominavam os principais comandos do LOGO-GRÁFICO, resolveram, através deste, seis desafios referentes às operações cognitivas de compensação, razão-proporção, combinação, permutação e probabilidade. Os dados foram coletados e analisados com base no método clínico.

Entre as conclusões, sobressai a eficácia do LOGO na identificação e desenvolvimento das operações cognitivas, assim como, na análise das diversas estratégias utilizadas pelos alunos. Verificou-se, entretanto, que a eficácia do LOGO varia em função do sujeito e da natureza da tarefa. Assim, o uso do LOGO foi mais eficaz para aqueles que ainda não apresentavam completo domínio das operações cognitivas em estudo, como também na simulação de situações difíceis de ser apresentadas aos alunos.

Sugere-se que o uso do LOGO e as pesquisas educacionais a ele relacionadas não fiquem restritos a situações espontâneas, como relatado usualmente na literatura, mas envolvam, também, situações de aprendizagem sistemática das disciplinas curriculares.

ABSTRACT

The objective of this dissertation is to analyse the use of LOGO in the study of the cognitive operations of the formal-logical stage as described by Piaget. In order to achieve this objective, a research was conducted with six individuals, 12 year and 9 month to 14 year-old, students of the Pedagogic Center of the Federal University of Minas Gerais. Those individuals, who had previously got to know the main commands of GRAPHIC-LOGO, used them to solve six challenges related to the cognitive operations of compensation, proportion, combination, permutation and probability. Data collection and analysis were based on the clinical method.

The main conclusions point out the efficacy of LOGO language in identifying cognitive operations and in helping their development as well as the analysis of the various strategies used by the students. However, research results showed that LOGO efficacy is a function of the individual himself and of the task nature. This way, the use of LOGO was more efficacious for those who had not presented complete domain of the cognitive operations studied and also in simulating situations difficult to be presented to the students.

The use of LOGO language and its related educational research are suggested not only in the case of spontaneous situations, as usually observed in the papers, but also in situations involving curriculum subject systematic learning.

INTRODUÇÃO

A introdução da Informática na Educação vem gerando polêmicas entre os especialistas da área. Na discussão do problema, há que considerar o fato de que não se está lidando com a possibilidade de informatização da escola. Na verdade, as escolas já se estão informatizando — pelo menos aquelas que atendem às elites. Cabe estender essa informatização às classes menos favorecidas, pois, como lembra MOREIRA (1988,p.84),

> *"Se vista como bem de cultura a informática deve ser socializada às diversas Instituições Sociais, uma vez que ela já integra o ambiente sendo um instrumento de relacionamento com o meio gerador de mudanças no indivíduo e na sociedade.*
>
> *Assim tomada a questão, a informática é um patrimônio cultural e é direito de todas as Instituições Sociais, dentre as quais a Escola, se apropriarem dela enquanto um conjunto de tecnologias capazes de gerar benefícios sociais".*

Por sua vez, SAVIANI (1984, p. 36) afirma: "*Lutar contra a marginalidade através da escola significa engajar-se no esforço para garantir aos trabalhadores um ensino da melhor qualidade possível nas condições históricas atuais*".

Em face da questão de informatização da escola, principalmente daquela que serve às classes menos favorecidas, considera-se necessário que todo esse processo seja permeado por uma postura crítica, de forma que o mesmo:

- não constitua mais um mecanismo de expropriação da força de trabalho docente, entre tantos usados numa sociedade de classes;

- não contribua para o fortalecimento das relações de poder existentes em uma sociedade capitalista;
- não resulte numa redução dos problemas da escola brasileira a uma simples substituição de métodos e técnicas, sem considerar os aspectos sociopolíticos envolvidos;
- não se transforme em mero modismo, desviando verbas e atenção dos problemas mais graves da educação brasileira.

Nesse contexto, cabe fazer pesquisas, de grande ou pequeno alcance, e que esclareçam cada vez mais os diversos aspectos da questão considerada.

Tal é o papel do projeto EDUCOM. Tal é o papel dos pesquisadores que nele militam.

GATTI (1988, p. 26), como outros educadores, reconhece que *"O uso do computador em Educação tem tido dois eixos importantes: sua utilização para o ensino de conteúdos disciplinares e seu emprego enquanto meio de facilitar desenvolvimentos cognitivos"*.

No segundo eixo, destaca-se a linguagem LOGO. Inúmeras pesquisas sobre essa linguagem têm sido realizadas no Brasil e no exterior. No EDUCOM-MG, trabalhou-se com a linguagem LOGO, em 1986, em uma escola pública de Venda Nova e, de 1987 a 1988, no projeto "O Computador no 1º Grau" com alunos de 5ª e 6ª séries do Centro Pedagógico da UFMG.

Esse último projeto propiciou o primeiro contato da autora deste trabalho com o LOGO. Ela pôde perceber, então, o desenvolvimento cognitivo dos alunos, o entusiasmo de professores, alunos e pesquisadores. Viu surgir um novo tipo de relacionamento aluno-aluno e professor-aluno, no trato com a máquina.

Um dos objetivos do projeto era identificar conceitos do currículo escolar que pudessem ser trabalhados através da linguagem LOGO. Várias questões foram levantadas a partir desse contato com o LOGO. Que operações cognitivas da fase operatória formal, tal como definidas por Piaget, podem ser identificadas usando recursos do HOT LOGO*? Como diferentes crianças trabalham na resolução de problemas envolvendo operações cognitivas da fase operatória formal, através do uso do HOT-LOGO? Como o LOGO pode ajudar no desenvolvimento dessas operações cognitivas?

Responder a essas questões tornou-se um dos objetivos deste trabalho. Posteriormente, novos estudos sobre o LOGO levaram a outra questão. Como usar o LOGO com objetivos precisos, dentro de matérias do currículo, ou de outras maneiras além da forma espontânea, mais usual?

Preocupações mais abrangentes foram-se somando às já existentes. Como tornar o aprendizado mais significativo para o aluno? Como elaborar currículos mais condizentes com o desenvolvimento cognitivo do educando? Alguns trabalhos caminhavam nesse sentido, quase todos com crianças pequenas. Pou-

---

* HOT-LOGO - versão da linguagem LOGO para computadores de linha MSX, utilizada na pesquisa descrita neste trabalho.

co material havia disponível sobre a fase operatória formal. Pouco havia sobre os recursos mais complexos do HOT-LOGO. A pesquisa foi-se delineando. Como utilizar o LOGO no estudo das operações lógico-formais estudadas por Piaget? Como aplicar tal estudo, de modo a beneficiar o processo ensino-aprendizagem? Com tais finalidades,foi realizada uma pesquisa,que resultou nesta dissertação, dividida em sete capítulos.

O primeiro capítulo apresenta um breve histórico da Informática na Educação desde o CAI (Computer Assisted Instruction) dos anos sessenta aos múltiplos usos do computador na Educação nesta década. Referindo-se ao Brasil, este capítulo se detém na análise dos Centros Pilotos de Informática na Educação, desde sua criação até seus trabalhos atuais.

O segundo capítulo refere-se à linguagem LOGO, objeto principal desta pesquisa, sua criação nos anos sessenta,sua propagação, depois da elaboração das diversas versões para microcomputadores, sua chegada ao Brasil, através da UNICAMP (Universidade Estadual de Campinas), seu desenvolvimento até as últimas teses publicadas no País. Após apresentar o histórico do LOGO, o segundo capítulo também analisa os comandos, recursos e possibilidades dessa linguagem como instrumento de desenvolvimento cognitivo.

O terceiro capítulo refere-se a Piaget, seu método de estudo — o método clínico —, também usado nesta pesquisa, os invariantes funcionais responsáveis pela equilibração progressiva, fator essencial para o desenvolvimento cognitivo,os diversos estágios desse desenvolvimento por ele propostos e, finalmente, as operações da fase lógico-formal, estudadas nesta pesquisa.

O capítulo seguinte, o quarto, destina-se a questionar uma afirmação considerada inquestionável por muitos que trabalham com a linguagem: o LOGO é realmente uma proposta piagetiana? Nesse capítulo, analisam-se pontos convergentes e divergentes entre Papert e Piaget.

No quinto capítulo, são apresentados os objetivos, materiais, equipamentos e procedimentos metodológicos utilizados no experimento realizado.

Os resultados são descritos e discutidos no sexto capítulo. Inicialmente, apresenta-se um sumário dos protocolos individuais dos sujeitos e, posteriormente, discutem-se os resultados, tendo em vista os objetivos da pesquisa.

O sétimo capítulo contém as conclusões, em que ficam evidentes a identificação de operações cognitivas da fase lógico-formal, a análise das diferentes estratégias utilizadas na solução de problemas envolvendo essas operações e a possibilidade de ajuda ao desenvolvimento das mesmas pelo uso da linguagem computacional LOGO.

CAPÍTULO 1

A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO: HISTÓRICO

silício

O aparecimento dos chips — pequenas placas de silicone em que circuitos cada vez mais complexos podem ser gravados por meio de corrosão — resultou na substituição gradual dos gigantescos computadores da década de cinqüenta pelos microcomputadores, que, além de seu pequeno porte e fácil manuseio, possuem, em alguns casos, preço mais accessível que o de uma televisão.

Essas características, entre outras, permitiram aos microcomputadores conquistar, dia a dia, novas áreas e, entre elas, a da Educação.

O computador chegou à escola através da CAI, ensino auxiliado pelo computador, com raízes na instrução programada de fundamentação comportamentista, em que a máquina exerce um papel tutorial.

SANTAROSA (1982), tratando do histórico do computador na Educação, afirma que, em 1960, a IBM (International Business Machines) desenvolveu a primeira linguagem para CAI e que, em 1963, Suppes, um dos pioneiros da CAI, desenvolveu, em Stanford, um programa de Matemática Elementar, aplicado em alunos, pela primeira vez, em 1965. SANTAROSA relaciona dezenas de centros de pesquisas e distritos escolares norte-americanos que, na década de setenta, utilizavam a CAI, atingindo cerca de 500 escolas e milhares de alunos. Apesar de ainda ser usada, a CAI sofreu um certo declínio. CASTRO (1988, p. 19) apresenta algumas razões para explicar esse declínio:

> *"Não se pode dizer que foi tudo um fracasso, mas hoje há crescente consciência das limitações desta estratégia. Os desapontamentos não foram poucos. Eram métodos que tolhiam alguns dos potenciais da nova tecnologia informática. O binômio estímulo--resposta revela-se pobre como estratégia para lidar com assuntos de complexidade um pouco maior. Criticou-se o processo por ser o computador programando o estudante, e não vice-versa".*

Assim é que surgiram, aos poucos, outros meios de se utilizar o computador na escola. TAYLOR (1980) apresenta um interessante esquema de classificação do uso de computadores na Educação, que envolve três categorias. Segundo esse autor, o computador pode aparecer como tutor, instrumento ou tutorado (tutor, tool, tutee).

A primeira das categorias — o computador como tutor — refere-se ao computador ensinando ao aluno. Especialistas em computação unem-se a especialistas em determinado conteúdo e elaboram programas, com a finalidade de ensinar esse conteúdo ao aluno. Tanto os programas da CAI da década de 70 como os modernos software educativos — denominados também PECs (Programas Educativos pelo Computador), expressão utilizada pela primeira vez pelo Centro Piloto de Informática da UFPE (Universidade Federal de Pernambuco) com todos os seus recursos computacionais, elaborados por equipes interdisciplinares com base em diferentes concepções de ensino-aprendizagem, encontram-se nesta categoria.

O computador como instrumento é usado na escola para propiciar ajuda em uma variedade de assuntos. Nesta categoria, estão os processadores de texto, os pacotes para uso em Estatística e os editores de música.

Na terceira categoria — o computador como turorado — este se transforma em aprendiz e o aluno passa a tutor. Nesta categoria, estão as múltiplas alternativas de uso da Inteligência Artificial, sobretudo a linguagem LOGO, única linguagem de computador especialmente criada para uso em Educação.

A introdução do computador na escola, em seus diversos usos, deu-se inicialmente, no Brasil como no exterior, através de iniciativas isoladas de universidades, escolas ou empresas. Um leigo ficaria surpreso, ao percorrer seções de Informática de jornais ou ao ler revistas especializadas, com a difusão a que chegou a Informática na educação brasileira. Algumas escolas que atendem às classes privilegiadas possuem um acervo de mais de mil software; software-houses proliferam no País, algumas apenas traduzindo ou adaptando software estrangeiros; ônibus modificados percorrem escolas, levando micros até os alunos.

Assim, a Informática já se estava introduzindo na Educação no Brasil, de modo assistemático, quando, em 1979, foi criada a SEI (Secretaria Especial de Informática), como órgão complementar do Conselho de Segurança Nacional, dando prioridade às áreas de Saúde, Agricultura, Indústria e Educação.

Entre 1981 e 1982, a SEI, o MEC (Ministério de Educação e Cultura) e o CNDCT (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) promoveram simpósios e seminários para discutir a Informatização do ensino. Os participantes desses eventos, pesquisadores convidados de várias universidades brasileiras, recomendaram a criação de Projetos Piloto de Informática na Educação, de natureza interdisciplinar, junto às Universidades.

Em agosto de 1983, um edital da SEI convocou aquelas instituições a apresentarem seus projetos. Vinte e seis delas responderam a esse apelo. Um comitê especialmente constituído avaliou esses projetos e selecionou os de cinco universidades, ou seja, os das Universidades Federais do Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, Pernambuco, Minas Gerais e o da Universidade Estadual de Campinas. Essas Universidades passaram, então, a integrar o Projeto EDUCOM (Educação por Computadores).

Os centros do Projeto EDUCOM têm-se dedicado, durante esses anos, a pesquisas nas áreas de produção e avaliação de software, na formação de recursos humanos e informatização de escolas, possuindo, cada centro, interesses e prioridades próprios.

Além do Projeto EDUCOM, o Governo criou, em 1986, o Comitê Assessor de Informática na Educação (CAIE), com a função de assessorar o MEC na implantação da Informática nas escolas. Esse comitê, composto por especialistas nas áreas de Educação e Informática, contando, inclusive, com pesquisadores do Projeto EDUCOM, propôs-se realizar, inicialmente, dois projetos.

O primeiro desses projetos refere-se à realização de um concurso anual de software educacional, objetivando avaliar a produção nacional de software e elaborar um catálogo de orientação para as escolas. Esse concurso já foi realizado nos anos de 1986, 1987 e 1988.

O segundo projeto da CAIE refere-se à criação de Centros de Informática Educativa (CIEDs), que funcionariam em diversos Estados, em trabalho conjunto do MEC — que forneceria microcomputadores e o treinamento inicial dos professores — e das Secretarias Estaduais de Educação — que ofereceriam o pessoal e se responsabilizariam pela continuidade do projeto.

Esse projeto contém o subprojeto FORMAR, iniciado com um curso de capacitação de docentes, realizado em Campinas, em julho de 1987, com a colaboração dos diversos EDUCOM. Tal curso foi repetido em janeiro de 1989 (FORMAR 2), atendendo também a professores de Escolas Técnicas Federais e a professores interessados em Educação Especial. Os professores capacitados no primeiro curso (FORMAR 1) voltaram a seus Estados e se dedicaram à implantação dos CIEDs. Vários CIEDs já estão implantados. Atualmente, tais centros, assim como os do Projeto EDUCOM, dedicam-se ao desenvolvimento da Informática no Brasil.

CAPÍTULO 2

LOGO - HISTÓRICO, CARACTERÍSTICAS E RECURSOS

2.1 - HISTÓRICO

A linguagem LOGO foi desenvolvida no fim dos anos sessenta (1968) no Laboratório de Inteligência Artificial do MIT (Massachussets Institute of Technology), sob a supervisão de Papert, que acabara de voltar da Suíça, onde passara cinco anos trabalhando com Piaget.

O LOGO foi criado com base em outra linguagem de programação, a linguagem LISP (List Processing), também desenvolvida no MIT, sob coordenação de McCarthy. A linguagem LOGO tem duas partes, uma das quais, tratando do processamento de listas, é bastante semelhante ao LISP. A segunda parte, a gráfica, é, no momento, a mais utilizada em Educação.

A partir dos anos setenta, a linguagem LOGO, considerada por Papert e muitos de seus adeptos como mais que uma linguagem, uma filosofia ou metodologia de Educação, começou a ser utilizada, mas o fato de, até então, o LOGO só haver sido implementado em computadores de grande porte dificultou um pouco sua propagação. A partir de 1980, quando a Texas Instruments fez o primeiro programa LOGO para microcomputadores, o LOGO passou a ter grande difusão em todo o mundo. Papert relata tanto experimentos realizados no ensino regular de 1º, 2º e 3º Graus, como experimentos feitos com crianças de quatro ou cinco anos (Perlman, Solomom), utilizando máquinas modificadas ou programas auxiliares. Foram feitos, também, trabalhos com deficientes auditivos, mentais e motores, inclusive com crianças com paralisia cerebral severa, que nunca haviam manipulado um objeto (Valente).

Em todo o mundo, realizaram-se experimentos sobre o uso da linguagem LOGO. Entre estes, destaca-se o de Ailongue, detalhadamente descrito por BOSSUET (1985).

Diversos autores se propõem analisar pesquisas sobre o LOGO em diferentes países e em diferentes línguas. CASTRO (1988) descreve importantes experimentos em escolas dos Estados Unidos. GOODYEAR (1986) comenta diversas experiências realizadas nos Estados Unidos e na Inglaterra, ou seja, os projetos de Brookline, Bank Street College e Lamplighter, nos Estados Unidos, e os de Edinburgh e Chiltern, na Inglaterra. DELVAL (1986) resume e analisa um exaustivo número de pesquisas com o LOGO em diferentes países. PAPERT, ao prefaciar o livro LOGO: conceitos, aplicações e projetos, de VALENTE & VALENTE (1988), relata o recebimento, em poucas semanas, de livros sobre o LOGO escritos em tai, búlgaro, japonês e outras línguas.

Os trabalhos apresentados em 1986, no III Congresso Internacional LOGO, ocorrido simultaneamente com o I Congresso Nacional em Novo Hamburgo, mostram a difusão do uso do LOGO na América Latina, sobretudo no Chile, Uruguai e Argentina. Tais fatos mostram o crescimento do uso do LOGO nas décadas de 70 e 80, quando chegou a adquirir milhares de adeptos e um número quase igual de críticos.

No Brasil, a UNICAMP é pioneira no uso do LOGO. O início dessa atividade ocorreu em 1973/74, com o estágio de Ripper no MIT. Em 1975, Papert e Minsky — um dos principais pesquisadores em Inteligência Artificial — foram convidados a visitar a UNICAMP. Dessa visita, resultou um grupo interdisciplinar de pesquisa. Novos professores da UNICAMP foram ao MIT desenvolver teses e dissertações sobre o LOGO; entre eles, estava Valente, pioneiro, no Brasil, no uso do LOGO em crianças com paralisia cerebral. Papert e Minsky voltaram, em 1976, à UNICAMP, e o projeto LOGO prosseguiu, começando, em 1978, a fase de desenvolvimento de atividades sistemáticas com crianças.

Em 1982, foi criado o Núcleo Interdisciplinar de Informática na Educação — NIED — reunindo pesquisadores interessados na área, em especial aqueles envolvidos no projeto LOGO. Entre as atividades do NIED-UNICAMP, destacam-se a tradução para a língua portuguesa, em 1985, da obra *Mindstorms* (PAPERT, 1980) e a da versão do LOGO para computadores da linha Itautec, em 1984.

Após a criação do Projeto EDUCOM, o NIED-UNICAMP passou a integrá-lo, e prosseguiu com seus projetos na linguagem LOGO, trabalhando com escolas públicas das cidades de Campinas e Americana. Paralelamente, continuou com seu projeto "Uso da Informática na Educação Especial", trabalhando com deficientes auditivos e físicos, e atendendo, sobretudo, a crianças com paralisia cerebral. Em outubro de 1988, sob o patrocínio da OEA (Organização dos Estados Americanos), o NIED promoveu a jornada de trabalho "Informática na Educação Especial", com participantes de diversas regiões do Brasil e de outros países da América Latina. Toda a jornada se centrou no uso do LOGO com deficientes.

O EDUCOM-UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul) é constituído por três unidades: o Laboratório de Estudos Cognitivos — LEC — do Departamento de Psicologia do Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, a Faculdade de Educação — FACED — e o Centro de Processamento de Dados — CPD —, do Departamento de Informática.

O LEC surgiu, em 1973, da preocupação de uma equipe de profissionais com as dificuldades de aprendizagem. Esse grupo centrava seu trabalho na Epistemologia Genética de Piaget. Em 1979, o LEC entrou em contato com o grupo de LOGO do MIT e se propôs investigar os processos cognitivos da criança que estava programando em LOGO. Foi criado o projeto "Micromundos LOGO: em busca de novos recursos para ajudar o aluno a aprender". O LEC tem ampliado, a cada ano, sua área de atuação, dedicando-se a pesquisas sobre a ajuda do LOGO na alfabetização, trabalhando com crianças repetentes, com crianças em tratamento em clínicas psicológicas, e pesquisando o processo de interação professor-aluno em sessões de programação. Destaca-se, também, a preparação de "programas-semente" sobre diversos aspectos da Matemática e da Linguagem. Há também no LEC um grupo pesquisando na área de listas e na construção, no computador, com alunos de 1º e 2º Graus, de minigramáticas (sintaxe, semântica e discurso).

Os resultados dos trabalhos do LEC levaram a Secretaria Municipal de Educação de Novo Hamburgo a firmar convênio com o mesmo, para a criação de um "Centro de Preparação e Iniciação à Informática". Esse projeto, que atendeu a doze alunos em 1984, cresce ano a ano. Além do projeto de Novo Hamburgo, o LEC está envolvido, atualmente, em outros projetos.

O projeto EDUCOM-UFRGS, unidade FACED, iniciou seus estudos sobre o uso do computador na Educação em 1978, integrando-se à equipe do CPD e realizando várias atividades, sobretudo na área de avaliação formativa (SANTAROSA), anteriormente à criação do Projeto EDUCOM. Após sua integração ao Projeto EDUCOM, a FACED começou a trabalhar com a linguagem LOGO, principalmente desenvolvendo metodologias para o atendimento a crianças repetentes e deficientes mentais educáveis. Tem também realizado trabalhos na formação de recursos humanos, com abordagem da linguagem LOGO. Mais recentemente, a equipe EDUCOM-FACED tem elaborado programas em LOGO para o desenvolvimento de conceitos diversos, como cor, forma, distância.

O EDUCOM-UFPE não continha, em seus projetos iniciais, o uso do LOGO. Quando sua coordenação foi transferida para a Faculdade de Educação, novos projetos foram elaborados, alguns deles envolvendo a linguagem LOGO. Iniciou-se com um aluno e uma dupla de alunos típicos de 5ª série, numa etapa preparatória, em que foram analisados os programas elaborados, a interação professor-aluno, as tentativas de depuração (debugging) e outros aspectos. Os estudos de casos serviram como subsídios para a ampliação da experiência com alunos do 1º e 2º Graus. Os resultados desse trabalho foram apresentados no II Encontro Pernambucano de Psicólogos da Área de Educação, em 1985. O laboratório do EDUCOM foi também usado por alunos do Mestrado de Psicologia, que realizaram pesquisas sobre o desenvolvimento de conceitos de Geometria em LOGO, em suas dissertações de Mestrado. Além disso, todas as séries de uma escola municipal de Recife estão sendo informatizadas, ou seja, estão trabalhando com o computador, sendo que, na 5ª e na 6ª séries, os alunos trabalham com a linguagem LOGO. Os professores dessa escola são treinados no EDUCOM-UFPE.

O EDUCOM-UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro) começou a trabalhar com o LOGO mais recentemente, mas já está usando o LOGO no Colégio Pedro II e se prepara para a introdução do LOGO no Colégio de Aplicação da UFRJ.

O EDUCOM-UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais) dedicou-se, inicialmente, mais à produção e avaliação de software e à formação de recursos humanos na área. A primeira experiência com o uso da linguagem LOGO foi feita em 1986, em uma turma de 5ª série da Escola Municipal Pedro Guerra, em Venda Nova. Esse trabalho teve como objetivos: avaliar as possibilidades de uso da linguagem LOGO; avaliar a linguagem LOGO como instrumento de desenvolvimento cognitivo, e verificar possíveis mudanças nas relações professor-aluno e aluno-aluno.

Em 1987 e 1988, o EDUCOM-UFMG iniciou uma pesquisa no Centro Pedagógico da UFMG, com turmas de $5^{\underline{a}}$ e, posteriormente, de $6^{\underline{a}}$ série, contando com a colaboração de professores de Português, Matemática e Geografia do Centro Pedagógico. Esse projeto, entre outros objetivos, pretendia identificar conceitos das disciplinas envolvidas que pudessem ser trabalhados na linguagem LOGO. As conclusões desse trabalho foram apresentadas no II Congresso Nacional LOGO, em Petrópolis, em 1988.

Pode-se verificar, no País, o envolvimento de diversas outras universidades não pertencentes ao Projeto EDUCOM em pesquisas acerca da linguagem LOGO. Revistas dedicadas à área, anais de seminários e trabalhos apresentados nos Congressos de Novo Hamburgo e Petrópolis permitem o destaque de algumas dessas Instituições, como as Universidades Federais do CEARÁ, SANTA CATARINA, PARANÁ, JUIZ DE FORA, a Universidade Estadual de SÃO PAULO e a Universidade Católica de PETRÓPOLIS. Destacam-se, também, algumas escolas particulares, como o Liceu Pasteur, o Colégio Santa Cruz, e o Colégio Rainha da Paz, em São Paulo, o Instituto Abel, em Niterói, e o Colégio Santa Marcelina, no Rio de Janeiro. No entanto, o número de participantes dos Congressos de Novo Hamburgo e Petrópolis sugere que um número muito maior de escolas e entidades está envolvido em projetos sobre o LOGO, embora não tenham seus trabalhos divulgados.

Diversas dissertações e teses também já foram produzidas, no Brasil, usando a linguagem LOGO. A primeira dissertação a que se teve acesso foi a de CALANI (1981), que se pro pôs o ensino de conceitos geométricos para crianças através do LOGO, ainda usando terminais de computador de grande porte, e não micros.

A dissertação seguinte a que se teve acesso data de 1985, de CAGLIARDO, que compara as opiniões de professores sobre o computador, antes de qualquer contato com o mesmo e após o uso prático e reflexivo do LOGO. Ele propõe, ainda, projetos a serem realizados por seus alunos dentro de matérias do currículo.

Em 1986, BAIBICH, em "Uma Proposta Curricular para Iniciação da Criança em Programação Ativa - Linguagem LOGO", analisa o uso do LOGO com vários grupos de crianças: com e sem dificuldades de aprendizagem, com problemas afetivos e superdotadas, e apresenta diversas sugestões para introdução do LOGO na escola.

Ainda em 1986, MARASCHIN, em sua dissertação "Processos cognitivos envolvidos na atividade de crianças de 4 a 6 anos com a linguagem LOGO de Programação", e FAGUNDES, com a tese "Psicogênese das condutas cognitivas da criança em interação com o computador", fazem um trabalho diretamente fundamentado em Piaget.

Em 1987, NEDER, em sua dissertação "Uma Introdução ao Ensino por Computador Usando a Linguagem LOGO" e fundamentando-se em Piaget e Ausubel, analisa a utilização do LOGO como "instrumento de ensino" ou como "ferramenta de aprendizagem".

Outros trabalhos como os de ALMEIDA (1984), MOREIRA

(1988), ainda que não específicos sobre o LOGO, explicam e analisam o uso do mesmo.

Os projetos, Centros de Pesquisa, Congressos, dissertações e teses aqui citados demonstram a difusão do LOGO no Brasil e no mundo.

2.2 - LOGO-GRÁFICO: CARACTERÍSTICAS E RECURSOS

Voltando de Genebra e indo trabalhar no Laboratório de IA (Inteligência Artificial) do MIT, Papert se dedicou à criação de uma linguagem de computação que fosse poderosa, mas de fácil acesso às crianças. Surgiu, desse esforço, a linguagem LOGO.

Inicialmente, o LOGO usou uma tartaruga mecânica, um robô que pode ser movimentado através de um teclado e que, ao mover-se, vai construindo os desenhos desejados pelas crianças. Até hoje, a tartaruga mecânica é usada, em muitas situações, para introduzir as crianças no LOGO. Posteriormente, à tartaruga mecânica acrescentou-se a tartaruga luminosa, pequeno triângulo, ou mesmo a figura de uma tartaruga, na tela de uma televisão ou visor, comandada pelo teclado de um computador. Essa tartaruga tem três propriedades:

X- posição, que pode ser mudada pelos comandos
  parafrente (pf) e paratrás (pt);

X- direção ou orientação, passível de modificação com os comandos paradireita (pd) ou paraesquerda (pe);

- habilidade para obedecer a comandos.

A primeira característica da linguagem LOGO, como de outras da IA, é a de se aproximar da linguagem natural. Assim, uma criança pequena, ao desejar desenhar uma figura qualquer, como por exemplo um quadrado, pode ordenar à tartaruga:

parafrente 40 ou pf 40
paradireita 90 ou pd 90
parafrente 40 ou pf 40
paradireita 90 ou pd 90
parafrente 40 ou pf 40
paradireita 90 ou pd 90
parafrente 40 ou pf 40
paradireita 90 ou pd 90

e obterá um quadrado com um lado equivalente a quarenta passos da tartaruga.

Evidentemente, apesar da simplicidade da linguagem, essa criança teve a oportunidade de se relacionar ativamente com o objeto, vivenciando os conceitos de número, distância e ângulo, para obter exatamente o que desejava. Verifica-se, muitas vezes, que a criança associa os esquemas corporal e intelectual, colocando-se na posição da tartaruga para resolver seu problema. Outra característica do LOGO já evidenciada até aqui é sua interatividade: a tartaruga efetua a ordem imediatamente após o pedido da mesma.

Conforme o nível de abstração da criança, ela poderá analisar as ordens dadas à tartaruga para a construção do quadrado e perceber que, na realidade, ela repetiu quatro vezes as mesmas ordens:

```
parafrente 40   ou   pf 40
paradireita 90  ou   pd 90
```

Assim, a ordem simplificada:

```
repita 4 [pf 40 pd 90]
```

levará à construção do mesmo quadrado.

O comando repita é tanto mais útil e econômico quanto maior for o número de lados da figura desejada.

É também interessante a descoberta do ângulo — ou giro, como dizem as crianças pequenas — necessário para se desenhar determinada figura. Muitas explorações precisam ser feitas até a descoberta do "teorema do giro completo da tartaruga": *"Se uma tartaruga percorre um caminho ao redor do perímetro de qualquer área e termina no mesmo estado em que começou, então a soma total de todos os seus giros será 360 graus"*.

A exploração do círculo é muito rica e, muitas vezes, a criança tem de caminhar sobre um círculo desenhado no chão, até perceber que dá um pequeno passo e um giro e chegar, por exemplo, ao programa:

```
repita 360 [pf 1  pd 1] .
```

Outra característica da linguagem LOGO é a possibilidade de se construírem, a partir de "palavras" conhecidas do computador, denominadas primitivas, outras palavras, denominadas procedimentos, que, ensinados ao computador, passam a fazer parte de seu vocabulário.

Existem diversas versões da linguagem LOGO, cada uma utilizada em uma linha de computadores. Entre as principais, temos o LOGO-ITAUTEC, o M-LOGO, aplicável a computadores da linha APPLE, e o HOT-LOGO, para computadores da linha MSX. Cada versão difere um pouco da outra em termos de primitivas e de recursos. Considerando-se, por exemplo, o HOT-LOGO, versão utilizada nesta pesquisa, verifica-se uma grande variedade de primitivas, além das já apresentadas (pf, pt, pd e pe). Algumas delas são de grande importância para ajudar na confecção de desenhos, como: usenada (un), que faz a tartaruga se deslocar sem deixar traço, uselápis (ul), useborracha (ub), apaguedesenho (ad), paracentro (pc) e outras.

Outras primitivas lidam com cores, mudando a cor do lápis (mudecl), a cor da tartaruga (mudect), a cor do fundo (mudecf); uma pinta a figura (pinte), outra carimba em um local (carimbe) ou em todo um espaço fechado a figura desejada (carimbetudo). Algumas primitivas lidam com músicas (toque), e o computador emite um som pelo CANAL desejado, na FREQÜÊNCIA, VOLUME e TEMPO especificado. Ex.: toque 2 500 10 50.

Apesar do grande número de primitivas, acredita-se que o poder do LOGO resida na criação de procedimentos. Assim, com o comando aprenda:

```
aprenda quadrado
repita 4 [pf 40 pd 90]
fim
```

a criança transformará o quadrado que desenhou em uma nova palavra do vocabulário da tartaruga e, a partir de então, basta digitar quadrado, cada vez que quiser o mesmo.

No exemplo, deu-se o nome de quadrado ao procedimento, mas o computador aceita qualquer nome. Assim, a criança poderia chamar seu quadrado de caixa, qua ou bloco, que teria o mesmo resultado. O nome do procedimento, quando digitado, leva a tartaruga a desenhá-lo sem necessidade de outras instruções.

Talvez o maior poder da linguagem LOGO resida em sua modularidade. Isso significa que um grande projeto elaborado pela criança pode ser desdobrado em projetos menores e um novo procedimento, uma vez definido, pode ser usado na definição de outros.

O procedimento quadrado, por exemplo, definido pela criança, pode-se transformar em um subprocedimento de um novo procedimento, casa. Para completar sua casa, então, a criança deverá ensinar ao computador outro procedimento, triângulo:

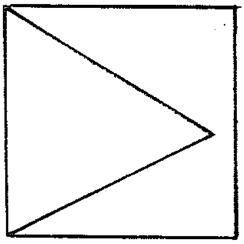
```
repita 3 [pf 40 pd 120]
```

e torná-lo, também, subprocedimento do procedimento casa. Tal proposta, apesar de simples, levará a criança a novas vivências sobre espaço. 1

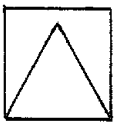
O programa:

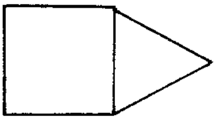
```
aprenda casa
quadrado
triângulo
fim
```

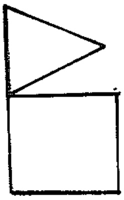
levará ao desenho:



que, evidentemente, não corresponde ao desejado. A criança está diante de um problema e tentará resolvê-lo. Tem um bug (expressão usada em LOGO para indicar algo que não funciona em um determinado programa) e tentará um debugging (alteração que tornará o programa adequado), o que só conseguirá ao perceber que o desenho não esperado resultou da posição em que a tartaruga estava quando acabou de desenhar o quadrado e começou a traçar o triângulo. Na tentativa de debugging, provavelmente chegará a várias soluções:



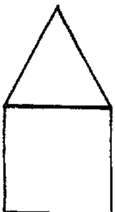




até que, com o programa correto:

```
ap casa
quadrado
pf 40
pd 30
triângulo
fim
```

obterá o desenho desejado:



Outro poderoso recurso do LOGO é o uso de procedimentos com variáveis, ou parâmetros. Como exemplo desse recurso, temos:para desenhar a janela de sua casa, a criança vai precisar de outro quadrado, bem menor que o primeiro. Provavelmente chegará em:

```
repita 4 [pf 5 pd 90]
```

e poderá verificar que essa ordem é a mesma que a usada para definir o quadrado anterior, manipulando apenas a variável: "número de passos que a tartaruga andará para a frente", ou seja, o comprimento do lado do quadrado. Assim, a criança poderá construir quadrados (ou outros desenhos) de vários tamanhos com um único procedimento. Basta a mudança na ordem:

```
aprenda quadrado :lado
repita 4 [pf :lado pd 90]
fim
```

Assim, digitando: quadrado 5, terá um quadrado com 5 passos de lado.

Aprendendo a lidar com as primitivas, com os recursos repita e aprenda, e com parâmetros, a criança poderá desenhar qualquer figura e acrescentá-la a seu projeto.

Voltando à idéia de modularidade, a criança, a partir da casa pronta, poderá transformá-la em um subprocedimento do procedimento rua, em que terá várias casas de tamanhos diferentes. O procedimento rua poderá tornar-se subprocedimento do procedimento paisagem, que terá sol, árvores, rios,etc.

Outro recurso importante do LOGO é a recursão. Um procedimento recursivo é o que usa a si mesmo como subprocedi mento. Tal idéia pode parecer difícil, mas, uma vez entendida, torna-se uma fonte inesgotável de explorações.

Considere o programa quadrado:

```
ap quadrado
repita 4 [pf 40 pd 90]
fim
```

Se modificado para:

```
ap roda
quadrado
pd 10
roda
fim
```

o procedimento roda tem um subprocedimento roda, que levará o programa a entrar em recursão, ou seja, a tartaruga desenhará um quadrado, girará 10^{o} à direita e entrará novamente no programa, e assim indefinidamente, a menos que o programa seja interrompido. Surgirá, então, um desenho como este:

A idéia de recursão é muito poderosa na construção de animações.

Algumas versões do LOGO, como, por exemplo, o HOT-LOGO, apresentam uma série de recursos que outras versões não oferecem. Um desses recursos é a presença não de uma, mas de trinta tartarugas, que podem ser ativadas simultaneamente e obedecer a ordens diferentes, traçando diversos desenhos na tela. Além disso, as tartarugas podem ser transformadas em outras figuras (primitiva mudefig), como carro, gato, coração, etc., até 10 figuras. Além dessas dez, a criança poderá criar outras figuras que desejar, denominadas sprites (primitiva edifig, ou seja, edite figura).

Trabalhando com sprites e recursão, pode-se conseguir animação. Por exemplo:

```
ap movimento
mudefig 11 (homem com pernas para frente)
espere 30 (esperar 30/60 segundos ou 1/2 minuto)
mudefig 12 (homem com pernas para trás)
espere 30
movimento
fim
```

Com a primitiva mudevel, a criança poderá imprimir velocidade ao homem. Ativando várias tartarugas, a paisagem da criança poderá ser enriquecida com, por exemplo, homens andando, carros correndo, pássaros voando. Essa paisagem poderá tornar-se um subprocedimento de uma história maior, num crescendo cujo limite será dado pela própria criança.

Para crianças em estádios mais elevados de desenvolvimento cognitivo (os estádios de desenvolvimento cognitivo serão explicados no capítulo 3), o LOGO oferece outros recursos, como a possibilidade de lidar com coordenadas cartesianas através das primitivas: mudepos [x y] mudex, mudey, ponhaponto [x y] e outros. Com esses recursos, a criança poderá ativar várias tartarugas, colocá-las em diferentes posições da tela, sem necessidade de experimentações, como as necessárias com as primitivas pf, pt, pd, pe e, usando sprites recursão e som, montar, por exemplo, uma peça de balé.

Um poderoso recurso específico do HOT-LOGO refere-se ao uso de observadores (demônios), que, invisíveis na tela, permanecem analisando o programa e estabelecendo relações de causa e efeito. Entre esses observadores, temos: em.colisão e quando. Assim, o aluno poderá, por exemplo, construir um jogo no qual, se a tartaruga 1, transformada em um avião, entrar em.colisão com a tartaruga 2, transformada em foguete, a tartaruga 3, transformada em um paraquedista, saltará do avião. O comando quando permite o uso de joystick (periférico muito útil não só para jogos como para software com desenho) ampliando as possibilidades do uso do LOGO.

Da análise dos principais recursos da parte gráfica do HOT-LOGO, pode-se concluir que, apesar de crianças nos primeiros estádios de desenvolvimento cognitivo apresentarem, provavelmente, um domínio de programação diferente do de crianças em estádios superiores, o LOGO constitui, para crianças de qualquer estádio cognitivo, um material com inúmeras possibilidades de exploração.

CAPÍTULO 3

AS OPERAÇÕES COGNITIVAS NA PERSPECTIVA DE PIAGET

3.1 - INTRODUÇÃO

Piaget é o criador da Epistemologia Genética, que se define, segundo suas palavras:

> *"A característica da Epistemologia Genética é de procurar descobrir as raízes dos diversos tipos de conhecimento, desde suas formas mais elementares, e de seguir seu desenvolvimento nos níveis posteriores até o pensamento científico, inclusive."* (Piaget, apud COLL & GILLIÈRON, 1987, p. 30)

A Epistemologia Genética distingue-se da Epistemologia, ramo da Filosofia, tanto por seus objetivos como por sua metodologia. A Epistemologia dedica-se ao estudo do conhecimento em si, e se propõe responder a questões como as seguintes: "Que é conhecimento?" "Que conhecemos?" "Como conhecemos?" A Epistemologia Genética, preocupando-se com a gênese do conhecimento, propõe-se responder a questões como estas: "Como se passa de um estado elementar a um estado superior de conhecimento?"

Também no método distingue-se a Epistemologia Genética da Epistemologia, visto que a última, como ramo da Filosofia, procura suas respostas através da reflexão. A Epistemo logia Genética dá um tratamento empírico a seus problemas, através do método clínico.

Piaget interessou-se pela origem e construção do conhecimento, ao trabalhar no laboratório de Binet com a padronização do teste de Burt. Ao fazê-lo, percebeu que problemas que envolviam raciocínio de inclusão* e composições de relação** apresentavam dificuldades insuspeitas para crianças de até certa idade. Interessando-se pelas razões dessas dificuldades, Piaget abandonou a padronização do teste e passou a manter, com as crianças, conversas semelhantes aos interrogatórios clínicos, com o fim de descobrir os processos de raciocínio que determinavam as respostas inadequadas.

3.2 - MÉTODO CLÍNICO

Piaget iniciou, assim, seus estudos de Epistemologia Genética utilizando-se de um método que sofreu algumas modificações ao longo de suas pesquisas, modificações essas retratadas pelos diversos autores que trataram de sua obra, entre os quais se destacam VIHN BANG (1970) e, mais recentemen-

---

* Raciocínio de inclusão: fechamento da operação de classificação, que consiste na capacidade de encaixar as partes no todo, ou de destacar as partes em relação ao todo.

** Composições de relação: fechamento da operação lógica de seriação, que consiste na coordenação de equivalências e de diferenças.

te, COLL & GILLIÈRON (1987).

Em um primeiro momento, Piaget se utiliza da observação pura de conversas espontâneas de crianças de seis anos, procurando captar a lógica da criança exclusivamente através de seu pensamento verbal. Essa primeira fase — de 1920 a 30, segundo VIHN BANG — pode ser evidenciada na fala de Piaget no prefácio de A linguagem e o pensamento na criança: "*La novedad, en este caso, estriba en no limitarse a registrar la respuesta que da el niño a la pergunta que se le ha formulado, si no en dejar que converse*" (Piaget, apud VIHN BANG, 1970, p. 41).

A segunda fase inicia-se com a observação de Piaget dos primeiros anos de vida de seus próprios filhos. Lidando, agora, com crianças que não apresentam domínio da linguagem, Piaget começa com a observação pura das ações das mesmas. Utilizando-se das observações com o primeiro filho, Piaget se propõe observar os mais novos. O método adquire, então, novas características, tais como a variação sistemática das condições de observação, a formulação de hipóteses diretrizes, o rigor do controle experimental. Paralelamente ao trabalho com seus filhos, Piaget usa, em suas conversas com crianças, o método clínico,tradicional em Psiquiatria. Essa fase do método — de 1930 a 1940, segundo VIHN BANG — se define pelas palavras de Piaget ao prefaciar o livro Representação do mundo na criança:

> *"El examen clínico participa de la experiencia, en el sentido de que el clínico se plantea problemas, formula hipótesis, hace variar las condiciones en juego y, por último, controla cada una de sus hipótesis en contato con las reacciones provocadas por la conversación. Pero el examen clínico también participa de la observación directa, en el sentido de que todo buen clínico se deja dirigir mientras dirige y toma en cuenta todo el contexto mental en lugar de ser víctima de 'errores sistemáticos', como suele ocurrirle al experimentador puro".* (Piaget apud VIHN BANG, 1970, p. 42)

Na terceira etapa do método — de 1940 a 1950, segundo VIHN BANG — o método clínico se torna também crítico, principalmente para se adaptar ao objeto de estudo de então, as operações lógicas. Dois aspectos dão o caráter crítico ao método. Em primeiro lugar, os interrogatórios verbais se referem a manipulações de materiais concretos pelas crianças. Em segundo lugar, pede-se da criança a justificativa de suas ações e interpretações. Essas duas características se juntam às já existentes: a presença de hipóteses diretrizes, a variação sistemática de condições e o rigor experimental.

Desde 1955, quando foi criado o Centro Internacional de Epistemologia de Genebra, o método vem sendo modificado, sem, no entanto, perder suas características básicas.

3.3 - A GÊNESE DO CONHECIMENTO: INVARIANTES FUNCIONAIS, AÇÃO, ESQUEMA, ESTRUTURA E OPERAÇÃO

PIAGET construiu sua obra utilizando-se do método clínico em suas diversas modalidades. Nos anos iniciais, ela foi mais abrangente, dedicando-se à linguagem, à moral, a aspectos sociais da consciência; finalmente, centrou-se no modelo lógico, no qual, segundo FREITAG (1985), os aspectos sociais da inteligência são relegados a segundo plano.

Ao longo dos seus anos de trabalho, PIAGET apontou diversos fatores como indispensáveis para o desenvolvimento de estruturas cognitivas, priorizando, a cada momento, um deles. Podem-se identificar, em suas últimas obras, quatro fatores: os biológicos, os fatores de equilibração de ações, os sociais e de coordenação interindividual e os fatores de transmissão educativa e cultural. No entanto, a equilibração passou a ser, para Piaget, o fator fundamental. Sem abandonar a importância dos demais fatores, este capítulo se concentrará na exploração da equilibração, o fator mais diretamente relacionado à pesquisa efetuada.

Considerando a equilibração, serão analisados dois tópicos, o primeiro deles tratando da construção do conhecimento em si, ou seja, dos invariantes funcionais que constituem o processo de adaptação, e o segundo tratando dos estádios de desenvolvimento.

PIAGET considera que a aprendizagem decorre da inter-relação entre o sujeito e o objeto, que apresenta resistência, gerando um desequilíbrio. Tal desequilíbrio leva a um esforço do sujeito, a fim de restabelecer o equilíbrio. Esse restabelecimento, segundo Piaget, é obtido através de dois processos, a *assimilação*, em que ocorre uma busca de conservação das estruturas existentes, procurando-se ajustar o objeto ao sujeito, e a *acomodação*, quando o sujeito tem de modificar seus esquemas, para se adaptar à resistência do objeto. Da assimilação e acomodação resulta a adaptação, que leva a estados de equilíbrio progressivamente mais estáveis.

A *ação* é o instrumento através do qual o sujeito entra em contato com o objeto e pode conhecê-lo, dando início ao processo de adaptação.

Da ação ou interação entre o sujeito e o objeto, resulta a construção do conhecimento. Na ação, há sempre algo transponível, generalizável, levando à construção de esquemas.

O *esquema*, verdadeiro quadro assimilador, é a unidade básica do funcionamento cognitivo. O esquema apresenta uma certa organização interna, o que o diferencia da ação.

Os esquemas se reorganizam durante todo o desenvolvimento, atingindo níveis cada vez mais complexos e abstratos. Assim, dos *atos reflexos* passa-se aos *esquemas de ação*, que, interiorizados, originam os *esquemas representativos* e os *esquemas de operação*. Segundo PIAGET, as operações têm certas características, ou seja:

- são ações interiorizáveis;
- são transformações reversíveis (por inversão e reciprocidade);

- instalam-se em estreita correlação com as conservações;
- caracterizam-se pela descentração (capacidade de se estar atento aos diversos aspectos da realidade;
- são coordenáveis em sistemas de conjunto.

Com o desenvolvimento, os esquemas passam a se coordenar e combinar, e originam as *estruturas*, ou seja, totalidades organizadas de esquemas que respeitam certas regras ou leis. Cada estrutura leva a uma forma de equilíbrio entre o sujeito e o mundo que o rodeia.

Atendendo à natureza e forma de organização de esquemas e estruturas, o desenvolvimento é dividido em estádios e subestádios.

3.4 - ESTÁDIOS DE DESENVOLVIMENTO

Ao longo de toda a sua obra, PIAGET se preocupa em estabelecer estádios de desenvolvimento.

TRAN-THONG (1981) faz um exaustivo estudo sobre as diferentes tentativas de sistematização de estádios em PIAGET, citando as divisões em seis, cinco, quatro e três estádios.No entanto, TRAN-THONG considera como definitiva, baseando-se principalmente na definição piagetiana de estádio como "uma estrutura de conjunto", a divisão em três estádios, correspondendo às três estruturas de conjunto apontadas por PIAGET: estruturas ou grupos sensório-motores, estruturas ou agrupamentos de operações concretas, e estruturas formais. Justificando ainda mais a divisão em três estádios, TRAN-TONG cita a defesa dessa posição, feita por INHELDER no Simposium de 1953, em Genebra, defesa essa assistida pelo próprio Piaget. Entretanto, encontra-se em diversos autores, muito familiarizados com Piaget, a divisão em quatro estádios, como bastante difundida.

Este trabalho, sem se ater a essas variações, e sem se preocupar com as alterações de terminologia de PIAGET ao se referir a "períodos" como estádios e a estádios como subestádios, objetiva explicar, neste ponto, os principais momentos, denominados estádios do desenvolvimento cognitivo.

No estabelecimento desses estádios, vários critérios são utilizados:

- a ordem de sucessão de aquisições cognitivas é constante, independente de variações da idade cronológica de seu aparecimento;
- as estruturas de determinado nível derivam de uma estrutura correspondente do nível anterior e são integradas nas estruturas de nível seguinte;
- a passagem de uma estrutura intelectual a outra, de nível superior, não ocorre em termos de tudo ou nada: sempre há um estádio de preparação que leva à construção de uma nova estrutura, ou seja, em todos os estádios há processos de formação ou gênese e formas de equilíbrio final;
- cada estádio deve caracterizar-se por uma estrutura de conjunto.

O estádio *sensório-motor*, que vai do nascimento até aproximadamente dois anos, caracteriza-se pela importância dos sentidos como primeiras fontes de informação da criança, da primeira tomada de consciência do mundo que a rodeia. Nele se dá a origem dos primeiros esquemas cognitivos, que constituem o suporte para a construção de todos os demais esquemas. O período sensório-motor foi descrito por PIAGET principalmente a partir das observações e estudos que fez de seus filhos nessa fase.

No estádio *pré-operacional*, a criança refaz, no nível da representação, as experiências obtidas na primeira fase, através da ação. Surgem os esquemas representativos,ou esquemas de ação interiorizados.

Através da função simbólica ou semiótica,que marca o início desse período, categorias de tempo, espaço, causalidade e outras saem do plano exclusivo da ação e são refeitas no nível do jogo e da imitação. Entre os quatro e os sete anos, os esquemas representativos vão sendo progressivamente coordenados, propiciando condições de passagem do pensamento intuitivo desse estádio para o pensamento operatório do estádio seguinte.

O estádio *operatório-concreto*, que surge por volta dos sete anos, caracteriza-se pela presença das operações,ainda que elas estejam presas ao concreto.

As operações desse estádio se classificam em dois grandes grupos, as operações "lógico-matemáticas" e as operações "espácio-temporais", também chamadas "infralógicas".

As operações espácio-temporais ou infralógicas referem-se a experiências físicas que, segundo PIAGET, consistem em agir sobre o objeto e, a partir dessa ação, por abstração simples, descobrir as propriedades do mesmo. Como operações infralógicas, temos as referentes aos conceitos de conservação. Gradativamente, a criança adquire os conceitos de conservação física (substância, peso, volume), assim como de conservação espacial (comprimento, superfície e perímetro). Essas operações levam à formação de conceitos de número, espaço, tempo, velocidade, causalidade e acaso. A aquisição do conceito de conservação se apóia no fato de que o pensamento operatório concreto é reversível, o que não ocorre com o pensamento intuitivo.

As operações lógico-matemáticas resultam de experiências que conduzem a informações vindas não do objeto em si, mas das propriedades que as ações introduzem nos objetos. Como operações lógico-matemáticas, temos a classificação e a seriação, com suas múltiplas subdivisões.

Todas as operações concretas são empíricas. Segundo FREITAG (1985, p. 17),

> *"Nesta fase, o pensamento conserva porém seus vínculos com o mundo real. As soluções dadas aos problemas são empíricas, baseadas na experiência de ações concretas. As transformações do real são concebidas a partir da experiência e manipulação do mundo real".*

A liberação do real, que leva o sujeito a poder lidar não apenas com objetos, mas também com hipóteses, é própria do *pensamento formal*.

3.5 - O ESTÁDIO LÓGICO-FORMAL E SUAS ESTRUTURAS

3.5.1 - INTRODUÇÃO

O estádio de *operações formais* caracteriza-se por dispensar bases empíricas e poder lidar com o possível, liberado das imposições do mundo real. É a formação do raciocínio hipotético-dedutivo que leva ao pensamento adulto.

A passagem da fase lógico-concreta para a lógico-formal foi exaustivamente estudada por INHELDER & PIAGET (1955) e descrita no livro Da lógica da criança à lógica do adolescente. Enquanto Inhelder realizava experimentações sobre a indução de leis físicas pelas crianças e acompanhava, com isso, o desenvolvimento das estruturas da fase concreta à fase formal, Piaget propiciava a fundamentação teórica, necessária à interpretação dos resultados.

Assim, pôde-se perceber a gênese das operações formais, a partir das concretas; das classificações à combinação, classificação de todas as classificações; da seriação à permutação, seriação de todas as seriações; das compensações simples, apenas qualitativas, às compensações cada vez mais complexas, como os sistemas duplos de referências e as proporções, agora já com valores numéricos; das combinações e permutações ao cálculo de probabilidades. Finalmente, das operações já citadas, referentes ao primeiro subestádio da fase lógico-formal, à indução de leis que fundamentam o pensamento científico; das combinações binárias da lógica bivalente* ao grupo de quaternalidade, ou INRC**. Atinge-se o pensamento adulto nesse segundo estádio da fase lógico-formal, pensamento esse que se apresenta, como os outros, em um certo estado de equilíbrio dinâmico, sempre pronto para novas assimilações e acomodações.

Neste capítulo, serão analisadas apenas as operações da fase lógico-formal, a que se referem os desafios propostos nesta pesquisa, desafios esses que pretendem o estudo das operações passíveis de ocorrência na fase de desenvolvimento correspondente à faixa etária dos sujeitos, ou seja, no primeiro subestádio das operações formais.

3.5.2 - A COMBINATÓRIA

A combinatória é uma das primeiras operações a surgirem na fase lógico-formal:

---

* As operações binárias da lógica bivalente referem-se às 16 combinações obtidas a partir da combinação inicial de duas proposições (p e q), cada uma das quais pode ser verdadeira ou falsa.

** A expressão grupo de quaternalidade, grupo de Klein ou INRC refere-se a um grupo matemático, cujos elementos consistem em quatro transformações: identidade (I), negação (N), recíproca (R) e correlativa (C). O pensamento formal, através do Grupo INRC, pode transformar as dezesseis combinações da lógica binária de uma grande variedade de maneiras.

> *"Nesta etapa do desenvolvimento as operações se efetuam sem a necessidade de bases concretas ou intuitivas. A partir de então é possível construir quaisquer classes e quaisquer relações reunindo os elementos 1 a 1, 2 a 2, 3 a 3, etc. Pode-se pois combinar entre si objetos, fatores, idéias ou proposições, raciocinando, em cada caso, sobre a realidade dada, não mais reduzindo-a aos aspectos limitados e concretos, mas sim em função de todas as combinações possíveis ou de certo número delas. Isso realça os poderes dedutivos da inteligência, e esclarece o conceito de combinatória".* (GOULART, 1983, p. 39)

É interessante notar que a combinatória de objetos ocorre à mesma época que as combinatórias de proposições. Nesta pesquisa, devido aos seus objetivos, trabalhou-se apenas com a combinatória de objetos.

O mais conhecido experimento de INHELDER sobre combinatória refere-se ao experimento de misturas qualitativas de substâncias químicas existentes em 5 frascos, para reproduzir a cor amarela indicada pelo experimentador.

Tanto nesse experimento como nos mais usuais, como o de combinar contas coloridas, verifica-se que o sujeito, até o estádio operatório-concreto, faz os pares ou trincas ao acaso e dificilmente consegue obter todas as combinações. O máximo que consegue um sujeito na fase concreta é adotar métodos gradativos sem generalizar.

No entanto, na fase formal, o sujeito, ainda que não aplique fórmulas, é capaz de utilizar um método exaustivo, e conseguir todas as combinações possíveis. Entre as operações combinatórias, distingue-se a combinação de n elementos p a p (desafio 4 *) — que é derivada da operação de classificação — da permutação (desafio 5 *), em que os elementos mudam sua ordem; esta última operação é derivada da seriação. Geralmente, a combinação ocorre antes da permutação.

3.5.3 - A COMPENSAÇÃO

As compensações mais simples ocorrem ainda na fase operatório-concreta. As mais complexas vão-se instalando durante o período formal. A operação de compensação permite ao sujeito restabelecer o equilíbrio de um sistema modificando um dos fatores do próprio sistema, ou de um sistema diferente.

A compensação contribui para a aquisição das noções de conservação, como, por exemplo, a conservação de volume. O sujeito, ao atingir o domínio dessa operação, percebe que o que o objeto perde ou ganha, segundo uma de suas dimensões, é compensado pelo que ele ganha ou perde, respectivamente, segundo as outras duas dimensões (desafio 1).

Em alguns dos experimentos analisados por INHELDER, como os da flexibilidade das hastes, evidencia-se a operação de compensação a partir do subestádio 1 do período formal:

---

* Os desafios citados como correspondentes às diversas operações descritas referem-se aos desafios propostos aos sujeitos nesta pesquisa e se encontram explicados no capítulo de resultados, estando incluídos no anexo 1.

> *"Uma outra aquisição que esses mesmos estudos mostram ser específica do nível formal (III A e B)* é a capacidade para determinar qualitativamente algumas compensações entre relações heterogêneas. No nível II B** já verificamos a existência de alguns cálculos lógicos de compensação que repousam sobre a multiplicação de relações concretas..."*. (INHELDER & PIAGET, 1976, p. 45)

Tal autora chama, também, a atenção para a necessidade de dissociação de fatores que interferem em um sistema em equilíbrio, para que se dê a compensação. Essa dissociação de fatores é também necessária para a indução de leis do subestádio seguinte.

3.5.4-A PROPORÇÃO

A noção de proporção não é adquirida antes da fase lógico-formal. Como ocorre com outras estruturas, a proporção apresenta dois aspectos: um lógico e outro matemático. As proporções lógicas não serão aqui examinadas, por não ser prevista sua ocorrência na fase de desenvolvimento correspondente à faixa etária dos sujeitos a que se dedica esta pesquisa.

A proporção matemática, ou seja, "*a operação lógica que permite construir relações métricas que descrevem matema-*

---

* Os autores estão-se referindo aos dois subperíodos da fase lógico-formal.

** O nível II B é considerado como o último subestádio da fase operatório-concreta.

ticamente mudanças proporcionais nas variáveis" (GOULART, 1987, p. 43), inicia-se de forma qualitativa, antes de se estruturar quantitativamente, mesmo em se tratando de domínios diferentes, como as proporções espaciais (desafio 3), as proporções relacionando velocidade x espaço x tempo (desafio 2) ou as proporções que levam à probabilidade (desafio 6).

O experimento do equilíbrio da balança (INHELDER, 1976, p. 125-37) é o mais clássico exemplo da gênese da operação de proporção.

> *"No caso da balança, por exemplo, o sujeito chega, primeiro por via ordinal, a constatar que, quanto mais aumenta o peso tanto mais o braço se inclina e afasta da linha de equilíbrio: essas constatações conduzem-no a descobrir uma função linear e a compreender uma primeira condição de equilíbrio (igualdade dos pesos a distâncias iguais do meio). Descobre, igualmente por via ordinal, que um mesmo peso* **p** *faz tanto mais inclinar a balança quanto mais se afasta do ponto mediano do braço: infere daí, igualmente, uma função linear e a constatação de que se atinge o equilíbrio com dois pesos iguais quando se mantêm iguais as suas distâncias L, sejam elas quais forem. O descobrimento da proporcionalidade inversa entre pesos e comprimentos obtém-se também então, estabelecendo uma relação qualitativa entre essas duas funções, inicialmente ordinais. A compreensão começa quando a criança percebe que há equivalência de resultados toda vez que, de um lado, ela aumenta um peso sem alterar o comprimento e, de outro, aumenta o comprimento sem alterar o peso: disso deduz, depois, a hipótese (que verifica ordinalmente) de que, partindo de dois pesos iguais às mesmas distâncias do centro, conserva-se o equilíbrio diminuindo um, porém afastando-o, e aumentando o outro, porém aproximando-o do centro. É então, e só então, que se chega às proporções métri-*

> *cas simples* $\frac{P}{L} = \frac{2P}{2L}$ *etc., mas só as descobre a partir da proporção qualitativa precedente, que se pode exprimir da seguinte maneira: diminuir o peso aumentando o comprimento equivale a aumentar o peso diminuindo o comprimento".* (PIAGET & INHELDER, 1973, p. 120-21)

3.5.5 - A PROBABILIDADE

A operação lógica da probabilidade está ligada à idéia de acaso, tão significativa para a fase formal, quando o pensamento tem a propriedade de referir-se não apenas ao real, mas ao possível. A idéia de acaso mereceu um livro inteiro de PIAGET, A origem da idéia do acaso na criança (1951).

Essa operação demanda o domínio das operações de combinatória e de proporção, pois, para fazer qualquer cálculo probabilístico, como, por exemplo, tirar 3 bolas azuis em uma urna com número variável de bolas de três cores diferentes, inicialmente, é necessário encontrar todas as combinações possíveis, através da operação combinatória, e depois separar as favoráveis ao acontecimento proposto, e então encontrar uma fração: $\frac{\text{Nº de casos favoráveis}}{\text{total de casos possíveis}}$.

O sujeito necessita, também, dominar a operação de proporção, de modo a ser capaz de verificar frações equivalentes, o que é necessário, em alguns casos, para determinar qual o acontecimento mais provável. O desafio 6 desta pesquisa mostra todas as operações envolvidas no pensamento probabilístico.

CAPÍTULO 4

LOGO, UMA PROPOSTA BASEADA EM PIAGET?

O fato de Papert haver trabalhado na Escola de Genebra, assim como o de referir-se várias vezes,em sua principal obra, Mindstorms, ao LOGO como fundamentado na Epistemologia Genética fez com que este fosse sendo difundido ligado ao nome de Piaget e, provavelmente, ganhando mais força através dessa ligação.

A linguagem, empolgante, parece não haver levado muitos de seus seguidores a uma análise mais profunda da ligação entre sua fundamentação teórica e os conceitos de Epistemologia Genética.

No entanto, o próprio PAPERT aponta, em Mindstorms, várias divergências suas em relação a PIAGET, assim como interpretações pouco usuais de conceitos apresentados pela Epistemologia Genética:

> "*Piaget está no centro das questões levantadas neste livro. Eu faço uma interpretação ligeiramente não ortodoxa de sua posição teórica e uma interpretação muito não ortodoxa das implicações de sua teoria para a educação...*" (PAPERT, 1986, p. 19)

Até que ponto as divergências e interpretações pouco usuais de PAPERT a respeito do trabalho de PIAGET afetam a tese do LOGO como uma linguagem fundamentada na Epistemologia Genética?

Para responder a essa questão, serão analisadas, aqui, as relações do LOGO com dois aspectos da obra de Piaget referentes à questão da construção do conhecimento em si — ou seja, dos invariantes funcionais que constituem o processo de adaptação — e à questão da divisão dos estádios do desenvolvimento propostos por Piaget.

Concordando com as idéias inerentes ao processo de adaptação, PAPERT levantou algumas questões e tentou respondê-las através do LOGO. Para ele, se o conhecimento procede da formação de condutas de exploração ou "experiências para ver", a escola deveria ser um ambiente rico em situações de exploração. Entretanto, o autor aponta, em Mindstorms, a sala de aula, conforme usualmente se apresenta, como um ambiente artificial, que, segundo sua opinião, a sociedade foi forçada a inventar, a fim de compensar seus ambientes informais de aprendizagem, que se mostraram inadequados ao ensino de certas áreas mais complexas do conhecimento.

Além disso, PAPERT considera a aprendizagem escolar muitas vezes despida de sentido. A criança aprende a falar por uma necessidade premente de se comunicar com o outro. Por que, porém, aprender ângulos, equações, teoremas, se não se tem idéia da razão de seu uso? As respostas dos professores às questões dos alunos, quando ocorrem, não são muito esclarecedoras. Muitas vezes, ao estimular uma atitude passiva, a escola não cria condições para o questionamento da criança, e esta se propõe aprender por razões externas a si mesma, quando o faz.

Analisando o LOGO, PAPERT aponta-o como criador de situações repletas de significados para a criança, que aprenderá a lidar com ângulos, teoremas e outros conteúdos para resolver problemas que emergiram de projetos que ela própria construiu. Além disso, considera que o LOGO, ao contrário do ambiente escolar, não pode ser considerado como um ambiente de poucos recursos. Uma linguagem modularizada, que permite a um procedimento tornar-se subprocedimento de outro, possibilitando a ampliação dos projetos indefinidamente, é, sem dúvida, uma linguagem cheia de atrativos. Ao trabalhar com essa linguagem atraente, a criança está tendo um ambiente propício para a emergência de pré-teorias e teorias que lidam com conceitos vários, como espaço, número, distância, forma, ângulo, e, de modo mais avançado, coordenadas cartesianas, causalidade e outras relações.

Outra questão apresentada pelo autor refere-se ao tratamento do erro. Na escola, a ênfase é dada ao produto da aprendizagem, que será classificado como certo ou errado. No entanto, como se verificou nos estudos de PIAGET, as crianças retêm teorias do mundo que, em seus próprios termos, são perfeitamente coerentes. A partir dessas teorias pré-adultas é que a criança se move em direção a uma teoria adulta. Assim, PIAGET dá mais ênfase ao processo que ao produto da aprendizagem, afirmando que o conhecimento advém de construções sucessivas decorrentes das relações entre sujeito e objeto e leva à elaboração de novas estruturas.

Essas construções sucessivas, que resultam dos processos de assimilação e acomodação, implicam a livre relação do sujeito com o objeto. Tal liberdade fica comprometida quando existe alguma ameaça de punição, como notas, reprovações e outros mecanismos tão utilizados pela escola. O mais grave, segundo PAPERT, é que essa postura da escola contribui para a formação de auto-imagens negativas fortes e auto-reforçáveis. Há muitos adultos que se consideram "fracos" em línguas estrangeiras, Matemática ou outras áreas, a ponto de não se submeterem mais a situações de aprendizagem em tais campos.

PAPERT, referindo-se ao LOGO, considera que:

> *"Especializar-se em programação é aprender a se tornar altamente habilitado a isolar e corrigir bugs, as partes que impedem o funcionamento desejado do programa. A questão a ser levantada a respeito do programa não é se ele está certo ou errado mas se ele é executável. Se essa maneira de avaliar produtos intelectuais fosse generalizada para o como a cultura pensa sobre conhecimento e sua aquisição, poderíamos ser menos intimidados pelo medo de 'estar errados'".* (PAPERT, 1986, p. 40)

Além disso, a modularização da linguagem facilita a identificação do erro (bug) e sua correção (debugging). Por sua vez, o ambiente LOGO, em que a relação professor-aluno se apresenta modificada, permite ao aluno considerar que o professor também é um aprendiz, e que todos aprendem a partir de erros.

Ao analisar não apenas as posições descritas até en tão, como todas aquelas que perpassam a obra Mindstorms, pode-se ver que seu autor pode considerar-se ligado a PIAGET quanto a muitos aspectos, como a visão da criança como construtora de seu próprio conhecimento, a importância de teorias transitórias, o tratamento dado ao erro, e outros.

No entanto, PAPERT se opõe a PIAGET em vários aspectos, além de interpretá-lo de modo inadequado, em alguns pontos, ou de extrapolar suas idéias, em outros.

O primeiro desses pontos a ser considerado nos escritos de PAPERT é o uso repetido de termos como "aprendizagem piagetiana", "aprendizado construtivo piagetiano" e similares.

Como diz DELVAL (1986, p. 224-25),

> *"Piaget no ha elaborado una teoría de la enseñanza, una teoría del aprendizaje escolar, por lo cual construir una práctica educativa a partir de su teoría no es algo automático que se desprenda directamente de ella. Papert habla, sin embargo, en diversos lugares de su libro de 'aprendizaje piagetiano' o 'aprendizaje sin enseñanza', insistiendo en la ideia de que el niño es el constructor de sus propios conocimientos. Pero estas expresiones pueden llevar a la idea errónea de que la enseñanza es inútil y que los sujetos aprenden las cosas solos. Bien es cierto que muchas de las cosas que los sujetos aprenden no se las enseñan directamente en la escuela y que aprenden cosas esenciales que están completamente fuera de la enseñanza y la transmisión escolar y extraescolar... Pero esto no quiere decir que la enseñanza escolar sea inútil y que el niño no aprenda nada en la escuela. Por esto la concepción de 'aprendizaje sin enseñanza' de Papert puede llevar a la idea incorrecta de que basta dejar al niño en el mundo para que lo aprenda todo o casi todo".*

Verifica-se, realmente, que uma idéia que perpassa todo o livro Mindstorms é a sugestão da extinção ou, pelo menos, o enfraquecimento da instituição escolar, sem, no entanto, apontar para outra solução além da criação dos micromundos LOGO, privilegiando, entre estes, aqüeles em que se utiliza o computador.

Outra confusão apontada por DELVAL (1986) refere-se à transposição, feita por Papert, da idéia de Piaget da criança como construtora de seu próprio conhecimento à idéia da criança como epistemóloga.

> *"E ao ensinar o computador a 'pensar', a criança embarca numa exploração sobre a maneira como ela própria pensa. Pensar sobre modos de pensar faz a criança tornar-se um epistemólogo, uma experiência que poucos adultos tiveram.*
> *Esta imagem poderosa da criança como um epistemólogo veio à minha imaginação quando eu trabalhava com Piaget..."*
> (PAPERT, 1986, p. 35)

Evidentemente realizar uma ação não implica necessariamente a tomada de consciência de como se realiza a ação:

> *"Papert parece suponer que los niños van a tomar conciencia de sus operaciones mentales más rápidamente gracias a los ordenadores. En primer lugar hay que establecer una distinción entre realizar una acción y tomar conciencia de cómo se realiza. Estos son dos tipos de actividades muy diferentes que Piaget ha distinguido con claridad en dos de los libros de su última época, 'Réussir et comprendre' y 'La prise de conscience'. Nosotros sabemos hacer muchas cosas, incluso los adultos, y no sabemos describir cómo las hace*

> *mos.*
>
> *La toma de conciencia de nuestras actividades mentales resulta todavía mucho más complicada y por eso la gramática resulta muy difícil de entender para los alumnos que sin embargo hablan perfectamente. Una cosa es utilizar el lenguaje, y otra cosa muy distincta es descobrir cómo es, o cómo lo usamos. Lo mismo puede decirse de la lógica".* (DELVAL, 1986, p. 231)

Outro aspecto da obra de PIAGET a ser considerado, para análise da fundamentação do LOGO, é aquele que se refere à determinação dos estádios de construção do conhecimento. PAPERT discorda, em alguns pontos, da teoria dos estádios de PIAGET. É possível que tal divergência advenha do papel atribuído ao meio por PAPERT:

A questão cultural e sua interferência

> *"Em 1964, depois de cinco anos no Centro de Epistemologia Genética de Piaget, fiquei impressionado com sua maneira de ver as crianças como construtores ativos de suas próprias estruturas intelectuais. Entretanto, dizer que estruturas intelectuais são construídas pelo aluno ao invés de ensinadas por um professor não significa que elas sejam construídas do nada. Pelo contrário, como qualquer construtor, a criança se apropria, para seu próprio uso, de materiais que ela encontra e, mais significativamente, de modelos e metáforas sugeridas pela cultura que a rodeia.*
>
> *Piaget escreveu sobre a ordem em que a criança desenvolve diferentes habilidades intelectuais. Eu dou mais ênfase do que ele, para a determinação desta ordem, à influência dos materiais que uma cultura particular oferece".* (PAPERT, 1980, p. 35-6)

Assim, esse autor considera sua perspectiva, ao contrário da de Piaget, como intervencionista; levando a objetivos educacionais, à medida que se interessa pelas estruturas intelectuais que se poderiam desenvolver nas crianças, em oposição às que realmente se desenvolvem. Nessa perspectiva, PAPERT se dedica ao planejamento de ambientes capazes de levar ao desenvolvimento das estruturas cognitivas, e o faz através da criação dos "micromundos LOGO", em que a tartaruga é considerada como um "objeto transacional", capaz de levar a criança a entrar em contato com suas idéias.

Essa posição intervencionista de PAPERT afeta seu modo de considerar os estádios de Piaget:

> *"O Piaget da teoria dos estádios é essencialmente conservador quase reacionário, enfatizando o que as crianças não podem fazer. Eu me empenho em revelar um Piaget mais revolucionário, cujas idéias epistemológicas podem expandir as fronteiras conhecidas da mente humana. Durante todos esses anos isto não pôde ser realizado pela ausência de meios de implementação, agora disponíveis através da tecnologia do computador matético".* (PAPERT, 1986, p. 189)

Considerando o computador como capaz de concretizar o formal, o autor vai além e apresenta o que talvez seja sua mais séria divergência com Piaget: a crença que a fase lógico-formal possa ser antecipada.

Para se justificar, analisa, entre outras, as operações combinatórias; todavia, essa análise parece revelar mais uma capacidade de programar de uma criança que já adquiriu domínio das operações combinatórias do que a aquisição das estruturas necessárias a tais operações.

As experiências realizadas até então, como as de CASE (1974), antes parecem objetivar o treinamento das crianças na solução de tarefas que impliquem operações formais que a antecipação dessas operações.

DELVAL (1986) chama a atenção para o otimismo de PAPERT sobre as possibilidades que oferecem os computadores na Educação, otimismo esse que parece haver contagiado a maioria de seus seguidores.

Reconhecer o exagero desse otimismo, assim como mostrar as divergências de PAPERT com PIAGET não anulam a grande importância do LOGO: uma linguagem computacional poderosa, colocada à disposição da Educação, uma linguagem que se mostra, como se analisou anteriormente, modularizada, interativa, extensível, com novos procedimentos que podem ser criados, com possibilidades gráficas e de tratamento de listas, e, apesar disso, fácil a ponto de ser accessível às crianças.

DELVAL (1986) questiona o modo como geralmente o LOGO é utilizado, ou seja, apenas como propõe PAPERT, com o aluno desenvolvendo seus próprios projetos, e as aquisições cognitivas — se ocorrem — se dão como aprendizagem espontânea. DELVAL sugere, então, outros usos para o LOGO, como dentro da sala de aula, no trabalho com disciplinas do currículo.

Logo: Projetos ou

CAPÍTULO 5

OBJETIVOS E QUESTÕES METODOLÓGICAS

5.1 - OBJETIVOS

À luz das considerações anteriores desenvolveu-se um experimento com objetivos de analisar através do uso da linguagem computacional LOGO

- o domínio de operações cognitivas presentes em situações-problema que envolvem raciocínio hipotético-dedutivo;
- as diferentes estratégias utilizadas na solução de problemas, envolvendo as operações cognitivas da fase lógico-formal descritas por Piaget;
- o desenvolvimento das mesmas operações cognitivas da fase lógico-formal.

5.2 - QUESTÕES METODOLÓGICAS

5.2.1- SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa foram seis alunos da 7ª série do Centro Pedagógico da UFMG, de idade variando entre 12 anos e 9 meses a 14 anos. Cinco desses alunos participaram do projeto "LOGO no 1º Grau". O sexto aluno aprendeu, posteriormente, o uso dos recursos dominados pelos outros sujeitos. Os seis alunos — que apresentavam, devido à metodologia adotada no projeto "O LOGO no 1º Grau", domínio diferenciado em relação aos diversos comandos do LOGO — passaram todos por um período de revisão e nivelamento, de modo a dominar os seguintes comandos ou recursos do HOT-LOGO:

1. movimentos da tartaruga
2. traçado de formas simples
3. elaboração de procedimentos
4. uso de cores
5. uso do comando repita
6. programação modularizada
7. procedimentos recursivos
8. uso e criação de *sprites*
9. som e animação
10. uso de procedimentos com parâmetros
11. ativação de várias tartarugas
12. uso de observadores
13. uso de coordenadas cartesianas.

5.2.2 - MATERIAL

O material manipulado pelo sujeito não foi um material concreto, como ocorre nas pesquisas da Escola de Genebra, mas simulações, no computador, de tarefas que foram denominadas desafios e que exigem, para sua execução, o domínio de es truturas cognitivas da fase lógico-formal.

Foram elaborados seis desafios:

- o primeiro deles envolvia uma operação simples de compensação;
- os dois seguintes implicavam operações de razão-proporção, um dos quais em situações que envolviam conceitos de espaço, velocidade e tempo;
- os três últimos desafios envolviam operações combinatórias, o quarto referente à combinação simples e o quinto à permutação;
- o último desafio envolvia, simultaneamente, operações de combinação simples, permutação e probabilidades.

A apresentação do desafio para os sujeitos ocorreu em dois blocos. O primeiro bloco — desafios 1, 2 e 3 — antecedeu o segundo bloco por se mostrar mais atraente. Em cada bloco desafios que envolviam operações mais simples antecediam desafios com operações mais complexas.

Em todos os desafios, planejou-se uma primeira fase de preparação, bastante diretiva, com o duplo propósito de dirigir o trabalho do aluno — evitando-se perda de tempo com atividades que não eram objeto da pesquisa— e de tornar mais simples a análise dos resultados. Na segunda parte, referente ao desafio propriamente dito, o aluno teve toda a liberdade, podendo optar pela estratégia que considerasse mais adequada à resolução do problema proposto.

Os seis desafios foram testados com uma criança de doze anos e meio, que também havia participado do projeto "O

Computador no 1º Grau". A partir da análise das dificuldades desse aluno, os desafios foram reformulados, sendo que, no 1º desafio, as posições iniciais do helicóptero e do foguete foram alteradas, tornando a diferença entre as distâncias mais evidente. Nos desafios 4 e 5, que envolvem permutação e combinação simples, optou-se pela construção de um programa usando variáveis (posição nos eixos de X e Y e figura), para substituir as tentativas de movimentação das figuras, as quais se mostraram cansativas para a criança. Os outros desafios (2, 3 e 6) não necessitaram de modificações. Todos esses desafios, já modificados, encontram-se no anexo 1.

5.2.3 - EQUIPAMENTO

Cada sujeito dispunha de:

- um computador da linha MSX, HOT-BIT de 8 bits e 64 kbytes de memória
- um cartucho HOT-LOGO versão 1.1, MSX, SHARP
- um drive de 5 1/4 -DDX-
- uma televisão CCE de 14'
- um disquete verbatim 360 kbytes de memória física.

5.2.4 - PROCEDIMENTO

O método utilizado foi o clínico-crítico, proposto por PIAGET. Isso implicou o acompanhamento individualizado dos sujeitos durante as tarefas (desafios) propostas. Tais desafios eram apresentados pela pesquisadora ou pela estagiária aos sujeitos, por escrito, mas, como se prevê no método clínico-crítico, as questões feitas a cada criança variaram conforme as hipóteses formuladas pelo observador durante a execução da tarefa pelo sujeito.

O experimento foi acompanhado pela pesquisadora, auxiliada por uma estagiária de Pedagogia, selecionada após um curso de trinta horas sobre o uso da Informática na Educação, seguido por um curso de quinze horas sobre a linguagem LOGO. Após a seleção, a estagiária submeteu-se a leituras e discussões sobre PIAGET e o método clínico-crítico, assim como sobre teoria e prática do LOGO. Resolveu, também, os desafios propostos às crianças.

A estagiária e a pesquisadora atuaram como facilitadoras-observadoras, uma por sujeito, em cada sessão. Cada sujeito trabalhou em seis sessões, uma para cada desafio. A duração de cada sessão variou de trinta minutos a duas horas, conforme o desafio e o sujeito. Os sujeitos, devido à natureza do experimento, trabalharam um por computador, abdicando-se, portanto, do aspecto socializante.

A pesquisadora e a estagiária ajudaram, sempre que necessário, o sujeito, no uso de comandos e recursos LOGO ade quados à realização da fase de preparação de cada desafio, assim como na gravação, em disquetes, de todos os programas feitos pelo sujeito na preparação e resolução dos desafios.

Em cada sessão, fazia-se um protocolo do aluno, anotando toda a estratégia seguida na resolução do problema.

Os protocolos, disquetes e anotações de cada sujeito foram utilizados como material para a apresentação e análise dos resultados a serem apresentados no próximo capítulo. A análise dos protocolos de cada sujeito encontra-se no anexo 3.

CAPÍTULO 6

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, os resultados dos seis desafios serão apresentados e analisados, sendo que cada desafio será examinado em relação a três aspectos. O primeiro refere-se à apresentação do desafio em si, assim como de todas as soluções possíveis para o mesmo.

A seguir,apresenta-se um sumário dos resultados referentes ao desafio considerado, elaborado a partir dos protocolos dos sujeitos.

Finalmente, discutem-se os resultados de cada desafio, à luz dos objetivos propostos na pesquisa.

6.1 - DESAFIO 1

6.1.1 - APRESENTAÇÃO

O primeiro desafio refere-se ao domínio da operação de compensação.

Na preparação desse desafio, pede-se ao sujeito que, usando os recursos do LOGO, coloque um helicóptero na posição [-100 40] e um foguete na posição [0 0] da tela, o que leva à situação esquematizada a seguir:

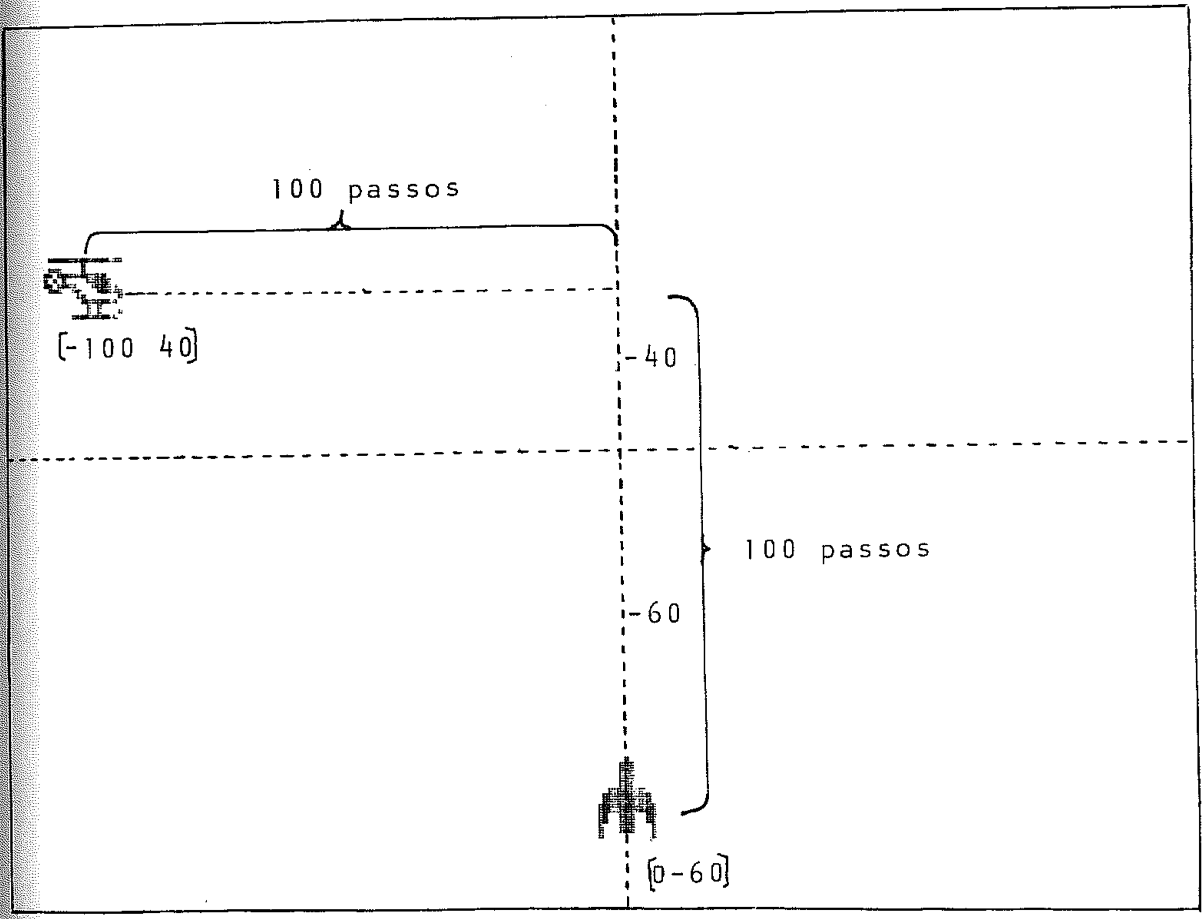
- o helicóptero deve caminhar para a direita, e o foguete, para cima;
- o helicóptero deve partir da posição em que está;
- as duas figuras devem iniciar seu movimento ao mesmo tempo e colidir.

Essas limitações, ainda que citadas na formulação do desafio, não receberam reforço especial, tendo sido ignoradas por cinco dos seis sujeitos.

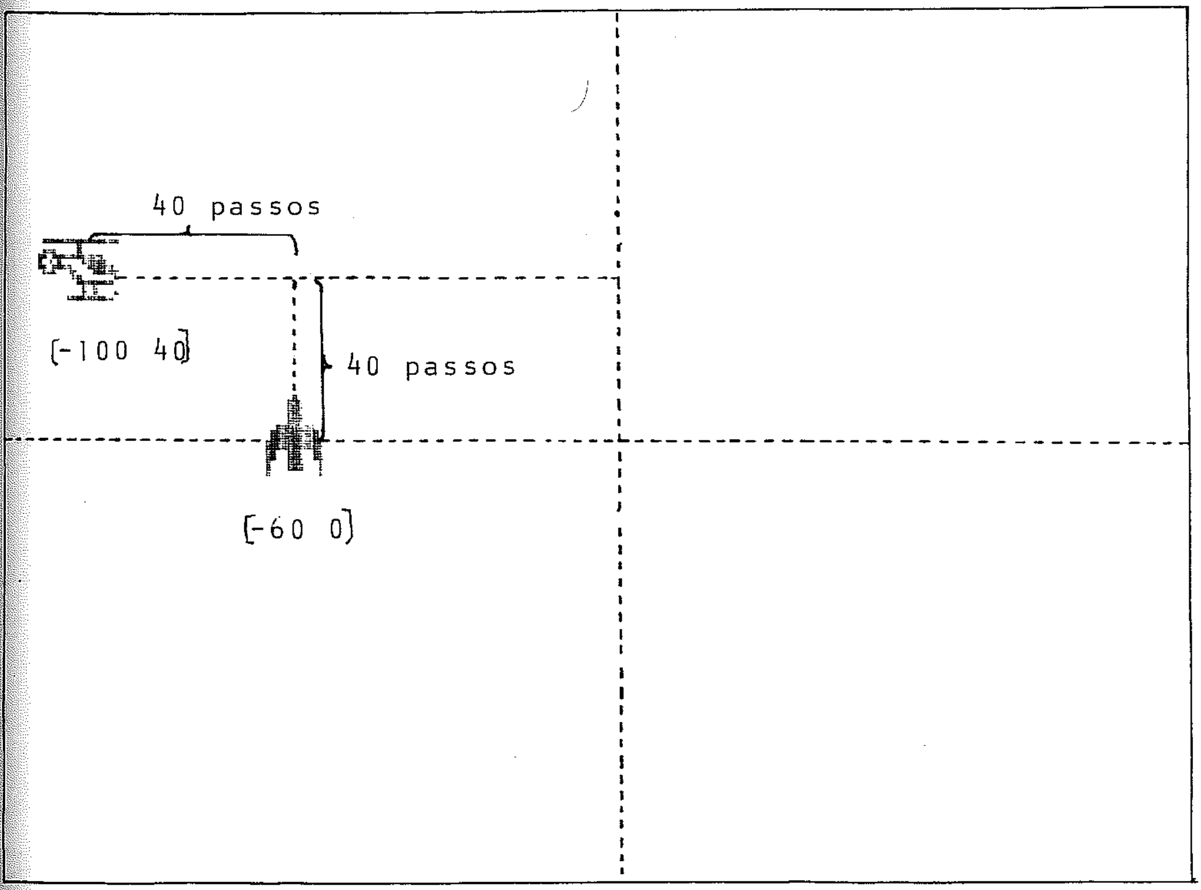
Atendo-se às limitações do desafio, apenas uma solução revela-se aceitável: tornar as duas distâncias equivalentes, pela mudança de posição do foguete, ou seja, foguete paratrás 60 (1) ou foguete paraesquerda 90 e parafrente 60 (2)*

---

* O desafio, conforme foi entregue ao sujeito, e um programa feito por um dos sujeitos, como exemplo da preparação e resolução do desafio, encontram-se nos anexos 1 e 2.


100 passos
[-100 40]
-40
100 passos
-60
[0 -60]

1


40 passos
[-100 40]
40 passos
[-60 0]

2

6.1.2 - SUMÁRIO DOS RESULTADOS,OBTIDOS A PARTIR DOS PROTOCOLOS RELATIVOS AO DESAFIO 1

Os resultados constantes nos protocolos dos sujeitos, referentes ao desafio 1, foram sumarizados, considerando-se, inicialmente, três aspectos.

6.1.2.1 - PERCEPÇÃO OU NÃO DA COLISÃO

O primeiro aspecto refere-se à ocorrência ou não da percepção imediata de que não haveria colisão entre as figuras nas condições em que se encontravam, ou seja, mesma velocidade, mesmo tempo e distâncias diferentes a percorrer, até o ponto de colisão.

Dos seis sujeitos, três tiveram essa percepção: (S_1, S_3, S_6).

S_1: *"Eles não vão-se encontrar!"*

S_6: *"Espera aí, quando o helicóptero chegar na metade, o outro já vai estar aqui acima, espera aí! Eles não vão-se encontrar, está errado".*

S_3 evidenciou sua percepção de não colisão, sem verbalizá-la, mas dedicando-se desde o início à elaboração de hipóteses que criassem condições para a colisão.

A capacidade de prever a não colisão evidencia que S_1, S_3 e S_6 possuem uma compreensão da relação velocidade x espaco x tempo.

Os sujeitos S_2, S_4 e S_5 não previram a não ocorrência de colisão, tendo de testar o programa para percebê-lo.

S_2:

"Vou testar o programa. Não entrou em colisão".

S_4:

"Não entrou em colisão".

Ao ter a possibilidade de testar o programa, S_2 e S_5 foram forçados a raciocinar, e tentaram explicar a não colisão.

S_2:

"A distância daqui (helicóptero) ao ponto de colisão é maior que essa daqui (foguete), por isso é que eles não entram em colisão".

S_5:

"É por causa do tempo, ou da velocidade".

S_4 não tenta explicar a não colisão, iniciando imediatamente após o teste a formulação de hipóteses, para mudar as condições do problema.

6.1.2.2 - FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES

Após a percepção da não ocorrência da colisão, os sujeitos iniciaram uma fase de formulação de hipóteses que a tornassem possível.

As hipóteses elaboradas, adaptadas ou não às limitações do desafio, podem ser divididas em três grupos em relação aos fatores espaço, tempo ou velocidade, que se propõe mudar.

1º GRUPO - Hipóteses que trabalham com o fator velocidade, expressas por cinco sujeitos

S_1:

"Só se der uma velocidade maior para o foguete".

S_3:

"Pode pôr velocidade diferente?"

S_4:

"Uma vai ter que ter velocidade maior que a outra".

S_5:

A velocidade tem que ser a mesma?"

S_6:

"Pode mudar a velocidade?"

2º GRUPO - Hipóteses que lidam com o fator tempo, apresentadas em duas opções

- Interrupção da velocidade do foguete, para esperar o helicóptero.

S_1:

"Então eu acho que com o comando espere dá. O foguete vai esperar o helicóptero e eles vão colidir".

S_3:

"Pode fazer o foguete parar, quando chegar na posição 40 (posição [0 40] da tela)".

- Atraso na saída do helicóptero.

S_3:

"Pode fazer o foguete sair depois".

3º GRUPO - Hipóteses que lidam com o fator espaço, apresentadas em várias opções, ou seja,

- Mudando as duas figuras, mas sem utilizar comandos de velocidade

S_3:

"Vou ter que fazer este (helicóptero) dar 100 passos para cá (para frente) e este (foguete) dar 40 (passos) para cá" (mostrando na tela).

- Tentando a equivalência das distâncias, pela mudança do ângulo de inclinação das figuras

S_3:

"Posso mudar a inclinação das tartarugas".

S_6:

"Posso usar ângulo".

- Mudando a posição do helicóptero

S_1:

"Eu posso pôr o helicóptero para frente".

S_3:

"Vou aproximar o helicóptero".

S_6:

"E o mudepos? Deve levar o helicóptero pf 50".

- Mudando a posição do foguete

S_1:

"Posso mexer com o foguete".

S_2:

Acho que deve colocar o foguete mais embaixo. Olha a distância do helicóptero e do foguete" e mostra o ponto de colisão.

S_3:

"Vou afastar o foguete".

S_4:

"O foguete é obrigado a sair deste ponto?"

S_5:

"Eles (foguete e helicóptero) não estão na posição certa".

"Eu deveria afastar o foguete para a esquerda... ou afastar o foguete para baixo; ele está muito em cima".

S_6:

"Posso jogar o foguete para baixo".

Nota-se que todas as hipóteses formuladas estão corretas, ainda que, nem sempre em acordo com as condições colocadas no desafio.

6.1.2.3 - PROCURA DO VALOR DE DESLOCAMENTO DO FOGUETE

O terceiro aspecto a que se prende esta apresentação refere-se à procura do valor de deslocamento do foguete para conseguir a colisão, única hipótese que, além de correta, obedece a todos os requisitos colocados no desafio. Em relação a esse aspecto, podem-se dividir os sujeitos em dois grupos.

1º GRUPO: Uso de ensaio e erro

O primeiro grupo refere-se aos sujeitos que inicial mente tentaram encontrar esse valor por ensaio e erro. Neste grupo, encontram-se S_1, S_5 e S_6.

S_1 fez estas tentativas:

pt 10

pt 30

pt 50

pt 60

Testando cada valor, S_1 chegou ao valor correto e, solicitado a raciocinar a respeito do valor, afirmou:

"Eu acho que eles têm que andar a mesma distância para bater. O helicóptero andou 100, é isso! O foguete já tinha 40 no Y. Ele tem que andar pt 60. Se andar mais para trás, por exemplo, 70, ele anda mais e passa na frente do helicóptero".

S_5 revelou perceber a necessidade de realizar cálculos para encontrar o valor de deslocamento do foguete, a fim de tornar as distâncias equivalentes, mas não soube inicialmente como fazer tais cálculos, e emitiu palpites por ensaio e erro:

"Eu tenho que abaixar o mesmo tanto que o helicóptero, agora tem que descobrir a distância do helicóptero".

Ele fez palpites por ensaio e erro, mas não os testou, provavelmente percebendo sua inadequação. Finalmente, concluiu:

"Tem que abaixar 60 (o foguete). O foguete vai andar 40 para frente, se andar 60 para trás, vai andar 100 igual ao helicóptero, e aí vão-se encontrar".

S_6 não usou ensaio e erro na determinação do valor de deslocamento do foguete, afirmando:

"Para trás 60. Porque 60 mais 40 é 100, igual ao -100 (posição) do helicóptero".

No entanto, ao formular a hipótese de deslocamento do helicóptero, hipótese que, ainda que correta, foi descartada, por não atender às condições do desafio, S_6 colocou:

"E o mudepos? Deve ser o helicóptero pf 50".

Ao encontrar um valor errado, S_6 foi levado a raciocinar. Testou seu programa e só depois chegou ao valor 60. Essa experiência anterior provavelmente ajudou-o a encontrar o valor correto, para mudar a posição do foguete.

2º GRUPO: Uso de raciocínio lógico

Os sujeitos S_2, S_3 e S_4 não usaram de ensaio e erro, chegando ao valor correto exclusivamente por raciocínio lógico.

S_2:

"A distância do helicóptero ao ponto de colisão é de 100 passos. A do foguete, de 40. Então vou colocar -60 (na posição [0 -60] da tela) e a distância vai ficar igual (100 passos do ponto de colisão)".

S_3:

"Vou ter que afastar 60. 60 para trás. Afastei o foguete para que ele ficasse na posição correspondente, para eles chegarem ao ponto de colisão ao mesmo tempo. O foguete estava mais perto e, depois que eu mudei a posição dele, ele

ficou à mesma distância. O helicóptero estava a 100 passos do ponto de colisão, o foguete a 40 passos. Aumentei 60 para igualar as distâncias".

S_4:

"O helicóptero estava na posição -100 (no eixo do X) e o foguete no +40 (no eixo do Y) então, para os dois se encontrarem, coloquei pt 60. Assim fica a distância de 100 (o foguete) e o helicóptero também (-100) do ponto de colisão".

6.1.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS DO DESAFIO 1 À LUZ DOS OBJETIVOS DA PESQUISA

Analisando o sumário dos resultados, obtidos a partir dos protocolos dos sujeitos, à luz dos objetivos da pesquisa, consideraram-se os seguintes aspectos:

6.1.3.1 - O DOMÍNIO DA OPERAÇÃO DE COMPENSAÇÃO

O uso do LOGO mostrou-se eficaz na identificação do domínio da operação de compensação exigida pelo desafio 1, tanto no nível qualitativo como no nível quantitativo. Pode-se observar que S_3 parece ter um completo domínio de tal operação. Isso se evidencia quando, ao visualizar imediatamente a impossibilidade de colisão, emite diversas hipóteses corretas em si, capazes de realizar compensações adequadas, ainda que algumas estejam em desacordo com as condições do desafio. Além disso, S_3 calcula logicamente o valor de afastamento do foguete.

S_2 e S_4 parecem dominar também a operação de compensação, porque, após a dificuldade inicial em perceber a não colisão, emitem hipóteses coerentes e usam raciocínio lógico na determinação do valor de afastamento do foguete.

S_1, S_5 e S_6 parecem ter um domínio da compensação em termos qualitativos, mas não quantitativos, pois, inicialmente, usam ensaio e erro na determinação do valor de afastamento do foguete. A compensação deve estar-se instalando em S_1, S_5 e S_6.

Confirmando o encontrado por Piaget, verificou-se que a compensação qualitativa antecede a capacidade de lidar com dados numéricos. Verificou-se, também, que relações qualitativas entre espaço, tempo e velocidade foram apresentadas por todos os sujeitos, como era esperado para essa faixa etária, de acordo com os estudos piagetianos.

Foi possível perceber a não correspondência entre o domínio da operação e a idade, dentro da faixa etária dos sujeitos, 12 anos e 9 meses a 14 anos.

6.1.3.2 - AS DIFERENTES ESTRATÉGIAS USADAS PELOS SUJEITOS

Na análise das diferentes estratégias utilizadas pelos sujeitos, verificou-se que, ao não reforçar as limitações, o desafio propiciou uma variedade de estratégias. Percebe-se que todos os fatores que influíam na resolução do problema — espaço, tempo e velocidade — foram considerados nas diferentes hipóteses, algumas envolvendo um raciocínio bastante complexo, como a que se propunha mudar o ângulo de inclinação das figuras, para conseguir equivalência das distâncias.

6.1.3.3 - O DESENVOLVIMENTO DA OPERAÇÃO DE COMPENSAÇÃO

Pode-se perceber a importância do LOGO em vários aspectos. Inicialmente, ao propiciar ao sujeito a manipulação de uma situação dificilmente obtida em condições reais, como,por exemplo, obter dois objetos quaisquer, com velocidade constante, partida controlável, possibilidade de colisão e outras características facilmente observadas e manipuladas pelo sujeito.

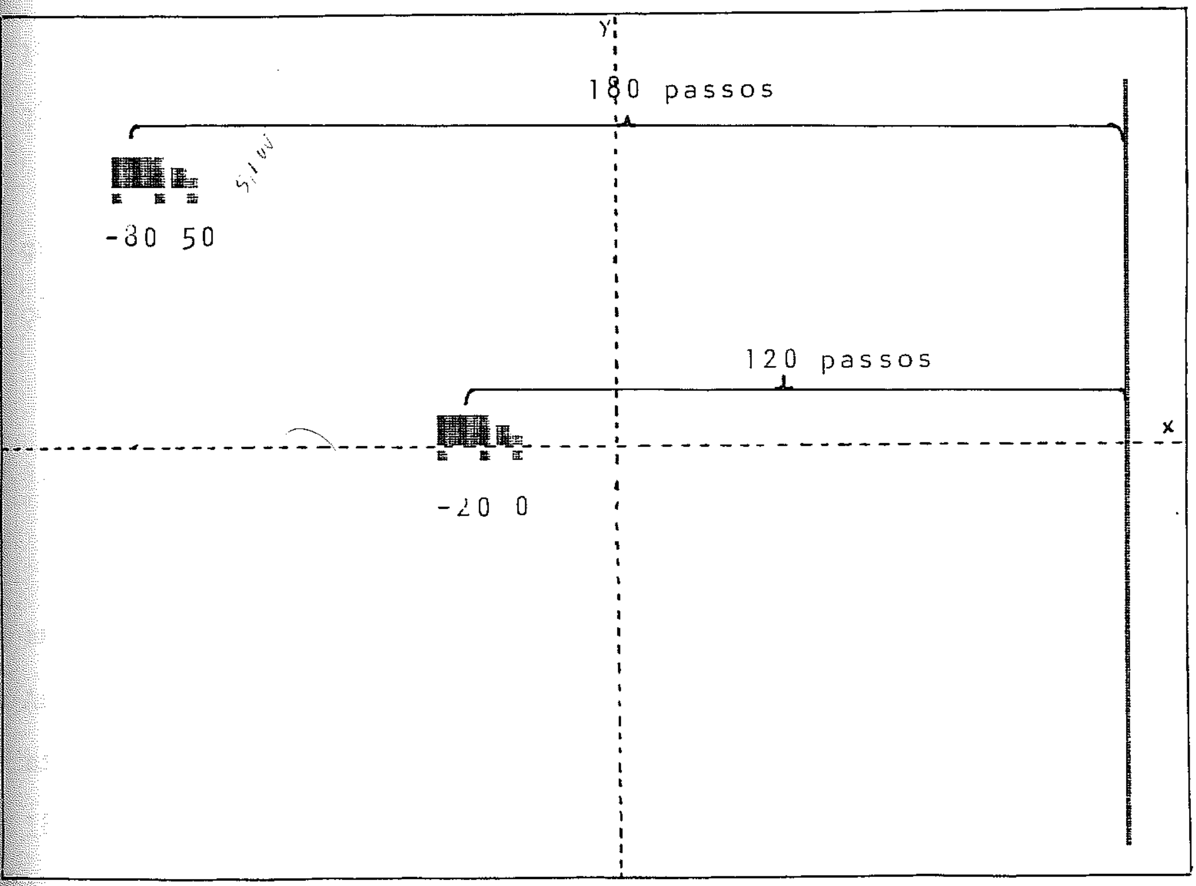
Pode-se, pois, destacar a importância do LOGO, no primeiro momento, quando, possibilitando uma visualização real da situação para alguns sujeitos (S_1, S_3 e S_6), ou uma condição de teste para outros (S_2, S_4 e S_5), permitiu a todos os sujeitos a percepção da não ocorrência de colisão nas condições existentes e a percepção da relação tempo x espaço x velocidade. No segundo momento, na procura do valor de deslocamento do foguete, o LOGO permitiu aos sujeitos que encontraram tal valor por cálculos matemáticos, sem necessidade de ensaio e erro (S_2, S_3 e S_4), ver sua hipótese comprovada. Por outro lado, os sujeitos que usaram ensaio e erro (S_1, S_5 e S_6) tive ram, apesar do acerto por acaso, a possibilidade de refletir sobre o problema e demonstrar, inclusive com verbalizações, uma aprendizagem ocorrida durante a execução do desafio. Isso poderia não ter acontecido se não chegassem ao valor correto, o que provavelmente ocorreria caso não tivessem tido a possibilidade de diversas tentativas utilizando o LOGO.

6.2 - DESAFIO 2

6.2.1 - APRESENTAÇÃO

O segundo desafio refere-se ao domínio da operação de razão-proporção e ã compreensão qualitativa e quantitativa das relações entre velocidade, espaço e tempo.

Na preparação deste desafio, pede-se ao sujeito que, através do uso do LOGO, trace uma linha de alto a baixo, do lado esquerdo da tela, ou seja, do ponto [100 80] até em baixo, para representar uma linha de chegada. Em seguida, pede-se que o sujeito coloque duas figuras, ã sua escolha, entre as disponíveis no LOGO, uma no ponto [-80 50] e outra no ponto [-20 0] . Ao fim da preparação, temos a tela como a seguir:



No desafio propriamente dito, pede-se que o sujeito faça com que as duas figuras, partindo ao mesmo tempo, também cruzem ao mesmo tempo a linha de chegada, encontrando a velocidade da segunda figura, visto que a da primeira é 5,1 uv.

Este desafio apresenta várias soluções possíveis. Em todas elas, torna-se necessário que o sujeito determine as distâncias a serem percorridas pelas duas figuras, ou seja, que a primeira deve percorrer 180 passos e a segunda, 120 passos.

O problema poderia ser sintetizado assim:

	Distância	Velocidade
1ª figura - - -	180 passos	5,1 uv
2ª figura - - -	120 passos	x.

As soluções possíveis podem ser divididas em dois grupos: soluções que envolvem raciocínio matemático e soluções que envolvem raciocínio físico.

6.2.1.1 - SOLUÇÕES POSSÍVEIS ATRAVÉS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

1º MODO = através da descoberta da proporção entre as duas distâncias, por equivalência de frações.

Assim:

simplificando 120/180 tem-se 2/3, ou seja,

180 = 3/3 5,1 = 3/3

120 = 2/3 x = 2/3 de 5,1 = 3,4 uv (velocidade da 2ª tartaruga)

2º MODO = através de uma proporção conseguida por regra de três simples.

5,1 ———————— 180

x ———————— 120

5,1 x 120 = 612 ÷ 180 = 3,4 uv

3º MODO = achando a razão entre as duas distâncias e, a partir dessa razão, encontrar a velocidade da segunda tartaruga.

180 ÷ 120 = 1,5 ——— 5,1 ÷ 1,5 = 3,4 uv

6.2.1.2 - SOLUÇÕES POSSÍVEIS ATRAVÉS DE RACIOCÍNIO FÍSICO

1º MODO = através do tempo gasto pela primeira tartaruga.

Tal tempo pode ser calculado assim:

$$T_1 = \frac{e_1}{v_1} \text{ ou } \frac{180}{5,1} = 35,2941 \text{ passos/uv}$$

Como o tempo da segunda tartaruga é o mesmo, visto que elas partem ao mesmo tempo e cruzam ao mesmo tempo a linha de chegada, temos:

$$T_2 = \frac{e_2}{v_2} \text{ ou } v_2 = \frac{e_2}{t_2}, \text{ ou seja:}$$

$$v_2 = \frac{120}{35,2941} = 3,4000017 \text{ ou } 3,4 \text{ uv}$$

2º MODO = encontrando o inverso do tempo, ou seja:

$$\frac{v_1}{e_1} = \frac{1}{t}, \text{ ou seja:}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{5,1}{180} = 0,02833$$

como

$$\frac{1}{t} \times e_2 = \frac{e_2}{t} = v_2, \text{ logo } v_2 = \frac{1}{t} \times e_2, \text{ ou seja,}$$

$$v_2 = 0,02833 \times 120 = 3,3999 \text{ ou } 3,4 \text{ uv.}$$

6.2.2 - SUMÁRIO DOS RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DOS PROTOCOLOS RELATIVOS AO DESAFIO 2

Os resultados constantes dos protocolos dos sujeitos relativos ao desafio 2 foram sumarizados, considerando-se diferentes aspectos.

6.2.2.1 - PERCEPÇÃO DA RELAÇÃO ESPAÇO X TEMPO X VELOCIDADE

O primeiro aspecto refere-se à percepção ou não da necessidade de velocidade menor para a segunda figura, de modo que as duas figuras cruzem ao mesmo tempo a linha de chegada. Tal percepção evidencia a compreensão da relação espaço x tempo x velocidade. Dos seis sujeitos, cinco demonstraram imediatamente tal percepção (S_1, S_2, S_3, S_4 e S_6). Três deles a verbalizaram (S_1, S_2 e S_3).

S_1:

"Bom, a tartaruga 2 tem que ter uma velocidade menor, se tiver igual, ela vai chegar primeiro".

S_2:

"A velocidade da de baixo deve ser inferior, porque a de cima tem que percorrer mais espaço até a linha de chegada que a de baixo".

S_3:

"Vou tirar da diferença a velocidade da outra, para fazer a tartaruga 2 andar mais devagar. Se as duas tiverem a mesma velocidade, a tartaruga 2 vai chegar primeiro. Ela tem

que ter velocidade menor, quer ver?"

S_4 e S_6, apesar de não verbalizarem a influência do fator espaço, começaram a tentar mudar a velocidade da tartaruga dois, evidenciando a compreensão das relações espaço x velocidade x tempo.

S_5 tentou, inicialmente, mudar a posição das tartarugas, contrariando as condições do desafio. Ao se ater ao mesmo, percebeu a relação expaço x tempo x velocidade, e verbalizou isso:

S_5:

"Ah! Ah! A tartaruga 1 está para trás. Ela tem que ter velocidade maior para compensar a distância".

6.2.2.2 - CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS A PERCORRER

Verificada a diferença entre distâncias a percorrer, cinco sujeitos se propuseram calcular essas distâncias. Este é o segundo aspecto considerado nesta apresentação.

Os sujeitos S_1, S_3 e S_6 realizaram a medida das distâncias a percorrer logo no início do desafio.

S_1:

"Vou medir a distância das tartarugas da linha de chegada; a da tartaruga 1 é 180 e a da 2, 120". Vai além: *"A diferença entre elas é 60".*

S_3, após mostrar certa dificuldade em explicar as distâncias encontradas, verbalizou:

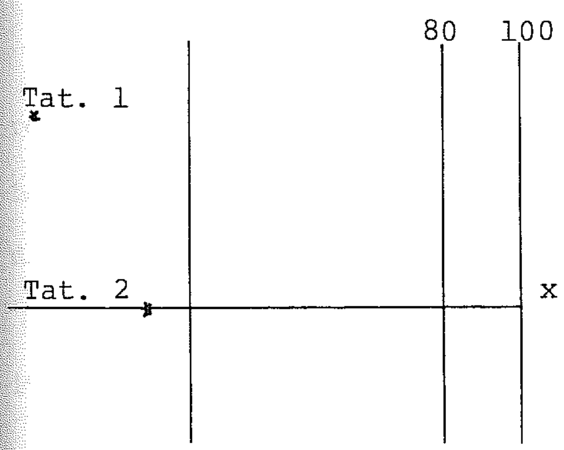
"A tartaruga 1 tem 80 até chegar (no ponto 0 do ei-

xo do x). Daqui até aqui (da tartaruga 1 até o ponto 0) tem 80". Reflete e continua. "*A tartaruga 1 está a 180 (da linha de chegada) e a 2, a 120*".

Solicitado a explicar, ele disse:

"*A distância é 100 até o ponto de origem (do ponto 0 até a linha de chegada) mais 80 para a tartaruga 1 e mais 20 para a tartaruga 2*". (S_3)

S_6 fez um desenho não muito claro:



e já começou a lidar com os dados 180 e 120, evidenciando a descoberta dos valores referentes à distância, ainda que não soubesse verbalizar claramente como ocorreu sua percepção.

S_2 se preocupou inicialmente com a distância entre os pontos de partida, e não com a distância a percorrer.

S_2:

"*Vendo as duas tartarugas, parece que a distância entre elas é de mais ou menos 60. Só de bater o olho*".

Em outro momento, afirmou:

"*Uma tem 60 a mais que a outra*", e mostrou a distân cia entre os pontos de partida.

S_2 e S_4 tentaram encontrar a distância a percorrer pelas duas tartarugas após várias tentativas de encontrar a velocidade por ensaio e erro (S_2) ou por fração, sem considerar a distância (S_4). Em momento algum, S_5 se preocupou com as distâncias a percorrer.

6.2.2.3 - MEIOS DE DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DA TARTARUGA 2

O terceiro aspecto considerado nesta apresentação refere-se à tentativa de determinar a velocidade da segunda tartaruga. Em relação a essa tentativa, os sujeitos podem ser divididos em três grupos.

1º GRUPO: sujeitos que fazem uso exclusivo de ensaio e erro.

S_5 tentou encontrar a velocidade da segunda tartaruga apenas por ensaio e erro. Inicialmente, disse:

"A diferença da distância vai influenciar na chegada. A tartaruga 2 está na frente (quanto ao ponto de partida). Vou colocar 2,1 (velocidade) para que a tartaruga 2 espere e recompense a distância da outra".

O termo espere parece ter sido usado com o sentido de menor velocidade, pois, no programa, as duas tartarugas saem juntas, como foi pedido no desafio.

Interrogado sobre o valor 2,1, respondeu:

"Porque é a metade... da velocidade hum... é 2,5".

Testando 2,5, comentou:

"Eu tenho que calcular... a de cima vai chegar primeiro".

Fez algumas contas ao acaso, e voltou ao ensaio e erro:

"Tenho que aumentar a velocidade da tartaruga 2. Acho que 3,1 vai dar certo".

Indagado sobre se tinha certeza do valor, respondeu:

"Acho! Se não, vou aumentando o número".

Essa fala de S_5 revela sua intenção de trabalhar por ensaio e erro.

S_5 falou sobre o valor 4,0, mas não o testou. Tentou 3,3:

"Foi pequenininha a diferença".

"Então 3,4, eu acho que agora vai dar certo".

Testou:

"Não disse! Passou junto".

S_5 disse, então:

"Mas 5,1 para 3,4... não foi a metade".

Tal fala revela que S_5 imaginou a existência de relação entre as duas distâncias, apesar de haver obtido a segunda por ensaio e erro. Ele não demonstrou interesse em calcular a velocidade, e considerou o desafio como terminado.

2º GRUPO: sujeitos que usam tanto ensaio e erro como cálculos.

S_2 iniciou suas tentativas de encontrar a velocidade da tartaruga dois, por ensaio e erro, iniciando com o valor 3,1:

"Porque a tartaruga 2 tem a velocidade inferior, diminuí 2 no mudevel".

Testou o valor e disse:

"Com a velocidade que a 1 (tartaruga) está andando, parece que a 2 deve ter uma velocidade um pouco mais que 3,1".

Testou 3,5:

"Chegou primeiro. Tem que ser entre 3,5 e 3,1".

Testou 3,3 e disse:

"Entre 3,3 e 3,5. Só pode ser 3,4".

Testando:

"Tem que dar certo! Vai chegar juntinho. Chegaram juntas!"

S_1, após tentar diversos cálculos, chegou a um resultado, 3,6, e o testou, percebendo a proximidade desse resultado com o correto. Passou, então, ao ensaio e erro, e testou 3,5 e 3,4. Apesar de 3,4 ser o resultado correto, S_1 julgou que a tartaruga dois passou um pouco antes da linha de chegada e disse:

"A velocidade tem que ser entre 3,3 e 3,4".

S_1 voltou, então, aos cálculos e novamente os abandonou e retomou o ensaio e erro, testando o valor 3,35. Indagado sobre o valor, respondeu:

"Porque é o meio entre 3,3 e 3,4".

"O de cima passou primeiro. Tem que ser entre 3,35 e 3,4".

Testou o valor 3,37:

"Tem que ser mais de 3,37. O de baixo passa primei-

ro".

"Vou aumentando os números" (casas decimais).

S_1 colocou, então, 3,375,e considerou o desafio pronto.

Nota-se que S_1, não conseguindo resolver o desafio por raciocínio, tentou o ensaio e erro, atribuindo grande valor às casas decimais. Iniciou com uma casa decimal (3,4),passou a duas (3,35) e a três casas (3,375). É necessário enfatizar que o LOGO não permitiu a S_1 distinguir o valor correto (3,4) de um valor inadequado (3,375).

S_4 alternou ensaio e erro com cálculos. Depois de alguns cálculos, em que encontrou resultados como 3,825,3,06, 4,08 e os testou, passou para o ensaio e erro, testando o valor 3,08.

"Aumentei! (em relação ao 3,06). Achei por acaso".

Testou 3,25:

"Vou pela sorte".

Testou 3,26, 3,27 e 3,28.

Indagado sobre se iria desistir de calcular, diz:

"Não, vou fazer. Só tenho que elaborar as contas".

3º GRUPO: uso exclusivo de cálculos na determinação da velocidade da tartaruga 2.

S_3 e S_6 não usaram ensaio e erro em sua tentativa de encontrar a velocidade da segunda tartaruga, mas cálculos, que se revelaram adequados.

6.2.2.4 - CÁLCULOS UTILIZADOS NA DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DA TARTARUGA 2

Como foi explicado na apresentação do desafio, os cálculos feitos pelos sujeitos implicaram raciocínio matemático ou físico, sendo que alguns cálculos se revelaram adequados e outros, não.

Seguindo a mesma classificação da apresentação do desafio, temos:

- Cálculos que implicam raciocínio matemático

1º MODO = descoberta de proporção entre as duas distâncias, por equivalência de frações

S_3 encontrou a relação entre as duas distâncias, por simplificações sucessivas.

Escreveu:

$$180 \overset{\div\ 2}{\frown} 90 \overset{\div\ 3}{\frown} 30 \overset{\div\ 10}{\frown} 3$$

$$120 \overset{\div\ 2}{\frown} 60 \overset{\div\ 3}{\frown} 20 \overset{\div\ 10}{\frown} 2$$

explicando:

$$180 \div 2 \text{ —— } 90 \div 3 \text{ —— } 30 \div 10 = 3$$

$$120 \div 2 \text{ —— } 60 \div 3 \text{ —— } 20 \div 10 = 2$$

S_3 representou, então, a distância percorrida pela tartaruga 1 pela fração 3/3 e a distância percorrida pela tartaruga 2 pela fração 2/3.

Calculou:

5,1 ÷ 3 = 1,7 x 2 = 3,4

e concluiu:

"Entre a tartaruga 2 e a 1 tem 1,7 de velocidade".

Solicitado a explicar, disse:

"Eu simplifiquei por fração o 120 e o 180 e descobri que a tartaruga 2 tem 1/3 a mais de vantagem que a tartaruga 1. É como dividir a distância do helicóptero por 3 (tat 1) e a do trem (tat 2) por 3, então a velocidade da tartaruga 2 é 2/3 (da tat 1)".

Somou, no papel, 1,7 + 1,7 = 3,4 (velocidade da tat 2).

S_4 seguiu o mesmo raciocínio de S_3, ou seja, buscou a proporção entre as distâncias a percorrer para, a partir dessas distâncias, calcular a velocidade da segunda tartaruga. No entanto, S_4 não se preocupou em medir as distâncias no início do desafio, e, assim, usou um raciocínio correto a partir de dados falsos.

"Acho que a primeira tartaruga deve ser o dobro (da distância) da segunda".

"O dobro, não".

Reformulou:

"A distância da primeira é maior que a da segunda".

Estabeleceu a relação entre a velocidade e a distân cia, mas sem calcular as distâncias, estabelecendo proporções ao acaso.

"A velocidade da primeira deve ser 1/4 maior que esta".

Multiplicou a velocidade da primeira por 3 e dividiu por 4, achando 3/4 de 5,1.

5,1 x 3 = 15,3 ÷ 4, que é igual a 3,825,

em um raciocínio absolutamente correto a partir de relações falsas (a segunda é 2/3 da primeira, e não 1/4). O seu erro se deveu ao não estabelecimento correto da proporção entre as duas distâncias que não foram determinadas por ele.

Testou o valor encontrado, 3,825, e não obteve o resultado desejado:

"Por pouco".

Tentou alterar as distâncias:

"Os dois têm que sair do mesmo lugar? (o proposto no desafio".

"Deixa eu ver".

Desprezando a possibilidade em função das condições do desafio, voltou ao raciocínio que desenvolvia anteriormente, tentando sempre achar a relação entre as duas distâncias, por ensaio e erro.

"Tenho que achar a velocidade da 2$^{\underline{a}}$".

Dividiu 15,3 por 5 e multiplicou por 3, achando o valor 3,06 uv.

Explicou:

"A segunda é 3/5 (em relação à distância) da primeira".

Testou o valor 3,06 e continuou a fazer o raciocínio adequado com dados falsos, por ensaio e erro.

"*Acho que a distância da segunda é 4/5 da distância da primeira*".

Fez cálculos:

5,1 x 4 = 20; 4 ÷ 5 = 4,08

Testou:

Não deu certo".

Só então percebeu as distâncias, escrevendo:

180

120

Inexplicavelmente, encontrando as distâncias, parou de lidar com frações e passou a cálculos baseados em raciocínios físicos.

2º MODO = através de uma proporção obtida por regra de três simples

S_6, após um cálculo que não soube explicar (5,1 ÷ 10), abandonou o mesmo e montou uma regra de três:

5,1 - - - - 180

- - - - 120

Solicitado a explicar, colocou:

"*Vou dividir 5,1 por 180, ou melhor, 5,1 por 18. O resultado é 0,2833333...*"

A seguir, afirmou:

"*0,283 é o número que vou multiplicar por 10 para saber o mudevel (a velocidade) da tartaruga 2*".

Solicitado a explicar:

"Porque 5,1 é o número do mudevel (velocidade) da tartaruga 1 para andar 180 passos até chegar na linha. Aí, eu divido este (5,1) por 180 e multiplico por 100".

Indagado sobre o porquê do 100, respondeu:

"A tartaruga 2 está a 100... Ah! É 120 da linha de chegada; tem que multiplicar por 120".

Multiplicou, na realidade, por 12, devido à simplificação do 180.

Dividiu: 5,1 ÷ 18 = 0,2833

0,28 x 12 = 3,3999

E explicou:

"Isto é uma regra de três".

É uma regra de quando você tem três valores, aí você divide um valor por outro e multiplica pelo outro, para achar o valor de X".

Acompanhou suas explicações, mostrando os valores em uma regra de três hipotética, montada como se segue:

10	100
8	x

Apesar de algumas confusões com valores (tentativa de simplificar usando o 10, uso do 100 em lugar de 120), S_6 resolveu adequadamente o desafio. No entanto, S_6 atribuiu seu sucesso a aprendizagem anterior:

"Eu acho que os meninos da 7ª série não sabem (regra de três)".

Indagado porque, exclamou:

"Ah! Foi meu avô que me ensinou".

S_2, após fazer outros cálculos, preocupou-se apenas com a diferença entre os pontos de partida, mas acabando por encontrar as distâncias, tentou fazer uma regra de três.

"Eu já aprendi alguma coisa em Matemática, fração, sei lá o que, que eu acho que dá".

Escreveu:

180 5,1

120 ——

montando uma regra de três.

"É mais ou menos parecido com a regra de três flechas que a gente aprende na 6ª série".

S_2 tentou relacionar o desafio com sua aprendizagem escolar anterior e não conseguiu.

Escreveu novamente:

180 5,1 60

120 ——

Dividiu 60 por 5,1. Encontrou 11,76 e abandonou os cálculos.

3º MODO = achando a razão entre as duas distâncias e a partir dessa razão encontrar a velocidade da segunda tartaruga

Apenas S_2 tentou encontrar uma razão dividindo 120 por 60 e não 180 por 120, o que lhe permitiria seguir adiante. O resultado levou S_2 a voltar para a regra de três.

- Cálculos que usam raciocínios físicos

1º MODO = através do tempo gasto pela primeira tartaruga

Tem-se:

$$t_1 = \frac{e_1}{v_1} \text{ ou } 180 \div 5,1 = 35,2941$$

e, como o tempo gasto pela segunda tartaruga é o mesmo, pode-se calcular a velocidade desta:

$$t_2 = \frac{e_2}{v_2} \text{ ou } v_2 = \frac{e_2}{t_2} \text{ ou } 120 \div 352941 = 3,4000017$$

Tanto S_1 como S_4 começaram por tentar essa solução e conseguiram achar o tempo da primeira tartaruga. Nada souberam fazer com esse dado, provavelmente por seu desconhecimento de fórmulas físicas referentes a espaço x tempo x velocidade.

S_1 afirmou:

"Então vou dividir a distância 180 pela velocidade 5 (desprezando o decimal)".

S_4 também tentou lidar com o tempo:

"Tenho que fazer um paralelo".

$180 \div 5,1$

"Acho a velocidade que percorre a cada passo da tartaruga 35,294117".

Estava achando o tempo t = e/v, como fez S_1, mas, como este, não dominava os conceitos físicos e se referia à velocidade. Possivelmente, S_1 e S_4 fizeram a operação intuitivamente, já que não conseguiram completar seu raciocínio, por falta de domínio de conceitos físicos.

2º MODO = encontrando o inverso do tempo

O outro raciocínio apontado na apresentação como capaz de resolver o desafio refere-se a cálculos com o inverso do tempo; apesar de sua complexidade, tais cálculos foram feitos por S_4, que usou raciocínios corretos e chegou ao resultado esperado, explicando, no entanto, seu raciocínio com termos inadequados, criados por ele (velocidade de cada passo). Tal fato deve-se à sua falta de domínio de conceitos físicos:

"Só tenho que elaborar a conta".

Inverteu, então, os dados utilizados na operação anterior (quando tentava achar o tempo):

5,1 ÷ 180, e achou o inverso do tempo, explicando intuitivamente:

"Vou achar a velocidade de cada passo; depois vou multiplicar pela distância de baixo".

Indagado porque, respondeu:

"Para eles chegarem juntos", e escreveu:

5,1 ÷ 180 = 0,02833

"Agora é só multiplicar por 120".

0,28333 x 120 = 3,3999

"Nossa! posso arredondar?"

Arredondou, no papel, para 3,4 e colocou o decimal no programa:

"Não vou me arriscar".

Indagado sobre o motivo por que o valor 3,3999 estava correto, respondeu:

"A velocidade de cada passo é igual. Só a distância é que é diferente".

"A velocidade é igual, só que o número de passos (distância) do de baixo é menor. Aí, na soma total, a velocidade geral (da tartaruga 2) vai ser menor e eles vão chegar juntos".

Apesar do cálculo e dos resultados corretos, S_4 não tem condições de explicá-los, por falta de conceitos corretos de Física.

3º MODO:

Este cálculo, apesar de não levar ao valor adequado, pode ser considerado significativo, visto ter sido tentado por dois entre os sujeitos.

S_1, dispondo dos dados, distâncias a serem percorridas, 180 e 120 passos, diferença entre as distâncias, 60 passos e velocidade da tartaruga 1, S_1 iniciou sucessivas tentativas de lidar com os dados.

Sua primeira tentativa foi esta:

60 ÷ 5 (desprezando o decimal).

Explicou assim a operação:

"Porque a diferença entre a distância das tartarugas até a linha de chegada (60), dividida pela velocidade 5 (da primeira tartaruga), vai me dar a outra velocidade".

Na realidade, $60 \div 5 = 12$ passos/uv seria o tempo ($t = e/v$) que a segunda tartaruga deveria sair depois da primeira, para cruzar a linha de chegada junto com a primeira, se as duas estivessem com a mesma velocidade, ou seja,

$$180 \div 5 = 36 \qquad 120 \div 5 = 24$$

$$36 - 24 = 12 \text{ passos/uv}$$

Provavelmente S_1 tentou esta solução intuitivamente, visto não dominar conceitos físicos.

S_2 também fez os mesmos cálculos, e disse:

"De todos os jeitos vai me levar a uma divisão".

"Vou dividir 60 $\div$ 5,1. Dá 11,76".

Observou o valor 11,76 e viu que não correspondia ao valor adequado (3,4):

"Já complicou. A diferença é 11,7... diminuindo ... No cálculo está difícil. Vou desistir do cálculo".

6.2.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS DO DESAFIO 2 À LUZ DOS OBJETIVOS DA PESQUISA

Analisando o sumário dos resultados obtidos a partir dos protocolos dos sujeitos à luz dos objetivos da pesquisa, foram considerados os aspectos que se seguem.

6.2.3.1 - O DOMÍNIO DA OPERAÇÃO DE RAZÃO-PROPORÇÃO

Quanto às operações cognitivas necessárias à resolução deste desafio, temos não apenas uma operação de razão-proporção, mas também a compreensão qualitativa e quantitativa das relações entre velocidade, espaço e tempo. O uso do LOGO mostrou-se eficaz na identificação de ambos os aspectos citados anteriormente.

Pode-se atribuir, com certeza, o domínio da operação de razão-proporção apenas a S_3. Todo o seu raciocínio demonstrou um perfeito domínio dessa operação, domínio esse que parece não ser equivalente à sua capacidade verbal.

Muitas vezes, o domínio de uma operação não implica a capacidade de descrever as etapas de raciocínio necessárias à sua demonstração. Verifica-se que S_3, apesar de dominar a operação razão-proporção, resolveu todo o desafio através de lógica matemática, sem demonstrar raciocínio voltado para o aspecto físico do problema, ou seja, sem procurar relações numéricas entre espaço, tempo e velocidade.

Não se tem condições de atribuir o sucesso de S_6 na solução do desafio 2 à aquisição espontânea da operação de razão-proporção ou à aprendizagem. De qualquer modo, S_6 soube utilizar a aprendizagem anterior, assim como explicar o problema usando alguns conceitos físicos de espaço, velocidade e tempo.

Nota-se que S_2 percebe a relação velocidade x espaço x tempo. Intui a existência de uma operação capaz de calcu lar a velocidade, monta corretamente uma regra de três, mas se perde, ao efetuar os cálculos. Provavelmente, S_2 está começando a adquirir a operação de razão-proporção.

S_1 e S_4 também parecem estar adquirindo o domínio da operação de razão-proporção, visto que iniciaram cálculos adequados mas não os completaram. Além disso, mesmo sem dominar conceitos físicos, desenvolveram raciocínios que lidam com esses conceitos, sendo S_4 bem sucedido na solução do desafio.

S_5 não revelou indícios de domínio da operação de razão-proporção.

É interessante o fato de que alguns dos sujeitos(S_1 e S_2) se concentram inicialmente na distância entre os pontos de partida, indicando uma incapacidade de descentração própria da fase operatório-concreta.

Todos os sujeitos dominam, de modo qualitativo, as relações velocidade x espaço x tempo.

Como no desafio anterior, não se encontrou correspondência, dentro dos limites de idade dos sujeitos da pesquisa, entre a idade e o domínio da operação de razão-proporção.

6.2.3.2 - AS DIFERENTES ESTRATÉGIAS USADAS PELO SUJEITO

Percebeu-se que o desafio propiciou uma grande variedade de estratégias, umas lidando com aspectos matemáticos - frações, regra de três, razão; outras com aspectos físicos do cálculo de velocidade.

Confirmando as conclusões de Piaget, verificou-se que a aquisição da operação de proporcionalidade, em termos qualitativos — menor espaço, menor velocidade, como foi apresentada pelos sujeitos que lidaram com ensaio e erro, antecede a proporção numérica $\frac{e_1}{v_1} : \frac{e_2}{v_2}$ como ocorreu com S_3 e S_6. Do mesmo modo, as relações qualitativas entre os conceitos de espaço, tempo e velocidade antecederam as relações métricas.

6.2.3.3 - O DESENVOLVIMENTO DA OPERAÇÃO DE RAZÃO-PROPORÇÃO E A AQUISIÇÃO DE CONCEITOS REFERENTES À RELAÇÃO ESPAÇO X VELOCIDADE X TEMPO

Quanto à influência do LOGO no desenvolvimento cognitivo considerado, evidenciam-se os mesmos aspectos favoráveis notados no primeiro desafio, ou seja, possibilidade de simulação de uma situação difícil — se não impossível — de ser montada de modo real; possibilidade de evidenciar a importância dos fatores em jogo: tempo x velocidade x espaço; possibilidade de reforço para a hipótese correta e de novas tentativas para as inadequadas e, finalmente, a ocorrência de aprendizagem (S_4, por exemplo) durante o trabalho com o desafio. Pode-se verificar que as relações tempo-espaço-velocidade, trabalhadas normalmente no segundo grau e na universidade se tornaram acessíveis a uma exploração intuitiva, tendo inclusive, alguns sujeitos chegado à formalização numérica de tais relações.

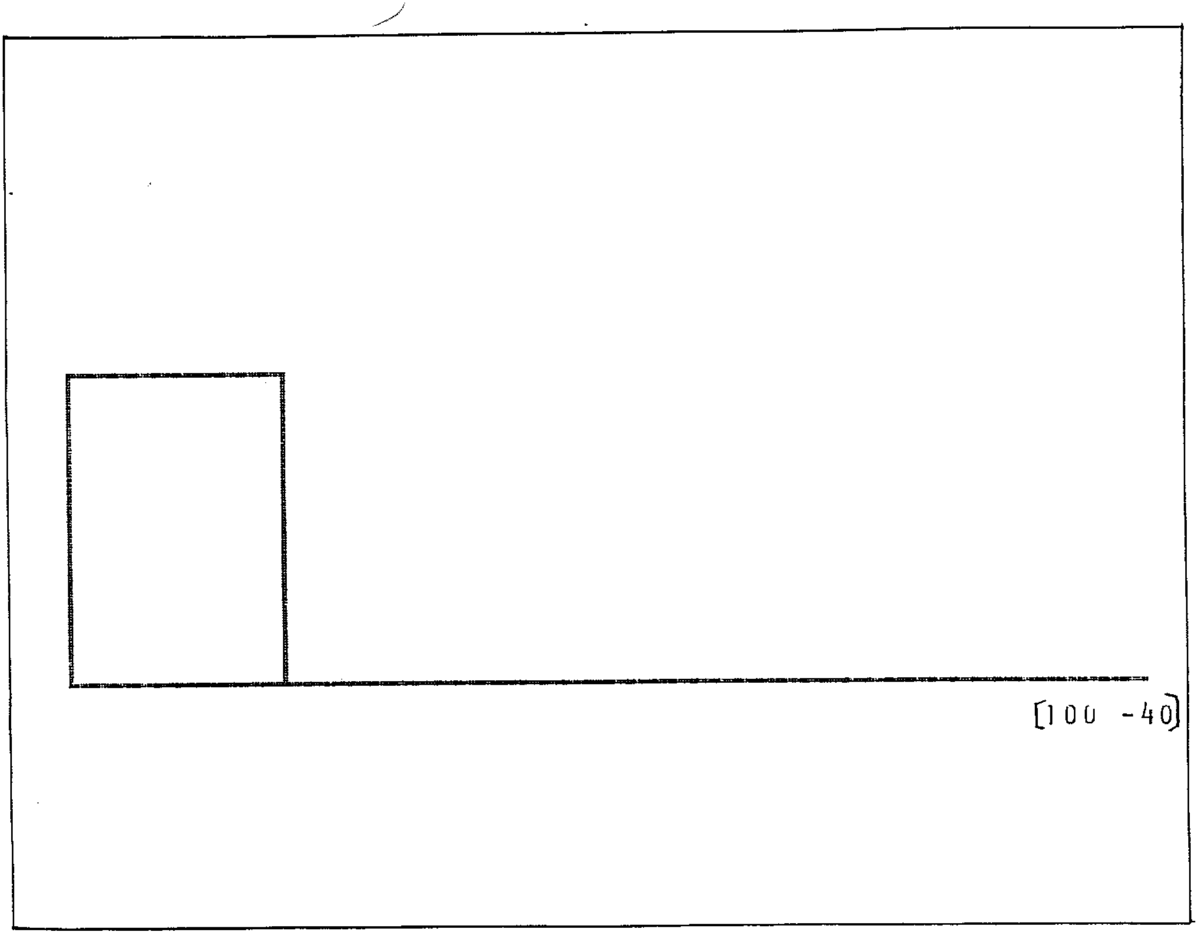
6.3 - DESAFIO 3

6.3.1 - APRESENTAÇÃO DO DESAFIO 3

O terceiro desafio refere-se, como o segundo, ao domínio da operação de razão-proporção, mas lida apenas com dados matemáticos, ao con trário do anterior, que tratava também com dados físicos.

Na preparação deste desafio, pede-se ao sujeito que, usando os recursos do LOGO, trace uma linha horizontal do ponto [100 -40] ao outro lado da tela para representar uma rua.

Em seguida, pede-se ao sujeito que, usando parâmetros, elabore um programa capaz de construir retângulos com lados de diversas dimensões. Pede-se, então, que, com esse programa, o sujeito construa um retângulo, representando um prédio na extremidade direita da tela, com 60 passoa de altura e 40 passos de largura. Ao fim da preparação, a tela encontra-se como a seguir:



No desafio propriamente dito, pede-se ao sujeito que construa mais quatro prédios, sendo cada prédio 10 passos mais baixo que o anterior, mas conservando a mesma relação altura x largura existente no primeiro prédio. Cada prédio deve estar a 10 passos de distância um do outro.

Este desafio apresenta várias soluções possíveis, todas envolvendo raciocínio matemático.

O problema pode ser sintetizado assim:

	altura	Largura
1º prédio	60 passos	40 passos
2º prédio	50 passos	x
3º prédio	40 passos	x
4º prédio	30 passos	x
5º prédio	20 passos	x

As soluções possíveis podem-se dividir em vários modos, como se segue:

1º MODO = descoberta da proporção entre as duas dimensões, por equivalência de frações

Simplificando 40/60, tem-se 2/3.

Assim:

2º prédio 2/3 de 50 = 33,3 passos

3º prédio 2/3 de 40 = 26,6 passos

4º prédio 2/3 de 30 = 20,0 passos

5º prédio 2/3 de 20 = 13,3 passos

2º MODO = através de uma proporção, obtida por regra de três simples

40 ———————— 60 = 33,33 passos_2º prédio, e assim
x ———————— 50 por diante.

3º MODO = descoberta da razão entre as duas dimensões do primeiro prédio e, a partir dessa razão, calculando-se a largura dos outros prédios

60/40 = 1,5

50/1,5 = 33,3 passos - 2º prédio, e assim por diante.

4º MODO = descoberta da proporção entre as duas dimensões, por cálculos de porcentagem

Encontrando-se a porcentagem da altura, que é representada pela largura do primeiro prédio e, a partir dessa porcentagem, encontrando-se as larguras dos outros prédios.

40 ———————— 60
= 66,66%
x ————————100

66,66% de 50 = 33,33 passos - largura do 2º prédio, e assim por diante.

Outro cálculo de porcentagem possível seria encontrar a porcentagem da altura do 2º prédio em relação à altura do 1º, e, a partir de então, calcular a largura do 2º.

50 ———————— 60
5.000 ÷ 60 = 83,33%
x ———————— 100

83,33% de 40 = 33,3 passos.

5º MODO = por uma regra de três, para encontrar o número constante que deve ser diminuído na largura de cada prédio, assim como 10 é a constante a ser diminuída na altura.

Tal raciocínio, ainda que consiga os valores corretos, parece ser mais próprio da operação de compensação. Diminuindo uma dimensão, diminui a outra.

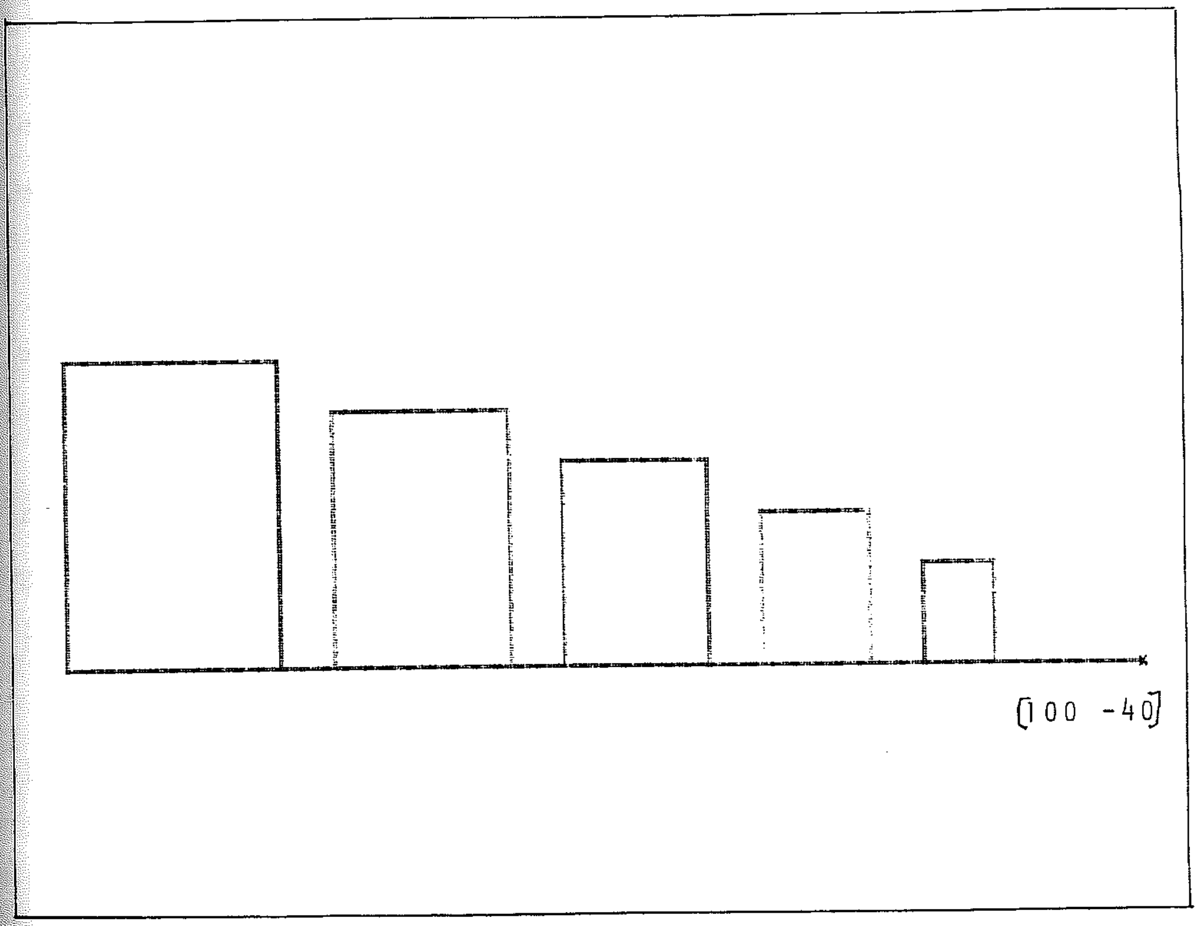
40 ———— 60
= 6,66
x ———— 10

ou

40 – 6,66 = 33,34 passos = 1º prédio

33,34 – 6,66 = 26,60 passos = 2º prédio

Qualquer dos mecanismos adotados para o cálculo da largura (considerando-se uma decimal) levará a tela a se apresentar como a seguir:



6.3.2- SUMÁRIO DOS RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DOS PROTOCOLOS RELATIVOS AO DESAFIO 3

Os resultados constantes nos protocolos dos seis sujeitos referentes ao desafio 3 foram sumarizados, considerando-se vários aspectos:

6.3.2.1 - COMPREENSÃO DO SIGNIFICADO DE RELAÇÃO

O primeiro aspecto refere-se à compreensão ou não do significado da relação (proporção) entre altura e largura dos prédios.

Apenas dois sujeitos (S_3 e S_6) perceberam imediatamente o significado do conceito, tentando a resolução do problema de modo adequado.

Os outros quatro sujeitos não entenderam o significado de relação, confundindo-o com a diferença entre as duas medidas e, assim, tentaram encontrar essas medidas.

6.3.2.2 - MEIOS DE DETERMINAÇÃO DAS LARGURAS DOS PRÉDIOS

O segundo ponto a ser considerado neste sumário refere-se à tentativa de determinar as larguras dos prédios. Em relação a este tópico, os sujeitos podem ser divididos em três grupos.

1º GRUPO - Sujeitos que tentam resolver o desafio mantendo a mesma diferença (20 passos) entre as medidas dos 5 prédios.

S₁:

"A mesma relação de 60 e 40?" (dimensões do primeiro prédio).

"Então é 50 e 30" (dimensões que prevê para o segundo prédio).

Explica:

"A diferença é 20", e começa a calcular as larguras dos outros prédios.

S₂:

"Se tem um com 60 e 40 e tem que ter a mesma relação, sempre tendo 20 como diferença, o outro vai ter 50 e 30?"

Mesmo após receber explicações sobre o sentido de relação, S_2 insistiu:

"Então deixa eu testar só com estes dois predinhos":

50 30 —— 2º prédio

40 20 —— 3º prédio

Julgando que as proporções não estavam adequadas, tentou aumentar a largura do 2º prédio, e colocou:

50 45

40 30

dizendo: *"ficou muito gordo. Acho que do outro jeito é que estava certo"*, voltou a trabalhar com a diferença entre as medidas.

S_4:

Após tentar resolver o problema por uma compensação inadequada, reduzindo 10 passos na altura e 10 passos na largura e receber a explicação sobre relação (proporção), inclusive com exemplos, volta-se para a diferença, mantendo 50 30 para o segundo prédio, valores que já havia conseguido, reduzindo 10 em cada medida.

E explicou:

"A diferença de 60 e 40 é 20. Então eu diminuí os 10 da altura e os 20 da diferença da largura".

S_5 não entendeu a relação e começou por achar que deveria diminuir na altura e manter a mesma largura em todos os prédios.

Depois das explicações, S_5 disse:

"Vou ter que diminuir na altura e na largura".

Explicou:

"Senão vai ficar baixinho e gordinho, não pode".

Ao contrário de S_4, S_5 percebeu, porém, que não pode subtrair o mesmo valor na largura e na altura.

"Mas diminuir 10 na altura e 10 na largura não pode ficar. Os últimos vão ficar muito magros e da mesma largura eles não podem ficar".

Nesse momento, apesar de haver demonstrado entender o que é a relação, S_5 volta-se para a diferença:

"40 ÷ 60 (o sinal ÷ parece ser um engano) a diferença é 20, então a largura para 50 (2º prédio) é 30..."

Os quatro sujeitos que lidavam com diferenças só perceberam sua inadequação ao chegar ao 5º prédio. Usando as diferenças, seriam encontrados estes valores:

60	40	- 1º prédio
50	30	- 2º prédio
40	20	- 3º prédio
30	10	- 4º prédio
20	0	- 5º prédio

Ao notar a ausência da dimensão largura no quinto prédio, alguns sujeitos manifestaram sua estranheza e abandonaram o trabalho com diferenças. Outros mudaram a diferença apenas para o quinto prédio.

S_1:

"Será que pode ser 20 0?" e abandonou o cálculo de diferenças.

S_2 mudou a diferença ao achar as medidas do quinto prédio, colocando 20 e 5 e explicando:

"Vai ter que ser um pouquinho mais largo para poder caber" significando, possivelmente, que a diferença 20 daria um prédio com dimensões 20 e 0, ou seja, apenas uma linha.

Testou o programa e percebeu a inadequação das medidas:

"Sobrou muita rua. E não conserva a mesma relação, não mesmo".

S_4 já anteriormente, ao lidar com a redução de valores iguais nas duas medidas (10), chegou ao 5º prédio e encontrou os valores 20 e 0, mudando, antes de testar, para 20 e 5, e explicando:

"Estou colocando a metade" (metade de 10, valor que

estava usando para diminuir nas larguras) *"se não, não vai ter largura"*.

"Acho que os três primeiros prédios estão certos, nos últimos é que estou com dúvida, não entendi esta relação".

Ao receber a explicação sobre o sentido de relação, começou a lidar com a diferença, mas percebeu que iria chegar ao mesmo resultado no último prédio e disse:

"Não vai dar certo no último".

"Já entendi a relação, só não sei como fazer".

S_5, antes de testar o programa, ao lidar com a diferença, previu a inadequação desse raciocínio, dizendo:

"Não dá... no final, sobra número" (querendo referir-se ao quinto prédio).

2º GRUPO - Sujeitos que usam ensaio e erro em raciocínio de compensação

Dos quatro sujeitos que trabalharam com diferenças (S_1, S_2, S_4 e S_5), três (S_2, S_4 e S_5), ao perceberem a inadequação desse modo, não demonstraram intenção de utilizar cálculos para encontrar as larguras, começando a procurar o valor das mesmas por ensaio e erro. Todos os três, após algumas tentativas, perceberam a existência de um valor que deveria ser diminuído de cada largura, para encontrar a largura do prédio seguinte, assim como 10 era diminuído para encontrar o valor das alturas. Os três sujeitos chegaram a um valor aproximado daquele número. S_4 e S_5 descobriram que o número deveria ser uma constante. Tal não ocorreu com S_2.

Ao subtraírem,por ensaio e erro, um valor constante (S_4 e S_5) ou não (S_2) para achar a largura, como tinham feito com a altura, os sujeitos demonstraram um raciocínio de compensação.

Os relatos a seguir mostram a trajetória desses três sujeitos até encontrarem o valor a subtrair nas larguras.

S_2, ao ser perguntado sobre um modo de resolver o problema por cálculo, respondeu:

"*Acho melhor ir tentando*", mostrando sua intenção de trabalhar por ensaio e erro.

Começou por colocar 5 de diferença entre as dimensões (altura x largura) de cada prédio. Testou:

50 45

40 35

e assim por diante.

Ao testar, disse:

"*As relações também não estão legais. Agora eles estão gordos demais. Se colocar menos (valor da largura), eles ficam magros, e mais, ficam gordos*".

Colocou, então, valores intermediários entre o 10 e o 5 testados antes:

2º prédio 50 43 —— diferença 7

3º prédio 40 32 —— diferença 8

4º prédio 30 22 —— diferença 8

5º prédio 20 11 —— diferença 9

Ao invés de procurar uma constante, S_2 parece considerar que, quanto menor a dimensão altura, maior deve ser o valor tirado na largura.

Testou seu programa e disse:

"Agora ficou..."

"Parece que está mais ou menos".

Percebe-se que S_2 não está completamente satisfeito com os resultados. No entanto, ao ser indagado sobre a possibilidade de encontrar os valores por cálculo, disse:

"Ter, tem, mas, para descobrir, seria muito difícil" e gravou o programa.

S_4, após haver tentado reduzir o mesmo valor (10) na largura e na altura, e lidar com diferenças, começou a tentar encontrar a largura do segundo prédio.

Colocou:

50 50

50 40

Testou, viu o quadrado e mudou, dizendo:

"Achei que, mantendo a mesma largura (para todos os prédios), daria".

"Não dá certo, o último ia ficar baixinho e gordo".

Voltou para a diferença encontrada entre as medidas no 1º prédio:

50 30

indagado sobre os próximos prédios, possivelmente lembrou-se do quinto (20 0) e abandonou as diferenças.

Chamou o programa e disse:

"Quero achar uma pista, é, não achei".

Colocou então os números:

50	35
40	30
30	25
20	20

diminuindo 10 entre cada altura, como fora pedido, e 5 em cada largura.

Testou o programa e percebeu:

"O primeiro é um retângulo e o último deu quadrado, tá errado".

Explicou, então:

"Pensei: se 10 não dá (diferença tirada das larguras) tirei 5 de cada (a diferença passou a -5) para ver.O último deu errado. Não saiu da mesma gordura".

Tentou reduzir 10 só no último prédio:

20	10

Indagado sobre se ficaria com a mesma relação, respondeu:

"Não, a proporção fica errada", usando adequadamente o termo proporção, não usado pelas observadoras e por nenhum outro sujeito. Descobriu, então, a existência de um valor constante, a ser reduzido nas larguras:

"Tem que diminuir o mesmo tanto em todos, para ter a mesma relação. Vou tentar 2, já foi 10 e 5 e não deu certo".

Colocou:

50	48
40	36 (e não 38)
30	...

"Não deu, o terceiro vai ficar desproporcional" (na realidade, todos ficariam desproporcionais).

Colocou:

50 34 e disse:

"Vou tentar 6".

Explicou:

"É a quantia que está entre o 10 e o 2 e não é o 5, que eu já tentei".

Colocou:

60 40 - 1º prédio

50 34 - 2º prédio

40 28 - 3º prédio

30 22 - 4º prédio

20 16 - 5º prédio

Testou, concluindo: *"Deu certo".*

"Mantém a mesma relação, olha, tirei a mesma quantia de todos, todos são retângulos, e tem a mesma distância entre eles (referindo-se a outra exigência da preparação do desafio)". Então, gravou o programa.

S_5 também tentou encontrar o valor a ser tirado da largura. Depois de haver experimentado tirar 10 tanto na largura como na altura, e de ter tentado lidar com a diferença 20 entre as duas dimensões do primeiro prédio , fez experiência com a largura por ensaio e erro.

Colocou no 2º prédio:

50 50 e disse:

"É um quadrado, não dá, achei que tinha dado".

Deu palpites ao acaso:

"É número ímpar, uma largura par, outra ímpar".

"Ah! não dá certo".

Tentou várias operações ao acaso, errando, inclusive, no cálculo de algumas.

Não pôde explicar as operações realizadas e abandonou-as. Finalmente, comentou:

"Tirando 5 não dá, 10 é muito".

"É tenho que tirar um número entre 10 e 5" (para a diferença entre as larguras).

Decidiu-se pelo 7, e explicou:

"Veio na cabeça", indicando o uso de ensaio e erro.

Corrigiu o programa, calculando os valores dos prédios:

60 40 - 1º prédio

50 33 - 2º prédio

40 26 - 3º prédio

30 19 - 4º prédio

20 12 - 5º prédio

Testou e disse:

"Acho que deu certo, tava perto do 5, né?"

"Alguma coisa eu tinha de tirar do 40 (largura do primeiro prédio), eu sabia, veio uma intuição para o 7 e deu certo".

E gravou o programa.

Percebe-se que S_2, S_4 e S_5 agiram por ensaio e erro. S_4 e S_5 chegaram a uma constante, 6 e 7, bastante próxima do valor calculado 6,66 ..... S_2 não conseguiu perceber que o número era uma constante.

3º GRUPO - Sujeitos que calculam as larguras em raciocínios que envolvem a operação de razão-proporção

Como se explicou na apresentação do desafio, existem vários cálculos que permitem a obtenção de valores corretos para as larguras dos prédios. Seguindo a mesma classificação da apresentação do desafio, temos:

1º MODO = descoberta da proporção entre as duas dimensões, por equivalência entre frações

Uma estratégia utilizada por alguns sujeitos foi encontrar a largura do segundo prédio trabalhando com equivalência de frações. S_1 e S_5 tentaram esse caminho, mas pensaram que a largura do primeiro prédio era a metade do segundo e abandonaram essa estratégia.

S_6, em certo momento, também se referiu a 1/3, possivelmente considerando que a altura era 1/3 maior que a largura, mas não continuou seu raciocínio.

S_3 iniciou o desafio, dizendo:

"O primeiro (prédio) tem 60 por 40".

"O prédio é um terço mais alto que a largura".

Explicou mais:

"A altura é 1/3 maior que a largura".

Perguntando se deveria dar números exatos, dividiu as alturas por três:

50/3 = 16,66

40/3 = 13,33

30/3 = 10

20/3 = 6,6

Colocou os valores do primeiro prédio:

40 16,66,

percebeu o erro imediatamente e disse:

"É errado, é duas vezes isso".

E multiplicou os valores encontrados anteriormente por 2, encontrando todas as larguras. Fez o programa e o gravou.

2º MODO = através de uma proporção obtida por regra de três simples

A outra estratégia utilizada por dois sujeitos (S_1, após realizar e abandonar o cálculo de razões, e S_6 desde o início) foi o uso da regra de três.

S_1 não parece conhecer de modo formal a existência de regra de três. Não usou o termo nem uma vez e lidou com os dados ao acaso. No entanto, indagado sobre o que ia fazer com os valores disponíveis, disse:

"Dividir um pelo outro e multiplicar", e começou a tentar:

$60 \div 50 \times 40 = 48$

$60 \div 40 \times 50 = 75$

$50 \div 40 \times 60 = 75$

Percebendo os resultados absurdos, nem os testou. Começou outros cálculos:

50/20 = 2,5 x 40 = 100

100/60 = 1,66 x 20 = 33,3

S_1 encontrou, por acaso, a largura do 2º prédio. Explicou parcialmente as contas que fez:

"Dividi 50 pela diferença de 60 e 40, e multipliquei por 40. Esse 33,3 deve ser a largura".

Não explicou o modo pelo qual realmente encontrou o 3,33:

100/60 = 1,666 x 20 = 33,3

Aliás, S_1 parece não saber por que fez esse cálculo. Não se mostrou seguro a respeito dos cálculos usados, ou do resultado obtido. Explicando por que considerava 33,3 como resultado correto, respondeu:

"Porque 50 e 30 é muito, deve ser um pouco mais de 30".

Solicitado a explicar como iria calcular a largura dos outros prédios, respondeu:

"Como vou conseguir? Vou tentar lembrar as contas".

Efetuou:

100/60 = 1,666 x .....

100/60 = 1,66 x 40

"Será que 100/50? É dois".

Vê-se que S_1 está tentando lidar com os dados que possui, quase ao acaso.

Fez outras contas, tentando o uso de razão e diferença, e voltou à montagem de contas que parecem referentes à regra de três, calculando:

100 ÷ 40 = 2,5

2,5 x 20 = 50

2,5 x 40 = 100

2,5 x 10 = 25

Para S_1, 25 devia ser o valor aproximado do segundo prédio.

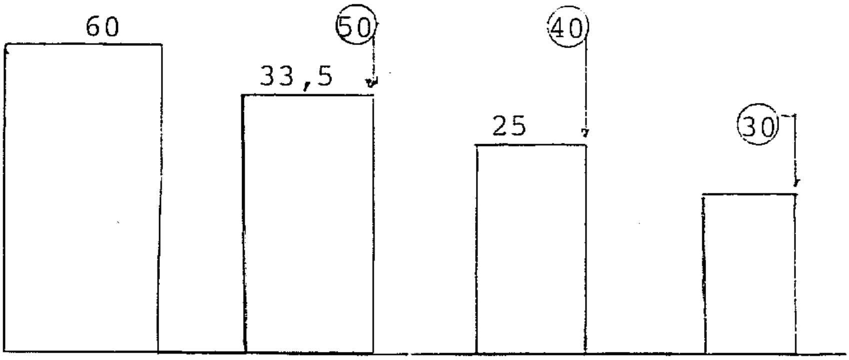
"100 não dá, olha! 25 é mais ou menos 20; pode experimentar?"

Colocou no programa:

50	40
50	33,3
40	25

Testou o programa e pareceu satisfeito.

Voltou a fazer cálculos ao acaso, julgando que a largura devia ser mais ou menos a metade da altura, e desenhou os prédios:



Voltou a trabalhar com razão e diferença, e fez uma regra de três correta, calculando a largura do quarto prédio: 40 x 30 ÷ 60 = 20. Apesar do resultado correto, S_1 parecia não saber lidar com regra de três, pois os cálculos anteriores não foram adequados e o cálculo para encontrar a largura do quinto prédio também não é adequado:

25	x	20 = 500	÷ 30	- 16,66
largura do 3º prédio		largura do 4º prédio	largura do prédio	

S_1 colocou no programa o resultado dos dois últimos prédios, ou seja:

60 - 40 - 1º prédio

50 - 33,3 - 2º prédio - valor correto por operação não explicada

40 - 25 - valor aproximado por regra de 3 inadequada

30 - 20 - valor correto - regra de três correta

20 - 16,6 - valor aproximado - regra de três inadequada

S_1 testou o programa, pareceu satisfeito e o gravou.

S_6 também trabalhou usando regra de três, mas, ao contrário de S_1, sabe o que é uma regra de três, e usou-a adequadamente no desafio 2, explicando que havia aprendido com o avô.

No entanto, no desafio 3, S_6 tentou 9 cálculos, sendo cinco de regra de três, três de porcentagem e um com diferenças, até chegar ao cálculo correto. Eis as tentativas de regra de três feitas por S_6, manipulando, de modo diferente a cada vez, os dados que possuía:

1ª tentativa:

60 —— 40

50 —— x

Encontrou o valor 48, e disse:

"É muito, deve ser mais ou menos 30".

Fez algumas tentativas com porcentagens e voltou à regra de três.

2ª tentativa: montou uma regra de três correta, mas errou na montagem dos cálculos

60 —— 40

50 —— x

Calculou:

60 x 50 ÷ 40 = 7, ...

e abandonou as contas.

3ª tentativa:

60 —— 40

x —— 50

Percebeu que montara a regra de três de modo errado. Tentou outra vez.

4ª tentativa:

60 —— 50

40 —— x

Também abandonou esta tentativa. Chegou à quinta tentativa.

5ª tentativa:

60 —— 40

50 —— x

Efetuou os cálculos:

40 x 50 ÷ 60 = 33,20, encontrando a largura real do primeiro prédio.

Aprendendo a lidar com a regra de três, encontrou, sem problemas, a largura dos outros prédios.

Tentou, então, encontrar o valor constante a ser tirado de uma largura, para conseguir a largura seguinte. Achou esse valor, diminuindo a largura do 3º prédio encontrada por ele da largura do 2º prédio:

$$\begin{array}{r} 33,20 \\ -\ \underline{26,40} \\ 6,8 \end{array}$$

Encontrou os valores dos prédios restantes por esse método. Percebeu que os valores são iguais aos encontrados por regra de três e gravou o programa.

3º MODO = encontrando-se a razão entre as duas dimensões do primeiro prédio e, a partir dessa razão, encontrando-se a largura dos outros prédios

A primeira escolha de S_1, antes de lidar com regra de três, foi trabalhar com razão e começou adequadamente, encontrando a razão entre as duas medidas do 1º prédio:

$$\frac{60}{40} = 1,5$$

Não sabendo lidar com a razão obtida, S_1 fez diversos cálculos de razão, encontrando, por exemplo, a existente entre as medidas do 2º prédio, se estas fossem 50 e 30, como pensara quando usou a diferença:

$$\frac{50}{30} = 1,6$$

S_1 voltou para a primeira razão e disse:

"Vou obter a largura do prédio dois, porque vou multiplicar a diferença (razão) que vai ser a largura",

e multiplicou 50 x 1,5.

Se soubesse usar a razão, teria dividido 50 ÷ 1,5, encontrando 33,3 (largura do 2º prédio).

Multiplicando 50 x 1,5 e percebendo o resultado absurdo, S_1 fez então diversas contas, encontrando diversas razões inadequadas em relação ao desafio:

60 ÷ 50 = 1,2

60 ÷ 30 = 2

60 ÷ 50 = 1,2 (repetindo).

S_1 abandonou seu cálculo de razões, passou para regra de três, mas retomou várias vezes o cálculo de razão.

4º MODO = descoberta da proporção entre as duas dimensões, por cálculo de porcentagem

S_6 intercalou seus cálculos de regra de três com três cálculos de proporções, com os quais não conseguiu obter os valores corretos. Foram estas as tentativas de S_6 com porcentagens:

1ª tentativa:

60 —— 50
100 —— x

Tentou, aí, uma porcentagem, mas não soube manipular os dados montados e multiplicou 60 x 100 e dividiu por 50, encontrando o valor 12. Os cálculos corretos poderiam levar a uma porcentagem que, manipulada adequadamente, poderia levar ao valor exato da largura dos prédios (modo 3b da apresentação).

2ª tentativa:

60 —— 100
50 —— x

S_6 continuou insistindo na porcentagem, montando os cálculos erradamente, ou seja,

60 x 50 ÷ 100 = 30

3ª tentativa, ainda lidando com porcentagem:

60 —— 30
x —— 100

Montou os cálculos:

60 x 100 ÷ 30 = 200 e percebeu o absurdo.

6.3.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS DO DESAFIO 3 À LUZ DOS OBJETIVOS DA PESQUISA

Analisando o sumário dos resultados obtidos, a partir dos protocolos dos sujeitos, à luz dos objetivos da pesquisa, foram considerados os aspectos que se seguem:

6.3.3.1 - O DOMÍNIO DA OPERAÇÃO RAZÃO-PROPORÇÃO

O uso do LOGO mostrou-se eficaz na identificação do domínio da operação de razão-proporção, operação a que se referia este desafio. Verificou-se que apenas S_3 apresentou o domínio dessa operação, resolvendo rapidamente o desafio por equivalência de frações, mesma estratégia usada por ele no desafio 2. Além disso, S_3 soube explicar seu raciocínio adequadamente.

A operação de razão-proporção parece estar instalando em S_1 e S_6, que, após tentativas com razão e regra de três (S_1), e com regra de três e proporção (S_6), conseguiram chegar a resultados aproximados (S_1) ou corretos (S_6). S_6 parece estar em um estádio mais desenvolvido que S_1 quanto à aquisição da operação de razão-proporção.

Os outros três sujeitos (S_2, S_4 e S_5), parecem não apresentar indícios da operação de razão-proporção, resolvendo o desafio, aproximadamente, por compensação.

S_4, que, no desafio 2, parece estar na fase de aqui sição da operação razão-proporção, neste desafio não apresenta indícios da mesma. Provavelmente, S_4 foi ajudado no desafio 2 pelos dados físicos do problema.

Como no desafio anterior, houve uma confirmação dos estudos piagetianos que apontam a compensação como infra-estrutura da razão-proporção e que afirmam que a proporção qualitativa antecede a quantitativa.

Foi possível perceber a não correspondência entre o domínio da operação e a idade, dentro da faixa etária dos sujeitos - 12 anos e 9 meses a 14 anos.

6.3.3.2 - A ANÁLISE DAS DIFERENTES ESTRATÉGIAS USADAS PELOS SUJEITOS

O desafio propicia uma variedade de estratégias em sua resolução. Alguns sujeitos, não dominando as relações numéricas de razão-proporção, usaram soluções por compensação. Entre as estratégias utilizadas pelos sujeitos que resolveram ou tentaram resolver o desafio em termos numéricos, encontram-se cálculos de razão, regra de três, equivalência de frações e porcentagem.

6.3.3.3 - O DESENVOLVIMENTO DA OPERAÇÃO RAZÃO-PROPORÇÃO

Quanto à influência do LOGO no desenvolvimento da operação de razão-proporção cabe considerar, inicialmente, duas diferenças do desafio

3 em relação aos dois anteriores. Em primeiro lugar, o desafio 3 refere-se a uma tarefa que pode ser realizada por outros meios, por exemplo,desenho, recortes, colagens. No entanto, todos os meios seriam bem mais lentos que o LOGO, principalmente considerando-se que os sujeitos estavam trabalhando com um procedimento com variáveis; neste caso, substituir uma tentativa por outra significava apenas testar dois novos números no programa, um correspondendo à altura e outro, à largura.

O segundo ponto de diferença entre o desafio 3 e os anteriores refere-se ao fato de que, nos desafios anteriores, os resultados eram conclusivos, ocorria colisão entre as duas tartarugas, as duas tartarugas atravessavam, ao mesmo tempo,a linha de chegada. No desafio 3, o resultado — prédios com dimensões proporcionais — dependia de uma avaliação visual feita pelo sujeito. Acredita-se que essas diferenças tenham contribuído para um menor uso do LOGO. No entanto, verificou-se que o LOGO foi muito usado por três sujeitos (S_2, S_4 e S_5), exatamente os que não apresentavam indícios da operação de razão-proporção, conseguindo a compensação por ensaio e erro, possivelmente pela facilidade propiciada pelo LOGO na repetição das tarefas.

6.4 - DESAFIO 4

6.4.1 - APRESENTAÇÃO DO DESAFIO 4

O quarto desafio refere-se ao domínio da operação de combinação.

Na preparação deste desafio, pede-se ao sujeito que, usando os recursos do LOGO, coloque cinco tartarugas a 20 passos uma da outra, a partir do ponto [-80 -60] . Depois, que mude cada uma das cinco tartarugas por uma das cinco primeiras figuras disponíveis no HOT-LOGO, ou seja:

fig. 5

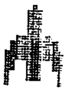


fig. 4

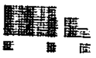


fig. 3

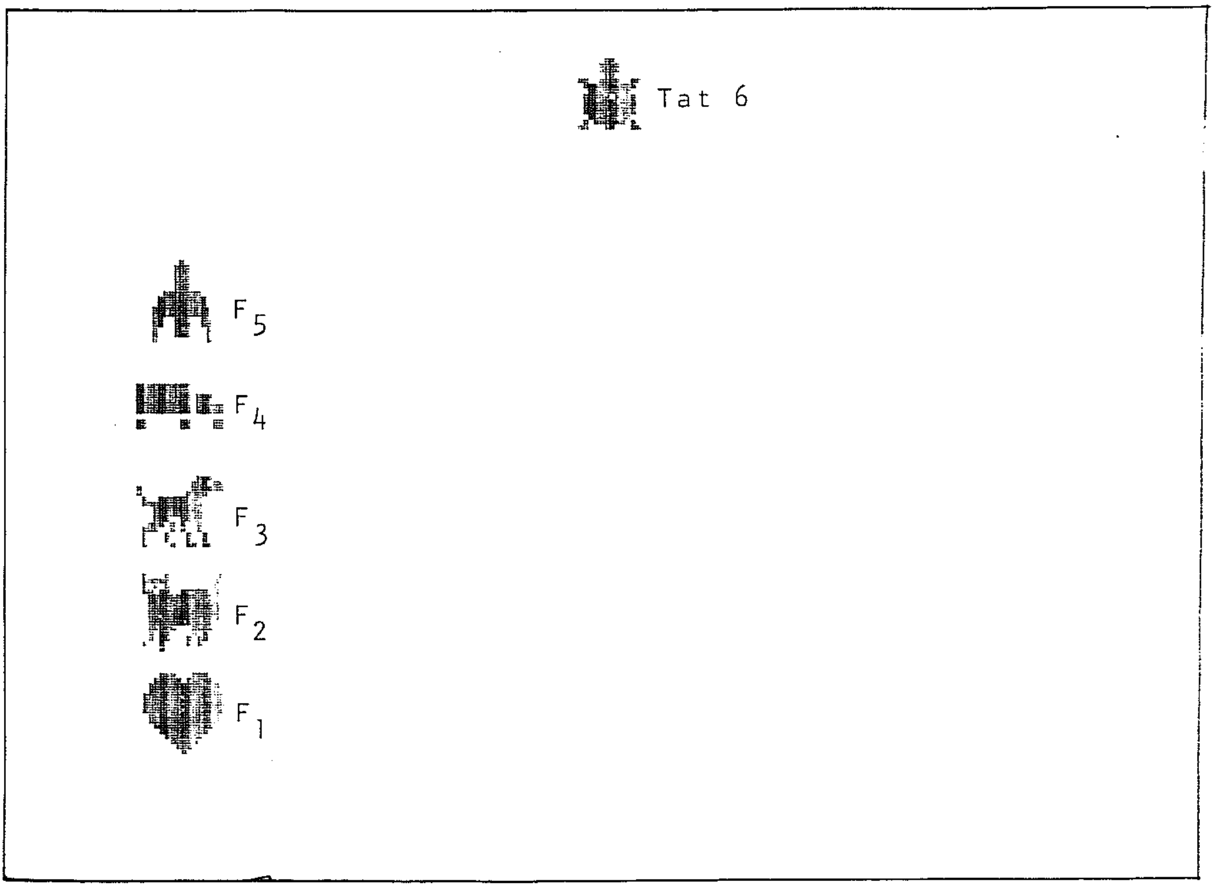
fig. 2

fig. 1

e carimbe as figuras na posição em que estão. A seguir, ainda na preparação, pede-se ao sujeito que coloque uma sexta tartaruga na posição [0 80] . Essa tartaruga é que irá movimentar-se, carimbando as figuras, conforme as necessidades do desafio.

Em um segundo momento da preparação, pede-se ao sujeito que, usando variáveis, elabore um único procedimento que coloque a tartaruga na posição adequada, tanto no eixo do x como no do y, mude sua figura e a carimbe.

Assim, ao fim da preparação, teremos a tela como se segue.



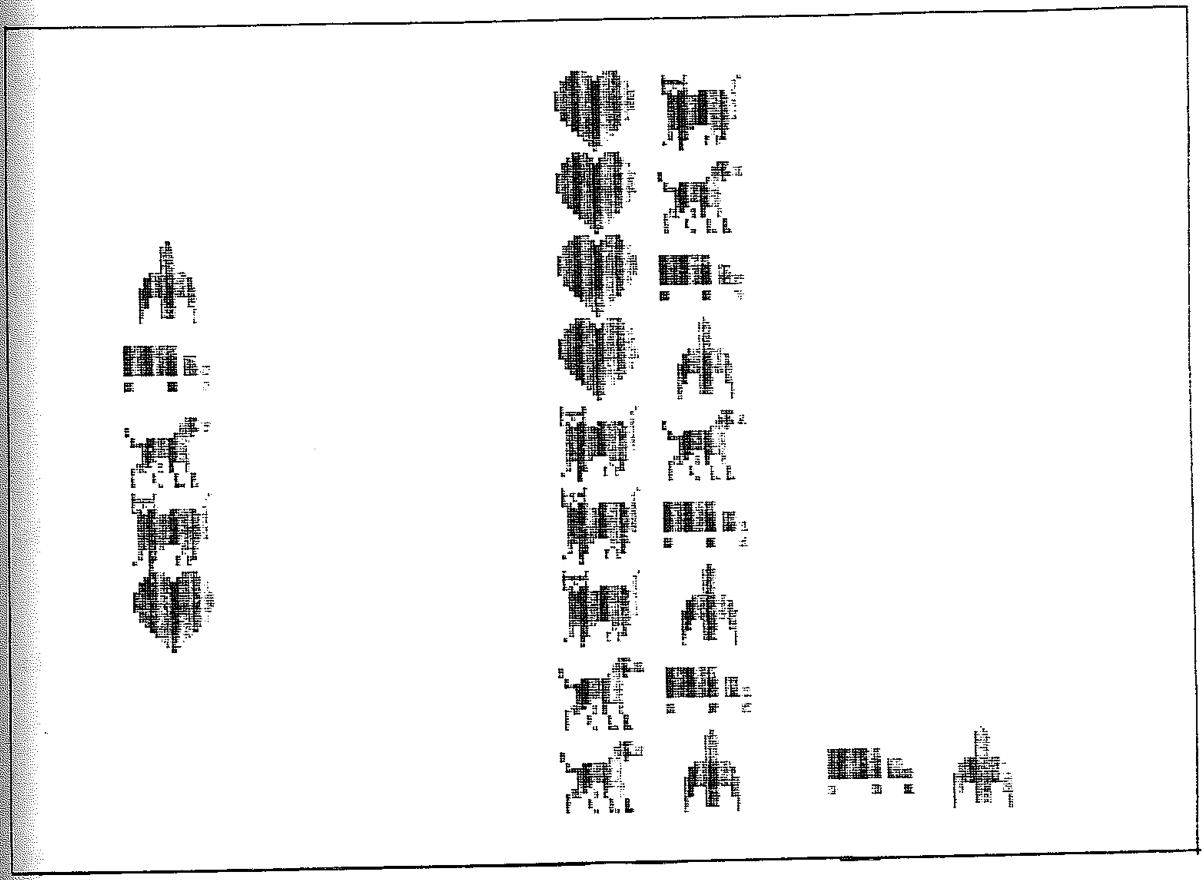
No desafio propriamente dito, pede-se ao sujeito que forme tantos pares quanto for possível com as cinco figuras, sem repetir a figura para fazer um par e sem considerar pares que representem apenas a inversão das figuras de um par já existente.

Este desafio consiste em descobrir um sistema que leve a todos os pares possíveis, geralmente o seguinte:

Figuras

1,2			
1,3	2,3		
1,4	2,4	3,4	
1,5	2,5	3,5	4,5

Tais pares, usando o procedimento com variáveis, devem ser carimbados, cada figura 20 passos à direita da outra, cada par 20 passos abaixo do anterior, de modo que, ao fim do desafio, a tela se apresente como se segue.



---

* O décimo par teve que ser colocado ao lado, pois não coube na tela.

6.4.2- APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DOS PROTOCOLOS DOS SUJEITOS REFERENTES AO DESAFIO 4

Os resultados constantes nos protocolos dos seis sujeitos referentes ao desafio 4 foram sumarizados, considerando-se vários aspectos.

6.4.2.1 - TENTATIVA DE ENCONTRAR O NÚMERO DE PARES A SER FORMADO

O primeiro aspecto refere-se à tentativa ou não de prever o número de pares a ser formado. Tal tarefa não foi solicitada, mas um dos sujeitos (S_6) tentou realizá-la.

Supôs:

"São doze pares!"

Começou a explicar:

"3 x 4", e abandonou a explicação.

Continuou:

"Vai dar 20 figuras... 5 x 4 ..." abandonou essa hipótese e partiu para outra:

"Cada figura pode combinar 4 vezes, e, sem inverter as figuras, dá 16. Tira 4 de 20".

Não satisfeito, tentou outra explicação:

"Vai dar 15 pares. Subtraí 5, que é um de cada um, para não repetir".

Indagado por que,montou os pares em uma folha e disse:

"Oh! deu 10!"

"Cada combinação abaixa um".

O sujeito 1 não tentou prever o número de pares espontaneamente, mas, indagado sobre o mesmo, respondeu:

"São 10, acho que o par é duas figuras, e são cinco figuras para fazer, então 5 x 2 = 10".

Vê-se que S_6 e S_1 não têm meios cognitivos para prever o número de pares possíveis, pois S_6 tentou raciocinar chegando, no final, a uma conclusão correta, mas sem acertar o número, e S_1 acertou o número por acaso, a partir de um raciocínio inadequado.

6.4.2.2 - CONSTRUÇÃO DAS COMBINAÇÕES

S_6, após tentar prever o número, e os outros sujeitos, desde o início, dedicaram-se a fazer as combinações. Alguns sujeitos fizeram as combinações no papel, ou apenas apontando, na tela, para depois fazer os programas (S_1, S_4 e S_6), enquanto outros sujeitos fizeram os pares diretamente no computador (S_2, S_3 e S_5).

Todos os sujeitos, exceto S_5, realizaram rapidamente as combinações possíveis, utilizando todos o mesmo sistema, ou seja, o mesmo usado na apresentação do desafio.

6.4.2.3 - EXPLICAÇÃO DO SISTEMA UTILIZADO

Alguns sujeitos apenas escreveram as combinações ou apontaram para as figuras na tela (S_1 e S_6). Outros sujeitos explicaram verbalmente como conseguiram as combinações.

S_2 fez algumas combinações, entremeadas com explicações, e, no final, verbalizou:

"O coração (fig. 1) tem que fazer par com o gato, o cachorro, etc. Ele vai com todas as figuras, não vai repetir".

"Aí vem o gato com as outras figuras, excluindo o coração".

"Elimina o gato e o coração, e o cachorro vai com as outras figuras, e assim por diante".

S_3, depois de montar todos os pares diretamente no LOGO, interrogado sobre o sistema que usou, respondeu:

"Comecei do 1º (1ª figura) e fui fazendo par com as outras. Depois peguei o 2º (2ª figura) e fiz par com todos os outros, menos com o que eu tinha feito. Depois peguei a 3ª figura e fiz par com as outras, menos os que eu já tinha feito. Depois peguei o 4º (4ª figura) e fiz par com a única figura que eu ainda não tinha feito".

S_3 acompanhou suas explicações com a citação dos pares feitos em cada momento.

S_4, após escrever todas as combinações possíveis, explicou:

"Peguei o 1

com 1 não pode

1 com 2

1 com 3

1 com 4

1 com 5

Peguei o 2

2 com 1 já foi

2 com 2 não pode

2 com 3

2 com 4

2 com 5"

e, seguindo esse raciocínio, explicou todos os seus pares. Os cinco sujeitos (S_1, S_2, S_3, S_4 e S_6) que acharam todos os pares possíveis usando um sistema lógico demonstraram, verbalizando ou gravando o programa, a certeza de que haviam encontrado todos os possíveis pares.

S_1:

"Agora não pode descer (mostrando a tela), senão repete. Já foi tudo".

"Já fez par com todos, não pode repetir".

S_2:

"Acabou! Não tem mais pares possíveis".

S_3, S_4 e S_6 acabaram o programa e se dispuseram a gravá-lo, não deixando dúvidas de que consideravam o mesmo terminado.

S_5 não pareceu ter um sistema coerente de organizar os pares. Fez os pares ao acaso, ou por critérios totalmente inadequados. Exemplos:

"O cachorro fica bonitinho com o gatinho".

"Já tem muito coração".

O único critério utilizado algumas vezes por S_5 foi o de, obtido um par ao acaso, inverter as figuras deste, para fazer o outro par.

Após três pares, começou a ter dificuldades em fazer outros sem repetição. Fez todos os pares usando o LOGO, e foi tirando os repetidos. Usou esse processo repetidas vezes, até obter os dez pares. Ficou, então, algum tempo tentando fazer mais pares, até concluir que já conseguira todos.

Após a obtenção dos dez pares, perguntado sobre um sistema mais adequado de consegui-los sem repetições, ficou muito tempo pensando e apontou na tela:

1 2

1 3

1 4

e assim por diante, de modo adequado.

6.4.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS DO DESAFIO 4 À LUZ DOS OBJETIVOS DA PESQUISA

Analisando o sumário dos resultados obtidos, a partir dos protocolos dos sujeitos, à luz dos objetivos da pesquisa, foram considerados os aspectos que se seguem.

6.4.3.1 - O DOMÍNIO DA OPERAÇÃO DE COMBINAÇÃO

O LOGO mostrou-se eficaz na identificação do domínio desta operação.

Verificou-se que cinco dos seis sujeitos apresentaram perfeito domínio da operação de combinação, sabendo, inclusive, explicar o raciocínio usado. S_5 não dominava ainda a operação de combinação, mas parece que a operação começava a se instalar, pois conseguiu encontrar o sistema adequado, depois do uso de ensaio e erro.

Os cinco sujeitos que dominavam a combinação usaram todos o mesmo sistema, ou seja, o que Piaget aponta como o utilizado por crianças na fase lógico-formal.

Quanto a S_5, além de, inicialmente, não usar o mesmo sistema que os outros sujeitos, demonstrando não dominar a operação, parece ter agido mais por acaso ou por critérios inadequados, em lugar de usar o sistema apontado por Piaget como o mais freqüentemente utilizado por crianças da fase operatório-concreta, que ainda não possuem o domínio da combinação. Segundo o autor, tais crianças iniciam, quase sempre, por cinco pares:

1	2
2	3
3	4
4	5
5	1

antes de começarem a tentar encontrar outros.

Piaget considera esse estádio como um "estádio de procura de um sistema", em contraposição ao estádio I, a que chama estádio de "combinações empíricas", comum aos sujeitos da fase semiótica, ou ao estádio III, de "descoberta do sistema", comum à fase operatório-formal.

Como nos desafios anteriores, não houve correspondência entre o domínio ou não da operação de combinação e as idades dos sujeitos.

6.4.3.2 - AS DIFERENTES ESTRATÉGIAS USADAS PELO SUJEITO

Todos os sujeitos que dominam a operação usaram o sistema descrito como o esperado, por Piaget.

6.4.3.3 - O DESENVOLVIMENTO DA OPERAÇÃO DE COMBINAÇÃO

A utilização da linguagem LOGO para implementação dos testes de Piaget relacionados à operação de combinação parece ter propiciado poucos recursos além dos obtidos com materiais concretos. O LOGO parece haver contribuído simplificando a tarefa (por exemplo, a não necessidade de se obter ou de manipular muitas fichas de cores diversas) e sendo mais atraente para o sujeito da fase lógico-formal, devido a detalhes da programação.

Verificou-se que alguns sujeitos fizeram as combinações mentalmente ou no papel, só depois construindo o programa (S_1,S_4 e S_6). Outros sujeitos, apesar de usarem o LOGO desde o começo, não pareciam ter necessidade do mesmo (S_2, S_3). O LOGO parece ter tido influência real apenas no desempenho de S_5, que, em suas inúmeras tentativas, voltava às figuras, fazia e desfazia o programa, até conseguir cumprir a tarefa. Como S_5 constituía o único sujeito que não apresentava domínio da combinação, pode-se considerar que o LOGO, por sua facilidade de manuseio e interesse, contribuiu para que S_5 chegasse finalmente a um resultado adequado e conseguisse verbalizar um sistema correto.

6.5 - DESAFIO 5

6.5.1 - APRESENTAÇÃO DO DESAFIO 5

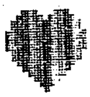
O quinto desafio refere-se à operação de permutação.

Na preparação desse desafio, pede-se ao sujeito que, usando os recursos do LOGO, coloque três tartarugas a vinte passos uma da outra, a partir do ponto [-80 -60] . Depois, que mude cada tartaruga para cada uma das três primeiras figuras disponíveis no HOT-LOGO, ou seja:

fig. 3

fig. 2

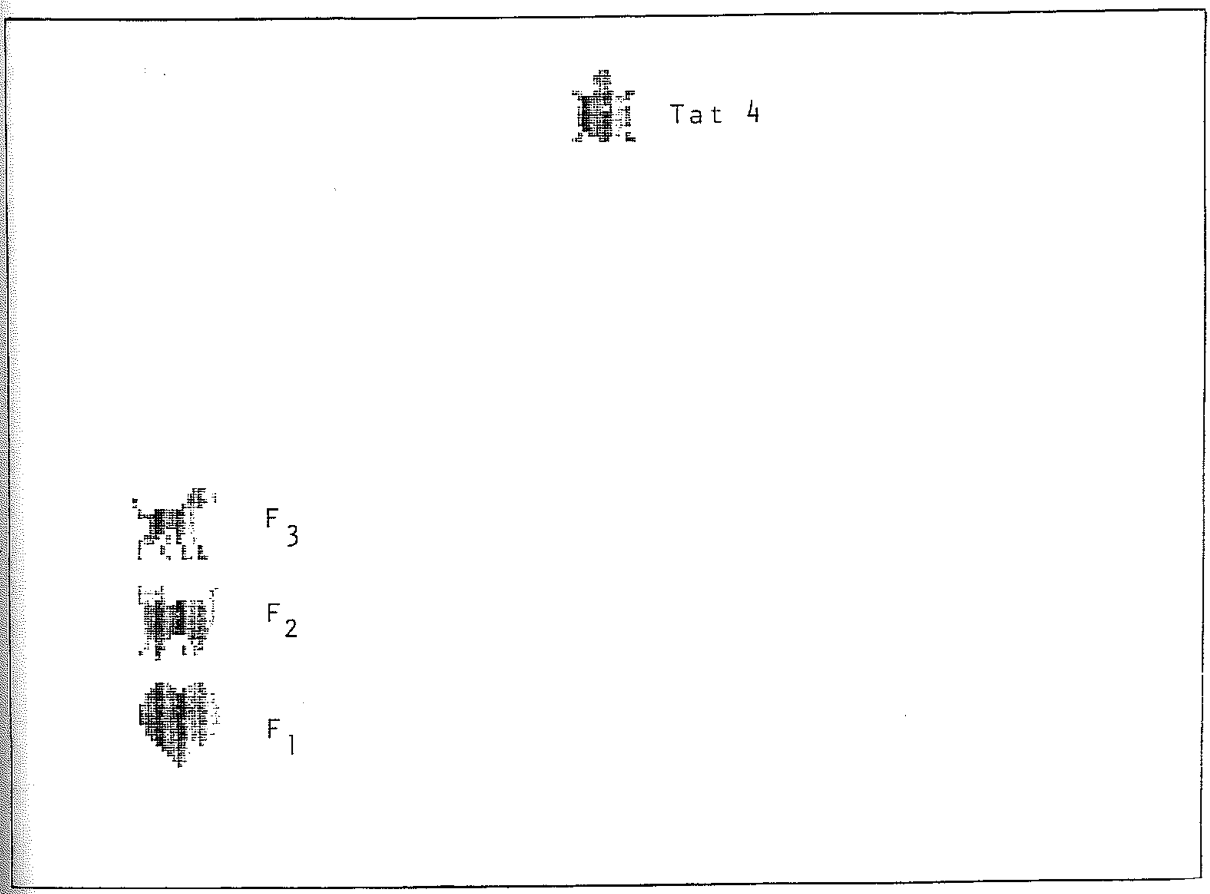
fig. 1



e carimbe as figuras na posição em que estão. A seguir, pede-se ao sujeito que coloque uma quarta tartaruga na posição [0 80] . Essa tartaruga é que irá movimentar-se, carimbando as figuras, conforme as exigências do desafio.

Em um segundo momento, as instruções da preparação pedem ao sujeito que carregue o programa com variáveis, elaborado no desafio quatro, para que possa usá-lo também no desafio 5.

Ao fim da preparação, temos a tela como se segue.

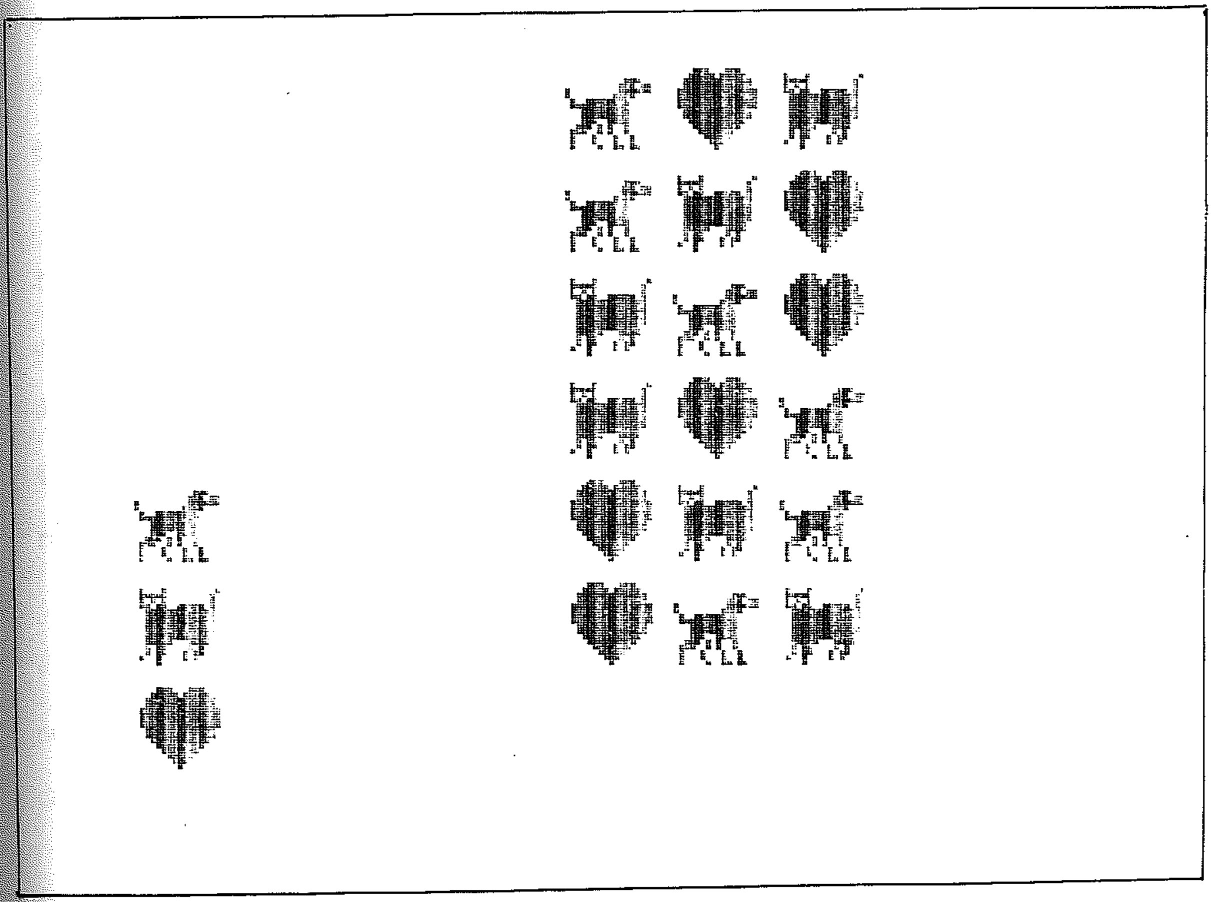


No desafio propriamente dito, pede-se ao sujeito que forme tantas permutações diferentes quantas for possível, por meio da troca de posição das figuras.

Este desafio consiste em descobrir um sistema que leve a todas as ordens possíveis das figuras, geralmente o seguinte:

Figuras:
1 2 3
1 3 2
2 1 3
2 3 1
3 1 2
3 2 1

Tais permutações, usando os procedimentos com variáveis, serão carimbadas, cada figura 20 passos à direita da outra e cada permutação 20 passos abaixo da anterior, de modo que, ao fim do desafio, teremos a tela como se segue.



6.5.2 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DOS PROTOCOLOS DOS SUJEITOS REFERENTES AO DESAFIO 5

Os resultados constantes nos protocolos dos seis sujeitos referentes ao desafio 5 foram sumarizados, considerando vários aspectos.

6.5.2.1 - TENTATIVA DE PREVER O NÚMERO DE PERMUTAÇÕES POSSÍVEIS

O primeiro aspecto a ser considerado é a tentativa espontânea de prever o número de permutações possíveis antes de começar a trabalhar com as mesmas. Apenas S_1 fez tal tentativa:

"Vai dar mais do que no par (desafio 4), vai ser três combinações com gato no meio. Porque antes não podia inverter, agora pode, vai ser mais ou menos nove". Apesar de dizer que iriam ocorrer, no desafio 5, mais permutações que no 4, S_1 citou nove permutações, sabendo que, no desafio 4, ocorreram 10 combinações.

Sem conseguir uma precisão correta, S_1 ora imaginava um número muito grande de permutações, ora um número menor. Citou várias permutas possíveis e disse: *"Ih... Não vai caber na tela"*. Voltou atrás. *"Vai, sim! Acho que vai, sim!"*

Acabou por não conseguir prever o número exato de permutações.

6.5.2.2 - CONSTRUÇÃO DAS PERMUTAÇÕES

Outro aspecto a ser considerado nesta apresentação refere-se à dificuldade ou não de encontrar as seis permutações, que só foi observada em S_5. Os outros sujeitos fizeram rapidamente as seis permutações.

6.5.2.3 - SISTEMAS USADOS E SUA EXPLICAÇÃO

Quanto ao sistema usado pelos sujeitos, três deles (S_2, S_3 e S_6) usam o sistema considerado por Piaget o mais adequado à fase operatório-formal. Tal sistema, como já se explicou, consiste em usar cada figura duas vezes consecutivas como a primeira figura, e inverter a posição das duas outras.

Os três sujeitos explicaram o sistema usado.

S_2 disse:

"Eu vou fazer com o coração (fig. 1) no canto (1º da ordem), para conseguir outra permutação. Todas as combinações com coração: Coração, gato, cachorro - depois inverti a ordem: coração, cachorro e gato".

1 2 3 - 1 3 2

Continuou:

"Gato (fig. 2) no canto. Todas as combinações com gato".

2 1 3 2 3 1

"Só tem mais um canto possível. Cachorro no canto, todas as combinações com cachorro".

S_3 fez todo o programa corretamente, e depois explicou:

"Cada vez eu ia usando uma figura primeiro e variando a ordem dos outros dois".

E mostrou na tela o que explicou.

S_6 explicou:

"Variei o 1º (1ª figura) com os outros, o 2º com os outros, o 3º com os outros".

"Todos estão mudando de lugar, de um lugar para outro, sem repetir assim, oh!"

E mostra na folha.

1 2 3   2 3 1   3 2 1
1 3 2   2 1 3   3 2 1

mostrando a inversão das duas últimas, em cada dupla.

S_4 explicou seu mecanismo como se o mesmo fosse igual ao dos sujeitos anteriores, no entanto ele não manteve as permutações com a mesma figura inicial em seqüência, chegando às mesmas seis permutações dos três sujeitos anteriores em seqüência diferente.

"Cada 1º item da ordem (1ª posição) tem de ter duas fileiras começando com a mesma figura, e trocando as outras duas figuras avulsas".

Solicitado, explicou mais, mostrando na tela.

"Primeiro cachorro
primeiro gato
primeiro coração
depois inverte" (as outras duas figuras).

Seu programa, no entanto, ficou assim:

1 2 3
3 2 1
2 1 3
1 3 2
3 1 2
2 3 1

S_1 pareceu não usar um sistema único para fazer as permutações.

Fez as duas primeiras permutas pelo sistema usual:

1 2 3
1 3 2

depois começou com a figura 2 a terceira permuta, mas inverteu todas as três figuras para conseguir a quarta permuta.

2 1 3

3 1 2

Fez as permutações seguintes:

2 3 1

3 2 1

No entanto, solicitado a explicar, S_1 mostrou ter tentado um sistema pouco usual, sem conseguir usá-lo todo o tempo.

"Só dá duas combinações com o coração,
colocar: dois no meio
dois no começo
dois no fim,
o mesmo com gato e cachorro".

S_1 tentou explicar que cada figura apareceria duas vezes em cada posição (começo, meio e fim).

Interrogado sobre se seu sistema havia dado certo, respondeu:

"Mais ou menos certo!"

"O coração deu certo (começo, meio e fim). O gato e cachorro já estão, só que não é na ordem". E mostrou as figuras:

coração

$\boxed{1}$ 2 3   2 $\boxed{1}$ 3   2 3 $\boxed{1}$

$\boxed{1}$ 3 2   3 $\boxed{1}$ 2   3 2 $\boxed{1}$

começo   meio   fim

Parece que S_5 fez, em cada dupla de permutações, a primeira permutação por acaso, invertendo, então, a mesma, para encontrar a segunda permutação da dupla

3 1 2	1 3 2	3 2 1
2 1 3	2 3 1	1 2 3

No entanto, S_5, a partir das três primeiras permutações, pareceu ter dificuldade de encontrar novas, demonstrando insegurança.

Em um momento:

"Deixa eu ver, que vou fazer agora?"

"Essa eu já fiz".

"Deixa eu ver, qual tá faltando?"

Depois da quinta permuta:

"Acho que não tem mais jeito".

Por insistência da observadora, procurou mais e encontrou a sexta permutação.

Quatro sujeitos (S_2, S_3, S_4 e S_6) demonstraram certeza de que não havia mais permutações possíveis, e dois não (S_1 e S_5).

S_2:

"São só 6, parece-me" e gravou o programa.

S_3 acabou de teclar o programa e o gravou, sem demonstrar insegurança quanto ao número obtido.

S_4, indagado sobre se haviam acabado as permutações possíveis, afirmou:

"Sim. Vai ter mais só se repetir".

S_6, indagado sobre se havia mais permutações possí veis, negou:

"Não. Já esgotou".

"Tem jeito só se for repetindo as figuras".

S_1 e S_5 não demonstraram ter certeza de terem feito todas as permutações possíveis.

S_1, após fazer as seis permutas, consultou a tela repetidas vezes e disse:

"Agora é o gato na frente... já tem o gato... não adianta, agora o gato no final... já tem, no meio... já tem. Então não tem mais jeito".

Essa conclusão, obtida só depois de muitas tentativas, demonstra que S_1 realmente não tem confiança no sistema que adotou para fazer as permutas.

S_5, além de fazer tentativas e verificar se estas já existiam, desde a terceira permuta obtida, continuou, após obter todas as permutas:

"Achei mais uma: gato, coração, cachorro".

"Ah! Não, já tinha feito. Acho que não tem mais não. Espera aí, tem sim. Tem não".

Solicitado a explicar um sistema para a realização das permutas que não admitisse dúvidas, disse:

"Pego o 1º (1ª permutação)

1 2 3 e inverto

3 2 1".

Fez a segunda dupla de permutação:

2 3 1

2 1 3

já obedecendo a outro critério, e se confundiu:

"Eu sei que tem outra forma. Deve ter, mas eu não descobri".

"Acho que esses bichinhos... tem mais".

"Não, acabou".

"São 6, pensei que fossem 7".

6.5.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS DO DESAFIO 5 À LUZ DOS OBJETIVOS DA PESQUISA

Analisando o sumário dos resultados obtidos a partir dos protocolos dos sujeitos, à luz dos objetivos da pesquisa, foram considerados os aspectos que se seguem.

6.5.3.1 - O DOMÍNIO DA OPERAÇÃO DE PERMUTAÇÃO

Com referência ao domínio da operação de permutação, verifica-se que quatro dos seis sujeitos (S_2, S_3, S_4 e S_6) apresentam domínio da operação. É possível que tal domínio não esteja completo em S_4. Esses sujeitos, além de dominarem a operação, sabem explicar o raciocínio utilizado.

S_1 e S_5 ainda não dominam a operação de permutação, parecendo que S_1 se encontra mais adiantado nessa aquisição que S_5.

Quanto ao sistema utilizado pelos sujeitos que dominam a operação, observa-se o mesmo que se viu no desafio quatro, ou seja, os quatro sujeitos que apresentaram domínio da operação não só usaram o mesmo sistema, como confirmaram o apontado por Piaget como sendo o sistema usual em crianças da fase lógico-formal. Em relação à operação de permutação, essas crianças estão no estádio III, que é denominado por ele "estádio de descoberta do sistema".

Os outros dois sujeitos (S_1 e S_5), que não dominam a operação de permutação, parecem estar no estádio II de Piaget, ou "estádio de descoberta empírica de sistemas parciais".

6.5.3.2 - AS ESTRATÉGIAS USADAS PELO SUJEITO

Como no desafio anterior, todos os sujeitos que dominam a operação de permutação usaram o sistema citado por Piaget como o comum nesta fase.

6.5.3.3 - O DESENVOLVIMENTO DA OPERAÇÃO DE PERMUTAÇÃO

A implementação no computador, através da linguagem LOGO, dos testes de Piaget relacionados à operação de permutação parece ter propiciado poucos recursos além daqueles obtidos com materiais concretos. No entanto o LOGO parece haver contribuído pela simplicidade na manipulação dos elementos por simulação, bem como por sua capacidade de motivação.

Além disso, o LOGO parece ter sido útil para S_1 e S_5, que consultavam a tela repetidamente, ou seja, os sujeitos que não dominavam ainda a operação de permutação parecem ter feito um uso produtivo do LOGO. 2.4

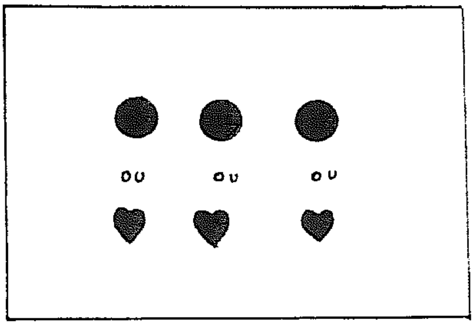
6.6 - DESAFIO 6

6.6.1- APRESENTAÇÃO DO DESAFIO 6

O sexto desafio refere-se ao domínio da operação de probabilidade.

Na preparação desse desafio, pede-se ao sujeito que, usando os recursos do LOGO, ative três tartarugas e faça com que cada uma delas mude de figura, sorteando até dois, isto é, podendo assumir a forma da figura 0 do HOT-LOGO (círculo) ou da figura 1 (coração). Pede-se, também, ao sujeito que faça dois sorteios, anotando as combinações obtidas.

Assim, ao fim da preparação, temos a tela como se segue.



No desafio propriamente dito, pede-se ao sujeito que:

I - Descubra todas as combinações* possíveis, preenchendo um quadro como o que se segue:

Combinações possíveis	Ocorrências possíveis			Freqüências**
	Tat 1	Tat 2	Tat 3	
1				
2				
.				
. .				

Depois de o sujeito preencher o quadro, são-lhe apresentadas diversas perguntas, o que não impede que a observadora, orientada pelas respostas do sujeito, faça outras perguntas.

As questões apresentadas ao sujeito foram as que se seguem.

---

* O termo "combinações" é utilizado neste desafio em seu sentido usual e não se referindo à operação de combinação. O termo técnico adequado "arranjos" é desconhecido dos sujeitos.

** A coluna referente às freqüências será preenchida no item IV.

II - Analisando o quadro preenchido, responda:

a) Quantas combinações diferentes ocorreram no quadro?

b) Se você fizer oito sorteios (número de combinações conseguidas pelo sujeito), quantas vezes você espera obter:

1. três figuras iguais?
2. duas figuras iguais e uma diferente?
3. combinações com apenas um coração?

c) Se você fizer apenas um sorteio, qual a probabilidade (chance) de saírem:

1. três figuras iguais?
2. duas figuras iguais e uma diferente?
3. combinações com apenas um coração?

III - Usando o observador "quando 1", realize oito sorteios.

IV - Anote, ao lado do quadro, quantas vezes cada combinação de figuras apareceu.

Responda:

a) Todas as combinações possíveis ocorreram?

b) As combinações que ocorreram, fizeram-no com o número de vezes esperado?

c) Como você explica os resultados obtidos?

V - Responda:

a) Em 16 sorteios, quantas combinações com três figuras iguais você espera obter?

b) Se você fizer 16 sorteios, em cada sorteio, qual a probabilidade de conseguir três figuras iguais?

c) E em 32 sorteios, qual é a probabilidade de obter três figuras iguais, em cada sorteio?

d) E em 64 sorteios, qual a probabilidade de obter três figuras iguais em cada um?

e) O que você está notando em relação às probabilidades de um acontecimento em 8, 16, 32 e 64 sorteios?

As soluções possíveis para o desafio 6 são:

I - O sujeito deverá preencher um quadro contendo 8 combinações diferentes das figuras, sendo que a ordem das combinações não importa. O quadro seria como o seguinte, por exemplo:

Combinações possíveis	Ocorrências possíveis			Freqüências
	Tat 1	Tat 2	Tat 3	
1	○	○	○	
2	○	○	♡	
3	○	♡	○	
4	♡	○	○	
5	♡	♡	○	
6	♡	○	♡	
7	○	♡	♡	
8	♡	♡	♡	

II - a) 8

b) 1 - 2

2 - 6

3 - 3

c) 1 - 2/8 ou 1/4

2 - 6/8 ou 3/4

3 - 3/8

III - Realizar oito sorteios com o observador "quando 1".

IV - Anotar as freqüências no quadro referente ao item 1:

a e b) Variando de sujeito para sujeito e dependendo das freqüências obtidas.

c) Devido ao acaso que rege os sorteios.

V - a) 4 (2 em 8, 4 em 16)

b) 4/16 ou 1/4

c) 8/32 ou 1/4

d) 16/64 ou 1/4

e) A probabilidade de cada sorteio se mantém a mesma, independente do número de sorteios.

6.6.2 - SUMÁRIO DOS PROTOCOLOS DOS SUJEITOS REFERENTES AO DESAFIO 6

O sumário dos protocolos dos seis sujeitos referentes ao desafio 6 será feito obedecendo aos cinco itens a que se refere o desafio. Em decorrência das respostas muito semelhantes, devido às características do desafio, serão citados apenas exemplos das respostas dos sujeitos em cada questão.

6.6.2.1 - CONFECÇÃO DO QUADRO DE COMBINAÇÕES

O primeiro item pede ao sujeito a confecção de um quadro com todas as combinações possíveis decorrentes de um sorteio de três figuras, cada uma delas com duas possibilidades de ocorrência (○ ou ♡). Para construir tal quadro, o sujeito deve ser capaz de efetuar arranjos, operação matemática síntese das operações de combinação e permutação.

Dos seis sujeitos, cinco (S_1, S_2, S_3, S_4 e S_6) montaram o quadro sem problemas, apesar de S_1, antes de analisar a situação específica de sorteio (arranjo), prender-se aos desafios 3 e 4 e perguntar:

"Pode repetir?"

"Pode mudar a ordem?"

Os cinco sujeitos seguiram sistemas diferentes para organizar o quadro de combinações. S_5 fez as combinações por ensaio e erro, e chegou apenas a sete combinações. Só depois de várias questões respondidas é que S_5 percebeu a possibilidade de uma oitava combinação.

6.6.2.2 - ENCONTRO DAS FREQÜÊNCIAS ESPERADAS E DAS PROBABILIDADES DE UM ACONTECIMENTO

O item II do desafio referiu-se ao encontro das freqüências esperadas para tipos diferentes de acontecimentos, assim como das probabilidades dos mesmos acontecimentos.

A primeira pergunta (II-a): quantas combinações diferentes ocorreram no quadro? foi respondida corretamente por todos os sujeitos, tendo S_5 respondido "sete" em lugar de "oito" devido a ter feito um quadro incompleto, o que era esperado pois S_5 não domina as operações de combinação e permutação.

O desafio II-b refere-se ao encontro das freqüências esperadas de certos acontecimentos, obtidas por análise do quadro de combinações.

As três questões - b1, b2 e b3 - diferem apenas quanto ao acontecimento considerado, sendo que a escolha de três acontecimentos diferentes se deu para oferecer maior oportunidade ao sujeito de refletir.

S_1, S_3 e S_6 responderam adequadamente às três questões do item II-b, referindo-se, em suas explicações, ao quadro de combinações, e demonstrando, assim, sua correta interpretação da questão e do quadro. S_1, respondendo a b1 (freqüência esperada de três figuras iguais:

"Acho dois, porque, nas combinações, eu achei dois

assim..." (contou no quadro de combinações).

S_6, respondendo a b2 (freqüência esperada de duas figuras iguais e uma diferente), olhando o quadro, explicou:

"São seis, tirando as vezes (duas) das três iguais, já que são três (três figuras), todas vão aparecer".

S_3 respondeu às três perguntas corretamente, apenas mostrando, no quadro, as combinações adequadas à questão.

S_2, apesar de se ter enganado na resposta à questão b1, por tomar como referência os sorteios feitos, acertou as outras questões, dando explicações corretas.

S_4 e S_5 não conseguiram responder às questões do item b.

Em b1, S_4 tomou como referência não o quadro de combinações, mas os sorteios feitos na preparação.

S_4 perguntou:

"O computador pode repetir? Então é duas ou três vezes. Depende do sorteio do computador".

S_4, em b2 e b3, e S_5, nas três questões, pareceram não ter noção de como obter as freqüências esperadas, respondendo ao acaso.

S_4 explicou em b2:

"Umas cinco vezes. É mais fácil repetir figuras".

S_5 em b3:

"Sei lá, depende do computador, da sorte. Pode aparecer 7, 2, 3, o que o computador escolher".

O desafio II-c distingue-se do II-b porque se propõe o cálculo de probabilidades dos acontecimentos cujas freqüências esperadas foram determinadas em II-b. As três questões, c1, c2 e c3, referem-se a acontecimentos diferentes.

Os sujeitos S_1, S_2, S_3 e S_6 conseguiram calcular adequadamente a probabilidade dos acontecimentos pedidos em II-c.

S_1 respondeu a c1 (probabilidade de duas figuras iguais):

"2/8. O oito é o número de combinações (número total) e o dois é o número de combinações com figuras iguais".

S_2 respondeu a c2 (probabilidade de duas figuras iguais e uma diferente) deste modo:

"6/8, porque elimina as outras duas e aí todas as outras (combinações) vão ter duas figuras iguais e uma diferente".

S_3 respondeu a c3 (probabilidade de apenas um coração):

"3/8, em três combinações entre oito, encontramos apenas um coração".

S_4 e S_5 não conseguiram encontrar as probabilidades dos acontecimentos pedidas em II.c, o que está coerente, visto que não conseguiram também encontrar as freqüências esperadas para esses acontecimentos (II-b). Eis como responderam à questão c1:

S_4:

"1/3, porque são três tipos de figura".

S_5:

"Sei lá, depende da ordem. Já saíram os diferentes, agora é eles,... muita chance... 80% mais ou menos, 1/8 de chance".

6.6.2.3 - REALIZAÇÃO DOS SORTEIOS

O próximo item do desafio, o item III, pede ao sujeito que, usando o observador "quando 1", realize oito sorteios, ou seja, um número de sorteios igual ao número de diferentes combinações obtidas no quadro.

6.6.2.4 - COMPARAÇÃO DAS FREQÜÊNCIAS ESPERADAS COM AS OBTIDAS

O item IV, além de pedir ao sujeito que anote as freqüências obtidas, apresenta perguntas que levam à comparação das freqüências esperadas com as obtidas. Dos seis sujeitos, cinco (S_1, S_2, S_3, S_4 e S_6) possuem o conceito de acaso, ainda que alguns não saibam explicá-lo corretamente, e outros aparentem conservar vestígios de pensamento mágico. Para explicar a diferença entre as freqüências obtidas e as esperadas, apareceram as seguintes respostas:

S_1:

"Porque o computador sorteia, tem muito sorteio assim, por exemplo, pega estas figurinhas, joga para cima e pega uma, o computador não segue uma ordem".

S_2, possivelmente revelando vestígios de pensamento mágico:

"Porque cada tartaruga é que escolhia a figura para transformar, e não coincidiram com as combinações que achei".

S_5, ao contrário dos outros sujeitos, não parece ter noção de acaso. Respondendo a IV-b:

"Não tenho certeza de como se pode saber. Errei. As que falei 1/9 não saiu, 80% de repetir, 90 era 40%, 70 era 40%", ou seja, S_5 atribuiu a engano seu e não ao acaso a diferença entre o observado e o esperado.

6.6.2.5 - GENERALIZAÇÃO PARA NÚMERO MAIOR DE ACONTECIMENTOS

As questões do item V pedem ao sujeito que generalize os conceitos obtidos no manuseio do quadro de combinações, sobre freqüências esperadas e probabilidades para um número maior de sorteios.

A questão V.a refere-se à freqüência esperada, enquanto as questões V.b, c e d referem-se a probabilidades de cada sorteio, em um número diferente de sorteios.

A questão V.a - Em 16 sorteios, quantas combinações de três figuras iguais são esperadas - foi respondida adequadamente apenas pelos sujeitos S_3 e S_6.

S_3:

"Quatro. Em oito, são duas combinações as esperadas. Em dezesseis, são quatro".

S_1, S_2 e S_4 reportaram-se aos sorteios feitos e não ao quadro de combinações, para responder à questão V.a.

S_2:

"Mais ou menos seis a oito, porque, nos sorteios que eu fiz, apareceram quatro combinações com três figuras iguais e, sendo mais sorteios, pode aparecer mais".

S_5 respondeu de forma incoerente:

"1, porque é igual", e não soube explicar.

As questões do item V.b, c e d - referem-se à probabilidade de um único sorteio, variando-se o número de sorteios, ou seja, qual a probabilidade de se obter, em um sorteio, três figuras iguais, se forem feitos 16, 32 e 64 sorteios.

S_1, S_3 e S_6 conseguiram achar a probabilidade de cada sorteio consultando o quadro de combinações possíveis.

S_1 achou os valores corretos, mas apresentou certa dificuldade em se expressar:

V.b - *"quatro, porque 8 é 2,... é só multiplicar pelo dois, aí vai dar quatro sobre dezesseis, 1/4"*.

V.c - *"8/32, porque... a mesma coisa"* (explicação anterior).

V.d - calculando em uma folha: *"16/64, 1/4 também"*.

S_3 apresentou apenas os resultados, não sentindo necessidade de explicá-los:

V.b - *"2/8 ou 1/4"*.

V.c - *"1/4"*.

V.d - *"1/4"*.

S_2 e S_4 (em relação às questões V.b a V.d) reportam-se aos sorteios feitos e não ao quadro de combinações possíveis, para calcular a probabilidade de cada acontecimento em um número diferente de sorteios.

S_2:

V.b - *"8/16, porque, no sorteio anterior, saiu a metade do número das combinações, então, na outra, tenho as mes* *mas perspectivas (probabilidades) de sair a metade".*

V.c - *"Em 32 sorteios, seriam 16/32, pelo mesmo motivo".*

V.d - *"Em 64, seriam 32/64".*

S_5 referiu-se aos sorteios e não às combinações do quadro. Mesmo assim, não conseguiu responder de modo coerente às questões V.b, V.c e V.d.

V-b - *"8, na outra foi oito vezes, na forma dele"* (computador).

V.c e V.d - *"2 vezes tentei calcular: se*
8 sorteios - 1 x
16 sorteios - 1 x (possivelmente quer dizer 2x)
32 sorteios - 3 x
64 sorteios - 4 x,
depende das ordens que vai tirando do quadro, de acordo com o sorteio".

A questão V.e pede ao sujeito que compare a probabilidade de um único sorteio em 8, 16, 32 e 64 sorteios, e explique o que observou.

A resposta correta: "A probabilidade de um único sorteio é sempre a mesma, independente do número de sorteios realizados", parece conhecida pelos sujeitos S_1, S_2, S_3 e S_6. No entanto, apenas S_3 verbalizou corretamente sua conclusão:

"Em cada sorteio, a chance é a mesma. Não depende do número de vezes em que o sorteio foi feito".

S_1, S_2 e S_6, apesar de mostrarem sua percepção correta da independência existente entre a probabilidade de um acontecimento em um sorteio e o número de sorteios realizados, não conseguiram explicar-se corretamente:

S_1:

"À medida que vai subindo, multiplicando o numerador e o denominador por dois e simplificando, dá 1/4".

S_2:

"Quanto mais aumentam os sorteios, aumentam as chances, porque, no primeiro, eu calculei dois e apareceram quatro, então eu pensei que em dezesseis iam ser oito, e assim por diante, e todas as chances são equivalentes, formam uma cadeia".

Explicou:

"32/64 dividido por dois vai dar a outra anterior e, multiplicando por dois, vai dar a outra, sempre equivalem à metade".

Apesar da confusão e da probabilidade errada (1/2 em lugar de 1/4), devido ao fato de se reportar aos sorteios, S_2 manifestou a idéia da constância da probabilidade.

S_6:

"Quando multiplica o número de combinações pelo número de vezes que multiplica a probabilidade, vai aumentando o número de combinações e aumentando o número de chances".

Ou seja, a fala de S_6, explicando que o aumento do número de combinações vai aumentando o número de chances, parece significar que a probabilidade permanece a mesma.

Os outros sujeitos (S_4 e S_5) parecem acreditar que o número de sorteios afeta a probabilidade de cada sorteio, tal vez confundindo probabilidade com freqüência.

S_4 afirmou:

"Cada vez que aumenta o número de sorteios, aumenta o número de chances".

E explicou:

"8 foi 4, 16 foi 8, 32 foi 16, assim..."

Os dados errados de S_4 são devidos ao fato de ele ter calculado a probabilidade baseando-se nos sorteios, e não no quadro de combinações.

S_5 explicou, confusamente:

"A partir... que vai aumentando o número de vezes, aumenta o número que repete".

6.6.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS DO DESAFIO 6 À LUZ DOS OBJETIVOS DA PESQUISA

Analisando os sumários dos resultados obtidos, a partir dos protocolos dos sujeitos, à luz dos objetivos da pesquisa, foram considerados os seguintes aspectos.

6.6.3.1 - O DOMÍNIO DA OPERAÇÃO DE PROBABILIDADE

Ao analisar o domínio ou não da operação de probabilidade, deve-se considerar que essa operação, como se pode evidenciar no desafio, é bastante complexa, e requer uma série de habilidades cognitivas, ou seja, as capacidades de:

- construir um quadro com todos os acontecimentos possíveis, capacidade esta relacionada às operações de combinação, permutação e arranjo;
- calcular a freqüência esperada para cada acontecimento possível, a partir do quadro de combinações;
- calcular a probabilidade de ocorrência de cada acontecimento, a partir do quadro de combinações;
- diferenciar freqüência esperada de probabilidade;
- apontar a freqüência observada para cada acontecimento em uma série de sorteios realizados;
- diferenciar freqüência observada de um acontecimento de freqüência esperada para esse acontecimento;
- atribuir ao acaso a diferença entre a freqüência observada e a freqüência esperada de um acontecimento;
- constatar que a probabilidade de um acontecimento, ao contrário da freqüência esperada, permanece constante, qualquer que seja o número de sorteios realizados.

Considerando todas essas habilidades, pode-se concluir que S_3 e S_6 apresentam domínio da operação de probabilidade.

S_1 também apresenta domínio quase completo da operação de probabilidade, pois, em apenas um momento - item V.e - reporta-se aos sorteios e não ao quadro de combinações, para encontrar a freqüência esperada.

A operação de probabilidade parece estar-se instalando em S_2, que ora se reporta aos sorteios realizados, ora ao quadro de combinações, para calcular as probabilidades e freqüências pedidas.

Há poucos indícios do início da instalação da operação de probabilidade em S_4, que consegue montar o quadro de combinações corretamente, mas não encontra as freqüências esperadas a partir da análise do quadro. Em vez disso, encontra as probabilidades baseando-se em dados parciais, como, por exemplo, unicamente no número de figuras, sem perceber que três figuras estavam sendo consideradas ao mesmo tempo; confunde freqüência esperada com probabilidades e não percebe que a probabilidade de cada sorteio permanece a mesma, independente do número de sorteios.

S_5 parece não apresentar indícios da operação de probabilidade, dando respostas incoerentes à maioria das perguntas.

Os resultados obtidos neste desafio, como nos outros, confirmaram os trabalhos de Piaget. Como afirmado por esse autor, apenas os sujeitos que dominaram as operações de combinação, permutação e proporção (S_3 e S_6) dominaram completamente a probabilidade. Verificou-se, também, que a probabilidade qualitativa precede a quantitativa. Piaget aponta como comum aos sujeitos da fase operatório-concreta a noção de que – em sorteio de pares ou trincas – figuras diferentes têm mais chances de ocorrer que as repetidas. Tal noção é evidente na resposta de S_4 em b2.

Como nos outros desafios, não se encontrou correspondência entre o domínio ou não da operação e a idade dos sujeitos.

6.6.3.2 - AS ESTRATÉGIAS USADAS PELO SUJEITO

Quanto às estratégias usadas pelos sujeitos, só pôde ser verificado o uso de diferentes estratégias, neste desafio, em relação à montagem do quadro de combinações, construído de modo diferente pelos sujeitos. As perguntas, muito objetivas, não permitiam variações de estratégias.

6.6.3.3 - O DESENVOLVIMENTO DA AÇÃO DE PROBABILIDADE

Como nos desafios 4 e 5 verificou-se que a implementação no computador de testes piagetianos relacionados à operação de probabilidade, através da linguagem LOGO, propiciou poucos recursos além dos obtidos com materiais concretos. O LOGO foi utilizado, neste desafio, apenas como um mecanismo simples e eficiente de se realizar sorteios.

CONCLUSÃO

A realização desta pesquisa e seu confronto com os estudos de Piaget sobre o desenvolvimento cognitivo na fase lógico-formal levam às conclusões que se seguem.

Considerando a identificação das operações cognitivas da fase lógico-formal, como descritas por Piaget, observou-se que: o domínio ou não das operações cognitivas da compensação, razão-proporção, combinação, permutação e probabilidade pode ser identificado através dos desafios propostos, em que se utilizou a linguagem computacional LOGO. C.5

Tais operações cognitivas ocorreram nos sujeitos obedecendo à hierarquia prevista por Piaget, ou seja, a compensação antes da razão-proporção, a combinação antes da permutação, e todas elas antes da probabilidade. Assim, os seis sujeitos aparentam possuir domínio da operação de compensação, em termos qualitativos, três deles em termos quantitativos e apenas um aparenta possuir domínio completo da razão-proporção, operação mais complexa que a compensação. Evidentemente, a razão-proporção é a compensação levada a relações numéricas. A compensação parece, realmente, preparar para a razão-proporção, o que possivelmente explica o uso de compensação em tentativas de resolver o desafio três pelos sujeitos que não apresentaram domínio da operação de razão-proporção.

Verificou-se, também, que o domínio de operações infralógicas que envolvem conceitos de espaço, tempo e velocidade facilitou, para alguns sujeitos, a resolução do exercício dois, que basicamente dependia da operação de razão-proporção, operação lógico-matemática.

Por outro lado, as operações combinatórias também revelaram sua hierarquia. Apenas os sujeitos que dominavam a combinação, a mais simples das operações combinatórias, atingiram o domínio da permutação. Entre os sujeitos que dominavam tanto a operação de combinação como a de permutação, foram encontrados os que dominaram a de probabilidade.

Se a seqüência esperada para o aparecimento das operações foi encontrada, observou-se, também, a não-correspondência entre a idade cronológica — dentro dos limites dos sujeitos da pesquisa, ou seja, 12 anos e 9 meses a 14 anos — e a emergência das operações estudadas. Isso significa que um sujeito sempre adquire as operações menos complexas — compensação, combinação, permutação, antes das mais complexas — razão-proporção e probabilidade, mas que a idade cronológica de aparecimento de uma operação pode variar de um sujeito para outro.

Verificou-se, também, que a aprendizagem anterior, ocorrida em sala de aula, não parece ter ajudado os sujeitos na resolução das tarefas.

PIAGET (1965), em seu livro Psicologia e Pedagogia, preocupa-se com o que subsiste, por exemplo, dos ensinamentos de Geografia em um camponês de 30 anos, ou de conceitos de Física ou Química, em um bem-sucedido advogado.

O que foi visto na pesquisa realizada se refere a seis sujeitos de 12 anos e 9 meses a 14 anos, na resolução de tarefas que implicavam conceitos de frações, adquiridos há dois anos, e o de regra de três, adquiridos no ano anterior. Apenas um sujeito utilizou-se da equivalência entre frações para resolver os desafios 2 e 3. Dois sujeitos fizeram referência à aprendizagem anterior, de regra de três. O que foi bem sucedido (S_6) na utilização dessa estratégia tinha adquirido tal conhecimento com o avô, e não na escola.

Com referência ao segundo objetivo, relacionado à possibilidade de observação de diferentes estratégias utilizadas pelos sujeitos na execução das tarefas propostas, observou-se que:

- alguns desafios — 4 e 5 — eram resolvidos por todos os sujeitos que dominavam as operações a que se referiam do mesmo modo, inclusive seguindo o mesmo sistema observado por Piaget para tais operações;
- alguns desafios levaram os sujeitos a utilizarem estratégias diferentes na sua execução. Assim, observou-se a ocorrência de sete hipóteses diferentes lidando com a operação de compensação, manipulando os fatores espaço, tempo ou velocidade, fatores esses envolvidos no desafio 1. Como foi previsto por Piaget, a ocorrência de compensação qualitativa antecedeu a capacidade de lidar com dados numéricos. Nos desafios 2 e 3, referentes a razão-proporção, verificou-se, também, a ocorrência de raciocínios diversos lidando com frações, regra de três, porcentagem, ou mesmo compensação. Notou-se que alguns sujeitos passavam de um raciocínio a outro, antes de solucionar o desafio, e que o desafio dois,

por incluir dados físicos (velocidade, espaço e tempo), pôde ser solucionado adequadamente por um sujeito que não resolveu o desafio três, ou seja, que não apresentava domínio da operação razão-proporção. Como foi apontado nas pesquisas de Piaget, a proporção qualitativa — menor distância, menor velocidade — antecedeu os cálculos numéricos de proporção que permitiam a conclusão: $e_1/v_1 = e_2/v_2$.

O desafio 6 só permitiu a ocorrência de estratégias diversas na construção do quadro de combinações.

Em relação ao terceiro objetivo, referente à ajuda do LOGO na aquisição do domínio das operações cognitivas, verificaram-se as conclusões que se seguem.

O LOGO demonstrou sua eficácia na simulação de situações difíceis, ou mesmo impossíveis de serem obtidas por outros meios, como,por exemplo, aquelas que implicam movimento e velocidade, levando alguns sujeitos à antecipação de conceitos da fase formal.

O LOGO mostrou ser mais eficiente quando seu uso resultava em uma resposta conclusiva ao desafio, ou seja, o sujeito sabia, com o uso do LOGO, se estava certo ou errado, como nos desafios 1 e 2, ao contrário dos outros desafios, em que o sujeito necessitava conferir sua resposta por outro meio.

Fase

O LOGO foi mais utilizado por sujeitos que ainda não dominavam a operação a que se referia o desafio, ou estavam com tal operação em fase de implantação. Os sujeitos que apresentavam perfeito domínio da operação não pareciam utilizar o LOGO a não ser para cumprir a tarefa proposta. Tal observação levou a questões como:

Seria o LOGO, como afirma Papert, um recurso capaz de concretizar o formal?

Seria o uso do LOGO especialmente benéfico para crianças em fase de gênese da operação cognitiva?*

Todos os sujeitos demonstraram grande interesse ao executar as tarefas propostas usando o LOGO, e os erros geralmente levaram a novas tentativas, e não ao abandono da tarefa.

Analisando as questões levantadas no capítulo quatro sobre as relações do LOGO com a obra de Piaget, à luz dos resultados desta pesquisa, verificaram-se as conclusões que se seguem.

O LOGO demonstrou-se eficaz em propiciar condutas de exploração, como aquelas a que Piaget atribui a capacidade de gerar aprendizagem no relacionamento do sujeito com seu objeto de conhecimento. Verificou-se grande comprometimento dos sujeitos com a resolução das tarefas propostas nos desafios.

Quanto ao tratamento do erro, verificou-se que a possibilidade de uso repetido do LOGO na resolução de certas tarefas levou alguns sujeitos à reflexão sobre o erro e à execução correta da tarefa, revelando a ocorrência de aprendizagem

---

* Esta fase de implantação das operações cognitivas foi amplamente estudada por Vygotsky, que a denominava zona de desenvolvimento proximal, referindo-se a condições potenciais de aprendizagem apresentadas pela criança em oposição às condições reais.

como um processo real de construção do conhecimento.

Quanto à idéia de Papert da criança como epistemóloga, verificou-se, nesta pesquisa, que algumas tarefas eram resolvidas pelo sujeito sem que o mesmo conseguisse explicar seu raciocínio, confirmando DELVAL (1986), quando afirma que mesmo os adultos sabem executar várias tarefas que não conseguem explicar.

Quanto ao papel intervencionista do LOGO, apesar dos limites da pesquisa na análise de tal questão, verificou-se que este foi mais utilizado por sujeitos que ainda não dominavam as operações a que se referiam as tarefas, e que alguns sujeitos conseguiram solucionar tais tarefas, através do uso repetido do LOGO.

Outro aspecto a se considerar refere-se a questões mais abrangentes, como aquelas que se referem ao enfraquecimento ou mesmo extinção da instituição escolar e aquelas que privilegiam a aprendizagem espontânea, idéias essas que parecem não só perpassar a principal obra de Papert, Mindstorms, como terem sido adotadas por diversos professores e pesquisadores que trabalham com o LOGO.

Embora esta pesquisa não possibilite discutir em toda a extensão e profundidade a questão proposta, os dados encontrados permitem, por um lado, apontar a ocorrência de ganhos cognitivos para os sujeitos e, por outro lado, deixam evidente que a contribuição do LOGO variou, conforme a natureza da tarefa pedida, e o nível de domínio da operação revelado pelo sujeito. Tais resultados, somados aos de outros trabalhos como, por exemplo, o de Pea e Kurland (1985) sobre a relação do uso do LOGO e o desenvolvimento da capacidade de planejamento, que mostram limites do LOGO, assim como as considerações quanto aos aspectos éticos, sociais e morais da Educação, não parecem apontar para o enfraquecimento da instituição escolar, inicialmente por não se identificar outra estrutura com potencialidade para desempenhar esse papel. Além disso, acreditamos, como FREITAG (1985), que a escola, com todos os seus defeitos, ainda é benéfica para as classes menos privilegiadas.

O próprio Papert já admite o uso do computador dentro da escola, como ficou evidente no fato de ele prefaciar o livro de BOSSUET (1985).

Outro aspecto a se considerar é o uso exclusivo da aprendizagem espontânea. Mesmo que se leve em conta sua importância e seu possível favorecimento pelo LOGO, não se considera adequado o uso do LOGO apenas em situações espontâneas.

Ainda que as conclusões da presente pesquisa em si não possam auxiliar em relação a essa questão, teve-se a oportunidade de comparar — sem uso de instrumentos específicos de medida — a atuação de cinco dos sujeitos nesta pesquisa e no projeto "O computador no 1º Grau", realizado em 1987 e 1988.

Verificou-se que os sujeitos que começaram seu trabalho em 1987 ou 1988, após apresentar, durante vários meses, um interesse crescente pelo LOGO, passaram a demonstrar, nos últimos meses, um progressivo desinteresse ao trabalhar com o LOGO de modo espontâneo. Esses alunos retomaram o interesse e o mantiveram durante todo o trabalho com os desafios.

Apesar de não se ter condições de afirmar que tal interesse resultou do LOGO, da tarefa proposta ou mesmo da situação experimental, levanta-se a hipótese de que a redução do interesse, no projeto anterior, advenha da situação espontânea em que o LOGO continuou sendo apresentado, mesmo com o decorrer do tempo. Tal desinteresse progressivo foi encontrado também, com o passar do tempo, no trabalho do grupo do MIT na área de Boston, como descrito por Delval (1986).

Tais evidências apontam para o uso do LOGO em situações de espontaneidade, mas também para tarefas planejadas.

Concorda-se com CHAVES (1986), quando afirma:

> *"A educação é um fenômeno rico e complexo que não se deixa capturar pelos limites estreitos de uma abordagem ou tendência. Educação envolve aprendizagem por descoberta mas também envolve aprendizagem em decorrência do ensino formal e deliberado. Educação tem que ver com formação mas também com transmissão da informação. Nela se evidencia o encontro dialético da tradição com a crítica, o intercâmbio entre o recebimento da tradição e sua avaliação e eventual reformulação. A educação abrange a formação da pessoa, no sentido mais clássico que se dá à expressão, mas também inclui a preparação para o exercício da cidadania e de uma profissão".*

Assim, a reflexão sobre os dados desta pesquisa, reforçada pela bibliografia e experiências anteriores, apontam para o uso do LOGO, pelas possibilidades de ajuda que oferece à Educação. Entretanto, sugere que esse uso se faça dentro da escola, explorando os benefícios da aprendizagem espontânea, mas também trabalhando o potencial do LOGO na aprendizagem de matérias do currículo ou em pesquisas que beneficiem a Educação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Fernando José de. Educação e informática: os computadores na escola. São Paulo, Cortez, 1987.

———. Para uma pedagogia política do uso da informática na educação brasileira como instrumento auxiliar no processo ensino-aprendizagem. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica, 1984. (Tese, Doutorado)

AVERY, Rachel R. LOGO e o Apple. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 1987.

BAIBICH, Tânia Maria. O pensamento no espelho: uma proposta curricular para iniciação da criança em programação ativa-linguagem LOGO. Curitiba, Faculdade de Educação, UFPR, 1986. (Dissertação, Mestrado)

BALDWIN, Alfred L. Teorias do desenvolvimento da criança. São Paulo, Pioneira, 1967.

BITELMAN, Beatriz. Dúvidas e evidências quanto ao uso do computador no processo de ensino-aprendizagem. Cadernos CEVEC. São Paulo (3): 47-50, 1986.

BODEN, Margaret. As idéias de Piaget. São Paulo, Cultrix, 1983.

BOSSUET, Gérard. O computador na escola: o sistema LOGO. Porto Alegre, Artes Médicas, 1985.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Geral. Secretaria de Informática. Coordenadoria de Planejamento de Informática. Jornada de trabalhos de Informática na Educação: subsídios para políticas; relatório. Florianópolis, 1987.

__________. Projeto EDUCOM: Informática na Educação; histórico, ações relevantes, contribuições. 1988.

__________. Educação e informática. Brasília, 1985.

__________. Programa de ação imediata em informática na Educação. Brasília, 1987.

__________. Fundação Centro Brasileiro de Televisão Educativa. Centro de Informática. Educação e informática: O projeto EDUCOM - Ano I. Rio de Janeiro, 1985.

BRÁULIO, B.T.L.; MOREIRA, M.; OLIVEIRA, C.C. & RIBEIRO, A.M. Pressupostos e perspectivas de uma experiência em informática. Cadernos CEVEC. São Paulo (3): 56-63, 1986.

__________ & LIMA, Lúcia Maria. LOGO-gráfico-curso introdutório. Belo Horizonte, EDUCOM-MG, 1989 (mimeo.)

CALANI, Maria Cecília. Conceitos geométricos através da linguagem LOGO. Instituto de Matemática, Estatística e Ciência de Computação, 1981. (Dissertação, Mestrado)

CASTRO, Cláudio de Moura. O computador na escola. Rio de Janeiro, Campus, 1988.

CHAVES, Eduardo O.C. Informática na educação: uma reavaliação. São Paulo, Centro de Informações Educacionais, S.E.E. S.P., 1986.

__________ & SETZER, W.V. O uso de computadores em escolas: fundamentos e críticas. São Paulo, Scipione, 1988.

COBURN, Peter et alii. Informática na educação. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 1988.

COLL, C. & GILLIÈRON, C. Jean Piaget: O desenvolvimento da inteligência e a construção do pensamento racional. In: LEITE, L.B. & MEDEIROS, A.A. Piaget e a Escola de Genebra. São Paulo, Cortez, 1987. p. 13-50.

DEAÑO, Alfred & DELVAL, Juan, comp. Jean Piaget: estudos sobre lógica y psicología. Madrid, Alianza, 1982.

DELVAL, Juan. Niños y maquinas: los ordenadores y la educación. Madrid, Alianza, 1986.

DESFORGES, Charles & BROWN, Geoffrey. La teoría de Piaget: estudio crítico. Madrid, Anaya, 1984.

DOLLE, Jean M. Para compreender Jean Piaget. Rio de Janeiro, Zahar, 1983.

FAGUNDES, L. Psicogênese das condutas cognitivas da criança em interação com o computador. São Paulo, Instituto de Psicologia da USP, 1985. (Tese, Doutorado)

FLAVELL, John H. La psicología evolutiva de Jean Piaget. Buenos Aires, Paidós, 1968.

FREITAG, Bárbara. Piaget: encontros e desencontros. Rio de Janeiro, Tempo Brasileiro, 1985.

GAGLIARDO, Antônio Fernandes. O uso de computadores em atividades de ensino. Campinas, Faculdade de Educação, 1985. (Dissertação, Mestrado)

GASMAN, Lydnéa. O computador como ferramenta auxiliar no processo ensino/aprendizagem. Cadernos CEVEC. São Paulo (3): 64-67, 1986.

GATTI, Bernadete. O uso do computador na educação: fundamentos. Acesso. São Paulo (2): 26-30, 1988.

GOODYEAR, Peter. LOGO: introdução ao poder do ensino através da programação. Rio de Janeiro, Campus, 1986.

GOULART, Iris B. Piaget: experiências básicas para utilização pelo professor. Petrópolis, Vozes, 1987.

GRETH, C.V. Learning to learn with the father of LOGO. Atari Connection. San José (3): 22-25, 1983.

GUIMARÃES, A.A.; MENEZES, E.I.M.; DINIZ, M.T.G. & MOREIRA, M. Uma experiência de utilização de LOGO em uma escola pública. Doc. EDUCOM/MG, Belo Horizonte, 1987.

GYSNEIROS, Paulo Gileno. Estudo da informática na escola de 1º grau. Revista do Seminário: O computador e a realidade educacional brasileira. Belo Horizonte, EDUCOM-MG, 1987. p. 62-68. Número especial.

————. Universidade, micros e educação. Cadernos CEVEC. São Paulo (3): 51-55, 1986.

HOYLES, Célia. Cultura e computadores no ensino de matemática. (Aula inaugural proferida em 20 de junho de 1985, no Instituto de Educação da Universidade de Londres).

INHELDER, Bärbel; BOVET, Magali & SINCLAIR, Hermine. *Aprendizagens e estruturas do conhecimento*. Saraiva, 1977.

———— et alii. Das estruturas cognitivas aos procedimentos de descoberta. In: LEITE, L.B. & MEDEIROS, H.A. *Piaget e a Escola de Genebra*. São Paulo, Cortez, 1987. p. 75-91.

LIMA FILHO, Adjenor & REBOUÇAS, Floracy Amaral. *O pensamento formal em Piaget: gênese, estruturação e equilibração*. Goiânia, Dimensão, 1988.

LÓPES, Rafael Ernesto. *Introdução à psicologia evolutiva de Jean Piaget*. São Paulo, Cultrix, 1988.

LUCKESI, Carlos Cipriano. Computador, educação escolar e democratização dos bens culturais. *Acesso*. São Paulo (2): 37-41, 1988.

LUDWIG, Valdez. Informática na educação x microcomputação no ensino. *Revista do Seminário: O computador e a realidade educacional brasileira*. Belo Horizonte, EDUCOM-MG, 1987. p. 9-10. Número especial.

MARASCHIN, Cleci. *Processos cognitivos envolvidos na atividade de crianças de 4 a 6 anos com a linguagem LOGO de programação*. Porto Alegre, Faculdade de Educação, UFRGS, 1986. (Dissertação, Mestrado)

MESQUITA, Ary Canguçu. A introdução da informática no ensino de 1º e 2º graus. Revista do Seminário: O computador e a realidade educacional brasileira. Belo Horizonte, EDUCOM-MG, 1987. p. 51-53. Número especial.

MOREIRA, Mércia. A questão da informática na educação: refletindo a prática do EDUCOM-MG. Belo Horizonte, Faculdade de Educação da UFMG, 1988. (Dissertação, Mestrado)

__________. O computador e o ensino: uma visão crítico-pedagógica. Revista Dois Pontos. Belo Horizonte (3): 46-47.

__________. O uso do computador na educação: pressupostos psicopedagógicos. Educação em Revista. Belo Horizonte (4): 13-17, dez. 1986.

NEDER, Margaret Guimarães. Uma introdução ao ensino por computador usando a linguagem LOGO. Curitiba, Faculdade de Educação da UFPR, 1987. (Dissertação, Mestrado)

OLIVEIRA, Maria Rita Neto Sales. O conteúdo da didática: um discurso da neutralidade científica. Belo Horizonte, UFMG, 1988.

PAPERT, Seymour. LOGO: computadores e educação. São Paulo, Brasiliense, 1986.

________. A critique of technocentrism in thinking about the school of the future. In: Congresso Brasileiro LOGO: informática na educação, 2, Petrópolis, 1988.

________. & TURKLE, Sherry. Gender and programing: Styles and voices within the computer culture. In: Congresso Brasileiro LOGO: informática na educação. 2, Petrópolis, 1988.

PEA, Roy D. & KURLAND, D. Midian. LOGO programing and the development of planning skills. Technical Report. New York (16), s.d.

PIAGET, Jean. A equilibração das estruturas cognitivas. Rio de Janeiro, Zahar, 1976.

________. Ensaio de lógica operatória. Porto Alegre, Globo, 1971.

________. O possível, o impossível e o necessário. In: LEITE, L.B. & MEDEIROS, A.A. Piaget e a Escola de Genebra. São Paulo, Cortez, 1987. p. 51-71.

________. Psicologia e pedagogia. Rio de Janeiro, Forense, 1972.

________. Seis estudos de psicologia. Rio de Janeiro, Forense-Universitária, 1987.

———— & INHELDER, Bärbel. *A origem da idéia do acaso na criança*. Rio de Janeiro, Record, s.d.

———— & INHELDER, Bärbel. *A psicologia da criança*. Rio de Janeiro, Difel, 1978.

———— & INHELDER, Bärbel. *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo, Pioneira, 1976.

RAVEN, Ronald J. *Teste Raven de operações lógicas*. Trad. e adapt. Iris Barbosa Goulart. s.n.t.

———— & POLANSKI, H. Relationship among Piaget's logical operation, science content comprehension, critical thinking, and creativity. *Science Education*, *58* (4): 531-44, 1974.

REGGINI, Horácio C. *MSX-LOGO*. Argentina, Fernández Long y Reggini S/A, 1986.

RODÉ, Miguel & SILVA, Gustavo. *Inventar y comprender con LOGO*. Montevideo, Imprenza Cooperativa, 1985.

SANTAROSA, Lucila. *O computador na avaliação formativa*. Porto Alegre, Ed. Universidade, 1982.

SAVIANI, Demerval. *Escola e democracia*. São Paulo, Cortez, 1984.

THONG, Tran. Estádios e conceito de estádio de desenvolvimento da criança na psicologia contemporânea. Lisboa, Afrontamento, 1981. 2v.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS. Fundação de Desenvolvimento da Pesquisa. Subprojeto implantação na UFMG de um Centro Piloto de Informática na Educação.

VALENTE, José Armando & VALENTE, Ann Berger. LOGO: conceitos, aplicações e projetos. São Paulo, McGraw-Hill, 1988.

VIHN-BANG. El método clínico y la investigación en psicología del niño. In: Psicología y epistemología genéticas: temas piagetianos. Buenos Aires, Proteo, 1970.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. A formação social da mente. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

ANEXOS

ANEXO 1

DESAFIOS

DESAFIO 1: BATALHA

1.1 - PREPARAÇÃO

A - Faça um procedimento que:

I - Faça a tartaruga 0 desaparecer.

II - Ative a tartaruga 1, transforme-a em um helicóptero e, sem deixar traço, coloque-a na posição [-100 40]. Posicione o helicóptero de modo que ele se movimente para a direita.

III - Ative a tartaruga 2, transforme-a em um foguete. Este já está posicionado de modo a se movimentar para cima. Faça com que ele não deixe traço quando for se movimentar.

IV - Faça com que as duas figuras esperem 1 segundo (espere 60).

B - Grave seu procedimento.

1.2 - DESAFIO

A - Faça com que o foguete, partindo ao mesmo tempo e à mesma velocidade que o helicóptero (mudevel 4), entre em colisão com o mesmo, ocorrendo uma explosão (som, figura ou ambos).

B - Grave seu procedimento.

1.3 - PROGRAMA FINAL

Transforme os dois procedimentos gravados em subprocedimentos de um único procedimento maior. Grave este último.

DESAFIO 2: CORRIDA

2.1 - PREPARAÇÃO

A - Faça um procedimento que:

I - Coloque, sem deixar traço, a tartaruga 0 na posição [100 80] .

II - Faça a tartaruga 0 traçar uma linha de alto a baixo da tela, representando a linha de chegada, e depois desaparecer.

III - Ative as tartarugas 1 e 2, e, se quiser, transforme-as em alguma outra figura dentre as já existentes no HOT-LOGO. Coloque as tartarugas nas posições:

tat 1: [-80 50]

tat 2: [-20 0]

IV - Posicione as duas tartarugas de modo que elas se movimentem para a direita.

V - Faça com que as tartarugas esperem 2 segundos.

B - Grave seu procedimento relativo à preparação.

2.2 - DESAFIO

A - Faça outro procedimento que:

I - Imprima velocidade à tartaruga 1, através do comando mudevel 5,1.

II - Imprima determinada velocidade à tartaruga 2, de modo que, partindo ao mesmo tempo, as duas tartarugas cruzem, também ao mesmo tempo, a linha de chegada.

B - Grave seu procedimento relativo ao desafio.

2.3 - PROGRAMA FINAL

Transforme os dois procedimentos em subprocedimentos de um único procedimento maior, e grave o programa final.

DESAFIO 3: RUA

3.1 - PREPARAÇÃO

A - Faça um procedimento que:

I - Coloque a tartaruga 0, sem deixar traço, no ponto [100 -40] e trace uma linha horizontal, delimitando uma rua.

II - Construa um programa, usando variáveis, capaz de obter retângulos cujos lados tenham um número qualquer de passos.

III - Usando o programa feito em 2, construa um prédio de 60 passos de altura por 40 passos de largura.

B - Grave seu procedimento relativo à preparação.

3.2 - DESAFIO

A - Utilizando o programa para obter retângulos, construa mais quatro prédios, a 10 passos de distância um do outro. Cada prédio deverá ser 10 passos mais baixo que o anterior, mas todos eles devem conservar a mesma relação entre a altura e a largura encontrada no primeiro prédio.

B - Grave seu procedimento relativo ao desafio.

3.3 - PROGRAMA FINAL

Faça um procedimento maior abrangendo os dois subprocedimentos feitos anteriormente. Grave esse procedimento.

DESAFIO 4: PARES

1.1 - PREPARAÇÃO

A - Faça um procedimento que:

I - Faça desaparecer a tartaruga 0.

II - Ative cinco tartarugas e, sem deixar traços, coloque-as na posição [-80 -60] .

III - Coloque cada tartaruga 20 passos acima uma da outra.

IV - Mude cada tartaruga para cada uma das cinco primeiras figuras, entre as já disponíveis no HOT-LOGO.

V - Carimbe as figuras na posição em que estão.

VI - Ative a tartaruga 6 e a coloque sem deixar traço na posição [0 80] .

B - Grave seu procedimento.

C - Usando variáveis, faça um único procedimento que seja capaz de:

- Fazer com que, no início do mesmo, a tartaruga se movimente, sem deixar traços.

- Mudar:

. A posição da tartaruga no eixo dos X.

. A posição da tartaruga no eixo dos Y.

. A figura da tartaruga.

- Usando lápis, carimbar a figura desejada no local adequado.

D - Grave seu procedimento.

4.2 - DESAFIO

A - Faça um procedimento que:

I - Forme tantos pares quantos forem possíveis, utilizando as cinco figuras existentes na tela. Não repita a mesma figura para fazer um par, nem faça pares apenas com a inversão das figuras.

II - Utilize o segundo procedimento da preparação para movimentar a tartaruga 6 e carimbar as figuras, colocando cada figura 20 passos à direita da outra e cada par 20 passos abaixo do outro.

4.3 - PROCEDIMENTO FINAL

Faça um outro procedimento maior, incluindo os subprocedimentos "A" e o DESAFIO. Grave-o.

DESAFIO 5: TROCAS

5.1 - PREPARAÇÃO

A - Faça um procedimento que:

I - Faça desaparecer a tartaruga 0.

II - Ative 3 tartarugas e, sem deixar traços, coloque-as na posição [-80 -60].

III - Coloque cada tartaruga 20 passos acima uma da outra.

IV - Mude cada tartaruga para cada uma das três primeiras figuras disponíveis no HOT-LOGO.

V - Carimbe as figuras na posição em que estão.

VI - Ative a tartaruga 4 e a coloque, sem deixar traço, na posição [0 80].

B - Grave seu procedimento.

C - Carregue o procedimento feito no desafio 4, o qual, usando variáveis, é capaz de:

- Fazer com que, no início do mesmo, a tartaruga se movimente, sem deixar traço.

- Mudar:

. A posição da tartaruga no eixo dos X.

. A posição da tartaruga no eixo dos Y.

. A figura da tartaruga.

- Usando lápis, carimbar a figura desejada no local adequado.

5.2 - DESAFIO

A - Faça um procedimento que:

I - Modifique a posição das figuras, encontrando todas as combinações possíveis de ordem das figuras. Em cada combinação, cada figura deve aparecer apenas uma vez.

II - Carimbe todas as combinações, colocando cada figura 20 passos à direita da outra e cada combinação 20 passos abaixo da outra.

B - Grave seu procedimento.

5.3 - PROGRAMA FINAL

Faça um procedimento maior, abrangendo os subprocedimentos anteriores. Grave-o.

DESAFIO 6: SORTEIOS

6.1 - PREPARAÇÃO

A - Construa um procedimento que:

I - Ative três tartarugas e coloque-as, sem deixar traço, cada uma vinte passos à direita da outra.

II - Faça com que cada tartaruga sorteie até 2, podendo assumir a forma da figura 0 (círculo) ou da figura 1 (coração) do HOT-LOGO.

B - Grave seu procedimento.

C - Faça dois sorteios e anote as combinações obtidas.

6.2 - DESAFIO

I - Descubra todas as combinações possíveis, preenchendo um quadro como o que se segue:

Combinações possíveis	Tat 1	Tat 2	Tat 3	Freqüências
1				
2				
. . .				

II - Analisando o quadro preenchido, responda:

a) quantas combinações diferentes ocorreram no quadro?

b) se você fizer oito sorteios, quantas vezes você espera obter:

1. três figuras iguais?
2. duas figuras iguais e uma diferente?
3. combinações com apenas um coração?

c) se você fizer apenas um sorteio, qual a probabilidade (chance) de saírem:

1. três figuras iguais?
2. duas figuras iguais e uma diferente?
3. três combinações com apenas um coração?

III - Usando o observador "quando 1", realize oito sorteios.

IV - Anote, ao lado do quadro, quantas vezes cada combinação de figuras apareceu.

Responda:

a) Todas as combinações possíveis ocorreram?

b) As combinações que ocorreram fizeram-no com o número de vezes que era esperado?

c) Como você explica os resultados obtidos?

V - Responda:

a) Em 16 sorteios, quantas combinações com três figuras iguais você espera obter?

b) Se você fizer 16 sorteios, em cada sorteio, qual a probabilidade de conseguir três figuras iguais?

c) E em 32 sorteios, qual é a probabilidade de obter três figuras iguais em cada sorteio?

d) E em 64 sorteios, qual a probabilidade de obter três figuras iguais em cada um?

e) O que você está notando em relação às probabilidades de um acontecimento em 8, 16, 32 e 64 sorteios?

ANEXO 2

PROGRAMAS

DESAFIO 1

PROGRAMA ELABORADO POR S_4

I - PREPARAÇÃO

```
ap batalha1
dt
atat 1
at
un
mudepos [-100 40]
pd 90
mudefig 7
atat 2
at
un
mudefig 5
pt 60*
atat [1 2]
at
espere 60
```

II - DESAFIO

```
ap batalha2
atat [1 2]
at
cada [mudevel 4]
```

---

* S_4 colocou o foguete no local correto, na preparação, depois de ler o desafio.

```
em.colisão  1 2 [toque 2  1047  8  35]
FIM
gravetudo "batalha2
```

III - PROGRAMA FINAL

```
ap guerra
batalha1
batalha2
FIM
```

DESAFIO 2

PROGRAMA ELABORADO POR S_2

I - PREPARAÇÃO

```
ap desafio2
un
mudepos [100 80]
ul
pf 500
dt
atat [1 2]
at
mudefig 4
un
atat 1
mudepos [-80 50]
atat 2
mudepos [-20 0]
atat [1 2]
at
pd 90
espere 120
FIM
-gravetudo "desafio2
```

II - DESAFIO

```
ap des2
```

```
atat 1
at
mudevel 5,1
atat 2
at
mudevel 3,4
FIM
gravetudo "des2
```

III - PROGRAMA FINAL

```
ap corrida
desafio2
des2
FIM
gravetudo "corrida
```

DESAFIO 3

PROGRAMA ELABORADO POR S_3

I - PREPARAÇÃO

```
ap. rua
un
mudepos 100 -40
pe 90
ul
pf 200
pd 90
ret 60 40
FIM
gravetudo "rua
ap ret :lado 1 :lado 2
repita 2  pf :lado 1 pd 90 pf :lado 2 pd 90
FIM
gravetudo "ret
```

II - DESAFIO

```
ap  prédios
pd 90
pf 50
pe 90
ret 50 33,2
pd 90
pf 43,2
```

```
pe 90
ret 40 26,6
pd 90
pf 36,6
pe 90
ret 30 20
pd 90
pf 30
pe 90
ret 20 13,2
FIM
gravetudo "prédio
```

III - PROGRAMA FINAL

```
ap conj
rua
prédios
FIM
gravetudo "conj
```

DESAFIO 4

PROGRAMA ELABORADO POR S_1

I - PREPARAÇÃO

```
ap cinco
tat
dt
atat [1 2 3 4 5]
at
un
mudepos [-80 -60]
cada  pf quem * 20
cada  mudefig quem * 20
cada [ul]
cada [carimbe]
atat 6
at
un
mudepos [0 80]
FIM
gravetudo "cinco
ap. variável :m :n :o
un
mudex :m
mudev :n
mudefig :o
ul
```

```
carimbe
FIM
gravetudo "variável :m :n :O
```

II - DESAFIO

```
ap quadrilha
variável  -10  70  1
variável   10  70  2
variável  -10  50  1
variável   10  50  3
variável  -10  30  1
variável   10  30  4
variável  -10  10  1
variável   10  10  5
variável  -10 -10  2
variável   10 -10  3
variável  -10 -30  2
variável   10 -30  4
variável  -10 -50  2
variável   10 -50  5
variável  -10 -70  3
variável   10 -70  4
variável   40  70  3
variável   60  70  5
variável   40  50  4
variável   60  50  5
FIM
gravetudo "quadrilha
```

III - PROGRAMA FINAL

```
ap W

cinco

quadrilha

FIM

gravetudo "W
```

DESAFIO 5

PROGRAMA ELABORADO POR S_6

I - PREPARAÇÃO

```
ap op
dt
atat [1 2 3]
at
cada [un mudepos [-80  -60]]
cada  pf quem * 20
cada  mudefig quem * 1
cada [ul carimbe]
atat 4
at
un
mudepos [0 80]
FIM
gravetudo "op
carregue ímpares (elaborado no desafio 4)
```

II - DESAFIO

```
ap oa
ímpares 0 80 1
ímpares 20 80 2
ímpares 40 80 3
ímpares 0 60 1
ímpares 20 60 3
ímpares 40 60 2
```

```
ímpares 0 40 2
ímpares 20 40 1
ímpares 40 40 3
ímpares 0 20 2
ímpares 20 20 3
ímpares 40 20 1
ímpares 0 0 3
ímpares 20 0 2
ímpares 40 0 1
ímpares 0 -20 3
ímpares 20 -20 1
ímpares 40 -20 2
FIM
gravetudo "oa
```

III - PROGRAMA FINAL

```
aprenda trocas
op
oa
FIM
gravetudo "trocas
```

DESAFIO 6

PROGRAMA ELABORADO POR S_5

I - PREPARAÇÃO

```
ap Ky
dt
atat [1 2 3]
at
un
cada [pd 90]
cada  pf quem * 20
FIM
gravetudo "Ky
```

```
ap yx
dt
atat [1 2 3]
at
un
cada (mudefig sorteieaté 2)
FIM
gravetudo "yx
```

ANEXO 3

DESCRIÇÃO DOS PROTOCOLOS

PROTOCOLOS REFERENTES AO DESAFIO 1

PROTOCOLO 1 - DESAFIO 1

SUJEITO 1 = 13 anos

Da análise do protocolo de S_1 em relação ao 1º desafio, pode-se observar que houve percepção imediata da não ocorrência de colisão entre o foguete e o helicóptero, o que revela uma compreensão da relação velocidade x espaço x tempo.

Em seguida, S_1 iniciou uma fase de formulação de hipóteses,todas válidas, se não fossem as limitações impostas pelo desafio.

As hipóteses são as que se seguem.

1. Mudança de velocidade do foguete:

"Eles não vão-se encontrar. Só se der uma velocidade menor para o foguete".

2. Interrupção da velocidade do foguete para esperar o helicóptero:

"Então eu acho que com o comando espere dá. O foguete vai esperar o helicóptero e eles vão colidir".

3. Mudança da posição do helicóptero, já evidenciando a percepção do fator distância:

"Eu posso pôr o helicóptero para a frente".

Além de todas as hipóteses propostas por S_1 resolverem o problema, não fossem as limitações indicadas pelo desafio, todas elas já demonstram a percepção, ainda não verbalizada de que não ocorre colisão, devido à menor distância entre o foguete e o ponto de colisão:

"... velocidade maior para o foguete... O foguete vai esperar... posso pôr o helicóptero para a frente".

Além disso, essas hipóteses já lidam com os três fatores envolvidos, espaço, tempo e velocidade.

4. Mudança de posição do foguete:

"Posso mexer com o foguete".

Essa hipótese, única aceita dentro da situação proposta, indica uma percepção da diferença de distância. Nesse momento, S_1, por ensaio e erro, passou a afastar o foguete do ponto de colisão, com tentativas sucessivas de:

pt 10

pt 30

pt 50

Cada tentativa era testada pela execução do programa, que mostrava a não ocorrência de colisão das figuras.

Ainda por ensaio e erro, S_1 encontrou o valor pt 60, que levaria à colisão. Indagado acerca de porque indicara 60, refletiu sobre a questão e chegou à hipótese correta, verbalizando-a:

"Tentei... Ah! A diferença de 100 e 40 é 60".

"Eu acho que eles têm que andar a mesma distância para bater. O helicóptero andou 100, é isso. O foguete já tinha 40 no Y. Ele tem que andar pt 60 (totalizando 100). Se andar mais para trás, por exemplo 70, ele anda mais e passa na frente (do helicóptero)".

Nota-se, entre as hipóteses levantadas, que uma delas lida com o fator velocidade (hipótese 1), outra com o fator tempo (h. 2) e duas com o fator espaço (h. 3 e 4).

PROTOCOLO 2 - DESAFIO 1

SUJEITO 2 = 13 anos

A análise do protocolo 2 referente ao desafio 1 revela que S_2 não percebeu inicialmente a não ocorrência de colisão nas posições em que se encontravam as figuras, ou seja, a percepção da relação velocidade x expaço x tempo não foi imediata:

"Vou testar o programa". "Não entrou em colisão".

O teste do programa tornou evidente a não colisão e levou S_2 a propor uma hipótese, evidenciando a importância do LOGO no teste da hipótese. S_2 releu o desafio e pareceu perceber, de imediato, todas as limitações impostas pelo mesmo, propondo, desde o início, a única hipótese que, além de correta, atendia às condições do desafio:

"Acho que deve colocar o foguete mais embaixo. Olha a distância do helicóptero e do foguete", e mostrou o ponto de colisão.

S_2 então verbalizou corretamente a percepção da relação entre distância e velocidade:

"Como eles estão andando na mesma velocidade, eles não vão-se encontrar devido à distância".

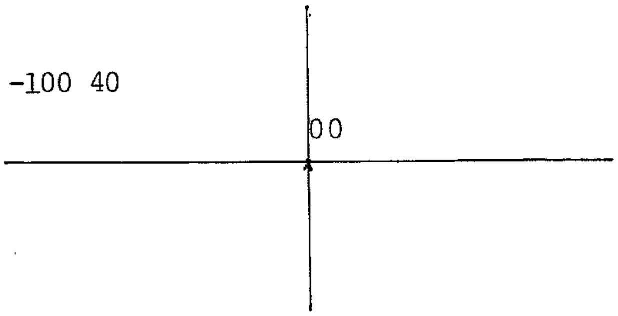
Percebeu a necessidade de calcular a distância correta, não usando ensaio e erro:

"Então tem que fazer os cálculos para colocar o foguete mais abaixo".

Mostrou a posição do helicóptero:

"O 1º (helicóptero) está no [-100 40]. Eu poderia passar o foguete para baixo, mas quanto?"

Mostrou na tela:



e repetiu:

"O 1º (helicóptero) está para cima 40 e para o lado 100".

S_2 parece ter um perfeito domínio ao lidar com coordenadas cartesianas:

"A distância do helicóptero ao ponto de colisão é 100 passos. A do foguete 40. Então, vou colocar (-60) e a distância vai ficar igual".

PROTOCOLO 3 - DESAFIO 1

SUJEITO 3 = 13 anos e 2 meses

Da análise do protocolo 3, desafio 1, verifica-se que S_3 parecia ter uma percepção imediata da impossibilidade de colisão nas condições apresentadas pelo programa, pois, apesar de não haver verbalizado tal impossibilidade, dedicou-se à proposição de hipóteses que viabilizassem a colisão.

Em sua 1ª hipótese, tentou mudar a posição das duas figuras, deslocando-as diretamente sem usar comandos referentes à velocidade:

"Vou ter que fazer este (helicóptero) dar 100 passos para cá (para frente) e este (foguete) 40 (passos) para cá".

Mostrou na tela.

Ainda que não utilizando a noção de velocidade, S_3 já dava indícios de se preocupar com o fator distância.

Informado de que o desafio exigia a utilização de comandos que imprimissem velocidade às figuras, testou o programa nas condições em que se encontrava, ou seja, não permitindo a ocorrência de colisão.

S_3 fez, então, uma exaustiva formulação de hipóteses, todas adequadas, ainda que tivessem de ser descartadas pelas imposições do desafio. São estas as hipóteses levantadas por S_3 na seqüência em que foram feitas.

1. Mudar as velocidades:

"Pode pôr velocidade diferente".

2. Retardar a saída do foguete:

"Pode fazer o foguete sair depois?"

3. Interromper o movimento do foguete, ao chegar ao ponto de colisão:

"Pode fazer o foguete parar quando chegar no 40 (posição [0 40] da tela)".

4. Mudar o ângulo de inclinação das figuras:

"Posso mudar a inclinação das tartarugas".

Analisando essas hipóteses, feitas inicialmente por S_3, verifica-se que elas evidenciam uma compreensão da relação entre velocidade x espaço x tempo.

A primeira hipótese lida com o fator velocidade.Nas hipóteses 2 e 3, há uma tentativa de atuar sobre o fator tempo, tornando-o menor, para compensar a distância menor. A quarta hipótese revela um raciocínio bastante complexo, pois S_3 tenta tornar as distâncias equivalentes, pela mudança de inclinação das tartarugas.

Nesse momento, S_3, levado a ler o desafio após cada hipótese, refletiu, rodou novamente os programas, leu o manual LOGO, como que procurando respostas, e pareceu não perceber mais alternativas.

Perguntou-se, então, a S_3:

"Por que eles não estão entrando em colisão?"

"Porque este está mais longe do ponto de colisão, e então ele demora mais para chegar".

"Pode partir e depois mudar o <u>mudevel</u>?"

Novamente S_3 evidenciou a compreensão da influência dos três fatores: espaço: "está mais longe"; tempo: "então, ele demora" e velocidade: "mudar o mudevel?"

Verificando que sua hipótese contrariava as limitações do desafio, S_3 voltou a refletir. Respondeu à pergunta: por que as duas figuras não estão se encontrando?

"Porque o helicóptero está mais longe que o foguete".

E emitiu outra hipótese:

"Vou aproximar o helicóptero".

Verificando novamente o desafio, disse:

"Vou afastar o foguete. Vou ter que afastar 60. 60 para trás".

Testou o programa:

"Deu certo".

Indagado sobre o motivo por que houve colisão, respondeu:

"Porque o foguete e o helicóptero chegaram juntos ao ponto de colisão".

"Afastei o foguete para que ele ficasse na posição correspondente. Para eles chegarem ao ponto de colisão ao mesmo tempo. O foguete estava mais perto e depois que eu mudei a posição dele, ele ficou à mesma distância".

Explicou mais:

"O helicóptero estava a 100 passos do ponto de colisão. O foguete a 40 passos. Aumentei 60 para igualar as distâncias".

Como se pode verificar, S_3 percebeu, ao longo de todo o desafio, os três fatores envolvidos: tempo x velocidade x espaço. Não se atendo às limitações do desafio, lançou-se a uma formulação exaustiva de hipóteses, todas adequadas. Conseguiu lidar com os dados expressos, com utilização de coordenadas cartesianas, encontrando o valor "pt 60" por cálculo, e não por ensaio e erro.

PROTOCOLO 4 - DESAFIO 1

SUJEITO 4 = 12 anos e 9 meses

Analisando o protocolo de S_4, verifica-se que ele não percebeu inicialmente a impossibilidade de colisão nas condições então existentes.

Teve oportunidade de testar o programa e reformular seu raciocínio.

Emitiu hipóteses, tentando inicialmente mudar a velocidade:

"Uma vai ter que ter a velocidade maior que a outra".

Percebeu a diferença entre as distâncias:

"A distância daqui(helicóptero) ao ponto de colisão é maior que essa daqui (foguete). Por isso é que eles não entram em colisão".

Apesar de perceber a diferença entre as distâncias, não modificou as mesmas e tentou mudar detalhes na programação, tornando a colisão impossível, mesmo se as distâncias fos sem iguais.

Testou novamente o programa e o corrigiu. Perguntou, então:

"O foguete é obrigado a partir deste ponto?"

"Não! Então é só arredar ele para trás".

"O helicóptero estava na posição -100 (no eixo dos X) e o foguete +40 (no eixo do Y), então, para os dois se encontrarem, coloquei pt 60. Assim, o foguete fica à distância de 100 e o helicóptero também (-100) do ponto de colisão".

Observa-se que S_4, apesar de perceber a influência do fator distância, não tentou interferir imediatamente.Quando o fez, demonstrou perfeita compreensão do problema e fez cálculos para encontrar o valor que iria determinar a equivalência das distâncias e provocar colisão.

PROTOCOLO 5 - DESAFIO 1

SUJEITO 5 = 14 anos

S_5 não percebeu imediatamente a impossibilidade da colisão nas condições iniciais, ou seja, não percebeu a diferença entre as distâncias das duas figuras em relação ao ponto de colisão:

"Oh! Não bateu!"

Questionando, iniciou a formulação de hipóteses:

"É por causa do tempo que foi pouco, ou da velocidade".

"A velocidade tem que ser a mesma".

Aqui, S_5 percebeu a relação espaço x tempo x velocidade. Colocado diante das limitações do desafio demorou a formular outra hipótese, e tentou buscar solução em detalhes do programa.

Finalmente, percebeu a diferença entre as distâncias:

"Eu acho que eles não estão na posição certa".

S_5 propôs, então, uma solução correta e dentro dos limites do desafio, mas diferente das propostas feitas pelos outros sujeitos:

"Eu deveria afastar o foguete para a esquerda". Questionado, respondeu:

"Porque, partindo ao mesmo tenpo, eles vão-se encontrar..."

S_5 abandonou sua solução e propôs a outra possível, ou seja, a colocada por todos os outros sujeitos:

"... ou afastar o foguete para baixo, ele está muito em cima".

Ao se explicar, S_5 deixou perceber por que abandonara a proposta anterior de levar o foguete para a esquerda.

"Se eu mudar para a esquerda, ele vai chegar primeiro ao ponto de encontro, primeiro que o outro".

Ou seja, não conseguindo de imediato calcular a distância que o foguete deveria deslocar-se para a esquerda, S_5 abandonou sua proposta.

Com a nova solução, abaixar o foguete, S_5 verbalizou corretamente sua percepção de espaço x velocidade x tempo.

"Eu tenho que abaixar o foguete para andar a mesma distância de espaço que o helicóptero, para chegarem juntos ao ponto de encontro".

S_5 percebeu, então, a existência de um valor adequado para igualar as distâncias, mas não conseguiu calculá-lo:

"Mas quanto?"

"Uns 40".

O problema continuou claro para S_5:

"O foguete tem que abaixar o mesmo tanto que o helicóptero, agora tem que descobrir a distância do helicóptero".

Fez palpites por ensaio e erro, mas não os testou, provavelmente percebendo sua inadequação.

Finalmente explicou:

"Tem que abaixar 60".

"O foguete vai andar 40 para frente, se andar 60 para trás, vai andar 100 igual ao helicóptero, e aí vão-se encontrar".

Como se vê, S_5 percebeu a relação espaço x velocidade, mas apresentou certa dificuldade em calcular o espaço.

PROTOCOLO 6 - DESAFIO 1

SUJEITO 6 = 13 anos e 7 meses

S_6 percebeu e verbalizou imediatamente a impossibilidade de colisão, revelando compreensão da relação velocidade x espaço x tempo.

"Quanto tempo vai ser para eles se encontrarem?"

"Espera aí, quando o helicóptero chegar na metade,o outro já vai estar aqui acima, espera aí, ah! Eles não vão encontrar".

"Está errado".

S_6 elaborou diversas hipóteses corretas, mas em desacordo com o desafio:

- lidando com o fator velocidade:

"Pode mudar a velocidade".

- com distâncias:

mudar a posição do helicóptero:

"E o <u>mudepos</u>? Deve ser o helicóptero pf 50".

Apesar da impossibilidade imposta pelo desafio de mudança da posição do helicóptero, como S_6 fez uma proposta correta, mas com um valor errado (pf 50 em lugar de pf 60), foi questionado sobre como encontrou tal valor:

"Por que andou -100". Mediu a tela com a mão. "É não vai dar certo, vai só passar perto".

Testou o programa. Fez um desenho com coordenadas e as analisou..

Tentou 40, mas, examinando novamente as coordenadas, colocou:

"O helicóptero tem que estar para frente 60".

Apesar da afirmação correta, S_6 não conseguiu explicar bem seu raciocínio:

"Olha aqui, o foguete vai andar 40, o helicóptero tem que andar 40, aqui, 100 - 60 é 40".

Após chegar ao valor correto, S_6 foi solicitado a ler novamente o desafio e verificou que sua hipótese não atendia às limitações do mesmo.

Tentou, então, igualar as distâncias através da mudança da inclinação das figuras, hipótese levantada por apenas mais um sujeito.

"Posso usar ângulo".

Verificando a inadequação da hipótese às condições do desafio, chegou à solução esperada:

"Posso jogar o foguete para baixo".

S_6 demonstrou aprendizagem, a partir de sua tentativa de mudar o helicóptero, chegando imediatamente ao valor correto da mudança de posição do foguete, e explicando:

"Para trás 60".

"Por que 60 + 40 é 100, igual ao -100 (posição) do helicóptero".

PROTOCOLOS REFERENTES AO DESAFIO 2

PROTOCOLO 1 - DESAFIO 2

SUJEITO 1 = 13 anos

S_1 percebeu imediatamente a necessidade de velocidade menor para a tartaruga 2, o que pressupõe a percepção, ainda não verbalizada, da relação espaço x tempo x velocidade.

"Bom, a tartaruga 2 tem que ter uma velocidade menor, se tiver igual ela vai chegar primeiro".

S_1 mediu, então, a distância entre os pontos de partida e a linha de chegada:

"Vou medir a distância das tartarugas da linha de chegada, a tartaruga 1 é 180 e a 2, 120".

Estabeleceu, assim, a diferença entre as distâncias a serem percorridas:

"A diferença entre elas é 60".

Dispondo desses dados, distâncias a serem percorridas, 180 e 120; diferença entre as distâncias, 60, e velocidade da tartaruga 1, 5,1, S_1 iniciou sucessivas tentativas de lidar com os dados.

Sua primeira tentativa:

60 ÷ 5 (desprezou o decimal).

Explicou a operação:

"Porque a diferença entre a distância das tartarugas até a linha de chegada (60), dividida pela velocidade 5 (da $1^{\underline{a}}$ tartaruga), vai me dar a outra velocidade".

Na realidade, 60 ÷ 5 = 12 seria a diferença de tempo (t = e/v) em que a 2ª tartaruga deveria sair depois da 1ª, para chegar ao mesmo tempo que esta, se as duas estivessem com a mesma velocidade, ou seja, 180 ÷ 5 = 36 120 ÷ 5 = 24 36 - 24 = 12.

Provavelmente, S_1 tentou essa solução intuitivamente, visto que não conseguiu explicar seu raciocínio 60 ÷ 5 = 1,2 (errou o cálculo —— valor real 12). Testou, então, o valor 1,2 como velocidade da segunda tartaruga:

"Foi muito devagar. É mais".

"Então, vou dividir a distância 180 pela velocidade 5".

Na realidade, dividindo 180 por 5 acha-se o tempo que a tartaruga 1 gasta para percorrer os 180 passos que a separam da linha de chegada (t = e/v). A partir desse valor, 36, que é o mesmo tempo da tartaruga 2, S_1 poderia ter descoberto a velocidade, dividindo 120 por 36 (v = e/t), obtendo o resultado 3,3333... diferente do real 3,4, devido à simplificação feita por S_1.

Chegando ao resultado 3,6 (valor correto 36), testou e percebeu que a tartaruga dois passou antes pela linha de chegada.

Testou, por ensaio e erro, 3,5 e 3,4. Apesar de 3,4 ser a velocidade adequada, S_1 achou que a tartaruga 2 passou um pouco antes pela linha de chegada.

Dedicou-se, então, a outras tentativas:

"A velocidade tem que ser entre 3,3 e 3,4".

Multiplicou, então, 3,3 x 5,1; indagado sobre a razão dessa operação, respondeu:

"Tenho que achar um número que dê 20". S_1 não conseguiu explicar essa operação.

"Devo diminuir (100-80), o que equivale a 180 — apesar de não ter conseguido explicar — e 100-20 (equivale a 120) e dividir os dois por 5,1". 180 ÷ 5,1 e 120 ÷ 5,1.

S_1 tentou achar o tempo das duas tartarugas ($t=e/v$), não levando em conta que o tempo é o mesmo, as velocidades é que devem ser diferentes. No entanto S_1 poderia, a partir do 1º tempo, encontrar a velocidade da segunda tartaruga ($v=e/t$), se dominasse os conceitos físicos.

Nota-se, em todas as tentativas de S_1, que este percebe a existência de uma relação entre as distâncias e as velocidades. No entanto, S_1 não conseguiu descobrir essa relação, e montou cálculos referentes a raciocínio físico de maneira intuitiva.

Nesse momento, S_1 retornou ao ensaio e erro, e colocou, para a segunda tartaruga, a velocidade de 3,35. Indagado sobre o valor, respondeu:

"Porque é o meio entre 3,3 e 3,4".

"o de cima passou primeiro. Tem que ser entre 3,35 e 3,4", e tentou o valor 3,37.

"Tem que ser mais de 3,37. O de baixo passa primeiro".

"Vou aumentando os números" (casas decimais). Colocou 3,375 e considerou o desafio pronto.

Nota-se que S_1, não tendo conseguido resolver por operações lógicas, tentou o ensaio e erro, atribuindo grande valor às casas decimais. Iniciou com uma casa, 3,4, passou a duas, 3,35, e a três casas, 3,375. S_1 não domina ainda a operação de razão-proporção, mas parece que esta já se está formando nele.

PROTOCOLO 2 - DESAFIO 2

SUJEITO 2 = 13 anos

S_2 percebeu imediatamente a necessidade de menor velocidade na figura dois, e verbalizou a relação espaco x velocidade. A relação com o tempo, ainda que não verbalizada, "está implícita".

"A velocidade da de baixo deve ser inferior, porque a de cima tem que percorrer mais espaço até a linha de chegada que a de baixo".

Indicou uma tentativa de calcular a velocidade:

"Vou tirar do programa para calcular a velocidade".

No entanto, em lugar de trabalhar com a velocidade, tentou interferir no tempo, atrasando, no programa, a saída da segunda tartaruga. Releu o desafio:

"As duas vão ter que sair ao mesmo tempo".

Abandonou a procura de relações e passou a tentativas por ensaio e erro.

Iniciou com o valor 3,1

Não se preocupou em medir as distâncias a percorrer, mas com a distância entre os pontos de partida. Não a mediu, mas acertou por acaso:

"Vendo as duas tartarugas, parece que a distância entre elas é de mais ou menos 60. Só de bater o olho".

"Por que a tartaruga 2 tem a velocidade inferior, diminuí 2 no mudevel".

Estava, assim, explicando o valor 3,1, a ser testado. Explicou que o valor 2 que foi diminuído, foi escolhido ao acaso.

Testou, então, o valor 3,1:

"Com a velocidade que a 1 (tartaruga) está andando, parece que a 2 deve ter uma velocidade um pouco maior que 3,1".

Testou 3,5:

"Chegou primeiro. Tem que ser entre 3,5 e 3,1".

Testou, então, 3,3:

"Entre 3,3 e 3,5. Só pode ser 3,4".

"Tem que dar certo! Vai chegar juntinho. Chegaram juntas!"

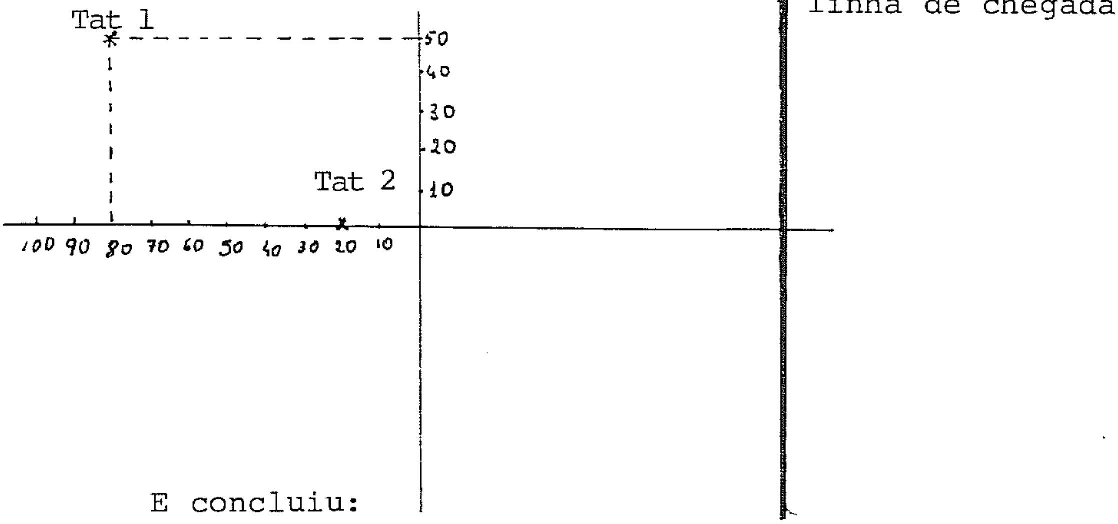
Vê-se que S_2, apesar de usar inicialmente o termo calcular, não se propôs a isso, resolvendo o desafio por ensaio e erro.

Indagado sobre se haveria outro meio de conseguir a velocidade da tartaruga 2 sem tantas tentativas, respondeu:

"Calculando, também tem jeito".

"Você tem aquele mapinha das coordenadas cartesianas?"

Solicitado a fazer ele mesmo o mapa, pediu esclarecimentos e fez o desenho:



E concluiu:

"A distância entre uma e outra é de 60".

Parece que S_2 está, então, centrado em apenas uma dimensão, o ponto de partida, não se preocupando com a distância a percorrer ou com o ponto de chegada.

S_2 preocupou-se depois com o tempo:

"Precisa saber o tempo".

Foi informado que o tempo, neste caso, não é necessário para a resolução, visto ser o mesmo, além de que no LOGO, o tempo não se relaciona com a velocidade do mesmo modo que em outras situações, como explicado anteriormente.

S_2 voltou a se preocupar apenas com a distância entre os pontos de partida:

"Uma tem 60 a mais que a outra" e mostrou a distância entre os pontos de partida e não a distância a percorrer.

Preocupou-se, então, com o ponto de chegada. Contou, no mapa, de 10 em 10. Achou a distância 180 para a primeira figura.

Indagado sobre o que significava o valor 180, explicou:

"É a distância da tartaruga 1 da linha de chegada".

"A distância da tartaruga 2 é de 120".

Propôs o primeiro cálculo:

"A partir da diferença entre as distâncias e a velocidade da tartaruga 1, vou calcular a velocidade da tartaruga 2".

Mostrou dificuldade em prosseguir:

"Eu tinha pensado, mas me deu um branco. É difícil".

Começou a dividir:

60/5,1

Na realidade, como S_1, S_2, ao dividir 60 por 5,1, obteve o tempo (t = e/v) em que a 2ª figura deveria sair depois da primeira, de modo a cruzar ao mesmo tempo que esta a linha de chegada, se as velocidades das duas figuras fossem as mesmas. Como S_1, S_2 parece ter feito tal operação de modo intuitivo, sem saber explicá-la.

Percebeu que este não era o cálculo adequado:

"Assim não dá", e riscou o cálculo.

"Eu já aprendi alguma coisa em Matemática, fração, sei lá o quê, que eu acho que dá".

Escreveu:

180   5,1

120   ---

montando uma regra de três.

"É mais ou menos parecido com a regra de três flechas que a gente aprende na 6ª série".

S_2 tentou relacionar o desafio com sua aprendizagem escolar anterior, e não conseguiu.

Voltou a preocupar-se com o tempo:

"Tinha que ter um cronômetro".

Tal preocupação revela que S_2 conhece a relação entre velocidade x espaço x tempo, o que se mostra, no entanto, inviável na situação.

Novamente foi explicado a S_2 o fator complicador decorrente do uso do tempo em LOGO.

S_2 repetiu:

180 ---- 5,1

120 ----

"A diferença daqui para cá (180 - 120) é 60. E a outra diferença?"

Tentou achar uma razão, dividindo:

120 ÷ 60

Se encontrasse a razão adequada, 180/120, conseguiria 1,5 que, se divisor de 5,1, daria 3,4, ou seja, a velocidade da outra tartaruga.

"Deixa eu raciocinar um pouquinho".

"Pela lógica matemática, está difícil. Com mais tempo, dá".

Escreveu novamente:

180   5,1   60

120   ---

S_2 ora organizava o raciocínio, ora se perdia. Não se consegue verificar a importância da aprendizagem anterior.

"De todos os jeitos, vai-me levar a uma divisão".

"Vou dividir 60 ÷ 5,1".

"Dá 11,76".

S_2 voltou à operação proposta no início, ou seja, divisão da diferença entre os pontos de partida e a velocidade da primeira. Tal operação foi tentada por três dos sujeitos. É possível que S_2 estivesse pensando que, a partir da diferença de espaço, encontraria a diferença de velocidade; no entanto, o que encontra, como foi explicado em relação ao sujeito 1, é a diferença de tempo em que a segunda figura teria de sair depois da primeira, para chegarem juntas, caso as duas tartarugas estivessem na mesma velocidade.

Observa o valor 11,76 e vê que não corresponde ao valor adequado (3,4).

"Já complicou. A diferença é 11,7... diminuindo... No cálculo está difícil. Vou desistir do cálculo".

Nota-se que S_2 percebeu a relação velocidade x espaço x tempo. Intuiu a existência de uma operação capaz de calcular a velocidade, montou corretamente uma regra de três, mas se perdeu ao efetuar os cálculos. Provavelmente, ele está começando a adquirir a operação de razão e proporção.

PROTOCOLO 3 - DESAFIO 2

SUJEITO 3 = 13 anos e 2 meses

Inicialmente, S_3 se preocupou com a diferença entre as distâncias, mas teve dificuldade de encontrar essa diferen ça ou, então, dificuldade de se expressar:

"Este negativo (-20 e -80) é para cá" indicando, na tela:

"A diferença entre elas é 20".

"A tartaruga 1 tem 80, até chegar (no ponto 0 do eixo do X) e a outra, 20".

Abandonando o cálculo da diferença, expressou perfeita compreensão da relação espaço x tempo x velocidade:

"Vou tirar da diferença a velocidade da outra, para fazer a tartaruga 2 andar mais devagar".

"Se as duas tiverem a mesma velocidade, a tartaruga 2 vai chegar primeiro, ela tem que ter a velocidade menor, quer ver?"

"Daqui até aqui (da tartaruga 1 até o ponto 0 no eixo do X) tem 80".

Refletiu e continuou:

"A tartaruga 1 está a 180 (da linha de chegada) e a tartaruga 2 a 120".

Solicitado a explicar, ele o fez:

"A distância é 100 até o ponto de origem (do ponto 0 até a linha de chegada) mais 80 para a tartaruga 1 e mais 20 para a tartaruga 2".

Colocou no papel as distâncias:

180

120

e encontrou a relação entre as duas distâncias, por simplificações sucessivas:

180 ÷ 2 --- 90 ÷ 3 --- 30 ÷ 10 --- 3

120 ÷ 2 --- 60 ÷ 3 --- 20 ÷ 10 --- 2

Encontrou, assim, uma unidade de referência, que se repete três vezes para a primeira tartaruga e duas vezes para a segunda. Nesse momento, S_3 estava representando a distância percorrida pela tartaruga 1 pela fração 3/3 e a distância percorrida pela tartaruga 2 pela fração 2/3. Fez, então, a velocidade da tartaruga 1, ou seja, 5,1, corresponder também à fração 3/3 e encontrou 2/3 de 5,1, para achar a velocidade da tartaruga 2, obtendo o valor 3,4.

Dividiu:

5,1 ÷ 3 = 1,7

Somou:

1,7 + 1,7 = 3,4

E disse:

"Entre a tartaruga 2 e a 1, tem 1,7 de velocidade".

Solicitado a explicar, ele o fez assim:

"Eu simplifiquei por fração o 120 e o 180, e descobri que a tartaruga 2 tem 1/3 a mais de vantagem que a tartaruga 1, é como dividir a distância do helicóptero (tat 1) por 3 e a do trem (tat 2) por 3, então, a velocidade da tartaruga 2 é 2/3 (da tat 1)".

Somou, no papel, 1,7 + 1,7 = 3,4 (velocidade da tartaruga 2).

O raciocínio desenvolvido por S_3 demonstra um perfeito domínio da operação de razão-proporção, domínio este que parece não ser proporcional à capacidade verbal de S_3. Po de-se afirmar que, muitas vezes, o domínio de uma operação não corresponde à capacidade de descrever as etapas de raciocínio necessárias à demonstração de tal domínio. Verifica-se que S_3, apesar do domínio da operação razão-proporção, resolveu todo o desafio através de lógica-matemática, sem demonstrar raciocínio voltado para o aspecto físico do problema, ou seja, sem procurar relações numéricas entre espaço, tempo e velocidade.

PROTOCOLO 4 - DESAFIO 2

SUJEITO 4 = 12 anos e 9 meses

S_4 evidenciou compreensão entre as relações velocidade x tempo x espaço e tentou imediatamente encontrar uma proporção entre as duas distâncias, mas o fez por ensaio e erro, sem sequer saber o valor destas.

"Acho que a primeira tartaruga deve ter o dobro (da distância) da segunda".

"O dobro não".

Reformulou:

"A distância da primeira é maior que a da segunda".

Mostrou que estabeleceu relação entre velocidade e distância, mas sem calcular as distâncias, estabelecendo proporções ao acaso".

"A velocidade da primeira deve ser 1/4 maior que esta".

Multiplicou a velocidade da primeira por 3 e dividiu por 4, achando 3/4 de 5,1:

5,1 x 3 = 15,3 ÷ 4, que é igual a 3,825,

em um raciocínio absolutamente correto, a partir de relações falsas (a segunda é 2/3 da primeira, e não 1/4). O seu erro se deve ao não estabelecimento correto da proporção entre as duas distâncias, que não foram determinadas por ele.

Testou o valor encontrado, 3,825, e não obteve o resultado desejado:

"Por pouco".

Tentou mudar as distâncias:

"Os dois têm que sair do mesmo lugar?" (o proposto no desafio).

"Deixa eu ver".

Desprezando essa possibilidade, em função das condições do desafio, voltou ao raciocínio que desenvolvia anteriormente, tentando sempre achar a relação entre as duas distâncias por ensaio e erro.

"Tenho que achar a velocidade da segunda".

Dividiu 15,3 por 5 e multiplicou por 3, achando o valor 3,06.

Explicou:

"A segunda é 3/5(em relação à distância) da primeira".

Testou o valor 3,06 e continuou a fazer o raciocínio adequado com dados falsos, por ensaio e erro.

"Acho que a distância da segunda é 4/5 da distância da primeira".

Fez cálculos:

5,1 x 4 = 20,4 ÷ 5 = 4,08

Testou:

"Não deu certo".

Só então percebeu as distâncias e escreveu:

180

120

Mostrou a predisposição de estabelecer uma relação:

"Tenho que fazer um paralelo".

180 ÷ 5,1

"Acho a velocidade que percorre a cada passo da tartaruga = 35,294117".

Estava achando o tempo t = e/v, como fez S_1, mas, como não dominava conceitos físicos, referiu-se a velocidade. A partir do tempo encontrado, 35,294117, poderia achar a velocidade da segunda tartaruga, visto que os tempos são os mesmos, v = e/t. No entanto, S_4 fez a operação intuitivamente, visto não conseguir completar seu raciocínio por falta de conceitos físicos.

Dividiu, então,

120 ÷ 5,1 = 23,52...

procurando o tempo que a segunda tartaruga gastaria, se tivesse a mesma velocidade da primeira.

Percebeu o absurdo do valor encontrado e desistiu, passando a atuar por ensaio e erro; testou o valor 3,08:

"Aumentei! Achei por acaso".

Testou:

3,25

"Vou pela sorte".

3,26 - 3,27 - 3,28.

Indagado sobre se ia desistir de calcular, afirmou:

"Não, vou fazer".

"Só tenho que elaborar a conta".

Inverteu, então, os dados utilizados na operação anterior:

5,1 ÷ 180 --- e achou o inverso do tempo. O cálculo de S_4 pode ser expresso por:

$$v_1/e_1 = 1/t,\ 1/t \times e_2 = e_2/t = v_2$$

e explicou corretamente, intuitivamente, considerando o tempo fixo:

"Vou achar a velocidade de casa passo, depois vou multiplicar pela distância de baixo".

Indagado por que, respondeu:

"Para eles chegarem juntos".

5,1 ÷ 180 = 0,02833

"Agora é só multiplicar por 120".

0,2833 x 120 = 3,3999

"Nossa! Posso arredondar?"

arredondou no papel (3,4) e colocou o decimal no programa:

"Não vou-me arriscar".

Indagado sobre por que o valor 3,3999 foi correto, respondeu:

"A velocidade de cada passo é igual. Só a distância é que é diferente".

"A velocidade é igual, só que o número de passos (distância) do de baixo é menor. Aí, na soma total, a velocidade geral (da tartaruga 2) vai ser menor e eles vão chegar juntos".

A obtenção do valor adequado, através de um cálculo correto de proporções, realizado e explicado após várias tentativas de lidar com os dados, indica que S_4 não atingiu, ainda, o domínio das operações de razão-proporção, mas que tal operação já se encontra em processo de construção nesse sujeito. Além disso, S_4 realizou intuitivamente raciocínios envolvendo as fórmulas matemáticas relacionadas ao aspecto físico do problema.

PROTOCOLO 5 - DESAFIO 2

SUJEITO 5 = 14 anos

S_5, inicialmente, tentou mudar a posição, evidenciando perceber a relação velocidade x espaço x tempo, mas não se atendo às condições do desafio.

"Então vou ter que mudar a posição".

Abandonando a hipótese anterior, inicialmente se confundiu:

"Tem que ter a mesma velocidade". Depois exclamou:

"Ah! Ah! A tartaruga 1 está para trás, ela tem que ter velocidade maior, para compensar a distância".

Com essa verbalização, evidencia-se, realmente, a compreensão das relações espaço x tempo x velocidade por S_5.

Percebendo a relação e x t x v, S_5 dedicou-se a encontrar a velocidade da segunda tartaruga por ensaio e erro.

"A diferença da distância vai influenciar na chegada. A tartaruga 2 está na frente (quanto ao ponto de partida) vou colocar 2,1 (velocidade) para que a tartaruga 2 espere e recompense a distância da outra".

O termo <u>espere</u> parece ter sido usado com o sentido de menor velocidade, pois, no programa, as duas tartarugas saem juntas como o pedido no desafio.

Interrogado sobre o valor 2,1, respondeu:

"Porque é a metade... da velocidade... hum... é 2,5".

Mudou o programa e colocou <u>mudevel</u> 2,5:

"Eu tenho que calcular... a de cima vai chegar primeiro".

"Vou ter que multiplicar 5,1 por 2,5 e dar a mesma velocidade às duas".

Indagado sobre se com a mesma velocidade as duas tartarugas chegariam juntas, respondeu:

"Só se saírem do mesmo lugar".

Verificando a impossibilidade de tal afirmação, testou o valor 2,5 e verificou que a tartaruga 1 cruzou em primeiro lugar a linha de chegada.

Disse, então:

"Tenho que aumentar a velocidade da tartaruga 2.Acho que 3,1 vai dar certo".

Indagado sobre se tinha certeza do valor, respondeu:

"Acho! Se não, vou aumentando o número",

em uma clara intenção de trabalhar por ensaio e erro.

Do valor 3,1, saltou para o 4,0. mas não o testou:

"Então é 4, mas pode passar depressa demais a tartaruga 2".

Testou 3,3:

"Foi pequenininha a diferença".

"Então é 3,4, eu acho que agora vai dar certo".

Testou:

"Não disse, passou junto".

Parou e, após raciocinar algum tempo, disse:

"Mas... 5,1 para 3,4 não foi a metade".

Essa fala revela que S_5 imagina a existência de uma relação entre as duas distâncias e as duas velocidades , apesar de ter obtido a segunda velocidade por ensaio e erro.

Indagado sobre alguma outra maneira de conseguir a velocidade da segunda tartaruga, respondeu com considerações gerais sobre o desafio, mas não se propôs buscar outra solução.

Todo o procedimento de S_5 revela que, apesar de perceber a existência de relação entre espaço, tempo e velocidade, não apresenta, ainda, indícios de gênese da operação de razão-proporção.

PROTOCOLO 6 - DESAFIO 2

SUJEITO 6 = 13 anos e 7 meses

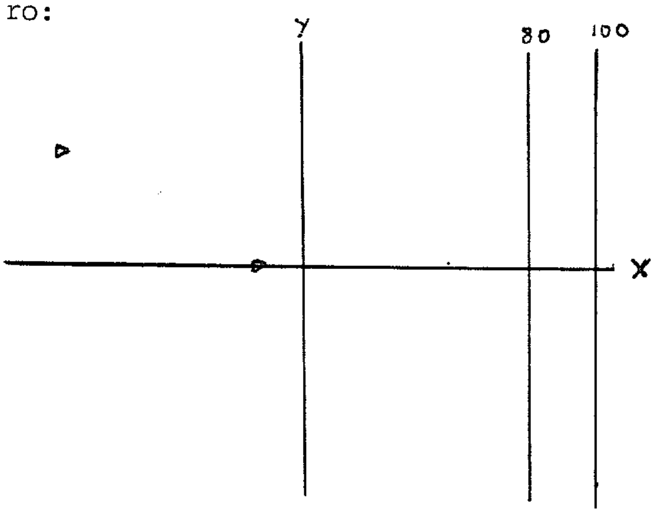
S_6 percebeu a relação v x e x t e tentou imediatamente calcular a relação velocidade x distância.

Dividiu 5,1 por 10.

Indagado por que, respondeu:

"Para saber a velocidade em cada 10 (passos)".

Ao obter o resultado 0,51, não soube o que fazer com ele e o abandonou. Desenhou o desafio de modo não muito claro:



e montou uma regra de três:

5,1 ---- 180

---- 120

Solicitado a explicar, colocou:

"Vou dividir 5,1 pelo 180, ou melhor, 5,1 por 18, o resultado é 0,2833333..."

Diz:

"0,283 é o número que vou multiplicar por 10, para saber o <u>mudevel</u> (a velocidade) da tartaruga 2".

Solicitado a explicar, ele o fez assim:

"Por que 5,1 é o número do mudevel (velocidade) da tartaruga 1 para andar 180 passos até chegar à linha. Aí eu divido este (5,1) por 180 e multiplico por 100".

Indagado sobre o porquê do 100, respondeu:

"A tartaruga 2 está a 100... Ah! É 120 da linha de chegada; tem que multiplicar por 120".
Multiplicou, na realidade, por 12, devido à simplificação do 180.

Dividiu: $5,1 \div 18 = 0,28$

$0,28 \times 12 = 3,3999$

Explicou:

"Isto é uma regra de três".

"É uma regra de quando você tem três valores, aí você divide um valor por outro e multiplica pelo outro, para achar o valor de X".

Acompanhou suas explicações, mostrando os valores em uma regra de três hipotética, montada como abaixo:

10 100

8 x

Apesar de algunas confusões com valores (tentativa de simplificar usando o 10, uso do 100 em lugar do 120), S_6 resolveu adequadamente o desafio, parecendo dominar a operação de razão-proporção. No entanto, S_6 atribuiu seu sucesso a aprendizagem anterior:

"Eu acho que os meninos da $7^{\underline{a}}$ série não sabem (regra de três)".

Indagado por que, respondeu:

"Ah! Foi meu avô que me ensinou".

Não se tem condições de atribuir o sucesso de S_6 na solução do desafio 2 à aquisição espontânea da operação de razão-proporção ou à aprendizagem. De qualquer modo, S_6 soube utilizar a aprendizagem anterior, assim como explicou o problema usando alguns conceitos físicos de espaço e velocidade.

PROTOCOLOS REFERENTES AO DESAFIO 3

PROTOCOLO 1 - DESAFIO 3

SUJEITO 1 = 13 anos

O primeiro aspecto considerado no resultado refere-se à ocorrência ou não de compreensão imediata do conceito de proporção (expresso, no desafio, por relação entre altura e largura).

S_1 inicia confundindo a proporção entre as duas medidas com a diferença:

"A mesma relação de 60 e 40?"

"Então é 50 e 30".

Solicitado a explicar, respondeu:

"A diferença é 20".

Quando se pediu que S_1, usando esse raciocínio, indicasse a largura do 5º prédio — que,neste caso, seria 0 — S_1 revelou sua estranheza e lhe foi explicado o que seria relação, com exemplos.

S_1 fez um cálculo de razão, tentando resolver um dos exemplos.

Solicitado a voltar ao problema dos prédios, S_1 começou a elaborar o programa, não utilizando o cálculo de razão, como fora feito para o exemplo. Voltou a insistir na diferença:

50	30
40	20

30 10

20 ... Interrompeu o programa e perguntou:

"Será que pode ser 20 0?"

Percebendo que não, passou novamente ao cálculo da razão entre as duas dimensões"60/40 = 1,5". Encontrando a razão correta, S_1 não soube usá-la.

Encontrou a razão do segundo prédio, considerando como largura 30, como conseguira anteriormente, mantendo a diferença das dimensões do 1º prédio.

50/30 = 1,6

S_1 não soube como usar as duas razões obtidas e disse:

"Vou obter a largura do prédio 2, porque vou multiplicar a diferença que vai ser a largura".

E multiplicou 50 x 1,5.

Sem saber explicar, S_1, em lugar de dividir a altura do 2º prédio pela razão, descobrindo a largura do mesmo, fez uma multiplicação. Percebeu o resultado absurdo e fez outros cálculos, ora parecendo lidar com razão, ora com proporção (regra de três).

S_1 fez diversos cálculos de razão, usando os dados que possuía, inclusive repetindo os cálculos.

60/50 = 1,2

60/30 = 2

60/50 = 1,2

Interrogado sobre o que ia fazer com os valores, respondeu:

"Dividir um pelo outro e multiplicar".

Nesse momento, S_1 pareceu tentar uma regra de três, porém manipulou de vários modos seus dados, sem conseguir montar a operação adequada

40 — 60

x — 50

fez os seguintes cálculos:

60/50 x 40 = 48

60/40 x 50 = 75

50/40 x 60 = 75

Finalmente, fez a conta:

50/20 = 2,5 x 40 = 100

100/60 = 1,666 x 20 = 33,3

E explicou:

"Dividi 50 pela diferença de 60 e 40 e multipliquei por 60. Este 33,3 deve ser a largura".

S_1 explicou uma operação, mas realizou outra, diferente. A operação explicada por S_1 seria: 50/20 x 60 = 150.

S_1 repetiu os cálculos:

50/20 = 2,5 x 40 (e não 60) = 100

100/60 = 1,666 x 20 = 33,3

S_1 encontrou, então, sem ter condições de explicar, o valor real para a largura do 2º prédio.

Sua insegurança em relação ao resultado encontrado é evidente.

"Porque a diferença de 50 e 30 é muito, deve ser um pouco mais de 30".

Além disso, respondendo à questão de como iria calcular os outros prédios, disse:

"Como vou conseguir? Vou tentar lembrar as contas".

Efetua:

100/60 = 1,666x...

100/60 = 1,66 x 40

"Será que 100/50? É dois..."

Abandonou esses cálculos, e se preocupou com a diferença entre as medidas do novo prédio: 50 - 33,3 = 16,7. "É quase 20", afirmou.

Voltou-se para outros cálculos:

60 + 40 = 100/30 = 3,33 "Engraçado".

Repetiu a diferença:

50 - 33,33 = 16,66

100/50 = 2 x 16,66 = 33,3

Surpreendeu-se: "Por que será?"

Voltou-se para o cálculo do 3º prédio:

"Ah! Espera aí, o próximo é 40".

40/10 = 4

Explicou:

"É a diferença da largura e da altura", referindo-se à altura do prédio considerado e à diferença entre as alturas.

Na realidade, achou uma razão com a qual não conseguiu lidar.

Apelou para ensaio e erro, referindo-se às diferenças entre a altura e a largura:

60 - 40 = 20

50 - 33,3 = ± 20

40 - ± 20 = ± 20, ou mais um pouco.

Voltou a tentar cálculos que provavelmente se referiam a uma tentativa de conseguir a proporção por regra de três, estratégia que parece desconhecer.

O correto seria, em relação ao terceiro prédio:

40 --- 60

x --- 40

S_1 no entanto, tentou

100/40 = 2,5

Efetuou, então:

2,5 x 20 = 50

2,5 x 40 = 100

2,5 x 10 = 25

E explicou:

"100 não dá, olha! 25 e mais ou menos 20, pode experimentar?"

Colocou no programa, e examinou os prédios feitos.

60 40

50 33,3

40 25

Os resultados corretos dos dois primeiros prédios e aproximado para o terceiro, pareceram satisfazê-lo.

Voltou a fazer cálculos:

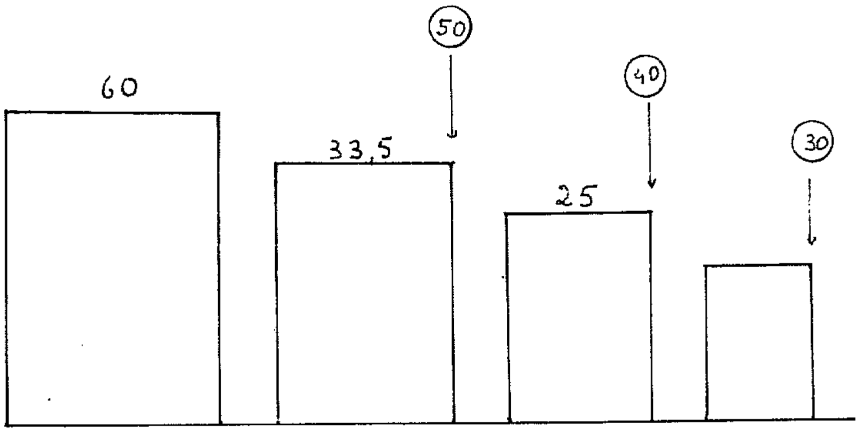
100/60 = 1,666

40/30 = 1,33 x 25 = 33 (?) "Deu a anterior".

Disse:

"Ah! espera aí".

Desenhou os prédios:



"A largura é a metade da altura do anterior (prédio anterior).

Tentou lidar com fração ou razão, mas, na realidade, a largura é 2/3 da altura.

Voltou a fazer cálculos aleatoriamente, para descobrir a largura do 4º prédio:

40/30 = 1,3

40 - 30 = 10

60/30 = 2

40/20 = 2

Não se satisfez com os resultados e, solicitado a fazer de outro modo, ele o fez:

60 x 30 ... "não".

40 x 30/60 = 20 ou seja, calculou a largura do quarto prédio por uma regra de três adequada, e encontrou o valor exato, possivelmente por acaso, pois, nos outros prédios, fizera vários cálculos, sempre dividindo um valor por outro e multiplicando por um terceiro, mas sem saber lidar com os dados.

Tenta o 5º prédio:

2,5 x 20 = 500/30 = 16,66

Poderia obter o resultado correto com

40 - 60
x - 20 800/60 = 13,3

A operação de razão-proporção parece estar se instalando em S_1, pois tentou vários cálculos, que lhe deram uma razão, mas não soube manipular essa razão. Por outro lado, fez vários cálculos que se assemelham à regra de três. No entanto, não soube montar a mesma e obteve resultados inadequados. Parece não conhecer formalmente a existência de regra de três.

PROTOCOLO 2 - DESAFIO 3

SUJEITO 2 = 13 anos

S_2 parece não entender o conceito de relação, confundindo-o com diferença.

"Se tem um com 60 40 e tem que ter a mesma relação sempre tendo 20 como diferença, o outro vai ter 50 30".

Após receber a explicação, com vários exemplos, sobre relação (proporção) entre altura e largura, e demonstrar haver entendido tal explicação, ainda insistiu:

"Então, deixa eu testar só com estes dois predinhos:

50 30 ——— 2º prédio

40 20 ——— 3º prédio".

Testou o programa e, verificando a não ocorrência de relação, achou que deveria aumentar a largura dos prédios. Fez isso por ensaio e erro, e aumentou muito na largura.

50 45 ——— 2º prédio

40 30 ——— 3º prédio.

Comentou:

"Ficou muito gordo. Acho que do outro jeito é que estava certo".

Voltou aos valores anteriores:

50 30

40 20

e disse:

"É, acho que assim fica melhor. Agora tem que fazer os outros prédios".

Colocou no programa os valores:

50 30

40 20

30 10

20 5

Referindo-se ao último prédio, que não obedece à diferença entre as dimensões dos outros (20), disse:

"Vai ter que ser um pouquinho mais largo, para poder caber", significando, possivelmente, que a diferença 20 daria um prédio 20 0, ou seja, apenas uma linha.

Testou o programa.

"Sobrou muita rua. É, não conserva a mesma relação, não mesmo".

Perguntado sobre se haveria algum meio de resolver o problema por cálculos, respondeu:

"Acho melhor ir tentando", mostrando aceitação da solução por ensaio e erro.

Colocou nos prédios:

50 45

40 35

30 25

20 15

mantendo 5 de diferença.

Testou:

"As relações também não estão legais. Agora eles estão gordos demais. Se colocar menos, eles ficam magros e mais, ficam gordos".

Colocou novos valores:

50 43 diferença 7

40 32 diferença 8

30 22 diferença 9

20 11 diferença 9

Testou e disse: "Agora ficou..."

"Parece que está mais ou menos".

Perguntado sobre se haveria outro meio de encontrar os valores, respondeu:

"Ter, tem, mas para descobrir seria muito difícil".

E gravou o desafio, revelando sua intenção de não tentar fazer cálculos.

Verifica-se que S_2 não possui indícios da operação de razão-proporção e, mesmo tendo tentado (mas não conseguido) montar uma regra de três no desafio 2, neste desafio não o tenta.

S_2 parece dominar a operação de compensaçõo em termos qualitativos, pois tenta, em todos os cálculos, reduzir a dimensão largura, visto que a dimensão altura diminuiu.

Não dominando a razão-proporção, encontra valores aproximados,a serem reduzidos, por ensaio e erro.

PROTOCOLO 3 - DESAFIO 3

SUJEITO 3 = 13 anos e 2 meses

S_3 entende o que significa relação (proporção), sem necessidade de explicações. Imediatamente resolveu o problema, por uso de equivalência de frações.

O primeiro tem 60 por 40".

"O prédio é um terço mais alto que a largura".

Explicou melhor:

"A altura é 1/3 maior que a largura".

Perguntou:

"Precisa ficar número exato? Então tem que fazer a conta".

E a fez:

50/3 = 16,66

40/3 = 13,33

30/3 = 10

20/3 = 6,6

Colocou no primeiro prédio:

50   16,66

Percebeu imediatamente o erro:

"Está errado, é duas vezes isso".

Fez os cálculos:

16,66 x 2 = 33,2

13,2 x 2 = 26,6

10 x 2 = 20

6,6 x 2 = 13,2

E concluiu:

"Está pronto". Acabou o programa pondo os valores nos prédios:

50   33,2 - 2º prédio

40   26,6 - 3º prédio

30 20 - 4º prédio

20 13,2- 5º prédio

S_3 parece dominar perfeitamente a operação de razão-proporção, o que já ficara evidente no desafio 2.

PROTOCOLO 4 - DESAFIO 3

SUJEITO 4 = 12 anos e 9 meses

S_4 começou a calcular as medidas dos prédios. Colocou para o segundo prédio: 50 30

Indagado sobre as medidas, respondeu:

"Porque diminuíram 10 na altura e 10 na largura".

Continuou colocando valores nos outros prédios, seguindo o mesmo raciocínio, até chegar ao último.

40 20 - 3º prédio

30 10 - 4º prédio

20 0

Voltou ao programa e colocou para o quinto prédio:

20 5

Indagado porque menos 5 e não menos 10, respondeu:

"Estou colocando a metade" (5 metade de 10, referente às diferenças entre a largura que estava considerando).

"Se não, não vai ter largura".

"Acho que os três primeiros estão certos, nos últimos é que estou com dúvida, não entendi esta relação".

Só então S_4 verbalizou que não entendera o sentido de relação (proporção).

Após a explicação e exemplos, voltou ao programa.

Manteve 50 30 para o 2º prédio.

Indagado, respondeu:

"A diferença de 60 e 40 é 20. Aí diminuí os 10 da altura e os 20 da diferença da largura, mas não vai dar certo no último".

"Já entendi a relação, só não sei como fazer".

Abandonou a solução por diferença, possivelmente lembrando da tentativa anterior.

Colocou no 2º prédio 50 50, testou, viu o quadrado e alterou os dados:

50 40

"Achei que mantendo a mesma largura, daria". Previu, então:

"Não dá certo, o último ia ficar baixinho e gordo".

Voltou para 50 30.

"Acho que está certo, batendo os olhos, não é gordo nem magro".

Perguntado como faria com o próximo prédio, chamou o programa e disse:

"Quero achar uma pista".

"É, não achei".

Colocou, então, os números:

50 35 - 2º prédio

40 30 - 3º prédio

30 25 - 4º prédio

20 20 - 5º prédio.

Testou e percebeu:

"O primeiro é um retângulo e o último deu quadrado, tá errado".

Interrogado a respeito de como encontrara os valores acima, respondeu:

"Pensei: se 10 (primeiro valor que diminuiu de uma largura para outra) não dá, tirei 5 de cada (a diferença passa a ser 5) para ver".

"O último deu errado, não saiu da mesma gordura".

Tentou colocar 10 de diferença só no último prédio:

20 10

"Ah! Se eu colocar a diferença de 10 no último..."

Indagado sobre se a relação estava mantida, respondeu:

"Não, a proporção fica errada", usando adequadamente o termo proporção, que não fora citado por nenhum dos outros sujeitos.

Descobriu:

"Tem que diminuir o mesmo tanto em todos, para ter a mesma relação", e disse:

"Vou tentar 2, já foi 10 e 5 e não deu certo".

50 48

40 36 (?)

30 ...

Parou e disse:

"Não deu, o 3º vai ficar desproporcional". (Na realidade, todos ficariam desproporcionais ao primeiro).

Colocou 50 34 e disse:

"Vou tentar tirar 6".

Explicou:

"É a quantia que está entre o 10 e o 2 , e não é 5, que eu já tentei".

Colocou:

50 34 - 2º prédio
40 28 - 3º prédio
30 22 - 4º prédio
20 16 - 5º prédio

Testou e afirmou:

"Deu certo".

"Mantém a mesma relação, olha, tirei a mesma quantia de todos, todos são retângulos e tem a mesma distância entre eles" (referindo-se à distância entre os prédios).

E gravou o programa.

S_4 não apresentou indícios da operação de razão-proporção. No entanto, ainda que não consiga o domínio numérico, sabia que devia haver compensação. Não efetuou cálculos, mas tentou lidar com números. Intuiu a existência de um valor constante na diferença entre as larguras, mas tentou encontrá-la por ensaio e erro.

PROTOCOLO 5 - DESAFIO 3

SUJEITO 5 = 14 anos

S_5 não domina o conceito de relação (proporção).

"Tem que diminuir 10 na altura e ficar com a mesma largura?"

Após explicações e exemplos, disse:

"Vou ter que diminuir na altura e na largura".

Explicou:

"Senão vai ficar baixinho e gordinho, não pode!"

E continuou:

"Mas diminuir 10 na altura e 10 na largura não pode ficar. Os últimos vão ficar muito magros e da mesma largura eles não podem ficar".

Abandonou o raciocínio seguido até então, de conseguir um valor para diminuir de uma largura para outra, e passou a lidar com diferenças:

"40 dividido por 60 (o termo dividido parece ter sido engano) a diferença é 20, então a largura para 50 (2º prédio) é 30... não dá... no final, sobra número (querendo se referir ao 5º prédio, 20 0)".

"O jeito é tirar 10 na altura",

e muda de raciocínio, tentando compensação, tirando 10 na largura como na altura, apesar de haver dito, no começo, que tal solução não era adequada.

"Vai ser o mesmo (10) da largura".

No entanto, mantém, para o 2º prédio, a mesma largura do 1º.

50 40 - 2º prédio
40 30 - 3º prédio
30 20 - 4º prédio
20 10 - 5º prédio

Testou e não considerou as proporções adequadas. Voltou a lidar com a diferença entre as duas dimensões, ou seja, 20.

50 30
40 20
30 10, e comentou: "Acho que não vai dar", mas continuou: 20 0? "Não pode! Então é 20 5".

Vendo que não se mantinha a relação, tentou alterar o desafio:

"O último tem que ter 25 de altura".

Colocado diante da impossibilidade de mudar os valores das alturas, disse:

"Então, é acrescentar na largura do 1º", ainda contrariando o desafio.

Solicitado a continuar o desafio sem mudar suas regras, explicou:

"Estou tentando ver (prever) o tamanho".

Colocou:

"É 50" (a largura do 2º prédio).

Interrogado sobre se estaria conseguindo a mesma proporção com esse valor, respondeu:

"É um quadrado, é, não dá, achei que tinha achado".

Começou a dar palpites:

"Então é a metade" (largura metade da altura).

Se descobrisse a razão correta (2/3), talvez conseguisse levar adiante o desafio.

Deu novos palpites, ao acaso.

"Então é número ímpar. Uma largura par, outra ímpar".

"Ah! não dá certo".

Tentou várias operações numa folha, inclusive com cálculos errados:

60 + 40 = 100

100/50 = 11 (?)

100/4 = 25

50/4 = 12(?)

200/50 = 30 (?)

Não soube explicar suas operações, e abandonou-as.

Finalmente, comentou:

"Tirando 5 não dá, 10 é muito".

"É, tenho que tirar um número entre 10 e 5" (para diferença entre as larguras).

Resolveu-se pelo 7, e explicou:

"Veio na cabeça!"

Fez os cálculos:

40 - 7 = 33

33 - 7 = 26

26 - 7 = 19

19 - 7 = 12

e completou o programa, colocando os valores encontrados nos prédios:

50 33 - 2º prédio
40 26 - 3º prédio
30 19 - 4º prédio
20 12 - 5º prédio

Testou e disse:

"Acho que deu certo, tava perto do 5, né? Alguma coisa eu tinha que tirar do 40 (largura do primeiro) eu sabia, veio uma intuição para o 7 e deu certo!"

E gravou o programa.

Como S_2 e S_4, S_5 não apresentou indícios da operação razão-proporção, e tentou resolver o desafio de vários modos, alguns absurdos, até chegar à compensação, achando o valor a tirar da largura por ensaio e erro.

PROTOCOLO 6 - DESAFIO 3
SUJEITO 6 = 13 anos e 7 meses

S_6 percebeu imediatamente o que significa relação (proporção) e sabe que pode resolver o desafio por regra de três.

No entanto, montou nove cálculos de regra de três, ou porcentagem, antes de chegar ao cálculo adequado.

1ª tentativa: 60 —— 40
50 —— x

Encontrou o valor 40 e disse:

"É muito, deve ser mais ou menos 30, mas também não é, eu sei que tá errado".

Na 2ª tentativa, apresentou uma confusão com porcentagem:

60 —— 50

100 —— x

S_6 encontrou o número 12 e afirmou:

"Deu errado!" No entanto, S_6 encontrou um valor errado, pois, apesar de montar:

60 —— 50

100 —— x ,

S_6 multiplicou 60 x 100 = 6.000 e dividiu por 50, obtendo 12.

O cálculo correto seria:

50 x 100/60 = 83%,ou seja, 50 (2ª altura) equivale a 83% de 60 (1ª altura). A partir desse cálculo, S_6 poderia ter encontrado as outras medidas.

Calculando 83% de 40 (1ª largura):

83 —— 100

x —— 40, encontra-se 33,20 (valor correto).

Na 3ª tentativa, S_6 continuou insistindo em porcentagem, e, errando os cálculos, não conseguiu prosseguir.

60 —— 100

50 —— x

S_6 multiplicou 60 x 50/100 = 30 ,

e percebeu o erro.

"É trinta. Ah! Não, peraí!"

4ª tentativa (ainda lidando com porcentagem):

60 —— 30

x —— 100

Encontrou o valor 200 e percebeu o erro.

Na 5ª tentativa, abandonou a porcentagem:

60 —— 40

50 —— x

A regra de três, montada corretamente, foi calculada de modo errado: 60 x 50/40 = 7,... abandonou-a, antes de terminar, e disse:

"Não é".

Na 6ª tentativa, abandonou cálculos de proporção ou porcentagem, e tentou a diferença:

60 - 40 = 20

50 - 30 —— 2º prédio.

Testou o programa e achou que não dera certo:

"É mais de 30, deve ser uns 33".

"Porque é mais ou menos 1/3. Tirar 10 de 40 não é igual a tirar 10 de 60".

Mostrou aí o domínio de compensação, e uma tentativa de lidar com frações.

Tentou voltar para o cálculo de porcentagem por regra de três, e justificou, dizendo como faz para saber sua nota em 100 nas provas:

4,5 — 6,0

x — 100

"Aí eu fico sabendo quanto por cento eu tirei".

Abandonou a porcentagem e voltou para proporção.

7ª tentativa:

60 —— 50

x —— 50

percebeu a inadequação e montou a

8ª tentativa:

60 —— 50

40 —— x,

que também abandonou, montando a 9ª tentativa:

60 —— 40

50 —— x

Efetuou os cálculos:

40 x 50/60 = 33,20, que é a largura real do 2º prédio.

Aprendendo a lidar com a regra de três, calculou a largura dos outros prédios, sem problemas:

60 —— 40

= 26,40 - 3º prédio

40 —— x

60 —— 40

= 20 —— 4º prédio

30 —— x

60 —— 40

= 13,20 - 5º prédio

20 —— x

Tentou, então, encontrar uma diferença constante entre as larguras, como 10 é a diferença entre as alturas:

$$\begin{array}{r} 33{,}20 \\ -\ \underline{26{,}40} \\ 6{,}80 \end{array}$$

mostrando domínio da compensação.

Colocou os valores certos nos prédios:

50 33,20 - 2º prédio

40 26,40 - 3º prédio

30 20,0 - 4º prédio

20 13,20 - 5º prédio,

e gravou o programa.

Em S_6, a operação de razão-proporção parece ainda estar-se instalando.

No desafio anterior, S_6 fizera referência ao aprendizado de regra de três com o avô, deixando dúvida sobre seu domínio ou não da operação. Neste, possivelmente por não contar com a ajuda do raciocínio físico, S_6 demonstrou que ainda não domina completamente a operação de razão-proporção. S_6 domina a compensação, sabendo, inclusive, lidar com dados numéricos.

PROTOCOLOS REFERENTES AO DESAFIO 4

PROTOCOLO 1 - DESAFIO 4

SUJEITO 1 = 13 anos

S_1 iniciou o desafio mostrando na tela como iria constituir o par, ou seja:

falava: 1 com 2

1 com 3

e assim por diante, enquanto mostrava na tela.

Demonstrou certeza de haver obtido todos os pares.

"Agora não pode descer, senão repete".

"Já foi tudo".

"Já fez par com todos, não pode repetir".

Indagado sobre se podia ter previsto o número de pares, antes de tê-los construído, respondeu:

"10, acho que o par é 2 figuras, e são 5 figuras para fazer, então 5 x 2 = 10",

acertando por acaso o número mas não inferindo o cálculo de combinatória, o que realmente não era previsto.

S_1 parece ter domínio completo da operação combinatória. O LOGO serviu apenas como um instrumento para propiciar rapidamente cinco figuras diferentes e facilitar a montagem das combinações. Só usou o LOGO depois de haver citado todas as combinações possíveis.

PROTOCOLO 2 - DESAFIO 4

SUJEITO 2 = 13 anos

S_2 foi usando o LOGO e montando as combinações sem explicar seu raciocínio, mas demonstrando o uso de um sistema correto para conseguir todas as combinações.

Assim, carimbou na tela:

1 2
1 3
1 4
1 5

Perguntou: "Tem que usar só essas 5 figuras?"

Continuou:

2 3
2 5 e disse: "Vai ficar fora da ordem, mas não tem
2 4 importância".
3 4 "Não vou mais pôr o gato, porque já seria repe-
3 5 tição. O cachorro é a figura 3. Vou fazer com
4 5 com o cachorro".

Demonstrou sua certeza de haver feito todos os pares:

"Acabou. Não tem mais pares possíveis".

Explicou seu sistema para organizar os pares:

"O coração (fig. 1) tem que fazer par com o gato, o cachorro, etc. Ele foi com todas as figuras, não vai repetir".

"Aí vem o gato com as outras figuras, excluindo o coração".

"Elimina o gato e o coração, e o cachorro vai com as outras figuras", e assim por diante.

S_2 parece ter completo domínio da operação de combinação, explicando corretamente o sistema utilizado para fazer todos os pares. S_2 utilizou muito o LOGO, carimbando os pares à medida que os descobria, provavelmente querendo concretizar suas descobertas.

PROTOCOLO 3 - DESAFIO 4

SUJEITO 3 = 13 anos e 2 meses

S_1 não vacilou ao fazer os pares e usou o LOGO diretamente, montando:

1 2
1 3
1 4
1 5
2 3
2 4
2 5
3 4
3 5
4 5

Interrogado sobre o sistema que usara para formar os pares, respondeu:

"Comecei do 1º (1ª figura) e fui fazendo par com os outros:

1º 2º

1º 3º

1º 4º

1º 5º".

"Depois peguei o 2º (2ª figura) e fiz par com todos os outros, menos o que eu já tinha feito:

2º 3º

2º 4º

2º 5º".

"Depois peguei a 3ª figura e fiz par com as outras, menos os que eu já tinha feito:

3º 4º

3º 5º"

S_3 apresenta completo domínio da operação de combinação, e soube explicar coerentemente o sistema usado para fazer os pares. O LOGO foi utilizado o tempo todo por S_3, mas ele parece não ter tido necessidade do LOGO para fazer os pares.

PROTOCOLO 4 - DESAFIO 4

SUJEITO 4 = 12 anos e 9 meses

S_4 montou os pares numa folha de papel.

1 2	2 3	3 4	4 5
1 3	2 4	3 5	
1 4	2 5		
1 5			

"Eu estou numerando e fazendo os pares, aí depois eu coloco a distância (quando for carimbar na tela).

Indagado sobre como tinha feito os pares, mostrou na tela, e falou:

"Peguei o 1, com 1 não pode.
1 com 2
1 com 3
1 com 4
1 com 5".

"Aí peguei o 2,
2 com 1 já foi
2 com 2 não pode
2 com 3
2 com 4
2 com 5".

"Peguei o 3
3 com 1 já foi
3 com 2 já foi
3 com 3 não pode
3 com 4
3 com 5".

"O 4
4 com 1 já foi
4 com 2 já foi

4 com 3 já foi

4 com 5".

"O 5

5 com 1 já foi

5 com 2 já foi

O 5 já foi com todos e com 5 não pode".

Fez, então, o programa e o gravou.

S_4 demonstrou perfeito domínio da operação combinatória, soube explicar o sistema usado para conseguir os pares e pareceu não ter usado o LOGO a não ser para cumprir a tarefa.

PROTOCOLO 5 - DESAFIO 4

SUJEITO 5 = 14 anos

O protocolo do sujeito 5 extraviou-se e, portanto, a apresentação de seus resultados foi feita com base no programa gravado em seu disquete e na memória da observadora.

S_5 não parecia ter um sistema coerente ao organizar os pares.

Fez 5 pares ao acaso, ou por critérios totalmente inadequados, como: "O cachorro fica bonitinho com o gatinho".

"Já tem muito coração".

Um único critério, percebido algumas vezes em S_5, consistia em, uma vez feito um par por acaso, obter o outro invertendo as figuras.

Fez três pares e teve dificuldades em conseguir outros, sem repetição. Continuou indo ao acaso, ou por critérios inadequados. Procedeu todo o tempo repetindo os pares, e retirando depois, os repetidos.

Ao conseguir os dez pares, foi interrogado sobre a possibilidade de consegui-los por outro meio, sem tantas repetições. Demorou muito e depois mostrou na tela:

1 2
1 3   2 3
1 4   2 4   3 4
1 5   2 5   3 5   4 5

S_5 não apresentou domínio da operação combinatória. Utilizando o LOGO, fez combinações ao acaso e retirou os pares repetidos. Ao fim do desafio, conseguiu indicar um sistema adequado de formar pares, o que, possivelmente, indica que a operação de combinação está em vias de se instalar. S_5 usou muito o LOGO e recorreu a ele sempre, para formar pares ou retirar os repetidos.

PROTOCOLO 6 - DESAFIO 4

SUJEITO 6 = 13 anos e 7 meses

S_6, ao contrário dos outros sujeitos, que iniciavam formando os pares numa folha ou na tela, usando o LOGO, começou tentando antecipar quantos pares iriam ser formados:

"São 12 pares".

"3 x 4". e abandonou o raciocínio.

"Vai dar 20 figuras... 5 x 4"... e abandonou este também.

"Cada figura pode combinar 4 vezes, e, sem inverter as figuras, dá 16. Tira 4 de 20".

Apresentou outra hipótese:

"Vai dar 15 pares. Subtrai 5, que é um de cada um, para não repetir".

Indagado por que, monta, então, os pares numa folha.

1 2	2 3	3 4	4 5
1 3	2 4	3 5	
1 4	2 5		
1 5			

"Oh! Deu 10".

"Cada combinação abaixa 1".

Fez o programa e o gravou.

S_6 apresentou perfeito domínio da operação de combinação, ainda que não tenha conseguido prever o número de pares possíveis, o que não lhe foi solicitado, nem era esperado, em sua idade. O LOGO não parece ter prestado ajuda a S_6.

PROTOCOLOS REFERENTES AO DESAFIO 5

PROTOCOLO 1 - DESAFIO 5

SUJEITO 1 = 13 anos

S_1 começou por tentar prever o número de permutações possíveis:

"Vai dar mais que no par, vão ser 3 combinações com o gato no meio".

"Porque antes não podia inverter, agora pode, vai ser mais ou menos nove".

Apesar de dizer que iriam ocorrer mais permutações que combinações (desafio 4), S_1 previu nove permutações, já sabendo que haviam ocorrido 10 combinações com 5 figuras combinadas 2 a 2.

S_1, acertadamente, afirmou:

"Cada figura só tem jeito de aparecer em três lugares, no começo, no meio e no fim".

"Ah! Vai ser mais, eu tava pensando... que o gato vai aparecer duas vezes... Agora vai sair gato, cachorro, coração, gato, coração, cachorro, xi... não vai caber na tela (imaginando um número muito grande de permutações possíveis)".

"Vai,sim! acho que vai dar sim!"

Sem conseguir prever o número de permutações possíveis, S_1 começou o programa.

Fez as permutações:

123 213 231 132 312 321

Não seguiu o sistema mais usual no terceiro estádio (domínio completo da operação de permutação) chamado por Piaget de"estádio de descoberta do sistema",em que o sujeito toma cada figura duas vezes em primeiro lugar, e inverte as outras duas, como se demonstra a seguir:

123 213 312

132 231 321

S_1 usou esse sistema para a descoberta de uma das permutas, mas, nas outras, inverteu as três figuras e não apenas as duas últimas. Tal procedimento é mais próprio do segundo estádio, denominado"descoberta empírica de sistemas parciais", por Piaget. Esse procedimento não deu a S_1 a certeza de que havia obtido todas as combinações, e ele consultou a tela repetidamente, afirmando:

"Agora é o gato na frente... já tem o gato... não adianta,... agora o gato no final... já tem..."

"No meio... já tem".

"Então não tem mais jeito".

Nota-se a diferença do grau de certeza de S_1 em relação a esse desafio, muito inferior ao demonstrado no desafio 4.

Solicitado a explicar o sistema que usou, explicou:

"Só dá duas combinações com o coração, colocar dois no meio, dois no começo, dois no fim, com o gato e o cachorro".

S_1 tentou explicar que cada figura apareceria duas vezes em cada posição (começo, meio e fim).

Realmente, S_1 usou esse sistema, mas, como não colocou as duas figuras iguais na mesma posição, em permutações sucessivas, ele perdeu o controle do sistema imaginado. O próprio S_1 percebeu tal fato, quando solicitado a responder se seu sistema havia sido adequado:

"Mais ou menos certo".

"Só o coração deu certo (começo, meio e fim), o gato e o cachorro já estão, só que não é na ordem".

Mostrou as figuras.

S_1 parece não ter atingido o domínio completo da operação de permutação, apesar de ter conseguido as seis permutas, estando no estádio II, "descoberta empírica de sistemas parciais". Ele utilizou muito o LOGO, revendo as combinações feitas e retirando as repetidas.

PROTOCOLO 2 - DESAFIO 5

SUJEITO 2 = 13 anos

S_2 não tentou prever o número de permutações possíveis e já começou o programa verbalizando a existência de um possível sistema:

"Eu vou fazer como no outro".

"Deixa eu ver qual é a figura".

"Vou começar com a 1".

Explicou, ainda:

"Eu vou fazer com o coração (fig. 1) mesmo, coração no canto" (primeiro da ordem).

"Coração no canto, todas as combinações com coração. Coração (1), gato (2), cachorro (3); depois, inverte a ordem gato e cachorro".

Colocou primeiro:

1 2 3

1 3 2

E continuou:

"Gato (2) no canto (1º da ordem). Todas as combinações com gato", colocou:

2 1 3

2 3 1

"Só tem mais um canto possível. Cachorro no canto, todas as combinações com cachorro":

3 1 2

3 2 1

"São só 6, parece-me", e gravou o programa.

S_2 tem perfeito domínio da operação de permutação,e utilizou o sistema mais usual "estádio de descoberta do sistema", o último estádio, segundo Piaget. S_2 usou o LOGO desde o início, talvez para ajudar em seu raciocínio, talvez pela motivação da tarefa, ou mesmo só para realizar o que lhe fora pedido.

PROTOCOLO 3 . DESAFIO 5

SUJEITO 3 = 13 anos e 2 meses

S_3 começou imediatamente a programar e, sem explicar seu raciocínio, fez todo o programa colocando as permutas:

3 1 2
3 2 1
2 3 1
2 1 3
1 2 3
1 3 2

Perguntado sobre o sistema usado, respondeu com precisão:

"Cada vez eu ia usando uma figura primeiro e variando a ordem dos outros dois", e mostrou na tela o que explicara.

S_3 tem perfeito domínio da operação de permutação e usou o sistema adequado. Provavelmente, o fato de fazer a primeira dupla de permutas com a terceira figura no início se deve à disposição das figuras na tela, onde a figura três fica mais acima, seguida pela dois e pela um, como foi indicado na apresentação do desafio.

S_3 usou o LOGO desde o início, mas parece ter antecipado as permutações, antes de colocá-las no programa.

PROTOCOLO 4 - DESAFIO 5

SUJEITO 4 = 12 anos e 9 meses

S_4 montou as permutações na folha:

1 2 3
3 2 1
2 1 3
1 3 2
3 1 2
2 3 1

Apesar de aparentemente não seguir o sistema mais usual, que levaria à situação

1 2 3
1 3 2,

e assim por diante, S_4 explicou perfeitamente o sistema:

"Cada 1º item da ordem (1ª posição) tem que ter 2 fileiras começando com a mesma figura e trocando as outras duas figuras avulsas".

E, realmente, vê-se que S_4 usou tal sistema, só não se preocupando com que as duas fileiras começando com a mesma figura estivessem uma logo após a outra.

Solicitado a explicar mais, mostrou na tela e disse:

"Primeiro cachorro,
primeiro gato,
primeiro coração".

Depois, inverte (as outras duas figuras).

Quastionado sobre outra maneira, respondeu:

"Este para mim foi o mais fácil".

Demonstrou certeza do número de combinações obtidas, respondendo à pergunta: São só essas as combinações?

"Sim, vai ter mais só se repetir".

Só então S_4 começou a construir o programa.

S_4 pareceu ter domínio da operação de permutação, conseguindo o sistema adequado com pequena variação, sem realizar permutações por ensaio e erro, e demonstrando certeza do número de permutações obtidas. S_4 só usa o LOGO depois de todas as permutações feitas, talvez para cumprir a tarefa, talvez pela motivação inerente ao LOGO.

PROTOCOLO 5 - DESAFIO 5

SUJEITO 5 = 14 anos

S_5 começou a fazer permutas usando o LOGO.

Parece que fez uma permutação ao acaso, e a segunda permutação da dupla por inversão total das figuras da primeira:

3 1 2

2 1 3

A partir das duas primeiras permutas, já começaram a surgir dificuldades:

"Poderia ficar 1 gato e depois dois corações". Ele mesmo respondeu: "Não são diferentes (os dois corações)".

Mostrou insegurança quanto ao sistema a ser usado:

"Deixa eu ver o que vou fazer agora".

Começou a teclar:

2 1 e, antes de colocar o três, falou: "essa eu já fiz".

Encontrou outra permutação por acaso, 1 3 2, e novamente conseguiu a seguinte por inversão de todas as figuras da anterior:

2 3 1

Novas dificuldades:

"Deixa eu ver qual está faltando".

Começou a teclar novas permutas, mas parou antes de acabar, percebendo que as mesmas já existiam.

Enumerou as permutações conseguidas,e disse:

"Acho que não tem mais jeito".

Considerou o programa encerrado; foi então, solicitado a fazer mais permutações, conseguindo outra por acaso:

1 2 3, e disse:

"É, tem cinco (permutas). Não tem mais jeito".

"Ah, não! São 6... 7... 10".

"Se é com três (figuras), é mais".

"Qual é a outra em que eu tinha pensado?" Coloca:

3 2 1

1 2 3,

invertendo,mais uma vez, a ordem da $2^{\underline{a}}$ permuta da dupla em relação à primeira.

Tentou encontrar mais permutações. Fez várias tentativas:

"Achei mais uma: gato, coração, cachorro".

"Ah! Não, já tinha feito".

"Acho que não tem mais, não".

"Espera aí, tem sim".

"Tem não".

Repete esse procedimento várias vezes, até desistir sem ter certeza de ter encontrado todas as possíveis permutas.

Solicitado a explicar o sistema, disse:

"Pego um 1º (uma permutação)

1 2 3 e inverto

3 2 1

2 3 1

2 1 3".

Começou a repetir as permutas, e se confundiu. Então, disse:

"Eu sei que tem outra forma. Deve ter, mas eu não descobri".

Demonstra incerteza até o fim:

"Acho que esses bichinhos..."

"Tem mais".

"Não! Acabou".

"São 6, pensei que fossem 7".

S_5 não domina a operação de permutação e parece mesmo estar entrando na fase dois: "descoberta empírica de sistemas parciais".

S_5 usou o LOGO desde o início e, apesar de não ter obtido um sistema adequado, provavelmente conseguiu as seis permutas possíveis graças às possibilidades de manipulação oferecidas pelo LOGO.

PROTOCOLO 6 - DESAFIO 5

SUJEITO 6 = 13 anos e 7 meses

S_6 montou, sem erros, todas as permutas possíveis em uma folha:

1 2 3   2 3 1   3 1 2

1 3 2   2 1 3   3 2 1

Solicitado a explicar o sistema, disse:

"Variei o 1º com os outros, o 2º com os outros, e o 3º com os outros".

Indagado se teria mais alternativas, respondeu:

"Não, já esgotou".

"Tem jeito só se for repetindo as figuras".

"Todas estão mudando de lugar, de um lugar para outro, sem repetir".

"Assim, ó!"

E mostrou na folha:

1 2 3   2 3 1   3 2 1

1 3 2   2 1 3   3 1 2

S_6, apesar de não ter sido muito claro ao explicar seu sistema, usou o sistema adequado e pareceu ter perfeito domínio da operação de permutação. O LOGO parece não ter sido de grande ajuda para ele.

PROTOCOLOS REFERENTES AO DESAFIO 6

Os protocolos do desafio 6 contêm as respostas às tarefas ou questões propostas pelo mesmo, obedecendo à numeração do desafio.

PROTOCOLO 1 - DESAFIO 6

SUJEITO 1 = 13 anos

I - S_1, antes de fazer o quadro com as combinações, pergunta se pode repetir e mudar a ordem, lembrando-se, possivelmente, dos desafios 4 e 5, e não raciocinando sobre a situação específica de um sorteio.

No entanto, o próprio S_1 respondeu que sim, quando a pergunta lhe foi devolvida. Previu mais de trinta combinações, após o que fez o quadro e viu apenas 8; tentou, então, encontrar mais.

Quadro:

(Vide quadro à página seguinte)

Tat Combinaçoes	Tat 1	Tat 2	Tat 3	Freqüências*
1	○	○	○	0
2	♡	♡	♡	3
3	♡	♡	○	1
4	♡	○	○	1
5	○	○	♡	3
6	○	♡	♡	0
7	♡	○	♡	0
8	○	♡	○	0

Explicou:

"Primeiro as três figuras iguais, 3 de bola e 3 de coração, depois coração no começo, depois para o meio, depois para o fim. Aí peguei a bolinha no primeiro quadro, depois no meio, depois no fim, e fiz todas as combinações".

Como se observa no quadro, S_1 não seguiu o que falou para os corações, apenas para os círculos. S_1 seguiu o mesmo sistema – figura no começo, meio e fim – que tentou, no desafio 5, para conseguir as permutações, operação que ainda não domina completamente, como se viu no desafio 5.

---

* As freqüências referem-se ao item III do desafio.

Respostas de S_1 às questões:

II a - "8".

b1 - "jogar no bicho".

"Acho 2, porque, nas combinações, eu achei 2, assim" (contou na folha).

b2 - "4, porque, no número de combinações do quadro, encontrei 4 com 2 figuras" (reviu o quadro). "Ah, é 6!".

b3 - "3, porque vi no quadro também".

c1 - "2/8. O oito é o número de combinações e o 2 é o número de combinações com figuras iguais".

c2 - 6/8.

c3 - "3/8, porque olhei nas combinações do quadro".

III - As freqüências encontradas por S_1 estão no quadro anterior.

IV - a - "Não".

b - "Não, porque muitas repetiram e outras não apareceram.

c - "Porque o computador sorteia, tem muito sorteio assim, por exemplo, pega essas figurinhas, joga para cima e pega uma, o computador não segue uma ordem".

V - a - "Três, porque,desta vez, deu 3, talvez dê três". Ao fazer tal afirmativa, S_1 estava pensando no sorteio que fez, e não no quadro de combinações possíveis.

b - "Quatro, porque 8 é 2... é só multiplicar 8 pelo 2, aí vai dar 4 sobre 16, 1/4".

c - "8/32, porque... a mesma coisa (da explicação anterior)".

d - (Calcula numa folha avulsa 16/64) "1/4 também".

e - "Ã medida que vai subindo, multiplicando o numerador e o denominador por 2 e simplificando, dá 1/4".

Sem conseguir explicar direito, S_1 demonstrou perceber que a probabilidade de determinado acontecimento é a mesma, qualquer que seja o número de sorteios.

PROTOCOLO 2 - DESAFIO 6

SUJEITO 2 = 13 anos

I - S_2 fez imediatamente o quadro com as combinações:

Tat Combinações	Tat 1	Tat 2	Tat 3	Frequências
1	○	♡	○	0
2	♡	○	♡	0
3	○	○	♡	2
4	♡	♡	○	0
5	○	♡	♡	1
6	♡	○	○	1
7	♡	♡	♡	3
8	○	○	○	1

Disse:

"Acho que não tem mais nenhuma".

II - a - "8", e explicou:

"Fui tentando todas as combinações com o coração no meio, e depois com as bolinhas no meio".

Na realidade, não usou esse sistema, mas outro, também diferente do que usou nos desafios anteriores, possivelmente devido à situação deste desafio, que reúne combinação e permutação numa operação de arranjo.

b1 - "Acho que o computador vai repetir combinação. Na primeira foi uma (combinação), na segunda foi outra, então vai mudar sempre uma".

Solicitado a explicar, S_2 disse:

"Agora me apertou. Como expliquei antes, ele vai fazer combinações, e uma hora vai sair bolinha, bolinha, bolinha".

Na realidade, S_2 se estava referindo aos sorteios que fizera, e não ao quadro de combinações possíveis.

b2 - "Talvez 6", e explicou:

"Nas oito (combinações) eu achei duas combinações com três figuras iguais, e as outras seis são com 2 figuras iguais e uma diferente".

b3 - "Três, das seis que são com figuras diferentes, três vão poder ter um coração só, igual à bolinha, achei mais combinações do quadro, vão ser assim", e mostrou no quadro.

S_2 consultou o quadro de combinações possíveis para resolver as questões b2 e b3, ao contrário do que fez na questão b1, onde se reportou aos sorteios feitos, e não ao quadro.

c1 - "Deixe ver! Porcentagem? Pode ser fração?Então é 2/8"."8/8 é o inteiro e nos oito são duas (combinações) com figuras iguais, então, desses oito, eu tirei dois com chance de sair".

c2 - "6/8, porque elimina as outras duas, e aí todas as outras (combinações) vão ter duas figuras iguais e uma diferente".

c3 - "3/8 porque, se nas seis (refere-se à resposta 2) três vão ter um coração e duas bolinhas, essa é a chance".

III - Freqüências no quadro anterior.

IV - "Não".

Explicando:

"Assim como num sorteio, pode sair um número perto do outro".

S_2 parece ter a noção de acaso, sem saber explicá-la bem.

b - "Não".

c - "Porque cada tartaruga é que escolhia a figura para transformar e não coincidiram com as combinações que eu achei".

S_1 parece guardar alguns resquícios de pensamento mágico: "cada tartaruga é que escolhe..."

V - a - "Mais ou menos 6 a 8, porque, nos sorteios que eu fiz, apareceram quatro combinações com três figuras iguais e, sendo mais sorteios, podem aparecer mais".

Novamente S_2 se estava reportando às freqüências encontradas em seus oito sorteios, e não ao quadro de combinações possíveis.

b - "8/16, porque, no sorteio anterior, saiu a metade do número das combinações, então, no outro, tenho as mesmas perspectivas de sair a metade".

S_2 continuou a se reportar aos sorteios, mas percebeu que a probabilidade (que chama de perspecticas) era a mesma.

c - "Em 32 sorteios, seriam 16/32, pelo mesmo motivo".

d - "Em 64, seriam 32/64".

S_2 se baseou nas freqüências obtidas no sorteio, para calcular todas as probabilidades.

e - "Quanto mais aumentam os sorteios, mais aumentam as chances, porque, no primeiro, eu calculei dois e apareceram quatro, então, eu pensei que, em 16, iam ser oito, e assim por diante, e todas as chances são equivalentes, formam uma cadeia".

Explicando:

"64/32 $\div$ 2 vai dar a outra anterior e, multiplicando por dois, vai dar a outra, sempre equivalem à metade".

Apesar da explicação confusa, S_2 parecia compreender que a possibilidade de cada sorteio era sempre a mesma, independentemente da quantidade de sorteios.

PROTOCOLO 3 - DESAFIO 6

SUJEITO 3 = 13 anos e 2 meses

I - S_3 faz o quadro com as combinações.

Tat Combinações	Tat 1	Tat 2	Tat 3	Freqüências
1	♡	♡	♡	3
2	♡	♡	○	1
3	♡	○	♡	0
4	○	♡	♡	0
5	○	♡	○	0
6	○	○	♡	2
7	♡	○	○	1
8	○	○	○	1

Respostas de S_3:

II - a - "8".

b1 - "2".

b2 - "6".

b3 - "3".

S_3 respondeu às questões do item IIb, mostrando as combinações no quadro que construiu.

c1 - "± 15%, isto é, 2/8, porque são 8 tipos (combinações) diferentes e aparecem duas vezes (combinações), com todas as figuras iguais".

c2 - "6/8 ou 3/4. São oito combinações e duas delas têm duas figuras iguais e uma diferente".

c3 - "3/8. Em três combinações entre oito, encontramos apenas um coração".

S_3 respondeu a todas as questões do item IIc, calculando e explicando as probabilidades corretas, encontradas a partir de seu quadro de combinações possíveis.

III - As freqüências obtidas nos oito sorteios encontram-se no quadro de combinações, feito anteriormente.

IV - a - "Não".

b - "Não".

c - "Não sei não". Após fazer mais vezes e escutar exemplos sobre moedas, disse: "É sorte".

V - a - "4. Em oito, são duas combinações as esperadas. Em 16, são quatro".

b - "2/8 , ou 1/4".

c - "1/4".

d - "1/4".

e - "Em cada sorteio, a chance é a mesma. Não depende do número de vezes em que o sorteio foi feito".

S_3 calculou corretamente as probabilidades de cada sorteio, tomando por base o quadro de combinações que construiu, e verbalizou adequadamente que a probabilidade de cada sorteio não varia com o número de sorteios ocorridos.

PROTOCOLO 4 - DESAFIO 6

SUJEITO 4 = 12 anos e 9 meses

S_4 fez o quadro com as combinações:

Tat Combinações	Tat 1	Tat 2	Tat 3	Freqüência
1	♡	♡	♡	3
2	○	○	○	1
3	○	♡	♡	1
4	○	♡	○	0
5	○	○	♡	2
6	♡	○	○	1
7	♡	♡	○	0
8	♡	○	♡	0

Respostas de S_4.

II - a - "8".

b - "O computador pode repetir?"

"Então é duas ou três vezes".

"Depende do sorteio do computador".

b2 - "Umas cinco vezes. É mais fácil repetir figuras".

b3 - "Quatro, de oito sorteios, metade para sair um coração só e com uma bola só, isso depende do computador".

S_4 pareceu não entender o significado de "número esperado de vezes". Pensou em termos de acaso, e não consultou o quadro.

c1 - "1/3, porque são três tipos de figura".

c2 - "2/3, duas chances contra uma de saírem três figuras iguais".

c3 - "1/4, porque são quatro tipos de mudança e com um coração só tem um tipo".

- 3 corações
- 3 bolinhas
- 2 corações e 1 bolinha
- 1 coração e 2 bolinhas

S_4 continuou sem se reportar ao quadro.

Principalmente no item c3, ficou evidente que S_4 considerava os acontecimentos possíveis, sem levar em conta a freqüência esperada de cada acontecimento. Nas respostas c1 e c2, não ficou claro o raciocínio usado por S_4.

III - As freqüências encontram-se no quadro do item 1.

IV - a - "Não".

b - "Não".

c - "As com duas figuras iguais e uma diferente saíram mais vezes que as combinações com três figuras iguais, isso vai depender do sorteio do computador".

Verifica-se que S_4 já possui a idéia de acaso.

V - a - "8 vezes, porque, quando eu fiz 8 sorteios, apareceram 4, então, se eu fizer 16, vão aparecer 8, 4x2=8".

b - "2/8, porque são 8 tipos de figuras e, dentre eles, dois com 3 figuras iguais".

c - "16/32, porque é o número de vezes que eu consegui, pelo número de sorteios".

d - "32/64 - Vão aparecer 32 combinações, com três figuras iguais".

e - "Cada vez que aumenta o número de sorteios, aumenta o número de chances".

"8 foi 4, 16 foi 8, 32 foi 16, assim..."

S_4, ao responder aos itens a, c e d, reportou-se ao número de vezes que encontrou as combinações nos sorteios realizados, e não ao quadro de combinações possíveis. Já em relação ao item b, S_4 reportou-se adequadamente ao quadro, sem adequar a probabilidade para 16 sorteios.

No item e, S_4 verificou que o número de ocorrências aumenta com o número de sorteios, mas não percebeu que a probabilidade de cada sorteio continua a mesma.

PROTOCOLO 5 - DESAFIO 6

SUJEITO 5 = 14 anos

I - S_5, inicialmente, fez um quadro com apenas sete combinações possíveis*.

Tat Combinações	Tat 1	Tat 2	Tat 3	Freqüências
1	♡	○	○	2
2	○	♡	○	0
3	○	○	♡	1
4	♡	♡	○	2
5	○	♡	♡	2
6	○	○	○	0
7	♡	♡	♡	0

Explicou:

"Fui experimentando cada figura e conferindo se já tinha ou não repetido".

II - a - "7, o máximo é sete para tudo, ou vai repetir... porque é dois (figuras), só tem duas maneiras de inverter".

bl- "Não sei, é... duas vezes, só aparece

ou .

---

* Posteriormente, foi acrescentada a 8ª combinação, cuja freqüência foi 1.

b2 - "1, porque não vai poder repetir o coração.Não tem mais figura. Ah, não! Está difícil de responder".

b3 - "Sei lá, depende do computador, dá sorte. Pode aparecer 7, 2, 3, o que o computador escolher".

S_5, além de não conseguir fazer o quadro completo, errou na interpretação da parte que fez, e pareceu conservar algo do pensamento mágico: "o que o computador escolher".

c1 - "Sei lá, depende da ordem. Já saíram os diferentes, agora são eles... muita chance... 80% mais ou menos, 1/8 de chance".

c2 - "É mais provável que venha diferente que igual: 1/9, 90%".

c3 - "70%, 1/7, porque já fez as primeiras, e vai procurar outras formas".

Apesar de S_5 afirmar corretamente que há maior "chance" de saírem figuras diferentes que de saíren figuras iguais, fala as probabilidades ao acaso e mostrou não saber fazer equivalência entre frações e porcentagens.

Neste momento, S_5 voltou ao quadro e, após examiná-lo, colocou a oitava combinação.

Explicou:

"Eu não coloquei essa".

"Não pensei".

III - As freqüências obtidas nos sorteios feitos por S_5 encontram-se no quadro de combinações.

IV - a - "Sim... Não... ficaram faltando duas".

b - "Não tenho certeza de como se pode saber.

Errei. Das que falei, 1/9 não saiu, 80% de repetir, 90 era 40%, 70 era 40%".

c - "Não calculei direito... 8+8...16%".

S_5 não tem noção de como se consegue interpretar o quadro de combinações para conseguir a freqüência esperada de cada combinação.

V - a - "1, porque é igual".

b - "8, na outra, foram oito vezes, na forma dele (computador)".

c e d - "2 vezes, tentei calcular se:

8 sorteios - 1 x

16 sorteios - 1 x (quer dizer, possivelmente 2 x)

32 sorteios - 3 x

64 sorteios - 4 x

depende das ordens que vai tirando do quadro, de acordo com sorteio".

e - "A partir... que vai aumentando o número de vezes, aumenta o número que repete".

S_5 mostrou não ter noção de como calcular a probabilidade de um acontecimento, respondeu ao acaso, mas referiu-se aos sorteios, e não às combinações do quadro.

S_5 também não percebeu que a probabilidade de um único acontecimento não varia com o número de sorteios efetuados.

PROTOCOLO 6 - DESAFIO 6

SUJEITO 6 = 13 anos e 7 meses

I - S_6 construiu o quadro com as combinações possíveis:

Tat Combinações	Tat 1	Tat 2	Tat 3	Freqüências
1	○	♡	○	1
2	♡	○	♡	1
3	○	♡	♡	1
4	♡	♡	○	0
5	○	○	♡	2
6	♡	○	○	0
7	♡	♡	♡	2
8	○	○	○	1

Respostas de S_6.

II - a - "8".

b1- "2, porque só são 2 figuras (coração e bolinha) só vai ser ♡ ♡ ♡ ou ○ ○ ○ ".

b2- "2 também, só são duas figuras (Ex.: ♡ ♡ ○'

Olhando o quadro: "São 6, tirando as vezes (2) das três iguais, já que são três (três figuras) todas vão aparecer".

b3 - "3, porque são três (combinações do quadro iguais à pedida), quatro das combinações repetem duas bolas, sendo que uma vai ter 2 bolas + 1 (bola), ou seja, 3 bolas, e três sobraram com um só coração".

S_6, apesar da dificuldade de se expressar, soube analisar o quadro das combinações e determinar a freqüência esperada para cada tipo de acontecimento.

c - "Porcentagem?"

Recebendo a explicação de que poderia ser também em fração, S_6 respondeu: "Vou dar os dois".

c1 - "2/8 ou 25%".

c2 - "6/8 ou 75%".

c3 - "3/8 ou 37,6%".

S_6 soube calcular a probabilidade de cada tipo de acontecimento, a partir do quadro de combinações.

III - Freqüências obtidas escritas no quadro.

IV - a - "Não, porque duas se repetiram".

b - "Não".

c - "Porque o computador não sorteou igual ao meu (quadro de combinações), depende do sorteio que ele vai fazer".

Apesar da dificuldade de se expressar, S_6 parece possuir o conceito de acaso.

V - a - "4, porque esperei que ia acontecer dois em oito e quatro em dezesseis".

b - "Em 16 sorteios, 4/16".

"Em 32 sorteios, 8/32".

"Em 64 sorteios, 16/64".

c - "Quando se multiplica o número de combinações pela quantidade de vezes em que se multiplica a probabilidade, vai aumentando o número de combinações e aumentando o número de chances".

S_6 parece ter percebido que a probabilidade de determinado acontecimento é a mesma, independente do número de sorteios feitos, quando diz:"aumentando o número de combinações e aumentando o número de chances".