

Universidade Federal de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica da UFMG como parte dos requi-
sitos necessários à obtenção do grau de doutor.

**Uma Contribuição ao Estudo dos
Campos Eletromagnéticos Gerados
por Descargas Atmosféricas**

Aluno: *Evandro José Ribeiro*

Orientador: *Prof. Dr. Glássio Costa de Miranda*

Belo Horizonte, março de 2005

Agradecimentos

- À minha família pela compreensão, paciência, incentivo e apoio;
- Ao professor Glássio Costa de Miranda, orientador deste trabalho, pelas oportunas recomendações dadas durante as atividades experimentais e teóricas, além do incentivo, apoio, motivação, disponibilidade e ótimo relacionamento;
- Aos profissionais e amigos do LEAT, da Oficina do CPDEE e do Almojarifado do PCA pela ajuda prestada na realização deste trabalho;
- Aos meus amigos, colegas e professores do CPDEE pelo auxílio, ensinamentos, incentivo e convivência harmoniosa;
- À CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Este trabalho apresenta uma contribuição ao estudo de campos eletromagnéticos devido a descargas atmosféricas via simulação computacional e medições em modelo reduzido.

Equações no domínio do tempo e em coordenadas cartesianas, obtidas a partir do método do dipolo elétrico e aplicáveis a fontes arbitrárias, foram estudadas e simplificadas para o cálculo de campo eletromagnético devido ao transitório de correntes em condutores horizontais e verticais. Investigações sobre as regiões de campo para sinais impulsivos e influências do tamanho do canal, das perdas no canal e da forma de onda da corrente de retorno nos campos eletromagnéticos em regiões de campo próximo, foram realizadas.

Modelos em escala reduzida foram implementados, assim como um sistema de medição para campos elétrico e magnético, simples e de baixo custo. Os campos eletromagnéticos em escala reduzida foram medidos e comparados com simulações gerando credibilidade dos resultados. Um exemplo de aplicação do modelo reduzido no estudo de blindagem eletromagnética é apresentado.

Abstract

This work presents a contribution to the electromagnetic fields study due lightning through computational simulation and measurements in reduced model.

Equations in cartesian coordinates to calculate electromagnetic fields due arbitrary sources in the time domain were obtained via electric dipole method. These equations were studied and simplified for the calculation of fields due current transitory in horizontal and vertical conductors. Investigations about field regions for impulsive signals and influences of the lightning channel size, the lightning channel losses and the return stroke waveform in the electromagnetic fields in regions of near field were carried out.

Models in reduced scale were implemented, as well as simple and cheap electromagnetic field measurement system. The electromagnetic fields in reduced scale were measured and compared with simulation generating credibility of the results. An example of application of the model reduced in the study of electromagnetic shield is presented.

Lista de Símbolos

\vec{E} = campo elétrico, $[V/m]$

\vec{B} = densidade de fluxo magnético, $[Wb/m^2]$

\vec{H} = intensidade de campo magnético, $[A/m]$

ρ = densidade de carga, $[C/m^3]$

ϵ_0 = permissividade dielétrica do ar, $[F/m]$

μ_0 = permeabilidade magnética do ar, $[H/m]$

\vec{J} = densidade de corrente,

c = velocidade da luz, $[m/s]$

v = velocidade de propagação da onda de corrente, $[m/s]$

\vec{A} = potencial vetor magnético

ϕ = potencial escalar

R = distância do dipolo ao ponto de observação, $[m]$

R_i = distância do dipolo imagem ao ponto de observação, $[m]$

r' = posição da fonte de corrente, $[m]$

r = posição do ponto de observação, $[m]$

h = altura da antena, $[m]$

l = comprimento da linha, $[m]$

f = frequência, $[Hz]$

λ = comprimento de onda, $[m]$

t = tempo, $[s]$

$w =$ frequência angular, $[rad/s]$

$\beta =$ constante de fase, $[rad/m]$

$dl =$ dipolo infinitesimal, $[m]$

$R_p =$ resistência por metro, $[\Omega/m]$

Sumário

Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xiii
1 Introdução	1
1.1 Revisão Bibliográfica	2
1.2 Estrutura do Trabalho	6
2 Formulação Eletromagnética	8
2.1 Introdução	8
2.2 Equações no Domínio do Tempo	9
2.2.1 Campo Magnético	11
2.2.2 Campo Elétrico	14
2.2.3 Casos Particulares	24
2.3 Equações no Domínio da Freqüência	33
2.4 Restrições do Método do Dipolo Elétrico	35
2.5 Regiões de Campo	37
3 Campos Eletromagnéticos Devidos a Descargas Atmosféricas	40
3.1 Introdução	40
3.2 Descargas Atmosféricas	40
3.3 Representação da Corrente de Retorno	43
3.4 Estudo das Regiões de Campo para Ondas Impulsivas	45
3.5 Influência das Perdas do Canal nos Campos Eletromagnéticos	50
3.6 Campos Eletromagnéticos Devido a Condutores Horizontais	55
4 Estudo em Modelo Reduzido	59
4.1 Introdução	59
4.2 Fator de Escala	60
4.3 Plano Terra	60
4.4 Canal de Descarga	61
4.4.1 Canal de Espiras	61
4.4.2 Canal Resistivo	63

4.5	Gerador de Ondas	64
4.6	Equipamentos de Medição	66
4.6.1	Osciloscópio	66
4.6.2	Ponta de Prova de Tensão	66
4.6.3	Ponta de Prova de Corrente	66
4.6.4	Antena de Campo Elétrico	66
4.6.5	Antena de Campo Magnético	77
5	Resultados	79
5.1	Introdução	79
5.2	Campos Gerados por Sinais Harmônicos no Tempo	80
5.3	Campos Gerados por uma Linha Horizontal	86
5.4	Campos Gerados por uma Linha Vertical	92
5.5	Campos Gerados pelo Canal de Espiras	97
5.6	Campos Gerados pelo Canal Resistivo	99
5.7	Influência do Tamanho do Canal nos Campos Eletromagnéticos	103
5.8	Influência da Forma de Onda da Corrente nos Campos	106
5.9	Blindagem de Campos Eletromagnéticos	108
6	Conclusões e Propostas de Continuação	112
6.1	Conclusões	112
6.2	Propostas de Continuação	113
A	Método de Diferenças Finitas	119
A.1	Discretização Espacial e Temporal	120
A.2	Análise de Estabilidade	120
A.3	Condições de Contorno	121
B	Implementação Computacional	122
B.1	Escolha de Δt e Δz	122
B.2	Simulação com o Modelo TL	123
B.3	Simulação com Transitório de Corrente	126
B.4	TL \times Transitório: Comparação dos Campos	129

Lista de Figuras

2.1	Geometria para soluções gerais.	10
2.2	Dipolo em posição arbitrária.	10
2.3	Geometria para um dipolo vertical.	25
2.4	Geometria para um dipolo horizontal na direção y	30
2.5	Relação entre o dipolo elétrico e coordenadas.	33
2.6	Comportamento dos campos elétrico e magnético devido a variação de dl em relação a λ ; campos calculados no solo e a 100 m da base de uma antena unifilar vertical de 1 m de altura e excitada por uma corrente senoidal de 1 μA de amplitude e frequência de 100 MHz ($\lambda = 3 m$).	35
2.7	Comportamento dos campos elétrico e magnético devido a variação de dl em relação a R ; campos calculados no solo e a 1 m da base de uma antena unifilar vertical de 1 m de altura e excitada por uma corrente senoidal de 1 μA de amplitude e frequência de 1 MHz ($\lambda = 300 m$).	36
2.8	Onda de corrente impulsiva típica de descarga atmosférica e seu espectro de frequência.	37
2.9	Linha imaginária que separa as regiões de campo próximo e distante para um dipolo elétrico na vertical.	38
2.10	Composição do campo elétrico no solo em função da distância da fonte ao ponto de observação, onde: (a) $R < \lambda/2\pi$, (b) $R = \lambda/2\pi$ e (c) $R > \lambda/2\pi$; (campo gerado a partir de uma antena unifilar vertical de 1 m , excitada por uma onda de corrente senoidal de 1 μA de amplitude para $f = 10 MHz$ e $\lambda = 30 m$).	38
2.11	Composição do campo magnético no solo em função da distância da fonte ao ponto de observação, onde: (a) $R < \lambda/2\pi$, (b) $R = \lambda/2\pi$ e (c) $R > \lambda/2\pi$; (campo gerado a partir de uma antena unifilar vertical de 1 m , excitada por uma onda de corrente senoidal de 1 μA de amplitude para $f = 10 MHz$ e $\lambda = 30 m$).	39
3.1	Propagação da corrente de acordo com o modelo TL.	44
3.2	Onda de corrente triangular com tempo de frente de 1,125 μs e seu espectro de frequência.	45
3.3	Campo eletromagnético simulado a 480 m da base do canal.	46

3.4	Campo eletromagnético simulado a 30 <i>km</i> da base do canal.	46
3.5	(a) Reprodução do espectro de frequência da onda de corrente da figura 3.2; (b) Variação de $R (= \lambda/2\pi)$ devido às frequências deste espectro.	48
3.6	Campo eletromagnético simulado a 2400 <i>m</i> da base do canal.	48
3.7	Campo eletromagnético simulado a 4800 <i>m</i> da base do canal.	49
3.8	Campo eletromagnético simulado a 9600 <i>m</i> da base do canal.	49
3.9	Formas de onda da corrente simuladas com os modelos TL e MTLE (com diferentes valores de ψ), observadas na base do canal (P_1) e a 1 <i>km</i> (P_2) e 2 <i>km</i> (P_3) de altura.	50
3.10	Campo eletromagnético observado no solo e a 400 <i>m</i> da base do canal devido às distribuições de corrente obtidas com os modelos TL e MTLE.	51
3.11	Campo eletromagnético observado no solo e a 30 <i>km</i> da base do canal devido às distribuições de corrente obtidas com os modelos TL e MTLE.	52
3.12	Formas de onda da corrente com o canal aberto, em função das perdas no canal (R_p), observadas na base do canal (P_1) e a 1 <i>km</i> (P_2) e 2 <i>km</i> (P_3) de altura.	53
3.13	Campo eletromagnético observado no solo a 400 <i>m</i> da base do canal aberto para diferentes valores de perda (R_p) no canal.	54
3.14	Campo eletromagnético observado no solo a 30 <i>km</i> da base do canal aberto para diferentes valores de perda (R_p) no canal.	54
3.15	Geometria do condutor horizontal.	55
3.16	Comportamento da corrente no meio do condutor, ou seja, a 50 <i>m</i> da fonte, mediante diferentes terminações.	56
3.17	Componentes do campo eletromagnético no ponto P(50,10,5) para o condutor casado.	57
3.18	Módulo do campo eletromagnético no ponto P(50,10,5) para o condutor casado.	57
3.19	Módulo do campo eletromagnético no ponto P(50,10,5) para o condutor aberto.	58
3.20	Módulo do campo eletromagnético no ponto P(50,10,5) para o condutor em curto.	58
4.1	Configuração para determinação da capacitância para a terra.	62
4.2	Canal formado pela associação de resistores.	63
4.3	Onda de tensão impulsiva fornecida pelo gerador.	64
4.4	Circuito conformador de ondas: $R_1=270 \Omega$, $R_2=50 \Omega$ e $C=120 pF$	65
4.5	Onda de tensão impulsiva fornecida pelo gerador e conformada.	65
4.6	Detalhes da antena de campo elétrico.	67
4.7	Configuração do sistema de medição de campo elétrico: (a) esquema; (b) circuito.	67
4.8	Relação entre a tensão senoidal induzida na antena (V_{antena}) e aplicada na linha (V_{linha}) para diferentes frequências.	68
4.9	Esquema de montagem da linha unifilar.	69
4.10	Distribuição de tensão na linha em função da variação da frequência.	72

4.11	Distribuição espacial de tensão em $t = 0s$ para diferentes frequências.	73
4.12	Distribuição temporal de tensão na linha para diferentes frequências.	73
4.13	Para $f=3 kHz$, $E_{analitico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$	74
4.14	Para $f=10 kHz$, $E_{analitico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$	75
4.15	Para $f=100 kHz$, $E_{analitico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$	75
4.16	Para $f=500 kHz$, $E_{analitico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$	76
4.17	Para $f=1 MHz$, $E_{analitico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$	76
4.18	Para um degrau, $E_{analitico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$	77
4.19	Detalhes da antena de campo magnético.	78
5.1	Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para $f = 100 kHz$	80
5.2	Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para $f = 500 kHz$	81
5.3	Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para $f = 1 MHz$	81
5.4	Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para $f = 5 MHz$	82
5.5	Degrau de corrente injetado na linha horizontal.	82
5.6	Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para o degrau da figura 5.5.	83
5.7	Degrau de corrente injetado no início da linha.	84
5.8	Comparação entre o campo magnético simulado e medido para a corrente da figura 5.7.	84
5.9	Comparação entre o campo magnético simulado e medido para $f = 500 kHz$	85
5.10	Comparação entre o campo magnético simulado e medido para $f = 1 MHz$	85
5.11	Comparação entre o campo magnético simulado e medido para $f = 5 MHz$	86
5.12	“Lay-out” do modelo reduzido da linha horizontal.	87
5.13	Corrente aplicada na linha horizontal.	88
5.14	Espectro de frequência da onda de corrente aplicada na linha horizontal: (a) total; (b) ampliação da faixa de 4×10^4 a $6 \times 10^6 Hz$	88
5.15	Campo elétrico em P_1 - simulado \times medido ($E_{medido}=V_{medido} \times 83$).	89
5.16	Campo elétrico em P_2 - simulado \times medido ($E_{medido}=V_{medido} \times 83$).	90
5.17	Campo magnético em P_3 - simulado \times medido.	90
5.18	Campo magnético em P_4 - simulado \times medido.	91
5.19	Comparação entre o campo elétrico medido em P_1 e P_2	91
5.20	Comparação entre o campo magnético medido em P_3 e P_4	92
5.21	“Lay-out” do modelo reduzido com a linha vertical.	93
5.22	Corrente na base da linha vertical.	94
5.23	Campo elétrico em P_1 - linha vertical.	94
5.24	Campo magnético em P_2 - linha vertical.	95
5.25	Corrente na base da linha vertical considerando a modelagem da fonte.	95
5.26	Campo elétrico em P_1 considerando a modelagem da fonte - linha vertical.	96
5.27	Campo magnético em P_2 considerando a modelagem da fonte - linha vertical.	96

5.28	“Lay-out” do modelo reduzido com o canal de espiras.	97
5.29	Corrente na base do canal de espiras.	98
5.30	Campo elétrico em P_1 - canal de espiras.	98
5.31	Campo magnético em P_2 - canal de espiras.	99
5.32	“Lay-out” do modelo reduzido com o canal resistivo.	100
5.33	Correntes medidas ao longo do canal resistivo.	100
5.34	Correntes simuladas ao longo do canal resistivo.	101
5.35	Corrente na base do canal resistivo.	101
5.36	Campo elétrico em P_1 - canal resistivo.	102
5.37	Campo magnético em P_2 - canal resistivo.	102
5.38	Dados de simulação: (a) canal de descarga e ponto de observação P_1 a 300 m da base do canal; (b) onda de corrente injetada na base do canal com 2 μs de tempo de frente e 40 μs de tempo de meia cauda.	103
5.39	Contribuição do canal sem perdas no campo elétrico observado a 300 m de sua base.	104
5.40	Contribuição do canal com 5 Ω/m de perdas no campo elétrico observado a 300 m de sua base.	104
5.41	Contribuição do canal sem perdas no campo magnético observado a 300 m de sua base.	105
5.42	Contribuição do canal com 5 Ω/m de perdas no campo magnético observado a 300 m de sua base.	105
5.43	Ondas de corrente representativas de descargas atmosféricas: (1) onda (18 \times 200 μs), $I = 80$ kA e $v = 110$ m/ μs ; (2) onda (5,5 \times 75 μs), $I = 30$ kA e $v = 80$ m/ μs ; (3) onda (1,8 \times 30 μs), $I = 14$ kA e $v = 30$ m/ μs	106
5.44	Comparação do campo elétrico a 300 m da base do canal para diferentes ondas de corrente de descarga atmosférica.	107
5.45	Comparação do campo magnético a 300 m da base do canal para diferentes ondas de corrente de descarga atmosférica.	107
5.46	Arranjos utilizados no estudo da blindagem dos campos: (1) sem blindagem; (2) gaiola metálica entre o canal e a antena; (3) gaiola metálica sobre a antena; (4) caixa metálica entre o canal e a antena; (5) caixa metálica sobre a antena.	109
5.47	Onda de corrente medida na base do canal resistivo que gerou os campos eletromagnéticos utilizados no estudo de blindagem eletromagnética.	109
5.48	Espectro de frequência da onda de corrente da figura 5.47.	110
5.49	Avaliação do efeito da blindagem sobre o campo elétrico medido a 50 cm da base do canal utilizando a gaiola metálica em diferentes arranjos.	110
5.50	Avaliação do efeito da blindagem sobre o campo elétrico medido a 50 cm da base do canal utilizando a caixa metálica.	111
5.51	Avaliação do efeito da blindagem sobre o campo magnético medido a 25 cm da base do canal utilizando a gaiola e a caixa metálicas sobre a antena.	111

A.1	Discretização espacial da tensão e da corrente.	120
A.2	Esquema “Leap-Frog”	121
B.1	Forma de onda da corrente na base da antena.	124
B.2	Campo elétrico simulado com diferentes valores de Δz	124
B.3	Campo magnético simulado com diferentes valores de Δz	125
B.4	Comparação entre valores de Δz obtidos a partir de diferentes valores de Δt , conforme tabela B.1 (campo elétrico).	125
B.5	Comparação entre valores de Δz obtidos a partir de diferentes valores de Δt , conforme tabela B.1 (campo magnético).	126
B.6	Diferenças causadas no campo elétrico devido ao aumento no valor de Δt utilizado no cálculo do campo em relação ao utilizado no transitório de corrente (0,01 μs).	127
B.7	Diferenças causadas no campo magnético devido ao aumento no valor de Δt utili- zado no cálculo do campo em relação ao utilizado no transitório de corrente (0,01 μs).	127
B.8	Ampliação dos picos máximos das curvas da figura B.6.	128
B.9	Ampliação dos picos máximos das curvas da figura B.7.	128
B.10	Forma de onda da corrente na base da antena (modelo reduzido).	129
B.11	Comparação do campo elétrico simulado a partir de uma distribuição de corrente calculada através do modelo TL e de transitório.	130
B.12	Comparação do campo magnético simulado a partir de uma distribuição de cor- rente calculada através do modelo TL e de transitório.	130

Lista de Tabelas

4.1	Levantamento da constante da antena.	74
B.1	Valores de Δz em função da combinação de diferentes relações de estabilidade e valores de Δt	123

Capítulo 1

Introdução

A utilização cada vez maior de equipamentos eletro-eletrônicos em vários setores da sociedade acarretou a necessidade de estudos relacionados à compatibilidade eletromagnética, ou seja, o estudo da interação dos equipamentos com os campos eletromagnéticos naturais e com os campos causados pelos próprios equipamentos.

As descargas atmosféricas são indicadas em diversos estudos e pesquisas como um dos maiores agentes perturbadores de equipamentos eletro-eletrônicos. A probabilidade de uma descarga incidir sobre o equipamento ou sobre a rede é relativamente baixa, mas a probabilidade dela incidir nas proximidades destes é elevada, o que explica o grande interesse em estudos relativos ao cálculo de campos eletromagnéticos a que estarão submetidos as redes e equipamentos.

O estudo das descargas atmosféricas pode ser realizado através de medições da corrente de retorno, campos eletromagnéticos e tensões induzidas do fenômeno natural ou forçado (triggered), através de simulações computacionais a partir da modelagem matemática da corrente de retorno e ainda, utilizando a técnica de modelo reduzido.

Muitos trabalhos relacionados aos campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas naturais foram desenvolvidos nos últimos tempos, principalmente, aqueles envolvendo medições simultâneas de corrente de retorno em torres e dos campos eletromagnéticos em pontos distantes [1], sendo que estas medições são utilizadas para validação de trabalhos onde estes campos são simulados [2]. Por outro lado, não é comum encontrar publicações onde os campos são medidos muito próximos das fontes, como, por exemplo, os campos gerados dentro de edificações atingidas por descargas diretas. Isto causa dificuldades para aqueles trabalhos onde estes campos são simulados e não podem ser comparados.

As pesquisas desenvolvidas utilizando-se descargas forçadas viabiliza a obtenção de um grande número de dados num curto espaço de tempo. Elas podem ser utilizadas em experimentos para medições de tensão induzida em linhas aéreas, testes de equipamentos e medições de campos eletromagnéticos [3, 4]. Todavia, esta técnica requer alto investimento financeiro. Como opção pode-se trabalhar com a técnica de modelo reduzido que requer

um investimento menor.

As técnicas de modelo reduzido são utilizadas com grande eficácia nos estudos de descargas atmosféricas, seja no que se refere aos campos eletromagnéticos gerados ou na própria tensão induzida em linhas aéreas de distribuição e transmissão de energia elétrica. Esta técnica apresenta algumas vantagens em relação a outros métodos, pois permite a simulação de descargas incidindo sobre edificações ou nas proximidades destas e em diversos pontos ao longo de uma linha, sendo que as características da corrente, como forma de onda, velocidade de propagação, tempo de frente de onda, assim como o ponto de incidência da descarga e distância do canal à linha ou edificação são conhecidos [5].

Neste trabalho, as técnicas de simulação computacional e medição em modelo reduzido são utilizadas no estudo de campos eletromagnéticos devido a descargas atmosféricas com o objetivo de comparar campos medidos com simulados em regiões de campo próximo, contribuindo para o aperfeiçoamento e confiabilidade das duas técnicas que poderão ser utilizadas no futuro em aplicações específicas, como, por exemplo, sistemas de proteção contra descargas atmosféricas de edificações e blindagem eletromagnética. Para tanto, um programa computacional foi implementado a partir de equações de cálculo de campos eletromagnéticos em coordenadas cartesianas e no domínio do tempo, baseadas nas equações de Maxwell e no método do dipolo elétrico. Do mesmo modo, modelos em escala reduzida de canais de descarga atmosférica e condutores horizontais e verticais foram construídos. Para a medição dos campos, um sistema de medição simples e de baixo custo foi desenvolvido.

1.1 Revisão Bibliográfica

Neste item serão destacados alguns dos principais trabalhos referentes ao tema em estudo, envolvendo simulações ou medições. Procurou-se citar os trabalhos seguindo a ordem cronológica de publicação dos mesmos e dividindo-os em classes.

A primeira classe aborda os trabalhos sobre cálculo de campo eletromagnético gerados por descargas atmosféricas e nesse sentido pode-se citar o trabalho de Uman e seus colaboradores [6] que em 1975, face a dificuldade de se encontrar na literatura expressões no domínio do tempo aplicáveis aos problemas de antenas, desenvolveram uma primeira abordagem de avaliação dos campos eletromagnéticos para esta situação.

Em relação aos métodos de cálculo dos campos eletromagnéticos, Rubinstein e Uman [7] e mais recentemente Thottappillil e Rakov [8] apresentam uma descrição das técnicas do dipolo e do monopolo, bem como uma comparação entre as duas.

Em 1991, Rubinstein e Uman [9] apresentaram uma revisão da técnica do dipolo associada ao cálculo de campos eletromagnéticos gerados por uma onda quadrada de corrente propagando com velocidade constante ao longo de um caminho linear finito, visando uma aproximação com a distribuição de corrente oriundas de descargas atmosféricas.

Após o desenvolvimento das equações de cálculo de campo eletromagnético, muitos tra-

balhos com aplicações específicas foram publicados, como por exemplo: o de Shohei e seus colaboradores [2] que utilizaram o método dos momentos para reproduzir computacionalmente os campos elétrico e magnético medidos em torres no Canadá e na Alemanha; os trabalhos de Bermudez e colaboradores [10] e Rachidi e colaboradores [11] onde eles compararam os campos gerados a partir de descargas atmosféricas em estruturas ou torres elevadas com os obtidos sem a presença destes; e o de Lupò e colaboradores [12] que investigaram o efeito da tortuosidade e ramificações do canal de descarga nos campos eletromagnéticos.

A necessidade de conhecer os campos eletromagnéticos gerados por diferentes fontes, como por exemplo linhas de transmissão, levou ao desenvolvimento de expressões, no domínio do tempo, com esta finalidade. Muitos trabalhos foram divulgados e dentre eles pode-se citar os de Thomas [13] e de Shi, Darcherif e Sabonnadière [14].

Outra classe a ser destacada é a que compreende os trabalhos de cálculo de campo eletromagnético dentro de edificações atingidas por descargas atmosféricas. Encontram-se na literatura vários trabalhos sobre este tema com diferentes enfoques, uma vez que a gama de variáveis envolvidas é muito grande. Alguns destes trabalhos são comentados a seguir.

Em [15], Cristina e Orlandi verificaram no domínio da frequência a influência exercida pelo canal de descarga sobre a distribuição de corrente nas ramificações do sistema de proteção e, portanto, sobre os campos eletromagnéticos gerados dentro da edificação. O canal de descarga foi considerado uma antena vertical retilínea de comprimento finito (4000 m) e nas simulações foi utilizado o modelo TL de canal de descarga e o programa NEC (Numerical Electromagnetic Code). O solo foi considerado um condutor perfeito. Este modelo foi testado comparando-se os valores da componente vertical do campo elétrico gerado no nível do solo com valores existentes na literatura. Os resultados apontam uma influência significativa exercida pelo canal de descarga nos campos eletromagnéticos.

Na referência [16] Orlandi e Schietroma consideram as tensões transitórias induzidas em circuitos elétricos, dentro de uma edificação protegida, devido a descargas atmosféricas diretas. Avalia-se os níveis máximos e a atenuação das tensões induzidas em condutores internos para diferentes configurações do sistema de proteção contra descargas atmosféricas.

Em [17] os autores definem uma aproximação sistemática, ou seja, um procedimento para determinação e análise de interferência eletromagnética induzida dentro de uma edificação protegida por um SPDA. Tal procedimento considera a corrente de descarga atmosférica na base do canal como uma função de entrada e a distribuição de campo eletromagnético dentro da edificação ou as sobretensões induzidas em loops abertos como funções de saída. Neste trabalho o sistema é considerado linear: o fenômeno não linear da ionização do solo perto dos eletrodos de aterramento durante uma incidência direta de descarga ou elementos de proteção não lineares não são considerados. Segundo os autores, esta aproximação sistemática torna fácil a realização do estudo paramétrico da influência das características geométricas do SPDA sobre as funções de saída.

Caixeta apresenta em [18] o estudo da proteção contra descargas atmosféricas através de

simulação computacional do transitório de corrente e do campo eletromagnético resultante. Os campos eletromagnéticos são calculados dentro de uma edificação atingida por descargas atmosféricas no seu SPDA. Neste trabalho o canal de descarga e o sistema de aterramento, representado por hastes, são considerados. O transitório de corrente é calculado através do método TLM e expressões para o cálculo dos campos foram desenvolvidas em coordenadas cartesianas abrangendo diferentes configurações de SPDA. Em [19], Caixeta e P. Filho divulgam resultados de campos eletromagnéticos gerados por diferentes configurações de SPDA atingidas por descargas atmosféricas utilizando a metodologia desenvolvida em [18].

Em [20] Sartori apresenta uma metodologia de cálculo da distribuição de correntes e dos campos eletromagnéticos e tensões induzidas associadas, em estruturas atingidas diretamente por descargas atmosféricas. Este trabalho constitui uma ferramenta para estudos de compatibilidade eletromagnética, contribuindo para a definição da melhor arquitetura da estrutura do SPDA que atenda a filosofia de proteção de equipamentos e sistemas elétricos e eletrônicos contra descargas atmosféricas. Os resultados são apresentados em uma e três dimensões. Neste trabalho o canal de descarga não é considerado. Em [21] o autor apresenta uma ferramenta para otimização de configurações de SPDA's objetivando minimizar os campos eletromagnéticos dentro do sistema de proteção. Várias configurações de SPDA's são analisadas na procura pelo melhor arranjo dos cabos de descida e anéis de equalização.

Alguns trabalhos desenvolvem ou utilizam programas computacionais para cálculo de campo, como o de Javor e Velickovic [22] que apresentam um pacote computacional para análises de distribuição de campo eletromagnético de descargas atmosféricas em estruturas condutoras desenvolvido por Javor. Os cálculos são realizados no domínio da frequência e transformados para o domínio do tempo através da transformada rápida inversa de Fourier.

Outra classe a ser mencionada é a que envolve medições dos campos eletromagnéticos reais de descargas naturais ou forçadas (triggered) ou a partir de simulações através da aplicação da técnica de modelo reduzido.

Começando pelos trabalhos que utilizam a técnica de modelo reduzido, pode-se citar a referência [23] onde um estudo de tensão induzida em linhas aéreas devido a descargas atmosféricas foi desenvolvido em modelo reduzido utilizando-se uma escala de 1/200. Também em [24] são realizados estudos experimentais sobre tensão induzida por descargas atmosféricas em uma linha aérea através de um canal de descarga, utilizando modelo reduzido de fator de escala igual a 1:20, sendo que o solo é considerado com perdas. O canal de descarga simulado possui 28 m de comprimento e foi feito espiralando-se um fio de cobre de 0,5 mm de diâmetro ao redor de um tubo isolante de 1,5 cm de diâmetro suspenso verticalmente por um balão. Uma onda de corrente impulsiva injetada na base do canal propaga ascendentemente ao longo deste com velocidade igual a 125 m/ μ s, sendo refletida ao atingir o topo que se encontra aberto. Um fio de cobre horizontal de 0,5 mm de diâmetro, 25 cm de comprimento e localizado a 50 cm acima do solo é utilizado na

simulação da linha aérea, a qual é terminada por uma resistência de 430Ω ou por um circuito aberto. Neste trabalho a influência da condutividade do solo na tensão induzida por descargas atmosféricas é investigada e os resultados de medições são comparados com simulações.

Santos em [5] apresenta um estudo e construção de uma antena para gerar campos eletromagnéticos similares aos campos criados por uma descarga atmosférica. Um modelo de canal de descarga considerando a velocidade de propagação da onda de corrente e outro considerando as perdas, foram desenvolvidos. É apresentado também um conjunto de quatro arranjos de resistores capazes de simular a presença do canal de descarga. Um sensor para medição de campo elétrico foi construído e a sua constante de calibração foi determinada. Um modelo reduzido de SPDA foi implementado e foram analisadas várias situações como: tensão induzida por descargas atmosféricas em “loops” dentro de um prédio, influência de diferentes SPDA’s na tensão induzida no interior do prédio e análise da variação do ponto de incidência da descarga no prédio. Também é analisada a influência das correntes que circulam no SPDA na tensão induzida em “loop” ($2,5 m$ de comprimento, $48 cm$ de altura) localizado no interior do prédio, sendo utilizados modelos de canal distintos.

A referência [25] apresenta um estudo experimental desenvolvido para determinar a blindagem do campo magnético proporcionada pela estrutura de aço de uma edificação. A estrutura é representada por uma gaiola de aço cúbica de $2 m$ de lado, a qual é submetida, em diferentes pontos, a ondas de corrente de descarga atmosférica reproduzidas em laboratório com diferentes tempos de frente.

Com relação aos estudos envolvendo descargas atmosféricas forçadas, pode-se citar as pesquisas realizadas no ICLRT (International Center for Lightning Research and Testing) localizado em Camp Blading, Florida, onde as descargas são iniciadas artificialmente de nuvens de tempestade através do lançamento de foguetes. Na referência [3] uma descarga forçada atinge diretamente o condutor fase de uma linha aérea de distribuição com aproximadamente $740 m$ de comprimento e casada em ambas as extremidades com a sua impedância característica. As tensões e correntes foram medidas e os resultados comparados com simulações feitas com o programa EMTP. Em outra experiência [4] a descarga atinge o SPDA de uma casa e a distribuição de corrente pelo circuito elétrico de teste é investigada. O resultado é comparado com os valores sugeridos pelo IEC (International Electrotechnical Commission) para a distribuição de corrente no circuito elétrico de uma edificação residencial equipada com SPDA quando este sistema recebe descarga direta. Esta experiência visou testar o sistema de aterramento da edificação.

Por último, os trabalhos envolvendo medições simultâneas de corrente e campo eletromagnético, como o de Bermudez e colaboradores [1] que apresenta medições de corrente realizadas na torre CN em Toronto, Canadá, durante o verão de 2001, onde a corrente de descarga foi medida usando uma bobina de Rogowski instalada em uma altura de $474 m$ acima do nível do solo e as componentes vertical do campo elétrico e azimutal do campo

magnético foram medidas simultaneamente nas distâncias de 2 e 16,8 *km*.

1.2 Estrutura do Trabalho

Este trabalho de tese compõe-se de seis capítulos e dois apêndices que são descritos sucintamente a seguir:

- No presente capítulo, *Introdução*, apresenta-se a importância do tema em investigação, assim como uma revisão bibliográfica do mesmo, além das principais motivações que levaram ao desenvolvimento deste trabalho;
- No capítulo dois, *Formulação Eletromagnética*, é apresentado o desenvolvimento das equações para cálculo de campo eletromagnético no domínio do tempo e em coordenadas cartesianas devido a fontes dispostas arbitrariamente, obtidas a partir das equações de Maxwell e do método do dipolo elétrico. Estas equações simplificadas, para cálculo de campo devido a fontes verticais e horizontais, também são apresentadas. Uma análise das restrições do método do dipolo elétrico e um estudo sobre as regiões de campo fecham este capítulo;
- No capítulo três, *Campos Eletromagnéticos Devidos a Descargas Atmosféricas*, através de um programa computacional implementado a partir das equações desenvolvidas no capítulo 2, é apresentado um estudo dos campos devido a descargas atmosféricas e também a transitórios de correntes em condutores horizontais, onde investigou-se as regiões de campo para sinais impulsivos e a influência das perdas no canal nos campos eletromagnéticos;
- No capítulo quatro, *Estudo em Modelo Reduzido*, é apresentado detalhes do modelo reduzido implementado, tais como, plano terra, canal de descarga e gerador de ondas. O sistema de medição utilizado, destacando-se as antenas de campo elétrico e magnético, também são apresentados e analisados;
- No capítulo cinco, *Resultados*, é mostrado os resultados de medições de campo eletromagnético em modelo reduzido comparados com simulações. Resultados da aplicação do programa computacional na investigação da influência do tamanho do canal de descarga e da forma de onda da corrente de retorno nos campos eletromagnéticos são apresentados também, assim como um exemplo de utilização da técnica de modelo reduzido nos estudos de blindagem eletromagnética;
- No capítulo seis, *Conclusões e Propostas de Continuação*, são apresentados as conclusões obtidas do trabalho e as sugestões para continuação do mesmo;

- No apêndice A, *Método de Diferenças Finitas*, é apresentado um resumo da aplicação do método de diferenças finitas no domínio do tempo na resolução das equações de linha de transmissão;
- No apêndice B, *Implementação Computacional*, é mostrado detalhes sobre a implementação computacional das equações de cálculo de campo, bem como artifícios matemáticos para redução do esforço computacional.

Capítulo 2

Formulação Eletromagnética

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta o desenvolvimento de equações de cálculo de campo eletromagnético nos domínios do tempo e da frequência, onde utilizou-se o método do dipolo elétrico e a teoria das imagens [26].

Para estudos em regime permanente, as equações no domínio da frequência são suficientes, além de serem de mais fácil obtenção. Todavia, em se tratando de transitórios de sinais e fenômenos não lineares, o estudo destes no domínio do tempo se torna menos fatigante e mais eficiente quando comparado com o domínio da frequência. Respostas em um domínio podem ser conhecidas no outro domínio, bastando para isso aplicar o método da transformada de Fourier [18].

Na literatura encontram-se equações para o cálculo de campo eletromagnético no domínio do tempo gerado por descargas atmosféricas [6, 7, 9] e também gerados pela circulação de corrente em linhas de transmissão [13]. Este capítulo apresenta o desenvolvimento, baseado no trabalho de Caixeta [18], destas equações no domínio do tempo e em coordenadas cartesianas, para dipolos dispostos arbitrariamente, permitindo assim, uma maior aplicação das mesmas.

A técnica do dipolo é tratada na maioria dos livros de eletromagnetismo e é largamente usada na teoria de antenas incluindo a radiação de descargas atmosféricas. Esta técnica requer apenas o conhecimento da densidade de corrente da fonte como uma função do tempo e do espaço [7].

Inicialmente serão apresentadas as equações para fontes arbitrárias e depois simplificações destas para usos específicos. Uma análise das restrições da metodologia utilizada também é apresentada.

2.2 Equações no Domínio do Tempo

O ponto inicial para o cálculo do campo eletromagnético utilizando-se a técnica do dipolo elétrico são as equações de Maxwell que para um meio linear, homogêneo, isotrópico e que permaneça conservando suas características constantes ao longo do tempo podem ser escritas na forma

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

onde ϵ_0 é a permissividade dielétrica do ar, μ_0 é a permeabilidade magnética do ar, ρ é a densidade de carga, \vec{J} é a densidade de corrente e c ¹ é a velocidade de propagação da onda eletromagnética no espaço livre.

As equações dos campos elétrico e magnético (ou densidade de fluxo magnético) podem ser obtidas através da aplicação do potencial escalar (ϕ) e do potencial vetor magnético retardado (\vec{A})

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad (2.6)$$

onde

$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\vec{r}', t - \vec{R}/c)}{\vec{R}} dV', \quad (2.7)$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}', t - \vec{R}/c)}{\vec{R}} dV', \quad (2.8)$$

e da condição de Lorentz

¹ $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

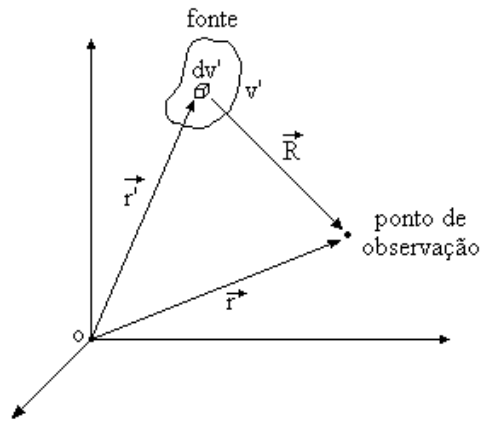


Figura 2.1: Geometria para soluções gerais.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0, \quad (2.9)$$

conforme a geometria esboçada na figura 2.1.

No método do dipolo o solo pode ser substituído por um dipolo imagem e os campos elétricos e magnéticos, em um determinado ponto de observação, serão as somas dos campos dos dipolos real e imagem.

Seja um condutor unifilar reto qualquer, acima de um plano condutor perfeito e dividido em n segmentos infinitesimais. Considerando-se um destes segmentos (figura 2.2), localizado em $r'(x', y', z')$, percorrido por uma corrente $i(x', y', z', t)$, os campos eletromagnéticos gerados a partir deste segmento e observados num ponto qualquer $P(x, y, z)$ podem ser calculados a partir de (2.5) e (2.6).

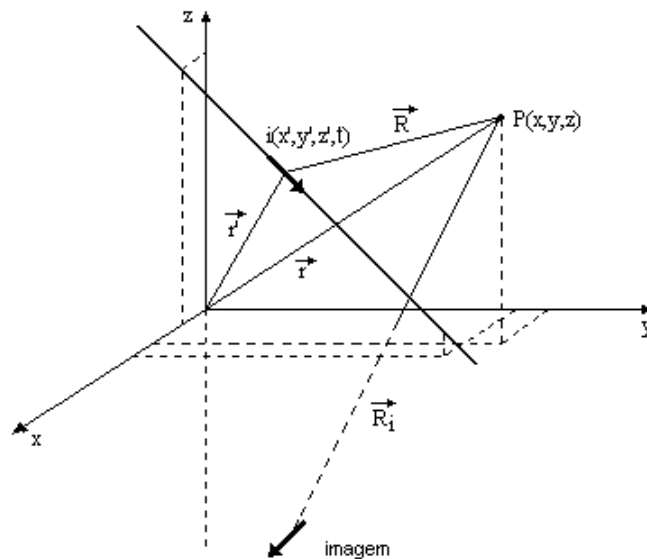


Figura 2.2: Dipolo em posição arbitrária.

2.2.1 Campo Magnético

O campo magnético diferencial $d\vec{B}(\vec{r}, t)$ do dipolo pode ser determinado a partir do vetor potencial magnético diferencial $d\vec{A}(\vec{r}, t)$, ou seja,

$$d\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{\nabla} \times d\vec{A}(\vec{r}, t). \quad (2.10)$$

Considerando-se \vec{J} como sendo uma densidade linear de corrente distribuída conforme o eixo de orientação em que se faz presente, tem-se que

$$d\vec{A}(\vec{r}, t) = [d\vec{A}_x(\vec{r}, t) + d\vec{A}_y(\vec{r}, t) + d\vec{A}_z(\vec{r}, t)], \quad (2.11)$$

sendo

$$\begin{aligned} d\vec{A}_x(\vec{r}, t) &= \frac{\mu_0 i_x(r', t - R/c)}{4\pi R} dx', \\ d\vec{A}_y(\vec{r}, t) &= \frac{\mu_0 i_y(r', t - R/c)}{4\pi R} dy', \\ d\vec{A}_z(\vec{r}, t) &= \frac{\mu_0 i_z(r', t - R/c)}{4\pi R} dz', \end{aligned} \quad (2.12)$$

onde R é a distância do dipolo ao ponto de observação e r' indica a posição da corrente. Deste modo, (2.10) pode ser escrita como

$$d\vec{B}(\vec{r}, t) = [\vec{\nabla} \times d\vec{A}_x(\vec{r}, t)] + [\vec{\nabla} \times d\vec{A}_y(\vec{r}, t)] + [\vec{\nabla} \times d\vec{A}_z(\vec{r}, t)]. \quad (2.13)$$

Substituindo (2.12) em (2.13) e resolvendo o rotacional com o auxílio da identidade [27]

$$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{i}(t - R/c)}{R} = -\frac{1}{R^2} \vec{U} \times \vec{i}(t - R/c) - \frac{1}{cR} \vec{U} \times \frac{\partial \vec{i}(t - R/c)}{\partial t}, \quad (2.14)$$

onde \vec{U} é o vetor unitário $(x - x'/R)\mathbf{U}_x + (y - y'/R)\mathbf{U}_y + (z - z'/R)\mathbf{U}_z$, obtém-se

$$\begin{aligned}
 d\vec{B}(\vec{r}, t) = & \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ -(z - z') \left[\frac{i_x(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_y \right. \\
 & + (y - y') \left[\frac{i_x(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_z \left. \right\} dx' \\
 & + \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ -(x - x') \left[\frac{i_y(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_z \right. \\
 & + (z - z') \left[\frac{i_y(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_x \left. \right\} dy' \\
 & + \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ -(y - y') \left[\frac{i_z(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_x \right. \\
 & + (x - x') \left[\frac{i_z(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_y \left. \right\} dz'.
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

A equação (2.15) descreve o campo magnético no ponto $P(x, y, z)$ devido à corrente $i(x', y', z')$ do dipolo infinitesimal no espaço livre. Sob um plano condutor perfeito, a imagem do dipolo infinitesimal também produz um campo magnético

$$\begin{aligned}
 d\vec{B}_i(\vec{r}, t) = & \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ -(z - z') \left[\frac{i_x(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_y \right. \\
 & + (y - y') \left[\frac{i_x(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_z \left. \right\} dx' \\
 & + \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ -(x - x') \left[\frac{i_y(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_z \right. \\
 & + (z - z') \left[\frac{i_y(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_x \left. \right\} dy' \\
 & + \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ -(y - y') \left[\frac{i_z(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_x \right. \\
 & + (x - x') \left[\frac{i_z(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \hat{a}_y \left. \right\} dz',
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

onde R_i representa a distância do dipolo imagem ao ponto $P(x, y, z)$. O campo magnético diferencial total será

$$d\vec{B}_T(\vec{r}, t) = d\vec{B}(\vec{r}, t) + d\vec{B}_i(\vec{r}, t), \tag{2.17}$$

ou seja,

$$d\vec{B}_T(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[d\vec{B}_x(\vec{r}, t) + d\vec{B}_y(\vec{r}, t) + d\vec{B}_z(\vec{r}, t) \right], \quad (2.18)$$

onde

$$\begin{aligned} d\vec{B}_x(\vec{r}, t) = & (z - z') \left[\frac{i_y(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_y(r', t - R_i/c)}{R_i^3} \right. \\ & \left. + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dy' - (y - y') \left[\frac{i_z(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} \right. \\ & \left. + \frac{i_z(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz'; \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} d\vec{B}_y(\vec{r}, t) = & (x - x') \left[\frac{i_z(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_z(r', t - R_i/c)}{R_i^3} \right. \\ & \left. + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz' - (z - z') \left[\frac{i_x(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} \right. \\ & \left. + \frac{i_x(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dx'; \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} d\vec{B}_z(\vec{r}, t) = & (y - y') \left[\frac{i_x(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_x(r', t - R_i/c)}{R_i^3} \right. \\ & \left. + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dx' - (x - x') \left[\frac{i_y(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} \right. \\ & \left. + \frac{i_y(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dy'. \end{aligned} \quad (2.21)$$

A equação (2.18) descreve o campo produzido pelo dipolo infinitesimal sob um plano condutor perfeito. Sendo o condutor formado por n elementos, obtém-se o campo magnético no ponto $P(x, y, z)$ devido à corrente $i(x', y', z', t)$ circulando neste condutor, integrando-se (2.18). Logo,

$$\vec{B}_T(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\vec{B}_x(\vec{r}, t) + \vec{B}_y(\vec{r}, t) + \vec{B}_z(\vec{r}, t) \right], \quad (2.22)$$

sendo

$$\begin{aligned} \vec{B}_x(\vec{r}, t) = & (z - z') \int_0^{y'} \left[\frac{i_y(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_y(r', t - R_i/c)}{R_i^3} \right. \\ & \left. + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dy' - (y - y') \int_0^{z'} \left[\frac{i_z(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} \right. \\ & \left. + \frac{i_z(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz'; \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_y(\vec{r}, t) = & (x - x') \int_0^{z'} \left[\frac{i_z(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_z(r', t - R_i/c)}{R_i^3} \right. \\ & \left. + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz' - (z - z') \int_0^{x'} \left[\frac{i_x(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} \right. \\ & \left. + \frac{i_x(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dx'; \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_z(\vec{r}, t) = & (y - y') \int_0^{x'} \left[\frac{i_x(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_x(r', t - R_i/c)}{R_i^3} \right. \\ & \left. + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dx' - (x - x') \int_0^{y'} \left[\frac{i_y(r', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} \right. \\ & \left. + \frac{i_y(r', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dy'. \end{aligned} \quad (2.25)$$

2.2.2 Campo Elétrico

O campo elétrico diferencial $d\vec{E}(\vec{r}, t)$ do dipolo pode ser determinado a partir de (2.5), ou seja,

$$d\vec{E}(\vec{r}, t) = -\vec{\nabla}d\phi(\vec{r}, t) - \frac{\partial d\vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (2.26)$$

Da condição de Lorentz (2.9), obtém-se

$$\begin{aligned} d\phi(\vec{r}, t) = & -c^2 \int_0^t [\vec{\nabla} \cdot d\vec{A}(\vec{r}, t)] d\tau \\ = & -c^2 \int_0^t [\vec{\nabla} \cdot d\vec{A}_x(\vec{r}, t)] + [\vec{\nabla} \cdot d\vec{A}_y(\vec{r}, t)] + [\vec{\nabla} \cdot d\vec{A}_z(\vec{r}, t)] d\tau. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Utilizando-se a identidade [27]

$$\vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{i}(t - R/c)}{R} = - \left[\frac{\vec{i}(t - R/c)}{R^2} + \frac{1}{cR} \frac{\partial \vec{i}(t - R/c)}{\partial t} \right] \cdot \vec{U}, \quad (2.28)$$

o divergente de $d\vec{A}(\vec{r}, t)$ é dado por

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot d\vec{A}_x(\vec{r}, t) &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{i_x(r', t - R/c)}{R^2} + \frac{1}{cR} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \frac{x - x'}{R} dx', \\ \vec{\nabla} \cdot d\vec{A}_y(\vec{r}, t) &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{i_y(r', t - R/c)}{R^2} + \frac{1}{cR} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \frac{y - y'}{R} dy', \\ \vec{\nabla} \cdot d\vec{A}_z(\vec{r}, t) &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{i_z(r', t - R/c)}{R^2} + \frac{1}{cR} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} \right] \frac{z - z'}{R} dz', \end{aligned} \quad (2.29)$$

que substituído em (2.27) resulta em

$$\begin{aligned} d\phi(\vec{r}, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^3} \left\{ \underbrace{(x - x') \left[\frac{R}{c} i_x(r', t - R/c) + \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau \right]}_{f(x)} dx' \right. \\ &\quad + \underbrace{(y - y') \left[\frac{R}{c} i_y(r', t - R/c) + \int_0^t i_y(r', \tau - R/c) d\tau \right]}_{f(y)} dy' \\ &\quad \left. + \underbrace{(z - z') \left[\frac{R}{c} i_z(r', t - R/c) + \int_0^t i_z(r', \tau - R/c) d\tau \right]}_{f(z)} dz' \right\}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

O gradiente do diferencial do potencial escalar em coordenadas cartesianas é:

$$\vec{\nabla} d\phi(\vec{r}, t) = \frac{\partial[d\phi(\vec{r}, t)]}{\partial x} \hat{a}_x + \frac{\partial[d\phi(\vec{r}, t)]}{\partial y} \hat{a}_y + \frac{\partial[d\phi(\vec{r}, t)]}{\partial z} \hat{a}_z. \quad (2.31)$$

Substituindo (2.30) em cada parcela de (2.31) tem-se, para a direção \hat{a}_x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial[d\phi(\vec{r}, t)]}{\partial x} \hat{a}_x &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{R^3} \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial f(y)}{\partial x} + \frac{\partial f(z)}{\partial x} \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{R^4} \frac{\partial R}{\partial x} [f(x) + f(y) + f(z)] \right\}, \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde a derivada parcial de $f(x)$ em relação a x é:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(x)}{\partial x} &= (x - x') \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{R}{c} i_x(r', t - R/c) + \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau \right) \right] \\ &\quad + \frac{R}{c} i_x(r', t - R/c) + \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau, \\ \frac{\partial f(x)}{\partial x} &= (x - x') \left[\frac{R}{c} \left(-\frac{1}{c} \right) \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial R}{\partial x} i_x(r', t - R/c) \right. \\ &\quad \left. + \int_0^t 1 \left(-\frac{1}{c} \right) \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} d\tau \right] + \frac{R}{c} i_x(r', t - R/c) + \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau, \\ \frac{\partial f(x)}{\partial x} &= -\frac{(x - x')^2}{c^2} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{R}{c} i_x(r', t - R/c) + \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau. \quad (2.33)\end{aligned}$$

A derivada parcial de $f(y)$ em relação a x é:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(y)}{\partial x} &= (y - y') \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{R}{c} i_y(r', t - R/c) + \int_0^t i_y(r', \tau - R/c) d\tau \right) \right] \\ \frac{\partial f(y)}{\partial x} &= (y - y') \left[\frac{R}{c} \left(-\frac{1}{c} \right) \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial R}{\partial x} i_y(r', t - R/c) \right. \\ &\quad \left. + \int_0^t 1 \left(-\frac{1}{c} \right) \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} d\tau \right], \\ \frac{\partial f(y)}{\partial x} &= -\frac{(y - y')(x - x')}{c^2} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t}, \quad (2.34)\end{aligned}$$

e a derivada parcial de $f(z)$ em relação a x é:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(z)}{\partial x} &= (z - z') \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{R}{c} i_z(r', t - R/c) + \int_0^t i_z(r', \tau - R/c) d\tau \right) \right] \\ \frac{\partial f(z)}{\partial x} &= (z - z') \left[\frac{R}{c} \left(-\frac{1}{c} \right) \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial R}{\partial x} i_z(r', t - R/c) \right. \\ &\quad \left. + \int_0^t 1 \left(-\frac{1}{c} \right) \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} d\tau \right], \\ \frac{\partial f(z)}{\partial x} &= -\frac{(z - z')(x - x')}{c^2} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t}. \quad (2.35)\end{aligned}$$

Substituindo (2.33) a (2.35), juntamente com $f(x)$, $f(y)$ e $f(z)$ em (2.32) tem-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial[d\phi(\vec{r}, t)]}{\partial x} = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left\{ \left[-\frac{(x-x')^2}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{1}{R^2c} - \frac{3(x-x')^2}{R^4c} \right] i_x(r', t-R/c) \right. \right. \\
& + \left. \left[\frac{1}{R^3} - \frac{3(x-x')^2}{R^5} \right] \int_0^t i_x(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dx' \\
& - \left\{ \left[\frac{(y-y')(x-x')}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')(x-x')}{R^4c} \right] i_y(r', t-R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(y-y')(x-x')}{R^5} \right] \int_0^t i_y(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dy' \\
& - \left\{ \left[\frac{(z-z')(x-x')}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')(x-x')}{R^4c} \right] i_z(r', t-R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(z-z')(x-x')}{R^5} \right] \int_0^t i_z(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dz' \Big\} \hat{a}_x.
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Realizando o mesmo procedimento, obtém-se equações para o gradiente do diferencial do potencial escalar nas direções \hat{a}_y e \hat{a}_z :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial[d\phi(\vec{r}, t)]}{\partial y} = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left\{ \left[-\frac{(y-y')^2}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{1}{R^2c} - \frac{3(y-y')^2}{R^4c} \right] i_y(r', t-R/c) \right. \right. \\
& + \left. \left[\frac{1}{R^3} - \frac{3(y-y')^2}{R^5} \right] \int_0^t i_y(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dy' \\
& - \left\{ \left[\frac{(x-x')(y-y')}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')(y-y')}{R^4c} \right] i_x(r', t-R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(x-x')(y-y')}{R^5} \right] \int_0^t i_x(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dx' \\
& - \left\{ \left[\frac{(z-z')(y-y')}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')(y-y')}{R^4c} \right] i_z(r', t-R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(z-z')(y-y')}{R^5} \right] \int_0^t i_z(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dz' \Big\} \hat{a}_y;
\end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial[d\phi(\vec{r}, t)]}{\partial z} = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left\{ \left[-\frac{(z-z')^2}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{1}{R^2c} - \frac{3(z-z')^2}{R^4c} \right] i_z(r', t-R/c) \right. \right. \\
 & + \left. \left[\frac{1}{R^3} - \frac{3(z-z')^2}{R^5} \right] \int_0^t i_z(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dz' \\
 & - \left\{ \left[\frac{(x-x')(z-z')}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')(z-z')}{R^4c} \right] i_x(r', t-R/c) \right. \\
 & + \left. \left[\frac{3(x-x')(z-z')}{R^5} \right] \int_0^t i_x(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dx' \\
 & - \left\{ \left[\frac{(y-y')(z-z')}{R^3c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t-R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')(z-z')}{R^4c} \right] i_y(r', t-R/c) \right. \\
 & + \left. \left[\frac{3(y-y')(z-z')}{R^5} \right] \int_0^t i_y(r', \tau-R/c) d\tau \right\} dy' \Big\} \hat{a}_z.
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

A derivada parcial temporal de $d\vec{A}(\vec{r}, t)$ é dada por:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial d\vec{A}_x}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_x(r', t-R/c)}{R} \right] dx' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{Rc^2} \frac{\partial i_x(r', t-R/c)}{\partial t} \right] dx'; \\
 \frac{\partial d\vec{A}_y}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_y(r', t-R/c)}{R} \right] dy' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{Rc^2} \frac{\partial i_y(r', t-R/c)}{\partial t} \right] dy'; \\
 \frac{\partial d\vec{A}_z}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_z(r', t-R/c)}{R} \right] dz' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{Rc^2} \frac{\partial i_z(r', t-R/c)}{\partial t} \right] dz'.
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Substituindo (2.36), (2.37) e (2.38) em (2.31) obtém-se a equação do gradiente do diferencial do potencial escalar que levado a (2.26), juntamente com (2.39), resulta na equação do diferencial do campo elétrico:

$$d\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[d\vec{E}_x(\vec{r}, t) + d\vec{E}_y(\vec{r}, t) + d\vec{E}_z(\vec{r}, t) \right], \tag{2.40}$$

onde

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_x(\vec{r}, t) = & \left\{ \left[\frac{3(x-x')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right] \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau \right. \\
& + \left. \left[\frac{(x-x')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{Rc^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right] i_x(r', t - R/c) \right\} dx' \\
& + \left\{ \left[\frac{(y-y')(x-x')}{R^3 c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')(x-x')}{R^4 c} \right] i_y(r', t - R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(y-y')(x-x')}{R^5} \right] \int_0^t i_y(r', \tau - R/c) d\tau \right\} dy' \\
& + \left\{ \left[\frac{(z-z')(x-x')}{R^3 c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')(x-x')}{R^4 c} \right] i_z(r', t - R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(z-z')(x-x')}{R^5} \right] \int_0^t i_z(r', \tau - R/c) d\tau \right\} dz';
\end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_y(\vec{r}, t) = & \left\{ \left[\frac{3(y-y')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right] \int_0^t i_y(r', \tau - R/c) d\tau \right. \\
& + \left. \left[\frac{(y-y')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{Rc^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right] i_y(r', t - R/c) \right\} dy' \\
& + \left\{ \left[\frac{(x-x')(y-y')}{R^3 c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')(y-y')}{R^4 c} \right] i_x(r', t - R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(x-x')(y-y')}{R^5} \right] \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau \right\} dx' \\
& + \left\{ \left[\frac{(z-z')(y-y')}{R^3 c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')(y-y')}{R^4 c} \right] i_z(r', t - R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(z-z')(y-y')}{R^5} \right] \int_0^t i_z(r', \tau - R/c) d\tau \right\} dz';
\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_z(\vec{r}, t) = & \left\{ \left[\frac{3(z-z')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right] \int_0^t i_z(r', \tau - R/c) d\tau \right. \\
& + \left[\frac{(z-z')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{R c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right] i_z(r', t - R/c) \left. \right\} dz' \\
& + \left\{ \left[\frac{(x-x')(z-z')}{R^3 c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')(z-z')}{R^4 c} \right] i_x(r', t - R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(x-x')(z-z')}{R^5} \right] \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau \right\} dx' \\
& + \left\{ \left[\frac{(y-y')(z-z')}{R^3 c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')(z-z')}{R^4 c} \right] i_y(r', t - R/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(y-y')(z-z')}{R^5} \right] \int_0^t i_y(r', \tau - R/c) d\tau \right\} dy'.
\end{aligned} \tag{2.43}$$

A equação (2.40) descreve o campo elétrico no ponto $P(x, y, z)$ devido à corrente $i(x', y', z', t)$ do dipolo infinitesimal no espaço livre. Sob um plano condutor perfeito, a imagem deste dipolo infinitesimal também produz um campo elétrico

$$d\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[d\vec{E}_{xi}(\vec{r}, t) + d\vec{E}_{yi}(\vec{r}, t) + d\vec{E}_{zi}(\vec{r}, t) \right], \tag{2.44}$$

onde

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_{xi}(\vec{r}, t) = & \left\{ \left[\frac{3(x-x')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right] \int_0^t i_x(r', \tau - R_i/c) d\tau \right. \\
& + \left[\frac{(x-x')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right] i_x(r', t - R_i/c) \left. \right\} dx' \\
& + \left\{ \left[\frac{(y-y')(x-x')}{R_i^3 c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')(x-x')}{R_i^4 c} \right] i_y(r', t - R_i/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(y-y')(x-x')}{R_i^5} \right] \int_0^t i_y(r', \tau - R_i/c) d\tau \right\} dy' \\
& + \left\{ \left[\frac{(z-z')(x-x')}{R_i^3 c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')(x-x')}{R_i^4 c} \right] i_z(r', t - R_i/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(z-z')(x-x')}{R_i^5} \right] \int_0^t i_z(r', \tau - R_i/c) d\tau \right\} dz';
\end{aligned} \tag{2.45}$$

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_{yi}(\vec{r}, t) = & \left\{ \left[\frac{3(y-y')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right] \int_0^t i_y(r', \tau - R_i/c) d\tau \right. \\
& + \left. \left[\frac{(y-y')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right] i_y(r', t - R_i/c) \right\} dy' \\
& + \left\{ \left[\frac{(x-x')(y-y')}{R_i^3 c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')(y-y')}{R_i^4 c} \right] i_x(r', t - R_i/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(x-x')(y-y')}{R_i^5} \right] \int_0^t i_x(r', \tau - R_i/c) d\tau \right\} dx' \\
& + \left\{ \left[\frac{(z-z')(y-y')}{R_i^3 c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')(y-y')}{R_i^4 c} \right] i_z(r', t - R_i/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(z-z')(y-y')}{R_i^5} \right] \int_0^t i_z(r', \tau - R_i/c) d\tau \right\} dz';
\end{aligned} \tag{2.46}$$

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_{zi}(\vec{r}, t) = & \left\{ \left[\frac{3(z-z')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right] \int_0^t i_z(r', \tau - R_i/c) d\tau \right. \\
& + \left. \left[\frac{(z-z')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right] i_z(r', t - R_i/c) \right\} dz' \\
& + \left\{ \left[\frac{(x-x')(z-z')}{R_i^3 c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')(z-z')}{R_i^4 c} \right] i_x(r', t - R_i/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(x-x')(z-z')}{R_i^5} \right] \int_0^t i_x(r', \tau - R_i/c) d\tau \right\} dx' \\
& + \left\{ \left[\frac{(y-y')(z-z')}{R_i^3 c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')(z-z')}{R_i^4 c} \right] i_y(r', t - R_i/c) \right. \\
& + \left. \left[\frac{3(y-y')(z-z')}{R_i^5} \right] \int_0^t i_y(r', \tau - R_i/c) d\tau \right\} dy'.
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Integrando-se as equações dos diferenciais do campo elétrico tem-se:

$$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) \right], \tag{2.48}$$

onde

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) = & \int_0^{x'} \left\{ \left[\frac{3(x-x')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right] \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau \right. \\
& + \left[\frac{(x-x')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{R c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(x-x')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right] i_x(r', t - R/c) \\
& + \left[\frac{3(x-x')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right] \int_0^t i_x(r', \tau - R_i/c) d\tau + \left[\frac{(x-x')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right] \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \\
& \left. + \left[\frac{3(x-x')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right] i_x(r', t - R_i/c) \right\} dx' \\
& + \int_0^{y'} \left\{ \frac{(y-y')(x-x')}{c^2} \left[\frac{1}{R^3} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{R_i^3} \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \right. \\
& + \frac{3(y-y')(x-x')}{c} \left[\frac{1}{R^4} i_y(r', t - R/c) + \frac{1}{R_i^4} i_y(r', t - R_i/c) \right] \\
& \left. + 3(y-y')(x-x') \left[\frac{1}{R^5} \int_0^t i_y(r', \tau - R/c) d\tau + \frac{1}{R_i^5} \int_0^t i_y(r', \tau - R_i/c) d\tau \right] \right\} dy' \\
& + \int_0^{z'} \left\{ \frac{(z-z')(x-x')}{c^2} \left[\frac{1}{R^3} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{R_i^3} \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \right. \\
& + \frac{3(z-z')(x-x')}{c} \left[\frac{1}{R^4} i_z(r', t - R/c) + \frac{1}{R_i^4} i_z(r', t - R_i/c) \right] \\
& \left. + 3(z-z')(x-x') \left[\frac{1}{R^5} \int_0^t i_z(r', \tau - R/c) d\tau + \frac{1}{R_i^5} \int_0^t i_z(r', \tau - R_i/c) d\tau \right] \right\} dz';
\end{aligned} \tag{2.49}$$

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) = & \int_0^{y'} \left\{ \left[\frac{3(y-y')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right] \int_0^t i_y(r', \tau - R/c) d\tau \right. \\
& + \left[\frac{(y-y')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{Rc^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(y-y')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right] i_y(r', t - R/c) \\
& + \left[\frac{3(y-y')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right] \int_0^t i_y(r', \tau - R_i/c) d\tau + \left[\frac{(y-y')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right] \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \\
& \left. + \left[\frac{3(y-y')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right] i_y(r', t - R_i/c) \right\} dy' \\
& + \int_0^{x'} \left\{ \frac{(x-x')(y-y')}{c^2} \left[\frac{1}{R^3} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{R_i^3} \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \right. \\
& + \frac{3(x-x')(y-y')}{c} \left[\frac{1}{R^4} i_x(r', t - R/c) + \frac{1}{R_i^4} i_x(r', t - R_i/c) \right] \\
& \left. + 3(x-x')(y-y') \left[\frac{1}{R^5} \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau + \frac{1}{R_i^5} \int_0^t i_x(r', \tau - R_i/c) d\tau \right] \right\} dx' \\
& + \int_0^{z'} \left\{ \frac{(z-z')(y-y')}{c^2} \left[\frac{1}{R^3} \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{R_i^3} \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \right. \\
& + \frac{3(z-z')(y-y')}{c} \left[\frac{1}{R^4} i_z(r', t - R/c) + \frac{1}{R_i^4} i_z(r', t - R_i/c) \right] \\
& \left. + 3(z-z')(y-y') \left[\frac{1}{R^5} \int_0^t i_z(r', \tau - R/c) d\tau + \frac{1}{R_i^5} \int_0^t i_z(r', \tau - R_i/c) d\tau \right] \right\} dz';
\end{aligned} \tag{2.50}$$

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) = & \int_0^{z'} \left\{ \left[\frac{3(z-z')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right] \int_0^t i_z(r', \tau - R/c) d\tau \right. \\
& + \left[\frac{(z-z')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{R c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t - R/c)}{\partial t} + \left[\frac{3(z-z')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right] i_z(r', t - R/c) \\
& + \left[\frac{3(z-z')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right] \int_0^t i_z(r', \tau - R_i/c) d\tau + \left[\frac{(z-z')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right] \frac{\partial i_z(r', t - R_i/c)}{\partial t} \\
& \left. + \left[\frac{3(z-z')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right] i_z(r', t - R_i/c) \right\} dz' \\
& + \int_0^{x'} \left\{ \frac{(x-x')(z-z')}{c^2} \left[\frac{1}{R^3} \frac{\partial i_x(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{R_i^3} \frac{\partial i_x(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \right. \\
& + \frac{3(x-x')(z-z')}{c} \left[\frac{1}{R^4} i_x(r', t - R/c) + \frac{1}{R_i^4} i_x(r', t - R_i/c) \right] \\
& \left. + 3(x-x')(z-z') \left[\frac{1}{R^5} \int_0^t i_x(r', \tau - R/c) d\tau + \frac{1}{R_i^5} \int_0^t i_x(r', \tau - R_i/c) d\tau \right] \right\} dx' \\
& + \int_0^{y'} \left\{ \frac{(y-y')(z-z')}{c^2} \left[\frac{1}{R^3} \frac{\partial i_y(r', t - R/c)}{\partial t} + \frac{1}{R_i^3} \frac{\partial i_y(r', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \right. \\
& + \frac{3(y-y')(z-z')}{c} \left[\frac{1}{R^4} i_y(r', t - R/c) + \frac{1}{R_i^4} i_y(r', t - R_i/c) \right] \\
& \left. + 3(y-y')(z-z') \left[\frac{1}{R^5} \int_0^t i_y(r', \tau - R/c) d\tau + \frac{1}{R_i^5} \int_0^t i_y(r', \tau - R_i/c) d\tau \right] \right\} dy'.
\end{aligned} \tag{2.51}$$

2.2.3 Casos Particulares

As equações para o cálculo de campo eletromagnético desenvolvidas até aqui aplicam-se a um dipolo em qualquer posição do espaço. Em termos de análise, serão apresentadas as equações para fontes verticais e horizontais, o que possibilita algumas simplificações.

Dipolo Vertical

Seja uma antena vertical unifilar de altura h dividida em n segmentos infinitesimais. Considerando-se um destes segmentos (figura 2.3), localizado na altura z' em relação a um plano condutor perfeito e sendo percorrido por uma corrente $i(z', t)$, tem-se, devido à geometria do problema, apenas o componente na direção \hat{a}_z da corrente. O campo magnético no ponto $P(x, y, z)$ devido a esse segmento infinitesimal será:

$$d\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[d\vec{B}_x(\vec{r}, t) + d\vec{B}_y(\vec{r}, t) \right], \tag{2.52}$$

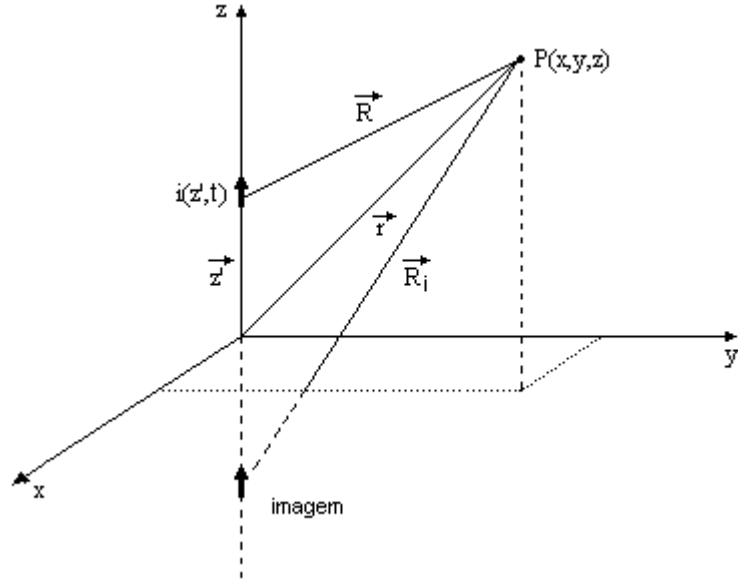


Figura 2.3: Geometria para um dipolo vertical.

onde

$$d\vec{B}_x(\vec{r}, t) = -(y - y') \left[\frac{i_z(z', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} \right] dz', \quad (2.53)$$

$$d\vec{B}_y(\vec{r}, t) = (x - x') \left[\frac{i_z(z', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} \right] dz'. \quad (2.54)$$

Sob um plano condutor perfeito a imagem do segmento infinitesimal também produz um campo magnético

$$d\vec{B}_i(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[d\vec{B}_{xi}(\vec{r}, t) + d\vec{B}_{yi}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.55)$$

sendo

$$d\vec{B}_{xi}(\vec{r}, t) = -(y - y') \left[\frac{i_z(z', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz', \quad (2.56)$$

$$d\vec{B}_{yi}(\vec{r}, t) = (x - x') \left[\frac{i_z(z', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz'. \quad (2.57)$$

O campo magnético total devido ao segmento infinitesimal será, então,

$$d\vec{B}_T(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[d\vec{B}_{xT}(\vec{r}, t) + d\vec{B}_{yT}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.58)$$

onde

$$d\vec{B}_{xT}(\vec{r}, t) = (y - y') \left[\frac{i_z(z', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_z(z', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz', \quad (2.59)$$

$$d\vec{B}_{yT}(\vec{r}, t) = (x - x') \left[\frac{i_z(z', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_z(z', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz'. \quad (2.60)$$

Integrando-se (2.58) ao longo da antena vertical obtém-se o campo magnético produzido por esta no ponto $P(x, y, z)$, ou seja,

$$\vec{B}_T(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\vec{B}_{xT}(\vec{r}, t) + \vec{B}_{yT}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.61)$$

sendo

$$\vec{B}_{xT}(\vec{r}, t) = -(y - y') \int_0^h \left[\frac{i_z(z', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_z(z', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz, \quad (2.62)$$

$$\vec{B}_{yT}(\vec{r}, t) = (x - x') \int_0^h \left[\frac{i_z(z', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{i_z(z', t - R_i/c)}{R_i^3} + \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz. \quad (2.63)$$

O campo elétrico no ponto $P(x, y, z)$ devido ao segmento infinitesimal será:

$$d\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[d\vec{E}_x(\vec{r}, t) + d\vec{E}_y(\vec{r}, t) + d\vec{E}_z(\vec{r}, t) \right], \quad (2.64)$$

onde

$$d\vec{E}_x(\vec{r}, t) = (x - x')(z - z') \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_z(z', t - R/c) + \frac{3}{R^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R/c) d\tau \right] dz', \quad (2.65)$$

$$d\vec{E}_y(\vec{r}, t) = (y - y')(z - z') \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_z(z', t - R/c) + \frac{3}{R^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R/c) d\tau \right] dz', \quad (2.66)$$

$$d\vec{E}_z(\vec{r}, t) = \left\{ \left[\frac{3(z - z')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right] \int_0^t i_z(z', \tau - R/c) d\tau + \left[\frac{3(z - z')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right] i_z(z', t - R/c) + \left[\frac{(z - z')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{R c^2} \right] \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} \right\} dz'. \quad (2.67)$$

O campo elétrico devido à imagem do segmento infinitesimal será

$$d\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[d\vec{E}_{xi}(\vec{r}, t) + d\vec{E}_{yi}(\vec{r}, t) + d\vec{E}_{zi}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.68)$$

sendo

$$d\vec{E}_{xi}(\vec{r}, t) = (x - x')(z + z') \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} + \frac{3}{R_i^4 c} i_z(z', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau \right] dz', \quad (2.69)$$

$$d\vec{E}_{yi}(\vec{r}, t) = (y - y')(z + z') \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} + \frac{3}{R_i^4 c} i_z(z', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau \right] dz', \quad (2.70)$$

$$d\vec{E}_{zi}(\vec{r}, t) = \left\{ \left[\frac{3(z + z')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right] \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau + \left[\frac{3(z + z')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right] i_z(z', t - R_i/c) + \left[\frac{(z + z')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right] \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right\} dz'. \quad (2.71)$$

O campo elétrico total devido ao segmento infinitesimal será, então,

$$d\vec{E}_T(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[d\vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) + d\vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) + d\vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.72)$$

onde

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) = (x - x') \left\{ (z - z') \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_z(z', t - R/c) \right. \right. \\
+ \left. \left. \frac{3}{R^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R/c) d\tau \right] + (z + z') \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right. \right. \\
+ \left. \left. \frac{3}{R_i^4 c} i_z(z', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau \right] \right\} dz', \quad (2.73)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) = (y - y') \left\{ (z - z') \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_z(z', t - R/c) \right. \right. \\
+ \left. \left. \frac{3}{R^5} i_z(z', \tau - R/c) d\tau \right] + (z + z') \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right. \right. \\
+ \left. \left. \frac{3}{R_i^4 c} i_z(z', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau \right] \right\} dz', \quad (2.74)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d\vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) = \left\{ \left[\left(\frac{3(z - z')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right) \int_0^t i_z(z', \tau - R/c) d\tau \right. \right. \\
+ \left. \left(\frac{3(z - z')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right) i_z(z', t - R/c) + \left(\frac{(z - z')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{R c^2} \right) \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} \right] \\
+ \left[\left(\frac{3(z + z')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right) \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau \right. \\
+ \left. \left(\frac{3(z + z')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right) i_z(z', t - R_i/c) + \left(\frac{(z + z')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right) \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right] \left. \right\} dz'. \quad (2.75)
\end{aligned}$$

Integrando-se (2.72) ao longo da antena vertical obtém-se o campo elétrico no ponto $P(x, y, z)$ devido à mesma, ou seja,

$$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.76)$$

sendo

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) = (x - x') \left\{ \int_0^h (z - z') \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_z(z', t - R/c) \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{R^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R/c) d\tau \right] dz + \int_0^h (z + z') \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{R_i^4 c} i_z(z', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau \right] dz \right\}, \quad (2.77)
 \end{aligned}$$

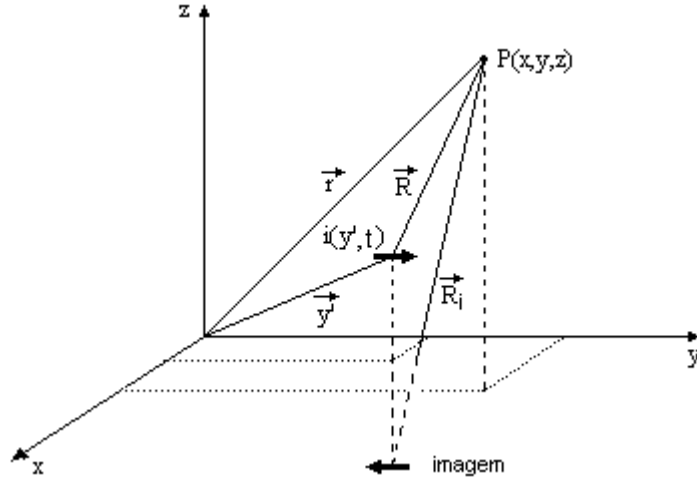
$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) = (y - y') \left\{ \int_0^h (z - z') \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_z(z', t - R/c) \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{R^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R/c) d\tau \right] dz + \int_0^h (z + z') \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{R_i^4 c} i_z(z', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau \right] dz \right\}, \quad (2.78)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) = \left\{ \int_0^h \left[\left(\frac{3(z - z')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right) \int_0^t i_z(z', \tau - R/c) d\tau \right. \right. \\
 \left. \left. + \left(\frac{3(z - z')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right) i_z(z', t - R/c) + \left(\frac{(z - z')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{R c^2} \right) \frac{\partial i_z(z', t - R/c)}{\partial t} \right] dz \right. \\
 \left. + \int_0^h \left[\left(\frac{3(z + z')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right) \int_0^t i_z(z', \tau - R_i/c) d\tau \right. \right. \\
 \left. \left. + \left(\frac{3(z + z')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right) i_z(z', t - R_i/c) + \left(\frac{(z + z')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right) \frac{\partial i_z(z', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dz \right\}; \quad (2.79)
 \end{aligned}$$

Dipolo Horizontal

O modelo do dipolo elétrico pode ser aplicado a uma linha de transmissão para determinar o campo eletromagnético, causado por uma corrente que nela circule, em um ponto qualquer de interesse [13, 18].

Seja uma linha horizontal reta, paralela ao eixo y , de comprimento l , dividida em n segmentos infinitesimais e acima de um plano condutor perfeito. Considerando-se um destes segmentos (figura 2.4), percorrido por uma corrente $i(y', t)$, tem-se, devido a geometria do problema, apenas o componente na direção \hat{a}_y da corrente. O campo eletromagnético total no ponto $P(x, y, z)$ pode ser obtido de (2.80) e (2.83):


 Figura 2.4: Geometria para um dipolo horizontal na direção y .

$$\vec{B}_T(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\vec{B}_{xT}(\vec{r}, t) + \vec{B}_{zT}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.80)$$

onde

$$\vec{B}_{xT}(\vec{r}, t) = (z - z') \int_0^l \left[\frac{i_y(y', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_y(y', t - R/c)}{\partial t} - \frac{i_y(y', t - R_i/c)}{R_i^3} - \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_y(y', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dy, \quad (2.81)$$

$$\vec{B}_{zT}(\vec{r}, t) = -(x - x') \int_0^l \left[\frac{i_y(y', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_y(y', t - R/c)}{\partial t} - \frac{i_y(y', t - R_i/c)}{R_i^3} - \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_y(y', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dy. \quad (2.82)$$

$$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.83)$$

onde

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) = (y - y')(x - x') \left\{ \int_0^l \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_y(y', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_y(y', t - R/c) \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{R^5} \int_0^t i_y(y', \tau - R/c) d\tau \right] dy - \int_0^l \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_y(y', t - R/c)}{\partial t} \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{R^4 c} i_y(y', t - R/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_y(y', \tau - R_i/c) d\tau \right] dy \right\}; \quad (2.84)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) = (y - y') \left\{ \int_0^l (z - z') \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_y(y', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_y(y', t - R/c) \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{R^5} \int_0^t i_y(y', \tau - R/c) d\tau \right] dy - \int_0^l (z + z') \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_y(y', t - R_i/c)}{\partial t} \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{R_i^4 c} i_y(y', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_y(y', \tau - R_i/c) d\tau \right] dy \right\}; \quad (2.85)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) = \left\{ \int_0^l \left[\left(\frac{3(y - y')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right) \int_0^t i_y(y', \tau - R/c) d\tau \right. \right. \\
 \left. \left. + \left(\frac{3(y - y')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right) i_y(y', t - R/c) + \left(\frac{(y - y')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{R c^2} \right) \frac{\partial i_y(y', t - R/c)}{\partial t} \right] dy \right. \\
 \left. - \int_0^l \left[\left(\frac{3(y - y')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right) \int_0^t i_y(y', \tau - R_i/c) d\tau \right. \right. \\
 \left. \left. + \left(\frac{3(y - y')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right) i_y(y', t - R_i/c) + \left(\frac{(y - y')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right) \frac{\partial i_y(y', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dy \right\}. \quad (2.86)
 \end{aligned}$$

Para uma linha paralela ao eixo x as equações são:

$$\vec{B}_T(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\vec{B}_{yT}(\vec{r}, t) + \vec{B}_{zT}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.87)$$

onde

$$\begin{aligned}
 \vec{B}_{yT}(\vec{r}, t) = -(z - z') \int_0^l \left[\frac{i_x(x', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{c R^2} \frac{\partial i_x(x', t - R/c)}{\partial t} \right. \\
 \left. - \frac{i_x(x', t - R_i/c)}{R_i^3} - \frac{1}{c R_i^2} \frac{\partial i_x(x', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dx, \quad (2.88)
 \end{aligned}$$

$$\vec{B}_{zT}(\vec{r}, t) = (y - y') \int_0^l \left[\frac{i_x(x', t - R/c)}{R^3} + \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_x(x', t - R/c)}{\partial t} - \frac{i_x(x', t - R_i/c)}{R_i^3} - \frac{1}{cR_i^2} \frac{\partial i_x(x', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dx. \quad (2.89)$$

$$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) \right], \quad (2.90)$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{E}_{yT}(\vec{r}, t) = (x - x')(y - y') & \left\{ \int_0^l \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_x(x', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_x(x', t - R/c) \right. \right. \\ & + \left. \frac{3}{R^5} \int_0^t i_x(x', \tau - R/c) d\tau \right] dx - \int_0^l \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_x(x', t - R_i/c)}{\partial t} \right. \\ & \left. \left. + \frac{3}{R_i^4 c} i_x(x', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_x(x', \tau - R_i/c) d\tau \right] dx \right\}, \end{aligned} \quad (2.91)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{zT}(\vec{r}, t) = (x - x') & \left\{ \int_0^l (z - z') \left[\frac{1}{R^3 c^2} \frac{\partial i_x(x', t - R/c)}{\partial t} + \frac{3}{R^4 c} i_x(x', t - R/c) \right. \right. \\ & + \left. \frac{3}{R^5} \int_0^t i_x(x', \tau - R/c) d\tau \right] dx - \int_0^l (z + z') \left[\frac{1}{R_i^3 c^2} \frac{\partial i_x(x', t - R_i/c)}{\partial t} \right. \\ & \left. \left. + \frac{3}{R_i^4 c} i_x(x', t - R_i/c) + \frac{3}{R_i^5} \int_0^t i_x(x', \tau - R_i/c) d\tau \right] dx \right\}, \end{aligned} \quad (2.92)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{xT}(\vec{r}, t) = & \left\{ \int_0^l \left[\left(\frac{3(x - x')^2}{R^5} - \frac{1}{R^3} \right) \int_0^t i_x(x', \tau - R/c) d\tau \right. \right. \\ & + \left(\frac{3(x - x')^2}{R^4 c} - \frac{1}{R^2 c} \right) i_x(x', t - R/c) + \left(\frac{(x - x')^2}{R^3 c^2} - \frac{1}{R c^2} \right) \frac{\partial i_x(x', t - R/c)}{\partial t} \left. \right] dx \\ & - \int_0^l \left[\left(\frac{3(x - x')^2}{R_i^5} - \frac{1}{R_i^3} \right) \int_0^t i_x(x', \tau - R_i/c) d\tau \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{3(x - x')^2}{R_i^4 c} - \frac{1}{R_i^2 c} \right) i_x(x', t - R_i/c) + \left(\frac{(x - x')^2}{R_i^3 c^2} - \frac{1}{R_i c^2} \right) \frac{\partial i_x(x', t - R_i/c)}{\partial t} \right] dx \right\}. \end{aligned} \quad (2.93)$$

Detalhes da implementação computacional são apresentados no apêndice B.

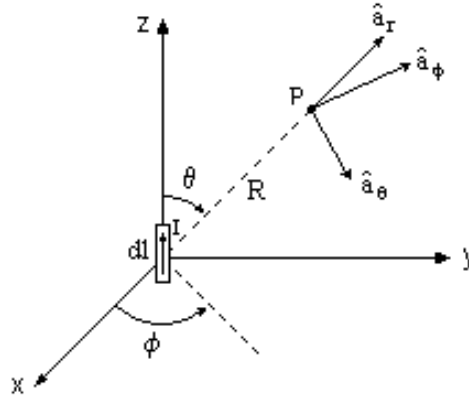


Figura 2.5: Relação entre o dipolo elétrico e coordenadas.

2.3 Equações no Domínio da Frequência

Para uma variação harmônica com o tempo, as equações (2.5) e (2.6), a partir das quais obtém-se os campos elétrico e magnético, assim como as referentes ao potencial escalar retardado (2.7), ao potencial vetor magnético retardado (2.8) e à condição de Lorentz (2.9), tornam-se, respectivamente, [26, 28, 29]

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - j\omega\vec{A}, \quad (2.94)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad (2.95)$$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_0 e^{j(\omega t - \beta R)}}{\vec{R}} dV', \quad (2.96)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}_0 e^{j(\omega t - \beta R)}}{\vec{R}} dV', \quad (2.97)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} j\omega\phi = 0, \quad (2.98)$$

onde \vec{J}_0 é a amplitude da densidade de corrente retardada, ρ_0 é a amplitude da densidade de carga retardada, ω é a frequência angular, β é a constante de fase² e R a distância do dipolo ao ponto de observação.

Seja o dipolo elétrico infinitesimal (dl) percorrido por uma corrente $I = I_0 \text{sen}(\omega t)$, conforme mostrado na figura 2.5. Considerando-se o tempo de retardo e reescrevendo a

² $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência; $\beta = \omega/c = 2\pi/\lambda$, sendo λ o comprimento de onda.

corrente na sua forma complexa³, tem-se

$$I = I_0 e^{j(\omega t - \beta R)}, \quad (2.99)$$

onde I_0 é o valor de pico da corrente no tempo. Uma vez que a mesma encontra-se inteiramente na direção z , tem-se que o potencial vetor retardado possui apenas o componente z , cujo valor é

$$\vec{A}_z = \frac{\mu_0 I_0 dl e^{j(\omega t - \beta R)}}{4\pi R}. \quad (2.100)$$

Em coordenadas esféricas, $\vec{A}_r = \vec{A}_z \cos\theta$, $\vec{A}_\theta = -\vec{A}_z \sin\theta$ e $\vec{A}_\phi = 0$.

O potencial escalar retardado pode ser obtido de (2.98)

$$\phi = -c^2 \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{A}_z}{j\omega}. \quad (2.101)$$

Substituindo (2.101) e (2.100) em (2.94) obtém-se uma equação cujo desenvolvimento resulta nas equações, em coordenadas esféricas, para o cálculo do campo elétrico gerado a partir de um dipolo elétrico vertical num ponto qualquer ao redor deste, dadas por

$$d\vec{E}_r = \frac{I_0 dl e^{j(\omega t - \beta R)} \cos\theta}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{cR^2} + \frac{1}{j\omega R^3} \right), \quad (2.102)$$

$$d\vec{E}_\theta = \frac{I_0 dl e^{j(\omega t - \beta R)} \sin\theta}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{j\omega}{c^2 R} + \frac{1}{cR^2} + \frac{1}{j\omega R^3} \right). \quad (2.103)$$

Do mesmo modo, introduzindo (2.100) em (2.95) e resolvendo-a, tem-se a equação para o cálculo do campo magnético

$$d\vec{B}_\phi = \frac{I_0 dl \mu_0 e^{j(\omega t - \beta R)} \sin\theta}{4\pi} \left(\frac{j\omega}{cR} + \frac{1}{R^2} \right). \quad (2.104)$$

Nas equações (2.102) a (2.104) os termos em $1/R$ equivalem aos termos que possuem a derivada da corrente nas equações (2.53), (2.54) e (2.65) a (2.67) e correspondem à parcela de campo de radiação. Do mesmo modo, os termos em $1/R^2$ equivalem aos que possuem apenas a corrente e os em $1/R^3$ aos que possuem a integral da corrente, correspondendo, respectivamente, aos termos de campo de indução e campo eletrostático.

Na região de campo distante existirão apenas os componentes \vec{E}_θ e \vec{B}_ϕ , sendo que a relação entre eles resultará na impedância intrínseca do espaço livre, ou seja,

³ $e^{j(\omega t - \beta R)} = \cos(\omega t - \beta R) + j \sin(\omega t - \beta R)$.

$$\frac{\vec{E}_\theta}{\vec{H}_\phi} = \frac{1}{\epsilon_0 c} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \, \Omega, \quad (2.105)$$

onde $\vec{H}_\phi = \mu_0 \vec{B}_\phi$ e representa a intensidade de campo magnético. Esta relação mostra que os campos estão em fase no tempo e são ortogonais, indicando o modo de propagação TEM das ondas de campo no espaço.

2.4 Restrições do Método do Dipolo Elétrico

Na utilização do método do dipolo elétrico para cálculo de campo eletromagnético, algumas restrições devem ser observadas a fim de se obter resultados mais precisos [29, 30]. A primeira delas se refere a necessidade do comprimento do dipolo ser muito menor que o comprimento de onda do sinal que o excita ($dl \ll \lambda$), o que garante uma distribuição homogênea de corrente ao longo de todo o dipolo. A figura 2.6 apresenta o comportamento dos campos elétrico e magnético devido a variação de dl em relação a λ . Nota-se que dl a partir do valor de $\lambda/100$ já satisfaz a restrição, uma vez que este praticamente coincide com $\lambda/1000$. Antes deste valor ocorrem erros de amplitude e de fase em ambos os campos.

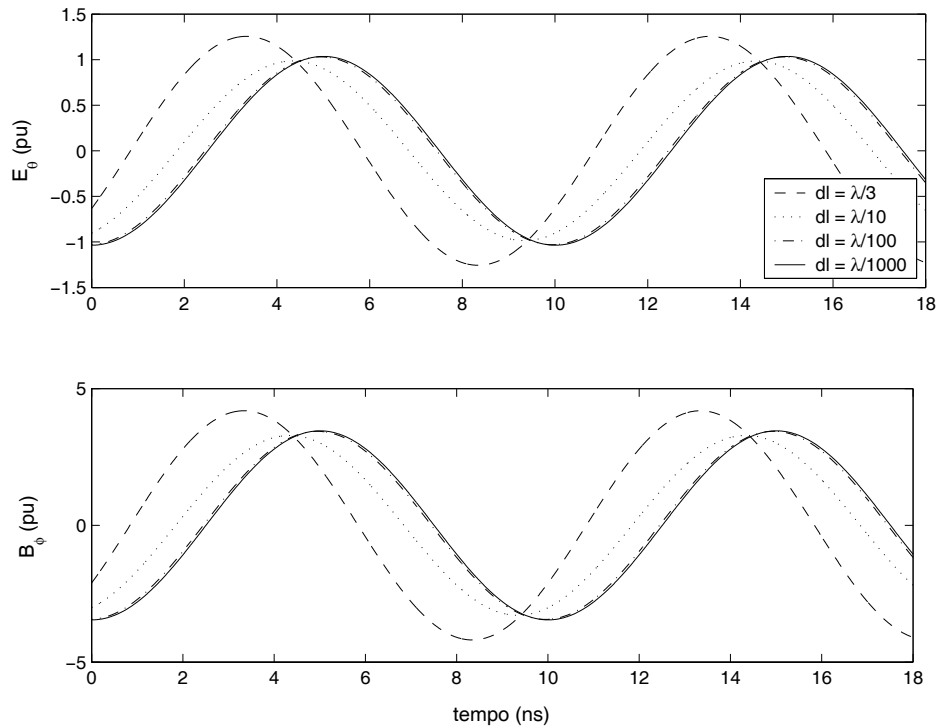


Figura 2.6: Comportamento dos campos elétrico e magnético devido a variação de dl em relação a λ ; campos calculados no solo e a 100 m da base de uma antena unifilar vertical de 1 m de altura e excitada por uma corrente senoidal de 1 pu de amplitude e frequência de 100 MHz ($\lambda = 3$ m).

Também é necessário que a distância do dipolo ao ponto de observação, onde pretende-se calcular o campo, seja bem maior que o comprimento do dipolo ($R \gg dl$), garantindo-se um dipolo infinitesimal. Um exemplo do comportamento dos campos devido a variação de dl em relação a R é mostrado na figura 2.7. Do mesmo modo, para um valor de dl a partir de $R/100$ tem-se essa restrição atendida. Por último, o diâmetro do dipolo deve ser pequeno em relação ao seu comprimento ($d \ll dl$), assegurando que a corrente fique concentrada no eixo do dipolo.

Dentre as restrições, a que requer maior atenção é a que relaciona o comprimento de onda com o comprimento do dipolo. Se o campo de interesse fosse calculado no domínio da frequência, a determinação do comprimento de onda do sinal de excitação do dipolo seria imediata, devido a única frequência envolvida. Em se tratando do cálculo de campos eletromagnéticos cuja fonte é uma onda impulsiva, como no caso particular de ondas de corrente de descargas atmosféricas, tem-se um espectro variado de frequências e conseqüentemente vários comprimentos de onda envolvidos, o que dificulta a tarefa de assegurar a homogeneidade da corrente ao longo do dipolo. A figura 2.8 apresenta uma onda impulsiva e seu espectro de frequência, exemplificando a dificuldade de se obter o comprimento de onda representativo do sinal.

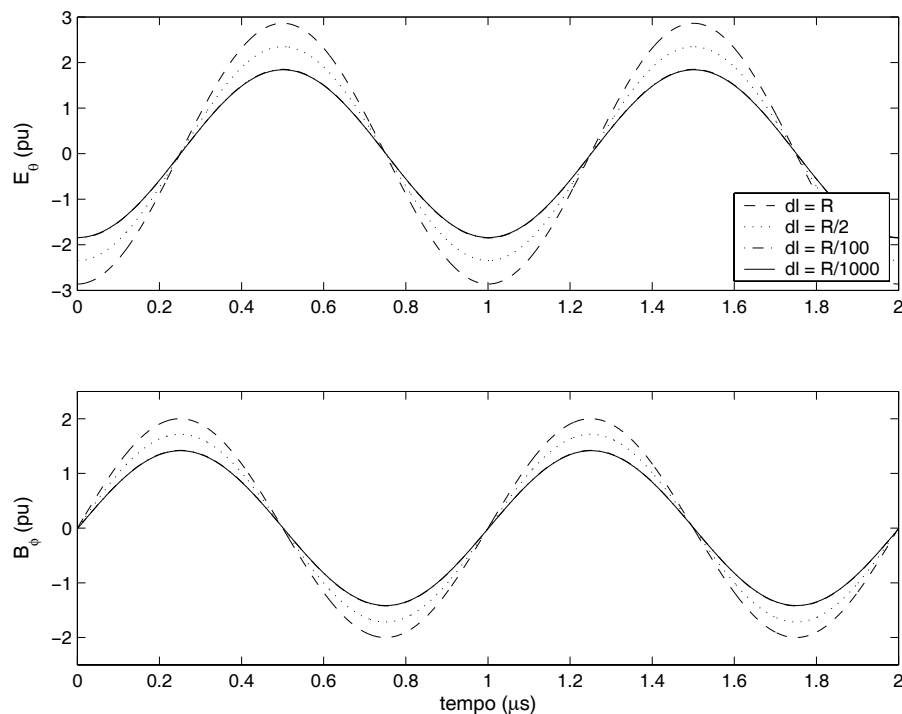


Figura 2.7: Comportamento dos campos elétrico e magnético devido a variação de dl em relação a R ; campos calculados no solo e a 1 m da base de uma antena unifilar vertical de 1 m de altura e excitada por uma corrente senoidal de 1 pu de amplitude e frequência de 1 MHz ($\lambda = 300$ m).

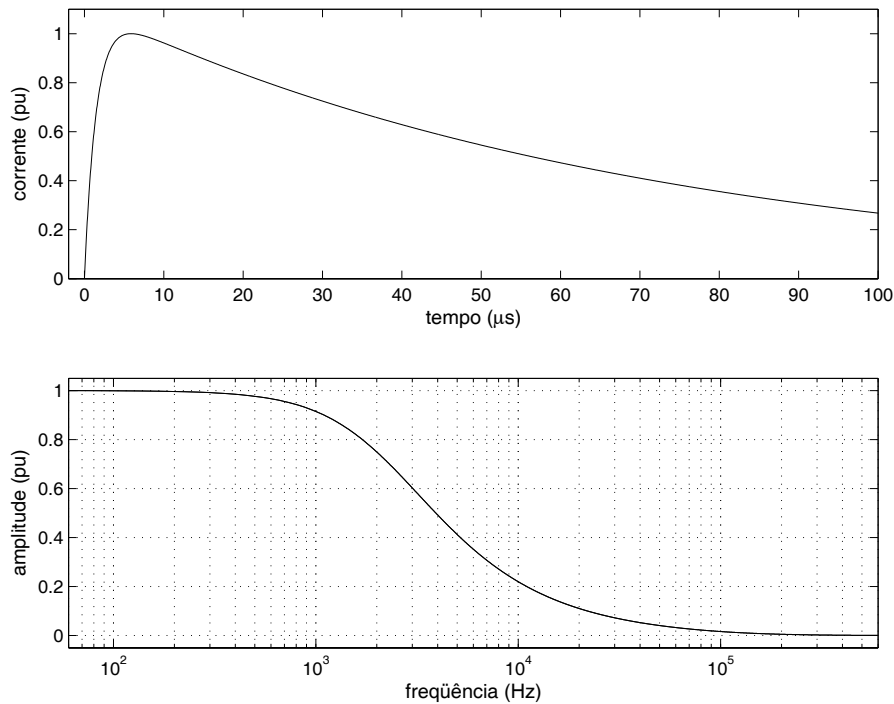


Figura 2.8: Onda de corrente impulsiva típica de descarga atmosférica e seu espectro de frequência.

2.5 Regiões de Campo

Se um ponto de observação de campos eletromagnéticos encontra-se perto da fonte, provavelmente ele estará numa região de campo próximo e caso contrário, numa região de campo distante. Todavia, o ponto poderá encontrar-se numa região intermediária, localizada entre estas duas. Estas regiões, às vezes, são associadas às parcelas que compõem o campo eletromagnético, ou seja, campo eletrostático (próximo), campo de indução (intermediário) e campo de radiação (distante). No domínio da frequência, para um dipolo elétrico na vertical, um valor para R que limite as regiões de campo próximo e campo distante, pode ser obtido, por exemplo, igualando-se os dois termos entre parênteses em (2.102), resultando em $R = \lambda/2\pi$ (figura 2.9). Em torno desta linha imaginária situa-se a região de campo intermediário [28].

As figuras 2.10 e 2.11 apresentam a variação da composição dos campos elétrico e magnético gerados a partir de uma antena vertical de 1 m excitada por uma onda de corrente senoidal de 1 pu de amplitude em função da distância da fonte ao ponto de observação, destacando o comportamento das parcelas do campo, as quais têm a mesma amplitude quando $R = \lambda/2\pi$.

Para ondas impulsivas, a especificação de uma linha imaginária de separação dos campos próximo e distante, baseada no comprimento de onda, é dificultado pelas diversas frequências envolvidas no sinal de excitação. No entanto, estas regiões podem ser mapeadas de acordo com a contribuição de cada termo de campo. Nas equações desenvolvidas neste

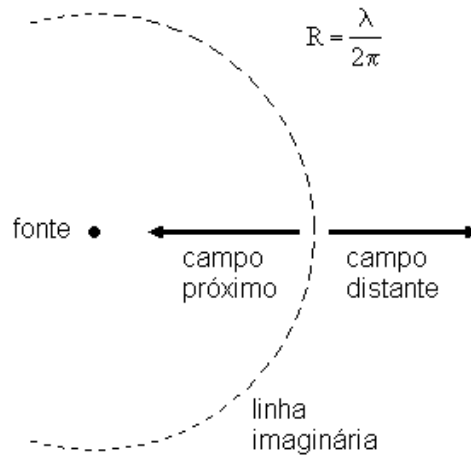


Figura 2.9: Linha imaginária que separa as regiões de campo próximo e distante para um dipolo elétrico na vertical.

capítulo, as parcelas que possuem a derivada parcial temporal da corrente representam os termos de campo de radiação (campo distante), as que possuem a integral temporal representam os termos de campo eletrostático (campo próximo) e as que possuem apenas a corrente representam os termos de campo de indução (campo intermediário).

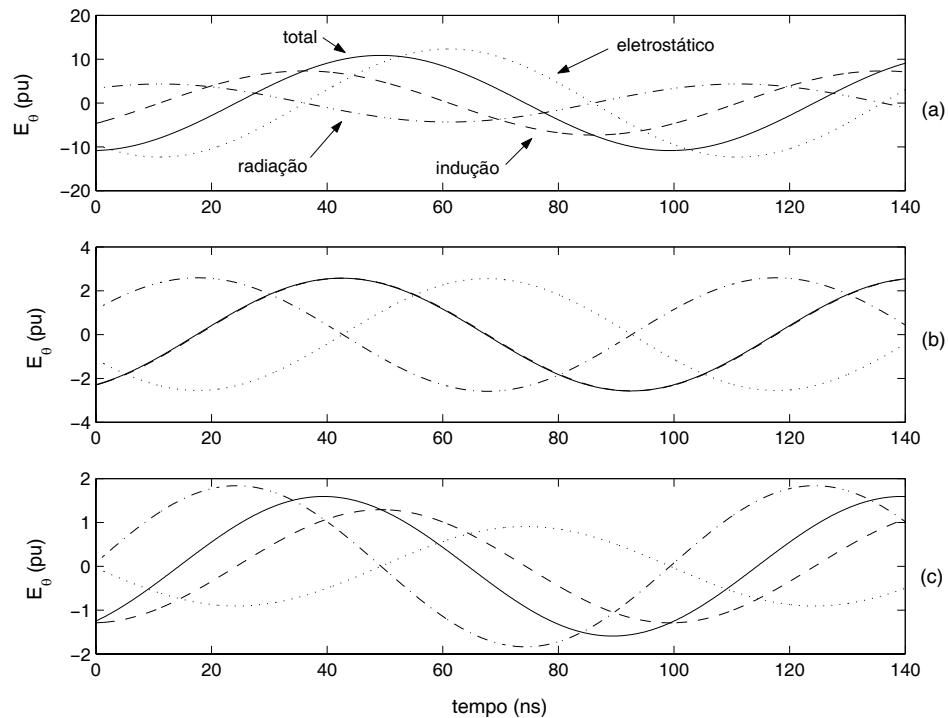


Figura 2.10: Composição do campo elétrico no solo em função da distância da fonte ao ponto de observação, onde: (a) $R < \lambda/2\pi$, (b) $R = \lambda/2\pi$ e (c) $R > \lambda/2\pi$; (campo gerado a partir de uma antena unifilar vertical de 1 m, excitada por uma onda de corrente senoidal de 1 pu de amplitude para $f = 10 \text{ MHz}$ e $\lambda = 30 \text{ m}$).

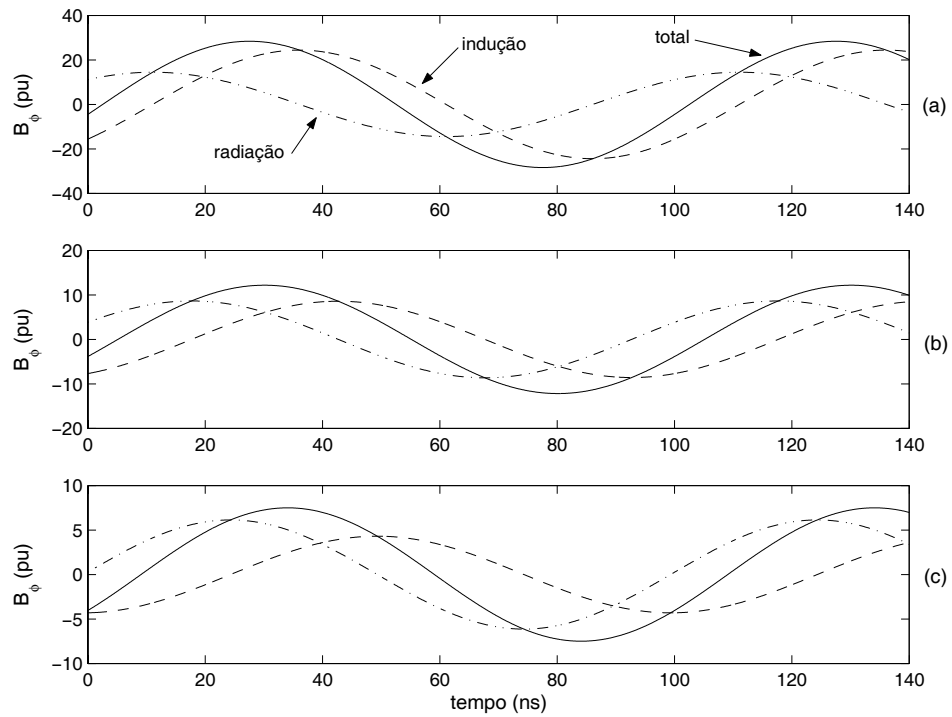


Figura 2.11: Composição do campo magnético no solo em função da distância da fonte ao ponto de observação, onde: (a) $R < \lambda/2\pi$, (b) $R = \lambda/2\pi$ e (c) $R > \lambda/2\pi$; (campo gerado a partir de uma antena unifilar vertical de 1 m, excitada por uma onda de corrente senoidal de 1 pu de amplitude para $f = 10 \text{ MHz}$ e $\lambda = 30 \text{ m}$).

Capítulo 3

Campos Eletromagnéticos Devidos a Descargas Atmosféricas

3.1 *Introdução*

Normalmente os campos eletromagnéticos devidos a descargas atmosféricas são calculados em pontos situados em regiões de campo intermediário e distante, isto por cobrirem uma área maior no que se referem a tensões induzidas e interferências eletromagnéticas. Contudo, os campos em regiões próximas da fonte apresentam um comportamento diferente, além das elevadas amplitudes.

No capítulo anterior, uma formulação eletromagnética foi desenvolvida a fim de se calcular os campos gerados por fontes unifilares dispostas arbitrariamente, sendo particularizadas para campos provenientes de descargas atmosféricas e também devido a circulação de corrente em condutores horizontais e verticais.

Inicialmente neste capítulo estudou-se as regiões de campos originados de sinais impulsivos. Em seguida investigou-se a influência das perdas no canal de descarga atmosférica sobre os campos eletromagnéticos. Por último verificou-se o comportamento dos campos gerados pelo transitório de corrente em condutores horizontais, em regiões de campo próximo.

3.2 *Descargas Atmosféricas*

Sendo objetivo deste capítulo estudar os campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas, torna-se importante lembrar algumas características das mesmas.

O fenômeno descarga atmosférica pode ser definido como uma descarga elétrica de corrente transitória de alta intensidade, cuja trajetória é de grande extensão e que ocorre quando alguma região da atmosfera concentra uma carga elétrica suficientemente grande,

cujo campo elétrico associado a estas cargas causa ruptura elétrica do ar [31]. As descargas atmosféricas podem ser ocasionadas por erupções vulcânicas e tempestades de areia ou de neve, mas as fontes mais comuns são as nuvens de tempestades ou nuvens do tipo cúmulo-nimbo, embora outros tipos de nuvens também possam produzir descargas [32]. O fenômeno pode ocorrer dentro da própria nuvem, entre nuvens, entre nuvem e o solo ou entre a nuvem e a atmosfera. Mais da metade das descargas atmosféricas ocorre dentro da própria nuvem, mas nem sempre esta descarga é detectável, dificultando o estudo através de estações de observação localizadas em terra.

A descarga entre nuvem e solo é mais estudada pelo fato de causar acidentes com pessoas e animais, incêndios em florestas e em construções e distúrbios nos equipamentos elétricos e eletrônicos.

As nuvens de tempestades são formadas em uma atmosfera contendo ar frio e denso no alto, e ar quente e úmido em níveis mais baixos. O ar quente troca de lugar com o ar frio formando as nuvens. Tais condições atmosféricas ocorrem, por exemplo, quando massas de ar frio polar atingem regiões de ar quente ou quando a terra é extremamente aquecida pelo sol e transfere seu calor para o ar da atmosfera mais baixa.

A altura típica de uma nuvem de tempestade, ou seja, a distância da sua base ao topo, varia de 8 a 12 *km* de altura, dependendo da localização geográfica e das condições climáticas no momento. Dentro de uma nuvem típica de tempestade e na presença de campo gravitacional e gradientes de temperatura, ocorrem fortes turbulências envolvendo vento, água e gelo [31].

Existem várias teorias tentando explicar como as nuvens se tornam carregadas [33], e de maneira geral pode-se dizer que o aparecimento de cargas no interior das nuvens tem sua origem nas colisões de partículas de diferentes tamanhos, sendo que as correntes ascendentes de ar tendem a transportar as partículas positivas e as pequenas gotas d'água para a parte superior da nuvem, enquanto as grandes gotas d'água levam as partículas negativas para a base da nuvem, formando-se um grande centro de cargas negativas na região inferior da nuvem [34]. Deste modo tem-se a configuração da nuvem de tempestade similar a um dipolo elétrico. Nota-se também a presença de um pequeno bolsão de cargas positivas na base da nuvem.

As descargas atmosféricas podem ter polaridade positiva ou negativa, dependendo das cargas depositadas no canal durante a sua formação e podem ser ascendentes ou descendentes, de acordo com a direção de propagação das cargas. As positivas ocorrem com uma frequência bem menor que as negativas e apresentam uma onda de corrente de retorno com baixa taxa de subida e elevado valor de amplitude. As descargas descendentes são as que normalmente ocorrem e as ascendentes podem ser observadas em estruturas mais elevadas.

As descargas atmosféricas descendentes de polaridade negativa representam 90% dos casos registrados [32], e os 10% restantes são representados pelos demais tipos. A seguir será apresentada a seqüência de uma descarga atmosférica nuvem-solo descendente de polaridade

negativa.

Quando o gradiente elétrico da concentração de cargas na nuvem excede a rigidez dielétrica do ar, dá-se a descarga atmosférica, a qual se inicia dentro da própria nuvem e que se caracteriza pelo movimento de cargas em direção à terra por um caminho tortuoso e em passos (etapa do líder passo a passo). Os passos do líder têm uma duração típica de $1\mu s$ e dezenas de metros de comprimento (aproximadamente $50 m$). Ele busca o caminho mais fácil para a formação de um canal para a propagação de cargas para o solo. Entre cada passo existe uma pausa de 20 a $50 \mu s$ [31, 32]. A carga transferida para o solo por todo o fenômeno de propagação do líder passo a passo é de 10 coulombs ou mais, em um tempo médio de dezenas de milissegundos. A velocidade média do fenômeno é em torno de $0,2 m/\mu s$, sendo que a corrente média do líder situa-se entre 100 e $1000 A$ com pulsos de corrente em torno de $1 kA$ [32].

No desenvolvimento de uma descarga atmosférica, antes da descarga piloto atingir o solo, ocorre um movimento ascendente de cargas de polaridade oposta a ela, devido ao alto campo elétrico existente entre a ponta da descarga e o solo. Então, estas cargas ascendentes se encontram com a descarga piloto em algum ponto a dezenas de metros do solo, iniciando a partir deste ponto a corrente de retorno [32, 34].

Neste momento tem-se o seguinte sistema: uma nuvem carregada ligada à terra por meio de um condutor não linear, com perdas e eletricamente carregado, que é o canal de descargas, o qual pode ter de 2 a $14 km$ de comprimento. A corrente de retorno, então, se propagará pelo canal, anulando primeiramente as cargas do canal e posteriormente as cargas da nuvem.

O tempo de frente da onda de corrente de retorno é, tipicamente, de 1 a $10 \mu s$ e o tempo de semi-cauda está na faixa de 20 a $60 \mu s$, sendo que sua amplitude se encontra na faixa de 10 a $100 kA$. A velocidade de propagação da corrente de retorno varia de 100 a $150 m/\mu s$. Próximo do solo a velocidade é mais alta e à medida que se aproxima da nuvem a velocidade diminui. O tempo de trânsito típico da propagação desta corrente ao longo do canal é de $100 \mu s$ [32].

No momento em que a corrente de retorno completa a descarga do centro de cargas da nuvem que iniciou o processo, o potencial desse centro de cargas fica bastante reduzido, desenvolvendo-se uma elevada diferença de potencial entre este e um centro qualquer dentro da nuvem. Desta forma, são criados canais que ligam essas regiões e o caminho ainda ionizado da primeira descarga, podendo se iniciar um novo processo, só que agora o raio segue um caminho sem ramificações e com uma velocidade bem maior que a da descarga piloto. Depois de atingir o solo, uma segunda corrente de retorno volta para a nuvem formando as descargas subseqüentes. Estima-se que a carga depositada no canal pela propagação contínua é menor que no caso anterior, o que está de acordo com as baixas amplitudes das ondas de corrente de retorno medidas em descargas subseqüentes [34].

3.3 Representação da Corrente de Retorno

Um modelo de corrente de retorno pode ser definido como uma construção matemática, interpretada verbalmente, numericamente ou graficamente, que pode representar as propriedades observadas da corrente de retorno da descarga atmosférica. Se um modelo é considerado aceitável, ele deve ser capaz de descrever no mínimo algum dado obtido experimentalmente pertinente a corrente de retorno, tal como a sua variação temporal na base e ao longo do canal, a sua velocidade de frente, e os campos eletromagnéticos consequentes [35].

Existem vários modelos de representação da corrente de retorno, os quais podem ser divididos em classes conforme as equações que os governam. De interesse neste trabalho são os modelos pertencentes à classe dos “modelos de engenharia”, nos quais uma distribuição espacial e temporal da corrente no canal (ou a densidade de carga do canal) é especificada baseado em características observadas da corrente de retorno, tais como a corrente na base do canal, a velocidade da frente propagando ascendentemente e o perfil de luminosidade do canal. Estes modelos buscam uma concordância entre os campos eletromagnéticos reproduzidos a partir do modelo e aqueles observados em distâncias de dezenas de metros a centenas de quilômetros. Uma característica a mais dos “modelos de engenharia” é o pequeno número de parâmetros ajustáveis, normalmente um ou dois, além da corrente medida ou suposta na base do canal [36].

Dentre os modelos de engenharia pode-se citar o de Bruce-Golde (BG), o de Linha de Transmissão (TL), o de Linha de Transmissão Modificado (MTL) que pode ser com decaimento exponencial (MTLE) ou linear (MTLL) da corrente com a altura, o de fonte de corrente viajante (TCS - Traveling Current Source) e o de Diendorfer e Uman (DU) [36].

Modelo de Linha de Transmissão

A onda de corrente de retorno introduzida no canal no nível do solo propaga-se por este sem distorção e sem atenuação com velocidade constante. A corrente é a mesma em qualquer ponto do canal a menos de um tempo de trânsito (figura 3.1). Neste modelo não é considerada a remoção das cargas depositadas ao longo do canal, o que não está de acordo com os conhecimentos físicos da descarga atmosférica. No entanto, o pico de campo inicial pode ser satisfatoriamente reproduzido usando este modelo, cuja representação matemática é:

$$\begin{cases} i(z, t) = i_0 \left(0, t - \frac{z}{v} \right) & z \leq vt, \\ i(z, t) = 0 & z > vt. \end{cases}$$

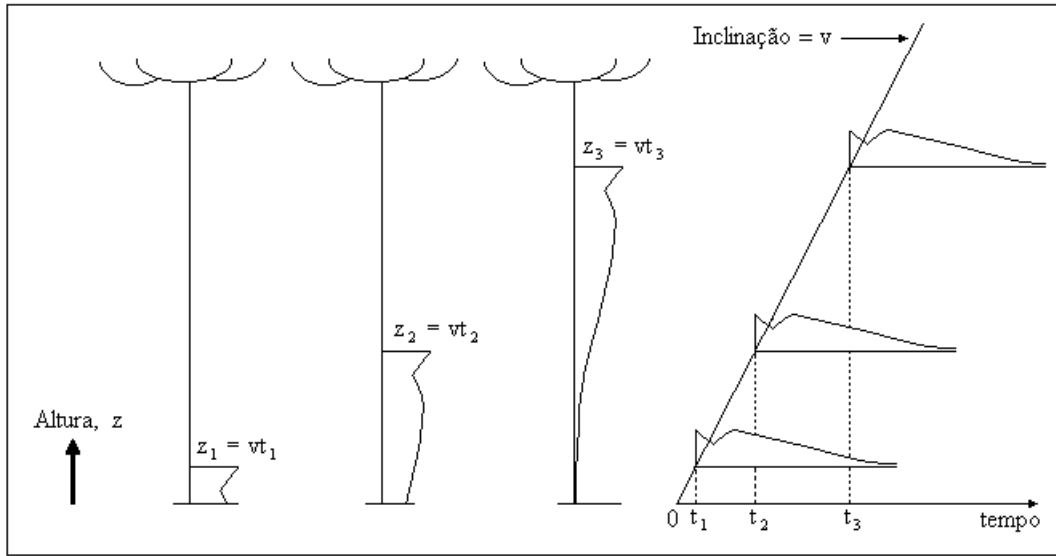


Figura 3.1: Propagação da corrente de acordo com o modelo TL.

Modelo de Linha de Transmissão Modificado com Decaimento Exponencial

Este modelo apresenta uma versão do modelo TL com modificação, onde a intensidade da corrente de retorno é suposta decrescer exponencialmente enquanto propaga-se pelo canal como expressado por

$$\begin{cases} i(z, t) = i_0 \left(0, t - \frac{z}{v}\right) e^{-z/\psi} & z \leq vt, \\ i(z, t) = 0 & z > vt, \end{cases}$$

onde ψ varia de 1 a 3 km e v é a velocidade da corrente de retorno (km/s).

Esta redução da corrente simula a transferência de cargas providas pelo líder descendente para o envelope de corona e depois descarregada pela etapa da corrente de retorno.

Modelo de Linha de Transmissão Modificado com Decaimento Linear

Neste modelo a corrente de retorno é suposta decrescer linearmente enquanto propaga-se pelo canal e também simula a transferência de cargas providas pelo líder descendente para o envelope de corona e depois descarregada pela etapa da corrente de retorno. A sua expressão matemática é:

$$\begin{cases} i(z, t) = i_0 \left(0, t - \frac{z}{v}\right) \left(1 - \frac{z}{H}\right) & z \leq vt, \\ i(z, t) = 0 & z > vt, \end{cases}$$

onde H representa a altura total do canal de descarga.

3.4 Estudo das Regiões de Campo para Ondas Impulsivas

Como visto no capítulo anterior, as regiões de campo podem ser identificadas a partir da distância $\lambda/2\pi$ à fonte. Um estudo visando identificar estas regiões para o caso de ondas típicas de descarga atmosférica foi realizado conforme descrito a seguir.

Seja um canal de descarga atmosférica representado por uma antena vertical reta de seção transversal muito pequena, se comparada ao comprimento de onda de qualquer radiação sob consideração, com 4 km de altura e sobre um solo plano e condutor perfeito. Uma fonte de corrente ideal injeta na base da antena uma onda de corrente triangular, a qual propaga ascendentemente com velocidade constante. A distribuição de corrente ao longo da antena é obtida através do modelo TL de representação da corrente de retorno. Os campos eletromagnéticos foram calculados em pontos de observação no solo, ou seja, em $P(x, 0, 0)$ e o canal de descarga foi posicionado na origem, em $P(0, 0, 0)$. O eixo do tempo em todas as figuras foi plotado a partir de $t - R/c$. Vale lembrar que R é a distância do dipolo infinitesimal ao ponto de observação e c é a velocidade da luz.

Considerando-se uma onda de corrente com um tempo de frente de $1,125 \mu s$, conforme mostrado na figura 3.2, juntamente com seu espectro de frequência e propagando a uma velocidade de $80 m/\mu s$, tem-se que para um ponto situado próximo da fonte, predomina, no campo elétrico total, a parcela de campo eletrostático e no magnético, a parcela de campo de indução, conforme é mostrado na figura 3.3, onde os campos foram calculados a

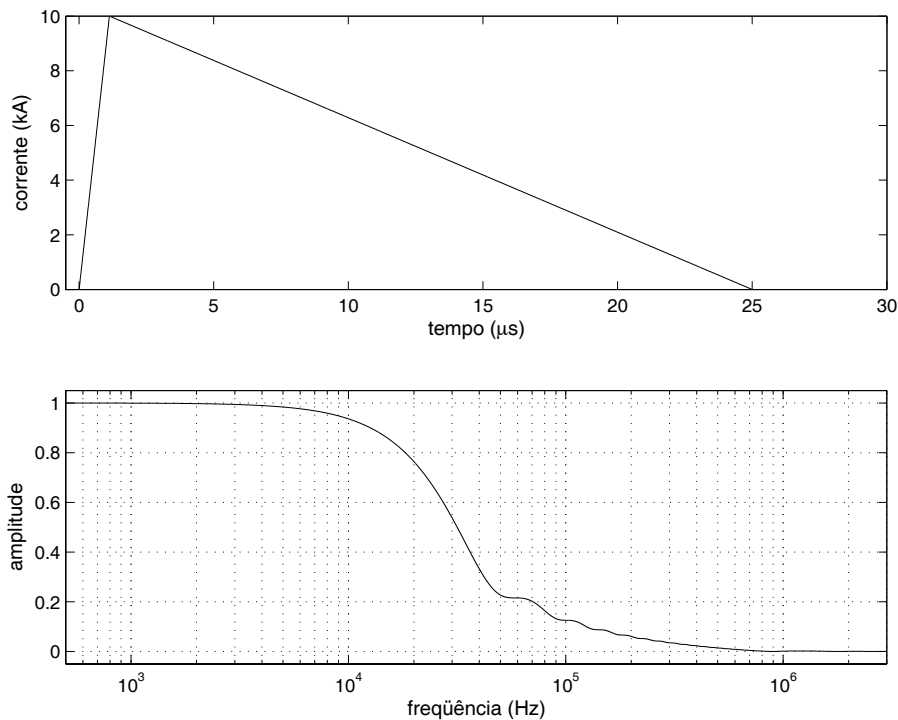


Figura 3.2: Onda de corrente triangular com tempo de frente de $1,125 \mu s$ e seu espectro de frequência.

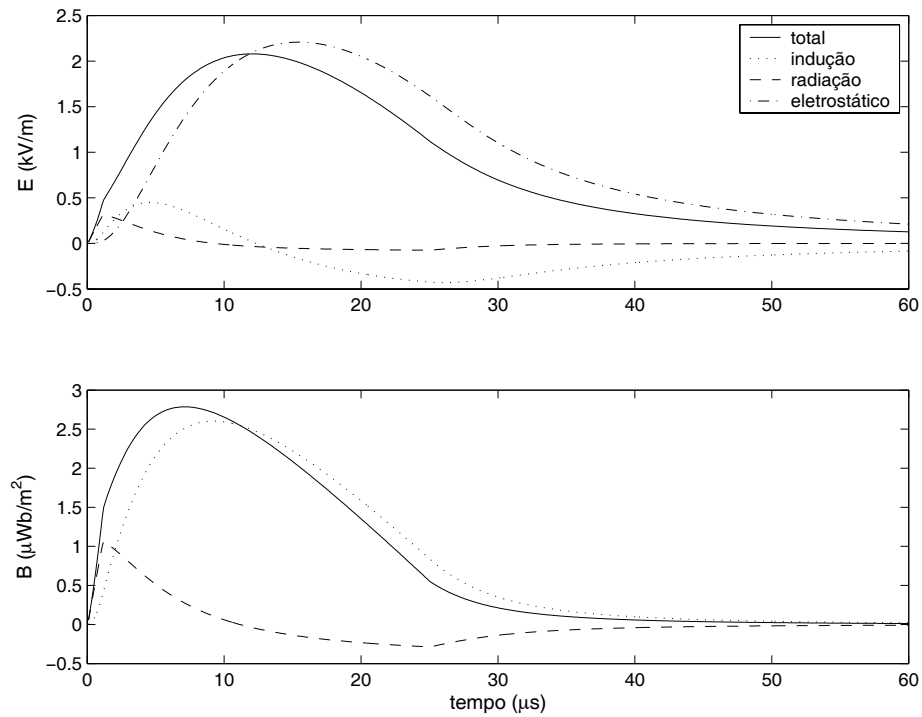


Figura 3.3: Campo eletromagnético simulado a 480 m da base do canal.

480 m do canal. Para um ponto situado a 30 km do canal, logo, numa região de campo distante, tem-se os campos totais elétrico e magnético compostos praticamente pela parcela de campo de radiação (figura 3.4).

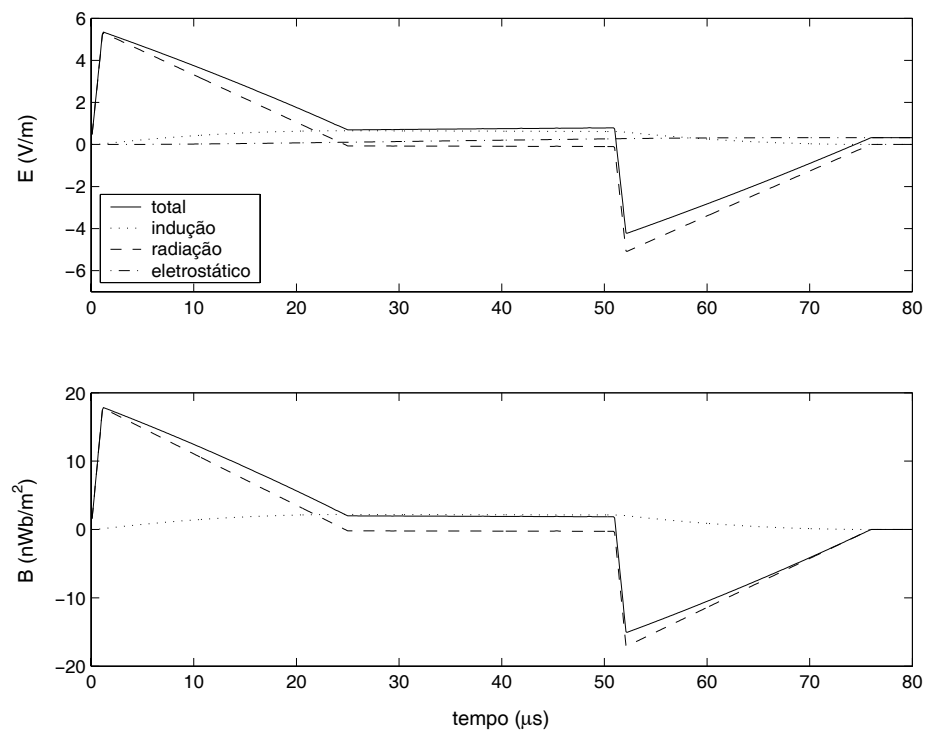


Figura 3.4: Campo eletromagnético simulado a 30 km da base do canal.

Na região de campo distante, as formas de onda dos campos eletromagnéticos reproduzem a da corrente até o tempo em que essa alcança o topo do canal, quando, então, desaparece, conforme imposto pelo modelo TL de representação da corrente de retorno. Matematicamente pode-se explicar tal comportamento das ondas de campo através da análise de suas equações de cálculo que por se tratar de uma região de campo distante têm apenas o termo de radiação contribuindo para o campo total, permitindo, assim, reescrever a equação (2.63) do campo magnético, considerando apenas a sua parte real, como

$$\vec{B}_y(\vec{r}, t) \cong \frac{\mu_0(x - x')}{4\pi} \int_0^h \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(z', t - z'/v - R/c)}{\partial t} dz, \quad (3.1)$$

onde z'/v especifica o tempo instantâneo de propagação da corrente pelo canal. Para $R \gg h$ tem-se $(x - x') \cong R$ e sendo v constante

$$\frac{\partial i_z(z', t - z'/v)}{\partial t} = -v \frac{\partial i_z(z', t - z'/v)}{\partial z}. \quad (3.2)$$

Logo,

$$\vec{B}_y(\vec{r}, t) = -\frac{\mu_0 v}{4\pi R c} \int_0^h \frac{1}{cR^2} \frac{\partial i_z(z', t - z'/v - R/c)}{\partial z} dz, \quad (3.3)$$

que integrada resulta em

$$\vec{B}_y(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0 v}{4\pi R c} [i_z(z', t - R/c) - i_z(z', t - h/v - R/c)]. \quad (3.4)$$

Deste modo tem-se que o campo magnético depende apenas da corrente. Observando a equação (3.4) e analisando o tempo de propagação da corrente, nota-se que o termo negativo passa a predominar quando $t - h/v > 0$, resultando na reprodução da imagem da corrente pela forma de onda do campo. Um raciocínio análogo leva a uma equação semelhante para o campo elétrico que também explica a sua forma de onda igual a da corrente. Consequentemente as ondas de ambos os campos totais apresentam a mesma forma e relação entre eles resultará na impedância intrínseca do espaço livre, indicando o modo TEM de propagação dos campos, logo, uma ortogonalidade entre estes.

Entre as regiões de campo próximo e distante existe uma intermediária cuja localização espacial através do comprimento de onda é bastante dificultada, uma vez que para cada frequência envolvida obtém-se um valor de R diferente, como pode ser visto na figura 3.5, onde $R = \lambda/2\pi$ foi calculado para as frequências da onda de corrente da figura 3.2. Todavia, nesta região todas as parcelas de campo contribuem para o campo total, destacando-se cada uma durante um determinado intervalo de tempo. A contribuição de cada parcela depende da distância do ponto de observação ao canal, conforme pode-se constatar nas figuras 3.6, 3.7 e 3.8, onde os campos foram calculados, respectivamente, a 2400, 4800 e 9600 m da

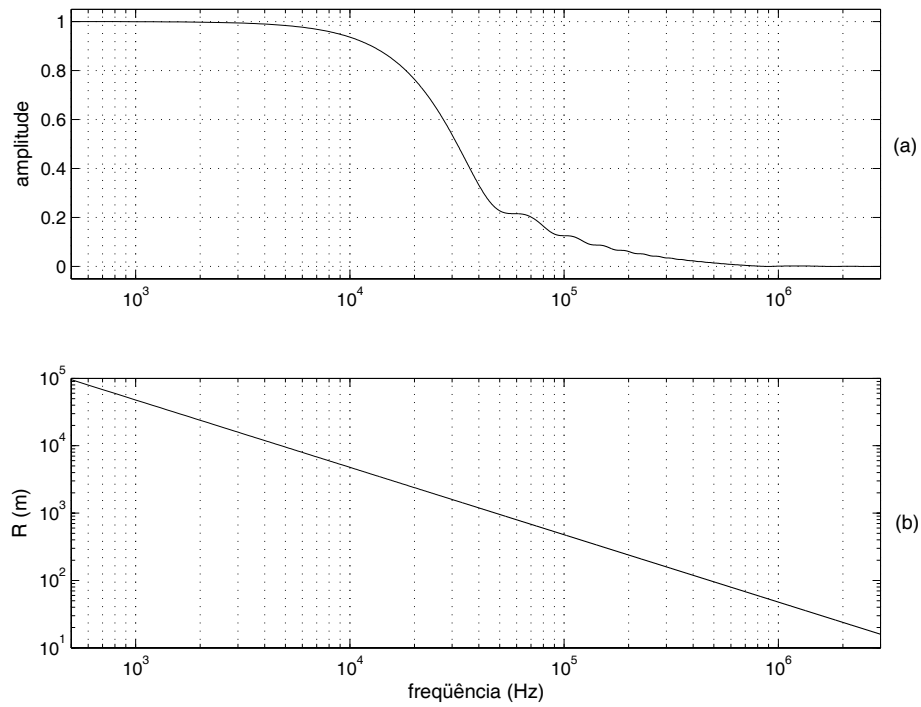


Figura 3.5: (a) Reprodução do espectro de frequência da onda de corrente da figura 3.2; (b) Variação de R ($= \lambda/2\pi$) devido às frequências deste espectro.

base do canal, sendo todos os pontos dentro da região intermediária. Nestas figuras as linhas tracejadas verticais indicam o tempo em que cada parcela de campo destaca-se, em amplitude, sobre as demais.

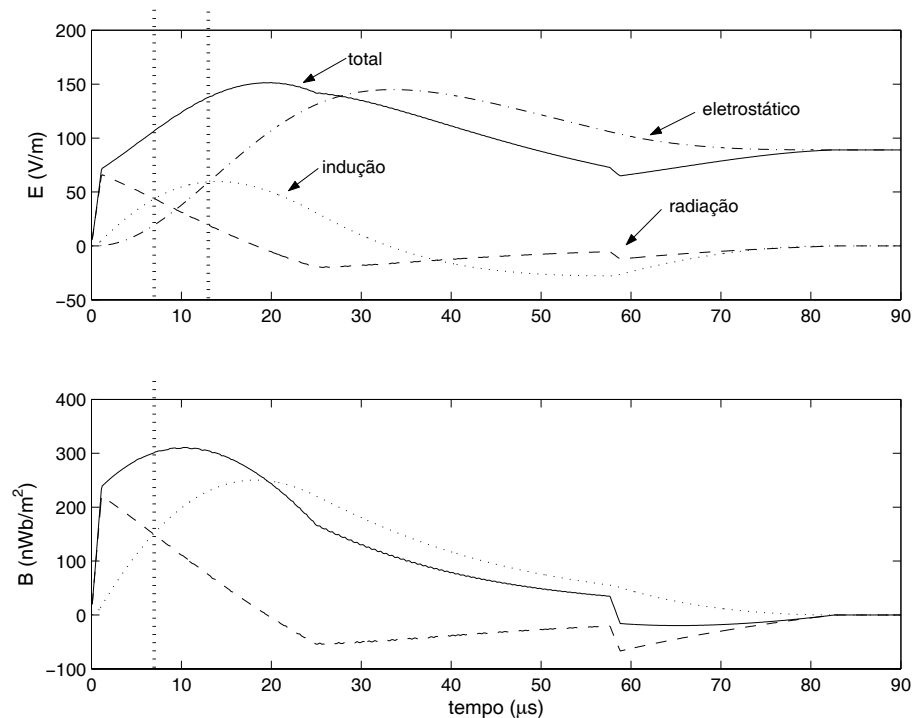


Figura 3.6: Campo eletromagnético simulado a 2400 m da base do canal.

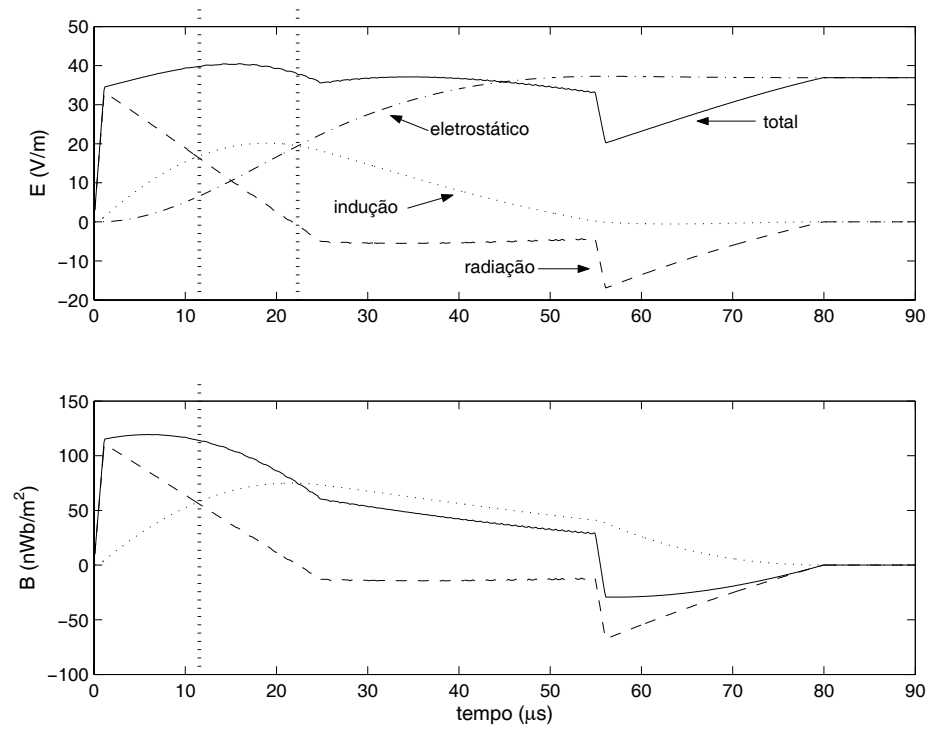


Figura 3.7: Campo eletromagnético simulado a 4800 m da base do canal.

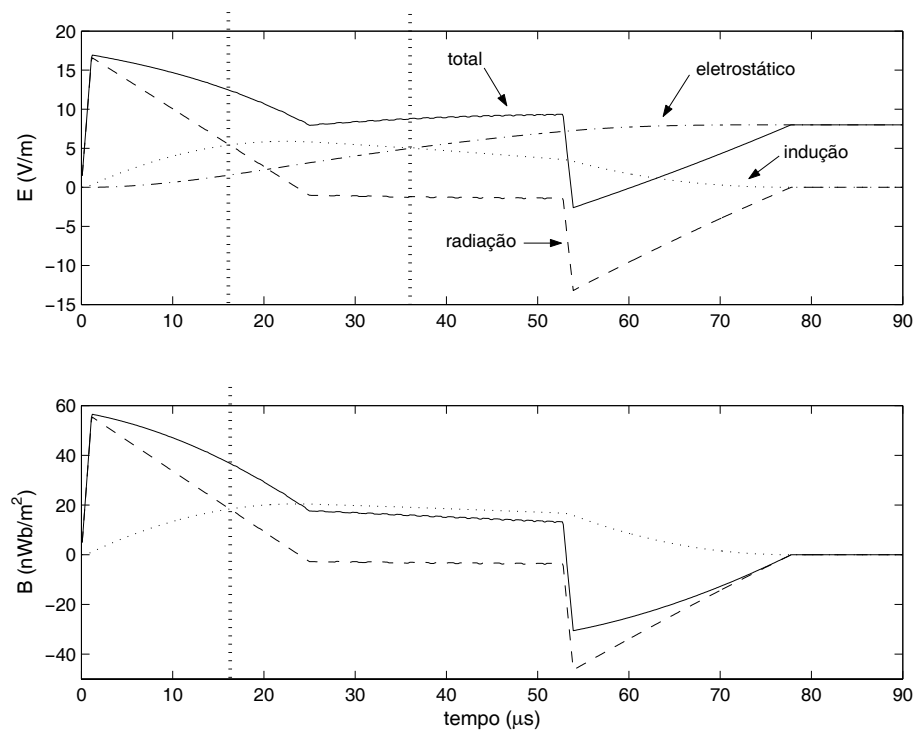


Figura 3.8: Campo eletromagnético simulado a 9600 m da base do canal.

3.5 Influência das Perdas do Canal nos Campos Eletromagnéticos

Nos modelos MTL de representação da corrente de retorno a onda de corrente é amortecida à medida em que propaga pelo canal de descarga. De certa forma esta atenuação simula o efeito de perdas no canal, embora sem quantizá-las. As ondas de corrente que por acaso atingem o topo do canal, não sofrem reflexões, mas desaparecem.

Seja o mesmo canal de descarga atmosférica utilizado no item 3.4, situado sobre um plano reto, condutor perfeito e com uma impedância de 2600Ω . Uma fonte de corrente ideal injeta na sua base uma onda de corrente tipo dupla exponencial ($6,0 \times 50 \mu s$) dada pela função $i(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$, sendo $I_0=11,1097 \text{ kA}$, $\alpha=0,01423 \text{ s}^{-1}$ e $\beta=0,6691 \text{ s}^{-1}$, a qual atinge o topo do canal em $30,8 \mu s$, viajando a uma velocidade constante de $130 \text{ m}/\mu s$. O comportamento da onda de corrente simulada com os modelos TL e MTLE foi observado em (P_1), na base do canal e em (P_2) e (P_3), respectivamente, 1 e 2 km de altura. Observa-se que na simulação utilizando-se o modelo TL a onda de corrente propagou sem distorção e atenuação, mas com o modelo MTLE ela atenuou, conforme é mostrado na figura 3.9.

Os campos eletromagnéticos gerados a partir destas distribuições de corrente foram observados em pontos situados em regiões de campo próximo e distante. Primeiramente considerando o ponto no solo a 400 m da base do canal, portanto, numa região de campo próximo, os campos eletromagnéticos (figura 3.10) apresentaram comportamentos distintos,

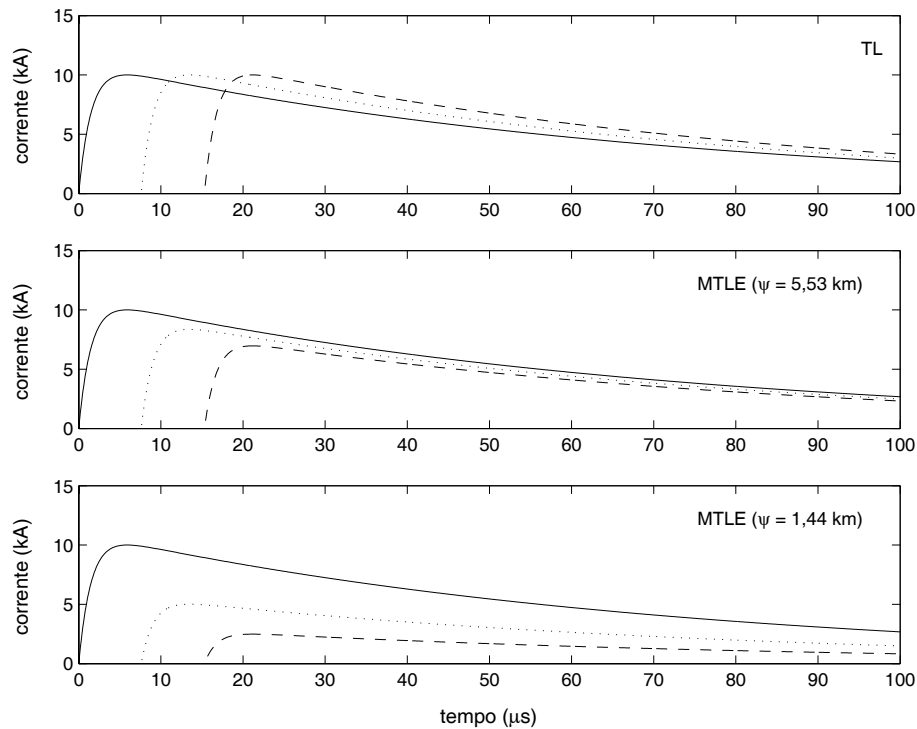


Figura 3.9: Formas de onda da corrente simuladas com os modelos TL e MTLE (com diferentes valores de ψ), observadas na base do canal (P_1) e a 1 km (P_2) e 2 km (P_3) de altura.

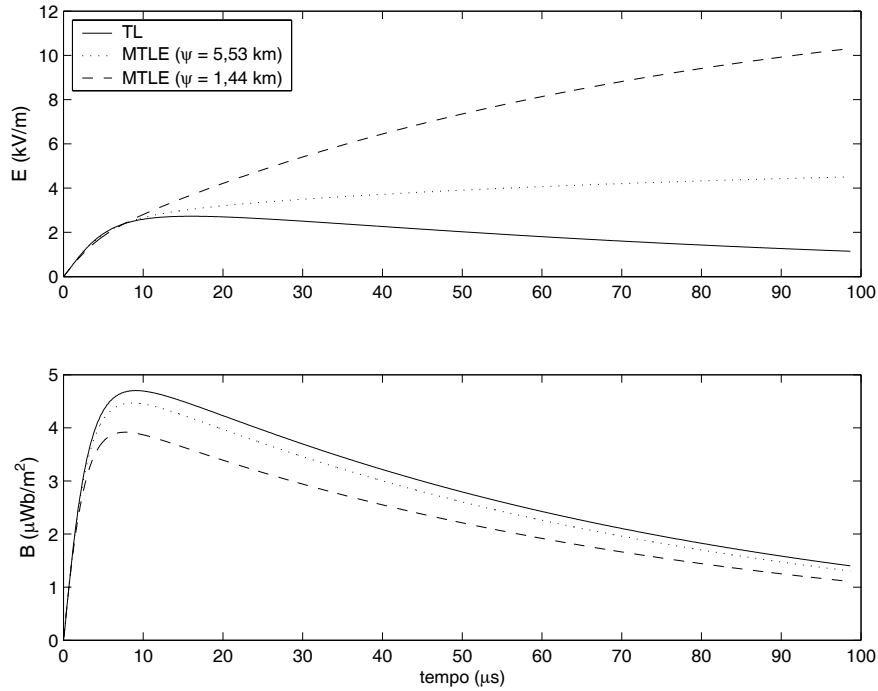


Figura 3.10: Campo eletromagnético observado no solo e a 400 m da base do canal devido às distribuições de corrente obtidas com os modelos TL e MTLE.

ou seja, enquanto o campo magnético acompanhou a atenuação da corrente de acordo com o valor de ψ utilizado, o campo elétrico aumentou. Estes resultados estão de acordo com medições de campos obtidos a partir de descargas naturais por Lin e outros [36, 37]. Para um ponto a 30 km da base do canal, na região de campo distante, os campos (figura 3.11) reproduzem o comportamento da corrente, quando da simulação com o modelo TL, invertendo o campo devido ao término do canal. As atenuações impostas à onda de corrente pelo modelo MTLE refletiram-se nos campos e à medida que se intensificaram ($\psi = 1,44\text{km}$), causaram no campo elétrico uma cauda sem modificações.

Para circuitos onde são importantes as condições de contorno (fonte e nuvem, respectivamente, início e final do canal), os modelos TL e MTL não são aplicáveis. Para isso se faz necessário obter uma distribuição da corrente ao longo do canal através de um método que incorpore estas condições de contorno. Neste sentido optou-se em considerar o canal de descarga atmosférica como uma linha de transmissão disposta verticalmente e representada pelas equações:

$$-\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} = L \frac{\partial I(z, t)}{\partial t} + R_p I(z, t),$$

$$-\frac{\partial I(z, t)}{\partial z} = C \frac{\partial V(z, t)}{\partial t} + G V(z, t),$$

onde R_p , G , L e C são, respectivamente, a resistência série, a condutância shunt, a indutância série e a capacitância shunt, todos por unidade de comprimento, z é a coordenada

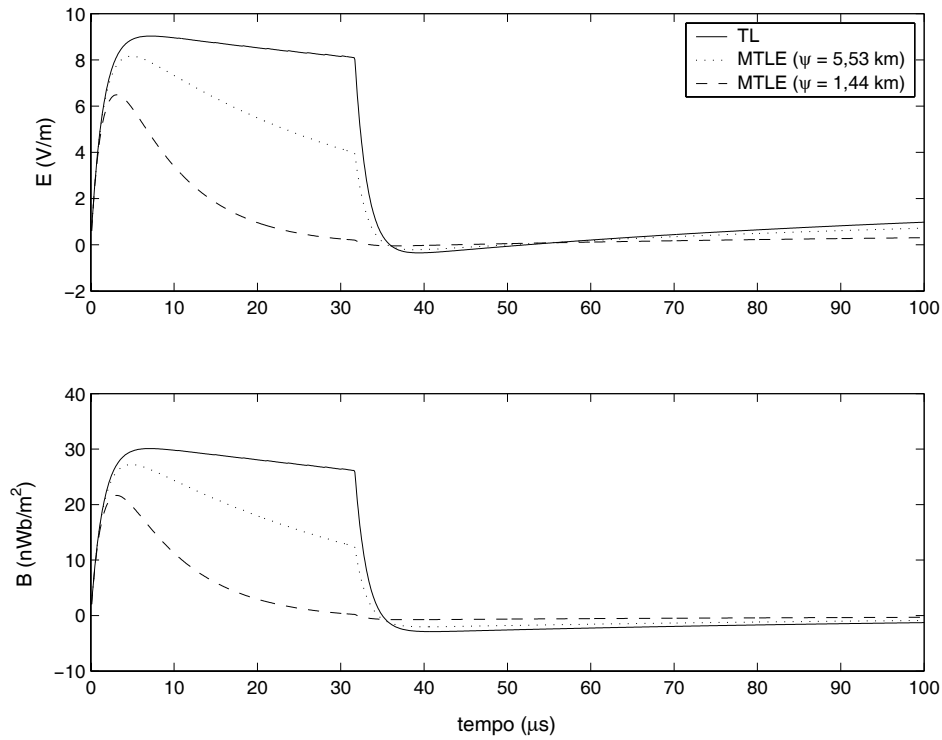


Figura 3.11: Campo eletromagnético observado no solo e a 30 km da base do canal devido às distribuições de corrente obtidas com os modelos TL e MTLE.

vertical indicando a posição no canal de descarga e t é o tempo. Os valores atribuídos a R_p é que determinam o decaimento da onda de corrente com a altura. Normalmente utiliza-se um método numérico para resolvê-las, como por exemplo, o método de elementos finitos [38], o método TLM (Transmission Line Modeling) [39], o método de Bergeron [40, 41] e o método FDTD (Finite Difference Time Domain) [42, 43]. Neste trabalho optou-se pelo método FDTD por ter sido este previamente estudado (apêndice A).

Esta forma de representação da corrente de retorno permite variar diretamente os valores das perdas no canal e também simular a extremidade superior destes com diferentes terminações. Para o caso particular da condição de contorno casada, obtém-se os mesmos resultados de campos proporcionados pelo modelo TL e considerando valores de perdas, esta condição de contorno produz resultados de campos semelhantes aos obtidos com o modelo MTL.

Para o canal com a extremidade superior aberta, a onda de corrente propagou-se sem atenuação e distorção na ausência de perdas no canal, mas observa-se reflexões em P_2 e P_3 . Na presença de perdas a onda de corrente atenuou e distorceu, sendo que para valores elevados as reflexões foram eliminadas, conforme mostrado na figura 3.12.

Os campos eletromagnéticos resultantes destes transitórios de corrente e observados a 400 m da base do canal, são apresentados na figura 3.13. A onda de corrente atingiu o topo do canal em 30,8 μs , inverteu-se devido a extremidade aberta do mesmo e propagou novamente em direção ao solo. Estas mudanças foram percebidas nas formas de onda dos

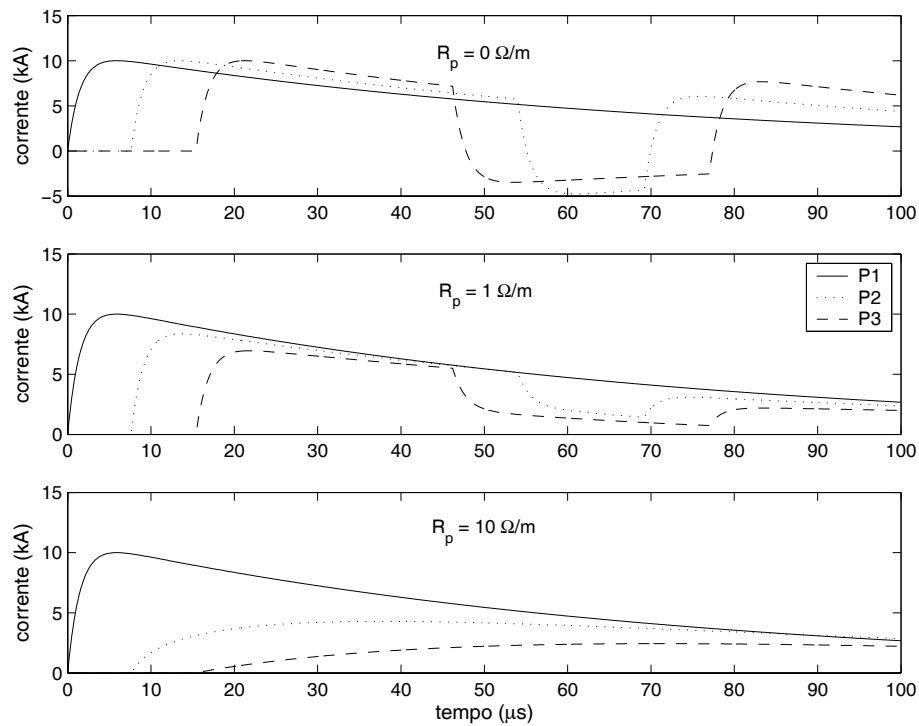


Figura 3.12: Formas de onda da corrente com o canal aberto, em função das perdas no canal (R_p), observadas na base do canal (P₁) e a 1 km (P₂) e 2 km (P₃) de altura.

campos em 44,2 e 62,9 μs , sendo mais explícitas no campo elétrico, principalmente no caso em que não há perdas no canal.

Os resultados das simulações em que as perdas estão presentes mostram que a frente da onda do campo elétrico se manteve, porém, ocorreu uma elevação da cauda proporcionalmente ao valor das perdas, as quais também eliminaram as reflexões quando muito elevadas. Já o campo magnético tendeu a acompanhar a forma de onda da corrente e do mesmo modo que ocorreu uma diminuição na amplitude da corrente com a elevação das perdas, ocorreu na do campo magnético.

Na região de campo distante, as ondas de campo eletromagnético reproduziram o comportamento da corrente frente as perdas no canal (figura 3.14).

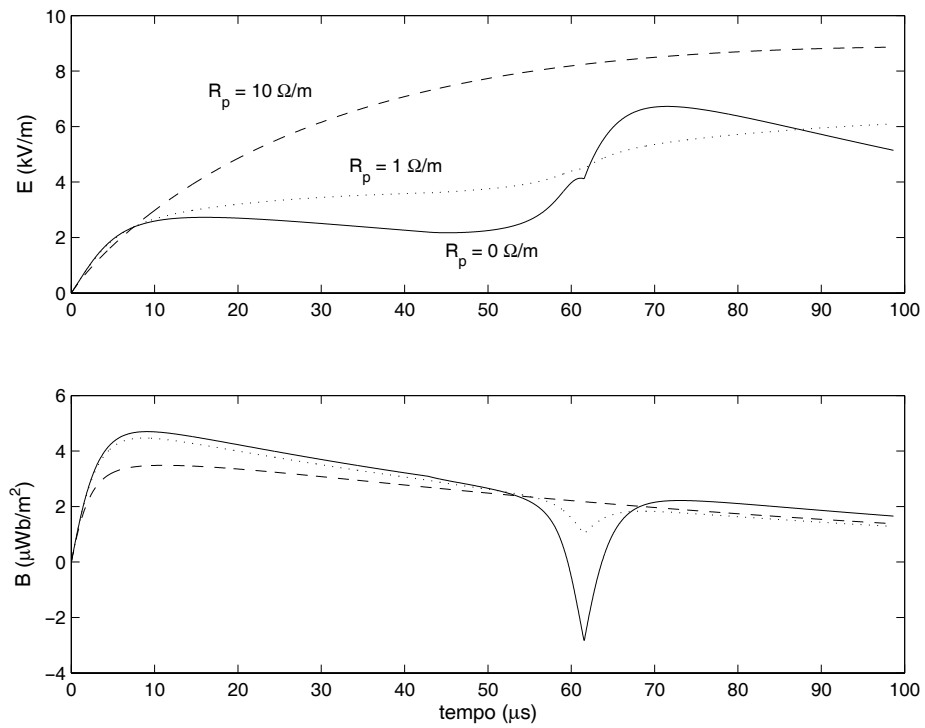


Figura 3.13: Campo eletromagnético observado no solo a 400 m da base do canal aberto para diferentes valores de perda (R_p) no canal.

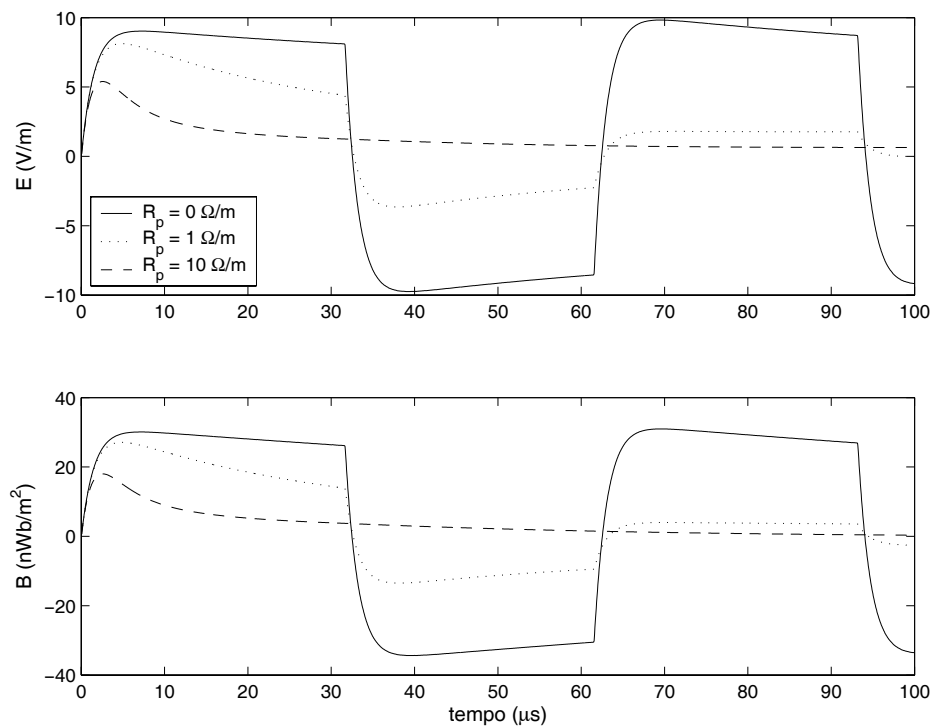


Figura 3.14: Campo eletromagnético observado no solo a 30 km da base do canal aberto para diferentes valores de perda (R_p) no canal.

3.6 Campos Eletromagnéticos Devido a Condutores Horizontais

Descargas atmosféricas podem atingir diretamente linhas de transmissão, de distribuição, subestações de energia, sistemas de proteção contra descarga atmosféricas (SPDA) de edificações e outros. Quando isso ocorre, correntes transitórias são iniciadas, gerando campos eletromagnéticos que podem causar danos a equipamentos, aparelhos elétricos, etc.

No intuito de conhecer o comportamento destes campos, simulou-se o transitório de corrente num condutor horizontal e obteve-se os campos eletromagnéticos em regiões de campo próximo.

Seja um condutor horizontal (figura 3.15) com 100 m de comprimento e 300 Ω de impedância. Em uma de suas extremidades uma fonte ideal injeta uma onda de corrente tipo dupla exponencial ($6,0 \times 50 \mu s$) com amplitude de 10 kA, a qual propaga com a velocidade da luz. À outra extremidade do condutor foram atribuídas as condições de contorno casado, aberto e curto-circuito. O transitório de corrente no condutor foi simulado e observado no seu ponto médio, resultando nas formas de onda apresentadas na figura 3.16.

A onda de corrente ao propagar-se pelo condutor casado não sofreu reflexão ao atingir sua extremidade. Propagando-se pelo condutor com a extremidade aberta, foi nesta refletida e viajou de volta, com o sinal invertido, em direção à fonte ideal que por sua vez comporta-se como um circuito aberto. Ao propagar-se pelo condutor e deparar-se com a extremidade em curto, também foi refletida, viajando de volta em direção a fonte com o mesmo sinal. Em conseqüência destas reflexões surgiram várias oscilações na forma de onda da corrente.

Os campos gerados por estas correntes foram calculados em um ponto de observação situado em P(50,10,5), de um sistema de coordenadas (x, y, z) em metros. O condutor foi considerado na direção positiva do eixo x e a 15 m de altura. Nesta posição o campo elétrico apresenta componentes nas três direções cartesianas e o magnético apenas em y e

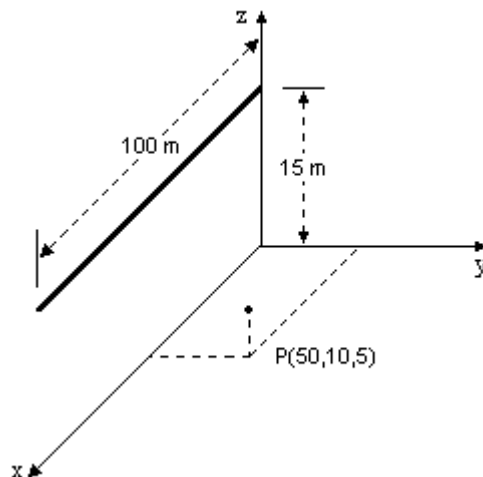


Figura 3.15: Geometria do condutor horizontal.

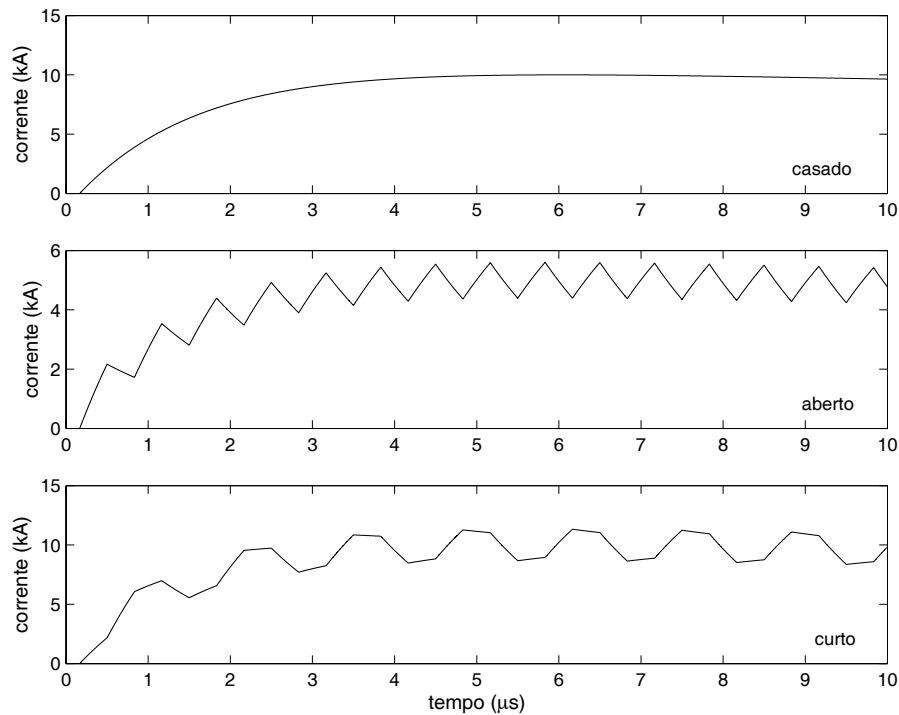


Figura 3.16: Comportamento da corrente no meio do condutor, ou seja, a 50 m da fonte, mediante diferentes terminações.

z , como pode ser observado na figura 3.17. Todavia optou-se em trabalhar apenas com o módulo destes campos, julgando ser suficiente para mostrar o comportamento dos mesmos.

Devido à localização do ponto de observação em relação à fonte, ou seja, o condutor horizontal, este situou-se numa região de campo próximo. Com isso, a forma de onda do campo magnético em todos os casos tendeu a acompanhar a da onda de corrente, conforme pode ser observado nas figuras 3.18 a 3.20.

Quanto ao comportamento do campo elétrico, nota-se que, com o condutor casado, este também tendeu a reproduzir a forma de onda da corrente, logo, o mesmo comportamento da onda do campo magnético. Com o condutor aberto, o campo elétrico aumentou devido às contribuições das ondas viajantes e com o condutor em curto, o campo elétrico apresentou o menor valor de pico inicial, porém com muitas oscilações na cauda.

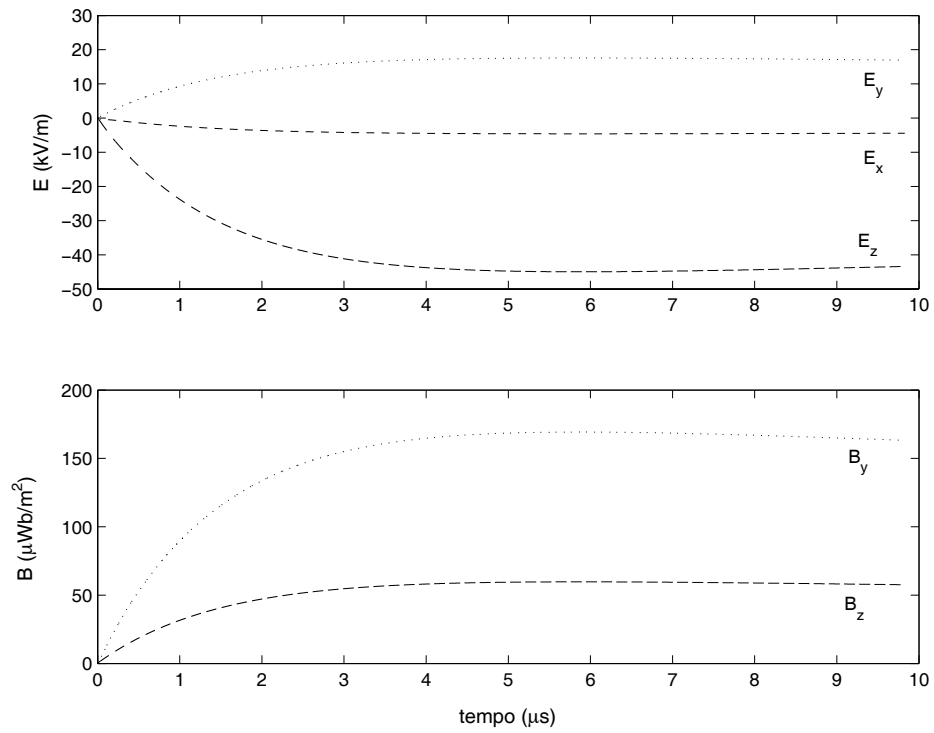


Figura 3.17: Componentes do campo eletromagnético no ponto P(50,10,5) para o condutor casado.

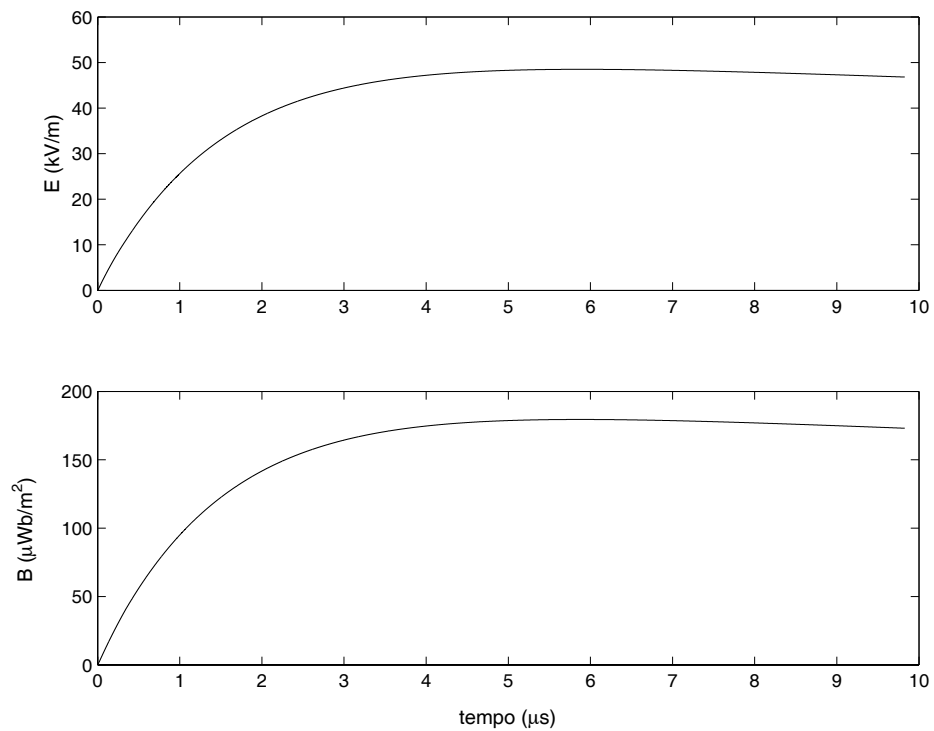


Figura 3.18: Módulo do campo eletromagnético no ponto P(50,10,5) para o condutor casado.

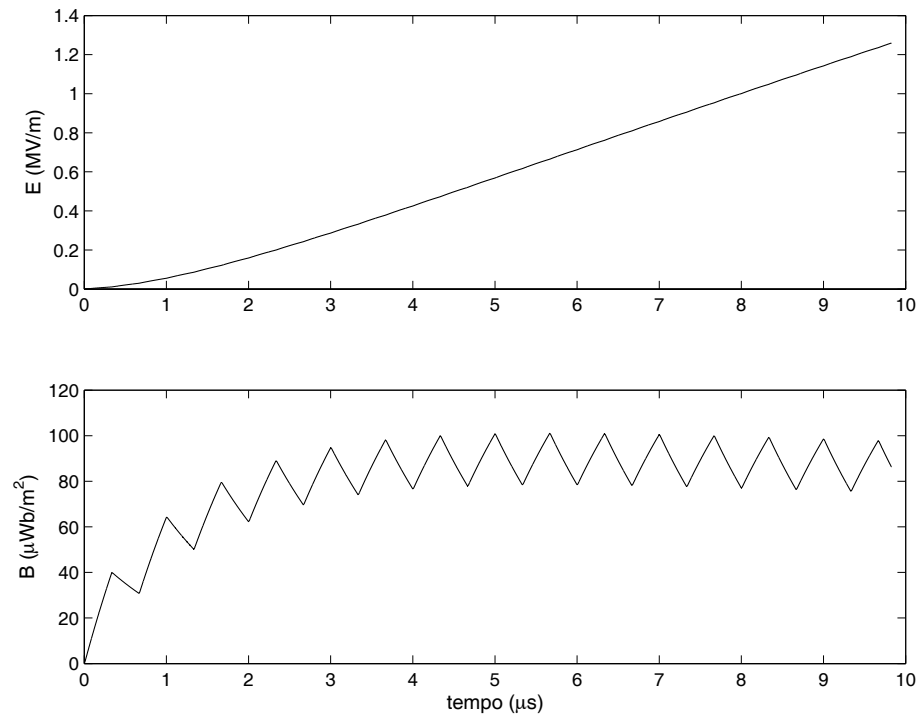


Figura 3.19: Módulo do campo eletromagnético no ponto P(50,10,5) para o condutor aberto.

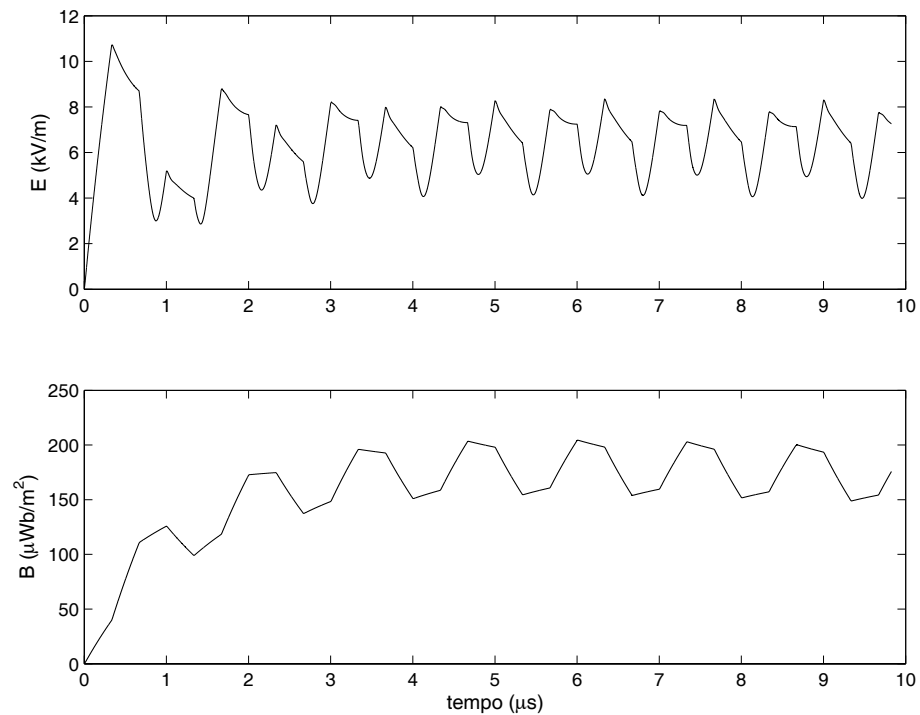


Figura 3.20: Módulo do campo eletromagnético no ponto P(50,10,5) para o condutor em curto.

Capítulo 4

Estudo em Modelo Reduzido

4.1 Introdução

A técnica de modelo reduzido é um importante aliado nos estudos de descargas atmosféricas, pois possibilita as escolhas do local desejado para sua incidência e dos parâmetros da corrente de retorno. Ela vem sendo utilizada no estudo de campos eletromagnéticos e de tensão induzida em linhas aéreas de distribuição e transmissão de energia [5, 23, 24]. Esta técnica busca representar em escala reduzida tudo que se relaciona e interfere no evento que se deseja reproduzir, desde a parte estrutural até as grandezas elétricas pertinentes ao fenômeno.

Um dos pontos críticos da simulação analógica é o sistema de medição empregado, pois este é a interface que possibilita a observação e registro do fenômeno que está sendo investigado. Sendo assim, é muito importante que, uma vez definido, o sistema a ser empregado seja calibrado e testado de forma que reduza ao mínimo os erros por ele introduzidos [5].

Na definição do sistema de medição, alguns detalhes devem ser observados, como por exemplo a frequência máxima dos sinais (tensão ou corrente) que podem ser medidos sem sofrer distorções ou atenuações.

As ondas de corrente geradas e injetadas no sistema são de baixa amplitude (na ordem de miliampéres). Como os valores dos campos medidos são proporcionais ao valor de pico da corrente que os geraram, estes serão de baixa amplitude também. Portanto, é necessário um sistema de medição com sensibilidade suficiente para medir tais sinais.

Como a duração dos sinais a serem medidos é muito pequena (menor que 250 ns), é necessário que o sistema de medição seja capaz de visualizar esses eventos, inclusive as suas frentes de onda.

No intuito de comparar campos eletromagnéticos medidos com simulados, observados nas proximidades da fonte que os geram, construiu-se modelos reduzidos que pudessem representar, dentro do possível, as condições e características que envolvem estes campos. Neste sentido, foram observados as limitações de cada método, simulação e medição, com-

parando apenas o que os dois conseguissem reproduzir.

Na implementação dos modelos reduzidos, alguns detalhes, como por exemplo, espaço físico, materiais, sistema de medição e fontes geradoras de corrente e tensão disponíveis, foram avaliados antes da definição do fator de escala.

O sistema de medição utilizado foi definido e composto de acordo com os equipamentos e materiais disponíveis, assim como os canais de descarga atmosférica e as linhas horizontal e vertical foram implementadas respeitando-se as limitações citadas anteriormente. A seguir tanto o sistema de medição quanto os modelos reduzidos são descritos.

4.2 Fator de Escala

A simulação em modelo reduzido objetiva ser o mais próximo possível da realidade, logo, deve-se primeiramente determinar as dimensões físicas do modelo e dessa forma o fator de escala, de acordo com as dimensões físicas do sistema real.

O comprimento de um canal de descarga atmosférica está na faixa de 2 a 14 *km* [31]. Logo, quando da determinação do fator de escala deve-se levar em consideração dois fatores:

- Qual a estrutura disponível de sustentação do canal, quando este tem um comprimento muito elevado, no caso de modelo reduzido grande;
- Quais os equipamentos de geração e medição disponíveis, no caso de modelo reduzido muito pequeno, uma vez que há um aumento considerável da frequência dos sinais envolvidos, pois embora as distâncias sejam menores no modelo reduzido, em ambos os casos (real e reduzido) as perturbações eletromagnéticas se propagam com a velocidade da luz.

Com relação ao primeiro fator, o canal do modelo pode ter um comprimento máximo de 25 *m* que corresponde à altura do galpão do LEAT (Laboratório de Extra Alta Tensão), o que daria, considerando um canal de descarga real de 2.5 *km*, um fator de escala de 1:100. Já para o segundo fator, tem-se que as ondas mais lentas que ocorrem em uma descarga atmosférica têm tempo de frente da ordem de 10 μs o que implicaria, usando o fator acima estabelecido (1:100), em ondas na faixa de 100 *ns* de tempo de frente.

4.3 Plano Terra

Dois planos terra, formados por chapas de alumínio sobrepostas, foram montados sobre uma estrutura de madeira de 0,63 *m* de altura. Um dos planos (2 \times 12 *m*) foi utilizado nas medições de campo com linha horizontal e o outro (3 \times 5 *m*) nas de campo com canal (linha vertical).

4.4 Canal de Descarga

A modelagem do canal de descarga deve procurar manter as mesmas condições de propagação da corrente de retorno presentes no canal real, ou seja, as perdas, as não linearidades, a tortuosidade e a velocidade de propagação, a qual, segundo as teorias sobre descargas atmosféricas, está na faixa de 10% a 50% da velocidade da luz [31]. Entretanto, uma modelagem completa seria extremamente difícil de ser implementada, sendo que apenas a velocidade de propagação, a impedância e as perdas foram consideradas. Dois canais distintos foram utilizados, conforme descritos a seguir.

4.4.1 Canal de Espiras

Este canal foi aproveitado dos experimentos práticos de Santos [5] e consiste num tubo de pvc de 2,1 *cm* de diâmetro, no qual foi enrolado, em hélices distantes 2 *cm* uma da outra, um fio de cobre isolado de 1,5 *mm* de diâmetro, cujos parâmetros físicos (indutância e capacitância por metro) conferem à onda uma velocidade de propagação em torno de 150 *m/μs*. Este canal, doravante denominado canal de espiras, também apresenta as seguintes características:

- comprimento - 18 *m*;
- diâmetro externo - 2,65 *cm*;
- número de espiras - 27 espiras/*m*;
- impedância - 749 Ω .

Neste canal a onda de corrente propaga com uma velocidade que corresponde a 50% da velocidade da luz. A formulação matemática utilizada na determinação dos valores da impedância e velocidade de propagação da onda no canal de descarga utilizado é apresentada a seguir.

A capacitância de um cilindro disposto verticalmente em relação ao plano terra é dada, segundo Kuffel [44], por:

$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln\left(\frac{2l}{d}\sqrt{\frac{4s+l}{4s+3l}}\right)}, \quad (4.1)$$

onde:

- ϵ - permissividade do meio *F/m*,
- l* - comprimento do canal *m*,
- d* - diâmetro do canal *m*,

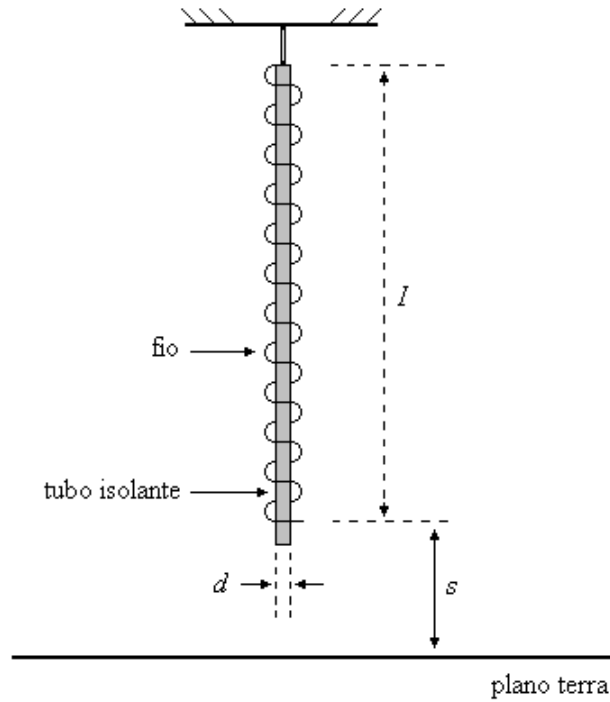


Figura 4.1: Configuração para determinação da capacitância para a terra.

s - distância da base do canal ao plano de terra (figura 4.1).

Para $s \ll l$, tem-se:

$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{1,15l}{d}} \quad (F). \quad (4.2)$$

Devido à disposição vertical do canal de descarga a capacitância deste para a terra não é uniforme, diminuindo à medida que se afasta do plano terra. Sendo assim, o valor calculado para a capacitância por metro do canal é um valor médio desta capacitância.

A indutância de um solenóide, segundo Kraus [29], é dada por:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l} \quad (H), \quad (4.3)$$

onde:

μ - permeabilidade magnética do meio H/m ,

l - comprimento do solenóide m ,

N - número de espiras do solenóide,

A - área da espira m^2 .

A impedância do canal pode ser então calculada por

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (4.4)$$

e a velocidade de propagação por

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.5)$$

4.4.2 Canal Resistivo

A utilização de linhas verticais de elevadas perdas, formadas a partir da associação de resistores, na representação de canais de descarga atmosférica, visa reproduzir a atenuação que a corrente de retorno sofre ao propagar-se pelo canal. Estudos recentemente publicados mostraram ser válido tal forma de representação do canal [5, 45].

Neste trabalho o canal foi projetado considerando-se perdas elevadas e implementado a partir da conexão em série de resistores de filme metálico de 22Ω cada (figura 4.2), resultando nas seguintes características:

- comprimento - $4,1 \text{ m}$ (tamanho suficiente para atenuar a onda de corrente por completo);
- resistência total - 3734Ω ;
- velocidade aproximada de propagação - $130 \text{ m}/\mu\text{s}$ (valor medido).

Aplicado o fator de escala (1:100), obtém-se um canal de $9,1 \Omega/\text{m}$ e 410 m de comprimento.

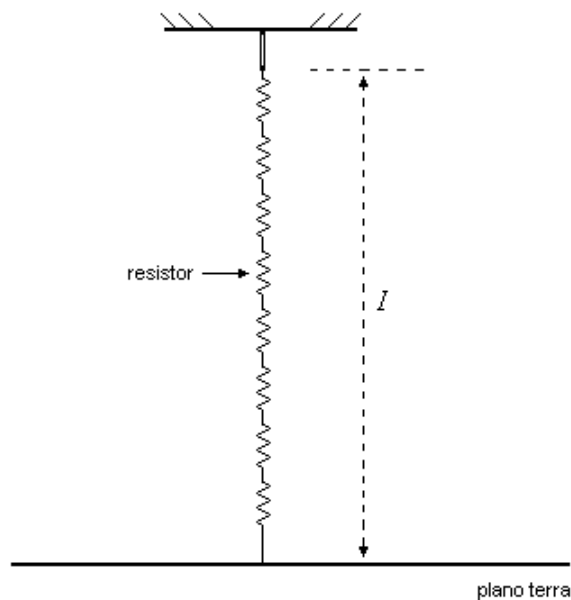


Figura 4.2: Canal formado pela associação de resistores.

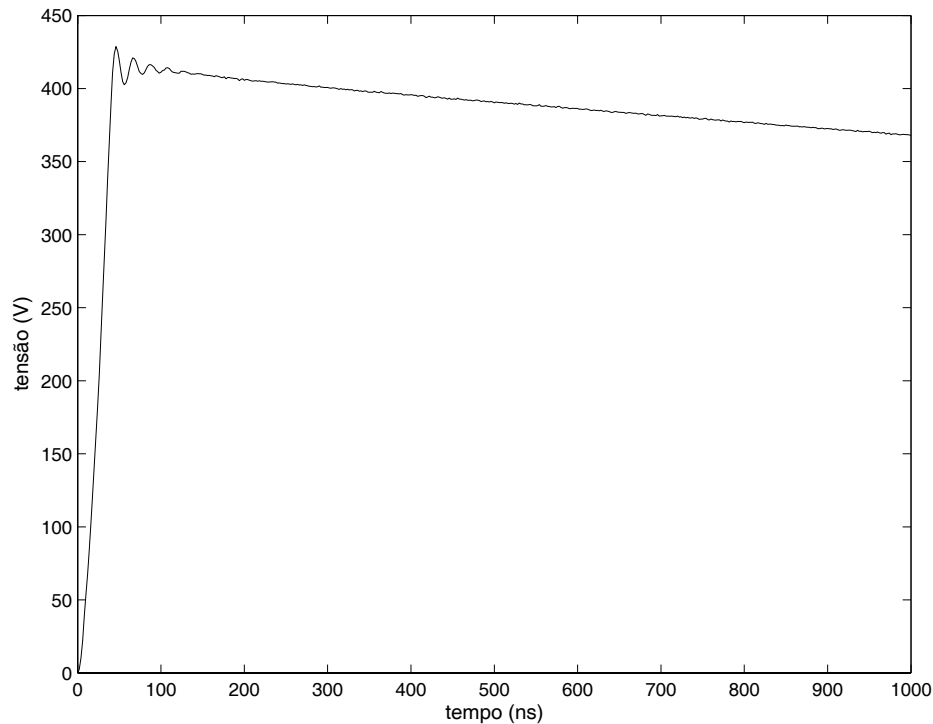


Figura 4.3: Onda de tensão impulsiva fornecida pelo gerador.

4.5 Gerador de Ondas

A corrente de retorno foi simulada através de uma onda de corrente de forma impulsiva, injetada na base do canal por um gerador de ondas.

O gerador de ondas utilizado foi construído no CPDEE, pela primeira vez, por Coelho e Boaventura [46], tendo 10 *cm* de largura, 4 *cm* de altura e 8 *cm* de profundidade. Ele é alimentado por três baterias de 9 *V* e fornece uma onda de tensão impulsiva máxima de 450 *V* de amplitude com tempo de frente de aproximadamente 30 *ns* e tempo de semi-cauda maior que 1 μs (figura 4.3).

Ainda com relação ao gerador, este compõe-se de um circuito oscilador que gera pulsos com uma frequência de 600 *Hz*, os quais são alternados e elevados, respectivamente, nos circuitos alternador e de elevação. Por último, vem o circuito de disparo, o qual é responsável pela transferência da tensão elevada à carga. Este, por sua vez, possui um mosfet que é controlado por um circuito auxiliar [47].

Para a obtenção de uma onda de corrente com tempo de frente adequado e sem oscilações em seus instantes iniciais, se fez necessário a utilização de um circuito conformador de ondas conforme mostrado na figura 4.4, onde R_1 amortece o circuito e controla o tempo de frente da onda e R_2 controla a cauda da onda [44]. Entretanto, como se trata de um modelo reduzido, as dimensões desse circuito têm que ser muito pequenas para não alterarem as medições [5]. A forma de onda da tensão obtida com o circuito conformador é apresentada na figura 4.5. Esta onda de tensão aplicada na base do canal de descarga ou na extremidade

de uma linha de transmissão, após passar pelo circuito conformador, produz uma onda de corrente com amplitude dependente da impedância de surto do circuito.

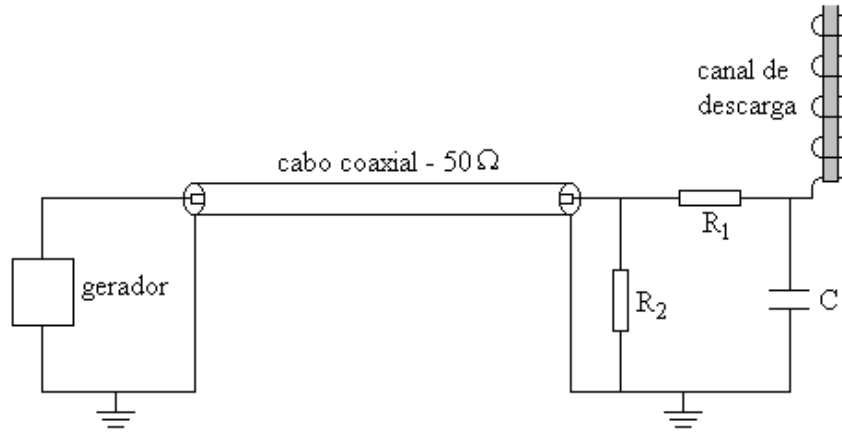


Figura 4.4: Circuito conformador de ondas: $R_1=270 \Omega$, $R_2=50 \Omega$ e $C=120 pF$.

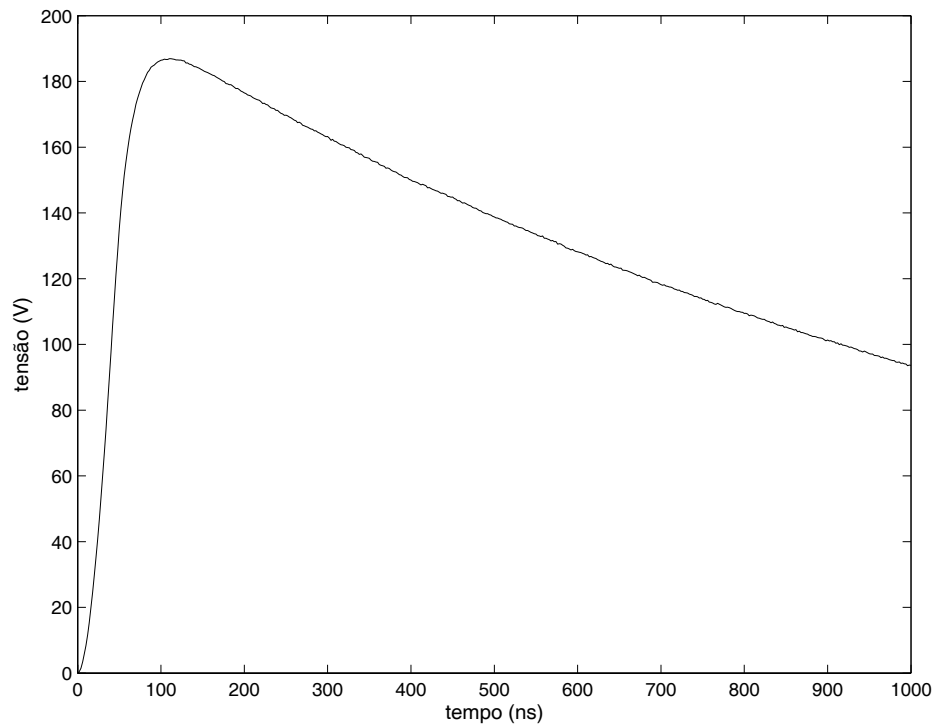


Figura 4.5: Onda de tensão impulsiva fornecida pelo gerador e conformada.

4.6 Equipamentos de Medição

4.6.1 Osciloscópio

Modelo: TDS 360;

Fabricante: Tektronix;

Banda de passagem: DC - ≥ 200 MHz;

Impedância de entrada: $1\text{ M}\Omega \pm 1\%$ em paralelo com $20\text{ pF} \pm 2.0\text{ pF}$;

Base de tempo: $2,5\text{ ns/div}$ a 5 s/div (seqüência 1 - 2,5 - 5);

Sensibilidade: 2 mV/div a 10 V/div (seqüência 1 - 2 - 5);

Taxa de amostragem: 1×10^9 amostras/s ou 1 amostra/ns;

Tempo de subida: $1,75\text{ ns}$.

4.6.2 Ponta de Prova de Tensão

Modelo: P6139A;

Fabricante: Tektronix [48];

Banda de passagem: DC a 500 MHz;

Capacitância de entrada: $8,0\text{ pF}$ ($\pm 0,8\text{ pF}$);

Compensação: 8 a 18 pF;

Resistência de entrada: $10\text{ M}\Omega \pm 0,5\%$;

Atenuação: 10X;

Tensão máxima de entrada: 500 V.

4.6.3 Ponta de Prova de Corrente

Modelo: P6022;

Fabricante: Tektronix [49];

Banda de passagem: $8,5\text{ kHz}$ a 100 MHz (1 mA/mV) e 935 Hz a 120 MHz (10 mA/mV);

Impedância de inserção: $0,00\ \Omega$ até 1 MHz ; $0,2\ \Omega$ até 120 MHz ;

Sensibilidade: 1 mA ou 10 mA para cada mV , dependendo da seleção feita no controle de sensibilidade.

4.6.4 Antena de Campo Elétrico

Uma antena de campo elétrico foi contruída, conforme a que foi desenvolvida por Santos [5], para medição de campo elétrico gerado pelo modelo reduzido, adequada ao modelo implementado, de forma a não interferir nas linhas de campo. Normalmente, uma antena fornece como sinal para o equipamento de medição uma tensão que é proporcional ao campo

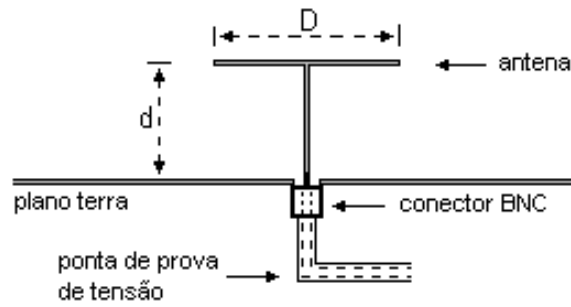


Figura 4.6: Detalhes da antena de campo elétrico.

elétrico medido, sendo, então, importante que a configuração dos condutores da antena não alterem essa relação de proporcionalidade.

Na construção da antena utilizou-se uma chapa de cobre circular, no centro da qual foi soldado, perpendicularmente, uma haste de cobre. A outra extremidade da haste foi fixada ao plano terra de modo a permitir a conexão de uma ponta de prova de tensão através de um conector BNC. A ponta de prova foi ligada ao osciloscópio passando por baixo do plano terra. A chapa de cobre circular ficou paralela ao plano terra formando um capacitor. A figura 4.6 mostra detalhes da montagem da antena.

A antena construída tem $8,5\text{ cm}$ de diâmetro de circunferência (D) e $5,4\text{ cm}$ de comprimento de haste (d), a qual define a altura da chapa circular ao plano terra, constituindo-se num divisor de tensão capacitivo, cuja modelagem matemática, adaptada do modelo de Uman [31], onde uma antena de chapa plana é utilizada na medição de campo elétrico no solo devido a cargas da nuvem, é apresentada na figura 4.7. Observa-se que a tensão aplicada na linha (V_a) divide-se entre a capacitância da linha para a antena (C_a) e o equivalente do paralelo entre a capacitância da antena para a terra (C_m) e a capacitância (C) e a resistência (R) do sistema de medição. Sobre a antena encontra-se a tensão (V_m) induzida na mesma.

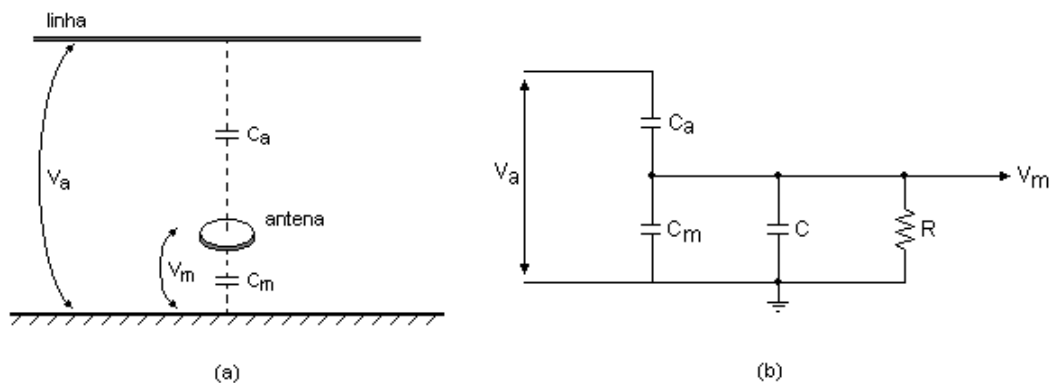


Figura 4.7: Configuração do sistema de medição de campo elétrico: (a) esquema; (b) circuito.

Um levantamento do comportamento da antena frente à variação da frequência do sinal nela induzido mostrou que a mesma pode ser caracterizada como um filtro passa alta com a frequência de corte em torno de 860 Hz . A figura 4.8 mostra este resultado, a qual exprime a relação entre a tensão induzida na antena em função de uma tensão senoidal aplicada na linha, em diferentes frequências. Em baixas frequências a antena não responde ao sinal de excitação.

Para a determinação da constante da antena, optou-se pelo método onde o campo gerado a partir de uma linha unifilar infinita é calculado analiticamente e o resultado é comparado com medição realizada com a antena, levando a uma constante de proporcionalidade entre campos medido e calculado.

Sobre o plano terra, representando a linha unifilar, foi esticado um fio de cobre de 9 m de comprimento, com uma das extremidades casada e a aproximadamente 30 cm de altura. Um gerador da Agilent modelo 33120A/15 MHz foi utilizado para aplicar uma onda em forma de degrau e também ondas senoidais em diferentes frequências, medindo-se a tensão induzida na antena localizada no meio e bem abaixo deste fio. Os valores medidos foram comparados com os valores de campo elétrico calculados conforme mostrado a seguir, resultando na constante da antena.

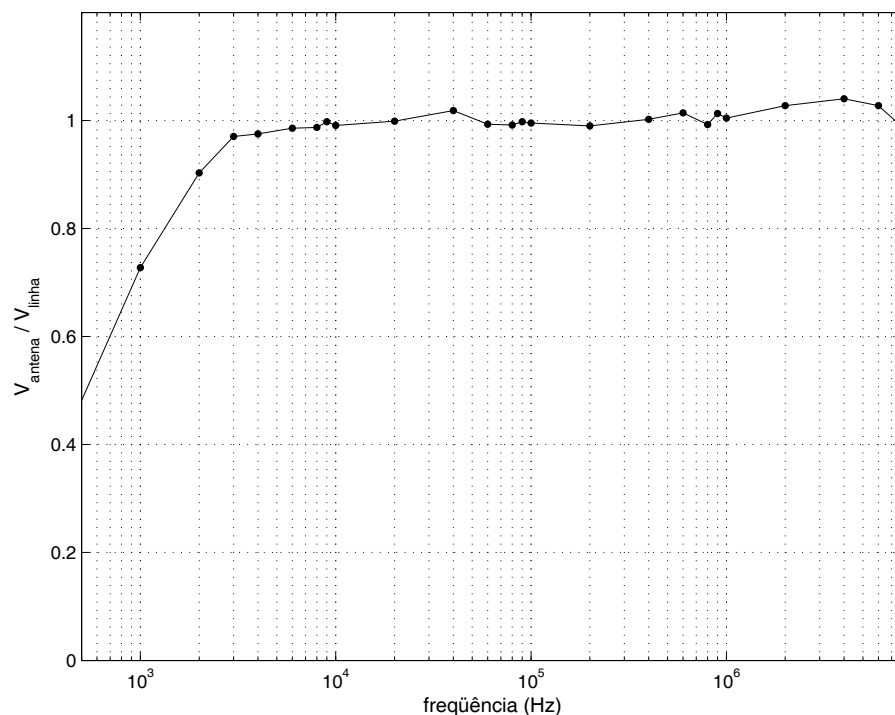


Figura 4.8: Relação entre a tensão senoidal induzida na antena (V_{antena}) e aplicada na linha (V_{linha}) para diferentes frequências.

A. Cálculo do Campo Elétrico Devido a uma Linha Unifilar Infinita

O campo eletrostático produzido por uma linha fina de cargas elétricas é dado por [29, 28]:

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_1| + |\vec{E}_2|, \quad (4.6)$$

onde \vec{E}_1 representa o campo devido ao condutor real e \vec{E}_2 o campo devido a sua imagem. A parte do campo devido ao condutor real é dada por:

$$\vec{E}_1 = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon r_1} \hat{r}_1, \quad (4.7)$$

sendo

$$\hat{r}_1 = \frac{(x, z - h)}{\sqrt{x^2 + z^2 - 2hz + h^2}}. \quad (4.8)$$

Substituindo-se (4.8) em (4.7) e sendo $x=0$, uma vez que o ponto de observação encontra-se em baixo da linha (figura 4.9), tem-se:

$$\vec{E}_1 = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \left(\frac{z - h}{z^2 - 2hz + h^2} \right). \quad (4.9)$$

A parte do campo devido a imagem do condutor é dada por:

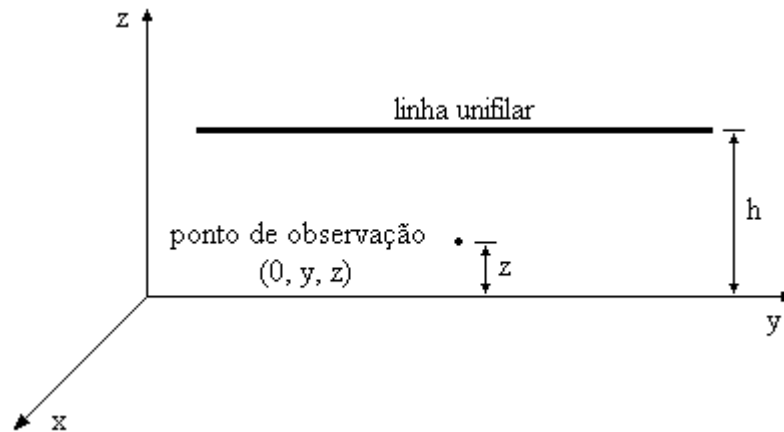


Figura 4.9: Esquema de montagem da linha unifilar.

$$\vec{E}_2 = -\frac{\rho_L}{2\pi\epsilon r_2} \hat{r}_2, \quad (4.10)$$

sendo

$$\hat{r}_2 = \frac{(x, z-h)}{\sqrt{x^2 + z^2 - 2hz + h^2}}. \quad (4.11)$$

Analogamente tem-se:

$$\vec{E}_2 = -\frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \left(\frac{z-h}{z^2 - 2hz + h^2} \right). \quad (4.12)$$

Substituindo (4.9) e (4.12) em (4.6) obtém-se:

$$\vec{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \left[\frac{1}{(z-h)} - \frac{1}{(z+h)} \right]. \quad (4.13)$$

Os dados da montagem prática necessários para o cálculo do campo elétrico são a altura da linha ($h=30,5 \text{ cm}$) e o ponto onde se quer avaliar o campo ($z=5,4 \text{ cm}$) que substituídos em (4.13) resulta:

$$|\vec{E}| = 4,15 \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon}. \quad (4.14)$$

Sabe-se que a capacitância é dada pela relação entre carga e potencial, $C = q/V$. Dividindo-se pelo comprimento tem-se:

$$\frac{C}{l} = \frac{q/l}{V}. \quad (4.15)$$

A relação q/l é igual a densidade linear de carga, ρ_L . Logo,

$$\rho_L = \frac{C}{l} V \quad (4.16)$$

que substituído em (4.14) resulta em:

$$|\vec{E}| = 6,77 \frac{C/l}{2\pi\epsilon} V. \quad (4.17)$$

A capacitância por unidade de comprimento de uma linha unifilar é dada por [29]:

$$\frac{C}{l} = \frac{24,2\epsilon_r}{\log \left[(h/r) + \sqrt{(h/r)^2 - 1} \right]} \quad (pF/m), \quad (4.18)$$

onde ϵ_r é a permissividade relativa do meio que circunda o condutor e r o raio do condutor. Tendo sido utilizado um fio de 0,67 mm de diâmetro na montagem prática e considerando a altura deste ao plano terra, obteve-se a capacitância da linha igual a 7,42 pF/m. Logo,

$$|\vec{E}| = 0,9V. \quad (4.19)$$

Através da equação (4.19) pode-se obter o valor analítico do módulo do campo elétrico a partir da tensão aplicada na linha.

B. Avaliação da Distribuição de Tensão na Linha

A equação (4.19) que será utilizada na determinação da constante da antena foi desenvolvida para condições estáticas, ou seja, fonte de campo originada por distribuição de cargas constante no tempo. Todavia, esta equação também pode ser utilizada em condições quase-estática, em que as grandezas eletromagnéticas variam lentamente com o tempo e os campos resultantes são semelhantes aos estáticos [50].

A condição quase-estática ocorre quando a frequência do sinal de excitação da fonte é baixa, proporcionando uma variação lenta do mesmo e uma percepção quase instantânea das variações temporais do campo num ponto de observação próximo da fonte [50]. O quão próximo deve estar o ponto de observação da fonte pode ser investigado através de uma análise da distribuição espacial dos componentes do campo. Adotando um sistema de coordenadas cartesianas em que o eixo x ligue um ponto da fonte ao ponto de observação, pode-se escrever a seguinte expressão de um componente genérico do campo no ponto x e no instante t ,

$$\Phi(x, t) = \Phi_0 e^{j2\pi(t/T - x/\lambda)}, \quad (4.20)$$

onde Φ_0 é a amplitude do campo, T é o período e λ é o comprimento de onda do sinal aplicado. Fica evidente que para desprezar-se a defasagem entre o comportamento do campo no ponto de observação e seu comportamento na fonte, é necessário que a distância entre ambos seja muito menor que o comprimento de onda ($x \ll \lambda$). Esta é a medida para o tamanho máximo da região que envolve tanto as fontes quanto o ponto de observação do

campo quase-estático [50].

Extendendo esta análise para uma linha horizontal excitada por uma tensão senoidal, teria-se uma distribuição espacial homogênea de tensão na linha em todos os tempos quando o comprimento físico da linha fosse muito menor que o comprimento de onda da senoide ($l \ll \lambda$).

Considerando-se a linha horizontal de 9 m utilizada no ítem anterior para obter-se a equação (4.19), fez-se uma análise das freqüências dos sinais de tensão que poderiam ser utilizadas na determinação da constante da antena, a fim de que os comprimentos de onda destas pudessem atender à condição de campo quase-estático. Primeiramente, verificou-se o comportamento da tensão no início, meio e fim da linha em função da variação da freqüência para $t = 0,5 \mu s$ e conforme mostrado na figura 4.10, a medida em que a freqüência aumenta, a diferença da tensão do início para o fim da linha também aumenta. O comportamento da tensão ao longo da linha para diferentes freqüências e no tempo t igual a zero segundos é apresentado na figura 4.11. Na freqüência de 5 MHz a diferença da tensão do início para o fim da linha atinge 40 %, sendo esta, aceitável para 1 MHz. Por fim, foi verificado o comportamento da tensão no tempo para as freqüências de 3 kHz, 1 e 5 MHz e pode-se observar na figura 4.12 que para freqüências até 1 MHz a distribuição de tensão na linha é quase a mesma.

Em função dos resultados desta investigação, pode-se concluir que freqüências até 1 MHz garantem um comprimento de onda de 300 m que é muito maior que os 9 m da linha estudada.

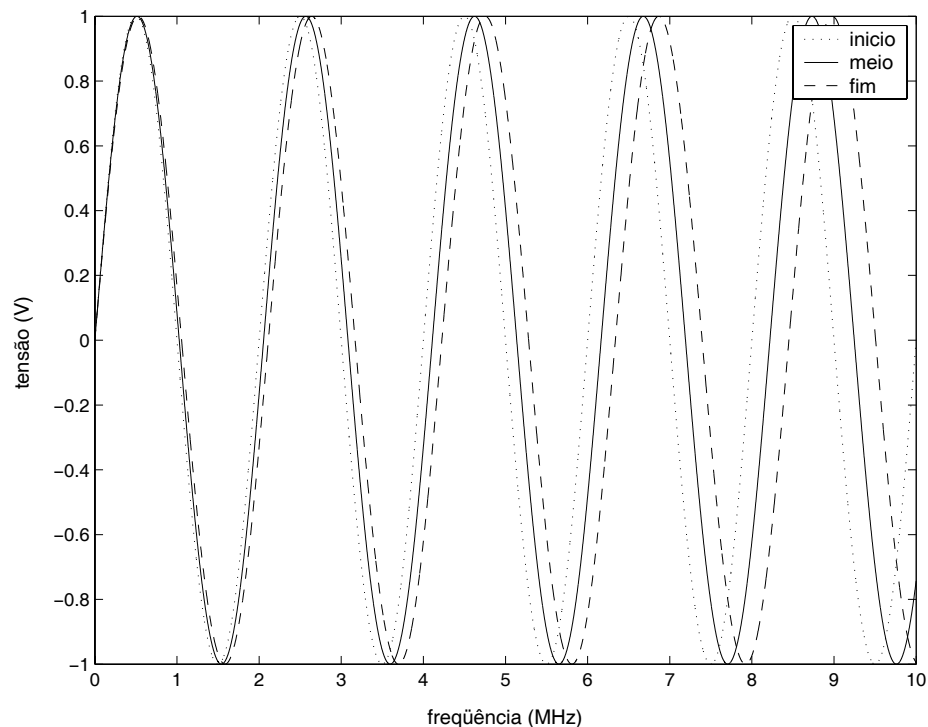


Figura 4.10: Distribuição de tensão na linha em função da variação da freqüência.

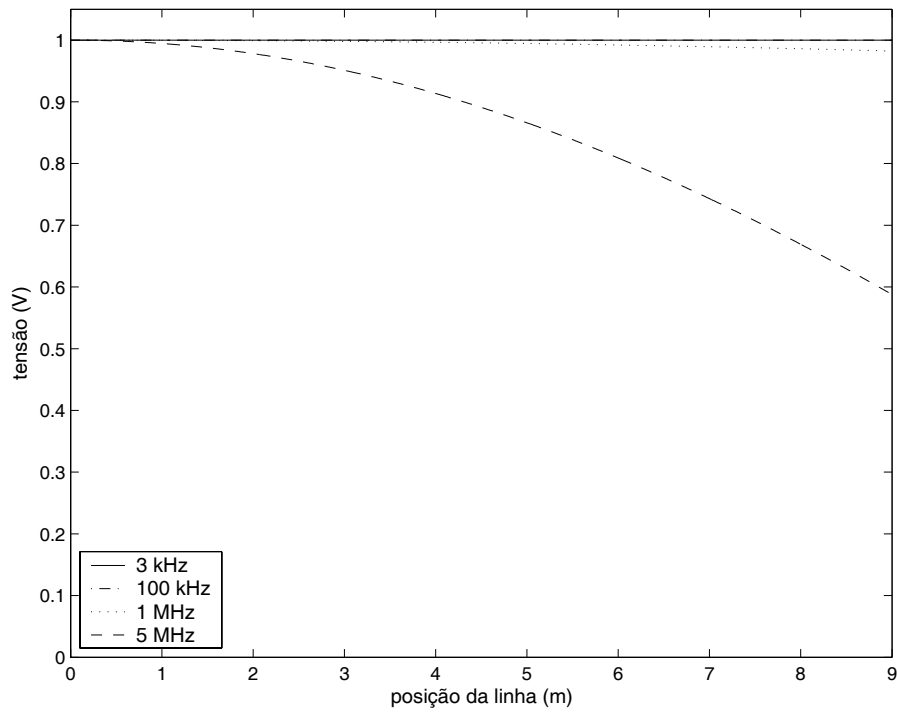


Figura 4.11: Distribuição espacial de tensão em $t = 0s$ para diferentes frequências.

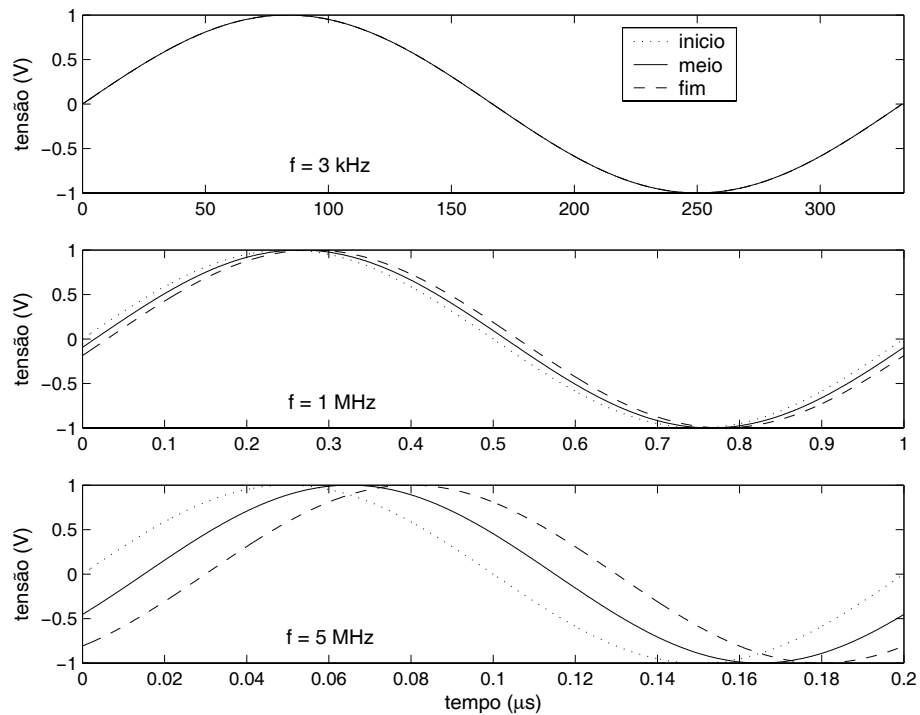


Figura 4.12: Distribuição temporal de tensão na linha para diferentes frequências.

Tabela 4.1: Levantamento da constante da antena.

freqüência	3 kHz	10 kHz	100 kHz	500 kHz	1 MHz
k_e	86	83	82	82	82

C. Cálculo da Constante

O valor do campo elétrico medido com a antena será o resultado da multiplicação da tensão induzida na mesma por uma constante que relaciona o campo obtido através da equação (4.19) e essa tensão induzida, ou seja,

$$k_e = \frac{0,9 \times V_a}{V_m} \quad (4.21)$$

onde k_e é a constante da antena, V_a é a tensão aplicada na linha e V_m é a tensão medida na antena.

Na determinação da constante da antena, várias ondas senoidais de tensão com diferentes freqüências foram aplicadas na linha e ao mesmo tempo a tensão induzida na antena foi medida. Utilizando (4.21) obteve-se vários valores de k_e , cuja média resultou numa constante da antena igual a 83. A tabela 4.1 mostra as freqüências utilizadas e as respectivas constantes calculadas. As figuras 4.13 a 4.17 apresentam, para as freqüências da tabela 4.1, a comparação entre o campo analítico obtido através de (4.19) e o campo calculado com (4.21), considerando k_e igual a 83. A figura 4.18 apresenta a mesma comparação para um degrau aplicado na linha.

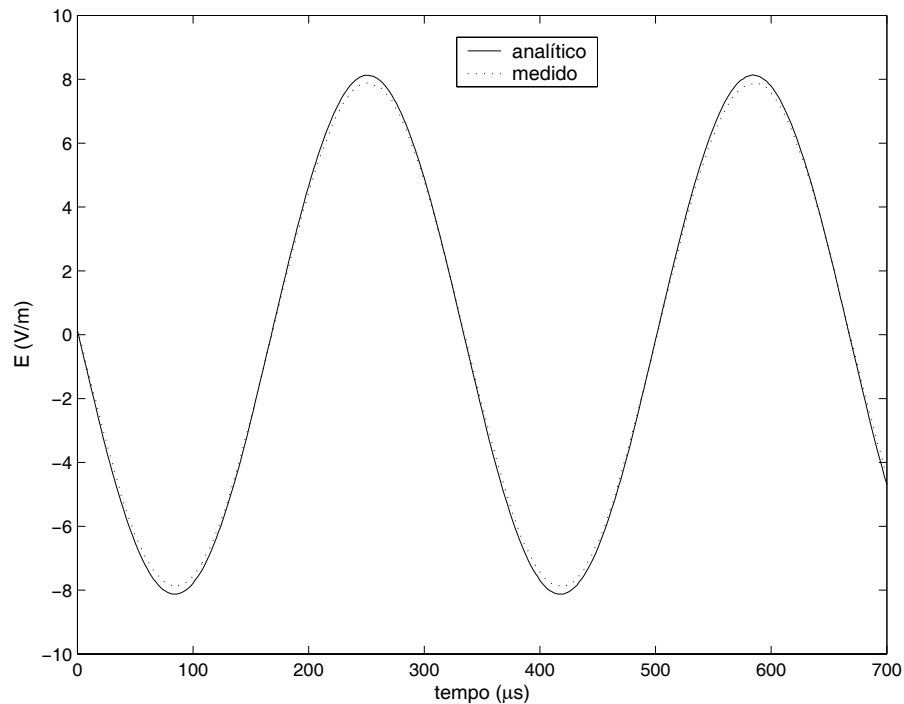


Figura 4.13: Para $f=3 \text{ kHz}$, $E_{analitico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$.

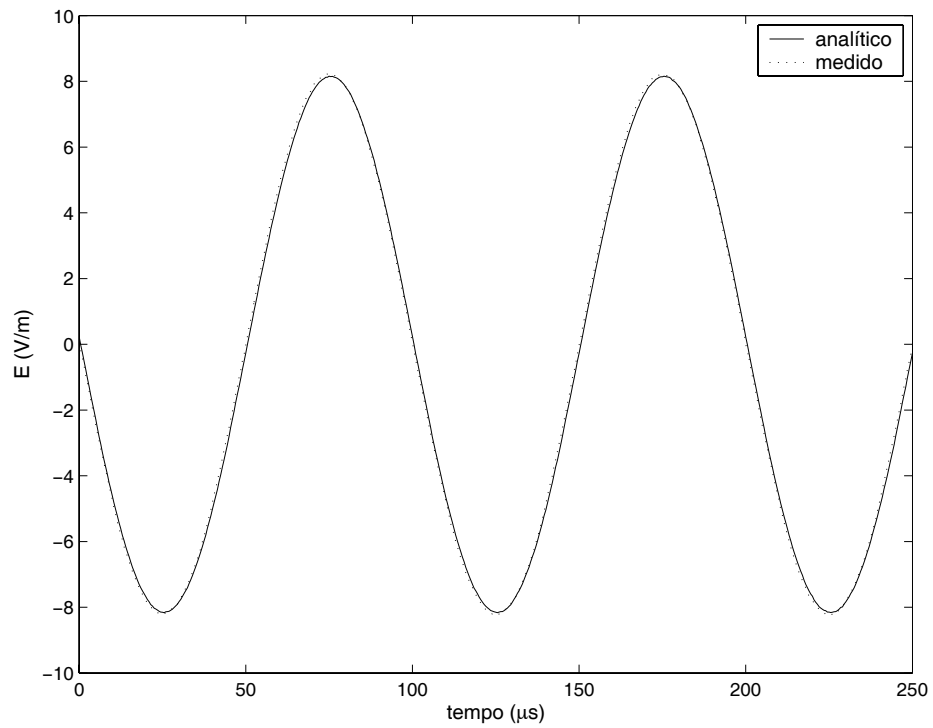


Figura 4.14: Para $f=10\text{ kHz}$, $E_{analítico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$.

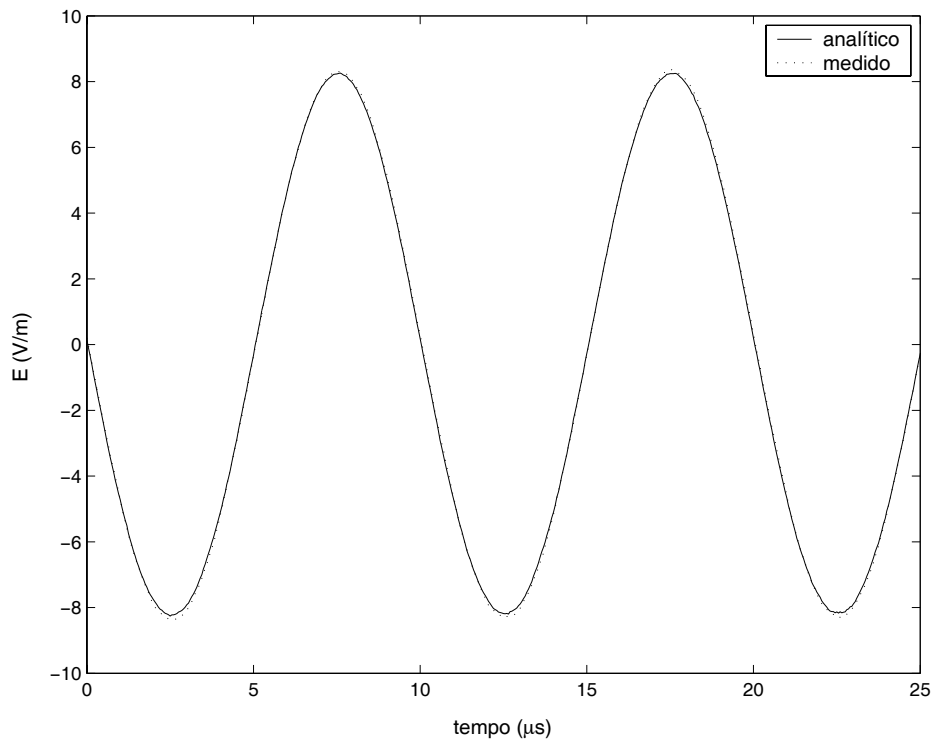


Figura 4.15: Para $f=100\text{ kHz}$, $E_{analítico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$.

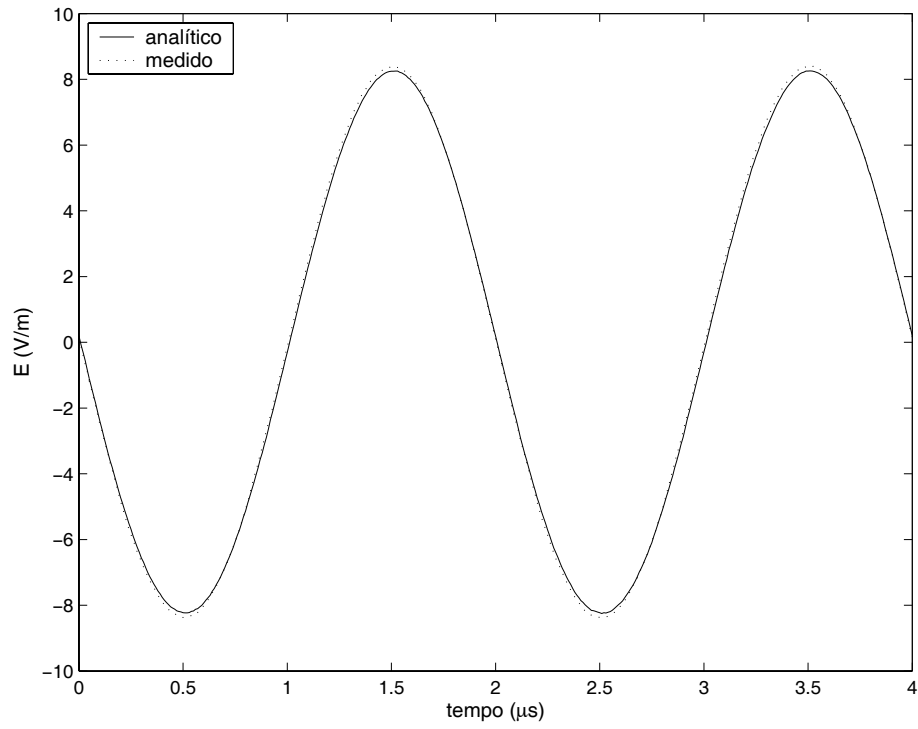


Figura 4.16: Para $f=500 \text{ kHz}$, $E_{analítico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$.

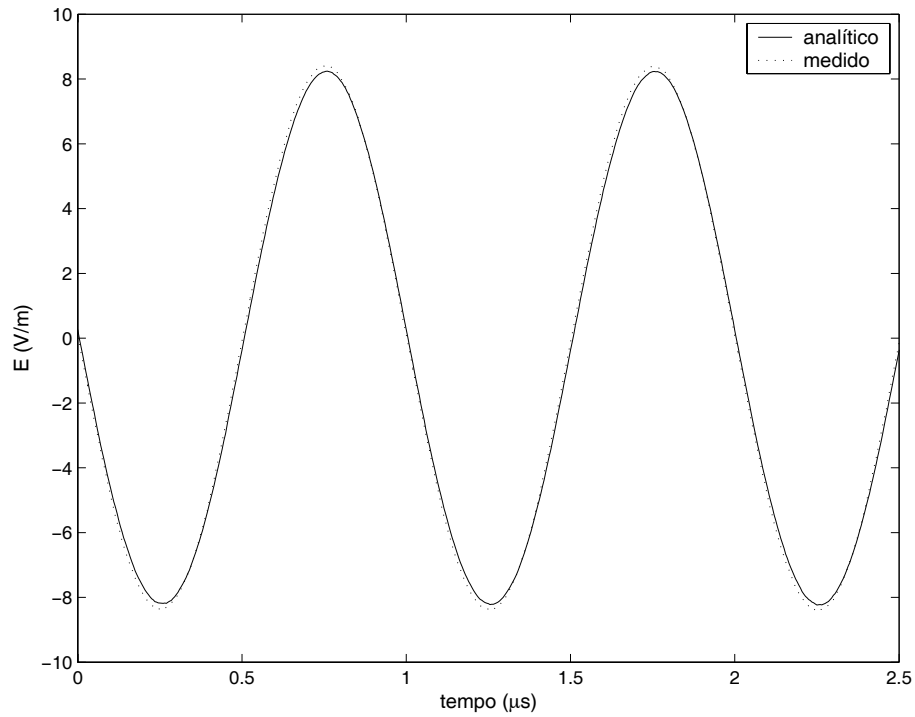


Figura 4.17: Para $f=1 \text{ MHz}$, $E_{analítico}=V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido}=V_{medido} \times 83$.

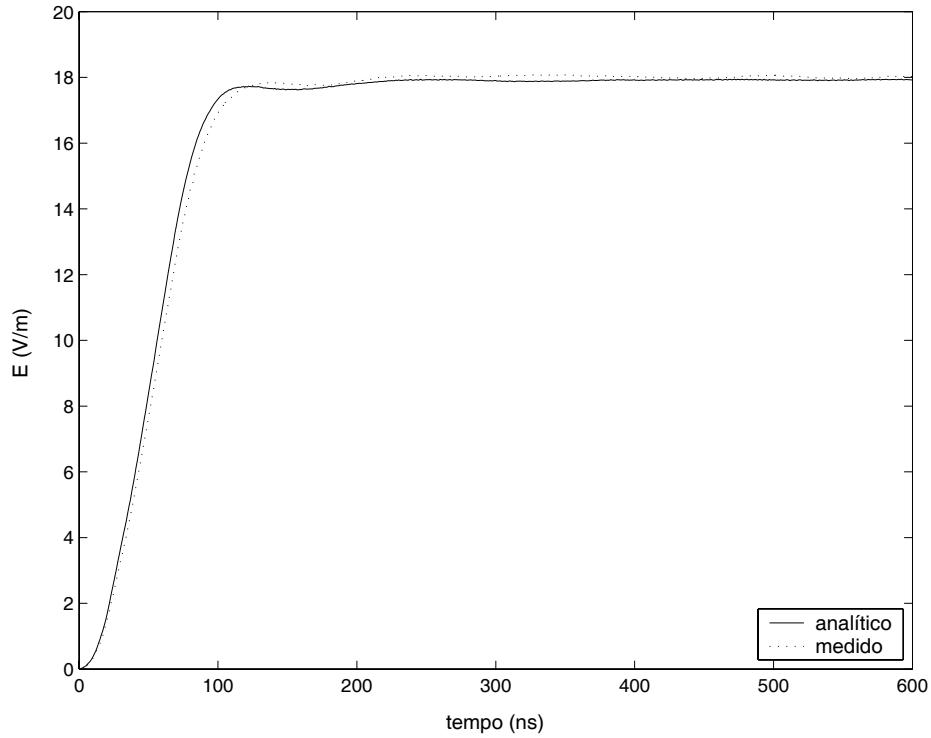


Figura 4.18: Para um degrau, $E_{analítico} = V_{aplicado} \times 0,9$ e $E_{medido} = V_{medido} \times 83$.

4.6.5 Antena de Campo Magnético

A medição do campo magnético foi realizada com o auxílio de uma antena desenvolvida para este propósito e adequada ao modelo reduzido implementado, de forma a fornecer um sinal de tensão com amplitude suficiente para ser medido pelo equipamento de medição. O seu princípio de funcionamento baseia-se na lei de Faraday, segundo a qual, a força eletromotriz total (v) induzida num circuito fechado é igual à variação temporal do fluxo magnético total (ψ_m) que enlaça o circuito, ou seja, [29]

$$v = -\frac{d\psi_m}{dt}, \quad (4.22)$$

O sinal negativo indica que os sentidos da força eletromotriz e da corrente são positivos com relação ao sentido do campo quando este, e por conseguinte o fluxo, está diminuindo com o tempo.

O fluxo total através do circuito é igual ao componente normal da densidade de fluxo \vec{B} sobre a superfície limitada pelo circuito. Isto é, o fluxo magnético total é dado por

$$\psi_m = \int \int \vec{B} \cdot d\vec{s}. \quad (4.23)$$

A equação (4.23) se aplica a um circuito fechado de um só condutor com qualquer número de espiras. Substituindo (4.23) em (4.22) obtém-se

$$v = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}, \quad (4.24)$$

onde

v = fem induzida, (V);

\vec{B} = densidade de fluxo magnético, (Wb);

$d\vec{s}$ = elemento de superfície, (m^2);

t = tempo (s).

Quando a espira ou circuito fechado é estacionário ou fixo, (4.24) reduz-se a

$$v = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}. \quad (4.25)$$

Uma antena formada por uma espira quadrada de 6 cm de lado foi construída utilizando-se um fio de cobre de 1,5 mm de diâmetro. Um dos lados da espira foi formado pelo plano terra, sendo utilizado um conector BNC na junção de uma das extremidades do plano com a espira. O conector BNC proporcionou uma abertura no loop onde foi medida a força eletromotriz. Detalhes da antena podem ser observados na figura 4.19.

Com o auxílio de um osciloscópio e de um cabo coaxial, medi-se a tensão nos terminais da espira, a qual equivale à força eletromotriz induzida no circuito. De acordo com (4.25), integrando-se esta tensão no tempo e considerando \vec{B} constante em toda superfície limitada pela espira, tem-se a densidade de fluxo magnético, ou seja,

$$|B| = \frac{1}{A} \int_0^t v dt, \quad (4.26)$$

onde A é a área da superfície da espira.

Após um estudo prévio, buscando a melhor maneira de conectar o osciloscópio à antena, chegou-se à conclusão que o melhor seria fazê-lo por meio de um cabo coaxial revestido com uma cordoalha de aço, caracterizando assim, uma dupla blindagem.

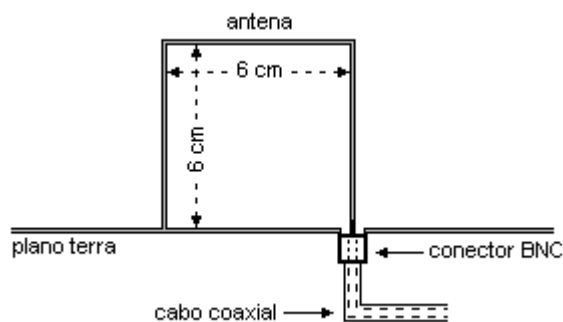


Figura 4.19: Detalhes da antena de campo magnético.

Capítulo 5

Resultados

5.1 Introdução

Duas metodologias de avaliação de campos eletromagnéticos foram previamente apresentadas nos capítulos anteriores. A aplicação de cada uma delas depende da configuração do problema em análise, o qual impõe limites de utilização a ambas as metodologias.

A possibilidade de comparar resultados de simulação com medição em escala reduzida permite uma melhor avaliação e compreensão do comportamento dos campos em estudo, gerando confiabilidade na utilização separada ou não destes métodos. Neste sentido, realizou-se medições de campos eletromagnéticos em regiões de campo próximo, comparando os resultados com os de simulações.

O transitório de corrente num condutor depende das condições de contorno deste, as quais são impostas por fontes reais de tensão ou discontinuidades, como por exemplo, mudança de impedância. Essas correntes transitórias que podem ser negativas ou positivas, geram campos eletromagnéticos que somados resultam no campo total num determinado ponto de observação e se torna interessante saber de que maneira estas correntes e consequentes campos contribuem para este somatório.

A simulação computacional possibilita a avaliação dos campos eletromagnéticos em qualquer região de campo, independentemente da potência da fonte. Permite investigar a influência do tamanho do canal, bem como a da forma de onda da corrente nos campos eletromagnéticos.

A medição em modelo reduzido pode ser aplicada, por exemplo, no estudo da eficiência da blindagem de campos eletromagnéticos realizado com diferentes materiais e de diferentes maneiras.

5.2 Campos Gerados por Sinais Harmônicos no Tempo

As primeiras comparações entre simulação e medição foram realizadas com campos gerados a partir de sinais harmônicos no tempo injetados numa linha horizontal casada. Para isso aproveitou-se a mesma montagem prática da linha horizontal utilizada na determinação da constante da antena de campo elétrico.

Na linha de 9 m de comprimento injetou-se sinais senoidais em diferentes frequências, medindo-se os campos elétrico e magnético em baixo e no meio desta. Analisando primeiramente os campos elétricos, para os quais a linha foi posicionada a 30,5 cm de altura do plano terra, as tensões aplicadas resultaram em correntes de 20 mA que foram utilizadas nas simulações. A altura do ponto de observação considerada na simulação do campo foi igual a da antena de medição, ou seja, 5,4 cm. Os resultados são apresentados nas figuras 5.1 a 5.4, lembrando-se que $E_{medido} = V_{medido} \times 83$.

Comparou-se também os campos gerados por um degrau de corrente (figuras 5.5 e 5.6) injetado no início da linha. No geral os campos medidos corresponderam aos simulados.

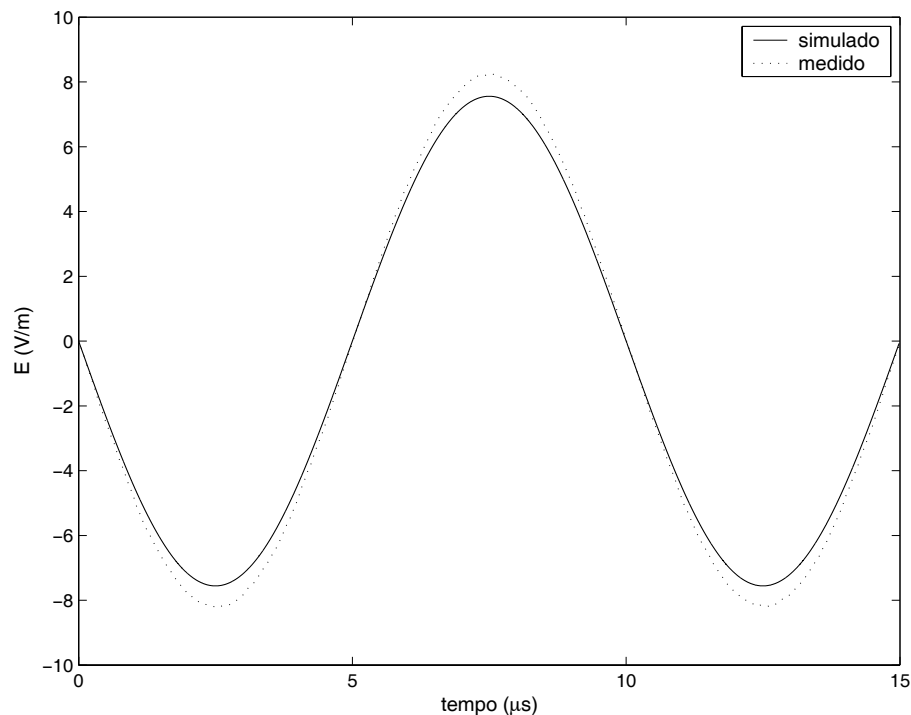


Figura 5.1: Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para $f = 100 \text{ kHz}$.

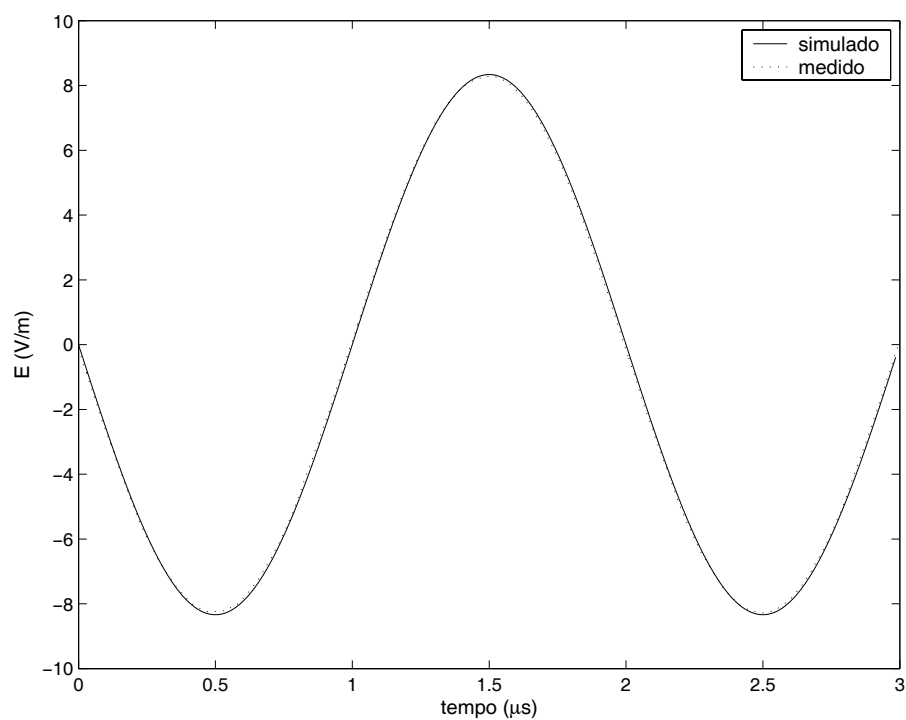


Figura 5.2: Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para $f = 500 \text{ kHz}$.

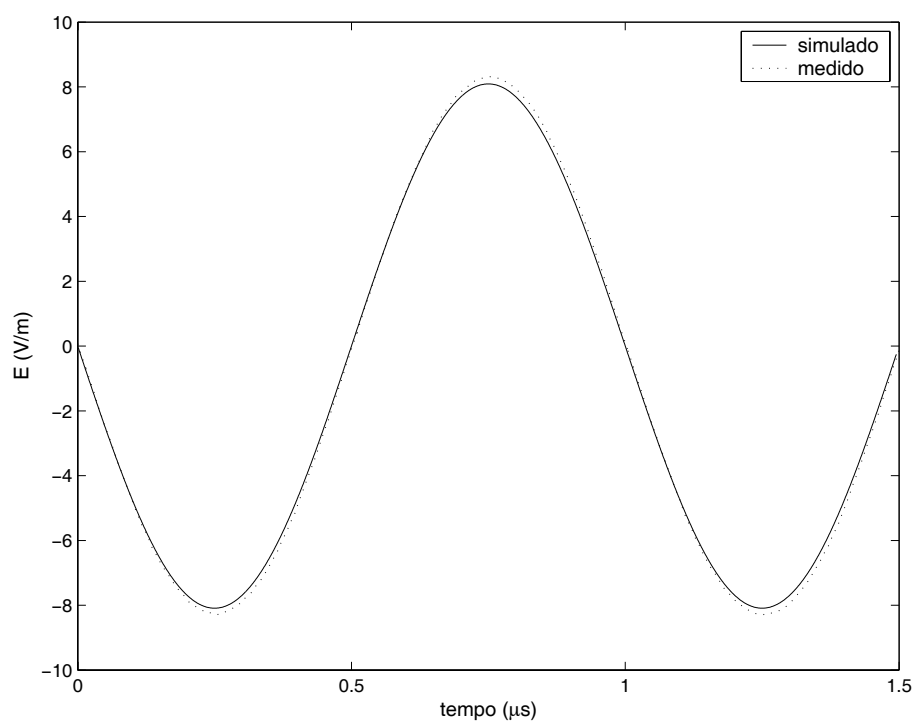


Figura 5.3: Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para $f = 1 \text{ MHz}$.

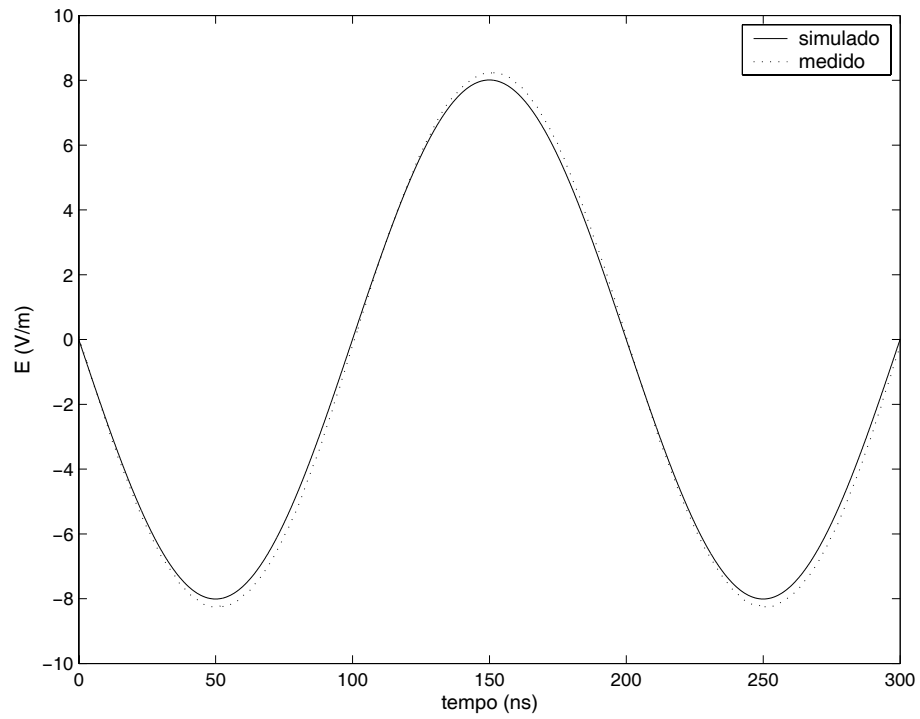


Figura 5.4: Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para $f = 5 \text{ MHz}$.

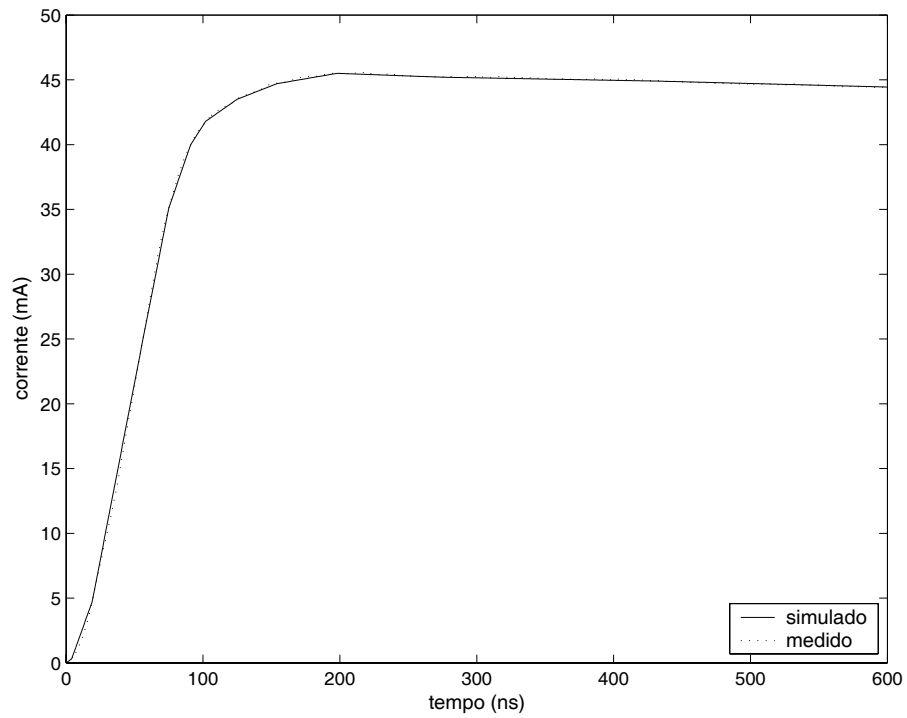


Figura 5.5: Degrau de corrente injetado na linha horizontal.

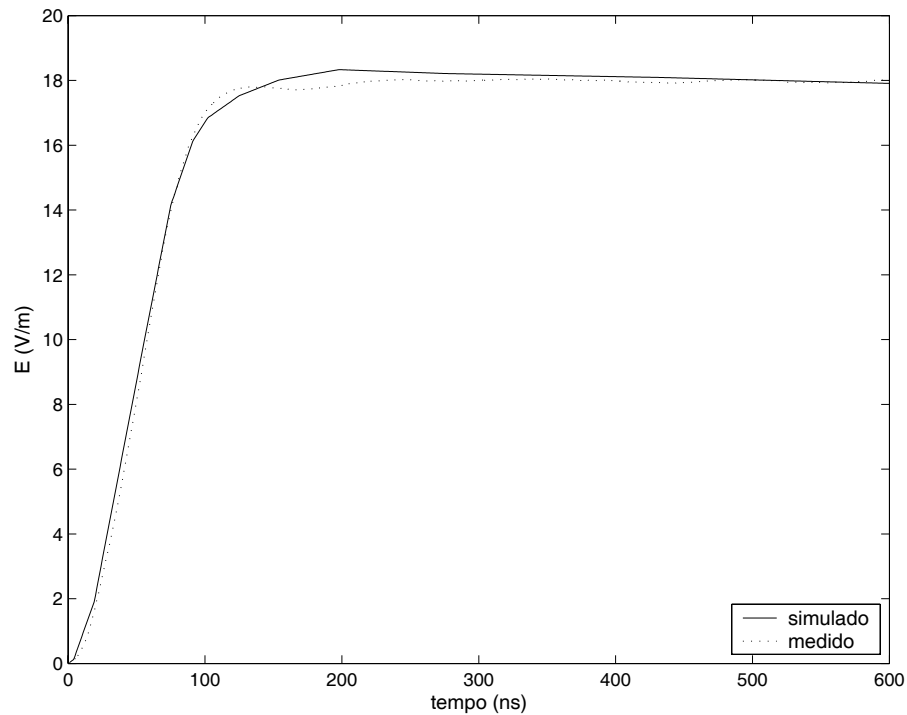


Figura 5.6: Comparação entre o campo elétrico simulado e medido para o degrau da figura 5.5.

Para o campo magnético, a linha foi posicionada a 20 cm do plano terra e o ponto de observação foi considerado a 3 cm deste, equivalente à metade da altura da respectiva antena de medição. Neste caso, as tensões aplicadas na linha resultaram em correntes de 23 mA de amplitude que foram utilizadas nas simulações. Um degrau de corrente (figura 5.7) também foi utilizado. Os resultados da comparação dos campos são apresentados nas figuras 5.8 a 5.11.

A utilização de sinais de baixa frequência (abaixo de 500 kHz) nas medições de campo magnético foi impossibilitada pela baixa amplitude do sinal injetado na linha, acarretando um sinal de tensão induzido no medidor de campo magnético influenciado por ruído ambiente.

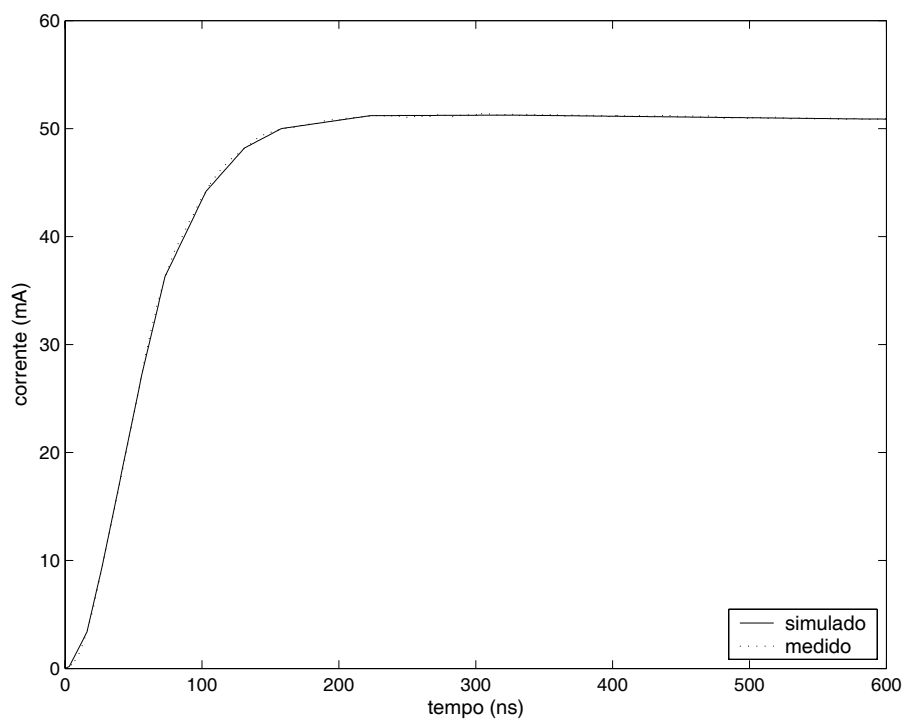


Figura 5.7: Degrau de corrente injetado no início da linha.

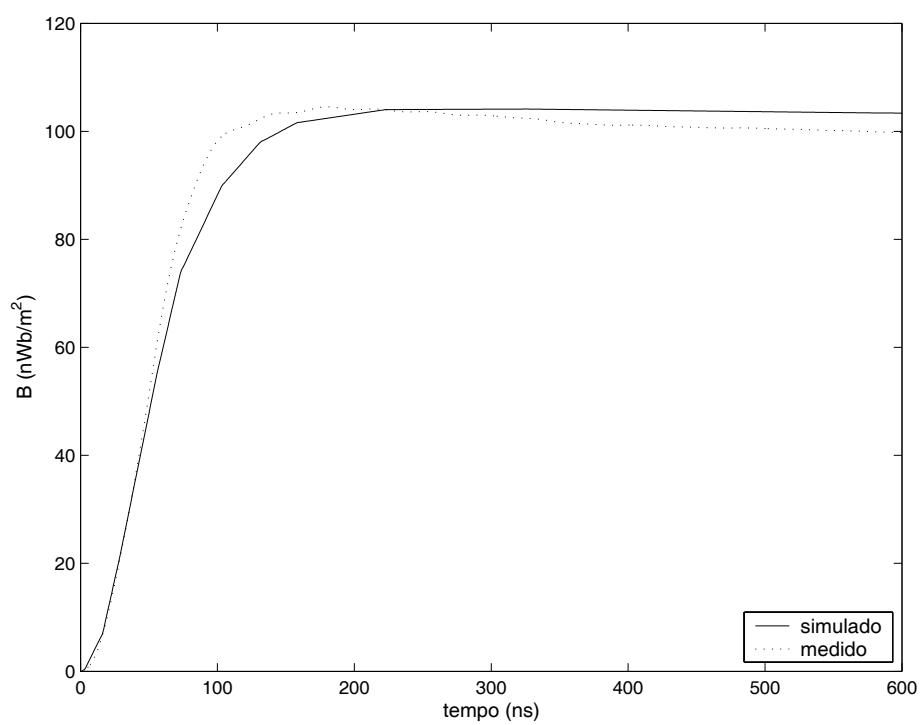


Figura 5.8: Comparação entre o campo magnético simulado e medido para a corrente da figura 5.7.

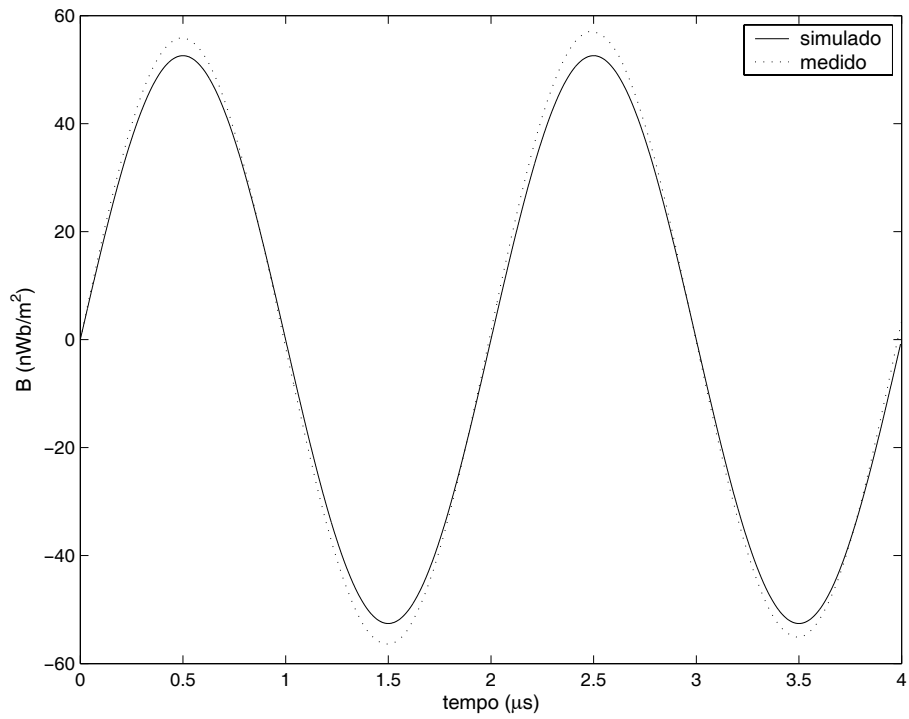


Figura 5.9: Comparação entre o campo magnético simulado e medido para $f = 500 \text{ kHz}$.

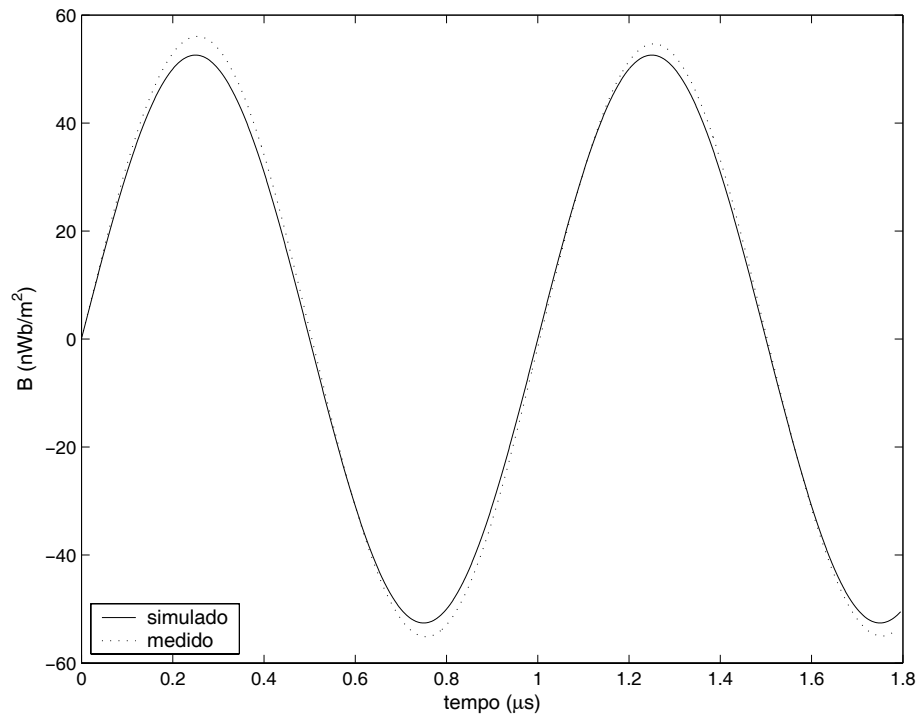


Figura 5.10: Comparação entre o campo magnético simulado e medido para $f = 1 \text{ MHz}$.

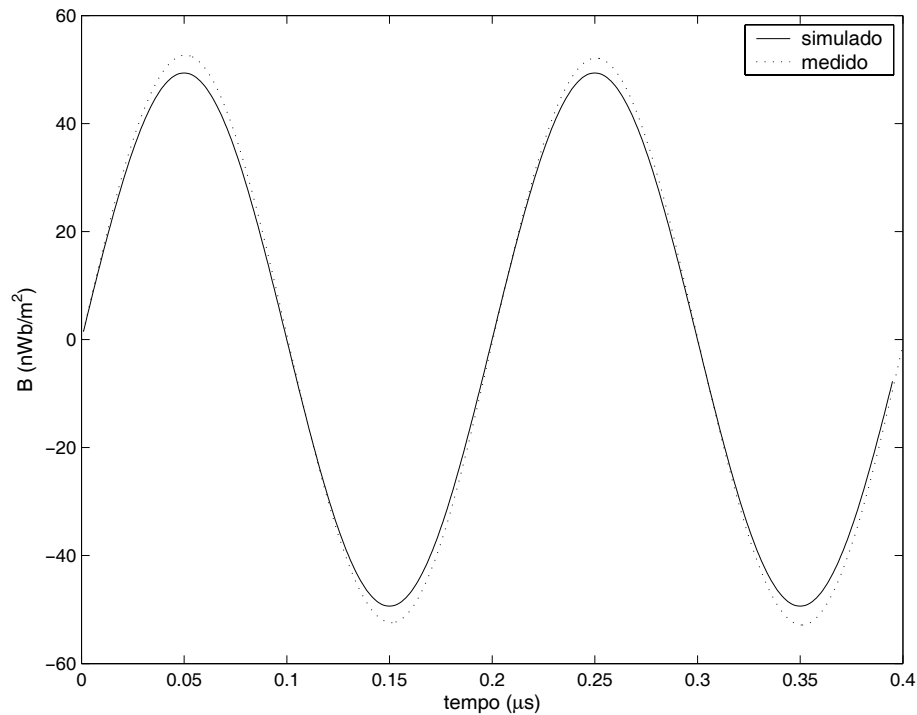


Figura 5.11: Comparação entre o campo magnético simulado e medido para $f = 5 \text{ MHz}$.

5.3 Campos Gerados por uma Linha Horizontal

O modelo reduzido de uma linha de transmissão foi implementado conforme descrito a seguir e cujo “lay-out” é mostrado na figura 5.12.

Um fio de cobre esmaltado de $0,67 \text{ mm}$ de diâmetro e 9 m de comprimento foi esticado e fixado a suportes de madeira a uma altura de $0,30 \text{ m}$, passando pelo centro do plano terra. O gerador foi conectado a uma das extremidades da linha, sendo a outra casada com o auxílio de um potenciômetro ajustado no valor da impedância característica da linha. Pontos no meio da linha, para conexão da antena de campo ao plano terra, foram colocados em baixo e também a 20 cm desta. A impedância característica da linha foi calculada através da equação [51]:

$$Z = 138 \log_{10} \frac{2h}{r} \quad (\Omega), \quad (5.1)$$

onde h é a altura da linha acima do solo e r é o raio do condutor na mesma unidade, resultando em 449Ω .

No intuito de comparar medição com simulação de campo elétrico e magnético, mediu-se os campos gerados pelo transitório de corrente na linha e comparou-se com os obtidos através de simulações.

Uma onda de corrente (figura 5.13), fornecida pelo gerador de ondas, foi aplicada à linha horizontal situada a partir da origem de um sistema de coordenadas cartesianas

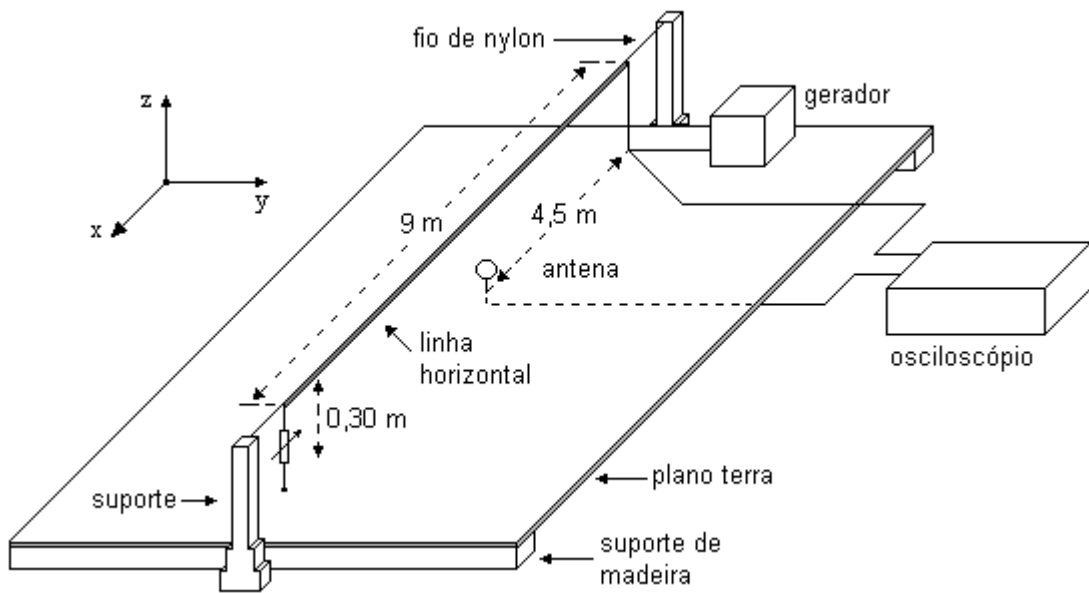


Figura 5.12: “Lay-out” do modelo reduzido da linha horizontal.

(figura 5.12) e orientada na direção positiva do eixo x . Esta propagou-se sem reflexão e sem atenuação à velocidade da luz, uma vez que a linha estava casada e não apresentava perdas. O espectro de frequência desta onda de corrente é mostrado na figura 5.14 onde observa-se que frequências acima de 4 MHz pouco influenciam na composição da onda, o que significa dizer que o menor comprimento de onda a ser considerado é da ordem de 30 m . Respeitando as restrições do método do dipolo elétrico, utilizou-se nos cálculos dos campos eletromagnéticos um comprimento de dipolo igual a 3 mm , o qual é muito menor que a menor distância da antena ao dipolo (246 mm) e também muito menor que o menor comprimento de onda a ser considerado. Os campos foram medidos e simulados em baixo e a 20 cm da linha, ou seja, nos pontos $P_1(4,5 ; 0 ; 0,054)$ e $P_2(4,5 ; 0,2 ; 0,054)$, o elétrico e em $P_3(4,5 ; 0 ; 0,03)$ e $P_4(4,5 ; 0,2 ; 0,03)$, o magnético¹, sendo estas coordenadas em metros. A forma da onda de corrente utilizada nas simulações reproduz com 12 retas a da corrente medida no ponto de conexão do gerador com a linha e os cálculos foram realizados com uma discretização temporal (Δt) igual a 1 ns .

¹O centro da espira da antena de campo magnético foi adotado como referência para o cálculos do campo magnético.

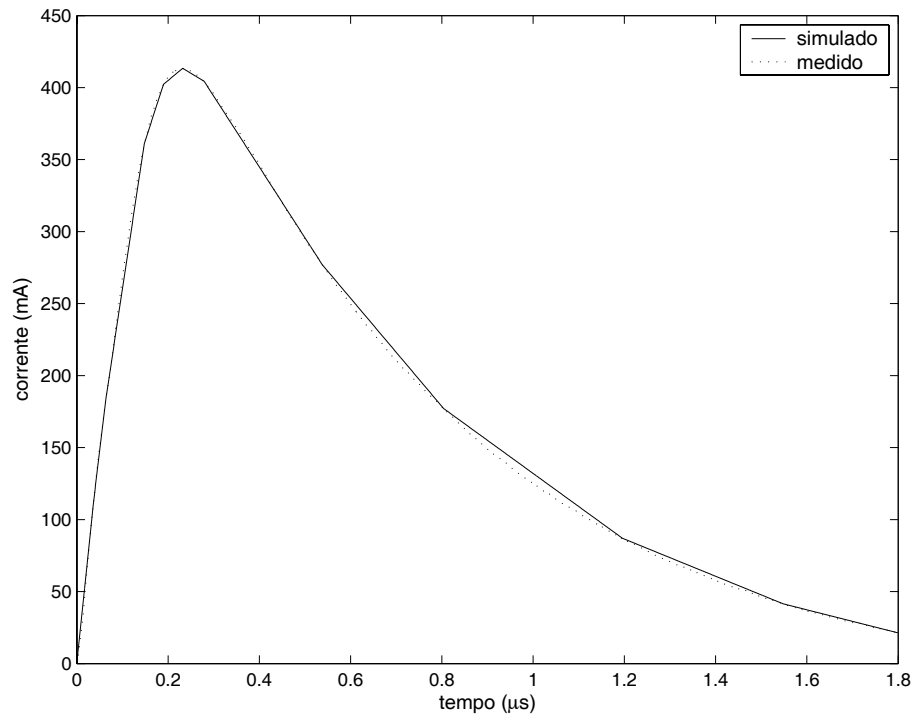


Figura 5.13: Corrente aplicada na linha horizontal.

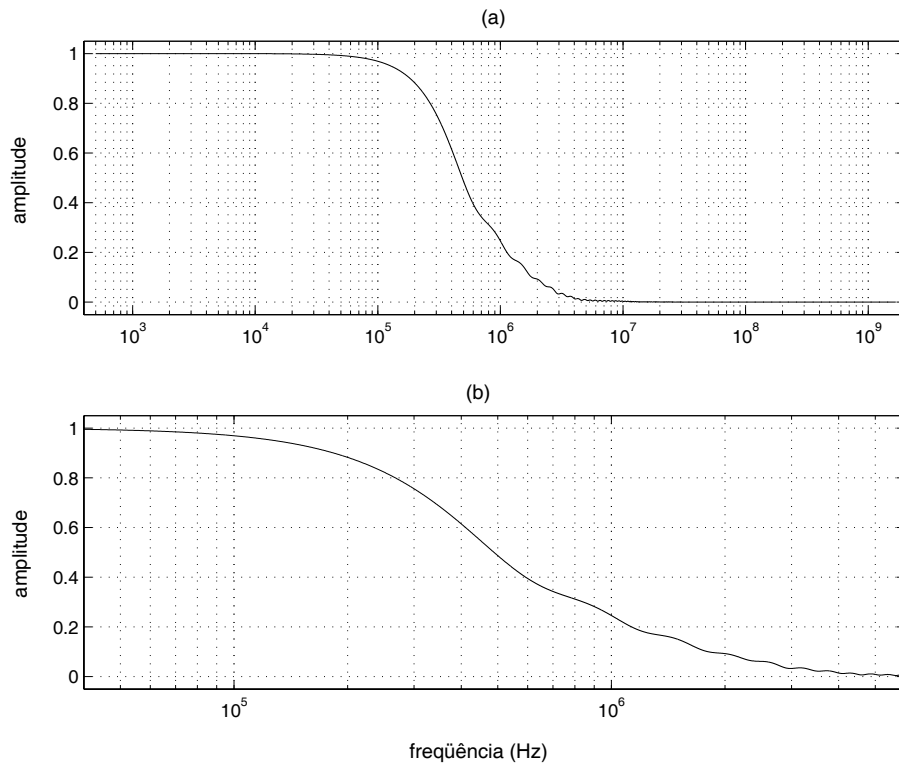


Figura 5.14: Espectro de frequência da onda de corrente aplicada na linha horizontal: (a) total; (b) ampliação da faixa de 4×10^4 a 6×10^6 Hz.

As figuras 5.15 a 5.18 apresentam os resultados da comparação entre os campos eletromagnéticos simulados e medidos em pontos diferentes. Observa-se que no campo elétrico, em ambos os pontos, as curvas tendem a se coincidirem na frente da onda e também no valor de pico, mas que ocorre uma pequena divergência na cauda, a qual pode ser atribuída à antena de medição de campo elétrico, cuja resposta filtra as componentes de baixa frequência (ver figura 4.8), que por sua vez encontram-se na cauda da onda. Com relação às curvas de campo magnético, estas também tendem a se coincidirem na frente da onda, mas apresentam divergências no pico e na cauda, embora mantenham a mesma forma. A justificativa para tais diferenças concentra-se nas dificuldades de medição do campo magnético, cujo sinal a ser medido era de baixa amplitude e bastante susceptível a interferências, como, por exemplo, ruídos. Uma outra questão a ser considerada, só que relacionada às curvas simuladas, refere-se ao fato da ponta de prova de corrente, utilizada nas medições, filtrar componentes de baixa frequência (ver banda de passagem no item 4.6.3), influenciando diretamente na cauda da onda de corrente, de maneira a diminuir sua amplitude. Sendo as formas de onda dos campos elétrico e magnético, simulados, totalmente dependentes da forma de onda da corrente, essa diferença é percebida nas comparações entre medição e simulação.

A amplitude do campo num ponto mais distante da fonte deve ser menor que a de um ponto mais próximo dela e neste sentido as figuras 5.19 e 5.20 mostram a coerência dos resultados medidos, como também a relação entre estas amplitudes.

O fato da linha estar casada significa que os campos eletromagnéticos se devem apenas à corrente incidente, ou seja, a que foi aplicada à linha e por ela propagou sem reflexões.

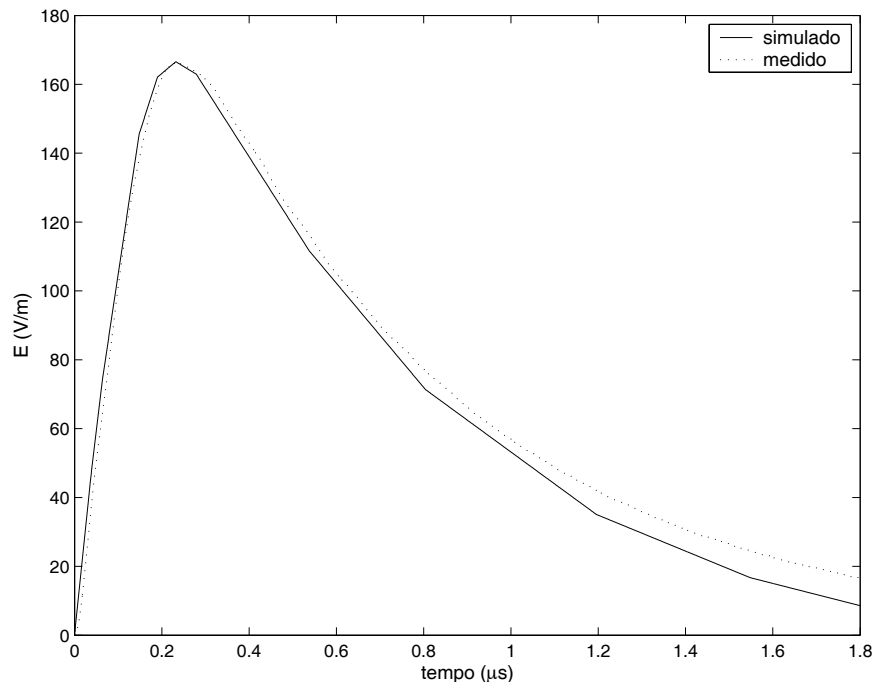


Figura 5.15: Campo elétrico em P_1 - simulado \times medido ($E_{medido} = V_{medido} \times 83$).

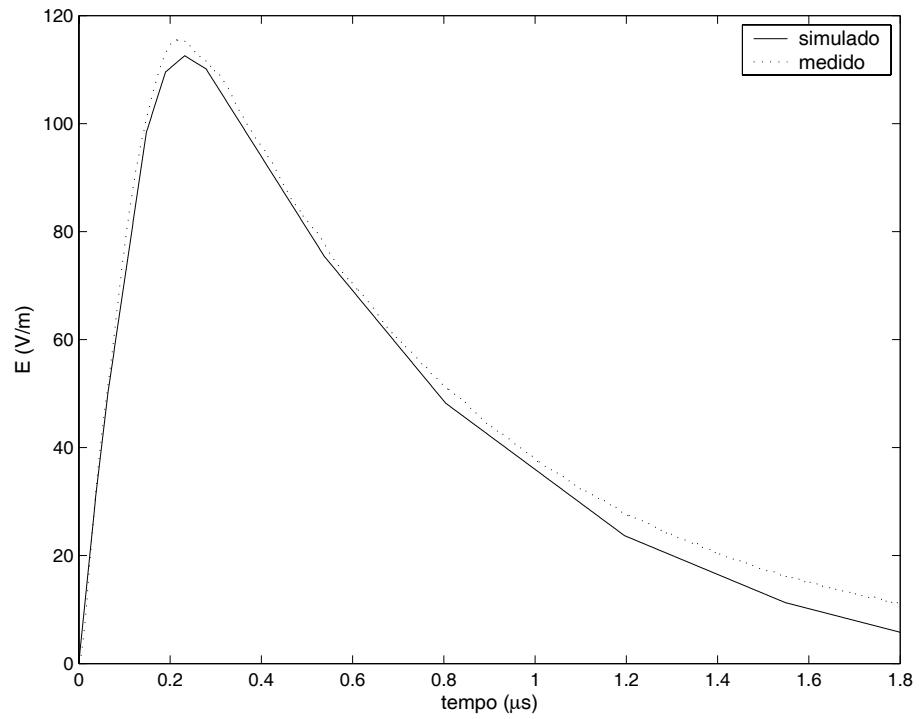


Figura 5.16: Campo elétrico em P_2 - simulado \times medido ($E_{medido} = V_{medido} \times 83$).

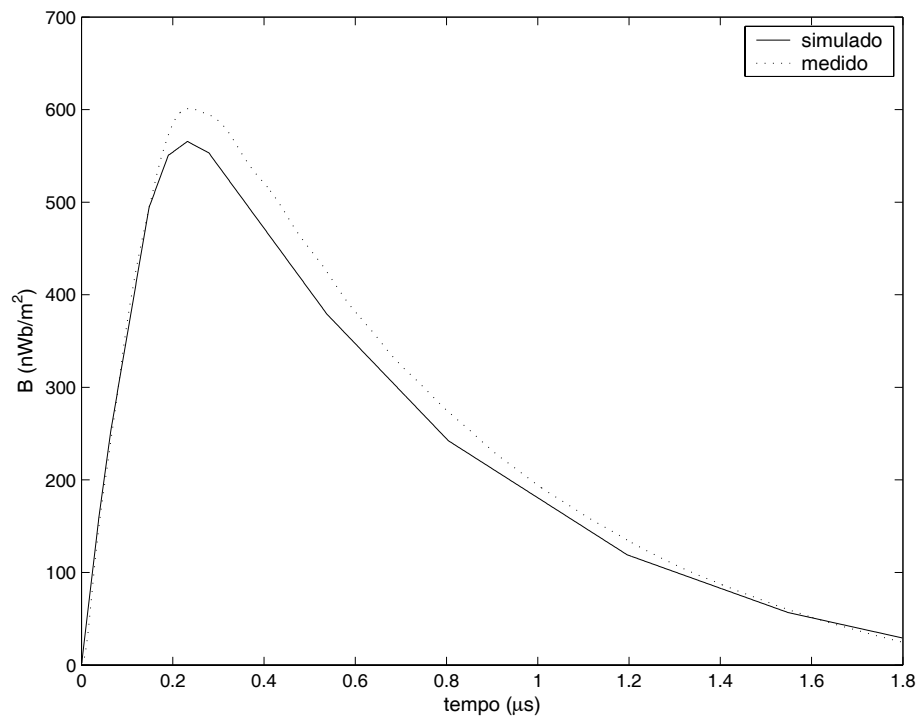


Figura 5.17: Campo magnético em P_3 - simulado \times medido.

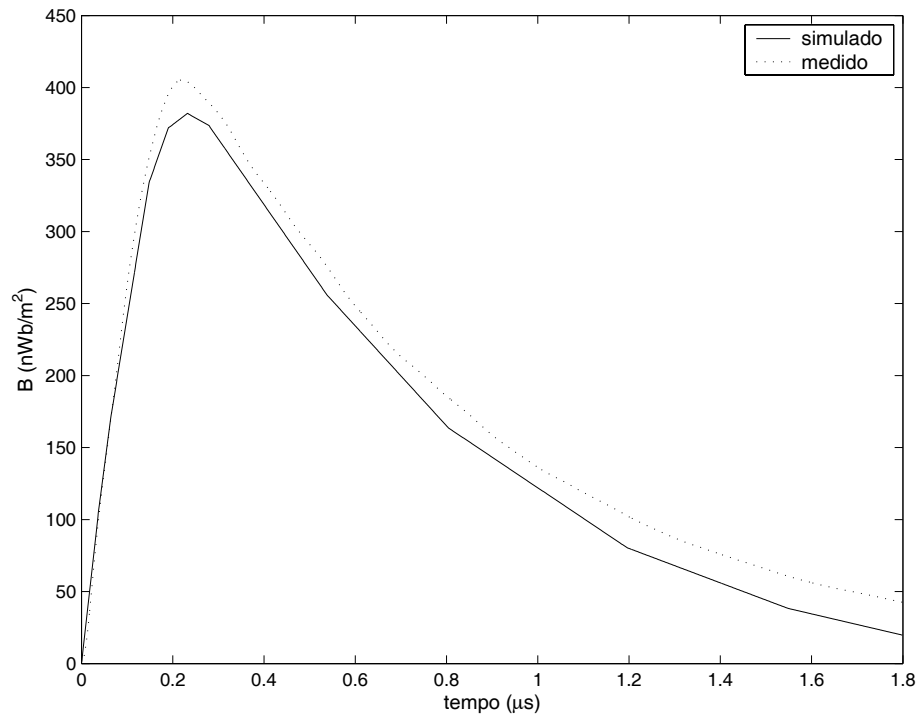


Figura 5.18: Campo magnético em P_4 - simulado \times medido.

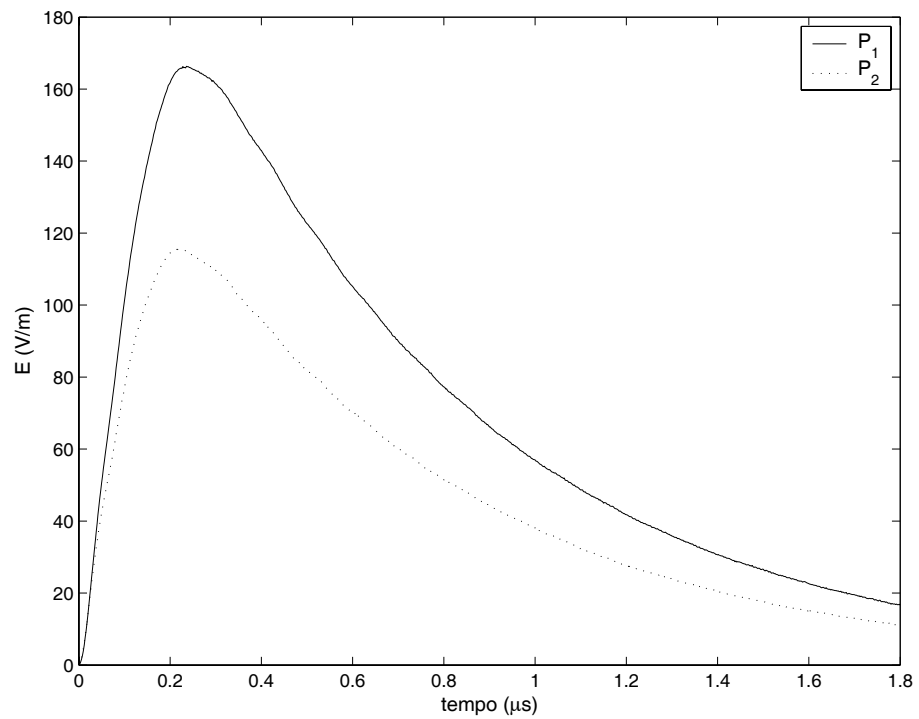


Figura 5.19: Comparação entre o campo elétrico medido em P_1 e P_2 .

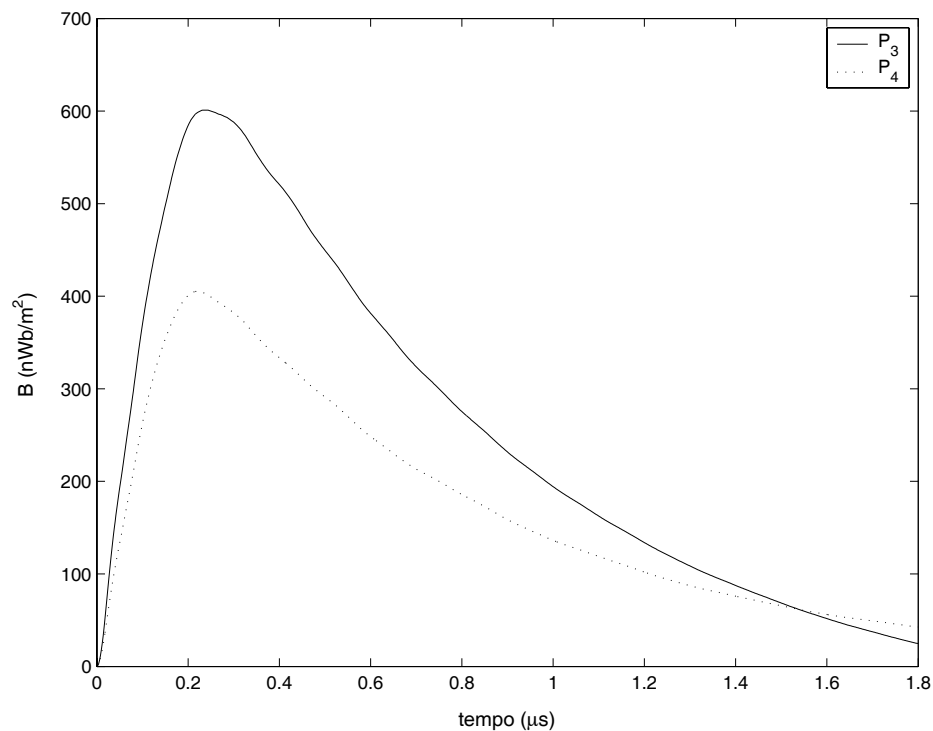


Figura 5.20: Comparação entre o campo magnético medido em P₃ e P₄.

5.4 Campos Gerados por uma Linha Vertical

Um fio de cobre esmaltado de $0,67 \text{ mm}$ de diâmetro e 18 m de comprimento foi utilizado na representação da linha vertical, o qual foi suspenso por meio de um fio de nylon, sustentado por uma roldana fixa no teto do laboratório e posicionada no ponto médio do plano terra. Pontos para conexão das antenas de campo ao plano foram colocados a 25 e 50 cm da base da linha. A uma distância de 2 m das laterais do plano não havia nenhum objeto. O gerador e o osciloscópio foram posicionados em baixo do plano terra.

Na sua base foi conectado o gerador de impulso, cuja onda de corrente propagou-se em direção ao topo da linha que encontrava-se aberta (figura 5.21). A variação da capacitância da linha vertical com a altura não foi considerada e assim, utilizou-se nas simulações uma velocidade constante e igual a da luz, bem como um valor de impedância fixo de 450Ω .

A onda de corrente ao propagar-se pela linha atingiu o topo desta em aproximadamente 60 ns , onde foi refletida e viajou em direção ao gerador, o qual lhe impôs nova reflexão. Deste modo, os campos eletromagnéticos, num determinado ponto, foram compostos por parcelas originadas destas correntes transitórias. No primeiro momento, comparou-se os campos medidos com os simulados a partir desta linha, considerando-se o gerador como uma fonte ideal, logo, um circuito aberto para corrente. Para isso, utilizou-se a onda de corrente mostrada na figura 5.22 e cujo transitório foi calculado considerando-se a linha aberta.

A linha vertical foi considerada na origem do sistema de coordenadas e o ponto de

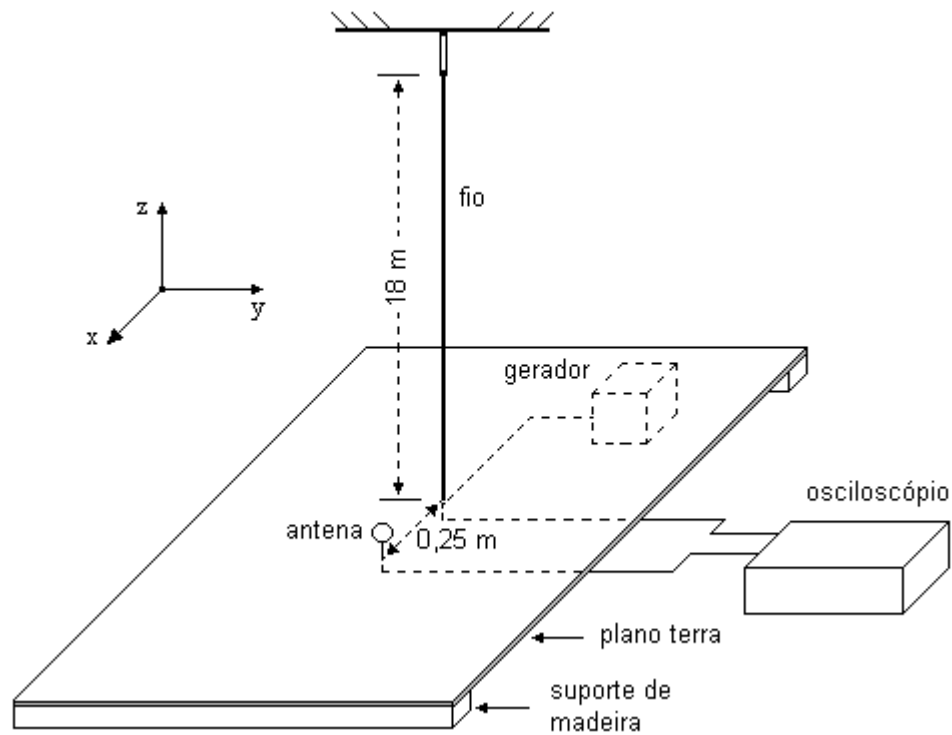


Figura 5.21: “Lay-out” do modelo reduzido com a linha vertical.

observação para os campos elétrico e magnético, respectivamente, em $P_1(0,25 ; 0 ; 0,054)$ e $P_2(0,28 ; 0 ; 0,03)$. Comparando as formas de onda do campo elétrico simulado e medido (figura 5.23) observa-se o mesmo comportamento das duas até o tempo aproximado de 120 ns , quando, então, ocorre uma elevação do campo simulado. As ondas de campo magnético (figura 5.24) praticamente coincidem na frente da onda e se mantêm próximas até o tempo de 120 ns , após o qual se divergem. O ponto, a partir do qual as ondas passam a divergirem coincide com o da mudança na forma de onda da corrente que lhe é imposta pela fonte, ou seja, o gerador.

No intuito de investigar a influência da condição de contorno imposta pela fonte à onda de corrente e conseqüentemente às ondas de campos eletromagnéticos gerados por esta, modelou-se o gerador² de forma a conseguir, após o cálculo transitório, uma onda de corrente o mais próximo possível da onda medida. O resultado é apresentado na figura 5.25. A partir desta nova distribuição de corrente simulou-se novamente os campos eletromagnéticos, comparando-os com os medidos, sendo os resultados mostrados nas figuras 5.26 e 5.27. Observa-se agora que as curvas do campo elétrico apresentam o mesmo comportamento, ou seja, tendem a crescer, embora ainda estejam distantes de coincidirem-se. Ambas as ondas do campo magnético apresentam, agora, o mesmo comportamento, tendendo a diminuir a cauda. Todavia, é possível concluir que a onda de corrente refletida no gerador é influenciada por este e conseqüentemente os campos também são.

²Para isso utilizou-se o programa EMTP via subrotina CONNEC [52].

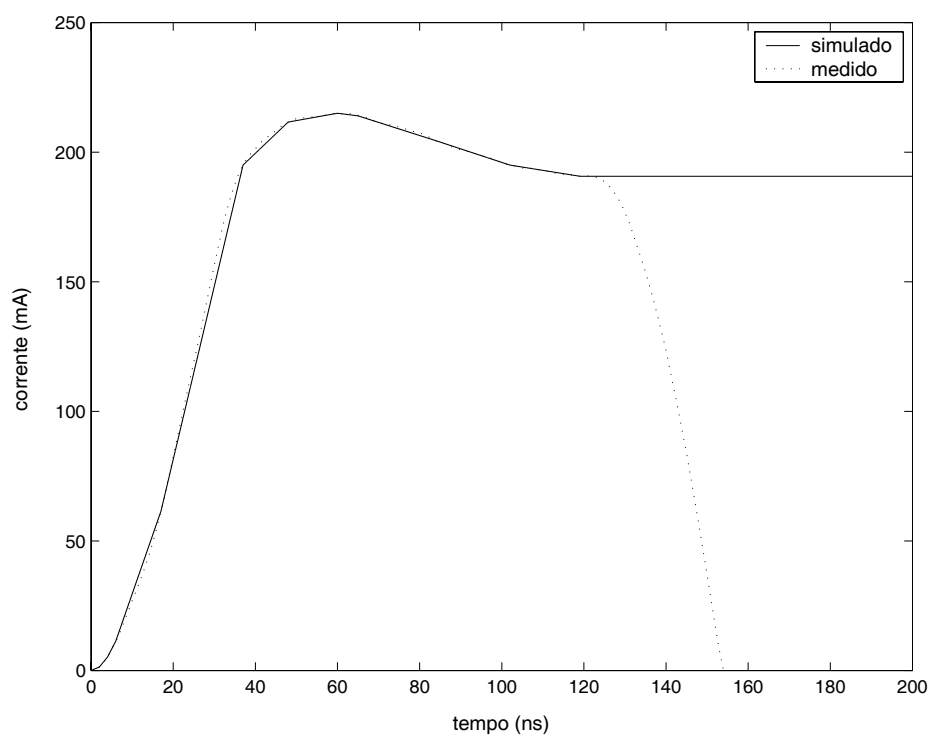


Figura 5.22: Corrente na base da linha vertical.

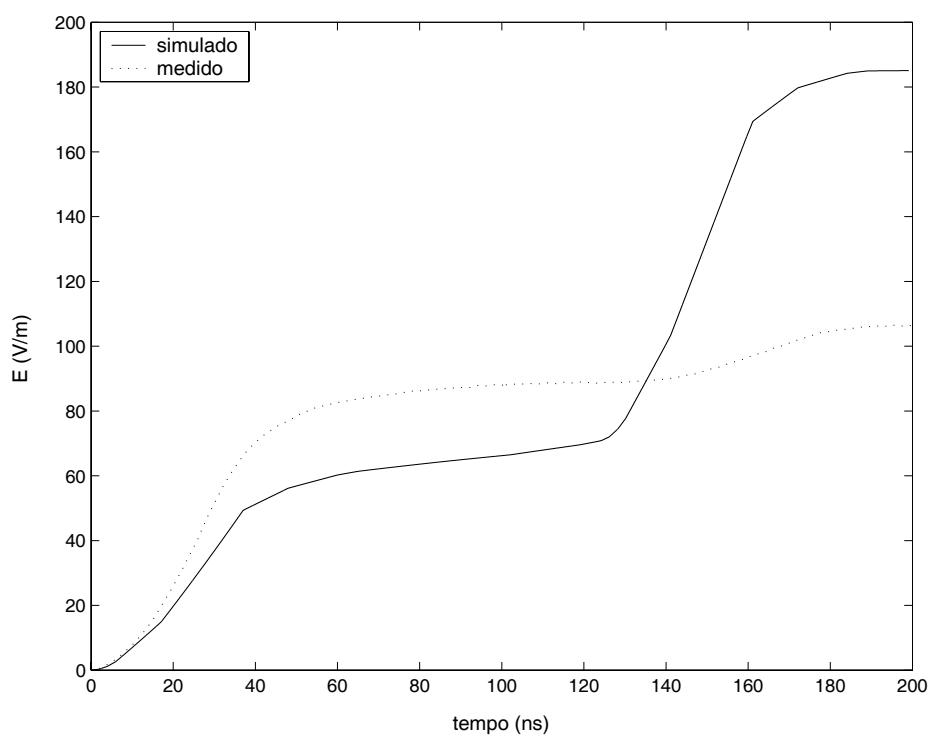


Figura 5.23: Campo elétrico em P₁ - linha vertical.

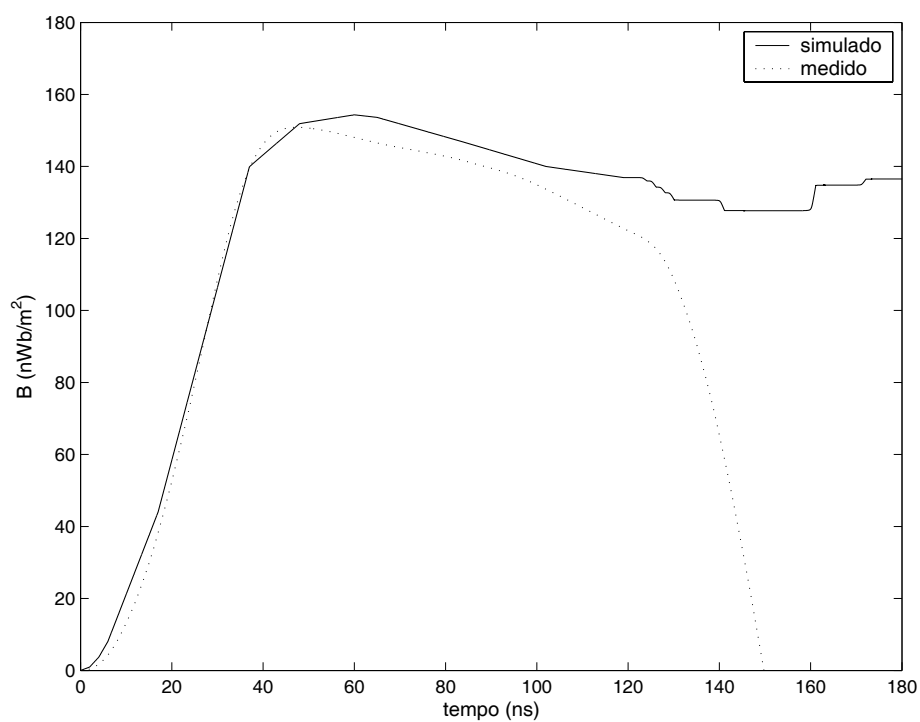


Figura 5.24: Campo magnético em P_2 - linha vertical.

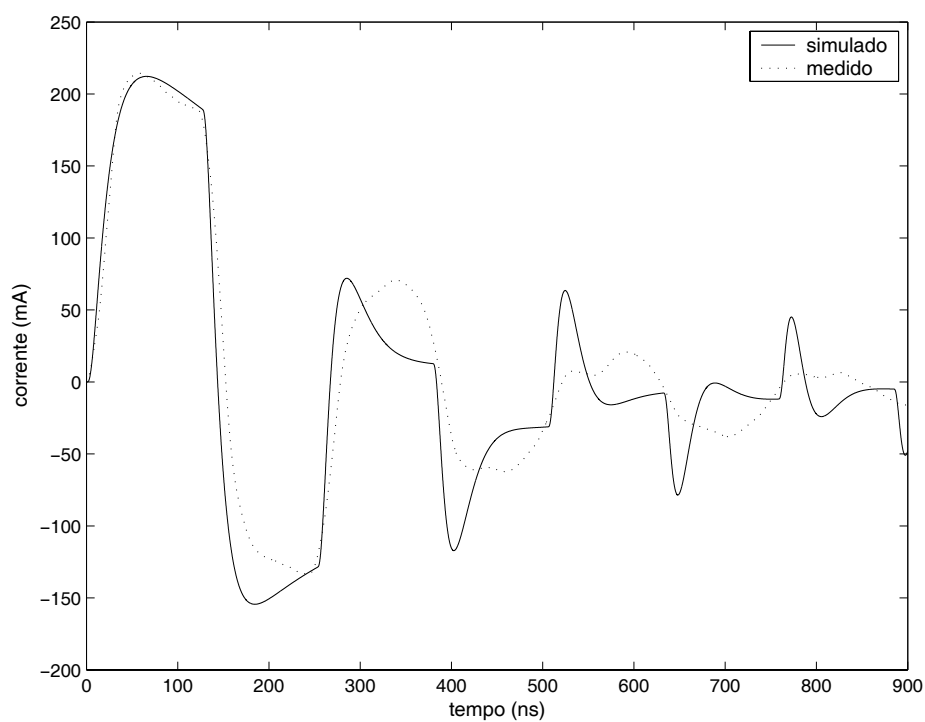


Figura 5.25: Corrente na base da linha vertical considerando a modelagem da fonte.

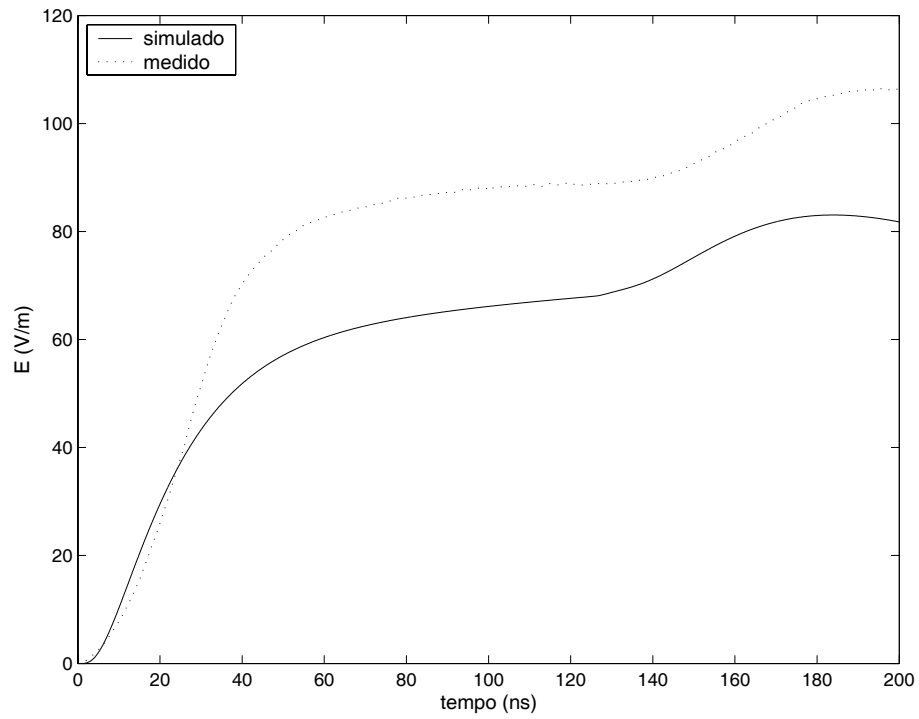


Figura 5.26: Campo elétrico em P_1 considerando a modelagem da fonte - linha vertical.

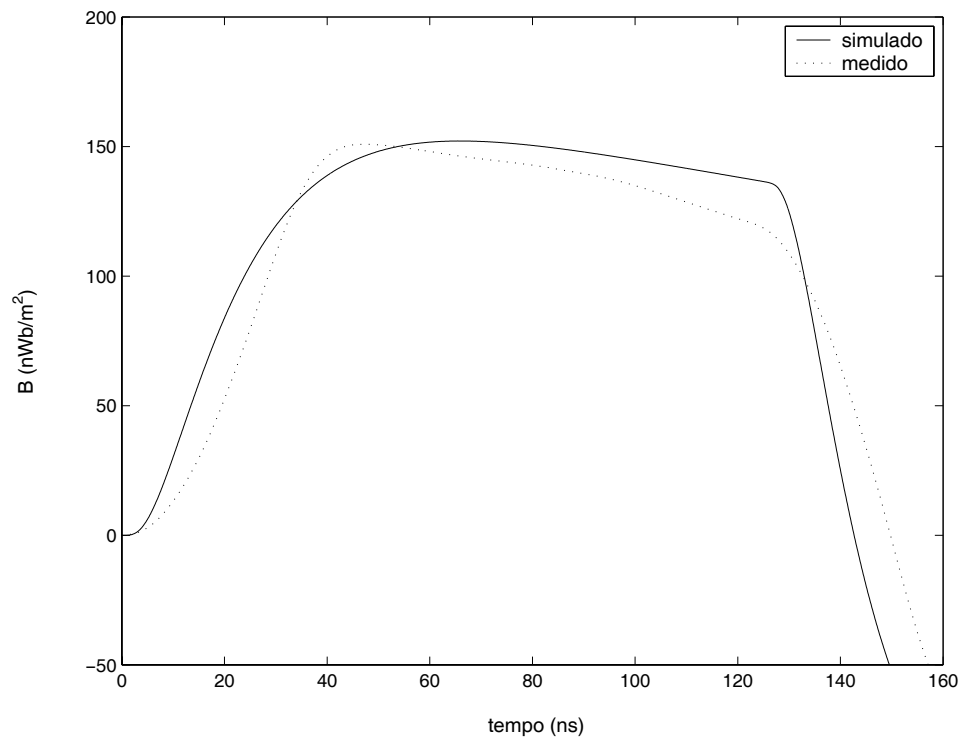


Figura 5.27: Campo magnético em P_2 considerando a modelagem da fonte - linha vertical.

5.5 Campos Gerados pelo Canal de Espiras

O canal de espiras foi suspenso utilizando-se a mesma estrutura anterior, sendo também posicionado no ponto médio do plano terra. Do mesmo modo, os pontos de conexão das antenas de campo ao plano terra foram aproveitados. Com relação ao sistema de coordenadas cartesianas, este coincidiu com o eixo z .

Na base do canal de espiras (figura 5.28) foi injetado a corrente, cujas formas de onda, medida e simulada, podem ser vistas na figura 5.29. A onda de corrente propagou em direção ao topo do canal com uma velocidade aproximada de $150 \text{ m}/\mu\text{s}$, valor este que também foi utilizado no cálculo do transitório de corrente considerando-se o topo do canal aberto.

As curvas do campo elétrico (figura 5.30) simulada e medida em $P_1(0,25 ; 0 ; 0,054)$, assim como no caso da linha vertical, apresentam o mesmo comportamento, embora não coincidam em amplitude. Já as curvas do campo magnético (figura 5.31) simulada e medida em $P_2(0,28 ; 0 ; 0,03)$ apresentam um comportamento similar e mostram a tendência de reproduzir a forma de onda da corrente.

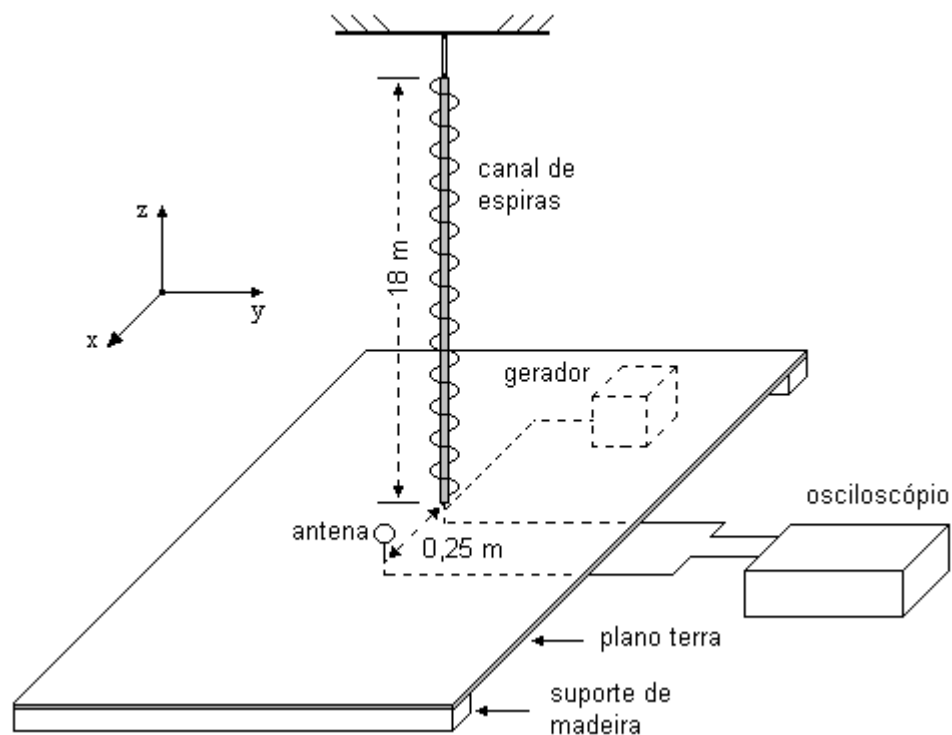


Figura 5.28: “Lay-out” do modelo reduzido com o canal de espiras.

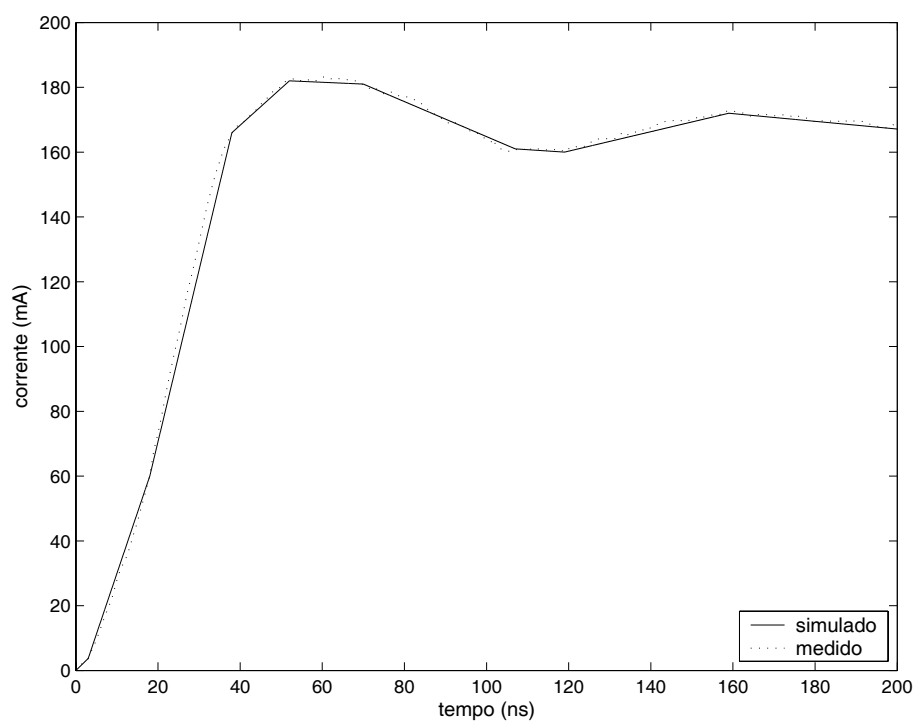


Figura 5.29: Corrente na base do canal de espiras.

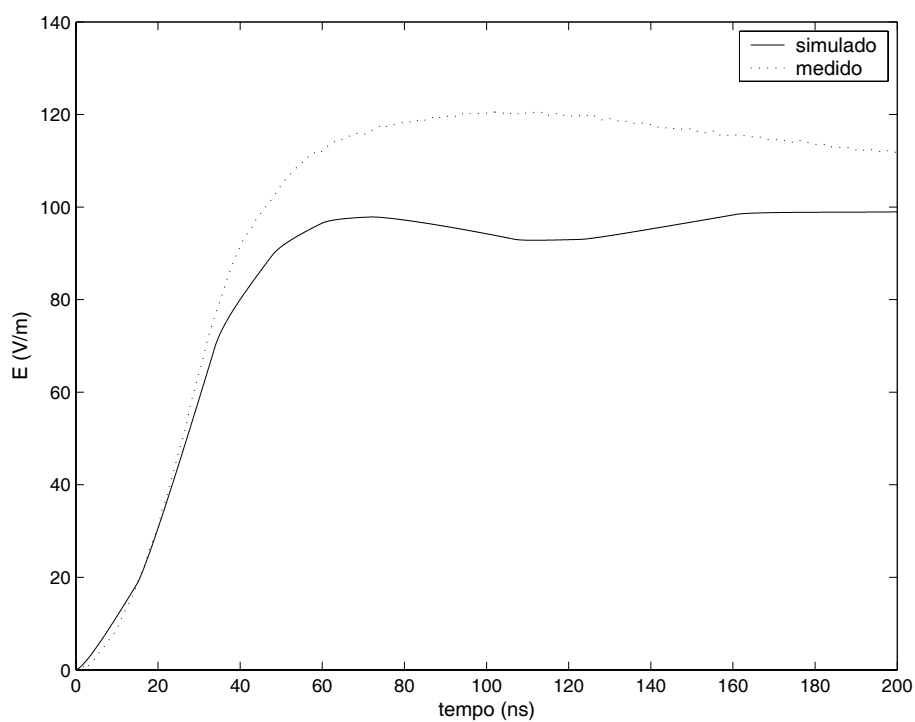


Figura 5.30: Campo elétrico em P_1 - canal de espiras.

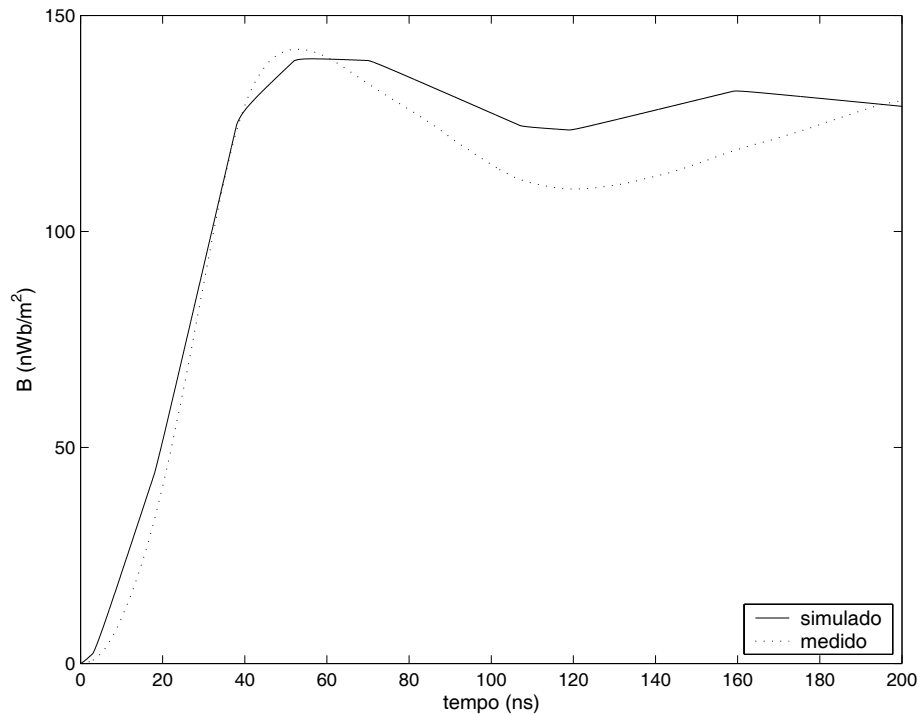


Figura 5.31: Campo magnético em P_2 - canal de espiras.

5.6 Campos Gerados pelo Canal Resistivo

O canal resistivo (figura 5.32) caracteriza-se por elevadas perdas e por isso, antes de calcular os campos eletromagnéticos gerados a partir deste, investigou-se o comportamento da corrente ao longo do mesmo e principalmente, a reprodução, via simulação, deste comportamento. Para isso, injetou-se na base do canal uma onda de corrente, a qual propagou por este com uma velocidade de $130 \text{ m}/\mu\text{s}$ e então, mediu-se a corrente em alguns pontos ao longo do canal. Os resultados são mostrados na figura 5.33. Em seguida, procurou-se reproduzir estes resultados via cálculo do transitório de corrente, onde considerou-se um valor de perda igual a $520 \Omega/m$, obtendo-se as curvas da figura 5.34, as quais se aproximam das medidas.

Os campos elétrico e magnético gerados pelo transitório de corrente, cuja forma de onda na base do canal pode ser vista na figura 5.35, foram medidos e simulados, respectivamente, em $P_1(0,25 ; 0 ; 0,054)$ e $P_2(0,28 ; 0 ; 0,03)$. A frente das ondas, tanto do campo elétrico (figura 5.36), quanto do magnético (figura 5.37), tendem a se coincidir. As curvas do campo elétrico apresentam um comportamento similar nos primeiros 200 ns , quando, então, a cauda do campo medido começa a cair, enquanto a do simulado se mantém. Já o campo magnético começa a divergir após 100 ns .

A onda de corrente que propaga a partir da fonte desaparece antes de atingir a extremidade aberta do canal e por isso, os campos medidos e simulados não são influenciados por reflexões nesta terminação.

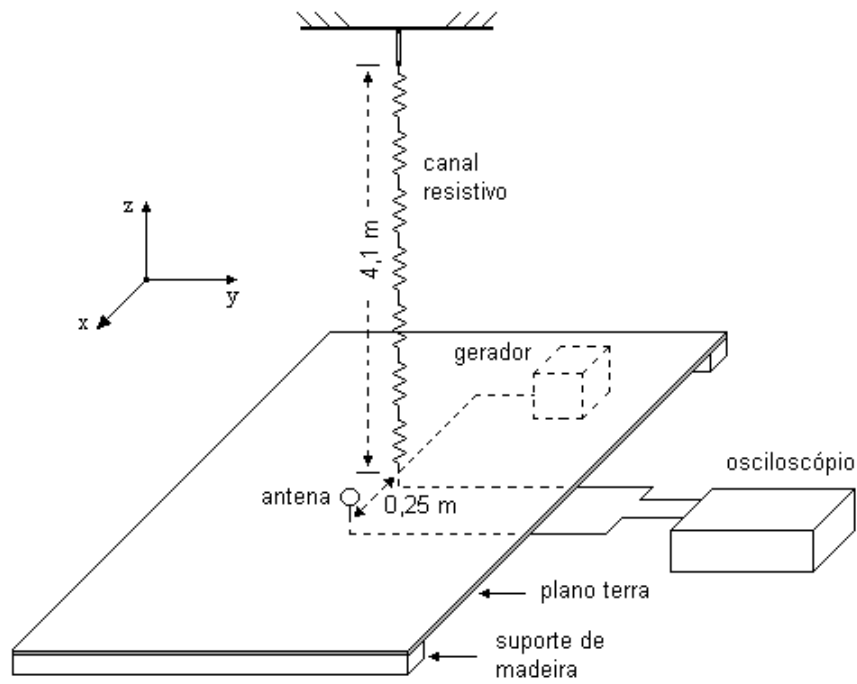


Figura 5.32: “Lay-out” do modelo reduzido com o canal resistivo.

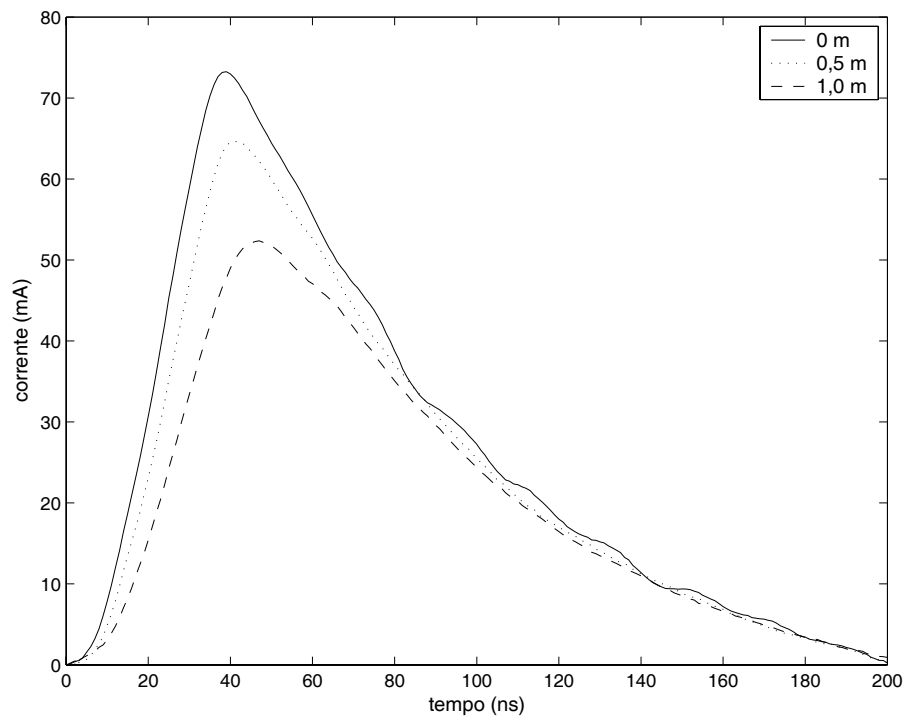


Figura 5.33: Correntes medidas ao longo do canal resistivo.

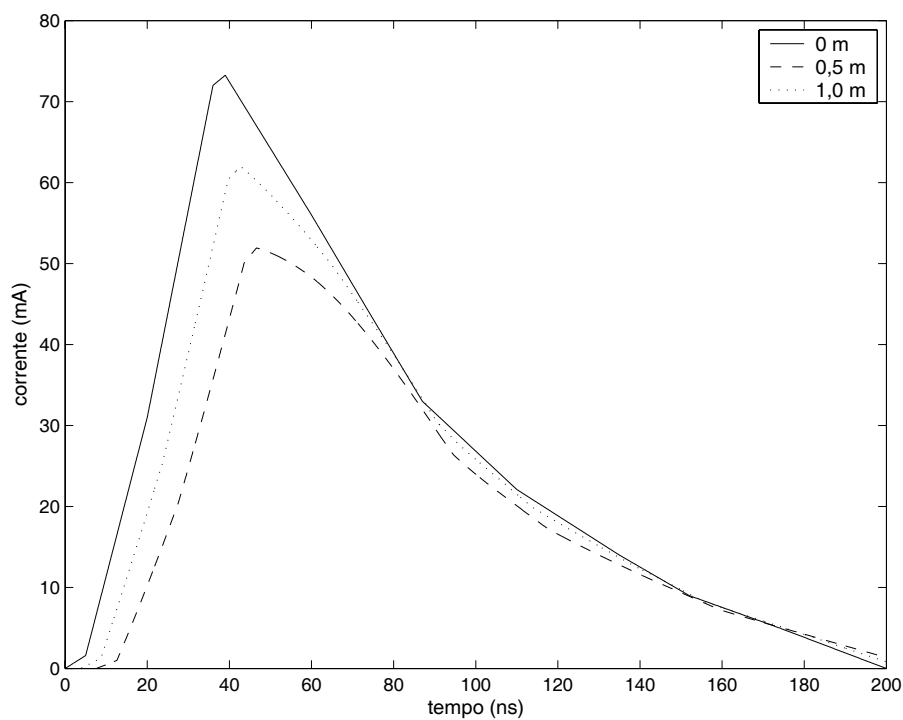


Figura 5.34: Correntes simuladas ao longo do canal resistivo.

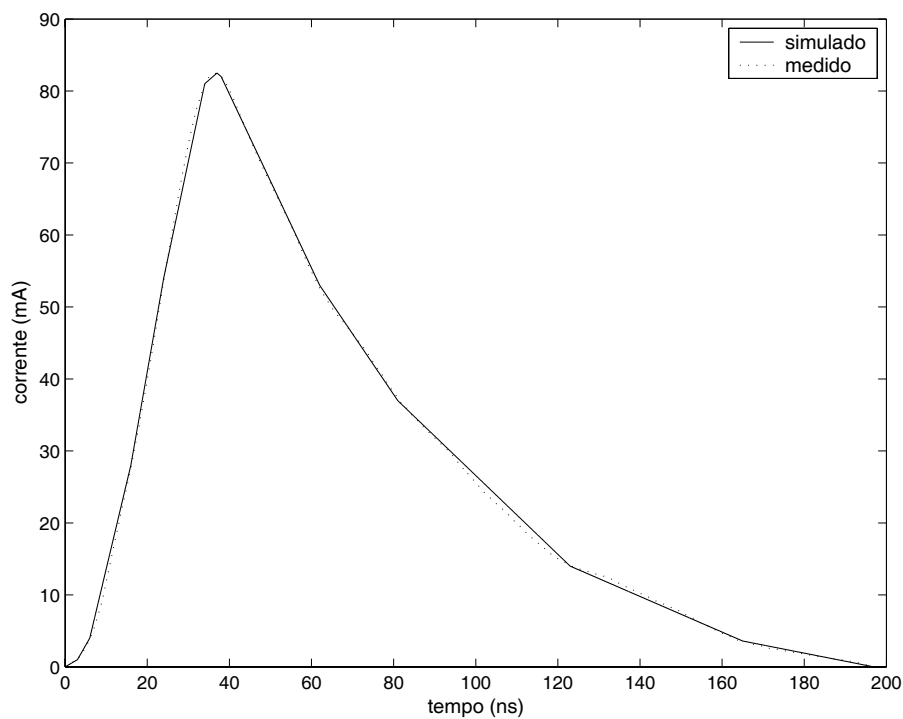


Figura 5.35: Corrente na base do canal resistivo.

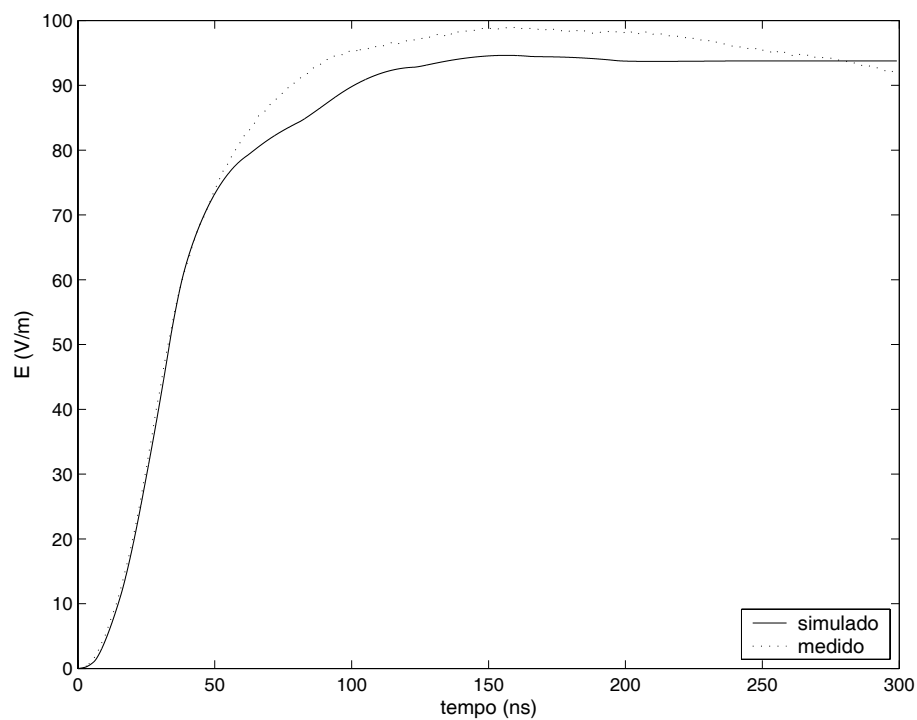


Figura 5.36: Campo elétrico em P_1 - canal resistivo.

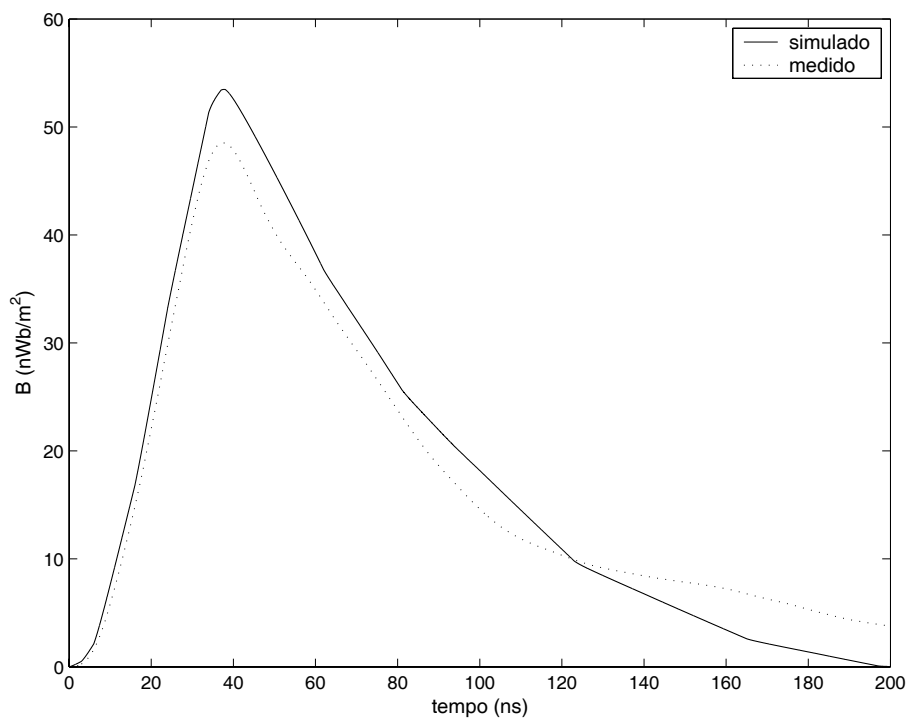


Figura 5.37: Campo magnético em P_2 - canal resistivo.

5.7 Influência do Tamanho do Canal nos Campos Eletromagnéticos

Um canal de descarga atmosférica pode variar de 2 a 14 *km* de altura [31] e acredita-se que as suas perdas sejam elevadas, atenuando e distorcendo a onda de corrente de retorno, como visto no item 3.5.

Os campos eletromagnéticos gerados pela corrente de retorno de descarga atmosférica depende, além da própria corrente, da distância do ponto de observação ao canal de descarga. Por ser o canal muito extenso, é interessante investigar o quanto de sua altura realmente contribui para o campo eletromagnético em regiões próximas deste.

Seja, então, uma onda de corrente, representativa de descarga atmosférica, com tempo de frente de 2 μs , tempo de meia cauda igual a 40 μs , 20 *kA* de amplitude e propagando por um canal de altura *h* com velocidade de 80 *m/μs* (figura 5.38). Os campos elétrico e magnético gerados a partir desta corrente e observados em P_1 , ou seja, a 300 *m* da base do canal, foram calculados considerando-se diferentes tamanhos do canal.

O canal foi representado por uma linha de transmissão disposta verticalmente, sendo utilizada a condição de contorno casada que assegurou uma propagação da onda de corrente sem reflexões. Sem a presença de perdas no canal nota-se que a partir de 6 *km* de altura a contribuição deste passou a ser mínima para o campo elétrico (figura 5.39) e com perdas de 5 Ω/m , essa altura diminuiu para 4 *km* (figura 5.40). Já para o campo magnético, o canal sem perdas a partir de 2 *km* de altura pouco contribuiu (figura 5.41) e com perdas, a partir desta altura, a sua contribuição foi desprezível (figura 5.42).

Com relação às perdas, estas influenciam e muito na distribuição de corrente no canal. Quanto mais elevadas forem, maior será a atenuação da corrente, tendendo a desaparecer ao longo do canal. A baixa amplitude da corrente, ou mesmo a ausência desta, a partir de uma certa altura do canal faz com que o restante do mesmo, deste ponto em diante, não contribua mais para os campos eletromagnéticos.

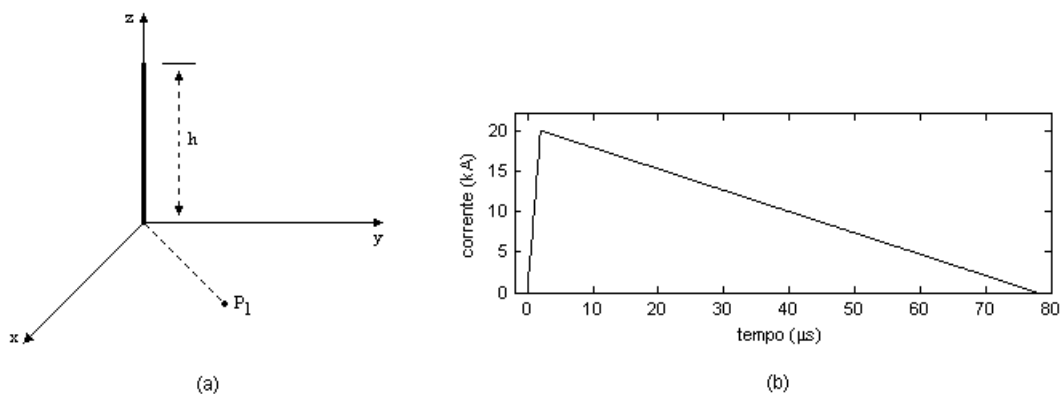


Figura 5.38: Dados de simulação: (a) canal de descarga e ponto de observação P_1 a 300 *m* da base do canal; (b) onda de corrente injetada na base do canal com 2 μs de tempo de frente e 40 μs de tempo de meia cauda.

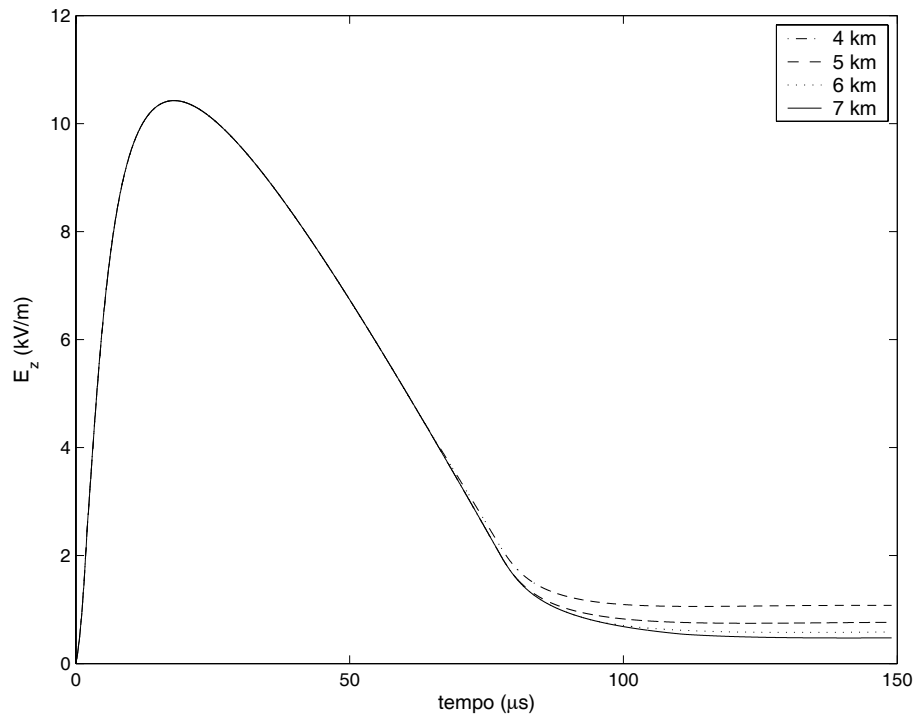


Figura 5.39: Contribuição do canal sem perdas no campo elétrico observado a 300 m de sua base.

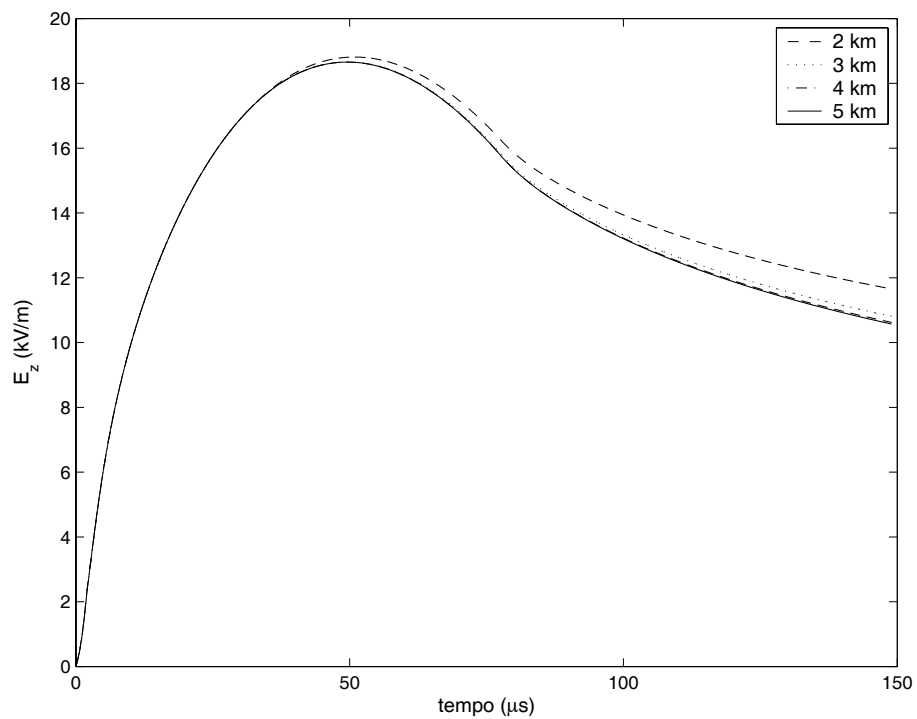


Figura 5.40: Contribuição do canal com $5 \Omega/m$ de perdas no campo elétrico observado a 300 m de sua base.

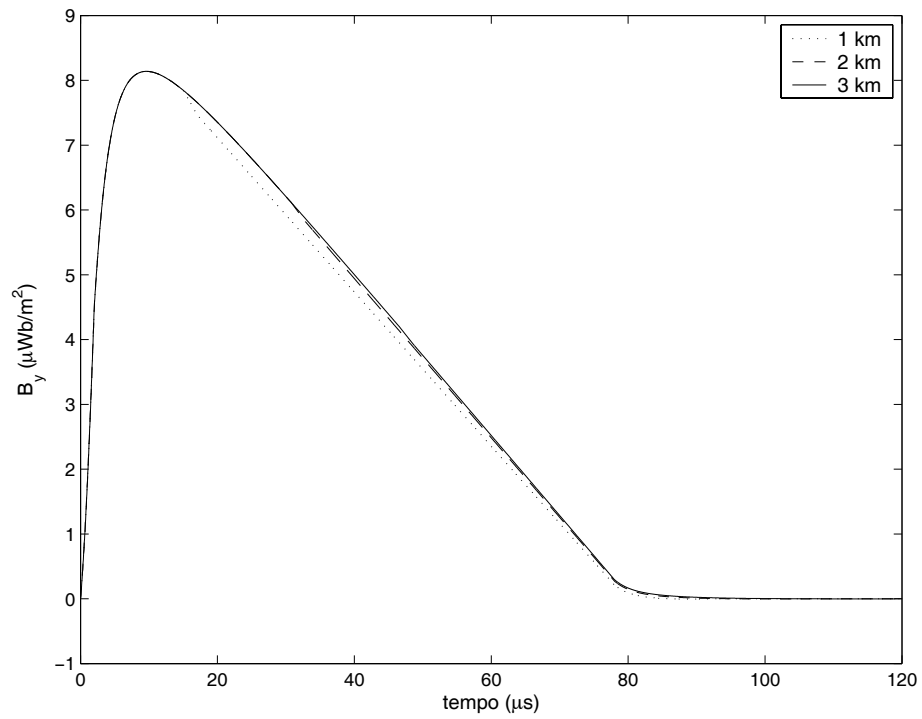


Figura 5.41: Contribuição do canal sem perdas no campo magnético observado a 300 m de sua base.

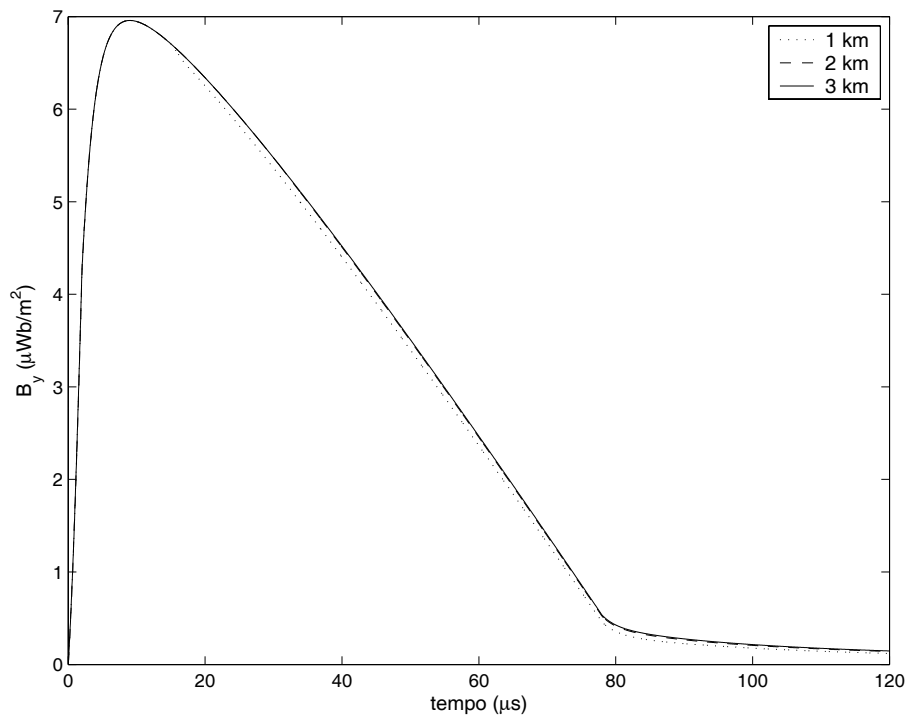


Figura 5.42: Contribuição do canal com $5 \Omega/m$ de perdas no campo magnético observado a 300 m de sua base.

5.8 Influência da Forma de Onda da Corrente nos Campos

As ondas de corrente de descarga atmosférica são caracterizadas pelo seu tempo de pico, tempo de semi-cauda, taxa de subida (di/dt) e valor de pico. Elas podem ser decorrentes da primeira descarga ou das subsequentes, além do tipo de descarga (descendente ou ascendente). Assim sendo, as ondas de corrente podem apresentar diferentes formas, amplitudes e velocidades de propagação ao longo do canal.

Pesquisadores ao longo dos tempos realizaram levantamentos estatísticos e probabilísticos em cima de dados resultantes de medições no solo e em torres elevadas, resultando em ondas de corrente representativas das descargas por eles estudadas [31, 53, 54].

No intuito de avaliar a influência da forma de onda da corrente de retorno nos campos eletromagnéticos em regiões de campo próximo, realizou-se simulações utilizando as ondas apresentadas na figura 5.43, as quais possuem parâmetros e velocidades variadas. Novamente o canal de descarga atmosférica, com 4 km de altura, foi considerado como uma linha de transmissão e com a extremidade superior casada. Os campos foram calculados no solo a 300 m da base do canal, logo, numa região de campo próximo.

Três fatores determinam os campos resultantes da propagação de uma onda de corrente de retorno observados numa região de campo próximo, ou seja, a forma da onda de corrente, seu valor de pico e sua velocidade de propagação pelo canal. Isto pode ser observado nas

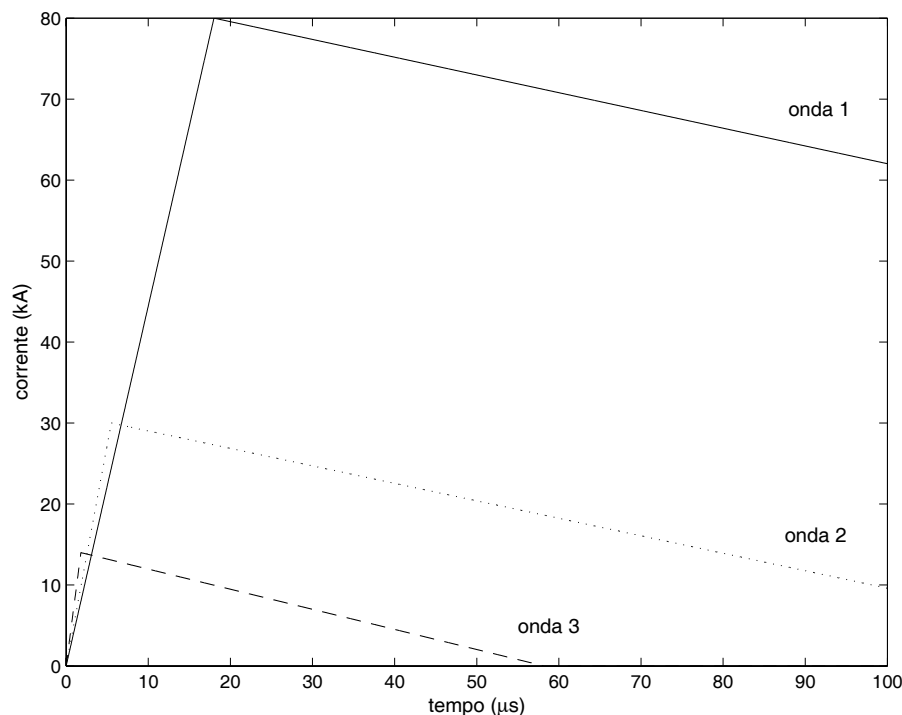


Figura 5.43: Ondas de corrente representativas de descargas atmosféricas: (1) onda ($18 \times 200 \mu s$), $I = 80 kA$ e $v = 110 m/\mu s$; (2) onda ($5,5 \times 75 \mu s$), $I = 30 kA$ e $v = 80 m/\mu s$; (3) onda ($1,8 \times 30 \mu s$), $I = 14 kA$ e $v = 30 m/\mu s$;

figuras 5.44 e 5.45 que apresentam campos originados de diferentes correntes com velocidades de propagação também diferentes.

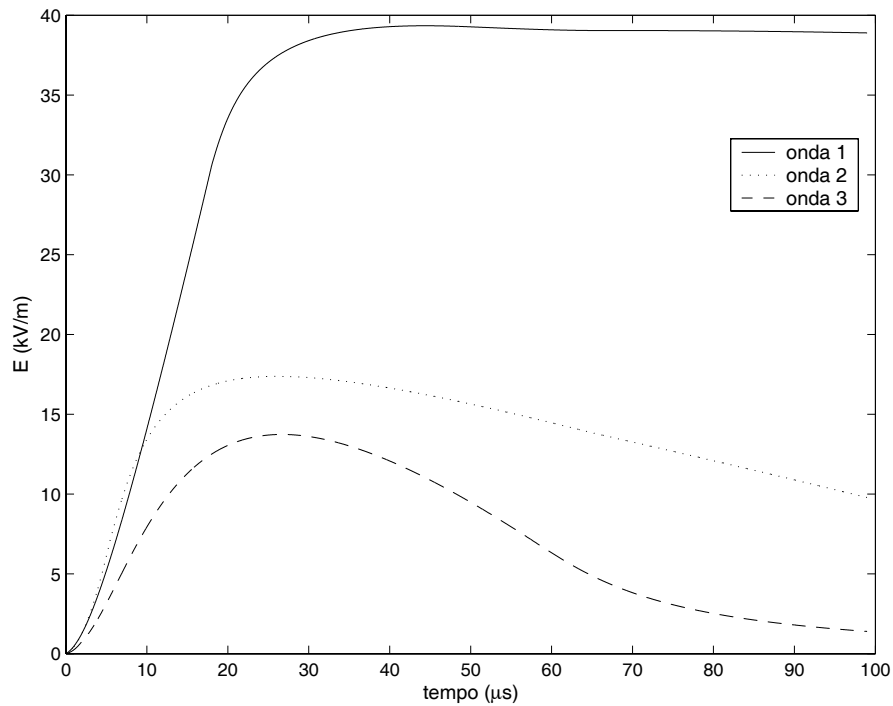


Figura 5.44: Comparação do campo elétrico a 300 m da base do canal para diferentes ondas de corrente de descarga atmosférica.

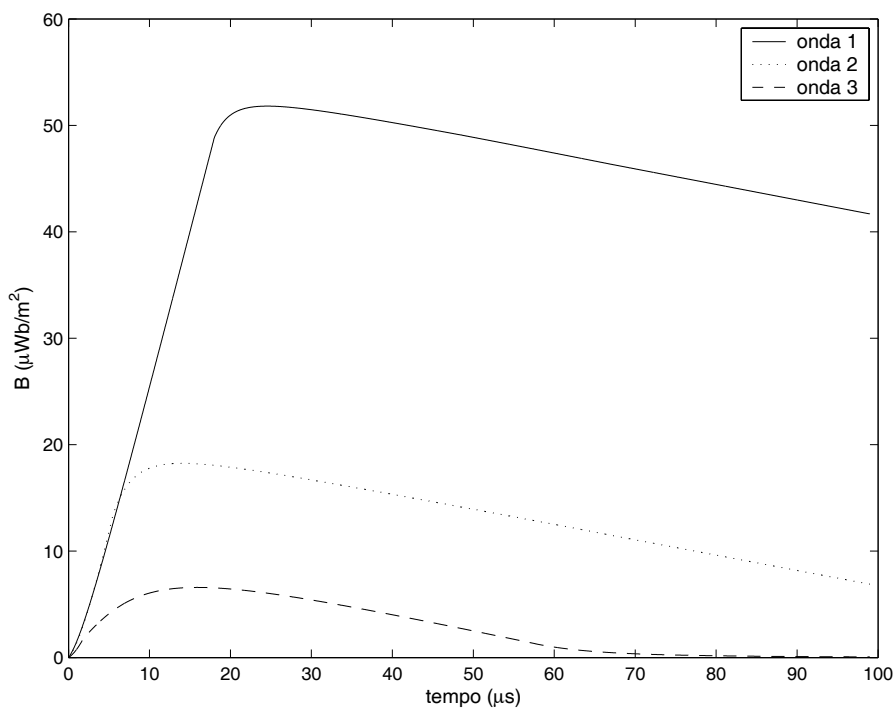


Figura 5.45: Comparação do campo magnético a 300 m da base do canal para diferentes ondas de corrente de descarga atmosférica.

5.9 Blindagem de Campos Eletromagnéticos

Atualmente muitos estudos são realizados objetivando a blindagem de campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas. Para isso muitas configurações e com diferentes materiais, precisam ser testadas, o que computacionalmente exige muito trabalho. Neste sentido, a técnica de medição de campos eletromagnéticos em modelo reduzido torna-se útil e de simples execução em alguns casos.

Utilizando a montagem prática com o canal resistivo realizou-se alguns testes comparando a eficiência da blindagem dos campos com uma caixa metálica fechada e uma gaiola de arame metálico, considerando-se diferentes arranjos. Na figura 5.46 são apresentados os arranjos investigados, onde o arranjo 1 refere-se ao campo sem blindagem. A colocação da caixa e da gaiola entre o canal e a antena simula a interferência de objetos altos nos campos avaliados num determinado ponto de observação. Já a colocação deles sobre a antena representa uma tentativa de isolar o ponto a ser protegido da ação dos campos. O efeito das diferentes blindagens foi avaliado em cima dos campos elétrico e magnético gerados a partir da corrente cuja forma de onda e seu espectro de frequência são apresentados, respectivamente, nas figuras 5.47 e 5.48.

Primeiramente estudou-se o efeito da blindagem sobre o campo elétrico observado a 50 *cm* da base do canal. Na figura 5.49 observa-se os resultados obtidos utilizando-se a gaiola metálica, onde a simples presença desta entre o canal e a antena (arranjo 2) reduziu em aproximadamente 50% a amplitude do campo e mais ainda (66%) quando foi colocada sobre a antena (arranjo 3). A caixa metálica colocada entre o canal e a antena (arranjo 4) reduziu o campo em quase 60% e sobre a antena praticamente impediu que o campo atingisse e por isso foi omitido na figura 5.50.

O efeito da blindagem sobre o campo magnético observado a 25 *cm* da base do canal foi investigado apenas com os arranjos 3 e 5, sendo os resultados apresentados na figura 5.51. Uma pequena redução na amplitude do campo com a blindagem da gaiola é percebida, ao contrário do que proporcionou a caixa metálica, a qual reduziu consideravelmente o campo.

Os casos aqui apresentados visam apenas ilustrar a aplicação da técnica de modelo reduzido no estudo de blindagem eletromagnética, e mais experimentos, de acordo com critérios técnicos que dêem base científica para a análise dos resultados, precisam ser realizados a fim de se obter conclusões sobre a eficiência dos materiais e arranjos utilizados.

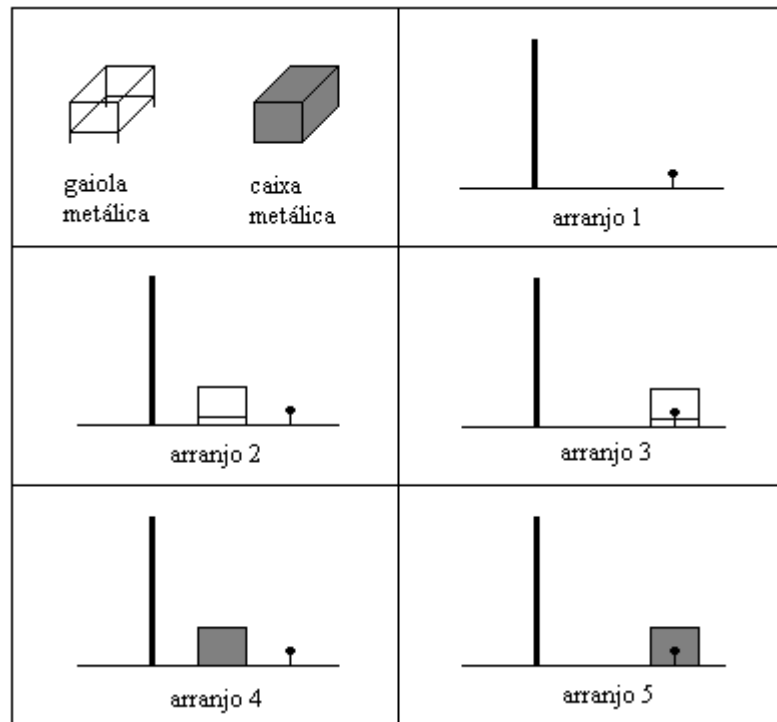


Figura 5.46: Arranjos utilizados no estudo da blindagem dos campos: (1) sem blindagem; (2) gaiola metálica entre o canal e a antena; (3) gaiola metálica sobre a antena; (4) caixa metálica entre o canal e a antena; (5) caixa metálica sobre a antena.

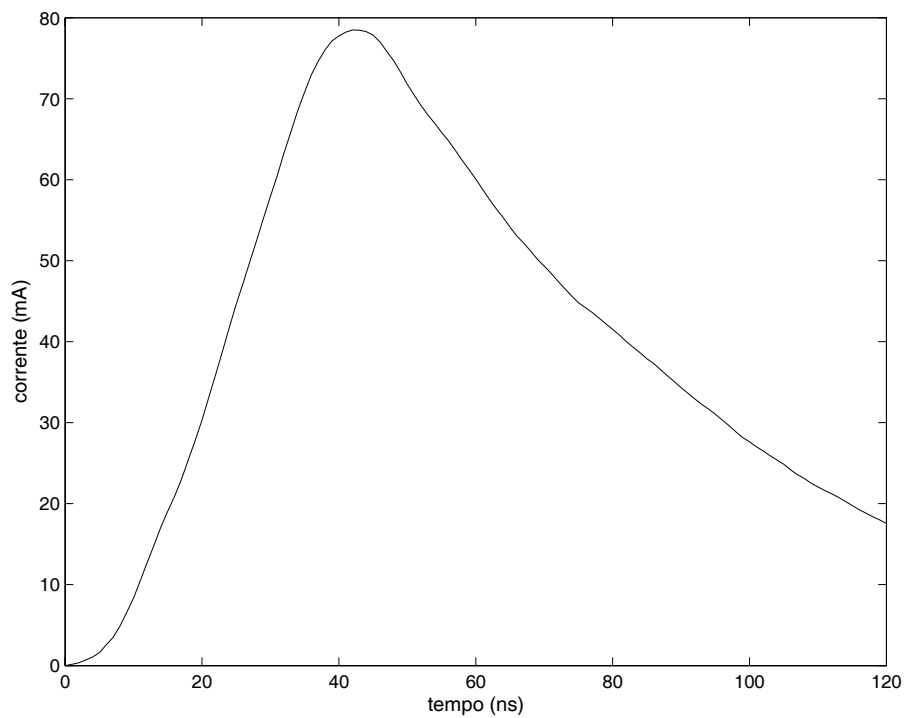


Figura 5.47: Onda de corrente medida na base do canal resistivo que gerou os campos eletromagnéticos utilizados no estudo de blindagem eletromagnética.

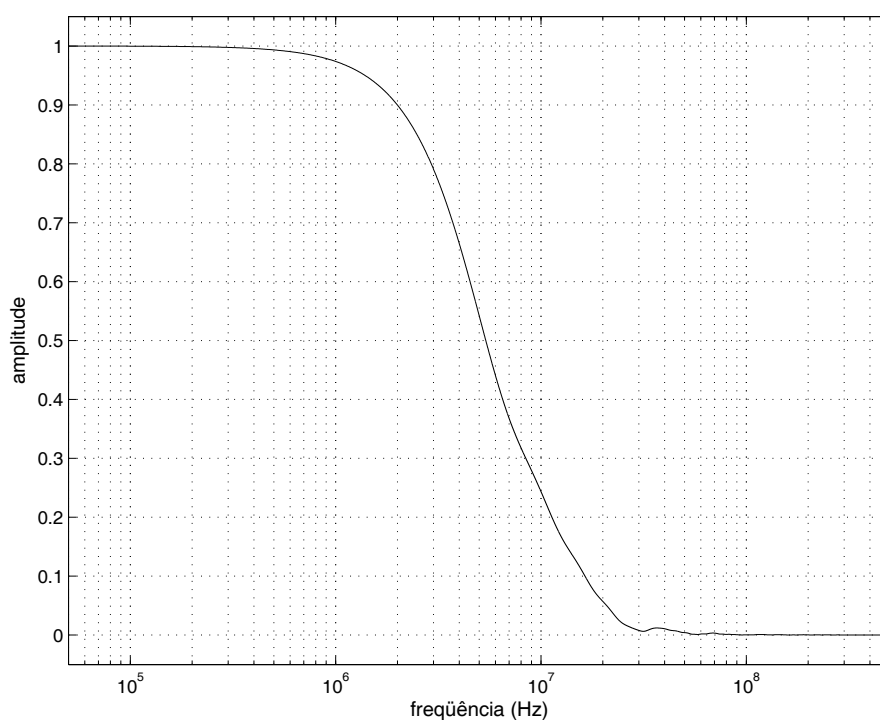


Figura 5.48: Espectro de frequência da onda de corrente da figura 5.47.

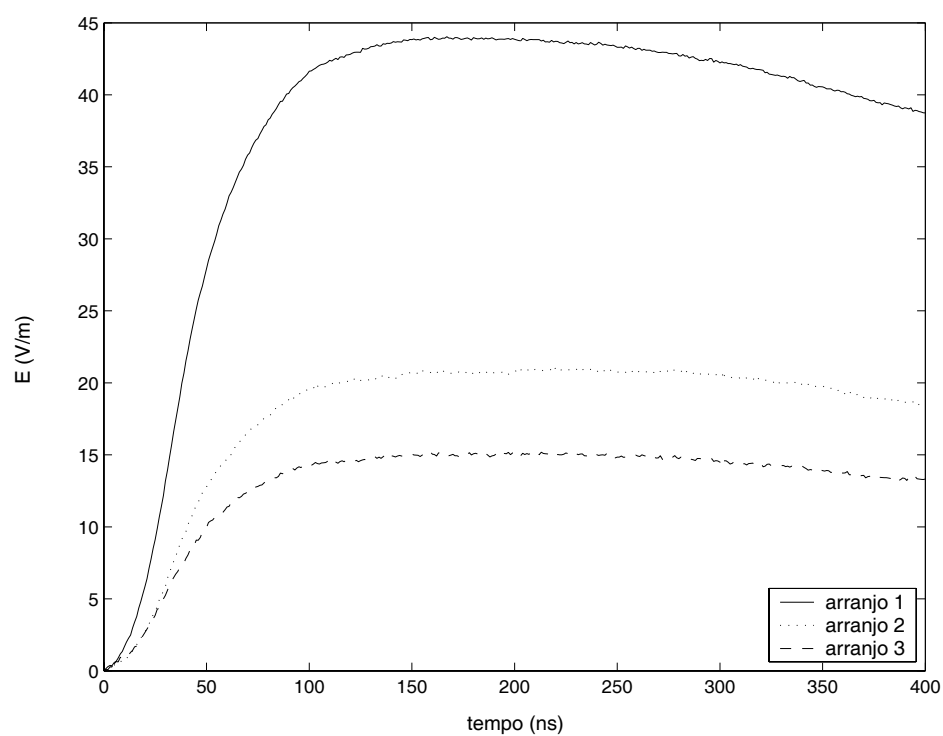


Figura 5.49: Avaliação do efeito da blindagem sobre o campo elétrico medido a 50 cm da base do canal utilizando a gaiola metálica em diferentes arranjos.

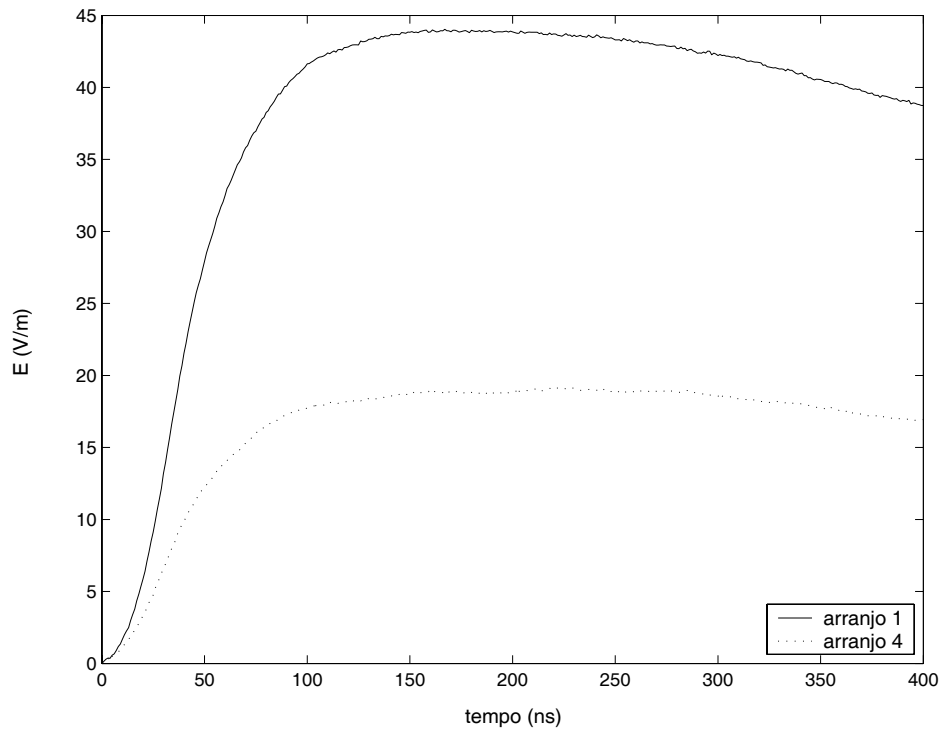


Figura 5.50: Avaliação do efeito da blindagem sobre o campo elétrico medido a 50 *cm* da base do canal utilizando a caixa metálica.

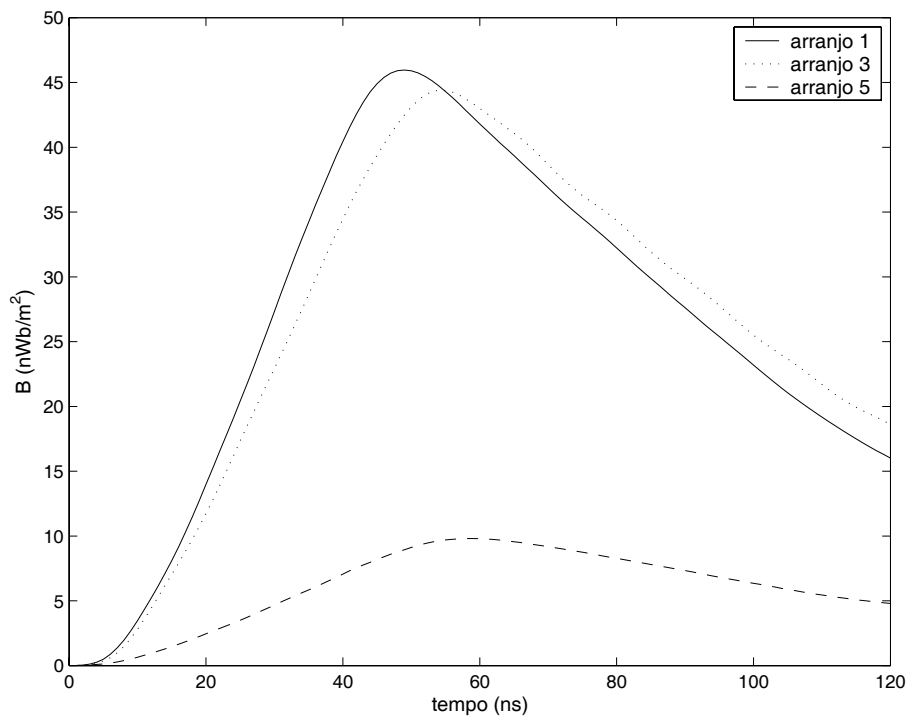


Figura 5.51: Avaliação do efeito da blindagem sobre o campo magnético medido a 25 *cm* da base do canal utilizando a gaiola e a caixa metálicas sobre a antena.

Capítulo 6

Conclusões e Propostas de Continuação

6.1 Conclusões

Neste trabalho duas ferramentas foram utilizadas no estudo dos campos eletromagnéticos devido a descargas atmosféricas, sendo uma computacional e a outra experimental, através de medições em modelo reduzido. As duas proporcionaram um estudo que resultou em algumas conclusões a saber:

- As equações utilizadas no cálculo dos campos eletromagnéticos foram desenvolvidas a partir das equações de Maxwell e do método do dipolo elétrico, o qual impõe restrições que, se não observadas, influenciam na precisão dos resultados. Para atender a essas restrições, um grande esforço computacional se faz necessário, principalmente quando os campos são calculados em pontos situados em regiões de campo próximo. No caso de simulações envolvendo grandezas reduzidas, este esforço é maior ainda. Para minimizar este esforço, alguns artifícios matemáticos foram utilizados sem prejuízo para os resultados;
- A identificação das regiões de campo eletromagnético devido a ondas impulsivas depende da contribuição de cada parcela de campo, o que implica numa dependência da corrente, diferentemente do que acontece com os campos devidos a ondas harmônicas no tempo onde as regiões de campo dependem apenas do comprimento de onda do sinal envolvido;
- O programa de cálculo de campo eletromagnético implementado mostrou ser uma ferramenta de grande utilidade para o estudo dos campos gerados a partir de condutores horizontais e verticais;
- Os resultados obtidos da comparação entre campos simulados e medidos em modelo reduzido foram satisfatórios, contribuindo para a confiabilidade nas duas metodologias.

- Sendo os campos elétrico e magnético dependentes do comportamento da onda de corrente, a reprodução de campos medidos, via simulação computacional, será representativa se o transitório de corrente calculado refletir a realidade observada, o que pode implicar na modelagem das condições de contorno envolvidas, conforme ficou evidenciado quando da comparação entre campos medidos e simulados em modelo reduzido devido ao condutor vertical.

6.2 Propostas de Continuação

Como sugestões para a continuação deste trabalho, pode-se citar:

- Calcular os campos eletromagnéticos devido ao transitório de corrente pelos condutores de um SPDA (Sistema de Proteção contra Descarga Atmosférica) de uma edificação atingida diretamente por uma descarga atmosférica e comparar os resultados com medições em modelo reduzido;
- Incluir nas equações de cálculo de campo o efeito do solo e simular campos eletromagnéticos devidos ao canal de descargas atmosféricas, no intuito de reproduzir resultados de medições reais de campos;
- Utilizar a técnica de modelo reduzido e o sistema de medição desenvolvido, no estudo de blindagem eletromagnética.

Referências Bibliográficas

- [1] J. L. Bermudez, F. Rachidi, W. Janischewskyj, and et al. Simultaneous measurements of electromagnetic fields at two distances and of current associated with lightning return strokes to the cn tower. In *26th International Conference on Lightning Protection*, pages 155–160, Cracow, Poland, September 2002.
- [2] S. Kato, T. Narita, T. Yamada, and E. Zaima. Simulation of electromagnetic field in lightning to tall tower. In *High Voltage Engineering Symposium*, volume 2, pages 59–62. IEE, August 1999. Conference Publication No. 467.
- [3] C. T. Mata, M. I. Fernandez, V. A. Rakov, and M. A. Uman. Emtplib modeling of a triggered-lightning strike to the phase conductor of an overhead distribution line. *IEEE Transactions on Power Deliver*, 15(4):1175–1181, October 2000.
- [4] V. A. Rakov, M. A. Uman, M. I. Fernandez, C. T. Mata, and et al. Direct lightning strikes to the lightning protective system of a residential building: Triggered-lightning experiments. *IEEE Transactions on Power Deliver*, 17(2):575–586, April 2002.
- [5] M. L. G. V. Santos. *Estudo e Construção de uma Antena para Gerar Campos Eletromagnéticos Similares ao Campos Criados por uma Descarga Atmosférica*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2000.
- [6] M. A. Uman, D. K. McLain, and E. P. Krider. The electromagnetic radiation from a finite antenna. *AJP*, 43:33–38, January 1975.
- [7] M. Rubinstein and M. A. Uman. Methods for calculating the electromagnetic fields from a known source distribution: Application to lightning. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 31(2):183–189, May 1989.
- [8] R. Thottappillil and V. A. Rakov. On the computation of electric fields from a lightning discharge in time domain. *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 2:1030–1035, 2001.
- [9] M. Rubinstein and M. A. Uman. Transient electric and magnetic fields associated with establishing a finite electrostatic dipole, revisited. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 33(4):312–320, November 1991.

- [10] J. L. Bermudez, F. Rachidi, and et al. On the enhancement of radiated electric and magnetic fields associated with lightning return strokes to tall structures. *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 2:1005–1008, 2001.
- [11] F. Rachidi, W. Janischewskyj, and et al. Current and electromagnetic field associated with lightning-return strokes to tall towers. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 43(3):356–367, August 2001.
- [12] G. Lupò, C. Petrarca, V. Tucci, and M. Vitelli. Em fields associated with lightning channels: on the effect of tortuosity and branching. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 42(4):394–404, November 2000.
- [13] D. W. P. Thomas, C. Christopoulos, and E. T. Pereira. Calculation of radiated electromagnetic fields from cables using time-domain simulation. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 36(3):201–205, August 1994.
- [14] R. S. Shi, A. Darcherif, and J. C. Sabonnadière. Computation of transient electromagnetic fields radiated by a transmission line: An exact model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 31(4):2423–2431, July 1995.
- [15] S. Cristina and A. Orlandi. Lightning channel’s influence on currents and electromagnetic fields in a building struck by lightning. In *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pages 338–342, Washington, DC, USA, August 1990.
- [16] A. Orlandi and F. Schietroma. Attenuation by a lightning protection system of induced voltages due to direct strikes to a building. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 38(1):43–50, February 1996.
- [17] A. Orlandi, C. Mazzetti, Z. Flisowski, and M. Yarmarkin. Systematic approach for the analysis of the electromagnetic environment inside a building during lightning strike. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 40(4):521–535, November 1998.
- [18] G. P. Caixeta. *Simulação Computacional de Descargas Atmosféricas em Estruturas de Proteção Visando Análises de Compatibilidade Eletromagnéticas*. PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas, 2000.
- [19] G. P. Caixeta and J. P. Filho. Analysis of electromagnetic fields generated by lightning in different configurations of protection structures. *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1:171–175, 1999.
- [20] C. A. F. Sartori. *Aspectos de Compatibilidade Eletromagnética em Estruturas Atingidas por Descargas Atmosféricas*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, 1999.

- [21] C. A. F. Sartori, A. Orlandi, and G. Antonini. Optimization of the lps configuration for minimization of the radiated electromagnetic field. *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 2:827–832, 2000.
- [22] V. Javor and D. M. Velickovic. Computer package for analysis of lightning electromagnetic field distribution for cage conductor structures. In *26th International Conference on Lightning Protection*, pages 382–387, Cracow, Poland, September 2002.
- [23] W. C. Boaventura and J. O. S. Paulino. Lightning induced voltage: a reduced model. In *Proceedings of the IASTED International Conference, Power Systems and Engineering*, pages 223–226, Vancouver, Canada, August 1992.
- [24] M. Ishii, K. Michishita, and Y. Hongo. Experimental study of lightning-induced voltage on an overhead wire over lossy ground. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 41(1):39–45, February 1999.
- [25] W. J. Zischank, F. Heidler, I. A. Metwally, and et al. Laboratory simulation of direct lightning strokes to a modelled building - measurement of magnetic fields and induced voltages. In *26th International Conference on Lightning Protection*, pages 591–596, Cracow, Poland, September 2002.
- [26] Constantine A. Balanis. *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley & Sons, 1989.
- [27] J. Van Bladel. *Electromagnetic Fields (Revised Printing)*. Hemisphere Publishing Corporation, 1985.
- [28] C. R. Paul, K. W. Whites, and S. A. Nasar. *Introduction to Electromagnetic Fields*. McGraw-Hill, 1998.
- [29] J. D. Kraus and K. R. Carver. *Eletromagnetismo*. Editora Guanabara Dois, 1978.
- [30] J. D. Kraus. *Antenas*. Editora Guanabara Koogan S. A., 1983.
- [31] M. A. Uman. *Lightning*. Dover Publications, 1984.
- [32] M. A. Uman. Natural lightning. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 30(3), May/June 1994.
- [33] W. W. Lewis. *The Protection of Transmission Systems Against Lightning*. Dover Publications, 1965.
- [34] C. S. Fonseca. *Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento - aplicação em sistemas de potência de alta tensão*. Editora Universitária Federal Fluminense, 1987.

- [35] C. Gomes and V. Cooray. Concepts of lightning return stroke models. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 42(1), February 2000.
- [36] V. A. Rakov and M. A. Uman. Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 40(4):403–426, November 1998.
- [37] C. A. Nucci. Lightning-induced voltages on overhead power lines. *Electra*, (161):75–102, August 1995.
- [38] E. H. R. Coppoli. Análise finita na avaliação de campos eletromagnéticos gerados por descargas atmosféricas. Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 1996.
- [39] Christos Christopoulos. *The Transmission-Line Modeling Method*. IEEE Press and Oxford University Press, 1995.
- [40] H. W. Dommel. Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 88(4), April 1969.
- [41] MicroTran. *Transients Analysis Program for Personal Computer*. MicroTran Power System Analysis Corporation, 1992.
- [42] E. J. Ribeiro and G. C. Miranda. Finite difference time domain applied to the transmission line lightning return stroke model. In *VI Internatinal Symposium on Lightning Protection*, pages 55–59, Santos, Brazil, November 2001.
- [43] E. J. Ribeiro. Diferença finita aplicada na resolução das equações de linha de transmissão no domínio do tempo. Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2000.
- [44] E. Kuffel and W. S. Zaengl. *High-Voltage Engineering*. Pergamon Press, 1984.
- [45] R. K. Moreira. *Investigações Relativas às Linhas de Transmissão Horizontal e Vertical de Perdas Elevadas*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.
- [46] W. C. Boaventura and F. G. F. Coelho. Experimental study of lightning protection systems: Current distribution, effect of discharge channel presence and induced voltages. In *10th International Symposium on High Voltage Engineering*, pages 141–144, Canada, August 1997.
- [47] T. F. L. Milagres and J. O. S. Paulino. *Gerador de Impulso de Corrente*. Departamento de Engenharia de Elétrica - Escola de Engenharia - UFMG, Outubro 2003. Projeto de Iniciação Científica.

- [48] Tektronix, www.tektronix.com. *Instructions P6139A - 10X Passive Probe*. 063-0870-05.
- [49] Tektronix, www.tektronix.com. *Instruction Manual - P6022 Current Probe*. 070-0948-04.
- [50] Annita Macedo. *Eletromagnetismo*. Guanabara, 1988.
- [51] Central Station Engineers of the Westinghouse Electric Corporation. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*. R. R. Donnelley & Sons Company, fourth edition, 1950.
- [52] E. J. Ribeiro and G. C. Miranda. Finite difference method for lightning return stroke simulation using the emtp. In *International Conference on Power Systems Transients*, New Orleans, USA, September/November 2003.
- [53] R. H. Golde. *Lightning - Physics of Lightning*, volume 1. Academic Press Inc, 1977.
- [54] R. B. Anderson and A. J. Eriksson. Lightning parameters for engineering application. *Electra*, (69):65–102. Study Committee No 33.
- [55] Nathan Ida. *Numerical Modeling for Electromagnetic Non-Destructive Evaluation*. Chapman & Hall, 1995.
- [56] Clayton R. Paul. *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*. John Wiley & Sons, 1994.
- [57] E. J. Ribeiro and G. C. Miranda. Fdtd simulation of the lightning return stroke channel using a charged transmission line. In *26th International Conference on Lightning Protection*, pages 56–59, Cracow, Poland, September 2002.

Apêndice A

Método de Diferenças Finitas

O método de diferenças finitas é, talvez, o mais antigo método numérico utilizado na resolução de equações diferenciais parciais e ordinárias [55]. As derivadas são substituídas por quocientes diferença envolvendo os valores da solução em pontos discretos do domínio. A solução das equações algébricas resultantes é obtida a partir da imposição das condições de contorno, para os valores de interesse na malha de pontos.

Sejam as equações de linha de transmissão com perdas no domínio do tempo¹

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} &= L \frac{\partial I(z, t)}{\partial t} + R_p I(z, t), \\ -\frac{\partial I(z, t)}{\partial z} &= C \frac{\partial V(z, t)}{\partial t} + G V(z, t). \end{aligned} \tag{A.1}$$

As derivadas nas equações (A.1) podem ser discretizadas e aproximadas com várias diferenças finitas, onde a variável de posição, z , é discretizada como Δz e a variável de tempo, t , como Δt . Existem muitas maneiras de se fazer a aproximação destas derivadas e escolhendo um caminho que resulte numa aproximação de segunda ordem e utilizando o esquema “Leap-Frog” obtém-se as equações (A.1) na forma de diferenças finitas [56]:

$$\begin{aligned} V_j^{n+3/2} &= Z_1 V_j^{n+1/2} - Z_2 (I_{j+1}^{n+1} - I_j^{n+1}), \\ I_j^{n+1} &= Z_3 I_j^n - Z_4 (V_j^{n+1/2} - V_{j-1}^{n+1/2}). \end{aligned} \tag{A.2}$$

Onde:

- $Z_1 = (2C - G\Delta t)/(2C + G\Delta t)$;
- $Z_2 = (2\Delta t)/(\Delta z(2C + G\Delta t))$;
- $Z_3 = (2L - R\Delta t)/(2L + R_p\Delta t)$;

¹Os parâmetros R_p , G , L e C têm o mesmo significado das equações (3.5).

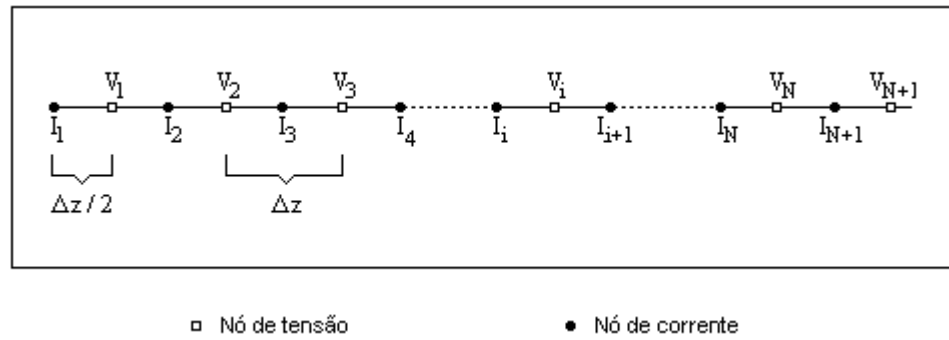


Figura A.1: Discretização espacial da tensão e da corrente.

- $Z_4 = (2\Delta t)/(\Delta z(2L + R_p\Delta t))$.

A.1 Discretização Espacial e Temporal

A discretização no espaço e no tempo é uma característica intrínseca do método FDTD (Finite Difference Time Domain) e como pode-se observar nas equações (A.2), existe uma dependência entre tensão e corrente. Na discretização a linha é dividida em “N” segmentos, cada um de comprimento Δz e similarmente, o tempo total de simulação é dividido em segmentos de comprimento Δt . Para assegurar estabilidade da discretização e também a precisão de segunda ordem, os pontos de solução (“nós”) de tensão e de corrente são entrelaçados, como mostrado na figura A.1. Cada “nó” de tensão é separado dos “nós” de corrente adjacentes por $\Delta z/2$. Os pontos de tensão e de corrente referentes à discretização temporal também são entrelaçados e separados por $\Delta t/2$ como ilustrado na figura A.2.

A.2 Análise de Estabilidade

A condição para que o método de diferenças finitas seja estável é expressada pela condição de Courant [56]

$$\Delta t \leq \frac{\Delta z}{v}, \tag{A.3}$$

onde v é a velocidade de propagação da onda². A condição de Courant implica que a onda não pode propagar mais do que uma subdivisão no espaço durante um passo de tempo. Uma solução estável e exata é obtida somente se $\Delta z = v\Delta t$ [43].

² $v = 1/\sqrt{LC}$.

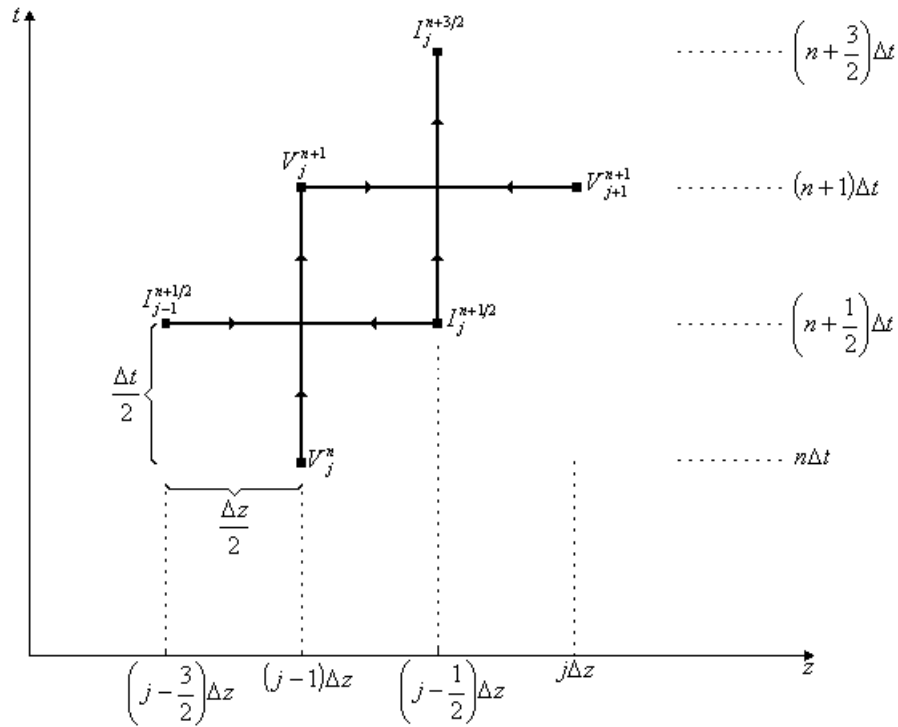


Figura A.2: Esquema “Leap-Frog” destacando o entrelaçamento entre tensão e corrente no espaço e no tempo [56].

A.3 Condições de Contorno

A aplicação do método de diferenças finitas no domínio do tempo na resolução das equações de linha de transmissão, utilizando o esquema “Leap-Frog”, torna as soluções dependentes, como já fora observado antes. Na figura A.1, V_1 representa uma fonte de tensão ideal obtida da condição de contorno de Dirichlet e, I_{N+1} representa as condições de contorno impostas pela terminação da linha e obtidas das condições de contorno de Neumann e Dirichlet dadas por [43]:

- linha aberta: $V_{N+1}^{n+1/2} = V_N^{n+1/2}$;
- linha em curto: $V_{N+1}^{n+1/2} = 0$;
- linha casada³: $V_{N+1}^{n+1/2} = Z I_{N+1}^{n+1/2}$.

³ $Z = \sqrt{L/C}$ - Impedância de surto da linha.

Apêndice B

Implementação Computacional

Este apêndice apresenta detalhes da implementação computacional das equações desenvolvidas para o cálculo dos campos eletromagnéticos no domínio do tempo.

A distribuição de corrente ao longo de uma linha ou de um canal pode ser obtida através de um dos modelos de representação da corrente de retorno de descarga atmosférica (TL, MTL, BG, etc) [36] ou através do cálculo do transitório de corrente, empregando um método numérico, como por exemplo, o FDTD¹ (Finite Difference Time Domain) [42, 57].

A derivada parcial temporal da corrente que está presente em ambas as expressões dos campos elétrico e magnético é resolvida através do método de Euler regressivo. Já a integral temporal da corrente que aparece na equação do campo elétrico é resolvida analiticamente ou com o auxílio da integração trapezoidal composta. Cabe lembrar que esta integral vai de zero ao tempo atual em cada passo de cálculo.

B.1 Escolha de Δt e Δz

A discretização espacial é fundamental para a precisão dos campos eletromagnéticos calculados utilizando-se o método do dipolo elétrico.

Neste trabalho, a condição de estabilidade do método FDTD, a qual relaciona a discretização espacial² (Δz) com a temporal (Δt), foi utilizada, ou seja, ($\Delta z = v\Delta t$), sendo v a velocidade de propagação da onda de corrente.

O valor de Δz corresponde ao comprimento do dipolo, o qual necessita ser pequeno o suficiente para que a corrente seja a mesma ao longo de sua extensão. Em função da relação adotada, Δz depende de v e Δt e o valor escolhido para este último deve atender a Δz , pois caso contrário os campos simulados não serão corretos. A escolha de Δt e Δz é influenciada pela distância do ponto de observação à fonte de corrente. Quanto mais próximo da fonte,

¹O apêndice A resume este método.

²Considerou-se o dipolo elétrico na vertical, ou seja, na direção z . Todavia, o raciocínio se aplica ao dipolo elétrico em qualquer direção.

menor deve ser o valor de Δz .

B.2 Simulação com o Modelo TL

A variação da precisão dos campos eletromagnéticos calculados, em função da discretização espacial, foi investigada utilizando-se uma função matemática para obter a distribuição de corrente ao longo de uma antena unifilar, vertical e reta, de 4 km de altura. A função escolhida foi a desenvolvida por Uman [6] e refere-se ao modelo TL (Transmission Line) de representação da corrente de retorno de descarga atmosférica, dada por [36]:

$$\begin{cases} i(z, t) = i_0 \left(0, t - \frac{z}{v} \right) & z \leq vt, \\ i(z, t) = 0 & z > vt. \end{cases}$$

Uma onda de corrente, cuja forma pode ser vista na figura B.1, foi injetada na base da antena por uma fonte de corrente ideal e propagou-se em direção ao topo da antena com uma velocidade constante de 80 m/ μ s sem sofrer reflexão, atenuação e distorção. Os campos eletromagnéticos foram computados num ponto situado no solo a 1000 m da base da antena. simulações foram realizadas utilizando-se diferentes valores de Δt , com consequentes valores de Δz e os resultados são apresentados nas figuras B.2 e B.3. Observa-se que quanto menor é o valor de Δz , maior é a precisão do resultado. Todavia, isso implica em valores de Δt muito pequenos e consequentemente num esforço computacional muito grande. Uma solução encontrada foi escolher um Δt com boa representação temporal e dividir a relação de estabilidade por 10 ou 100, por exemplo, reduzindo assim, o valor de Δz , conforme mostrado na tabela B.1. Como exemplo, pode-se obter um $\Delta z = 0,8$ m com $\Delta t = 0,01$ μ s e $\Delta z = v\Delta t$ ou com $\Delta t = 0,1$ μ s e $\Delta z = v\Delta t/10$, sendo as curvas resultantes consideradas iguais (figuras B.4 e B.5). Esta solução aplica-se apenas aos casos em que a distribuição de corrente ao longo do canal é obtida através de modelos de representação de corrente como TL, MTL e outros [36].

Tabela B.1: Valores de Δz em função da combinação de diferentes relações de estabilidade e valores de Δt .

Δt (μ s)	Δz (m)			
	80	8	0,8	0,08
1	$\Delta z = v\Delta t$			
0,1		$\Delta z = v\Delta t$	$\Delta z = v\Delta t/10$	$\Delta z = v\Delta t/100$
0,01			$\Delta z = v\Delta t$	$\Delta z = v\Delta t/10$

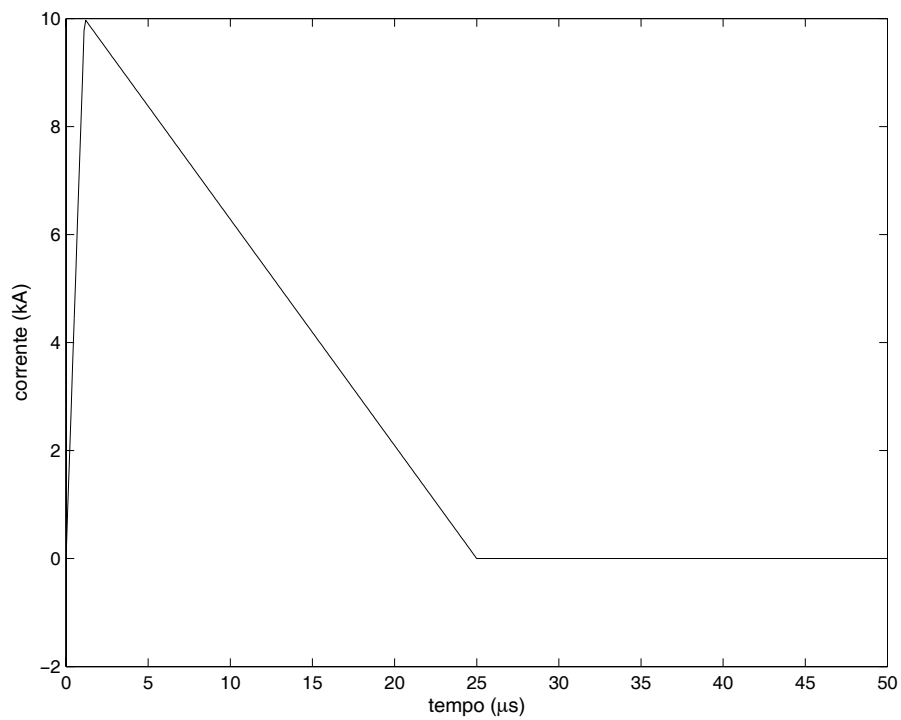


Figura B.1: Forma de onda da corrente na base da antena.

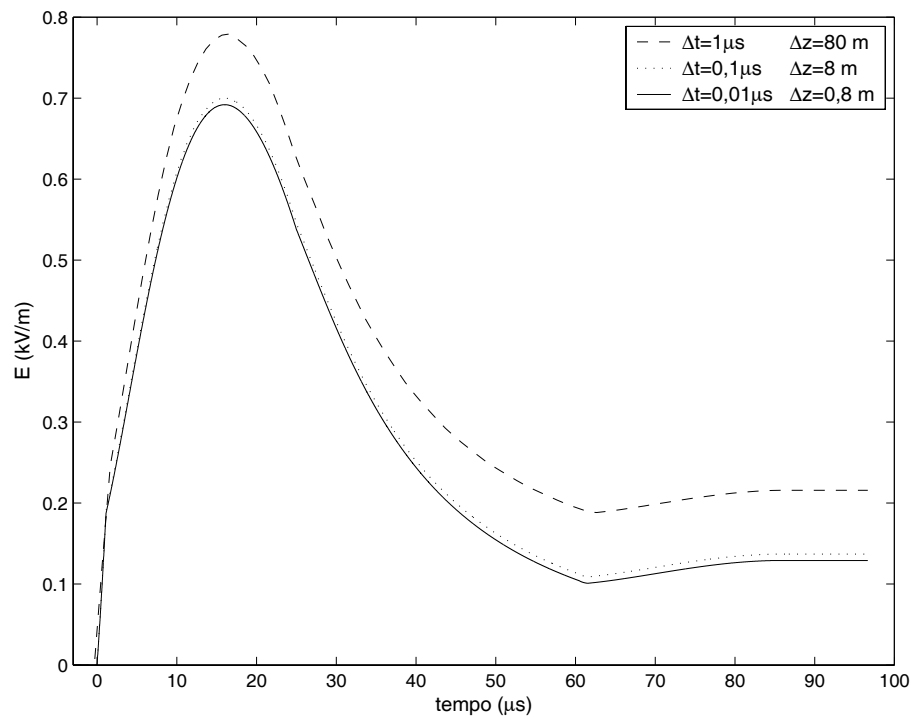


Figura B.2: Campo elétrico simulado com diferentes valores de Δz .

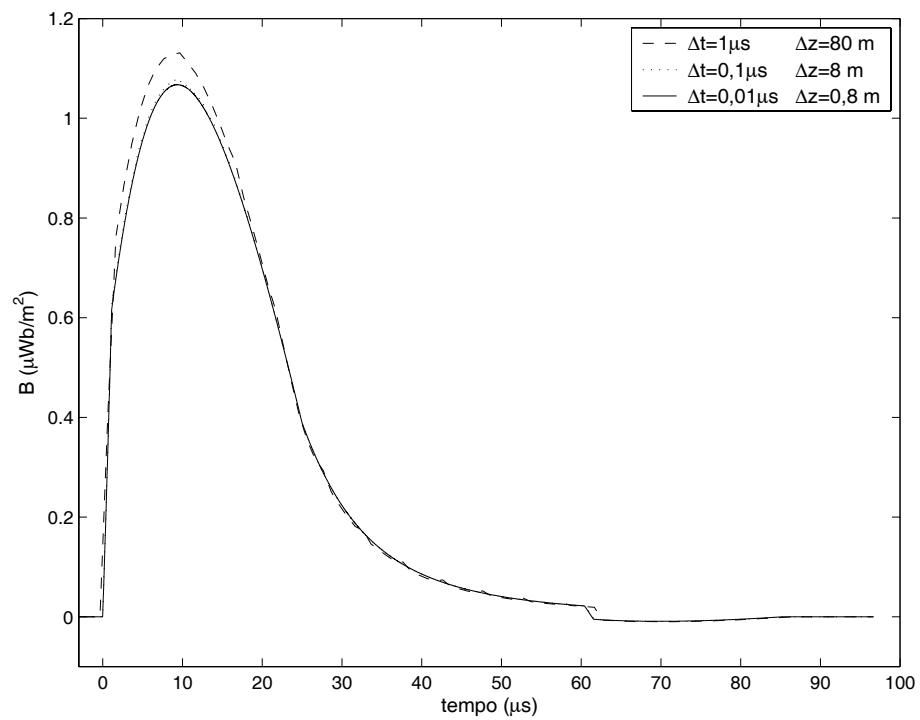


Figura B.3: Campo magnético simulado com diferentes valores de Δz .

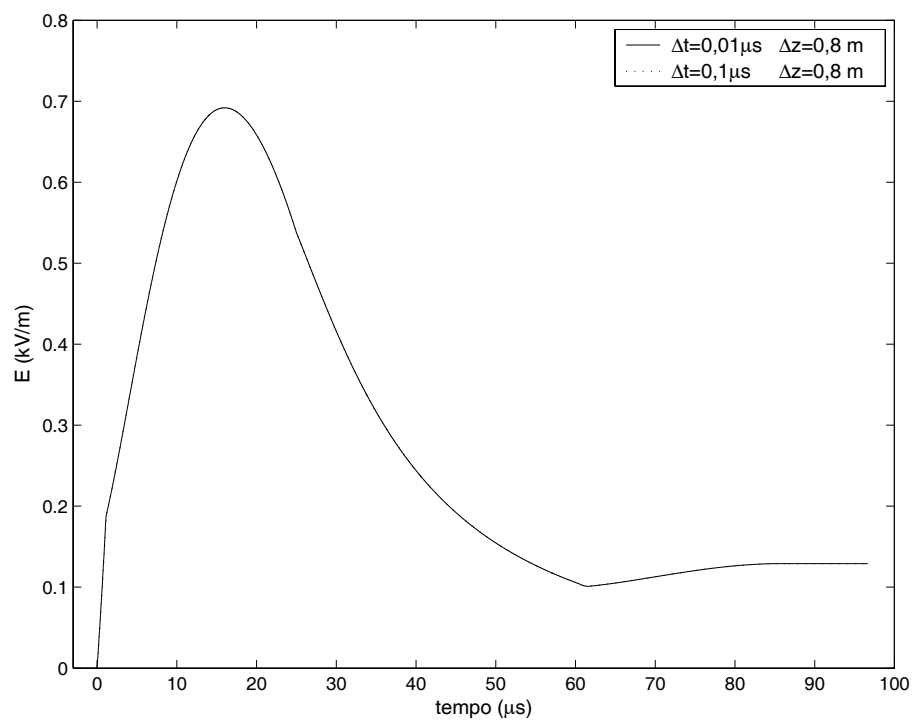


Figura B.4: Comparação entre valores de Δz obtidos a partir de diferentes valores de Δt , conforme tabela B.1 (campo elétrico).

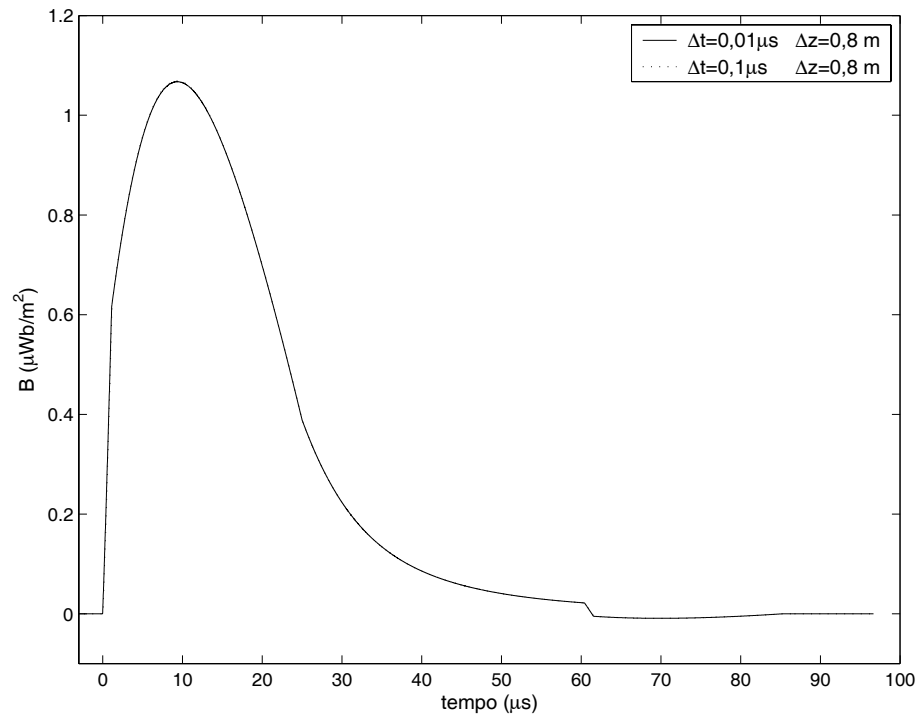


Figura B.5: Comparação entre valores de Δz obtidos a partir de diferentes valores de Δt , conforme tabela B.1 (campo magnético).

B.3 Simulação com Transitório de Corrente

Neste caso, utiliza-se as equações que descrevem a propagação das ondas de tensão e de corrente ao longo de uma linha de transmissão, as quais são resolvidas através de algum método numérico, como por exemplo, o método FDTD, o que resulta numa discretização da linha, tornando conhecido o valor de corrente em cada ponto discretizado.

Uma vez que a distribuição de corrente ao longo da antena é obtida por meio de transitório de corrente calculado através do método FDTD, torna-se impossível dividir a relação de estabilidade a fim de melhorar a discretização espacial sem aumentar o esforço computacional. Uma alternativa é calcular o campo eletromagnético com um valor de Δt menor que o utilizado no cálculo do transitório de corrente.

Considerando-se a mesma antena e onda de corrente do item B.2, calculou-se o transitório de corrente com $\Delta t = 0,01 \mu s$ e os campos eletromagnéticos com valores maiores que este, a fim de diminuir o tempo de processamento. Os resultados são apresentados nas figuras B.6 e B.7, sendo os picos máximos de campo das curvas, das respectivas figuras, ampliados e também apresentados nas figuras B.8 e B.9. Nota-se que quanto menor a discretização temporal utilizada para calcular os campos, menor é a precisão do resultado. Contudo, o artifício empregado não alterou a tendência das curvas.

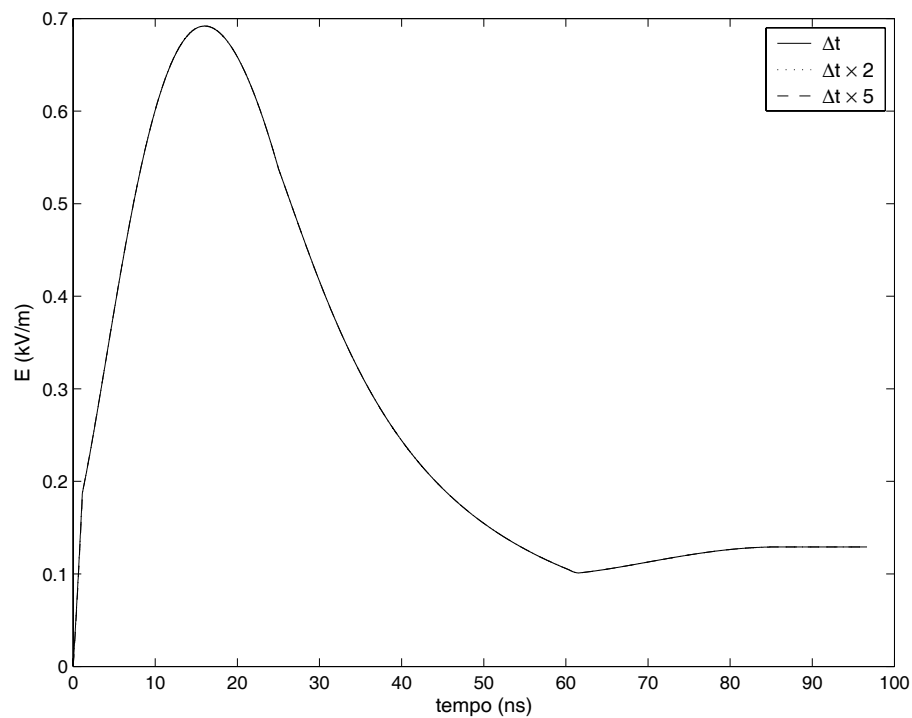


Figura B.6: Diferenças causadas no campo elétrico devido ao aumento no valor de Δt utilizado no cálculo do campo em relação ao utilizado no transitório de corrente ($0,01 \mu s$).

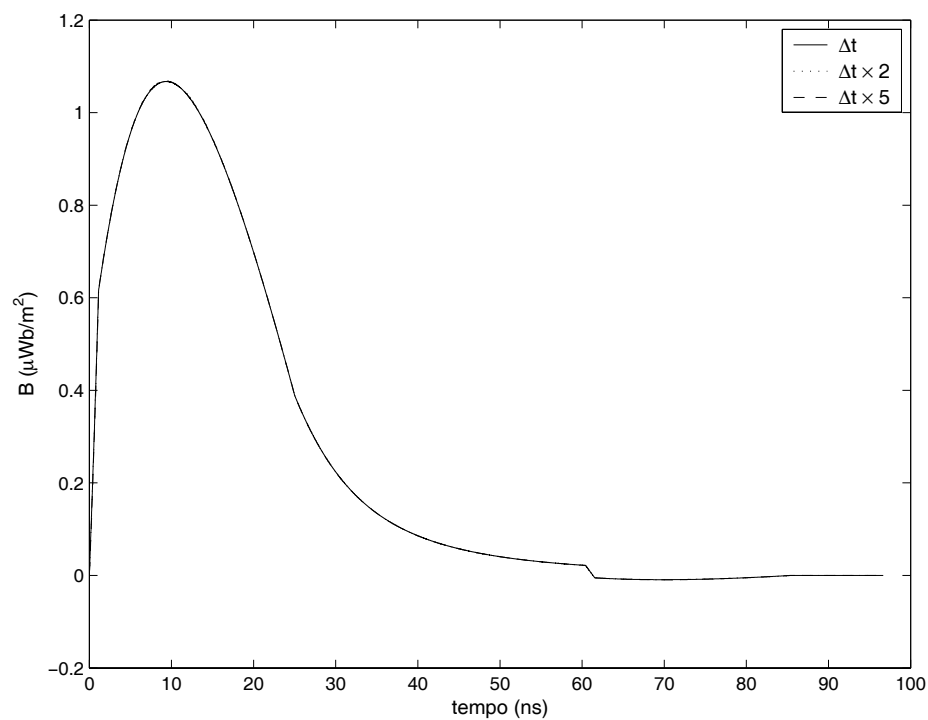


Figura B.7: Diferenças causadas no campo magnético devido ao aumento no valor de Δt utilizado no cálculo do campo em relação ao utilizado no transitório de corrente ($0,01 \mu s$).

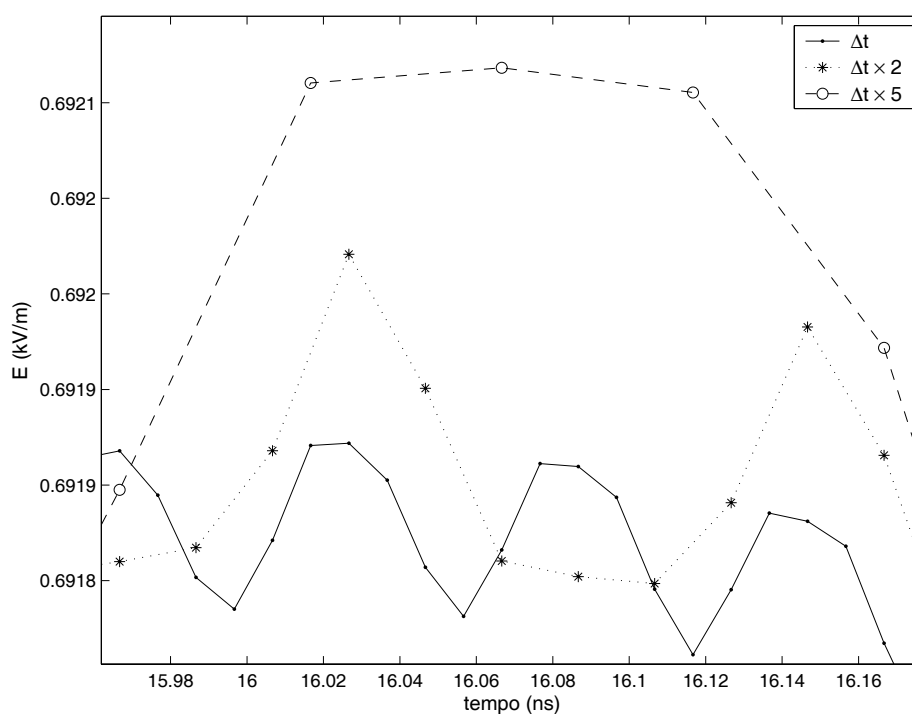


Figura B.8: Ampliação dos picos máximos das curvas da figura B.6.

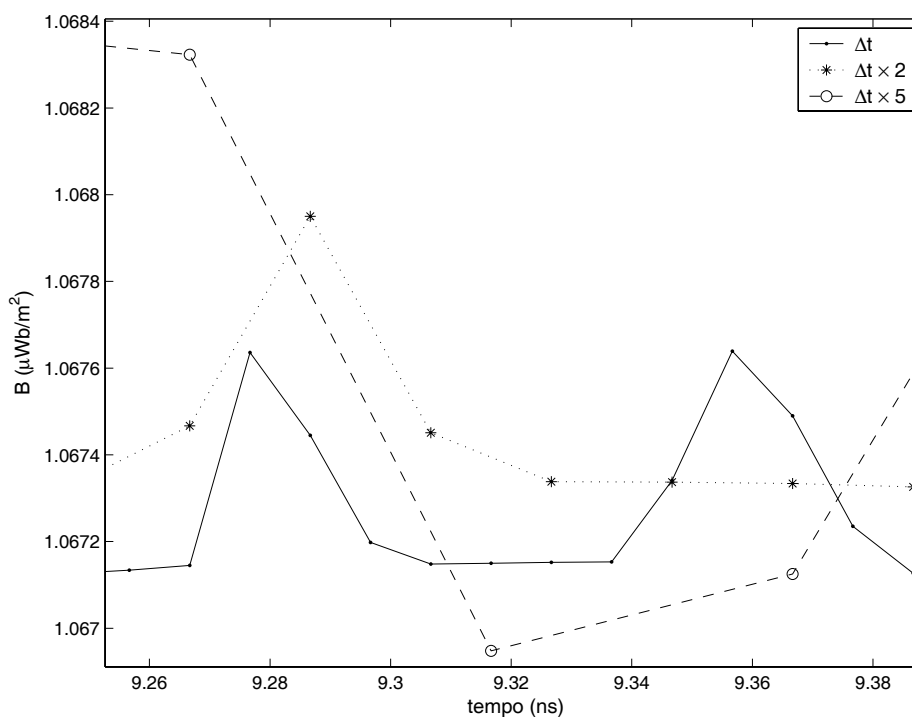


Figura B.9: Ampliação dos picos máximos das curvas da figura B.7.

B.4 $TL \times$ Transitório: Comparação dos Campos

Quando se computa os campos eletromagnéticos a partir do transitório de corrente, primeiramente calcula-se o transitório, armazenando o resultado numa matriz $nt \times nd$, onde nt é o número de passos de cálculo e nd é o número de divisões da linha ou canal. Durante o cálculo do campo se faz necessário interpolar alguns valores de corrente, o que implica em aproximações. Por outro lado, quando se utiliza uma função, o campo é calculado paralelamente com a corrente.

Os dois casos em questão foram simulados utilizando-se uma escala reduzida onde uma fonte de corrente injetou uma onda (figura B.10) na base de uma antena unifilar, reta, vertical e com 10 *m* de altura. A onda propagou-se com velocidade constante de 80 *m*/ μ s, sem reflexão, distorção e atenuação. Os campos foram calculados a 50 *cm* da base da antena e a 5 *cm* de altura. Utilizando-se $\Delta z=0,03$ *mm* e $\Delta t=0,01$ *ns* e sem empregar nenhum recurso para minimizar o esforço computacional, obteve-se os mesmos resultados para os campos elétrico e magnético, conforme mostrado nas figuras B.11 e B.12.

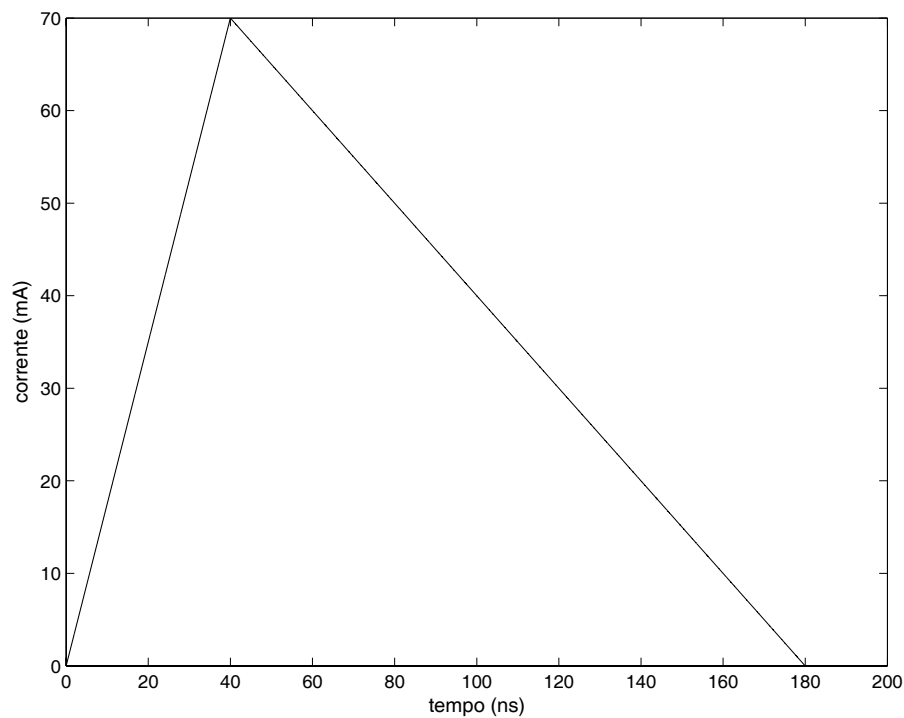


Figura B.10: Forma de onda da corrente na base da antena (modelo reduzido).

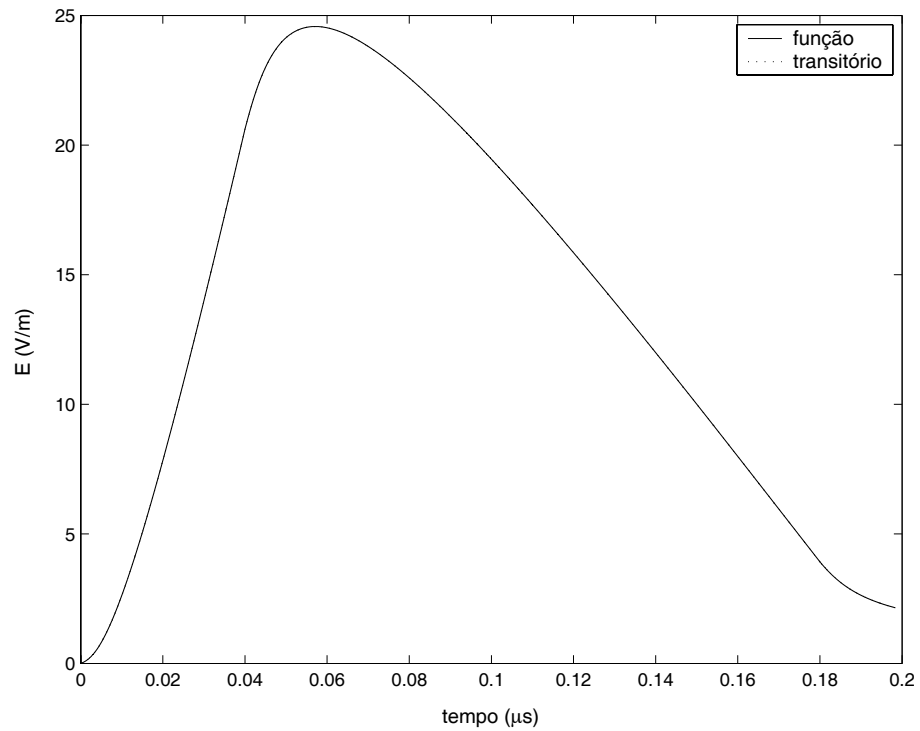


Figura B.11: Comparação do campo elétrico simulado a partir de uma distribuição de corrente calculada através do modelo TL e de transitório.

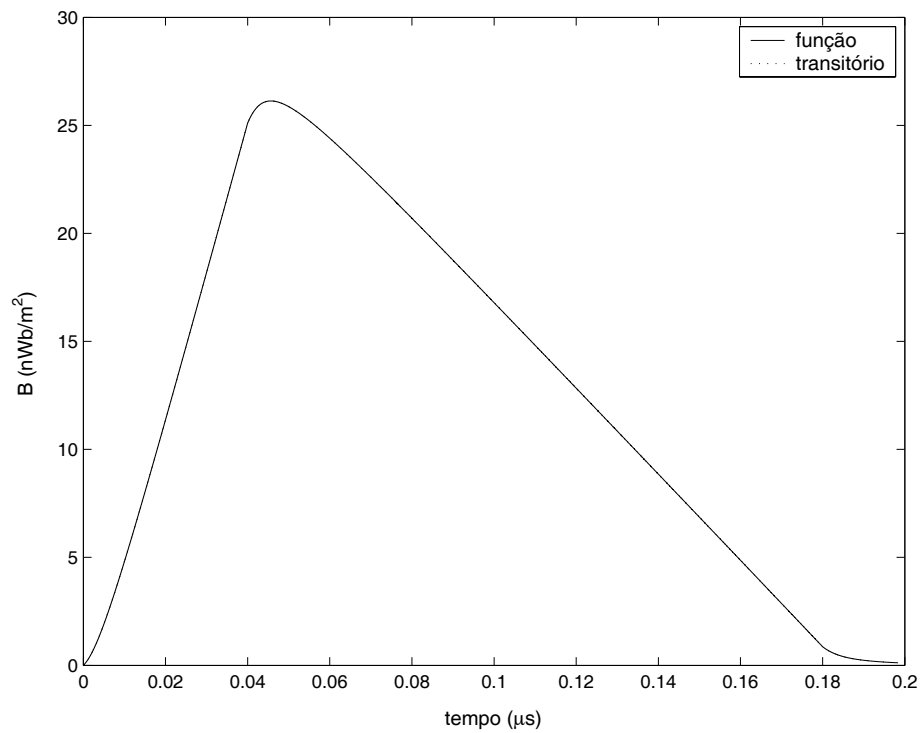


Figura B.12: Comparação do campo magnético simulado a partir de uma distribuição de corrente calculada através do modelo TL e de transitório.