

Geração de Feixe Singleto de Polarização

Wallon Anderson Tadaiesky Nogueira

Março de 2006

Geração de Feixe Singleto de Polarização

Wallon Anderson Tadaiesky Nogueira

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Monken

Tese apresentada à
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS,
como requisito parcial para a obtenção do grau de
DOUTOR EM FÍSICA.

Abril de 2006

Sempre o incômodo. . .

The new theories, if one looks apart from their mathematical setting, are built up from physical concepts which cannot be explained in terms of things previously known to the student, which cannot even be explained adequately in words at all.

Like the fundamental concepts (e.g., proximity, identity) which every one must learn on his arrival into the world, the newer concepts of physics can be mastered only by long familiarity with their properties and uses.

P.A.M. Dirac (1930) Preface The Principles of Quantum Mechanics

We have always had a great deal of difficulty understanding the world view that quantum mechanics represents. At least I do, because I'm an old enough man that I haven't got to the point that this stuff is obvious to me. Okay, I still get nervous with it... You know how it is, every new idea, it takes a generation or two until it becomes obvious that there's no real problem... I cannot define the real problem, therefore I suspect there's no real problem, but I'm not sure there's no real problem.

R. P. Feynman as quoted in Genius (1992)

POEMA QUÂNTICO

Sou um terrível assassino,
um suicida, uma besta quadrada,
um insensato elevado ao infinito,
um demônio, um anjo divino,
um imbecil qualquer, um gênio,
um macaco, milhões de átomos,
um ser, um planeta, uma galáxia,
o finito ou o infinito,
a verdade ou a mentira,
um verso tonto, ingênuo - ou a Poesia!
Tudo é função do estado mais provável de ser no tempo,
com todas as incertezas das palavras!

Fernando Pessoa

Agradecimentos

Agradeço **aos meus pais**, que mesmo distantes, sempre estiveram ao meu lado na minha busca pela realização dos meus sonhos, sempre torcendo por mim e acreditando em todos os momentos . . . Além dos meus queridos **irmão e irmã**, sempre nos meus pensamentos . . . **Todos eles são importantíssimos** . . .

Agradeço ao meu orientador, **Carlos Henrique Monken**, por sua orientação, paciência, discussões de idéias e conversas questionadoras, muito importantes para o meu crescimento profissional e pessoal.

Agradeço ao **Stephen** (Steve) por todo o seu apoio durante vários anos, por sua amizade, e, principalmente, por todas as idéias (e muitas ainda serão desenvolvidas) que surgiram em inumeráveis discussões sobre o que estávamos lendo e tentando entender.

Agradeço ao **Alexandre** (Negão) e ao **Álvaro** (Alvarinho) por um sem número de coisas: amizade ao longo dos anos, apoio nos momentos difíceis, pelas conversas contrutivas, pelas bobagens ditas, pela música curtida, pela enorme criatividade compartilhada em vários momentos, etc. e etc. e etc. (muitas coisas)

Agradeço a todos os colegas e amigos da Óptica Quântica, importantes tanto no desenvolvimento e na compreensão de idéias, quanto na convivência: Prof. **Sebastião de Pádua** (sempre com uma incrível serenidade que permite aproximação para a discussão de idéias); **Marcos Sagiore** (Marquinhos) e seu graaaaaaande espírito; **Ivan** (Ivanovisky) e seu constante bom humor; **Caio** e sua grande criatividade (respeito muito isso); **Gustavo** e sua tranquilidade e inteligência, **Leonardo** e seu pragmatismo; **Olavo** (Sê-nhor) e sua inteligência múltipla.

Agradeço aos “novos”, **Pablo** e **Nadja**, pelo aprendizado novo a cada dia.

Agradeço ao **Kagimura** por sua amizade verdadeira e engrandecedora.

Agradeço aos amigos paraenses por toda a vida compartilhada ao longo desses anos: **Moisés** (“Moisa- amigo de longuíssima data, importantíssimo mesmo); **Wilson** (“de LoksLey” – “amigo de fé, meu irmão camarada”); **Maria Lúcia** (“Mary” – outra pessoa de longuíssima data, do incrível Panorama XXI); **McGlennon** (“Mc” – “meu segundo irmão” já diz tudo); **Alexandre** (“Fidel” – amigo do peito, de todas as muitas e muitas horas); **Karlúcio** (“Karl” – grande amigo); **Fabrício** (cara verdadeiro “pacas”); **André** e **Eliodete** (amigos).

Agradeço ao **Talarico (Luciane)** por sua amizade sincera e construtiva, por todo o seu apoio e por muito mais. E agora, compadres . . .

Agradeço aos vários e vários amigos e colegas da UFMG. São realmente muitos que eu considero: Rafael (verdadeira figuraça), Cezar Welter (meu grande amigo de apartamento e de reflexões sobre a vida), Makha (sabedoria e serenidade), Adélcio (o contestador), Rogério Almeida (simplesmente impagável), Carlimar (grande sujeito, literalmente), Cristiano (Pirilampo), Ângelo, Rodrigo, Holokx, Gema, Amanda, Índia, Zé Eloy, Coelho, Juliana, Adriano, Adriana, Frederico, Ronaldo, Cacá, Léo, Weber, Flávia, Álvaro Teixeira, Anderson (Cabelo), Lauro, etc.

Agradeço aos meus amigos feitos em MG, fundamentais para que a vida não fosse somente Física: Maria Lúcia (Sabá, paraense), Edvaldo, Maria Cristina, Reginaldo Lopes, Adriano (paraense), Viviane (paraense), Luciene, Dona Iraci (paraense), Robinson, Cláudia, Adriana, Daniel, Ana Débora, Justino, Flora (é claro), Claudinha (OP), Roberta, Manuela, Gavilanes, Yoshie, tia Vilma, Lucivane, Rondenelly, Fabiano, Wagner, Ludmila, Fernanda.

Agradeço à Coordenação da Pós-Graduação da Física na pessoa do Professor Ronald Dickman. Agradeço também à Marluce pelo seu apoio em todos os momentos em que eu precisei dos seus conhecimentos sobre a UFMG.

Agradeço a todos os anos passados de dedicação e paciência da **Telma** . . .

Agradeço ao CNPQ pelo financiamento.

Conteúdo

RESUMO	ix
ABSTRACT	x
1 Introdução	1
1.1 Óptica quântica	3
1.2 Motivações e objetivos desta tese	5
1.3 Organização da tese	6
2 Fundamentos Teóricos	8
2.1 Estados de Bell e emaranhamento	8
2.1.1 Ação de transformações unitárias bilaterais sobre os estados de Bell	10
2.2 Conversão paramétrica descendente	12
2.2.1 Transferência de espectro angular	14
2.3 Função de correlação	17
2.4 Interferômetro Hong-Ou-Mandel	21
2.5 Feixes eletromagnéticos em modos Hermite-Gaussianos e Laguerre- Gaussianos	25
2.5.1 Feixes Hermite-Gaussianos	26
2.5.2 Feixes Laguerre-Gaussianos	28
2.5.3 Sobre as soluções da equação paraxial de Helmholtz	29
2.6 Distribuição $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$	30
2.6.1 Calculando o valor esperado de um operador	31

3	Singleto Local	33
3.1	Introdução	33
3.2	Teoria	35
3.3	Experimento	38
4	Antiagrupamento espacial com interferometria HOM	44
4.1	Introdução	44
4.1.1	Antiagrupamentos Temporal e Espacial	45
4.2	Antiagrupamento com HOM multimodal	47
4.2.1	Função de correlação com dependência da polarização	49
4.3	Experimento	52
4.4	Antiagrupamento espacial bidimensional	58
5	Transmissão de Informação Protegida Contra Erros Unitários	64
5.1	Introdução	64
5.2	Proposição do Problema	65
5.3	Bits em estados de dois fótons	67
5.4	Qubits em estados de dois fótons	70
6	Conclusões e Futuro	74

Lista de Figuras

2.1	Um feixe de laser com vetor de onda \mathbf{k}_L e comprimento de onda ω é bombeado sobre um cristal não-linear birrefringente, gerando fótons gêmeos com vetores de onda \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 com respectivas frequências ω_1 e ω_2	13
2.2	Representação esquemática da Conversão Paramétrica Descendente (CPDE) do Tipo I para cristais birrefringentes uniaxiais negativos. O feixe bombeador possui polarização extraordinária e os feixes de fótons convertidos possuem polarização ordinária. Cada comprimento de onda forma um cone próprio e que os pares de mesma frequência estão em lados opostos do cone devido à conservação de momento.	14
2.3	Representação esquemática da Conversão Paramétrica Descendente (CPDE) do Tipo II para cristais birrefringentes uniaxiais negativos. O feixe bombeador possui polarização extraordinária. Um dos feixes convertidos possui polarização extraordinária e o outro possui polarização ordinária. Cada comprimento de onda forma um cone próprio, porém cada polarização forma um conjunto de cones concêntricos independente. Cada par mantém a conservação do momento, o que determina a direção de saída em cada cone de comprimento de onda específico.	15
2.4	Representação esquemática do Interferômetro Hong-Ou-Mandel. Os fótons signal (\mathbf{s}) e idler (\mathbf{s}) são enviados para um divisor de feixes simétrico que possui as saídas indicadas como 1 e 2.	21

2.5	Possibilidades de caminhos no divisor de feixe simétrico, da esquerda para a direita: O fóton signal (s) é transmitido e o fóton idler (i), refletido; o fóton signal é refletido e o fóton idler, transmitido; ambos os fótons signal e idler são refletidos; ambos os fótons signal e idler são transmitidos.	22
2.6	Detalhamento esquemático do divisor de um divisor feixes (DF) simétrico. r e t são a refletividade e a transmissividade do divisor. As linhas contínuas indicam os caminhos que o fóton signal (s) pode seguir e as linhas tracejadas indicam os caminhos que o fóton idler (s) pode seguir.	23
2.7	Exemplos de gráficos de amplitudes de modos Hermite-Gaussianos. A figura a) mostra um gráfico da amplitude de um modo HG_{01} e a figura b) mostra um gráfico da amplitude de um modo HG_{10} . Note que dado o modo HG_{xy} , os índices 0 e 1 representam o número de nós nas coordenadas correspondentes	27
2.8	Exemplos de gráficos de intensidades de modos Hermite-Gaussianos. A figura a) mostra um gráfico da intensidade de um modo HG_{01} e a figura b) mostra um gráfico da intensidade de um modo HG_{10} . Assim como na figura anterior, os índices 0 e 1 representam o número de nós (zeros) nas coordenadas correspondentes.	28
3.1	Interferômetro HOM. Dois fótons criados por meio de CPDE não-colinear são direcionados pelos espelhos (E) sobre o divisor de feixes 50 – 50 não polarizado (DF).	35

- 3.2 Montagem experimental. Uma placa de vidro é colocada até a metade do feixe Gaussiano na direção perpendicular à direção de sua propagação. Em seguida, a placa de vidro é ajustada para criar uma diferença de fase igual a π entre as duas metades do feixe, criando um perfil que é uma função ímpar da coordenada y . O destaque mostra o perfil do feixe bombeador na região de detecção. Um cristal de BBO (β -borato de bário) de 2 mm de comprimento é bombeado por um laser de argônio gerando fótons gêmeos em cones cruzados. A “fonte” na figura é composta por um cristal não-linear, um cristal compensador de 1 mm de comprimento, filtro UV e placa de meia onda como em [26]. $P_{1/4}$ é uma placa de meia onda usada para mudar o estado de $|\psi^+\rangle$ para $|\psi^-\rangle$. DF é um divisor de feixes 50 – 50. O trombone com espelhos, montado sobre um estágio motorizado controlado por computador, é usado para ajustar a diferença entre os comprimentos de caminho. O divisor de feixes por polarização (DFP) e a placa de meia onda ($P_{1/2}$) são usados para detectar fótons que saem pela mesma porta do DF. À frente de cada um dos fotodetectores D_1 , D_2 e D_3 são colocados aberturas circulares de 3 mm diâmetro e filtros de interferência centrados em 702 nm com largura de 1 nm. 37
- 3.3 Curvas de Polarização e de interferometria HOM usuais. a) Curva de interferência de Polarização com visibilidade $\mathcal{V} = 0,97 \pm 0.01$. b) Curva de interferometria HOM utilizando estado de polarização $|\psi^+\rangle$ e perfil transversal par na coordenada y . A visibilidade da curva é de $\mathcal{V} = 0,92 \pm 0.01$. c) Curva de interferometria HOM utilizando estado de polarização $|\psi^-\rangle$ e perfil transversal ímpar na coordenada y . A visibilidade da curva é de $\mathcal{V} = 0,82 \pm 0.01$. A curva de polarização foi ajustada com a função “ $a[1 + \mathcal{V}\text{sen}(bx)]$ ”. As curvas de interferência HOM foram ajustadas com a função “ $a\{1 - \mathcal{V}\exp[-b(x - c)^2]\}$ ”. . . . 39

3.4	<p>Detecções na mesma porta de saída do DF. a) Detecções na base H/V. A visibilidade do estado $\psi^-\rangle$ é de $\mathcal{V} = 0,73 \pm 0,05$. A visibilidade do estado $\psi^+\rangle$ é de $\mathcal{V} = 0,76 \pm 0,02$. b) Detecções na base $+/-$. A visibilidade do estado $\psi^-\rangle$ é de $\mathcal{V} = 0,76 \pm 0,05$. Nesta base, as coincidências para o estado $\psi^+\rangle$ são fruto apenas das imperfeições experimentais e do ruído dos detectores e da luz ambiental remanescente. As curvas de interferência foram ajustadas com as funções “$a\{1 \pm \mathcal{V} \exp[-b(x - c)^2]\}$”. Onde a, b e c são constantes.</p>	42
4.1	<p>Esquema gráfico que mostra os sistemas de coordenadas espaciais na interferometria HOM multimodal. Os índices s e i representam os sistemas de coordenadas dos fótons <i>signal</i> e <i>idler</i> antes do DF. Os índices 1 e 2 representam os sistemas de coordenadas dos fótons depois do DF, podendo representar tanto o fóton <i>signal</i> quanto o fóton <i>idler</i>.</p>	48
4.2	<p>Montagem experimental para geração de antiagrupamento espacial de fótons. Esta montagem é a mesma utilizada para gerar o feixe singlete local. Porém, após o balanceamento do HOM e a caracterização da boa qualidade do estado $\psi^-\rangle$, as aberturas circulares de 3 mm em frente aos detectores D_1 e D_2 foram trocadas por fendas de 0,3 mm na direção y. Estes são os detectores usados nas medidas de antiagrupamento.</p>	53
4.3	<p>Medida de balanceamento do interferômetro HOM com perfil antisimétrico no feixe bombeador e estado de polarização $\psi^-\rangle$. Os comprimentos das barras de erro verticais são definidos como os desvios padrões das contagens observadas para os diferentes pontos de observação do trombone. Por se tratar de emissões com estatística térmica, esses valores são encontrados por meio das raízes quadradas das contagens. A curva que orienta a observação da queda nas contagens é dada pela expressão $f(x) = A[1 - V \exp(-x^2)]$, onde A é um parâmetro de ajuste e V é a visibilidade da curva do HOM. Neste caso, o valor encontrado de V foi da ordem de 0,82, indicando uma boa superposição dos campos no divisor de feixes.</p>	55

4.4	Medida de ajuste de posição. Para determinarmos a posição convecionada como “zero”, usamos um arame de 0,3 mm de espessura posicionado aproximadamente no máximo das detecções de segunda ordem.	55
4.5	Medida de antiagrupamento espacial de fótons. Gráfico de medida no qual o detector D_1 foi mantido na posição “zero” e o detector D_2 foi transladado entre os pontos $-1,8\text{mm}$ e $+1,8\text{mm}$. Os pontos em forma de triângulo representam as medidas da razão de contagem simples do detector D_2	56
4.6	Medida de antiagrupamento espacial de fótons. Gráfico de medida no qual o detector D_1 foi mantido em $0,94\text{ mm}$ e o detector D_2 foi transladado entre os pontos $-0,86\text{mm}$ e $+2,74\text{mm}$. O novo ponto central escolhido é um dos pontos nos quais se observou o máximo de contagem de coincidências no gráfico da figura 4.5. Os pontos em forma de triângulo representam as medidas da razão de contagem simples do detector D_2	56
4.7	Medida de antiagrupamento espacial de fótons. Gráfico de medida no qual o detector D_2 foi mantido na posição “zero” e o detector D_1 foi transladado entre os pontos $-1,8\text{mm}$ e $+1,8\text{mm}$. Os pontos em forma de triângulo representam as medidas da razão de contagem simples do detector D_1	57
4.8	Medida de antiagrupamento espacial de fótons. Gráfico de medida no qual ambos os detectores D_1 e D_2 foram movidos ao mesmo tempo, na mesma direção. Observe que a razão da contagem de coincidências concorda com o mínimo observado nos outros gráficos. Os triângulos e losangos correspondem à medidas da razão de contagem simples dos detectores D_1 e D_2 , respectivamente.	57
5.1	Desenho do esquema de envio de <i>bits</i> e <i>qubits</i> codificados em estados de Bell de polarização. 1_l e 0_l representam <i>bits</i> clássicos codificados, $ q\rangle$ representa um <i>qubit</i> e U representa a transformação unitária que o meio realiza nos vetores de polarização.	66

5.2	Desenho do esquema de envio de <i>bits</i> codificados em estados de Bell de polarização. Associa-se o estado de bell $ \psi^+\rangle$ ao <i>bit</i> 1 e o estado de bell $ \psi^-\rangle$ ao <i>bit</i> 0. Após o meio que causa uma transformação unitária no vetor de polarização, o estado $ \psi^-\rangle$ não se alteraria devido a sua invariância bilateral e o estado $ \psi^+\rangle$ seria transformado em uma superposição de estados tripletos.	68
5.3	Desenho do esquema de envio de <i>qubits</i> codificados em estados de Bell de polarização. Associa-se o estado de bell $ \psi^+\rangle$ ao estado $ 0\rangle$ e o estado de bell $ \psi^-\rangle$ ao estado $ 1\rangle$, ambos preparados na base de polarização formada pelos autovetores da transformação linear U. Após o meio que causa uma transformação unitária nos vetores de polarização, poderia haver uma fase relativa entre os coeficientes α e β que deve ser corrigida previamente.	71

Resumo

Neste trabalho, usando o tratamento multimodal do processo óptico não-linear conhecido como conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE), mostramos como gerar um feixe singleto de dois fótons em polarização (estado $|\psi^-\rangle$) a partir da manipulação correta do perfil transversal do laser e da utilização do interferômetro Hong-Ou-Mandel (HOM). Realizamos medidas experimentais que demonstram a existência deste tipo de feixe.

Devido à paridade ímpar da função que define o perfil transversal do laser utilizado e do número diferente de reflexões do par de fótons no interferômetro HOM, o feixe singleto possui a propriedade de que os pares de fótons emaranhados estão espacialmente antiagrupados. Realizamos medidas experimentais que comprovam que este fenômeno está presente no feixe $|\psi^-\rangle$ em polarização.

Finalmente, nós sabemos que o estado $|\psi^-\rangle$ é invariante sob a ação de uma transformação unitária bilateral. Usando este fato e as propriedades dos estados tripletos da base de Bell, nós propusemos um modo de codificar um bit e outro modo de codificar um qubit de modo a evitar um erro de inversão de bit ou de transformação unitária, respectivamente, causados por um ambiente que atue sobre o grau de liberdade de polarização.

Abstract

In this work, starting from a multimodal treatment of the non-linear optical process called spontaneous parametric down-conversion (SPDC), we have showed how to generate a polarization two-photon singlet beam ($|\psi^-\rangle$ state) by the correct manipulation of the laser's transverse profile and using Hong-Ou-Mandel interferometer (HOM). We have made experimental measurements which show the existence of this kind of beam.

Because of the odd parity of the function that defines the laser's transverse profile and because of the different number of two-photon's reflections in the HOM interferometer, the singlet beam has the feature that pairs of entangled photons are spatially antibunched. We have made experimental measurements that show that this phenomena is present in a polarization $|\psi^-\rangle$ beam.

Finally, we know that the $|\psi^-\rangle$ state is invariant under a bilateral unitary transformation. Using this fact and the features of the triplet states of the Bell's base we have proposed a way to encode a bit and another way to encode a qubit in order to avoid a bit-flip error and a unitary transformation, respectively, caused by an environment that act on the degree of polarization.

Capítulo 1

Introdução

Desde o trabalho seminal de Planck, em 1900, levou-se um pouco mais de um quarto de século para o desenvolvimento das bases da teoria quântica, tal como a conhecemos hoje [1]. Durante este período, as idéias que foram desenvolvidas, e que viriam a ser resumidas em um conjunto de postulados, seguiram um caminho tal que suas consequências foram de encontro às idéias da física clássica.

A perplexidade resultante dessas consequências muitas vezes afrontaram o senso comum. De fato, o desenvolvimento da Mecânica Quântica (MQ) neste período parece ter seguido uma orientação de máxima funcionalidade, no sentido de criar uma teoria autoconsistente que predissesse matematicamente, e de maneira rápida, tanto as observações experimentais que já se tinha antes de 1900 (que haviam sido o “dedo na ferida” da física clássica), quanto as várias que vieram a se somar durante esse período.

Fundamentadas as suas bases, não tardaram em aparecer trabalhos nos quais as consequências mais “estranhas” da MQ fossem exploradas. Afinal de contas, considerações fisicamente contraintuitivas estavam presentes desde o início do que viria a ser a MQ. Assim, em 1935, Einstein, Podolsky e Rosen em seu famoso artigo [2], sugeriram que a MQ seria “incompleta”, no sentido de que ela não levaria em conta todas as variáveis necessárias para caracterizar completamente um sistema físico. Variáveis estas que ficariam conhecidas como variáveis ocultas ¹.

Outras consequências impressionantes de se concordar que o mundo seja des-

¹Digno de nota é o fato de que o problema levantado por Einstein et. al. é objeto atualíssimo de estudos em Óptica Quântica, como pode ser visto nos artigos das referências [3, 4, 5]

crita pela MQ foram publicadas, em 1935 e 1936, por Schrödinger [6, 7, 8]. Estes artigos tratam do que viria a ser conhecido como emaranhamento de sistemas quânticos. As observações contidas nesses artigos são consequências diretas dos postulados da MQ. Consequências tanto da maneira como os postulados normatizam como um sistema quântico deva ser escrito quanto da maneira como eles normatizam como um sistema deve evoluir.

A forma correta preconizada pela MQ de se descrever um sistema físico em determinada situação conduz a existência de estados hoje conhecidos como estados emaranhados. Entretanto, o debate acerca da validade dessa descrição e a questão sobre se existiria ou não a necessidade de se desenvolver uma teoria que levasse em consideração outros parâmetros supostamente fundamentais, porém não utilizados pela MQ, para a correta descrição de um sistema físico permaneceram restritos a discussões de cunho puramente teórico até que Bell [9], em 1964, publicou um artigo no qual mostra que esse tipo de sistema físico poderia apresentar correlações com diferentes valores entre uma descrição baseada na MQ e uma descrição baseada em uma teoria realista local. Basicamente, Bell propôs uma série de medidas que resultariam em uma quantidade numérica que ultrapassaria um determinado valor se a descrição quântica do sistema estivesse correta e não ultrapassaria se uma teoria realista local (teoria local que contivesse variáveis ocultas) fosse considerada. Desde então, os vários experimentos que foram realizados baseados nestas idéias, porém um pouco modificados de forma a serem melhor adaptados a condições experimentais e com algumas suposições adicionais [10], mostraram-se favoráveis à MQ. Com valor histórico indiscutível, é importante citar os trabalhos publicados por Aspect et. al. [11, 12, 13, 14].

Ao longo do século XX, a Mecânica Quântica (MQ) tornou-se um dos pilares da física após ter sido utilizada com sucesso como uma das bases teóricas necessárias para a compreensão de uma enorme variedade de fenômenos naturais. Todavia, algumas das suas consequências mais contraintuitivas, como a superposição de dois estados possíveis para um sistema físico, por exemplo, foram, por muito tempo, vistas e pesquisadas pela comunidade de físicos pelo viés da compreensão dos fundamentos da própria teoria. Nas últimas três décadas, pelo menos, o avanço de novas técnicas experimentais, amplamente baseados na própria MQ, permitiram que várias dessas consequências fossem observadas em laboratório, assim como possibilitaram

o surgimento de vários novos questionamentos relevantes sobre os seus fundamentos ao mesmo tempo em que permitiram vislumbrar a possibilidade de fazer com que algumas das previsões mais “incríveis” da MQ passassem do *status* de curiosidades impressionantes para uma situação na qual elas poderão ser utilizadas na construção de equipamentos úteis para as pessoas.

1.1 Óptica quântica

Dizer que existe algum momento histórico preciso que marque o início de alguma fase de desenvolvimento de alguma área do conhecimento humano é sempre uma atitude arriscada, ainda mais por se tratar do texto introdutório de uma tese de doutorado em física. Entretanto, não erro muito ao dizer que alguns dos passos iniciais do que viria a ser conhecido como óptica quântica foram dados nos trabalhos de Brown e Twiss sobre a existência de correlações entre as saídas de sinal elétrico de dois detectores fotoelétricos iluminados por ondas eletromagnéticas parcialmente correlacionadas [15, 16, 17]. Aliás, desdobramentos destes estudos conduziram ao desenvolvimento do Interferômetro Estelar de Intensidade, cujos trabalhos pioneiros estão relatados nas referências [18, 19, 20]. Poucos anos depois, em 1965, Mandel e Wolf publicaram um artigo na *Review of Modern Physics* [21] no qual resumiam parte da compreensão que se tinha até o momento sobre coerência e flutuação da luz. Um pouco antes, em 1963, Glauber publicara seus artigos [22, 23], hoje reconhecidos como fundamentais ², nos quais expunha uma teoria quântica da coerência óptica e introduzia os estados coerentes do campo eletromagnético.

Desde esse momento até os dias atuais, a Óptica Quântica se desdobrou em uma numerosa quantidade de ramos que tanto possibilitaram o estudo de questões fundamentais da Física, como a possibilidade de produzir um Condensado de Bose-Einstein ou o estudo de estados emaranhados, quanto permitiram sonhar com a utilização de fenômenos quânticos com objetivos práticos para a sociedade, tal qual o processamento de informação quântica. Paralelamente ao desenvolvimento da óptica quântica, a óptica não-linear tomou grande impulso a partir do início dos anos 60 com o surgimento do laser, visto que este novo equipamento permitia obter campos

²Estes artigos foram os principais trabalhos que fizeram com que R. J. Glauber ganhasse o prêmio Nobel de Física de 2005

eletromagnéticos controlados com intensidade e outras características nunca antes conseguidas. Dentre os vários processos não-lineares pesquisados a partir de então, um nos interessa em especial neste trabalho, o processo conhecido como Conversão Paramétrica Descendente Espontânea (CPDE). Trata-se, basicamente, de incidir um fóton com frequência ω_0 em um meio não-linear e obter como resposta a saída de dois outros fótons de frequências ω_1 e ω_2 , de modo que as leis de conservação de momento e energia sejam respeitadas. Este fenômeno foi primeiramente estudado de forma teórica por Klyshko em trabalho publicado em 1968 [24] e posteriormente observado experimentalmente por Burnham e Weinberg em um trabalho relatado em 1970 [25]. Diversos estudos foram e continuam sendo feitos com o intuito de decifrar este fenômeno e suas consequências, tratando-se de uma longa lista de artigos na qual destaca-se a pesquisa sobre o seu caráter não-clássico.

Em especial, a descrição quântica do campo eletromagnético gerado na CPDE aliado à aplicação das leis de conservação e da necessidade de haver casamento de fases, fatores que causam restrições às propriedades dos fótons que podem ser gerados, resultam em pares de fótons em estados emaranhados. A produção de pares emaranhados via CPDE tornou-se objeto de intensa investigação, paralelamente à compreensão do fenômeno em si, tendo sido observada em diversos graus de liberdade, tais como: polarização [26, 27], momento linear [28], momento angular orbital [29, 30, 31], energia e tempo [32, 33]. Deste modo, nos últimos trinta e cinco anos, a CPDE transformou-se em ferramenta de trabalho para uma variada gama de interesses em Física que vai da pesquisa de Fundamentos de Mecânica Quântica [34, 35, 36] à pesquisa sobre Processamento de Informação Quântica [37, 38, 39, 40, 41]³. Notadamente, esta última área vem tornando-se bastante relevante a medida em que se deseja criar um futuro computador quântico. De uma maneira um tanto quanto simplória, ela pode ser definida como a tentativa de utilizar a MQ de modo a conseguir realizar algum tipo de processamento computacional, assim como realizar a transmissão e o armazenamento de informação. Sobre esta possibilidade, em um recente artigo de revisão, Gisin *et. al.* [42] afirmaram:

³Esta curtíssima lista de artigos está muito longe de fazer referência a todos os estudos sobre o processo de Conversão Paramétrica Descendente e suas aplicações publicados nos últimos 25 anos. Para uma listagem mais completa, o leitor deve procurar a referência [43] que se trata de uma versão recente de um texto no qual o autor vem coletando e organizando periodicamente todas as referências bibliográficas que ele encontra nas áreas de Óptica Quântica e Informação Quântica.

“Quantum physics is well known for being counterintuitive or even bizarre. We teach students that quantum physics establishes a set of negative rules stating things that cannot be done... This negative viewpoint of quantum physics, due to its contrast with classical physics, has only recently been turned positive... Indeed, one could characterize quantum information processing as the science of turning quantum conundrums into potentially useful applications.”

1.2 Motivações e objetivos desta tese

Em um artigo recente na revista Science, no ano 2000, Kwiat *et. al.* [44] demonstraram experimentalmente a resistência do estado singleto de dois fótons em polarização, $|\psi^-\rangle = (1/\sqrt{2})(|H\rangle_1|V\rangle_2 - |V\rangle_1|H\rangle_2)$ a um tipo estrito, mas importante, de decoerência conhecida como decoerência coletiva, na qual dois fótons produzidos por meio da CPDE interagem da mesma forma com um ambiente ao qual eles são enviados para atravessar. Nesta demonstração, os fótons se encontravam em feixes diferentes, de modo que a decoerência coletiva foi artificialmente garantida. Porém, em um futuro próximo, se for desejado montar um equipamento de comunicação quântica que faça uso desta propriedade do estado $|\psi^-\rangle$ será imprescindível que os fótons constituintes deste estado sejam indistinguíveis para o canal físico, de modo que as interações dos fótons com o canal também sejam indistinguíveis entre si.

Para alcançar o objetivo de gerar um feixe no qual os fótons estivessem nesse estado em uma mesma região espaço-temporal, utilizamos o processo da CPDE. Sob determinadas circunstâncias experimentalmente razoáveis, os pares de fótons produzidos na CPDE carregam consigo a informação do espectro angular do laser bombeador. Assim, em recente artigo, Walborn *et. al.* [45] mostraram a importância de considerar a simetria da função que define o perfil transversal do feixe bombeador, na interferometria HOM. Baseados neste trabalho, mostramos como gerar um feixe no estado singleto de polarização na saída de uma das portas do interferômetro. Desta maneira os pares de fótons presentes após o interferômetro pertencem a um mesmo feixe, de modo que a forma pela qual a interação com o canal físico ao longo do qual estes fótons se propagam tem de ser a mesma para ambos os fótons.

Outra propriedade muito importante do estado singleto é a invariância sob

a ação de uma transformação unitária bilateral o que implica que, sob a ação de um tipo de ambiente que cause este tipo de transformação, o estado singleto nunca evoluirá para um novo estado que possua alguma componente em um dos estados tripletos ($|\psi^+\rangle$, $|\phi^\pm\rangle$) e vice-versa. Aproveitando-se desta propriedade dos estados de Bell, pode-se pensar que se o bit lógico “zero” (0_l) clássico for associado ao estado $|\psi^-\rangle$ e o bit lógico clássico “um” (1_l) for associado aos estados tripletos ($|\psi^+\rangle$, $|\phi^\pm\rangle$) e, se pares de fótons forem manipulados para que sejam enviados através de um meio que cause este tipo de transformação, então poderia ser feita uma comunicação clássica onde, por princípio e numa situação de perfeição experimental, 0_L nunca se transformaria em 1_L e vice-versa. Em outras palavras, informação clássica poderia ser codificada e protegida em estados quânticos e ser enviada livre de bit-flip por um canal com esta característica.

Retornando ao feixe singleto, devido à impossibilidade de os fótons ocuparem o mesmo modo de onda plana neste tipo de feixe, devido à antissimetria do perfil transversal associado ao estado singleto, os seus pares de fótons constituintes possuem probabilidade maior de serem detectados separadamente no plano perpendicular à sua direção de propagação, caracterizando o antiagrupamento espacial de fótons. Este comportamento denota o caráter não-clássico do feixe singleto, na medida em que não existe uma função de distribuição clássica que descreva todas as suas propriedades de correlação.

1.3 Organização da tese

Os próximos capítulos desta tese estão organizados da seguinte maneira. O segundo capítulo contém fundamentos teóricos que são importantes para a compreensão dos resultados mostrados nos outros capítulos. Nele, será encontrada uma breve explicação do principal processo físico que embasa este trabalho, qual seja, a Conversão Paramétrica Descendente Espontânea (CPDE), além de tópicos específicos voltados aos temas tratados nos capítulos posteriores.

O terceiro capítulo trata da geração de feixe singleto por meio de interferometria Hong-Ou-Mandel. Nesse capítulo, pode ser encontrada a fundamentação teórica que explica as condições experimentais para as quais este tipo de feixe pode ser gerado. Nele também serão apresentados os resultados experimentais que demonstram

a sua existência.

O quarto capítulo trata do Antiagrupamento Espacial de Fótons (AEF). Este fenômeno, tendo sido observado pela primeira vez somente em 2001 [46, 47] em uma montagem de fenda dupla, agora é observado como consequência do processo de produção do feixe singleto [48].

No quinto capítulo é apresentada uma proposta para a realização experimental de uma codificação que permita o envio de um *bit* e de um *qubit* de informação, de maneira a ser protegido contra um determinado tipo de erro que pode ser causado por um canal físico. Esta codificação se aproveitaria das propriedades de simetria dos estados de polarização de dois fótons.

Finalmente, no sexto e último capítulo serão feitas uma revisão do que foi apresentado na tese e uma discussão sobre possíveis trabalhos a serem desenvolvidos como desdobramentos do que foi apresentado ao longo da tese.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

Este capítulo trata da exposição, de maneira concisa, de um conjunto de conceitos importantes para o entendimento desta tese. Não se deve entender com isso que nenhum novo conceito será apresentado em capítulos vindouros, mas apenas que neste capítulo estão reunidas informações básicas para os outros capítulos.

Na seção 2.1 deste capítulo é feita uma introdução sobre estados de Bell e emaranhamento. Nesta seção é apresentada, também, uma demonstração da invariância do estado singleto à Transformações Unitárias Bilaterais. Em seguida, o processo da Conversão Paramétrica Descendente Espontânea (CPDE) é apresentado na seção 1.2. Nela, também será discutida a transferência de Espectro Angular na CPDE. A seção 2.3 trata de função de correlação no processo de detecção de fótons. Na próxima seção, 2.4, é explicado o Interferômetro Hong-Ou-Mandel (HOM) monomodal. Esta seção inclui uma análise do que ocorre com os pares de fótons gêmeos quando alcançam o interferômetro HOM em diferentes estados de Bell. Na seção 2.5 são apresentados dois tipos de feixes eletromagnéticos importantes para esta tese, qual sejam, os feixes do tipo Hermite-Gaussiano e Laguerre-Gaussiano. Finalmente, na última seção, 2.6, é feita uma curta apresentação da função de distribuição quântica de Glauber-Sudarshan, $P(\alpha, \alpha^*)$.

2.1 Estados de Bell e emaranhamento

Os estados de Bell são estados emaranhados que representam um sistema quântico constituído pela composição de dois outros sistemas quânticos, sendo cada um destes

um sistema de dois níveis. Utilizando a base no espaço de Hilbert conhecida como base computacional, $|0\rangle$ e $|1\rangle$, podemos representá-los como

$$|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_\alpha|1\rangle_\beta \pm |1\rangle_\alpha|0\rangle_\beta) \quad (2.1)$$

e

$$|\phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_\alpha|0\rangle_\beta \pm |1\rangle_\alpha|1\rangle_\beta), \quad (2.2)$$

onde α e β representam os dois sistemas quânticos que compõem o sistema total.

Os estados de Bell são chamados de estados emaranhados pois, independentemente da base escolhida para a sua representação, não podem ser fatorizados, ou seja, um estado de Bell nunca poderá ser escrito como um produto tensorial de dois estados puros na forma

$$|\psi\rangle_{\alpha\beta} = |\psi\rangle_\alpha \otimes |\psi\rangle_\beta, \quad (2.3)$$

onde

$$|\psi\rangle_\alpha = \sum_i C_i |i\rangle_\alpha \quad (2.4)$$

$$|\psi\rangle_\beta = \sum_j C_j |j\rangle_\beta \quad (2.5)$$

são os estados que representam os sistemas α e β com respectivas bases completas ortonormais $|i\rangle_\alpha$ e $|j\rangle_\beta$ dos espaços de Hilbert H_α e H_β correspondentes aos sistemas α e β .

No presente trabalho, o grau de liberdade que se tem interesse em gerar estados de bell é a polarização dos fótons, resultando em estados de Bell cujos dois níveis são dados pelas direções de polarização H (horizontal) e V (vertical) dos fótons originados da CPDE,

$$|\psi^\pm\rangle_{pol} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|V\rangle_2 \pm |V\rangle_1|H\rangle_2) \quad (2.6)$$

$$|\phi^\pm\rangle_{pol} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|H\rangle_2 \pm |V\rangle_1|V\rangle_2), \quad (2.7)$$

sendo os subscritos 1 e 2 marcadores que representam os respectivos fótons.

Em respeito à nomenclatura consagrada na física atômica para representar estados de spin, o estado $|\psi^-\rangle$ é conhecido como singleto e os estados $|\psi^+\rangle$ e $|\phi^\pm\rangle$ formam o tripleto.

2.1.1 Ação de transformações unitárias bilaterais sobre os estados de Bell

Dada uma transformação unitária qualquer \mathcal{U} , ela é chamada de transformação unitária bilateral ou bitensorial (TUB) se ela puder ser decomposta como um produto tensorial de duas outras transformações unitárias idênticas U

$$\mathcal{U} = U \otimes U. \quad (2.8)$$

Devido à sua simetria, o estado singleto $|\psi^-\rangle$ é invariante sob a ação deste tipo de transformação, a menos de uma fase global $e^{i\varphi_g}$ que é irrelevante para fins de discriminação física entre os estados.

$$\mathcal{U}|\psi^-\rangle = e^{i\varphi_g}|\psi^-\rangle. \quad (2.9)$$

Esta é uma propriedade muito importante e que deverá ser explorada ao longo desta tese. Para demonstrá-la, consideremos uma transformação unitária geral dada por [49]

$$U_g = \begin{pmatrix} e^{i(\alpha - \frac{\beta}{2} - \frac{\delta}{2})} \cos(\frac{\gamma}{2}) & -e^{i(\alpha + \frac{\delta}{2} - \frac{\beta}{2})} \text{sen}(\frac{\gamma}{2}) \\ e^{i(\alpha + \frac{\beta}{2} - \frac{\delta}{2})} \text{sen}(\frac{\gamma}{2}) & e^{i(\alpha + \frac{\delta}{2} + \frac{\beta}{2})} \cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

onde α , β , γ e δ são números reais quaisquer que definam não univocamente a transformação. A TUB resultante $\mathcal{U}_g = U_g \otimes U_g$ age em um espaço quadridimensional onde o estado $|\psi^-\rangle$ pode ser representado, na base computacional (já apresentada anteriormente), como

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|1\rangle \otimes |0\rangle - |0\rangle \otimes |1\rangle] = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

onde

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Deste modo, a ação da transformação \mathcal{U}_g sobre o estado $|\psi^-\rangle$ resulta

$$\mathcal{U}_g|\psi^-\rangle = \begin{pmatrix} -e^{i(2\alpha-\beta)}\text{sen}(\frac{\gamma}{2})\cos(\frac{\gamma}{2}) \\ -e^{i2\alpha}\text{sen}^2(\frac{\gamma}{2}) \\ e^{i2\alpha}\cos^2(\frac{\gamma}{2}) \\ e^{i(2\alpha+\beta)}\cos(\frac{\gamma}{2})\text{sen}(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -e^{i(2\alpha-\beta)}\cos(\frac{\gamma}{2})\text{sen}(\frac{\gamma}{2}) \\ e^{i2\alpha}\cos^2(\frac{\gamma}{2}) \\ -e^{i2\alpha}\text{sen}^2(\frac{\gamma}{2}) \\ e^{i(2\alpha+\beta)}\text{sen}(\frac{\gamma}{2})\cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix} = e^{i2\alpha} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

de onde concluímos a invariância do estado $|\psi^-\rangle$ a menos de uma fase global

$$\mathcal{U}_g|\psi^-\rangle = e^{i2\alpha}|\psi^-\rangle \quad (2.14)$$

Diferentemente do estado $|\psi^-\rangle$, os estados do tripleto $|\psi^+\rangle$, $|\phi^+\rangle$ e $|\phi^-\rangle$ não são invariantes sob a ação de uma TUB. Entretanto, qualquer estado puro $|\Psi\rangle$ pertencente ao espaço de Hilbert \mathcal{H}_T gerado por eles

$$|\Psi\rangle = C_1|\psi^+\rangle + C_2|\phi^+\rangle + C_3|\phi^-\rangle, \quad (2.15)$$

onde $\sum_{j=1}^3 |C_j|^2 = 1$, permanecerá restrito a este espaço quando sob a ação daquele tipo de transformação, nunca adquirindo uma componente singleto $|\psi^-\rangle$.

Este fato é facilmente demonstrável. Para um estado $|\Psi\rangle$ qualquer, se supusermos que sob a ação de uma TUB este estado venha a possuir uma componente singleto

$$\mathcal{U}|\Psi\rangle = \mathcal{U}(C_1|\psi^+\rangle + C_2|\phi^+\rangle + C_3|\phi^-\rangle) = C'_1|\psi^+\rangle + C'_2|\phi^+\rangle + C'_3|\phi^-\rangle + C_s|\psi^-\rangle, \quad (2.16)$$

então, sob a ação do inverso desta transformação, $(\mathcal{U})^{-1}$, que também é uma TUB

$$(\mathcal{U})^{-1}(\mathcal{U}|\Psi\rangle) = (\mathcal{U})^{-1}C'_1|\psi^+\rangle + (\mathcal{U})^{-1}C'_2|\phi^+\rangle + (\mathcal{U})^{-1}C'_3|\phi^-\rangle + (\mathcal{U})^{-1}C_s|\psi^-\rangle, \quad (2.17)$$

o estado original deveria ser reconstituído no espaço do tripleto, porém, esta transformação atuando na última componente $|\psi^-\rangle$ nunca levará o estado $\mathcal{U}|\Psi\rangle$ de volta para o espaço dos tripletos, resultando em um absurdo se for assumido que $\mathcal{U}|\Psi\rangle$ possua uma componente no estado singleto.

2.2 Conversão paramétrica descendente

O fenômeno óptico conhecido como Conversão Paramétrica Descendente Espontânea (CPDE) é um processo não-linear no qual fótons de um feixe de laser com vetor de onda \mathbf{k} e frequência ω , ao passarem por um meio não-linear birrefringente e sem centro de inversão, são convertidos em dois fótons com vetores de onda \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 com frequências respectivas ω_1 e ω_2 , como na figura 2.1. Em nosso laboratório, o meio não-linear utilizado é um cristal birrefringente uniaxial negativo conhecido como BBO (β -BaB₂O₄). O cristal é dito negativo quando o índice de refração ordinário é maior do que o índice de refração extraordinário. Além disto, o cristal em questão é chamado de não-linear, pois quando o módulo do campo elétrico do feixe de laser incidente é da ordem do módulo do campo elétrico atômico, a sua resposta de polarização não é linear, sendo necessário representá-la como uma expansão da seguinte forma

$$P_i = \epsilon_0\chi_{ij}E_j + \chi_{ijk}^{(2)}E_jE_k + \chi_{ijkl}^{(3)}E_jE_kE_l + \dots \quad (2.18)$$

Os coeficientes $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$, etc. são tensores de ordem 3, 4 e assim por diante. Em especial, a CPDE é proporcional ao tensor $\chi^{(2)}$, por isto, o cristal que apresenta este fenômeno não pode possuir centro de inversão de simetria, pois o termo $\chi^{(2)}$ é nulo neste tipo de cristal [50].

A CPDE conserva a energia dos fótons do feixe de laser que são convertidos no par de fótons. Quando o cristal é suficientemente fino o momento também é conservado e este será o caso em nossos experimentos. Estas duas afirmações são expressas como

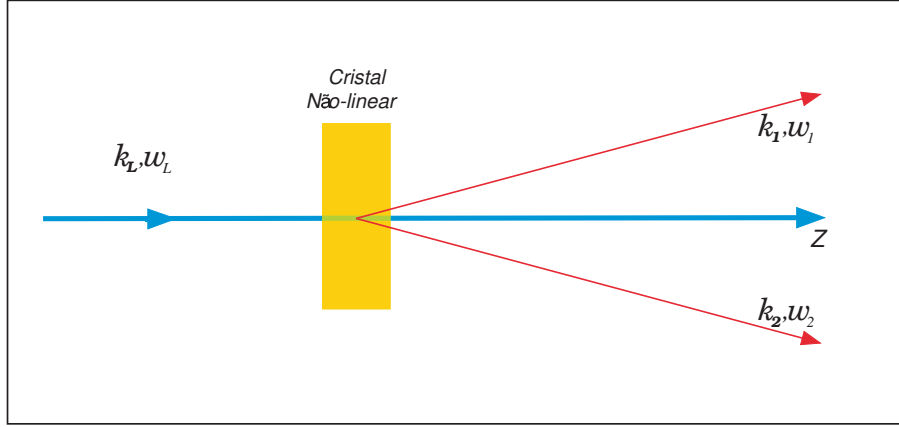


Figura 2.1: Um feixe de laser com vetor de onda \mathbf{k}_L e comprimento de onda ω é bombeado sobre um cristal não-linear birrefringente, gerando fótons gêmeos com vetores de onda \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 com respectivas frequências ω_1 e ω_2 .

$$\hbar\omega_L = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 \implies \omega_L = \omega_1 + \omega_2 \quad (2.19)$$

$$\hbar\mathbf{k}_L = \hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_2 \implies \mathbf{k}_L = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 \quad (2.20)$$

Para que o momento seja conservado é essencial que as condições de casamento de fases sejam satisfeitas. Justamente devido à birrefringência do cristal isto é possível. Uma discussão mais detalhada pode ser encontrada nas referências [51, 52]. Independentemente dos detalhes, o importante a saber é que dois tipos de casamento de fases são possíveis para cristais birrefringentes uniaxiais: *tipo I* (figura 2.2) e *tipo II* (figura 1.3). No caso de cristais uniaxiais negativos ($n_e < n_o$), os casamentos possíveis são

$$\textit{tipo I} \implies e \longrightarrow oo \quad (2.21)$$

$$\textit{tipo II} \implies e \longrightarrow oe/eo, \quad (2.22)$$

onde “o” representa um feixe com polarização ordinária e “e” representa um feixe com polarização extraordinária [53]. Devido à simetria em torno do eixo de propagação na direção z e às equações de conservação 2.19 e 2.20, quando o casamento

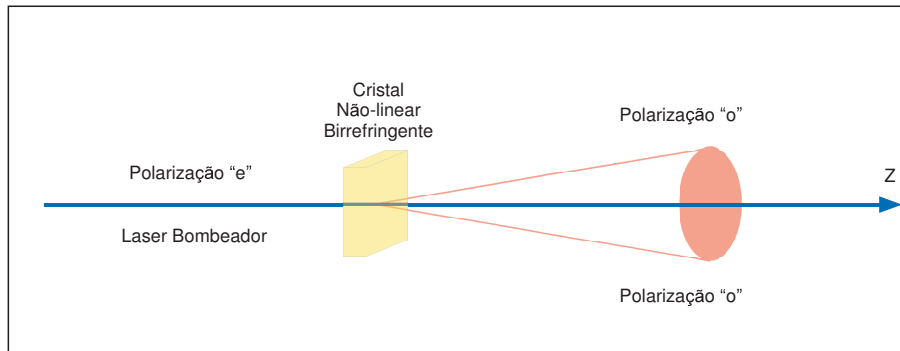


Figura 2.2: Representação esquemática da Conversão Paramétrica Descendente (CPDE) do Tipo I para cristais birrefringentes uniaxiais negativos. O feixe bombeador possui polarização extraordinária e os feixes de fótons convertidos possuem polarização ordinária. Cada comprimento de onda forma um cone próprio e que os pares de mesma frequência estão em lados opostos do cone devido à conservação de momento.

de fases é do *tipo I*, ao sair do cristal a distribuição espacial dos fótons toma a forma de cones coaxiais cujo vértice fica no meio do cristal, sendo cada cone formado por somente um comprimento de onda. Entretanto, para o casamento de fases do *tipo II* existem dois conjuntos de cones para cada comprimento de onda, sendo um deles formado pelos fótons marcados como 1 e o outro formado pelos fótons marcados como 2 (veja figura 2.3). Isto ocorre porque os fótons 1 e 2 possuem propagações ligeiramente diferentes devido às suas polarizações ortogonais entre si, de modo que ao chegarem ao final do cristal sofrem refrações em ângulos diferentes. Como resultado, os fótons ordinários são emitidos em um conjunto de cones coaxiais e os fótons extraordinários em um outro conjunto de cones coaxiais.

2.2.1 Transferência de espectro angular

Os primeiro trabalho teórico descrevendo a CPDE data de 1969 [54], sendo que a primeira observação experimental deste tipo de fluorescência foi relatada em 1970 [25]. Em 1985, Hong e Mandel publicaram um trabalho no qual desenvolveram um tratamento quanto-mecânico para a CPDE que é a base teórica da maioria dos trabalhos desenvolvidos desde então, incluindo os trabalhos produzidos pelo grupo

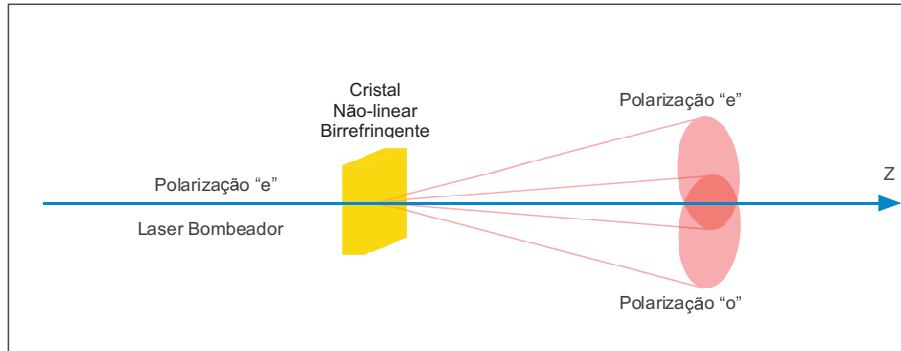


Figura 2.3: Representação esquemática da Conversão Paramétrica Descendente (CPDE) do Tipo II para cristais birrefringentes uniaxiais negativos. O feixe bombeador possui polarização extraordinária. Um dos feixes convertidos possui polarização extraordinária e o outro possui polarização ordinária. Cada comprimento de onda forma um cone próprio, porém cada polarização forma um conjunto de cones concêntricos independente. Cada par mantém a conservação do momento, o que determina a direção de saída em cada cone de comprimento de onda específico.

de óptica quântica da UFMG. Este tratamento completo pode ser encontrado na tese de doutorado de L. Wang [55], assim como nas referências [56, 57, 58].

Em especial, os resultados teóricos apresentados nesta tese são baseados na aproximação monocromática na qual supõe-se que em todos os experimentos realizados ou propostos usamos filtros de interferência de pequena largura de banda na frente dos detectores. Procedemos desta maneira porque o interesse da nossa pesquisa está em detectar fótons presentes em diferentes direções de propagação, de modo que estamos interessados em definir vetores de onda, negligenciando o grau de liberdade de frequência. Na referência [58] está desenvolvido o tratamento teórico que realiza esta aproximação a partir da Hamiltoniana geral da CPDE até chegar ao estado de dois fótons que é utilizado nas pesquisas sobre CPDE multimodal em nosso grupo. Para isso, os seguintes pressupostos são tomados:

- 1) Supõe-se que os fótons contidos no feixe de laser que bombeia o cristal podem ser corretamente descritos por um estado coerente do campo eletromagnético;
- 2) Supõe-se que o feixe de laser é monocromático, contínuo, linearmente polarizado, que sua seção reta esteja completamente contida no cristal e que entre

perpendicularmente a uma das faces do cristal não-linear e se propague por toda a sua extensão ao longo da direção convencionada como positiva em z , saindo, posteriormente na face oposta a que entrou;

3) Como dito anteriormente, é considerada a aproximação monocromática, ou seja, interessa saber qual o estado de dois fótons resultante do processo dado que é feita uma pós-seleção em frequência usando filtros de frequência antes dos detectores;

4) Considera-se válida a aproximação paraxial, na qual o feixe de laser e o feixe de fótons convertidos propagam-se próximos às direções positivas em z correspondentes. No caso dos feixes de fótons convertidos, as suas direções são determinadas primeiramente pelas condições de casamento de fases (para que exista geração de pares de fótons por meio da CPDE) e, num segundo momento, através das filtragens espacial e de frequência realizadas nos detectores;

5) O cristal não-linear é bastante fino.

Feitas estas considerações, o estado gerado pela CPDE pode ser escrito como [58, 59]

$$|\Psi\rangle_{(CPDE)} = C_1|vac\rangle + C_2|\psi\rangle, \quad (2.23)$$

onde o primeiro termo representa o estado de zero fótons ou termo de vácuo. O segundo termo representa o estado do par de dois fótons gerados na conversão e é explicitamente dado por

$$|\psi\rangle = \sum_{\mathbf{s}_s, \mathbf{s}_i} C_{\mathbf{s}_s, \mathbf{s}_i} \int \int_D d\mathbf{q}_s d\mathbf{q}_i \Phi(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) |\mathbf{q}_s, \mathbf{s}_s\rangle |\mathbf{q}_i, \mathbf{s}_i\rangle. \quad (2.24)$$

Os símbolos s e i significam *signal* e *idler* que são os nomes históricos pelos quais os fótons gêmeos gerados por meio da CPDE são conhecidos. A probabilidade de que um fóton do feixe bombeador passe pelo cristal e seja convertido é bastante baixa, de modo que o módulo do coeficiente C_1 é muito maior do que o módulo do coeficiente C_2 . O valor deste último coeficiente depende de vários fatores como a intensidade do campo do laser e do módulo do coeficiente $\chi^{(2)}$. Os kets $|\mathbf{q}_s, \mathbf{s}_s\rangle$ e $|\mathbf{q}_i, \mathbf{s}_i\rangle$ representam estados de um fóton. Dado $j = s, i$, o símbolo \mathbf{q}_j representa a componente transversal do vetor de onda \mathbf{k}_j , \mathbf{s}_j representa a polarização e a integral é definida sobre uma região D , onde $q_j^2 \leq k_j^2$. A função $\Phi(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)$ definida como

$$\Phi(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2L}{K}} v(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \text{sinc} \left(\frac{L|\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_i|^2}{4K} \right) \quad (2.25)$$

é o espectro angular normalizado do campo de dois fótons, sendo que L é o comprimento do cristal na direção z , K é o módulo do vetor de onda do feixe de laser que bombeia o cristal e $v(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)$ é o espectro angular deste feixe transferido para o estado de dois fótons na forma de soma dos seus componentes transversais do momento [59].

A transferência de espectro angular do feixe laser bombeador para o par de fótons gêmeos é a base para a maioria dos trabalhos desenvolvidos nos últimos anos no grupo de óptica quântica da UFMG. O fato de o espectro angular do par de fótons possuir esta dependência funcional conduz a padrões de detecção em coincidência dependentes das posições relativas de detecção escolhidas. Isto acontece sempre que este espectro não puder ser fatorizado em funções separadas de \mathbf{q}_s e \mathbf{q}_i .

2.3 Função de correlação

Para se conhecer uma quantidade física de um sistema físico qualquer, é necessário que se realize alguma medida sobre ele. No caso de estarmos tratando de campos eletromagnéticos, isto significa, de um ponto de vista quântico, detectar os fótons pertencentes a este campo. Assim, uma pergunta importante a ser respondida é: dado um campo eletromagnético qualquer e sabendo como ocorre o processo de detecção, qual é a probabilidade de detecção dos fótons desse campo? Essa, afinal, é a informação que pode ser utilizada para caracterizar o campo.

Nos detectores utilizados comumente nos laboratórios de óptica quântica, o processo de detecção de fótons acontece por meio do efeito fotoelétrico. O que significa que há absorção de fótons do campo eletromagnético. Para este tipo de detecção, Glauber [22] desenvolveu um argumento heurístico que resulta na resposta correta para a probabilidade de detecção [56] e que será descrito a seguir.

Suponha que o estado de um campo eletromagnético possa ser representado inicialmente por um vetor de onda $|\psi_1\rangle$ no espaço de Hilbert. O processo de detecção de um fóton (absorção) do campo é representado como a aplicação da parte positiva do operador de campo $\hat{\mathbf{E}}^{(+)}$ sobre o estado $|\psi_1\rangle$, resultando em um estado final qualquer que pode ser tanto um estado puro quanto uma mistura.

Mediante a detecção de um fóton O estado $|\psi_1\rangle$ pode transitar para um estado final $|\psi_2\rangle$ mediante a detecção (absorção) de um fóton. A amplitude de probabilidade associada a tal evento é dada por

$$\mathcal{A}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) = \langle \psi_2 | \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) | \psi_1 \rangle. \quad (2.26)$$

onde o operador $\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)$ é a parte positiva do operador campo elétrico quantizado

$$\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{a}(\mathbf{k}, \mathbf{s}) \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{k}, \mathbf{s}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (2.27)$$

nesta expressão, L^3 é o volume de quantização do campo eletromagnético, $\hat{a}(\mathbf{k}, \mathbf{s})$ é o operador de aniquilação de fótons com momento \mathbf{k} e polarização \mathbf{s} ; $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{k}, \mathbf{s})$ representa um vetor unitário complexo definido pelo vetor de onda \mathbf{k} e pelo estado de polarização \mathbf{s} . Portanto, a expressão 2.26 significa uma absorção de um fóton com polarização \mathbf{s} , detectado na posição \mathbf{r} no intervalo de tempo entre t e $t + \Delta t$. A probabilidade desta transição será dada através do quadrado do módulo desta amplitude

$$P_{T1} = |\mathcal{A}|^2 = |\langle \psi_2 | \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) | \psi_1 \rangle|^2. \quad (2.28)$$

O subscrito “T1” utilizado após o P serve para indicar o fato de estarmos tratando de transição causada pela absorção de apenas um fóton. Visto que não existe interesse no estado final do campo eletromagnético e que, a princípio, pode ser qualquer estado deste campo, devemos considerar que todas as amplitudes associadas a estes estados contribuem para a transição e, portanto, as probabilidades correspondentes a um conjunto completo de estados $|\psi_2\rangle$ devem ser somadas

$$P_{T1} = \sum_{\text{todos } \psi_2} |\langle \psi_2 | \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) | \psi_1 \rangle|^2. \quad (2.29)$$

Considerando o caso mais geral no qual o estado inicial pode ser dado por uma mistura estatística de estados puros

$$\rho_{\psi_1} = \sum_{\psi_1} p(\psi_1) |\psi_1\rangle \langle \psi_1|. \quad (2.30)$$

Neste caso, a probabilidade de transição deve considerar o peso relativo de cada estado inicial da mistura, tornando-se

$$P_{T1} = \sum_{\psi_1} p(\psi_1) \sum_{\text{todos } \psi_2} |\langle \psi_2 | \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) | \psi_1 \rangle|^2. \quad (2.31)$$

Reescrevendo como

$$P_{T1} = \sum_{\psi_1} p(\psi_1) \sum_{\text{todos } \psi_2} \langle \psi_1 | \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) | \psi_2 \rangle \langle \psi_2 | \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) | \psi_1 \rangle. \quad (2.32)$$

podemos agora aplicar a relação de completeza dos estados $|\psi_2\rangle$. Assim, vemos que

$$P_{T1} = \sum_{\psi_1} p(\psi_1) \langle \psi_1 | \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) | \psi_1 \rangle \quad (2.33)$$

o qual pode ser reescrito como

$$P_{T1} = Tr[\hat{\rho} \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)] = \langle \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \rangle \quad (2.34)$$

O significado direto desta expressão é que a probabilidade de transição é diretamente proporcional ao valor esperado do produto de operadores normalmente ordenados $\hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)$ e $\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)$. É importante notar que o ordenamento normal decorre do fato de que o processo físico considerado na detecção é o de absorção de fótons¹.

A probabilidade de detecção é proporcional a esta probabilidade de transição

$$P_{D1} = \mathcal{C} P_{T1} = \mathcal{C} \langle \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \rangle, \quad (2.35)$$

onde $D1$ significa detecção de 1 fóton e a constante de proporcionalidade \mathcal{C} depende da eficiência quântica e da geometria do detector. Também, de agora em diante, vamos utilizar apenas o termo probabilidade de detecção.

O tratamento quântico exato do processo de detecção pode ser encontrado em [56]. Trabalhando com a suposição de que as variáveis consideradas no desenvolvimento da teoria de detecção não se alteram no decorrer do processo de medida, a informação física contida no cálculo da probabilidade de detecção é suficiente para o desenvolvimento teórico desta tese.

A equação 2.35 pode ser generalizada para uma situação na qual existam N detectores presentes com ordenamento temporal ($t_1 < t_2 < \dots < t_N$)

$$\begin{aligned} P_{DN} &\propto Tr[\hat{\rho} \hat{\mathbf{E}}_1^{(-)}(\mathbf{s}_1, \mathbf{r}_1, t_1) \dots \hat{\mathbf{E}}_N^{(-)}(\mathbf{s}_N, \mathbf{r}_N, t_N) \hat{\mathbf{E}}_N^{(+)}(\mathbf{s}_N, \mathbf{r}_N, t_N) \dots \hat{\mathbf{E}}_1^{(+)}(\mathbf{s}_1, \mathbf{r}_1, t_1)] \\ &= \langle \hat{\mathbf{E}}_1^{(-)}(\mathbf{s}_1, \mathbf{r}_1, t_1) \dots \hat{\mathbf{E}}_N^{(-)}(\mathbf{s}_N, \mathbf{r}_N, t_N) \hat{\mathbf{E}}_N^{(+)}(\mathbf{s}_N, \mathbf{r}_N, t_N) \dots \hat{\mathbf{E}}_1^{(+)}(\mathbf{s}_1, \mathbf{r}_1, t_1) \rangle \end{aligned} \quad (2.36)$$

¹O processo de detecção por emissão de fótons existe, a princípio. O seu funcionamento é descrito na referência [56]

Além disso, podemos definir a intensidade do campo $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)$ com componente de polarização \mathbf{s} como o produto escalar entre os operadores $\hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)$ e $\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)$

$$\hat{I}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \equiv \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \cdot \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t) \quad (2.37)$$

Da mesma maneira, podemos escrever o operador intensidade total como

$$\hat{I}(\mathbf{r}, t) \equiv \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \cdot \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t), \quad (2.38)$$

que pode ser visto como um operador de densidade de fótons, visto que podemos mostrar que o resultado de sua integração no volume de quantização é igual ao operador número de fótons total

$$\int_{L^3} \hat{I}(\mathbf{r}, t) = \hat{n} \quad (2.39)$$

Em termos do operador de intensidade, a probabilidade para o caso geral de N detectores é dado por

$$P_{DN} \propto \langle \mathcal{T} : \hat{I}_1(\mathbf{s}_1, \mathbf{r}_1, t_1) \dots \hat{I}_N(\mathbf{s}_N, \mathbf{r}_N, t_N) : \rangle, \quad (2.40)$$

onde os símbolos \mathcal{T} e $::$ são necessários para indicar que os operadores de criação e aniquilação associados aos campos $\hat{\mathbf{E}}_i(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)$ ($i = 1..N$) estão normalmente e temporalmente ordenados. Caso a detecção possa ocorrer em qualquer polarização, temos

$$P_{DN} \propto \langle \mathcal{T} : \hat{I}_1(\mathbf{r}_1, t_1) \dots \hat{I}_N(\mathbf{r}_N, t_N) : \rangle, \quad (2.41)$$

No caso específico desta tese, consideraremos apenas estados puros de dois fótons. Portanto, as expressões para a probabilidade de detecção utilizadas serão dadas por

$$\begin{aligned} P_C &\propto \Gamma^{(2,2)} = Tr[\hat{\rho} \hat{\mathbf{E}}_1^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1) \hat{\mathbf{E}}_2^{(-)}(\mathbf{r}_2, t_2) \hat{\mathbf{E}}_2^{(+)}(\mathbf{r}_2, t_2) \hat{\mathbf{E}}_1^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1)] \quad (2.42) \\ &= \langle \psi | \hat{\mathbf{E}}_1^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1) \hat{\mathbf{E}}_2^{(-)}(\mathbf{r}_2, t_2) \hat{\mathbf{E}}_2^{(+)}(\mathbf{r}_2, t_2) \hat{\mathbf{E}}_1^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1) | \psi \rangle \\ &= \langle \mathcal{T} : \hat{I}_1(\mathbf{r}_1, t_1) \hat{I}_2(\mathbf{r}_2, t_2) : \rangle \end{aligned}$$

onde C significa detecções em coincidência e $\Gamma^{(2,2)}$ é chamada de função de correlação de quarta ordem quântica [56].

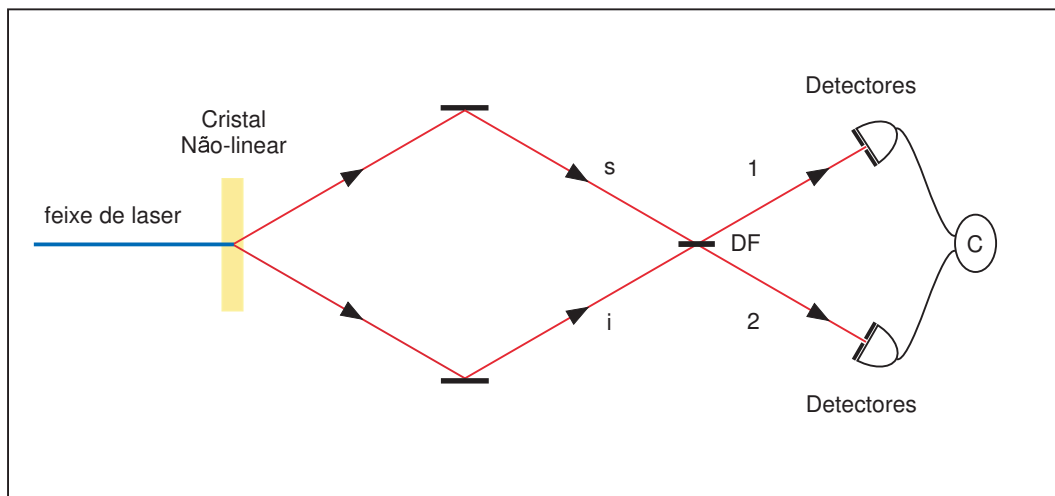


Figura 2.4: Representação esquemática do Interferômetro Hong-Ou-Mandel. Os fótons signal (**s**) e idler (**s**) são enviados para um divisor de feixes simétrico que possui as saídas indicadas como 1 e 2.

2.4 Interferômetro Hong-Ou-Mandel

Quando um par de fótons gêmeos, signal (**s**) e idler (**i**) gerados por meio da CPDE é enviado para um divisor de feixes (DF), de maneira que um dos fótons entre por uma das portas e o outro entre pela porta oposta, conforme a figura 2.4, os caminhos ópticos a partir do cristal não-linear até o DF podem ser igualados, de forma que se não for possível haver distinção entre estes fótons, considerando qualquer grau de liberdade, haverá uma interferência construtiva no DF, de onde ambos sairão juntos pela portas “1” ou “2” do DF. Este fenômeno, relatado pela primeira vez em [60] é uma consequência direta do efeito quântico da indistinguibilidade entre os fótons.

Após o DF, existem quatro possibilidades de saída para o par de fótons: o fóton **s** é transmitido e o fóton **i** é refletido (ambos saem através da porta “1”); o fóton **i** é transmitido e o fóton **s** é refletido (ambos saem através da porta “2”); ambos os fótons são refletidos; ambos os fótons são transmitidos (nestes dois últimos casos, cada fóton sai por uma porta diferente). Todas as possibilidades podem ser vistas na figura 2.5.

O ponto fundamental é que as duas últimas possibilidades são completamente

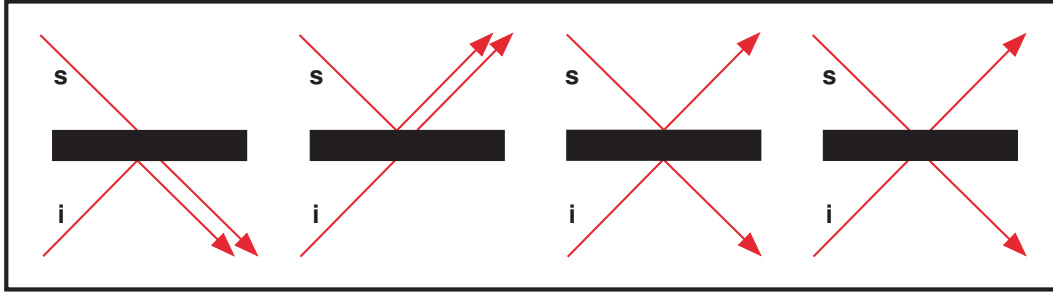


Figura 2.5: Possibilidades de caminhos no divisor de feixe simétrico, da esquerda para a direita: O fóton sinal (**s**) é transmitido e o fóton idler (**i**), refletido; o fóton sinal é refletido e o fóton idler, transmitido; ambos os fótons sinal e idler são refletidos; ambos os fótons sinal e idler são transmitidos.

indistinguíveis quando os fótons alcançam o DF ao mesmo tempo. Sendo a amplitude de probabilidade que representa o evento no qual os dois fótons são refletidos dada por rr e a amplitude para o evento no qual os fótons são transmitidos dada por tt (veja a figura 2.6), e, considerando que se trata de um divisor de feixes simétrico ($r = 1/\sqrt{2}$, $t = i/\sqrt{2}$, a probabilidade de detectar coincidências P_c (onde \mathcal{C} significa coincidências) nos detectores que se encontram em diferentes portas de saída do DF é dada pelo quadrado da soma destas duas amplitudes

$$P_c = |rr + tt|^2, \quad (2.43)$$

resultando em probabilidade nula para este evento

$$P_c = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} i \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = 0. \quad (2.44)$$

Experimentalmente, este fato é verificado observando-se um mínimo em coincidências quando os caminhos dos dois fótons até o divisor é igualado.

Este resultado ocorre quando o par de fótons possui polarizações idênticas. Porém, o par pode ter sido preparado em um estado de Bell. Neste caso, cada fóton individualmente não possui polarização definida, visto que calculando-se o traço sobre um dos fótons, a matriz de densidade reduzida para o outro fóton é igual à identidade.

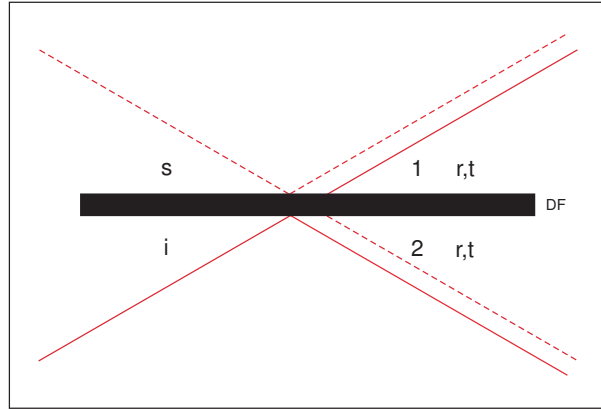


Figura 2.6: Detalhamento esquemático do divisor de um divisor feixes (DF) simétrico. r e t são a refletividade e a transmissividade do divisor. As linhas contínuas indicam os caminhos que o fóton sinal (s) pode seguir e as linhas tracejadas indicam os caminhos que o fóton idler (s) pode seguir.

Para os três estados de Bell que são simétricos por permutação: $|\psi^+\rangle$, $|\phi^+\rangle$ e $|\phi^-\rangle$, a amplitude associada à detecção dos fótons em duas portas de saída diferentes é dada pela soma das amplitudes de transmissão e de reflexão de ambos os fótons. Como resultado, observa-se um padrão de coincidências igual ao caso no qual os fótons possuem a mesma polarização. Entretanto, se os dois fótons estiverem no estado $|\psi^-\rangle$ de polarização, que possui antissimetria de permutação, a amplitude associada ao caso onde os fótons são refletidos deve possuir sinal oposto ao caso onde ambos os fótons são transmitidos, de modo que a amplitude de probabilidade para que haja coincidência nos detectores em portas de saída diferentes é dada por

$$P_c = |rr - tt|^2. \tag{2.45}$$

Portanto, para um DF simétrico, $rr - tt = 1$, resultando em observação de detecção de coincidências quando detectores são colocados em portas de saída diferentes, em um efeito inverso ao que ocorre no caso dos estados de polarização simétricos. É importante observar que o estado total associado ao bifóton tem de respeitar a simetria bosônica, portanto o grau de liberdade espacial tem de ser antissimétrico para que isto ocorra. De fato, a representação usual do estado $|\psi^-\rangle_{s\bar{s}}$,

na base $\mathbf{s}/\bar{\mathbf{s}}$ (\mathbf{s} e $\bar{\mathbf{s}}$ são vetores que representam polarizações ortogonais),

$$|\psi^-\rangle_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{s}\rangle_1|\bar{\mathbf{s}}\rangle_2 - |\bar{\mathbf{s}}\rangle_1|\mathbf{s}\rangle_2), \quad (2.46)$$

onde os índices 1 e 2 representam direções de propagação, possui a informação de simetria espacial embutida. Separando as partes espacial e de polarização, vê-se facilmente que a contribuição espacial também possui antissimetria de permutação

$$|\psi^-\rangle_{\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle|2\rangle - |2\rangle|1\rangle)\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{s}\rangle|\bar{\mathbf{s}}\rangle - |\bar{\mathbf{s}}\rangle|\mathbf{s}\rangle). \quad (2.47)$$

Para um tratamento mais formal, deve-se calcular a função de correlação de quarta ordem que fornece a probabilidade de detecção em coincidências, descartando, momentaneamente, a contribuição espacial

$$P_c = \mathcal{C}\langle\psi|\hat{\mathbf{E}}_1^{(-)}(t_1)\hat{\mathbf{E}}_2^{(-)}(t_2)\hat{\mathbf{E}}_2^{(+)}(t_2)\hat{\mathbf{E}}_1^{(+)}(t_1)|\psi\rangle = |\langle vac|\hat{\mathbf{E}}_2^{(+)}(t_2)\hat{\mathbf{E}}_1^{(+)}(t_1)|\psi\rangle|^2, \quad (2.48)$$

observando que $j = 1, 2$, $\hat{E}_j^+(t_j)$ é a parte positiva do operador campo elétrico no detector j no tempo t_j e, \mathcal{C} é uma constante de proporcionalidade. Como o operador campo elétrico é proporcional ao operador de destruição associado, basta que saibamos como escrever os modos \hat{a}_1 e \hat{a}_2 em função dos operadores de entrada \hat{a}_i e \hat{a}_s . Lembrando que estamos assumindo um divisor de feixes simétrico, inclusive com relação à polarização, podemos escrever

$$\hat{a}_1(\mathbf{s}, t) = 1/\sqrt{2}[\hat{a}_i(\mathbf{s}, t) + i\hat{a}_s(\mathbf{s}, t)] \quad ; \quad \hat{a}_2(\mathbf{s}, t) = 1/\sqrt{2}[\hat{a}_s(\mathbf{s}, t) + i\hat{a}_i(\mathbf{s}, t)]. \quad (2.49)$$

Para o caso de um fóton em cada detector e desconsiderando a variável tempo, a combinação de operadores de destruição torna-se

$$\hat{a}_2(\mathbf{s}')\hat{a}_1(\mathbf{s}) = \hat{a}_s(\mathbf{s}')\hat{a}_i(\mathbf{s}) + i\hat{a}_s(\mathbf{s}')\hat{a}_s(\mathbf{s}) + i\hat{a}_i(\mathbf{s}')\hat{a}_i(\mathbf{s}) - \hat{a}_i(\mathbf{s}')\hat{a}_s(\mathbf{s}). \quad (2.50)$$

Como estamos analisando o resultado de saída de fótons onde a entrada se dá pelas duas portas i e s , apenas o primeiro e o quarto termos do lado direito da equação 2.50 sobrevivem. Substituindo estes operadores na equação 2.48 e realizando o cálculo onde $|\psi\rangle$ é um dos estados de Bell em polarização podemos ver

que apenas o estado antissimétrico $|\psi^-\rangle$ resulta em amplitude de probabilidade não nula, de modo que somente neste estado devemos ter contagem de coincidências nos detectores 1 e 2.

Quando desejamos a amplitude de probabilidade em coincidências de que ambos os fótons sejam detectados através de apenas uma das portas, podemos calcular tanto o termo $\hat{a}_1(\mathbf{s}')\hat{a}_1(\mathbf{s})$ quanto o termo $\hat{a}_2(\mathbf{s}')\hat{a}_2(\mathbf{s})$, que só diferem por uma fase global. Calculando o termo relacionado à saída 1, temos

$$\hat{a}_1(\mathbf{s}')\hat{a}_1(\mathbf{s}) = \hat{a}_i(\mathbf{s}')\hat{a}_i(\mathbf{s}) + i\hat{a}_i(\mathbf{s}')\hat{a}_s(\mathbf{s}) + i\hat{a}_s(\mathbf{s}')\hat{a}_i(\mathbf{s}) - \hat{a}_s(\mathbf{s}')\hat{a}_s(\mathbf{s}). \quad (2.51)$$

Procedendo como no caso anterior, vemos que, desta vez, as amplitudes de probabilidade correspondentes aos estados $|\psi^+\rangle$, $|\phi^+\rangle$ e $|\phi^-\rangle$ é que são diferentes de zero, de modo que estes estados apresentarão o vale de coincidências característico do interferômetro HOM [60].

2.5 Feixes eletromagnéticos em modos Hermite-Gaussianos e Laguerre-Gaussianos

O estudo de feixes eletromagnéticos é de vital importância em todas as áreas nas quais seja necessária a aplicação do laser. Um feixe eletromagnético é, basicamente, um campo espacialmente confinado que pode divergir ou não com a sua propagação. A sua dinâmica é descrita pela equação de onda

$$\nabla^2 U(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} U(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.52)$$

onde $U(\mathbf{r}, t)$ é uma função de onda complexa que representa a amplitude do campo eletromagnético que define o feixe. Fazendo a suposição de que este campo propaga-se em uma região em torno do eixo z em direções que fazem, no máximo, pequenos ângulos com este eixo (aproximação paraxial) [61], a dependência espacial desta onda passa a ter a sua dinâmica descrita pela equação paraxial de Helmholtz

$$\nabla_T^2 W(\mathbf{r}) - i2k \frac{\partial W(\mathbf{r})}{\partial z} = 0, \quad (2.53)$$

onde $W(\mathbf{r})$ é a componente espacial da função de onda complexa $U(\mathbf{r}, t)$, k é o vetor de onda e ∇_T^2 é a componente de ∇^2 nas direções perpendiculares à direção z .

Como em qualquer equação diferencial parcial, o formato das soluções da equação 2.53 depende do sistema de coordenadas utilizado, e portanto, da simetria desejada.

Em nosso laboratório, podemos gerar feixes eletromagnéticos cujas amplitudes pertencem a duas famílias de soluções da equação paraxial de Helmholtz: feixes Hermite-Gaussianos (associados à simetria cartesiana) e feixes Laguerre-Gaussianos (associados à simetria cilíndrica)². De modo que eles serão apresentados a seguir.

2.5.1 Feixes Hermite-Gaussianos

Se escolhermos o sistema cartesiano, as soluções espaciais resultantes da equação paraxial de Helmholtz formarão uma família de amplitudes de campo complexas conhecidas como feixes Hermite-Gaussianos (HG)

$$HG_{mn}(x, y, z) = \frac{1}{w(z)} \sqrt{\frac{2}{2^{m+n} m! n! \pi}} H_m \left(\frac{x\sqrt{2}}{w(z)} \right) H_n \left(\frac{y\sqrt{2}}{w(z)} \right) \times \quad (2.54)$$

$$\times \exp \left[\frac{-(x^2 + y^2)}{w^2(z)} \right] \exp \left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2R(z)} - i(m + n + 1)\xi(z) \right],$$

onde os índices n e m definem a ordem dos polinômios de Hermite $H_n(x)$ e $H_m(x)$, cujas expressões explícitas em termos de polinômios são dadas pela fórmula

$$H_\alpha(\zeta) = \alpha! \sum_{j=0}^{\alpha/2} \frac{(-1)^j (2\zeta)^{\alpha-2j}}{j!(\alpha-2j)!}. \quad (2.55)$$

Os parâmetros $W(z)$, $R(z)$ e $\xi(z)$ são dados pelas expressões

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} \quad (2.56)$$

$$R(z) = \left(1 + \frac{z^2}{z_R^2} \right) \quad (2.57)$$

$$\xi(z) = \arctan \frac{z}{z_R}. \quad (2.58)$$

²Quando se considera a simetria esférica, a família de soluções obtida é conhecida como Bessel-Gaussiana. Esta família de amplitudes corresponde aos feixes Bessel-Gaussianos, que possuem a interessante propriedade de não divergir. Entretanto, como já foi dito, este tipo de feixe não faz parte do interesse desta tese

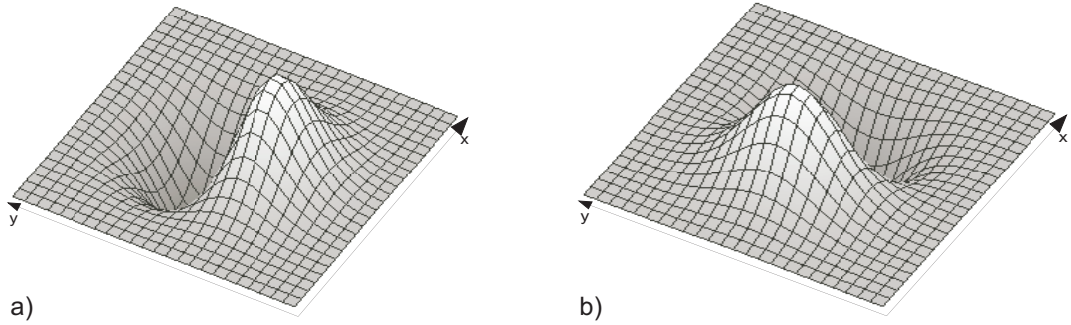


Figura 2.7: Exemplos de gráficos de amplitudes de modos Hermite-Gaussianos. A figura a) mostra um gráfico da amplitude de um modo HG_{01} e a figura b) mostra um gráfico da amplitude de um modo HG_{10} . Note que dado o modo HG_{xy} , os índices 0 e 1 representam o número de nós nas coordenadas correspondentes .

Na primeira expressão, w_0 é o menor raio possível do feixe e $w(z)$ é o raio do feixe em uma dada posição z . z_R é o chamado comprimento de Rayleigh, que é a posição onde o raio do feixe alcança o valor de $\sqrt{2}w_0$. Na segunda expressão, $R(z)$ informa qual é o raio de curvatura da frente em um determinado ponto z . Pela expressão de $R(z)$, em $z = 0$ teremos um feixe com frente de onda com curvatura nula como uma onda plana, em $z = z_R$ teremos o maior valor da curvatura e, finalmente, com a distância tornando-se progressivamente maior teremos a curvatura da frente de onda novamente tendendo a zero, significando que a frente de onda vai tornando-se uma onda plana. Na terceira expressão, $\xi(z)$ é a conhecida fase de Gouy, que representa a fase adquirida pela frente de onda do feixe em relação a uma onda plana ao passar pela região em torno do ponto $z = 0$. Para uma discussão mais detalhada dos significados destes parâmetros, veja as referências [58, 61, 62]. Exemplos de modos Hermite-Gaussianos de ordem baixa podem ser vistos nas figuras 2.7 e 2.8.

Uma característica matemática importante sobre os polinômios de Hermite é que compõem este tipo de modo do campo eletromagnético é que as suas paridades

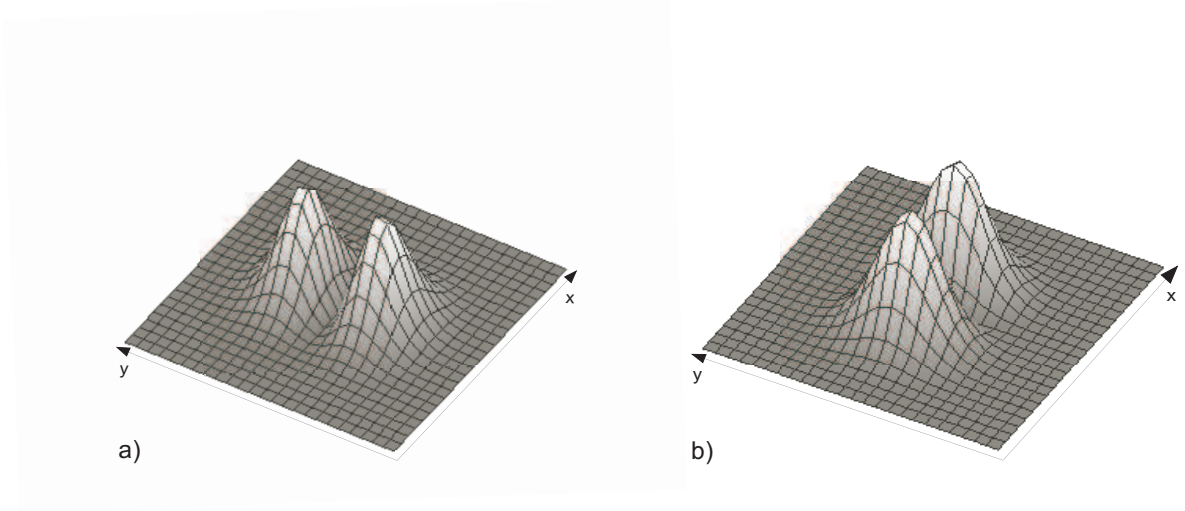


Figura 2.8: Exemplos de gráficos de intensidades de modos Hermite-Gaussianos. A figura a) mostra um gráfico da intensidade de um modo HG_{01} e a figura b) mostra um gráfico da intensidade de um modo HG_{10} . Assim como na figura anterior, os índices 0 e 1 representam o número de nós (zeros) nas coordenadas correspondentes.

correspondem às paridades dos seus respectivos índices m e n . Esta é a informação mais relevante para entender as propostas e resultados contidos nesta tese. É importante, também, observar que a ordem do feixe é definida pela soma destes índices.

2.5.2 Feixes Laguerre-Gaussianos

Se escolhermos o sistema de coordenadas cilíndrico, as soluções espaciais resultantes da equação paraxial de Helmholtz formarão uma família de amplitudes de campo complexas conhecidas como feixes Laguerre-Gaussianos (LG)

$$\begin{aligned}
 LG_p^l(r, \theta, z) &= \frac{1}{w(z)} \sqrt{\frac{2p!}{(p+|l|)! \pi}} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|l|} L_p^{|l|} \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \times \\
 &\times \exp \left[\frac{-r^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[\frac{ikr^2}{2R(z)} - i(2p+|l|+1)\xi(z) - il\phi \right], \quad (2.59)
 \end{aligned}$$

onde as funções $L_\beta^\alpha(\zeta)$ são os polinômios generalizados (associados) de Laguerre dados pela expressão [63]

$$L_\beta^\alpha(\zeta) = \sum_{j=0}^{\beta} \frac{(-1)^j}{j!} \binom{\beta + \alpha}{\beta - j} \zeta^j. \quad (2.60)$$

O parâmetro p nos dá informação sobre a forma radial do modo. Se ele possuir um valor par, então a função que define o modo terá um valor mínimo no ponto $r = 0$ (centro), caso contrário, a função que define o modo terá um pico neste ponto. O parâmetro l informa a densidade de momento angular orbital por fóton carregado pelo feixe que possui este modo, sendo esta a sua característica marcante [64, 65], podendo ser $l\hbar$ ou $-l\hbar$. As funções da variável z que aparecem já foram definidas na seção anterior e a ordem deste tipo de feixe é dada pela soma $2p + |l|$.

2.5.3 Sobre as soluções da equação paraxial de Helmholtz

Estas duas famílias de soluções da equação paraxial de Helmholtz possuem como limite o feixe Gaussiano. Basta que sejam escolhidos os valores $n, m = 0$ na expressão 2.54 ou $|l|, p = 0$ na expressão 2.59. Entendendo este fato de outro modo, as amplitudes são definidas pelos conjuntos de polinômios resultantes da simetria desejada, limitadas por uma envoltória Gaussiana.

Um importante aspecto a ser observado é que o conjunto infinito de funções que representam estes modos forma, cada um, uma base completa com a qual pode-se construir a representação de qualquer feixe que respeite a aproximação paraxial. Sendo possível realizar a troca de bases, em coordenadas cartesianas, entre os modos Hermite-Gaussiano e Laguerre-Gaussiano através das igualdades [66]

$$LG_p^l \equiv LG_{mn}(x, y, z) = \sum_{j=0}^{\mathcal{N}} i^j b(m, n, j) HG_{\mathcal{N}-j, j}(x, y, z), \quad (2.61)$$

e

$$HG_{mn}(x, y, z) = i^n \sum_{j=0}^{\mathcal{N}} i^j b(\mathcal{N} - j, j, n) LG_{\mathcal{N}-j, j}(x, y, z), \quad (2.62)$$

onde o coeficiente $b(\alpha, \beta, \gamma)$ é dado pela expressão

$$b(\alpha, \beta, \gamma) = \left[\frac{(\mathcal{N} - \gamma)! \gamma!}{2^{\mathcal{N}} \alpha! \beta!} \right] \frac{1}{\gamma!} \frac{d^\gamma}{d\zeta^\gamma} [(1 - \zeta)^\alpha (1 + \zeta)^\beta] \Big|_{\zeta=0}, \quad (2.63)$$

$\mathcal{N} = 2p + |l|$ é a ordem do modo Laguerre, $l = m - n$ e $p = \min(m, n)$.³

2.6 Distribuição $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$

O operador densidade de um campo eletromagnético nos dá toda a informação possível sobre ele. Porém, uma outra representação possível pode ser obtida por meio do conhecimento de uma função de distribuição quântica. Essas funções diferenciam-se das funções de probabilidade clássicas por não obedecerem a um dos dois postulados que caracterizam uma função de distribuição de probabilidades contínua clássica: normalização igual a 1 e valor entre 0 e 1. Elas podem, inclusive, não ser bem definidas para algum estado quântico particular do campo [67]. Em especial, para calcular valores esperados de operadores normalmente ordenados, existe uma função de distribuição chamada de *função de distribuição de Glauber-Sudarshan*, simbolizada por $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$.

Como ela surge na óptica quântica? Dado um campo de radiação eletromagnética descrito por meio do seu operador densidade ρ . Para uma dada base completa de estados $|\psi_i\rangle$, pode-se escrever a forma geral de ρ como

$$\rho = \sum P_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (2.64)$$

onde P_i é o peso relativo para a projeção $|\psi_i\rangle \langle \psi_i|$. Além disso, o valor esperado de qualquer grandeza física que possa ser observada neste campo pode ser obtida através do cálculo do traço do resultado da multiplicação do operador de densidade pelo operador que representa a grandeza física

$$\langle O \rangle = \text{Tr}(\rho O), \quad (2.65)$$

Assim, Glauber e Sudarshan [22, 68] propuseram uma expansão de ρ numa representação diagonal na base de vetores de estados coerentes $|\alpha\rangle$ na forma

$$\rho = \int \mathcal{P}(\alpha, \alpha^*) |\alpha\rangle \langle \alpha| d^2\alpha \quad (2.66)$$

cuja a representação na base de Fock $|n\rangle$ é dada por

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (2.67)$$

³Note que para encontrarmos a expressão 2.61 a partir da expressão 2.62 e vice-versa, basta que sejam utilizadas as relações de ortogonalidade dos modos *LG* e *HG*.

A integração na expressão 2.66 é realizada sobre todo o plano complexo formado pelos autovalores α dos operadores destruição \hat{a} e pelos autovalores α^* dos operadores criação \hat{a}^\dagger quando aplicados na base dual $\langle\alpha|$,

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle. \quad (2.68)$$

$$\langle\alpha|\hat{a}^\dagger = \langle\alpha|\alpha^*. \quad (2.69)$$

Ainda na integral 2.66, por ser uma função peso para cada projetor $|\alpha\rangle\langle\alpha|$, é chamada de representação em estados coerentes ou simplesmente representação $\mathcal{P}(\alpha)$ do campo eletromagnético [56, 67, 69].

A função $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$ obedece a duas propriedades. Como o operador densidade ρ é hermitiano, a expressão 2.66 mostra que ela é real. Além disso, pelo fato de o traço do operador densidade ρ ser unitário, $Tr(\rho) = 1$, ela é normalizada a 1, ou seja,

$$\int \mathcal{P}(\alpha) d^2\alpha = 1. \quad (2.70)$$

Não se pode garantir, entretanto que ela seja bem definida ou que seja sempre positiva em todo o plano (α, α^*) . Portanto, a distribuição $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$ não é uma distribuição de probabilidades clássica. Aliás, campos eletromagnéticos que violam certas desigualdades previstas pela eletrodinâmica clássica possuem representações $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$ que tornam-se negativas em alguma região do plano complexo (α, α^*) . Da mesma maneira, campos eletromagnéticos que possuem representação $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$ não negativa e bem definida não violam desigualdades previstas pela eletrodinâmica clássica, funcionando a $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$ como uma distribuição de probabilidades clássica nesta situação, onde os autovalores α^* e α tornam-se amplitudes complexas clássicas do campo [70].

Como veremos na seção seguinte, é esta distribuição que permite o cálculo mais direto do valor esperado para operadores que sejam funções dos operadores \hat{a}^\dagger e \hat{a} , estando eles normalmente ordenados, ou seja, os operadores criação à esquerda dos operadores destruição.

2.6.1 Calculando o valor esperado de um operador

Quando se utiliza a representação $\mathcal{P}(\alpha, \alpha^*)$ de um campo eletromagnético, pode-se calcular o valor esperado de um operador que atua neste campo da mesma forma que

se calcularia na mecânica estatística clássica, bastando que o operador seja escrito como função dos operadores \hat{a}^\dagger e \hat{a} em ordem normal

$$O^N(\hat{a}^\dagger, \hat{a}) = \sum_{k,l} C_{k,l}^N (\hat{a}^\dagger)^k \hat{a}^l, \quad (2.71)$$

onde N significa que o operador está escrito na ordem normal, $C_{k,l}^N$ é o coeficiente da expansão e as constantes k e l são as potências às quais os operadores \hat{a}^\dagger e \hat{a} estão elevados. Este resultado é conhecido como *Teorema da Equivalência*.

Em essência, este teorema mostra que é equivalente calcular o valor esperado para um operador seja por meio da expressão

$$\langle O^N(\hat{a}^\dagger, \hat{a}) \rangle = Tr[\rho O^N(\hat{a}^\dagger, \hat{a})] = \sum_{k,l} C_{k,l}^N Tr[\rho (\hat{a}^\dagger)^k \hat{a}^l] \quad (2.72)$$

ou simplesmente trocando os operadores \hat{a} e \hat{a}^\dagger pelos seus autovalores α e α^* que resultam das suas respectivas aplicações ao estado coerente $|\alpha\rangle$ e ao seu dual $\langle\alpha|$,

$$\langle O^N(\hat{a}^\dagger, \hat{a}) \rangle = \int \mathcal{P}(\alpha) O^N(\hat{a}^\dagger, \hat{a}) d^2\alpha. \quad (2.73)$$

Neste caso, a distribuição $\mathcal{P}(\alpha)$ funciona como uma função peso. Além disso, é sempre possível converter a representação de um operador escrito em qualquer ordenamento por uma representação que possua ordenamento normal, bastando que se utilize a relação de comutação $[\hat{a}^\dagger, \hat{a}] = 1$.

Este pequeno texto está longe de exaurir todas as informações relevantes sobre esta função de distribuição, deste modo, recomendo a leitura das referências [56, 67, 69] para que o leitor tenha acesso a uma exposição mais completa.

Capítulo 3

Singleto Local

3.1 Introdução

Estados de polarização multifotônicos são ferramentas importantes na investigação e futura implementação de protocolos de informação quântica [49]. No caso de polarização de dois fótons, os estados de Bell, dados por

$$|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|V\rangle_2 \pm |V\rangle_1|H\rangle_2)|\phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_1|H\rangle_2 \pm |V\rangle_1|V\rangle_2), \quad (3.1)$$

formam uma base completa no espaço de Hilbert quadridimensional. Aqui, H e V representam as polarizações horizontal e vertical, respectivamente, e os “Kets” 1 e 2 significam modos de onda plana. Os estados “tripletos”, $|\psi^+\rangle$ and $|\phi^\pm\rangle$, são simétricos e o estado “singleto” $|\psi^-\rangle$ é antissimétrico sob permutação dos dois fótons. Para que a simetria bosônica global da função de onda que representa o par de fótons seja mantida, se eles estiverem em um estado de polarização singleto, também apresentarão antissimetria espacial, não podendo ocupar o mesmo modo de onda plana [71, 72]. Este comportamento pode ser visto em experimentos de interferência de dois fótons usuais: quando dois fótons de ondas planas indistinguíveis encontram-se em um divisor de feixes (DF), eles saem pela mesma porta se estiverem em um estado simétrico de polarização e por portas opostas caso estejam em um estado antissimétrico de polarização $|\psi^-\rangle$.

A antissimetria exibida pelo estado singleto faz com que ele possua algumas propriedades interessantes. Recentemente, alguma atenção tem sido dada aos estados “Supersingletos” [73] – estados singletos de duas ou mais partículas. Foi mos-

trado que estes estados podem ser usados para resolver muitos problemas que não possuem solução clássica, assim como em violações de desigualdades de Bell¹. Provavelmente estes estados possuem um potencial igualmente grande para guardar e transmitir informação. Em particular, estados singletos $|\psi_N^-\rangle$ formados por N sistemas bidimensionais – qubits – podem ser usados para construir subespaços livres de decoerência, os quais são robustos à decoerência coletiva [73, 74, 75]. Este tipo de decoerência ocorre quando a interação sistema-ambiente é a mesma para todos os qubits. Mais especificamente, estes estados são (a menos de uma fase global) invariantes a qualquer tipo de N operações unitárias laterais,

$$U^{\otimes N}|\psi_N^-\rangle = |\psi_N^-\rangle, \quad (3.2)$$

onde U é uma operação unitária sobre um único qubit e $U^{\otimes N}$ é dado por $U \otimes U \otimes \dots \otimes U$. Deste modo, é possível evitar decoerência coletiva e proteger a informação quântica codificada nos estados $|\psi_N^-\rangle$ [75]. A afirmação de que a decoerência é coletiva é geralmente válida no caso em que os sistemas físicos que representam os qubits (em nosso caso, cada fóton emaranhado representa um qubit) estão a distâncias menores que o comprimento de coerência do ambiente [73]. Em futuras implementações de comunicação ótica, por exemplo, isto pode não ser verdade se os fótons não se propagarem na mesma região espaço-temporal.

Em um artigo publicado no ano 2000, Kwiat *et. al.* [44] mostraram experimentalmente que o estado emaranhado de dois fótons $|\psi^-\rangle \equiv |\psi_2^-\rangle$ é resistente à decoerência da forma (3.2). Neste trabalho, fótons no estado de polarização $|\psi^-\rangle$ foram gerados usando conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE) do tipo II não-colinear. Cada fóton foi sujeito a um ambiente que causa decoerência na forma de um cristal birrefringente, o qual introduziu uma fase randômica dependente da frequência entre as componentes de polarizações horizontal e vertical. Para simular o ambiente coletivo, os cristais foram mantidos alinhados de modo a causarem a mesma decoerência sobre os fótons. Mais adiante, eles demonstraram em suas medidas que a fidelidade do estado $|\psi^-\rangle$ não foi afetada pelos cristais causadores da decoerência coletiva. É importante frisar que, nessa demonstração, a decoerência coletiva foi artificialmente conseguida através do ajuste correto de dois cristais independentes em regiões espaço-temporais distintas.

¹Veja a referência [73] para uma boa revisão sobre o assunto.

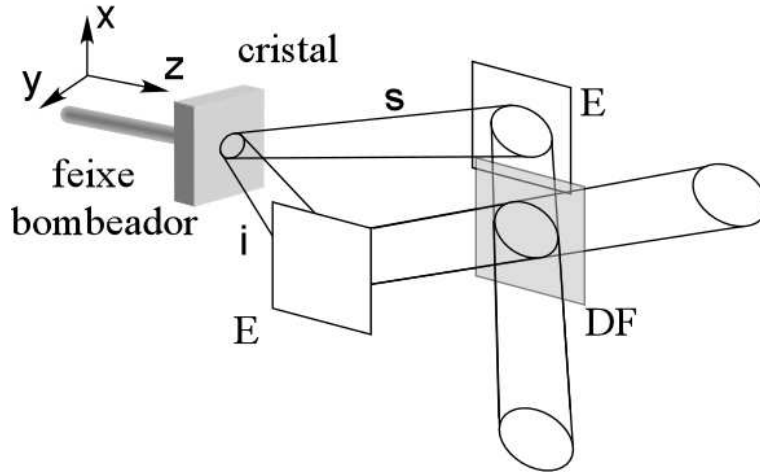


Figura 3.1: Interferômetro HOM. Dois fótons criados por meio de CPDE não-colinear são direcionados pelos espelhos (E) sobre o divisor de feixes 50 – 50 não polarizado (DF).

Porém, nós poderíamos garantir que a decoerência sofrida pelo estado $|\psi^-\rangle$ seria coletiva somente se nós pudéssemos localizar os dois fótons dentro da mesma região espaço-temporal, por exemplo, dentro de um feixe bem colimado. Neste capítulo, nós mostraremos medidas de correlações de pares de fótons, usando interferência Hong-Ou-Mandel (HOM) multimodal [45], que demonstram ser possível criar um estado de polarização $|\psi^-\rangle$ “localizado”, no qual os dois fótons propagam-se em um feixe único. Desta maneira, até a escala definida pela largura do feixe, qualquer decoerência unitária causada pelo ambiente é sentida igualmente pelos dois fótons.

3.2 Teoria

Por muitos anos a interferometria HOM [60] (e variações) tem sido um dos principais métodos usados para observar interferência de dois fótons. Como mostrado na figura 3.1, dois fótons s e i são criados por CPDE não-colinear e direcionados sobre um divisor de feixes (DF) 50 – 50 não-polarizado. Se o comprimento dos caminhos óticos de s e i forem iguais, então eles interferirão como descrito anteriormente.

Recentemente, Walborn *et. al.* [45] mostraram que se um tratamento multi-

modal for feito para a interferência HOM, então é necessário levar em consideração além do grau de liberdade de polarização, também o espacial transversal. É bem conhecido que em CPDE não-colinear multimodal, sob certas condições experimentais, o perfil transversal do feixe do campo bombeador $\mathcal{W}(x, y, z)$ é transferido para a amplitude de detecção de dois fótons como $\mathcal{W}((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2, Z)$ [59]. Na aproximação monocromática, (estamos assumindo que os fótons convertidos são pós-selecionados com o mesmo comprimento de onda), a amplitude de detecção de dois fótons pode ser considerada como uma função de onda de dois fótons [56]. Enviando os fótons convertidos a um divisor de feixes, a interferência HOM observada depende da paridade da função $\mathcal{W}(x, y, z)$. Especificamente, usando um feixe bombeador que seja uma função ímpar da coordenada y , $\mathcal{W}(x, -y, z) = -\mathcal{W}(x, y, z)$, fótons no estado de polarização $|\psi^-\rangle$ deixam o divisor de feixes pela mesma porta de saída. Neste caso, seguindo a referência [45], a amplitude de probabilidade para detectar ambos os fótons na mesma porta de saída é dada por

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto \mathcal{W}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}, Z\right) \times (\mathbf{H}_1 \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 \mathbf{H}_2) \quad (3.3)$$

onde $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ e $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ são as coordenadas de dois detectores, (que serão convencionalmente chamados de D_1 e D_2) postos na mesma porta de saída do divisor de feixes, detectando na mesma região espacial. Além disto, considera-se que os detectores estão à mesma distância do cristal, de modo que $z_1 = z_2 = Z$. \mathbf{H} e \mathbf{V} são vetores de polarização unitários nas direções horizontal e vertical, respectivamente. A dependência de (3.3) como uma função da forma $y_1 - y_2$ é devido à reflexão de um dos fótons no divisor de feixes [45]. Aqui foi assumido que o divisor de feixes 50 – 50 é simétrico. Além disto, foi ignorado o emaranhamento entre a polarização e o vetor de onda devido à birrefringência do cristal não-linear, que pode ser minimizado utilizando-se um cristal compensador, além de filtros de interferência de banda estreita e aberturas de detecção pequenas a frente dos detectores. Apesar de os fótons no estado $|\psi^-\rangle$ deixarem o divisor sempre pela mesma porta (na suposição de um alinhamento perfeito), por qual porta eles vão sair é um acontecimento completamente randômico. Note-se outro fato: as componentes transversal espacial e de polarização da Eq. (3.3) são antissimétricas.

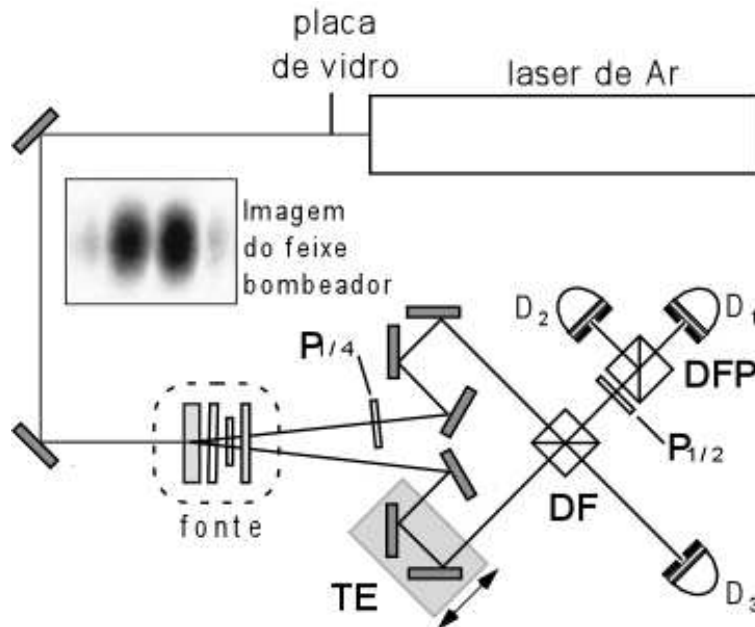


Figura 3.2: Montagem experimental. Uma placa de vidro é colocada até a metade do feixe Gaussiano na direção perpendicular à direção de sua propagação. Em seguida, a placa de vidro é ajustada para criar uma diferença de fase igual a π entre as duas metades do feixe, criando um perfil que é uma função ímpar da coordenada y . O destaque mostra o perfil do feixe bombeador na região de detecção. Um cristal de BBO (β -borato de bário) de 2 mm de comprimento é bombeado por um laser de argônio gerando fótons gêmeos em cones cruzados. A “fonte” na figura é composta por um cristal não-linear, um cristal compensador de 1 mm de comprimento, filtro UV e placa de meia onda como em [26]. $P_{1/4}$ é uma placa de meia onda usada para mudar o estado de $|\psi^+\rangle$ para $|\psi^-\rangle$. DF é um divisor de feixes 50 – 50. O trombone com espelhos, montado sobre um estágio motorizado controlado por computador, é usado para ajustar a diferença entre os comprimentos de caminho. O divisor de feixes por polarização (DFP) e a placa de meia onda ($P_{1/2}$) são usados para detectar fótons que saem pela mesma porta do DF. À frente de cada um dos fotodetectores D_1 , D_2 e D_3 são colocados aberturas circulares de 3 mm diâmetro e filtros de interferência centrados em 702 nm com largura de 1 nm.

3.3 Experimento

A figura 3.2 mostra a montagem experimental. Logo após a saída de um laser de argônio ($\lambda_p = 351$ nm), uma fina ($\sim 150 \mu\text{m}$) lâmina de vidro foi inserida até a metade do feixe bombeador de perfil transversal Gaussiano e o ângulo desta com relação ao feixe foi ajustado de modo a conseguir uma diferença de fase igual a π entre as duas metades do feixe. Este procedimento produz um perfil transversal que é uma função da coordenada y horizontal. Uma fotografia do perfil de intensidades do feixe na região de detecção (~ 3 m de distância a partir da lâmina de vidro) é mostrada no destaque da figura 3.2. Por causa da filtragem espacial, devido à sua propagação, este perfil apresenta somente um mínimo central, na região de campo distante, tornando-se similar a um feixe Hermite-Gaussiano de primeira ordem HG_{01} na região de detecção.

Este feixe é usado para bombear um cristal não-linear (BBO) cortado de modo a gerar fótons no processo CPDE com casamento de fases do tipo II. O cristal é ajustado para gerar fótons emaranhados em polarização ($\lambda \sim 702$ nm) usando a fonte de cones cruzados, como reportado na referência [26]. O estado de saída desta fonte é controlado através do ajuste do ângulo do cristal compensador para que o estado de polarização seja $|\psi^+\rangle$. Com uma placa de um quarto de onda em um dos braços, a fase relativa pode ser manipulada de modo a mudar a polarização de $|\psi^+\rangle$ para $|\psi^-\rangle$. Uma montagem de espelhos (trombone) em um dos braços foi preparada sobre um estágio translacional motorizado para ajustar a diferença no comprimento dos caminhos dos braços do interferômetro. Os fótons foram enviados para um divisor de feixes (DF). D_1 , D_2 e D_3 são fotodetectores EG&G SPCM 200 equipados com filtros de interferência (1 nm FWHM centralizados em 702 nm) e aberturas de detecção circular de 3 mm. Um computador foi usado para registrar coincidências e contagens simples.

Os procedimentos e medidas descritos a seguir têm por objetivo provar que produzimos um feixe de dois fótons no estado singleto de polarização. Para alcançarmos este intento, temos de comprovar que geramos estados de Bell em polarização, além de mostrar como discernir um feixe de fótons no estado $|\psi^+\rangle$ de um $|\psi^-\rangle$ na base de coincidências.

Inicialmente, precisamos assegurar que produzíamos feixes em estados de Bell

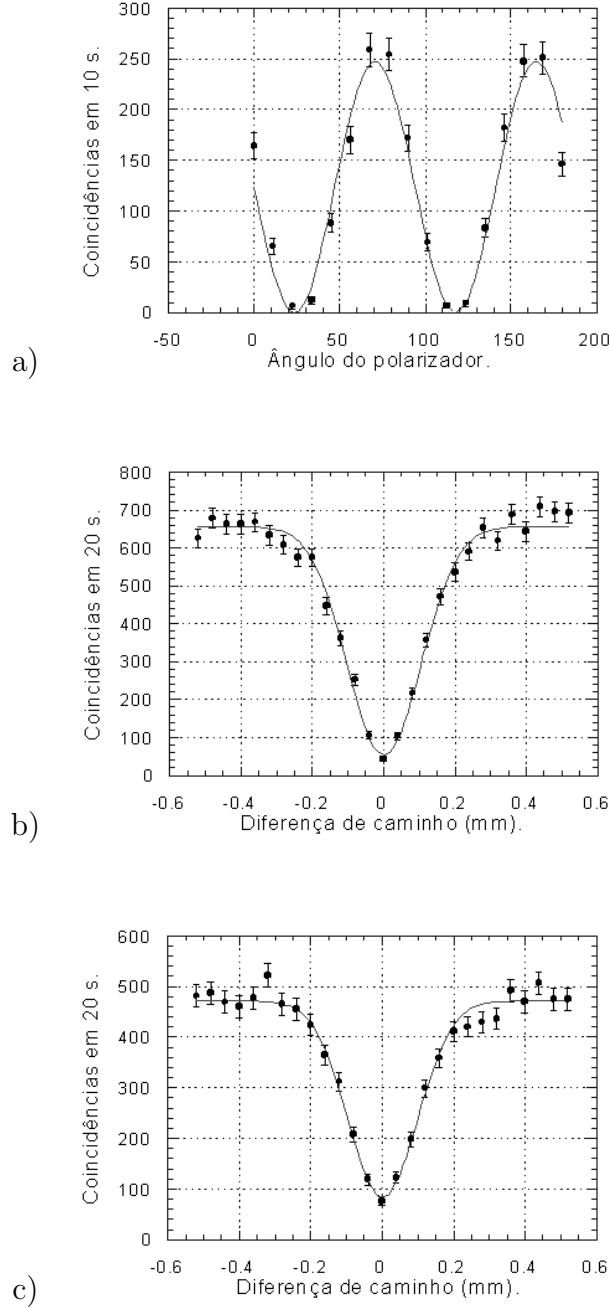


Figura 3.3: Curvas de Polarização e de interferometria HOM usuais. a) Curva de interferência de Polarização com visibilidade $\mathcal{V} = 0,97 \pm 0,01$. b) Curva de interferometria HOM utilizando estado de polarização $|\psi^+\rangle$ e perfil transversal par na coordenada y . A visibilidade da curva é de $\mathcal{V} = 0,92 \pm 0,01$. c) Curva de interferometria HOM utilizando estado de polarização $|\psi^-\rangle$ e perfil transversal ímpar na coordenada y . A visibilidade da curva é de $\mathcal{V} = 0,82 \pm 0,01$. A curva de polarização foi ajustada com a função “ $a[1 + \mathcal{V}\text{sen}(bx)]$ ”. As curvas de interferência HOM foram ajustadas com a função “ $a\{1 - \mathcal{V}\exp[-b(x - c)^2]\}$ ”.

antes de realizar interferometria HOM. Com o divisor de feixes removido (fig. 3.2), usamos um analisador de polarização em cada detector (não estão mostrados na figura 3.2) que consistiam de uma placa de meia onda e um divisor de feixes por polarização para testar a qualidade dos estados de Bell produzidos. Testar a qualidade significa observar curvas interferência de polarização com visibilidade maior que 82% [26]. Mais especificamente, realizamos este procedimento para observar curvas de polarização do estado $|\psi^-\rangle$ gerado pelo conjunto constituído pela “fonte” e placa de um quarto de onda. As curvas medidas foram feitas com um dos polarizadores sendo mantido fixo a 0° e a 45° enquanto que o outro era rodado. As curvas de interferência observadas, alcançaram 0.97 ± 0.01 em alguns casos (figura 3.3.a), implicando em um alto grau de emaranhamento por polarização, isto é, um estado de polarização $|\psi^-\rangle$ de excelente qualidade.

Recolocando o DF no lugar e removendo os analisadores de polarização, medimos curvas de intrerferência HOM usuais com detecção em coincidência nas portas de saída (detectores D_1 e D_3 na figura 3.2) através da translação do estágio motorizado. Com a placa de vidro removida observamos curvas de interferência com visibilidades que alcançavam $\mathcal{V}_{HOM} = 0.92 \pm 0.01$ (figura 3.3.b), indicando boa superposição dos pacotes de onda dos fótons no DF. Com a placa de vidro posta novamente até a metade da seção transversal do feixe de laser na direção y (feixe bombeador com perfil ímpar) e usando fótons no estado de polarização $|\psi^-\rangle$, a visibilidade alcançou $\mathcal{V}_{HOM} = 0.82 \pm 0.01$ (figura 3.3.c). Muito provavelmente o decréscimo na visibilidade é devido a duas razões. Primeiro, o alinhamento do interferômetro HOM é mais sensível quando um feixe bombeador ímpar é usado [45]. Segundo, existe uma pequena diferença de intensidade entre a seção do feixe de laser que passa através da lâmina de vidro e a que não passa. Em outras palavras, o módulo da amplitude do feixe de laser possui uma pequena variação entre a parte da seção transversal que atravessa e a que não atravessa o vidro, assim o espectro angular que é transferido para o estado dos bifótons carrega esta assimetria, constituindo um fator a mais para causar distinguibilidade na interferência de quarta ordem.

Posteriormente, nós colocamos um analisador de polarização (uma placa de meia onda e um divisor de feixes por polarização, DFP) em uma das saídas do DF e detectamos coincidências nas duas portas de saída do DFP, de modo que os detectores D_1 e D_2 (figura 3.2) sempre detectavam polarizações ortogonais. Ajustamos

tamos a placa de meia onda de modo a detectar nas bases H/V e $+/-$, onde $\pm = 1/\sqrt{2}(H \pm V)$. Nós variamos a diferença de caminho e realizamos medidas de interferência HOM, entretanto, registrando as coincidências nos detectores D_1 e D_2 . Os resultados são mostrados na figura 3.4. As barras de erro em todas as figuras correspondem à estatística de contagem de fótons [56]. Usando o estado $|\psi^-\rangle$, nós observamos interferência construtiva em ambas as bases H/V e $+/-$. Observar interferência construtiva em ambas as bases de detecção é característico do estado $|\psi^-\rangle$, desde que este é o único estado de polarização de dois fótons antissimétrico e ao escolhermos a base de detecção, esta não pode modificar a simetria do perfil transversal. Segue que este estado de polarização tem de ser invariante por qualquer mudança de base. Este fato concorda com a já anteriormente demonstrada invariância por rotações bilaterais do estado $|\psi^-\rangle$ [73]. A este respeito, nós podemos considerar a placa de meia onda como um caso especial de um ambiente que causa decoerência. Comparativamente, usando o estado de polarização $|\psi^+\rangle$ e detectando na base H/V , nós observamos um mínimo de interferência (3.4.a). Entretanto, na base $+/-$ (3.4.b) nós não observamos coincidências, pois nesta base o estado $|\psi^+\rangle$ gerado na base H/V é proporcional ao estado $|\phi^-\rangle = (1/\sqrt{2})(|+\rangle_1|+\rangle_2 - |-\rangle_1|-\rangle_2)$.

É interessante examinar este experimento pelo ponto de vista da simetria. Para que os pacotes de onda dos fótons gêmeos ocupem a mesma região espaço-temporal, a função de onda total do bifóton tem de ser simétrica. Nesta simetria todos os graus de liberdade devem ser considerados. No caso do estado de polarização com um perfil ímpar do feixe bombeador, a simetria bosônica total requer que os pares de fótons sejam encontrados na mesma porta de saída do DF. Entretanto, por causa da antissimetria da componente espacial transversal da amplitude de probabilidade de detecção do bifóton, que tem origem no fato de o perfil do feixe bombeador ser ímpar (e portanto, este possui intensidade nula no seu centro) aliado à reflexão de um dos fótons no divisor de feixes, os fótons são espacialmente separados na direção y , não ocupando o mesmo modo de onda plana. Bastante interessante, esta característica garante que o feixe singleto de polarização possui a propriedade de ser espacialmente antiagrupado, um fenômeno sem análogo clássico [46, 47], pois sua função de correlação clássica de quarta ordem espacial violaria a desigualdade de Cauchy-Schwarz.

Apesar de os fótons não ocuparem o mesmo modo de onda plana, é importante

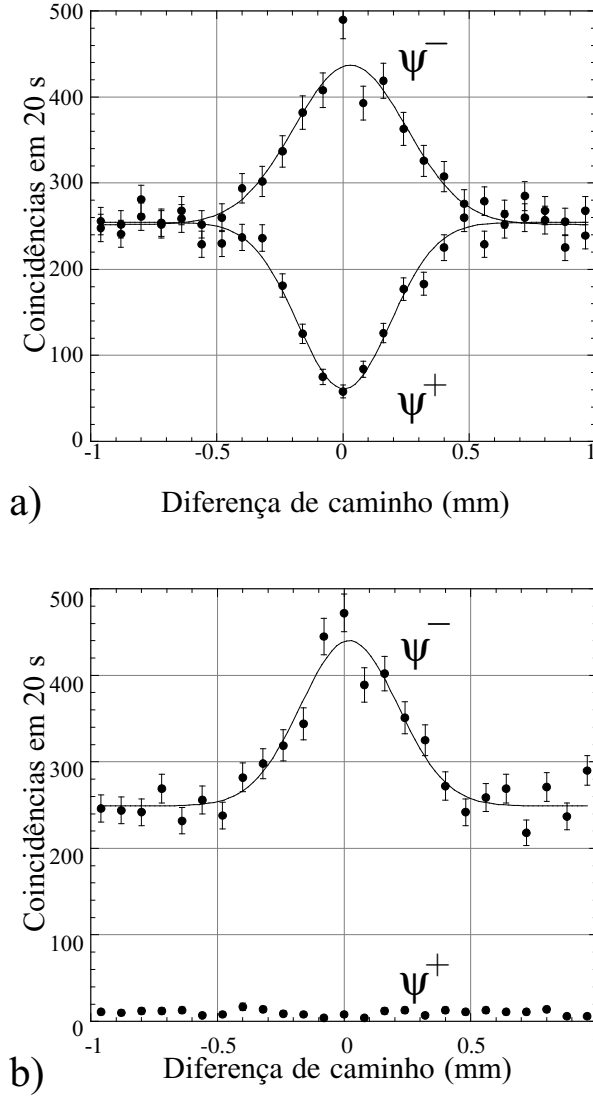


Figura 3.4: Detecções na mesma porta de saída do DF. a) Detecções na base H/V . A visibilidade do estado $|\psi^-\rangle$ é de $\mathcal{V} = 0,73 \pm 0,05$. A visibilidade do estado $|\psi^+\rangle$ é de $\mathcal{V} = 0,76 \pm 0,02$. b) Detecções na base $+/-$. A visibilidade do estado $|\psi^-\rangle$ é de $\mathcal{V} = 0,76 \pm 0,05$. Nesta base, as coincidências para o estado $|\psi^+\rangle$ são fruto apenas das imperfeições experimentais e do ruído dos detectores e da luz ambiental remanescente. As curvas de interferência foram ajustadas com as funções “ $a\{1 \pm \mathcal{V} \exp[-b(x - c)^2]\}$ ”. Onde a , b e c são constantes.

frisar que eles são individualmente indistinguíveis em todos os graus de liberdade (espacial, temporal, polarização, frequência, etc.). Isto garante que a decoerência sentida pelo estado $|\psi^-\rangle$ localizado seja coletiva até a largura do feixe de dois fótons.

Este trabalho constitui-se no primeiro passo tendo por objetivo a criação de estados multifotônicos localizados que sejam resistentes à decoerência coletiva [48]. Usando interferência multimodal, nós geramos um feixe singleto de dois fótons, o qual forma um subespaço unidimensional livre de decoerência coletiva. Em um futuro próximo, esperamos utilizar a mesma técnica para criar feixes resistentes à decoerência de mais de dois fótons de modo a serem usados para codificar e transmitir informação quântica em espaços livres de decoerência de mais altas dimensões. Para o caso de quatro fótons e dois níveis, Bourenanne *et al.* [76] demonstraram experimentalmente que podem enviar um qubit de informação utilizando os dois estados resistentes à decoerência coletiva que existem neste espaço (estes estados foram originalmente introduzidos por Kempe *et al.* [77]).

Capítulo 4

Antiagrupamento espacial com interferometria HOM

4.1 Introdução

Com o surgimento e desenvolvimento do laser no final da década de 50 [78, 79] e após os trabalhos seminais e pioneiros de Glauber em 1963 [22, 23] sobre estados coerentes e funções de correlação, a Óptica Quântica tomou um impulso fundamental. Dentre os problemas logo identificados para futura compreensão e pesquisa, estava a observação de que poderiam existir, a princípio, campos eletromagnéticos cujas propriedades de correlação não poderiam ser explicadas sem a utilização de um tratamento quântico [80]. Desde então, campos eletromagnéticos com características não-clássicas no domínio temporal vêm sendo objeto de intensos estudos. Fenômenos como a compressão de flutuações em quadraturas do campo (squeezing) [81, 82], estatística sub-Poissoniana [83, 84] e antiagrupamento temporal de fótons [85, 86, 87] não somente são bem compreendidos atualmente, como aplicações baseadas nestes fenômenos já foram propostas [88] e pesquisas atualíssimas em momentos de ordem superior de campos eletromagnéticos demonstram que ainda há muito a se fazer [89, 90]. Todos estes fenômenos envolvem medidas de coleta de luz em fotodetectores, onde o campo eletromagnético é tratado como uma onda plana. Mais recentemente, vários trabalhos vêm sendo realizados no sentido de compreender fenômenos não-clássicos de campos eletromagnéticos na dimensão espacial. Para uma ampla revisão sobre o assunto, um ótimo texto é a referência [91].

Neste capítulo, mostraremos como gerar um estado do campo eletromagnético que possua um perfil de detecção em coincidência (quarta ordem) que apresente a propriedade de antiagrupamento espacial de fótons em uma dimensão espacial, utilizando interferometria Hong-Ou-Mandel multimodal. Além de tratar teoricamente da geração de um campo que seja bidimensionalmente antiagrupado.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. A primeira seção trata da teoria em torno do fenômeno de antiagrupamento de fótons. Na seção seguinte, é apresentada a teoria sobre como utilizar interferometria HOM para a geração deste tipo de campo, sendo que uma subseção explica uma modificação na função de correlação observada, devido às condições experimentais nas quais foram realizadas o experimento que será explicado na terceira seção. Na quarta seção, é apresentada a teoria de como se pode realizar a geração de um campo com antiagrupamento espacial bidimensional.

4.1.1 Antiagrupamentos Temporal e Espacial

Estados do campo eletromagnético que sejam estacionários e espacialmente homogêneos possuem funções de correlação de quarta ordem dependentes somente da distância espaço-temporal entre (\mathbf{r}_1, t_1) e (\mathbf{r}_2, t_2)

$$\Gamma^{(2,2)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = \Gamma^{(2,2)}(\boldsymbol{\delta}; \tau), \quad (4.1)$$

onde $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ é a distância espacial e $\tau = t_1 - t_2$ é o atraso temporal entre os dois pontos.

Se estes estados possuem análogo clássico, eles podem ser descritos por meio de uma distribuição \mathcal{P} de Glauber-Sudarshan positiva não-singular [56, 92]. Esta distribuição age como um funcional de densidade de probabilidade clássico sobre um ensemble de estados coerentes. Deste modo, quaisquer observáveis podem ser calculados como uma integral neste ensemble. Em outras palavras, isto significa que todos os experimentos que tratam de estados do campo eletromagnético que possuem distribuição \mathcal{P} com estas características podem ser explicados sem haver a necessidade de um tratamento quântico¹. Para esses estados, as suas funções de correlação

¹De fato, existe uma linha de pesquisa em Eletromagnetismo Estocástico que procura explicar inclusive os experimentos que demonstram violação de Desigualdades de Bell. Nas referências [93, 94, 95, 96, 97, 98, 99] os autores mostram que vários experimentos importantes podem ser

de quarta ordem são representadas por integrais que obedecem à desigualdade de Cauchy-Schwarz, levando ao seguinte resultado

$$\Gamma^{(2,2)}(\boldsymbol{\delta}; \tau) \leq \Gamma^{(2,2)}(\mathbf{0}; 0). \quad (4.2)$$

O significado desta expressão é que os fótons, em um estado pertencente a esta classe de estados, são detectados juntos, ou no caso limite, randomicamente distribuídos no espaço e no tempo. A violação da desigualdade 4.2 somente no domínio temporal foi proposta e observada pela primeira vez no final dos anos 70 [85, 86, 87, 100, 101]. Se nós considerarmos que os tempos de propagação dos fótons da fonte até as posições 1 e 2 em um plano normal à direção desta propagação como sendo iguais, a função de correlação de quarta ordem torna-se

$$\Gamma^{(2,2)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; t_1, t_2) = \Gamma^{(2,2)}(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2; t_1 - t_2) = \Gamma^{(2,2)}(\boldsymbol{\delta}; 0), \quad (4.3)$$

onde $\boldsymbol{\rho}_i$ ($i = 1, 2$) são os vetores de posição neste plano. Esta simplificação conduz a uma pequena modificação na desigualdade 4.2 de modo a levar em conta somente o domínio espacial

$$\Gamma^{(2,2)}(\boldsymbol{\delta}; 0) \leq \Gamma^{(2,2)}(\mathbf{0}; 0). \quad (4.4)$$

De modo análogo à expressão 4.2, a desigualdade 4.4 significa que os fótons podem ser encontrados juntos ou randomicamente distribuídos no plano definido acima. Em estados do campo eletromagnético que a violem, os fótons são encontrados com maior probabilidade a uma distância diferente de zero no plano de detecção. Nas referências [91, 102, 103, 104, 105], os autores demonstraram teoricamente a existência de campos cujas funções de correlação de quarta ordem violariam a desigualdade 4.4, além de terem proposto experimentos para a sua observação. Entretanto, somente em 2001 esta violação seria observada experimentalmente, [46]. Nesta referência, fótons gêmeos gerados por meio da Conversão Paramétrica Descendente Espontânea (CPDE) foram enviados sobre uma fenda dupla birrefringente, resultando em um padrão de interferência de quarta ordem com essa característica. Os fundamentos teóricos deste experimento foram apresentados posteriormente na referência [47].

entendidos por meio da distribuição de Wigner. Entretanto, esta discussão está fora do alcance desta tese.

4.2 Antiagrupamento com HOM multimodal

Como foi afirmado no capítulo 3, segundo a referência [45], dependendo da paridade da função que define o perfil transversal e da simetria do estado de polarização, podemos ter os dois fótons saindo pela mesma porta ou um fóton saindo de cada porta de um interferômetro HOM. Ainda por esta referência, sem a simplificação já imposta no capítulo anterior de supor que o perfil seja uma função ímpar na coordenada y e que o estado de polarização do par seja o estado $|\psi^-\rangle$, a amplitude de probabilidade de dois fótons gêmeos saírem por uma das portas apenas é dada por

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & i \exp \left\{ \frac{ik}{2Z} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2] \right\} \times \\ & \left\{ \mathcal{W} \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{-y_1 + y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \right. \\ & \left. + \mathcal{W} \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) \right\}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

sendo $\mathcal{W}(x, y, z)$ o perfil transversal do laser bombeador na região de detecção,

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \sum_{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2} C_{\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2} \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 \quad (4.6)$$

é o vetor de polarização quadridimensional do par de fótons, Z é a distância da fonte até o plano de detecção comum entre os detectores e x_1, y_1, x_2, y_2 são as coordenadas dos detectores 1 e 2 no plano transversal, respectivamente. Um esquema que mostra o sistema de coordenadas envolvido no cálculo da amplitude pode ser visto na figura 4.1

O perfil transversal do feixe bombeador é transferido para o perfil de detecção em coincidências dos fótons gêmeos e apresenta dependência na forma $y_1 + y_2$. Porém, com a reflexão no divisor de feixes, a coordenada y inverte o sinal, resultando em duas possibilidades: $-y_1 + y_2$ quando o fóton que alcança o detector 1 vem do braço de cima e o fóton que alcança o detector 2 vem do braço de baixo ou $y_1 - y_2$ quando ocorre o contrário. É importante observar que esta reflexão adicional de um dos fótons é o que garante que a função de correlação de quarta ordem seja dependente apenas da diferença das coordenadas. Este fato, aliado à suposição de que a função de correlação de segunda ordem, ou seja, a razão de contagem em cada detector, seja

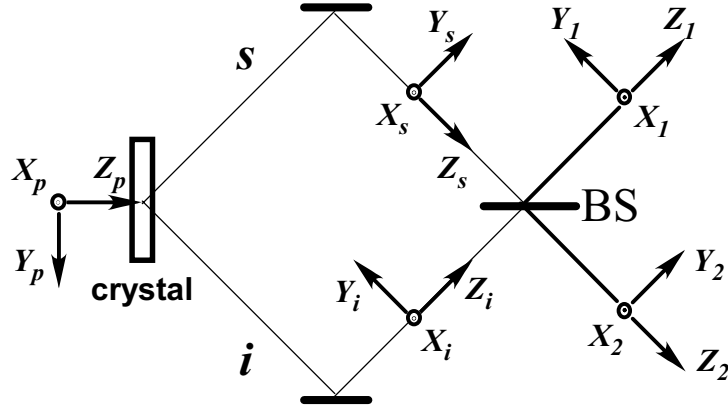


Figura 4.1: Esquema gráfico que mostra os sistemas de coordenadas espaciais na interferometria HOM multimodal. Os índices s e i representam os sistemas de coordenadas dos fótons *signal* e *idler* antes do DF. Os índices 1 e 2 representam os sistemas de coordenadas dos fótons depois do DF, podendo representar tanto o fóton *signal* quanto o fóton *idler*.

constante, significa homogeneidade espacial do campo eletromagnético na região de detecção. A homogeneidade espacial é um dos requisitos necessários para a dedução da desigualdade 4.4.

Como a função de correlação de quarta ordem é proporcional à probabilidade de detecção em coincidências e esta probabilidade é proporcional ao quadrado do módulo da amplitude de dois fótons, para observar antiagrupamento espacial de fótons com interferometria HOM, é necessária a análise da expressão 4.5 com vistas a descobrir quais as combinações de propriedades da função que define o perfil transversal do laser bombeador aliada às características de simetria do estado de polarização do par de fótons gêmeos que conduzam à observação de antiagrupamento.

Percebe-se que existem duas maneiras de conseguir antiagrupamento espacial de fótons. Se o perfil transversal do laser bombeador for descrito por uma função ímpar com respeito à coordenada y , $\mathcal{W}(x, y, z) = -\mathcal{W}(x, -y, z)$, e o estado de polarização do par de fótons for antissimétrico, $\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = -\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$, obteremos um padrão de coincidências com dependência $y_1 - y_2$ e com um mínimo de contagem de coincidências quando os dois detectores estiverem olhando para o mesmo ponto. O mínimo de contagens no centro do padrão de quarta ordem já é garantido justamente

pelo fato de o perfil ser antissimétrico. De outra maneira, para o mesmo laser bombeador, se a função que descreve o seu perfil transversal possuir paridade par em relação à coordenada y , $\mathcal{W}(x, y, z) = \mathcal{W}(x, -y, z)$ e um mínimo em seu centro, associado a um estado de polarização simétrico, $\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$, obteremos, novamente, um padrão de coincidências com dependência $y_1 - y_2$ e com um valor mínimo na contagem de coincidências quando os dois detectores estiverem olhando para o mesmo ponto.

Pelos motivos expostos no parágrafo anterior, é fácil notar que o processo de obtenção de um feixe $|\psi^-\rangle$, utilizando interferometria HOM, como descrito no capítulo 3, já conduz automaticamente à geração de um campo eletromagnético com a presença de antiagrupamento, pois já apresenta as duas características necessárias à sua presença. Além do mais, com a interferometria HOM, a detecção em segunda ordem não é afetada pois não existe interferência entre dois caminhos possíveis para cada fóton gêmeo. Deste modo, o feixe apresenta antiagrupamento espacial de fótons, (detecção em quarta ordem) sem afetar a detecção de fótons em segunda ordem.

Com base na montagem experimental apresentada no capítulo 3, para observar antiagrupamento espacial é suficiente que as fendas utilizadas na detecção do feixe singleto (3 mm) sejam trocadas por fendas menores, para que haja discernimento do perfil de quarta ordem na detecção em coincidências, de modo que ela foi realmente aproveitada para a pesquisa experimental de antiagrupamento. Entretanto, a montagem apresentada no capítulo 3 tinha por pretensão mostrar que havia a geração de um feixe no estado singleto em polarização, de modo que foi usado um divisor de feixes por polarização (DFP) para que pudesse ser feita a coleta de fótons da maneira mais eficiente possível. Além do que, o DFP, associado à placa de meia onda, permitia mudar a base de detecção. Portanto, foram realizadas medidas que dependiam da polarização, o que modifica um pouco as quantidades observadas referentes às funções de correlação presentes na desigualdade 4.4. Na próxima subseção, serão explicadas as modificações necessárias na função de correlação realmente observada.

4.2.1 Função de correlação com dependência da polarização

Para levar em consideração a base de polarização na qual foram feitas as observações experimentais de correlações presentes neste capítulo, devemos reescrever a função

de correlação de quarta ordem na desigualdade 4.4 em função dos operadores de densidade de fótons $\hat{I}(\boldsymbol{\rho})$ que, classicamente, correspondem às intensidades medidas nos detectores. Como em [47], fazemos

$$\langle \mathcal{T} : \hat{I}(\boldsymbol{\rho})\hat{I}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) : \rangle \leq \langle \mathcal{T} : \hat{I}^2(\boldsymbol{\rho}) : \rangle. \quad (4.7)$$

A partir deste ponto, a variável tempo será suprimida para simplificar a notação. Na expressão 4.7, $\mathcal{T} ::$ significa que os operadores são normalmente e temporalmente ordenados. Estes operadores de densidade de fótons são válidos para luz não-polarizada. Para desenvolvermos uma desigualdade útil para o caso de se medir correlações entre polarizações ortogonais, escreveremos o operador de densidade de fótons total como uma soma de operadores de densidade de fótons que representam polarizações ortogonais entre si

$$\hat{I}(\boldsymbol{\rho}) = \hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho}) + \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (4.8)$$

onde $\hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho})$ é o operador de densidade de fótons para uma direção de polarização θ e $\hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho})$ é o equivalente para uma direção $\bar{\theta}$ ortogonal à θ . Importante observar que esta igualdade é válida independentemente do campo ser polarizado ou não. Como consequência, o momento de segunda ordem do campo localizado à direita do sinal na desigualdade 4.7 será dado por

$$\langle \mathcal{T} : \hat{I}^2(\boldsymbol{\rho}) : \rangle = \langle \mathcal{T} : [\hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho}) + \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho})]^2 : \rangle = \langle \mathcal{T} : [\hat{I}_\theta^2(\boldsymbol{\rho}) + 2\hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho})\hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho}) + \hat{I}_{\bar{\theta}}^2(\boldsymbol{\rho})] : \rangle, \quad (4.9)$$

resultando em

$$\langle \mathcal{T} : \hat{I}^2(\boldsymbol{\rho}) : \rangle = \langle \mathcal{T} : \hat{I}_\theta^2(\boldsymbol{\rho}) : \rangle + \langle \mathcal{T} : \hat{I}_{\bar{\theta}}^2(\boldsymbol{\rho}) : \rangle + 2\langle \mathcal{T} : \hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho})\hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho}) : \rangle. \quad (4.10)$$

Já o momento de segunda ordem à esquerda da desigualdade 4.7 pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{T} : \hat{I}(\boldsymbol{\rho})\hat{I}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) : \rangle &= \langle \mathcal{T} : [\hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho}) + \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho})][\hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) + \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta})] : \rangle \\ &= \langle \mathcal{T} : [\hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho})\hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) + \hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho})\hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) + \\ &\quad \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho})\hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) + \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho})\hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta})] : \rangle, \end{aligned} \quad (4.11)$$

que de maneira compacta é dado por

$$\langle \mathcal{T} : \hat{I}(\boldsymbol{\rho})\hat{I}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) : \rangle = \sum_{i,j=\theta,\bar{\theta}} \langle \mathcal{T} : \hat{I}_i(\boldsymbol{\rho})\hat{I}_j(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) : \rangle. \quad (4.12)$$

Substituindo 4.10 e 4.12 na desigualdade 4.7 resulta

$$\sum_{i,j=\theta,\bar{\theta}} \langle \mathcal{T} : \hat{I}_i(\boldsymbol{\rho}) \hat{I}_j(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) : \rangle \leq \langle \mathcal{T} : \hat{I}_\theta^2(\boldsymbol{\rho}) : \rangle + \langle \mathcal{T} : \hat{I}_{\bar{\theta}}^2(\boldsymbol{\rho}) : \rangle + 2 \langle \mathcal{T} : \hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho}) \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho}) : \rangle \quad (4.13)$$

Esta última desigualdade pode ser simplificada, pois os termos que representam os momentos do campo onde os operadores possuem a mesma polarização podem ser considerados nulos, com boa aproximação. Isto ocorre porque a probabilidade de chegada de dois fótons gêmeos com a mesma polarização ao DFP é muito baixa. Os fótons são gerados no processo de CPDE do tipo II, assim, somente no caso de geração de quatro fótons poderia haver dois fótons chegando ao DFP com a mesma polarização com razoável probabilidade (desconsiderando o ruído), pois o cristal que gera o par de fótons está sendo bombeado por um laser contínuo de baixa intensidade. Além disto, se o estado que chega ao DFP é um estado de polarização $|\psi^-\rangle$ de boa qualidade, cada fóton não possuirá uma polarização definida. Entretanto a correlação entre eles garante que os dois fótons estejam em polarizações ortogonais entre si. Com estas condições especificadas, a desigualdade 4.13 torna-se

$$\langle \mathcal{T} : \hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho}) \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) : \rangle + \langle \mathcal{T} : \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho}) \hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}) : \rangle \leq 2 \langle \mathcal{T} : \hat{I}_\theta(\boldsymbol{\rho}) \hat{I}_{\bar{\theta}}(\boldsymbol{\rho}) : \rangle \quad (4.14)$$

O primeiro do lado esquerdo de 4.14 representa a contagem de coincidências observada quando um dos detectores detecta em uma polarização θ na posição $\boldsymbol{\rho}$ e o outro detecta numa polarização $\bar{\theta}$, perpendicular a θ , e na posição $\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\delta}$. O segundo representa a contagem de coincidências observada quando há inversão de papéis quanto a polarização. Se o estado do campo eletromagnético possui análogo clássico, a soma destes dois termos tem de ser menor ou igual do que duas vezes a contagem de coincidências que ocorre quando os detectores realizam medidas em polarizações ortogonais entre si enquanto observam o mesmo ponto.

Na próxima seção, serão apresentados gráficos com resultados de medidas que mostram que o feixe de dois fótons no estado de polarização $|\psi^-\rangle$ possui função de correlação de quarta ordem perpendicular à direção de propagação que viola a desigualdade 4.14, constituindo-se em um estado do campo eletromagnético que por mais este motivo não deve possuir correspondência clássica.

4.3 Experimento

As medidas de antiagrupamento espacial de fótons mostradas nas figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 foram feitas utilizando um perfil ímpar no laser bombeador com respeito à coordenada y associado a um estado de polarização antissimétrico $|\psi^-\rangle$. A montagem experimental utilizada é a mesma montagem construída para gerar o feixe singleto local e pode ser vista na figura 4.2. Depois de serem realizados todos os procedimentos de balanceamento do HOM e de confirmação de qualidade do estado de polarização $|\psi^-\rangle$, figura 4.3, as aberturas de detecção circulares de 3 mm de diâmetro em frente aos detectores D_1 e D_2 foram trocadas por fendas de 0,3 mm de largura na direção y . um fio metálico de 0,3 mm de espessura foi posto antes do divisor de feixes por polarização para se descobrir quais eram as posições dos detectores nas quais eles estavam detectando no mesmo ponto do plano perpendicular à direção de propagação do feixe convertido. Estas posições foram escolhidas como sendo as posições “zero” dos detectores, figura 4.4.

Após estes procedimentos preparatórios, quatro medidas foram realizadas para demonstrar o antiagrupamento espacial. Todas as amostras temporais são de 300 s por ponto. Em todos os gráficos, as medidas de coincidência contêm barras de erro horizontais que representam a largura 0,3 mm das fendas colocadas nas entradas dos detectores e barras de erro verticais cujos valores são as raízes quadradas das contagens de coincidências.

Nos três primeiros gráficos também foram feitos ajustes de curva para melhor guiar a observação do padrão de contagens. Como o procedimento para a preparação do perfil do feixe bombeador foi o mesmo de quando se pretendia observar o feixe no estado antissimétrico, tal como explicado no capítulo 3, não há uma função matemática bem definida para este ajuste. Lembrando, porém, que a propagação do feixe de laser filtra as frequências mais altas, na região de detecção um corte na direção horizontal assemelha-se bastante a um modo HG_{10} na região em torno dos dois máximos principais, sendo esta função utilizada para as curvas de ajuste nos gráficos das figuras 4.5 a 4.8 associada a uma função Gaussiana que levou em consideração a queda das contagens simples.

Na primeira medida, figura 4.5, o detector D_1 foi fixado na posição “zero” e o detector D_2 foi transladado em torno desta posição. Neste gráfico vê-se claramente

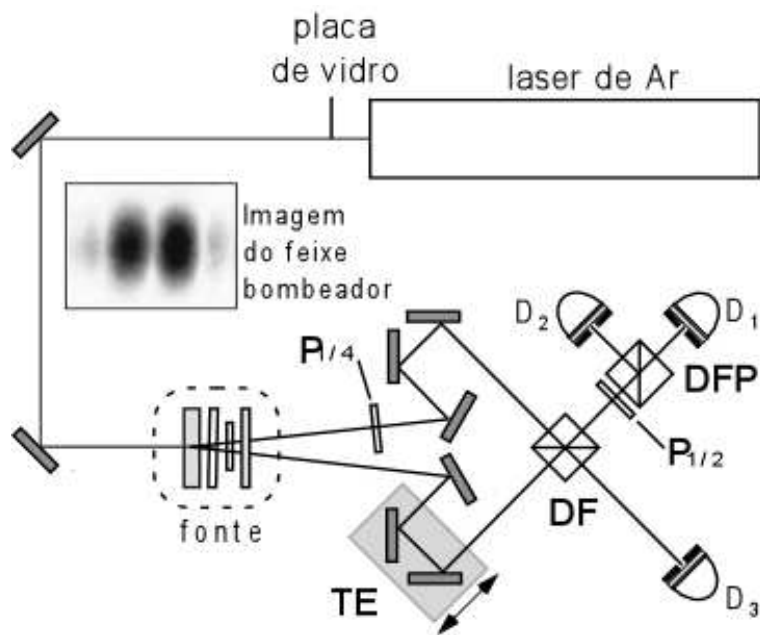


Figura 4.2: Montagem experimental para geração de antiagrupamento espacial de fótons. Esta montagem é a mesma utilizada para gerar o feixe singleto local. Porém, após o balanceamento do HOM e a caracterização da boa qualidade do estado $|\psi^-\rangle$, as aberturas circulares de 3 mm em frente aos detectores D_1 e D_2 foram trocadas por fendas de 0,3 mm na direção y . Estes são os detectores usados nas medidas de antiagrupamento.

que o perfil de coincidências, que é proporcional à função de correlação de quarta ordem transversal, violaria a desigualdade de Cauchy-Schwarz se o campo possuísse análogo clássico. O fato de não termos conseguido um valor nulo nas coincidências no centro do perfil é devido ao tamanho das fendas nos detectores. A mesma afirmação vale para as demais medidas. Para demonstrar que o antiagrupamento não é um mero acaso de um ponto do perfil transversal, o detector D_1 foi fixado em uma nova posição, 0,94 mm, mais ou menos no máximo de coincidências da figura anterior, e o detector D_2 foi transladado em torno desta nova posição de D_1 , figura 4.6. Verificamos novamente antiagrupamento espacial. Apesar de não termos perfeita homogeneidade na contagem simples de D_2 , a sua queda influencia somente a razão de contagem de coincidências, não interferindo no formato do padrão de quarta ordem. Na figura 4.7, o detector D_2 foi mantido na posição “zero” e o detector D_1 foi transladado em torno desta posição. Mais uma vez verificamos antiagrupamento espacial. Por fim, os detectores tiveram suas posições mudadas em torno da posição “zero” ao mesmo tempo, figura 4.8, ambos sempre detectando no mesmo ponto do plano transversal a cada medida. Desta forma observamos um valor constante nas coincidências, compatível com os mínimos observados nas outras medidas.

Esta montagem experimental, na qual foi utilizada interferometria HOM para gerar um campo com característica de antiagrupamento espacial de fótons, mostrou-se mais eficiente do que a montagem com a qual foi medido antiagrupamento espacial pela primeira vez [106]. Nesta referência, a potência do feixe de laser bombeador utilizado foi de 240 mW, com tempo de amostragem de 1000 s por ponto, enquanto que agora utilizamos potência de 140 mW com tempo de amostragem de 300 s por ponto. Deve-se observar que a inversão na coordenada y aliada à transferência de um mínimo no centro do perfil de amplitude do feixe bombeador para o perfil de detecção de dois fótons são os dois elementos essenciais para que haja observação de antiagrupamento espacial transversal. De fato, em trabalho publicado recentemente, Caetano *et. al.* observaram antiagrupamento espacial seguindo esta receita [107]. Estes autores enviaram fótons, gerados por meio de CPDE do tipo II, sobre um divisor de feixes por polarização, resultando em um campo antiagrupado na porta de saída deste divisor. Da mesma forma, ainda seria obtido um campo antiagrupado com um interferômetro HOM desequilibrado. Mas, devido à perda da superposição coerente entre os fótons gêmeos, não haveria interferência de quarta ordem no divisor

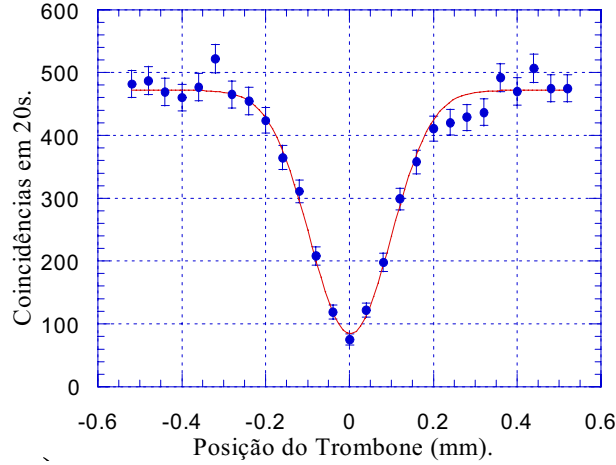


Figura 4.3: Medida de balanceamento do interferômetro HOM com perfil antisimétrico no feixe bombeador e estado de polarização $|\psi^-\rangle$. Os comprimentos das barras de erro verticais são definidos como os desvios padrões das contagens observadas para os diferentes pontos de observação do trombone. Por se tratar de emissões com estatística térmica, esses valores são encontrados por meio das raízes quadradas das contagens. A curva que orienta a observação da queda nas contagens é dada pela expressão $f(x) = A[1 - V \exp(-x^2)]$, onde A é um parâmetro de ajuste e V é a visibilidade da curva do HOM. Neste caso, o valor encontrado de V foi da ordem de 0,82, indicando uma boa superposição dos campos no divisor de feixes.

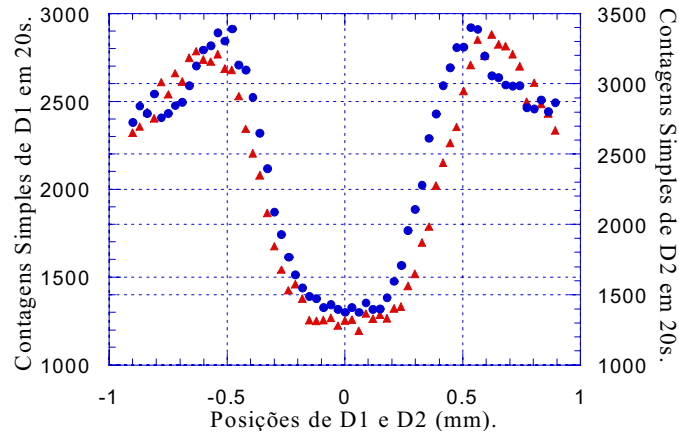


Figura 4.4: Medida de ajuste de posição. Para determinarmos a posição convecionada como “zero”, usamos um arame de 0,3 mm de espessura posicionado aproximadamente no máximo das detecções de segunda ordem.

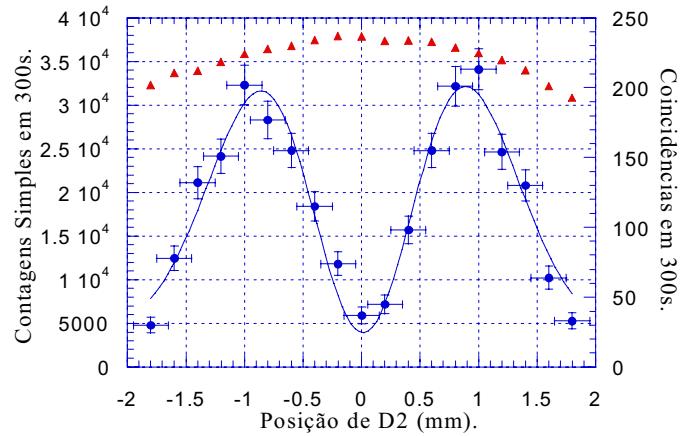


Figura 4.5: Medida de antiagrupamento espacial de fótons. Gráfico de medida no qual o detector D_1 foi mantido na posição “zero” e o detector D_2 foi transladado entre os pontos $-1,8\text{mm}$ e $+1,8\text{mm}$. Os pontos em forma de triângulo representam as medidas da razão de contagem simples do detector D_2 .

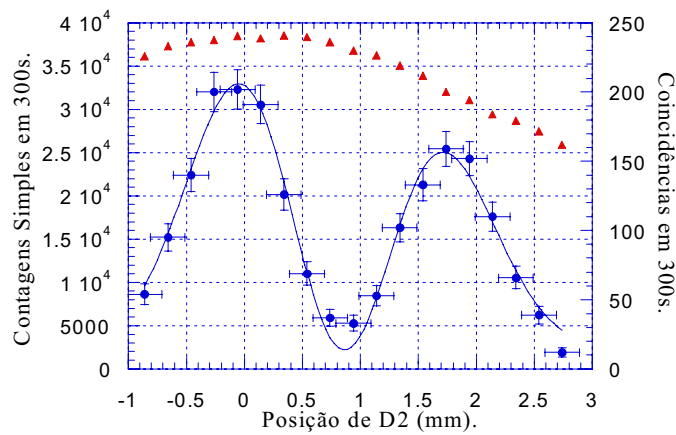


Figura 4.6: Medida de antiagrupamento espacial de fótons. Gráfico de medida no qual o detector D_1 foi mantido em $0,94\text{mm}$ e o detector D_2 foi transladado entre os pontos $-0,86\text{mm}$ e $+2,74\text{mm}$. O novo ponto central escolhido é um dos pontos nos quais se observou o máximo de contagem de coincidências no gráfico da figura 4.5. Os pontos em forma de triângulo representam as medidas da razão de contagem simples do detector D_2 .

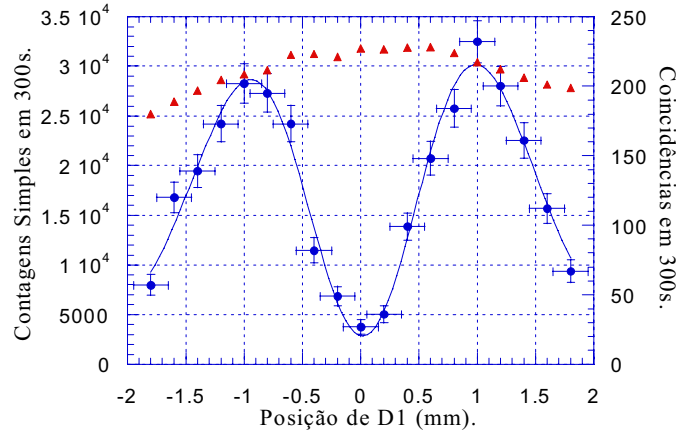


Figura 4.7: Medida de antiagrupamento espacial de fótons. Gráfico de medida no qual o detector D_2 foi mantido na posição “zero” e o detector D_1 foi transladado entre os pontos $-1,8\text{mm}$ e $+1,8\text{mm}$. Os pontos em forma de triângulo representam as medidas da razão de contagem simples do detector D_1 .

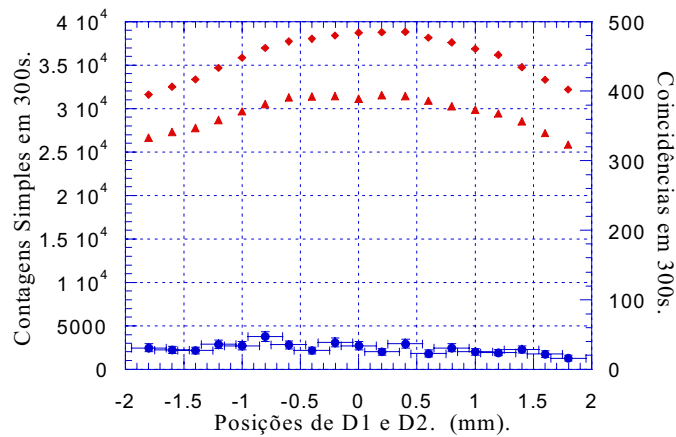


Figura 4.8: Medida de antiagrupamento espacial de fótons. Gráfico de medida no qual ambos os detectores D_1 e D_2 foram movidos ao mesmo tempo, na mesma direção. Observe que a razão da contagem de coincidências concorda com o mínimo observado nos outros gráficos. Os triângulos e losangos correspondem à medidas da razão de contagem simples dos detectores D_1 e D_2 , respectivamente.

de feixes, resultando numa diminuição na contagem de coincidências.

Ao longo desta seção, foram apresentados os resultados experimentais do antiagrupamento espacial de fótons com interferometria HOM em apenas uma dimensão. É claro que pode ser pensada a sua extensão para o caso de um campo ser antiagrupado bidimensionalmente. Este tema será tratado na próxima seção.

4.4 Antiagrupamento espacial bidimensional

Esta seção trata de um estudo teórico sobre como poderia ser obtido um campo eletromagnético que apresente antiagrupamento espacial de fótons bidimensional com interferometria HOM. Para tal fato ocorrer, as mesmas condições já observadas para o caso unidimensional devem ser obedecidas, com as devidas extensões para duas dimensões, como será explicado a seguir. Mais especificamente, o que será chamado nesta seção de antiagrupamento bidimensional é a propriedade de um campo eletromagnético possuir uma função de correlação de quarta ordem que viole a desigualdade 4.4 de maneira radial, ou seja, em qualquer direção em que um detector se afaste do outro a desigualdade seria desobedecida, de modo que a função de correlação possua uma dependência apenas com a distância entre os detectores no plano perpendicular à direção de propagação, em completa analogia com o caso unidimensional. Esta última afirmação parece desnecessária, mas não é, pois a princípio um campo eletromagnético poderia ser produzido com a seguinte propriedade: possuir uma função de correlação transversal que possuiria um determinado valor todas as vezes em que os dois detectores observassem o mesmo ponto, porém com contagem maior quando um dos detectores fosse deslocado no sentido positivo em relação ao outro em determinada direção e com contagem menor quando um dos detectores fosse deslocado no sentido negativo em relação ao outro na mesma direção. Neste caso, ainda existiria antiagrupamento, porém não seria uma função de quarta ordem que só dependeria somente da distância entre os detectores no plano transversal (supõe-se todo o tempo que os detectores estão a distâncias iguais da fonte) e, portanto, não possuiria simetria radial.

Com estas condições em mente, reescrevamos a expressão 4.5

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & i \exp \left\{ \frac{ik}{2Z} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2] \right\} \times \\ & \left\{ \mathcal{W} \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{-y_1 + y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \right. \\ & \left. + \mathcal{W} \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) \right\}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

Se desejamos uma função de correlação de quarta ordem que possua a simetria explicitada no parágrafo anterior, basta que seja usado um laser bombeador que possua um perfil radialmente simétrico e, ao mesmo tempo, com um mínimo no seu centro. Neste caso, um modo Laguerre Gaussiano $LG_0^{\pm 1}$ poderia ser usado pois possui a simetria necessária e um valor mínimo em seu centro. A sua forma matemática explícita pode ser vista a seguir

$$LG_0^{\pm 1} = f(r, z) r L_0^1 \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \exp \left[\frac{-r^2}{w^2(z)} \right], \quad (4.16)$$

onde

$$f(r, z) = \frac{2}{w^2(z)} \sqrt{\frac{1}{\pi}} \exp \left[\frac{ikr^2}{2R(z)} - i(2 \mp \phi) \right] \quad (4.17)$$

e a distância r a partir do eixo de propagação do feixe dada por

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4.18)$$

Substituindo a expressão 4.16 na expressão 4.15 para a amplitude obtemos

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & i \exp \left\{ \frac{ik}{2Z} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2] \right\} \times \\ & \left\{ LG_0^{\pm 1} \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{-y_1 + y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) + \right. \\ & \left. LG_0^{\pm 1} \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) \right\}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

sendo que agora a variável r é substituída pela quantidade

$$\sqrt{\left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right)^2 + \left(\frac{y_1 - y_2}{2} \right)^2} \quad (4.20)$$

que não representa a distância entre os detectores. Porém se um dos fótons refletir na direção x , de modo que tenhamos $x \rightarrow -x$, então a reflexão adicional na direção x garantiria a homogeneidade espacial e a dependência da amplitude com a expressão

$$\sqrt{\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_1 - y_2}{2}\right)^2} \quad (4.21)$$

que representa justamente a distância entre os detectores.

Para realizar experimentalmente este procedimento sem que haja algum problema para o efeito de interferência HOM, um prisma de Dove deve ser colocado em um dos braços do interferômetro antes do DF com a superfície refletora interna posicionada no plano yz , encontrando a expressão

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & i \exp \left\{ \frac{ik}{2Z} [(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2] \right\} \times \\ & \left\{ LG_0^{\pm 1} \left(\frac{-x_1 + x_2}{2}, \frac{-y_1 + y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) + \right. \\ & \left. LG_0^{\pm 1} \left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) \right\}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Como observado em uma seção anterior, para um determinado perfil transversal, não é qualquer estado de polarização do par de fótons que possui a simetria necessária para resultar em uma amplitude diferente de zero para a saída de ambos os fótons por apenas uma única porta do DF na interferometria HOM, de modo que a pergunta importante a ser respondida é: para qual ou quais estados de polarização do bifóton essa amplitude não é nula ao se considerar um perfil que pode ser LG_0^1 ou LG_0^{-1} ? Para isso, é necessário testar a simetria total do estado, realizando uma operação de permutação entre as partículas.

Este processo torna-se mais fácil e claro se for feita uma mudança de base, reescrevendo a amplitude 4.22 na base das funções Hermite-Gaussianas, segundo as transformações

$$LG_0^1(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2}} [HG_{10}(x, y, z) - iHG_{01}(x, y, z)] \quad (4.23)$$

e

$$LG_0^{-1}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2}} [HG_{10}(x, y, z) + iHG_{01}(x, y, z)]. \quad (4.24)$$

Por sua vez, as funções Hermite-Gaussianas, como foi mostrado no capítulo 2, podem ser escritas na forma [120]:

$$HG_{mn}(x, y, z) = C_{mn} H_m \left(\frac{x\sqrt{2}}{w(z)} \right) H_n \left(\frac{y\sqrt{2}}{w(z)} \right) \exp \left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w(z)^2} \right] \times \quad (4.25)$$

$$\exp \left[-ik \frac{(x^2 + y^2)}{2R(z)} \right] \exp[-i(m + n + 1)\theta(z)],$$

onde $C_{mn} = \frac{1}{w(z)} \sqrt{\frac{2}{2^{m+n} m! n! \pi}}$.

Como estamos interessados apenas nas propriedades de simetria, as fases e a constante C_{mn} dos modos serão omitidas a partir de agora. Portanto, temos as proporcionalidades

$$HG_{10}(x, y, z) \propto H_1 \left(\frac{x\sqrt{2}}{w(z)} \right) H_0 \left(\frac{y\sqrt{2}}{w(z)} \right) \quad (4.26)$$

$$HG_{01}(x, y, z) \propto H_0 \left(\frac{x\sqrt{2}}{w(z)} \right) H_1 \left(\frac{y\sqrt{2}}{w(z)} \right). \quad (4.27)$$

Substituindo as expressões 4.26 e 4.27 nas expressões 4.23 e 4.24 e, fazendo as devidas mudanças de variáveis para considerar as coordenadas dos dois detectores, reescrevendo-as como em 4.22, $x \rightarrow \frac{x_1 - x_2}{2}$ e $y \rightarrow \frac{y_1 - y_2}{2}$, a expressão útil para os modos $LG_0^{\pm 1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ é encontrada

$$LG_0^{\pm 1} \left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}, Z \right) \propto H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(x_1 - x_2)}{2w(z)} \right] H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(y_1 - y_2)}{2w(z)} \right] + \quad (4.28)$$

$$\mp i H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(x_1 - x_2)}{2w(z)} \right] H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(y_1 - y_2)}{2w(z)} \right].$$

Desta forma, podemos substituir a expressão 4.28 na expressão 4.22 para a amplitude

$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, resultando, a menos de uma fase global irrelevante no momento, em

$$\begin{aligned} \Psi_{LG_0^{\pm 1}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto & \left\{ H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(x_1 - x_2)}{2w(z)} \right] H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(y_1 - y_2)}{2w(z)} \right] + \right. \\ & \left. \mp i H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(x_1 - x_2)}{2w(z)} \right] H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(y_1 - y_2)}{2w(z)} \right] \right\} \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \\ & \left\{ H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(-x_1 + x_2)}{2w(z)} \right] H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(-y_1 + y_2)}{2w(z)} \right] + \right. \\ & \left. \mp i H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(-x_1 + x_2)}{2w(z)} \right] H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(-y_1 + y_2)}{2w(z)} \right] \right\} \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1). \end{aligned} \quad (4.29)$$

A partir da expressão 4.29 torna-se simples descobrir o que acontecerá com a amplitude de probabilidade, bastando utilizar as propriedades dos polinômios de Hermite. Para um polinômio de Hermite $H_l(\xi)$, se o valor do índice l for um número par, então o polinômio é uma função par. Caso o valor do índice l seja um número ímpar, o polinômio correspondente é uma função ímpar. Segundo essa propriedade, temos que $H_1(\xi) = -H_1(-\xi)$ e $H_0(\xi) = H_0(-\xi)$. Como consequência,

$$H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(-\xi_1 + \xi_2)}{2w(z)} \right] = H_1 \left[-\frac{\sqrt{2}(\xi_1 - \xi_2)}{2w(z)} \right] = -H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(\xi_1 - \xi_2)}{2w(z)} \right] \quad (4.30)$$

$$H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(-\xi_1 + \xi_2)}{2w(z)} \right] = H_0 \left[-\frac{\sqrt{2}(\xi_1 - \xi_2)}{2w(z)} \right] = H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(\xi_1 - \xi_2)}{2w(z)} \right], \quad (4.31)$$

sendo que ξ representa as variáveis x e y . A aplicação direta de 4.30 e 4.31 em 4.29 conduz a uma simplificação na forma da expressão para a amplitude de detecção

$$\begin{aligned} \Psi_{LG_0^{\pm 1}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto & \left\{ H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(x_1 - x_2)}{2w(z)} \right] H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(y_1 - y_2)}{2w(z)} \right] + \right. \\ & \left. \mp i H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(x_1 - x_2)}{2w(z)} \right] H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(y_1 - y_2)}{2w(z)} \right] \right\} \times \\ & \times [\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) - \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)] \end{aligned} \quad (4.32)$$

A partir da expressão 4.4, podemos ter duas possibilidades. Primeiramente, se o estado de polarização do par de fótons for antissimétrico, ou seja, se a permutação das duas partículas resultar na inversão do seu sinal, $\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = -\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$, então a amplitude de probabilidade para que os dois fótons saiam ambos pela mesma porta do interferômetro será diferente de zero e possuirá a forma

$$\Psi_{LG_0^{\pm 1}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto \left\{ H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(x_1 - x_2)}{2w(z)} \right] H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(y_1 - y_2)}{2w(z)} \right] + \mp i H_0 \left[\frac{\sqrt{2}(x_1 - x_2)}{2w(z)} \right] H_1 \left[\frac{\sqrt{2}(y_1 - y_2)}{2w(z)} \right] \right\} \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2), \quad (4.33)$$

Da expressão 4.33 é fácil ver que basta que sejam recolocadas as fases e a constante C_{mn} que foram deixadas para trás e o peso $(1/\sqrt{2})$, presente nas expressões 4.23 e 4.24, para dar a forma final na expressão para a amplitude

$$\Psi_{LG_0^{\pm 1}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto LG_0^{\pm 1} \left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}, Z \right) \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \quad (4.34)$$

Se o estado de polarização do bifóton for simétrico, $\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \mathbf{\Pi}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$, a análise da expressão mostra que teremos uma amplitude de probabilidade nula de o par de fótons sair junto pela mesma porta do DF

$$\Psi_{LG_0^{\pm 1}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 0 \quad (4.35)$$

É interessante observar um aspecto que surge da análise da simetria dos estados de polarização. Se se deseja gerar um campo eletromagnético que possua antiagrupamento espacial bidimensional com simetria radial a partir de um modo Laguerre-Gaussiano $LG_0^{\pm 1}$, então esta característica estará presente somente se o estado de polarização do par de fótons for o estado $|\psi^-\rangle$. Se o estado de polarização pertencer somente ao espaço tripleto, não haverá a geração de antiagrupamento com estas condições. Este comportamento provém diretamente da simetria apresentada pelos modos $LG_0^{\pm 1}$ diante de uma permutação entre as partículas. Por causa dessa característica, um desses modos poderia ser usado para fazer um analisador de estados de Bell, como mostrado na referência [108], onde ele substituiria um modo HG_{10} com a mesma função.

Capítulo 5

Transmissão de Informação Protegida Contra Erros Unitários

5.1 Introdução

Classicamente, se um emissor físico deseja enviar uma mensagem a um receptor físico, eles devem escolher uma grandeza física que ambos possam medir. Posteriormente, valores desta grandeza são associados aos elementos numéricos que constituem uma base numérica. A base normalmente escolhida é a base binária, pois possui a comodidade de ser necessário considerar somente dois estados do sistema físico utilizado. Desta forma, é feita uma associação de modo que um dos estados do sistema físico corresponda ao *bit* “0” e o outro estado, ao *bit* “1”.

Porém, o canal físico utilizado para a comunicação interage com esta grandeza física escolhida, de maneira que a informação enviada poderá ou não chegar corrompida ao receptor. Entretanto, independentemente de como isto ocorre e em que quantidade, dois tipos de erro (classicamente) na sequência de *bits* podem ocorrer. Em primeiro lugar, parte desta sequência pode se perder no caminho. A outra possibilidade é que parte dos *bits* “0” podem ser transformados em *bits* “1” e vice-versa ($0 \rightarrow 1$; $1 \rightarrow 0$). Ambos podem ocorrer ao mesmo tempo e acarretam na perda de informação transmitida.

Um modelo simples de canal clássico com ruído considera que o *bit* que passa por este canal possui uma probabilidade $p > 0$ de ser invertido e, conseqüentemente, uma probabilidade $1 - p$ de chegar inalterado. Este modelo é conhecido como Canal

Capítulo 5. Transmissão de Informação Protegida Contra Erros Unitários⁶⁵

Sem Memória Simétrico Binário. Uma estratégia utilizada para evitar este tipo de erro é mandar um *bit* de forma redundante, por exemplo associando cada *bit* a uma sequência de três *bits* do mesmo tipo, criando os *bits* lógicos $0_L \equiv 000$ e $1_L = 111$, de maneira que a escolha do *bit* a ser considerada como válida é a que aparece um número maior de vezes (escolha por votação da maioria). Este tipo de estratégia - a que foi explicada há pouco é apenas um exemplo - que consiste na codificação de um *bit* pelo emissor de tal forma que uma sequência de procedimentos realizada pelo receptor possa corrigir os possíveis erros causados pelo canal faz parte de um grupo de estratégias conhecidas como códigos de correção de erros. Estes códigos podem ser tanto clássicos, quando se referem à *bits* (“0” e “1”), ou seja, à informação clássica, como quânticos quando se referem à *qubits* ($\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$), portanto envio de informação quântica. Uma discussão introdutória mais detalhada pode ser encontrada nas referências [49, 109].

Neste capítulo não será proposto um código de correção de erros, mas sim uma codificação prática de *bits* e *qubits* que se utiliza do grau de liberdade de polarização. Devido às propriedades de simetria dos estados de Bell, estes estados podem ser usados para evitar que *bits* e *qubits* sejam modificados sob a ação de um meio que cause uma transformação unitária coletiva, tal como descrito na próxima seção, 5.2. Na seção 5.3 será apresentada a codificação específica para a proteção de *bits* e o porquê de ela funcionar. Já na seção 5.4 será apresentada a codificação específica para a proteção de *qubits*, sendo informadas as condições para a geração do estado de bifótons necessário para a codificação.

5.2 Proposição do Problema

Um dos graus de liberdade dos fótons com o qual se pode pensar em se fazer uma associação com *bits* lógicos clássicos ou com um *qubit* é a polarização. O motivo é óbvio, a polarização de um fóton é um sistema de dois níveis. Assim, grosso modo, pode-se imaginar uma transmissão de informação entre um emissor e um receptor que possam emitir e detectar fótons através de um canal físico que permita a passagem de fótons onde:

- para que seja transmitida informação clássica, associa-se o *bit* lógico 0_l a um fóton com polarização $|P\rangle$ e o *bit* lógico 1_l a um fóton com polarização $|\overline{P}\rangle$

Capítulo 5. Transmissão de Informação Protegida Contra Erros Unitários⁶⁶

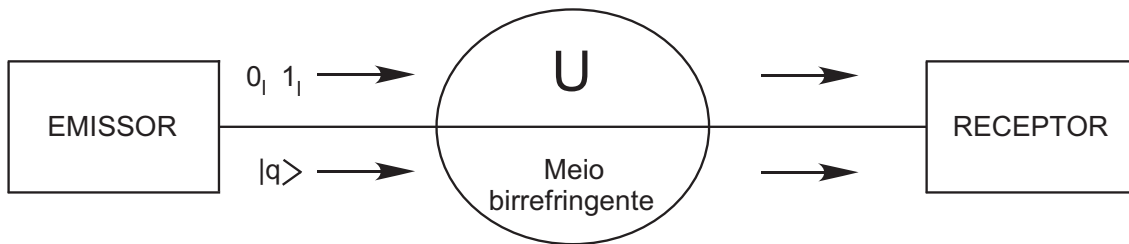


Figura 5.1: Desenho do esquema de envio de *bits* e *qubits* codificados em estados de Bell de polarização. 1_l e 0_l representam *bits* clássicos codificados, $|q\rangle$ representa um *qubit* e U representa a transformação unitária que o meio realiza nos vetores de polarização.

1. Quando o receptor detectar um fóton com polarização $|P\rangle$, ele teria a informação de que um *bit* 0_l havia sido enviado pelo emissor. Da mesma forma para o *bit* lógico 1_l ;

- para que seja transmitida informação quântica, associa-se o estado (nível) $|0\rangle$ a um fóton com polarização $|P\rangle$ e o estado (nível) $|1\rangle$ a um fóton com polarização $|\bar{P}\rangle$, formando o *qubit* $|q\rangle = \alpha|P\rangle + \beta|\bar{P}\rangle$ (lembrando que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$).

Agora imagine um canal físico específico no qual a perda por absorção seja muito pequena, que possa conter uma birrefringência que realize somente mudanças de direção do vetor de polarização e que não cause acoplamento entre os outros graus de liberdade do fóton e a polarização. Com estas condições, a ação do meio físico sobre o grau de liberdade de polarização poderia ser representada por uma transformação unitária na base de polarização, como representado na figura 5.1. Esta situação hipotética ocorreria, por exemplo, para uma sequência de placas de onda colocadas uma atrás da outra, onde o plano de interface entre duas placas ou entre as placas e o meio passivo em volta fosse perpendicular à direção de propagação.

Para a codificação simples apresentada no parágrafo anterior, esta transformação causaria uma mudança tanto no *bit* lógico clássico quanto no *qubit*. Assim, nas seções posteriores serão mostradas codificações que permitiriam utilizar feixes de estados de dois fótons em polarização de forma a proteger um *bit* clássico ou um *qubit* de um canal físico que possuísse as características descritas acima. Note-se que

¹É importante lembrar que “associar um *bit* lógico a um fóton com polarização $|P\rangle$ ” significa preparar um ensemble de fótons com esta polarização.

uma saída bem conhecida para este problema, e que continua sendo bastante pesquisada, é criar estados específicos com emaranhamento de várias partículas, de modo a proteger um *qubit* contra um erro qualquer. Portanto, esta proposta simples está longe de ser uma saída nova em termos teóricos [49]. Entretanto, a realização experimental de propostas de proteção de informação quântica está longe de ser um problema simples também, visto que o envio de mais do que quatro partículas emaranhadas codificando um *qubit* continua sendo um problema em aberto, tendo sido propostas estratégias viáveis de utilização de fótons por meio de codificação que permitem a proteção contra erros específicos, apenas, tais como nas referências [110, 111, 112].

5.3 Bits em estados de dois fótons

Seria possível utilizar partículas com propriedades quânticas (emaranhamento) para enviar informação clássica de tal forma que seja desnecessário fazer um código de correção de erro para corrigir possíveis erros de inversão de *bit* causados por um determinado tipo de ambiente?

Supondo que deseja-se construir uma codificação que se utilize do grau de liberdade de polarização dos fótons. Se a codificação fosse feita tal como apresentada na seção anterior, no momento em que um fóton atravessasse um meio birrefringente (segundo as condições já apresentadas), ocorreria uma transformação linear no vetor de polarização, de modo que haveria uma outra polarização chegando ao receptor, acarretando em corrompimento de informação por “*bit-flip*” [49], dado que qualquer componente de polarização fora da polarização original tornaria a probabilidade de haver detecção em uma direção perpendicular à original diferente de zero, pois

$$|P\rangle \xrightarrow{U} C_1|P\rangle + C_2|\bar{P}\rangle \quad (5.1)$$

$$|\bar{P}\rangle \xrightarrow{U} C'_1|P\rangle + C'_2|\bar{P}\rangle, \quad (5.2)$$

onde a normalização implica $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$ e $|C'_1|^2 + |C'_2|^2 = 1$.

Porém, estados de duas partículas possuem propriedades de simetria especiais que podem ser aproveitadas para se fazer uma codificação que evite um erro de “*bit-flip*”. Estas propriedades foram demonstradas no capítulo de fundamentos teóricos desta tese, sendo resumidas a seguir

Capítulo 5. Transmissão de Informação Protegida Contra Erros Unitários 68

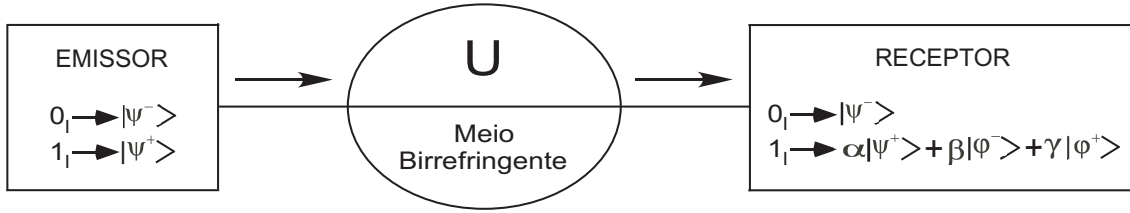


Figura 5.2: Desenho do esquema de envio de *bits* codificados em estados de Bell de polarização. Associa-se o estado de bell $|\psi^+\rangle$ ao *bit* 1 e o estado de bell $|\psi^-\rangle$ ao *bit* 0. Após o meio que causa uma transformação unitária no vetor de polarização, o estado $|\psi^-\rangle$ não se alteraria devido a sua invariância bilateral e o estado $|\psi^+\rangle$ seria transformado em uma superposição de estados tripletos.

- O estado $|\psi^-\rangle$ é invariante à operações unitárias bilaterais, o que significa dizer que se um operador unitário U realizar a mesma transformação em ambos os vetores (que representam as partículas) que compõe este estado, então ele permanecerá o mesmo, a menos de uma fase global irrelevante;
- Os estados tripleto de duas partículas ($|\psi^+\rangle$, $|\phi^+\rangle$ e $|\phi^-\rangle$), quando sob a ação de uma operação unitária bilateral, transformam-se em um novo estado que será dado pela superposição dos estados tripletos somente, não possuindo qualquer componente singlete

$$|T\rangle \xrightarrow{U^{\otimes 2}} \alpha|\psi^+\rangle + \beta|\phi^+\rangle + \gamma|\phi^-\rangle, \quad (5.3)$$

onde $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 = 1$ e $|T\rangle$ representa um dos estados tripletos $|\psi^+\rangle$, $|\phi^+\rangle$ e $|\phi^-\rangle$.

Dados esses fatos, uma codificação surge naturalmente se se quiser utilizar o grau de liberdade de polarização para a codificação de *bits*. Pode-se associar o estado singlete $|\psi^-\rangle$ a um *bit* lógico “0_l” e o estado $|\psi^+\rangle$ a um *bit* lógico “1_l” (figura 5.2)

$$\begin{cases} 0_l \longrightarrow |\psi^-\rangle \\ 1_l \longrightarrow |\psi^+\rangle. \end{cases} \quad (5.4)$$

Caso sejam utilizados feixes de fótons gêmeos nestes estados de polarização, e eis aqui o fato importante, ao atravessar o meio birrefringente que causa a transformação unitária, a ação deste meio sobre cada fóton será a mesma. Isto implica que o

Capítulo 5. Transmissão de Informação Protegida Contra Erros Unitários 69

estado singleto permanecerá singleto e o estado tripleto inicial continuará pertencendo ao espaço gerado pelos estados tripletos, de modo que se souber como separar, posteriormente, o estado singleto dos tripletos, pode-se construir uma base binária de comunicação clássica que não permita que haja “*bit-flip*” ao se utilizar o grau de liberdade de polarização. Perceba que não está sendo escolhida uma base de polarização particular porque o estado $|\psi^-\rangle$ não depende de base, devido à sua invariância. Já o estado $|\psi^+\rangle$ pode ser preparado na base que for mais conveniente no laboratório, sendo, provavelmente, a mesma base escolhida para o estado $|\psi^-\rangle$.

Para realizar experimentalmente esta proposta, precisa-se saber como gerar os feixes nos estados $|\psi^-\rangle$ e $|\psi^+\rangle$ em polarização, o que já foi mostrado nos capítulos 3 e 4 desta tese. Basta usar o interferômetro HOM multimodal associado a um perfil transversal adequado do laser que é injetado no cristal para o processo de CPDE.

Ao chegar no receptor, um feixe poderá ter fótons apenas no estado $|\psi^-\rangle$, representando o *bit* lógico “0_{*l*}”, visto que poderia ter origem somente no estado $|\psi^-\rangle$ enviado pelo emissor. A outra possibilidade é a de que os fótons do feixe cheguem ao receptor em uma superposição de todos os estados tripletos, a princípio, devido à ação da transformação bilateral, representando o *bit* lógico “1_{*l*}”, dado que a sua origem está necessariamente em um estado $|\psi^+\rangle$ enviado pelo emissor. Sintetizando,

$$\begin{cases} |\psi^-\rangle \longrightarrow 0_l \\ \alpha|\psi^+\rangle + \beta|\phi^+\rangle + \gamma|\phi^-\rangle \longrightarrow 1_l, \end{cases} \quad (5.5)$$

com a normalização conduzindo a $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 = 1$

Deste modo, o receptor deve ser capaz de separar o estado singleto dos estados tripletos. Uma possibilidade seria fazer uma reconstrução tomográfica dos estados de polarização [113]. Apesar de não ser uma forma rápida de se reconhecer qual é o estado que está chegando ao receptor, esta técnica tem sido utilizada frequentemente para experimentos de “prova de princípio”, tal como nas referências recentes [114, 115, 116, 117, 118]. Outra possibilidade seria utilizar um interferômetro Mach-Zehnder assimétrico ² [62, 119]. Com este tipo de interferômetro, o autor desta tese está pesquisando a possibilidade de separar estados tripletos do estado singleto de dois fótons, utilizando as propriedades dos perfis transversais associados a cada

²Este adjetivo se deve ao fato de que um espelho a mais é colocado em um dos braços, levando a um número diferente de reflexões de um fóton que siga por um braço em relação ao outro braço

estado de polarização que são necessários para que haja a geração de feixes de dois fótons.

5.4 Qubits em estados de dois fótons

Assim como para um bit clássico, a partir do conhecimento das propriedades dos estados de Bell de polarização, pode-se fazer uma codificação que permita o envio de um *qubit* através de um meio que realize uma transformação unitária neste grau de liberdade.

Suponha que se conheça a matriz que representa a transformação unitária U causada por este meio sobre os vetores de polarização. Sabe-se que toda matriz unitária é uma matriz normal, pois $UU^\dagger = U^\dagger U$. Além disso, o teorema da decomposição espectral garante que toda matriz normal é uma matriz diagonalizável, em outras palavras, uma matriz diagonal M_d sobre um espaço vetorial V é diagonal em relação a alguma base ortonormal para o espaço V . Portanto, a matriz unitária U que representa o efeito do ambiente específico sobre as polarizações é uma matriz que possui dois autovetores U_1 e U_2 , onde

$$U|U_1\rangle = e^{i\phi_1}|U_1\rangle \quad (5.6)$$

$$U|U_2\rangle = e^{i\phi_2}|U_2\rangle, \quad (5.7)$$

sendo $e^{i\phi_1}$ e $e^{i\phi_2}$ os autovalores da matriz.

Dada a transformação e os seus autovetores. Qual seria o seu efeito sobre os estados de polarização $|\psi^+\rangle$ e $|\psi^-\rangle$ caso fossem escritos na base dos autovetores (U_1, U_2) e se representassem os **estados de polarização de feixes de pares de fótons**?

“Feixes de pares de fótons” significa que ambos os fótons atravessarão a mesma região que causa a transformação U , de modo que a ação deste ambiente sobre um deles é indistinguível da ação sobre o outro, tendo como resultado que a matriz da transformação unitária que atua sobre o par deve ser um produto tensorial da matriz unitária que age sobre cada partícula, $U^{\otimes 2}$. Com estas observações, a ação do ambiente sobre os estados $|\psi^+\rangle$ e $|\psi^-\rangle$ escritos na base (U_1, U_2) será dado por (figura 5.3)

$$U^{\otimes 2}|\psi^+\rangle_{U_1U_2} = e^{i(\phi_1+\phi_2)} \frac{1}{\sqrt{2}}|U_1\rangle|U_2\rangle + |U_2\rangle|U_1\rangle = e^{i(\phi_1+\phi_2)}|\psi^+\rangle_{U_1U_2} \quad (5.8)$$

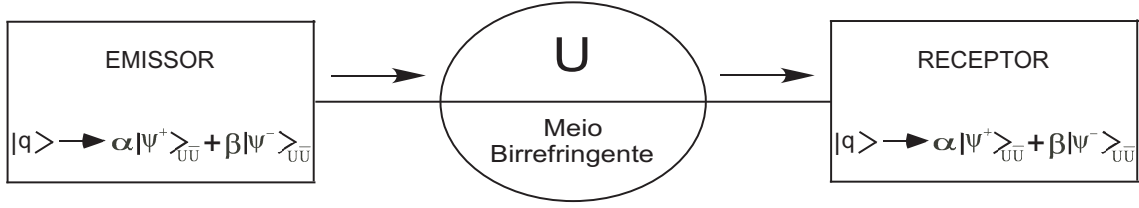


Figura 5.3: Desenho do esquema de envio de *qubits* codificados em estados de Bell de polarização. Associa-se o estado de bell $|\psi^+\rangle$ ao estado $|0\rangle$ e o estado de bell $|\psi^-\rangle$ ao estado $|1\rangle$, ambos preparados na base de polarização formada pelos autovetores da transformação linear U . Após o meio que causa uma transformação unitária nos vetores de polarização, poderia haver uma fase relativa entre os coeficientes α e β que deve ser corrigida previamente.

$$U^{\otimes 2}|\psi^-\rangle_{U_1U_2} = e^{i(\phi_1+\phi_2)} \frac{1}{\sqrt{2}}|U_1\rangle|U_2\rangle - |U_2\rangle|U_1\rangle = e^{i(\phi_1+\phi_2)}|\psi^-\rangle_{U_1U_2}. \quad (5.9)$$

Note que o resultado é apenas o de adicionar uma fase global comum $e^{i(\phi_1+\phi_2)}$ aos estados.

As informações dos parágrafos anteriores deixam bastante evidente que tipo de associação entre os vetores $|0\rangle$ e $|1\rangle$ do espaço de Hilbert e os estados de polarização de dois fótons para que um *qubit* não sofra alteração sob a ação da transformação U . Assim, dado um *qubit* qualquer

$$|q\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (5.10)$$

pode-se associar o vetor $|0\rangle$ ao estado $|\psi^+\rangle_{U_1U_2}$ e o vetor $|1\rangle$ ao estado $|\psi^-\rangle_{U_1U_2}$, o que conduziria à necessidade de gerar um feixe de dois fótons em um estado de superposição dado por

$$|\chi\rangle = C_1|\psi^+\rangle_{U_1U_2} + C_2|\psi^-\rangle_{U_1U_2}, \quad (5.11)$$

onde $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$. Importante frisar que, a princípio, C_1 e C_2 devem ser função dos outros graus de liberdade do par de fótons.

Como gerar este estado? Utilizando o interferômetro HOM multimodal juntamente com a correta manipulação do perfil transversal do laser no processo de CPDE, foi mostrado no capítulo 3 como preparar feixes de dois fótons nos estados $|\psi^+\rangle_{HV}$ e $|\psi^-\rangle_{HV}$ em polarização. Segundo a teoria, um perfil dado por uma função que possua paridade ímpar está associado ao estado $|\psi^+\rangle_{HV}$ e um perfil dado por

Capítulo 5. Transmissão de Informação Protegida Contra Erros Unitários 72

uma função com paridade par está associado ao estado $|\psi^-\rangle_{HV}$. Deste modo, para preparar um estado qualquer de superposição na forma 5.11 é necessário utilizar um perfil transversal dado por uma função com pesos e fases adequados ao *qubit* que se pretende representar, visto que os coeficientes C_1 e C_2 possuem os seus módulos e a sua fase relativa diretamente proporcionais aos módulos e à fase relativa entre as componentes par e ímpar do perfil do laser, respectivamente.

Por exemplo, se se deseja representar o *qubit* $|q\rangle = (1/\sqrt{2})(|0\rangle + |1\rangle)$, basta que seja feita a escolha de um perfil transversal HG_{11} , pois, segundo as referências [66], este modo se decompõe em uma soma de modos HG_{01} e HG_{10}

$$HG_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}(HG_{01} + HG_{10}). \quad (5.12)$$

Perfis Hermite-Gaussianos podem ser gerados por meio da colocação de um arame fino na cavidade do laser, o que o força a operar em modos de ordem mais alta [120]. Assim, para que seja gerado um perfil como o da expressão 5.12, põe-se o arame em um ângulo de 45° em relação à direção definida como x na montagem experimental. Tendo a liberdade de girar o arame, pode ser obtido qualquer outro modo resultante da soma dos modos HG_{01} e HG_{10} com pesos diferentes.

Restaria o controle da fase relativa entre os estados. Para isso, deve-se utilizar um conversor de modos [120], que se utiliza da fase de Gouy para transformar feixes Hermite-Gaussianos em feixes Laguerre-Gaussianos de mesma ordem por meio da utilização de duas lentes cilíndricas que introduzem uma fase relativa entre as direções x e y de um campo óptico que as atravessam. Sabendo as distâncias focais entre as lentes e controlando a distância entre elas, é possível introduzir qualquer diferença de fases φ no intervalo $0 \leq \varphi < \pi$.

Portanto, com o controle de módulo e de fase, pode-se gerar um estado na forma

$$|\chi\rangle = K_1|\psi^+\rangle_{HV} + K_2|\psi^-\rangle_{HV}, \quad (5.13)$$

onde a normalização exige que $|K_1|^2 + |K_2|^2 = 1$.

Por último, falta preparar a superposição na base dos autovetores ortonormais (U_1, U_2) da transformação unitária U . O estado inicial 5.13 está na base H/V , então deve-se aplicar a transformação $U^{\otimes 2}$ neste estado para conseguir o *qubit* desejado. Ao ser aplicada a transformação sobre o estado $|\psi^-\rangle_{HV}$, o seu resultado será o de apenas

Capítulo 5. Transmissão de Informação Protegida Contra Erros Unitários 73

adicionar uma fase ao estado, pois a mudança de base causada pela transformação não muda a sua forma (capítulo 2)

$$U^{\otimes 2}|\psi^-\rangle_{HV} = e^{i\delta_1}|\psi^-\rangle_{U_1U_2}, \quad (5.14)$$

onde δ_1 representa a fase relatada acima. A aplicação ao estado $|\psi^+\rangle_{HV}$ terá como resultado uma superposição no espaço dos tripletos na base H/V , porém na base U_1/U_2 (e somente nela) ele será um estado $|\psi^+\rangle_{U_1U_2}$ multiplicada por uma fase global

$$U^{\otimes 2}|\psi^+\rangle_{HV} = e^{i\delta_2}|\psi^+\rangle_{U_1U_2}, \quad (5.15)$$

Entretanto, visto que a transformação $U^{\otimes 2}$ modificaria a fase relativa entre os coeficientes K_1 e K_2 na expressão 5.13, o estado inicial na base H/V tem de ser gerado com uma diferença de fase correta entre esses coeficientes, de modo que após a transformação unitária obtenha-se o estado que representa o *qubit* desejado.

Finalmente, ao chegar na região de detecção, o receptor poderia fazer uma análise do *qubit* mediante uma tomografia de estados tal como no artigo [113], já citado na seção anterior.

É importante frisar que esta proposta de codificação em estados de Bell para uma proteção específica não está distante do melhor que foi oferecido em termos práticos até o momento. Como exemplo, em 2004, na referência [121] os autores testam os dois estados de polarização para quatro fótons, em separado, que formam uma base resistente à decoerência. Também não propõem uma maneira geral de preparação de um *qubit*. Além disso, os quartetos de fótons emaranhados não são preparados para passar todos através do mesmo ambiente, pois não são indistinguíveis em uma mesma região espacial. Assim, no teste realizado nesse artigo, foram preparados quatro meios birrefringentes que realizavam a mesma transformação unitária, sendo um meio para cada fóton.

Capítulo 6

Conclusões e Futuro

Nesta tese, estudamos uma forma de gerar um feixe de dois fótons no estado singlete de polarização. Para alcançarmos este objetivo, bombeamos um cristal de BBO (β -borato de bário) com um laser CW de argônio no comprimento de onda de 301 nm para gerar pares de fótons em 702 nm preparados de modo a formarem um estado $|\psi^-\rangle$ em polarização. Pares de fótons neste estado foram enviados para um interferômetro do tipo HOM. Segundo a teoria multimodal deste interferômetro, se o perfil do laser utilizado possuir paridade ímpar em relação a uma coordenada espacial, em nosso caso a coordenada y , os dois fótons deverão deixar o DF pela mesma porta, o que está diretamente ligado ao fato de os fótons serem bósons. Assim, se a função que descreve o grau de liberdade espacial for antissimétrica em relação à permutação de partículas, então a descrição matemática do grau de liberdade de polarização também deve ser antissimétrica em relação à essa permutação, de tal forma que o vetor de estado que descreve o bifóton seja simétrico, correspondendo ao fato de que os fótons são bósons.

Como consequência do tipo de perfil transversal do laser utilizado para gerar o estado singlete e do número de reflexões diferentes no interferômetro HOM, o par de fótons que deixa o DF encontra-se antiagrupado no plano perpendicular a sua direção de propagação. A observação deste fenômeno neste tipo de feixe torna-se claro nas medidas mostradas nas quais a taxa de coincidência ao se observar o campo em um mesmo ponto é menor do que a taxa de coincidências ao se colocar os detectores afastados um do outro. Este fato evidencia o caráter não-clássico deste tipo de feixe.

A possibilidade de geração de um feixe no estado singlete em polarização permitiu que se pensasse em utilizar as suas propriedades de simetria para a transmissão de informação. Aliado à possibilidade de gerar feixes em outros estados de Bell, fato bem conhecido anteriormente na literatura, propusemos uma maneira de codificar *bits* e *qubits* no grau de liberdade de polarização do par de fótons de modo que possam ser enviados através de um meio que cause transformação unitária nos vetores de polarização.

De fato, se desejamos em um futuro próximo construir computadores quânticos ou transmitir informação quântica, é de fundamental importância que se consiga controlar a decoerência produzida pelo ambiente no qual o sistema físico utilizado para decodificar informação está inserido. Apesar de esta tese não tratar especificamente sobre o assunto “decoerência”, parte dos seus resultados podem ser entendidos também como uma contribuição para os esforços da comunidade de óptica quântica nesta área, na medida em que ela abre perspectivas para novas pesquisas que possibilitem a geração de estados multifotônicos de ordem mais alta cujas partículas possam ser agrupadas em regiões próximas, sempre, é claro, respeitando a necessária simetria bosônica dos vetores de estado no espaço de Hilbert que representem fótons.

Dentro dessa perspectiva, alguns trabalhos podem dar continuidade ao que foi desenvolvido nesta tese. Em primeiro lugar, seria interessante implementar em laboratório experimentos de prova de princípio que utilizassem as codificações descritas no capítulo 5. Para a realização mais eficiente de um experimento de codificação de *bits* seria interessante desenvolver uma maneira de separar diretamente o estado singlete dos estados tripletos de dois fótons em polarização. Com este objetivo em mente, pesquisa vêm sendo realizada pelo autor desta tese com o intento de utilizar um interferômetro Mach-Zehnder assimétrico para esta finalidade. Um interferômetro deste tipo é nada mais do que um Mach-Zehnder com um espelho a mais presente em um dos braços.

Em relação aos estados multifotônicos, uma pergunta a ser respondida seria se existe a possibilidade de preparar estados de quatro fótons em polarização e enviá-los através de uma mesma região espacial de modo que o ambiente atue coletivamente sobre eles. Métodos de preparação de estados de quatro fótons emaranhados já existem, porém nenhuma pesquisa publicada seguiu esta direção até o momento. A motivação principal desta pergunta é o fato de ter sido demonstrada a existência

de uma base de estados de quatro partículas e dois níveis que é invariante sob a ação de um ambiente que cause decoerência coletiva. Portanto, responder a esta questão e torná-la experimentalmente viável, se a resposta for positiva, seria uma contribuição importante no caminho do sonho de se construir um equipamento que permita a transmissão de informação quântica protegida da decoerência de maneira realista.

Entretanto, não se deve fazer ciência tendo em vista apenas a obtenção de respostas para questionamentos que possibilitem a sua aplicação prática em alguma tecnologia presente ou futura. Assim, além de pensar em informação quântica na prática, seria interessante procurar responder quais são os estados multifotônicos que, de fato, podem existir ao se fazer com que fótons emaranhados em polarização ocupem uma mesma região espaço-temporal, respeitando o postulado da simetrização e todos os outros graus de liberdade envolvidos. Mesmo que outras fontes de fótons emaranhados superem futuramente a CPDE na geração de emaranhamento de fótons, uma resposta a esta pergunta continuaria sendo interessante só pelo fato de se tentar entender se e como isto seria possível.

Bibliografia

- [1] A. F. R. de Toledo Piza, em *100 anos de Física Quântica*, organizado por Mahir S. Hussein e Sílvio R. Salinas (Editora Livraria da Física, São Paulo, 2001).
- [2] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777, (1935).
- [3] M. D'angelo, Yoon-Ho Kim, S. P. Kulik, and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 233601, (2004).
- [4] J. C. Howell, R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 210403, (2004).
- [5] S. Mancini, V. Giovanetti, D. Vitali, and P. Tombesi, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 120401, (2002).
- [6] E. Schrödinger, *Naturwissenschaften* **23**, 777, (1935).
- [7] E. Schrödinger, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **31**, 555, (1935).
- [8] E. Schrödinger, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **32**, 446, (1936).
- [9] J. S. Bell, *Physics* **1**, 195, (1964).
- [10] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880, (1969).
- [11] A. Aspect, *Phys. Rev. D* **14**, 1944, (1976).
- [12] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460, (1981).
- [13] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 91, (1982).

- [14] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, Phys. Rev. Lett. **49**, 1804, (1982).
- [15] R. H. Brown and R. Q. Twiss, Nature **177**, 27, (1956).
- [16] R. H. Brown and R. Q. Twiss, Proc. Roy. Soc. London A **242**, 300, (1957).
- [17] R. H. Brown and R. Q. Twiss, Proc. Roy. Soc. London A **243**, 291, (1957).
- [18] R. H. Brown and R. Q. Twiss, Nature **178**, 1046, (1956).
- [19] R. H. Brown and R. Q. Twiss, Proc. R. Soc. London A **248**, 199, (1957).
- [20] R. H. Brown and R. Q. Twiss, Proc. R. Soc. London A **248**, 222, (1957).
- [21] L. Mandel and E. Wolf, Rev. Mod. Phys. **37**, 231, (1965).
- [22] R. J. Glauber, Phys. Rev. **130**, 2529, (1963).
- [23] R. J. Glauber, Phys. Rev. **131**, 2766, (1963).
- [24] D. N. Klyshko, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **55**, 1006, (1968) [Tradução para o inglês em Sov. Phys. JETP **28** 522 (1969)].
- [25] D. C. Burnham and D. L. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **25** 84 (1970).
- [26] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shih, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995).
- [27] P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, Phys. Rev. A. **60**, R773 (1999).
- [28] J. Rarity and P. Tapster, Phys. Rev. Lett. **64**, 2495 (1990).
- [29] Thebaldi, *Estados de Dois Fótons com Momento Angular Orbital*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Física, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) (2001).
- [30] A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, and A. Zeilinger, Nature **412**, 313 (2001).
- [31] A. Vaziri, G. Weihs, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **89**, 240401 (2002).

- [32] P. G. Kwiat, A. M. Steinberg, and R. Y. Chiao, *Phys. Rev. A* **47**, R2472 (1993).
- [33] P. Tapster, J. Rarity, and P. Owens, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1923 (1994).
- [34] Z. Y. Ou and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 50 (1988).
- [35] Y. Shih and C. Alley, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2921 (1988).
- [36] E. Fonseca, C. Monken, and S. Pádua, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2868 (1999).
- [37] K. Mattle, H. Weinfurter, P. Kwiat, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4656 (1996).
- [38] T. Jennewein, C. Simon, G. Weihs, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4729 (2000).
- [39] D. Bouwmeester, J. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Nature* **390**, 575 (1997).
- [40] F. D. Martini, D. Pelliccia, and F. Sciarrino, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 067901 (2004).
- [41] T. B. Pittman, B. C. Jacobs, and J. D. Franson, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 257902 (2002).
- [42] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel and H. Zbinden, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 145 (2002).
- [43] A. Cabelo, “Bibliographic guide to the foundations of quantum mechanics and quantum information”, [quant-ph/0012089](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0012089).
- [44] P. G. Kwiat, A. Berglund, J. Altepeter, and A. White, *Science* **290**, 498 (2000).
- [45] S. P. Walborn, A. N. de Oliveira, S. Pádua, and C. H. Monken, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 143601, (2003).
- [46] W. A. T. Nogueira, S. P. Walborn, S. Pádua, and C. H. Monken, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4009 (2001).

- [47] W. A. T. Nogueira, S. P. Walborn, S. Pádua, and C. H. Monken, *Phys.Rev. A* **66**, 053810 (2002).
- [48] W. A. T. Nogueira, S. P. Walborn, S. Pádua, and C. H. Monken, *Phys.Rev. Lett.* **92**, 043602 (2004).
- [49] M. Nielsen and I. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, (Cambridge, Cambridge, 2000).
- [50] A. Yariv, *Optical Electronics*, (Saunders College Publishing, 1991).
- [51] V. Dmitriev, G. Gurzadyan, and D. Nikoyosyan, *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*, (Springer Series in Optical Sciences, vol.64) (Springer-Verlag, New York, 1999).
- [52] N. Boeuf, D. Branning, I. Chaperat, E. Dauler, S. Guérin, G. Jaeger, N. Mueller, and A. Migdall, <http://physics.nist.gov/Divisions/Div844/facilities/cprad/cprad.html>
- [53] S. P. Walborn, *Um apagador quântico com estados de Bell*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais (2000).
- [54] D. N. Klyshko, *JETP* **28**, 522 (1969).
- [55] L. Wang, *Investigation of induced Coherence With and Without Induced Emission*, Tese de Doutorado, University of Rochester (1992).
- [56] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, (Cambridge University Press, New York, 1995).
- [57] C. H. Monken, *Geração de Luz com Estatística de Fótons Sub-Poissoniana a partir da Conversão Paramétrica Descendente*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais (1993).
- [58] R. S. Thebaldi, *Estados de dois Fótons com Momento Angular Orbital*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais (2001).
- [59] C. H. Monken, P. H. S. Ribeiro, and S. Pádua, *Phys. Rev. A* **57**, 3123, (1998).

- [60] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Phys Rev. Lett.* **59**, 2044 (1987).
- [61] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics* (Wiley, New York, 1991).
- [62] A. N. de Oliveira, *Utilização da Polarização e do Perfil Espacial de Feixes de Luz como Qubits em Computação Quântica*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais (2003).
- [63] M. Abramovitz and J. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, (Dover Publications Inc., New York, 1972).
- [64] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, *Phys. Rev. A* **45**, 8185 (1992).
- [65] S. J. van Enk, and G. Nienhuis, *Optics Commun.* **94**, 147 (1992).
- [66] M. Padgett, J. Arlt, N. Simpson, and L. Allen, *Am. J. Phys.* **64**, 77, (1996).
- [67] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [68] E. C. G. Sudarshan, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 277 (1963).
- [69] J. Perina, *Quantum Statistics of Linear and Nonlinear Optical Phenomena* (Kluwer, Dordrecht, 1991).
- [70] H. Paul, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 1061 (1982).
- [71] A. Zeilinger, *Acta Physica Polonica A* **85**, 717 (1994).
- [72] A. Zeilinger, H. J. Bernstein, and M. A. Horne, *J. Mod. Optics* **41**, 2375 (1994).
- [73] A. Cabello, *J. Mod. Optics* **50**, 1049 (2003).
- [74] G. M. Palma, K. Suominen, and A. K. Ekert, *Proc. R. Soc. Lond. A* **452**, 567 (1996).
- [75] P. Zanardi and M. Rasetti, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3306 (1997).

- [76] M. Bourennane, M. Eibl, S. Gaertner, C. Kurtsiefer, Adán Cabello, and Harald Weinfurter, quant-ph/0309041 (2003).
- [77] J. Kempe *et al.*, Phys. Rev. A **63**, 042307 (2001).
- [78] A. L. Schawlow and C. H. Townes, Phys. Rev. **112**, 1940 (1958).
- [79] T. H. Maiman, Nature **187**, 493 (1960).
- [80] U. M. Titulaer and R. J. Glauber, Phys. Rev. **140**, B676 (1965).
- [81] D. Stoler, Phys. Rev. D **1**, 3217 (1970).
- [82] D. F. Walls, Nature **306**, 141 (1983).
- [83] L. Mandel, Opt. Lett. **4**, 205 (1979).
- [84] R. Short and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **51**, 384 (1983).
- [85] H. J. Carmichael and D. F. Walls, J. Phys. B **9**, L43 (1976).
- [86] H. J. Kimble and L. Mandel, Phys. Rev. A **13**, 3123 (1976).
- [87] H. J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **69**, 691 (1977).
- [88] Y. Yamamoto, S. Machida, S. Saito, N. Imoto, T. Yanagawa, M. Kitagawa, and G. Björk, in *Progress in Optics*, vol. 28, edited by E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1990).
- [89] E. Shchukin, Th. Richter, and W. Vogel, Phys. Rev. A **71**, 011802(R) (2005).
- [90] E. Shchukin and W. Vogel, Phys. Rev. A **72**, 043808 (2005).
- [91] M. I. Kolobov, Rev. Mod. Phys. **71**, 1539 (1999).
- [92] M. D. Reid and D. F. Walls, Phys. Rev. A **34**, 1260 (1986).
- [93] E. Santos, Phys. Rev. Lett. **66**, 1388 (1991).
- [94] E. Santos, Phys. Rev. A **46**, 3646 (1992).
- [95] A. Casado, T. W. Marshal, and E. Santos, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 494 (1997).

- [96] A. Casado, A. Fernandez-Rueda, T. W. Marshal, R. Risco-Delgado, and E. Santos, Phys. Rev. A **55**, 2477 (1997).
- [97] A. Casado, A. Fernandez-Rueda, T. W. Marshal, R. Risco-Delgado, and E. Santos, Phys. Rev. A **55**, 3879 (1997).
- [98] A. Casado, T. W. Marshal, and E. Santos, J. Opt. Soc. Am. B **15**, 1572 (1998).
- [99] T. W. Marshal, and E. Santos, Found. Phys. **18**, 494 (1998).
- [100] H. J. Carmichael and F. F. Walls, J. Phys. B **9**, 1199 (1976).
- [101] C. Cohen-Tannoudji, in *Frontiers in Laser Spectroscopy*, edited by R. Batian, S. Haroche, and S. Liberman (North-Holland, Amsterdam, 1977).
- [102] M. Le Berre-Rousseau, E. Ressayre, and A. Tallet, Phys Rev. Lett. **43**, 1314 (1979).
- [103] D. N. Klyshko, Zh. Eksp. Teor. Phys. **83**, 1313 (1982). [Sov. Phys. JETP **53**, 753 (1982)].
- [104] Z. Bialynicka-Birula, I. Bialynicki-Birula, and G. M. Salomone, Phys Rev. A **43**, 3696 (1991).
- [105] M. I. Kolobov, I. V. Sokolov, Europhys. Lett. **15**, 271 (1991).
- [106] W. A. T. Nogueira, *Antiagrupamento Espacial de Fótons*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais (2001).
- [107] D. P. Caetano and P. H. Souto Ribeiro, Phys. Rev. A **68**, 043806, (2003).
- [108] S. P. Walborn, W. A. T. Nogueira, S. Pádua and C. H. Monken, Europhys. Lett. **62**, 161, (2003).
- [109] C. Macchiavello and G. M. Palma, in *The Physics of Quantum Information*, edited by D. Bouwmeester, A. Ekert, and A. Zeilinger (Springer-Verlag, Berlin, 2000).
- [110] Z. D. Walton, A. F. Abouraddy, A. V. Sergienko, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, Phys. Rev. Lett. **91**, 087901, (2003).

- [111] M. Mohseni, J. S. Lundeen, K. J. Resch, and A.M. Steinberg, Phys. Rev. Lett. **91**, 187903, (2003).
- [112] D. Bouwmeester, Phys. Rev. A **63**, 040301, (2001).
- [113] D. F. V. James, P. G. Kwiat, W. J. Munro, and A. G. White, Phys. Rev. A **64**, 052312, (2001).
- [114] S. Gasparoni, J-W Pan, P. Walther, T. Rudolph, and A. Zeilinger, Phys. Rev. A **93**, 020504, (2004).
- [115] K. J. Resch, P. Walther, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **94**, 070402, (2005).
- [116] P. Walther, K. J. Resch, and A. Zeilinger, Phys. Rev. A **94**, 240501, (2005).
- [117] P. Walther and A. Zeilinger, Phys. Rev. A **72**, 010302, (2005).
- [118] J. B. Altepeter, E. R. Jeffrey, P. G. Kwiat, S. Tanzilli, N. Gisin, and A. Acín, Phys. Rev. Lett. **95**, 033601, (2005).
- [119] H. Sasada and M. Okamoto, Phys. Rev. A **68**, 012323, (2003).
- [120] M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman, Optics Comm. **96**, 123 (1993).
- [121] M. Bourennane, M. Eibl, S. Gaertner, C. Kurtsiefer, A. Cabello, and H. Weinfurter, Phys. Rev. Lett. **92**, 107901 (2004).