

Formação de imagem: aspectos quânticos e clássicos

Ivan Ferreira Dos Santos

Orientador: Prof. Sebastião de Pádua

Co-orientadora: Profa. Agnès MAÎTRE

Tese apresentada à UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS,
como requisito parcial para obtenção do grau de DOUTOR EM CIÊNCIAS

AGOSTO DE 2006

Agradecimentos

- Ao meu orientador, prof. Sebastião de Pádua, pela boa orientação e relacionamento.
- À minha co-orientadora, profa. Àgnes Maître, pela boa co-orientação, hospitalidade e gentileza.
- A Leonardo Neves, G. Lima, J. G. Aguirre, L. Lopez e N. Treps por suas participações na realização deste trabalho.
- À minha família e a Lena, por estarem sempre ao meu lado, mesmo quando, devido ao estágio de doutoramento, estávamos fisicamente longe.
- A Caio, Gustavo, Leo, Marquinhos, Olavo e Jorge, pelo companheirismo, amizade e bom humor que contribuíram para que eu sentisse sempre a universidade como minha própria casa.
- A Pedro, pelo auxílio com a escrita em inglês e pelo companheirismo na *Cité Internationale*.
- A Zé Augusto, por todo auxílio antes e durante minha estadia em Paris.
- Ao Laboratório Kastler Brossel de l'Université Pierre Marie Curie, pela recepção e cessão da infraestrutura necessária para o bom desenvolvimento de parte deste trabalho.
- Ao CNPq e CAPES pelo suporte financeiro, pela bolsa de doutorado e bolsa sandwich para a estadia de 11 meses em Paris
- Ao Professor Rios Leite, pelas discussões a respeito da provável ligação deste trabalho com a idéia do *Dense Coding*.

Sumário

| | |
|--|------------|
| Resumo | vii |
| Abstract | ix |
| 1 Introdução | 1 |
| 2 Conversão paramétrica descendente | 3 |
| 2.1 Casamento de fase do tipo I | 3 |
| 2.2 Casamento de fase do tipo II | 3 |
| 2.3 Estado da luz gerada na CPD | 4 |
| 3 Comparando imagens quânticas e clássicas-coerentes | 9 |
| 3.1 Introdução | 9 |
| 3.2 Formação de imagem de objetos não homogeneamente transparentes | 11 |
| 3.2.1 Revisão dos resultados teóricos | 11 |
| 3.2.2 Realização experimental | 12 |
| 3.3 Formação de imagem de objetos de fase | 19 |
| 3.3.1 Revisão do tratamento clássico | 19 |
| 3.3.2 Montagem experimental proposta | 21 |
| 3.3.3 Campo clássico <i>signal</i> | 22 |
| 3.3.4 Campo clássico <i>idler</i> | 24 |
| 3.3.5 Operadores campos elétricos | 24 |
| 3.3.6 Taxa de coincidência | 25 |
| 4 Comparando imagens quânticas e clássicas-incoerentes | 33 |
| 4.1 Contexto histórico | 33 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.2 | Idéia central e justificativa para o estudo comparativo das imagens quântica e clássica-incoerente | 34 |
| 4.3 | Breve revisão da teoria de formação de imagem clássica-incoerente | 35 |
| 4.4 | Breve revisão da teoria de formação de imagem quântica | 36 |
| 4.5 | Comparação das teorias de formação de imagem quântica e clássica-incoerente | 38 |
| 4.6 | Um experimento idealizado | 40 |
| 4.6.1 | Montagem idealizada | 40 |
| 4.6.2 | Previsões teóricas para o experimento idealizado | 41 |
| 4.6.3 | Discussão das previsões teóricas para o experimento idealizado | 41 |
| 4.7 | Realização experimental | 43 |
| 4.7.1 | Montagem experimental | 43 |
| 4.7.2 | Aplicação da teoria geral ao caso específico do experimento realizado neste trabalho | 43 |
| 4.7.3 | Resultados experimentais | 45 |
| 4.7.4 | Discussão dos resultados experimentais | 46 |
| 5 | Estudo da transmissão de imagens através de uma cavidade óptica | 49 |
| 5.1 | Motivação | 49 |
| 5.2 | Formação de imagem no formalismo das matrizes de Gauss | 50 |
| 5.2.1 | Formalismo das matrizes de Gauss | 50 |
| 5.2.2 | Formação de imagem no formalismo das matrizes de Gauss | 51 |
| 5.3 | Cavidade <i>self-imaging</i> | 53 |
| 5.3.1 | Regiões de estabilidade | 54 |
| 5.3.2 | Região de degenerescência transversal | 55 |
| 5.3.3 | Realização experimental | 57 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 5.4 | Conversão ascendente de imagens intra-cavidade | 62 |
| 5.4.1 | Introdução | 62 |
| 5.4.2 | Realização experimental | 63 |
| 5.4.3 | Discussão dos resultados | 73 |
| 6 | Conclusão | 77 |
| A | Formação de imagem quântica no formalismo de ondas avançadas | 79 |
| | Referências Bibliográficas | 85 |

Resumo

Confirmamos experimentalmente as previsões teóricas sobre o efeito de melhoramento de resolução e apodização de imagens geradas por detecção simultânea de pares de fótons no estado emaranhado. Este primeiro trabalho explora as diferenças existentes entre formação de imagem quântica e formação de imagem coerente. Nós verificamos que estes mesmos efeitos, em certas condições, também podem ser obtidos simplesmente usando fontes de luz clássicas incoerentes e medindo a intensidade no plano da imagem. Além disto, dois outros trabalhos foram realizados. Primeiro: mostramos teoricamente que é possível gerar a imagem de um objeto de fase via contagem em coincidência de pares fótons no estado emaranhado. Segundo: realizamos um outro experimento onde os efeitos de melhoramento da resolução da imagem obtida na contagem em coincidência de pares de fótons no estado emaranhado não é obtida na contagem simples de fótons provenientes de fontes incoerentes. Este segundo trabalho explora as diferenças existentes entre formação de imagem quântica e formação de imagem incoerente. Motivados pela possibilidade de estender estes estudos ao regime de feixes intensos, realizamos um terceiro projeto: estudamos experimentalmente o comportamento de uma cavidade self-imaging (dispositivo que pode vir a ser usado na amplificação da intensidade de luz contendo pares de fótons emaranhados) quando um cristal não-linear capaz de gerar pares de fótons no estado emaranhado, é inserido dentro dela.

Abstract

We have experimentally confirmed the theoretical predictions about the improvement of the resolution and apodization of images generated by simultaneous detection of photon pairs in momentum entangled state. This first work explores the differences between quantum imaging and classical coherent imaging. We verified that, in certain conditions, the same effects can also be obtained by using a mere classical incoherent source of light and detecting the intensity of light in the plane of the image. Moreover, we have performed two other studies. First, we have theoretically shown that it is possible to generate the image of a phase object via coincidence counting of photon pairs in an entangled state. Second, we performed another experiment where the improvement of resolution effects obtained with coincidence count of photons pairs in the entangled state can not be obtained by mere single counts of photons from an incoherent source. This second work explores the differences between quantum imaging and classical incoherent imaging. Motivated by the possibility of performing similar studies in the intense beam domain, we performed a third project: we experimentally studied the behavior of a self-imaging cavity (a device that could be useful to amplify the intensity of light carrying entangled photon pairs) when a non-linear crystal, that is capable to generated photons pairs in the entangled estate, is inserted inside of it.

Capítulo 1

Introdução

Até meados do final do século XIX, a comunidade científica tinha uma idéia muito clara do que seria a luz. Vários experimentos, como por exemplo, o experimento de difração da luz pela fenda dupla de Young, sugeria fortemente que a luz fosse algum tipo de onda, pois era um consenso naquela época que apenas ondas eram capazes de difratar. Uma onda é algo que oscila e mais adiante foi descoberto que “a coisa” que oscilava era campos elétricos e magnéticos simultaneamente. Experimentos do início do século XX mostravam claramente que partículas de massas muito pequenas (atualmente chamadas partículas quânticas) também difratavam quando eram refletidas por cristais, então o simples fato de algo difratar não significava que se tratava de uma onda. O desfecho final se deu com o experimento do efeito fotoelétrico, explicado por Einstein, através da hipótese que a luz se comportava também como um feixe de partículas sem massa. A cada partícula se associa uma energia $E = \frac{hc}{\lambda}$ e momento de módulo $p = \frac{h}{\lambda}$, sendo h a constante de Planck, c a velocidade da luz e λ seu comprimento de onda. Isto deu início ao que hoje chamamos de óptica quântica: um ramo da óptica que interpreta a luz não como uma onda eletromagnética, mas como um feixe de partículas as quais foram denominadas de fótons. Isto inseriu a óptica dentro do contexto da física quântica. Além da estranhíssima propriedade de difração de partículas materiais já mencionada, a teoria quântica previa ainda vários outros fenômenos excêntricos, a maioria dos quais não vamos citar para não fugir do tema desta tese. Um destes fenômenos (e talvez o mais interessante de todos) é o emaranhamento de partículas. Para entendê-lo, precisamos primeiramente lembrar que o estado de uma partícula quântica é descrito por uma função de onda cujo módulo quadrado nos dá a probabilidade de detectar esta partícula em um determinado lugar. Se tivermos duas (ou mais) partículas, podem existir duas funções de ondas, uma para cada partícula e neste caso a função de onda total é o produto das duas, ou pode existir uma única função de onda não fatorável que descreva o sistema de duas partículas. Este segundo caso é o que chamamos estado emaranhado. Este é o caso onde freqüentemente nossa intuição falha ao tentar fazer previsões sobre o comportamento das duas partículas.

Para N partículas no estado emaranhado, a forma correta de pensar é considerá-las como um único sistema e não como a simples soma de N sistemas. Acontece que

já foi teórica e experimentalmente demonstrado que um sistema de N partículas tem comprimento de onda de De Broglie N vezes menor que o comprimento de onda de uma única partícula [1, 2]. Isto é devido ao fato do comprimento de onda de De Broglie ser inversamente proporcional ao momentum do sistema que neste caso é N vezes maior. Vários fenômenos em óptica, dependem do comprimento de onda da luz usada. Um destes fenômenos é a formação de imagem. Uma imagem feita por um sistema óptico qualquer (microscópio, telescópio, lupa, etc.) será sempre mais nítida quando utiliza luz de comprimento de ondas menores. Obviamente, este não é o único fator relevante, outros fatores como coerência e propriedades intrínsecas do sistema óptico também são importantes.

Nesta tese é discutido a formação de imagens usando luz no estado emaranhado de dois fótons. Como fonte deste tipo de luz, usamos a conversão paramétrica descendente (CPD), um tipo especial de fonte de luz amplamente utilizada por vários grupos experimentais em óptica quântica em todo mundo. No capítulo 2 faremos uma breve revisão sobre CPD. Como já dissemos, não apenas o comprimento de onda mas também outros fatores, como coerência, afetam a imagem. Por isto, a imagem feita com luz no estado emaranhado é comparada com aquela feita com luz clássica-coerente (no capítulo 3) e com luz clássica-incoerente (no capítulo 4). Um outro aspecto importante para imagem é sua intensidade. Esta deve ser alta afim de que possamos detectá-la mais facilmente. A CPD produz alguns poucos pares de fótons emaranhados, exigindo assim detectores de alta sensibilidade para detectá-los. Este processo pode ser amplificado usando cavidades ópticas. No capítulo 5, estudaremos um tipo especial de cavidade que é uma forte candidata a fazer este tipo de operação no futuro próximo.

Capítulo 2

Conversão paramétrica descendente

Este é um processo que só é possível acontecer em materiais não-lineares, ou seja, aqueles que sob ação de um campo elétrico externo, gera um novo campo proporcional à sua susceptibilidade não-linear de segunda ordem [3]. Na conversão paramétrica descendente (CPD) um fóton (chamado *pump*) com frequência ω_p e vetor de onda \mathbf{k}_p ao incidir em um meio não-linear é convertido em dois outros fótons: um com frequência ω_i e vetor de onda \mathbf{k}_i (denominado *idler*) e outro com frequência ω_s e vetor de onda \mathbf{k}_s (denominado *signal*), os quais devem obedecer as condições de sincronismo de fase estabelecidas pelas equações abaixo:

$$\omega_i + \omega_s = \omega_p \quad (2.1)$$

e

$$\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i = \mathbf{k}_p \quad (2.2)$$

As variáveis em negrito acima (e no restante da tese) são vetoriais. As duas equações acima expressam a conservação da energia e momentum. Elas não são independentes por que ω é função de \mathbf{k} . Por sua vez, os materiais utilizados para conversão paramétrica são birrefringentes e \mathbf{k}_j com $j = i, s$ são funções do índice de refração que é diferente para diferentes frequências e polarizações das ondas. Elas só serão simultaneamente satisfeitas, e portanto haverá emissão de luz, em dois casos: quando há sincronismo de fase do tipo I, ou quando há sincronismo de fase do tipo II.

2.1 Casamento de fase do tipo I

Neste caso, temos um contínuo de cores em forma de cones em torno da direção de propagação do laser bombeador, os vértices destes cones estão no cristal. Os fótons *signal* e *idler* estão polarizados na direção ortogonal à direção de polarização do laser de bombeamento. Veja a figura 2.1.

2.2 Casamento de fase do tipo II

Neste caso, temos dois cones luminosos que se interceptam como mostra a figura 2.2. Os fótons *signal* e *idler* são ortogonalmente polarizados entre si, sendo que um deles

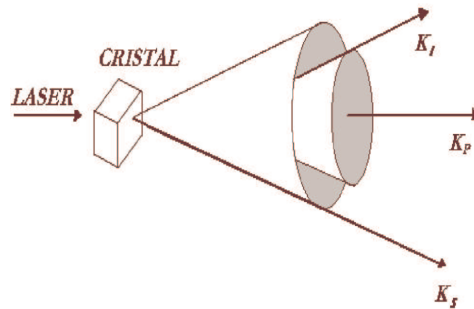


Figura 2.1: Conversão paramétrica descendente com sincronismo de fase do tipo I.

tem a mesma polarização que o feixe de laser e o outro tem polarização ortogonal à polarização do laser.

2.3 Estado da luz gerada na CPD

O estado em um tempo t qualquer é obtido aplicando o operador evolução temporal \hat{U} no estado inicial, ou seja

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U} |\Psi(0)\rangle = e^{\frac{1}{i\hbar} \int_0^t \hat{H}(t') dt'} |\Psi(0)\rangle \quad (2.3)$$

onde $\hat{H}(t')$ é o hamiltoniano do sistema, dado pela expressão [4]

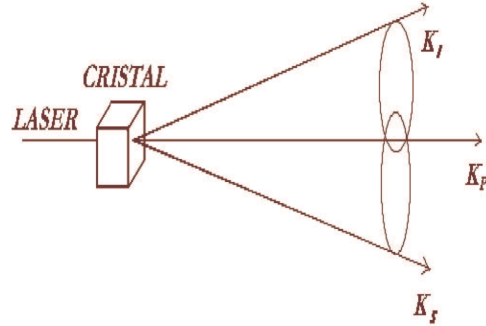


Figura 2.2: Conversão paramétrica descendente com sincronismo de fase do tipo II.

$$\hat{H}(t) = \frac{1}{\Omega^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i} \sum_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s} \sum_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p} l^*(\omega_i) l^*(\omega_s) l(\omega_p) \quad (2.4)$$

$$\hat{a}_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p} e^{-i(\omega_i + \omega_s - \omega_p)t}$$

$$[\tilde{\chi}_{ijk}^{(2)} (e_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p})_i (e_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i})_j^* (e_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s})_k^*]$$

$$\int_V d\mathbf{r} e^{-i(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p) \cdot \mathbf{r}} + c.c.$$

Aqui s é a direção de polarização, $\tilde{\chi}_{ijk}^{(2)}$ é a susceptibilidade elétrica não linear de segunda ordem, $\hat{a}_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p}$ é operador destruição no modo $(\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p)$, $\hat{a}_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i}^\dagger$ é o operador criação no modo $(\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i)$, $\hat{a}_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s}^\dagger$ é o operador criação no modo $(\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s)$, $e_{\mathbf{k}_j, \mathbf{s}_j}$ (com $j = i, s$ ou p) é um vetor unitário de polarização que depende do vetor de onda \mathbf{k}_j e do índice de polarização s_j , V é o volume de interação dado pelo volume iluminado do meio não-

linear, c.c. significa complexo conjugado, Ω é o volume de quantização, os ω_j são as frequências, \mathbf{r} é uma posição no cristal. As funções $l(\omega)$ são dadas por

$$l(\omega_j) = i \left[\frac{\hbar\omega_j(\mathbf{k}, \mathbf{s})}{2\epsilon_0 n^2(\mathbf{k}, \mathbf{s})} \right]^{1/2}, \quad (2.5)$$

sendo n o índice de refração do material do qual o cristal é constituído e ϵ_0 a permissividade elétrica do vácuo. Supondo que o cristal seja um cubo de lado L , centrado na origem, a integral de volume que aparece dentro do operador hamiltoniano (equação 2.4) deve ser calculada de $-L/2$ a $+L/2$ (isso vale para as 3 direções: x , y e z). Procedendo desta maneira e calculando também a integral no tempo que aparece no expoente do operador evolução (equação (2.3)), obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{i\hbar} \int_0^t H(t') dt' &= \frac{1}{i\hbar\Omega} \sum_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i} \sum_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s} \sum_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p} l^*(\omega_i) l^*(\omega_s) l(\omega_p) \quad (2.6) \\ &\hat{a}_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p} \frac{\text{sen}(\omega_i + \omega_s - \omega_p)t/2}{(\omega_i + \omega_s - \omega_p)/2} \\ &[\tilde{\chi}_{ijk}^{(2)}(e_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p})_i (e_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i})_j^* (e_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s})_k^*] \\ &\prod_{m=1}^3 \left[\frac{\text{sen}(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m l_m/2}{(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m/2} \right] + h.c.. \end{aligned}$$

Agora se expandirmos esta exponencial até 2ª ordem, considerarmos o estado inicial como sendo o vácuo, e tratarmos o feixe de bombeamento classicamente, temos:

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \left[1 + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t H(t') dt' + \dots \right] |vac\rangle = \quad (2.7) \\ &= |vac\rangle + \frac{1}{i\hbar\Omega} \sum_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i} \sum_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s} \sum_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p} l^*(\omega_i) l^*(\omega_s) l(\omega_p) \\ &\frac{\text{sen}(\omega_i + \omega_s - \omega_p)t/2}{(\omega_i + \omega_s - \omega_p)/2} [\tilde{\chi}_{ijk}^{(2)}(e_{\mathbf{k}_p, \mathbf{s}_p})_i (e_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i})_j^* (e_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s})_k^*] \\ &\prod_{m=1}^3 \left[\frac{\text{sen}(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m l_m/2}{(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m/2} \right] v_p(\omega_p) |1\rangle_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i} |1\rangle_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s} + \dots \end{aligned}$$

O estado de dois fótons ($|1\rangle_{\mathbf{k}_i, \mathbf{s}_i} |1\rangle_{\mathbf{k}_s, \mathbf{s}_s}$) que aparece na equação surge da atuação dos operadores criação sobre o estado de vácuo. A função $v_p(\omega_p)$ é a amplitude do laser de bombeio, já que este é considerado um campo clássico. Quando o espaçamento entre os modos tende para zero podemos substituir os somatórios em \mathbf{k} por integrais em \mathbf{k} . Isto vale para cristais macroscópicos e neste caso temos:

$$|\Psi\rangle = |vac\rangle + cte. \int d\mathbf{k}_i \int d\mathbf{k}_s \text{sinc} \left[\frac{1}{2}(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t \right] \phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) |1, \mathbf{k}_s\rangle |1, \mathbf{k}_i\rangle \quad (2.8)$$

onde

$$\text{sinc}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha} \quad (2.9)$$

e

$$\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \int d\mathbf{q}_p v(\mathbf{q}_p) \left[\frac{\omega_s \omega_i \omega_p}{n^2(\mathbf{k}_s) n^2(\mathbf{k}_i) n^2(\mathbf{k}_p)} \right]^{1/2} \prod_{j=1}^3 \text{sinc} \left[\frac{1}{2}(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_p)_j L_j \right]. \quad (2.10)$$

Nesse último resultado, supomos que a polarização dos fótons *signal* e *idler* é a mesma (sincronismo de fase tipo I). As integrais em relação às variáveis vectoriais (em negrito) que aparecem acima (e no restante da tese), escritas simplificadaamente com um único símbolo de integração, são integrais múltiplas em relação às componentes das mesmas variáveis. A função *sinc* que contém o tempo na equação (2.8) pode ser aproximada por 1 se usarmos filtros de interferência em frente aos detectores que deixam passar apenas as frequências tais que satisfaçam $\omega_s + \omega_i - \omega_p \simeq 0$. Na referência [5], Monken, Souto Ribeiro e Pádua mostraram que para cristal fino e região de detecção próxima ao eixo z podemos escrever:

$$\phi(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \approx v(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i), \quad (2.11)$$

Onde $v(\mathbf{q})$ é o espectro angular do feixe de laser na posição do cristal e \mathbf{q}_j ($j = i, s$) é a componente transversal do vetor de onda dos fótons *signal* e *idler*. O espectro angular do feixe de laser é a transformada de Fourier do perfil transversal do feixe de laser. Inserindo (2.11) em (2.8), obtemos finalmente o estado na saída do cristal

$$|\Psi\rangle = |vac\rangle + \alpha \int d\mathbf{q}_s \int d\mathbf{q}_i v(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) |1, \mathbf{q}_s\rangle |1, \mathbf{q}_i\rangle, \quad (2.12)$$

onde $\alpha \ll 1$. Este é o estado quântico da luz gerada pela conversão paramétrica, nas variáveis de momento transversal do fótons, que vamos usar mais adiante. Este resultado vale na aproximação monocromática e detecção próxima ao eixo z.

Capítulo 3

Comparando imagens quânticas e clássicas-coerentes

Neste capítulo faremos um estudo comparativo entre dois tipos de imagens: aquelas obtidas via detecção simultânea de pares de fótons gêmeos (as quais nós denotamos simplesmente por “imagens quânticas”) e aquelas obtidas por fontes de luz clássicas e coerentes (as quais nós denotamos por “clássicas-coerentes”). Estudaremos separadamente a formação de imagens de dois tipos diferentes de objetos: Objetos ordinários, ou seja, aqueles não homoganeamente transparentes e objetos de fase (que são igualmente transparentes em todos os pontos). O primeiro caso será estudado experimentalmente na seção 3.2 e o segundo teoricamente na seção 3.3. Faremos esta separação porque os métodos que se aplicam a um caso não se aplicam ao outro. Isto vale tanto no domínio da óptica clássica quanto da óptica quântica.

3.1 Introdução

Formação de imagem quântica em coincidência é um método usado para gerar e detectar a imagem de um objeto iluminado por luz no estado emaranhado de dois fótons detectando-os simultaneamente. Estes pares de fótons (*bifótons*) são gerados pela incidência de um feixe laser (usualmente chamado *pump*) em um cristal não linear. Os dois fótons gerados simultaneamente (“fótons gêmeos”) são usualmente chamados *signal* e *idler* [6]. O processo não linear responsável por este processo é a conversão paramétrica descendente (CPD), que já foi discutida no capítulo anterior.

A necessidade de investigar a natureza em escalas cada vez menores requer fontes de radiação em comprimentos de onda também cada vez menores. Infelizmente, tais fontes não são sempre comercialmente disponíveis. Além disto, seria interessante reter simultaneamente os benefícios de pequenos e grandes comprimentos de onda: boa resolução e não-agressão às amostras expostas. Neste sentido, fontes de luz no estado emaranhado de dois fótons podem tornar-se uma alternativa viável no futuro, porque existem dois comprimentos de ondas associados a elas: O comprimento de onda central de um único fóton e o comprimento de onda de De Broglie associado ao pacote de onda do *bifóton* [1, 2].

Formação de imagem de objetos iluminados por pares de fótons e detectados em coincidência foi proposta inicialmente na ref [7]. Em 1995 foi publicado um dos trabalhos pioneiros neste assunto por Pittman *et al.* [8] onde é mostrado ser possível obter a imagem de um objeto colocando-o no caminho do fóton *signal* e deslocando apenas o detector *idler*. Monken *et al.* em 1998 [5] e Souto Ribeiro *et al.* [9] em 1999 mostram ser possível a obtenção da imagem de um objeto inserido no feixe de bombeamento via detecção simultânea dos pares de fótons gêmeos. Recentemente muito outros avanços têm ocorrido neste campo. Em 2001, Abouraddy *et al.* [10] mostrou que quando todos elementos ópticos e um detector sem resolução espacial (detector *bucket*) são inseridos no caminho do fóton *signal* e um detector de alta resolução espacial é deslocado transversalmente no caminho do fóton *idler*, a imagem obtida é parcialmente coerente. Em 2002, Bennink *et al.* [11] mostrou que neste tipo de experimento é possível obter uma imagem em coincidência usando pulsos clássicos de luz e, portanto, o emaranhamento dos fótons não é um quesito indispensável. Ferri *et al.* [12] explicam este ponto mostrando que a vantagem real das fontes quânticas sobre as fontes clássicas de luz para a formação de imagem está associada à razão sinal-ruído. Em 2003, acoplando o emaranhamento em polarização aos graus de liberdade transversais, Caetano *et al.* [13] realizaram experimentos que selecionam a imagem de um dentre dois objetos simultaneamente inseridos no feixe de bombeamento. Recentemente, Bennink *et al.* [14] violaram desigualdades clássicas envolvendo os produtos das resoluções nas zonas de campos próximos e distantes. Em 2004, Abouraddy *et al.*, usando contagem em coincidência de pares de fótons gerados pela CPD detectaram o padrão de difração de um objeto de fase sem o *background* deteriorador da visibilidade que normalmente aparece quando se usa os métodos de óptica clássica [15]. Nenhum dos estudos experimentais mencionados acima demonstram ou analisam a ampliação de imagens via conjunto de lentes. Neste trabalho, nós demonstramos experimentalmente que é possível gerar e detectar imagens ampliadas de objetos iluminados por bifótons, como em um microscópio, com resolução espacial melhor que aquela permitida pelos limites clássicos de difração. Mostramos também que estas imagens são auto-apodizadas [16]. Estes resultados são válidos tanto para objetos ordinários quanto para objetos de fase; isto será visto nas duas seções seguinte.

3.2 Formação de imagem de objetos não homogeamemente transparentes

Estamos usando a nomenclatura “objetos não homogeamemente transparentes” em oposição aos “objetos de fase” que são totalmente transparentes e serão estudados na próxima seção. O método teoricamente proposto na ref. [18] e experimentalmente verificado nesta seção aplica-se única e exclusivamente ao primeiro tipo. Este método é o análogo quântico da microscopia clássica convencional que usa simplesmente um sistema de lente após o objeto para gerar sua imagem. Os resultados experimentais desta seção estão resumidos na ref. [19].

3.2.1 Revisão dos resultados teóricos

Como uma breve revisão de formação de imagem clássica-coerente, apresentamos a expressão que descreve o campo elétrico no plano da imagem de um objeto iluminado por uma fonte clássica coerente de luz, como mostrado nas figuras 3.1(a) e 3.1(c) (ver ref. [17]):

$$E(\boldsymbol{\rho}) = \int O(\boldsymbol{\xi})T_L \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\boldsymbol{\rho}}{z_D} \right) d\boldsymbol{\xi}. \quad (3.1)$$

onde $O(\boldsymbol{\xi})$ é a função transmissão do objeto, T_L é a transformada de Fourier da magnitude da função transmissão da lente, $d\boldsymbol{\xi} = d\xi_x d\xi_y$, $\boldsymbol{\rho}$ é a posição transversal no plano da imagem, z_L e z_D são as distâncias objeto-lente e lente-detector respectivamente e $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ é o vetor de onda da onda plana incidente. A intensidade da luz no plano da imagem é proporcional ao módulo quadrado de $E(\boldsymbol{\rho})$.

Recentemente, mostramos teoricamente [18] que a expressão matemática que descreve a amplitude de probabilidade de detectar simultaneamente dois fótons no plano da imagem de um objeto iluminado por uma fonte quântica de luz, como na figura 3.1(b), é

$$g(\boldsymbol{\rho}) = \int O(\boldsymbol{\xi})T_F \left(\frac{2k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{2k\boldsymbol{\rho}}{z_D} \right) d\boldsymbol{\xi}. \quad (3.2)$$

onde T_F é a transformada de Fourier da função F definida como

$$F(\mathbf{u}) = \int A_{Li}(\mathbf{u} + \mathbf{v})A_{Ls}(\mathbf{u} - \mathbf{v})d\mathbf{v}, \quad (3.3)$$

onde A_{Ls} e A_{Li} são as magnitudes das funções transmissões das lentes inseridas no caminho dos fótons *signal* e *idler* respectivamente. A taxa de coincidência no plano da imagem é proporcional ao módulo quadrado de $g(\rho)$.

Comparando as equações 3.1 e 3.2 podemos perceber que existem duas diferenças entre elas. Primeira: a presença do fator $2k$ na equação 3.2 invés de k como na equação 3.1. Este é o comportamento de uma imagem gerada por fótons que têm o comprimento de onda de de Broglie [1, 2] do bifóton $\lambda/2$. Isto aumenta a resolução da imagem. Segundo: a função F na equação 3.2 descreve uma lente efetiva cuja magnitude da função transmissão é igual a correlação das magnitudes do par de lente usadas, como está expresso na equação 4.5. Se usarmos um par de lentes ordinárias, a função F cairá gradualmente para zero a partir da origem. Isto é, a função F descreverá uma lente apodizada. Isto reduzirá a intensidade dos máximos secundários de difração que aparecem na imagem. Nesta seção demonstraremos experimentalmente estes dois efeitos: resolução e auto-apodização.

3.2.2 Realização experimental

Todas montagens experimentais estão esquematizadas na figura 3.1. Na Figura 3.1(a) usamos uma fonte de luz clássica-coerente: um laser emitindo no comprimento de onda $\lambda = 826 \text{ nm}$. Na 3.1(c), consideramos uma fonte do mesmo tipo porém emitindo em $\lambda = 413 \text{ nm}$. A figura 3.1(b) mostra a montagem experimental que utiliza pares de fótons gêmeos como fonte de luz. Cada fóton gêmeo individualmente tem comprimento de onda $\lambda = 826 \text{ nm}$. O símbolo O representa o objeto, o símbolo L a lente e o símbolo D os detectores. z_A é a distância cristal-objeto, z_L é a distância objeto-lente e z_D é a distância lente-detectores. Os índices $i(s)$ identificam os elementos ópticos e distâncias no caminho do fóton *idler*(*signal*). As distâncias longitudinais envolvidas foram escolhidas de maneira a satisfazer a equação da lente fina para formação de imagem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{z_L} + \frac{1}{z_D}, \quad (3.4)$$

onde f é o comprimento focal das lentes usadas.

Lentes ordinárias, com diâmetros de alguns centímetros, comportam-se se como lentes infinitas porque o diâmetro do feixe é apenas alguns poucos milímetros. Portanto os efeitos de difração devido a estas lentes são irrisórios. Então para melhor apreciar os efeitos de difração, nós cobrimos as lentes com máscaras como aquela mostrada na figura

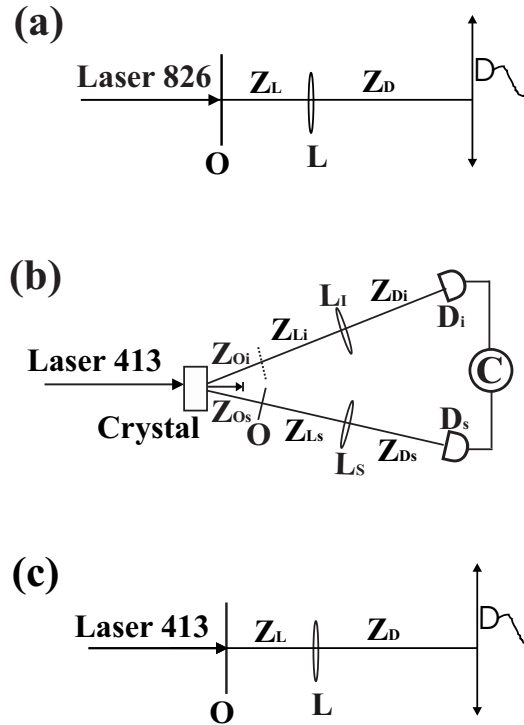


Figura 3.1: esquema da montagem experimental para gerar a imagem de um objeto (O) usando uma fonte de luz clássica-coerente no infravermelho (a), fótons gêmeos infravermelho (b) e uma fonte clássica-coerente de luz no violeta (c). A linha contínua em (b), no caminho do fóton *signal*, mostra a posição do objeto. A posição equivalente à posição do objeto no caminho do fóton *idler* é representada por uma linha tracejada (nenhum objeto é colocado neste ponto). L_s e L_i são lentes convergentes, D_s e D_i são detectores e “C” representa detecção em coincidência.

3.2(a). A largura (vertical) destas máscaras é 0.7 mm . Seu comprimento (horizontal) pode ser considerado infinito e é irrelevante porque os detectores serão deslocados apenas verticalmente. Embora tenhamos usado máscaras como aquelas mostradas na figura 3.2(a), a existência da função F na equação 3.2 implica que a máscara efetiva será como aquela mostrada na figura 3.2(b).

Realizamos dois experimentos. No primeiro nós usamos uma fenda simples como objeto. A largura desta fenda é $89 \mu\text{m}$. As distâncias envolvidas são: $z_O = z_{O_i} = z_{O_s} = 20 \text{ cm}$, $z_L = z_{L_i} = z_{L_s} = 9 \text{ cm}$, $z_D = z_{D_i} = z_{D_s} = 47 \text{ cm}$. Ambas as lentes L_i e L_s tem foco $f = 75 \text{ mm}$. Nas três montagens, os detectores foram deslocados verticalmente com passos de $80 \mu\text{m}$. Na montagem representada pela figura 3.1(b) o

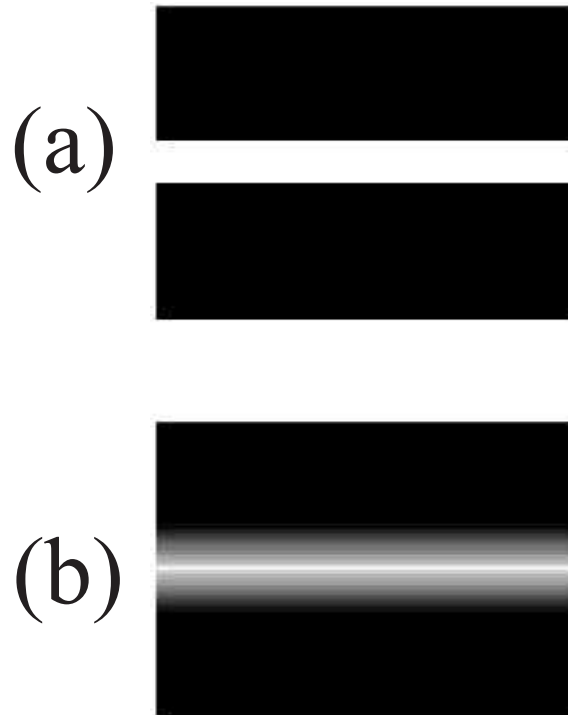


Figura 3.2: (a) Máscaras que cobrem as lentes, usadas para intensificar os efeitos de difração em uma dimensão. (b) Máscara efetiva descrita pela função F definida na equação 4.5.

feixe de bombeamento foi focalizado no plano do objeto através de uma lente inserida antes do cristal. Esta lente não está mostrada na figura. Os dois detectores de alta-resolução-espacial foram deslocados simultaneamente em direções opostas (veja a ref. [20] sobre um esquema de detecção similar).

Para as montagens mostradas nas figuras 3.1(a), 3.1(b) e 3.1(c), usando a fenda simples como objeto, os resultados estão mostrados na figuras 3.3(a), 3.3(b) e 3.3(c), respectivamente. As linhas contínuas são as previsões teóricas [18]. Na figura 3.3(a) e 3.3(c), elas foram obtidas simulando a equação (3.1) com $\lambda = 826 \text{ nm}$ e $\lambda = 413 \text{ nm}$ respectivamente. Na Figura 3.3(b) ela foi obtida simulando a equação 3.2 com $\lambda = 826 \text{ nm}$.

Comparando as figura 3.3(a) e 3.3(b), que usam o mesmo comprimento de onda, podemos observar que o máximo central na imagem gerada com fótons gêmeos na figura

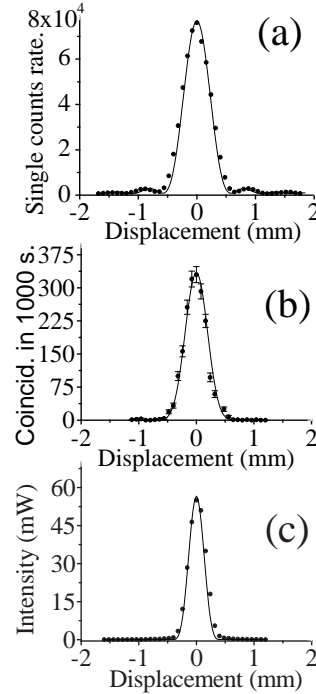


Figura 3.3: Imagem de uma fenda simples obtida usando uma fonte de luz clássica-coerente no infravermelho com $\lambda = 826nm$ (a), fótons gêmeos no infravermelho com $\lambda = 826nm$ (b) e uma fonte de luz clássica-coerente no violeta (c) com $\lambda = 413nm$. As linhas contínuas são as curvas teóricas obtidas das eqs. 3.1 [(a) e (c)] e 3.2 [(b)].

3.3.(b) é mais estreito que aquele obtido com luz clássica-coerente na figura 3.3 (a). Isto implica que a imagem feita com fótons gêmeos tem resolução melhor que aquela obtida com luz clássica-coerente com o mesmo comprimento de onda. Isto é uma consequência do fator $2k$ na equação 3.2 ao invés de k que aparece na equação 3.1. Além disto, os máximos secundários presentes na imagem clássica estão ausentes na imagem quântica. Isto é uma consequência da lente efetiva descrita pela função F na equação 3.2. Esta função descreve uma lente apodizada como aquela mostrada na figura 3.2(b), isto causa a redução da intensidade dos máximos secundários como mostrado na figura 3.3(b).

Comparando as figuras 3.3(b) e 3.3(c), podemos observar que o máximo central na imagem gerada com luz clássica-coerente no violeta é ainda mais estreito que aquele

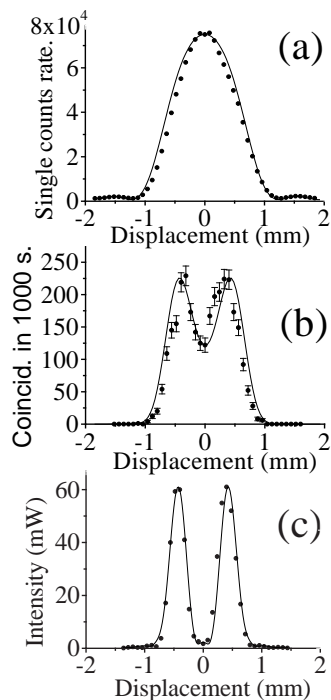


Figura 3.4: Imagem de uma fenda dupla obtida usando uma fonte de luz clássica-coerente no infravermelho com $\lambda = 826\text{nm}$ (a), fótons gêmeos no infravermelho com $\lambda = 826\text{nm}$ (b) e uma fonte de luz clássica-coerente no violeta (c) com $\lambda = 413\text{nm}$. As linhas contínuas são as curvas teóricas obtidas das eqs. 3.1 [(a) e (c)] e 3.2 [(b)].

obtido com fótons gêmeos no infravermelho. Portanto, usando fótons gêmeos no infravermelho, nós não obtemos uma imagem com resolução tão boa quanto aquela obtida com luz clássica-coerente no violeta. Mas sendo o comprimento de onda de De Broglie dos fótons gêmeos igual ao comprimento de onda de um único fóton no violeta, como isto é possível? A presença da função F na equação 3.2 responde esta questão. A função F , como já dissemos, descreve uma lente apodizada. O preço que pagamos pela redução da intensidade dos máximos secundários de difração é o alargamento do máximo central tal como acontece quando há apodização real de uma lente, através da deposição de filmes dielétricos nas mesmas.

O segundo experimento foi realizado usando uma fenda dupla como objeto. Todas as distâncias longitudinais envolvidas são as mesmas de antes. As larguras das fenda

são $89 \mu m$ como antes, e a separação entre elas é $165 \mu m$. A largura das máscaras que cobrem as lentes é $0.65 mm$.

Para as montagens esquematizadas nas figuras 3.1(a), 3.1(b) e 3.1(c), usando a fenda dupla como objeto, os resultados são mostrados nas figuras 3.4(a), 3.4(b) e 3.4(c), respectivamente. As linhas contínuas são as predições teóricas [18]. Na figura 3.4(a) e 3.4(c), elas foram obtidas simulando a equação 3.1 com $\lambda = 826 nm$ e $\lambda = 413 nm$, respectivamente e tomando o módulo quadrado. Na figura 3.4(b) ela foi obtida simulando a equação 3.2 com $\lambda = 826 nm$ e tomando o módulo quadrado.

Comparando as figuras 3.4(a) e 3.4(b), que usam o mesmo comprimento de onda, podemos observar que a imagem gerada com fótons gêmeos tem uma resolução melhor que aquela obtida com uma fonte de luz clássica-coerente. Como já dissemos antes, isto é uma consequência do fator $2k$, na equação 3.2 ao invés de k que aparece na equação 3.1. Os máximos secundários presentes na imagem clássica estão ausentes na imagem quântica e a explicação é novamente a lente efetiva apodizada descrita pela função F definida na equação 4.5.

Comparando as figuras 3.4(b) e 3.4(c), podemos observar mais uma vez que não obtemos uma imagem com resolução tão boa quanto aquela obtida com luz clássica-coerente no violeta. A explicação é a mesma que foi dada antes para o experimento da fenda simples.

Na figura 3.5, os dados experimentais mostrados na figura 3.4(b) foram avaliados com a intensidade de luz clássica obtida da equação 3.1. O comprimento de onda usado na equação 3.1 foi ajustado de forma que a imagem da fenda dupla produzida pela fonte de luz clássica-coerente tivesse a mesma resolução espacial que aquela obtida com os fótons gêmeos. O critério de resolução espacial adotado foi a profundidade do vale entre os dois picos das curvas detectada e calculada. Nós exigimos que ambas profundidades fossem iguais. O comprimento de onda obtido para equação clássica foi $670 nm$. Portanto, a resolução de uma imagem produzida com pares de fótons gêmeos no comprimento de onda $826 nm$ é a mesma que aquela gerada com luz clássica-coerente de comprimento de onda $670 nm$, pelo critério de resolução mencionado acima. É importante mencionar novamente que há ainda os máximos secundários na curva teórica obtida com o comprimento de onda de $670 nm$ e isto não existe nos dados experimentais obtidos com os fótons gêmeos no comprimento de onda de $826 nm$. Então esta equivalência entre os dois comprimentos de onda é apenas parcial pois se levarmos em conta todos os fatores e não apenas a profundidade do vale a imagem feita

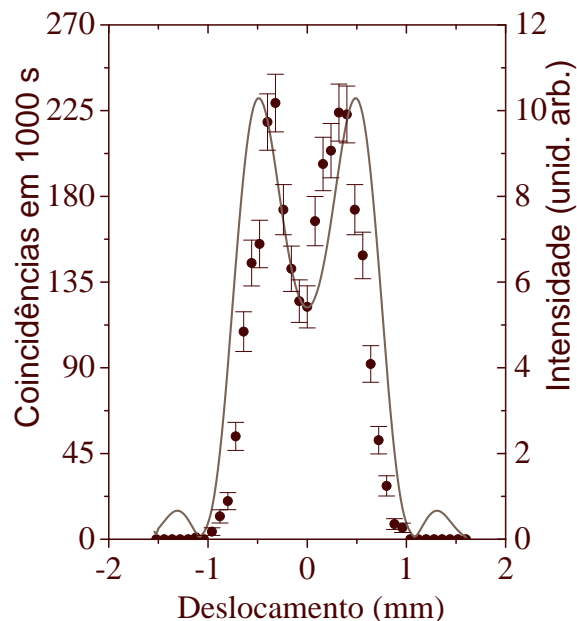


Figura 3.5: Imagem de uma fenda dupla obtida usando fótons gêmeos de comprimento de onda $\lambda = 826 \text{ nm}$ (círculo sólido) e ajustado pela equação clássica de intensidade de luz (veja a equação 3.1), com comprimento de onda $\lambda = 670 \text{ nm}$ (linha contínua).

com fótons gêmeos é ainda mais nítida que aquela obtida com a luz clássica-coerente no comprimento de onda de 670 nm .

Concluindo esta subseção - A imagem gerada por detecção de pares de fótons gêmeos é melhor resolvida que a imagem similar gerada com uma fonte de luz clássica-coerente no mesmo comprimento de onda. Apesar disto, a resolução da imagem quântica não é a tão boa quanto aquela produzida pelo feixe de bombeamento (que tem comprimento de onda igual ao comprimento de onda de De Broglie dos fótons gêmeos). Isto ocorre porque a função da lente efetiva não é igual a função transmissão das lentes usadas. Além disto, efeitos de apodização são observados na imagem quântica em coincidência sem que tenhamos fisicamente apodizado as lentes.

3.3 Formação de imagem de objetos de fase

Como já dissemos, objeto de fase é sinônimo de homoganeamente transparente. Os métodos usados em microscopia clássica de contraste de fase para fazer a imagem deste tipo de objeto baseiam-se freqüentemente na observação de algum tipo de “interferência” entre duas imagens: aquela que queremos obter e uma “imagem constante”. Interferência requer sempre algum tipo de coerência. Neste sentido a coerência da luz desempenha um papel importante. Nesta seção proporemos um método similar usando fótons gêmeos que também utiliza interferência de duas imagens.

3.3.1 Revisão do tratamento clássico

Grande parte desta subseção foi extraída da página 76 da ref. [22]. Tratamentos semelhantes podem ser encontrados na página 485 da ref. [17] ou na página 220 da ref. [21]. Segundo a ref. [17], a equação 3.1 descreve o campo no plano da imagem de um objeto iluminado por uma onda plana. Numa situação ideal, onde a lente é infinita, a transformada de Fourier que aparece no integrando é uma função delta e a distribuição de intensidade no plano da imagem, a menos de uma constante multiplicativa irrelevante, será

$$I(\boldsymbol{\rho}) = |E(\boldsymbol{\rho})|^2 = \left| O\left(\frac{z_D}{z_L}\boldsymbol{\rho}\right) \right|^2. \quad (3.5)$$

Se o objeto for totalmente transparente, mas tiver variações de fase (devido a variações de espessura ou índice de refração), sua função transmissão pode ser escrita da seguinte maneira:

$$O(\boldsymbol{\xi}) = e^{i\phi(\boldsymbol{\xi})} \quad (3.6)$$

onde a função $\phi(\boldsymbol{\xi})$ descreve a variação espacial da fase. Então, mesmo no caso ideal, onde a lente é infinita, a distribuição de intensidades no plano da imagem será

$$I(\boldsymbol{\rho}) = 1. \quad (3.7)$$

Ou seja, não há imagem. Suponhamos agora que $\phi(\boldsymbol{\xi}) \ll 1$ para que possamos expandir em primeira ordem a exponencial na equação 3.6, ou seja, fazer

$$O(\boldsymbol{\xi}) = 1 + i\phi(\boldsymbol{\xi}). \quad (3.8)$$

Neste caso, o campo no plano da imagem seria

$$E(\boldsymbol{\rho}) = 1 + i\phi\left(\frac{z_D}{z_L}\boldsymbol{\rho}\right) \quad (3.9)$$

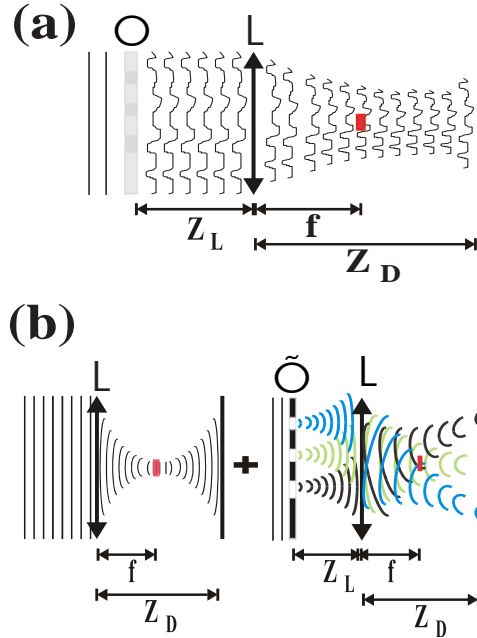


Figura 3.6: Esquema da montagem experimental para obter a imagem de um objeto de fase em (a). O quadradinho vermelho representa uma placa de fase (transparente) que acrescenta um fator i ao campo, o símbolo O [em (a)] indica o objeto de fase, o símbolo \tilde{O} [em (b)] indica um objeto ordinário, L indica a lente, f é a distância focal, Z_L é a distância objeto-lente, Z_D é a distância entre a lente e o plano da imagem. O campo no plano da imagem em (a) pode ser escrito como a soma dos campos obtidos nas duas montagens mostradas em (b).

e a intensidade correspondente seria

$$I(\boldsymbol{\rho}) = 1 + \phi^2 \left(\frac{z_D}{z_L} \boldsymbol{\rho} \right) \simeq 1. \quad (3.10)$$

Ainda assim, a distribuição de intensidade no plano da imagem continua constante e continuamos não tendo imagem, porque estamos supondo ϕ^2 desprezível. Se pudéssemos eliminar fase relativa i que aparece no segundo termo de equação 3.9, o campo no plano da imagem seria

$$E(\boldsymbol{\rho}) = 1 + \phi \left(\frac{z_D}{z_L} \boldsymbol{\rho} \right) \quad (3.11)$$

e a distribuição de intensidade seria

$$I(\boldsymbol{\rho}) = 1 + 2\phi \left(\frac{z_D}{z_L} \boldsymbol{\rho} \right), \quad (3.12)$$

onde o termo quadrado em ϕ foi desprezado. Ou seja, poderíamos recuperar a função ϕ , pois o primeiro termo da equação 3.12 é apenas um *background* constante que não distorce a forma do segundo termo, que contém informação sobre o objeto de fase, ou seja a sua imagem. Para eliminar o fator i da equação 3.9, temos que multiplicar apenas um dos seus termos também por i . Se quizéssemos multiplicar a função toda por i , bastaria fazer a luz passar por uma placa de fase com a espessura adequada, mas não é isto que queremos. Observando a equação 3.9, podemos identificar o primeiro termo como sendo a imagem que seria obtida por uma onda plana que foi transmitida sem encontrar o objeto em seu caminho. O segundo termo pode ser identificado com a imagem que seria obtida por uma onda plana que passasse por um objeto ordinário (não objeto de fase) cuja função transmissão fosse $i\phi$. Se a placa de fase mencionada anteriormente for transversalmente muito pequena e se ela for colocada no foco da lente (ver figura 3.6), a onda plana passará toda por ela e ganhará uma fase i . Porém, apenas uma pequena fração da luz difratada passará pela placa. Se esta fração for muito pequena, a mudança de fase no segundo termo da equação 3.9 será desprezível. O tamanho transversal da placa deve ser da mesma ordem que a cintura do foco para que mudança de fase não seja desprezível também para o primeiro termo.

Resumidamente, este método gera o padrão de interferência de duas imagens: uma uniforme e outra contendo informações sobre o objeto. A idéia básica do método é impor artificialmente uma fase adequada entre estas duas imagens para que o termo referente unicamente à imagem do objeto possa ser omitido (na suposição de $\phi(\xi) \ll 1$) e fiquemos apenas com a informação contida nos termos cruzados do padrão de interferência.

3.3.2 Montagem experimental proposta

Como já dissemos esta seção trata-se de um estudo teórico sobre formação de imagem de objetos de fase, mas todos os cálculos (que serão vistos nas subseções seguintes) foram efetuados para predizer os resultados que seriam obtidos em um experimento idealizado que utilize uma montagem experimental bem específica: aquela mostrada na figura 3.7. Consideraremos um feixe laser de vetor de onda k incidindo em um cristal não linear onde através do processo da CPD são gerados os dois fótons conjugados *signal* e *idler* de vetores de onda k_s e k_i , respectivamente. O fóton *signal* passa primeiramente por um interferômetro, depois pela lente L_s e finalmente é detectado pelo detector D_s . O objeto de fase é inserido em apenas um braço do interferômetro. O fóton *idler* não

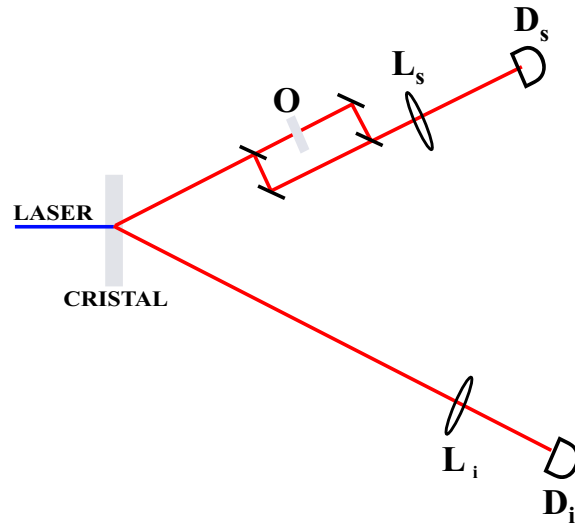


Figura 3.7: Montagem experimental proposta para ver a imagem de um objeto de fase usando contagem de fótons gêmeos em coincidência.

interage nem com o interferômetro nem com o objeto de fase, ele passa pela lente L_i e em seguida é detectado pelo detector D_i . As lentes L_s e L_i são inseridas à mesma distância do cristal. O mesmo vale para os detectores D_s e D_i .

3.3.3 Campo clássico signal

O campo clássico *signal* é a soma dos campos devido à luz que passa pelos dois braços do interferômetro mostrado na figura 3.7. Usaremos os índices 1 e 2 para denotar estas duas contribuições. Suporemos que o primeiro divisor de feixe do interferômetro tenha reflectividade R e transmissividade T e o segundo tenha reflectividade R' e transmissividade T' . Os dois espelhos deste interferômetro são perfeitamente refletivos. Para levar em conta a assimetria dos divisores de feixe, as contribuições de cada braço do interferômetro devem se multiplicada por, $\sqrt{TR'}$ ou $\sqrt{RT'}$, tal como é feito na ref.

[23]. Consideraremos ainda que os caminhos 1 e 2 diferem um do outro apenas por uma fração do comprimento de onda. Esta última consideração faz surgir um fator de fase relativa $e^{i\theta}$ entre as contribuições 1 e 2. Feitas todas estas observações podemos escrever o campo *signal* como

$$E_s(\boldsymbol{\rho}_s) = \sqrt{TR'}E_{s1}(\boldsymbol{\rho}_s) + \sqrt{RT'}e^{i\theta}E_{s2}(\boldsymbol{\rho}_s) \quad (3.13)$$

onde

$$E_{s1}(\boldsymbol{\rho}_s) = \int d\xi E_O(\xi)O(\xi) \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\xi^2\right) T_{Ls} \left(\frac{k_s\xi}{z_L} + \frac{k_s\rho_s}{z_D}\right). \quad (3.14)$$

Nesta expressão $O(\xi)$ é a função transmissão do objeto de fase colocado em apenas um dos braços do interferômetro, z_L é a distância objeto-lente, z_D é a distância lente-detector. Elas obedecem a relação $\frac{1}{f} = \frac{1}{z_L} + \frac{1}{z_D}$, onde f é o comprimento focal da lente. $k_s = \frac{2\pi}{\lambda_s}$ é o vetor de onda da luz, onde λ_s é o comprimento de onda. T_{Ls} é a transformada de Fourier do módulo da função transmissão da lente L_s . $E_O(\xi)$ é o campo imediatamente antes do objeto dado por

$$E_O(\xi) = \int d\mathbf{X}_s E_C(\mathbf{X}_s) \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}(\mathbf{X}_s - \xi)^2\right]. \quad (3.15)$$

onde z_O é a distância cristal-objeto e E_C é o campo na posição do cristal que pode ser escrito como a transformada de Fourier do espectro angular \tilde{E}_C na posição do cristal, ou seja

$$E_C(\mathbf{X}_s) = \int d\mathbf{q}_s \tilde{E}_C(\mathbf{q}_s) \exp(i\mathbf{q}_s \cdot \mathbf{X}_s). \quad (3.16)$$

Inserindo as equações 3.16 e 3.15 na equação 3.14 obtemos

$$E_{s1}(\boldsymbol{\rho}_s) = \int d\xi O(\xi) \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\xi^2\right) T_{Ls} \left(\frac{k_s\xi}{z_L} + \frac{k_s\rho_s}{z_D}\right) \int d\mathbf{X}_s \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}(\mathbf{X}_s - \xi)^2\right] \int d\mathbf{q}_s \tilde{E}_C(\mathbf{q}_s) \exp(i\mathbf{q}_s \cdot \mathbf{X}_s). \quad (3.17)$$

As integrais na equação 3.17 (assim como em todas equações desta seção) são acopladas nas diversas variáveis, não sendo apresentadas na mesma linha por razões de espaço.

A contribuição devido ao braço 2 pode ser obtida simplesmente omitindo a função $O(\boldsymbol{\xi})$ na equação acima. Procedendo assim, obtemos

$$E_{s2}(\boldsymbol{\rho}_s) = \int d\boldsymbol{\xi} \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\xi}^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_s}{z_D}\right) \quad (3.18)$$

$$\int d\mathbf{X}_s \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}(\mathbf{X}_s - \boldsymbol{\xi})^2\right] \int d\mathbf{q}_s \tilde{E}_C(\mathbf{q}_s) \exp(i\mathbf{q}_s \cdot \mathbf{X}_s).$$

A rigor as distâncias z_O e z_L que aparecem nas equações 3.17 e 3.18 não são as mesmas, pois como já dissemos elas diferem por uma fração de comprimento de onda responsável pelo aparecimento da fase θ da equação 3.13. Mas esta diferença é tão pequena que não afeta o valor da integral. Assim podemos usar os mesmos símbolos z_O e z_L para ambas.

Inserindo as equações 3.17 e 3.18 na equação 3.13 obtemos o campo *signal* total

$$E_s(\boldsymbol{\rho}_s) = \int d\boldsymbol{\xi} \left[\sqrt{TR'} O(\boldsymbol{\xi}) + \sqrt{RT'} e^{i\theta} \right] \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\xi}^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_s}{z_D}\right)$$

$$\int d\mathbf{X}_s \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}(\mathbf{X}_s - \boldsymbol{\xi})^2\right] \int d\mathbf{q}_s \tilde{E}_C(\mathbf{q}_s) \exp(i\mathbf{q}_s \cdot \mathbf{X}_s). \quad (3.19)$$

3.3.4 Campo clássico idler

Este também pode se obtido simplesmente omitindo a função transmissão do objeto na equação 3.17 e trocando os índices s por i . Procedendo assim obtemos

$$E_i(\boldsymbol{\rho}_i) = \int d\boldsymbol{\eta} \exp\left(\frac{ik_i}{2z_L}\boldsymbol{\eta}^2\right) T_{Li}\left(\frac{k_i\boldsymbol{\eta}}{z_L} + \frac{k_i\boldsymbol{\rho}_i}{z_D}\right) \quad (3.20)$$

$$\int d\mathbf{X}_i \exp\left[\frac{ik_i}{2z_O}(\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\eta})^2\right] \int d\mathbf{q}_i \tilde{E}_C(\mathbf{q}_i) \exp(i\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{X}_i).$$

3.3.5 Operadores campos elétricos

No tratamento quântico do campo eletromagnético, a função campo elétrico se transforma em operadores de campo elétrico [6]. Para migrarmos do tratamento clássico para o quântico de formação de imagem, convertemos os campos elétricos mostrados nas equações 3.19 e 3.20 em operadores campos usando o formalismo desenvolvido na

ref. [25]. Isto é feito trocando-se a variável clássica espectro angular $\tilde{E}_C(\mathbf{q}_j)$ pelo operador destruição $\hat{a}(\mathbf{q}_j)$ com $j = i, s$. Desta forma temos que

$$\begin{aligned} \hat{E}_s^+(\boldsymbol{\rho}_s) &= \int d\xi \left[\sqrt{TR'}O(\xi) + \sqrt{RT'}e^{i\theta} \right] \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\xi^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\xi}{z_L} + \frac{k_s\rho_s}{z_D}\right) \\ &\int d\mathbf{X}_s \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}(\mathbf{X}_s - \xi)^2\right] \int d\mathbf{q}_s \hat{a}(\mathbf{q}_s) \exp(i\mathbf{q}_s \cdot \mathbf{X}_s) \end{aligned} \quad (3.21)$$

e

$$\begin{aligned} \hat{E}_i^+(\boldsymbol{\rho}_i) &= \int d\eta \exp\left(\frac{ik_i}{2z_L}\eta^2\right) T_{Li}\left(\frac{k_i\eta}{z_L} + \frac{k_i\rho_i}{z_D}\right) \\ &\int d\mathbf{X}_i \exp\left[\frac{ik_i}{2z_O}(\mathbf{X}_i - \eta)^2\right] \int d\mathbf{q}_i \hat{a}(\mathbf{q}_i) \exp(i\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{X}_i). \end{aligned} \quad (3.22)$$

3.3.6 Taxa de coincidência

A probabilidade de se detectar simultaneamente o fóton *signal* na posição transversal $\boldsymbol{\rho}_s$ e o fóton *idler* na posição transversal $\boldsymbol{\rho}_i$ com detectores ideais (também chamada de taxa de coincidência) é

$$C(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s) = \langle \psi | \hat{E}_i^-(\boldsymbol{\rho}_i) \hat{E}_s^-(\boldsymbol{\rho}_s) \hat{E}_i^+(\boldsymbol{\rho}_i) \hat{E}_s^+(\boldsymbol{\rho}_s) | \psi \rangle \quad (3.23)$$

onde $|\psi\rangle$ é o estado quântico da luz dado por

$$|\psi\rangle = |vac\rangle + \alpha \int d\mathbf{q}'_i \int d\mathbf{q}'_s v(\mathbf{q}'_i + \mathbf{q}'_s) |1\mathbf{q}'_i\rangle |1\mathbf{q}'_s\rangle, \quad (3.24)$$

com $\alpha \ll 1$. Este estado já foi mencionado no capítulo anterior. A função v é o espectro angular do laser de bombeamento na posição do cristal. O ket $|1\mathbf{q}'_j\rangle$ (com $j = i, s$) significa estado de um fóton com componente transversal do vetor de onda \mathbf{q}'_j . Os operadores campo elétricos \hat{E}_j^+ foram definidos na subsecção anterior e os operadores \hat{E}_j^- são seus conjugados. Podemos reescrever a equação 3.23 da seguinte forma:

$$C(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s) = ||N\rangle|^2 \quad (3.25)$$

onde

$$|N\rangle = \hat{E}_i^+(\boldsymbol{\rho}_i) \hat{E}_s^+(\boldsymbol{\rho}_s) |\psi\rangle. \quad (3.26)$$

Inserindo as equações 3.21, 3.22 e 3.24 na equação 3.26, temos

$$\begin{aligned}
|N\rangle &= \alpha \int d\boldsymbol{\eta} \exp\left(\frac{ik_i}{2z_L}\boldsymbol{\eta}^2\right) T_{Li}\left(\frac{k_i\boldsymbol{\eta}}{z_L} + \frac{k_i\boldsymbol{\rho}_i}{z_D}\right) \\
&\int d\mathbf{X}_i \exp\left[\frac{ik_i}{2z_O}(\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\eta})^2\right] \\
&\int d\boldsymbol{\xi} \left[\sqrt{TR'}O(\boldsymbol{\xi}) + \sqrt{RT'}e^{i\theta}\right] \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\xi}^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_s}{z_D}\right) \\
&\int d\mathbf{X}_s \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}(\mathbf{X}_s - \boldsymbol{\xi})^2\right] \\
&\int d\mathbf{q}_i \exp(i\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{X}_i) \int d\mathbf{q}_s \exp(i\mathbf{q}_s \cdot \mathbf{X}_s) \\
&\int d\mathbf{q}'_i \int d\mathbf{q}'_s v(\mathbf{q}'_i + \mathbf{q}'_s) a(\mathbf{q}_i) |1\mathbf{q}'_i\rangle a(\mathbf{q}_s) |1\mathbf{q}'_s\rangle
\end{aligned} \tag{3.27}$$

A atuação dos operadores destruição no estado de vácuo gera “zero” e nos demais kets acima ela é tal que $\hat{a}(\mathbf{q}_j)|1\mathbf{q}'_j\rangle = \delta(\mathbf{q}'_j - \mathbf{q}_j)|0\rangle$. As funções deltas filtram as integrais em \mathbf{q}'_j e temos

$$|N\rangle = \alpha g(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s) |0\rangle \tag{3.28}$$

onde

$$\begin{aligned}
g(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s) &= \int d\boldsymbol{\eta} \exp\left(\frac{ik_i}{2z_L}\boldsymbol{\eta}^2\right) T_{Li}\left(\frac{k_i\boldsymbol{\eta}}{z_L} + \frac{k_i\boldsymbol{\rho}_i}{z_D}\right) \\
&\int d\mathbf{X}_i \exp\left[\frac{ik_i}{2z_O}(\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\eta})^2\right] \\
&\int d\boldsymbol{\xi} \left[\sqrt{TR'}O(\boldsymbol{\xi}) + \sqrt{RT'}e^{i\theta}\right] \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\xi}^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_s}{z_D}\right) \\
&\int d\mathbf{X}_s \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}(\mathbf{X}_s - \boldsymbol{\xi})^2\right] \\
&\int d\mathbf{q}_i \exp(i\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{X}_i) \int d\mathbf{q}_s \exp(i\mathbf{q}_s \cdot \mathbf{X}_s) v(\mathbf{q}_i + \mathbf{q}_s).
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Portanto a taxa de coincidência é proporcional ao módulo quadrado da expressão acima, ou seja

$$C(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s) = \alpha^2 |g(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s)|^2. \quad (3.30)$$

Resolvemos as duas últimas integrais acima usando o fato que a transformada de Fourier do espectro angular do laser (que aparece na última integral) é igual ao campo do laser na posição do cristal, que denotamos por W_C . Assim, obtemos

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s) &= \int d\boldsymbol{\eta} \exp\left(\frac{ik_i}{2z_L}\boldsymbol{\eta}^2\right) T_{Li}\left(\frac{k_i\boldsymbol{\eta}}{z_L} + \frac{k_i\boldsymbol{\rho}_i}{z_D}\right) \\ &\quad \int d\boldsymbol{\xi} \left[\sqrt{TR'}O(\boldsymbol{\xi}) + \sqrt{RT'}e^{i\theta}\right] \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\xi}^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_s}{z_D}\right) \\ &\quad \int d\mathbf{X}_i \exp\left[\frac{ik_i}{2z_O}(\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\eta})^2\right] \\ &\quad \int d\mathbf{X}_s \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}(\mathbf{X}_s - \boldsymbol{\xi})^2\right] \delta(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_s) W_C(\mathbf{X}_i). \end{aligned} \quad (3.31)$$

A função delta filtra a última integral e não faz mais sentido usar os índices s e i para integração no plano do cristal. Usando também $k_s = k_i$, podemos escrever

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s) &= \int d\boldsymbol{\eta} \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\eta}^2\right) T_{Li}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\eta}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_i}{z_D}\right) \\ &\quad \int d\boldsymbol{\xi} \left[\sqrt{TR'}O(\boldsymbol{\xi}) + \sqrt{RT'}e^{i\theta}\right] \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\xi}^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_s}{z_D}\right) \\ &\quad \int d\mathbf{X} W_C(\mathbf{X}) \exp\left[\frac{ik_s}{2z_O}[(\mathbf{X} - \boldsymbol{\eta})^2 + (\mathbf{X} - \boldsymbol{\xi})^2]\right]. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Resolvendo a última integral obtemos

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_s) &= \int d\boldsymbol{\eta} \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\eta}^2\right) T_{Li}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\eta}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_i}{z_D}\right) \\ &\quad \int d\boldsymbol{\xi} \left[\sqrt{TR'}O(\boldsymbol{\xi}) + \sqrt{RT'}e^{i\theta}\right] \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\boldsymbol{\xi}^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k_s\boldsymbol{\rho}_s}{z_D}\right) \\ &\quad \exp\left[\frac{ik}{2z_O}\left(\frac{\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\eta}}{2}\right)^2\right] \int d\mathbf{X} W_C(\mathbf{X}) \exp\left[\frac{ik}{2z_O}\left(\mathbf{X} - \frac{\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}}{2}\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Na equação acima $k = 2k_s = 2k_i$ é o vetor de onda do laser de bombeamento. A última integral é um propagador de Fresnel [21]. Ela representa a propagação do campo de bombeamento da posição do cristal até a posição do objeto, z_O . Desta forma ela pode ser escrita como $W_O((\xi + \eta)/2)$, ou seja, o campo elétrico de bombeamento na posição do objeto em função da variável $(\xi + \eta)/2$. Assim temos

$$g(\rho_i, \rho_s) = \int d\eta \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\eta^2\right) T_{Li}\left(\frac{k_s\eta}{z_L} + \frac{k_s\rho_i}{z_D}\right) \quad (3.34)$$

$$\int d\xi \left[\sqrt{TR'}O(\xi) + \sqrt{RT'}e^{i\theta}\right] \exp\left(\frac{ik_s}{2z_L}\xi^2\right) T_{Ls}\left(\frac{k_s\xi}{z_L} + \frac{k_s\rho_s}{z_D}\right)$$

$$\exp\left[\frac{ik}{2z_O}\left(\frac{\xi - \eta}{2}\right)^2\right] W_O\left(\frac{\xi + \eta}{2}\right).$$

Focalizando o laser na posição do objeto (o que significa fazer $W_O((\xi + \eta)/2) = \delta((\xi + \eta)/2)$) e fazendo $\rho_i = -\rho_s = \rho$ temos

$$g(\rho) = \int d\xi \left[\sqrt{TR'}O(\xi) + \sqrt{RT'}e^{i\theta}\right] \exp\left[\frac{ik}{2}\left(\frac{1}{z_L} + \frac{1}{z_O}\right)\xi^2\right] \quad (3.35)$$

$$T_{Ls}\left(\frac{k_s\xi}{z_L} + \frac{k_s\rho}{z_D}\right) T_{Li}\left(-\frac{k_s\xi}{z_L} - \frac{k_s\rho}{z_D}\right).$$

Chamaremos a função produto das transformadas $T_{Ls}(k_s\xi/z_L + k_s\rho/z_D)T_{Li}(-k_s\xi/z_L - k_s\rho/z_D)$ de $I(\xi, \rho)$. Escrevendo explicitamente as transformadas de Fourier, obtemos

$$I(\xi, \rho) = \int d\mathbf{u} \int d\mathbf{v} |A_{Ls}| |A_{Li}| \exp\left[ik_s\left(\frac{\xi}{z_L} + \frac{\rho}{z_O}\right)(\mathbf{u} - \mathbf{v})\right]. \quad (3.36)$$

Esta expressão também pode ser escrita como

$$I(\xi, \rho) = T_F\left(\frac{k\xi}{z_L} + \frac{k\rho}{z_D}\right) \quad (3.37)$$

que significa a transformada de Fourier da função F tomada na variável $(k\xi/z_L + k\rho/z_D)$ onde a função F é a mesma apresentada na seção anterior, ou seja

$$F(\mathbf{u}) = \int A_{Li}(\mathbf{u} + \mathbf{v}) A_{Ls}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (3.38)$$

onde A_{Ls} e A_{Li} são as magnitudes das funções transmissões das lentes inseridas no caminho dos fótons *signal* e *idler*, respectivamente. Desta forma podemos escrever

$$g(\boldsymbol{\rho}) = \int d\boldsymbol{\xi} \left[\sqrt{TR'} O(\boldsymbol{\xi}) + \sqrt{RT'} e^{i\theta} \right] \exp \left[\frac{ik}{2} \left(\frac{1}{z_L} + \frac{1}{z_O} \right) \boldsymbol{\xi}^2 \right] T_F \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\boldsymbol{\rho}}{z_D} \right) \quad (3.39)$$

Usando a aproximação habitual (já mencionada na seção anterior) que $O(\boldsymbol{\xi}) = \exp(i\phi(\boldsymbol{\xi})) \simeq 1 + i\phi(\boldsymbol{\xi})$ obtemos

$$g(\boldsymbol{\rho}) \propto -\sqrt{TR'} \int d\boldsymbol{\xi} \phi(\boldsymbol{\xi}) \exp \left[\frac{ik}{2} \left(\frac{1}{z_L} + \frac{1}{z_O} \right) \boldsymbol{\xi}^2 \right] T_F \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\boldsymbol{\rho}}{z_D} \right) + \\ + i\sqrt{TR'} \int d\boldsymbol{\xi} \exp \left[\frac{ik}{2} \left(\frac{1}{z_L} + \frac{1}{z_O} \right) \boldsymbol{\xi}^2 \right] T_F \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\boldsymbol{\rho}}{z_D} \right) + \\ + i\sqrt{RT'} e^{i\theta} \int d\boldsymbol{\xi} \exp \left[\frac{ik}{2} \left(\frac{1}{z_L} + \frac{1}{z_O} \right) \boldsymbol{\xi}^2 \right] T_F \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\boldsymbol{\rho}}{z_D} \right) \quad (3.40)$$

Se o objeto for suficientemente pequeno a função $\phi(\boldsymbol{\xi})$ cai para zero antes que as exponenciais quadráticas comecem assumir valores muito diferentes de 1, desta forma podemos desprezá-las na primeira integral da equação 3.40 e esta torna-se uma função real. Este argumento não pode ser usado para as duas últimas integrais porque elas não contêm a função $\phi(\boldsymbol{\xi})$. Mas há um outro argumento que pode ser usado nestes casos, ele é explicado na parágrafo seguinte.

Existe uma região, cujo tamanho denotaremos por d , dentro da qual a exponencial quadrática é aproximadamente constante igual a 1. Estamos trabalhando com a suposição que o tamanho do objeto é menor que d , logo o tamanho da imagem é no máximo igual $\frac{z_D}{z_L} d$, ou seja, o maior valor de $\boldsymbol{\rho}$ no qual estamos interessados é $\boldsymbol{\rho} = \frac{z_D}{z_L} d$ pois valores maiores que este já estão fora da imagem. Quando $\boldsymbol{\rho} = 0$, a transformada de Fourier que aparece dentro das integrais na equação 3.40 torna-se $T_F \left(\frac{k}{z_L} \boldsymbol{\xi} \right)$. A região onde esta última função assume valores significativamente diferentes de zero é bem menor que a região onde a exponencial é constante igual a 1 (desde que a lente efetiva não seja muito pequena). Assim, para $\boldsymbol{\rho} = 0$ podemos desprezar a exponencial

sem problemas. Obviamente isto não é válido quando tomamos valores arbitrariamente grande de ρ . Mas como já dissemos, o maior valor de ρ no qual estamos interessados é $\rho = \frac{z_D}{z_L}d$. Então assumindo este valor para ρ , a transformada de Fourier que aparece na equação 3.40 torna-se $T_F\left(\frac{k}{z_L}(\boldsymbol{\xi} + \mathbf{d})\right)$. Esta última função é igual aquela obtida fazendo $\rho = 0$ e depois trasladando-a de uma distância d , que é a fronteira onde a exponencial começa a não ser mais constante. Então tomando o valor máximo de ρ no qual estamos interessados, continuamos com a transformada de Fourier dentro da região onde a exponencial quadrática é constante igual a 1. Resumindo, podemos desprezar as exponenciais quadráticas mesmo naquelas integrais onde a função $\phi(\boldsymbol{\xi})$ não aparece.

Vamos chamar de A a soma dos termos que não contêm ϕ na equação 3.40, ou seja

$$A = i \left(\sqrt{TR'} + \sqrt{RT'} e^{i\theta} \right) \int d\boldsymbol{\xi} T_F \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\rho}{z_D} \right). \quad (3.41)$$

Ao contrário do que possa parecer, a integral que aparece na definição de A não é função de ρ , para ver isto basta notar que a simples mudança de variável $\frac{k}{z_L}\boldsymbol{\xi} + \frac{k}{z_D}\rho = \boldsymbol{\beta}$ faz ρ desaparecer não reaparecendo em lugar algum. Agindo desta forma obtemos

$$A = i \frac{z_L}{k} \left(\sqrt{TR'} + \sqrt{RT'} e^{i\theta} \right) N, \quad (3.42)$$

onde o número N é definido como

$$N = \int d\boldsymbol{\beta} T_F(\boldsymbol{\beta}). \quad (3.43)$$

Este número é uma constante adimensional que depende apenas da geometria da lente efetiva, em particular, se esta for infinita e homogeneamente transparente ele é igual a 1.

Assim, podemos escrever

$$g(\rho) \propto -\sqrt{TR'} \int d\boldsymbol{\xi} \phi(\boldsymbol{\xi}) T_F \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\rho}{z_D} \right) + A \quad (3.44)$$

A taxa de coincidência é proporcional ao módulo quadrado desta expressão, ou seja

$$C(\rho) \propto TR' \left| \int d\boldsymbol{\xi} \phi(\boldsymbol{\xi}) T_F \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\rho}{z_D} \right) \right|^2 + |A|^2 - 2\Re(A) \sqrt{TR'} \int d\boldsymbol{\xi} \phi(\boldsymbol{\xi}) T_F \left(\frac{k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{k\rho}{z_D} \right) \quad (3.45)$$

onde o símbolo \Re significa “a parte real de”.

O primeiro termo da equação 3.45 é desprezível. Para entender isto basta ver que no caso ideal, onde a lente é infinita, a transformada de Fourier que aparece neste termo é uma função delta que filtra a integral na própria função do objeto (devidamente ampliada); ao tomarmos o módulo quadrado obtemos $\phi^2(-\frac{z_L}{z_D}\xi)$ que é desprezível, como já foi suposto antes. Como no caso ideal este termo é muito pequeno, na situação real ele será pequeno e difratado, logo podemos desprezá-lo.

Feitas as considerações acima, podemos reescrever a equação 3.45 assim

$$C(\rho) \propto \kappa_0 + \kappa_1 \underbrace{\left\{ \frac{k}{z_L} \int d\xi \phi(\xi) T_F \left(\frac{k\xi}{z_L} + \frac{k\rho}{z_D} \right) \right\}}_{\text{imagem}}, \quad (3.46)$$

onde as constantes κ_0 e κ_1 são definidas como:

$$\kappa_0 = N \left[RT' + TR' + 2\sqrt{RT'TR'} \cos(\theta) \right] \quad (3.47)$$

e

$$\kappa_1 = 2\sqrt{RT'TR'} \sin(\theta). \quad (3.48)$$

Na equação 3.46, a imagem é o termo entre chaves, incluindo a constante $\frac{k}{z_L}$. Estamos considerando esta constante como parte integrante da imagem porque somente assim o termo entre chaves torna-se igual a $\phi(-\frac{\rho}{M})$ (onde M é o fator de ampliação da imagem) quando temos uma lente de tamanho infinito e a transformada no integrando é uma função delta.

Observando o integrando da equação 3.46, podemos perceber as duas características já mencionadas na seção anterior sobre formação de imagens de objetos ordinários: a lente efetiva F e o fator $k = 2k_j$ associado ao comprimento de onda de De Broglie $\frac{\lambda_j}{2}$ (onde $j = i, s$). Isto significa que todos efeitos de melhoramento da resolução e apodização já mencionados para formação de imagem de objetos ordinários continuam existindo para objetos de fase.

A equação 3.46 é análoga à expressão clássica 3.12 no sentido em que ambas são acrescidas de um indesejável *background* constante que deteriora a razão sinal-ruído da imagem. Podemos tentar escolher valores de R , R' , T , T' e θ que diminuam a intensidade desse *background* em relação a intensidade da imagem. Esta possibilidade não é um aspecto quântico da imagem, ela advém do simples fato de usarmos um interferômetro.

Concluindo esta subseção - Propomos um método interferométrico para produzir e detectar a imagem de um objeto de fase usando contagem em coincidência de fótons gêmeos gerados pela CPD. A imagem obtida por este método, assim como a imagem obtidas por métodos clássicos, é parcialmente danificada pela presença de um *background* constante. Podemos controlar as intensidades relativas deste *background* e da imagem controlando as transmissividades dos divisores de feixe e a diferença de caminho entre os dois braços do interferômetro. Por outro lado, os resultados teóricos desta seção predizem que todos os efeitos de melhoramento de resolução e apodização verificados para objeto ordinários na seção anterior continuam existindo para o caso de objetos de fase.

Comparando imagens quânticas e clássicas-incoerentes

4.1 Contexto histórico

Os primeiros estudos sobre formação de imagens quânticas foram realizados na década de 90 [5, 7, 8, 9, 26, 27]. Após isto, muitos outros trabalhos correlacionados foram realizados, por exemplo: desenvolvimento de um tratamento geral de formação de imagem quântica usando óptica de Fourier [28], investigações teóricas e experimentais sobre padrão de interferência de franjas de Moire em coincidência [29, 30], trabalhos associados à obtenção de padrão de difração de objetos de fase [15] e holografia [31, 32]. Além disto, a formação de imagem quântica (incluindo formação de padrões espaciais) no regime de feixes intensos tem sido realizada usando amplificadores e osciladores paramétricos ópticos. Neste regime vários aspectos quânticos e clássicos de formação de imagem têm sido investigados, por exemplo: os limites quânticos impostos por flutuações quântica [33, 34], a demonstração teórica do fato do emaranhamento espacial de “imagens gêmeas” ser completo (em amplitude e fase) [35], a geração de pares de imagens ópticas emaranhadas [36], a amplificação de imagens com ruído reduzido usando amplificadores paramétricos [38, 37], o estudo de compressão multimodos além do limite da aproximação de cristal fino [39], a amplificação de imagem sensível à fase [40] e a análise da origem do ruído quântico em medidas multipixels [41]. Existem também vários trabalhos (como a presente tese) que comparam imagens quânticas com outros tipos de imagens. Como exemplo podemos citar aqueles que comparam a formação de imagem quântica com imagens produzidas por pares de fótons (ou pulsos) classicamente correlacionados [10, 11, 14, 42, 43, 44, 45, 46]. Estes trabalhos mostram que algumas características das imagens quânticas, anteriormente atribuídas ao emaranhamento, podem ser obtidas também com pares de pulsos classicamente correlacionados, e portanto o emaranhamento não é um quesito indispensável para explicá-las. No entanto, as correlações clássicas não podem reproduzir todas as facetas do emaranhamento. Por esta razão, existem estudos no sentido inverso *i.e.*, estudos propondo experimentos que exploram as diferenças entre os dois tipos de “imagens” para distinguir entre sistemas no estados emaranhados e sistemas com correlações clássicas [47, 48].

4.2 Idéia central e justificativa para o estudo comparativo das imagens quântica e clássica-incoerente

As refs. [10, 11, 14, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48] contrastam inteligentemente dois tipos de imagens, ambas detectadas em coincidência: a imagem gerada usando pares de fótons emaranhados e a imagem gerada usando pares de fótons (ou pulsos) classicamente correlacionados. Ao contrário deles, gostaríamos de contrastar as imagens geradas por contagem em coincidência de pares de fótons gêmeos e aquelas geradas pela detecção simples (não em coincidência) de fótons proveniente de uma fonte incoerente de luz. Como fonte incoerente de luz usamos os próprios fótons gerados na CPD porém observando apenas as contagens simples. Isto é possível porque a CPD é uma fonte incoerente de luz no que se refere à função correlação de segunda ordem dos feixes *signal* e *idler* separadamente. Cada fóton individualmente (*signal* ou *idler*) tem um comprimento de coerência transversal muito pequeno [49].

A comparação entre imagens quânticas e imagens clássicas-incoerentes pode a princípio parecer um pouco “injusta” visto que a física quântica sempre foi vista como algo avançado ao passo que as fontes incoerentes de luz já eram utilizadas pelos homens das cavernas simplesmente acendendo fogueiras. No entanto, será visto mais a frente neste capítulo que em se tratando de formação de imagens as fontes incoerentes de luz não são tão retrógradas quanto a data da sua descoberta sugere. De fato, há situações onde a imagem produzida por elas tem resolução superior àquelas produzidas por lasers.

No capítulo anterior (que está resumido na ref. [19]) mostramos algumas vantagens da imagem produzida pela detecção simultânea de pares de fótons gêmeos em relação à imagem produzida pela detecção simples de luz clássica-coerente (lasers). Por exemplo, foi mostrado que as imagens quânticas têm melhor resolução que aquelas produzidas por fontes clássica-coerentes com o mesmo comprimento de onda. No entanto, as contagens simples dos fótons gêmeos que passaram pelo objeto forneciam sempre resultados similares àqueles obtidos em coincidência. Estes resultados nos induzem a formular as seguintes questões: *Por que estes dois tipos de imagens, produzidas por métodos tão distintos, são tão similares? É possível imitar todas características das imagens quânticas por meio de contagens simples de fótons provenientes de uma mera fonte incoerente?*

4.3 Breve revisão da teoria de formação de imagem clássica-incoerente

Como uma breve revisão do processo clássico-incoerente de formação de imagem, nós apresentamos a expressão matemática [21] que descreve a intensidade no plano da imagem de um objeto iluminado por uma fonte clássica-incoerente de luz, como mostrado na figura 4.1(a). A luz transmitida pelo objeto é coletada por uma lente com comprimento focal f , separada do objeto por uma distância z_L . A detecção é feita no plano da imagem situado a uma distância z_D do plano da lente. A intensidade no plano da imagem é

$$I(\boldsymbol{\rho}) = \int |O(\boldsymbol{\xi})|^2 T_{\varphi} \left(\frac{2k\boldsymbol{\xi}}{z_L} + \frac{2k\boldsymbol{\rho}}{z_D} \right) d\boldsymbol{\xi}. \quad (4.1)$$

onde T_{φ} é a transformada de Fourier da função φ definida como

$$\varphi(\mathbf{u}) = \int A_L(\mathbf{u} + \mathbf{v}) A_L(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (4.2)$$

$O(\boldsymbol{\xi})$ é a função transmissão do objeto, $\boldsymbol{\rho}$ é a coordenada transversal do ponto de observação no plano da imagem, $k = 2\pi/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda central da luz, A_L é a função pupila da lente.

A função $\varphi(\mathbf{u})$ descreve uma pupila de lente efetiva. Ela é igual a auto-correlação da função pupila da lente usada, como pode ser visto na equação 4.2. A integral na equação 4.2 pode ser geometricamente interpretada como a área de intersecção de dois círculos idênticos cujos raios são iguais ao raio da única lente usada nesta montagem. O primeiro círculo está centrado na origem do plano $V_x V_y$ e o segundo círculo está centrado na posição $(2u_x, 2u_y)$ do mesmo plano. Isto está esquematicamente mostrado na figura 4.2(a). A função $\varphi(\mathbf{u})$ cai gradualmente para zero a partir da origem. A figura 4.3(a) é uma representação ilustrativa da função $\varphi(\mathbf{u})$. As cores preto, branco e cinza significam opaco, transparente e semi-transparente, respectivamente. A função $\varphi(\mathbf{u})$ descreve uma lente efetiva apodizada. O efeito desta “apodização” é reduzir a intensidade dos máximos secundários e alargar o máximo central de difração.

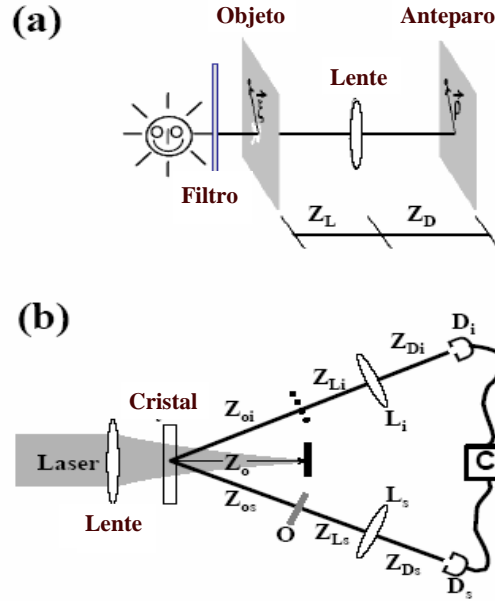


Figura 4.1: esquema da montagem experimental usada para gerar imagens usando uma fonte de luz clássica-incoerente em (a) e pares de fótons emaranhados em (b). D_s e D_i são detectores, L_s e L_i são lentes e “C” é o sistema de detecção em coincidência.

4.4 Breve revisão da teoria de formação de imagem quântica

Recentemente mostramos teoricamente que a expressão matemática que descreve a amplitude de probabilidade de detectar simultaneamente dois fótons no plano da imagem de um objeto iluminado por pares de fótons da CPD, como mostrado na figura 4.1(b), é [18]:

$$g(\rho_i, \rho_s) = \int d\xi \int d\eta O(\xi) W\left(\frac{\xi + \eta}{2}; Z_o\right) \exp\left[\frac{ik}{4z_o} |\xi - \eta|^2\right] T_{L_i}\left(\frac{k\xi}{z_L} + \frac{k\rho_s}{z_D}\right) T_{L_s}\left(\frac{k\eta}{z_L} + \frac{k\rho_i}{z_D}\right). \quad (4.3)$$

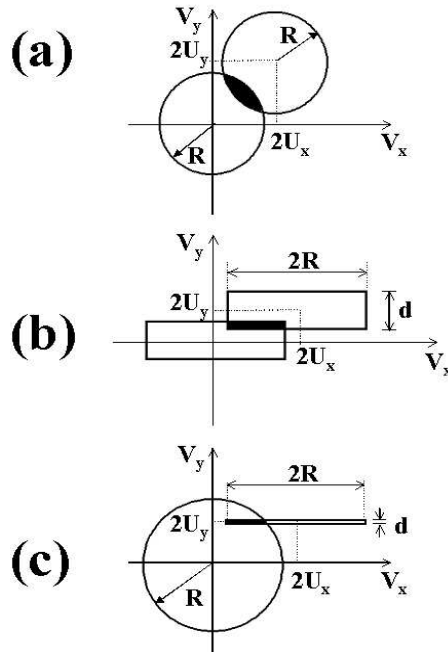


Figura 4.2: Interpretação geométrica para correlação de duas funções reais. A área hachurada é: a auto-correlação da função abertura de uma lente de abertura circular em (a), a auto-correlação da função abertura de uma lente de abertura retangular em (b) e a correlação cruzada das funções aberturas de uma lente de abertura circular com uma lente de abertura retangular em (c).

W é o perfil transversal do campo de bombeamento num plano situado a uma distância Z_O do cristal. O índice i (s) identifica os elementos ópticos e distâncias no caminho do fóton *idler* (*signal*). T_{Ls} and T_{Li} são as transformada de Fourier da funções pupilas das lentes usadas. $Z_D = Z_{Ds} = Z_{Di}$ é a distância lentes-detectors. $Z_O = Z_{Os} = Z_{Oi}$ é a distância cristal-objeto e $Z_L = Z_{Ls} = Z_{Li}$ é a distância lente-objeto (ou da lente à linha pontilhada, mostrada na figura 4.1(b) no caminho do fóton *idler*. Esta linha pontilhada significa a ausência de objeto). As distâncias longitudinais envolvidas foram escolhidas de forma a satisfazer a equação de lente fina para formação de imagem $1/f = 1/Z_L + 1/Z_D$, onde f é o comprimento focal das lentes usadas.

A fim de chegar a uma expressão que contenha somente uma transformada de Fourier

como na equação 4.1, nós fizemos duas particularizações. Primeira: supomos que o feixe de bombeamento na posição z_O tenha uma largura infinitesimalmente estreita para que possamos descreve-la por uma função delta. Segunda: consideramos o caso $\rho_i = -\rho_s = \rho$. Isto significa que os detectores *signal* e *idler* são deslocados simultaneamente em direções opostas. Fazendo estas suposições nós concluímos que a amplitude de probabilidade de detectar os dois fótons simultaneamente é

$$g(\rho) = \int O(\xi) T_F \left(\frac{2k\xi}{z_L} + \frac{2k\rho}{z_D} \right) d\xi, \quad (4.4)$$

onde T_F é a transformada de Fourier da função F definida como

$$F(\mathbf{u}) = \int A_{Ls}(\mathbf{u} + \mathbf{v}) A_{Li}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (4.5)$$

A_{Ls} e A_{Li} são as funções pupilas das lentes inseridas no caminhos dos fótons *signal* e *idler*, respectivamente. A taxa de coincidência medida no plano da imagem é proporcional a $|g(\rho)|^2$. A função $F(\mathbf{u})$, assim como a função $\wp(\mathbf{u})$, descreve uma pupila efetiva. Esta função é a correlação das funções pupilas das lentes inseridas nos caminhos dos fótons *signal* e *idler*. Similarmente à equação 4.2, isto também pode ser interpretado geometricamente como a área de intersecção destas pupilas quando uma delas está centrada na origem do plano $V_x V_y$ e a outra está centrada na posição $(2u_x, 2u_y)$ do mesmo plano.

Os resultados desta seção também podem ser obtidos via formalismo de ondas avançadas (veja o apêndice A), desenvolvido por Klyshko [69, 70, 71].

4.5 Comparação das teorias de formação de imagem quântica e clássica-incoerente

Comparando as equações 4.2 e 4.5 fica evidente que a imagem obtida usando duas lentes idênticas num sistema de formação de imagem quântica, não deve ser muito diferente daquela obtida usando uma fonte de luz clássica-incoerente porque a correlação de duas funções reais idênticas é igual a auto-correlação de uma delas. As similaridades entre estes dois processos tornam-se maiores quando não existe variação de fase na função transmissão do objeto e conseqüentemente o módulo quadrado dentro da integral na equação 4.1 pode ser ignorado. Neste caso, a única diferença que existe entre os dois métodos é que a equação 4.1 fornece diretamente uma quantidade observável, a

4.5. Comparação das teorias de formação de imagem quântica e clássica-incoerente³⁹

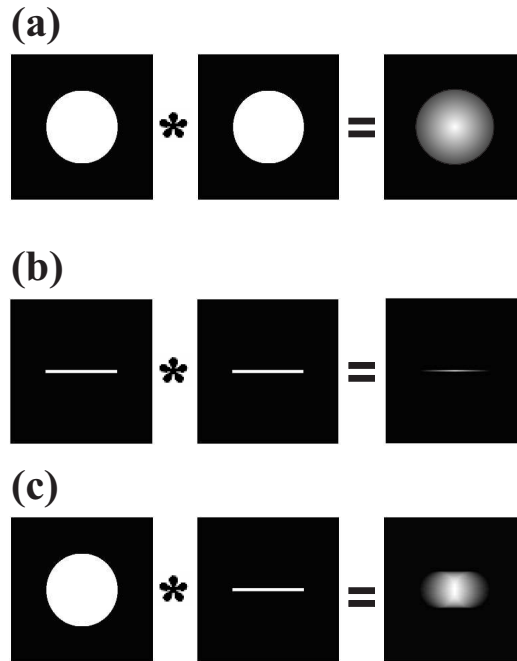


Figura 4.3: Pupilas das lentes realmente usadas (ao lado esquerdo dos sinais “=”) e pupilas das lentes efetivas (ao lado direito dos sinais “=”). O sistema formador de imagem utiliza: (a) fonte incoerente de luz como mostrada na figura 4.1(a). (b) Contagem simples de fótons *signal* provenientes da CPD como mostrado na figura 4.1(b), onde a lente L_s foi coberta com uma máscara em forma de fenda. (c) Contagem em coincidência de pares de fótons provenientes da CPD como mostrado na figura 4.1(b), onde a lente L_s foi coberta com uma máscara em forma de fenda.

intensidade, enquanto que é necessário tomar o módulo quadrado da equação 4.4 a fim de se obter uma quantidade observável, a taxa de coincidência.

No experimento realizado em [19] foi usado uma montagem como aquela mostrada na figura 4.1(b) com um par de lentes idênticas e sem variação de fase na função do objeto. Estas condições são suficientes para explorar as diferenças entre a formação de imagem quântica e a formação de imagem usando fontes clássica-coerente, mas, elas não distinguem muito bem uma imagem quântica de uma imagem clássica-incoerente. A fim de comparar estes dois tipos de imagens precisamos encontrar uma montagem que acentue suas diferenças. Em outras palavras, se quisermos estudar as diferenças entre estes dois métodos, devemos usar um objeto cuja função transmissão contenha um

gradiente de fase ou usar um par de lentes diferentes. Optamos por explorar o segundo método experimentalmente ao invés do primeiro porque ele é mais simples como será visto mais adiante.

4.6 Um experimento idealizado

A montagem estudada nesta seção é idealizada no sentido em que tanto o perfil transversal do laser na posição z_0 , quanto a abertura dos detectores são considerados infinitesimalmente pequenos (funções deltas) e portanto são válidas as previsões teóricas da equação 4.4. A idéia inicial (tanto nesta seção quanto na próxima) é usar uma lente de pequena abertura no caminho do fóton que passa pelo objeto (*signal*) e uma lente de grande abertura no caminho do outro fóton (*idler*). Se pensarmos numa lente infinitesimalmente pequena, podemos usar uma função delta para descrever sua abertura e neste caso é fácil ver (da equação 4.5) que, a lente efetiva seria idêntica à lente grande, a menos de um fator de escala (igual a 2) que faria seu tamanho ser metade do tamanho da lente grande. Isto ainda seria suficientemente grande para que seus efeitos de difração fossem tão desprezíveis quanto aqueles produzido pela lente grande. A contagem em coincidência produz uma imagem com boa resolução e as contagens simples produzem uma imagem completamente deteriorada porque a resolução da imagem depende do tamanho da lente. Desta forma, não existe uma imagem nítida em nenhuma das duas contagens simples. A contagem simples de fótons *signal* produz uma imagem completamente irreconhecível e o fóton *idler* não produz imagem nenhuma porque não passa pelo objeto. Neste caso os resultados obtidos em coincidência são muito diferentes daqueles produzidos com as contagens simples.

4.6.1 Montagem idealizada

Consideraremos uma montagem como aquela mostrada na figura 4.1(b) onde um cristal não-linear, cortado para casamento de fase tipo II, é iluminado por um laser operando em $\lambda = 413 \text{ nm}$. Através do processo da CPD, serão produzidos pares de fótons gêmeos com comprimento de onda degenerado $\lambda_s = \lambda_i = 826 \text{ nm}$. O fóton *signal* passa primeiramente por uma fenda dupla, em seguida passa pela lente L_s e é detectado pelo detector D_s . O fóton *idler* não passa pelo objeto, encontra primeiramente a lente L_i e depois é detectado pelo detector D_i . A largura das fendas (que constituem a fenda dupla) é $89 \mu\text{m}$ e a separação entre elas é $165 \mu\text{m}$. Suponhamos também que as distâncias

longitudinais envolvidas sejam $Z_o = Z_{oi} = Z_{os} = 200 \text{ mm}$, $Z_L = Z_{Li} = Z_{Ls} = 127 \text{ mm}$ e $Z_D = Z_{Di} = Z_{Ds} = 473 \text{ mm}$. A largura horizontal da fenda dupla é suficientemente grande para que sua função transmissão possa ser considerada horizontalmente uniforme. Assim estaremos interessados em observar apenas a variação espacial vertical de sua função transmissão e podemos trabalhar na aproximação de objeto unidimensional. Nesta aproximação não há necessidade de deslocar os detectores horizontalmente (suporemos apenas deslocamento vertical, simultâneo e em direções opostas como na ref. [18]). Ainda devido à aproximação de objeto unidimensional, é suficiente que a lente L_s seja pequena apenas verticalmente. A fim de trabalhar com uma lente assim, podemos supor que esta lente seja coberta com uma máscara em forma de fenda simples. Suporemos que as dimensões vertical e horizontal desta máscara sejam 0.44 mm and 30 mm , respectivamente. Este tamanho horizontal é tão grande (comparado com as dimensões de um feixe) que pode ser considerada infinito. Devido a utilização desta máscara, as funções pupilas das lentes *signal*, *idler* e efetiva serão como aquelas mostradas na figura 4.3(c). Esta figura é uma representação pictórica da equação 4.5.

4.6.2 Previsões teóricas para o experimento idealizado

Fizemos uma simulação teórica da imagem da fenda dupla obtida via contagem simples e coincidência. Para isto, simulamos numericamente as equações 4.4 e 4.1 usando todos os parâmetros experimentais mencionados acima, supondo detectores pontuais e perfil transversal do feixe de bombeamento infinitesimalmente estreito no plano situado a uma distância Z_o do cristal. Os resultados destas simulações estão mostrados na figura 4.4. A fim de simplificar os cálculos numéricos nós também assumimos lentes retangulares cujas larguras são iguais ao diâmetro das lentes realmente usadas *i.e.*, 30 mm . Estas simulações são previsões teóricas idealizadas visto que não levam em conta nem o real tamanho da abertura dos detectores nem a largura do feixe de bombeamento.

4.6.3 Discussão das previsões teóricas para o experimento idealizado

Observe na figura 4.4 que a fenda dupla não é reconhecível na imagem produzida pelas contagens simples (linha cinza). Por outro lado, ela é perfeitamente reconhecível na imagem produzida com contagem em coincidência (linha preta). Esta diferença tão grande entre as duas imagens é devido à grande diferença que existe entre as lentes

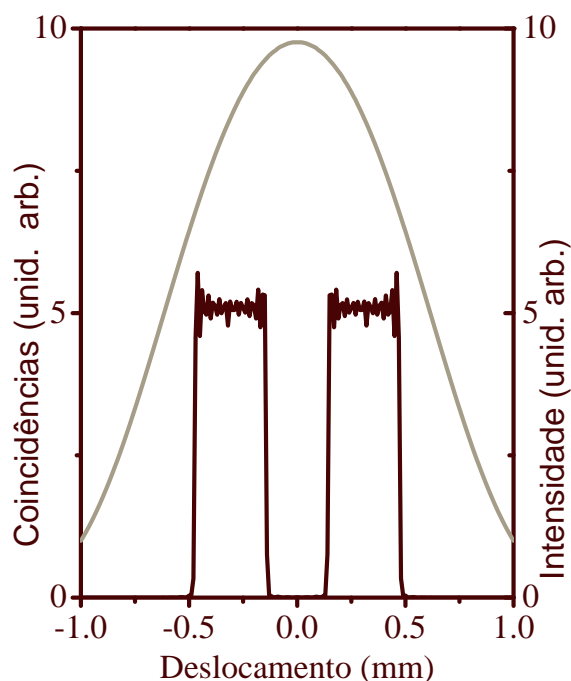


Figura 4.4: Predições teóricas para a imagem de uma fenda dupla. A linha cinza é obtida da equação 4.1 (que é válida para fontes clássicas-incoerentes de luz). A linha preta é obtida tomando o módulo quadrado da equação 4.4 que explora o emaranhamento das partículas mas supõe uma situação ideal onde o perfil transversal do laser é infinitesimalmente estreito na posição Z_o . Em ambos os casos foi assumido detectores de aberturas infinitesimais e lentes com aberturas retangulares.

efetivas que descrevem os dois processos. Como já dissemos anteriormente, a lente efetiva F é muito maior que φ . Este tamanho tão grande da lente descrita pela função F é devido ao grande tamanho da lente L_i . É interessante notar que somente o fóton *idler* passa através da lente L_i , e se pensarmos classicamente, este fóton não carrega informação alguma sobre o objeto e portanto sua passagem por uma lente grande não deveria afetar a resolução da imagem. Uma forma de compreender este fenômeno é considerar os dois fótons como um único sistema que contém toda informação sobre o objeto (independente deles estarem espacialmente juntos ou separados), isto é devido ao emaranhamento do estado quântico das duas partículas.

4.7 Realização experimental

Agora passemos a um experimento mais realístico (e, de fato, realizado) onde nem o perfil transversal do laser na posição z_o , nem a abertura dos detectores são infinitesimalmente pequenos (funções deltas) e portanto devemos recorrer à equação 4.3 para obter as predições corretas.

4.7.1 Montagem experimental

A montagem experimental é a mesma mencionada na seção anterior, ou seja, aquela mostrada na figura 4.1(b). O cristal não-linear utilizado foi o β -borato de bário (BBO) com 5 mm espessura. Ele foi iluminado por um laser de titânio-safira pulsado de 100 mW de potência, gerando fótons gêmeos em um ângulo de 5° com a direção de propagação dos feixes de bombeamento. Ambas lentes L_i e L_s têm comprimento focal $f = 100$ mm. Fendas de 100 μ m de largura foram coladas nos detectores (definindo assim o tamanho não-infinitesimal de suas aberturas). Estes detectores foram deslocados com passos de 0.05 mm. A fim de focalizar o feixe de bombeamento na posição z_o obtendo um perfil transversal com largura de 100 μ m nesta posição (como na ref. [50]), uma lente de 250 mm de comprimento focal foi inserida a 50 mm antes do cristal.

4.7.2 Aplicação da teoria geral ao caso específico do experimento realizado neste trabalho

A função transmissão da lente resultante foi calculada usando o fato de que a largura da máscara é muito menor que o diâmetro da lente. Assim obtivemos a seguinte expressão para magnitude da função transmissão da lente efetiva:

$$F(u_x, u_y) = \begin{cases} 0 & \text{se } |2u_y| > R \quad \text{ou} \quad |2u_x| > R + \sqrt{R^2 - (2u_y)^2}. \\ 2d\sqrt{R^2 - (2u_y)^2} & \text{se } |2u_y| \leq R \quad \text{e} \quad |2u_x| < R - \sqrt{R^2 - (2u_y)^2}. \\ d \left[-|2u_x| + R + \sqrt{R^2 - (2u_y)^2} \right] & \text{se } |2u_y| \leq R \quad \text{e} \\ & R - \sqrt{R^2 - (2u_y)^2} \leq |2u_x| \leq R + \sqrt{R^2 - (2u_y)^2}. \end{cases} \quad (4.6)$$

A primeira região na qual a função acima está definida refere-se ao caso onde o deslocamento do retângulo, que representa a lente *signal*, na figura 4.2(c), é tão grande que

todos seus ângulos estão fora do círculo, que representa a lente *idler*. Neste caso o retângulo não intercepta o círculo. A segunda região é o caso onde o deslocamento do retângulo é muito pequeno de forma que todos seus ângulos estão ainda fora do círculo. Mas neste caso a área da região de intersecção não é nula. A terceira região é o caso intermediário onde alguns (mas não todos) ângulos estão fora do círculo. A função $F(\mathbf{u})$ descrita pela equação 4.6 está plotada na figura 4.3(c). Os tons claros e escuros de cinza significam as regiões transparentes e opacas, respectivamente. A principal característica a ser observada nesta figura é que o tamanho da lente efetiva é muito maior que o da lente L_s . Pensando classicamente, é o fóton *signal* que carrega toda informação acerca do objeto e ele não interage com o fóton *idler*. A contagem simples de fótons *signal* reconstrói a imagem do objeto e esta imagem (por ser incoerente) é descrita pela equação 4.1. Neste caso, a função transmissão da lente efetiva $\wp(\mathbf{u})$ pode também ser geometricamente interpretada como a área da intersecção de dois retângulo idênticos 4.2(b). Estes retângulos imitam as máscara que cobre a lente L_s . A função \wp cai gradualmente para zero a partir da origem como está mostrado na figura 4.3(b). Isto descreve uma lente apodizada. Mas esta lente efetiva é tão pequena quanto a máscara que cobre a lente L_s e conseqüentemente se a lente real não pode produzir um imagem com boa resolução, a lente efetiva tampouco.

Como já foi dito, na configuração experimental real, as aberturas dos detectores não são infinitesimais, usamos fendas simples de $100 \mu m$ de largura em frente a eles. Também o feixe de bombeamento W à distância $Z_o = 200 mm$ do cristal não é infinitesimal, ao invés disto ele é gaussiano e a largura (na base) do módulo quadrado desta distribuição gaussiana é $100 \mu m$, como na ref. [50]. A fase complexa do campo de bombeamento, assim como a fase complexa de qualquer feixe gaussiano no plano focal, é nula. Levando-se em conta estes dois fatores (perfil transversal do laser e abertura dos detectores) obtivemos as predições teóricas que se aplicam especificamente ao experimento realizado neste trabalho. Estas predições estão graficamente representada pela linha contínua mostrada na figura 4.5 que representa a imagem (da fenda dupla) em coincidência calculada em quatro etapas. Primeira: trocamos o campo elétrico W por uma função gaussiana cujo módulo quadrado tem a largura de $100 \mu m$ (na base da gaussiana), como já foi mencionado. Segunda: para levar em conta o tamanho das aberturas dos detectores ($100 \mu m$) integramos (de $-50 \mu m$ a $50 \mu m$) o lado direito da equação 4.3 em relação às variáveis ρ_i e ρ_s . Terceira: fizemos $\rho_i = -\rho_s$. Quarta: tomamos o módulo quadrado da função resultante e assim obtivemos a linha contínua mostrada na

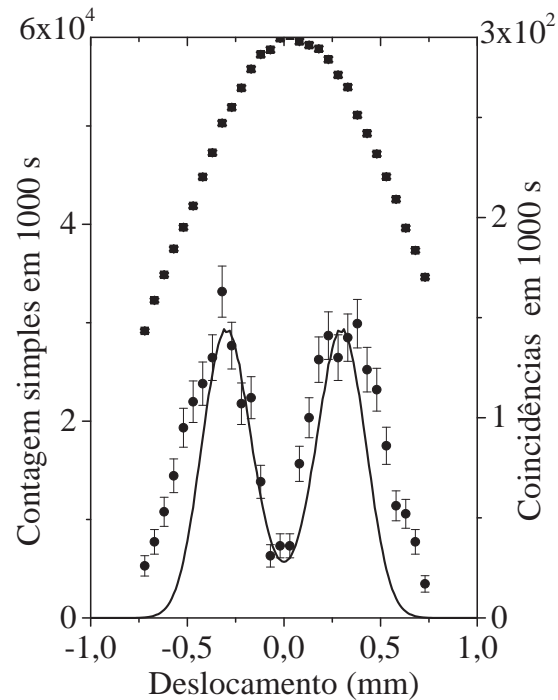


Figura 4.5: Duas imagens de uma mesma fenda dupla usando uma fonte de fótons gêmeos no comprimento de onda de 826 nm . Dois métodos são usados: contagem em coincidência (círculos sólidos) e contagem simples (quadrados sólidos). A linha contínua é a predição teórica para imagem em coincidência da equação 4.3 que leva em conta a largura do perfil transversal do laser na posição Z_o e o tamanho da abertura dos detectores.

figura 4.5.

4.7.3 Resultados experimentais

Usando a montagem experimental e todas condições mencionadas acima detectamos as imagens da fenda dupla mostradas na figura 4.5. Os quadrados são as contagens simples no detector *signal*, os pontos redondos são as contagens em coincidência e a linha contínua é a predição teórica para a imagem em coincidência a qual foi calculada usando as quatro etapas mencionadas na subseção anterior. Somente uma constante de normalização foi usada para ajustar a curva teórica aos dados experimentais.

4.7.4 Discussão dos resultados experimentais

As mesmas observações mencionadas para o caso ideal mostrado na figura 4.4 são válidas para os resultados experimentais mostrados na figura 4.5. A resolução da imagem em coincidência é muito superior à resolução da imagem em contagem simples devido à diferença de tamanho entre as lentes efetivas descritas pelas funções $\varphi(\mathbf{u})$ e $F(\mathbf{u})$ que aparecem na formação de imagem clássico-incoerente e quântica respectivamente. Os resultados experimentais não são tão perfeitos como as simulações teóricas mostradas na figura 4.4 onde a abertura dos detectores e o perfil transversal do laser são considerados infinitesimais. É um fato trivial que o tamanho da abertura dos detectores influencia na resolução da imagem mas isto não tem relação alguma com seu caráter quântico ou clássico. A largura do perfil do feixe do laser, pelo contrário, está intimamente relacionada ao grau de emaranhamento espacial dos fótons. Se fizermos o perfil constante na equação 4.3 e desprezarmos as exponenciais quadráticas (como de costume) obteremos um produto de duas funções independentes nas variáveis ρ_i e ρ_s e assim o emaranhamento será completamente perdido. Logo, já era esperado que para perfis não infinitesimais perdêssemos um pouco da resolução. Ao desemaranhar o sistema, o fóton *idler*, que mesmo sem passar pelo objeto, contribuía fortemente para a formação de imagem (porque passava por uma lente de grande abertura), começa a não contribuir tanto como antes. Quando as larguras do perfil do laser e das aberturas dos detectores são levadas em conta, obtemos uma curva teórica em melhor concordância com os dados experimentais, como pode ver visto na figura 4.5.

Concluindo este capítulo: estudamos a formação de imagem quântica em coincidência com pares de fótons gerados pela CPD usando o feixe de bombeamento focalizado em um plano situado a uma distância z_o do cristal (onde z_o é a distância cristal-objeto) e detectores deslocados em direções opostas. Verificamos que existe uma similaridade matemática entre a imagem produzida por este método e a imagem produzida pela contagem simples de fótons provenientes de uma fonte incoerente de luz: ambas descritas por uma lente efetiva. Na formação de imagem quântica esta lente efetiva é descrita pela correlação das funções aberturas do par de lentes usado. Na formação de imagem incoerente esta lente efetiva é descrita pela auto-correlação da função abertura da única lente usada neste método. Verificamos também que os dois métodos são diferentes com relação à função transmissão do objeto: Na formação de imagem incoerente aparece apenas o módulo da função transmissão do objeto *i.e.*, todas as informações de fase sobre o objeto são perdidas. No método de formação de imagem

quântica estudado, a informação sobre o objeto é completa *i.e.*, temos informação sobre amplitude e fase. No caso onde a função transmissão do objeto não tem variação de fase e duas lentes idênticas são usadas no método de formação de imagem quântica mencionado, não existem grandes diferenças entre os resultados obtidos pelo método proposto e pelo método que utiliza fonte clássica-incoerente. Em outras palavras, as imagens obtidas em coincidência e contagem simples de fótons da CPD são aproximadamente idênticas visto que a CPD é uma fonte incoerente de luz quando cada fóton é observado separadamente. Analisamos experimentalmente um dos casos onde os dois métodos produzem resultados diferentes: modificamos a função transmissão de uma das lentes do par de forma que a correlação entre suas funções transmissão fosse diferente da auto-correlação de uma delas. Desta forma, produzimos uma forte deterioração na imagem obtida via contagem simples sem perda de resolução na imagem obtida via contagem em coincidência. Isto significa que, exceto em casos particulares já mencionados, estes dois tipos de imagens não são tão similares quanto as equações sugerem.

Capítulo 5

Estudo da transmissão de imagens através de uma cavidade óptica

Este capítulo relata o estudo experimental realizado em estágio de doutoramento no laboratório Kastler Brossel-Paris. O estudo inédito da “Conversão ascendente de imagens intra-cavidade” (CAIIC) que será discutido na última seção é o tópico mais importante deste capítulo. As seções anteriores são introdutórias e não contém informações inéditas. A função destas seções preliminares é encaixar a CAIIC no contexto geral da tese e fornecer um conjunto mínimo de elementos necessários à sua compreensão.

5.1 Motivação

Contrariamente aos processos clássicos convencionais de formação de imagens, sistemas que exploram a CPD como fonte de fótons no estado emaranhado oferecem maior flexibilidade com relação à posição do objeto. Este pode ser colocado no caminho do fóton *signal*, do *idler*, do *pump* ou mesmo numa combinação destas três posições. Alguns estudos realizados no regime de contagem de fótons mostram que detectando os fótons gêmeos em coincidência podemos reconstruir a imagem inicialmente transportada pelo feixe de bombeamento [5, 9]. Seria extremamente interessante transportar esta realização para o domínio de feixes intensos. Isto seria relevante não apenas do ponto de vista de ciência básica mas também para a utilização prática destes recursos. Em termos de utilização é inviável trabalhar no regime de contagem de fótons porque o tempo de detecção é muito grande em consequência das baixíssimas intensidades. Uma maneira de aumentar a intensidade da luz produzida pela CPD é colocar o cristal dentro de uma cavidade óptica ressonante com a luz convertida. Este tipo de dispositivo se chama oscilador paramétrico óptico (OPO). Cavidades ordinárias são construídas com espelhos curvos que se encaixam perfeitamente na frente de onda do feixe. A princípio isto representa um problema para a transmissão de imagens através da cavidade porque a imagem de um objeto qualquer terá uma frente de onda qualquer, mas a forma de um espelho é fixa. Então precisamos de uma cavidade que funcione bem independente de qual seja o feixe nela injetado. Como veremos na seção 5.3, existe um tipo especial de cavidade que faz isto, se chama cavidade *self-imaging* [51]. Já existem estudos que confirmam

o bom funcionamento desta cavidade quando ela está vazia, ou seja, sem cristal dentro dela [53]. O objetivo principal deste trabalho é verificar se este bom funcionamento permanece válido quando inserimos um cristal não-linear.

5.2 Formação de imagem no formalismo das matrizes de Gauss

Os resultados teóricos demonstrados experimentalmente nos capítulos anteriores foram obtidos usando o formalismo de propagadores de Fresnel. Outra alternativa é o formalismo de matrizes de Gauss. A subseção seguinte fará uma rápida revisão deste tópico.

5.2.1 Formalismo das matrizes de Gauss

Neste formalismo consideramos um sistema óptico descrito por uma matriz (chamada matriz ABCD), este sistema pode conter meios com diferentes índices de refração, lentes, espelhos, vazios etc (ver o apêndice da ref. [21]). Na linguagem da óptica geométrica o feixe incidente no sistema, representado pela matriz ABCD, é descrito por um vetor de coordenadas r e θ e o feixe transmitido é descrito por um vetor de coordenadas r' e θ' como está mostrado na figura 5.1. A relação entre os feixes na entrada e na saída do sistema óptico é:

$$\begin{pmatrix} r' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

É válida também a relação

$$AD - BC = \frac{n}{n'} \quad (5.2)$$

onde n e n' são os índices de refração dos meios antes e após o sistema óptico respectivamente. Na linguagem da óptica ondulatória o feixe incidente no sistema representado pela matriz ABCD é descrito pelo campo $E_1(\mathbf{r}_1)$ e o feixe transmitido é descrito pelo campo $E_2(\mathbf{r}_2)$. Se $B \neq 0$ temos [52]:

$$E_2(\mathbf{r}_2) = -\frac{iB}{\lambda} e^{-ik(z_2-z_1)} \int d\mathbf{r}_1 E_1(\mathbf{r}_1) \exp \left[-i\frac{\pi}{B\lambda} (A\mathbf{r}_1 - 2\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2 + D\mathbf{r}_2) \right]. \quad (5.3)$$

Se $B = 0$ temos [52]:

$$E_2(\mathbf{r}_2) = -ME_1(M\mathbf{r}_1) e^{\frac{ikCM\mathbf{r}_2^2}{2}} \quad (5.4)$$

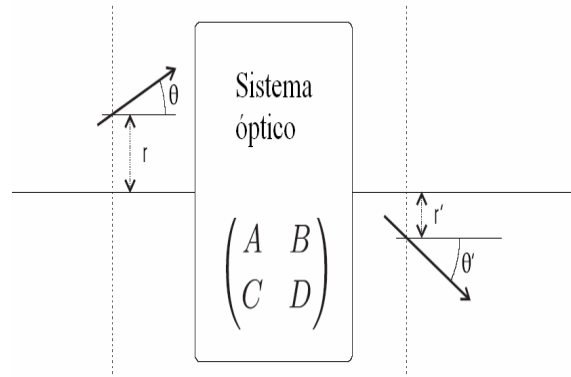


Figura 5.1: Formalismo de matrizes de Gauss.

e, neste caso, a matriz ABCD do sistema óptico é

$$T = \begin{pmatrix} M & 0 \\ C & \frac{1}{M} \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

5.2.2 Formação de imagem no formalismo das matrizes de Gauss

Quando tomamos casos particulares onde alguns coeficientes de uma matriz ABCD são nulos podemos obter resultados interessantes. Nós só revisaremos aqui os dois casos onde há formação de imagem.

Transformação de campo próximo

Se desconsiderarmos o fator de fase $e^{\frac{ikCMr^2}{2}}$ na equação 5.4, que é válida quando $B = 0$, veremos que ela reproduz o campo elétrico inicial ampliado por um fator M . Logo a

condição suficiente para que um sistema óptico reproduza a imagem de um objeto nas intensidades, é que o coeficiente B de sua matriz ABCD seja nulo. O sistema óptico mais simples que faz este tipo de transformação é uma propagação livre Z_1 seguida de uma lente de foco f e uma outra propagação livre Z_2 , onde $\frac{1}{f} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$. Multiplicando as três matrizes associadas a estes três subsistemas (propagação livre, lente e propagação livre) vemos que a matriz que descreve o sistema é

$$T_{NF} = \begin{pmatrix} -\frac{Z_1}{Z_2} & 0 \\ -\frac{1}{f} & -\frac{Z_2}{Z_1} \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

Comparando a equação 5.6 com a equação 5.5 vemos que o fator de aumento M é igual $-\frac{Z_1}{Z_2}$ e que o coeficiente C é igual a $-\frac{1}{f}$. O sinal negativo do fator de aumento M apenas indica que a imagem é invertida. O índice NF quer dizer *near field* (campo próximo).

Transformação de campo próximo completo

Se quisermos fazer uma reconstrução completa da função transmissão do objeto, ou seja, tanto em amplitude quanto em fase, o fator de fase $e^{\frac{ikCMr_0^2}{2}}$ deve desaparecer, para isto, é necessário que C também seja igual a zero. Logo, a condição suficiente para que um dado sistema óptico reproduza completamente a imagem de um objeto (ou seja, em amplitude e fase) é que os coeficientes B e C de sua matriz ABCD sejam nulos. Um sistema usual que faz este tipo de transformação é o sistema telescópico. Este é constituído de duas lentes de foco f_1 e f_2 separadas por uma distância $f_1 + f_2$, o plano do objeto deve estar situado a uma distância f_1 antes da lente de foco f_1 e o plano da imagem a uma distância f_2 após a lente de foco f_2 . A matriz ABCD deste sistema é

$$T_{CNF} = \begin{pmatrix} -\frac{f_2}{f_1} & 0 \\ 0 & -\frac{f_1}{f_2} \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

O índice CNF significa *complete near field* (campo próximo completo). Comparando a equação 5.7 com a equação 5.5 vemos que o fator de magnificação transversal M é igual $-\frac{f_2}{f_1}$ e que o coeficiente C é igual a 0. Portanto não existe a fase espúria acrescentada pelo sistema óptico apresentada na equação 5.4 e a reconstrução da função objeto é completa.

As transformações associadas com $A = 0$, $D = 0$ e $B \neq C = 0$ também têm significados físicos interessantes, mas não serão discutidas aqui por não se tratarem de formação de imagem no sentido mais restrito da expressão.

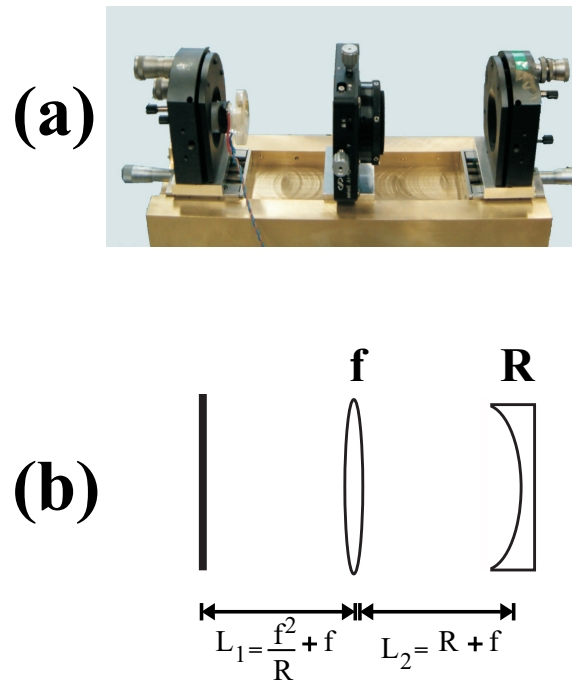


Figura 5.2: Cavity *self-imaging*. Fotografia em (a) e esquema em (b).

5.3 Cavity self-imaging

Idealizada em 1969 [51], a principal característica da cavity *self-imaging* é o fato de seu funcionamento ser independente do campo nela injetado. Matematicamente falando, a matriz ABCD associada a um ciclo completo de propagação da luz dentro dela é a matriz identidade. Esta independência em relação à injeção a torna um instrumento potencialmente útil no estudo de imagens onde a função transmissão do objeto é sempre desconhecida. A figura 5.2 mostra uma fotografia e a representação esquemática desta cavity. As distâncias mostradas nesta figura podem ser obtidas impondo a condição de que a matriz ABCD num ciclo seja igual a matriz identidade.

Afim de evitar ambiguidade de nomenclatura é importante observar que existem outros dois tipos de cavidades também chamadas "*self-imaging*": A cavity de Lau [59] e a cavity de Talbot [60, 61, 62, 63]. Ambas exploram o efeito Talbot para produzir imagens de arranjos periódicos de lasers. O efeito Talbot é um método de produzir

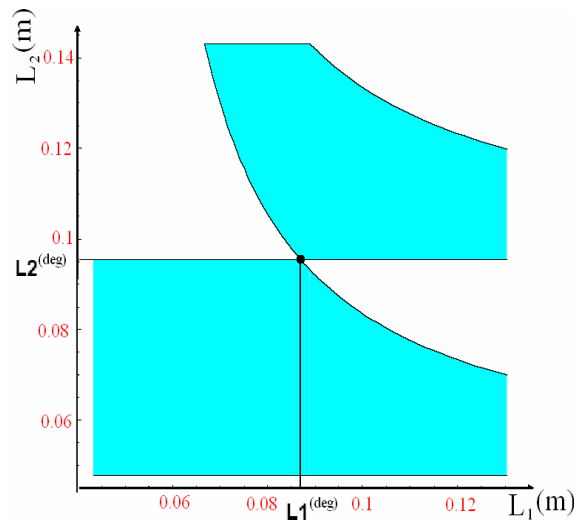


Figura 5.3: Diagrama de estabilidade da cavidade *self-imaging*. A região hachurada é a zona estável.

imagem sem utilizar lentes. Mas isto só funciona se a distribuição espacial de luz no plano do objeto for periódica. Além disto, a imagem não é ampliada. Não é este o tipo de cavidade que estudaremos nesta tese. O carácter “*self-imaging*” da cavidade que estudaremos é independente do campo nela injetado. Portanto o objeto não precisa ser necessariamente periódico.

5.3.1 Regiões de estabilidade

Diz-se que uma cavidade é geometricamente estável se todos raios paraxiais se mantêm nas vizinhanças do eixo óptico após realizar um número arbitrariamente grande de ciclos da cavidade. Uma condição para que isto ocorra é

$$|A + D| < 2. \quad (5.8)$$

onde A e D são coeficientes de sua matriz ABCD [64]. O diagrama de estabilidade da cavidade *self-imaging* está mostrado a figura 5.3, a região hachurada é a região estável de cavidade.

5.3.2 Região de degenerescência transversal

Uma base de auto-modos da cavidade pode ser encontrada a fim de decompor qualquer campo dentro dela. A mais usual é a base de modos Hermite-Gaussianos, cujo elemento genérico, no caso de cavidade com simetria cilíndrica, pode ser escrito como [53]:

$$E_{mn}(x, y, z) = C_{mn} \frac{1}{w(z)} H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) e^{ik \frac{x^2+y^2}{2q(z)}} e^{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2}} e^{-i(n+m+1) \arctg(\frac{z}{z_R})} \quad (5.9)$$

onde

$$\begin{aligned} C_{mn} &= \frac{1}{\sqrt{\pi 2^{m+n-1} m! n!}} \\ z_R &= \frac{\pi w_0}{\lambda} \\ q(z) &= z - iz_R \\ w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \\ \Psi(z) &= (n + m + 1) \arctg \left(\frac{z}{z_R} \right). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Esta família de modos é usualmente chamada de modos TEM_{mn} . w_0 é a largura da cintura do feixe no ponto de focalização, q é o raio de curvatura complexo. Podemos igualmente introduzir o raio de curvatura real dado por $R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$. A função $\Psi(z)$ é a fase de Gouy. Os H_n são polinômios de Hermite.

Dizemos que uma cavidade é transversalmente degenerada quando ela é simultaneamente ressonante para vários modos transversos gaussianos à mesma frequência, ou seja, para ondas monocromáticas de formas transversas potencialmente complexas [52].

Para distâncias L'_1 e L'_2 muito maiores que aquelas mostradas na figura 5.2 (L_1 e L_2 respectivamente) cada modo transversal do campo é ressonante para um valor diferente de L'_1 , ou seja, a cavidade é *não-degenerada*. Nesta situação se variarmos um pouco a posição do espelho plano veremos uma espécie de “escada” de muitos picos, cada um deles associado a um modo transversal do campo. Os picos mais altos correspondem aos

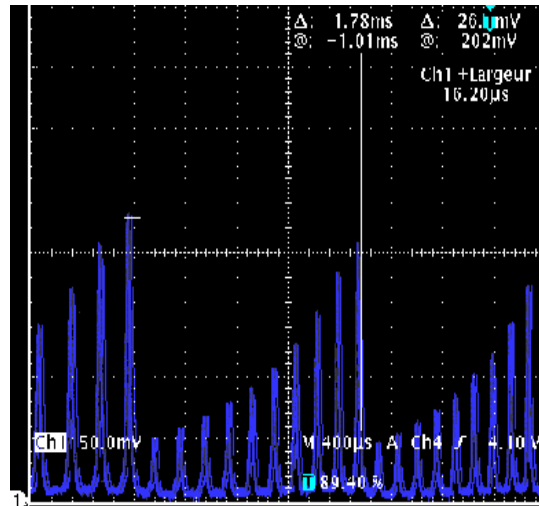


Figura 5.4: Transmissividade da cavidade da figura 5.2 em função do deslocamento de seu espelho plano. Resultado obtido numa configuração muito diferente da configuração de degenerescência.

modos transversais de ordem mais baixa. A figura 5.4 mostra uma medida da intensidade da luz transmitida pela cavidade em função do deslocamento longitudinal do espelho plano, nesta situação. Se o feixe fosse perfeitamente gaussiano (modo TEM_{00}) teríamos apenas o pico maior. Os detalhes experimentais da obtenção desta medida serão visto na subseção seguinte. A medida que vamos diminuindo as distâncias L'_1 e L'_2 , tendendo para os valores especificados na figura 5.2, os picos vão se aproximando uns dos outros, se sobrepondo de forma a não haver mais distinção entre muitos deles. Veja a figura 5.5. Finalmente, quando as distâncias L'_1 e L'_2 são exatamente iguais àquelas mostradas na figura 5.2, todos os modos transversais do campo ressonam simultaneamente, ou seja, todos os picos antes pertencentes à mesma “escada” se sobrepõem formando um só pico como mostrado na figura 5.6. Dizemos então que a cavidade é *degenerada*. Nesta situação uma imagem monocromática de forma transversal arbitrária pode passar pela

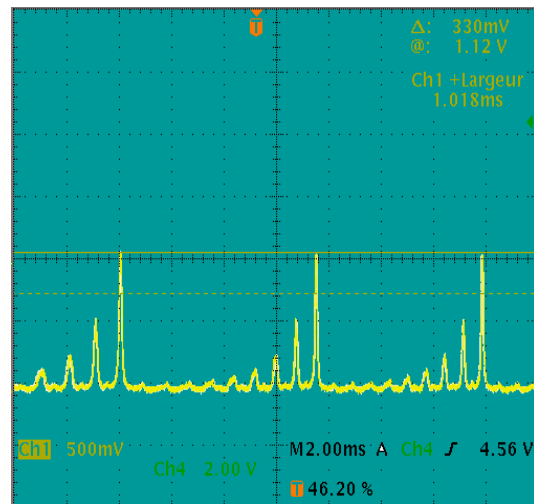


Figura 5.5: Transmissividade da cavidade da figura 5.2 em função do deslocamento de seu espelho plano. Resultado obtido numa configuração diferente da configuração de degenerescência.

cavidade sem sofrer distorções. Infelizmente existe um único ponto sobre o diagrama da figura 5.3, onde ocorre a degenerescência. Isto torna bastante difícil o trabalho de encontrá-lo e chegar à situação mostrada na figura 5.6. Uma vez encontrado, podemos passar para a etapa seguinte que é fazer passar as imagens. A seção seguinte relata a montagem experimental usada para fazer passar imagens pela cavidade *self-imaging*.

5.3.3 Realização experimental

O objetivo deste experimento é alinhar e estabilizar a cavidade *self-imaging* na configuração correta ou seja, com aquelas distâncias mostradas na figura 5.2. Após isto, injetaremos nela várias imagens infravermelhas e as detectaremos após a cavidade. Se para a mesma configuração da cavidade, diferentes imagens passarem com boa fide-

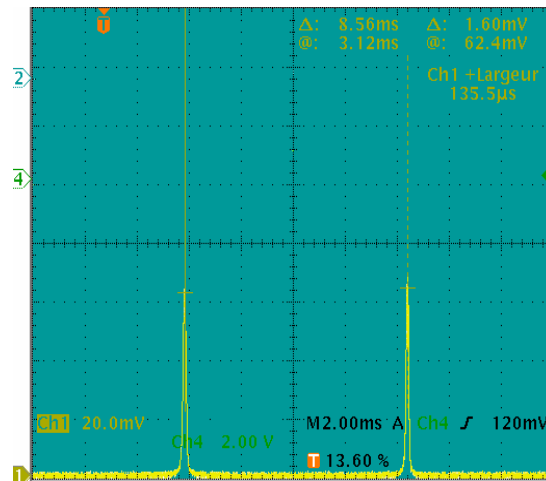


Figura 5.6: Transmissividade da cavidade da figura 5.2 em função do deslocamento de seu espelho plano. Resultado obtido na configuração de degenerescência.

dade, isto significa que a cavidade foi estabilizada na configuração correta. A montagem experimental está esquematizada na figura 5.7. A fonte de luz utilizada é um laser Lightwave ND:YAG modelo 126-1064-700, com potência de 700 mW , feixe contínuo, comprimento de onda 1064 nm e cintura 50 mm após a saída do laser. O rotor de Faraday RF evita que reflexões do feixe voltem para dentro do laser, desestabilizando-o. A placa de meia onda P1, juntamente com o divisor de feixe polarizador na entrada do RF, permitiu-nos controlar a intensidade usada do laser. O objeto cuja imagem queremos injetar na cavidade está representado pelo símbolo O na figura 5.7 e é mostrado frontalmente em detalhes na figura 5.8 A cavidade mencionada é constituída pelo espelho plano EP, a lente convergente L de foco $f = 50 mm$ e o espelho esférico EE cujo raio de curvatura é $R = 50 mm$. O espelho esférico tem reflectividade de 98,6 por cento para o infravermelho. Grande parte dos esforços realizados neste trabalho foi dedicado a colocar a cavidade numa configuração onde as distâncias L_1 e L_2 (mostradas

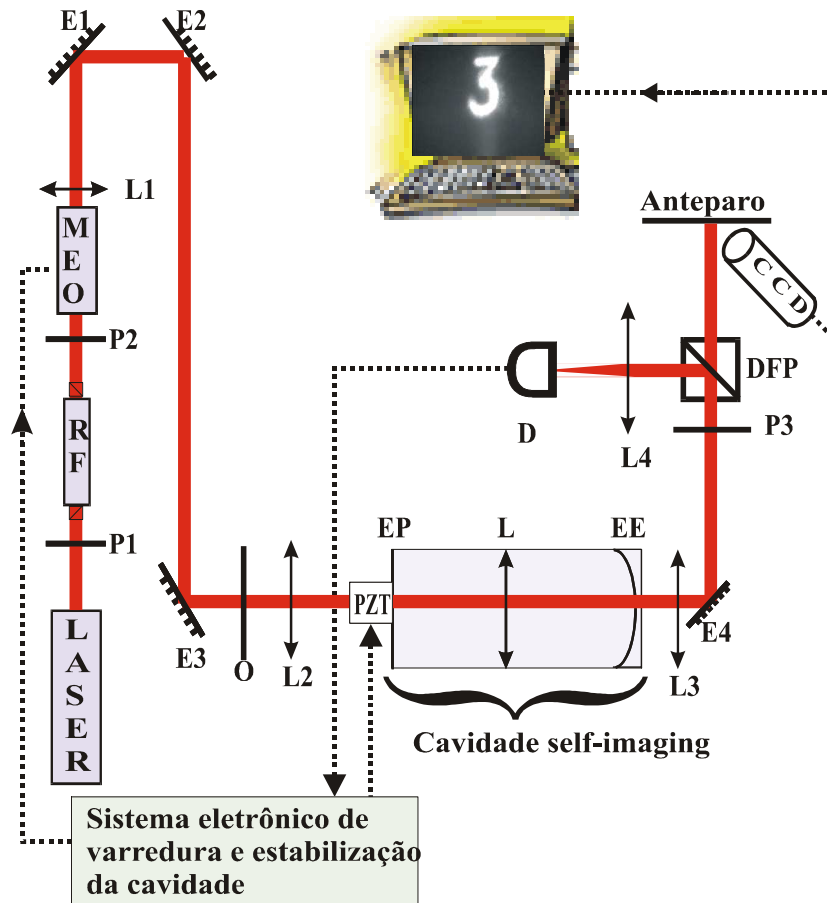


Figura 5.7: Montagem experimental usada para transmitir imagens através da cavidade *self-imaging* vazia (sem cristal).

na figura 5.2) fossem ambas 100 mm . Estes valores (juntamente com a distância focal da lente L e o raio de curvatura do espelho EE já mencionados) satisfazem a relação $L_1 = \frac{f^2}{R} + f$ e $L_2 = R + f$. O ajuste das distâncias L_1 e L_2 foi feito através de parafusos micrométricos (com resolução de $10\ \mu\text{m}$) presos aos espelhos da cavidade.



Figura 5.8: Visão frontal do plano do objeto.

Também um cristal piezo-elétrico (PZT), conectado a um gerador de voltagem do tipo rampa triangular, foi colado ao espelho EP afim de fazê-lo oscilar em torno de posições manualmente ajustadas usando os parafusos micrométricos já mencionados. A amplitude desta oscilação é da ordem de alguns poucos comprimentos de onda $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Seu objetivo é possibilitar a medida da transmissão da cavidade em função da distância L_1 (ou do tempo, já que uma rampa triangular é linear com o tempo) e desta forma saber quão próximos da degenerescência estamos. Para isto, é necessário que o detector D, mostrado na figura 5.7, registre a intensidade simultaneamente à oscilação do espelho. Este registro é enviado a um osciloscópio que nos permite visualizar os resultados. Por exemplo, os resultados mostrados nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6 foram obtidos desta maneira. Numa segunda etapa onde a cavidade já estava alinhada na configuração degenerada, o PZT foi usado também na estabilização da cavidade. Estabilizar significa manter o espelho EE fixo numa posição onde a transmissão da cavidade é máxima ou

seja, no centro de um dos picos de intensidade mostrado na figura 5.6. À primeira vista, pode parecer que isto ocorreria naturalmente, sem intervenção externa alguma, mas não é verdade, a cavidade por si só não tem estabilidade mecânica suficiente para tal, ocorrem flutuações na posição dos espelhos e lente que compõe a cavidade. Qualquer flutuação da ordem do comprimento de onda é suficiente para tirar a cavidade da posição de ressonância. Então a cavidade foi estabilizada eletronicamente usando o método de Pound-Drever-Hall [54]. Este método conta com a utilização do modulador eletro-óptico (MEO) mostrado na figura 5.7, que adiciona uma modulação de fase em $14,7 \text{ MHz}$ no feixe infravermelho. A placa de meia onda P2 permite ajustar a polarização da luz na entrada deste modulador. A imagem do objeto O foi projetada no plano de espelho EP através do sistema $2f_2 - 2f_2$ onde f_2 é a distância focal da lente L2. Afim de ajustar a largura do feixe ao tamanho médio dos símbolos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 do plano do objeto, foi necessário usar a lente L1 de comprimento focal 400 mm , situada 440 mm após a cintura do laser e 880 mm antes do objeto. Desta maneira obtivemos um feixe com largura da ordem de 1 mm na posição do objeto. O feixe infravermelho deixa a cavidade atravessando o espelho EE e é dividido em dois pelo divisor de feixe polarizador DFP. Um destes feixes é usado para recuperar a imagem injetada na cavidade e o outro é usado para estabilizar a cavidade. Podemos controlar suas intensidades relativas com a placa de meia onda P3 colocada antes do DFP. A lente L3, de comprimento focal 100 mm , situada a 118 mm após o espelho EE e 350 mm antes do anteparo faz parte do sistema de formação de imagem que projeta a imagem no anteparo com aumento aproximadamente igual a 3. A lente L4, de comprimento focal 40 mm , focaliza o laser dentro da região fotossensível do detector cuja saída é usada pela eletrônica para estabilizar a cavidade. Simultaneamente à estabilização da cavidade, a imagem projetada no anteparo foi registrada por uma câmera CCD conectada a um computador. Estas imagens estão mostradas na figura 5.9. Observando esta figura podemos reconhecer todos os elementos do plano do objeto. É importante enfatizar que não houve ajuste da cavidade entre uma imagem e outra. A cavidade foi alinhada uma única vez e depois disto fizemos passar as diferentes imagens mostradas na figura 5.9. Então o objetivo mencionado no início desta seção foi alcançado ou seja: alinhamos e estabilizamos a cavidade *self-imaging* na configuração correta i.e., com aquelas distâncias mostradas na figura 5.2. Para a mesma configuração da cavidade diferentes imagens passaram com boa fidelidade, isto significa que a cavidade foi estabilizada na configuração correta.

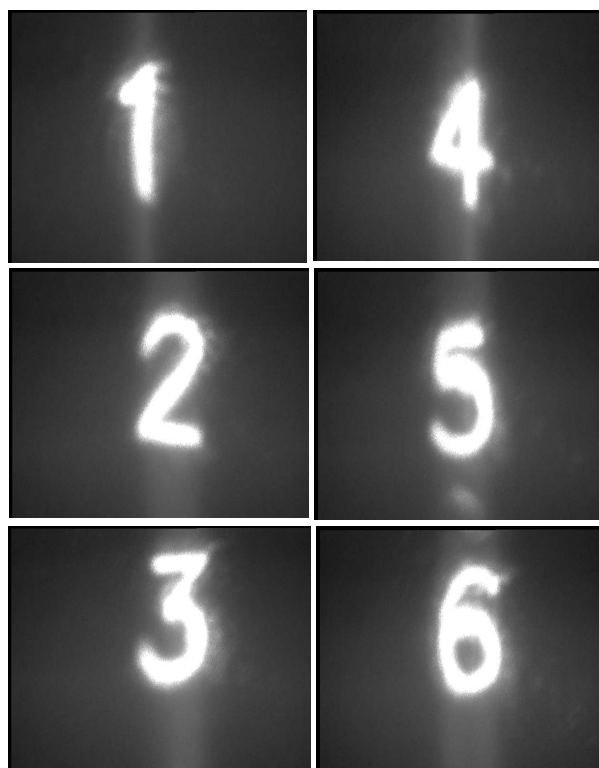


Figura 5.9: Imagens obtidas com a cavidade self-imaging vazia (sem cristal) e estabilizada.

5.4 Conversão ascendente de imagens intra-cavidade

5.4.1 Introdução

Converter ascendentemente significa converter luz de maior em menor comprimento de onda via interação com um cristal não-linear. Quando o feixe convertido tem metade do comprimento de onda do feixe original este processo é também chamado de geração de segundo harmônico. Converter uma imagem ascendentemente significa converter o feixe que a transporta de tal forma que ela seja transferida para o feixe convertido. O estudo da conversão ascendente de imagens, começou no final da década de sessenta [55, 56, 57], nesta época ainda sem o uso de cavidades para amplificar o processo. Este tipo de estudo (sem cavidade) continua em andamento ainda hoje [58]. Meios não-lineares inseridos dentro de cavidades ópticas, cujo objetivo é amplificar a geração do segundo harmônico, tem sido amplamente estudados principalmente com relação

à formação de padrões espaciais. Um exemplo é a formação de estruturas espaciais em cavidades duplamente ressonantes usando geração de segundo harmônico [65] e modificações destes padrões devido a oscilações paramétricas em cavidades duplamente [67] e unicamente [66] ressonantes. Relataremos nesta seção o estudo experimental da conversão paramétrica ascendente de imagens intra-cavidade realizado em estágio de doutoramento no laboratório Kastler Brossel-Paris. O objetivo principal não é tanto amplificar a intensidade da luz convertida mas descobrir se as características originais da cavidade são preservadas após a inserção do cristal.

5.4.2 Realização experimental

Uma das metas dos experimentos relatados nesta subseção é novamente alinhar e estabilizar a cavidade *self-imaging* na configuração correta, porém agora usando um cristal não-linear dentro dela. A configuração correta não está mais associada com aquele ponto mostrado na figura 5.3, mas talvez exista algum outro ponto próximo a ele onde a degenerescência perdida seja recuperada. Basicamente esse trabalho se resume na busca experimental deste ponto. Uma vez encontrado, (e saberemos que isto aconteceu quando todos os picos de transmissão da cavidade se sobrepuserem), a prova cabal de sua existência só pode ser dada pela transmissão de imagens arbitrárias através da cavidade. Para isto, injetaremos imagens infravermelhas no centro deste cristal onde elas serão convertidas em imagens verdes via geração de segundo harmônico e detectadas fora da cavidade. Observaremos se para a mesma configuração experimental diferentes imagens passam com boa fidelidade. Assim saberemos se a presença do cristal destrói ou não o caráter *self-imaging* da cavidade.

A seguir relataremos dois experimentos de conversão ascendente de imagens intra-cavidade. No primeiro, imagens dos símbolos maiores contidos no lado esquerdo do plano do objeto foram injetadas na cavidade. No segundo, injetamos imagens dos símbolos menores contidos no lado direito do plano do objeto (veja a figura 5.10).

Primeiro conjunto de medidas

A montagem experimental está mostrada na figura 5.11. O mesmo laser, rotor de Faraday, modulador eletro-óptico MEO e eletrônica do experimento de cavidade vazia (sem cristal) continuam sendo usados. A principal diferença é a presença do cristal não-linear dentro da cavidade. Trata-se de um cristal de Niobato de lítio dopado com 5 por cento de MgO, suas dimensões são 15x5x5 mm. Neste cristal a geração de segundo

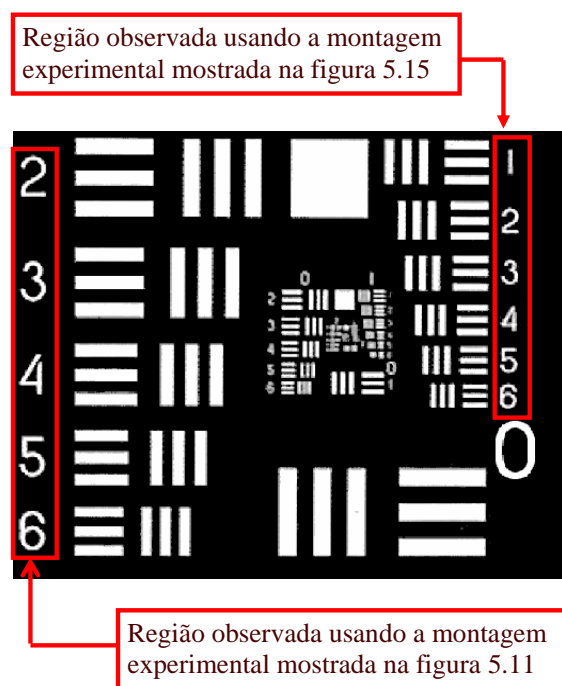


Figura 5.10: Visão frontal do plano do objeto.

harmônico é mais eficiente a uma temperatura de aproximadamente 115° C. Por isto ele foi envolvido por um pequeno forno metálico ligado a um sistema eletrônico que manteve sua temperatura constante. Também a polarização da luz influencia bastante na eficiência, por isto inserimos a placa de meia onda P3 antes da cavidade.

Dentro da cavidade o feixe verde propaga-se tanto para frente quanto para trás. Uma superposição destes feixes propagante e contra-propagante poderia resultar numa interferência prejudicial à formação de imagem. A fim de evitar este problema um filtro F, que absorve o feixe verde propagante, foi inserido dentro da cavidade. O feixe verde contra-propagante não passa pelo filtro, então ele sai da cavidade sem problemas, passando pelo espelho plano. Esse filtro é transparente ao infravermelho portanto não exerce influência sobre o funcionamento da cavidade. A escolha de bloquear o feixe que se propaga em sentido positivo é obrigatória pois o espelho esférico EE é altamente refletor ao verde, assim o feixe verde só pode sair da cavidade através do espelho plano

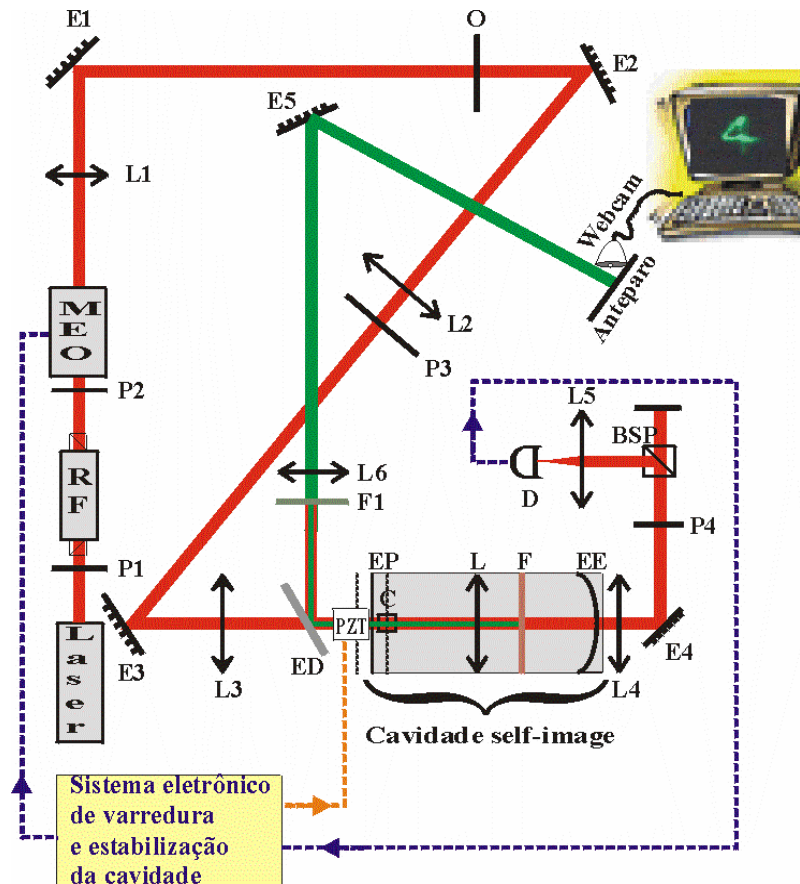


Figura 5.11: Montagem experimental usada para realizar a conversão ascendente de imagens dentro de uma cavidade *self-imaging* e detectá-las fora dela.

EP que é 95 por cento transparente ao verde. Logo não convém bloquear o feixe que se propaga em sentido negativo.

O objeto plano mostrado frontalmente na figura 5.10 e representado pelo símbolo *O* na figura 5.11 foi inserido no feixe infravermelho de forma que pudéssemos variar sua

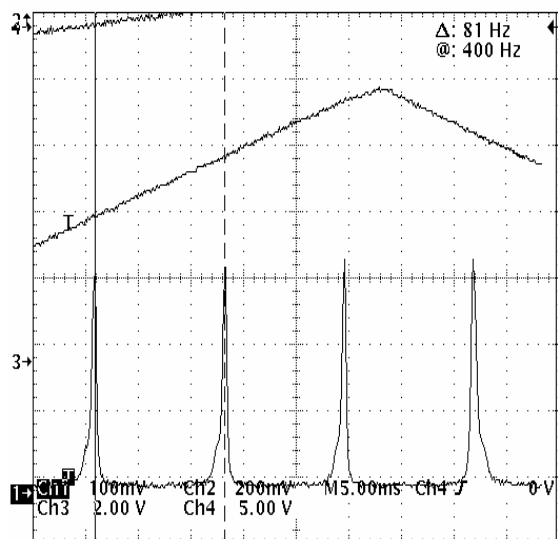


Figura 5.12: Transmissividade da cavidade em função do deslocamento de seu espelho plano. Resultado obtido usando a montagem experimental mostrada na figura 5.11 enquanto a imagem do símbolo “2” era injetada na cavidade.

posição transversal e obter a imagem dos elementos (1, 2, 3...) mostrados à esquerda da figura 5.10. A largura média de cada um destes elementos é aproximadamente 2 mm . A fim de obter um feixe de largura compatível nós usamos a lente L1 de comprimento focal 1000 mm situada a 1000 mm após a cintura do laser e 960 mm antes do objeto. O par de lentes L2 e L3 com comprimentos focais de 750 mm e 200 mm , respectivamente, atua como um sistema telescópico que projeta a imagem do objeto no plano representado pela linha pontilhada antes do espelho plano da cavidade. A distância entre esse plano e o espelho EP é 15 mm e sua imagem é formada pela própria cavidade 15 mm após o mesmo espelho, ou seja, no centro do cristal e propagando-se para trás.

O feixe infravermelho sai da cavidade atravessando o espelho EE. As lentes L4 e L5 de comprimentos focais 100 mm e 40 mm , respectivamente, foram usadas para focalizar o feixe dentro da região fotossensível do detector D. A lente L4 foi posta a 150 mm de

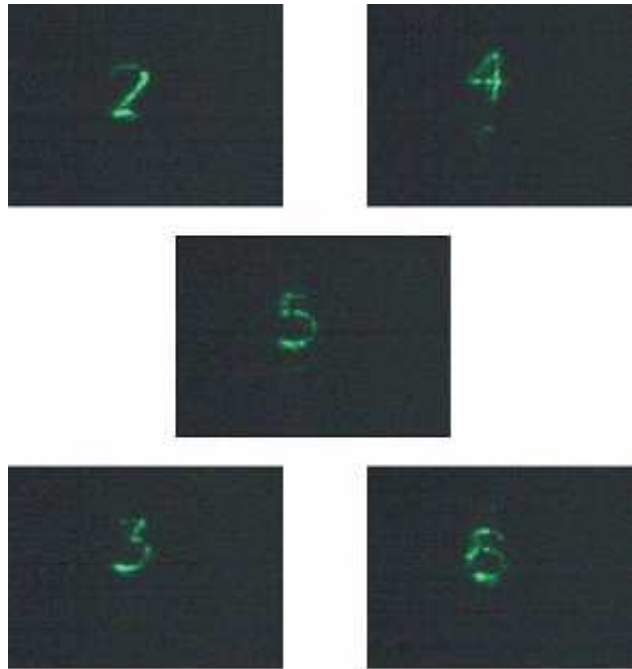


Figura 5.13: Imagens ascendentemente convertidas dentro da cavidade *self-imaging*.

distância do espelho esférico EE, a lente L5 a 35 mm do detector e a distância entre elas foi de 120 mm . A intensidade medida pelo detector foi enviada à eletrônica de estabilização da cavidade.

Antes da estabilização e após o término do alinhamento da cavidade, o sistema eletrônico foi usado para fazer oscilar a posição do espelho EP em torno da posição de degenerescência. Simultaneamente a isto, medimos a intensidade do feixe após a cavidade em função do tempo usando o detector conectado a um osciloscópio. A figura 5.12 mostra uma fotografia da tela do osciloscópio.

Com a cavidade estabilizada, o feixe verde deixa a cavidade carregando a imagem formada no centro do cristal. Este feixe atravessa o espelho plano da cavidade, depois

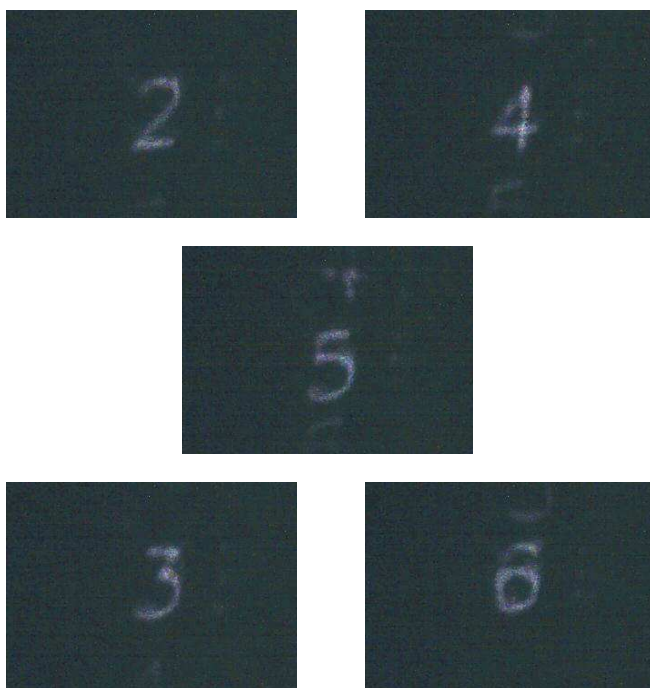


Figura 5.14: Imagens obtidas diretamente da reflexão do feixe infravermelho pelo espelho plano da cavidade.

ele é parcialmente separado do feixe infravermelho (que foi parcialmente refletido antes de entrar na cavidade) por meio de um espelho dicróico ED. Uma pequena porcentagem de infravermelho é refletido com o verde, mas logo é completamente filtrada pelo filtro F1 que só deixa passar o feixe verde. A lente L6 de comprimento focal 250 mm projeta a imagem do centro do cristal no anteparo. A distância do centro do cristal à lente L6 é 305 mm e a distância da lente L6 ao anteparo é 1390 mm . Uma camera (webCam NX, modelo PD1110) conectada a um computador foi colocada muito próxima ($\sim 10\text{ mm}$) ao anteparo de tal forma que pudemos registrar as imagens verdes anteriormente formadas com luz infravermelha no centro do cristal. Estas imagens estão registradas na figura

5.13.

A fim de saber se a cavidade introduziu alguma degradação na imagem, é necessário conhecer as degradações pré-existentes devido a outras razões como qualidade da webcam ou do sistema de formação de imagem (lentes e espelhos). Para este propósito foram registradas também as imagens infravermelhas vindas diretamente da reflexão deste feixe antes de entrar na cavidade (veja a figura 5.14). Obviamente, o mesmo sistema de formação e detecção de imagem foi usado nos dois casos (infravermelho e verde). Apenas o filtro F1 foi trocado para absorver luz verde ao invés de infravermelho. Também foi necessário efetuar um pequeno deslocamento (cerca de 500 mm) na posição do anteparo. O motivo deste deslocamento é que os comprimentos focais das lentes são levemente diferentes para diferentes comprimentos de onda.

Segundo conjunto de medidas

A montagem experimental está mostrada na figura 5.15. O mesmo laser, rotor de Faraday FR, modulador eletro-óptico MEO, cristal, detector e eletrônica do experimento anterior são usados neste experimento. Novamente o objeto plano mostrado frontalmente na figura 5.10 e representado pelo símbolo O na figura 5.15 foi inserido no caminho do feixe infravermelho de forma que pudéssemos varrer sua posição transversal e obter a imagem dos elementos (1, 2, 3...) mostrados à direita da figura 5.10. A largura média de cada um destes elementos é aproximadamente 1 mm . Afim de obter um feixe de largura compatível usamos a lente L1 de comprimento focal 750 mm situada a 440 mm após a cintura do laser e 200 mm antes do objeto. Com isto obtivemos um feixe colimado com largura de $1,06\text{ mm}$ na posição do objeto. O par de lentes L2 e L3 com comprimentos focais 500 mm e 200 mm , respectivamente, atua como um sistema telescópico que projeta a imagem do objeto no plano representado pela linha pontilhada antes do espelho plano da cavidade. A distância entre esse plano e o espelho da entrada da cavidade é 15 mm e sua imagem é formada pela própria cavidade 15 mm após o espelho de entrada, ou seja, no centro do cristal e propagando-se para trás.

O feixe infravermelho sai da cavidade atravessando o espelho esférico EE. As lentes L4 e L5 de comprimentos focais 100 mm e 40 mm foram usadas para focalizar o feixe dentro da região fotosensível do detector D. A primeira lente, L4, foi posta a 150 mm de distância do espelho esférico EE, a segunda lente, L5, a 350 mm do detector e a distância entre elas foi de 120 mm . A intensidade medida pelo detector foi enviada à eletrônica de estabilização da cavidade.

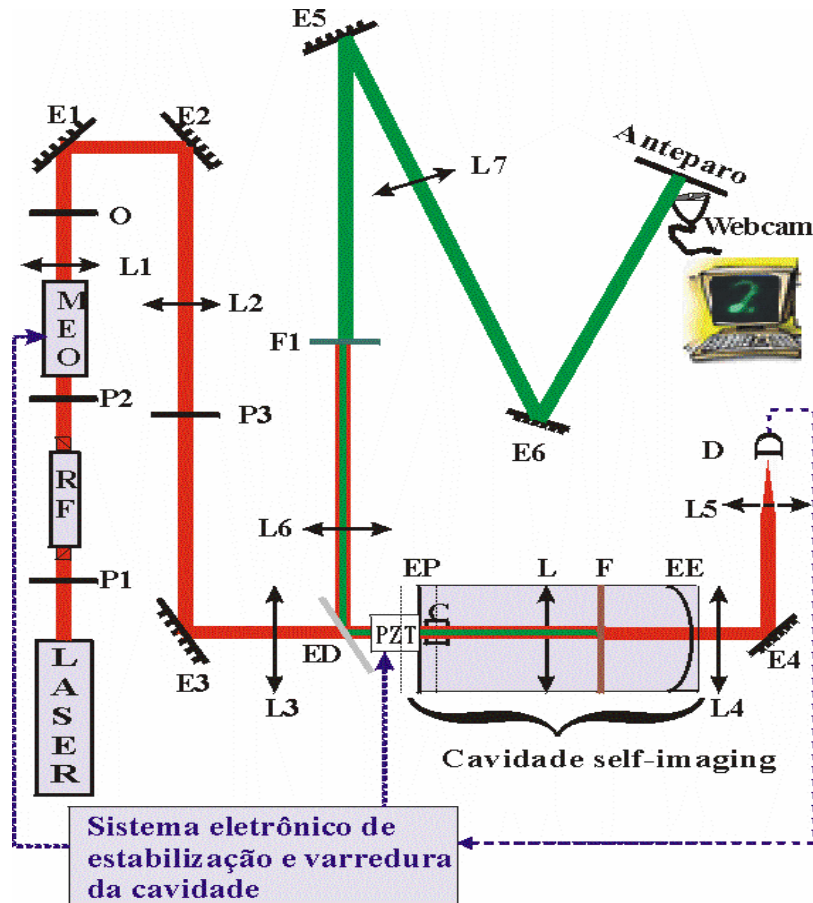


Figura 5.15: Montagem experimental usada para realizar a conversão ascendente de imagens dentro de uma cavidade *self-imaging* e detectá-las fora dela.

Assim como no experimento anterior, antes da estabilização e após o término do alinhamento da cavidade, o sistema eletrônico foi usado para fazer oscilar a posição do espelho EP em torno da posição de degenerescência. Simultaneamente a isto, medimos a intensidade do feixe após a cavidade em função do tempo usando o detector conectado

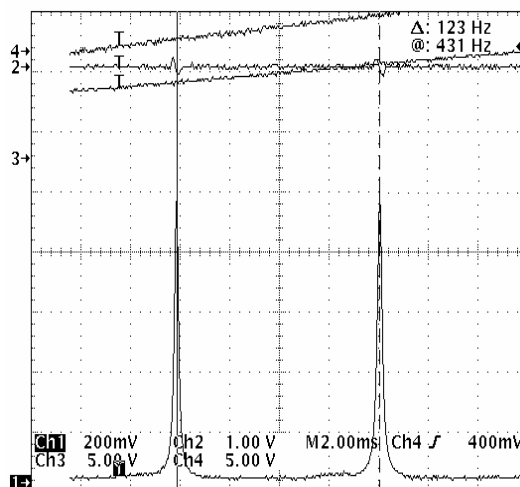


Figura 5.16: Transmissividade da cavidade em função do deslocamento de seu espelho plano. Resultado obtido usando a montagem experimental mostrada na figura 5.15 enquanto a imagem das fendas verticais era injetada na cavidade.

a um osciloscópio. A figura 5.16 mostra uma fotografia da tela do osciloscópio.

Novamente, o feixe verde deixa a cavidade através do espelho EP, carregando a imagem formada no centro do cristal. No espelho dicróico ED ele é parcialmente separado do feixe infravermelho que foi parcialmente refletido pelo espelho EP. Uma pequena porcentagem de infravermelho é refletida com o verde, mas logo é completamente filtrada pelo filtro F1 que só deixa passar o feixe verde. O par de lentes L6 e L7 com comprimentos focais 150 mm e 1000 mm , respectivamente, atua como um sistema telescópico, projetando a imagem do centro do cristal no anteparo. Uma câmera (webCan NX, modelo PD1110) conectada a um computador foi novamente colocada muito próxima ($\sim 10 \text{ mm}$) ao anteparo de forma que pudemos registrar as imagens anteriormente formadas com luz infravermelha no centro do cristal. Estas imagens estão registradas na figura 5.17.

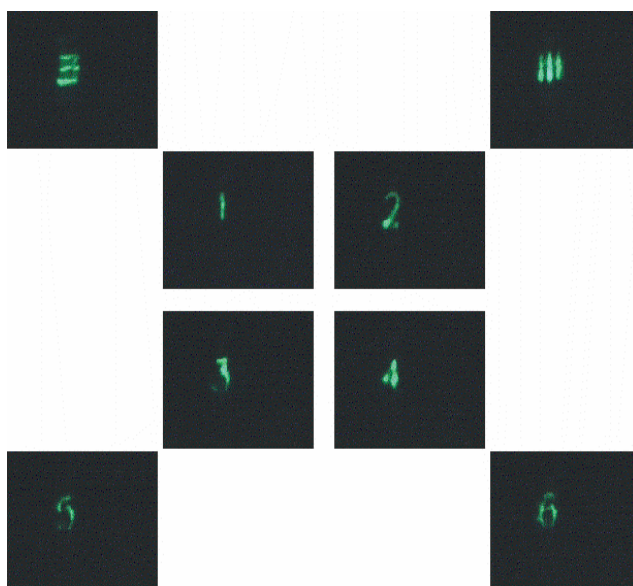


Figura 5.17: Imagens ascendentemente convertidas dentro da cavidade *self-imaging*.

Da mesma forma que antes, afim de comparar as degradações produzidas pela cavidade com aquelas pré-existentes, as imagens infravermelhas obtidas diretamente da reflexão pelo espelho EP foram registradas (veja figura 5.18). Novamente, usamos o mesmo sistema de formação e detecção de imagens no dois caso (infravermelho e verde). Apenas o filtro F1 foi trocado para absorver o verde ao invés de infravermelho e efetuamos um pequeno deslocamento (cerca de 200 *mm*) na posição do anteparo pelo mesmo motivo de antes: os comprimentos focais das lentes são levemente diferentes para diferentes comprimentos de ondas.

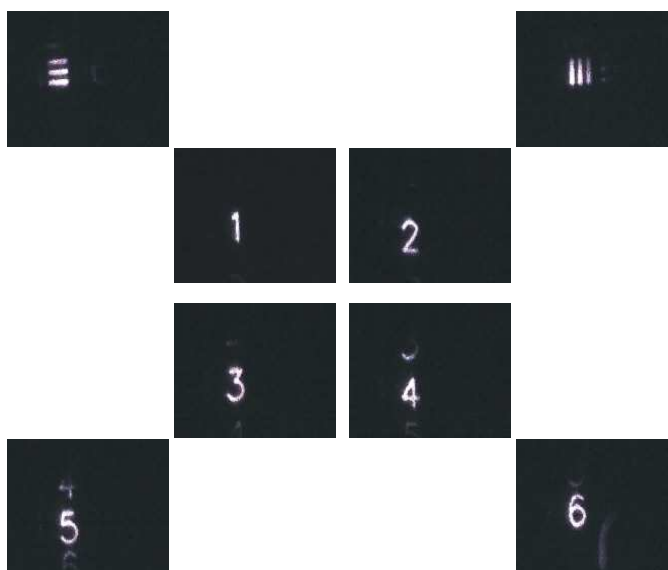


Figura 5.18: Imagens obtidas diretamente da reflexão do feixe infravermelho pelo espelho plano da cavidade.

5.4.3 Discussão dos resultados

Observando as imagens verdes ascendente convertidas dentro da cavidade *self-imaging* (figuras 5.13 e 5.17) podemos facilmente reconhecer todos os elementos do plano do objeto. Evidentemente estas imagens não são tão nítidas quanto as infravermelhas que não passaram pela cavidade (figuras 5.14 e 5.18). Assim como ocorre com a cavidade vazia, é muito difícil atingir a degenerescência perfeita, deve existir um único ponto análogo àquele mostrado no diagrama da figura 5.3 (que é válido para cavidade vazia) no qual a cavidade é completamente degenerada. Se a cavidade es-

tiver estabilizada muito próximo deste ponto um grande número de modos transversais constituintes da imagem irão ressonar simultaneamente. Quanto mais próximo deste ponto estivermos maior será este número e mais nítida será a imagem. A pequena assimetria que pode ser vista nos picos da figura 5.12 é uma evidência de que estamos próximos mas não precisamente no ponto de degenerescência. Esta assimetria é um resquício da “escada” de picos que existia quando a cavidade estava numa configuração totalmente não-degenerada (como na figura 5.4). A precisão em relação à configuração de degenerescência está associada à resolução dos parafusos micrométricos usados para ajustar a posição dos espelhos da cavidade. Usando parafusos (graduados) de maior resolução, poderíamos atingir a degenerescência com maior precisão. Isto seria um refinamento necessário para obter imagens com maior nitidez. As dificuldades (mas não impossibilidades) em realizar conversão ascendente de imagens intra-cavidade são de ordem puramente técnicas, sendo que a maior delas está associada ao aquecimento do cristal. Este deveria ser mantido a uma temperatura uniforme de aproximadamente 115 graus Celsius. Mas a rigor, esta temperatura não é tão uniforme, por dois motivos. Primeiro: As bordas do cristal, por estarem em contato com o forno, tendem a ser ligeiramente mais quente que o centro. Segundo: O centro do cristal, devido ao efeito conhecido como “lente térmica” [68], tende a está mais quente que as bordas. Este efeito se baseia no fato de que o feixe aquece o cristal e este aquecimento é maior no centro onde o feixe é mais intenso. Isto gera uma não-uniformidade na distribuição de índice de refração análoga à distribuição não uniforme de espessura numa lente. Enfim, esta luta entre duas tendências acaba por tornar a temperatura (e por conseqüência a distribuição de índices de refração) no cristal ligeiramente não-homogênea. Esta não-homogeneidade é responsável pelas leves distorções (mas não destruição) das imagens verdes (figuras 5.13 e 5.17) em relação àquelas obtidas com a cavidade vazia (figura 5.9). Levando-se em conta que estas distorções não foram suficientemente grandes a ponto de comprometer o reconhecimento do objeto, concluímos que é possível realizar, com um grau de sucesso relativamente grande, a conversão ascendente de imagens intra-cavidade usando o método considerado.

Em resumo, injetamos imagens infravermelhas no centro de um cristal não-linear situado no interior de uma cavidade onde elas foram convertidas em imagens verdes via geração de segundo harmônico. Estas imagens verdes foram detectadas fora da cavidade e observamos que, para a mesma configuração experimental, diferentes imagens passaram com boa fidelidade através da cavidade. Concluímos assim que apesar da presença do

crystal dificultar o processo de alinhamento, ele não destrói o caráter *self-imaging* da cavidade. Como foi mencionado na seção 5.1, o estudo da inserção de meios não-lineares dentro da cavidade *self-imaging* é motivado principalmente pela possibilidade de usar este tipo de cavidade na construção de OPO's. Isto abriria novas perspectivas de estudos rumo à formação de "imagem quânticas" no regime de feixes intensos. Todos os estudos da rica variedade de efeitos quânticos na formação de imagens, até então observados no regime de contagem de fótons, poderiam ser estendidos ao regime de feixes intensos. Os resultados obtidos neste trabalho encorajam fortemente a realização destes estudos.

Capítulo 6

Conclusão

Os resultados experimentais relatados na primeira seção do capítulo 3 confirmam a teoria pré-existente a qual prediz que a imagem gerada por detecção de pares de fótons gêmeos é melhor resolvida que a imagem similar gerada com uma fonte de luz clássica-coerente no mesmo comprimento de onda. Os resultados experimentais confirmam a predição de que a resolução da imagem quântica não é a tão boa quanto aquela produzida pelo feixe de bombeamento (que tem comprimento de onda igual ao comprimento de onda de De Broglie dos fótons gêmeos). Isto ocorre porque a função da lente efetiva não é igual a função transmissão das lentes usadas. Além disto, também foram verificados experimentalmente os efeitos de apodização (teoricamente previstos) observados na imagem quântica em coincidência sem que tenhamos fisicamente apodizado as lentes, através da deposição de filmes dielétricos nas mesmas.

Na segunda seção do capítulo 3, propomos um método interferométrico para produzir e detectar a imagem de um objeto de fase usando contagem em coincidência de fótons gêmeos gerados pela CPD. Concluímos que a imagem obtida por este método, assim como a imagem obtida por métodos clássicos, é parcialmente danificada pela presença de um *background* constante. Podemos controlar as intensidades relativas deste *background* e da imagem controlando as transmissividades dos divisores de feixe e a diferença de caminho entre os dois braços do interferômetro. Por outro lado, os resultados teóricos desta seção predizem que todos os efeitos de melhoramento de resolução e apodização verificados para objeto ordinários na seção anterior continuam existindo para o caso de objetos de fase.

No capítulo 4, estudamos a formação de imagem quântica em coincidência com pares de fótons gerados pela CPD usando o feixe de bombeamento focalizado em um plano situado a uma distância z_o do cristal (onde z_o é a distância cristal-objeto) e detectores deslocados em direções opostas. Verificamos que existe uma similaridade matemática entre a imagem produzida por este método e a imagem produzida pela contagem simples de fótons provenientes de uma fonte incoerente de luz: ambas descritas por uma lente efetiva. Na formação de imagem quântica esta lente efetiva é descrita pela correlação das funções aberturas do par de lentes usado. Na formação de imagem incoerente esta lente efetiva é descrita pela auto-correlação da função abertura da única lente usada

neste método. Verificamos também que os dois métodos são diferentes com relação à função transmissão do objeto: Na formação de imagem incoerente aparece apenas o módulo da função transmissão do objeto *i.e.*, todas as informações de fase sobre o objeto são perdidas. No método de formação de imagem quântica estudado, a informação sobre o objeto é completa *i.e.*, temos informação sobre amplitude e fase. No caso onde a função transmissão do objeto não tem variação de fase e duas lentes idênticas são usadas no método de formação de imagem quântica mencionado, não existem grandes diferenças entre os resultados obtidos pelo método proposto e pelo método que utiliza fonte clássica-incoerente. Em outras palavras, as imagens obtidas em coincidência e contagem simples de fótons da CPD são aproximadamente idênticas visto que a CPD é uma fonte incoerente de luz quando cada fóton é observado separadamente. Analisamos experimentalmente um dos casos onde os dois métodos produzem resultados diferentes: modificamos a função transmissão de uma das lentes do par de forma que a correlação entre suas funções transmissões fosse diferente da auto-correlação de uma delas. Desta forma, produzimos uma forte deterioração na imagem obtida via contagem simples sem perda de resolução na imagem obtida via contagem em coincidência. Isto significa que, exceto em casos particulares já mencionados, estes dois tipos de imagens não são tão similares quanto as equações sugerem.

No capítulo 5, injetamos imagens infravermelhas no centro de um cristal não-linear situado no interior de uma cavidade onde elas foram convertidas em imagens verdes via geração de segundo harmônico. Estas imagens verdes foram detectadas fora da cavidade e observamos que, para mesma configuração experimental, imagens diferentes passaram com boa fidelidade através da cavidade. Concluímos assim que apesar da presença do cristal dificultar o processo de alinhamento, ela não destrói o caráter *self-imaging* da cavidade. O estudo da inserção de meios não-lineares dentro da cavidade *self-imaging* é motivado principalmente pela possibilidade de usar este tipo de cavidade na construção de OPO's. Isto abriria novas perspectivas de estudos rumo à formação de "imagem quânticas" no regime de feixes intensos. Todos os estudos da rica variedade de efeitos quânticos na formação de imagens, até então observados no regime de contagem de fótons, poderiam ser estendidos ao regime de feixes intensos. Os resultados experimentais apresentados no capítulo 5 encorajam fortemente a realização destes estudos.

Apêndice A

Formação de imagem quântica no formalismo de ondas avançadas

O Formalismo de ondas avançadas [26, 69, 70, 71] consiste em imaginariamente substituir a montagem experimental usada na detecção simultânea de fótons gêmeos (ver figura 4.1) por uma montagem idêntica em todos aspectos exceto dois. Primeiro: o cristal é “substituído” por um espelho esférico cujo raio de curvatura é igual ao raio de curvatura da frente de onda do feixe de bombeamento neste plano. Segundo: um dos detectores é “substituído” por uma fonte incoerente de luz. Neste experimento imaginário, a luz é emitida pela fonte incoerente em direção ao espelho esférico onde é refletida em direção ao detector (veja a figura A.1). A intensidade medida por este detector é igual a taxa de coincidência medida pelos dois detectores no experimento real. A utilidade deste formalismo é o fato dos cálculos de intensidades serem mais simples e mais intuitivo que cálculos de taxa de coincidências.

Na montagem imaginária mostrada na figura A.1 uma fonte extensa emite um campo perfeitamente incoerente, o qual denotamos por E_{inc} . Este campo passa primeiramente por um filtro espectral que deixa passar apenas o comprimento de onda λ_s e por consequência apenas os vetores de onda cujos módulos são $k_s = \frac{2\pi}{\lambda_s}$. Após isto, o feixe passa por uma pequena abertura (cuja função transmissão denotamos por $A_d(\rho_i)$), que equivale à abertura de um dos detectores no experimento real. Depois o feixe percorre uma distância z_1 , passa por uma lente (cuja função transmissão denotamos por $A_{Li}(\beta)$), percorre uma distância $z_2 + z_o$, encontra o espelho esférico cujo raio de curvatura é z_o (ver ref. [26]) que é equivalente a uma lente (de diâmetro infinito) de foco $\frac{z_o}{2}$. Não existe nenhum elemento óptico entre o espelho esférico e a primeira lente pela qual o feixe passa, isto está representado pela linha pontilhada na figura A.1. Após ser refletido pelo cristal, o feixe percorre novamente uma distância z_o e encontra o objeto que descrevemos pela função $O(\xi)$. Depois ele propaga novamente uma distância z_2 e incide numa outra lente (cuja função transmissão denotamos por $A_{Ls}(\alpha)$), propaga uma distância z_1 e finalmente chega ao detector (de alta resolução espacial) que detecta a intensidade.

No experimento discutido no capítulo 4, obtivemos uma imagem em coincidência com resolução excelente porque a abertura da lente efetiva (discutida naquele capítulo) tem um tamanho razoavelmente grande. Este grande tamanho da lente efetiva é con-

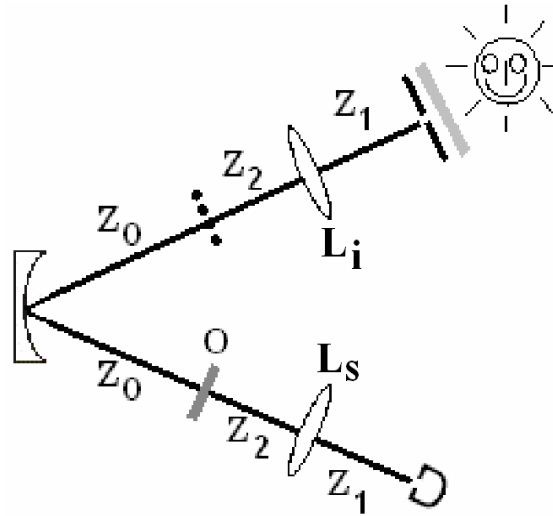


Figura A.1: Experimento fictício usado para calcular a taxa de coincidência de um experimento real de formação de imagem quântica em coincidência, segundo o formalismo das ondas avançadas.

seqüência do grande tamanho de uma das lentes usadas no experimento. De acordo com o formalismo de ondas avançadas esta lente de maior abertura está inserida antes do objeto, ou seja, a “onda avançada” passa primeiramente por ela e depois pelo objeto. Todos estudos de formação de imagem consideram sempre sistemas de lentes inseridos após o objeto, isto nos leva a suspeitar (talvez ingenuamente, ou não, descobriremos isto no fim deste apêndice) que uma lente inserida antes do objeto não contribui para formação de imagem. Se esta “suspeita” for verdadeira, o formalismo das ondas avançadas fará previsões diferentes daquelas fornecidas pelo formalismo convencional, ou seja, previsões erradas visto que os resultados teóricos obtidos via formalismo convencional foram testados e confirmados experimentalmente no capítulo 4. Os cálculos que seguem no parágrafo abaixo tratam de checar se os dois formalismos realmente fazem as mesmas previsões.

Vamos agora calcular a distribuição espacial de intensidades medida pelo detector da montagem imaginária mostrada na figura A.1. Como a fonte é incoerente temos que primeiramente calcular o campo $E(\boldsymbol{\rho}_s, t)$ na posição do detector e depois tomar a média temporal $\langle E(\boldsymbol{\rho}_s, t)E^*(\boldsymbol{\rho}_s, t) \rangle$ [21]. Escrevendo um propagador de Fresnel para cada propagação mencionadas anteriormente, obtemos

$$\begin{aligned}
E(\boldsymbol{\rho}_s, t) = & \int d\boldsymbol{\rho}_i A_d(\boldsymbol{\rho}_i) E_{inc}(\boldsymbol{\rho}_i, t) \int d\boldsymbol{\beta} |A_{Li}(\boldsymbol{\beta})| e^{-\frac{ik_s}{2f}\boldsymbol{\beta}^2} \int d\boldsymbol{\eta} \\
& \int d\boldsymbol{\sigma} e^{-\frac{ik_s}{z_o}\boldsymbol{\sigma}^2} \int d\boldsymbol{\xi} O(\boldsymbol{\xi}) \int d\boldsymbol{\alpha} |A_{Ls}(\boldsymbol{\alpha})| e^{-\frac{ik_s}{2f}\boldsymbol{\alpha}^2} \\
& \exp\left[\frac{ik_s}{2z_1}(\boldsymbol{\rho}_i - \boldsymbol{\beta})^2\right] \exp\left[\frac{ik_s}{2z_2}(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\eta})^2\right] \exp\left[\frac{ik_s}{2z_o}(\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\sigma})^2\right] \\
& \exp\left[\frac{ik_s}{2z_o}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\xi})^2\right] \exp\left[\frac{ik_s}{2z_2}(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\alpha})^2\right] \exp\left[\frac{ik_s}{2z_1}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\rho}_s)^2\right].
\end{aligned} \tag{A.1}$$

Desenvolvendo todas exponenciais quadráticas acima e usando $1/f = 1/z_1 + 1/z_2$ obtemos

$$\begin{aligned}
E(\boldsymbol{\rho}_s, t) = & \int d\boldsymbol{\rho}_i A_d(\boldsymbol{\rho}_i) E_{inc}(\boldsymbol{\rho}_i, t) \int d\boldsymbol{\beta} |A_{Li}(\boldsymbol{\beta})| \int d\boldsymbol{\eta} \\
& \int d\boldsymbol{\xi} O(\boldsymbol{\xi}) \int d\boldsymbol{\alpha} |A_{Ls}(\boldsymbol{\alpha})| \delta(\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}) \\
& \exp\left[\frac{ik_s}{2z_1}(\boldsymbol{\rho}_i^2 - 2\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\rho}_i)\right] \exp\left[\frac{ik_s}{2z_2}(\boldsymbol{\eta}^2 - 2\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\eta})\right] \exp\left[\frac{ik_s}{2z_o}\boldsymbol{\eta}^2\right] \\
& \exp\left[\frac{ik_s}{2z_o}\boldsymbol{\xi}^2\right] \exp\left[\frac{ik_s}{2z_2}(\boldsymbol{\xi}^2 - 2\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\xi})\right] \exp\left[\frac{ik_s}{2z_1}(\boldsymbol{\rho}_s^2 - 2\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\rho}_s)\right].
\end{aligned} \tag{A.2}$$

A função $\delta(\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta})$ desempenha o mesmo papel que a função delta usada para implementar matematicamente a focalização do laser no formalismo convencional. No formalismo de ondas avançadas ela aparece devido ao raio de curvatura finito do espelho, que por sua vez é igual ao raio de curvatura finito da frente de onda do laser de bombeamento que é devido a lente usada antes do cristal no formalismo convencional. Se no experimento

real a abertura do detector *idler* é infinitesimal e posicionada na posição \mathbf{a} , isto implica que a função abertura no experimento imaginário é $A_d(\boldsymbol{\rho}_i) = \delta(\boldsymbol{\rho}_i - \mathbf{a})$ e assim temos

$$\begin{aligned}
 E(\boldsymbol{\rho}_s, t) &= e^{\frac{ik_s}{2z_1}(\rho_s^2 + a^2)} E_{inc}(\mathbf{a}, t) \int d\xi O(\boldsymbol{\xi}) e^{-ik_s(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_2})\xi^2} \\
 &\int d\boldsymbol{\alpha} |A_{Ls}(\boldsymbol{\alpha})| \exp \left[-ik_s \left(\frac{\boldsymbol{\xi}}{z_2} + \frac{\boldsymbol{\rho}_s}{z_1} \right) \boldsymbol{\alpha} \right] \\
 &\int d\boldsymbol{\beta} |A_{Li}(\boldsymbol{\beta})| \exp \left[-ik_s \left(\frac{-\boldsymbol{\xi}}{z_2} + \frac{\mathbf{a}}{z_1} \right) \boldsymbol{\beta} \right].
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Como no experimento real os detectores são deslocados em direções opostas (e com o mesmo passo), devemos fazer $\boldsymbol{\rho}_s = -\mathbf{a}$ no experimento imaginário. Além disto vamos desprezar as exponenciais quadráticas em $\boldsymbol{\xi}$, como foi feito para experimento real ¹. Procedendo desta maneira obtemos

$$\begin{aligned}
 E(-\mathbf{a}, t) &= e^{\frac{ik_s}{z_1}a^2} E_{inc}(\mathbf{a}, t) \int d\xi O(\boldsymbol{\xi}) \\
 &\int d\boldsymbol{\alpha} |A_{Ls}(\boldsymbol{\alpha})| \exp \left[-ik_s \left(\frac{\boldsymbol{\xi}}{z_2} - \frac{\mathbf{a}}{z_1} \right) \boldsymbol{\alpha} \right] \\
 &\int d\boldsymbol{\beta} |A_{Li}(\boldsymbol{\beta})| \exp \left[ik_s \left(\frac{\boldsymbol{\xi}}{z_2} - \frac{\mathbf{a}}{z_1} \right) \boldsymbol{\beta} \right]
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

ou seja,

¹Esta aproximação vale quando a função transmissão do objeto cai para zero antes que as exponenciais quadráticas comecem a assumir valores muito diferente de 1. Então quanto menor for objeto melhor será esta aproximação.

$$\begin{aligned}
E(\mathbf{a}, t) &= e^{\frac{ik_s a^2}{z_1}} E_{inc}(-\mathbf{a}, t) \int d\xi O(\xi) \\
&\int d\alpha |A_{L_s}(\alpha)| \exp \left[-ik_s \left(\frac{\xi}{z_2} + \frac{\mathbf{a}}{z_1} \right) \alpha \right] \\
&\int d\beta |A_{L_i}(\beta)| \exp \left[ik_s \left(\frac{\xi}{z_2} + \frac{\mathbf{a}}{z_1} \right) \beta \right].
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Como já foi mencionado no capítulo anterior, o par de transformada de Fourier acima pode ser escrito como $T_F(k(\xi/z_2 + \mathbf{a}/z_1))$ que significa a transformada de Fourier da função F calculada no ponto $(k(\xi/z_2 + \mathbf{a}/z_1))$, onde $k = 2k_s$ é o vetor de onda do feixe de bombeamento e a função F é definido como $F(\mathbf{u}) = \int A_{L_i}(\mathbf{u} + \mathbf{v}) A_{L_s}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v}$. Assim temos

$$E(\mathbf{a}, t) = e^{\frac{ik_s a^2}{z_1}} E_{inc}(-\mathbf{a}, t) \int d\xi O(\xi) T_F \left(k \left(\frac{\xi}{z_2} + \frac{\mathbf{a}}{z_1} \right) \right). \tag{A.6}$$

Portanto a intensidade no plano de detecção, definida pela média temporal $I(\mathbf{a}) = \langle E(\mathbf{a}, t) E^*(\mathbf{a}, t) \rangle$, será

$$I(\mathbf{a}) = \langle E_{inc}(-\mathbf{a}, t) E_{inc}^*(-\mathbf{a}, t) \rangle \left| \int d\xi O(\xi) T_F \left(k \left(\frac{\xi}{z_2} + \frac{\mathbf{a}}{z_1} \right) \right) \right|^2 \tag{A.7}$$

A média temporal do campo incoerente E_{inc} é constante e desta forma temos

$$I(\mathbf{a}) = const. \left| \int d\xi O(\xi) T_F \left(k \left(\frac{\xi}{z_2} + \frac{\mathbf{a}}{z_1} \right) \right) \right|^2. \tag{A.8}$$

Esta expressão para intensidade é idêntica à expressão para taxa de coincidência obtida via formalismo convencional usado nos capítulos 3 e 4. Todos os comentário já feitos sobre esta expressão naqueles capítulos continuam válidos. Em particular, é importante ressaltar que se a lente pela qual a onda avançada passa primeiramente for muito grande, a lente efetiva também será muito grande e a resolução da imagem será muito boa. Portanto, ao contrário do que foi pensado anteriormente, uma lente inserida antes do objeto também pode contribuir para formação de imagem, fazendo com que os dois formalismos (convencional e de onda avançadas) façam previsões idênticas.

Referências Bibliográficas

- [1] J. Jacobson, G. Björk, I. Chuang e Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4835 (1995).
- [2] E. J. S. Fonseca, C. H. Monken, and S. Pádua, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2868 (1999).
- [3] Bahaa E. A. Saleh and Malvin Carl Teich, *Fundamentals of Photonics* (John Wiley e Sons, Inc, New York, 1991).
- [4] C. K. Hong and L. Mandel, *Phys. Rev. A.*, **31**, 2409, (1985).
- [5] C. H. Monken, P. H. Souto Ribeiro, and S. Pádua, *Phys. Rev. A* **57**, 3123 (1998).
- [6] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1995).
- [7] A. V. Belinskii, and D. N. Klyshko, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **105**, 487 (1994) [*Sov. Phys. Dokl.* **78**, 259 (1994)].
- [8] T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, and A. V. Sergienko, *Phys. Rev. A.* **52**, R3429 (1995).
- [9] P. H. Souto Ribeiro, S. Pádua, and C. H. Monken, *Phys. Rev. A* **60**, 5074 (1999).
- [10] Aynman F. Abouraddy, Bahaa E. A. Saleh, Alexander V. Sergienko, and Malvin C. Teich, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 123602 (2001).
- [11] Ryan S. Bennink, Sean J. Bentley, and Robert W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002).
- [12] F. Ferri, D. Magatti, A. Gatti, M. Bache, E. Brambilla, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 183602 (2005).
- [13] D. P. Caetano, P. H. Souto Ribeiro, J. T. C. Pardal, and A. Z. Khoury, *Phys. Rev. A.* **68**, 023805 (2003).
- [14] Ryan S. Bennink, Sean J. Bentley, Robert W. Boyd, and John C. Howell, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 033601 (2004).
- [15] Aynman F. Abouraddy, Patrick R. Stone, Alexander V. Sergienko, Bahaa E. A. Saleh, and Malvin C. Teich, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 213903 (2004).

- [16] Apodização (litalmente significa “remover pés”) é o nome dado a qualquer processo no qual a função abertura de uma lente é alterada. Apodização é usualmente empregada para reduzir a intensidade dos máximos secundários de difração. Veja por exemplo: G. R. Fowles, *Introduction to Modern Optics* (Dover, New York, 1989), p. 138.
- [17] M.V. Klein and T.E. Furtak, *Optics*, Wiley, New York, Cambridge (1986).
- [18] Ivan F. Santos, M. A. Sagioro, C. H. Monken, and S. Pádua, *Phys. Rev. A* **67**, 033812 (2003).
- [19] Ivan F. Santos, Leonardo Neves, G. Lima, C. H. Monken, and S. Pádua, *Phys. Rev. A* **72**, 033802 (2005).
- [20] E.J.S. Fonseca, Z. Paulini, P. Nussenzveig, C.H. Monken, and S. Pádua, *Phys. Rev. A*. **63**, 043819 (2001).
- [21] Joseph W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill, New York, (1996).
- [22] M. Françon, *Optique formation et traitement des images*, (Masson et *C^{ie}*, Paris, 1972).
- [23] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1987, (1987).
- [24] E. J. S. Fonseca, C. H. Monken, G. A. Barbosa, and S. Pádua, *Phys. Rev. A*. **59**, 1608 (1999).
- [25] C. H. Monken, publicação interna, Departamento de Física-UFMG (1998).
- [26] T. B. Pittman, D. V. Strekalov, D. N. Klyshko, M. H. Rubin, A. V. Sergienko, and Y. W. Shih, *Phys. Rev. A* **53**, 2804 (1996).
- [27] G. A. Barbosa, *Phys. Rev. A* **54**, 4473 (1996).
- [28] Aynman F. Abouraddy, Bahaa E. A. Saleh, Alexander V. Sergienko, and Malvin C. Teich, *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 1174 (2002).
- [29] J. A. O. Huguenin, M. P. Almeida, P. H. Souto Ribeiro, and A. Z. Khoury, *Phys. Rev. A*. **71**, 043818 (2005).

- [30] M. P. Almeida, J. A. O. Huguenin, P. H. Souto Ribeiro, and A. Z. Khoury, *J. Mod. Opt.* **53**, 777 (2006).
- [31] Gunnar Bjork, Jonas Soderholm, and Luis L. Sanchez-Soto, *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* **6**, S478 (2004).
- [32] Aynman F. Abouraddy, Bahaa E. A. Saleh, Alexander V. Sergienko, and Malvin C. Teich, *Optics Express* **9**, 498 (2001).
- [33] M.I. Kolobov and C. Fabre, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3789 (2000).
- [34] C. Fabre, J. B. Fouet, and A. Maître, *Optics Letters* **25**, 76 (2000).
- [35] Patrick Navez, Enrico Brambilla, Allesandra Gatti, and Luigi A. Lugiato, *Phys. Rev. A.* **65**, 013813 (2001).
- [36] A. Gatti, E. Brambilla, L.A. Lugiato, and M.I. Kolobov, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1763 (1999).
- [37] I.V. Sokolov, M.I. Kolobov, and L.A. Lugiato, *Phys. Rev. A* **60**, 2420 (1999).
- [38] S.K. Choi, M. Vasilyev, and P. Kumar, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1938 (1999).
- [39] L. Lopez, S. Gigan, N. Treps, A. Maître, and C. Fabre, *Phys. Rev. A.* **72**, 013806 (2005).
- [40] S. Gigan, L. Lopez, V Delaubert, N. Treps, C. Fabre, and A. Maître, *J. Mod. Opt.* **53**, 809 (2006).
- [41] N. Treps, V Delaubert, A. Maître, J. M. Courty, and C. Fabre, *Phys. Rev. A.* **71**, 013820 (2005).
- [42] A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. A.* **70**, 013802 (2004).
- [43] A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 093602 (2004).
- [44] Giuliano Scarcelli, Alejandra Valencia, and Yanhua Shih, *Phys. Rev. A.* **70**, 051802(R) (2004).

-
- [45] Alejandra Valencia, Giuliano Scarcelli, Milena D'Angelo, and Yanhua Shih, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 063601 (2005).
- [46] Milena D'Angelo, Alejandra Valencia, Morton H. Rubin, and Yanhua Shih, *Phys. Rev. A.* **72**, 013810 (2005).
- [47] Milena D'Angelo, Yoon-Ho Kim, Sergei P. Kulik, and Yanhua Shih, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 233601 (2004).
- [48] A. Gatti, E. Brambilla, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 133603 (2003).
- [49] Paulo Henrique Souto Ribeiro, Carlos Henrique Monken, and Geraldo Alexandre Barbosa, *Appl. Opt.* **33**, 352 (1994).
- [50] Leonardo Neves, G. Lima, J. G. Aguirre Gómez, C. H. Monken, C. Saavedra, and S. Pádua, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 100501 (2005).
- [51] J. A. Arnaud, *Appl. Opt.* **8**, 189 (1969).
- [52] Sylvain Gigan, Thèse de l'université Paris VI (2004).
- [53] Antonino Chiummo, "Classical and Quantum Features of Optical Parametric Oscillators", UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI "FEDERICO II", Dottorato di Ricerca in Fisica Fondamentale ed Applicata, XVII ciclo (2005).
- [54] Eric D. Black, *Am. J. Phys.* **69**, 79 (2001).
- [55] J. E. Midwinter, *Appl. Phys. Lett.* **12**, 68 (1968).
- [56] Arthur H. Firester, *J. Appl. Phys.* **40**, 4842 (1969).
- [57] Walter C. Chiou, and Frank P. Pace, *Appl. Phys. Lett.* **20**, 44 (1971).
- [58] Fabrice Devaux, Alexis Mosset, Eric Lantz, Serge Monneret, and Hervé Le Gall, *Appl. Opt.* **40**, 4953 (2001).
- [59] Liren Liu, *Opt. Lett.* **14**, 1312 (1989).
- [60] V. V. Antyukhov, A. F. Glova, O. R. Kachurin, F. V. Lebedev, V. V. Likhanskii, A. P. Napartovich, and V. D. Pis'mennyi, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz* **44**, 78 (1986).

-
- [61] James R. Leger, Miles L. Scott, and Wilfrid B. Veldkamp, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 1771 (1988).
- [62] J. Z. Wilcox, W. W. Simmons, D. Botez, M. Jansen, L. J. Mawst, G. Peterson, T. J. Wilcox, and J. J. Yang, *Appl. Phys. Lett.* **54**, 1848 (1989).
- [63] Robert Waarts, David Mehuys, Derek Nam, David Welch, William Streifer, and Donald Scifres, *Appl. Phys. Lett.* **58**, 2586 (1991).
- [64] Orazio Svelto, *Principle of lasers*, 4th ed., Springer, New York (1998).
- [65] C. Etrich, U. Peschel, and F. Lederer, *Phys. Rev. E* **56**, 4803 (1997).
- [66] P. Lodahl and M. Saffman, "Pattern formation in singly resonant second-harmonic generation with competing parametric oscillation," *Phys. Rev. A* **60**, 3251 (1999).
- [67] P. Lodahl, M. Bache, and M. Saffman, *Opt. Lett.* **25**, 654 (2000).
- [68] J. P. Gordon, R. C. C. Leite, R. S. Moorre, S. P. S. Porto, and J. R. Whinnery, *Journal of Applied Physics* **36**, 3 (1965).
- [69] D. N. Klyshko, *Phys. Lett. A* **128**, 133 (1988).
- [70] D. N. Klyshko, *Phys. Lett. A* **132**, 299 (1988).
- [71] D. N. Klyshko, *Sov. Phys. Usp.* **31**, 74, (1988).