

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**ESTUDO DOS PROCESSOS APROXIMADOS UTILIZADOS  
PARA A CONSIDERAÇÃO DAS NÃO-LINEARIDADES FÍSICA  
E GEOMÉTRICA NA ANÁLISE GLOBAL DAS ESTRUTURAS  
DE CONCRETO ARMADO**

Danielle Meireles de Oliveira

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Doutor em Engenharia de Estruturas”.

Orientador: Prof. Dr. Ney Amorim Silva

Belo Horizonte, 24 de Agosto de 2007

*A Deus,  
sempre presente em minha vida.*

*Aos meus amados pais,*

*Raquel e Francisco,*

*meus maiores mestres.*

*Aos meus queridos irmãos,*

*Caroline, Priscilla e Matheus,*

*amigos indispensáveis de todas as horas.*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pela força em todos os momentos e por mais esta conquista.

Aos meus pais, Raquel e Francisco, e irmãos, Caroline, Priscilla e Matheus, eterna gratidão pela dedicação, incentivo, amor e carinho incondicionais.

Ao professor Ney Amorim Silva, agradeço não apenas pelo trabalho de orientação e pelos conhecimentos transmitidos, mas também pela atenção, confiança, amizade e pelas palavras de apoio.

Aos professores Fernando Amorim de Paula, Armando Cesar Campos Lavall, Alcebíades de Vasconcellos Filho e ao engenheiro André Luis Garcia Santos Pimenta, pela disponibilidade e valiosa ajuda.

À Iracema, Inês, Patrícia e Lucíola, sempre atenciosas, pela colaboração e agradável convivência ao longo de todos estes anos.

Aos professores, colegas e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG, que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>i</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>vi</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<b>xv</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>xxii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>xxiii</b>

## **CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO**.....**1**

1.1. Aspectos Gerais.....	1
1.2. Objetivos e Justificativas.....	3
1.3. Conteúdo.....	5

## **CAPÍTULO 2 – NÃO-LINEARIDADES NAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**.....**7**

2.1. Considerações Iniciais.....	7
2.2. Consideração das Não-Linearidades.....	9

2.2.1. Não-Linearidade Física (NLF).....	10
a) Consideração Simplificada da NLF segundo a NBR 6118:2003 .....	15
b) Rigidez Equivalente segundo a Formulação de BRANSON (1966).....	16
2.2.2. Não-Linearidade Geométrica (NLG).....	20
2.3. Análise Não-Linear de Estruturas de Concreto Armado.....	23
2.3.1. Comportamento do Concreto.....	24
2.3.2. Modelos Constitutivos para o Concreto.....	27
2.3.3. Modelos Considerando a Fissuração.....	32
2.3.4. Representação das Barras das Armaduras.....	33
2.3.5. Influência da Armadura no Elemento Estrutural em Concreto Armado.....	34
2.4. Classificação das Estruturas com relação à Deslocabilidade Horizontal .....	35
2.4.1. Parâmetro de Instabilidade $\alpha$ .....	37
a) Módulo de Rigidez da Estrutura.....	40
b) Parâmetro de Instabilidade $\alpha$ segundo a NBR 6118:2003.....	41
2.4.2. Coeficiente $\gamma_z$ .....	43
a) Coeficiente $\gamma_z$ segundo a NBR 6118:2003.....	48
2.5. Procedimentos Simplificados para a Consideração dos Efeitos de Segunda Ordem .....	49
2.6. Relação entre os Coeficientes $\gamma_z$ e $B_2$ .....	60
<b>CAPÍTULO 3 – ASPECTOS COMPUTACIONAIS .....</b>	<b>64</b>
3.1. Considerações Iniciais.....	64
3.2. Análise Não-Linear no “Software” ANSYS .....	66
3.2.1. Considerações Relativas à NLF .....	66
3.2.2. Considerações Relativas à NLG.....	69
3.3. Aplicações Numéricas.....	71
3.3.1. Pilar Bi-Rotulado com Imperfeição Inicial.....	72
3.3.2. Viga de Concreto Armado .....	75

3.3.3. Pórtico de Concreto Armado com 1 Pavimento (“P1”) .....	81
3.3.4. Pórtico de Concreto Armado com 2 Pavimentos (“P2”).....	85

**CAPÍTULO 4 – CONSIDERAÇÃO SIMPLIFICADA DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA: ESTUDO DOS COEFICIENTES DE REDUÇÃO DE RIGIDEZ.....96**

4.1. Considerações Iniciais .....	96
4.2. Exemplo 1 .....	97
4.3. Outros Exemplos Analisados.....	119

**CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÃO SIMPLIFICADA DA NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA: ESTUDO DO COEFICIENTE  $\gamma_z$ .....158**

5.1. Considerações Iniciais .....	158
5.2. Ações Atuantes .....	159
5.3. Análises Realizadas .....	163
5.4. Influência do Modelo na Determinação do Coeficiente $\gamma_z$ .....	164
5.5. Edifícios Analisados .....	173
5.5.1. Determinação dos Parâmetros de Instabilidade .....	174
5.5.2. Avaliação do $\gamma_z$ como Coeficiente Majorador dos Esforços de Primeira Ordem (Momentos Fletores, Forças Normais e Cortantes) para a Obtenção dos Esforços Finais .....	186
5.5.3. Avaliação do $\gamma_z$ como Coeficiente Majorador das Ações Horizontais para a Obtenção dos Esforços Finais .....	192
5.5.4. Estudo da Variação dos Efeitos de Segunda Ordem com a Altura dos Pavimentos nos Edifícios .....	194
a) Análise Descritiva.....	197
b) Análise de Correlação.....	216
c) Análise de Regressão.....	222

d) Análise de Regressão por Terço da Altura .....	235
<b>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES.....</b>	<b>237</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>256</b>
<b>BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....</b>	<b>267</b>
<b>APÊNDICE A: COEFICIENTES <math>B_2</math> OBTIDOS.....</b>	<b>273</b>
<b>APÊNDICE B: RELAÇÃO ENTRE OS ESFORÇOS OBTIDOS PELA ANÁLISE EM SEGUNDA ORDEM E EM PRIMEIRA ORDEM.....</b>	<b>276</b>
<b>APÊNDICE C: RELAÇÃO ENTRE OS ESFORÇOS OBTIDOS PELA ANÁLISE EM SEGUNDA ORDEM E EM PRIMEIRA ORDEM REALIZADA COM AS AÇÕES HORIZONTAIS ADICIONALMENTE MAJORADAS POR 0,95% .....</b>	<b>287</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – Efeitos de segunda ordem localizados .....	8
FIGURA 2.2 – Diagrama momento-curvatura para um determinado valor de força normal .....	11
FIGURA 2.3 – Obtenção da rigidez equivalente ponderada para vigas contínuas.....	18
FIGURA 2.4 – Seção fissurada (estádio II).....	18
FIGURA 2.5 – Forças horizontais fictícias .....	23
FIGURA 2.6 – Curva tensão-deformação típica em compressão uniaxial do concreto .....	25
FIGURA 2.7 – Forma geral da superfície de ruptura: (a) meridianos; (b) seções desviadoras. ....	29
FIGURA 2.8 – Superfícies de ruptura propostas para o concreto .....	31
FIGURA 2.9 – Analogia entre o edifício e o pilar em balanço .....	38
FIGURA 2.10 – Tipos de contraventamento e suas respectivas deformadas .....	40
FIGURA 2.11 – Módulo de rigidez equivalente.....	41
FIGURA 2.12 – Estrutura de três pavimentos submetida às forças verticais e horizontais .....	60
FIGURA 3.1 – Superfície de escoamento de Drucker-Prager.....	67
FIGURA 3.2 – Superfície de ruptura de Willam-Warnke .....	67
FIGURA 3.3 – Elemento sólido para concreto.....	69
FIGURA 3.4 – Pilar bi-rotulado com imperfeição inicial .....	72

FIGURA 3.5 – Modelagem do pilar:	
(a) 40 elementos; (b) 80 elementos; (c) 160 elementos.....	73
FIGURA 3.6 – Relação entre força e deslocamento para o pilar analisado .....	74
FIGURA 3.7 – Viga analisada.....	76
FIGURA 3.8 – Modelagem da viga: (a) 40 elementos; (b) 380 elementos.....	77
FIGURA 3.9 – Relação entre força e deslocamento para a viga analisada .....	78
FIGURA 3.10 – Variação da tensão normal na borda inferior da seção central com a força.....	79
FIGURA 3.11 – Variação da tensão normal na borda superior da seção central com a força.....	80
FIGURA 3.12 – Variação da tensão na armadura inferior da seção central com a força.....	81
FIGURA 3.13 – Variação da tensão na armadura superior da seção central com a força.....	82
FIGURA 3.14 – Pórtico “P1” .....	82
FIGURA 3.15 – Discretização do pórtico “P1”.....	84
FIGURA 3.16 – Relação entre força e deslocamento para o pórtico “P1”.....	84
FIGURA 3.17 – Pórtico “P2” .....	85
FIGURA 3.18 – Discretização do pórtico “P2”.....	86
FIGURA 3.19 – Relação entre força e deslocamento para o pórtico “P2”.....	87
FIGURA 3.20 – Momentos fletores $M_a$ nos trechos 1 e 2 das vigas .....	89
FIGURA 3.21 – Relação entre força e deslocamento para as análises realizadas.....	91
FIGURA 3.22 – Diagrama de interação $N - M$ para a seção dos pilares e vigas.....	93
FIGURA 3.23 – Relação entre força e deslocamento para as análises realizadas até o estado limite último convencional .....	94
FIGURA 3.24 – Relação entre força e deslocamento para a nova análise realizada até o estado limite último convencional. ....	95
FIGURA 4.1 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 1 .....	98

FIGURA 4.2 – Forças concentradas resultantes em cada pavimento.....	101
FIGURA 4.3 – Representação das armaduras da viga V6.....	102
FIGURA 4.4 – Representação das armaduras dos pilares P13, P8 e P3.....	103
FIGURA 4.5 – Representação das armaduras dos pilares P13, P8 e P3 considerando o espaçamento máximo entre eixos de 40 cm.....	104
FIGURA 4.6 – Carregamento aplicado ao pórtico constituído pelos pilares P13-P8-P3 ...	106
FIGURA 4.7 – Relação entre carga e deslocamento para a análise elástica linear realizada com o modelo sólido e com os modelos de barra (pórtico P13-P8-P3 - exemplo 1).....	116
FIGURA 4.8 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P13-P8-P3 - exemplo 1) .....	117
FIGURA 4.9 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P13-P8-P3 - exemplo 1) .....	118
FIGURA 4.10 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 2 .....	121
FIGURA 4.11 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 3 .....	122
FIGURA 4.12 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 4 .....	123
FIGURA 4.13 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 5 .....	124
FIGURA 4.14 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 6 .....	125
FIGURA 4.15 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P12-P9-P5-P2 - exemplo 2) .....	139
FIGURA 4.16 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P12-P9-P5-P2 - exemplo 2). .....	140
FIGURA 4.17 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P11-P12-P13-P14-P15 - exemplo 3).....	141
FIGURA 4.18 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P11-P12-P13-P14-P15 - exemplo 3).....	142
FIGURA 4.19 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P7-P8-P9 - exemplo 4).....	143
FIGURA 4.20 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P7-P8-P9 - exemplo 4).....	144

FIGURA 4.21 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P33-P20-P7 - exemplo 5).....	145
FIGURA 4.22 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P33-P20-P7 - exemplo 5).....	146
FIGURA 4.23 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P15-P11-P7-P3 - exemplo 6) .....	147
FIGURA 4.24 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P15-P11-P7-P3 - exemplo 6). .....	148
FIGURA 4.25 – Relação entre carga e deslocamento para os pórticos dos exemplos 2 e 3.....	155
FIGURA 4.26 – Relação entre carga e deslocamento para os pórticos dos exemplos 5 e 6.....	156
FIGURA 5.1 – Pavimento tipo do edifício II .....	166
FIGURA 5.2 – Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas para os elementos de barra.....	167
FIGURA 5.3 – Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas para o elemento de casca. ....	168
FIGURA 5.4 – Modelo laje-viga utilizando o elemento “beam 44” .....	168
FIGURA 5.5 – Modelo laje-viga utilizando o elemento “beam 4” .....	168
FIGURA 5.6 – Ligação entre as vigas e os pilares.....	169
FIGURA 5.7 – Pavimento tipo do edifício V .....	175
FIGURA 5.8 – Pavimento tipo do edifício VII .....	176
FIGURA 5.9 – Pavimento tipo do edifício VIII .....	177
FIGURA 5.10 – Pavimento tipo do edifício IX.....	178
FIGURA 5.11 – Pavimento tipo do edifício X .....	179
FIGURA 5.12 – Relação entre os majoradores dos momentos de primeira ordem e os coeficientes $\gamma_z$ .....	191
FIGURA 5.13 – Variação da razão $\gamma/\gamma_z$ ao longo da altura dos edifícios, em ambas as direções, para os pilares.....	196

FIGURA 5.14 – Variação da razão $\gamma/\gamma_z$ ao longo da altura dos edifícios, em ambas as direções, para as vigas. ....	197
FIGURA 5.15 – Histograma para a variável $\gamma/\gamma_z$ , correspondente aos pilares .....	198
FIGURA 5.16 – Histograma para a variável $\gamma/\gamma_z$ , correspondente às vigas.....	199
FIGURA 5.17 – <i>Boxplot</i> para a variável $\gamma/\gamma_z$ estratificado por edifício analisado, correspondente aos pilares. ....	200
FIGURA 5.18 – <i>Boxplot</i> para a variável $\gamma/\gamma_z$ estratificado por edifício analisado, correspondente às vigas. ....	200
FIGURA 5.19 – <i>Boxplot</i> para a variável $\gamma/\gamma_z$ estratificado pela simetria das estruturas, correspondente aos pilares. ....	208
FIGURA 5.20 – <i>Boxplot</i> para a variável $\gamma/\gamma_z$ estratificado pela simetria das estruturas, correspondente às vigas. ....	209
FIGURA 5.21 – <i>Boxplot</i> para a variável $\gamma/\gamma_z$ estratificado pela simetria das direções, correspondente aos pilares. ....	209
FIGURA 5.22 – <i>Boxplot</i> para a variável $\gamma/\gamma_z$ estratificado pela simetria das direções, correspondente às vigas.....	210
FIGURA 5.23 – <i>Boxplot</i> para a variável $\gamma/\gamma_z$ estratificado por intervalo de variação de $\gamma_z$ , correspondente aos pilares .....	213
FIGURA 5.24 – <i>Boxplot</i> para a variável $\gamma/\gamma_z$ estratificado por intervalo de variação de $\gamma_z$ , correspondente às vigas .....	214
FIGURA 5.25 – Representação do modelo $\gamma/\gamma_z = 1,025 - 0,167 \cdot (y/h) +$ $+ 0,221 \cdot (y/h)^2 - 0,103 \cdot (y/h)^3$ , correspondente aos pilares. ....	228
FIGURA 5.26 – Representação do modelo $\gamma/\gamma_z = 0,884 + 0,680 \cdot (y/h) +$ $- 1,266 \cdot (y/h)^2 + 0,682 \cdot (y/h)^3$ , correspondente às vigas. ....	228
FIGURA 5.27 – Representação das retas ajustadas para cada terço da altura, correspondente aos pilares. ....	236
FIGURA 5.28 – Representação das retas ajustadas para cada terço da altura, correspondente às vigas. ....	236

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 – Momentos fletores $M_a$ e inércias equivalentes para a viga do 1° pavimento.....	89
TABELA 3.2 – Momentos fletores $M_a$ e inércias equivalentes para a viga do 2° pavimento.....	90
TABELA 4.1 – Cálculo das forças de arrasto equivalentes à ação do vento.....	100
TABELA 4.2 – Forças concentradas resultantes em cada pavimento da estrutura .....	100
TABELA 4.3 – Armaduras calculadas para a viga V6.....	103
TABELA 4.4 – Armaduras calculadas para os pilares P13, P8 e P3.....	104
TABELA 4.5 – Cálculo dos quinhões de rigidez lateral dos pórticos .....	105
TABELA 4.6 – Cálculo de $I_{II}$ para a seção A-A considerando o momento atuante positivo .....	108
TABELA 4.7 – Cálculo de $I_{II}$ para a seção A-A considerando o momento atuante negativo .....	109
TABELA 4.8 – Cálculo de $I_{II}$ para a seção B-B considerando o momento atuante positivo .....	109
TABELA 4.9 – Cálculo de $I_{II}$ para a seção B-B considerando o momento atuante negativo .....	110
TABELA 4.10 – Número de trechos e momentos fletores $M_a$ para o 1° vão da viga, correspondentes a 100 % $P$ .....	111

TABELA 4.11 – Comprimentos de cada trecho e valores de $I_H$ para o 1° vão da viga, correspondentes a 100 % $P$ .....	112
TABELA 4.12 – Inércias equivalentes para o 1° vão da viga, correspondentes a 100 % $P$ .....	112
TABELA 4.13 – Número de trechos e momentos fletores $M_a$ para o 2° vão da viga, correspondentes a 100 % $P$ .....	113
TABELA 4.14 – Comprimentos de cada trecho e valores de $I_H$ para o 2° vão da viga, correspondentes a 100 % $P$ .....	113
TABELA 4.15 – Inércias equivalentes para o 2° vão da viga, correspondentes a 100 % $P$ .....	114
TABELA 4.16 – Valores de $I_{eq,pond}$ (cm <sup>4</sup> ) para o 1° vão da viga, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ e 120% $P$ .....	114
TABELA 4.17 – Valores de $I_{eq,pond}$ (cm <sup>4</sup> ) para o 2° vão da viga, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ e 120% $P$ .....	115
TABELA 4.18 – Características gerais dos demais exemplos analisados.....	120
TABELA 4.19 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 1° vão da viga do exemplo 2, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	127
TABELA 4.20 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 2° vão da viga do exemplo 2, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	128
TABELA 4.21 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 3° vão da viga do exemplo 2, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	129
TABELA 4.22 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 1° vão da viga do exemplo 3, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	130
TABELA 4.23 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 2° vão da viga do exemplo 3, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	131
TABELA 4.24 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 3° vão da viga do exemplo 3, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	132
TABELA 4.25 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 4° vão da viga do exemplo 3, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	133

TABELA 4.26 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 1º vão da viga do exemplo 4, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	134
TABELA 4.27 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 2º vão da viga do exemplo 4, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	135
TABELA 4.28 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 1º vão da viga do exemplo 5, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	136
TABELA 4.29 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 2º vão da viga do exemplo 5, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	136
TABELA 4.30 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 1º vão da viga do exemplo 6, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	137
TABELA 4.31 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 2º vão da viga do exemplo 6, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	137
TABELA 4.32 – Valores de $I_{eq,pond}$ em função de $I_c$ para o 3º vão da viga do exemplo 6, correspondentes a 20% $P$ , 40% $P$ , 60% $P$ , 80% $P$ , 100% $P$ e 120% $P$ .....	138
TABELA 4.33 – Reduções de inércia que melhor representaram os pórticos analisados.....	153
TABELA 4.34 – Momentos de fissuração das vigas dos pórticos dos exemplos 2, 3, 5 e 6.....	157
TABELA 5.1 – Características principais dos modelos empregados .....	169
TABELA 5.2 – Forças atuantes e deslocamentos horizontais na direção $X$ (edifício I, modelo 1) .....	171
TABELA 5.3 – Forças atuantes e deslocamentos horizontais na direção $Y$ (edifício I, modelo 1) .....	171
TABELA 5.4 – Valores de $\gamma_z$ obtidos para os edifícios I e II, considerando todos os modelos utilizados.....	172
TABELA 5.5 – Características gerais dos edifícios analisados.....	174
TABELA 5.6 – Forças atuantes e deslocamentos horizontais na direção $X$ (edifício I, modelo 4) .....	181

TABELA 5.7 – Forças atuantes e deslocamentos horizontais na direção $Y$ (edifício I, modelo 4) .....	182
TABELA 5.8 – Cálculo do coeficiente $B_2$ na direção $X$ , para o edifício I .....	182
TABELA 5.9 – Cálculo do coeficiente $B_2$ na direção $Y$ , para o edifício I.....	183
TABELA 5.10 – Cálculo do coeficiente $\gamma_z$ , a partir dos valores de $B_2$ , na direção $X$ , para o edifício I.....	184
TABELA 5.11 – Cálculo do coeficiente $\gamma_z$ , a partir dos valores de $B_2$ , na direção $Y$ , para o edifício I .....	185
TABELA 5.12 – Valores dos parâmetros de instabilidade e classificação das estruturas (edifícios I, II, III, IV e V) .....	187
TABELA 5.13 – Valores dos parâmetros de instabilidade e classificação das estruturas (edifícios VI, VII, VIII, IX e X) .....	188
TABELA 5.14 – Coeficientes $\gamma_z$ e valores médios da relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem) .....	190
TABELA 5.15 – Valores médios da relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem obtido com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95\gamma_z$ ) ..	193
TABELA 5.16 – Medidas descritivas básicas para a variável $\gamma/\gamma_z$ .....	198
TABELA 5.17 – Resultados do teste de Kruskal-Wallis para os pilares e vigas (verificação de diferenças por edifícios).....	203
TABELA 5.18 – Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares (verificação de diferenças por edifícios).....	206
TABELA 5.19 – Resultados do teste de Mann-Whitney para as vigas (verificação de diferenças por edifícios).....	207
TABELA 5.20 – Classificação das estruturas: “simétricas” e “não simétricas” .....	208
TABELA 5.21 – Classificação das direções: “simétricas” e “não simétricas” .....	208
TABELA 5.22 – Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares e vigas (verificação de diferenças por estruturas: “simétricas” x “não simétricas”) .....	212
TABELA 5.23 – Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares e vigas (verificação de diferenças por direções: “simétricas” x “não simétricas”).....	212

TABELA 5.24 – Classificação dos edifícios e direções segundo os valores de $\gamma_z$ obtidos .....	213
TABELA 5.25 – Resultados do teste de Kruskal-Wallis para os pilares e vigas (verificação de diferenças por intervalos de variação de $\gamma_z$ ) .....	215
TABELA 5.26 – Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares (verificação de diferenças por intervalos de variação de $\gamma_z$ ) .....	216
TABELA 5.27 – Resultados da análise de correlação para os pilares.....	217
TABELA 5.28 – Resultados da análise de correlação para as vigas .....	217
TABELA 5.29 – Resultados da análise de correlação para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares .....	218
TABELA 5.30 – Resultados da análise de correlação para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes às vigas.....	219
TABELA 5.31 – Resultados da análise de correlação para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares .....	219
TABELA 5.32 – Resultados da análise de correlação para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes às vigas.....	219
TABELA 5.33 – Resultados da análise de correlação para os intervalos de variação de $\gamma_z$ , correspondentes aos pilares.....	220
TABELA 5.34 – Resultados da análise de correlação para os intervalos de variação de $\gamma_z$ , correspondentes às vigas.....	220
TABELA 5.35 – Resultados obtidos para o modelo do tipo $Y = a + b \cdot X$ .....	225
TABELA 5.36 – Resultados obtidos para o modelo do tipo $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2$ .....	225
TABELA 5.37 – Resultados obtidos para o modelo do tipo $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2 + d \cdot X^3$ ....	225
TABELA 5.38 – Resultados obtidos para o modelo do tipo $Y = a + b \cdot \ln X$ .....	226
TABELA 5.39 – Resultados obtidos para o modelo do tipo $Y = a + b \cdot e^X$ .....	226
TABELA 5.40 – Resultados obtidos para o modelo do tipo $Y = a + b \cdot \frac{1}{X}$ .....	226
TABELA 5.41 – Resultados obtidos para o modelo do tipo $Y = a \cdot X^b$ .....	227

TABELA 5.42 – Modelos ajustados para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares .....	229
TABELA 5.43 – Modelos ajustados para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes às vigas .....	230
TABELA 5.44 – Modelos ajustados para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares .....	230
TABELA 5.45 – Modelos ajustados para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes às vigas .....	231
TABELA 5.46 – Modelos ajustados para os intervalos de variação de $\gamma_z$ , correspondentes aos pilares .....	232
TABELA 5.47 – Modelos ajustados para os intervalos de variação de $\gamma_z$ , correspondentes às vigas.....	233
TABELA 5.48 – Modelos com os maiores coeficientes de determinação $R^2$ (e cujos valores de $p$ são inferiores a 0,05), correspondentes aos pilares e vigas.....	234
TABELA 5.49 – Retas ajustadas para cada terço da altura .....	235
TABELA 6.1 – Correlações significativas para as variáveis estudadas .....	251
TABELA 6.2 – Modelos úteis para explicar a variabilidade de $\gamma/\gamma_z$ que apresentaram os maiores coeficientes de determinação $R^2$ .....	253
TABELA A.1 – Valores dos coeficientes $B_2$ (edifícios I, II, III, IV e V).....	274
TABELA A.2 – Valores dos coeficientes $B_2$ (edifícios VI, VII, VIII, IX e X).....	275
TABELA B.1 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício I, na direção $X$ .....	277
TABELA B.2 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício I, na direção $Y$ .....	277
TABELA B.3 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício II, na direção $X$ .....	278
TABELA B.4 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício II, na direção $Y$ .....	278

TABELA B.5 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício III, na direção X .....	279
TABELA B.6 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício III, na direção Y.....	279
TABELA B.7 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IV, na direção $X = Y$ .....	280
TABELA B.8 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício V, na direção X .....	281
TABELA B.9 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício V, na direção Y.....	282
TABELA B.10 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VI, na direção $X = Y$ .....	282
TABELA B.11 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VII, na direção X.....	283
TABELA B.12 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VII, na direção Y.....	283
TABELA B.13 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VIII, na direção X .....	284
TABELA B.14 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VIII, na direção Y.....	284
TABELA B.15 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IX, na direção X.....	285
TABELA B.16 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IX, na direção Y .....	285
TABELA B.17 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício X, na direção X .....	286
TABELA B.18 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício X, na direção Y.....	286

TABELA C.1 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício I, na direção $X$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	288
TABELA C.2 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício I, na direção $Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	288
TABELA C.3 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício II, na direção $X$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	289
TABELA C.4 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício II, na direção $Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	289
TABELA C.5 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício III, na direção $X$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	290
TABELA C.6 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício III, na direção $Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	290
TABELA C.7 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IV, na direção $X = Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	291
TABELA C.8 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício V, na direção $X$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	292
TABELA C.9 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício V, na direção $Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	293

TABELA C.10 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VI, na direção $X = Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	293
TABELA C.11 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VII, na direção $X$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	294
TABELA C.12 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VII, na direção $Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	294
TABELA C.13 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VIII, na direção $X$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	295
TABELA C.14 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VIII, na direção $Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	295
TABELA C.15 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IX, na direção $X$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	296
TABELA C.16 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IX, na direção $Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	296
TABELA C.17 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício X, na direção $X$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	297
TABELA C.18 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício X, na direção $Y$ (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95 \gamma$ ) .....	297

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$  – Deslocamento horizontal do topo da estrutura ou número de amostras

$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$  – Constantes do material

$b$  – largura da seção transversal

$d$  – Altura útil

$f_{cd}$  – Resistência de cálculo à compressão do concreto

$f_{ck}$  – Resistência característica à compressão do concreto

$f_{ct}$  – Resistência à tração direta do concreto

$f_{ct,m}$  – Resistência média à tração do concreto

$f'_c$  – Resistência máxima à compressão do concreto

$f_t$  – Resistência máxima à tração do concreto

$h$  – Altura total da estrutura

$h_i$  – Altura do pavimento  $i$

$K_i$  – Rigidez lateral do pórtico

$l$  – Comprimento total do vão, lado da fachada sobre o qual o vento incide ou comprimento da barra na configuração deformada

$l_0$  – Comprimento da barra na configuração inicial

$n$  – Número de pavimentos

$n_i$  – Número de observações da amostra  $i$

$p$  – Valor que indica o “peso” da evidência contra  $H_0$

- $q$  – Pressão dinâmica do vento  
 $r$  – Razão da progressão geométrica (dedução do coeficiente  $\gamma_2$ ) ou coeficiente de correlação de Pearson  
 $l/r$  – Curvatura da barra  
 $u_i$  – Deslocamento horizontal do pavimento  $i$   
 $w$  – Força horizontal uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício  
 $w_l$  – Soma dos postos na amostra menor  
 $x$  – Linha elástica com relação à posição inicial curva da coluna  
 $x_t$  – Linha elástica total  
 $x_0$  – Linha elástica inicial  
 $x_{II}$  – Profundidade da linha neutra no estágio II  
 $y$  – Altura do pavimento considerado  
 $y_t$  – Distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada  
 $z_0$  – Estatística do teste de Mann-Whitney  
 $z_{\alpha/2}$  – Valor crítico para o teste de Mann-Whitney
- $A_e$  – Área frontal efetiva  
 $A_s$  – Área das barras da armadura de tração  
 $A'_s$  – Área das barras da armadura de compressão  
 $B_1, B_2$  – Coeficientes de amplificação dos momentos de primeira ordem em estruturas de aço  
 $B_{2,i}$  – Coeficiente  $B_2$  do pavimento  $i$   
 $B_{2,máx}$  – Maior coeficiente  $B_2$  obtido  
 $B_{2,med}$  – Média dos coeficientes  $B_2$  dos pavimentos  
 $C_a$  – Coeficiente de arrasto  
 $E$  – Módulo de elasticidade  
 $E_{ci}$  – Módulo de elasticidade inicial do concreto  
 $E_{cs}$  – Módulo de elasticidade secante do concreto  
 $E_s$  – Módulo de elasticidade do aço  
 $EI$  – Rigidez à flexão

- $(EI)_{eq}$  – Rigidez equivalente
- $(EI)_{eq,i}$  – Rigidez equivalente no trecho  $i$
- $(EI)_{eq,pond}$  – Rigidez equivalente ponderada
- $(EI)_{sec}$  – Rigidez secante
- $(EI)_{II}$  – Rigidez da seção fissurada
- $F$  – Função do estado de tensões
- $F_a$  – Força de arrasto
- $F_d$  – Valor de cálculo das ações para a combinação última normal
- $F_{d,serv}$  – Valor de cálculo das ações para a combinação de serviço freqüente
- $F_{hid}$  – Força horizontal aplicada no pavimento  $i$ , com seu valor de cálculo
- $F_X$  – Forças resultantes em cada pavimento da estrutura na direção  $X$
- $F_Y$  – Forças resultantes em cada pavimento da estrutura na direção  $Y$
- $F_0$  – Estatística de teste da análise de variância
- $F_{\alpha(1,N-2)}$  – Valor crítico para a análise de variância, correspondente a um determinado nível de significância  $\alpha$  e com  $(1, N - 2)$  graus de liberdade
- $G$  – Carga permanente
- $H$  – Ações horizontais ou estatística do teste de Kruskal-Wallis
- $H_i$  – Força horizontal fictícia aplicada no pavimento  $i$  (processo  $P-A$ )
- $H_{tot}$  – Altura total da estrutura [notação da NBR 6118:2003]
- $H_x$  – Forças equivalentes à ação do vento, na direção paralela ao eixo  $X$
- $H_y$  – Forças equivalentes à ação do vento, na direção paralela ao eixo  $Y$
- $H_0$  – Hipótese nula
- $H_1$  – Hipótese alternativa
- $I$  – Momento de inércia da seção transversal
- $I_c$  – Momento de inércia da seção bruta de concreto
- $I_{eq}$  – Inércia equivalente [dada pela formulação de BRANSON (1966)]
- $I_{eq,pond}$  – Inércia equivalente ponderada
- $I_{II}$  – Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II
- $I_1, I_2, I_3$  – Invariantes do tensor de tensão
- $J_1, J_2, J_3$  – Invariantes do tensor desviador de tensão

$K_t$  – Matriz de rigidez tangente

$L$  – Comprimento do pavimento

$M$  – Momento fletor

$M_a$  – Momento fletor na seção crítica do vão considerado

$M_{lt}$  – Momento fletor solicitante de cálculo devido ao deslocamento lateral do pórtico

$M_{nt}$  – Momento fletor solicitante de cálculo, assumindo não existir deslocamento lateral na estrutura

$M_r$  – Momento de fissuração do elemento estrutural

$M_{Sd}$  – Momento fletor solicitante de segunda ordem das estruturas de aço

$M_1$  – Momento de primeira ordem

$M_{1d}$  – Momento de cálculo de primeira ordem

$M_{1,tot,d}$  – Soma dos momentos de todas as forças horizontais (com seus valores de cálculo), da combinação considerada, em relação à base da estrutura

$M_2$  – Momento final, que inclui o de segunda ordem

$M_{2d}$  – Momento de cálculo total, que inclui os efeitos de segunda ordem

$MQ_E$  – Média quadrática dos erros

$MQ_R$  – Média quadrática da regressão

$N$  – Somatório das cargas verticais atuantes, número total de observações ou número de pares de observações

$N_k$  – Somatório das cargas verticais atuantes, com seu valor característico (notação da NBR 6118:2003]

$P$  – Carregamento aplicado

$P_e$  – Força de Euler

$P_{id}$  – Força vertical atuante no pavimento  $i$ , com seu valor de cálculo

$P_{ik}$  – Força vertical atuante no pavimento  $i$ , com seu valor característico

$Q$  – Índice de estabilidade ou carga acidental

$R_{iT}$  – Total dos postos da amostra  $i$

$R^2$  – Coeficiente de determinação

$S$  – Função que define a superfície de ruptura

$S_{inf}$  – Momento estático da área abaixo da linha neutra

- $S_{sup}$  – Momento estático da área acima da linha neutra  
 $S_1$  – Fator topográfico  
 $S_2$  – Fator que considera a rugosidade do terreno e a classe da edificação  
 $S_3$  – Fator estatístico  
 $SQ_E$  – Soma quadrática dos erros  
 $SQ_R$  – Soma quadrática da regressão  
 $SQ_T$  – Soma quadrática total corrigida  
 $V$  – Ações verticais  
 $V_k$  – Velocidade característica do vento  
 $V_0$  – Velocidade básica do vento  
 $X, Y$  – Eixos de referência do elemento, direções de incidência do vento ou variáveis consideradas no tratamento estatístico  
 $X_i$  – Observação  $i$  da variável  $X$   
 $Y_i$  – Observação  $i$  da variável  $Y$   
 $Z$  – Eixo de referência do elemento
- $\alpha$  – Parâmetro de instabilidade, nível de significância ou fator que relaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta  
 $\alpha_e$  – Relação entre os módulos de elasticidade do aço e concreto  
 $\alpha_{lim}$  – Valor limite do parâmetro de instabilidade  $\alpha$   
 $\alpha_l$  – Valor limite do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  segundo a NBR 6118:2003  
 $\beta_c$  – Fator de transferência de tensões de cisalhamento para fissuras fechadas  
 $\beta_t$  – Coeficiente de retenção de rigidez a cisalhamento  
 $\gamma$  – Majorador dos momentos de primeira ordem (relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem)  
 $\gamma_f$  – Coeficiente de ponderação das ações  
 $\gamma_{fh}$  – Coeficiente de ponderação das ações horizontais  
 $\gamma_{fv}$  – Coeficiente de ponderação das ações verticais

$\gamma_3$  – Coeficiente parcial de ponderação que considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações

$\gamma_g$  – Coeficiente de ponderação da carga permanente

$\gamma_q$  – Coeficiente de ponderação da carga acidental

$\gamma_z$  – Coeficiente de avaliação dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem

$\delta$  – Coeficiente majorador dos momentos de primeira ordem ou das ações laterais

$\delta_0$  – Flecha inicial no meio do vão

$\delta_I$  – Deslocamento horizontal de primeira ordem do ponto de aplicação da resultante das cargas verticais

$\Delta_i$  – Deslocamento horizontal relativo do pavimento  $i$  em relação ao pavimento  $i - 1$

$\Delta_{topo}$  – Deslocamento lateral no topo do pórtico

$\Delta_{0h}$  – Deslocamento horizontal relativo

$\Delta F$  – Incremento de forças nodais externas

$\Delta M$  – Acréscimo de momentos devido ao deslocamento da estrutura

$\Delta M_d$  – Acréscimo de momentos devido ao deslocamento da estrutura, com valor de cálculo

$\Delta M_{tot,d}$  – Soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura (com seus valores de cálculo), na combinação considerada, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação

$\Delta u$  – Vetor de incremento de deslocamentos

$\epsilon_{eng}$  – Deformação de engenharia ou de Biot

$\epsilon_{ln}$  – Deformação logarítmica ou de Hencky

$\lambda$  – Matriz de estiramento

$\lambda_C$  – Fator de carga de colapso plástico

$\lambda_{CR}$  – Fator de carga crítica de flambagem

$\lambda_e$  – Índice global de esbeltez da estrutura

$\lambda_R$  – Fator de carga de Rankine

$\mu_{wI}$  – Média da distribuição de  $w_I$

$\zeta, \rho, \theta$  – Coordenadas de Haigh-Westergaard

$\rho_c$  – Meridiano de compressão

$\rho_s$  – Meridiano de cisalhamento

$\rho_t$  – Meridiano de tração

$\sigma_m$  – Tensão média

$\sigma_{oct}$  – Tensão normal octaédrica

$\sigma_{w1}$  – Desvio padrão da distribuição de  $w_1$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – Tensões principais

$\Sigma H_{Sd}$  – Somatório de todas as forças horizontais de cálculo no pavimento

$\Sigma N_{Sd}$  – Somatório das forças normais de compressão solicitantes de cálculo em todos os pilares e outros elementos resistentes a cargas verticais do pavimento

$\tau_{oct}$  – Tensão de cisalhamento octaédrica

$\chi^2_{\alpha, a-1}$  – Valor crítico para o teste de Kruskal-Wallis, correspondente à um determinado nível de significância  $\alpha$  e com  $a-1$  graus de liberdade

$\psi$  – Parâmetro de forma da linha elástica

## RESUMO

Neste trabalho estudam-se os processos aproximados usualmente empregados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado. Assim, diversos pórticos planos e edifícios de médio porte são processados utilizando o programa ANSYS. Os resultados obtidos permitiram determinar quais valores de redução de inércia, dentre aqueles recomendados pela NBR 6118:2003 e segundo a formulação de BRANSON (1966), melhor representam o comportamento real das estruturas. Verificou-se que, no estado limite de serviço, a análise que reduz em 20% a rigidez dos pilares e utiliza a inércia equivalente de BRANSON (1966) para as vigas pôde ser considerada a mais eficiente. Para o carregamento sem majoração e o correspondente ao estado limite último, a utilização dos valores de redução de inércia adotados pela NBR 6118:2003 para os casos mais gerais se mostrou a mais apropriada. Realiza-se também uma avaliação da eficiência do coeficiente  $\gamma_z$  como majorador dos esforços de primeira ordem (momentos fletores, forças normais e cortantes) e como majorador das ações horizontais, para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem. Constatou-se que o coeficiente  $\gamma_z$  deve ser utilizado como majorador dos momentos de primeira ordem (e não das ações horizontais) para a obtenção dos momentos finais. No caso da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas, a majoração pelo coeficiente  $\gamma_z$  não se faz necessária, uma vez que, para estes esforços, os valores obtidos em primeira e em segunda ordem são praticamente os mesmos. Finalmente, o processo simplificado de avaliação dos momentos finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  como majorador dos momentos de primeira ordem é estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios.

## ABSTRACT

In this work, the simplified methods generally used to take into account physical and geometric non-linearities in reinforced concrete structures global analysis are studied. With this purpose, several plane frames and buildings of medium height are analysed using ANSYS software. The results provided which inertia reduction values, among those recommended by Brazilian Code, NBR 6118:2003, and BRANSON (1966) formulation, better represent the actual behavior of the structures. At the service limit state, the analysis that reduces the stiffness of columns in 20% and uses BRANSON (1966) equivalent inertia for beams was considered the most efficient. For the unfactored loading and at the ultimate limit state, the use of inertia reduction values recommended by NBR 6118:2003 for the most general cases showed to be the most appropriated. The accuracy of  $\gamma_z$  coefficient as magnifier of first order efforts (bending moments, axial and shearing forces) and as magnifier of horizontal loads to evaluate final second order efforts is also studied. It was checked that the  $\gamma_z$  coefficient should be used as magnifier of first order moments (and not for horizontal loads) to evaluate final second order moments. In case of axial force in columns and shearing force in beams, the magnification by  $\gamma_z$  coefficient is not necessary, since that, for these efforts, the values obtained in first and in second order analysis are almost the same. Finally, the simplified method to evaluate final second order moments using the  $\gamma_z$  coefficient as magnifier of first order moments is studied considering the variation of the second order effects with the height of the buildings.

# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. Aspectos Gerais

Nas últimas décadas, seguindo o exemplo de outras áreas, a engenharia sofreu grandes avanços, particularmente a de projetos e a de construção civil. As técnicas de otimização no que diz respeito ao “peso” e à forma, o desenvolvimento de equipamentos de teste e computacionais e modelagens numéricas eficientes levaram a construções mais econômicas e esbeltas, e edifícios mais altos e arrojados.

Dessa forma, questões antes não convenientemente abordadas passaram a assumir fundamental importância no projeto estrutural. Dentre estas questões, destacam-se a análise da estabilidade e a avaliação dos efeitos de segunda ordem.

Quando o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração deformada, ocorre a interação entre as forças existentes e os deslocamentos, o que promove o aparecimento de esforços adicionais. Nestas condições, surgem os denominados efeitos de segunda ordem. Estes efeitos podem ser extremamente importantes e significativos em algumas estruturas; em outras, não precisam ser levados em conta.

Caso os efeitos de segunda ordem sejam significativos, deve-se realizar uma análise de segunda ordem. No entanto, para grande parte dos projetistas, realizar a análise de uma estrutura em segunda ordem não constitui tarefa simples. Isso porque esta análise requer a consideração da não-linearidade geométrica e, idealmente, da não-linearidade física da estrutura, demandando tempo adicional e ferramentas nem sempre disponíveis nos escritórios de cálculo.

Torna-se essencial, portanto, o desenvolvimento de métodos simplificados capazes de prever, com segurança, o comportamento das estruturas em segunda ordem, ou seja, capazes de simular os efeitos das não-linearidades geométrica e física da estrutura.

O coeficiente  $\gamma_z$ , apresentado na NBR 6118:2003, pode ser utilizado para fornecer uma estimativa dos esforços finais da estrutura, que incluem os de segunda ordem, desde que seu valor não ultrapasse um determinado limite. Para o cálculo de  $\gamma_z$ , emprega-se o método de consideração simplificada da não-linearidade física segundo a NBR 6118:2003, que consiste na utilização de valores reduzidos de rigidez para os elementos estruturais.

Neste trabalho desenvolve-se um estudo dos processos aproximados adotados pela NBR 6118:2003, para a consideração das não-linearidades geométrica e física. O estudo envolve a realização de análises mais sofisticadas de diversos pórticos e edifícios de médio porte em concreto armado, utilizando o sistema computacional ANSYS-9.0. Com os resultados obtidos destas análises, capazes de representar com maior precisão o comportamento real das estruturas, pretende-se também avaliar os efeitos não-lineares por meio de estimativas mais realistas, comentadas nos itens 1.2 e 1.3.

## 1.2. Objetivos e Justificativas

A análise em segunda ordem deve envolver a consideração da não-linearidade geométrica e, idealmente, da não-linearidade física da estrutura, procurando representar o seu comportamento de forma mais real possível.

FRANCO (1985a) descreve um método “exato” que permite levar em conta as não-linearidades física e geométrica na análise estrutural. Este método, segundo FRANCO (1985a), constitui “a melhor ferramenta de análise das estruturas de concreto armado”, porém, “para estruturas de edifícios altos com centenas ou mesmo milhares de barras, o procedimento ainda não está ao alcance do profissional de projeto, por seu elevado custo e pelo grande tempo de processamento. É preciso, portanto, recorrer a métodos mais simples”.

Apesar dos grandes avanços de “hardware” e “software” nestes últimos vinte anos, ainda são utilizados métodos mais simples, como o método aproximado de avaliação dos esforços finais (que incluem os de segunda ordem) empregando o coeficiente  $\gamma_c$  como majorador dos momentos de primeira ordem [de acordo com o Projeto de Revisão da NBR 6118:2000] ou das ações horizontais [segundo a NBR 6118:2003] com a redução da rigidez dos elementos estruturais, para a consideração simplificada da não-linearidade física.

O coeficiente  $\gamma_c$ , na verdade, simula o efeito da não-linearidade geométrica. A não-linearidade física é considerada de forma “indireta”, uma vez que o  $\gamma_c$  deve ser calculado usando valores reduzidos de rigidez para os elementos estruturais. É óbvio, portanto, que a eficiência do coeficiente  $\gamma_c$  na avaliação dos efeitos de segunda ordem está intimamente relacionada com os coeficientes de redução de rigidez utilizados; se eles não forem capazes de representar a não-linearidade física de forma satisfatória, provavelmente o  $\gamma_c$  não fornecerá uma estimativa adequada dos esforços finais.

Segundo SILVA (1995), “o maior problema em qualquer análise não-linear simplificada de pórticos de concreto armado é a escolha adequada dos valores da rigidez à flexão  $EI$ , sob várias condições de carregamento. De fato, os erros resultantes do uso de métodos aproximados de calcular efeitos de segunda ordem ou carga crítica são, em geral, menores que os erros resultantes da escolha dos valores de  $EI$ .” PINTO *et al.* (1998) acrescentam que os valores de  $EI$  são extremamente influenciados por diversos fatores que só podem ser corretamente avaliados por meio de uma análise estrutural mais sofisticada.

BRANSON (1966) afirma que, no caso de vigas de concreto armado, as diferentes quantidades de armadura e a distribuição variável de fissuração ao longo do vão fazem com que a rigidez à flexão  $EI$  não seja uma constante. Com base neste argumento, BRANSON (1966) apresenta uma expressão que permite determinar a rigidez efetiva em qualquer seção transversal particular de uma viga.

Vale ressaltar que, de acordo com PINTO (2002), “ainda existe uma carência de trabalhos referentes à determinação dos valores de  $EI$  para a análise global da estrutura. A maior parte dos trabalhos se refere ao estudo de membros isolados (vigas e pilares), havendo poucos trabalhos que considerem os pórticos planos constituintes da estrutura. A lacuna existente fica evidenciada pela grande variabilidade nos valores de  $EI$  propostos na literatura”.

Outro aspecto merece ser destacado em relação ao coeficiente  $\gamma_2$ : em diversos trabalhos [CARMO (1995), PINTO (1997), LIMA e GUARDA (1999a,b), LIMA (2001) e OLIVEIRA (2002)], constatou-se que os efeitos de segunda ordem sofrem variações ao longo da altura do edifício. Dessa forma, a utilização de um  $\gamma_2$  constante para toda a estrutura poderia provocar esforços finais subestimados em alguns pavimentos, e superestimados em outros.

As ponderações expostas anteriormente justificam a elaboração deste trabalho, cujos principais objetivos são:

- estudo dos coeficientes de redução de rigidez dos elementos estruturais adotados pela NBR 6118:2003 para a consideração simplificada da não-linearidade física, por meio de análises de pórticos planos em concreto armado. Neste estudo pretende-se também realizar uma avaliação aproximada da não-linearidade física empregando, para as vigas, a rigidez equivalente dada pela formulação de BRANSON (1966);
- avaliação da eficiência do coeficiente  $\gamma$  como majorador dos esforços de primeira ordem (não apenas dos momentos fletores, mas também das forças normais e cortantes) e das ações horizontais, para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem;
- estudo da variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nas edificações, por meio de uma análise adequada dos resultados obtidos.

Espera-se que o presente trabalho possa contribuir no sentido de proporcionar ao projetista de estruturas maior segurança e confiabilidade nos processos simplificados que são empregados para a consideração dos efeitos de segunda ordem.

### **1.3. Conteúdo**

No capítulo 2 são estudados aspectos relacionados à consideração dos efeitos de segunda ordem e das não-linearidades física e geométrica nas estruturas de concreto armado.

No capítulo 3 são realizadas, utilizando o programa ANSYS-9.0, análises não-lineares geométricas e físicas de peças estruturais e pórticos de concreto armado já testados experimentalmente ou estudados por outros pesquisadores. Com isto, busca-se “calibrar” o modelo a ser adotado nas análises posteriores no ANSYS, garantindo a confiabilidade dos resultados obtidos.

No capítulo 4 são analisados vários pórticos planos em concreto armado, compostos por quinze a trinta pavimentos. O estudo envolve o processamento dos pórticos considerando ambas as não-linearidades geométrica e física, e a realização de análises não-lineares geométricas, reduzindo a rigidez dos elementos estruturais para levar em conta a não-

linearidade física de forma aproximada. Desse modo, pode-se avaliar quais valores de redução de inércia devem ser esperados para estruturas usuais de edifícios.

O capítulo 5 envolve o processamento, em primeira e segunda ordem, de diversos edifícios de médio porte em concreto armado. A eficiência do coeficiente  $\gamma_z$  como majorador dos esforços de primeira ordem (momento fletor, força normal e força cortante) e como majorador das ações horizontais, para a obtenção dos esforços finais, é avaliada. Além disso, o processo de majoração considerado mais eficiente é estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Este estudo é realizado por meio de uma análise estatística dos resultados obtidos, utilizando o “software” MINITAB-14.

Finalmente, o capítulo 6 apresenta as conclusões sobre os estudos realizados.

# 2

## NÃO-LINEARIDADES NAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

### 2.1. Considerações Iniciais

Atualmente tem se tornado comum a construção de estruturas mais econômicas e esbeltas, e edifícios mais altos e arrojados.

Quanto mais alto e esbelto o edifício, maiores são as solicitações presentes, principalmente as decorrentes das ações laterais. Nestes casos, a análise da estabilidade e a avaliação dos efeitos de segunda ordem passam a assumir fundamental importância no projeto estrutural.

Como apresentado no capítulo anterior, os efeitos de segunda ordem surgem quando o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração deformada, ou

seja, quando os deslocamentos são levados em conta na análise. Dessa forma, as forças existentes interagem com os deslocamentos, produzindo esforços solicitantes adicionais.

A NBR 6118:2003 distingue os seguintes efeitos de segunda ordem:

- Efeitos globais: “esforços de segunda ordem” introduzidos pelos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, quando sujeita a ações verticais e horizontais.
- Efeitos locais: surgem nas barras da estrutura, principalmente nos pilares, quando seus eixos deixam de ser retilíneos, ou quando suas extremidades apresentam deslocamentos diferenciados.
- Efeitos localizados: “em pilares parede (simples ou compostos) pode-se ter uma região que apresenta não retilinidade maior do que a do eixo do pilar como um todo. Nessas regiões surgem efeitos de segunda ordem maiores, chamados de efeitos de segunda ordem localizados (FIG. 2.1). O efeito de segunda ordem localizado além de aumentar nesta região a flexão longitudinal, aumenta também a flexão transversal, havendo a necessidade de aumentar os estribos nestas regiões” [NBR 6118:2003].

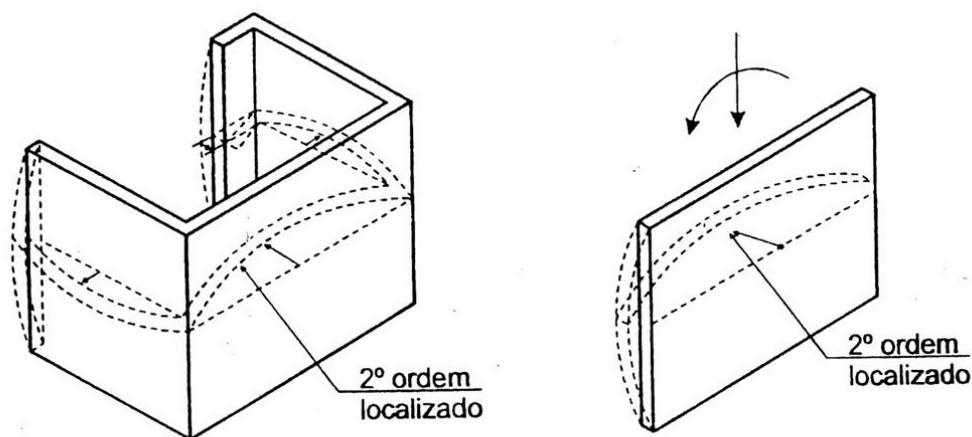


FIGURA 2.1 – Efeitos de segunda ordem localizados [NBR 6118:2003].

Sabe-se que todas as estruturas são deslocáveis. Entretanto, em algumas estruturas, mais rígidas, os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, conseqüentemente, os efeitos

globais de segunda ordem têm pequena influência nos esforços totais, podendo então ser desprezados. Estas estruturas são denominadas estruturas de nós fixos. Nestes casos, as barras podem ser dimensionadas isoladamente, com suas extremidades vinculadas, onde são aplicados os esforços obtidos pela análise de primeira ordem.

Por outro lado há estruturas mais flexíveis, cujos deslocamentos horizontais são significativos e, portanto, os efeitos globais de segunda ordem representam uma parcela importante dos esforços finais, não podendo ser desprezados. É o caso das estruturas de nós móveis, nas quais a análise estrutural deve considerar os efeitos das não-linearidades física e geométrica. Considerar os efeitos destas não-linearidades, para as estruturas de concreto armado, pode resultar em uma tarefa árdua, com grande trabalho computacional. Fica claro, portanto, que a análise de uma estrutura de nós móveis é bem mais complexa que a de uma estrutura de nós fixos.

Vale ressaltar que a não consideração dos efeitos globais de segunda ordem não implica na não consideração dos efeitos locais e localizados, já que a estabilidade global não garante a estabilidade local, e vice-versa. Sendo assim, tanto nas estruturas de nós fixos quanto nas estruturas de nós móveis, é obrigatório levar em conta os efeitos locais e localizados de segunda ordem.

Neste capítulo, são estudados os procedimentos relativos à consideração dos efeitos globais de segunda ordem e das não-linearidades física e geométrica nas estruturas de concreto armado. Como estudam-se apenas os efeitos globais de segunda ordem, muitas vezes eles serão denominados simplesmente de efeitos de segunda ordem.

## **2.2. Consideração das Não-Linearidades**

O modelo mais simples e mais utilizado por grande parte dos projetistas é o linear, que admite relações lineares entre tensões e deformações (linearidade física) e entre

deformações e deslocamentos (linearidade geométrica). A análise linear constitui hipótese razoável apenas para pequenas intensidades de tensões e deslocamentos.

Evidentemente, como ressaltam VINAGRE e CAMARA (2000), uma melhor estimativa dos efeitos de segunda ordem só é possível por métodos envolvendo análises não-lineares globais das estruturas.

Segundo EL-METWALLY e CHEN (1989), a não-linearidade física exerce fundamental influência no comportamento dos pórticos, e a implementação da não-linearidade geométrica na análise pode ser significativa para uma previsão precisa da resistência e deformações da estrutura sob diferentes condições de carga, particularmente no caso de edifícios altos sujeitos a cargas laterais ou nos quais existam colunas esbeltas.

TEIXEIRA e SOUZA (2003), por meio da realização de diversas análises de um edifício de dezoito pavimentos em concreto armado, acrescentam que os efeitos das não-linearidades são significativos e devem ser levados em conta no dimensionamento dos elementos estruturais.

KWAK e KIM (2004) afirmam que, em colunas de concreto armado, o efeito não-linear geométrico torna-se mais significativo com a diminuição da taxa de armadura. Isto porque colunas com taxas de armadura relativamente pequenas possuem menor rigidez  $EI$  após a fissuração, o que leva a um aumento do deslocamento lateral. KWAK e KIM (2004) também observaram que há uma menor influência da não-linearidade geométrica em colunas com menores índices de esbeltez.

### **2.2.1. Não-Linearidade Física (NLF)**

A linearidade física exprime a aplicabilidade da Lei de Hooke, estando portanto relacionada ao comportamento do material. No caso do concreto, a formação e abertura de fissuras

acarretam a perda de proporcionalidade entre tensão e deformação, sendo um dos fenômenos responsáveis pela resposta não-linear deste material.

O comportamento não-linear físico dos materiais afeta a rigidez das seções transversais, e esta alteração não pode ser desprezada em uma análise de segunda ordem, uma vez que os deslocamentos laterais da estrutura estão intimamente relacionados com a rigidez dos membros constituintes. Segundo CHAN e WANG (2006), os efeitos da fissuração na rigidez lateral de edifícios altos de concreto armado devem ser avaliados com precisão, já que o projeto de tais estruturas deve atender aos valores limites de deslocamentos, no topo e entre pavimentos.

A não-linearidade física pode ser levada em conta por meio do diagrama momento-curvatura para cada seção, construído a partir da armadura suposta conhecida e do valor da força normal atuante. Utiliza-se esse diagrama para calcular a rigidez  $EI$  da barra correspondente a um determinado valor do momento fletor, considerando a reta secante à curva, conforme mostra a FIG. 2.2.

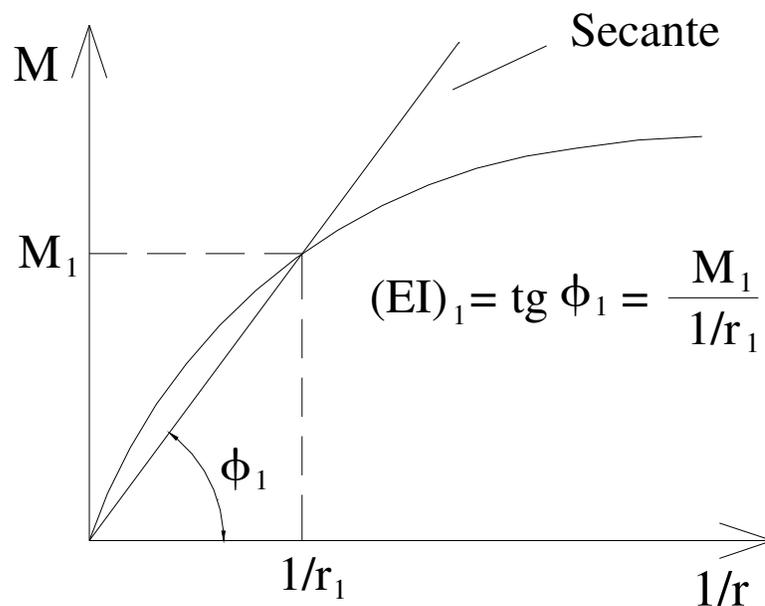


FIGURA 2.2 – Diagrama momento-curvatura para um determinado valor de força normal.

No entanto, como afirma FRANCO (1985a), esse processo é trabalhoso e de difícil aplicação em estruturas de concreto armado de grande porte. Desta forma, tem-se realizado vários estudos que busquem considerar a NLF de forma simplificada, pela redução da rigidez dos elementos estruturais.

De acordo com os estudos de KHUNTIA e GHOSH (2004a,b), dentre os possíveis fatores que influenciam a rigidez efetiva de vigas e colunas, estão incluídos a taxa de armadura, a proporção de força axial e de excentricidade e a resistência à compressão do concreto.

Segundo MACGREGOR (1993), os valores de  $EI$  para uma análise em segunda ordem de uma estrutura deveriam representar a rigidez dos membros imediatamente antes da carga última. Neste estágio, partes das vigas, lajes e paredes já estarão fissuradas. No entanto, seria muito conservativo utilizar, para o cálculo de  $EI$ , o momento de inércia da seção fissurada, uma vez que nem todas as seções apresentarão este comportamento.

KORDINA<sup>1</sup> e HAGE<sup>2</sup> *apud* MACGREGOR e HAGE (1977) estudaram a variação de rigidez para vários tipos de membros de pórticos, sujeitos a momentos relativos a carregamentos gravitacionais, laterais e ambos combinados. Baseados nestes estudos, MACGREGOR e HAGE (1977) concluíram que uma boa estimativa da rigidez dos elementos seria adotar  $0,4 EI$  para as vigas e  $0,8 EI$  para os pilares, sendo  $EI$  a rigidez da seção bruta de concreto.

FURLONG<sup>3</sup> *apud* MACGREGOR (1993) propôs que a rigidez de vigas T seja tomada igual à rigidez total da alma, porém não inferior a  $0,5 EI$ , onde  $I$  é o momento de inércia da

---

<sup>1</sup>KORDINA, K. *Discussion n° 3 – cracking and crack control*. Proceedings, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, v.III, Aug., p.721-722, 1972.

<sup>2</sup>HAGE, S.E. *The second-order analysis of reinforced concrete frames*. Thesis (Master of Science). University of Alberta, Canada, Edmonton, 1974.

<sup>3</sup>FURLONG, R.W. *Frames with slender columns – lateral load analysis*. CRSI Professional Members' Structural Bulletin n.6, Mar, 10p., 1980.

seção T. Quanto aos pilares, ele sugeriu o valor de  $0,6 EI$  para os localizados nos níveis inferiores e  $0,3 EI$  para os pilares dos níveis superiores.

DIXON<sup>4</sup> *apud* MACGREGOR (1993), após recalculer treze pórticos que haviam sido testados experimentalmente, concluiu que, adotando-se para a rigidez das vigas o valor de  $0,5 EI$ , a rigidez das colunas que forneceu a melhor estimativa dos deslocamentos laterais medidos também foi igual a  $0,5 EI$ .

MCDONALD<sup>5</sup> *apud* MACGREGOR (1993), baseado nos resultados de seus estudos, propôs valores de rigidez para vigas T, lajes armadas em uma só direção e pilares iguais a  $0,42 EI$ ,  $0,20 EI$  e  $0,70 EI$ , respectivamente.

Segundo SHURAIM (1997), a utilização dos valores de  $0,5 EI$  para as vigas e de  $EI$  para os pilares fornece uma estimativa razoavelmente precisa da rigidez lateral de pórticos sob ações de serviço. Para ações últimas, a estimativa é menos satisfatória, principalmente no caso de pórticos com pequenas taxas de armadura.

SILVA (1995), por meio de análises não-lineares de vários pórticos de concreto armado, avaliou diversas recomendações para a redução de rigidez dos elementos estruturais. Para os exemplos estudados, a utilização dos valores iguais a  $0,4 EI$  para as vigas e  $0,8 EI$  para os pilares forneceu os melhores resultados.

PINTO *et al.* (1998) observaram que a redução de rigidez das vigas é variável com as condições de vinculação. Para vigas biapoiadas, foram obtidos valores de  $0,4 EI$  a  $0,6 EI$ ; no caso de vigas biengastadas, houve uma variação de  $0,6 EI$  a  $0,64 EI$ . Entretanto, como

---

<sup>4</sup>DIXON, D.G. *Second-order analysis of reinforced concrete sway frames*. Thesis (Master of Science), Department of Civil Engineering, University of Waterloo, Ontario, 1985.

<sup>5</sup>MCDONALD, B.E. *Second-order effects in reinforced concrete frames*, Thesis (Master of Science), Department of Civil Engineering, University of Waterloo, Ontario, 1986.

as vinculações consideradas são condições extremas, deve-se esperar que as vigas usuais apresentem reduções intermediárias entre os valores obtidos.

PINTO *et al.* (1998) ainda constataram que as vigas com armadura dupla apresentam uma redução de rigidez menor que as vigas com armadura simples. Este fato é previsível, já que a maior taxa de armadura neste caso contribui para o acréscimo da rigidez da seção transversal.

Nos estudos da redução de rigidez de pilares, PINTO *et al.* (1998) obtiveram valores diferenciados, de acordo com a solitação predominante (momento fletor ou força normal). Os momentos fletores produzem um maior grau de fissuração, resultando em uma menor rigidez da peça.

PINTO e RAMALHO (2002), por meio da análise não-linear física de um pórtico plano de concreto armado, consideram que as reduções de inércia usualmente empregadas se encontram a favor da segurança. Acrescentam ainda que, para o exemplo estudado, os resultados que mais se aproximaram daqueles obtidos com o modelo teórico são os correspondentes a  $0,6 EI$  para as vigas e  $1,0 EI$  para os pilares.

Segundo CHAN *et al.* (2000), a adoção dos valores de  $0,5 EI$  para as vigas e de  $0,8 EI$  para as colunas nem sempre garante uma previsão conservativa do deslocamento lateral de pórticos de concreto armado. Afirmam também que as reduções de rigidez dos pilares são dependentes dos valores das cargas verticais.

Vale comentar que, de acordo com PINTO (2002), a grande variabilidade nos valores de  $EI$  propostos na literatura, na verdade, retrata a natureza do problema, uma vez que pode-se obter resultados muito diferentes dependendo da geometria da estrutura, da taxa de armadura dos seus elementos e do tipo de carregamento aplicado.

### a) Consideração Simplificada da NLF segundo a NBR 6118:2003

A NBR 6118:2003 adota, para a consideração aproximada da NLF, os seguintes valores de rigidez dos elementos estruturais:

- lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3 E_{ci}I_c$ ;
- vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4 E_{ci}I_c$  para  $A'_s \neq A_s$ ;  
 $(EI)_{sec} = 0,5 E_{ci}I_c$  para  $A'_s = A_s$ ;
- pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8 E_{ci}I_c$ ;

sendo:

- $I_c$  – momento de inércia da seção bruta de concreto;
- $A'_s$  – área das barras da armadura de compressão;
- $A_s$  – área das barras da armadura de tração;
- $E_{ci}$  – módulo de elasticidade inicial do concreto, dado por:

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}} \quad (MPa) \quad (2.1)$$

- $f_{ck}$  – resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

A norma ainda permite, quando a estrutura de contraventamento for composta apenas por vigas e pilares e  $\gamma_c$  (comentado no item 2.4.2) for menor que 1,3, adotar  $(EI)_{sec} = 0,7 E_{ci}I_c$  para ambos os elementos.

A adoção do valor único de  $0,7 EI$  para as vigas e pilares provavelmente foi feita buscando facilitar a análise da estrutura. Porém, nas pesquisas desenvolvidas por MATOS (1998), esta redução de rigidez não se mostrou confiável. Ressalta-se ainda que, segundo LIMA (2001), como os tipos de solicitação e fissuração dos pilares e vigas não são os mesmos,

parece ser mais racional adotar diferentes reduções de rigidez para estes elementos, ao invés de adotar o valor único de  $0,7 EI$ . Tal procedimento deve ser utilizado com cautela, principalmente quando a contribuição das vigas na rigidez global for significativa.

### **b) Rigidez Equivalente segundo a Formulação de BRANSON (1966)**

No caso de vigas de concreto armado, as diferentes quantidades de armadura e a distribuição variável de fissuração ao longo do vão fazem com que a rigidez à flexão  $EI$  não seja uma constante.

Segundo a NBR 6118:2003, a verificação das rotações e deslocamentos em elementos estruturais lineares deve ser realizada por meio de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções transversais dos elementos, levando em conta a presença da armadura, a fissuração do concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo.

BRANSON (1966) apresenta uma expressão empírica para a determinação da rigidez efetiva em qualquer seção transversal particular de uma viga. Esta rigidez efetiva é função do momento fletor, das propriedades da seção e da resistência do concreto.

A rigidez equivalente adotada pela NBR 6118:2003 para uma avaliação aproximada da flecha imediata em vigas é baseada na formulação de BRANSON (1966), e pode ser escrita como:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (2.2)$$

sendo:

- $E_{cs}$  o módulo de elasticidade secante do concreto, dado por:

$$E_{cs} = 0,85 E_{ci} \quad (2.3)$$

com  $E_{ci}$  definido pela eq. (2.1);

- $I_c$  o momento de inércia da seção bruta de concreto;
- $I_{II}$  o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;
- $M_a$  o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;
- $M_r$  o momento de fissuração do elemento estrutural, calculado por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (2.4)$$

sendo  $\alpha$  igual a 1,5 para seções retangulares e 1,2 para seções T ou duplo T,  $y_t$  a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada, e  $f_{ct}$  a resistência à tração direta do concreto, conforme o item 8.2.5 da NBR 6118:2003.

Segundo SILVA e PEREIRA (2004), pode-se obter a rigidez equivalente com maior precisão, para vãos de vigas contínuas, por meio da ponderação das rigidezes equivalentes dos trechos. Assim, para o vão mostrado na FIG. 2.3, o valor ponderado da rigidez equivalente é dado por:

$$(EI)_{eq,pond} = [(EI)_{eq,1} \cdot a_1 + (EI)_{eq,2} \cdot a_2 + (EI)_{eq,3} \cdot a_3] / l \quad (2.5)$$

sendo  $(EI)_{eq,i}$  a rigidez equivalente nos três trechos da FIG. 2.3. Em cada um dos trechos a rigidez equivalente deve ser calculada por meio da eq. (2.2), usando para  $M_a$  os valores  $X_1$ ,  $M$  e  $X_2$ , respectivamente.

Para a determinação do momento de inércia da seção fissurada  $I_{II}$  da eq. (2.2), admite-se comportamento elástico e linear para o concreto à compressão e aço, desprezando-se a tração do concreto, conforme mostrado na seção retangular da FIG. 2.4.

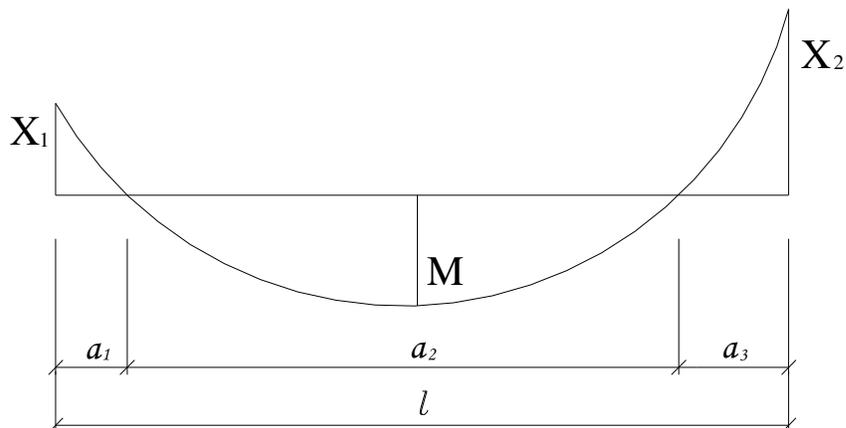


FIGURA 2.3 – Obtenção da rigidez equivalente ponderada para vigas contínuas.

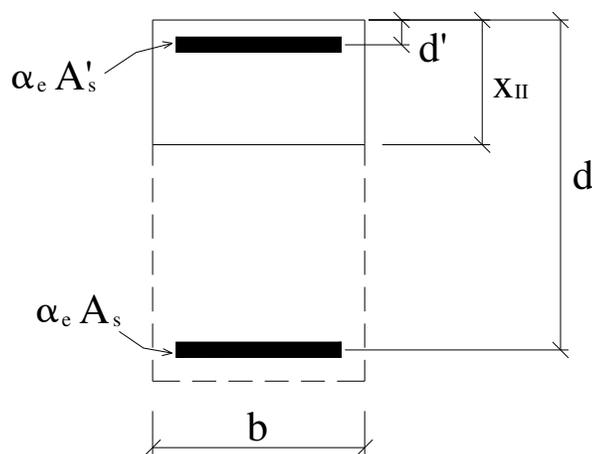


FIGURA 2.4 – Seção fissurada (estádio II).

Deve-se inicialmente homogeneizar a seção, usando a seguinte relação entre os módulos de elasticidade do aço e concreto:

$$\alpha_e = E_s / E_{cs} \quad (2.6)$$

Em seguida obtém-se a profundidade da linha neutra no estágio II,  $x_{II}$ , igualando-se o momento estático da área acima da linha neutra ( $S_{sup}$ ) com o da área abaixo ( $S_{inf}$ ). Dessa forma tem-se:

$$S_{sup} = S_{inf} \quad (2.7)$$

$$(b \cdot x_{II}) \cdot x_{II}/2 + \alpha_e \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d') - A'_s \cdot (x_{II} - d') = \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) \quad (2.8)$$

$$(b \cdot x_{II}) \cdot x_{II}/2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d') = \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) \quad (2.9)$$

Substituindo

$$\alpha'_e = \alpha_e - 1 \quad (2.10)$$

na eq. (2.9), obtém-se a seguinte equação de segundo grau em  $x_{II}$ :

$$(b/2) \cdot x_{II}^2 + (\alpha_e \cdot A_s + \alpha'_e \cdot A'_s) \cdot x_{II} - (\alpha_e \cdot A_s \cdot d + \alpha'_e \cdot A'_s \cdot d') = 0 \quad (2.11)$$

que fornece:

$$x_{II} = -A + (A^2 + B)^{1/2} \quad (2.12)$$

sendo

$$A = (\alpha_e \cdot A_s + \alpha'_e \cdot A'_s)/b \quad (2.13)$$

$$B = 2 \cdot (\alpha_e \cdot A_s \cdot d + \alpha'_e \cdot A'_s \cdot d')/b \quad (2.14)$$

Para o momento de inércia da seção fissurada  $I_{II}$ , resulta [TEPEDINO (1980)]:

$$I_{II} = (b/3) \cdot x_{II}^3 + \alpha'_e \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad (2.15)$$

É importante comentar que a eq. (2.2) só deve ser utilizada quando o momento fletor  $M_a$  for igual ou superior ao momento de fissuração  $M_r$ , ou seja, quando  $M_r/M_a \leq 1$  (estádio II). Quando  $M_r/M_a > 1$ , a estrutura se encontra no estágio I, e portanto deve-se utilizar a rigidez da seção bruta,  $E_{cs}I_c$ .

Supondo, por exemplo,  $M_r/M_a = 0,5$ , a eq. (2.2) fica:

$$\begin{aligned}
 (EI)_{eq} &= E_{cs} \cdot \{(0,5)^3 \cdot I_c + [1 - (0,5)^3] \cdot I_{II}\} \\
 (EI)_{eq} &= E_{cs} \cdot (0,125 \cdot I_c + 0,875 \cdot I_{II})
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

Nota-se que, neste caso, a rigidez equivalente  $(EI)_{eq}$  é determinada, predominantemente, pela rigidez da seção fissurada  $(EI)_{II}$ , sendo bastante reduzida a contribuição da rigidez correspondente à seção bruta de concreto. É comum, portanto, para as relações  $M_d/M_r$  superiores a 2, adotar aproximadamente  $(EI)_{eq}$  igual a  $(EI)_{II}$ .

### 2.2.2. Não-Linearidade Geométrica (NLG)

Associada com a intensidade dos deslocamentos e deformações da estrutura, a não-linearidade geométrica deve ser levada em conta sempre que ocorram alterações significativas na geometria. A interação das forças verticais com os deslocamentos horizontais torna a estrutura cada vez mais distante de sua posição indeformada e uma nova posição de equilíbrio, se existir, é alcançada.

Realizar uma análise com não-linearidade geométrica consiste em efetuar o equilíbrio da estrutura na configuração deformada, computando-se os deslocamentos ocorridos. A estrutura sofre alterações de rigidez à medida que estes deslocamentos ocorrem, o que resulta em um sistema de equações não-lineares. Porém, o problema não-linear pode ser transformado em uma sequência de análises lineares em cada incremento de força aplicado. Pode-se escrever a formulação incremental do equilíbrio como:

$$\mathbf{K}_t \cdot \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{F}
 \tag{2.17}$$

sendo  $\Delta \mathbf{u}$  o vetor de incremento de deslocamentos na estrutura,  $\Delta \mathbf{F}$  o incremento de forças nodais externas e  $\mathbf{K}_t$  a matriz de rigidez tangente, constituída pela soma das matrizes de rigidez elástica e geométrica. A obtenção de  $\mathbf{K}_t$  é estudada por MOREIRA (1977), CORRÊA (1991), CRISFIELD (1991) e LAVALL (1996), entre outros.

Para um determinado incremento de força, são calculados os deslocamentos  $\Delta \mathbf{u}$ ; a resposta não-linear da estrutura fornece, para estes deslocamentos, uma distribuição de esforços que não estará em equilíbrio com a ação aplicada. Dessa forma haverá um esforço residual que deve ser aplicado para restaurar o equilíbrio. A aplicação deste esforço provocará uma nova variação nos deslocamentos, calculados a partir de uma nova matriz de rigidez  $\mathbf{K}_t$ , e, conseqüentemente, surgirá um novo esforço residual. Portanto, para cada incremento de força, deve-se realizar um procedimento iterativo para restabelecer o equilíbrio, sendo este alcançado quando o valor do esforço residual for inferior ao valor estabelecido para definir a convergência.

O processo iterativo segue alguns algoritmos como o de Newton-Raphson, que possibilita manter a rigidez inicial constante durante todas as iterações (método da rigidez inicial), ou variar a matriz  $\mathbf{K}_t$  de forma a atualizá-la na primeira iteração de cada incremento de carga (método modificado), ou até mesmo a cada iteração (método pleno).

O acompanhamento da convergência pode ser realizado de acordo com o critério de forças, momentos, deslocamentos ou rotações, comparando uma norma dos desequilíbrios do modelo com um valor de referência, dentro de uma determinada tolerância. As expressões para os critérios de forças e deslocamentos podem ser escritas, respectivamente, como:

$$\|\boldsymbol{\psi}\| < \boldsymbol{\varepsilon}_F \cdot \mathbf{F}_{ref} \quad (2.18)$$

$$\|\Delta \mathbf{u}\| < \boldsymbol{\varepsilon}_u \cdot \mathbf{u}_{ref} \quad (2.19)$$

sendo  $\|\boldsymbol{\psi}\|$  a norma dos resíduos,  $\|\Delta \mathbf{u}\|$  a norma dos incrementos de deslocamentos,  $\boldsymbol{\varepsilon}_F$  e  $\boldsymbol{\varepsilon}_u$  as tolerâncias e  $\mathbf{F}_{ref}$  e  $\mathbf{u}_{ref}$  os valores de referência.

Ressalta-se a importância da escolha adequada das tolerâncias, uma vez que valores muito elevados podem levar a resultados imprecisos, enquanto que tolerâncias muito pequenas podem ocasionar um grande trabalho computacional, muitas vezes desnecessário.

Segundo PIMENTA (2003), normalmente são utilizados três tipos de normas: a norma  $L1$ , que corresponde ao somatório dos valores absolutos dos desequilíbrios ( $\|\bullet\|_{L1} = \sum |\bullet_i|$ ), a norma  $L2$ , conforme a raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios ( $\|\bullet\|_{L2} = (\sum \bullet_i^2)^{1/2}$ ) e a norma infinita, que se baseia no valor máximo dos desequilíbrios ( $\|\bullet\|_{L\infty} = \max(|\bullet_i|)$ ).

A consideração da NLG também pode ser realizada de forma mais simplificada, utilizando, por exemplo, o processo  $P-\Delta$ . Trata-se de um método de aplicação relativamente fácil, que realiza a análise por meio de sucessivas iterações, conforme descrito a seguir:

1. Aplica-se o carregamento à estrutura e, a partir de uma análise de primeira ordem, determinam-se os deslocamentos horizontais dos pavimentos.
2. Calculam-se as chamadas forças horizontais fictícias em cada pavimento, dadas por:

$$H_i = \frac{\sum P_i \cdot \Delta_i}{L_i} - \frac{\sum P_{i+1} \cdot \Delta_{i+1}}{L_{i+1}} \quad (2.20)$$

sendo que:

- $\Sigma P_i$  e  $\Sigma P_{i+1}$  são os somatórios das forças verticais nos pavimentos  $i$  e  $i+1$ , respectivamente;
- $L_i$  e  $L_{i+1}$  são os comprimentos dos pavimentos  $i$  e  $i+1$ , respectivamente;
- $\Delta_i$  é o deslocamento horizontal relativo do pavimento  $i$  em relação ao pavimento  $i-1$  e  $\Delta_{i+1}$  é o deslocamento horizontal relativo do pavimento  $i+1$  em relação ao pavimento  $i$  (FIG. 2.5).

A ação das forças horizontais fictícias produz o mesmo efeito dos momentos gerados pela interação das forças verticais com os deslocamentos horizontais.

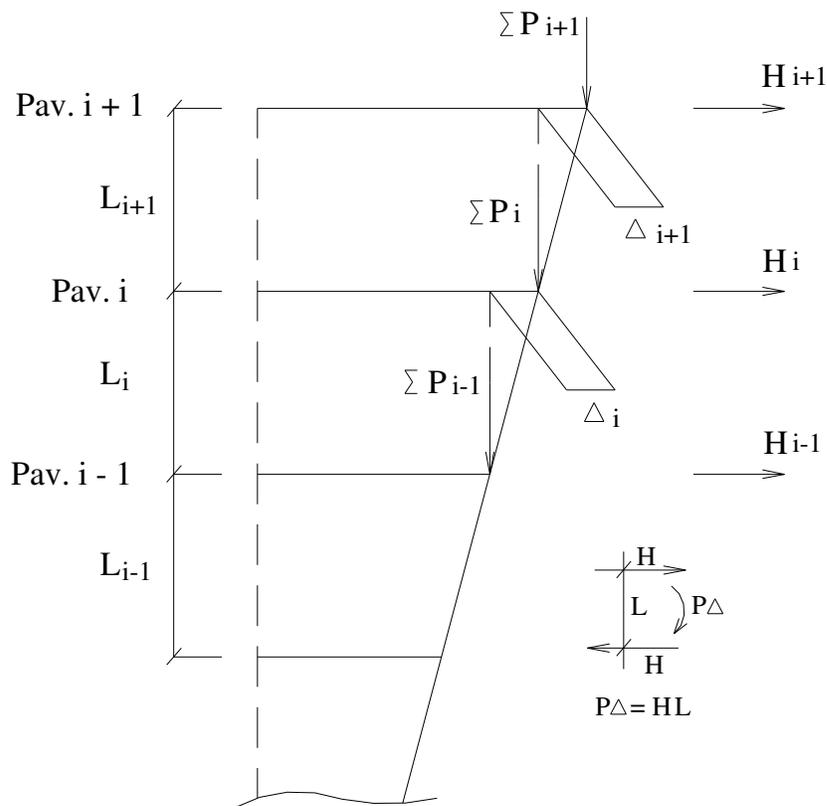


FIGURA 2.5 – Forças horizontais fictícias.

3. Aplica-se à estrutura o carregamento inicial + as forças horizontais fictícias.
4. Repetem-se os passos 1,2 e 3 até a convergência dos deslocamentos. Quando isso acontecer, tem-se a posição de equilíbrio. Segundo LAVALL e SILVA (1989), “se após cinco ciclos de iteração os resultados não convergirem, pode ser que a estrutura seja excessivamente flexível”.

### 2.3. Análise Não-Linear de Estruturas de Concreto Armado

Apesar do uso difundido do concreto no âmbito da Engenharia Civil, o exato conhecimento de suas propriedades físicas, bem como de seu comportamento sob um estado combinado de tensões, é ainda deficiente, impondo algumas dificuldades na análise estrutural.

Em virtude da pequena resistência à tração, a utilização isolada do concreto como material estrutural é bastante limitada. Torna-se, então, necessária a sua associação com outro tipo de material, geralmente o aço. Desta forma, surge um novo material composto, o concreto armado, de comportamento não-linear, o que justifica a necessidade da realização de análises não-lineares para se estudar o comportamento da estrutura de forma mais precisa.

### **2.3.1. Comportamento do Concreto**

O concreto é um material composto por agregados graúdos em meio a uma matriz de argamassa. Trata-se de um material frágil, cujo comportamento físico é muito complexo.

Mesmo antes da aplicação da força, o concreto apresenta uma série de microfissuras, especialmente nas interfaces entre o agregado graúdo e a argamassa. Estas microfissuras iniciais são causadas pela segregação, retração ou expansão térmica da pasta de cimento. Sob a ação das forças, novas microfissuras podem ocorrer entre a interface agregado-pasta de cimento. A propagação destas fissuras, inicialmente invisíveis, mas que podem se tornar visíveis com a aplicação do carregamento, contribuem para o comportamento não-linear do concreto.

A FIG. 2.6 apresenta uma curva tensão-deformação típica obtida em um ensaio de compressão uniaxial do concreto. Para tensões inferiores a 30% da resistência máxima à compressão ( $f'_c$ ), o concreto apresenta comportamento elástico-linear. Neste estágio, as fissuras existentes antes do carregamento permanecem inalteradas. Portanto,  $0,3 f'_c$  é usualmente proposto como sendo o limite de elasticidade. Além deste limite, a curva tensão-deformação começa a se desviar de uma linha reta. Para tensões entre 30% e 75% da resistência máxima à compressão as fissuras de aderência se estendem, e a não-linearidade do material começa a se tornar evidente. Entretanto, a propagação das fissuras ainda é estável. Quando as tensões ultrapassam 75% da resistência máxima à compressão, inicia-se o processo de propagação instável das fissuras, que passam a ocorrer na argamassa e se

unem a fissuras de aderência, formando regiões de dano interno. Finalmente, fissuras maiores formam-se paralelamente à força aplicada, levando à ruína da peça.

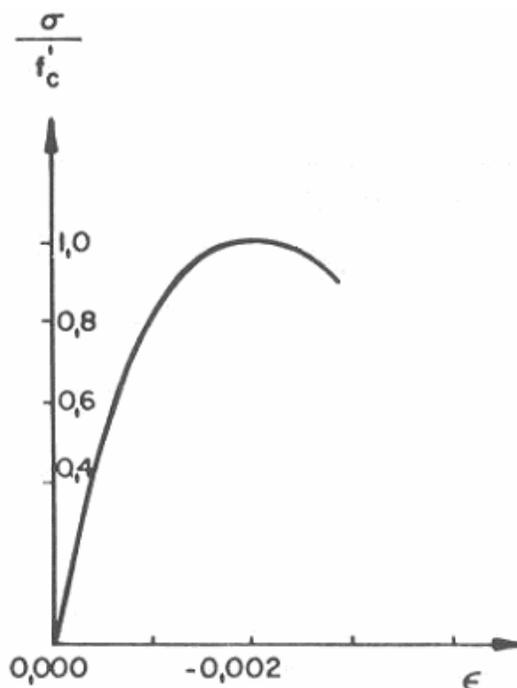


FIGURA 2.6 – Curva tensão-deformação típica em compressão uniaxial do concreto [KUPFER *et al.*<sup>6</sup> *apud* CHEN e HAN (1988)].

É importante mencionar que, quando a resistência máxima é alcançada, ocorre um decréscimo da tensão à medida que a deformação aumenta. Este comportamento do concreto, reproduzido pelo ramo descendente da curva tensão-deformação, é denominado amolecimento.

Na tração uniaxial, o limite de elasticidade do concreto vale cerca de 60% a 80% da resistência máxima à tração ( $f_t$ ); acima desta intensidade de tensão, as microfissuras começam a aumentar em quantidade e tamanho. O intervalo de propagação estável de

---

<sup>6</sup>KUPFER, H.; HILSDORF, H.K.; RUSCH, H. *Behavior of concrete under biaxial stresses*. ACI Structural Journal, v.66, n.8, p.656-666, 1969.

fissuras é bastante reduzido, e logo se inicia o processo de fissuração instável, tornando a ruptura frágil.

A razão entre a resistência à tração uniaxial e a resistência à compressão uniaxial geralmente se encontra no intervalo de 0,05 a 0,1. Segundo CHEN e SALEEB (1982), o módulo de elasticidade à tração uniaxial é um pouco maior que em compressão uniaxial, enquanto que o coeficiente de Poisson é um pouco menor.

Quando submetido a ação biaxial, a resistência do concreto varia em função da natureza do estado de tensões atuante. A resistência à compressão aumenta devido ao estado de compressão biaxial; sob um estado biaxial de compressão-tração, ocorre um decréscimo linear da resistência à compressão com o aumento da tensão de tração e, no caso de tração biaxial, a resistência é praticamente a mesma do estado de tração uniaxial.

Vale comentar que, como pode ser constatado em testes de compressão biaxial, a relação da deformação volumétrica com a tensão apresenta duas fases distintas. Inicialmente, ocorre uma redução de volume até cerca de 75% a 90% da resistência. A partir daí, o volume aumenta com o incremento de tensões. Este aumento de volume inelástico é denominado dilatação, e está relacionado ao processo de propagação instável das fissuras.

Segundo BARBOSA (1997) e PIMENTA (2003), sob estados triaxiais de tensão, o comportamento do concreto é governado pela pressão hidrostática aplicada. Até certo ponto a pressão de confinamento provoca um aumento considerável da tensão de ruptura, e pode-se observar um certo grau de ductilidade. No caso de tensões hidrostáticas elevadas, a possibilidade de ocorrência de fissuras diminui significativamente e a ruptura ocorre por esmagamento. Ressalta-se que resistência axial aumenta sensivelmente com o aumento da pressão de confinamento.

### 2.3.2. Modelos Constitutivos para o Concreto

A definição de um modelo constitutivo que considere todas as complexidades do concreto não é tarefa fácil. Muitos modelos têm sido desenvolvidos, alguns baseados na teoria da elasticidade, adequados apenas para não-linearidades moderadas, outros baseados na teoria da plasticidade, indicados para os casos mais gerais.

Os modelos plásticos se apoiam numa teoria bem consolidada, e são capazes de representar um maior número de fenômenos com relativa simplicidade. Porém, vale ressaltar que a teoria plástica foi desenvolvida para metais, cujo mecanismo de deformação é completamente diferente daquele apresentado pelo concreto. No entanto, segundo PIMENTA (2003), “considerando que na fase não-linear as deformações no concreto podem ser divididas em uma parcela elástica, recuperável, e numa parcela plástica, irre recuperável, e expandindo-se os conceitos de escoamento e comportamento não-linear para um sentido mais amplo, a teoria da plasticidade pode ser utilizada, proporcionando um modelo matemático satisfatório para o comportamento do concreto”.

Os modelos baseados na teoria da plasticidade envolvem três pressupostos básicos: uma superfície de escoamento inicial, uma regra de encruamento e uma regra de fluxo. A superfície de escoamento inicial determina o limite elástico do material; a regra de encruamento define as alterações ocorridas na superfície de escoamento durante o fluxo plástico, e a regra de fluxo fornece a relação incremental entre tensões e deformações na fase plástica, por meio de uma função de potencial plástico.

É importante mencionar que o estabelecimento de qualquer modelo constitutivo utilizado para descrever o comportamento do concreto requer a definição de seu critério de ruptura.

Considerando o concreto como um material isotrópico, a forma geral de sua superfície de ruptura pode ser expressa em termos dos invariantes de tensão  $I_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$  como:

$$f(I_1, J_2, J_3) = 0 \quad (2.21a)$$

ou, utilizando as coordenadas de Haigh-Westergaard,

$$f(\xi, \rho, \theta) = 0 \quad (2.21b)$$

sendo que  $\xi$  representa o componente hidrostático do estado de tensão,  $\rho$  o componente desviador e  $\theta$  o ângulo de similaridade.

Substituindo os invariantes  $I_1$  e  $J_2$  pelas tensões octaédricas normal e de cisalhamento,  $\sigma_{oct}$  e  $\tau_{oct}$ , a eq. (2.21a) também pode ser escrita como:

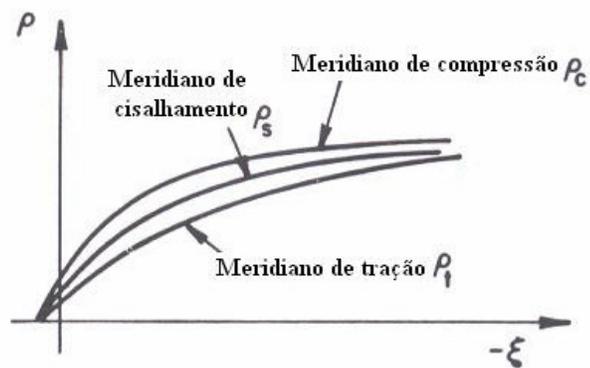
$$f(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, \theta) = 0 \quad (2.21c)$$

A forma geral da superfície de ruptura no espaço tridimensional de tensões pode ser descrita pelas formas de sua seção transversal nos planos desviadores (planos ortogonais ao eixo hidrostático) e pelos seus meridianos nos planos meridionais (planos que contém o eixo hidrostático).

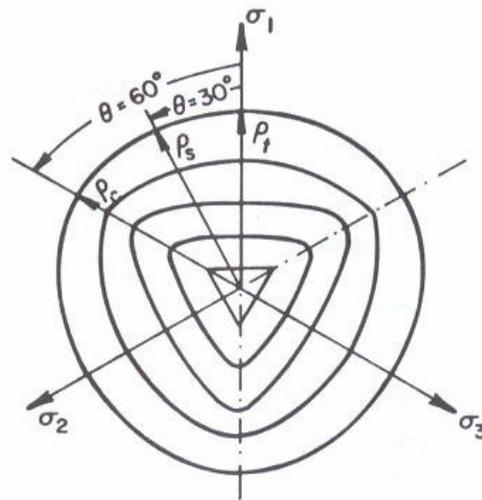
A FIG. 2.7 apresenta a superfície de ruptura para o concreto, obtida a partir de resultados experimentais. Trata-se de uma superfície aproximadamente cônica, com vértice no ponto de máxima pressão hidrostática de tração, abrindo-se em direção às tensões esféricas de compressão. Com o aumento das tensões de compressão, as seções desviadoras se dilatam e os vértices tornam-se mais arredondados, tendendo à uma forma circular, FIG. 2.7 (b). No plano meridional, FIG. 2.7 (a), a superfície mostra-se curva, regular e convexa, dependente da componente hidrostática  $I_1$ .

Como apresentado na FIG. 2.7 (b), a seção transversal no plano desviador possui três ramos de simetria, em virtude da isotropia do material. Portanto, na determinação experimental da superfície, basta conhecer apenas o setor  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ . O meridiano de tração  $\rho_t$ , o

meridiano de compressão  $\rho_c$  e o meridiano de cisalhamento  $\rho_s$  correspondem a  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 60^\circ$  e  $\theta = 30^\circ$ , respectivamente, e satisfazem  $\rho_t < \rho_s < \rho_c$ . O valor de  $\rho_t/\rho_c$  aumenta com o aumento da pressão hidrostática, sendo aproximadamente igual a 0,5 próximo ao plano  $\pi$  (plano desviador com  $\zeta = 0$ ) e alcançando um máximo igual a 0,8 para uma pressão hidrostática de  $\zeta = -7f_c$ .



(a)



(b)

FIGURA 2.7 – Forma geral da superfície de ruptura:  
(a) meridianos; (b) seções desviadoras [CHEN e HAN (1988)].

A FIG. 2.8 apresenta diversas superfícies de ruptura propostas para o concreto. Empregam-se modelos com número de parâmetros, ou constantes do material, variando de um até cinco nos modelos mais sofisticados.

Os modelos de um parâmetro, como os de Von Mises e de Tresca, baseados na tensão de cisalhamento, podem ser utilizados para o concreto submetido a elevadas pressões hidrostáticas. Para intensidades intermediárias de compressão com dependência da pressão hidrostática, podem ser empregados os modelos de Drucker-Prager e de Mohr-Coulomb, ambos de dois parâmetros. Vale ressaltar que modelos de dois parâmetros com meridianos retos são inadequados para descrever a ruptura do concreto sob altas tensões de compressão [PIMENTA (2003)].

Os modelos de quatro parâmetros de Ottosen e Hsieh-Ting-Chen possuem meridianos curvos e seções não-circulares nos planos desviadores, com dependência do ângulo de similaridade  $\theta$ . O modelo de cinco parâmetros de Willam-Warnke apresenta meridianos de tração e compressão expressos por parábolas de segundo grau na forma:

$$\sigma_m = a_0 + a_1 \rho_t + a_2 \rho_t^2 \quad (2.22a)$$

$$\sigma_m = b_0 + b_1 \rho_c + b_2 \rho_c^2 \quad (2.22b)$$

sendo  $\sigma_m = I_1/3$  a tensão média,  $\rho_t$  e  $\rho_c$  as componentes de tensão perpendiculares ao eixo hidrostático em  $\theta = 0^\circ$  e  $\theta = 60^\circ$ , respectivamente, e  $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1$  e  $b_2$  as constantes do material. Como os dois meridianos devem interceptar o eixo hidrostático no mesmo ponto, tem-se que  $a_0 = b_0$ . Os meridianos são então determinados por cinco parâmetros obtidos experimentalmente em ensaios uniaxiais de tração e compressão e de compressão biaxial com e sem confinamento.

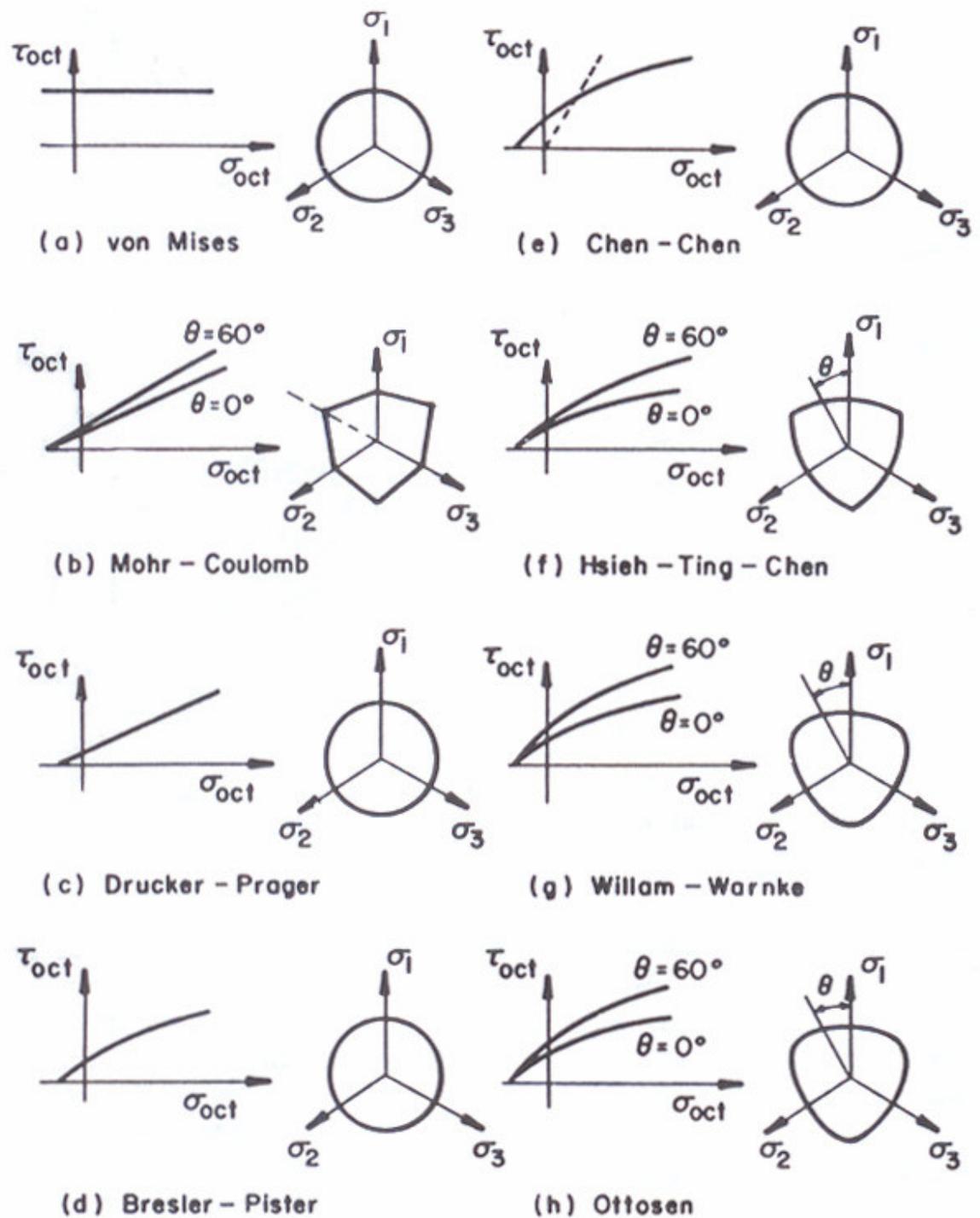


FIGURA 2.8 – Superfícies de ruptura propostas para o concreto  
[CHEN e HAN (1988)].

Neste modelo, as seções nos planos desviadores são desenvolvidas utilizando-se arcos de elipse, de forma a se obter uma curva suave e convexa em todos os pontos. Em virtude da simetria em três eixos, basta considerar o setor  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ . A equação da elipse, em termos das coordenadas polares  $(\rho, \theta)$ , pode ser expressa por:

$$\rho(\theta) = \frac{2\rho_c(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos\theta + \rho_c(2\rho_t - \rho_c)[4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\theta + 5\rho_t^2 - 4\rho_t\rho_c]^{1/2}}{4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\theta + (\rho_c - 2\rho_t)^2} \quad (2.23)$$

Dois casos limites da eq. (2.23) podem ser observados: para  $\rho_t/\rho_c = 1$ , a elipse se degenera em um círculo, similar às seções desviadoras de Von Mises e Drucker-Prager; e, quando  $\rho_t/\rho_c$  aproxima-se do valor  $1/2$ , a seção desviadora torna-se praticamente triangular, com vértices nos meridianos de compressão. Portanto, a convexidade e suavidade da superfície de ruptura podem ser asseguradas para  $1/2 < \rho_t/\rho_c \leq 1$ .

Segundo CHEN e HAN (1988), o modelo de Willam-Warnke fornece resultados bastante próximos daqueles obtidos experimentalmente.

Outros modelos constitutivos utilizados para o concreto, como os de Chen e Chen, Han e Chen, Sankarasubramanian e Rajasekaran e Murray *et al.*, bem como aqueles baseados nas teorias do dano e da mecânica da fratura podem ser encontrados em PIMENTA (2003), BARBOSA (1997) e CHEN e HAN (1988).

### 2.3.3. Modelos Considerando a Fissuração

O processo de fissuração exerce fundamental importância no comportamento estrutural do concreto. Desta forma, uma representação conveniente e precisa das fissuras torna-se necessária em qualquer modelo que se desenvolva. Em análises empregando o método dos elementos finitos, basicamente dois modelos de fissuras podem ser utilizados: o modelo de fissuras discretas e o modelo de fissuras dispersas. Outro modelo menos comum e ainda pouco difundido é o modelo de fissuras embutidas [BARBOSA (1997)].

O modelo de fissuras discretas, mais indicado quando se deseja analisar um comportamento local detalhado, consiste em simular as fissuras por meio de descontinuidades de deslocamentos nodais de elementos adjacentes. O surgimento e a propagação das fissuras são, então, orientados pelas linhas da malha, nem sempre coincidentes com as fissuras em virtude da dificuldade de se prever a posição e a orientação das mesmas. Após a fissuração, a direção da tensão principal não coincide necessariamente com a normal à fissura, sendo que a maior tensão principal pode até mesmo exceder a resistência à tração em outra direção. Estes problemas podem ser contornados utilizando técnicas de redefinição dos nós da malha, porém estas soluções são complexas e exigem grande trabalho computacional.

No modelo de fissuras dispersas, mais adequado para a análise de estruturas como um todo, o concreto fissurado é tratado como um meio contínuo, apresentando fissuras paralelas que cruzam o elemento. Podem ser adotados modelos de fissuras dispersas fixas ou rotativas. Quando as fissuras dispersas são fixas, a direção da normal à fissura é mantida fixa após o início da fissuração e, no caso das fissuras rotativas, a normal à fissura pode girar durante o processo de fissuração.

BARBOSA (1997) salienta que a abordagem por fissuras dispersas é “a mais utilizada na prática devido à sua simplicidade do ponto de vista computacional e por representar bem o fenômeno da fissuração”.

Finalmente, no modelo de fissuras embutidas, a fissura é simulada como uma descontinuidade de deslocamentos dentro do elemento, empregando-se princípios variacionais estendidos para corpos descontínuos. Com este modelo, é possível representar diferentes modos de deformação de uma fissura no elemento.

#### **2.3.4. Representação das Barras das Armaduras**

De forma geral, o aço pode ser representado por meio de modelos elastoplásticos perfeitos ou elastoplásticos com encruamento, empregando-se diagramas tensão-deformação

bilineares. Preferencialmente, são utilizados modelos elastoplásticos com encruamento, para se evitarem problemas de instabilidade numérica causados pelo módulo tangente nulo na fase plástica. Sendo os metais pouco sensíveis à pressão hidrostática, o critério de escoamento de Von Mises pode ser adotado, fornecendo resultados satisfatórios.

Nas análises que utilizam o método dos elementos finitos, as armaduras podem ser representadas como um material disperso no elemento, como barras discretas conectadas aos nós da malha, ou por meio da adoção de camadas de aço em um elemento estratificado.

### **2.3.5. Influência da Armadura no Elemento Estrutural em Concreto Armado**

Além das complexidades inerentes ao concreto, um novo fator complicador surge na análise estrutural quando ele é associado ao aço, que apresenta comportamento totalmente diferenciado. O material resultante, concreto armado, possui propriedades particulares, sendo sua resistência influenciada por diversos fenômenos provenientes da interação entre o concreto e o aço. Os mecanismos de arrancamento, de enrijecimento à tração e de pino constituem alguns dos importantes efeitos da associação entre os dois materiais.

Em estruturas sujeitas a grandes forças de tração, pode haver o arrancamento de barras ancoradas na massa de concreto. Nas análises empregando o método dos elementos finitos, pode-se modelar o arrancamento por meio de elementos que se comportam como “molas” distribuídas ou discretas, simulando as forças de contato ao longo da face da barra.

Após a fissuração, o concreto preservado entre as fissuras permanece com capacidade significativa de absorver forças, em virtude da aderência. Este efeito contribui para um aumento de rigidez do sistema, sendo conhecido como enrijecimento à tração. A consideração do enrijecimento à tração pode ser feita indiretamente, assumindo que a diminuição de resistência à tração no concreto ocorre gradualmente. Alternativamente, pode-se representar o enrijecimento à tração com o aumento da rigidez do aço.

A força cortante é transmitida no concreto armado fissurado por meio dos efeitos de engrenamento (encaixe dos agregados graúdos na massa de concreto) e de pino.

BARBOSA (1997) ressalta que, apesar de importante, o efeito de pino, ou a capacidade das barras de aço de suportar forças transversais, é muitas vezes desconsiderado na análise, resumindo-se a modelagem das armaduras a um material que trabalha apenas uniaxialmente.

Vale comentar que o desempenho das estruturas de concreto armado é fortemente influenciado pela aderência entre o aço e o concreto que o circunda. Afinal, como a ação externa raramente é aplicada diretamente à armadura, é do concreto à sua volta que as barras de aço recebem a parcela da força que lhes cabe. BAKIR e BODUROGLU (2006), por meio do estudo do comportamento de nós tipo viga-coluna, afirmam que, quando o concreto é adequadamente confinado, as condições de aderência melhoram substancialmente.

Muitos modelos, como os propostos por KWAK e KIM (2006a) e ZHAO *et al.* (2004), são desenvolvidos admitindo aderência perfeita e ignorando completamente o deslizamento entre a armadura e o concreto. Segundo JENDELE e CERVENKA (2006), esta hipótese é adequada para os casos usuais de engenharia. DARWIN (1991) acrescenta que existem dados experimentais mostrando que a aderência não é importante na determinação das curvas força-deslocamento. Quando considerada, geralmente a aderência é inserida como uma propriedade do material, desprezando o efeito do movimento relativo entre a barra de aço e o concreto.

#### **2.4. Classificação das Estruturas com relação à Deslocabilidade Horizontal**

Segundo o ACI 318S (2005), para que uma estrutura seja classificada como de nós fixos é necessário que os momentos de segunda ordem não excedam em 5% os de primeira ordem.

O CEB-FIP/MC (1990) vem adotando uma classificação menos rigorosa, considerando uma estrutura como de nós fixos se os efeitos de segunda ordem resultarem em acréscimos inferiores a 10% nos momentos fletores relevantes, obtidos de uma análise em primeira ordem. Esse critério é conhecido como *condição de imobilidade dos nós*.

De acordo com a NBR 6118:2003, uma estrutura pode ser classificada como de nós fixos se seus efeitos globais de segunda ordem forem inferiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem. Caso contrário (efeitos globais de segunda ordem superiores a 10% dos de primeira ordem), a estrutura é classificada como de nós móveis.

Portanto, considerando os momentos fletores, por exemplo, uma estrutura será classificada como de nós fixos se:

$$M_{2d} \leq 1,1 M_{1d} \quad (2.24)$$

sendo que:

- $M_{2d}$  é o momento de cálculo total, que inclui os efeitos de segunda ordem;
- $M_{1d}$  é o momento de cálculo de primeira ordem.

No entanto, não é esta a verificação que é feita na prática. Isto porque seria necessário realizar uma análise de segunda ordem, que muitas vezes só é desejável para estruturas de nós móveis.

Dessa forma, é extremamente útil que se encontrem processos que permitam, apenas com os resultados da análise de primeira ordem, classificar as estruturas. Assim, o projetista estará apto a escolher, no caso de uma estrutura de nós móveis, entre enrijecê-la e torná-la de nós fixos ou realmente realizar a análise de segunda ordem.

Diferentes parâmetros já foram propostos, alguns determinados a partir de cargas críticas, outros em função da rigidez dos pavimentos. Entre eles, merecem destaque os denominados

parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , proposto por BECK e KÖNIG<sup>7</sup> *apud* VASCONCELOS (1998), e o coeficiente  $\gamma_z$ , apresentado por FRANCO e VASCONCELOS (1991).

#### 2.4.1. Parâmetro de Instabilidade $\alpha$

O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  constitui uma medida da deslocabilidade horizontal da estrutura, avaliando sua sensibilidade aos efeitos de segunda ordem. Acima de um determinado limite de  $\alpha$ , a estrutura é classificada como de nós móveis, tornando necessária a consideração dos esforços adicionais que surgem na configuração deformada.

De acordo com BECK e KÖNIG<sup>7</sup> *apud* VASCONCELOS (1998), a formulação relacionada a esse parâmetro baseia-se na analogia entre o comportamento do edifício e o de um pilar engastado na base e livre no topo, de seção constante e material elástico linear, submetido a uma força axial uniformemente distribuída ao longo de sua altura (FIG. 2.9). A rigidez deste pilar seria equivalente à soma das rigidezes dos pilares de contraventamento da estrutura.

Resolvendo a equação diferencial que permite a obtenção da carga crítica, BECK e KÖNIG<sup>7</sup> *apud* VASCONCELOS (1998) chegaram a um coeficiente  $\alpha$ , relacionado com a perda da estabilidade global do edifício, definido por:

$$\alpha = h \sqrt{\frac{N}{EI}} \quad (2.25)$$

sendo:

- $h$  a altura total do edifício;
- $N$  o somatório das forças verticais atuantes;
- $EI$  o módulo de rigidez da estrutura.

---

<sup>7</sup>BECK, H.; KÖNIG, G. *Criteria for judging the stiffness of framed structures*. Proceedings, IABSE Symposium, London, p.37-45, 1967.

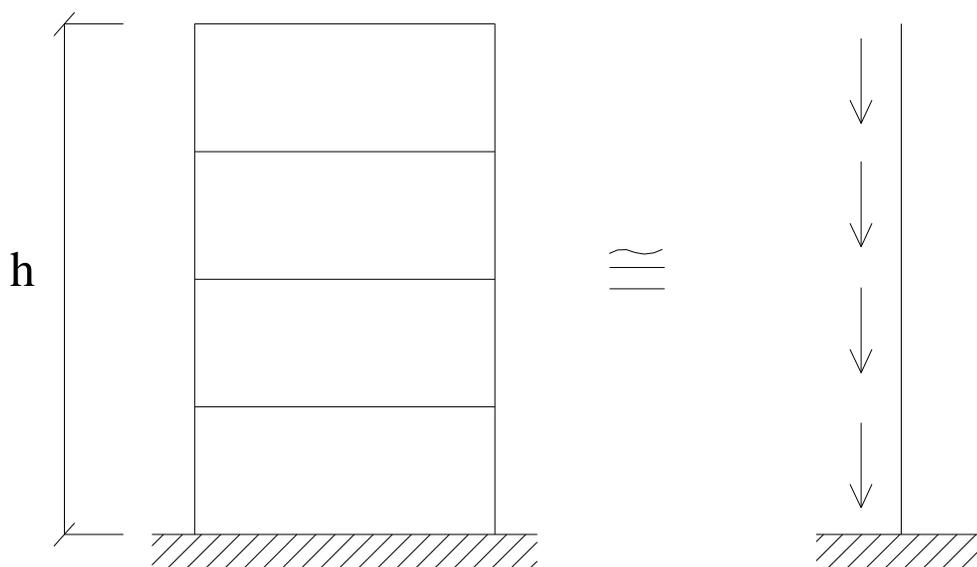


FIGURA 2.9 – Analogia entre o edifício e o pilar em balanço.

De acordo com a teoria desenvolvida pelos autores, para que os efeitos de segunda ordem fossem inferiores a 10% dos de primeira, ou seja, para que a estrutura pudesse ser classificada como de nós fixos, era necessário que  $\alpha < 0,6$ .

Entretanto, isso só era válido se o número de pavimentos  $n$  fosse superior a três. Para  $n = 1$ , 2 e 3 os limites de  $\alpha$  seriam iguais a 0,3, 0,4 e 0,5 respectivamente.

VASCONCELOS (1985), por meio de seus estudos, recomenda a adoção de valores de  $\alpha_{lim}$  ligeiramente maiores do que os citados anteriormente: 0,5, 0,55 e 0,75, para pórticos de um, dois e três pavimentos, respectivamente.

Segundo FRANCO (1985b), como os deslocamentos horizontais, e conseqüentemente, os efeitos de segunda ordem, dependem da forma da linha elástica do edifício, deve-se adotar valores limites de  $\alpha$  diferentes para os diversos tipos de contraventamento.

Com base neste argumento, FRANCO (1985b) introduziu o conceito de parâmetro de forma da linha elástica ( $\psi$ ), definido por:

$$\psi = \frac{\delta_l}{a} \quad (2.26)$$

sendo  $\delta_l$  o deslocamento horizontal de primeira ordem do ponto de aplicação da resultante das forças verticais e  $a$  o deslocamento horizontal do topo da estrutura.

Para a determinação dos valores limites de  $\alpha$ , resultou:

$$\alpha_{lim} = \sqrt{\frac{2}{11\psi}} \quad (2.27)$$

A eq. (2.27) foi obtida admitindo-se para o coeficiente de majoração das forças o valor de 1,4 e considerando-se uma redução de 30% na rigidez da estrutura.

FRANCO (1985b) calculou os parâmetros de forma  $\psi$  e os limites de  $\alpha$  para estruturas de contraventamento predominantemente formado por pilares parede, por pórticos ou por sistemas mistos (FIG. 2.10). Considerando as deformadas dos três tipos de contraventamento como sendo, respectivamente, parábolas dos 4°, 2°, e 3° graus, os valores encontrados foram:

- contraventamento em pilares parede:  $\psi = 0,40 \Rightarrow \alpha_{lim} = 0,7$ ;
- contraventamento em pórticos:  $\psi = 0,67 \Rightarrow \alpha_{lim} = 0,5$ ;
- contraventamento misto:  $\psi = 0,50 \Rightarrow \alpha_{lim} = 0,6$ .

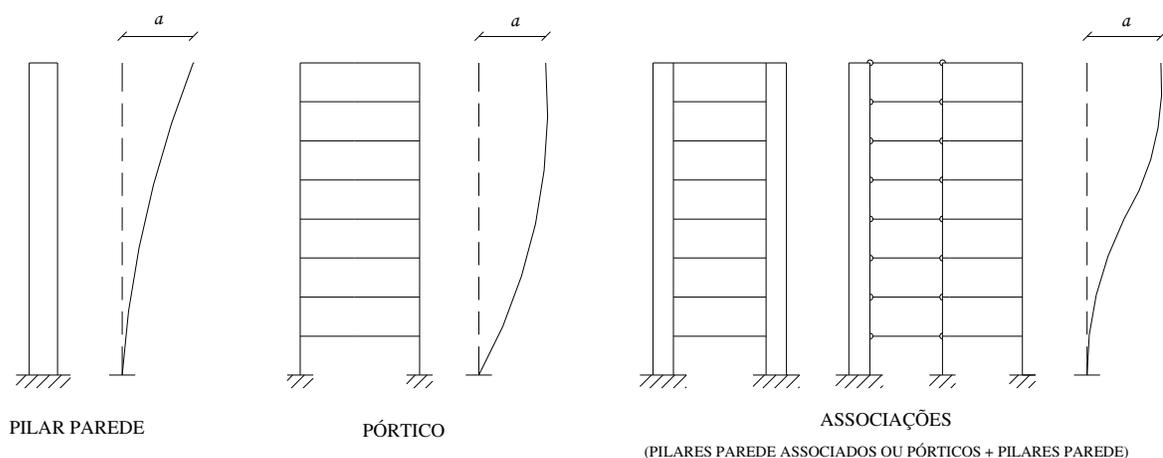


FIGURA 2.10 – Tipos de contraventamento e suas respectivas deformadas.

### a) Módulo de Rigidez da Estrutura

Segundo VASCONCELOS (1985), o módulo de rigidez  $EI$  pode ser calculado por meio da soma das rigidezes dos pilares isolados apenas no caso de estruturas pré-moldadas, de alvenaria portante ou estruturas com núcleos bastante rígidos. Nas estruturas reticuladas de edifícios, existe a solidarização das vigas com os pilares, acarretando um acréscimo considerável na rigidez. Se este acréscimo não for considerado, o valor de  $\alpha$  encontrado será muito conservador.

Uma forma de se evitar a adoção errônea do valor  $EI$  é tomando-o como a rigidez equivalente de um pilar em balanço, que sofra o mesmo deslocamento no topo que a estrutura em estudo, sob a ação das mesmas forças.

Por exemplo, para um edifício de altura  $h$ , submetido à uma força uniformemente distribuída  $w$  ao longo da altura, e que apresenta um deslocamento horizontal  $a$  no topo, o módulo de rigidez equivalente  $(EI)_{eq}$  seria o módulo de rigidez de um pilar em balanço, de

comprimento  $h$ , submetido à força  $w$ , e com deslocamento no topo também igual a  $a$  (FIG. 2.11), ou seja:

$$(EI)_{eq} = \frac{wh^4}{8a} \quad (2.28)$$

A eq. (2.25) fica então definida como:

$$\alpha = h \sqrt{\frac{N}{(EI)_{eq}}} \quad (2.29)$$

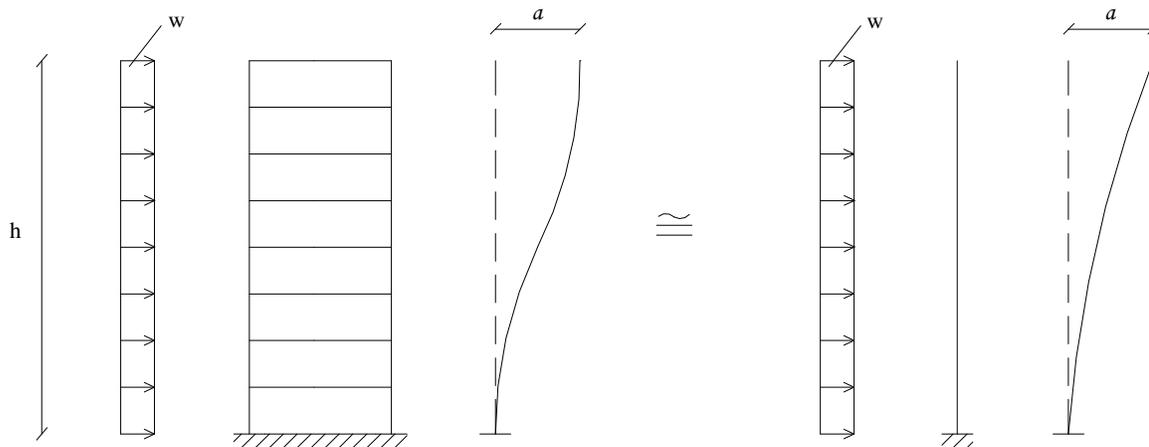


FIGURA 2.11 – Módulo de rigidez equivalente.

### b) Parâmetro de Instabilidade $\alpha$ segundo a NBR 6118:2003

A NBR 6118:2003 restringe a utilização do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  à estruturas reticuladas simétricas. Estas estruturas poderão ser classificadas como de nós fixos se  $\alpha < \alpha_l$ , sendo:

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} I_c}} \quad (2.30)$$

$$\alpha_l = 0,2 + 0,1 \cdot n \text{ se } n \leq 3;$$

$$\alpha_l = 0,6 \text{ se } n \geq 4;$$

- $n$  – número de pavimentos;
- $H_{tot}$  – altura total da estrutura;
- $N_k$  – somatório das cargas verticais atuantes, com seu valor característico;
- $E_{cs}I_c$  – somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada, podendo-se adotar para  $E_{cs}$  o valor do módulo de elasticidade inicial ( $E_{ci}$ ) da eq. (2.1). Quando se tratar de estruturas de pórticos, treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, permite-se utilizar o módulo de rigidez equivalente da estrutura, determinado da seguinte forma:
  - incide-se o carregamento horizontal sobre a estrutura e calcula-se o deslocamento no topo;
  - determina-se a rigidez de um pilar equivalente em balanço, de seção constante e mesma altura  $H_{tot}$ , que sofra o mesmo deslocamento no topo sob a ação do mesmo carregamento.

Nota-se então que, segundo a NBR 6118:2003, o módulo de rigidez equivalente da estrutura é determinado a partir da aplicação do “carregamento horizontal”. No entanto, considerando o “carregamento horizontal” como sendo, por exemplo, as forças relativas ao vento, seria impossível encontrar uma expressão geral que relacionasse o módulo de rigidez equivalente e o deslocamento no topo, já que essas forças variam de edifício para edifício, dependendo do número de pavimentos e da altura do pé-direito. É muito mais apropriado, portanto, substituir o “carregamento horizontal” por uma força uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício. Dessa forma, a rigidez equivalente da estrutura seria calculada por meio de uma expressão conhecida e bastante simples, a eq. (2.28).

A NBR 6118:2003 ainda prescreve que o valor limite  $\alpha_l = 0,6$ , para  $n \geq 4$ , é aplicável às estruturas usuais de edifícios, podendo ser adotado para associações de pilares parede, e

para pórticos associados a pilares parede. No caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares parede,  $\alpha_l$  pode ser tomado igual a 0,7 e, quando só houver pórticos, deve-se adotar  $\alpha_l = 0,5$ .

#### 2.4.2. Coeficiente $\gamma$

Realizando-se uma análise linear para as ações horizontais e verticais, podem ser calculados o momento de primeira ordem  $M_1$  em relação à base da estrutura, bem como os deslocamentos horizontais de seus nós. Estes deslocamentos, combinados com as forças verticais, provocam o aparecimento de acréscimos de momentos  $\Delta M_2$ , acarretando novos deslocamentos. Este processo ocorre sucessivamente ao longo de várias etapas, ou iterações, gerando acréscimos de momentos cada vez menores. Se a estrutura for estável, estes acréscimos diminuem até se tornarem praticamente nulos. Com os diversos acréscimos de momentos, determina-se o momento final  $M_2$ , que inclui o de segunda ordem:

$$M_2 = M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_j \quad (2.31)$$

sendo  $j$  o número de iterações.

Admitindo-se que os momentos  $M_1, \Delta M_2, \Delta M_3, \dots, \Delta M_j$  constituam uma progressão geométrica, a razão é dada por:

$$r = \frac{\Delta M_2}{M_1} = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \dots = \frac{\Delta M_j}{\Delta M_{j-1}} < 1 \quad (2.32)$$

e pode-se escrever:

$$M_2 = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{j-1}) M_1 \quad (2.33)$$

Quando  $j$  tende ao infinito, a eq. (2.33) fica:

$$M_2 = \frac{I}{I-r} \cdot M_1 \quad \text{ou} \quad M_2 = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_2}{M_1}} M_1 \quad (2.34)$$

Denominando-se  $\gamma_z$  o fator que majora o momento de primeira ordem, e utilizando-se valores de cálculo, obtém-se:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad (2.35)$$

O coeficiente  $\gamma_z$  pode, então, ser calculado a partir de uma análise linear, determinando-se o momento de primeira ordem  $M_{1d}$  e o acréscimo de momentos  $\Delta M_d$ .

Pode-se também deduzir o coeficiente  $\gamma_z$  por meio de outro processo. A partir da eq. (2.32), é possível escrever:

$$r = \frac{\Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_j}{M_1 + \Delta M_2 + \dots + \Delta M_{j-1}} \quad (2.36)$$

Denominando-se  $\Delta M$  os acréscimos de momentos ( $\Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_{j-1} + \Delta M_j$ ), tem-se, a partir das eq. (2.31) e (2.36), respectivamente:

$$M_2 = M_1 + \Delta M \quad (2.37)$$

$$r = \frac{\Delta M}{M_1 + \Delta M - \Delta M_j} \quad (2.38)$$

Substituindo a eq. (2.37) na eq. (2.38), obtém-se:

$$r = \frac{\Delta M}{M_2 - \Delta M_j} \quad (2.39)$$

Quando o número de iterações  $j$  tende ao infinito o acréscimo de momento  $\Delta M_j$  tende a zero e a eq. (2.39) fica:

$$r = \frac{\Delta M}{M_2} \Rightarrow \Delta M = M_2 \cdot r \quad (2.40)$$

Substituindo a eq. (2.40) na eq. (2.37), tem-se:

$$M_2 = M_1 + M_2 \cdot r \Rightarrow M_2 (1-r) = M_1 \quad (2.41)$$

Finalmente, a partir da eq. (2.41), chega-se à expressão do momento  $M_2$ , que coincide com a eq. (2.34):

$$M_2 = \frac{I}{1-r} \cdot M_1 \quad \text{ou} \quad M_2 = \frac{I}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_1}} M_1 \quad (2.42)$$

Logo, utilizando-se valores de cálculo, o coeficiente  $\gamma_z$  será dado novamente pela eq. (2.35).

Analogamente ao parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , o  $\gamma_z$  pode ser utilizado para classificar as estruturas (nós fixos ou móveis). Lembrando-se que os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados desde que não representem acréscimo superior a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem, uma estrutura poderá ser classificada como de nós fixos se seu  $\gamma_z \leq 1,1$ .

Entretanto, o coeficiente  $\gamma_z$  vai além do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , uma vez que ele também pode ser utilizado para avaliar os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, desde que seu valor não ultrapasse um determinado limite. Inclusive, como explica

VASCONCELOS (1996), foi escolhida a letra grega  $\gamma$  justamente porque trata-se de “um coeficiente majorador de esforços solicitantes como é o coeficiente de segurança externo  $\gamma$ . Ao invés do índice  $f$  foi usado o índice  $z$  para esclarecer que o coeficiente se refere principalmente ao efeito das cargas axiais”. O processo de majoração dos esforços pelo coeficiente  $\gamma_z$  será comentado com mais detalhes no item 2.5.

Segundo CARMO (1995), é possível relacionar os parâmetros  $\alpha$  e  $\gamma_z$  por meio do seguinte polinômio de 3º grau:

$$\gamma_z = 0,90 + 0,52\alpha - 0,62\alpha^2 + 0,46\alpha^3 \quad (2.43)$$

CORRÊA e RAMALHO<sup>8</sup> *apud* VASCONCELOS (1998) mostram que, para aplicações práticas, a eq. (2.43) pode ser simplificada para:

$$\gamma_z = 1,10 - 0,33\alpha + 0,50\alpha^2 \quad (2.44)$$

MARANHÃO (1999) desenvolve uma expressão de correlação entre  $\alpha$  e  $\gamma_z$ , definida por:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\gamma_{fv} \cdot (\alpha\beta)^2}{\gamma_r \cdot \pi^2}} \quad (2.45)$$

onde  $\gamma_{fv}$  é o coeficiente majorador das cargas verticais,  $\gamma_r$  o coeficiente minorador da rigidez dos membros (vigas e pilares) e  $\beta$  é o fator de comprimento efetivo, dado em função do número de pavimentos do edifício.

---

<sup>8</sup>CORRÊA, M.R.S.; RAMALHO, M.A. *Modelos numéricos para análise estrutural de edifícios*. In: SEMINÁRIO SOBRE NÃO-LINEARIDADE, FÍSICA E GEOMÉTRICA, DE ESTRUTURAS DE CONCRETO (WORKSHOP IBRACON “A ESTRUTURA DE CONCRETO DO FUTURO”), São Paulo, Mai, 1995.

OLIVEIRA *et al.* (2002) avaliam a rigidez de edifícios altos de concreto armado por meio dos parâmetros  $\alpha$  e  $\gamma_z$  e de uma estimativa do índice global de esbeltez, baseada no critério de Rankine-Merchant. Este critério busca prever a carga de colapso por meio da determinação do fator de carga de Rankine,  $\lambda_R$ , definido por:

$$\frac{1}{\lambda_R} = \frac{1}{\lambda_{CR}} + \frac{1}{\lambda_C} \quad (2.46) \quad \text{ou} \quad \lambda_R = \frac{\lambda_C}{1 + \frac{\lambda_C}{\lambda_{CR}}} \quad (2.47)$$

sendo que  $\lambda_{CR}$  é fator de carga crítica de flambagem, calculado por meio de uma análise de instabilidade elástica e  $\lambda_C$  o fator de carga de colapso plástico, determinado a partir de uma análise elastoplástica incremental.

Para o índice global de esbeltez da estrutura,  $\lambda_e$ , resulta:

$$\lambda_e = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_{cd} \cdot \left(\frac{\lambda_{CR}}{\lambda_C}\right)}} \quad (2.48)$$

sendo  $E$  o módulo de elasticidade e  $f_{cd}$  a resistência de cálculo à compressão do concreto.

Segundo OLIVEIRA *et al.* (2002), a relação  $(\lambda_{CR}/\lambda_C)$  está prevista nas recomendações para construções metálicas na Europa e na França, sendo utilizada para a avaliação da rigidez dos pórticos. Assim, se  $(\lambda_{CR}/\lambda_C) > 10$ , o pórtico pode ser analisado de acordo com a teoria de primeira ordem; se  $4 \leq (\lambda_{CR}/\lambda_C) \leq 10$ , a verificação da estabilidade deve ser realizada com base em considerações particulares. Finalmente, caso  $(\lambda_{CR}/\lambda_C) < 4$ , uma análise elastoplástica de segunda ordem é requerida.

OLIVEIRA *et al.* (2002) mostram que, para valores limites de  $\alpha$  e  $\gamma_z$ , o índice global de esbeltez é aproximadamente igual a 43, e a relação ( $\lambda_{CR}/\lambda_C$ ) apresenta um valor médio de 10, o que é coerente com a classificação utilizada para estruturas metálicas. Para valores de  $\gamma_z$  próximos a 1,30, o índice global de esbeltez vale cerca de 59. Além disso, considerando  $\alpha < 0,6$  e  $\gamma_z < 1,1$ , o fator de carga de Rankine-Merchant é igual ou superior a 90% do fator de carga de colapso plástico, o que indica que o fator de carga crítica de flambagem tem pequena influência na ruína da estrutura, ou seja, neste caso os efeitos de segunda ordem poderiam ser desprezados.

#### a) Coeficiente $\gamma_z$ segundo a NBR 6118:2003

A NBR 6118:2003 prescreve que o coeficiente  $\gamma_z$ , válido para estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos, pode ser determinado a partir de uma análise linear de primeira ordem, adotando-se os valores de rigidez do item 2.2.1 a), para considerar a não-linearidade física de forma aproximada.

Para cada combinação de carregamento, calcula-se o valor de  $\gamma_z$  por meio da seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_{1,tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (2.49)$$

sendo:

-  $M_{1,tot,d}$  (momento de primeira ordem): soma dos momentos de todas as forças horizontais (com seus valores de cálculo) da combinação considerada, em relação à base da estrutura, ou seja, pode-se escrever:

$$M_{1,tot,d} = \Sigma (F_{hid} \cdot h_i) \quad (2.50)$$

sendo que  $F_{hid}$  é a força horizontal aplicada no pavimento  $i$  (com seu valor de cálculo) e  $h_i$  é a altura do pavimento  $i$ .

-  $\Delta M_{tot,d}$  (acréscimo de momentos após a análise de primeira ordem): soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura (com seus valores de cálculo), na combinação considerada, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação:

$$\Delta M_{tot,d} = \Sigma (P_{id} \cdot u_i) \quad (2.51)$$

sendo que  $P_{id}$  é a força vertical atuante no pavimento  $i$  (com seu valor de cálculo) e  $u_i$  é o deslocamento horizontal do pavimento  $i$ .

Se for satisfeita a condição  $\gamma_z \leq 1,1$ , a estrutura será classificada como de nós fixos.

Segundo MIRANDA e CARVALHO (2006), embora a NBR 6118:2003 não recomende o uso do  $\gamma_z$  para estruturas com número de pavimentos inferior a quatro, a utilização do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , indicado para estas situações, parece acarretar valores muito conservadores.

## **2.5. Procedimentos Simplificados para a Consideração dos Efeitos de Segunda Ordem**

Como já foi mencionado, no caso de estruturas de nós móveis, é obrigatória a consideração dos efeitos de segunda ordem, ou seja, deve-se realizar uma análise de segunda ordem. Sendo esta análise muitas vezes incompatível com fatores limitadores como tempo e praticidade, tem-se buscado processos simplificados capazes de prever o comportamento da estrutura em segunda ordem.

Segundo NIXON *et al.*<sup>9</sup> *apud* MACGREGOR e HAGE (1977), os momentos e deslocamentos de segunda ordem podem ser determinados a partir de uma análise estrutural de primeira ordem, apenas inserindo um contraventamento diagonal fictício de área negativa em cada pavimento. Embora os membros de contraventamento normalmente enrijeçam a estrutura, este contraventamento artificial tornaria a estrutura mais flexível, e a matriz de rigidez obtida seria de segunda ordem.

MACGREGOR e HAGE (1977) introduzem o denominado índice de estabilidade  $Q$ , definido para cada pavimento como:

$$Q = \frac{\Sigma P \Delta_1}{HL} \quad (2.52)$$

sendo que  $\Sigma P$  é a força vertical total,  $H$  a força lateral,  $\Delta_1$  o deslocamento relativo de primeira ordem produzido por  $H$  e  $L$  é o comprimento do pavimento.

Para um dado carregamento lateral que leva a momentos de primeira ordem  $M_1$ , os momentos totais de segunda ordem  $M_2$ , podem ser obtidos como:

$$M_2 = \delta M_1 \quad \text{sendo} \quad \delta = 1/(1-Q) \quad (2.53)$$

Quando  $Q \leq 0,0475$ ,  $\delta$  pode ser tomado igual a 1,0, o que significa que os momentos de segunda ordem podem ser desprezados desde que não representem acréscimo superior a 5% dos momentos de primeira ordem. Tem-se mostrado que o majorador  $\delta$  pode ser aplicado a todas as seções do pavimento, incluindo vigas, pilares e paredes, fornecendo os momentos resultantes apenas das ações laterais. Estes momentos devem, então, ser adicionados àqueles relativos às forças verticais.

---

<sup>9</sup>NIXON, D.; BEAULIEU, D.; ADAMS, P.F. *Simplified second-order frame analysis*. Canadian Journal of Civil Engineering, v.2, n.4, p.602-605, 1975.

Alternativamente, pode-se também utilizar  $\delta = 1/(1-Q)$  para majorar as ações laterais. Dessa forma, os momentos de segunda ordem serão obtidos a partir da análise em primeira ordem da estrutura, realizada com as ações laterais majoradas agindo simultaneamente com as cargas verticais. Segundo MACGREGOR e HAGE (1977), este método será menos preciso se existirem grandes diferenças nas rigidezes laterais dos pavimentos.

Finalmente, os autores ressaltam que estes métodos simplificados só podem ser empregados quando o índice de estabilidade  $Q \leq 0,2$ , e que o valor de  $Q$  deve ser calculado para o carregamento último, usando rigidezes representativas deste carregamento.

VASCONCELOS<sup>10</sup> *apud* CORRÊA (1991) apresenta um processo prático para a consideração dos efeitos de segunda ordem em estruturas planas. Este processo consiste na realização de uma análise em primeira ordem da estrutura, com as ações horizontais majoradas por um coeficiente  $k$ , dado em função do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ . A partir da razão entre o valor crítico de  $\alpha$ , dependente do número de pavimentos do edifício, e o seu valor atual pode-se estimar o fator de majoração das ações horizontais, de acordo com a sua natureza (ação do vento, desaprumo, etc). Segundo VASCONCELOS<sup>10</sup> *apud* CORRÊA (1991) o processo fornece resultados satisfatórios desde que  $\alpha$  não ultrapasse 1,3.

AAS-JAKOBSEN<sup>11</sup> *apud* MACGREGOR e HAGE (1977) propõe uma abordagem de elemento finito para levar em conta os efeitos de segunda ordem sob condições elásticas-lineares. Assume-se que a matriz de rigidez  $[K]$  seja a soma de  $[K_1]$  e  $[K_2]$ , onde  $[K_1]$  é a matriz de rigidez de primeira ordem e  $[K_2]$  é obtida por meio de um procedimento iterativo. Quando deslocamentos unitários são aplicados à barra a carga axial requerida para manter o equilíbrio é desconhecida e somente pode ser obtida por tentativa e erro.

---

<sup>10</sup>VASCONCELOS, A.C. *Como se pode enrijecer edifícios muito flexíveis*. In: LA INGENIERÍA ESTRUCTURAL SUDAMERICANA EN LA DÉCADA DEL 80, v.1, p.237-268, Montevideo. *Anais*.

<sup>11</sup>AAS-JAKOBSEN, K. *Design of slender reinforced concrete frames*. Report N° 48, Institut für Baustatik ETH Zurich, Switzerland, Nov, 1973.

AAS-JAKOBSEN<sup>11</sup> *apud* MACGREGOR e HAGE (1977) sugere que a carga axial seja tomada igual a zero no primeiro ciclo. As forças axiais de primeira ordem obtidas no primeiro ciclo são usadas no segundo ciclo. O processo é repetido até que a carga axial encontrada em um ciclo esteja próxima do valor calculado no ciclo anterior. Considerando que os efeitos de segunda ordem não afetarão as cargas axiais nas colunas significativamente a convergência será atingida rapidamente, e geralmente dois ciclos serão suficientes.

ARISTIZABAL-OCHOA (1997a,b) desenvolve um método analítico capaz de analisar a estabilidade de todo um pavimento de estruturas tridimensionais de concreto armado. As estruturas são classificadas como contraventadas, parcialmente contraventadas ou não contraventadas, dependendo de sua rigidez lateral. Para cada tipo, são apresentadas equações que permitem, a partir das forças axiais nas colunas (calculadas por meio de uma análise linear de primeira ordem), determinar a força crítica total do pavimento e o fator de majoração que deve ser aplicado aos momentos de primeira ordem, para levar em conta os efeitos de segunda ordem. Segundo ARISTIZABAL-OCHOA (1997a,b), para os exemplos analisados, o método proposto forneceu resultados com boa proximidade em relação aos obtidos por outros pesquisadores.

VINAGRE e CAMARA (2000) apresentam um processo simplificado para a avaliação dos efeitos de segunda ordem em colunas de pórticos de concreto armado. A metodologia envolve algumas características do método da excentricidade adicional (que fornece bons resultados para colunas isoladas) e do método  $P-\Delta$  (que leva em conta a análise global da estrutura). Os efeitos de segunda ordem são considerados a partir da aplicação, em cada pavimento da estrutura, de incrementos de força horizontal ( $\Delta H$ ), definidos como:

$$\Delta H = \frac{2 \cdot e_{2,min}}{L} \sum P \quad (2.54)$$

sendo que  $\Sigma P$  e  $L$  representam, respectivamente, a força vertical total e o comprimento do pavimento, e  $e_{2,min}$  é a menor excentricidade de segunda ordem das colunas do pavimento (consideradas isoladas).

KWAK e KIM (2006b,c) desenvolvem uma formulação para prever a capacidade resistente de colunas esbeltas de concreto armado, considerando os efeitos de ambas as não-linearidades física e geométrica. Esta formulação é baseada em um coeficiente de redução de resistência  $F$ , que varia de acordo com o índice de esbeltez, a taxa de armadura e a resistência à compressão do concreto; maiores valores de  $F$  são obtidos para colunas com elevados índices de esbeltez e menores taxas de armadura. Segundo KWAK e KIM (2006b,c), a formulação proposta fornece resultados bem próximos dos obtidos a partir de uma análise não-linear rigorosa, sendo eficiente na definição da seção de colunas esbeltas de concreto armado no estágio preliminar de projeto.

BONET *et al.* (2004) apresentam um processo simplificado para projetar colunas retangulares esbeltas de concreto armado com armadura duplamente simétrica. O processo é baseado no método de majoração dos momentos de primeira ordem, para levar em conta os efeitos de segunda ordem. Este método é fortemente influenciado pela força crítica de flambagem e, portanto, pelos valores de rigidez  $EI$  empregados. Assim, são também desenvolvidas equações para o cálculo da rigidez  $EI$ , que dependem do tipo de solicitação a que a coluna está submetida. De acordo com BONET *et al.* (2004), o processo apresentado mostra-se bastante preciso para aplicações práticas, podendo ser utilizado na fase de projeto ou para a verificação das seções adotadas.

GANTES e MAGEIROU (2005) propõem um método para determinar o comprimento efetivo de flambagem de colunas pertencentes a pórticos deslocáveis de múltiplos pavimentos. O processo consiste na substituição das barras que convergem na base e no topo da coluna por molas equivalentes, levando em conta todas as possíveis condições de contorno (rotacionais e translacionais) e a presença ou não de força axial. Segundo GANTES e MAGEIROU (2005), o método proposto mostra excelente concordância com

os resultados obtidos via elementos finitos, e avalia a força crítica com melhor precisão que os processos geralmente empregados nas normas de projeto.

GIRGIN *et al.* (2006) afirmam que o cálculo do comprimento de flambagem de colunas de pórticos por meio dos diagramas e das formulações simplificadas apresentados em diversas especificações e normas de projeto pode levar a resultados errôneos. Isto porque tais formulações consideram apenas a distribuição de rigidez local, e, de acordo com GIRGIN *et al.* (2006), o comprimento de flambagem deve ser determinado levando em conta também as propriedades gerais da estrutura, como a posição do elemento individual e as distribuições de força axial e de rigidez global. Com base neste argumento, GIRGIN *et al.* (2006) desenvolvem um método aproximado para a determinação do comprimento de flambagem, que fornece erros da ordem de 5% e pode ser considerado adequado para aplicações práticas.

KEMP (2000) propõe um fator de amplificação de momentos e deslocamentos para levar em conta os efeitos de segunda ordem em pórticos retangulares e não-retangulares. Melhor precisão é alcançada com uma variação linear do fator de amplificação entre um limite inferior no início do comportamento inelástico e um limite superior no qual o colapso plástico ocorre.

Para a avaliação dos efeitos de segunda ordem em estruturas de aço, o AISC/LRFD (1999) adota o método aproximado de amplificação dos momentos de primeira ordem pelos fatores de majoração  $B_1$  e  $B_2$ . O momento fletor solicitante de segunda ordem,  $M_{Sd}$ , deve, então, ser determinado por meio da seguinte expressão:

$$M_{Sd} = B_1 \cdot M_{nt} + B_2 \cdot M_{lt} \quad (2.55)$$

sendo  $M_{nt}$  o momento fletor solicitante de cálculo, assumindo não existir deslocamento lateral na estrutura, e  $M_{lt}$  o momento fletor solicitante de cálculo devido ao deslocamento lateral do pórtico; ambos  $M_{nt}$  e  $M_{lt}$  são obtidos por análises de primeira ordem. O

coeficiente de amplificação  $B_1$  representa o efeito  $P-\delta$ , relacionado à instabilidade da barra, ou aos efeitos locais de segunda ordem;  $B_2$  considera o efeito  $P-\Delta$ , relacionado à instabilidade do pórtico, ou aos efeitos globais de segunda ordem.

O coeficiente  $B_2$  pode ser calculado, para cada pavimento da estrutura, como:

$$B_2 = \frac{l}{l - \frac{\Delta_{0h}}{L} \frac{\sum N_{sd}}{\sum H_{sd}}} \quad (2.56)$$

sendo  $\sum N_{sd}$  o somatório das forças normais de compressão solicitantes de cálculo em todos os pilares e outros elementos resistentes a forças verticais do pavimento,  $\Delta_{0h}$  o deslocamento horizontal relativo,  $L$  o comprimento do pavimento e  $\sum H_{sd}$  o somatório de todas as forças horizontais de cálculo no pavimento que produzem  $\Delta_{0h}$ .

Segundo SILVA (2004), se em todos os pavimentos o coeficiente  $B_2$  não superar o valor de 1,1 a estrutura pode ser considerada pouco sensível a deslocamentos horizontais e, neste caso, os efeitos globais de segunda ordem podem ser desprezados. Quando o maior  $B_2$  estiver situado entre 1,1 e 1,4, o método aproximado  $B_1$ - $B_2$  pode ser utilizado para o cálculo do momento fletor, sendo os demais esforços (força normal e força cortante) obtidos diretamente da análise de primeira ordem. Finalmente, quando  $B_2 > 1,40$ , recomenda-se a realização de uma análise elástoplástica rigorosa de segunda ordem. SILVA (2004) ainda acrescenta que, caso  $1,1 < B_2 \leq 1,2$ , pode-se, alternativamente, calcular os momentos fletores com base em uma análise de primeira ordem realizada com os esforços horizontais majorados pelo maior  $B_2$ .

Nota-se então que, assim como o coeficiente  $\gamma$ , o coeficiente  $B_2$  constitui um “indicador” da importância dos efeitos globais de segunda ordem em uma estrutura. Dessa forma, no item 2.6, busca-se obter uma expressão capaz de relacionar estes parâmetros.

A NBR 6118:2003 estabelece que os esforços finais (primeira ordem + segunda ordem) podem ser avaliados, a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada, por  $0,95\gamma_z$  desde que  $\gamma_z$  não ultrapasse 1,3. No entanto, segundo o Projeto de Revisão da NBR 6118:2000, os valores finais dos esforços poderiam ser obtidos pela multiplicação dos momentos de primeira ordem por  $0,95\gamma_z$ , também com a condição de que  $\gamma_z \leq 1,3$ . Nota-se, portanto, que o  $\gamma_z$  deixou de ser o coeficiente majorador dos momentos de primeira ordem, e passou a ser o coeficiente majorador das ações horizontais.

Segundo FRANCO e VASCONCELOS (1991), a utilização do  $\gamma_z$  como majorador dos momentos de primeira ordem fornece uma boa estimativa dos resultados da análise de segunda ordem; o método foi empregado com sucesso em edifícios altos com  $\gamma_z$  da ordem de 1,2 ou mais. VASCONCELOS (1996) acrescenta que este processo é válido mesmo para valores de  $\gamma_z$  inferiores a 1,10, casos nos quais as normas técnicas permitem não considerar os efeitos de segunda ordem.

ANDOLFATO *et al.* (2003) comparam as majorações dos momentos nos pilares em virtude dos efeitos de segunda ordem obtidas pelo processo *P-Δ* com as majorações previstas pelo coeficiente  $\gamma_z$  para cinco pórticos espaciais de concreto armado. Segundo ANDOLFATO *et al.* (2003) os resultados encontrados apresentam-se muito próximos até valores de  $\gamma_z$  um pouco superiores a 1,3.

CARMO (1995) compara os resultados de análises em segunda ordem de edifícios de concreto armado pelo processo denominado “rigoroso” (considerando a não-linearidade geométrica pelas alterações na matriz de rigidez da estrutura e a não-linearidade física por meio da redução de rigidez dos elementos estruturais), processo *P-Δ* (também com redução das rigidezes dos elementos) e pelo método simplificado (utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  para majorar os esforços de primeira ordem). O processo simplificado de análise de segunda ordem é considerado satisfatório até um determinado limite, sugerido como 1,3.

CARMO (1995) ainda expõe a necessidade de haver um melhor tratamento estatístico dos resultados obtidos, relativos a um universo maior de exemplos.

LIMA e GUARDA (1999a,b) calculam os esforços em segunda ordem para várias estruturas convencionais de concreto armado, a partir da aplicação do processo  $P-\Delta$  e pelo processo simplificado, utilizando o coeficiente  $\gamma_z$ . Segundo LIMA e GUARDA (1999a,b), o  $\gamma_z$  majora satisfatoriamente os efeitos de primeira ordem até o valor de 1,2.

A partir do processamento de edifícios em primeira e segunda ordem no “software” ANSYS-5.7, para as forças verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais, OLIVEIRA (2002) realiza uma análise comparativa entre os acréscimos sofridos pelos esforços de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, e os acréscimos previstos pelo coeficiente  $\gamma_z$ . O processamento das estruturas em segunda ordem é realizado por meio de uma análise não-linear geométrica, considerando a não-linearidade física de forma simplificada, com a redução de rigidez dos elementos estruturais. Observa-se que, de forma geral, a obtenção dos esforços finais (primeira ordem + segunda ordem) a partir da majoração dos esforços de primeira ordem por  $\gamma_z$  resultaria em uma boa estimativa dos acréscimos médios. Porém, no caso da força normal nos pilares esta majoração não conduziria a bons resultados, uma vez que os acréscimos obtidos, em geral muito pequenos, não correspondem aos previstos pelo coeficiente  $\gamma_z$ . Segundo PINTO (1997), isto pode ser explicado pelo fato de que a força normal nos pilares é produzida, principalmente, pela ação vertical, que não sofre alterações significativas em virtude dos efeitos de segunda ordem. Estes efeitos afetam mais sensivelmente os esforços oriundos da ação horizontal sobre a estrutura. Em suma, os acréscimos das forças normais nos pilares, relativos à ação simultânea das forças verticais e horizontais, serão realmente insignificantes, já que as forças normais oriundas das ações horizontais são muito pequenas em relação às oriundas das ações verticais. Assim, PINTO (1997) recomenda não multiplicar o valor total da força normal por  $\gamma_z$  e sim exclusivamente a parcela relativa às ações horizontais.

É importante comentar que, em diversos trabalhos [ANDOLFATO *et al.* (2003), CARMO (1995), PINTO (1997), LIMA e GUARDA (1999a,b) e OLIVEIRA (2002), entre outros], a majoração dos esforços de primeira ordem efetuada com o valor integral de  $\gamma_z$  mostrou-se mais eficiente que aquela realizada com  $0,95\gamma_z$ , conforme a recomendação do Projeto de Revisão da NBR 6118:2000.

Ressalta-se ainda que, segundo VASCONCELOS (2002), existem casos em que não se deve aplicar o processo simplificado utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  para a determinação dos efeitos de segunda ordem. Isto porque o processo de avaliação dos efeitos de segunda ordem por meio da multiplicação dos momentos de primeira ordem por  $\gamma_z$  baseia-se na hipótese de que as sucessivas linhas elásticas produzidas pela ação da força vertical aplicada na estrutura com os nós deslocados se sucedem segundo uma progressão geométrica e, em alguns casos particulares, esta hipótese não é válida. Como exemplos destas situações excepcionais, VASCONCELOS (2002) cita: quando houver mudança brusca de inércias entre pavimentos (em especial entre o térreo e o primeiro andar), no caso de pés-direitos muito diferentes entre os pavimentos, casos de transição de pilares em vigas, quando existirem torções do pórtico espacial ou recalques não uniformes nas fundações, e outros.

OLIVEIRA e SILVA (2003) avaliam a eficiência do coeficiente  $\gamma_z$  como majorador das ações horizontais para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem. São realizadas análises em primeira e segunda ordem (com consideração simplificada da não-linearidade física, reduzindo-se a rigidez dos elementos estruturais) de um edifício de médio porte em concreto armado, para as forças verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais. Entretanto, no processamento do edifício em primeira ordem as ações horizontais são adicionalmente majoradas por  $0,95\gamma_z$ , como estabelece a NBR 6118:2003. Os esforços obtidos a partir da análise em segunda ordem são, então, comparados com aqueles da análise em primeira ordem. Para o momento fletor nos pilares, a força cortante e o momento fletor nas vigas, as diferenças encontradas, que deveriam ser próximas de zero,

oscilam entre 10% e 20%; apenas no caso da força normal nos pilares as diferenças são menores, girando em torno de 2%.

KAEFER *et al.* (2002) analisam a estrutura de contraventamento de um edifício de concreto armado utilizando diversas aproximações para a avaliação dos efeitos de segunda ordem. O trabalho é realizado utilizando o programa FTOOL, que possui um *solver* linear interno e serve como interface gráfica para o programa ADINA, responsável pela execução de análises não-lineares de pórticos planos. Os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, são obtidos por meio de três modelos. No primeiro modelo, a estrutura é processada em primeira ordem, para as forças verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%. O segundo modelo consiste em realizar uma análise não-linear geométrica (utilizando o método de Newton-Raphson completo) da estrutura, com a não-linearidade física considerada de forma simplificada, reduzindo-se em 20% a rigidez dos pilares e em 60% a rigidez das vigas. O terceiro modelo difere do modelo anterior pela utilização de diagramas força normal-momento-curvatura para a avaliação da rigidez dos pilares e vigas. Tais diagramas são gerados pelo FTOOL, a partir das armaduras calculadas com os esforços obtidos no modelo 1 e são exportados para o ADINA. Para cada modelo, são feitos os dimensionamentos das vigas e pilares; as armaduras são, então, comparadas. Observa-se que a maioria dos valores das armaduras calculadas pelos três modelos não ficam distantes entre si de mais de 10%. Segundo KAEFER *et al.* (2002), considerando que não foi levada em conta a solidariedade entre as vigas e lajes (tampouco vigas T), que o modelo utilizado é uma aproximação plana para um problema tridimensional e que na execução da obra, outros fatores como o mau posicionamento das armaduras e a variabilidade do material concreto podem alterar o comportamento da estrutura, as diferenças entre os resultados não são muito grandes, sendo todos os modelos coerentes.

## 2.6. Relação entre os Coeficientes $\gamma$ e $B_2$

A FIG. 2.12 mostra uma estrutura composta por três pavimentos de comprimentos iguais ( $L$ ). Nesta figura, estão também representadas as forças de cálculo verticais ( $P_{id}$ ) e horizontais ( $F_{hid}$ ) atuantes em cada pavimento  $i$ , juntamente com seus respectivos deslocamentos horizontais ( $u_i$ ).

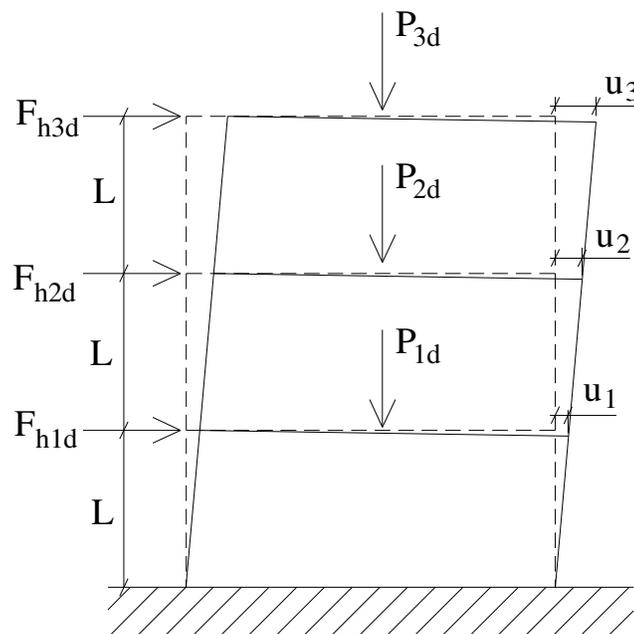


FIGURA 2.12 – Estrutura de três pavimentos submetida às forças verticais e horizontais.

Para o cálculo de  $\gamma$ , eq. (2.49), é necessário determinar os valores de  $M_{1,tot,d}$  e  $\Delta M_{1,tot,d}$ . Pelas eq. (2.50) e (2.51), tem-se, respectivamente:

$$M_{1,tot,d} = (F_{h1d} \cdot L + F_{h2d} \cdot 2L + F_{h3d} \cdot 3L) = F_{h1d} \cdot L + 2 F_{h2d} \cdot L + 3 F_{h3d} \cdot L \quad (2.57)$$

$$\Delta M_{1,tot,d} = P_{1d} \cdot u_1 + P_{2d} \cdot u_2 + P_{3d} \cdot u_3 \quad (2.58)$$

O coeficiente  $B_2$ , dado pela eq. (2.56), apresenta valores diferenciados para cada pavimento da estrutura. Assim, denominando-se o coeficiente  $B_2$  do pavimento  $i$  de  $B_{2,i}$  e as parcelas  $(L \cdot \Sigma H_{sd})$  e  $(\Delta_{0h} \cdot \Sigma N_{sd})$  de  $M_i$  e  $\Delta M_i$ , respectivamente, obtém-se:

- 1º pavimento:

$$M_1 = L \cdot (F_{h1d} + F_{h2d} + F_{h3d}) = F_{h1d} \cdot L + F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L \quad (2.59)$$

$$\Delta M_1 = (u_1 - 0) \cdot (P_{1d} + P_{2d} + P_{3d}) = P_{1d} \cdot u_1 + P_{2d} \cdot u_1 + P_{3d} \cdot u_1 \quad (2.60)$$

$$B_{2,1} = \frac{I}{1 - \frac{\Delta M_1}{M_1}} \Rightarrow B_{2,1} = \frac{I}{\frac{M_1 - \Delta M_1}{M_1}} \Rightarrow (M_1 - \Delta M_1) = \frac{M_1}{B_{2,1}} \quad (2.61)$$

- 2º pavimento:

$$M_2 = L \cdot (F_{h2d} + F_{h3d}) = F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L \quad (2.62)$$

$$\Delta M_2 = (u_2 - u_1) \cdot (P_{2d} + P_{3d}) = P_{2d} \cdot u_2 + P_{3d} \cdot u_2 - P_{2d} \cdot u_1 - P_{3d} \cdot u_1 \quad (2.63)$$

$$B_{2,2} = \frac{I}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_2}} \Rightarrow B_{2,2} = \frac{I}{\frac{M_2 - \Delta M_2}{M_2}} \Rightarrow (M_2 - \Delta M_2) = \frac{M_2}{B_{2,2}} \quad (2.64)$$

- 3º pavimento:

$$M_3 = L \cdot (F_{h3d}) = F_{h3d} \cdot L \quad (2.65)$$

$$\Delta M_3 = (u_3 - u_2) \cdot (P_{3d}) = P_{3d} \cdot u_3 - P_{3d} \cdot u_2 \quad (2.66)$$

$$B_{2,3} = \frac{I}{1 - \frac{\Delta M_3}{M_3}} \Rightarrow B_{2,3} = \frac{I}{\frac{M_3 - \Delta M_3}{M_3}} \Rightarrow (M_3 - \Delta M_3) = \frac{M_3}{B_{2,3}} \quad (2.67)$$

Somando-se  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ , eq. (2.59), (2.62) e (2.65), e  $\Delta M_1$ ,  $\Delta M_2$  e  $\Delta M_3$ , eq. (2.60), (2.63) e (2.66) resulta:

$$M_1 + M_2 + M_3 = F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L \quad (2.68)$$

$$\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 = P_{1d} \cdot u_1 + P_{2d} \cdot u_2 + P_{3d} \cdot u_3 \quad (2.69)$$

Comparando as eq. (2.68) e (2.69) com as eq. (2.57) e (2.58) pode-se escrever:

$$M_{1,tot,d} = M_1 + M_2 + M_3 \quad (2.70)$$

$$\Delta M_{1,tot,d} = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 \quad (2.71)$$

Substituindo as eq. (2.70) e (2.71) na eq. (2.49), o coeficiente  $\gamma_z$  fica definido como:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3}{M_1 + M_2 + M_3}} = \frac{I}{(M_1 + M_2 + M_3) - (\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3)}$$

$$\gamma_z = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{(M_1 - \Delta M_1) + (M_2 - \Delta M_2) + (M_3 - \Delta M_3)} \quad (2.72)$$

Invertendo a eq. (2.72) tem-se:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{(M_1 - \Delta M_1) + (M_2 - \Delta M_2) + (M_3 - \Delta M_3)}{M_1 + M_2 + M_3} \quad (2.73)$$

Substituindo as eq. (2.61), (2.64), (2.67) e (2.70) na eq. (2.73), obtém-se:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{\frac{M_1}{B_{2,1}} + \frac{M_2}{B_{2,2}} + \frac{M_3}{B_{2,3}}}{M_{1,tot,d}} \Rightarrow \frac{1}{\gamma_z} = \frac{M_1}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,1}} + \frac{M_2}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,2}} + \frac{M_3}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,3}} \quad (2.74)$$

Finalmente pode-se escrever a eq. (2.74) como:

$$\frac{I}{\gamma_z} = \frac{c_1}{B_{2,1}} + \frac{c_2}{B_{2,2}} + \frac{c_3}{B_{2,3}} \quad (2.75)$$

sendo as constantes  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  dadas respectivamente por:

$$c_1 = \frac{M_1}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h1d} \cdot L + F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h1d} + F_{h2d} + F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (2.76)$$

$$c_2 = \frac{M_2}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h2d} + F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (2.77)$$

$$c_3 = \frac{M_3}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (2.78)$$

Logo, para uma estrutura composta por  $n$  pavimentos, o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser calculado em função do coeficiente  $B_2$  como:

$$\frac{I}{\gamma_z} = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{B_{2,i}} \quad (2.79)$$

sendo

$$c_i = \frac{\sum_{j=i}^n F_{hjd}}{\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd}} \quad (2.80)$$

# 3

## ASPECTOS COMPUTACIONAIS

### 3.1. Considerações Iniciais

Os procedimentos usuais para projetos de estruturas de concreto armado foram, em sua maioria, desenvolvidos a partir de resultados de ensaios de laboratório, onde se obteve a caracterização do comportamento do material ou de elementos estruturais isolados. Contudo, como ressalta BARBOSA (1997), a utilização desses dados para a previsão do comportamento global de uma estrutura pode, eventualmente, mostrar-se de validade duvidosa e até mesmo temerária. Mas, por outro lado, a realização de ensaios em estruturas na sua verdadeira ordem de grandeza é obviamente inviável por razões tanto práticas quanto econômicas. Assim, para a previsão realista do comportamento dessas estruturas, torna-se necessária a realização de análises numéricas confiáveis, com elevado grau de segurança quanto à validade dos resultados obtidos.

A disseminação do uso de computadores possibilitou grande avanço nos processos de análise de estruturas de concreto armado, viabilizando o emprego de modelos mais sofisticados e impulsionando o desenvolvimento de métodos numéricos, como o de elementos finitos.

O método dos elementos finitos (MEF) é um processo numérico que utiliza funções aproximadoras para realizar a análise de um problema. Este método possui a formulação baseada no campo de deslocamentos e, como todo método numérico, não é exato, devendo ser utilizado criteriosamente a fim de evitar que os erros inerentes ao processo prejudiquem a representatividade do modelo.

Segundo WANG e HSU (2001), o método dos elementos finitos constitui um importante procedimento para a análise de estruturas de concreto complexas. Trata-se de uma técnica extremamente eficiente que possibilita ao analista considerar diversas condições de restrição, de solicitação, de irregularidades geométricas e físicas do material, sendo capaz de descrever o comportamento global da estrutura.

O presente trabalho envolve a realização de análises numéricas, lineares e não-lineares, de pórticos pertencentes a edifícios usuais de concreto armado. Os pórticos serão analisados pelo método dos elementos finitos, utilizando o “software” ANSYS-9.0.

Neste capítulo são apresentadas análises não-lineares geométricas e físicas realizadas no programa ANSYS-9.0 de peças estruturais e pórticos de concreto armado já testados experimentalmente ou estudados por outros pesquisadores. Por meio destas análises, busca-se avaliar o desempenho dos elementos finitos e dos modelos de materiais utilizados, bem como da discretização adotada e dos recursos numéricos envolvidos. Dessa forma, será possível “calibrar” o modelo a ser adotado nas análises posteriores no ANSYS, garantindo a confiabilidade dos resultados obtidos.

## **3.2. Análise Não-Linear no “Software” ANSYS**

### **3.2.1. Considerações Relativas à NLF**

O sistema computacional ANSYS apresenta diversos elementos finitos, tipos de análises, modelos constitutivos, recursos numéricos e poderosos pré e pós-processadores. Possibilita a análise dos mais variados problemas, incluindo problemas estruturais de diferentes naturezas.

Em relação à não-linearidade física, dentre os diversos modelos constitutivos não-lineares oferecidos pelo ANSYS, dois se destacam como mais adequados para representar o comportamento do concreto. São o modelo elastoplástico baseado no critério de escoamento de Drucker-Prager, e o modelo específico para determinação da ruptura de materiais frágeis, obtido a partir do critério de Willam-Warnke. Para o aço, pode-se escolher entre modelos bilineares ou multilineares, cinemáticos ou isotrópicos, com ou sem encruamento, segundo o critério de escoamento de Von Mises.

O modelo de escoamento de Drucker-Prager é elastoplástico perfeito e permite que sejam consideradas diferentes resistências à tração e à compressão para o material. No espaço das tensões principais, a superfície de escoamento tem a forma de um cone circular, como mostra a FIG. 3.1.

No modelo baseado no critério de ruptura de Willam-Warnke, específico para representar o comportamento de materiais frágeis, como o concreto, a evolução das tensões ocorre de forma elástica e linear até a ruptura frágil, por compressão ou por tração, quando as tensões se anulam imediatamente.

Este critério de ruptura, conforme o ANSYS, pode ser expresso no espaço das tensões principais como:

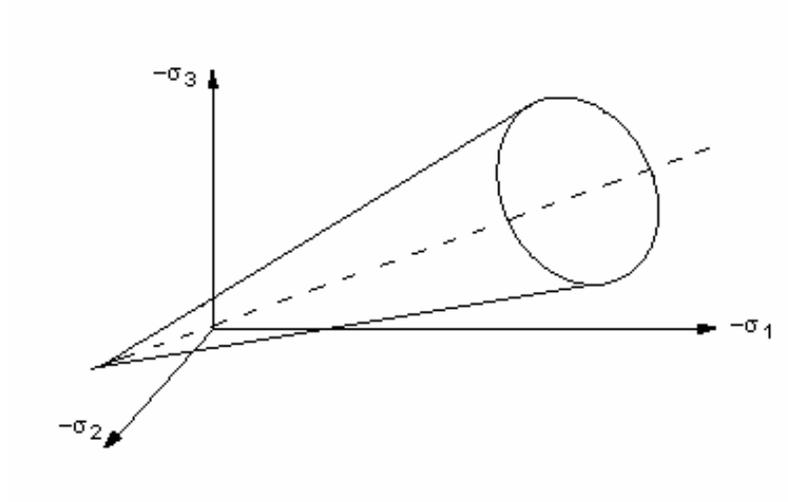


FIGURA 3.1 – Superfície de escoamento de Drucker-Prager.

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (3.1)$$

sendo  $F$  a função do estado de tensões,  $f_c'$  a resistência à compressão uniaxial e  $S$  a função que define a superfície de ruptura, FIG. 3.2.

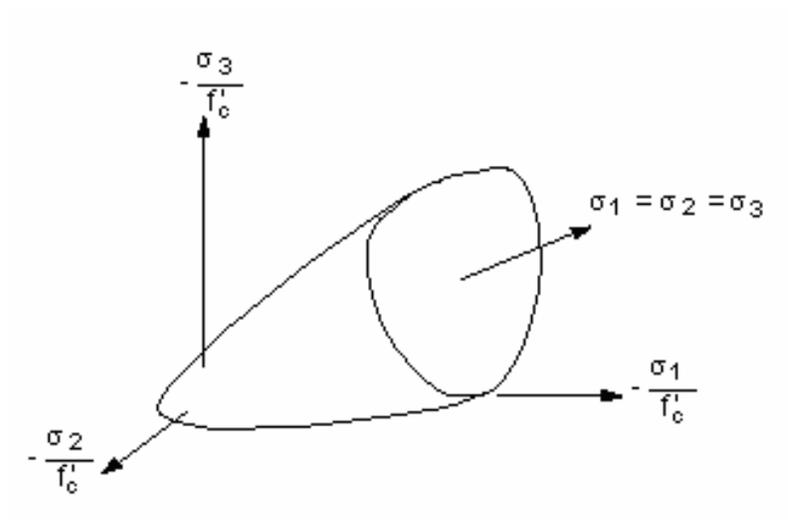


FIGURA 3.2 – Superfície de ruptura de Willam-Warnke.

O processo de fissuração é representado através de um modelo de fissuras dispersas. Atingida a superfície de ruptura, por tensões de tração em um ponto de integração do elemento, introduz-se na direção normal à tensão de tração um plano de resistência nula.

Com o objetivo de caracterizar a retenção da resistência a esforços cisalhantes ao longo da fissura, é considerado um coeficiente de retenção de rigidez a cisalhamento  $\beta_t$ , compreendido entre zero e um. Assim, torna-se possível simular, para cargas posteriores à formação das fissuras, a transmissão de tensões de cisalhamento pelo mecanismo de intertravamento entre os agregados.

Ao se fechar uma fissura, todas as tensões de compressão normais ao plano da fissura são transmitidas através dela. Entretanto, apenas parte das tensões de cisalhamento são transmitidas, conforme o valor do fator de transferência de tensões de cisalhamento para fissuras fechadas,  $\beta_c$ .

O modelo baseado no critério de ruptura de Willam-Warnke pode ser utilizado adotando o elemento definido como “solid 65”, próprio para concreto. Trata-se de um elemento sólido tridimensional, possuindo oito nós, com três graus de liberdade por nó (três translações, nas direções  $X, Y$  e  $Z$ ), FIG. 3.3. É possível considerar a ruptura frágil associada à fissuração e ao esmagamento do concreto, admitindo também a consideração do comportamento elastoplástico baseado nos critérios de Drucker-Prager e Von Mises. Existe a possibilidade de incluir as armaduras como um material disperso no interior do elemento, orientado segundo três diferentes direções.

PIMENTA (2003) realizou diversas análises não-lineares físicas de peças estruturais de concreto armado usando o “software” ANSYS. As peças foram analisadas empregando-se diferentes elementos finitos e modelos constitutivos para representar o concreto e o aço. Segundo PIMENTA (2003), os modelos baseados em plasticidade, quando comparados aos modelos elásticos, mostraram-se eficientes e forneceram resultados próximos dos experimentais. Ressaltou-se ainda que os modelos que melhor representaram o

comportamento real das estruturas foram aqueles que utilizaram elemento sólido com critério de ruptura à tração e de plastificação à compressão. Além disso, os resultados dos modelos com armadura discreta e dispersa mostraram-se extremamente próximos, sendo mais vantajosa a utilização do modelo de armadura dispersa, por proporcionar uma modelagem bem mais simples, decorrente do menor número de elementos gerados e da maior liberdade para a sua discretização.

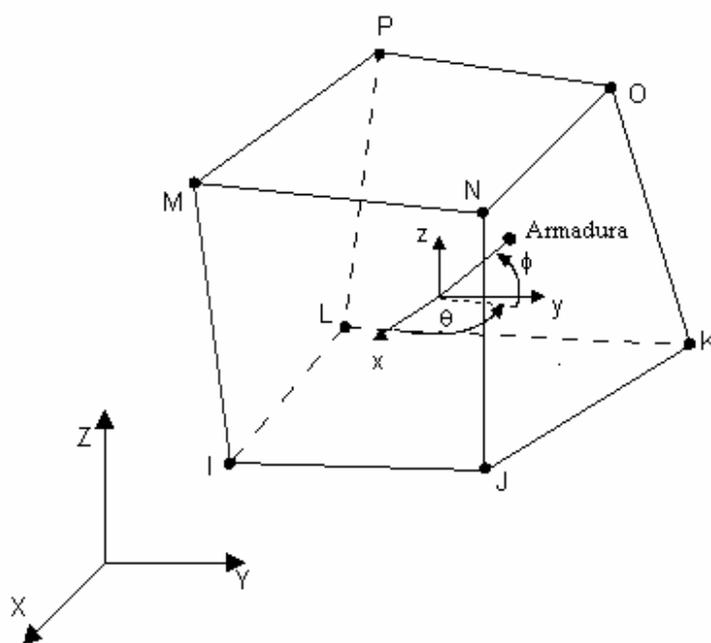


FIGURA 3.3 – Elemento sólido para concreto.

### 3.2.2. Considerações Relativas à NLG

O “software” ANSYS é capaz de realizar análises que incluem diversos tipos de não-linearidade geométrica, dependendo da magnitude das rotações e deformações presentes na estrutura.

O tipo de análise definido como “large strain”, disponível para a grande maioria dos elementos sólidos, permite grandes rotações e deformações, levando em conta possíveis mudanças de forma da estrutura (como por exemplo na área e na espessura).

Por outro lado, a análise definida como “large rotation”, normalmente utilizada para os elementos de barra, assume grandes rotações mas pequenas deformações. Neste tipo de análise, a estrutura não muda de forma, exceto por movimentos de corpo rígido.

A principal diferença entre as análises de “large strain” e “large rotation” está na medida de deformação utilizada. No primeiro tipo emprega-se a deformação logarítmica ou de Hencky, definida como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m = \ln \boldsymbol{\lambda} \quad (3.2)$$

onde  $\boldsymbol{\lambda}$  é a matriz de estiramento.

Na análise de “large rotation” a deformação logarítmica é substituída pela deformação de engenharia ou de Biot, dada por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{eng} = \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{I} \quad (3.3)$$

sendo  $\mathbf{I}$  a matriz identidade.

No caso unidimensional, as eq. (3.2) e (3.3) podem ser expressas, respectivamente, como:

$$\varepsilon_m = \ln \lambda = \ln \left( \frac{l}{l_0} \right) \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_{eng} = \lambda - 1 = \frac{l}{l_0} - 1 = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3.5)$$

sendo  $l_0$  e  $l$  os comprimentos da barra nas configurações inicial e deformada, respectivamente.

SILVA JÚNIOR (1982) mostra que o emprego da deformação de engenharia, eq. (3.5), não é satisfatório quando se deseja levar em conta alterações da seção da barra, sendo mais adequada a utilização da medida de deformação logarítmica, eq. (3.4).

Vale comentar que, caso as deformações sejam pequenas, pode-se considerar  $\lambda \cong 1$  e as medidas de deformação logarítmica e de engenharia tornam-se praticamente idênticas.

Das formulações adotadas nas análises de “large strain” e “large rotation”, que consideram a influência dos deslocamentos na rigidez da estrutura, obtém-se um sistema de equações não-lineares e, conseqüentemente, torna-se necessário utilizar um procedimento iterativo para a sua resolução. O “software” ANSYS utiliza o método incremental-iterativo de Newton-Raphson. Assim, são fornecidos ao programa o número de incrementos de carga e o número de iterações para cada passo de carga. A partir de uma configuração de equilíbrio conhecida e de um dado incremento de carga, a estrutura responderá com um nível de esforço menor do que aquele aplicado, o que resulta em um esforço residual que deve ser aplicado novamente, observando os limites de iterações e tolerância admitidos. A matriz de rigidez pode ou não ser atualizada em cada iteração, dependendo da opção desejada pelo usuário.

### **3.3. Aplicações Numéricas**

A seguir são apresentadas análises realizadas em peças estruturais e pórticos de concreto armado utilizando o “software” ANSYS-9.0. Os resultados destas análises são comparados com os dados experimentais e com os resultados obtidos por outros autores.

### 3.3.1. Pilar Bi-Rotulado com Imperfeição Inicial

Trata-se de um pilar de comportamento elástico, bi-rotulado e geometricamente imperfeito, com uma curvatura inicial apresentando uma flecha  $\delta_0$  em  $z = l/2$ , FIG. 3.4. Foram adotados módulo de elasticidade  $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$ , vão  $l = 600 \text{ cm}$ , área da seção transversal de  $(12 \times 12) \text{ cm}^2$  e flecha inicial  $\delta_0 = l/1000$ . Este pilar foi estudado numericamente e analiticamente por LAVALL (1996), admitindo para a curvatura inicial a forma de meia curva do seno descrita por:

$$x_0 = \delta_0 \text{sen} \frac{\pi \cdot z}{l} \quad (3.6)$$

que satisfaz as condições de contorno do problema.

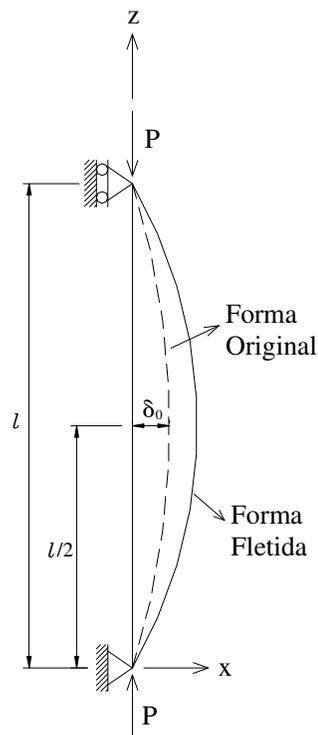


FIGURA 3.4 – Pilar bi-rotulado com imperfeição inicial.

LAVALL (1996) mostrou que a linha elástica com relação à posição inicial curva do pilar ( $x$ ) e a linha elástica total ( $x_t$ ) podem ser dadas respectivamente por:

$$x = \frac{P/P_e}{1 - P/P_e} \delta_0 \text{sen} \frac{\pi \cdot z}{l} \quad (3.7) \quad \text{e} \quad x_t = \frac{I}{1 - P/P_e} x_0 \quad (3.8)$$

sendo  $P_e = \pi^2 EI/l^2$  a força de Euler, igual a 971,17 kN.

Este pilar foi processado no “software” ANSYS-9.0, utilizando o elemento “solid 65”. Embora a utilização deste elemento não seja necessária no caso de uma análise elástica, ele foi adotado com o objetivo de realizar uma avaliação preliminar de sua capacidade de previsão dos deslocamentos e da força última em análises com não-linearidades geométricas.

Para avaliar a influência da discretização da estrutura nos resultados obtidos, o modelo foi construído empregando 40, 80 e 160 elementos sólidos, como mostra a FIG. 3.5.

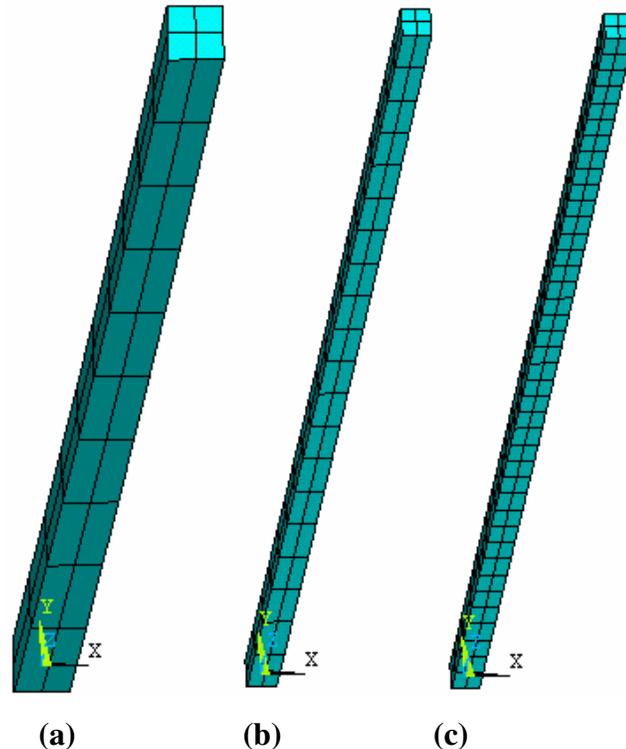


FIGURA 3.5 – Modelagem do pilar:

(a) 40 elementos; (b) 80 elementos; (c) 160 elementos.

Nas análises não-lineares, utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga e um limite de 15 iterações por incremento, com tolerância de 0,1% aplicada à raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças.

O comportamento do pilar, avaliado através dos gráficos força x deslocamento para as diversas análises realizadas, está apresentado na FIG. 3.6.

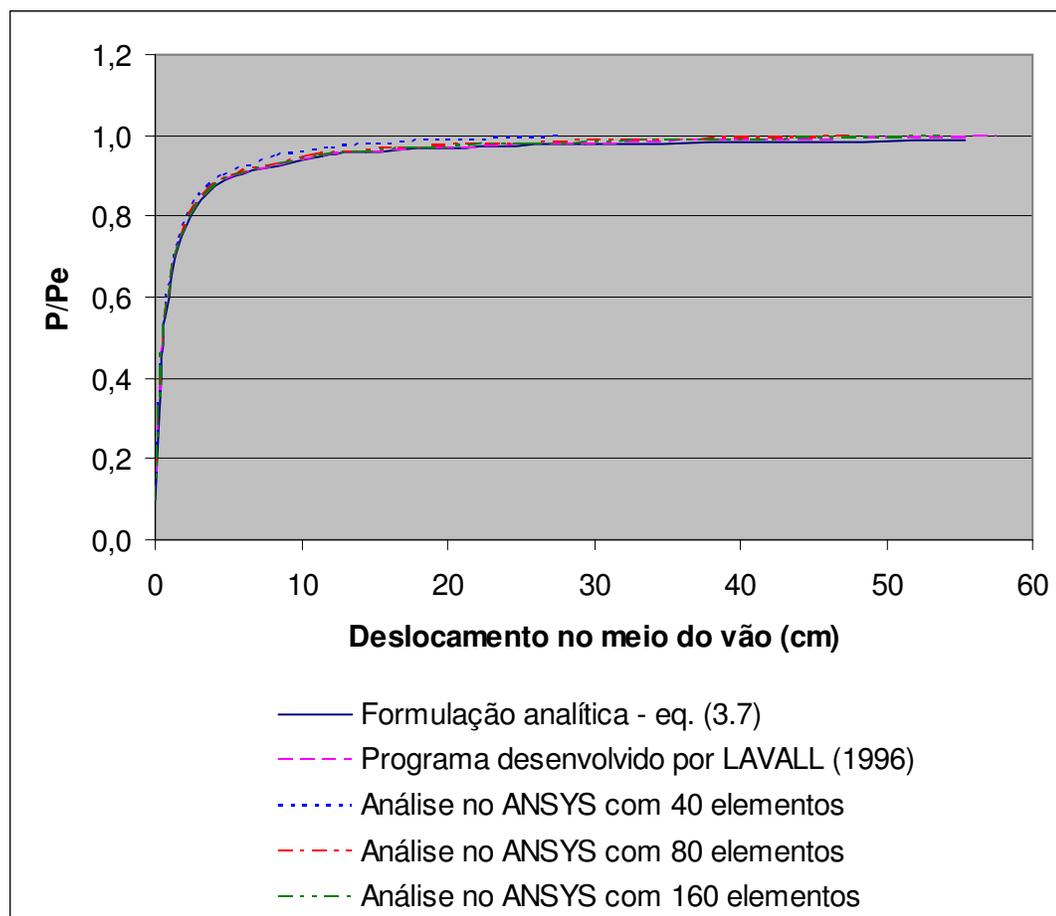


FIGURA 3.6 – Relação entre força e deslocamento para o pilar analisado.

Observa-se na FIG. 3.6 que os resultados das análises realizadas no ANSYS, com 40, 80 e 160 elementos, mostram boa proximidade em relação à formulação analítica e aos resultados obtidos por LAVALL (1996). Até cerca de 90% da força  $P_e$  todas as curvas seguem trajetórias praticamente coincidentes; a partir daí, os deslocamentos determinados

pelas análises no ANSYS apresentam-se inferiores aos valores analíticos e àqueles obtidos por LAVALL (1996), sendo que as diferenças mais significativas ocorrem no caso do modelo com 40 elementos. Vale mencionar que a curva do modelo construído com 160 elementos acompanha de perto os resultados obtidos por LAVALL (1996) durante toda a história do carregamento.

Ainda na FIG. 3.6 nota-se que, em todas as análises realizadas no ANSYS, a força última pôde ser determinada com precisão.

Finalmente, pode-se considerar que, neste caso, todos os modelos do ANSYS se mostraram satisfatórios e coerentes, e que a discretização adotada não apresentou influência significativa no comportamento estrutural.

### 3.3.2. Viga de Concreto Armado

Esta viga, mostrada esquematicamente na FIG. 3.7, foi analisada numericamente por PROENÇA<sup>12</sup> *apud* PIMENTA (2003) e experimentalmente por MARTINELLI e TAKEYA<sup>13</sup> *apud* PIMENTA (2003). Trata-se de uma viga de concreto armado simplesmente apoiada, submetida a duas forças concentradas iguais a  $F = 13,5$  kN, posicionadas nos terços do vão. Para o concreto, foram utilizados os valores de 39,2 MPa, 3,0 MPa, 40 GPa e 0,2 para a resistência à compressão, resistência à tração, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, respectivamente. Para o aço, utilizou-se módulo de elasticidade igual a 196 GPa, resistência de escoamento de 511 MPa e coeficiente de Poisson 0,3.

---

<sup>12</sup>PROENÇA, S.P.B. *Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: análise crítica e contribuições*. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1988.

<sup>13</sup>MARTINELLI, D.A.O.; TAKEYA, T. *Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo*. In: REUNIÃO ANUAL DA SBPC, 34., Campinas, 1982. *Anais*.

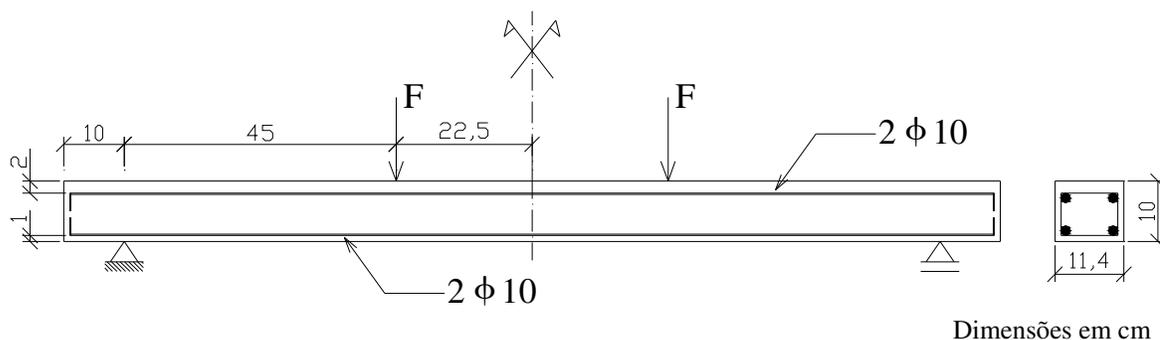


FIGURA 3.7 – Viga analisada.

Na análise de PROENÇA<sup>12</sup> *apud* PIMENTA (2003), o concreto em compressão foi representado através de um modelo elastoplástico perfeito e, em regime de tração, foi adotado um modelo elástico linear, limitado pela resistência à tração seguido de um regime de amolecimento linear. O aço foi tratado por meio de um modelo elastoplástico perfeito, admitindo comportamentos iguais à tração e à compressão.

Esta viga foi processada no programa ANSYS-9.0, utilizando o elemento “solid 65” com armadura dispersa. O critério de Willam-Warnke permite que a condição de ruptura seja desabilitada e substituída por uma condição de plastificação, utilizando, por exemplo, os critérios de Drucker-Prager ou de Von Mises. Nesta análise, manteve-se o critério de ruptura de Willam-Warnke à tração, e empregou-se, para compressão do concreto, o critério de escoamento de Von Mises, também utilizado para o aço. Segundo OLIVEIRA e CORRÊA (2002), apesar de se mostrar mais representativo do comportamento de materiais metálicos, a aplicação do critério de Von Mises ao concreto tem levado a bons resultados, como nas pesquisas desenvolvidas por LIN e SCORDELIS<sup>14</sup> *apud* OLIVEIRA e CORRÊA (2002) e HU e SCHNOBRICH<sup>15</sup> *apud* OLIVEIRA e CORRÊA (2002). Neste trabalho, os

<sup>14</sup>LIN, C.S.; SCORDELIS, A.C. *Nonlinear analysis of RC shells of general form*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.101, p.523-538, 1975.

<sup>15</sup>HU, H.T.; SCHNOBRICH, W.C. *Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete plates and shells under monotonic loading*. Computers & Structures, v.38, p.637-651, 1991.

critérios de Von Mises apresentam, tanto para o concreto quanto para o aço, comportamentos elastoplásticos perfeitos segundo diagramas tensão-deformação bilineares. Na verdade, a fim de se evitar possíveis dificuldades numéricas, considerou-se um encruamento mínimo, adotando-se, no lugar de zero, um pequeno valor para o módulo tangente.

Procurando aproveitar a dupla simetria da peça, analisou-se apenas um quarto da viga. Para avaliar a influência da discretização da estrutura nos resultados obtidos, o modelo foi construído empregando 40 e 380 elementos sólidos, como mostra a FIG. 3.8.

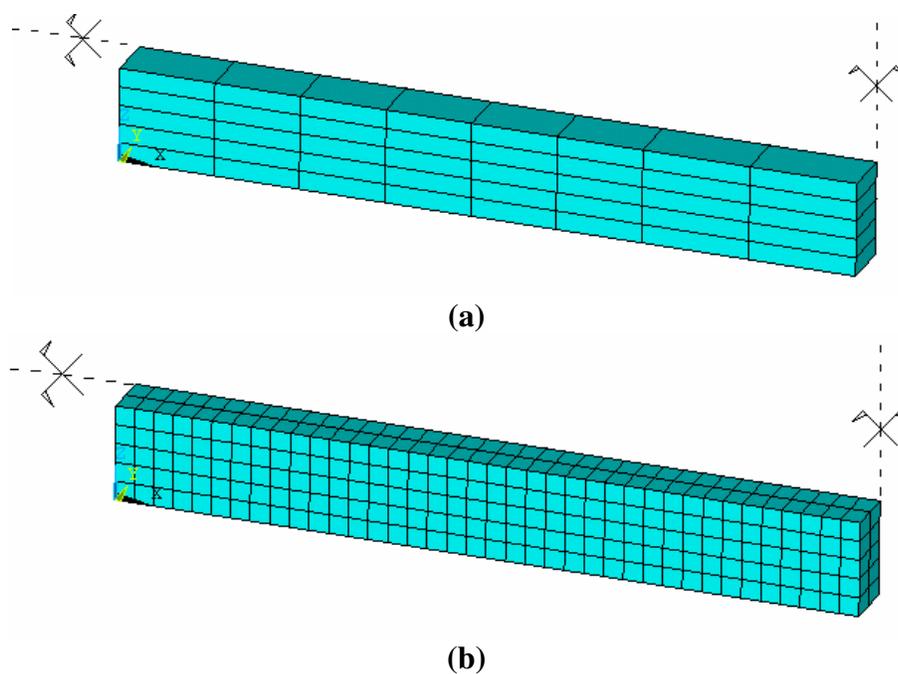


FIGURA 3.8 – Modelagem da viga: (a) 40 elementos; (b) 380 elementos.

Para a resolução das análises não-lineares, utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga e um limite de 60 iterações por incremento, com tolerância de 0,1% aplicada à raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças.

A variação do deslocamento vertical da seção central com a força aplicada, para as diversas análises realizadas, está representada na FIG. 3.9.

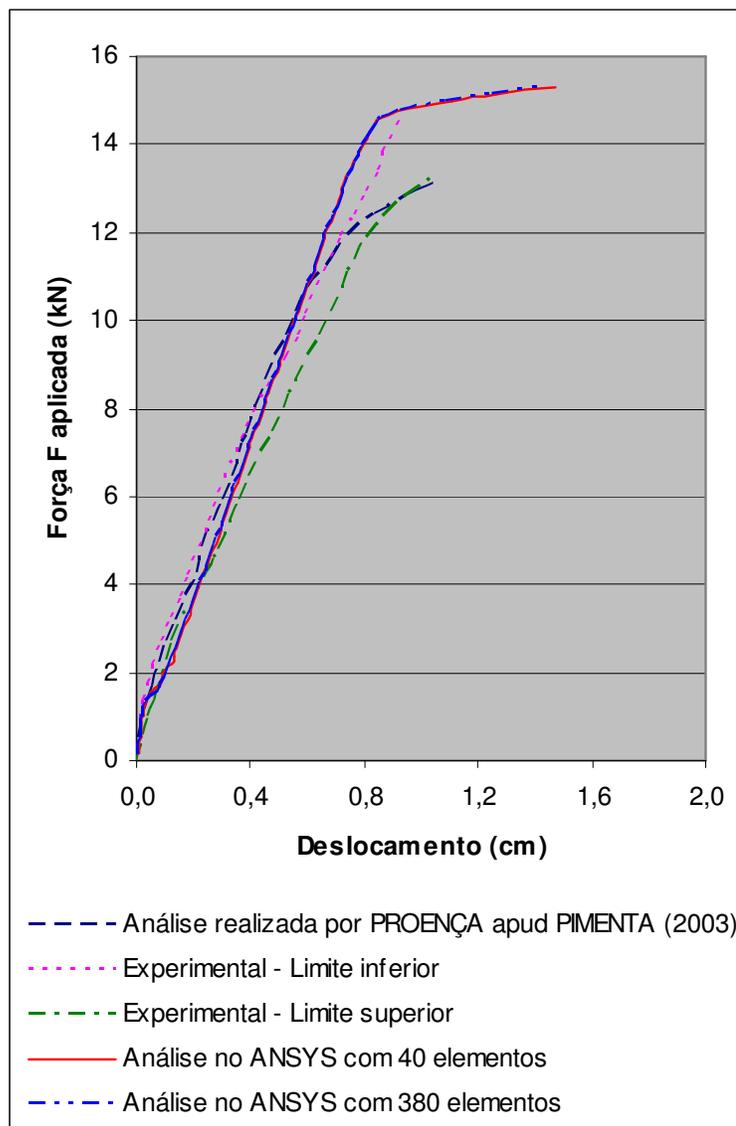


FIGURA 3.9 – Relação entre força e deslocamento para a viga analisada.

Observa-se na FIG. 3.9 que as análises realizadas no ANSYS com 40 e 380 elementos forneceram resultados praticamente idênticos durante toda a história do carregamento e com boa proximidade em relação aos resultados experimentais e àqueles obtidos por PROENÇA<sup>12</sup> apud PIMENTA (2003). Inicialmente, os deslocamentos acompanharam de

forma linear o aumento da força aplicada até a formação de fissuras, que ocorreu para uma força de aproximadamente 1,4 kN. A partir daí, ocorreu uma perda brusca de rigidez, caracterizada pela diminuição da inclinação das curvas. Portanto, o deslocamento apresentou um salto, para depois retornar a um crescimento linear, porém de menor declividade.

Constata-se ainda na FIG. 3.9 que, nos modelos do ANSYS, a força de ruptura é representada por uma mudança brusca na direção da curva, caracterizada por grandes acréscimos de deslocamentos para pequenos acréscimos de força.

A evolução das tensões com a força no concreto tracionado ocorreu de acordo com o esperado, FIG. 3.10. Os modelos apresentaram um crescimento linear para a tensão de tração até que o seu valor limite fosse atingido; em seguida, as tensões caíram subitamente a zero, sendo este comportamento coerente com o critério de ruptura adotado.

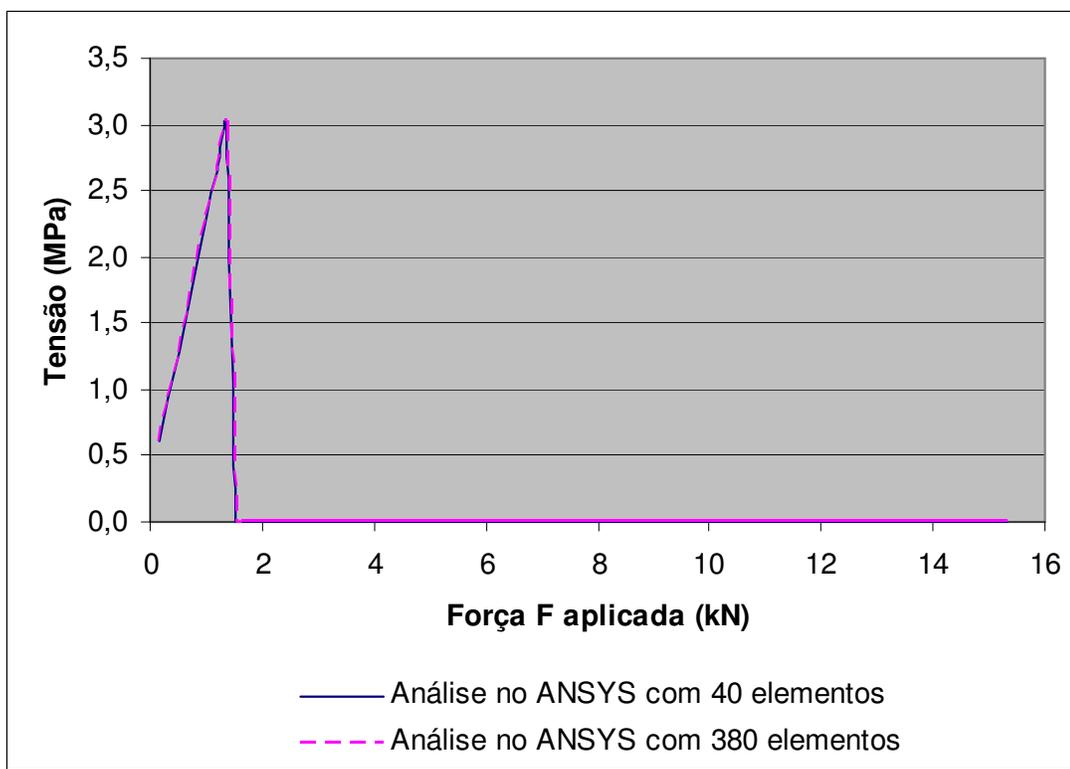


FIGURA 3.10 – Variação da tensão normal na borda inferior da seção central com a força.

No que se refere à variação das tensões de compressão no concreto em função da força aplicada, FIG. 3.11, nota-se que, inicialmente, as curvas apresentaram um aspecto linear, que se estendeu até a abertura de fissuras; sofreram, então, um mudança brusca de direção, retornando a crescer linearmente. Observa-se também que os modelos, após atingirem valores de tensão um pouco superiores à resistência à compressão do concreto, apresentaram uma queda brusca seguida por uma pequena fase de escoamento perfeitamente plástico.

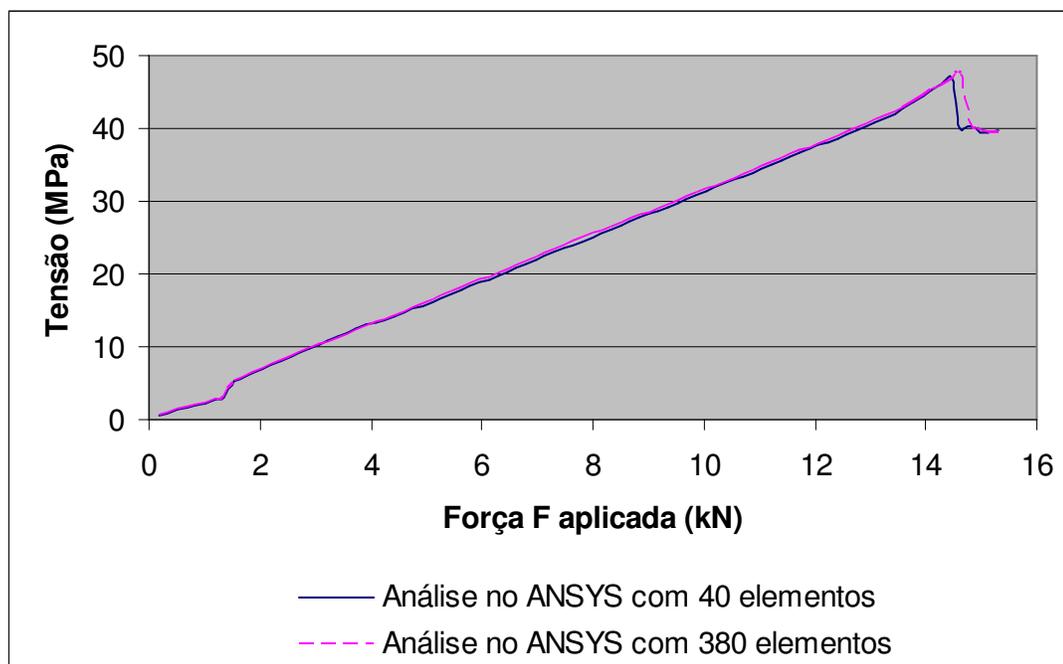


FIGURA 3.11 – Variação da tensão normal na borda superior da seção central com a força.

As tensões de tração na armadura seguiram o comportamento esperado, como mostra a FIG. 3.12. Até o início da fissuração, as tensões acompanharam de forma linear o aumento da força aplicada; a partir deste ponto, as curvas apresentaram um brusco salto, devido à transferência da tensão de tração absorvida até então pelo concreto para o aço, prosseguindo para uma nova fase linear de maior declividade.

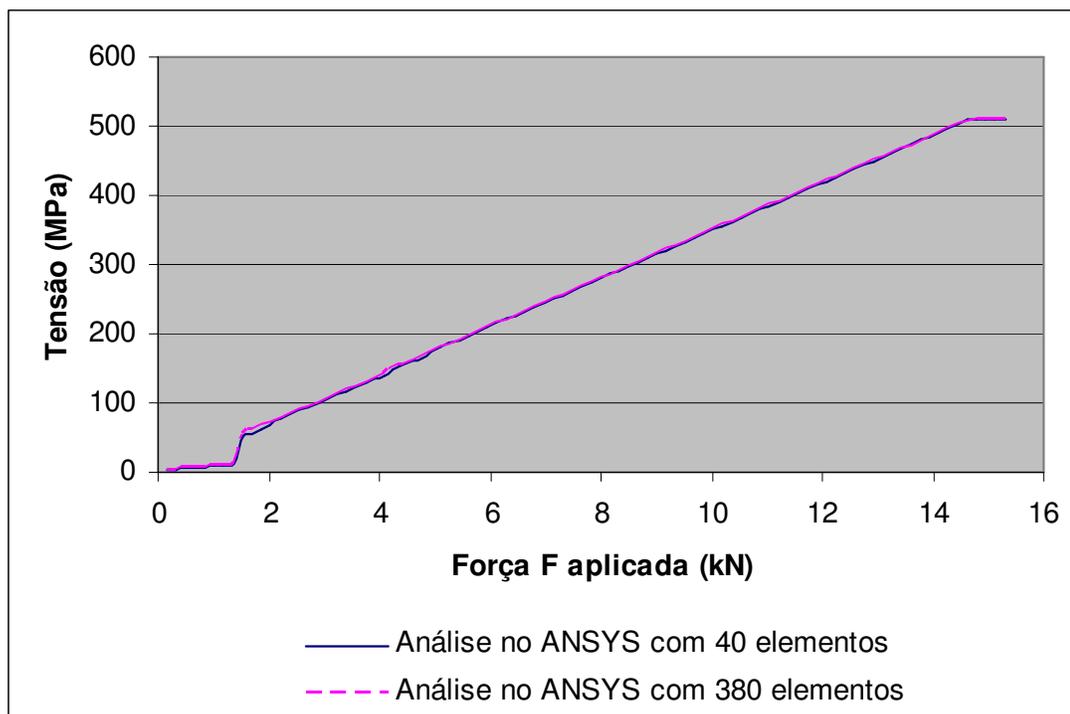


FIGURA 3.12 – Variação da tensão na armadura inferior da seção central com a força.

Finalmente, no caso da evolução das tensões de compressão na armadura com a força, FIG. 3.13, verifica-se a existência de dois trechos lineares, separados por uma fase de transição correspondente à fissuração.

Vale comentar que, como pode ser observado nas FIG. 3.9 a 3.13, as curvas dos modelos do ANSYS construídos com 40 e 380 elementos apresentaram-se superpostas durante todo o processo de carregamento. Assim, para esta estrutura, os dois modelos foram igualmente eficientes.

### 3.3.3. Pórtico de Concreto Armado com 1 Pavimento (“P1”)

Trata-se de um pórtico composto por três barras com seções transversais retangulares, FIG. 3.14. O concreto possui resistência à compressão igual a 17,5 MPa e coeficiente de Poisson 0,2; o aço apresenta resistência de escoamento e módulo de elasticidade iguais a 420 MPa e 210 GPa, respectivamente.

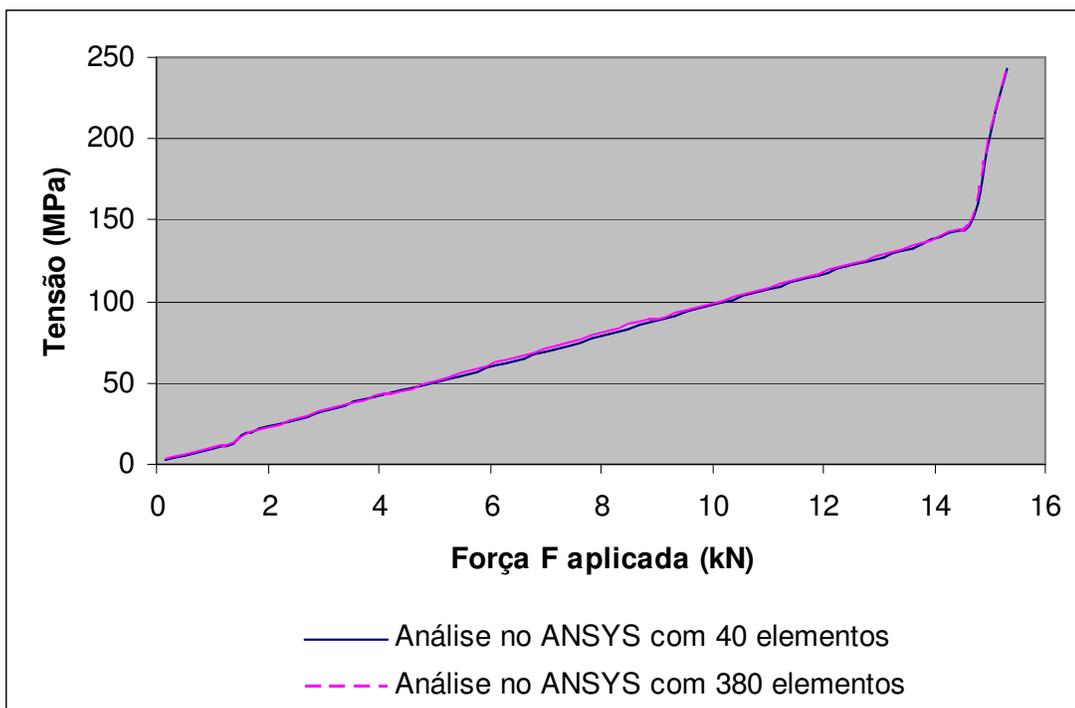


FIGURA 3.13 – Variação da tensão na armadura superior da seção central com a força.

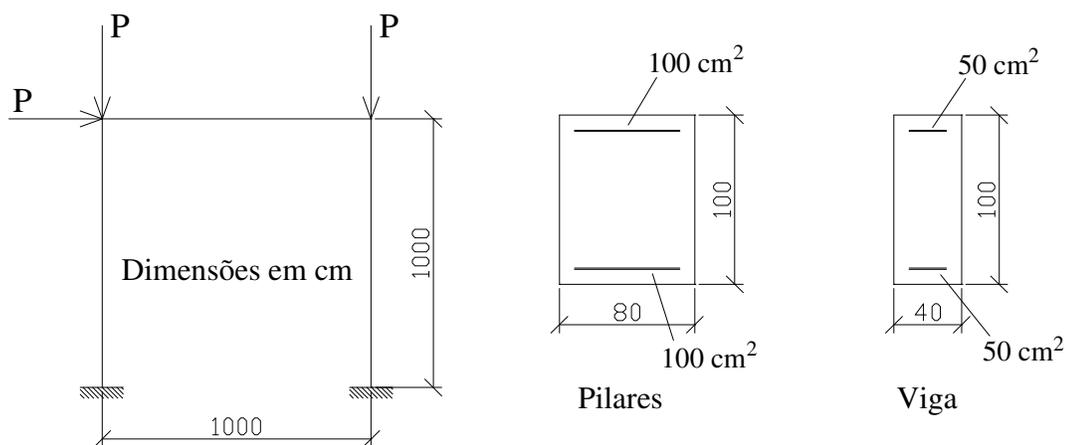


FIGURA 3.14 – Pórtico "P1".

Este pórtico foi analisado numericamente por SILVA (1995), discretizando cada barra em 10 elementos finitos e considerando ambas as não-linearidades geométrica e física; a força última encontrada foi 1400 kN.

Realizou-se a análise não-linear geométrica e física do pórtico no “software” ANSYS-9.0, representando os pilares e viga através do elemento “solid 65” com armadura dispersa. Nesta análise, foram assumidos ainda para o concreto os valores de 1,75 MPa para a resistência à tração e 27 GPa para o módulo de elasticidade. Em relação aos modelos constitutivos, no caso do concreto foram adotados o critério de ruptura de Willam-Warneke à tração, e o critério de escoamento de Von Mises à compressão, sendo este último também empregado para representar o comportamento do aço. Os critérios de Von Mises apresentam, tanto para o concreto quanto para o aço, comportamentos elastoplásticos perfeitos segundo diagramas tensão-deformação bilineares.

Segundo ISHITANI<sup>16</sup> *apud* PINTO (2002), “na discretização das barras é aconselhável que o tamanho dos elementos muito solicitados seja da ordem da metade da altura da seção transversal até no máximo igual à altura”. Neste exemplo, portanto, cada barra foi discretizada em elementos de comprimentos pouco inferiores à altura das seções transversais (FIG. 3.15), uma vez que não há interesse no estudo de problemas localizados, mas sim na análise do comportamento global da estrutura.

Para a resolução das análises não-lineares, utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga e um limite de 60 iterações por incremento, com tolerância de 0,1% aplicada à raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças.

A variação do deslocamento horizontal do topo do pórtico com a força  $P$  aplicada está representada na FIG. 3.16.

Observa-se na FIG. 3.16 que, na análise realizada no ANSYS, a força última pôde ser

---

<sup>16</sup>ISHITANI, H. *Análise não-linear do revestimento definitivo de túneis de concreto*. São Paulo. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1990.

determinada com boa precisão, sendo praticamente idêntica àquela obtida por SILVA (1995).

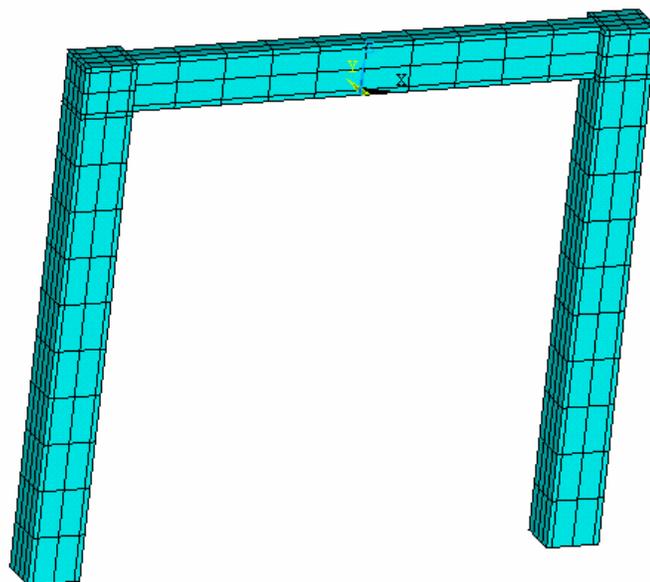


FIGURA 3.15 – Discretização do pórtico “P1”.

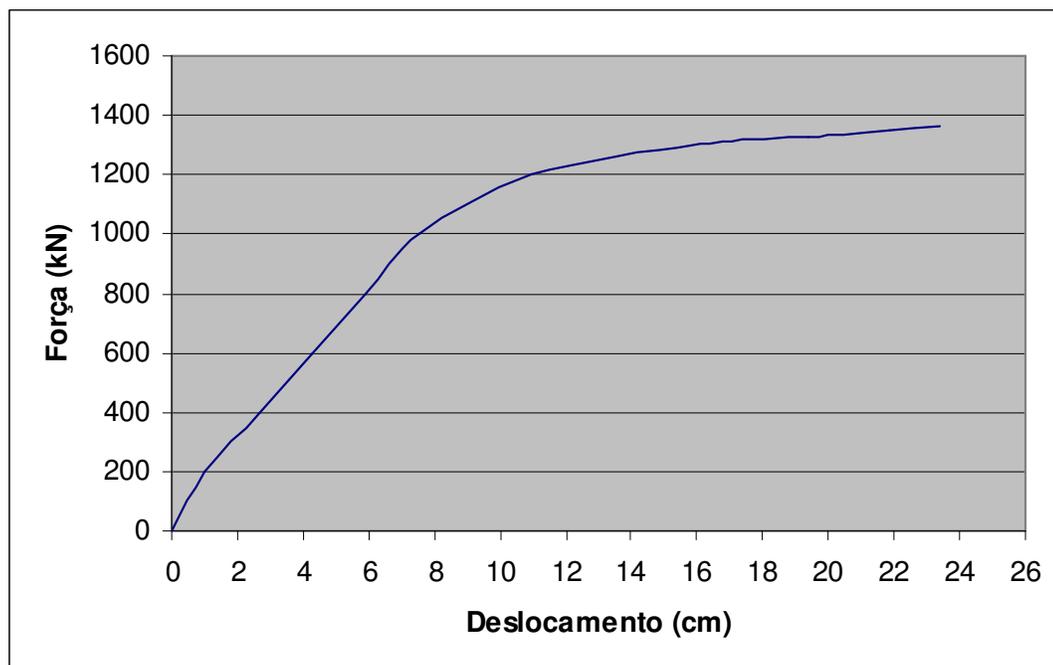


FIGURA 3.16 – Relação entre força e deslocamento para o pórtico “P1”.

### 3.3.4. Pórtico de Concreto Armado com 2 Pavimentos (“P2”)

Este pórtico, mostrado esquematicamente na FIG. 3.17, foi analisado experimentalmente por VECCHIO e EMARA (1992) e numericamente por VECCHIO e EMARA (1992) e PINTO (2002), utilizando programas desenvolvidos para a análise não-linear, física e geométrica, de estruturas. Nas análises, a ação vertical foi mantida constante e a força horizontal foi aplicada monotonicamente até o colapso da estrutura. O concreto apresenta resistências à compressão, à tração e módulo de elasticidade iguais a 30 MPa, 3 MPa e 31008 MPa, respectivamente. O aço possui módulo de elasticidade igual a 192,5 GPa e resistência de escoamento de 418 MPa (barras longitudinais) e 454 MPa (estribos).

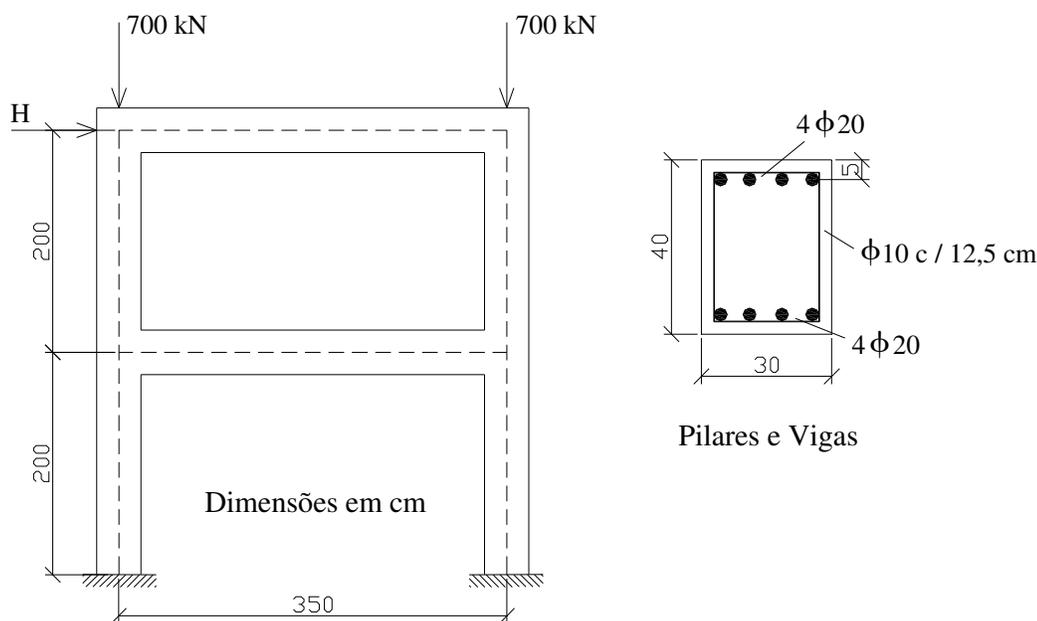


FIGURA 3.17 – Pórtico “P2”.

Foi realizada a análise não-linear geométrica e física do pórtico no “software” ANSYS-9.0, utilizando o elemento “solid 65” com armadura dispersa (nas três direções) para representar os pilares e vigas, que foram discretizados conforme mostra a FIG. 3.18. Como nos exemplos anteriores, foram adotados, para o concreto, o critério de ruptura de Willam-Warnke à tração, e o critério de escoamento de Von Mises à compressão, também utilizado

para o aço. Nos critérios de Von Mises foram empregados, tanto para o concreto quanto para o aço, comportamentos elastoplásticos perfeitos segundo diagramas tensão-deformação bilineares.

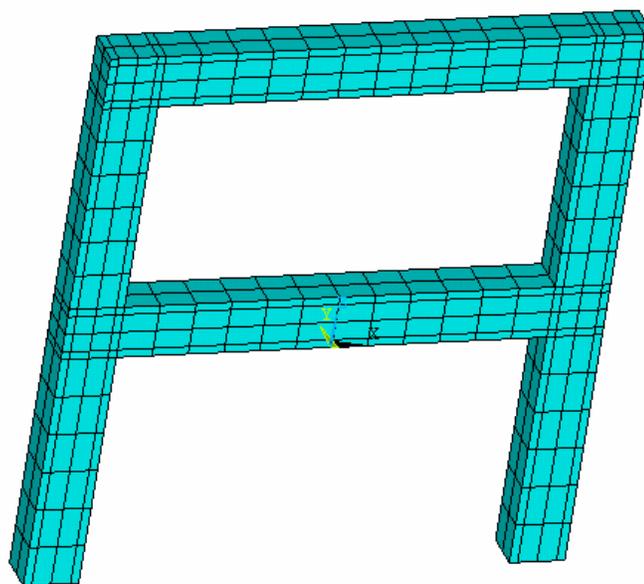


FIGURA 3.18 – Discretização do pórtico “P2”.

Nas análises não-lineares, utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga e um limite de 60 iterações por incremento, com tolerância de 0,1% aplicada à raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças.

As curvas força x deslocamento para as diversas análises realizadas estão apresentadas na FIG. 3.19.

Observa-se na FIG. 3.19 que os resultados numéricos obtidos por VECCHIO e EMARA (1992) e PINTO (2002) são praticamente coincidentes durante toda a história do carregamento, e se apresentam sempre mais rígidos que os resultados experimentais. Os resultados da análise realizada no ANSYS, por outro lado, apresentam-se mais distantes daqueles obtidos por VECCHIO e EMARA (1992) e PINTO (2002), porém mostram boa

proximidade em relação aos resultados experimentais, podendo ser considerados, neste caso, satisfatórios.

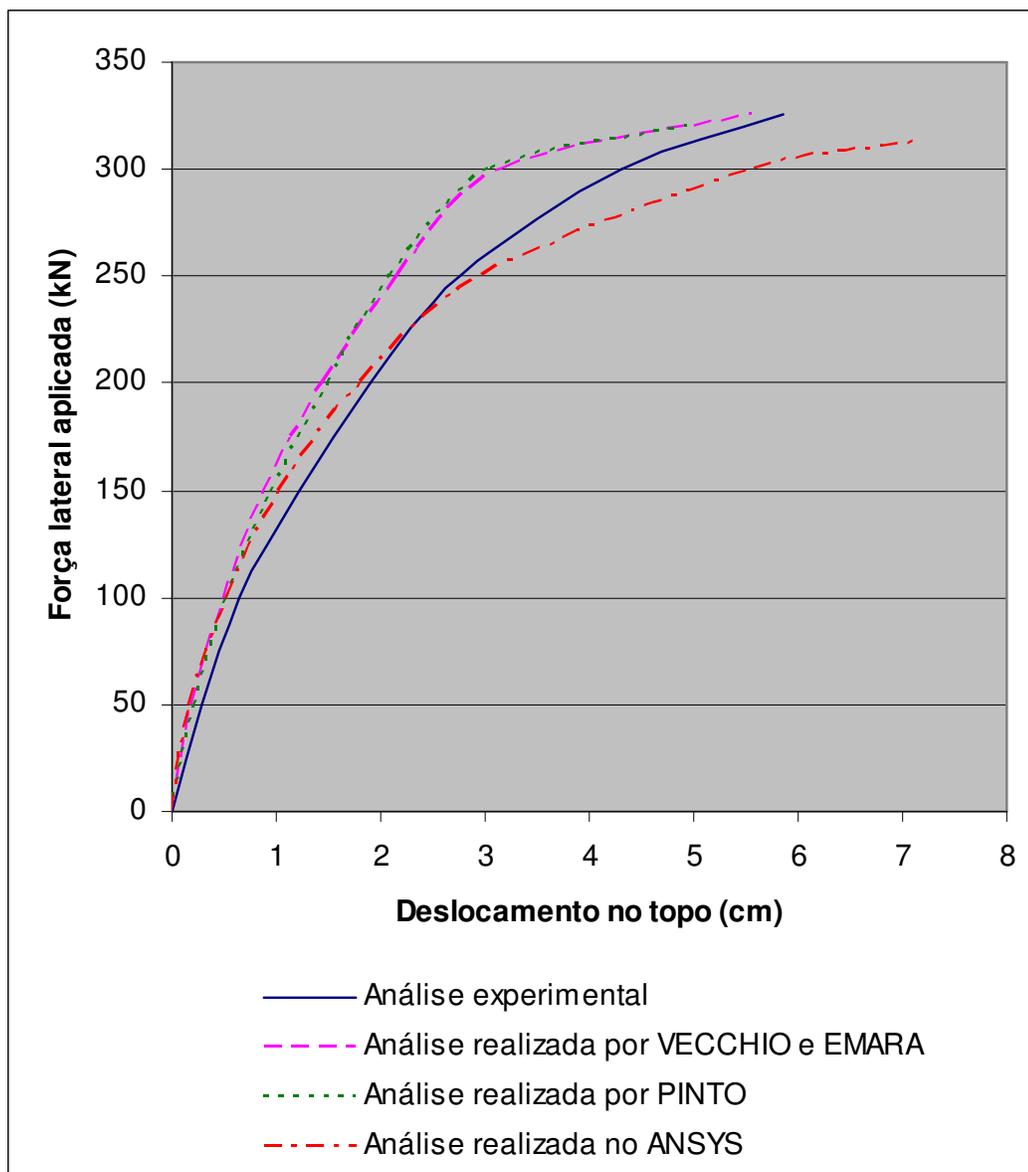


FIGURA 3.19 – Relação entre força e deslocamento para o pórtico “P2”.

Com o objetivo de realizar uma avaliação preliminar dos processos simplificados utilizados para a consideração da não-linearidade física, realizou-se a análise não-linear geométrica do pórtico, levando em conta a não-linearidade física por meio da redução de rigidez dos

elementos estruturais de acordo com a NBR 6118:2003 e segundo a formulação de BRANSON (1966).

Foram, então, adotados os seguintes valores para a inércia efetiva dos elementos estruturais:

- $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,5 I_c$ , como estabelece a NBR 6118:2003;
- $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  dada pela formulação de BRANSON (1966), eq. (2.2), ou seja:

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \leq I_c \quad (3.9)$$

Para o cálculo de  $I_{eq}$  da eq. (3.9), é necessário determinar os valores de  $M_r$ ,  $I_{II}$  e  $M_a$ . A partir das eq. (2.4), (2.6), (2.10), (2.13), (2.14), (2.12) e (2.15), respectivamente, tem-se:

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 0,3}{20} \cdot \frac{30 \cdot 40^3}{12} = 3600 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$\alpha_e = \frac{19250}{3100,8} = 6,21 \Rightarrow \alpha'_e = 6,21 - 1 = 5,21$$

$$A = (6,21 \cdot 12,57 + 5,21 \cdot 12,57) / 30 = 4,78 \text{ cm}$$

$$B = 2 \cdot (6,21 \cdot 12,57 \cdot 35 + 5,21 \cdot 12,57 \cdot 5) / 30 = 203,97 \text{ cm}^2$$

$$x_{II} = -4,78 + (4,78^2 + 203,97)^{1/2} = 10,28 \text{ cm}$$

$$I_{II} = (30/3) \cdot 10,28^3 + 5,21 \cdot 12,57 \cdot (10,28 - 5)^2 + 6,21 \cdot 12,57 \cdot (35 - 10,28)^2 = 60390 \text{ cm}^4,$$

ou seja,  $I_{II} = 0,38 I_c$ .

Os momentos fletores  $M_a$  foram determinados a partir de várias análises elásticas lineares do pórtico, para a ação vertical combinada com cada valor da força horizontal. Como as vigas desse exemplo têm o diagrama de momentos conforme a FIG. 3.20, foram utilizadas as inércias equivalentes ponderadas, dadas por:

$$I_{eq,pond} = (I_{eq,1} \cdot a_1 + I_{eq,2} \cdot a_2) / l \quad (3.10)$$

sendo  $I_{eq,1}$  e  $I_{eq,2}$  as inércias equivalentes dos trechos 1 e 2, respectivamente, calculadas por meio da eq. (3.9), usando para  $M_a$  os valores de  $M$  e  $X$ , como mostra esquematicamente a FIG. 3.20.

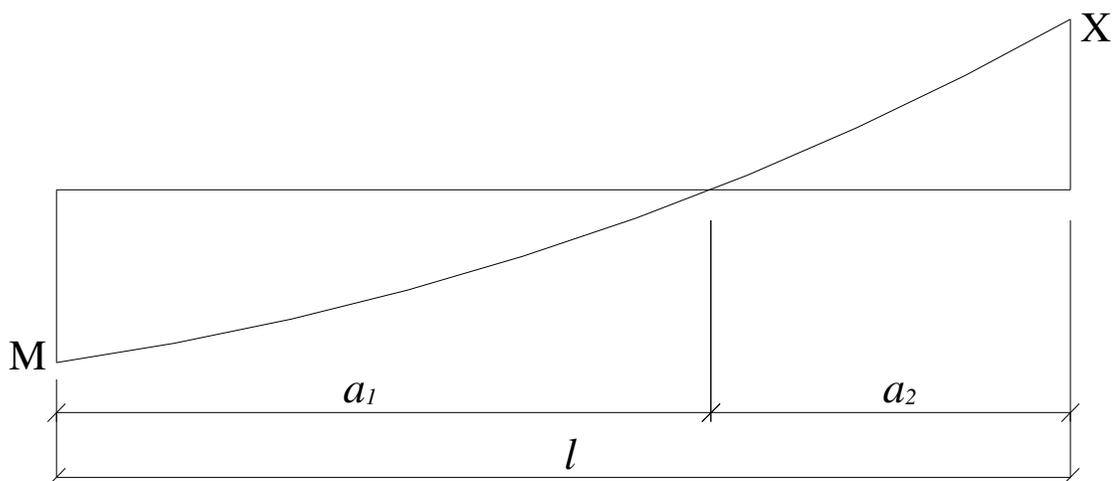


FIGURA 3.20 – Momentos fletores  $M_a$  nos trechos 1 e 2 das vigas.

Nas TAB. 3.1 e 3.2 estão apresentados os valores de  $M_a$  em cada trecho ( $M$  e  $X$ ), bem como as inércias equivalentes calculadas para as vigas do 1° e 2° pavimento, respectivamente.

TABELA 3.1 – Momentos fletores  $M_a$  e inércias equivalentes para a viga do 1° pavimento

$H$ (kN)	$M$ (kN·cm)	$X$ (kN·cm)	$I_{eq,1}^*$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{eq,2}^*$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{eq,pond}$ (cm <sup>4</sup> )
50	3382	3928	160000	137090	148774
100	7044	7575	73689	71082	72411
136	9680	10201	65513	64768	65148
150	10706	11222	64177	63679	63933
200	14368	14870	61957	61803	61882
250	18030	18517	61183	61122	61153
300	21692	22165	60845	60817	60831

\*Se  $M_a < M_r$ , deve-se utilizar  $I_{eq} = I_c$

TABELA 3.2 – Momentos fletores  $M_a$  e inércias equivalentes para a viga do 2º pavimento

$H$ (kN)	$M$ (kN·cm)	$X$ (kN·cm)	$I_{eq,1}^*$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{eq,2}^*$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{eq,pond}$ (cm <sup>4</sup> )
50	2522	2981	160000	160000	160000
100	5290	5716	91791	85272	88643
136	7282	7686	72424	70627	71556
150	8057	8452	69275	68088	68702
200	10825	11187	64054	63709	63888
250	13592	13922	62241	62112	62179
300	16360	16658	61451	61395	61424

\*Se  $M_a < M_r$ , deve-se utilizar  $I_{eq} = I_c$

Para a realização das análises não-lineares geométricas do pórtico no “software” ANSYS-9.0, as vigas e os pilares foram representados através do elemento de barra “beam 3”, que apresenta três graus de liberdade em cada nó: duas translações nas direções  $X$  e  $Y$  e uma rotação na direção  $Z$ . Como na análise não-linear geométrica e física realizada anteriormente, utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga e um limite de 60 iterações por incremento, com tolerância de 0,1% aplicada à raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças.

A variação do deslocamento horizontal do topo do pórtico com a força lateral aplicada, para as análises não-linear geométrica e física (ANLGF) e não-lineares geométricas, com consideração simplificada da não-linearidade física (ANLG - NLF SIMPLIF.), está representada na FIG. 3.21.

Observa-se na FIG. 3.21 que, aparentemente, os resultados de ambas as análises não-lineares geométricas mostram boa proximidade em relação aos obtidos a partir da análise não-linear geométrica e física até a força lateral atingir o valor de 150 kN, aproximadamente. A partir daí, as curvas começam a se distanciar significativamente, sendo os deslocamentos das análises não-lineares geométricas sempre bem inferiores aos valores da análise não-linear geométrica e física.

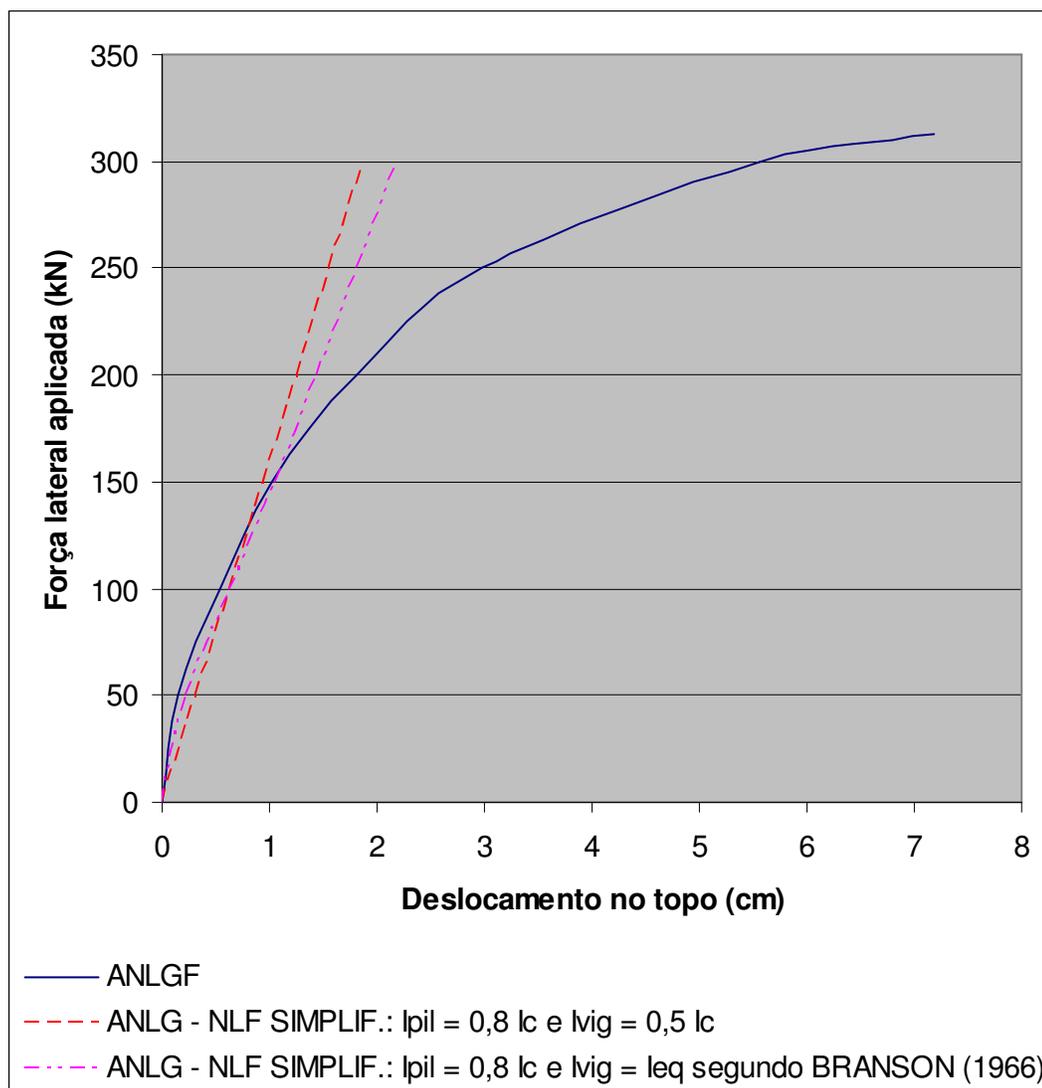


FIGURA 3.21 – Relação entre força e deslocamento para as análises realizadas.

No entanto, os coeficientes de redução de inércia dos elementos estruturais são normalmente destinados à utilização prática, sendo aplicáveis aos projetos usuais de edifícios. Dessa forma, procurou-se determinar quais as reduções que melhor representariam o comportamento real do pórtico até o carregamento correspondente ao estado limite último (ELU) convencional, para o qual as estruturas são geralmente dimensionadas.

Assim, foi traçado o diagrama de interação força normal ( $N$ ) - momento fletor ( $M$ ) para a seção transversal única dos pilares e vigas, FIG. 3.22, e, a partir de várias análises elásticas lineares, para a ação vertical combinada com diferentes valores da força horizontal, determinou-se a combinação de carregamento correspondente ao estado limite último convencional; este carregamento correspondeu à ação vertical combinada com uma força horizontal  $H = 136$  kN. Na FIG. 3.22 estão também representados os pares de esforços ( $N$ ,  $M$ ) para o carregamento correspondente ao estado limite último convencional; nota-se que o ponto mais desfavorável (indicado pela seta) apresenta coordenadas (0,29, -10201), e está localizado próximo ao limite do diagrama. Para valores da força horizontal  $H$  superiores a 136 kN, este ponto estaria localizado fora do diagrama de interação.

Vale ressaltar que o carregamento correspondente ao estado limite último (ELU) convencional é bem inferior àquele que leva ao colapso (FIG. 3.19), o que mostra que a estrutura suportaria uma carga maior do que aquela para a qual seria dimensionada. Este fato é previsível, uma vez que, como afirmam KIM e CHOI (2005), a resistência última de uma estrutura geralmente excede seu valor de projeto.

Na FIG. 3.23 estão representadas as curvas força x deslocamento até o estado limite último convencional para as diversas análises realizadas. Verifica-se que, até o ELU, a análise que utiliza reduções de inércia iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) para as vigas fornece resultados mais próximos do comportamento real do pórtico que a análise realizada com os coeficientes de redução adotados pela NBR 6118:2003. Ainda assim, a análise com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) superestima os deslocamentos do pórtico. Realizou-se, então, uma nova análise não-linear geométrica, com outra consideração de inércia das seções: as seções brutas dos pilares e as seções das vigas apresentando novamente a  $I_{eq}$  de BRANSON (1966), ou seja:

- $$I_{pil} = I_c \text{ e } I_{vig} = I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_{II} \leq I_c$$

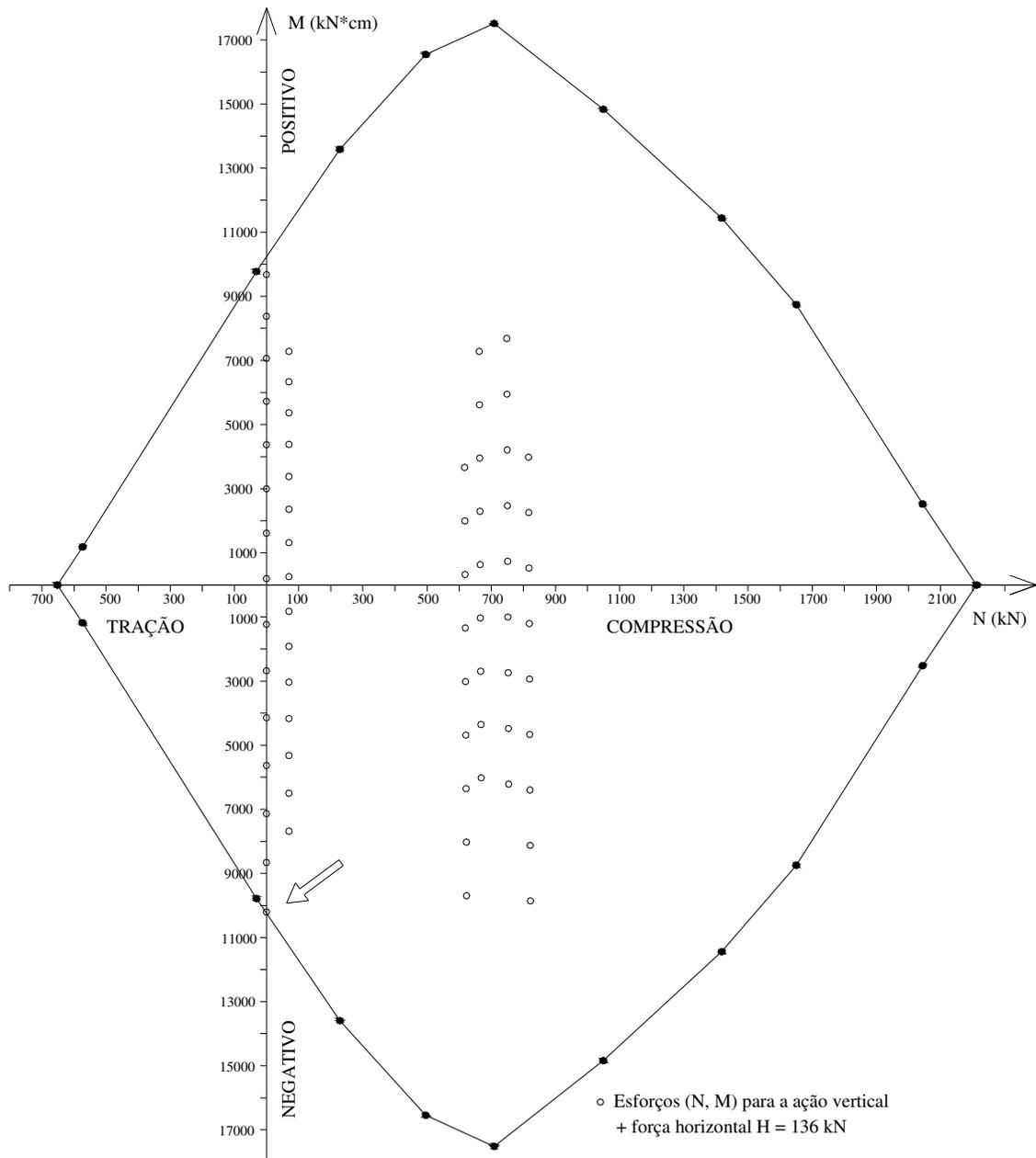


FIGURA 3.22 – Diagrama de interação  $N - M$  para a seção dos pilares e vigas.

A curva força x deslocamento para a nova análise, confrontada com as curvas das demais análises realizadas, está apresentada na FIG. 3.24.

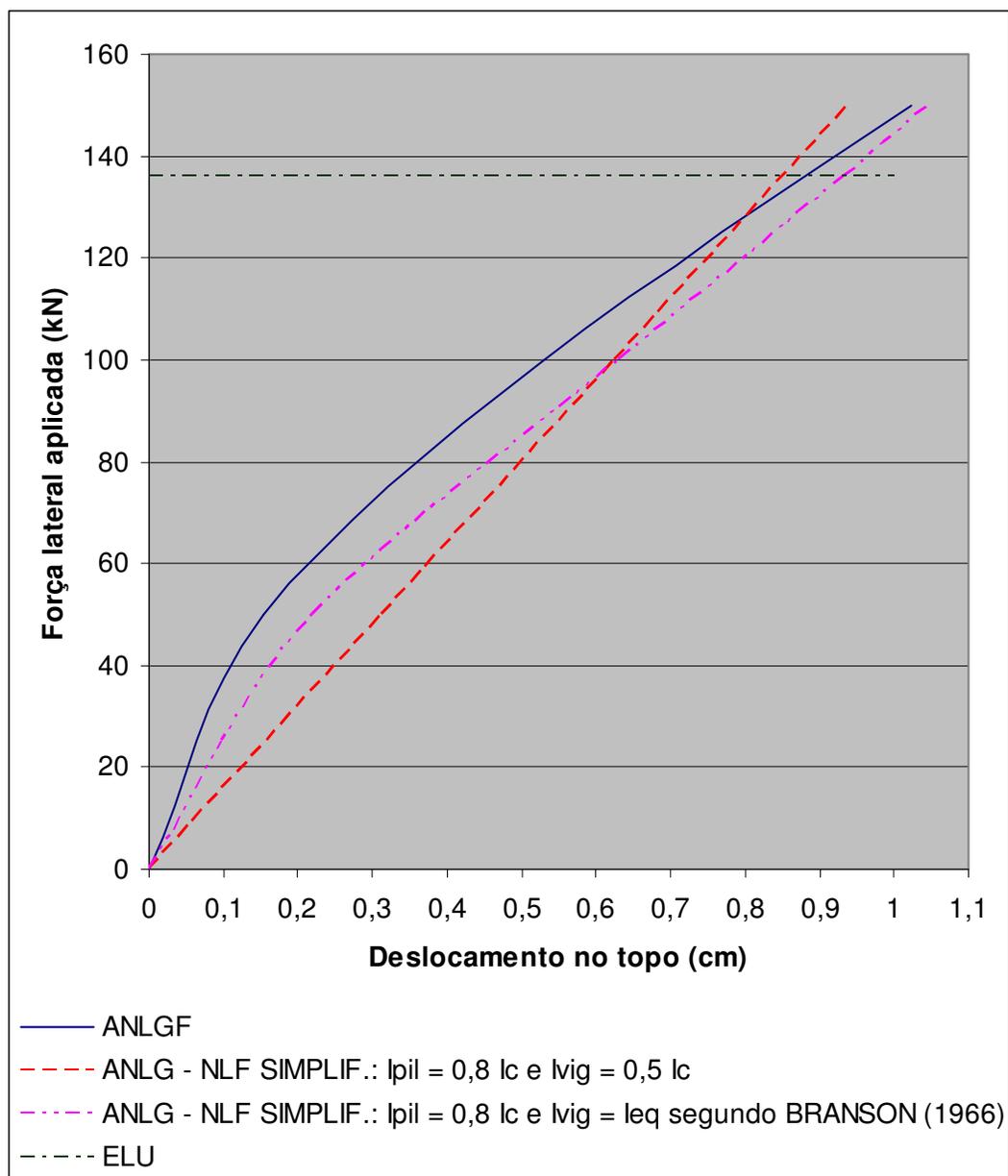


FIGURA 3.23 – Relação entre força e deslocamento para as análises realizadas até o estado limite último convencional.

Nota-se na FIG. 3.24 que, até o ELU, a curva da análise não-linear geométrica que considera as seções brutas dos pilares e as seções das vigas com a  $I_{eq}$  de BRANSON (1966) acompanha de perto os resultados obtidos a partir da análise não-linear geométrica e física do pórtico. Portanto, para este exemplo, a utilização dos valores de inércia iguais a  $I_c$  para

os pilares e  $I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) para as vigas se mostrou bastante eficiente, sendo capaz de representar com boa precisão o comportamento real da estrutura.

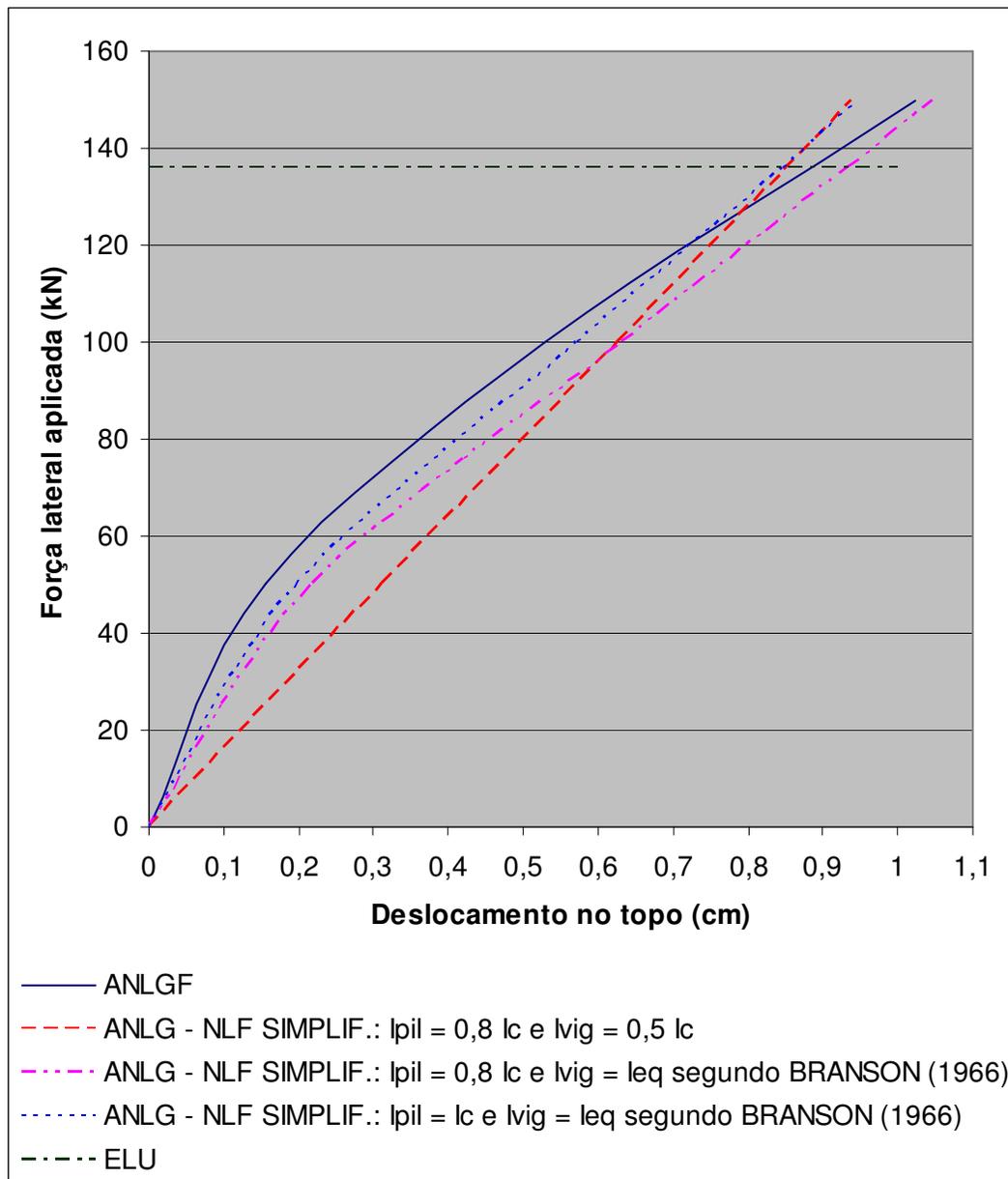


FIGURA 3.24 – Relação entre força e deslocamento para a nova análise realizada até o estado limite último convencional.

# 4

## CONSIDERAÇÃO SIMPLIFICADA DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA: ESTUDO DOS COEFICIENTES DE REDUÇÃO DE RIGIDEZ

### 4.1. Considerações Iniciais

Neste capítulo são realizadas diversas análises numéricas de pórticos planos em concreto armado utilizando o “software” ANSYS-9.0. Inicialmente, os pórticos são processados considerando ambas as não-linearidades geométrica e física. Em seguida, são realizadas análises não-lineares geométricas, considerando a não-linearidade física de forma aproximada, por meio da redução de rigidez dos elementos estruturais segundo a NBR 6118:2003 e segundo a formulação de BRANSON (1966). Por meio destes estudos,

pretende-se avaliar quais valores de redução de inércia propostos devem ser esperados para estruturas usuais de edifícios.

## 4.2. Exemplo 1

O edifício mostrado esquematicamente na FIG. 4.1, adaptado de COSTA (2003), é composto por dezesseis pavimentos, todos iguais em planta, com um pé-direito de 2,9 m. No presente trabalho, será analisado o pórtico plano constituído pelos pilares P13-P8-P3.

Com o objetivo de se determinar as armaduras dos elementos estruturais constituintes do pórtico, foi realizada a análise elástica linear do edifício, utilizando um modelo tridimensional no “software” ANSYS-9.0.

Adotou-se 20 MPa para a resistência característica à compressão do concreto e coeficiente de Poisson igual a 0,2.

As ações atuantes na estrutura dividem-se em dois grupos: as ações verticais ( $V$ ) e as ações horizontais ( $H$ ).

As ações verticais são compostas pelas cargas permanentes ( $G$ ) e pela carga acidental ou sobrecarga ( $Q$ ). As cargas permanentes consideradas foram o peso próprio da estrutura, as cargas de alvenaria e o revestimento das lajes.

As ações horizontais são constituídas pelas forças equivalentes à ação do vento, nas direções paralelas aos eixos  $X$  e  $Y$  ( $H_x$  e  $H_y$ ). As forças de arrasto foram calculadas de acordo com as prescrições da NBR 6123:1988. Foram adotados:

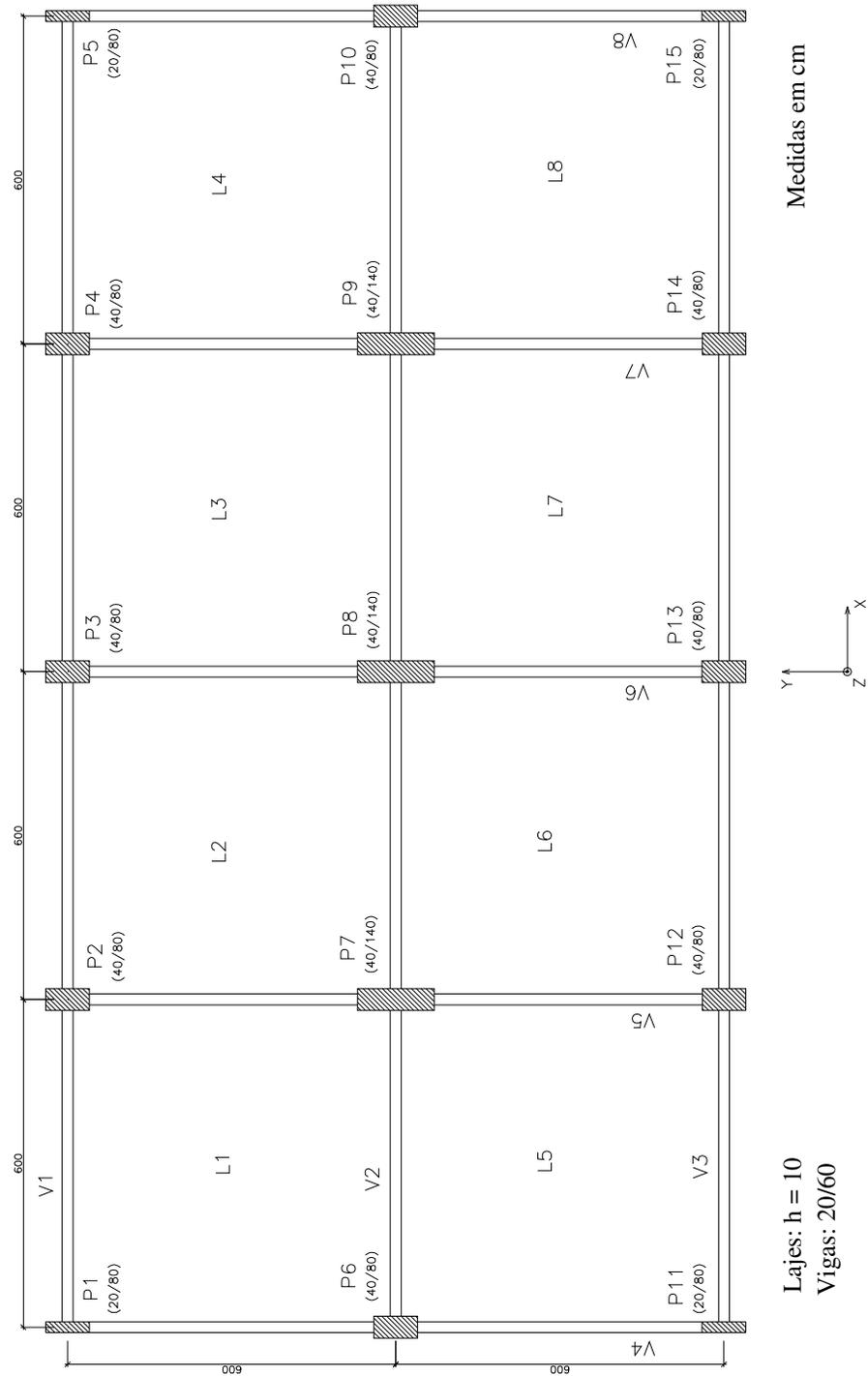


FIGURA 4.1 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 1  
[adaptado de COSTA (2003)].

- velocidade básica do vento:  
 $V_0 = 31,5 \text{ m/s}$ ;
- fator topográfico  $S_1$ :  
 $S_1 = 1,0$  (terreno plano);
- fator  $S_2$ :  
 $S_2 =$  (categoria V e classe B);
- fator estatístico  $S_3$ :  
 $S_3 = 1,0$  (edificações para residências);
- velocidade característica do vento:  
 $V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \Rightarrow V_k = 31,5 \cdot S_2$ ;
- pressão dinâmica:  
 $q = 0,613 \cdot (V_k)^2$ ,  $q$  em  $\text{N/m}^2$
- coeficiente de arrasto:
  - direção X:  $C_{ax} = 1,03$ ;
  - direção Y:  $C_{ay} = 1,38$ ;
- força de arrasto por pavimento:  
 $F_a = C_a \cdot q \cdot A_e$ , sendo  $A_e$  a área frontal efetiva do pavimento:
  - direção X:  $A_{ex} = 38,4 \text{ m}^2$ ;
  - direção Y:  $A_{ey} = 72,6 \text{ m}^2$ ;

A TAB. 4.1 sintetiza os cálculos efetuados para a obtenção das forças de arrasto nas direções X e Y ( $F_{ax}$  e  $F_{ay}$ ). Na primeira coluna são apresentadas as cotas utilizadas no cálculo do fator  $S_2$  ( $z$ ). Nota-se, então, que as forças de arrasto são aplicadas na metade do pé-direito. O valor das forças concentradas em cada pavimento é obtido dividindo igualmente as forças de arrasto entre os pavimentos superior e inferior da estrutura, como mostra a FIG. 4.2. Na TAB. 4.2, encontram-se as forças resultantes em cada pavimento da estrutura, nas direções X e Y ( $F_X$  e  $F_Y$ ).

TABELA 4.1 – Cálculo das forças de arrasto equivalentes à ação do vento

<i>Cota z (m)</i>	<i>Fator <math>S_2</math></i>	<i><math>V_k</math> (m/s)</i>	<i><math>q</math> (kN/m<sup>2</sup>)</i>	<i><math>F_{ax}</math> (kN)</i>	<i><math>F_{ay}</math> (kN)</i>
1,5	0,72	22,68	0,32	12,47	31,48
4,5	0,72	22,68	0,32	12,47	31,48
7,5	0,72	22,68	0,32	12,47	31,48
10,5	0,72	22,71	0,32	12,51	31,56
13,5	0,75	23,64	0,34	13,55	34,21
16,5	0,78	24,42	0,37	14,45	36,48
19,5	0,80	25,08	0,39	15,25	38,48
22,5	0,81	25,66	0,40	15,96	40,28
25,5	0,83	26,18	0,42	16,61	41,93
28,5	0,85	26,65	0,44	17,21	43,45
31,5	0,86	27,08	0,45	17,77	44,86
34,5	0,87	27,47	0,46	18,30	46,19
37,5	0,88	27,84	0,48	18,79	47,44
40,5	0,89	28,19	0,49	19,26	48,62
43,5	0,91	28,51	0,50	19,71	49,74
46,5	0,91	28,82	0,51	20,13	50,82

TABELA 4.2 – Forças concentradas resultantes em cada pavimento da estrutura

<i>Pavimento</i>	<i>Altura <math>h_i</math> (m)</i>	<i><math>F_X</math> (kN)</i>	<i><math>F_Y</math> (kN)</i>
1°	3,0	18,71	47,21
2°	6,0	12,47	31,48
3°	9,0	12,49	31,52
4°	12,0	13,03	32,89
5°	15,0	14,00	35,34
6°	18,0	14,85	37,48
7°	21,0	15,60	39,38
8°	24,0	16,29	41,11
9°	27,0	16,91	42,69
10°	30,0	17,49	44,15
11°	33,0	18,04	45,52
12°	36,0	18,55	46,81
13°	39,0	19,03	48,03
14°	42,0	19,49	49,18
15°	45,0	19,92	50,28
16°	48,0	10,07	25,41

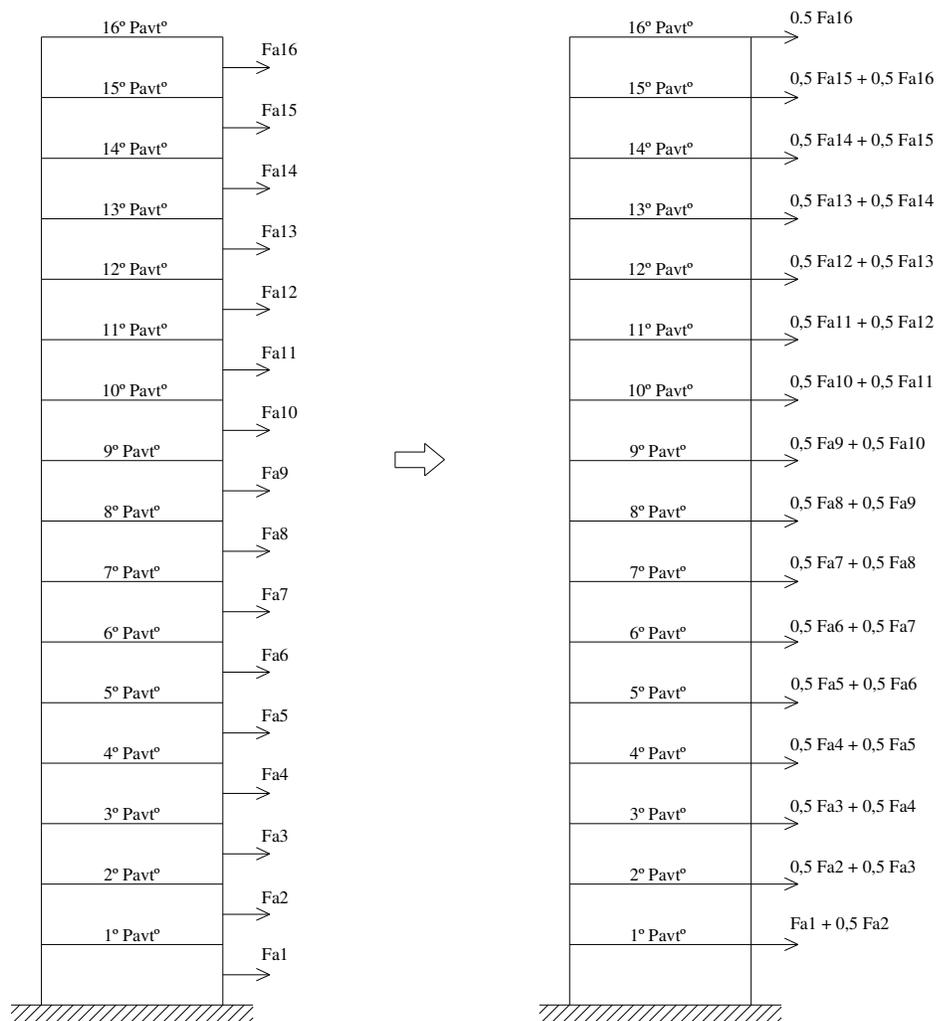


FIGURA 4.2 – Forças concentradas resultantes em cada pavimento.

As combinações últimas normais seguem o disposto na NBR 6118:2003. Dessa forma, tem-se:

- vento considerado como a ação variável principal (combinação 1):

$$F_d = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot (H_x + 0,5 \cdot Q) = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot H_x + 0,7 \cdot Q \quad (4.1)$$

$$F_d = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot (H_y + 0,5 \cdot Q) = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot H_y + 0,7 \cdot Q \quad (4.2)$$

- sobrecarga considerada como a ação variável principal (combinação 2):

$$F_d = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot (Q + 0,6 \cdot H_x) = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot Q + 0,84 \cdot H_x \quad (4.3)$$

$$F_d = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot (Q + 0,6 \cdot H_y) = 1,4 \cdot G + 1,4 \cdot Q + 0,84 \cdot H_y \quad (4.4)$$

A partir da envoltória dos esforços obtidos para cada combinação de carregamento foram determinadas as armaduras da viga V6 e dos pilares P13, P8 e P3. A viga foi dimensionada à flexão normal composta e os pilares à flexão normal composta ou à flexão oblíqua composta. Utilizou-se aço CA-50 para todos os elementos estruturais, com módulo de elasticidade igual a 210 GPa. As armaduras calculadas para a viga e para os pilares estão representadas nas FIG. 4.3 e 4.4 e nas TAB. 4.3 e 4.4, respectivamente. Ressalta-se que não houve a preocupação com o detalhamento final dos elementos, partindo-se do princípio de que não haverá diferença significativa entre as armaduras calculadas e as efetivamente colocadas. Ainda assim, foi também construído um modelo utilizando, para os pilares, as armaduras representadas na FIG. 4.5. Estas armaduras diferem das anteriores apenas pela introdução de barras nas laterais maiores dos pilares (envolvidas por estribos suplementares), respeitando o espaçamento máximo entre eixos de 40 cm, conforme recomendação da NBR 6118:2003.

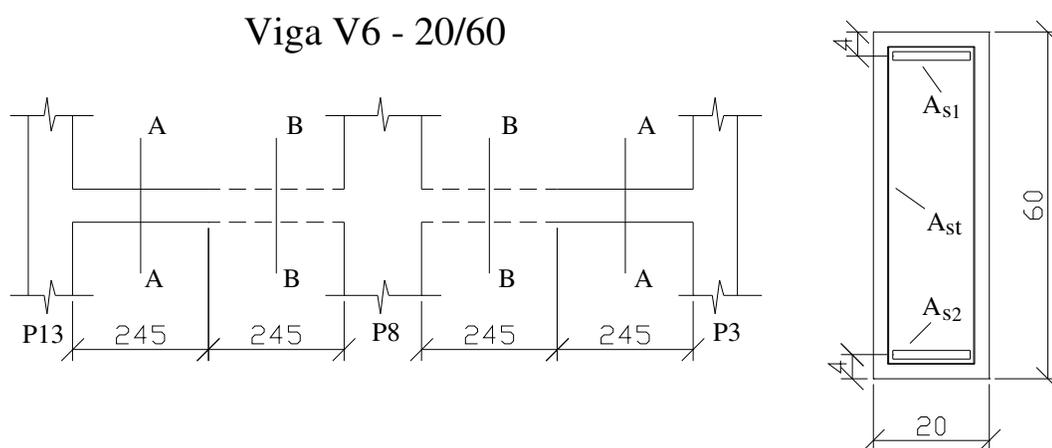
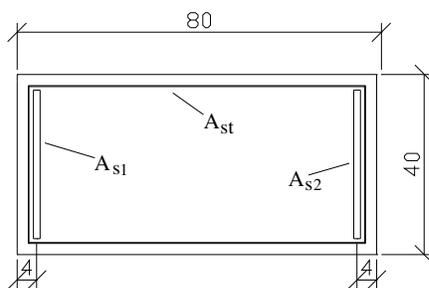


FIGURA 4.3 – Representação das armaduras da viga V6.

Pilares P13 = P3 - 80/40



Pilar P8 - 140/40

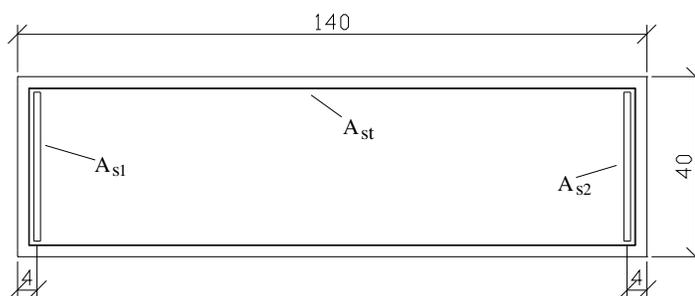


FIGURA 4.4 – Representação das armaduras dos pilares P13, P8 e P3.

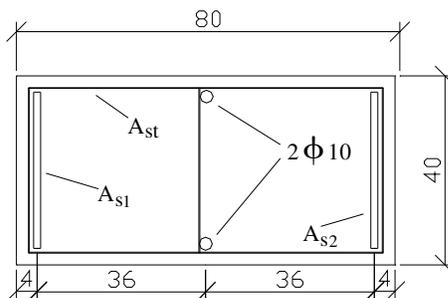
TABELA 4.3 – Armaduras calculadas para a viga V6

Nível (cm)	Seção A-A			Seção B-B		
	$A_{s1}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s2}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{st}$	$A_{s1}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s2}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{st}$
300	6,56	2,34	Ø5c/20	6,82	2,34	Ø5c/20
600	8,06	2,44	Ø5c/18	8,51	2,44	Ø5c/18
900	8,75	2,75	Ø5c/17	9,39	2,75	Ø5c/17
1200	8,90	2,86	Ø5c/16	9,69	2,86	Ø5c/16
1500	8,74	2,84	Ø5c/16	9,63	2,84	Ø5c/16
1800	8,40	2,75	Ø5c/17	9,36	2,75	Ø5c/17
2100	7,95	2,62	Ø5c/17	8,98	2,62	Ø5c/17
2400	7,45	2,48	Ø5c/18	8,52	2,48	Ø5c/18
2700	6,93	2,33	Ø5c/19	8,02	2,33	Ø5c/19
3000	6,39	2,28	Ø5c/19	7,49	2,28	Ø5c/19
3300	5,92	2,24	Ø5c/20	6,96	2,24	Ø5c/20
3600	5,61	2,21	Ø5c/21	6,43	2,21	Ø5c/21
3900	5,31	2,18	Ø5c/22	5,92	2,18	Ø5c/22
4200	5,07	2,17	Ø5c/22	5,47	2,17	Ø5c/22
4500	4,99	2,28	Ø5c/22	5,38	2,28	Ø5c/22
4800	3,81	1,80	Ø5c/22	4,94	1,80	Ø5c/22

TABELA 4.4 – Armaduras calculadas para os pilares P13, P8 e P3

Nível (cm)	Pilares P13 = P3		Pilar P8	
	$A_{s1} = A_{s2} (cm^2)$	$A_{st}$	$A_{s1} = A_{s2} (cm^2)$	$A_{st}$
0 - 300	13,14	Ø5c/20	11,20	Ø5c/19
300 - 600	8,41	Ø5c/20	11,20	Ø5c/19
600 - 4800	6,40	Ø5c/15	11,20	Ø5c/19

Pilares P13 = P3 - 80/40



Pilar P8 - 140/40

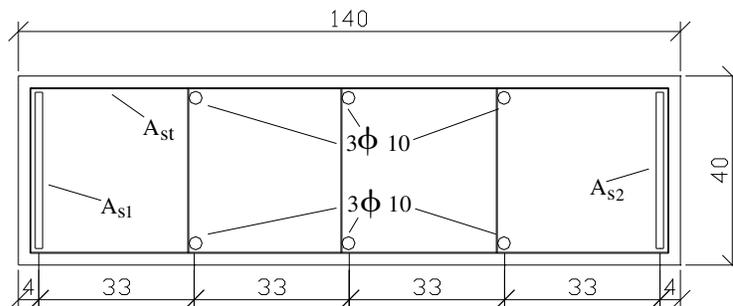


FIGURA 4.5 – Representação das armaduras dos pilares P13, P8 e P3 considerando o espaçamento máximo entre eixos de 40 cm.

O pórtico plano foi, então, processado no “software” ANSYS-9.0, considerando ambas as não-linearidades geométrica e física. Aplicou-se a parcela de carregamento correspondente à combinação 1, com o vento atuando na direção paralela ao eixo  $Y$ .

O quinhão de carga de vento que o pórtico recebe foi calculado em função de sua rigidez lateral. Assim, cada pórtico foi submetido à ação total do vento, determinando-se o

deslocamento lateral no topo ( $\Delta_{topo}$ ). A partir daí pôde-se calcular a rigidez lateral ( $K_i$ ) e os quinhões de rigidez em porcentagem ( $K_i\%$ ) de cada pórtico, conforme apresentado na TAB. 4.5. É interessante observar que o quinhão obtido para o pórtico constituído pelos pilares P13-P8-P3 (22%) apresenta uma pequena diferença em relação àquele que seria determinado em função de sua área de influência, dado por  $(6/24,2) \times 100 = 24,8\%$ .

TABELA 4.5 – Cálculo dos quinhões de rigidez lateral dos pórticos

<i>Pórtico</i>	$F_{vento}$ (kN)	$\Delta_{topo}$ (m)	$K_i = F_{vento}/\Delta_{topo}$ (kN/m)	$K_i\% = (K_i/\Sigma K_i) \times 100$ (%)
P11-P6-P1	648,48	0,2092	3100	17,0
P12-P7-P2	648,48	0,1624	3993	22,0
P13-P8-P3	648,48	0,1624	3993	22,0
P14-P9-P4	648,48	0,1624	3993	22,0
P15-P10-P5	648,48	0,2092	3100	17,0

A FIG. 4.6 mostra o pórtico analisado submetido às ações horizontais e verticais, já majoradas conforme a eq. (4.2). As forças concentradas verticais dos pilares P13, P8 e P3 incluem seus pesos próprios e as reações das vigas V1, V2 e V3, respectivamente. Na viga V6, o carregamento uniformemente distribuído é obtido a partir das reações das lajes (L2, L3, L6 e L7) e de seu peso próprio.

Para a realização da análise não-linear geométrica e física do pórtico no “software” ANSYS-9.0, adotou-se o elemento “solid 65” com armadura dispersa (nas três direções) para representar os pilares e vigas. Como já mencionado, o critério de Willam-Warnke permite que a condição de ruptura seja desabilitada e substituída por uma condição de plastificação; na análise realizada, desabilitou-se o critério de ruptura apenas para a compressão do concreto, permitindo a sua plastificação segundo o critério de escoamento de Von Mises, que foi também empregado para representar o aço. Nos critérios de Von Mises foram adotados, tanto para o concreto quanto para o aço, comportamentos elastoplásticos perfeitos segundo diagramas tensão-deformação bilineares. No processamento utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga e um limite de 60 iterações por incremento, com tolerância de 0,1% aplicada à raiz

quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças. É importante mencionar que todos os parâmetros e modelos constitutivos utilizados na análise foram “calibrados” a partir dos estudos realizados no capítulo 3.

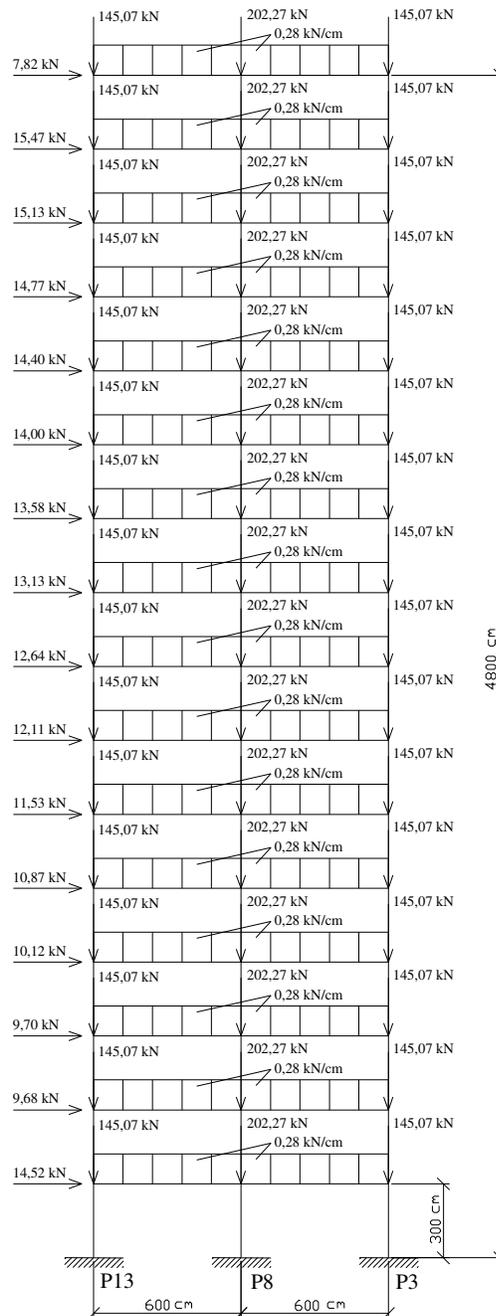


FIGURA 4.6 – Carregamento aplicado ao pórtico constituído pelos pilares P13-P8-P3.

Com o objetivo de realizar uma avaliação dos processos aproximados utilizados para a consideração da não-linearidade física, realizou-se também análises não-lineares geométricas do pórtico, levando em conta a não-linearidade física por meio da redução de rigidez dos elementos estruturais de acordo com a NBR 6118:2003 e segundo a formulação de BRANSON (1966).

Assim, foram adotados os seguintes valores para a inércia efetiva dos elementos estruturais:

- $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$ ;
- $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,5 I_c$ ;
- $I_{pil} = 0,7 I_c$  e  $I_{vig} = 0,7 I_c$ ;
- $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  dado pela eq. (2.2), ou seja:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_{II} \leq I_c \quad (4.5)$$

Vale ressaltar que nestas análises foi utilizado o módulo de elasticidade inicial do concreto ( $E_{ci}$ ), dado pela eq. (2.1) e adotado pela NBR 6118:2003 para a consideração simplificada da não-linearidade física.

Para o cálculo de  $I_{eq}$  da eq. (4.5), é necessário determinar os valores de  $M_r$ ,  $I_{II}$  e  $M_a$ . A partir das eq. (2.4), (2.6), (2.10), (2.13), (2.14), (2.12) e (2.15), respectivamente, tem-se:

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 0,22}{30} \cdot \frac{20 \cdot 60^3}{12} = 3960 \text{ kN} \cdot \text{cm} \text{ onde}$$

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 20^{2/3} = 2,2 \text{ MPa} = 0,22 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$\alpha_e = \frac{21000}{2500} = 8,4 \Rightarrow \alpha'_e = 8,4 - 1 = 7,4$$

$$A = (8,4 \cdot A_s + 7,4 \cdot A'_s) / 20 = 0,42 \cdot A_s + 0,37 \cdot A'_s \quad (4.6)$$

$$B = 2 \cdot (8,4 \cdot A_s \cdot 56 + 7,4 \cdot A'_s \cdot 4) / 20 = 47,04 \cdot A_s + 2,96 \cdot A'_s \quad (4.7)$$

$$x_{II} = -A + (A^2 + B)^{1/2} \quad (4.8)$$

$$I_{II} = (20/3) x_{II}^3 + 7,4 \cdot A'_s \cdot (x_{II} - 4)^2 + 8,4 \cdot A_s \cdot (56 - x_{II})^2 \quad (4.9)$$

Nota-se então que, inicialmente, deve-se determinar quais são as armaduras  $A_s$  e  $A'_s$  para o momento considerado, que são invertidas quando se alterna de momento positivo para negativo. Definidas as armaduras  $A_s$  e  $A'_s$  para cada seção, encontra-se o valor final de  $I_{II}$  [eq. (4.6) a (4.9)]. As próximas tabelas sintetizam os cálculos efetuados para a determinação de  $I_{II}$  nas seções A-A e B-B (conforme a FIG. 4.3), considerando que as mesmas estejam submetidas a momento positivo ou negativo.

TABELA 4.6 – Cálculo de  $I_{II}$  para a seção A-A considerando o momento atuante positivo

Nível (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A$ (cm)	$B$ (cm <sup>2</sup> )	$x_{II}$ (cm)	$I_{II}$ (cm <sup>4</sup> )
300	2,34	6,56	3,41	129,39	8,47	49383
600	2,44	8,06	4,01	138,69	8,43	51566
900	2,75	8,75	4,39	155,12	8,82	57446
1200	2,86	8,90	4,49	160,67	8,96	59494
1500	2,84	8,74	4,42	159,25	8,95	59087
1800	2,75	8,40	4,26	154,01	8,86	57352
2100	2,62	7,95	4,04	146,72	8,73	54902
2400	2,48	7,45	3,80	138,61	8,57	52167
2700	2,33	6,93	3,54	130,21	8,41	49331
3000	2,28	6,39	3,32	126,06	8,39	48221
3300	2,24	5,92	3,13	122,94	8,39	47449
3600	2,21	5,61	3,00	120,44	8,38	46768
3900	2,18	5,31	2,88	118,03	8,36	46111
4200	2,17	5,07	2,79	116,99	8,38	45945
4500	2,28	4,99	2,80	121,95	8,59	48022
4800	1,80	3,81	2,16	95,21	7,83	38391

TABELA 4.7 – Cálculo de  $I_{II}$  para a seção A-A considerando o momento atuante negativo

Nível (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )	A (cm)	B (cm <sup>2</sup> )	$x_{II}$ (cm)	$I_{II}$ (cm <sup>4</sup> )
300	6,56	2,34	3,62	315,64	14,51	117177
600	8,06	2,44	4,29	386,37	15,83	138223
900	8,75	2,75	4,69	419,50	16,32	147725
1200	8,90	2,86	4,79	427,12	16,42	149894
1500	8,74	2,84	4,72	419,55	16,30	147763
1800	8,40	2,75	4,54	403,20	16,04	143111
2100	7,95	2,62	4,31	381,93	15,70	136969
2400	7,45	2,48	4,05	358,00	15,30	129946
2700	6,93	2,33	3,77	332,69	14,85	122373
3000	6,39	2,28	3,52	307,14	14,35	114560
3300	5,92	2,24	3,32	285,17	13,89	107688
3600	5,61	2,21	3,17	270,39	13,57	102980
3900	5,31	2,18	3,03	256,02	13,25	98335
4200	5,07	2,17	2,93	244,74	12,99	94636
4500	4,99	2,28	2,94	241,48	12,88	93512
4800	3,81	1,80	2,26	184,55	11,51	74276

TABELA 4.8 – Cálculo de  $I_{II}$  para a seção B-B considerando o momento atuante positivo

Nível (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )	A (cm)	B (cm <sup>2</sup> )	$x_{II}$ (cm)	$I_{II}$ (cm <sup>4</sup> )
300	2,34	6,82	3,51	130,17	8,43	49421
600	2,44	8,51	4,17	140,01	8,37	51630
900	2,75	9,39	4,63	157,02	8,73	57554
1200	2,86	9,69	4,78	163,00	8,85	59633
1500	2,84	9,63	4,75	161,87	8,83	59244
1800	2,75	9,36	4,62	156,86	8,73	57516
2100	2,62	8,98	4,42	149,75	8,59	55066
2400	2,48	8,52	4,19	141,76	8,43	52326
2700	2,33	8,02	3,95	133,43	8,26	49483
3000	2,28	7,49	3,73	129,33	8,24	48373
3300	2,24	6,96	3,52	126,01	8,25	47592
3600	2,21	6,43	3,31	122,88	8,26	46882
3900	2,18	5,92	3,11	119,86	8,27	46196
4200	2,17	5,47	2,93	118,17	8,33	46001
4500	2,28	5,38	2,95	123,11	8,53	48083
4800	1,80	4,94	2,58	98,56	7,68	38509

TABELA 4.9 – Cálculo de  $I_{II}$  para a seção B-B considerando o momento atuante negativo

Nível (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A$ (cm)	$B$ (cm <sup>2</sup> )	$x_{II}$ (cm)	$I_{II}$ (cm <sup>4</sup> )
300	6,82	2,34	3,73	327,97	14,76	120943
600	8,51	2,44	4,48	407,35	16,20	144213
900	9,39	2,75	4,96	449,77	16,82	156127
1200	9,69	2,86	5,12	464,04	17,02	160066
1500	9,63	2,84	5,09	461,32	16,98	159317
1800	9,36	2,75	4,95	448,58	16,80	155801
2100	8,98	2,62	4,74	430,00	16,53	150621
2400	8,52	2,48	4,49	407,96	16,20	144394
2700	8,02	2,33	4,23	383,95	15,82	137505
3000	7,49	2,28	3,99	359,15	15,38	130269
3300	6,96	2,24	3,75	334,05	14,91	122785
3600	6,43	2,21	3,52	309,14	14,41	115187
3900	5,92	2,18	3,29	285,11	13,91	107682
4200	5,47	2,17	3,10	263,53	13,43	100779
4500	5,38	2,28	3,10	260,02	13,32	99606
4800	4,94	1,80	2,74	237,71	12,92	92459

No cálculo da inércia equivalente [eq. (4.5)], os momentos fletores  $M_a$  foram determinados a partir de várias análises elásticas lineares do pórtico, para várias porcentagens do carregamento aplicado ( $P$ ). Seguindo a recomendação de SILVA e PEREIRA (2004), para maior precisão, foram utilizadas as inércias equivalentes ponderadas ( $I_{eq,pond}$ ), dadas por:

$$I_{eq,pond} = \frac{\sum_{i=1}^n (I_{eq,i} \cdot a_i)}{l} \quad (4.10)$$

sendo  $n$  o número de trechos no vão considerado,  $I_{eq,i}$  a inércia equivalente no trecho  $i$ , calculada por meio da eq. (4.5),  $a_i$  o comprimento do trecho  $i$  e  $l$  o comprimento total do vão.

Nas TAB. 4.10 a 4.12 e 4.13 a 4.15 constam todos os cálculos realizados para a obtenção de  $I_{eq,pond}$  no 1º e no 2º vãos da viga, relativos a 100%  $P$ ; esta porcentagem de carregamento corresponde ao estado limite último (ELU) convencional. Nessas tabelas, estão apresentados o número de trechos no vão considerado, o comprimento de cada trecho ( $a_i$ ), bem como os valores de  $M_a$ ,  $I_{II}$  (conforme as TAB. 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9) e  $I_{eq}$  em cada trecho ( $M_{a_i}$ ,  $I_{II i}$  e  $I_{eq,i}$ ).

As TAB. 4.16 e 4.17 apresentam os valores de  $I_{eq,pond}$  para o 1º e 2º vãos da viga, respectivamente, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$  e 120%  $P$ . Vale mencionar que todos os cálculos foram efetuados de forma análoga ao cálculo de  $I_{eq,pond}$  correspondente a 100%  $P$ , apresentado anteriormente.

TABELA 4.10 – Número de trechos e momentos fletores  $M_a$  para o 1º vão da viga, correspondentes a 100%  $P$

Nível (cm)	Nº de trechos	$M_{a1}$ (kN·cm)	$M_{a2}$ (kN·cm)	$M_{a3}$ (kN·cm)
300	3	-2124	5028	-14551
600	2	5876	-17529	-
900	2	6412	-18919	-
1200	2	6608	-19382	-
1500	2	6572	-19297	-
1800	2	6400	-18883	-
2100	2	6155	-18265	-
2400	2	5877	-17515	-
2700	3	-73	5593	-16677
3000	3	-961	5319	-15779
3300	3	-1886	5068	-14844
3600	3	-2824	4848	-13895
3900	3	-3745	4667	-12964
4200	3	-4623	4522	-12085
4500	3	-5362	4422	-11351
4800	3	-5205	4563	-11230

TABELA 4.11 – Comprimentos de cada trecho e valores de  $I_{II}$  para o 1º vão da viga, correspondentes a 100%  $P$

Nível (cm)	$a_1$ (cm)	$I_{III}$ (cm <sup>4</sup> )	$a_2$ (cm)	$I_{II2}$ (cm <sup>4</sup> )	$a_3$ (cm)	$I_{III}$ (cm <sup>4</sup> )
300	36,51	117177	379,04	49383	184,45	120943
600	396,00	51566	204,00	144213	-	-
900	388,64	57446	211,36	156127	-	-
1200	386,40	59494	213,60	160066	-	-
1500	386,81	59087	213,19	159317	-	-
1800	388,85	57352	211,15	155801	-	-
2100	392,03	54902	207,97	150621	-	-
2400	396,12	52167	203,88	144394	-	-
2700	1,29	122373	399,75	49331	198,96	137505
3000	16,87	114560	389,84	48221	193,28	130269
3300	32,60	107688	380,53	47449	186,87	122785
3600	48,00	102980	372,19	46768	179,80	115187
3900	62,54	98335	365,18	46111	172,28	107682
4200	75,85	94636	359,46	45945	164,69	100779
4500	86,64	93512	355,43	48022	157,93	99606
4800	83,60	74276	361,06	38391	155,33	92459

TABELA 4.12 – Inércias equivalentes para o 1º vão da viga, correspondentes a 100%  $P$

Nível (cm)	$I_{eq,1}^*$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{eq,2}^*$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{eq,3}^*$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{eq,pond}$ (cm <sup>4</sup> )
300	360000	201091	125762	187603
600	145966	146701	-	146216
900	128724	157996	-	139035
1200	124161	161771	-	137550
1500	124906	161051	-	137749
1800	129052	157684	-	139128
2100	136173	152754	-	141920
2400	146347	146886	-	146530
2700	360000	159601	140483	153694
3000	360000	176865	133900	168175
3300	360000	196555	127289	183864
3600	360000	217428	120854	199894
3900	360000	237815	114874	215249
4200	261442	256812	109899	217073
4500	200857	272138	110662	219342
4800	200131	248623	104190	204474

\*Se  $M_a < M_r$ , deve-se utilizar  $I_{eq} = I_c$

TABELA 4.13 – Número de trechos e momentos fletores  $M_a$  para o 2º vão da viga, correspondentes a 100%  $P$

Nível (cm)	Nº de trechos	$M_{a1}$ (kN·cm)	$M_{a2}$ (kN·cm)	$M_{a3}$ (kN·cm)
300	3	-2826	4911	-13733
600	2	5697	-16596	-
900	2	6130	-17814	-
1200	2	6246	-18110	-
1500	2	6156	-17884	-
1800	2	5952	-17347	-
2100	2	5696	-16621	-
2400	3	-800	5424	-15777
2700	3	-1729	5161	-14859
3000	3	-2705	4922	-13894
3300	3	-3705	4715	-12904
3600	3	-4709	4547	-11912
3900	3	-5685	4422	-10946
4200	3	-6572	4335	-10080
4500	3	-7300	4284	-9376
4800	3	-8065	4442	-8251

TABELA 4.14 – Comprimentos de cada trecho e valores de  $I_{II}$  para o 2º vão da viga, correspondentes a 100%  $P$

Nível (cm)	$a_1$ (cm)	$I_{III}$ (cm <sup>4</sup> )	$a_2$ (cm)	$I_{II2}$ (cm <sup>4</sup> )	$a_3$ (cm)	$I_{II3}$ (cm <sup>4</sup> )
300	47,79	120943	374,57	49421	177,64	117177
600	402,68	51630	197,32	138223	-	-
900	395,70	57554	204,30	147725	-	-
1200	394,12	59633	205,88	149894	-	-
1500	395,31	59244	204,69	147763	-	-
1800	398,24	57516	201,76	143111	-	-
2100	402,45	55066	197,55	136969	-	-
2400	14,01	144394	393,67	52326	192,32	129946
2700	29,83	137505	384,02	49483	186,15	122373
3000	45,90	130269	375,00	48373	179,10	114560
3300	61,73	122785	367,03	47592	171,24	107688
3600	76,91	115187	360,44	46882	162,66	102980
3900	90,96	107682	355,45	46196	153,59	98335
4200	103,16	100779	351,93	46001	144,92	94636
4500	112,72	99606	349,85	48083	137,43	93512
4800	120,77	92459	356,25	38509	122,98	74276

TABELA 4.15 – Inércias equivalentes para o 2º vão da viga, correspondentes a 100%  $P$ 

<i>Nível (cm)</i>	$I_{eq,1}^* (cm^4)$	$I_{eq,2}^* (cm^4)$	$I_{eq,3}^* (cm^4)$	$I_{eq,pond} (cm^4)$
300	360000	212302	122999	197627
600	155202	141236	-	150609
900	139082	150057	-	142819
1200	136187	152091	-	141644
1500	139303	150067	-	142975
1800	146590	145691	-	146288
2100	157550	139986	-	151767
2400	360000	172047	133584	164108
2700	360000	189722	126871	178690
3000	360000	210680	120242	195106
3300	360000	232689	114980	212192
3600	260796	253707	112423	216314
3900	192984	271545	110725	218468
4200	157479	285387	110725	221210
4500	141181	294467	113593	224241
4800	124125	266280	105862	204787

\*Se  $M_a < M_r$ , deve-se utilizar  $I_{eq} = I_c$

TABELA 4.16 – Valores de  $I_{eq,pond} (cm^4)$  para o 1º vão da viga, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$  e 120%  $P$ 

<i>Nível (cm)</i>	<i>Porcentagem do carregamento aplicado</i>				
	<i>20% P</i>	<i>40% P</i>	<i>60% P</i>	<i>80% P</i>	<i>120% P</i>
300	360000	309654	293367	280361	146602
600	360000	299849	290548	206406	119611
900	360000	298473	291232	183668	119307
1200	360000	298308	290911	177822	119749
1500	360000	298322	291547	178779	119613
1800	360000	298493	291206	184049	119273
2100	360000	298982	290850	193237	119238
2400	360000	299968	290658	206601	119978
2700	360000	301655	290794	224659	122326
3000	360000	304273	291411	248956	132468
3300	360000	308037	292614	275332	143433
3600	360000	313171	294499	289953	154578
3900	360000	319815	297110	291583	156613
4200	360000	327964	300438	293738	153911
4500	360000	336932	304933	288938	155653
4800	360000	338190	304797	291107	142507

TABELA 4.17 – Valores de  $I_{eq,pond}$  (cm<sup>4</sup>) para o 2º vão da viga, correspondentes a 20% P, 40% P, 60% P, 80% P e 120% P

Nível (cm)	Porcentagem do carregamento aplicado				
	20% P	40% P	60% P	80% P	120% P
300	360000	315041	296088	291474	154062
600	360000	302547	291652	217806	120907
900	360000	300127	291397	194823	119832
1200	360000	299683	291395	190291	120141
1500	360000	299877	291234	193999	120422
1800	360000	300625	291085	203465	121014
2100	360000	302084	291164	218232	122388
2400	360000	304480	291659	240088	130523
2700	360000	308081	292737	265569	140287
3000	360000	313239	294588	290047	151654
3300	360000	320508	297624	292054	156449
3600	360000	330322	302175	295324	155029
3900	360000	342574	307701	286218	155440
4200	360000	356627	313899	277970	156312
4500	360000	360000	307496	274281	158488
4800	360000	360000	307067	272679	142398

Para a realização das análises não-lineares geométricas do pórtico no “software” ANSYS-9.0, com consideração simplificada da não-linearidade física, os pilares e vigas foram representados através de elementos de barra (definidos como “beam 3” e “beam 54”), com três graus de liberdade em cada nó: duas translações nas direções  $X$  e  $Y$  e uma rotação na direção  $Z$ . É importante comentar que, no modelo sólido, os vãos da viga são considerados de face a face dos pilares, o que o torna mais rígido que o modelo de barras, no qual os vãos são considerados de eixo a eixo dos apoios. Tal diferença implicou na necessidade de se utilizar o elemento “beam 54” para representar as extremidades das vigas no modelo de barra. Este elemento permite a introdução de “offsets” nos trechos viga-pilar, tornando-os rígidos. Com isto, é possível comparar os dois modelos em igualdade de condições. Dessa forma, a FIG. 4.7 apresenta o gráfico carga aplicada *versus* deslocamento horizontal do topo para a análise elástica linear realizada com o modelo sólido e com os modelos de barra (utilizando ou não “offsets”). Observa-se que o modelo de barras sem “offsets” é realmente bem mais flexível que o modelo sólido; este, por sua vez, é muito bem representado pelo modelo de barras que utiliza “offsets”.

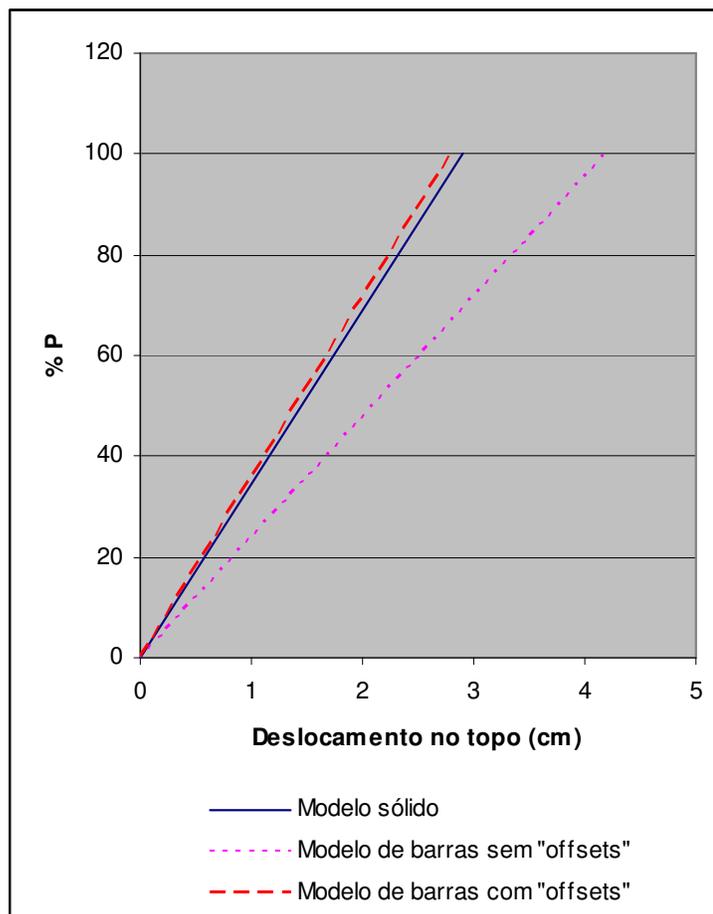


FIGURA 4.7 – Relação entre carga e deslocamento para a análise elástica linear realizada com o modelo sólido e com os modelos de barra (pórtico P13-P8-P3 - exemplo 1).

A variação do deslocamento horizontal do topo do pórtico com a carga aplicada, para as análises não-lineares geométricas e físicas (ANLGF) e não-lineares geométricas, com consideração simplificada da não-linearidade física (ANLG - NLF SIMPLIF.), está representada na FIG. 4.8. Na FIG. 4.9 pode-se observar a configuração deformada da estrutura para a porcentagem de carregamento correspondente ao estado limite último convencional.

Observa-se na FIG. 4.8 que a curva da análise não-linear geométrica e física que utiliza as armaduras dos pilares conforme a FIG. 4.4 segue uma trajetória praticamente coincidente com aquela obtida adotando as armaduras da FIG. 4.5. Isto mostra que, em termos práticos,

a introdução de barras nas laterais maiores dos pilares, com o objetivo de atender as prescrições da NBR 6118:2003, não apresentou qualquer influência no resultado final. Ainda na FIG. 4.8 nota-se que o carregamento correspondente ao estado limite último convencional não representa o carregamento real de colapso, o que mostra que a estrutura suporta uma carga maior do que aquela para a qual foi dimensionada.

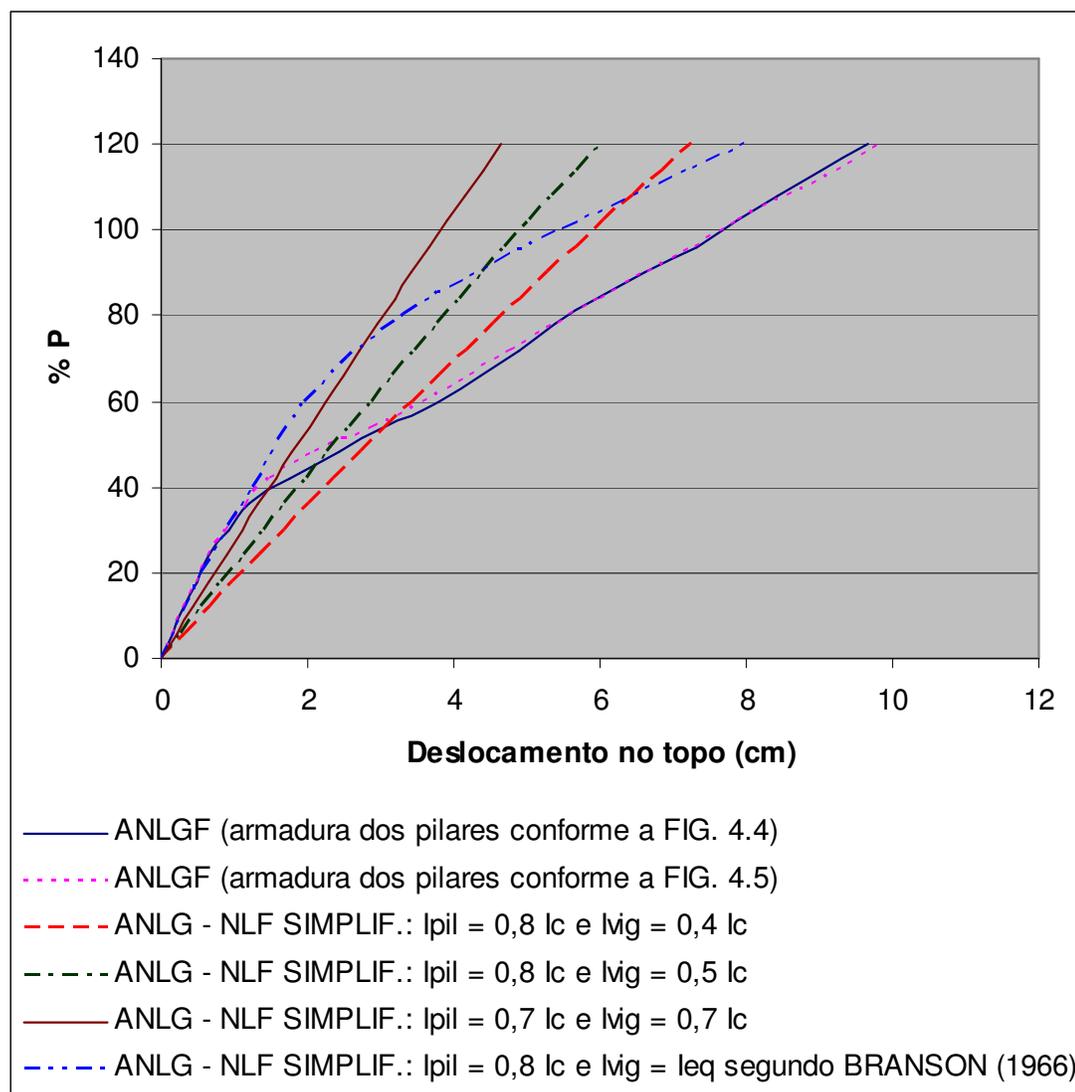


FIGURA 4.8 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P13-P8-P3 - exemplo 1).

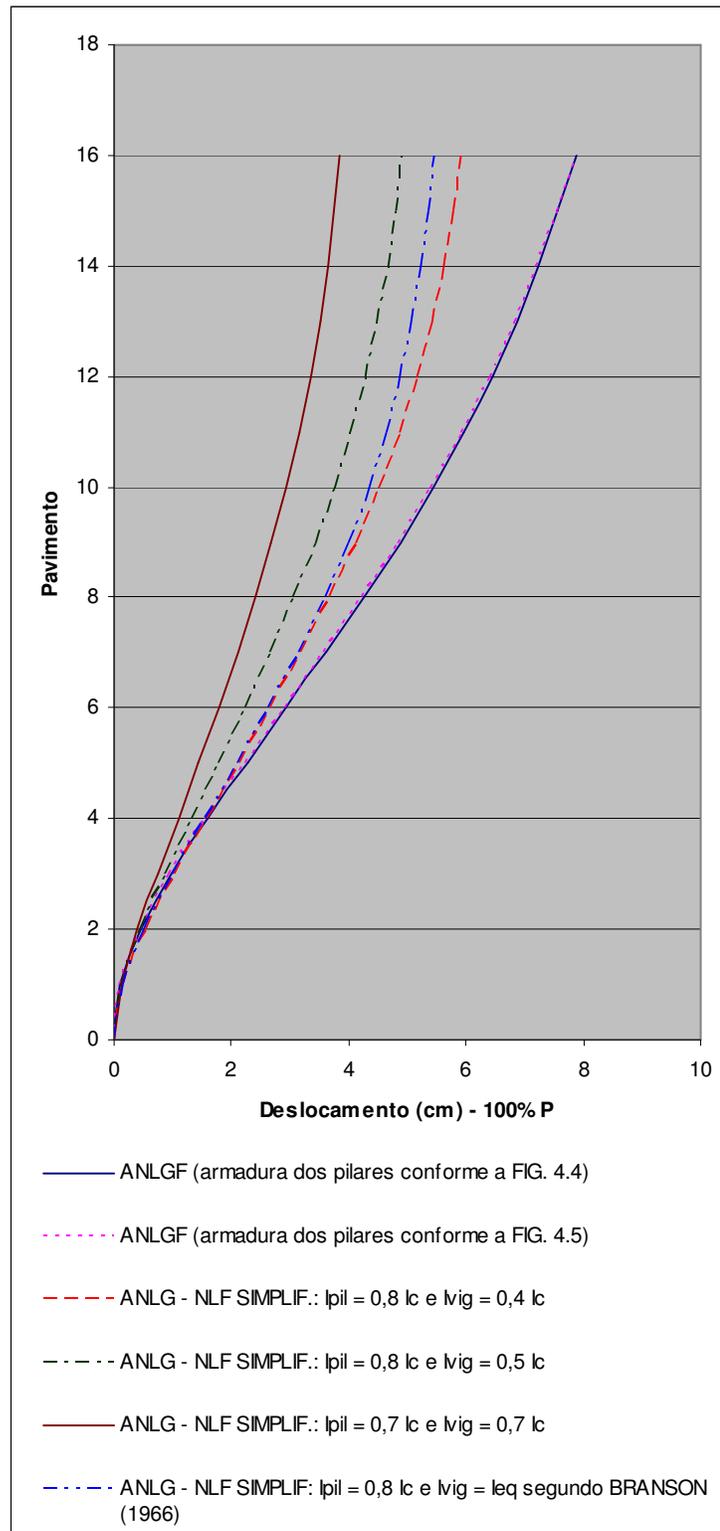


FIGURA 4.9 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P13-P8-P3 - exemplo 1).

Em relação às análises não-lineares geométricas, com consideração simplificada da não-linearidade física, observa-se que, até cerca de 40%  $P$ , os resultados da análise que considera  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) mostram boa proximidade em relação aos obtidos a partir da análise não-linear geométrica e física (FIG. 4.8); porém, os deslocamentos são superestimados com a utilização dos coeficientes de redução adotados pela NBR 6118:2003. A partir de 40%  $P$ , todas as análises não-lineares geométricas fornecem resultados inferiores aos da análise não-linear geométrica e física. Vale observar a grande influência que a rigidez das vigas exerce no modelo: uma diferença de apenas 10% no valor utilizado é capaz de acarretar alterações significativas nos resultados, como pode ser constatado por meio das análises realizadas com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,5 I_c$  e com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$ .

Na FIG. 4.9 observa-se que as deformadas dos modelos que utilizam as armaduras dos pilares conforme as FIG. 4.4 e 4.5 encontram-se superpostas, indicando novamente que a introdução de barras para atender as prescrições da NBR 6118:2003 não apresentou qualquer influência no resultado final. Verifica-se também na FIG. 4.9 que a análise realizada com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$  é a que fornece resultados mais próximos da configuração deformada “real” do pórtico, seguida pela análise que utiliza reduções de inércia iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) para as vigas. Finalmente, vale mencionar que a utilização dos valores de inércia iguais a  $I_{pil} = 0,7 I_c$  e  $I_{vig} = 0,7 I_c$  resultou em um modelo bem mais rígido e muito distante do comportamento não-linear do pórtico analisado.

### 4.3. Outros Exemplos Analisados

De forma análoga às análises realizadas para o exemplo apresentado anteriormente, foram analisados diversos pórticos planos pertencentes à outros edifícios usuais de concreto armado. A TAB. 4.18 resume as principais características dos demais exemplos analisados.

TABELA 4.18 – Características gerais dos demais exemplos analisados

<i>Exemplo</i>	<i>Pavimento tipo do edifício</i>	<i>Nº de Pavimentos</i>	<i>Pé-direito (m)</i>	<i>f<sub>ck</sub> (MPa)</i>	<i>Pórtico plano analisado</i>
2	FIG. 4.10	20	Variável	40	P12-P9-P5-P2
3	FIG. 4.11	20	2,75	45	P11-P12-P13-P14-P15
4	FIG. 4.12	30	2,85	20	P7-P8-P9
5	FIG. 4.13	16	2,88	25	P33-P20-P7
6	FIG. 4.14	15	2,90	25	P15-P11-P7-P3

Inicialmente, foram realizadas análises elásticas lineares dos edifícios, utilizando modelos tridimensionais no “software” ANSYS-9.0. As estruturas foram processadas para as cargas verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais, segundo as combinações de carregamento definidas pelas eq. (4.1), (4.2), (4.3) e (4.4). A partir da envoltória dos esforços obtidos para cada combinação de carregamento, foram determinadas as armaduras dos pilares e vigas constituintes dos pórticos estudados. As vigas foram dimensionadas à flexão normal composta e os pilares à flexão normal composta ou à flexão oblíqua composta. Utilizou-se aço CA-50 para todos os elementos estruturais, com módulo de elasticidade igual a 210 GPa. Como no exemplo anterior, não houve a preocupação com o detalhamento final dos elementos, partindo-se do princípio de que não haverá diferença significativa entre as armaduras calculadas e as efetivamente colocadas.

Os pórticos planos foram, então, processados no “software” ANSYS-9.0, considerando ambas as não-linearidades geométrica e física. Aplicou-se a parcela de carregamento correspondente à combinação 1, com o vento atuando paralelamente aos eixos *X* ou *Y*, dependendo da direção do pórtico analisado. Vale ressaltar que os quinhões de carga de vento que os pórticos recebem foram calculados em função de suas rigidezes laterais, da mesma forma realizada para o exemplo 1.

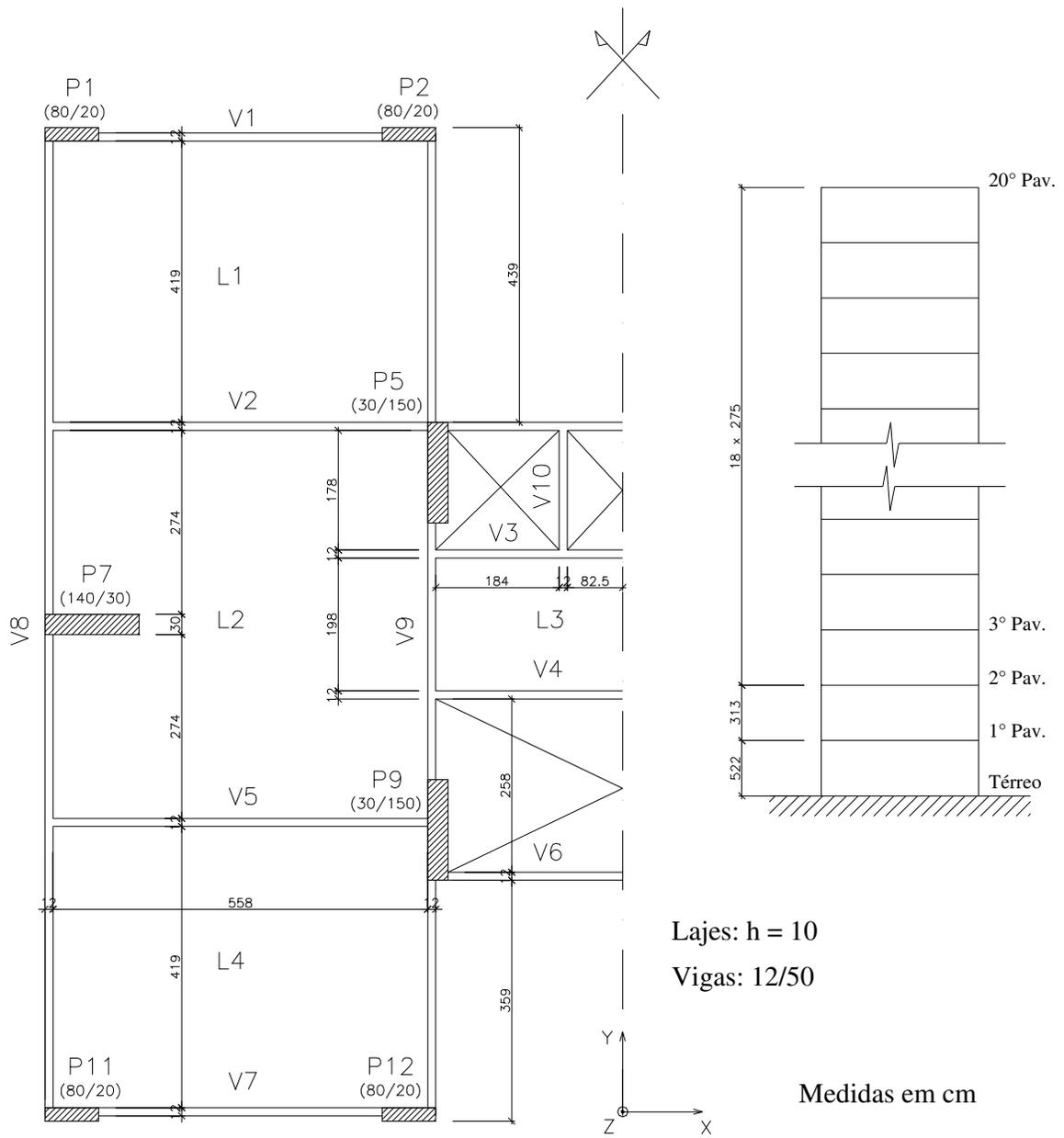


FIGURA 4.10 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 2  
 [adaptado de CARMO (1995)].

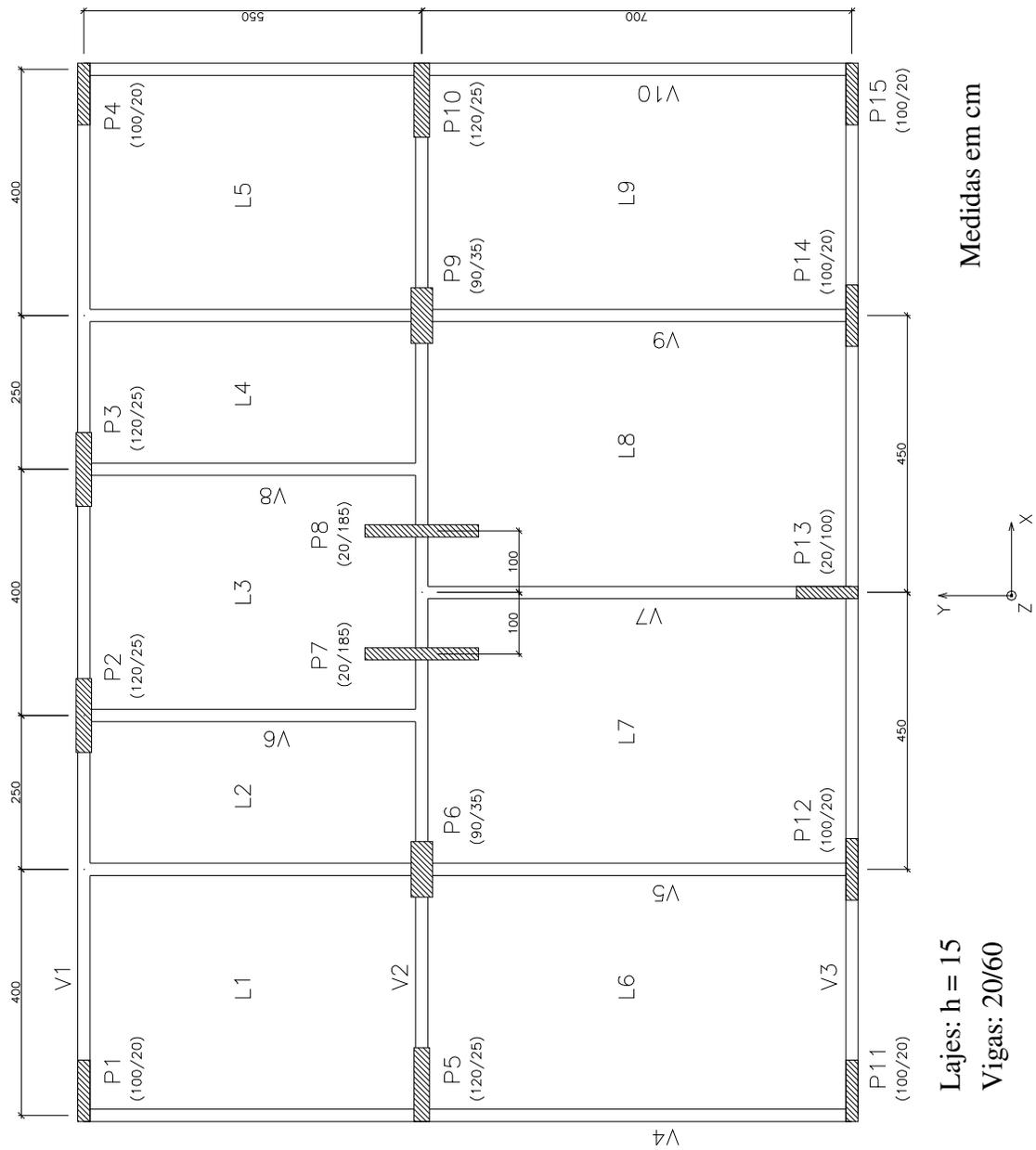


FIGURA 4.11 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 3  
[adaptado de MARTINS e ANTUNES (1999)].

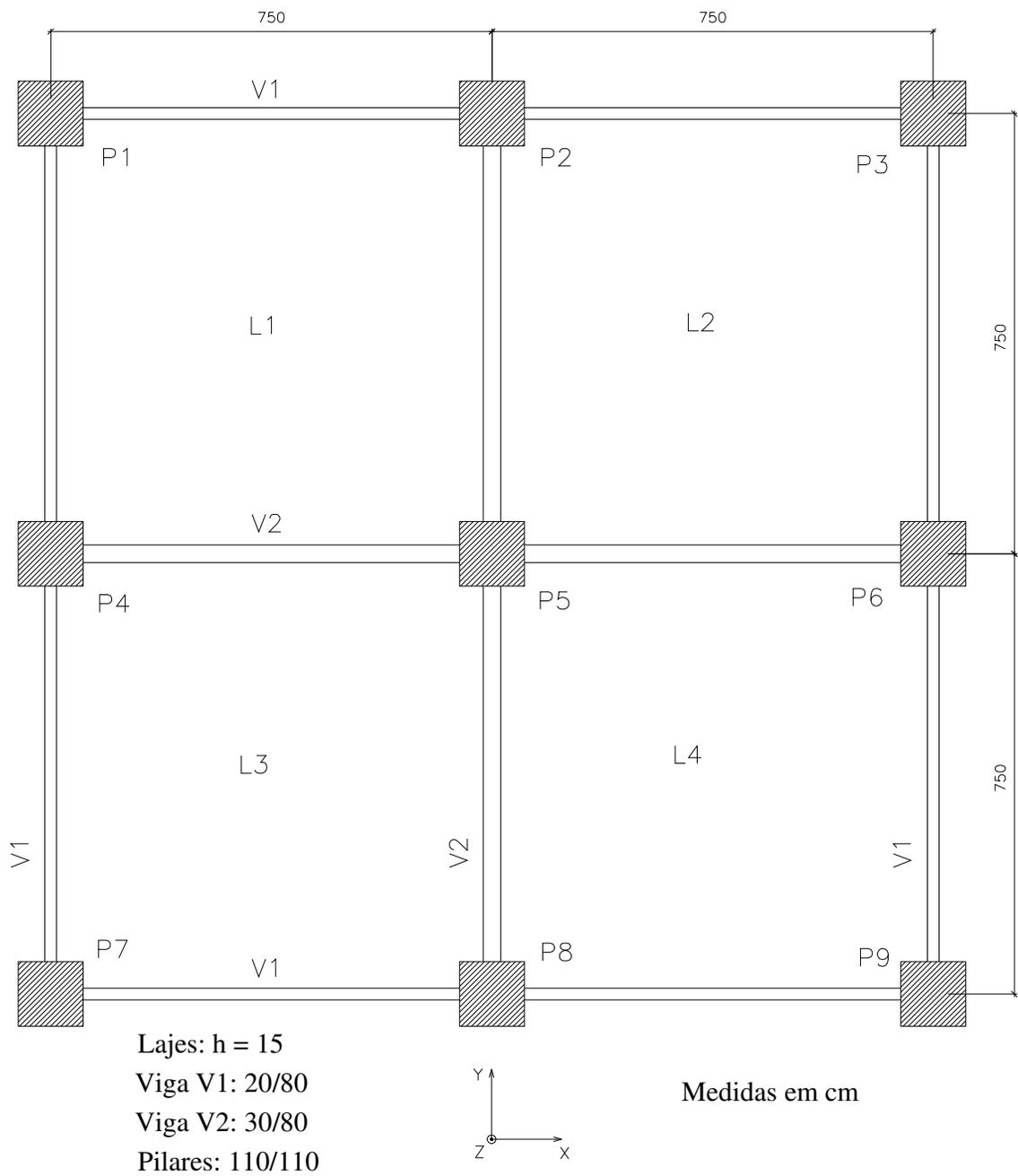


FIGURA 4.12 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 4  
 [adaptado de CARVALHO (2004)].

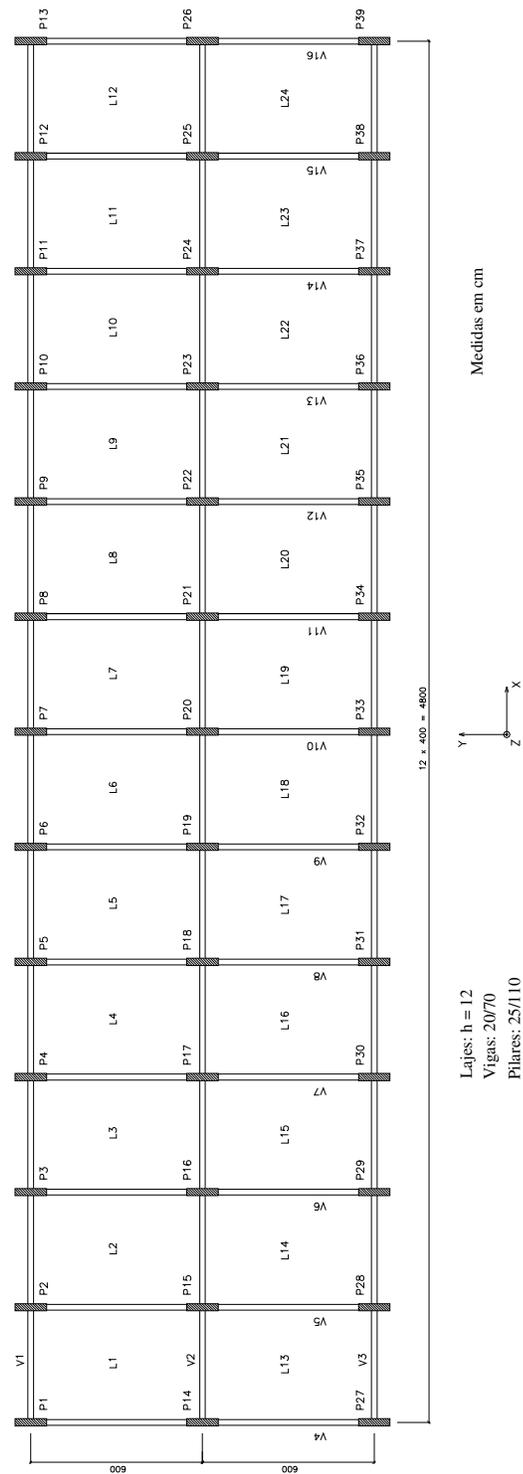


FIGURA 4.13 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 5  
[adaptado de VASCONCELLOS FILHO (1981)].

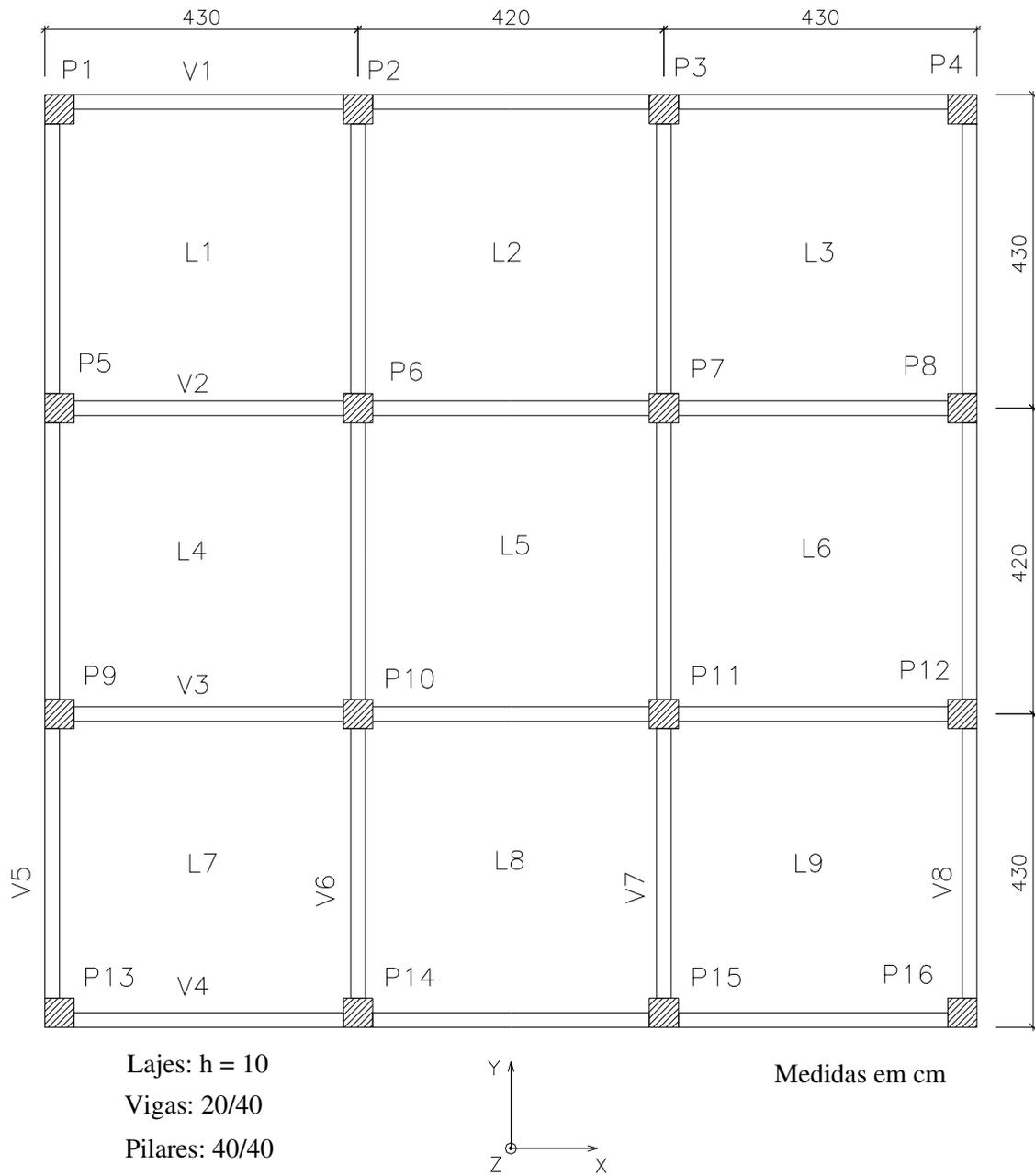


FIGURA 4.14 – Pavimento tipo do edifício do exemplo 6  
 [adaptado de OLIVEIRA *et al.* (2002)].

Para a realização da análise não-linear geométrica e física dos pórticos no “software” ANSYS-9.0, adotou-se o elemento “solid 65” com armadura dispersa (nas três direções) para representar os pilares e vigas. Como já mencionado, o critério de Willam-Warneke permite que a condição de ruptura seja desabilitada e substituída por uma condição de plastificação; nas análises realizadas, desabilitou-se o critério de ruptura apenas para a compressão do concreto, permitindo a sua plastificação segundo o critério de escoamento de Von Mises, que foi também empregado para representar o aço. Nos critérios de Von Mises foram adotados, tanto para o concreto quanto para o aço, comportamentos elastoplásticos perfeitos segundo diagramas tensão-deformação bilineares. Nos processamentos utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga e um limite de 60 iterações por incremento, com tolerância de 0,1% aplicada à raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças.

Com o objetivo de realizar uma avaliação dos processos aproximados utilizados para a consideração da não-linearidade física, foram também realizadas análises não-lineares geométricas dos pórticos, levando em conta a não-linearidade física por meio da redução de rigidez dos elementos estruturais de acordo com a NBR 6118:2003 e segundo a formulação de BRANSON (1966).

Dessa forma, foram adotados os seguintes valores para a inércia efetiva dos elementos estruturais:

- $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$ ;
- $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,5 I_c$ ;
- $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq,pond}$  conforme a eq. (4.10).

As inércias equivalentes ponderadas ( $I_{eq,pond}$ ) foram determinadas para várias porcentagens do carregamento aplicado ( $P$ ). Vale lembrar que a porcentagem de carregamento igual a 100%  $P$  corresponde ao estado limite último convencional. As TAB. 4.19 a 4.32 apresentam os valores de  $I_{eq,pond}$  para as vigas de todos os pórticos analisados, relativos a

20% *P*, 40% *P*, 60% *P*, 80% *P*, 100% *P* e 120% *P*. Para melhor visualização, os valores de  $I_{eq,pond}$  foram escritos em função do momento de inércia da seção bruta de concreto,  $I_c$ . Ressalta-se ainda que todos os cálculos necessários para a obtenção de  $I_{eq,pond}$  foram efetuados de forma análoga aos cálculos realizados para o exemplo 1, apresentado anteriormente.

TABELA 4.19 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 1º vão da viga do exemplo 2, correspondentes a 20% *P*, 40% *P*, 60% *P*, 80% *P*, 100% *P* e 120% *P*

<b>Pavimento</b>	<b>20% <i>P</i></b>	<b>40% <i>P</i></b>	<b>60% <i>P</i></b>	<b>80% <i>P</i></b>	<b>100% <i>P</i></b>	<b>120% <i>P</i></b>
1	1,00	0,93	0,76	0,71	0,69	0,69
2	0,99	0,86	0,81	0,79	0,79	0,79
3	1,00	0,89	0,85	0,84	0,84	0,83
4	1,00	0,89	0,85	0,84	0,84	0,83
5	1,00	0,90	0,85	0,84	0,84	0,83
6	1,00	0,89	0,83	0,81	0,80	0,80
7	1,00	0,92	0,83	0,81	0,80	0,80
8	1,00	0,93	0,79	0,75	0,74	0,74
9	1,00	0,96	0,81	0,76	0,74	0,74
10	1,00	0,94	0,80	0,71	0,68	0,66
11	1,00	0,95	0,90	0,75	0,69	0,67
12	1,00	0,95	0,89	0,76	0,65	0,60
13	1,00	1,00	0,91	0,89	0,77	0,67
14	1,00	1,00	0,91	0,86	0,85	0,82
15	1,00	1,00	0,98	0,90	0,87	0,86
16	1,00	1,00	1,00	0,96	0,89	0,86
17	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,93
18	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
19	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
20	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

TABELA 4.20 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 2º vão da viga do exemplo 2, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	0,94	0,68	0,60	0,59	0,58	0,58
2	0,97	0,69	0,66	0,65	0,65	0,65
3	0,97	0,71	0,68	0,68	0,67	0,67
4	0,95	0,71	0,68	0,68	0,67	0,67
5	0,97	0,71	0,68	0,68	0,67	0,67
6	0,97	0,70	0,66	0,66	0,65	0,65
7	0,97	0,70	0,67	0,66	0,65	0,65
8	0,96	0,68	0,63	0,62	0,62	0,61
9	0,96	0,70	0,64	0,62	0,62	0,61
10	0,94	0,69	0,60	0,58	0,57	0,57
11	0,95	0,73	0,61	0,58	0,57	0,57
12	0,93	0,73	0,56	0,52	0,51	0,50
13	0,94	0,81	0,58	0,53	0,51	0,50
14	0,93	0,86	0,55	0,48	0,45	0,44
15	0,95	0,86	0,59	0,49	0,45	0,44
16	0,97	0,84	0,58	0,45	0,40	0,38
17	1,00	0,85	0,63	0,47	0,41	0,38
18	1,00	0,83	0,67	0,46	0,39	0,36
19	1,00	0,85	0,75	0,51	0,42	0,38
20	1,00	0,84	0,75	0,48	0,39	0,34

TABELA 4.21 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 3º vão da viga do exemplo 2, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	1,00	0,83	0,54	0,48	0,45	0,44
2	1,00	0,65	0,58	0,56	0,55	0,55
3	1,00	0,67	0,62	0,61	0,61	0,60
4	1,00	0,67	0,62	0,61	0,61	0,60
5	1,00	0,67	0,62	0,61	0,61	0,60
6	1,00	0,65	0,59	0,58	0,58	0,57
7	1,00	0,65	0,60	0,58	0,58	0,57
8	1,00	0,62	0,54	0,52	0,51	0,51
9	1,00	0,63	0,54	0,52	0,52	0,51
10	1,00	0,60	0,48	0,45	0,44	0,44
11	1,00	0,63	0,49	0,45	0,44	0,44
12	1,00	0,64	0,43	0,38	0,36	0,35
13	1,00	0,72	0,45	0,39	0,37	0,36
14	1,00	0,83	0,45	0,36	0,32	0,31
15	1,00	0,89	0,51	0,38	0,34	0,32
16	1,00	0,92	0,57	0,38	0,31	0,28
17	1,00	0,97	0,72	0,44	0,34	0,30
18	1,00	1,00	0,82	0,51	0,35	0,29
19	1,00	1,00	0,83	0,60	0,40	0,31
20	1,00	1,00	1,00	0,93	0,65	0,42

TABELA 4.22 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 1º vão da viga do exemplo 3, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	1,00	1,00	1,00	0,92	0,78	0,72
2	1,00	1,00	1,00	0,86	0,75	0,70
3	1,00	1,00	1,00	0,95	0,81	0,75
4	1,00	1,00	1,00	1,00	0,92	0,82
5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,96
6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
11	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,95
12	1,00	1,00	1,00	1,00	0,97	0,85
13	1,00	1,00	1,00	1,00	0,87	0,78
14	1,00	1,00	1,00	0,95	0,80	0,74
15	1,00	1,00	1,00	0,87	0,76	0,71
16	1,00	1,00	1,00	0,81	0,73	0,56
17	1,00	1,00	0,96	0,77	0,64	0,43
18	1,00	1,00	0,90	0,74	0,50	0,35
19	1,00	1,00	0,87	0,72	0,44	0,32
20	1,00	1,00	1,00	0,78	0,69	0,46

TABELA 4.23 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 2º vão da viga do exemplo 3, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
11	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
12	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
13	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
14	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
15	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
16	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
17	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
18	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
19	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
20	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

TABELA 4.24 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 3º vão da viga do exemplo 3, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	1,00	1,00	1,00	0,93	0,76	0,69
2	1,00	1,00	0,97	0,73	0,65	0,61
3	1,00	1,00	0,87	0,70	0,64	0,61
4	1,00	1,00	0,82	0,68	0,63	0,61
5	1,00	1,00	0,79	0,67	0,62	0,60
6	1,00	1,00	0,78	0,67	0,63	0,61
7	1,00	1,00	0,78	0,67	0,63	0,61
8	1,00	1,00	0,78	0,67	0,63	0,62
9	1,00	1,00	0,78	0,67	0,64	0,62
10	1,00	1,00	0,79	0,68	0,64	0,62
11	1,00	1,00	0,79	0,69	0,65	0,63
12	1,00	1,00	0,80	0,69	0,65	0,63
13	1,00	1,00	0,82	0,70	0,66	0,64
14	1,00	1,00	0,84	0,71	0,66	0,64
15	1,00	1,00	0,86	0,72	0,67	0,65
16	1,00	1,00	0,88	0,73	0,68	0,66
17	1,00	1,00	0,91	0,75	0,69	0,67
18	1,00	1,00	0,94	0,77	0,70	0,67
19	1,00	1,00	0,97	0,78	0,71	0,68
20	1,00	1,00	1,00	0,88	0,76	0,70

TABELA 4.25 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 4º vão da viga do exemplo 3, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	1,00	1,00	0,92	0,76	0,57	0,40
2	1,00	1,00	0,78	0,48	0,34	0,28
3	1,00	1,00	0,69	0,41	0,31	0,27
4	1,00	0,99	0,65	0,40	0,31	0,27
5	1,00	0,99	0,64	0,39	0,30	0,26
6	1,00	0,99	0,65	0,39	0,30	0,26
7	1,00	1,00	0,66	0,40	0,30	0,26
8	1,00	1,00	0,68	0,40	0,30	0,26
9	1,00	1,00	0,71	0,41	0,31	0,26
10	1,00	1,00	0,74	0,42	0,31	0,26
11	1,00	1,00	0,76	0,44	0,32	0,26
12	1,00	1,00	0,77	0,46	0,32	0,26
13	1,00	1,00	0,78	0,50	0,34	0,27
14	1,00	1,00	0,80	0,54	0,35	0,27
15	1,00	1,00	0,82	0,60	0,39	0,29
16	1,00	1,00	0,85	0,68	0,43	0,31
17	1,00	1,00	0,88	0,73	0,48	0,35
18	1,00	1,00	0,91	0,75	0,56	0,39
19	1,00	1,00	0,98	0,78	0,69	0,47
20	1,00	1,00	1,00	0,91	0,77	0,70

TABELA 4.26 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 1º vão da viga do exemplo 4, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	1,00	1,00	0,84	0,80	0,79	0,75
2	1,00	0,88	0,79	0,77	0,54	0,42
3	1,00	0,84	0,78	0,60	0,43	0,36
4	1,00	0,84	0,78	0,58	0,45	0,39
5	1,00	0,85	0,78	0,60	0,46	0,40
6	1,00	0,86	0,78	0,65	0,49	0,41
7	1,00	0,87	0,78	0,73	0,53	0,44
8	1,00	0,89	0,79	0,77	0,59	0,47
9	1,00	0,92	0,80	0,78	0,68	0,53
10	1,00	0,94	0,80	0,77	0,76	0,58
11	1,00	0,99	0,82	0,78	0,77	0,67
12	1,00	1,00	0,84	0,80	0,78	0,77
13	1,00	1,00	0,86	0,80	0,77	0,76
14	1,00	1,00	0,90	0,82	0,79	0,78
15	1,00	1,00	0,95	0,85	0,81	0,79
16	1,00	1,00	1,00	0,87	0,82	0,80
17	1,00	1,00	1,00	0,92	0,85	0,82
18	1,00	1,00	1,00	0,98	0,89	0,85
19	1,00	1,00	1,00	1,00	0,94	0,85
20	1,00	1,00	1,00	1,00	0,96	0,88
21	1,00	1,00	1,00	0,98	0,93	0,91
22	1,00	1,00	1,00	0,94	0,90	0,88
23	1,00	1,00	1,00	0,91	0,88	0,87
24	1,00	1,00	0,96	0,89	0,87	0,86
25	1,00	1,00	0,93	0,87	0,84	0,83
26	1,00	1,00	0,90	0,85	0,83	0,83
27	1,00	1,00	0,88	0,84	0,82	0,82
28	1,00	1,00	0,86	0,82	0,81	0,80
29	1,00	1,00	0,86	0,82	0,81	0,73
30	1,00	1,00	0,87	0,83	0,82	0,72

TABELA 4.27 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 2º vão da viga do exemplo 4, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	1,00	0,96	0,84	0,82	0,81	0,63
2	1,00	0,85	0,80	0,55	0,43	0,37
3	1,00	0,82	0,57	0,41	0,36	0,33
4	1,00	0,83	0,54	0,45	0,41	0,40
5	1,00	0,82	0,51	0,43	0,41	0,39
6	1,00	0,77	0,50	0,43	0,40	0,39
7	1,00	0,76	0,51	0,44	0,42	0,41
8	1,00	0,75	0,50	0,44	0,42	0,41
9	1,00	0,75	0,50	0,44	0,42	0,41
10	1,00	0,76	0,51	0,44	0,42	0,41
11	1,00	0,77	0,51	0,44	0,42	0,41
12	1,00	0,79	0,51	0,45	0,42	0,41
13	1,00	0,81	0,52	0,44	0,42	0,41
14	1,00	0,84	0,52	0,45	0,42	0,41
15	1,00	0,84	0,53	0,45	0,42	0,41
16	1,00	0,83	0,54	0,44	0,41	0,39
17	1,00	0,84	0,55	0,45	0,41	0,39
18	1,00	0,84	0,58	0,46	0,42	0,40
19	1,00	0,84	0,59	0,45	0,40	0,38
20	1,00	0,84	0,62	0,46	0,41	0,38
21	1,00	0,84	0,67	0,48	0,42	0,39
22	1,00	0,84	0,71	0,48	0,40	0,37
23	1,00	0,85	0,78	0,52	0,42	0,38
24	1,00	0,85	0,81	0,55	0,44	0,39
25	1,00	0,85	0,80	0,58	0,44	0,38
26	1,00	0,87	0,80	0,65	0,47	0,39
27	1,00	0,88	0,81	0,72	0,51	0,42
28	1,00	0,88	0,81	0,79	0,54	0,42
29	1,00	0,90	0,81	0,79	0,60	0,46
30	1,00	0,94	0,83	0,81	0,68	0,50

TABELA 4.28 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 1º vão da viga do exemplo 5, correspondentes a 20% P, 40% P, 60% P, 80% P, 100% P e 120% P

<b>Pavimento</b>	<b>20% P</b>	<b>40% P</b>	<b>60% P</b>	<b>80% P</b>	<b>100% P</b>	<b>120% P</b>
1	1,00	0,99	0,86	0,83	0,73	0,51
2	1,00	0,97	0,85	0,83	0,72	0,50
3	1,00	1,00	0,87	0,82	0,73	0,51
4	1,00	1,00	0,89	0,80	0,74	0,52
5	1,00	1,00	0,91	0,80	0,75	0,53
6	1,00	1,00	0,91	0,80	0,76	0,53
7	1,00	1,00	0,92	0,81	0,75	0,52
8	1,00	1,00	0,90	0,84	0,75	0,52
9	1,00	0,98	0,89	0,86	0,74	0,52
10	1,00	0,95	0,87	0,85	0,75	0,53
11	1,00	0,93	0,86	0,84	0,70	0,54
12	1,00	0,91	0,85	0,84	0,66	0,51
13	1,00	0,90	0,84	0,83	0,62	0,48
14	1,00	0,88	0,84	0,82	0,58	0,45
15	1,00	0,88	0,83	0,82	0,55	0,43
16	1,00	0,89	0,83	0,77	0,49	0,37

TABELA 4.29 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 2º vão da viga do exemplo 5, correspondentes a 20% P, 40% P, 60% P, 80% P, 100% P e 120% P

<b>Pavimento</b>	<b>20% P</b>	<b>40% P</b>	<b>60% P</b>	<b>80% P</b>	<b>100% P</b>	<b>120% P</b>
1	1,00	0,92	0,85	0,83	0,71	0,54
2	1,00	0,87	0,82	0,81	0,56	0,43
3	1,00	0,85	0,81	0,73	0,48	0,37
4	1,00	0,84	0,81	0,67	0,46	0,36
5	1,00	0,84	0,81	0,63	0,44	0,35
6	1,00	0,83	0,80	0,60	0,42	0,34
7	1,00	0,84	0,81	0,60	0,42	0,35
8	1,00	0,84	0,81	0,59	0,42	0,35
9	1,00	0,84	0,81	0,59	0,42	0,35
10	1,00	0,84	0,81	0,60	0,42	0,35
11	1,00	0,84	0,81	0,61	0,43	0,35
12	1,00	0,84	0,81	0,62	0,44	0,36
13	1,00	0,85	0,81	0,64	0,45	0,37
14	1,00	0,85	0,82	0,67	0,46	0,37
15	1,00	0,85	0,82	0,69	0,48	0,38
16	1,00	0,87	0,82	0,69	0,44	0,33

TABELA 4.30 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 1º vão da viga do exemplo 6, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	0,99	0,83	0,54	0,42	0,38	0,36
2	0,97	0,84	0,55	0,46	0,42	0,41
3	1,00	0,85	0,62	0,48	0,43	0,41
4	1,00	0,86	0,76	0,54	0,46	0,43
5	1,00	0,87	0,84	0,61	0,48	0,43
6	1,00	0,90	0,85	0,76	0,56	0,47
7	1,00	0,94	0,87	0,86	0,67	0,54
8	1,00	1,00	0,89	0,86	0,77	0,59
9	1,00	1,00	0,94	0,89	0,83	0,62
10	1,00	1,00	0,99	0,89	0,84	0,63
11	1,00	1,00	0,92	0,89	0,85	0,60
12	1,00	0,97	0,88	0,86	0,77	0,58
13	1,00	0,91	0,84	0,83	0,63	0,47
14	1,00	0,87	0,82	0,79	0,52	0,40
15	1,00	0,90	0,82	0,79	0,48	0,35

TABELA 4.31 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 2º vão da viga do exemplo 6, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	1,00	0,82	0,61	0,45	0,39	0,36
2	0,95	0,82	0,53	0,45	0,42	0,41
3	0,96	0,82	0,53	0,45	0,42	0,41
4	0,98	0,83	0,56	0,46	0,42	0,41
5	1,00	0,82	0,58	0,45	0,40	0,38
6	1,00	0,83	0,64	0,47	0,42	0,39
7	1,00	0,84	0,74	0,51	0,43	0,40
8	1,00	0,83	0,79	0,52	0,41	0,35
9	1,00	0,85	0,80	0,61	0,45	0,38
10	1,00	0,87	0,81	0,74	0,51	0,42
11	1,00	0,89	0,81	0,79	0,55	0,40
12	1,00	0,94	0,83	0,81	0,68	0,48
13	1,00	1,00	0,85	0,81	0,80	0,56
14	1,00	1,00	0,90	0,84	0,82	0,66
15	1,00	1,00	0,97	0,88	0,85	0,55

TABELA 4.32 – Valores de  $I_{eq,pond}$  em função de  $I_c$  para o 3º vão da viga do exemplo 6, correspondentes a 20%  $P$ , 40%  $P$ , 60%  $P$ , 80%  $P$ , 100%  $P$  e 120%  $P$

<b>Pavimento</b>	<b>20% <math>P</math></b>	<b>40% <math>P</math></b>	<b>60% <math>P</math></b>	<b>80% <math>P</math></b>	<b>100% <math>P</math></b>	<b>120% <math>P</math></b>
1	0,94	0,83	0,55	0,44	0,40	0,38
2	0,91	0,72	0,52	0,47	0,45	0,44
3	0,91	0,69	0,51	0,47	0,45	0,44
4	0,91	0,69	0,51	0,47	0,45	0,44
5	0,91	0,70	0,50	0,45	0,43	0,42
6	0,92	0,74	0,51	0,45	0,43	0,42
7	0,92	0,79	0,52	0,46	0,43	0,42
8	0,93	0,82	0,50	0,41	0,38	0,37
9	0,94	0,83	0,53	0,43	0,39	0,37
10	0,96	0,83	0,58	0,45	0,40	0,38
11	0,99	0,81	0,61	0,42	0,35	0,32
12	1,00	0,82	0,72	0,46	0,37	0,33
13	1,00	0,82	0,79	0,50	0,37	0,32
14	1,00	0,83	0,79	0,57	0,41	0,34
15	1,00	0,88	0,81	0,79	0,49	0,35

Para a realização das análises não-lineares geométricas dos pórticos no “software” ANSYS-9.0, com consideração simplificada da não-linearidade física, os pilares e vigas foram representados através de elementos de barra (definidos como “beam 3” e “beam 54”). Foi utilizado o modelo de barras com “offsets” nos trechos viga-pilar, tornando-os rígidos e possibilitando assim a comparação com o modelo sólido em igualdade de condições.

Vale comentar que nestas análises foi utilizado o módulo de elasticidade inicial do concreto ( $E_{ci}$ ), dado pela eq. (2.1) e adotado pela NBR 6118:2003 para a consideração simplificada da não-linearidade física.

A variação do deslocamento horizontal do topo dos pórticos com a carga aplicada, para as análises não-lineares geométricas e físicas (ANLGF) e não-lineares geométricas, com consideração simplificada da não-linearidade física (ANLG - NLF SIMPLIF.), está representada nas FIG. 4.15, 4.17, 4.19, 4.21 e 4.23. Nas FIG. 4.16, 4.18, 4.20, 4.22 e 4.24

pode-se observar as configurações deformadas das estruturas para a porcentagem de carregamento correspondente ao estado limite último convencional.

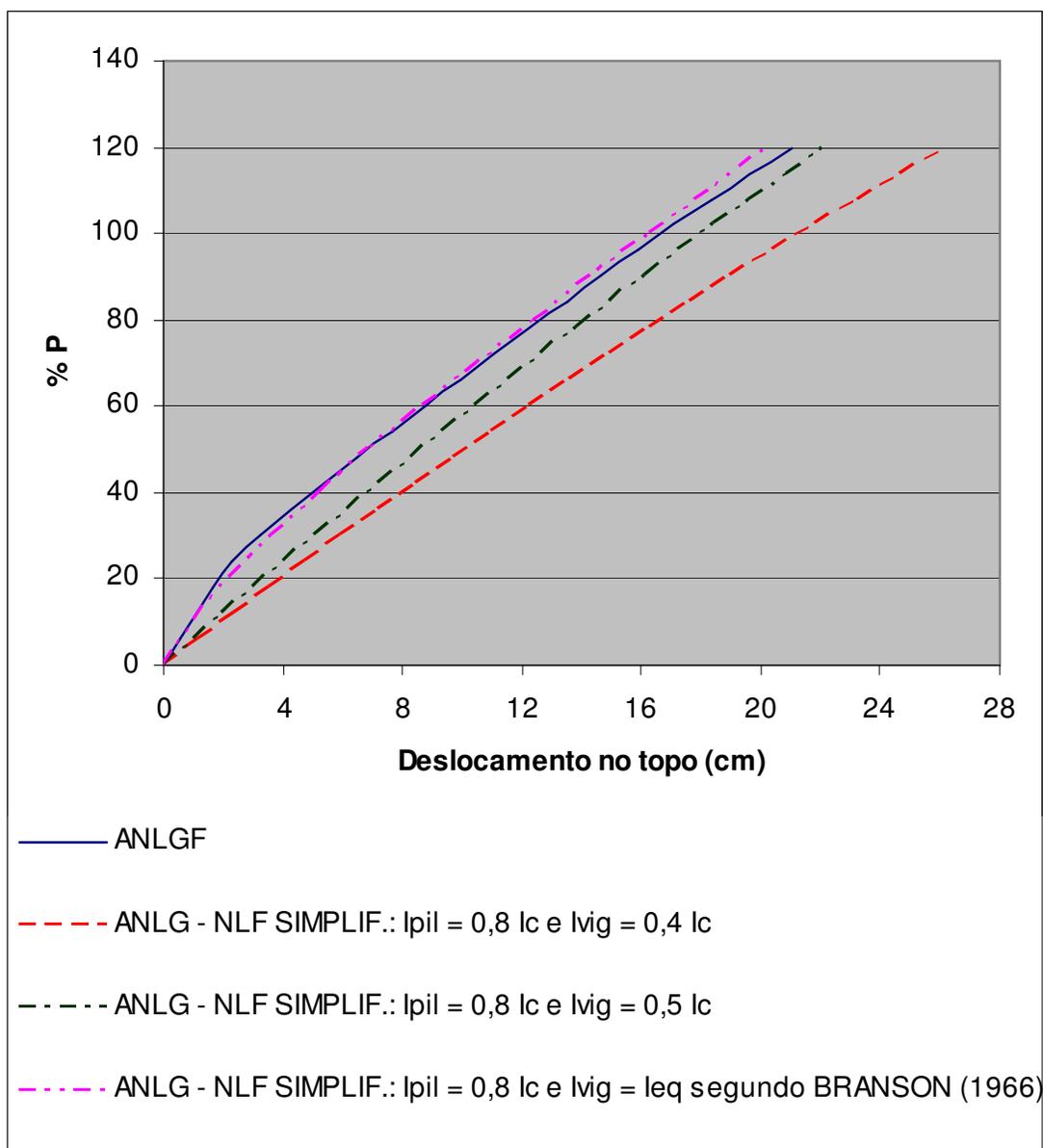


FIGURA 4.15 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P12-P9-P5-P2 - exemplo 2).

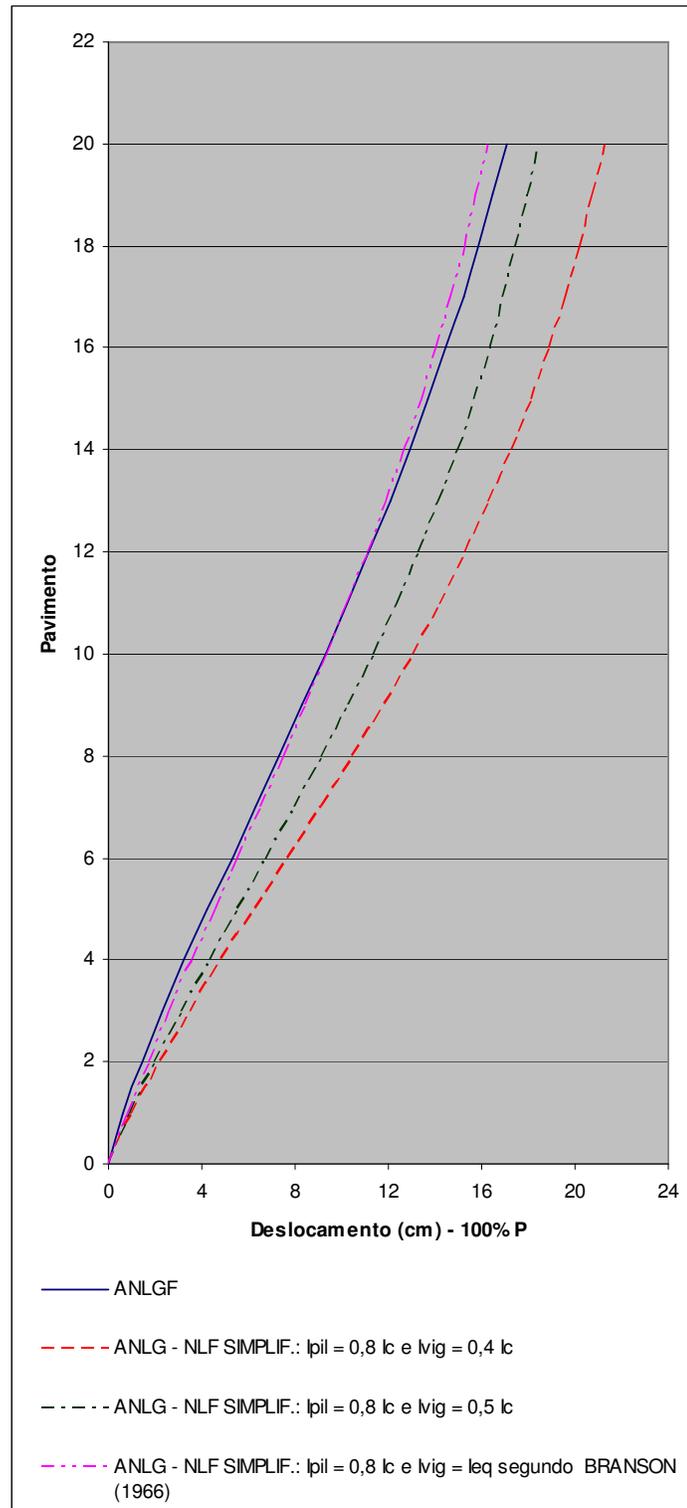


FIGURA 4.16 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P12-P9-P5-P2 - exemplo 2).

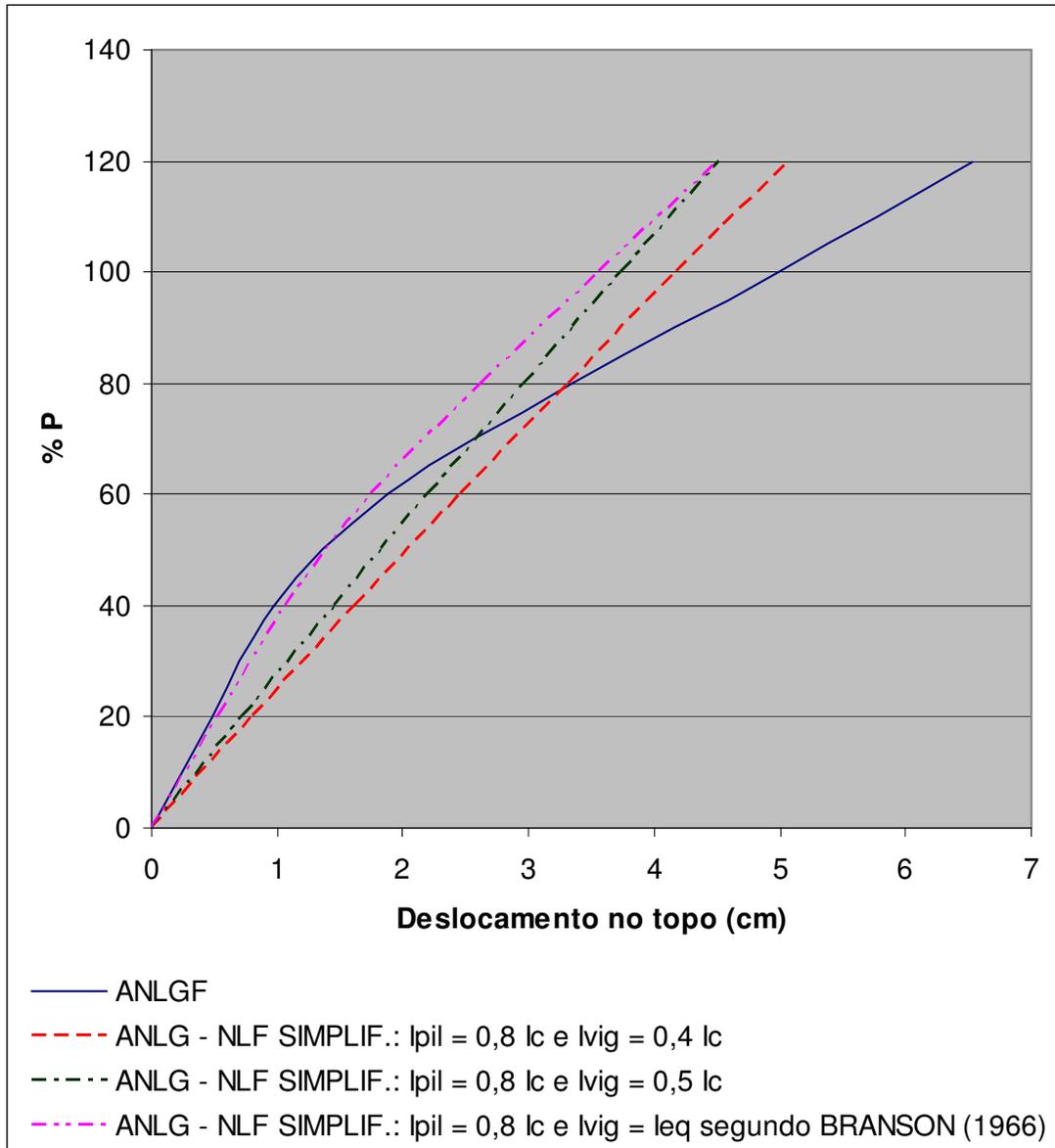


FIGURA 4.17 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P11-P12-P13-P14-P15 - exemplo 3).

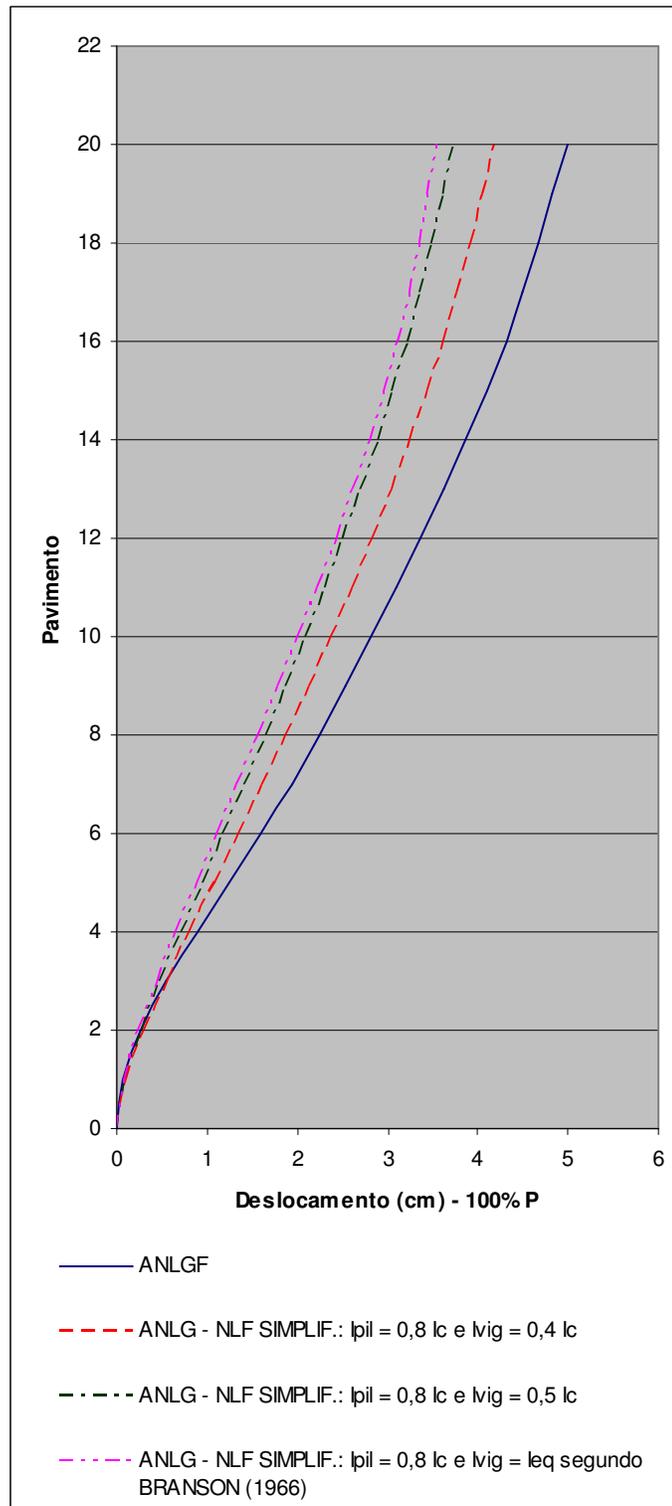


FIGURA 4.18 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P11-P12-P13-P14-P15 - exemplo 3).

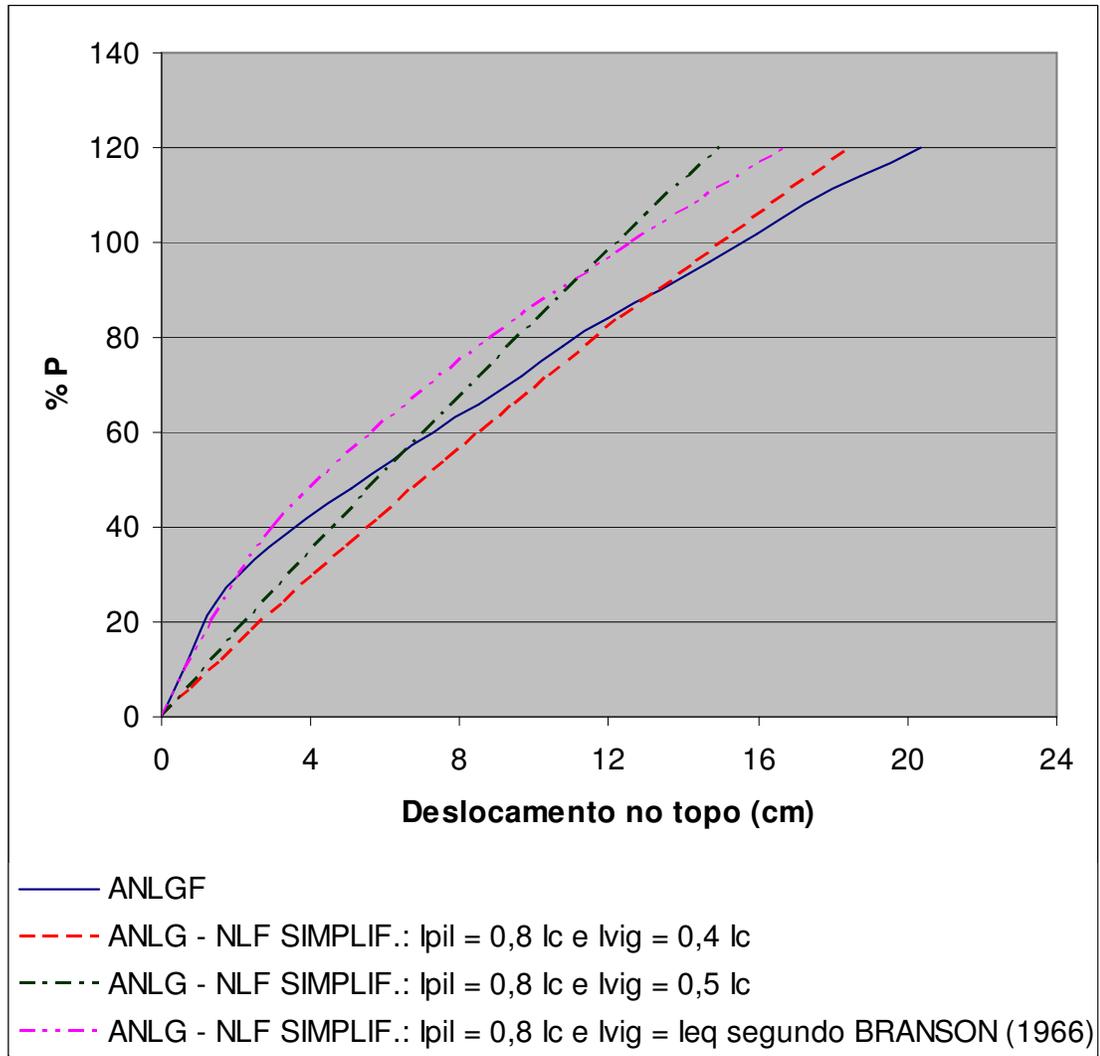


FIGURA 4.19 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P7-P8-P9 - exemplo 4).

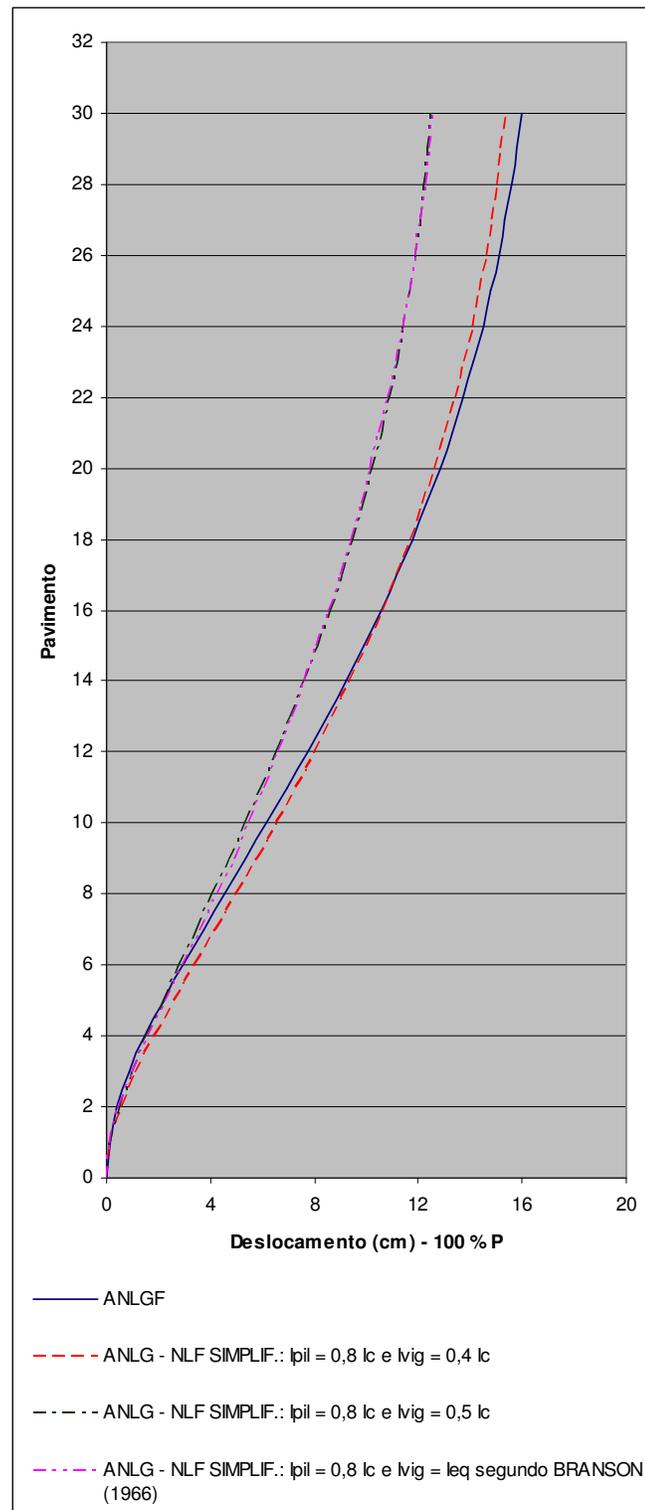


FIGURA 4.20 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P7-P8-P9 - exemplo 4).

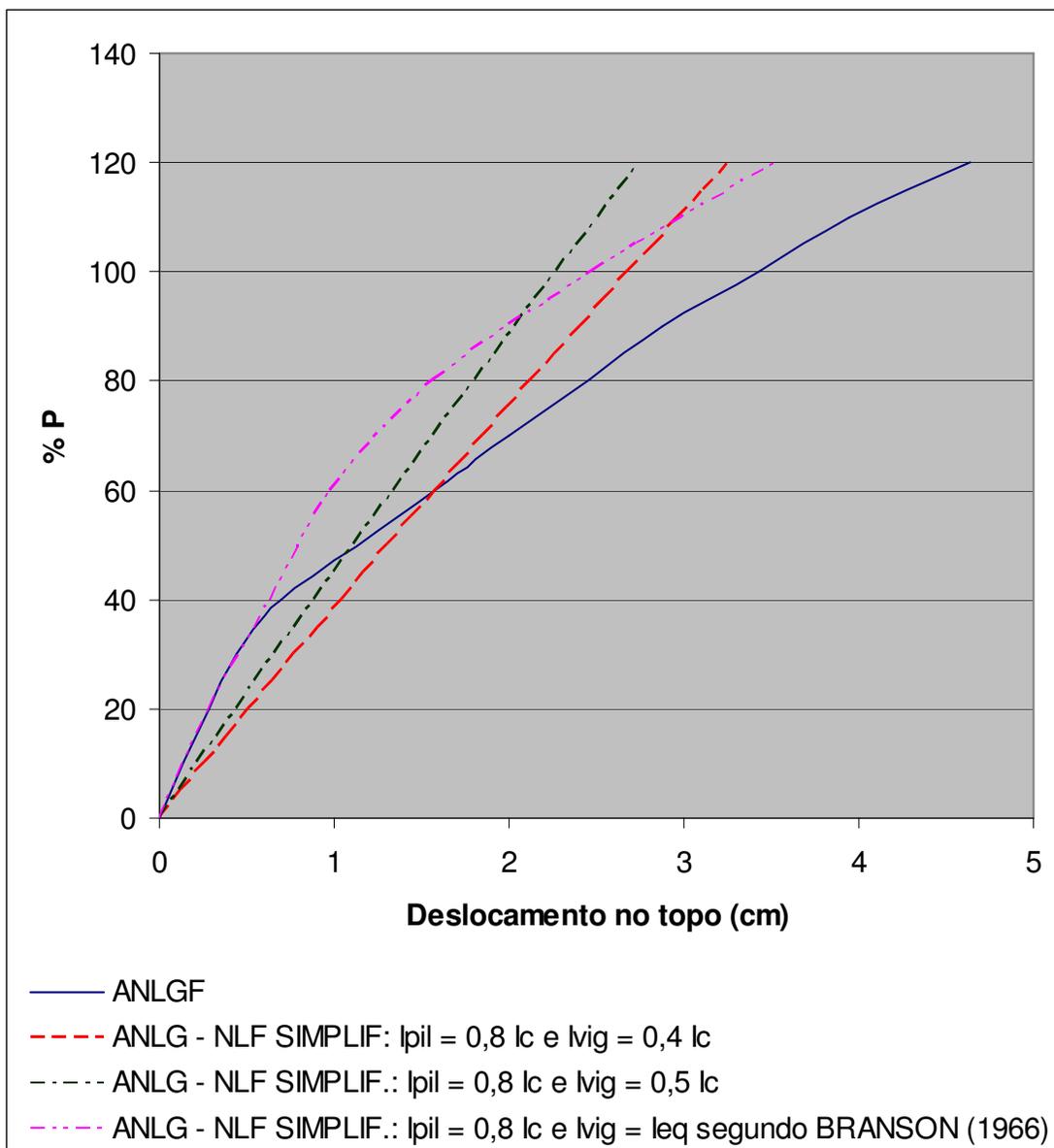


FIGURA 4.21 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P33-P20-P7 - exemplo 5).

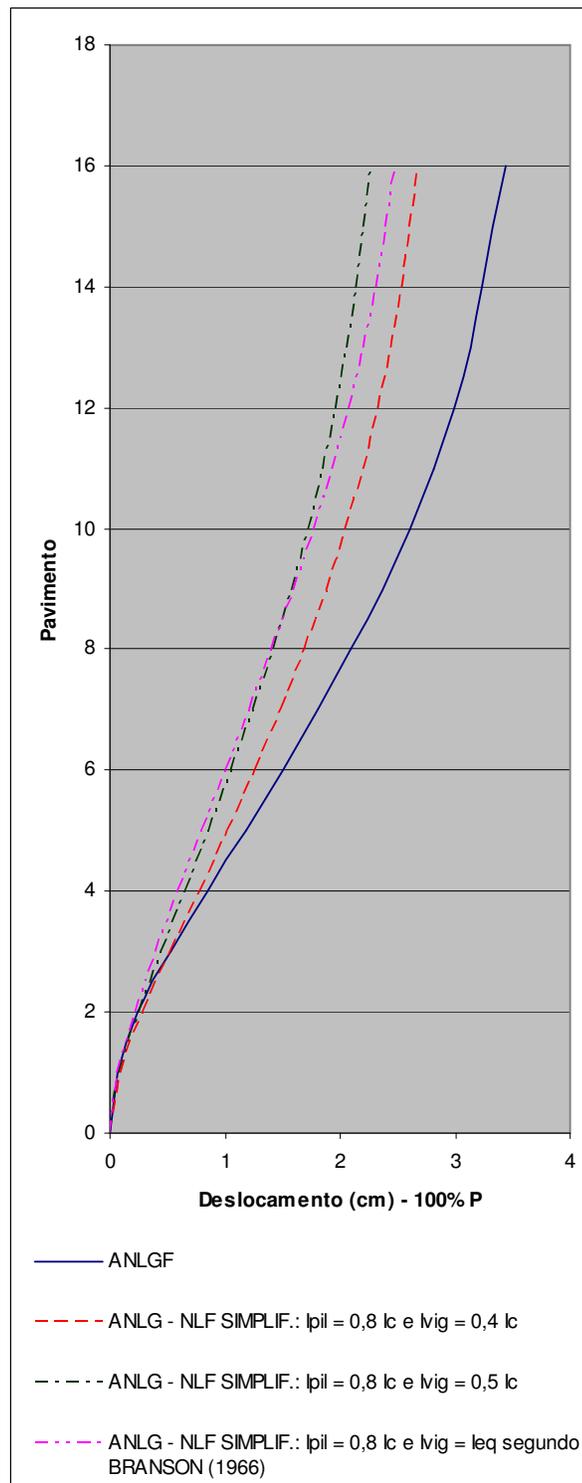


FIGURA 4.22 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P33-P20-P7 - exemplo 5).

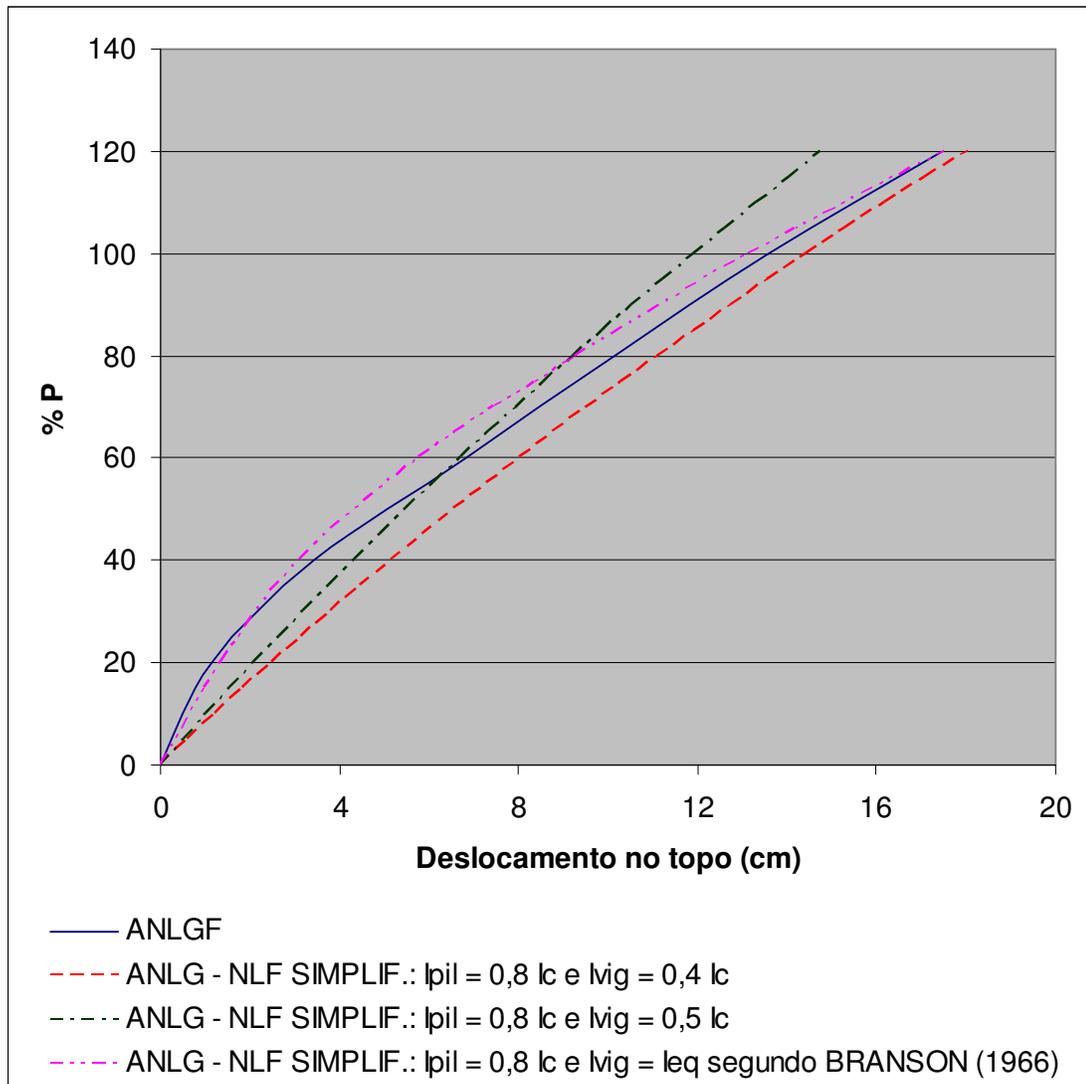


FIGURA 4.23 – Relação entre carga e deslocamento para as análises não-lineares realizadas (pórtico P15-P11-P7-P3 - exemplo 6).

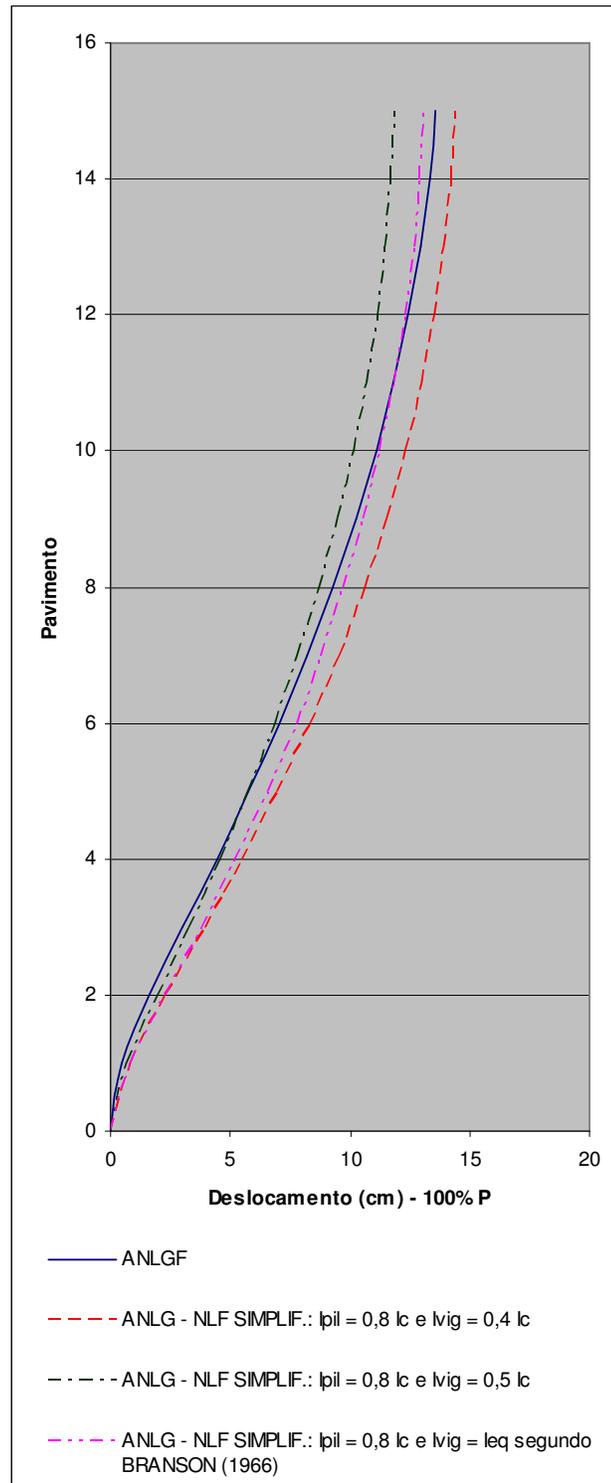


FIGURA 4.24 – Configuração deformada da estrutura no estado limite último convencional (pórtico P15-P11-P7-P3 - exemplo 6).

Nota-se nas FIG. 4.15, 4.17, 4.19, 4.21 e 4.23 que, para todos os pórticos analisados, o carregamento correspondente ao estado limite último convencional não representa o carregamento real de colapso, o que mostra que as estruturas suportam cargas superiores àquelas para as quais foram dimensionadas.

Nas FIG. 4.15 e 4.23 verifica-se que a curva da análise não-linear geométrica que considera  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) acompanha de perto os resultados obtidos a partir da análise não-linear geométrica e física. Por outro lado, para o exemplo 2 (FIG. 4.15), as análises realizadas com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$  ou  $0,5 I_c$  superestimam os deslocamentos do pórtico. No caso do exemplo 6 (FIG. 4.23), utilizando  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$  os deslocamentos são superestimados durante toda a história de carregamento, enquanto que a análise realizada com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,5 I_c$  superestima os deslocamentos do pórtico até cerca de 60%  $P$ ; a partir daí, fornece valores inferiores aos da análise não-linear geométrica e física.

Nas FIG. 4.16 e 4.24 nota-se que, no estado limite último convencional (100%  $P$ ), a análise que utiliza reduções de inércia iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) para as vigas fornece resultados mais próximos da configuração deformada “real” dos pórticos que a análise realizada com os coeficientes de redução adotados pela NBR 6118:2003, representando satisfatoriamente o comportamento das estruturas.

Observando os gráficos das FIG. 4.17, 4.19 e 4.21 (exemplos 3, 4 e 5) constata-se que a análise realizada com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) é capaz de representar com boa precisão o comportamento “real” das estruturas até cerca de 50%  $P$ , 30%  $P$  e 40%  $P$ , respectivamente; a partir daí, fornece resultados bem inferiores aos da análise não-linear geométrica e física. Nota-se também que a utilização dos coeficientes de redução adotados pela NBR 6118:2003 tende a superestimar os deslocamentos dos pórticos para menores intensidades de carregamento, e subestimá-los para intensidades maiores. Ainda nas FIG. 4.17, 4.19 e 4.21, verifica-se que, no estado limite último convencional, é a análise realizada com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$  que fornece resultados mais próximos dos

obtidos a partir da análise não-linear geométrica e física. A afirmação anterior pode ser confirmada observando as configurações deformadas dos pórticos, FIG. 4.18, 4.20 e 4.22.

É interessante também avaliar o desempenho das análises não-lineares geométricas, com consideração simplificada da não-linearidade física, para o carregamento sem majoração. O carregamento correspondente ao estado limite último convencional pode ser escrito esquematicamente como:

$$100\% P = \gamma_v \cdot V + \gamma_h \cdot H \quad (4.11)$$

sendo  $\gamma_v$  e  $\gamma_h$  os coeficientes de ponderação das ações verticais ( $V$ ) e horizontais ( $H$ ), respectivamente.

Segundo FRANCO e VASCONCELOS (1991), para a maioria dos edifícios em concreto armado, pode-se admitir que as ações verticais  $V = G + Q$  sejam constituídas da seguinte forma:

- carga permanente:  $G = 0,8 \cdot V$
- carga acidental:  $Q = 0,2 \cdot V$

Assim, o coeficiente de ponderação das ações verticais  $\gamma_v$  fica definido como:

$$\gamma_{fv} = \frac{\gamma_g \cdot G + \gamma_q \cdot Q}{V} = 0,8 \cdot \gamma_g + 0,2 \cdot \gamma_q \quad (4.12)$$

onde  $\gamma_g$  e  $\gamma_q$  são os coeficientes de ponderação das cargas permanente e acidental, respectivamente.

Substituindo  $\gamma_v$  da eq. (4.12) na eq. (4.11) obtém-se:

$$100\% P = (0,8 \cdot \gamma_g + 0,2 \cdot \gamma_q) \cdot V + \gamma_{fh} \cdot H \quad (4.13)$$

Lembrando que o carregamento correspondente ao estado limite último foi definido pela combinação que considera o vento como a ação variável principal, têm-se que  $\gamma_g = 1,4$ ,  $\gamma_q = 0,7$  e  $\gamma_{fh} = 1,4$ , conforme as eq. (4.1) ou (4.2). Substituindo estes valores na eq. (4.13), obtém-se:

$$100\% P = (0,8 \cdot 1,4 + 0,2 \cdot 0,7) \cdot V + 1,4 \cdot H \quad (4.14)$$

$$100\% P = 1,26 \cdot V + 1,4 \cdot H \quad (4.15)$$

Dividindo a eq. (4.15) por 1,4 e 1,26, respectivamente (de forma a obter equações que contenham as parcelas  $H$  e  $V$ ), tem-se:

$$71,43\% P = 0,90 \cdot V + H \Rightarrow 71,43\% P < (V + H) \quad (4.16)$$

$$79,37\% P = V + 1,11 \cdot H \Rightarrow 79,37\% P > (V + H) \quad (4.17)$$

Portanto, o carregamento sem majoração ( $V + H$ ) encontra-se entre  $71,43\% P$  e  $79,37\% P$ .

Analogamente, é possível determinar em qual intervalo de carga  $P$  está situado o carregamento correspondente ao estado limite de serviço (ELS). Considerando a combinação freqüente e o vento como a ação variável principal, este carregamento é definido por:

$$F_{d, serv} = G + 0,3 \cdot H + 0,3 \cdot Q \quad (4.18)$$

conforme o disposto na NBR 6118:2003.

Na eq. (4.18) observa-se que os coeficientes de ponderação das cargas permanente ( $\gamma_g$ ) e acidental ( $\gamma_q$ ) são, respectivamente, iguais a 1,0 e 0,3. Substituindo estes valores na eq. (4.12), tem-se, para o coeficiente de ponderação das ações verticais ( $\gamma_v$ ) no estado limite de serviço:

$$\gamma_v = 0,8 \cdot 1,0 + 0,2 \cdot 0,3 = 0,86 \quad (4.19)$$

Com o auxílio da eq. (4.19), a eq. (4.18) pode ser reescrita como:

$$F_{d, serv} = 0,86 \cdot V + 0,3 \cdot H \quad (4.20)$$

Dividindo a eq. (4.15) por 4,67 e 1,47, respectivamente (de forma a obter equações que contenham as parcelas  $0,3 \cdot H$  e  $0,86 \cdot V$ ), tem-se:

$$21,41\% P = 0,27 \cdot V + 0,3 \cdot H \Rightarrow 21,41\% P < (0,86 \cdot V + 0,3 \cdot H) \quad (4.21)$$

$$68,03\% P = 0,86 \cdot V + 0,95 \cdot H \Rightarrow 68,03\% P > (0,86 \cdot V + 0,3 \cdot H) \quad (4.22)$$

Dessa forma, o carregamento correspondente ao estado limite de serviço ( $0,86 \cdot V + 0,3 \cdot H$ ) encontra-se entre 21,41%  $P$  e 68,03%  $P$ .

Finalmente, considerando a média dos limites obtidos para cada intervalo, os carregamentos sem majoração e o correspondente ao estado limite de serviço representam, respectivamente, cerca de 75%  $P$  e 45%  $P$ . Vale comentar que, para  $G = 0,7 \cdot V$  e  $Q = 0,3 \cdot V$ , os valores citados anteriormente seriam iguais a 78%  $P$  e 44 %  $P$ .

Para o carregamento sem majoração (75%  $P$ ), observa-se que, no caso do exemplo 2 (FIG. 4.15), a utilização dos valores de inércia iguais a  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) se mostrou mais eficiente para representar o comportamento da estrutura. Considerando o exemplo 6 (FIG. 4.23), nota-se que todas as análises não-lineares geométricas fornecem resultados igualmente próximos dos obtidos a partir da análise

não-linear geométrica e física. Para os exemplos 3, 4 e 5 (FIG. 4.17, 4.19 e 4.21), pode-se considerar a análise que utiliza reduções de inércia iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $0,4 I_c$  para as vigas como sendo a mais precisa.

No estado limite de serviço (45%  $P$ ), nota-se que, para os exemplos 2 e 3 (FIG. 4.15 e 4.17), a análise realizada com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) fornece resultados mais próximos dos obtidos a partir da análise não-linear geométrica e física. No caso dos exemplos 4, 5 e 6 (FIG. 4.19, 4.21 e 4.23), as análises que utilizam  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) e  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,5 I_c$  representam com precisão semelhante o comportamento das estruturas.

A TAB. 4.33 apresenta as reduções de inércia que melhor descreveram o comportamento dos pórticos analisados, considerando o carregamento sem majoração e os correspondentes aos estados limites último e de serviço.

TABELA 4.33 – Reduções de inércia que melhor representaram os pórticos analisados

<b>Exemplo</b>	<b>Carregamento correspondente ao ELS (45% P)</b>	<b>Carregamento sem majoração (75% P)</b>	<b>Carregamento correspondente ao ELU (100% P)</b>
1	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,5 I_c$	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$
2	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966)	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966)	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966)
3	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966)	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$
4	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966) $I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,5 I_c$	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$
5	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966) $I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,5 I_c$	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$
6	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966) $I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,5 I_c$	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,4 I_c$ $I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = 0,5 I_c$ $I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966)	$I_{pil} = 0,8 I_c$ e $I_{vig} = I_{eq}$ BRANSON (1966)

Nota-se na TAB. 4.33 que, no estado limite de serviço, as análises realizadas com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) e  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,5 I_c$  mostraram-se mais adequadas para representar o comportamento de 83% e 67% dos pórticos estudados, respectivamente. Portanto, para esta intensidade de carregamento, a análise que utiliza reduções de inércia iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) para as vigas pode ser considerada a mais eficiente.

Ainda na TAB. 4.33 observa-se que, para o carregamento sem majoração e o correspondente ao estado limite último, na maior parte dos exemplos analisados, a utilização dos valores de redução de inércia adotados pela NBR 6118:2003 para os casos mais gerais, ou seja,  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$ , forneceu os resultados mais próximos dos obtidos a partir da análise não-linear geométrica e física. Observa-se também que apenas para os exemplos 2 e 6 a análise realizada com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) representou com maior precisão o comportamento “real” das estruturas. Vale comentar que os pórticos dos exemplos 2 e 6 são, dentre todos os pórticos analisados, os mais flexíveis, como pode ser constatado nos gráficos das FIG. 4.25 e 4.26. Nestes gráficos, as curvas carga x deslocamento dos pórticos que apresentam alturas semelhantes são confrontadas. Dessa forma, na FIG. 4.25 está representada a variação do deslocamento horizontal do topo dos pórticos dos exemplos 2 e 3 com a carga aplicada, para as análises não-lineares geométricas e físicas (ANLGF) e não-lineares geométricas que consideram  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966). Analogamente, a FIG. 4.26 apresenta a variação do deslocamento horizontal do topo dos pórticos dos exemplos 5 e 6 com a carga aplicada, também para as análises não-lineares geométricas e físicas (ANLGF) e não-lineares geométricas realizadas com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966).

Analisando os gráficos das FIG. 4.25 e 4.26 verifica-se que, de fato, a utilização dos valores de inércia iguais a  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) é bem mais eficiente para representar o comportamento dos pórticos mais flexíveis dos exemplos 2 e 6 do que dos pórticos mais rígidos dos exemplos 3 e 5. Certamente isto se deve à própria formulação da inércia equivalente de BRANSON (1966), que consiste em uma ponderação

das inércias das seções bruta (estádio I) e fissurada (estádio II) de concreto. Quanto maior a relação  $M_a/M_r$  maior é a contribuição da inércia da seção fissurada  $I_{II}$ ; caso o momento atuante  $M_a$  seja inferior ao momento de fissuração  $M_r$ , adota-se para a inércia equivalente de BRANSON (1966) a inércia da seção bruta de concreto,  $I_c$ .

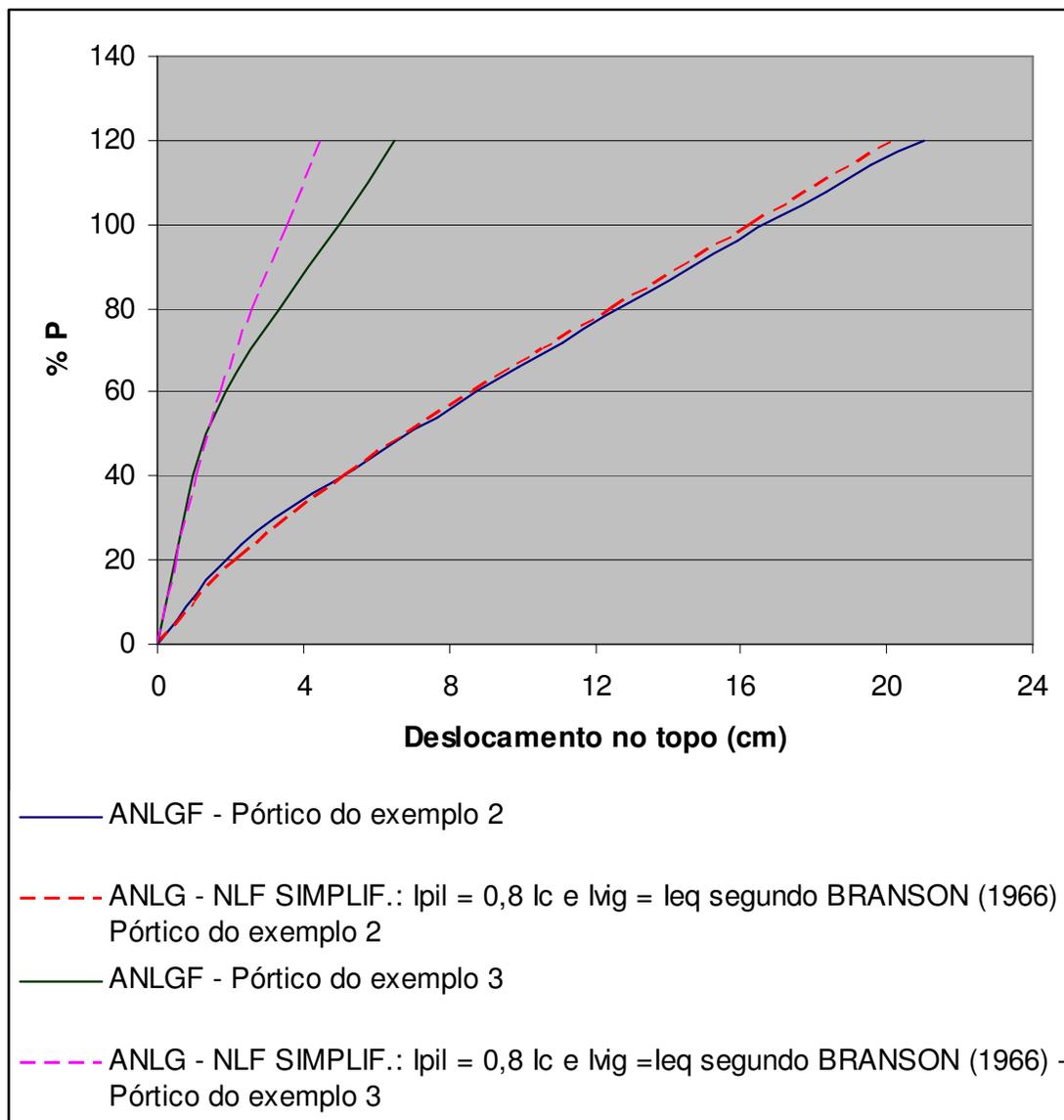


FIGURA 4.25 – Relação entre carga e deslocamento para os pórticos dos exemplos 2 e 3.

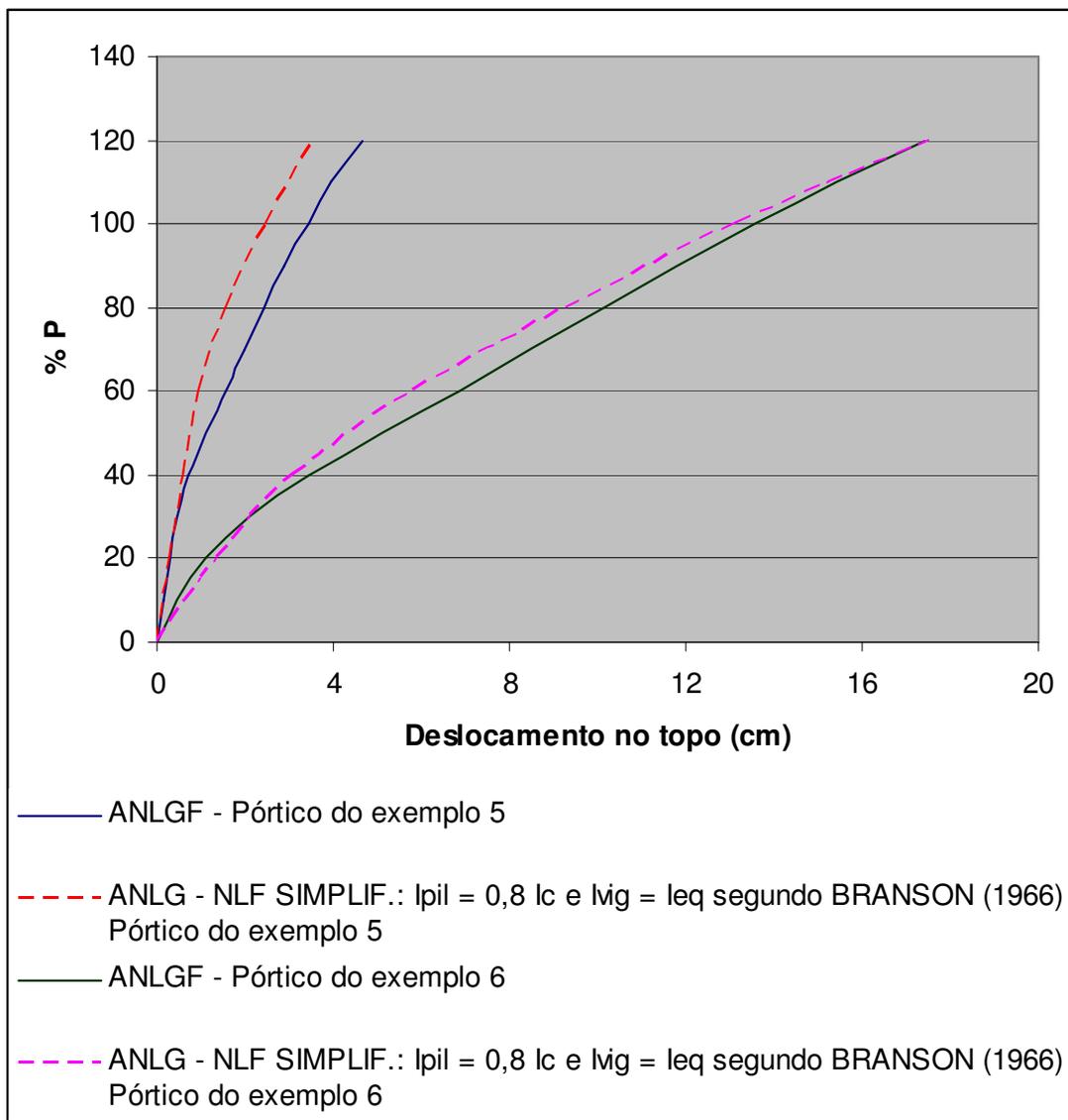


FIGURA 4.26 – Relação entre carga e deslocamento para os pórticos dos exemplos 5 e 6.

Os pórticos dos exemplos 2 e 6, que apresentam vigas com menor inércia, possuem momentos de fissuração  $M_r$  bastante inferiores aos dos pórticos dos exemplos 3 e 5, conforme apresentado na TAB. 4.34. Isto significa que os momentos  $M_a$  ultrapassarão os momentos de fissuração  $M_r$  muito mais rapidamente para os pórticos dos exemplos 2 e 6 do que para os pórticos dos exemplos 3 e 5; nestes últimos, portanto, a inércia equivalente de BRANSON (1966) se aproximará da inércia da seção bruta de concreto mesmo para

maiores intensidades de carregamento, o que pode resultar em valores que não traduzem a real perda de rigidez da estrutura. No caso dos pórticos dos exemplos 2 e 6, a partir de menores valores de carregamento a inércia equivalente será determinada, em grande parte, pela inércia da seção fissurada  $I_{II}$ , o que é coerente para estruturas com menor rigidez, e, dessa forma, com uma maior intensidade de fissuração.

TABELA 4.34 – Momentos de fissuração das vigas dos pórticos dos exemplos 2, 3, 5 e 6

<i>Exemplo</i>	<i>Momento de fissuração <math>M_r</math> (kN · cm)</i>
2	2625
3	6840
5	6370
6	2080

Vale comentar que, considerando pequenas intensidades de carregamento, para as quais as estruturas ainda não fissuraram, as análises realizadas com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) representam com boa precisão o comportamento de todos os pórticos, tanto dos mais flexíveis quanto dos mais rígidos (FIG. 4.25 e 4.26). Este fato é previsível, uma vez que, para pequenos valores da carga  $P$ , os momentos fletores  $M_a$  são inferiores ao momento de fissuração  $M_r$  e, conseqüentemente, adota-se para a inércia equivalente de BRANSON (1966) o valor da inércia da seção bruta de concreto,  $I_c$ .

Finalmente, partindo do princípio de que os coeficientes de redução de rigidez dos elementos estruturais são normalmente destinados aos projetos usuais de edifícios, geralmente dimensionados para o carregamento correspondente ao estado limite último (ELU), pode-se considerar as reduções de inércia iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $0,4 I_c$  para as vigas como as mais representativas do comportamento dos pórticos analisados. Ressalta-se ainda que a utilização de um coeficiente constante para todas as vigas resulta em um procedimento simples, de fácil aplicação prática e extremamente vantajoso quando comparado à utilização da inércia equivalente de BRANSON (1966), que apresenta valores diferenciados para cada vão e para cada pavimento da estrutura.

# 5

## CONSIDERAÇÃO SIMPLIFICADA DA NÃO- LINEARIDADE GEOMÉTRICA: ESTUDO DO COEFICIENTE $\gamma_z$

### 5.1. Considerações Iniciais

Neste capítulo é feita uma avaliação dos parâmetros de instabilidade global  $\alpha$  e  $\gamma_z$ . Com este objetivo, diversos edifícios de médio porte em concreto armado são processados em primeira e segunda ordem utilizando o “software” ANSYS-9.0. A partir dos resultados obtidos, pode-se estabelecer o grau de confiabilidade dos parâmetros de instabilidade e avaliar a eficiência do coeficiente  $\gamma_z$  como majorador dos esforços de primeira ordem (momentos fletores, forças normais e cortantes) e como majorador das ações horizontais, para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem. Busca-se também,

por meio de uma análise estatística, estudar a variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nas edificações.

## 5.2. Ações Atuantes

As ações atuantes nos edifícios dividem-se em dois grupos: as ações verticais e as ações horizontais.

As ações verticais são compostas pelas cargas permanentes e pela carga acidental ou sobrecarga. As cargas permanentes consideradas foram os pesos próprios das estruturas, as cargas de alvenaria e o revestimento das lajes.

As principais ações horizontais que devem ser levadas em conta no projeto estrutural são as forças devidas ao vento e as relativas às imperfeições geométricas (desaprumo). No entanto, de acordo com a NBR 6118:2003, esses carregamentos não precisam ser superpostos, podendo ser considerado apenas o mais desfavorável (aquele que provoca o maior momento total na base da estrutura). Segundo RODRIGUES JÚNIOR (2005), “para edifícios altos, assim como no caso da escolha da carga variável principal, é possível comprovar que, na grande maioria dos casos práticos, o vento corresponde à situação mais desfavorável”. Dessa forma, neste trabalho, o carregamento horizontal aplicado às estruturas foi o correspondente à ação do vento, considerado mais desfavorável que o desaprumo, tanto para a direção  $X$  quanto para a direção  $Y$ .

O sentido adotado para a atuação do vento foi o mais crítico, ou seja, aquele que produziu um deslocamento horizontal no mesmo sentido que o produzido pelas ações verticais.<sup>17</sup>

---

<sup>17</sup>Vale comentar que a possível assimetria no carregamento vertical ou na geometria do edifício produz um deslocamento horizontal, mesmo estando a estrutura sujeita apenas às ações verticais. No caso de edifícios simétricos, onde também existe simetria na aplicação do carregamento, as ações verticais não produzirão deslocamento horizontal.

Dessa forma, inicialmente os edifícios foram submetidos apenas às ações verticais, para observar qual seria o sentido dos deslocamentos nas direções  $X$  e  $Y$ . Aplicou-se, então, a ação horizontal no sentido destes deslocamentos, obtendo a situação mais crítica para a determinação dos esforços nas estruturas. Vale ressaltar que as forças de arrasto foram calculadas de acordo com as prescrições da NBR 6123:1988.

Os coeficientes aplicados às ações foram definidos a partir da combinação de carregamento que considera o vento como a ação variável principal, conforme as eq. (4.1) ou (4.2). Assim, têm-se os seguintes valores para os coeficientes de ponderação das ações permanente ( $\gamma_g$ ), acidental ( $\gamma_q$ ) e horizontal ( $\gamma_{fh}$ ):

$$\gamma_g = 1,4 \quad (5.1)$$

$$\gamma_q = 1,4 \cdot 0,5 = 0,7 \quad (5.2)$$

$$\gamma_{fh} = 1,4 \quad (5.3)$$

Normalmente, como explica RODRIGUES JÚNIOR (2005), é indiferente majorar previamente as ações e depois calcular as solicitações, ou determinar as solicitações a partir das ações características e majorá-las posteriormente. No entanto, em problemas com não-linearidade geométrica, o primeiro procedimento resulta em solicitações excessivas e o segundo, a valores inferiores aos que devem ser utilizados. Assim, é aconselhável majorar as ações não pelo valor integral do coeficiente de ponderação  $\gamma_f$ , mas pelo fator ( $\gamma_f/\gamma_{f3}$ ), multiplicando os esforços obtidos por  $\gamma_{f3}$ . Segundo a NBR 6118:2003, pode-se adotar  $\gamma_{f3} = 1,1$ .

Portanto, na análise em segunda ordem dos edifícios, os coeficientes de ponderação das ações definidos pelas eq. (5.1), (5.2) e (5.3) serão substituídos por:

$$\gamma_g = 1,4 / 1,1 = 1,27 \quad (5.4)$$

$$\gamma_q = 0,7 / 1,1 = 0,64 \quad (5.5)$$

$$\gamma_h = 1,4 / 1,1 = 1,27 \quad (5.6)$$

sendo os esforços obtidos majorados por  $\gamma_3 = 1,1$ .

É interessante também estimar o coeficiente de ponderação das ações verticais ( $\gamma_v$ ) utilizado nas análises em primeira e segunda ordem. Substituindo as eq. (5.1) e (5.2) na eq. (4.12), obtém-se:

- para a análise dos edifícios em primeira ordem:

$$\gamma_v = 0,8 \cdot 1,4 + 0,2 \cdot 0,7 = 1,26 \quad (5.7)$$

Analogamente, substituindo as eq. (5.4) e (5.5) na eq. (4.12), resulta:

- para a análise dos edifícios em segunda ordem:

$$\gamma_v = 0,8 \cdot 1,27 + 0,2 \cdot 0,64 = 1,15 \quad (5.8)$$

Verifica-se então que, ao contrário do procedimento utilizado por alguns autores, como por exemplo PINTO (1997), que realizam a análise em segunda ordem com as ações verticais sem majoração, neste trabalho elas serão majoradas por 1,15, conforme a eq. (5.8). Vale destacar que o valor igual a 1,0, adotado por PINTO (1997), foi obtido considerando, para análise da estrutura em primeira ordem,  $\gamma_g = 1,3$  e  $\gamma_q = 1,4 \cdot 0,4 = 0,56$ ; para a análise em segunda ordem os coeficientes foram divididos por  $\gamma_3 = 1,15$ . Para os coeficientes adotados neste trabalho, a utilização das ações verticais sem majoração na análise em segunda ordem implicaria na consideração de uma carga permanente equivalente à apenas 57% de toda a ação vertical, como demonstrado a seguir.

As cargas permanente ( $G$ ) e acidental ( $Q$ ) podem ser escritas, em função das ações verticais ( $V$ ) como:

$$V = G + Q \begin{cases} G = \psi \cdot V \\ Q = (1 - \psi) \cdot V \end{cases} \quad (5.9)$$

onde  $\psi$  representa a porcentagem da ação vertical. Para o coeficiente de ponderação das ações verticais ( $\gamma_{fv}$ ) resulta, com o auxílio da eq. (5.9):

$$\gamma_{fv} = \frac{\gamma_g \cdot G + \gamma_q \cdot Q}{V} \Rightarrow \gamma_{fv} = \gamma_g \cdot \psi + \gamma_q \cdot (1 - \psi) \quad (5.10)$$

Considerando a análise em segunda ordem realizada com as ações verticais sem majoração, tem-se:

$$\gamma_{fv} = 1,0 \quad (5.11)$$

Substituindo as eq. (5.4), (5.5) e (5.11) na eq. (5.10), obtém-se:

$$1,0 = 1,27 \cdot \psi + 0,64 \cdot (1 - \psi) \Rightarrow \psi = 0,57 \quad (5.12)$$

Finalmente, com o valor de  $\psi$  dado pela eq. (5.12), pode-se reescrever a eq. (5.9) como:

$$V = G + Q \begin{cases} G = 0,57 \cdot V \\ Q = 0,43 \cdot V \end{cases} \quad (5.13)$$

A partir da eq. (5.13), constata-se que, como já comentado, para os coeficientes adotados neste trabalho, a utilização das ações verticais sem majoração na análise em segunda ordem implicaria na consideração de cargas permanente e acidental equivalentes a 57% e 43% de toda a ação vertical, respectivamente. Vale ressaltar que as porcentagens citadas

anteriormente diferem substancialmente daquelas admitidas por FRANCO e VASCONCELOS (1991), que consideram, para a maioria dos edifícios em concreto armado,  $G = 0,8 \cdot V$  e  $Q = 0,2 \cdot V$ .

### 5.3. Análises Realizadas

Para se estudar de modo mais detalhado os parâmetros de instabilidade  $\alpha$  e  $\gamma_z$ , os edifícios são processados em primeira e segunda ordem, utilizando o “software” ANSYS-9.0. São realizadas as seguintes etapas:

- a) realização de uma análise em primeira ordem das estruturas, para as ações horizontais agindo simultaneamente com as ações verticais;
- b) cálculo dos valores do coeficiente  $\gamma_z$ , do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do coeficiente  $B_2$ , para as duas direções dos edifícios (X e Y);
- c) realização de uma análise em primeira ordem das estruturas, para as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95% agindo simultaneamente com as ações verticais;
- d) processamento das estruturas em segunda ordem, por meio da realização de uma análise não linear geométrica. Nesta análise, considera-se a não-linearidade física de forma simplificada, reduzindo a rigidez dos elementos estruturais; são adotados os valores iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $0,4 I_c$  para as vigas, uma vez que estas reduções de inércia foram consideradas como as mais representativas do comportamento dos pórticos estudados no capítulo 4;
- e) cálculo da relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem (nas direções X e Y), a partir dos resultados das etapas a) e d);

- f) cálculo da relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem com as ações horizontais adicionalmente majoradas por  $0,95\gamma_z$  (nas direções  $X$  e  $Y$ ), a partir dos resultados das etapas c) e d);
- g) avaliação da eficiência do  $\gamma_z$  como coeficiente majorador dos esforços de primeira ordem (momentos fletores, forças normais e cortantes) para a obtenção dos esforços finais (primeira ordem + segunda ordem). Esta avaliação é realizada por meio da comparação entre os valores obtidos na etapa e) e aqueles previstos pelo  $\gamma_z$ ;
- h) avaliação da eficiência do  $\gamma_z$  como coeficiente majorador das ações horizontais para a obtenção dos esforços finais (primeira ordem + segunda ordem), a partir da análise dos valores obtidos na etapa f);
- i) estudo da variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nas edificações, por meio de uma análise estatística.

#### **5.4. Influência do Modelo na Determinação do Coeficiente $\gamma_z$**

Inicialmente, para o cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , são realizadas análises em primeira ordem dos edifícios, utilizando modelos tridimensionais no “software” ANSYS-9.0. No entanto, os modelos podem ser construídos considerando as lajes como diafragmas rígidos ou representando-as por meio de elementos de casca. Além disso, a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje pode ou não ser levada em conta. Dessa forma, para a definição do modelo a ser adotado neste trabalho, serão calculados os valores de  $\gamma_z$  para dois edifícios em concreto armado, considerando modelos estruturais distintos. Os resultados obtidos serão, então, analisados e comparados.

O primeiro edifício, mostrado na FIG. 4.1, apresenta simetria em ambas as direções  $X$  e  $Y$ . Como já mencionado no item 4.2, a estrutura é composta por dezesseis pavimentos, com

pé-direito de 2,9 m. Adotou-se 20 MPa para a resistência característica do concreto à compressão e coeficiente de Poisson igual a 0,2.

O segundo edifício, representado na FIG. 5.1, é composto por dezoito pavimentos (com pé-direito de 2,55 m) e não possui qualquer simetria. O concreto apresenta resistência característica à compressão e coeficiente de Poisson iguais a 30 MPa e 0,2, respectivamente.

Cada edifício foi analisado utilizando cinco modelos distintos. No primeiro modelo os pilares e vigas são representados através de elementos de barra (definidos no ANSYS como “beam 4” e “beam 44”, respectivamente) e as lajes por meio de elementos de casca (denominados “shell 63”). Os elementos “beam 4” e “beam 44” apresentam seis graus de liberdade em cada nó: três translações e três rotações, nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . O elemento “shell 63” possui quatro nós, cada nó apresentando seis graus de liberdade, os mesmos dos elementos de barra. A geometria, localização dos nós e o sistema de coordenadas para os elementos de barra e casca estão ilustrados nas FIG. 5.2 e 5.3, respectivamente. O elemento “beam 44”, utilizado para representar as vigas, permite levar em conta a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje. Assim, este modelo simula a situação real entre as lajes e as vigas, como apresentado na FIG. 5.4.

O segundo modelo difere do anterior apenas pela substituição do elemento “beam 44” pelo elemento “beam 4” para representar as vigas. Dessa forma, neste modelo o plano médio da laje coincide com o eixo da viga, FIG. 5.5, uma vez que o elemento “beam 4” não permite a consideração de excentricidades.

No terceiro modelo, os pilares e vigas são representados através do elemento “beam 4” e as lajes são tratadas como diafragmas rígidos, isto é, admite-se que elas têm rigidez infinita no próprio plano e rigidez nula transversalmente. No programa ANSYS, a hipótese de diafragma rígido é incorporada ao modelo através de um comando específico, que relaciona os graus de liberdade dos nós que compõem o plano da laje. Assim, define-se um nó

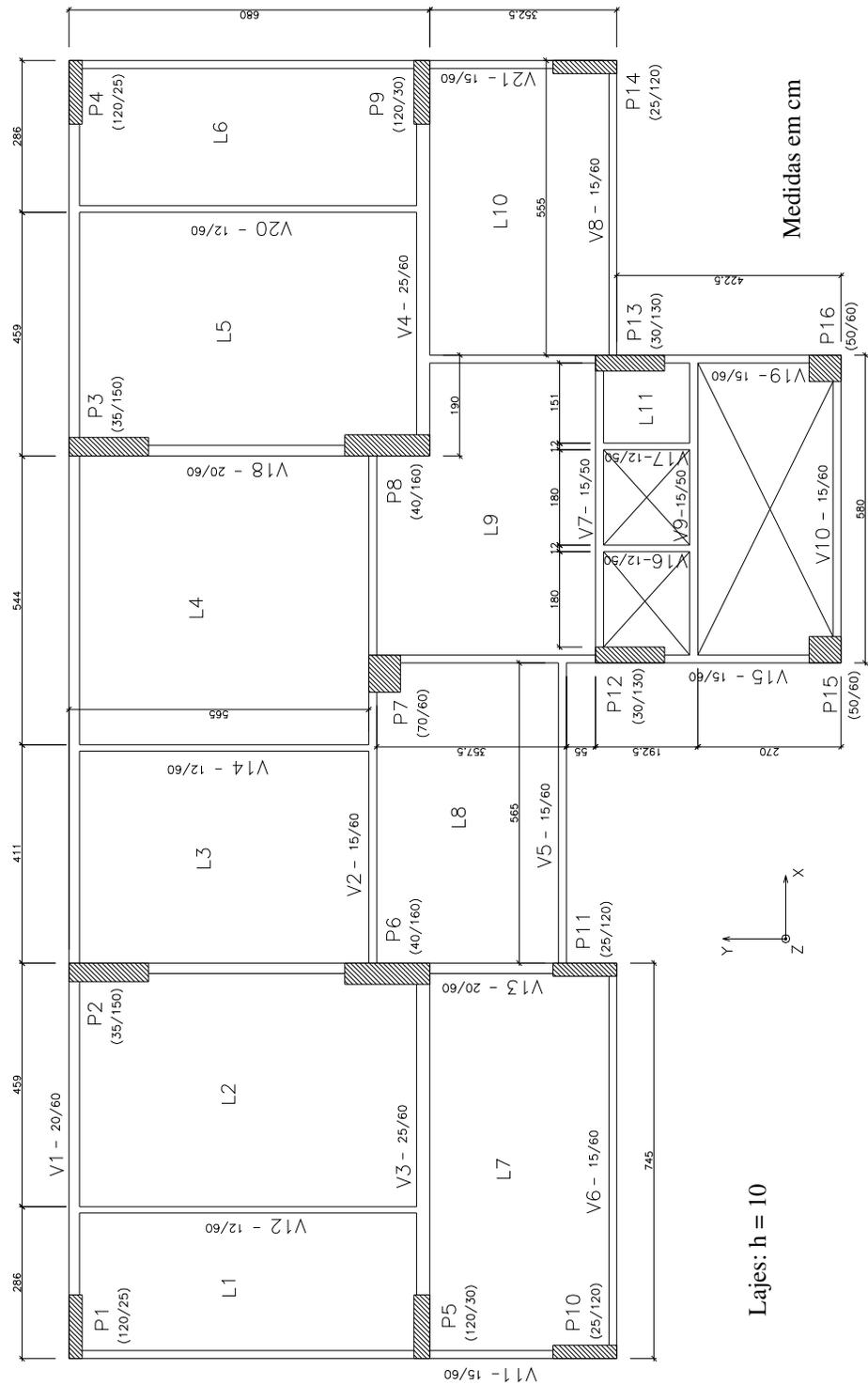


FIGURA 5.1 – Pavimento tipo do edifício II  
[adaptado de LOPES *et al.* (2002)].

“mestre”, correspondente ao ponto que representa todos os nós do pavimento. Os demais nós, denominados “escravos”, possuem os seus próprios graus de liberdade e aqueles representados pelo nó “mestre”. Portanto, neste modelo, o sistema estrutural é constituído apenas por barras, uma vez que as lajes não são modeladas.

O quarto modelo, como o anterior, é também constituído apenas por barras (representando os pilares e vigas através do elemento “beam 4”), porém sem considerar a hipótese de diafragma rígido.

Finalmente, o último modelo difere do anterior apenas pela substituição do elemento “beam 4” pelo elemento “beam 44” para representar as vigas, possibilitando assim a consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje.

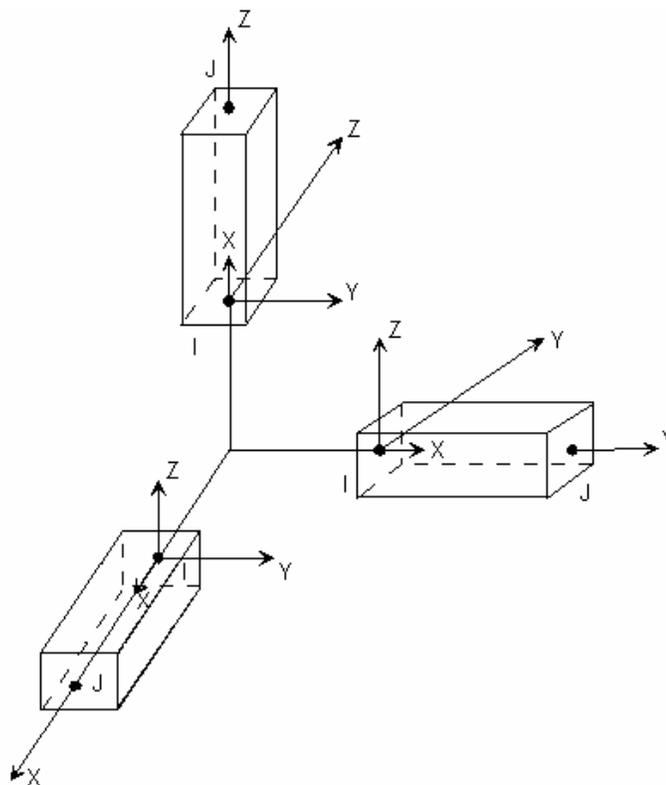


FIGURA 5.2 – Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas para os elementos de barra.

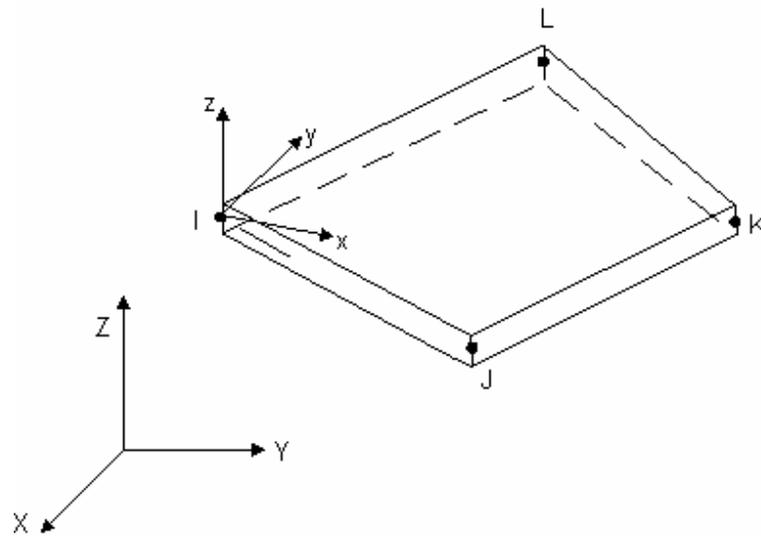


FIGURA 5.3 – Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas para o elemento de casca.

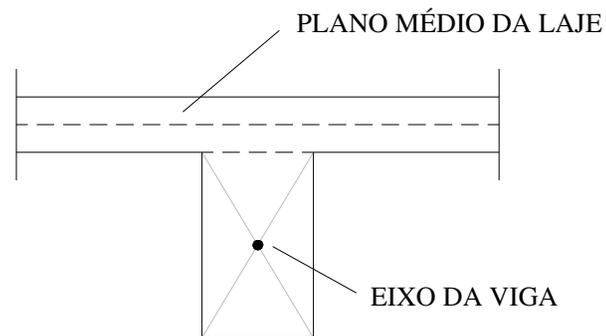


FIGURA 5.4 – Modelo laje-viga utilizando o elemento “beam 44”.

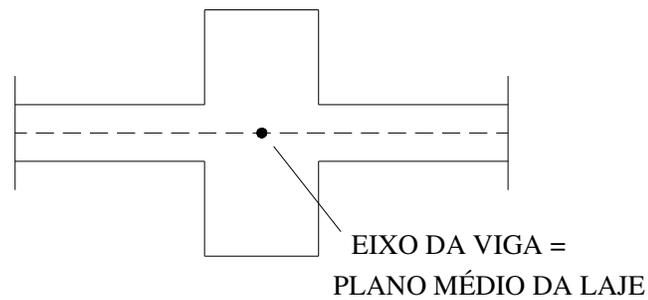


FIGURA 5.5 – Modelo laje-viga utilizando o elemento “beam 4”.

Vale comentar que, em todos os modelos, a ligação entre as vigas e os pilares, quando seus eixos não coincidiram, foi realizada utilizando barras rígidas, conforme mostra a FIG. 5.6.

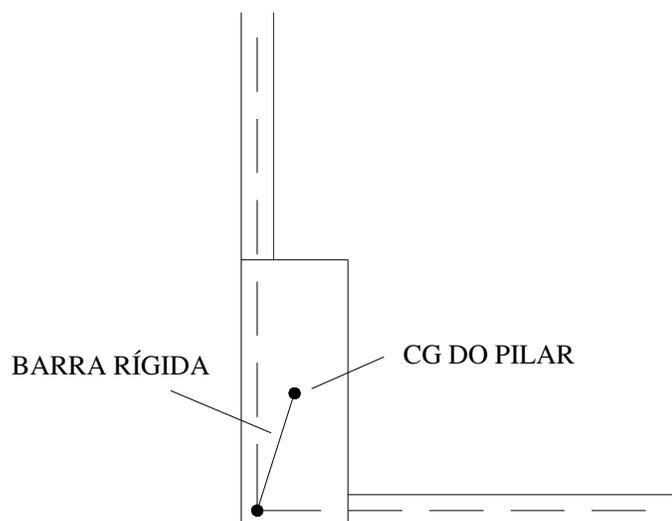


FIGURA 5.6 – Ligação entre as vigas e os pilares.

A TAB. 5.1 resume as principais características dos modelos empregados.

TABELA 5.1 – Características principais dos modelos empregados

<i>Modelo</i>	<i>Elementos adotados</i>	<i>Representação das lajes</i>	<i>Consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje</i>
1	“beam 4”, “beam 44” e “shell 63”	Elementos de casca	Sim
2	“beam 4” e “shell 63”	Elementos de casca	Não
3	“beam 4”	Diafragma rígido	Não
4	“beam 4”	-	Não
5	“beam 4” e “beam 44”	-	Sim

O coeficiente  $\gamma_z$  foi calculado a partir da análise linear em primeira ordem das estruturas, para as ações verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais (adotando, para os

coeficientes de ponderação das ações permanente, acidental e horizontal os valores iguais a 1,4, 0,7 e 1,4, respectivamente, conforme descrito no item 5.2). Nesta análise considerou-se a não-linearidade física de forma simplificada, como estabelece a NBR 6118:2003, reduzindo a rigidez dos elementos estruturais. Foram utilizados os valores de  $0,8 E_{ci}I_c$  para os pilares,  $0,4 E_{ci}I_c$  para as vigas e  $0,3 E_{ci}I_c$  para as lajes (quando modeladas), com  $E_{ci}$  calculado pela eq. (2.1).

As TAB. 5.2 e 5.3 apresentam todos os dados relativos ao cálculo de  $\gamma_z$  (nas direções  $X$  e  $Y$ ) do edifício da FIG. 4.1, correspondente à análise que utiliza o primeiro modelo (pilares, vigas e lajes representados através dos elementos “beam 4”, “beam 44” e “shell 63”, respectivamente). Assim, são mostrados nas TAB 5.2 e 5.3 as forças de cálculo verticais ( $P_{id}$ ) e horizontais ( $F_{hid}$ ) atuantes em cada pavimento  $i$ , juntamente com seus respectivos deslocamentos horizontais ( $u_i$ ) nas direções  $X$  e  $Y$ .

$M_{1,tot,d}$  e  $\Delta M_{tot,d}$  são calculados a partir dos dados das TAB. 5.2 e 5.3. Pelas eq. (2.50) e (2.51), obtém-se:

- Direção  $X$ :
 
$$M_{1,tot,d,x} = 949240,47 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$\Delta M_{tot,d,x} = 77429,92 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$
- Direção  $Y$ :
 
$$M_{1,tot,d,y} = 2395781,01 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$\Delta M_{tot,d,y} = 140580,65 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Finalmente, o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser determinado utilizando a eq. (2.49):

$$\gamma_{z,x} = \frac{1}{1 - \frac{77429,92}{949240,47}} = 1,09$$

$$\gamma_{z,y} = \frac{1}{1 - \frac{140580,65}{2395781,01}} = 1,06$$

TABELA 5.2 – Forças atuantes e deslocamentos horizontais na direção X  
(edifício I, modelo 1)

<i>Pavimento</i>	<i>Altura <math>h_i</math> (cm)</i>	<i><math>P_{id}</math> (kN)</i>	<i><math>F_{hid,x}</math> (kN)</i>	<i><math>u_{i,x}</math> (cm)</i>	<i><math>P_{id} \cdot u_{i,x}</math> (kN · cm)</i>	<i><math>F_{hid,x} \cdot h_i</math> (kN · cm)</i>
1°	300	3683	26,19	0,135	497,25	7856,98
2°	600	3683	17,46	0,338	1244,63	10475,97
3°	900	3683	17,48	0,541	1993,49	15735,94
4°	1200	3683	18,24	0,736	2709,95	21890,31
5°	1500	3683	19,60	0,920	3387,09	29406,40
6°	1800	3683	20,79	1,092	4021,07	37420,24
7°	2100	3683	21,84	1,251	4608,35	45873,70
8°	2400	3683	22,80	1,397	5146,17	54723,00
9°	2700	3683	23,68	1,529	5631,90	63933,73
10°	3000	3683	24,49	1,646	6062,84	73478,07
11°	3300	3683	25,25	1,748	6437,16	83332,92
12°	3600	3683	25,97	1,834	6752,51	93478,80
13°	3900	3683	26,64	1,903	7007,19	103898,98
14°	4200	3683	27,28	1,955	7199,60	114578,91
15°	4500	3683	27,89	1,990	7329,04	125505,84
16°	4800	3683	14,09	2,010	7401,67	67650,67

TABELA 5.3 – Forças atuantes e deslocamentos horizontais na direção Y  
(edifício I, modelo 1)

<i>Pavimento</i>	<i>Altura <math>h_i</math> (cm)</i>	<i><math>P_{id}</math> (kN)</i>	<i><math>F_{hid,y}</math> (kN)</i>	<i><math>u_{i,y}</math> (cm)</i>	<i><math>P_{id} \cdot u_{i,y}</math> (kN · cm)</i>	<i><math>F_{hid,y} \cdot h_i</math> (kN · cm)</i>
1°	300	3683	66,10	0,134	493,40	19830,17
2°	600	3683	44,07	0,419	1544,08	26440,23
3°	900	3683	44,13	0,765	2817,25	39715,83
4°	1200	3683	46,04	1,129	4158,17	55248,79
5°	1500	3683	49,48	1,491	5491,61	74218,59
6°	1800	3683	52,47	1,841	6779,17	94444,66
7°	2100	3683	55,13	2,172	7999,22	115780,30
8°	2400	3683	57,55	2,481	9137,97	138114,97
9°	2700	3683	59,76	2,766	10186,05	161361,88
10°	3000	3683	61,82	3,024	11136,19	185450,76
11°	3300	3683	63,73	3,254	11982,69	210323,35
12°	3600	3683	65,54	3,454	12721,22	235930,46
13°	3900	3683	67,24	3,625	13349,51	262229,86
14°	4200	3683	68,85	3,766	13869,01	289184,87
15°	4500	3683	70,39	3,880	14287,89	316763,26
16°	4800	3683	35,57	3,972	14627,25	170743,03

De forma análoga ao cálculo apresentado anteriormente, foram determinados os valores de  $\gamma_z$  (nas direções  $X$  e  $Y$ ), para todos os modelos utilizados. Os resultados obtidos, para ambos os edifícios, estão apresentados na TAB. 5.4.

TABELA 5.4 – Valores de  $\gamma_z$  obtidos para os edifícios I e II, considerando todos os modelos utilizados

<i>Modelo</i>	<i>Edifício I (FIG. 4.1)</i>		<i>Edifício II (FIG. 5.1)</i>	
	<i>Direção X</i>	<i>Direção Y</i>	<i>Direção X</i>	<i>Direção Y</i>
1	1,09	1,06	1,20	1,08
2	1,18	1,14	1,31	1,15
3	1,19	1,14	1,32	1,16
4	1,19	1,14	1,32	1,16
5	1,19	1,14	1,32	1,16

Observa-se na TAB. 5.4 que, com exceção do modelo 1, todos os modelos forneceram praticamente os mesmos valores de  $\gamma_z$ , tanto para o edifício I quanto para o edifício II. Portanto, a presença ou não de simetria não exerceu qualquer influência nos resultados obtidos. Além disso, os valores de  $\gamma_z$  calculados a partir do modelo 1, o mais sofisticado, são bastante inferiores aos dos demais modelos. Isto significa que, neste caso, análises mais simplificadas tendem a fornecer resultados mais conservadores. Dessa forma, pode-se afirmar que, para estruturas analisadas por meio de modelos simplificados, a obtenção de altos valores de  $\gamma_z$  não implica necessariamente em efeitos de segunda ordem significativos: considerando os resultados do modelo 1, o edifício I seria classificado como de nós fixos nas duas direções e o edifício II, na direção  $Y$ . No entanto, segundo os demais modelos, ambas as estruturas seriam classificadas como de nós móveis nas direções  $X$  e  $Y$ . Assim, sob este ponto de vista, a utilização de modelos menos refinados se mostra desvantajosa e anti-econômica, uma vez que pode resultar em efeitos de segunda ordem bastante relevantes, quando na realidade não devem ser.

É importante mencionar que, obviamente, quanto menor é o valor do coeficiente  $\gamma_z$ , mais rígida é a estrutura, o que é facilmente constatado pela análise da eq. (2.49). Se os deslocamentos horizontais da estrutura forem bastante grandes, de forma que o acréscimo

de momentos  $\Delta M_{tot,d}$  se torne aproximadamente igual ao momento  $M_{1,tot,d}$ , ou seja,  $\Delta M_{tot,d} / M_{1,tot,d} \cong 1$ , o coeficiente  $\gamma_z$  tenderá ao infinito. Este seria o caso de uma estrutura infinitamente flexível. Por outro lado, para uma estrutura infinitamente rígida, isto é, que não se deslocasse sob a ação do carregamento, a parcela  $\Delta M_{tot,d}$  seria nula, e, conseqüentemente, o coeficiente  $\gamma_z$  seria igual a 1. Com base nestas considerações, pode-se afirmar, observando os valores de  $\gamma_z$  apresentados na TAB. 5.4, que os edifícios, se analisados utilizando o modelo 1, apresentam-se bem mais rígidos do que se analisados considerando os demais modelos. Além disso, verifica-se que este acréscimo considerável na rigidez é devido à representação das lajes como elementos de casca associada à consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje, não sendo suficiente levar em conta apenas um destes fatores, como pode ser constatado observando os resultados dos modelos 2 e 5.

Finalmente, partindo-se do princípio que o modelo 1, o mais sofisticado e que envolve o maior trabalho computacional, geralmente não é adotado pelo meio técnico, inclusive para o cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , e considerando que todos os outros modelos forneceram resultados praticamente idênticos, neste trabalho os edifícios serão analisados utilizando o modelo 4, o mais simples. No entanto, vale comentar que, na prática de projeto, o modelo 1 deve ser preferencialmente utilizado, uma vez que representa com maior precisão o comportamento real da estrutura e fornece valores de  $\gamma_z$  bem inferiores aos obtidos pelos demais modelos, o que leva a uma maior economia e, em muitos casos, dispensa a realização de análises que considerem, de forma simplificada ou não, os efeitos de segunda ordem.

## 5.5. Edifícios Analisados

Nesta seção, são apresentados todos os resultados obtidos a partir das análises de diversos edifícios de concreto armado, alguns cujos pórticos planos já foram objeto de estudo no capítulo 4. Vale ressaltar que os edifícios foram analisados utilizando modelos tridimensionais no “software” ANSYS-9.0, sendo os pilares e vigas representados através

do elemento “beam 4” (conforme o modelo 4, descrito no item anterior). A TAB. 5.5 resume as principais características das estruturas analisadas.

TABELA 5.5 – Características gerais dos edifícios analisados

<i>Edifício</i>	<i>Pavimento tipo</i>	<i>Nº de Pavimentos</i>	<i>Pé-direito (m)</i>	<i>f<sub>ck</sub> (MPa)</i>
I	FIG. 4.1	16	2,90	20
II	FIG. 5.1	18	2,55	30
III	FIG. 4.11	20	2,75	45
IV	FIG. 4.12	30	2,85	20
V	FIG. 5.7	22	2,75	65
VI	FIG. 4.14	15	2,90	25
VII	FIG. 5.8	18	2,88	25
VIII	FIG. 5.9	18	2,70	25
IX	FIG. 5.10	20	2,56	30
X	FIG. 5.11	20	2,90	25

### 5.5.1. Determinação dos Parâmetros de Instabilidade

Inicialmente, foram determinados os valores dos parâmetros  $\gamma_z$ ,  $\alpha$  e  $B_2$  para todos os edifícios, nas direções  $X$  e  $Y$ . A determinação do coeficiente  $\gamma_z$  foi realizada de forma análoga à apresentada no item 5.4, correspondente ao edifício I. A seguir, são detalhados os cálculos do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do coeficiente  $B_2$ , também para o edifício I, sendo, para efeito de simplificação, omitidos os cálculos referentes aos demais edifícios.

O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  foi determinado a partir da utilização de uma força horizontal uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício ( $w$ ), como comentado no item 2.4.1 a), igual a:

$$w = q \cdot C_a \cdot l \quad (5.14)$$

sendo que:

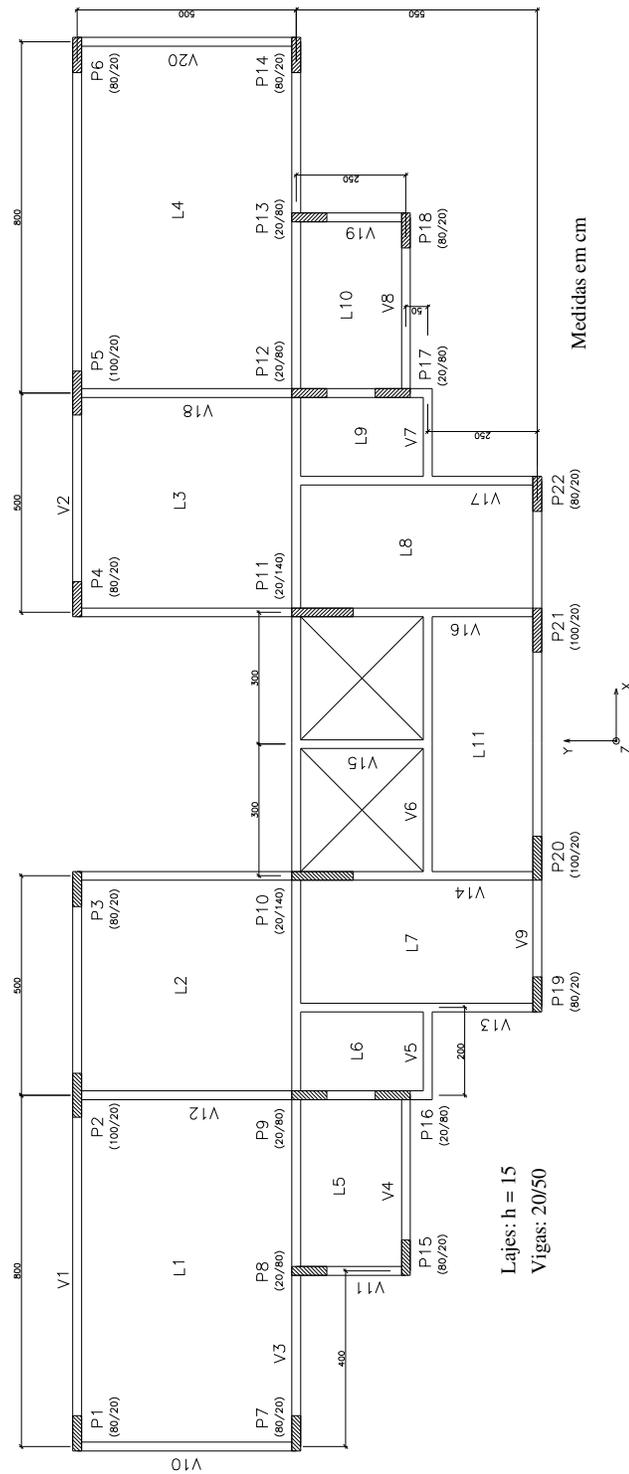


FIGURA 5.7 – Pavimento tipo do edifício V  
[adaptado de MARTINS e ANTUNES (1999)].

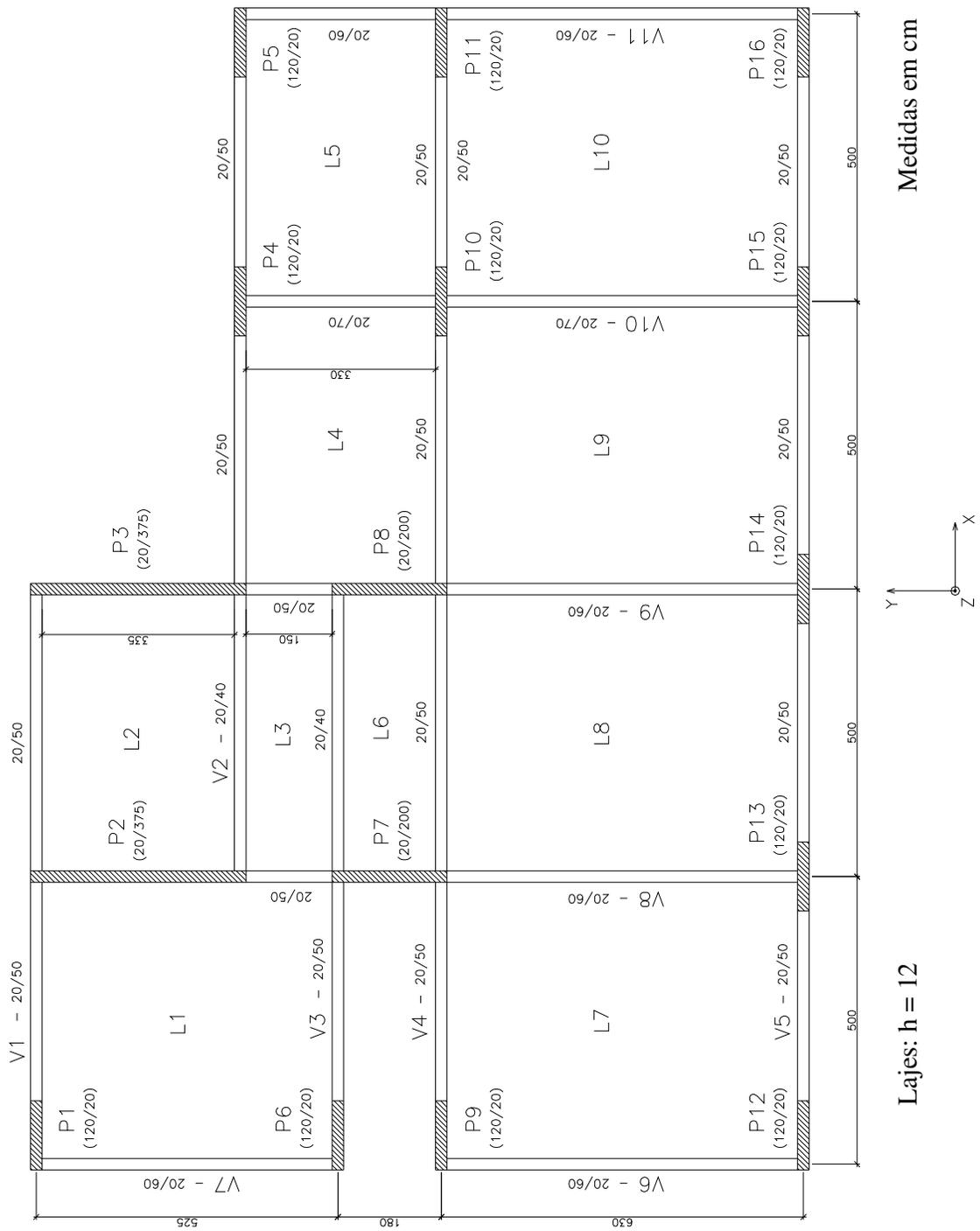


FIGURA 5.8 – Pavimento tipo do edifício VII  
 [adaptado de MAIA (1992)].

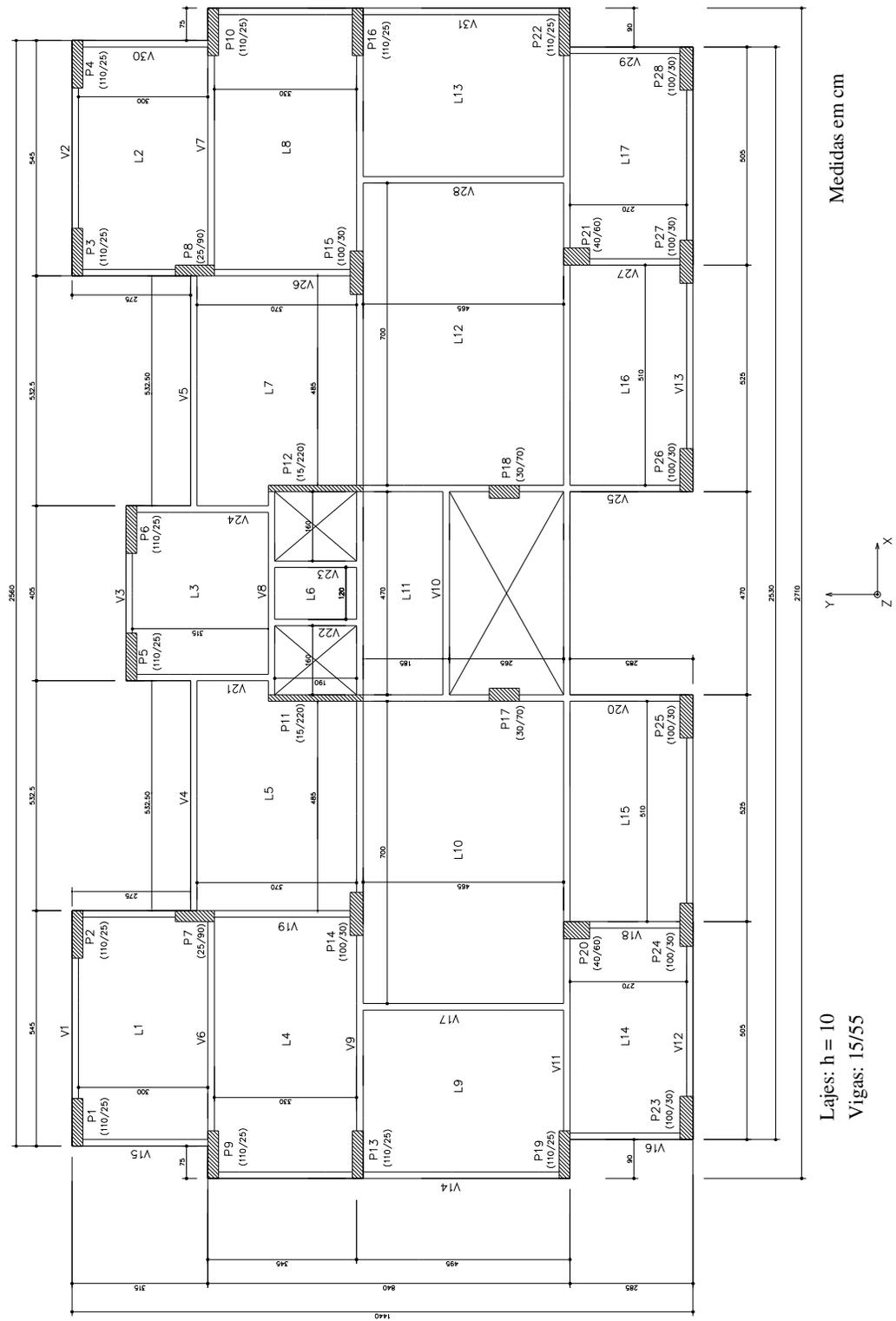


FIGURA 5.9 – Pavimento tipo do edifício VIII.

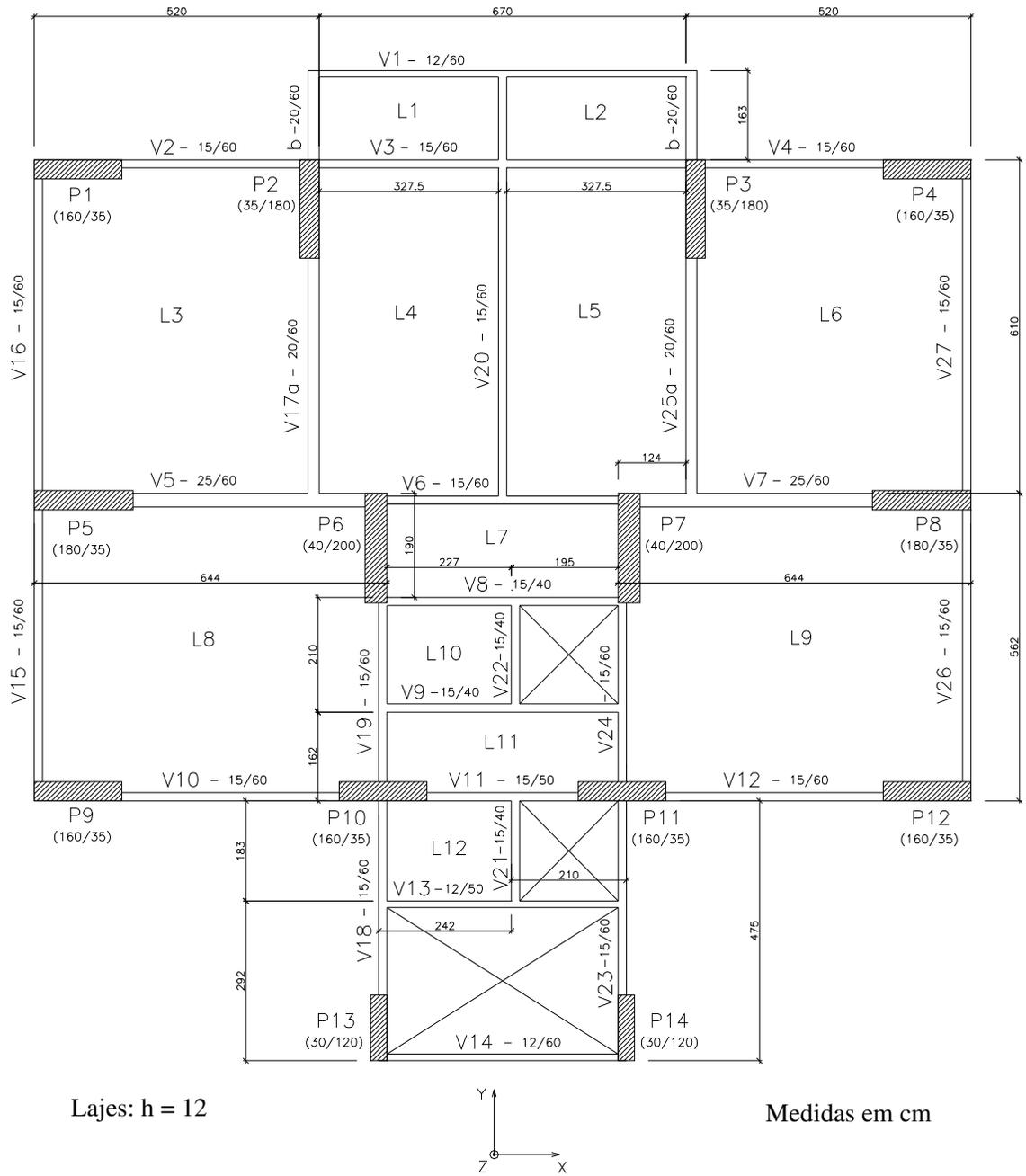


FIGURA 5.10 – Pavimento tipo do edifício IX  
 [adaptado de LOPES *et al.* (2002)].

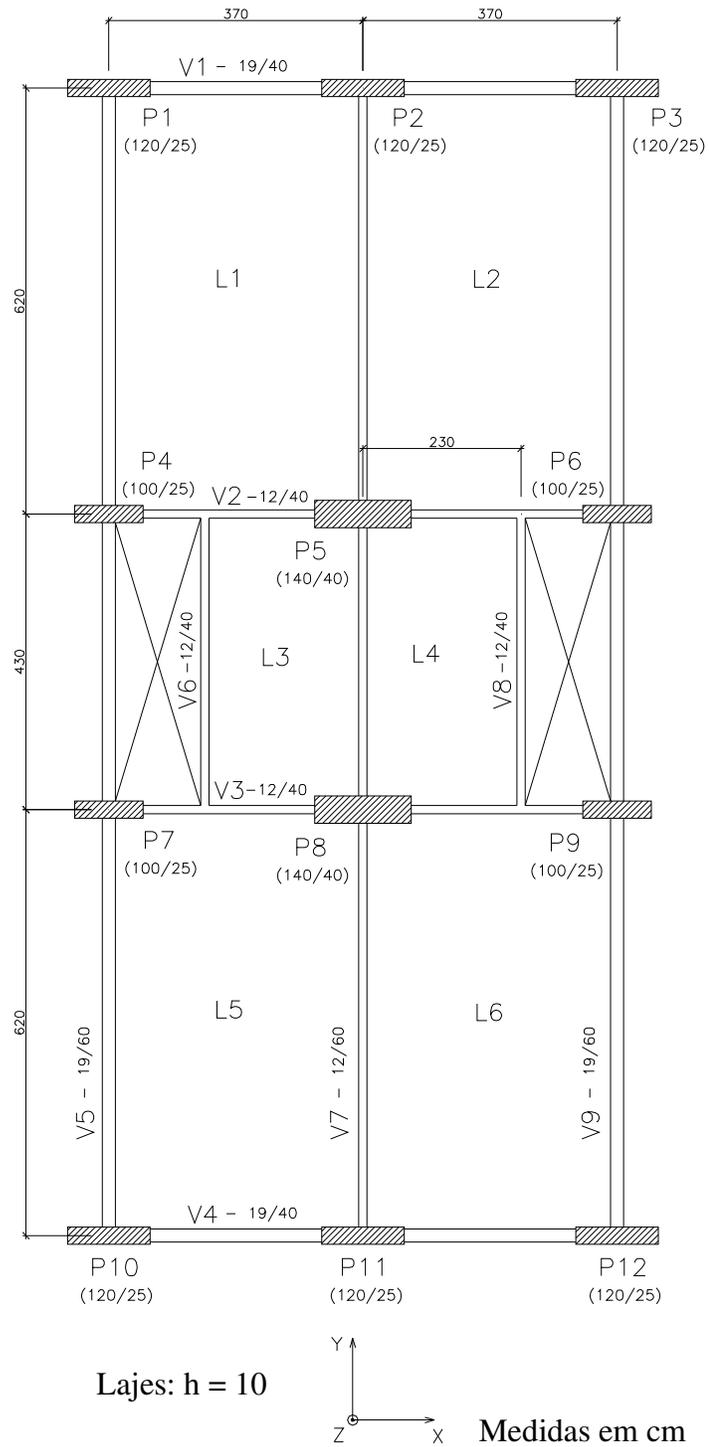


FIGURA 5.11 – Pavimento tipo do edifício X  
[adaptado de MIRANDA e CARVALHO (2006)].

- $q$  é a pressão dinâmica do vento adotada (foi utilizado o valor médio das pressões dos pavimentos, igual a  $0,40 \text{ kN/m}^2$ );
- $C_a$  é o coeficiente de arrasto, igual a  $1,03$  na direção  $X$  e  $1,38$  na direção  $Y$ ;
- $l$  é o lado da fachada sobre o qual o vento incide.

Dessa forma, tem-se:

- Direção  $X$ :  $w_x = 0,40 \cdot 1,03 \cdot 12,8 = 5,27 \text{ kN/m}$
- Direção  $Y$ :  $w_y = 0,40 \cdot 1,38 \cdot 24,2 = 13,31 \text{ kN/m}$

Aplicando-se estas forças, foram obtidos os seguintes deslocamentos no topo:

$$a_x = 0,01231 \text{ m}$$

$$a_y = 0,02632 \text{ m}$$

A carga vertical característica por pavimento é  $P_{ik} = 2905 \text{ kN}$ , e o somatório das cargas verticais atuantes, com seu valor característico, é  $N_k = \Sigma P_{ik} = 46478 \text{ kN}$ .

Pelas eq. (2.28) e (2.30), obtém-se, respectivamente:

$$(EI)_{eq,x} = \frac{5,27 \cdot 48^4}{8 \cdot 0,01231} = 2,84 \cdot 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow \alpha_x = 48 \cdot \sqrt{\frac{46478}{2,84 \cdot 10^8}} = 0,61 > \alpha_1 = 0,6$$

$$(EI)_{eq,y} = \frac{13,31 \cdot 48^4}{8 \cdot 0,02632} = 3,36 \cdot 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow \alpha_y = 48 \cdot \sqrt{\frac{46478}{3,36 \cdot 10^8}} = 0,56 < \alpha_1 = 0,6$$

Assim a estrutura é classificada como de nós móveis na direção  $X$  e de nós fixos na direção  $Y$ .

Para o cálculo do coeficiente  $B_2$ , o edifício foi processado para as cargas verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais, determinando-se os deslocamentos horizontais

de cada pavimento  $i$  ( $u_i$ ). Estes deslocamentos estão apresentados na TAB. 5.6 e 5.7 (para as direções  $X$  e  $Y$ , respectivamente), juntamente com a altura  $h_i$  de cada pavimento em relação à base da estrutura e com os valores de cálculo das ações verticais ( $P_{id}$ ) e horizontais ( $F_{hid}$ ) aplicadas (conforme já apresentados nas TAB. 5.2 e 5.3). Assim, a partir dos dados mostrados nas TAB. 5.6 e 5.7, podem ser determinados, para cada pavimento da estrutura, o comprimento  $L$  e os valores de  $\Sigma N_{sd}$  (somatório das forças normais de compressão solicitantes de cálculo),  $\Delta_{oh}$  (deslocamento horizontal relativo), e  $\Sigma H_{sd}$  (somatório de todas as forças horizontais de cálculo). Todos estes valores estão apresentados nas TAB. 5.8 e 5.9, nas direções  $X$  e  $Y$ , respectivamente. Finalmente, o coeficiente  $B_2$  pode ser determinado, para cada pavimento da estrutura, utilizando a eq. (2.56); os resultados obtidos, nas direções  $X$  e  $Y$ , também encontram-se nas TAB. 5.8 e 5.9.

TABELA 5.6 – Forças atuantes e deslocamentos horizontais na direção  $X$  (edifício I, modelo 4)

<b><i>Pavimento</i></b>	<b><i>Altura <math>h_i</math></i></b> <b><i>(cm)</i></b>	<b><i><math>P_{id}</math></i></b> <b><i>(kN)</i></b>	<b><i><math>F_{hid,x}</math></i></b> <b><i>(kN)</i></b>	<b><i><math>u_{i,x}</math></i></b> <b><i>(cm)</i></b>
1°	300	3683	26,19	0,214
2°	600	3683	17,46	0,588
3°	900	3683	17,48	0,986
4°	1200	3683	18,24	1,374
5°	1500	3683	19,60	1,743
6°	1800	3683	20,79	2,088
7°	2100	3683	21,84	2,407
8°	2400	3683	22,80	2,698
9°	2700	3683	23,68	2,960
10°	3000	3683	24,49	3,192
11°	3300	3683	25,25	3,392
12°	3600	3683	25,97	3,560
13°	3900	3683	26,64	3,694
14°	4200	3683	27,28	3,793
15°	4500	3683	27,89	3,860
16°	4800	3683	14,09	3,898

TABELA 5.7 – Forças atuantes e deslocamentos horizontais na direção Y  
(edifício I, modelo 4)

<i>Pavimento</i>	<i>Altura <math>h_i</math> (cm)</i>	<i><math>P_{id}</math> (kN)</i>	<i><math>F_{hid,y}</math> (kN)</i>	<i><math>u_{i,y}</math> (cm)</i>
1°	300	3683	66,10	0,232
2°	600	3683	44,07	0,770
3°	900	3683	44,13	1,465
4°	1200	3683	46,04	2,233
5°	1500	3683	49,48	3,024
6°	1800	3683	52,47	3,805
7°	2100	3683	55,13	4,555
8°	2400	3683	57,55	5,259
9°	2700	3683	59,76	5,909
10°	3000	3683	61,82	6,496
11°	3300	3683	63,73	7,016
12°	3600	3683	65,54	7,467
13°	3900	3683	67,24	7,849
14°	4200	3683	68,85	8,165
15°	4500	3683	70,39	8,423
16°	4800	3683	35,57	8,636

TABELA 5.8 – Cálculo do coeficiente  $B_2$  na direção X, para o edifício I

<i>Pavimento</i>	<i>L (cm)</i>	<i><math>\Sigma N_{sd}</math> (kN)</i>	<i><math>\Sigma H_{sd}</math> (kN)</i>	<i><math>\Delta_{0h}</math> (cm)</i>	<i><math>L \cdot \Sigma H_{sd}</math> (kN · cm)</i>	<i><math>\Delta_{0h} \cdot \Sigma N_{sd}</math> (kN · cm)</i>	<i><math>B_{2,i,x}</math></i>
1°	300	58925	359,71	0,214	107913,44	12614,59	1,13
2°	300	55242	333,52	0,374	100056,46	20650,16	1,26
3°	300	51559	316,06	0,398	94818,47	20513,86	1,28
4°	300	47877	298,58	0,388	89573,16	18586,06	1,26
5°	300	44194	280,34	0,369	84100,58	16291,29	1,24
6°	300	40511	260,73	0,345	78219,30	13978,16	1,22
7°	300	36828	239,94	0,319	71982,60	11750,63	1,20
8°	300	33145	218,10	0,291	65429,21	9658,54	1,17
9°	300	29463	195,30	0,262	58588,84	7726,44	1,15
10°	300	25780	171,62	0,232	51485,09	5974,53	1,13
11°	300	22097	147,12	0,200	44137,28	4422,32	1,11
12°	300	18414	121,87	0,167	36561,56	3083,37	1,09
13°	300	14731	95,91	0,134	28771,66	1972,51	1,07
14°	300	11048	69,26	0,100	20779,43	1102,71	1,06
15°	300	7366	41,98	0,066	12595,22	488,83	1,04
16°	300	3683	14,09	0,038	4228,17	138,96	1,03

TABELA 5.9 – Cálculo do coeficiente  $B_2$  na direção  $Y$ , para o edifício I

<i>Pavimento</i>	<i>L</i> (cm)	$\Sigma N_{sd}$ (kN)	$\Sigma H_{sd}$ (kN)	$\Delta_{0h}$ (cm)	$L \cdot \Sigma H_{sd}$ (kN·cm)	$\Delta_{0h} \cdot \Sigma N_{sd}$ (kN·cm)	$B_{2,i,y}$
1°	300	58925	907,87	0,232	272361,93	13676,89	1,05
2°	300	55242	841,77	0,538	252531,76	29708,59	1,13
3°	300	51559	797,71	0,695	239311,64	35841,26	1,18
4°	300	47877	753,58	0,768	226073,04	36781,65	1,19
5°	300	44194	707,54	0,791	212260,84	34939,58	1,20
6°	300	40511	658,06	0,781	197417,12	31635,53	1,19
7°	300	36828	605,59	0,750	181676,34	27620,60	1,18
8°	300	33145	550,45	0,705	165136,30	23356,84	1,16
9°	300	29463	492,91	0,649	147871,93	19130,79	1,15
10°	300	25780	433,14	0,587	129942,83	15134,74	1,13
11°	300	22097	371,33	0,520	111397,76	11496,41	1,12
12°	300	18414	307,59	0,451	92277,45	8307,07	1,10
13°	300	14731	242,06	0,382	72616,58	5626,55	1,08
14°	300	11048	174,82	0,316	52445,05	3489,76	1,07
15°	300	7366	105,96	0,257	31788,99	1896,01	1,06
16°	300	3683	35,57	0,214	10671,44	786,53	1,08

Nas TAB. 5.8 e 5.9 observa-se que, em diversos pavimentos, o coeficiente  $B_2$  supera o valor de 1,1, tanto na direção  $X$  quanto na direção  $Y$ . Dessa forma, a estrutura pode ser considerada muito sensível a deslocamentos horizontais, e, neste caso, os efeitos globais de segunda ordem não podem ser desprezados.

Vale lembrar que o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser calculado a partir dos valores de  $B_2$ , utilizando a eq. (2.79). Assim, basta determinar as constantes  $c_i$  para cada pavimento, dadas pela eq.

(2.80). Nesta equação, a parcela  $\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd}$  pode ser escrita como:

$$\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd} = F_{h1d} + 2 \cdot F_{h2d} + 3 \cdot F_{h3d} + \dots + 16 \cdot F_{h16d} \quad (5.15)$$

Substituindo os valores de  $F_{hid}$  dados nas TAB. 5.6 e 5.7 na eq. (5.15), obtém-se:

- Direção X:  $\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd} = 3164,13kN$
- Direção Y:  $\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd} = 7985,94kN$

Ainda considerando a eq. (2.80), a parcela  $\sum_{j=i}^n F_{hjd}$  deve ser calculada para cada pavimento da estrutura; os resultados obtidos estão apresentados nas TAB. 5.10 e 5.11, juntamente com todos os dados necessários para a determinação das constantes  $c_i$  e do coeficiente  $\gamma_z$ , nas direções X e Y.

TABELA 5.10 – Cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , a partir dos valores de  $B_2$ , na direção X, para o edifício I

<i>Pavimento</i>	$F_{hid,x}$ (kN)	$B_{2,i,x}$	$\sum_{j=i}^{n=16} F_{hjd,x}$ (kN)	$c_{i,x} = \frac{\sum_{j=i}^{n=16} F_{hjd,x}}{3164,13}$	$\frac{c_{i,x}}{B_{2,i,x}}$	
1°	26,19	1,13	359,71	0,114	0,100	
2°	17,46	1,26	333,52	0,105	0,084	
3°	17,48	1,28	316,06	0,100	0,078	
4°	18,24	1,26	298,58	0,094	0,075	
5°	19,60	1,24	280,34	0,089	0,071	
6°	20,79	1,22	260,73	0,082	0,068	
7°	21,84	1,20	239,94	0,076	0,063	
8°	22,80	1,17	218,10	0,069	0,059	
9°	23,68	1,15	195,30	0,062	0,054	
10°	24,49	1,13	171,62	0,054	0,048	
11°	25,25	1,11	147,12	0,046	0,042	
12°	25,97	1,09	121,87	0,039	0,035	
13°	26,64	1,07	95,91	0,030	0,028	
14°	27,28	1,06	69,26	0,022	0,021	
15°	27,89	1,04	41,98	0,013	0,013	
16°	14,09	1,03	14,09	0,004	0,004	
$B_{2,x,méd} =$		<b>1,15</b>	$\frac{1}{\gamma_{z,x}} = \sum_{i=1}^{n=16} \frac{c_{i,x}}{B_{2,i,x}} =$			
$B_{2,x,máx} =$		<b>1,28</b>				<b>0,843</b>
					$\gamma_{z,x} =$	<b>1,19</b>

TABELA 5.11 – Cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , a partir dos valores de  $B_2$ , na direção Y, para o edifício I

<i>Pavimento</i>	$F_{hd,y}$ (kN)	$B_{2,i,y}$	$\sum_{j=i}^{n=16} F_{hd,y}$ (kN)	$c_{i,y} = \frac{\sum_{j=i}^{n=16} F_{hd,y}}{7985,94}$	$\frac{c_{i,y}}{B_{2,i,y}}$
1°	66,10	1,05	907,87	0,114	0,108
2°	44,07	1,13	841,77	0,105	0,093
3°	44,13	1,18	797,71	0,100	0,085
4°	46,04	1,19	753,58	0,094	0,079
5°	49,48	1,20	707,54	0,089	0,074
6°	52,47	1,19	658,06	0,082	0,069
7°	55,13	1,18	605,59	0,076	0,064
8°	57,55	1,16	550,45	0,069	0,059
9°	59,76	1,15	492,91	0,062	0,054
10°	61,82	1,13	433,14	0,054	0,048
11°	63,73	1,12	371,33	0,046	0,042
12°	65,54	1,10	307,59	0,039	0,035
13°	67,24	1,08	242,06	0,030	0,028
14°	68,85	1,07	174,82	0,022	0,020
15°	70,39	1,06	105,96	0,013	0,012
16°	35,57	1,08	35,57	0,004	0,004
$B_{2,y,méd} =$		<b>1,13</b>	$\frac{1}{\gamma_{z,y}} = \sum_{i=1}^{n=16} \frac{c_{i,y}}{B_{2,i,y}} =$		<b>0,875</b>
$B_{2,y,máx} =$		<b>1,20</b>	$\gamma_{z,y} =$		<b>1,14</b>

Verifica-se nas TAB. 5.10 e 5.11 que, como era esperado, os valores de  $\gamma_z$  calculados a partir dos coeficientes  $B_2$  coincidem com os anteriormente obtidos, apresentados na TAB. 5.4. Além disso, observa-se que os valores médios dos coeficientes  $B_2$  ( $B_{2,méd}$ ) apresentam boa proximidade em relação ao  $\gamma_z$ . A diferença mais significativa ocorre para a direção X, caso em que  $B_{2,méd}$  (1,15) apresenta-se cerca de 3,4% inferior a  $\gamma_z$  (1,19).

As TAB. 5.12 e 5.13 apresentam os valores dos parâmetros  $\gamma_z$ ,  $\alpha$  e  $B_2$  para todos os edifícios, juntamente com a classificação das estruturas, nas direções X e Y. Entretanto, no caso do coeficiente  $B_2$ , estão apresentados apenas os valores médio ( $B_{2,méd}$ ) e máximo ( $B_{2,máx}$ ) dos pavimentos, sendo os valores correspondentes à cada pavimento listados no

Apêndice A (TAB. A.1 e A.2). Ressalta-se que, segundo SILVA (2004), uma estrutura pode ser considerada pouco sensível a deslocamentos horizontais se, em todos os seus pavimentos, o coeficiente  $B_2$  não superar o valor de 1,1. Se  $B_2$  for maior que esse valor em pelo menos um pavimento, a estrutura será considerada muito sensível a deslocamentos horizontais. Dessa forma, a classificação dos edifícios é realizada analisando o valor de  $B_{2,máx}$  obtido.

Obseva-se nas TAB. 5.12 e 5.13 que, em todos os casos, os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$  forneceram a mesma classificação das estruturas. Além disso, os valores de  $\gamma_z$  e  $B_{2,méd}$  se mostraram extremamente próximos, sendo que a maior diferença, correspondente à direção X do edifício I, gira em torno de 3,4%. Vale comentar também que, em apenas cerca de 17% dos casos,  $B_{2,méd}$  apresentou-se superior a  $\gamma_z$ .

Ainda nas TAB. 5.12 e 5.13 verifica-se que, embora o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  deva ser utilizado apenas para estruturas simétricas, ele forneceu, em 83% dos casos, a mesma classificação dos edifícios que aquela realizada utilizando os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ .

### **5.5.2. Avaliação do $\gamma_z$ como Coeficiente Majorador dos Esforços de Primeira Ordem (Momentos Fletores, Forças Normais e Cortantes) para a Obtenção dos Esforços Finais**

A partir do processamento dos edifícios em primeira e segunda ordem, para as ações verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais (adotando, para os coeficientes de ponderação das ações, os valores definidos no item 5.2), foi calculada a relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem, nas direções X e Y. Os resultados obtidos, para todos os pavimentos dos edifícios, em ambas as direções, estão apresentados no Apêndice B (TAB. B.1 a B.18).

TABELA 5.12 – Valores dos parâmetros de instabilidade e classificação das estruturas (edifícios I, II, III, IV e V)

<i>Edifício</i>	<i>Direção</i>	<i>Parâmetro</i>	<i>Valor</i>	<i>Classificação</i>
I	X	$\alpha$	0,61	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,19	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,15	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,28	
	Y	$\alpha$	0,56	Estrutura de nós fixos
		$\gamma_z$	1,14	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,13	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,20	
II	X	$\alpha$	0,91	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,32	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,29	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,47	
	Y	$\alpha$	0,55	Estrutura de nós fixos
		$\gamma_z$	1,16	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,17	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,22	
III	X	$\alpha$	0,42	Estrutura de nós fixos
		$\gamma_z$	1,06	Estrutura de nós fixos
		$B_{2,méd}$	1,05	Estrutura pouco sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,07	
	Y	$\alpha$	0,84	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,32	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,29	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,44	
IV	X = Y	$\alpha$	0,73	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,30	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,26	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,45	
V	X	$\alpha$	0,65	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,17	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,15	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,23	
	Y	$\alpha$	0,77	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,28	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,28	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,35	

TABELA 5.13 – Valores dos parâmetros de instabilidade e classificação das estruturas (edifícios VI, VII, VIII, IX e X)

<i>Edifício</i>	<i>Direção</i>	<i>Parâmetro</i>	<i>Valor</i>	<i>Classificação</i>
VI	X = Y	$\alpha$	0,65	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,21	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,18	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,31	
VII	X	$\alpha$	0,83	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,27	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,25	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,40	
	Y	$\alpha$	0,51	Estrutura de nós fixos
		$\gamma_z$	1,14	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,14	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,18	
VIII	X	$\alpha$	0,88	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,30	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,28	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,44	
	Y	$\alpha$	0,70	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,22	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,20	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,30	
IX	X	$\alpha$	0,98	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,31	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,34	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,47	
	Y	$\alpha$	0,71	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,29	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,30	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,38	
X	X	$\alpha$	0,81	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,30	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,30	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,44	
	Y	$\alpha$	0,68	Estrutura de nós móveis
		$\gamma_z$	1,22	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,18	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,34	

Vale ressaltar que, como pode ser observado nas TAB. B.1 a B.18, os esforços levados em conta na análise são apenas os realmente relevantes no dimensionamento estrutural, ou seja, para os pilares, foram considerados os momentos fletores e as forças normais; para as vigas, os momentos fletores e as forças cortantes. É importante mencionar que alguns esforços não apresentavam valores significativos, sendo então desprezados, para que não provocassem distorções prejudiciais à análise dos resultados.

Para melhor visualização dos resultados, os valores médios das TAB. B.1 a B.18 estão apresentados na TAB. 5.14, juntamente com os coeficientes  $\gamma_z$  obtidos para todos os edifícios, nas direções *X* e *Y*. Dessa forma, pode-se realizar uma análise comparativa entre os acréscimos sofridos pelos esforços de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, e os acréscimos previstos pelo coeficiente  $\gamma_z$ .

Observa-se na TAB. 5.14 que, para todos os edifícios e em ambas as direções, os acréscimos médios obtidos no caso da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas são muito pequenos (entre 1% e 4%) e, portanto, geralmente bastante inferiores aos previstos pelo  $\gamma_z$ . Assim, em termos práticos, a majoração dessas forças pelo coeficiente  $\gamma_z$  não se faz necessária, mesmo para altos valores deste (como ocorre, por exemplo, no caso do edifício II, na direção *X*).

Ainda na TAB. 5.14 verifica-se que, para o momento fletor nos pilares e nas vigas, os acréscimos médios mostram boa proximidade em relação ao  $\gamma_z$ . No caso do momento fletor nos pilares, a maior diferença entre os acréscimos médios e os previstos pelo  $\gamma_z$  vale cerca de 6% (edifício III, direção *Y*), a favor da segurança. Para o momento fletor nas vigas, a máxima diferença, correspondente ao acréscimo obtido para o edifício I, na direção *X*, é da ordem de 6,7%, também a favor da segurança. No entanto, considerando apenas os casos em que a majoração por  $\gamma_z$  estaria contra a segurança, observam-se diferenças máximas inferiores a 5%, para o momento nos pilares (edifício III, direção *X*), e a 4%, para o momento nas vigas (edifício II, direção *Y*).

TABELA 5.14 – Coeficientes  $\gamma_z$  e valores médios da relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem)

<i>Edifício</i>	<i>Direção</i>	$\gamma_z$	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
			<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
I	X	1,19	1,01	1,17	1,01	1,11
	Y	1,14	1,01	1,16	1,01	1,07
II	X	1,32	1,01	1,35	1,02	1,27
	Y	1,16	1,02	1,14	1,03	1,20
III	X	1,06	1,02	1,11	1,03	1,03
	Y	1,32	1,02	1,24	1,04	1,27
IV	X = Y	1,30	1,03	1,23	1,03	1,23
V	X	1,17	1,02	1,16	1,03	1,15
	Y	1,28	1,03	1,28	1,01	1,28
VI	X = Y	1,21	1,02	1,17	1,03	1,20
VII	X	1,27	1,02	1,24	1,04	1,24
	Y	1,14	1,03	1,12	1,04	1,15
VIII	X	1,30	1,02	1,28	1,03	1,32
	Y	1,22	1,02	1,23	1,03	1,20
IX	X	1,31	1,01	1,35	1,02	1,29
	Y	1,29	1,01	1,27	1,02	1,23
X	X	1,30	1,02	1,28	1,03	1,26
	Y	1,22	1,02	1,15	1,03	1,18

O gráfico representado na FIG. 5.12 relaciona os coeficientes  $\gamma_z$ , correspondentes a todos os edifícios e em ambas as direções, com os valores médios da relação (momento em segunda ordem/ momento em primeira ordem), para os pilares e vigas, respectivamente. Neste gráfico, a relação entre os momentos é denominada de majorador dos momentos de primeira ordem, uma vez que representa o valor pelo qual os momentos de primeira ordem devem ser multiplicados para que se obtenham os momentos finais, que incluem os de segunda ordem. Assim, para cada coeficiente  $\gamma_z$ , corresponde um determinado majorador, conforme a TAB. 5.14 (3ª, 5ª e 7ª colunas). Quanto mais próximos estiverem os valores de  $\gamma_z$  e do majorador obtido, maior é eficiência do  $\gamma_z$  como majorador dos momentos de primeira ordem para a determinação dos momentos finais.

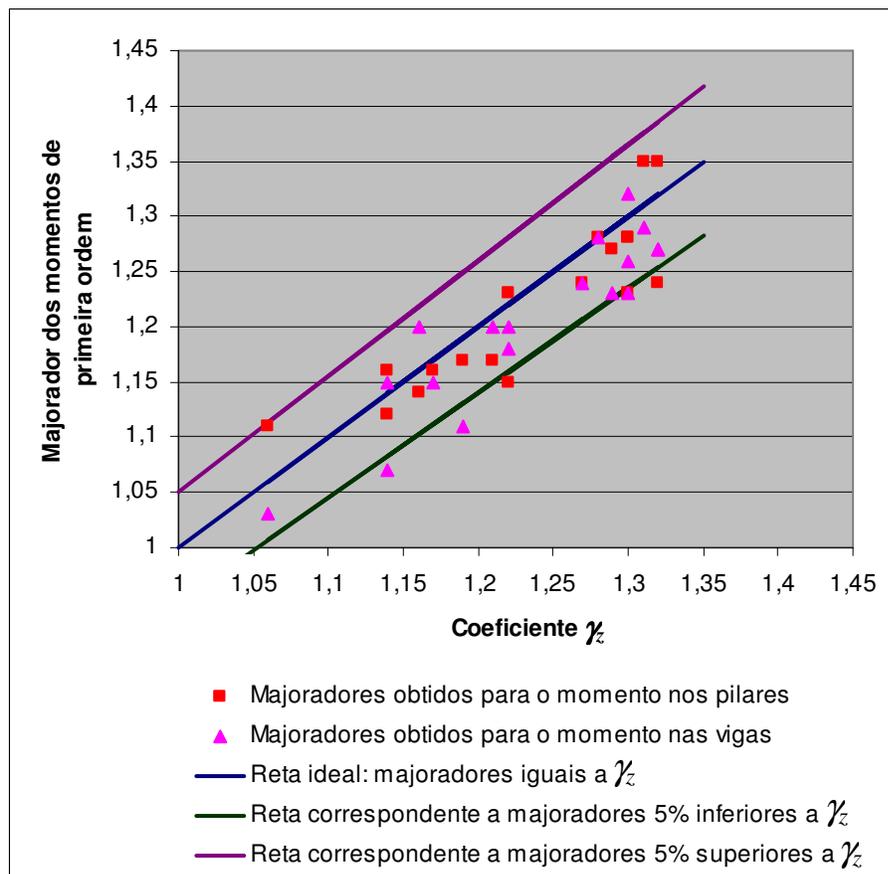


FIGURA 5.12 – Relação entre os majoradores dos momentos de primeira ordem e os coeficientes  $\gamma_z$ .

Observa-se na FIG. 5.12 que, como já comentado, tanto no caso dos pilares quanto no caso das vigas, os majoradores dos momentos de primeira ordem apresentam diferenças pouco significativas (isto é, quase sempre inferiores a 5%) quando comparados ao  $\gamma_z$ . Isto é facilmente constatado pela proximidade dos pontos em relação à reta denominada “ideal”, que corresponde a valores iguais para o majorador obtido e o coeficiente  $\gamma_z$ . Além disso, nota-se que a grande maioria dos pontos encontra-se abaixo da reta “ideal”, o que significa que o majorador obtido é inferior a  $\gamma_z$ , e, portanto, nestes casos, a majoração dos momentos de primeira ordem por  $\gamma_z$  estaria a favor da segurança. Vale ressaltar que esta majoração se mostraria contra a segurança em apenas 28% dos casos para o momento nos pilares e 17%

dos casos para o momento nas vigas, como pode ser verificado pelo pequeno número de pontos situados acima da reta “ideal”.

Assim, pode-se afirmar que, a princípio, a obtenção dos momentos finais (primeira ordem + segunda ordem) a partir da majoração dos momentos de primeira ordem por  $\gamma_z$  mostra-se satisfatória. Vale mencionar, entretanto, que o presente estudo foi realizado para estruturas que apresentam valores máximos de  $\gamma_z$  da ordem de 1,3, ou seja, para as quais, segundo a NBR 6118:2003, o processo simplificado de avaliação dos esforços finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  ainda é válido. Além disso, foram considerados os acréscimos médios das estruturas como um todo, sem levar em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Esta variação será estudada de forma detalhada no item 5.5.4.

### **5.5.3. Avaliação do $\gamma_z$ como Coeficiente Majorador das Ações Horizontais para a Obtenção dos Esforços Finais**

Para avaliar o desempenho do  $\gamma_z$  como majorador das ações horizontais para a obtenção dos esforços finais, os edifícios foram submetidos à análises em primeira e segunda ordem, para as ações verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais. Porém, o processamento das estruturas em primeira ordem foi realizado com as ações horizontais adicionalmente majoradas por  $0,95\gamma_z$ . A relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem, para todos os pavimentos dos edifícios, em ambas as direções, está apresentada no Apêndice C (TAB. C.1 a C.18). Para melhor visualização dos resultados, os valores médios das TAB. C.1 a C.18 encontram-se na TAB. 5.15.

É importante mencionar que os valores dos esforços obtidos na análise em primeira ordem deveriam, neste caso, representar os valores finais dos esforços (primeira ordem + segunda ordem), uma vez que eles foram determinados com as ações horizontais adicionalmente majoradas por  $0,95\gamma_z$ . Portanto, a relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem deveria ser igual a 1,0, ou, ao menos, próxima deste valor. De fato,

isto ocorre para a força normal nos pilares e para força cortante nas vigas, como pode ser observado na TAB. 5.15. Porém, tais relações já apresentavam valores próximos de 1,0 mesmo realizando a análise em primeira ordem sem a majoração adicional das ações horizontais por 0,95%, o que pode ser verificado na TAB. 5.14. Assim, pode-se afirmar que, para a força normal nos pilares e para força cortante nas vigas, as análises em primeira ordem realizadas com ou sem a majoração adicional das ações horizontais por 0,95% fornecem praticamente os mesmos resultados.

TABELA 5.15 – Valores médios da relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem obtido com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Edifício</i>	<i>Direção</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
		<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
I	X	1,01	1,15	1,01	1,08
	Y	1,01	1,14	1,02	1,05
II	X	1,01	1,22	1,02	1,29
	Y	1,02	1,12	1,03	1,20
III	X	1,02	1,11	1,02	1,03
	Y	1,02	1,18	1,03	1,24
IV	X = Y	1,03	1,15	1,03	1,18
V	X	1,02	1,14	1,03	1,14
	Y	1,03	1,17	1,00	1,19
VI	X = Y	1,02	1,09	1,03	1,14
VII	X	1,02	1,14	1,04	1,20
	Y	1,03	1,11	1,04	1,13
VIII	X	1,02	1,17	1,03	1,33
	Y	1,02	1,16	1,02	1,17
IX	X	1,01	1,25	1,02	1,28
	Y	1,01	1,19	1,03	1,20
X	X	1,02	1,16	1,01	1,22
	Y	1,02	1,11	1,03	1,16

Ainda na TAB. 5.15, nota-se que, para os momentos fletores nos pilares e nas vigas, as relações médias entre os resultados em segunda e em primeira ordem apresentam-se, de

forma geral, bem distantes de 1,0, chegando a atingir valores bastante significativos, como por exemplo, no caso do edifício IX, direção X (iguais a 1,25 e 1,28 para os pilares e vigas, respectivamente). Vale comentar que as diferenças entre os momentos obtidos nas análises em segunda e em primeira ordem ultrapassam o valor de 10% em 94% dos casos para os pilares e em 83% dos casos para as vigas. Dessa forma, a obtenção dos momentos finais a partir da majoração adicional das ações horizontais por  $0,95\gamma$  não conduz a bons resultados.

Finalmente, pode-se considerar que, para os edifícios estudados neste trabalho, o processo simplificado de avaliação dos esforços finais que utiliza o coeficiente  $\gamma$  como majorador dos momentos de primeira ordem (e não das ações horizontais) fornece resultados bem próximos daqueles obtidos a partir da análise em segunda ordem. Vale ressaltar que, como comentado no item 5.5.2, a majoração da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas pelo coeficiente  $\gamma$  não se faz necessária, uma vez que, para estes esforços, os valores obtidos em primeira e em segunda ordem são praticamente os mesmos.

#### **5.5.4. Estudo da Variação dos Efeitos de Segunda Ordem com a Altura dos Pavimentos nos Edifícios**

No presente item, o método simplificado de avaliação dos esforços finais utilizando o coeficiente  $\gamma$  é estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Este estudo é realizado considerando o processo de majoração que forneceu resultados mais próximos daqueles obtidos a partir da análise em segunda ordem, conforme os itens 5.5.2 e 5.5.3. Assim, o coeficiente  $\gamma$  é considerado majorador dos momentos de primeira ordem, para a determinação dos momentos finais, partindo-se do princípio que a força normal nos pilares e a força cortante nas vigas são obtidas diretamente da análise em primeira ordem.

O estudo a ser realizado baseia-se na comparação, para cada pavimento da estrutura, entre os acréscimos sofridos pelos momentos de primeira ordem, quando considerados os efeitos

de segunda ordem, e os acréscimos previstos pelo coeficiente  $\gamma_z$ . Assim, são novamente considerados os dados representados nas 3ª e 5ª colunas das TAB. B.1 a B.18 do Apêndice B, que correspondem à relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem (para os pilares e vigas, respectivamente), ao longo da altura de todos os edifícios, para as direções  $X$  e  $Y$ . Esta relação entre os momentos pode ser denominada de majorador dos momentos de primeira ordem, “ $\gamma$ ”, uma vez que, como já comentado no item 5.5.2, representa o valor pelo qual os momentos de primeira ordem devem ser multiplicados para que se obtenham os momentos finais, que incluem os de segunda ordem. Na situação ideal, na qual a majoração dos momentos de primeira ordem por  $\gamma_z$  fornece os momentos finais com 100% de precisão, os valores de  $\gamma$  e  $\gamma_z$  devem coincidir para todos os pavimentos dos edifícios, isto é,  $\gamma/\gamma_z = 1$  ao longo de toda a altura.

Tendo em vista as considerações apresentadas, foram construídos os gráficos mostrados nas FIG. 5.13 e 5.14, que representam a variação da razão  $\gamma/\gamma_z$  ao longo da altura de todos os edifícios, em ambas as direções, para os pilares e vigas, respectivamente. Nestes gráficos, o eixo das abscissas corresponde à relação  $y/h$ , onde  $y$  representa a altura do pavimento considerado e  $h$  é a altura total da estrutura.

Verifica-se nas FIG. 5.13 e 5.14 que a maior parte dos valores de  $\gamma/\gamma_z$  parece estar situada entre, aproximadamente, 0,90 e 1,10, tanto no caso dos pilares quanto no caso das vigas. Constata-se também que não é possível estabelecer uma tendência de variação de  $\gamma/\gamma_z$  ao longo do comprimento de  $y/h$  a partir da simples observação das FIG. 5.13 e 5.14. Assim, para uma melhor avaliação dos resultados obtidos, será realizada uma análise estatística, utilizando o “software” MINITAB-14.

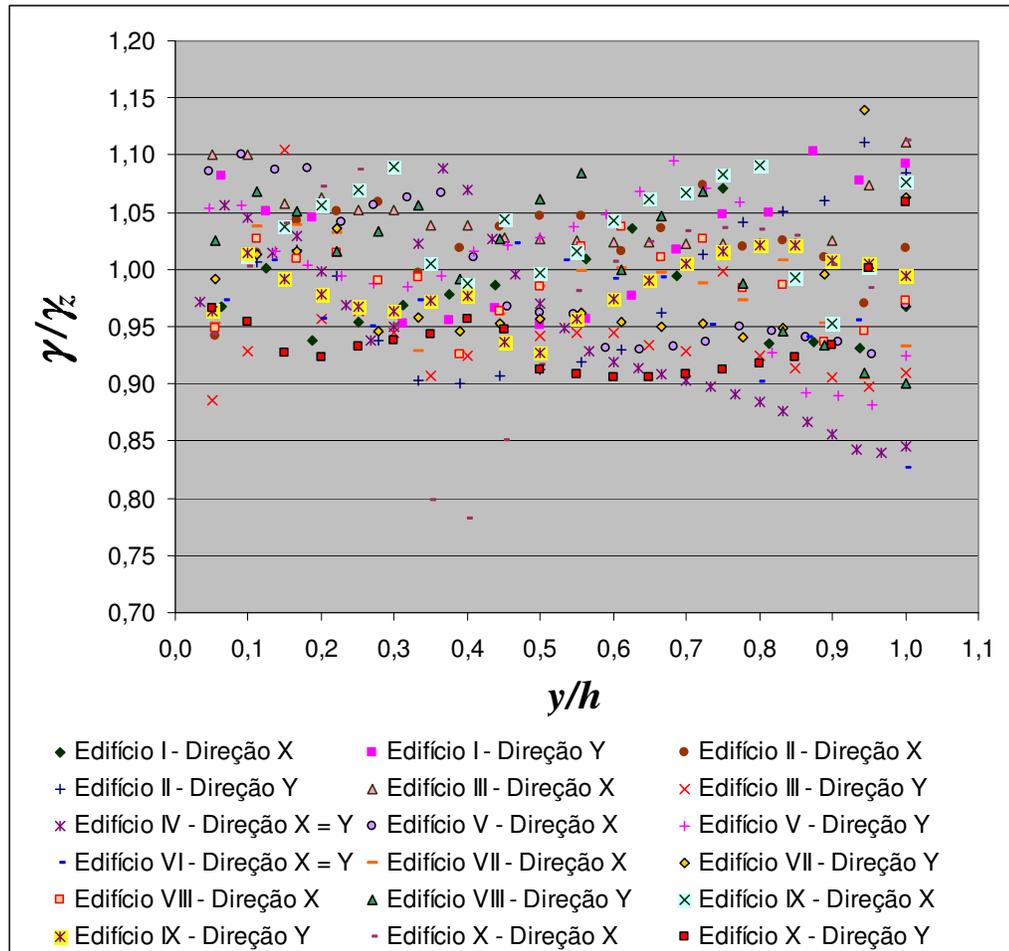


FIGURA 5.13 – Variação da razão  $\gamma/\gamma_z$  ao longo da altura dos edifícios, em ambas as direções, para os pilares.

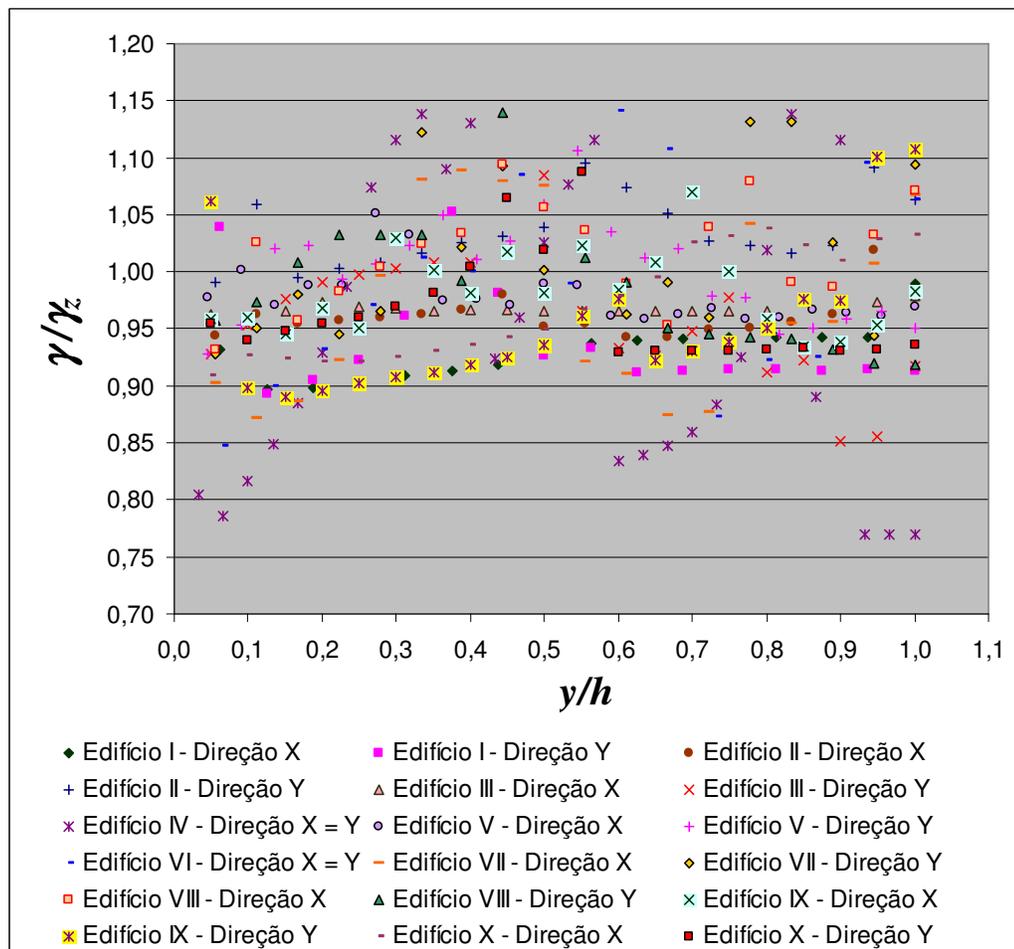


FIGURA 5.14 – Variação da razão  $\gamma/\gamma_z$  ao longo da altura dos edifícios, em ambas as direções, para as vigas.

### a) Análise Descritiva

Inicialmente são calculadas as medidas de tendência central (média e mediana) e de variabilidade (desvio padrão, coeficiente de variação, mínimo e máximo) para a variável envolvida no estudo, a relação  $\gamma/\gamma_z$ . Os resultados obtidos encontram-se na TAB. 5.16. Para visualizar graficamente a distribuição da variável  $\gamma/\gamma_z$  são construídos os histogramas apresentados nas FIG. 5.15 e 5.16, correspondentes aos pilares e vigas, respectivamente.

Nota-se na TAB. 5.16 que a relação  $\gamma/\gamma_z$  varia de 0,77 (ou 0,78) a 1,14, sendo a média obtida inferior a 1,0, tanto para os pilares quanto para as vigas. Verifica-se também que aproximadamente 50% dos valores de  $\gamma/\gamma_z$  são menores que 0,990 no caso dos pilares e 0,970 no caso das vigas. Além disso, pode-se considerar pequena a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$ , uma vez que os coeficientes de variação obtidos encontram-se entre 6% e 7%. Vale comentar que o coeficiente de variação é uma medida que expressa a variabilidade em termos relativos, comparando o desvio padrão com a média, e pode ser considerado pequeno quando não ultrapassa 30%.

TABELA 5.16 – Medidas descritivas básicas para a variável  $\gamma/\gamma_z$

<i>Variável</i>	<i>Tamanho da Amostra (n)</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Coefficiente de Variação (%)</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Mediana</i>	<i>Máximo</i>
$\gamma/\gamma_z$ Pilares	349	0,988	0,060	6,120	0,780	0,990	1,140
$\gamma/\gamma_z$ Vigas	349	0,975	0,065	6,720	0,770	0,970	1,140

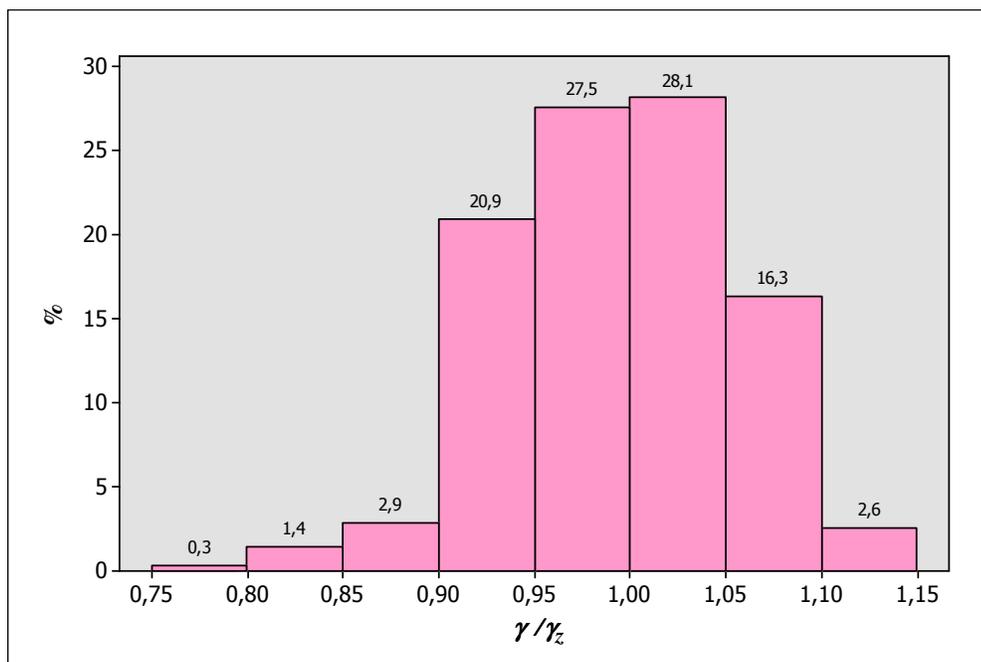


FIGURA 5.15 – Histograma para a variável  $\gamma/\gamma_z$ , correspondente aos pilares.

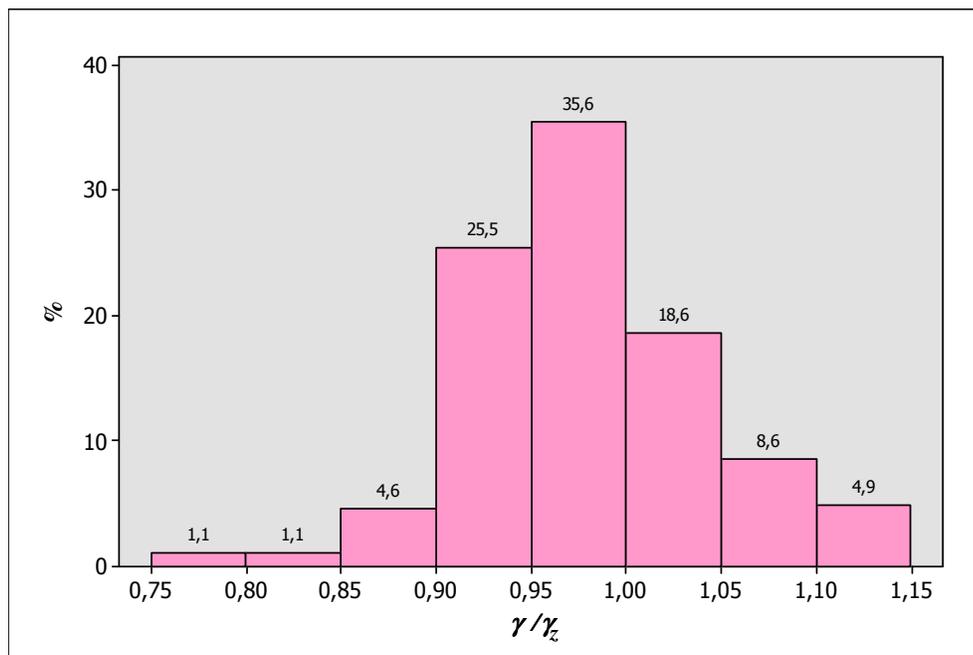


FIGURA 5.16 – Histograma para a variável  $\gamma/\gamma_z$ , correspondente às vigas.

Observando os histogramas das FIG. 5.15 e 5.16, verifica-se que a razão  $\gamma/\gamma_z$  apresenta valor inferior a 1,05 em 81% dos casos para os pilares e em 87% dos casos para as vigas. Isto significa que, para a maior parte das situações, a majoração dos momentos em primeira ordem por  $\gamma_z$  forneceria um erro máximo contra a segurança inferior a 5%. Constata-se também que, no caso dos pilares, as frequências são maiores para valores de  $\gamma/\gamma_z$  situados entre 0,95 e 1,05. Para as vigas, a frequência é mais alta no intervalo  $0,95 \leq \gamma/\gamma_z < 1,00$ . Ressalta-se ainda que apenas cerca de 7% dos valores de  $\gamma/\gamma_z$  no caso dos pilares e 12% no caso das vigas encontram-se fora do intervalo  $0,90 \leq \gamma/\gamma_z < 1,10$ .

Com o objetivo de comparar a distribuição da variável  $\gamma/\gamma_z$  para cada edifício analisado, foram construídos os gráficos do tipo *boxplot* mostrados nas FIG. 5.17 e 5.18, correspondentes aos pilares e vigas, respectivamente. Vale comentar que, nestes gráficos, o segmento horizontal localizado no interior do retângulo representa a mediana, o círculo representa a média e os asteriscos correspondem às observações discrepantes, denominadas “outliers”.

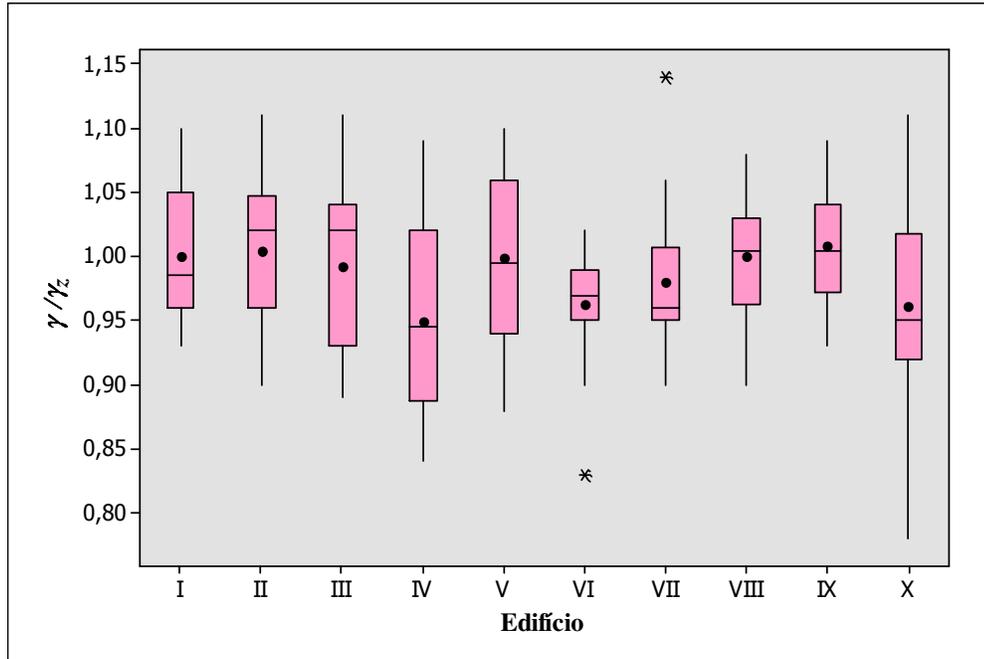


FIGURA 5.17 – *Boxplot* para a variável  $\gamma/\gamma_z$  estratificado por edifício analisado, correspondente aos pilares.

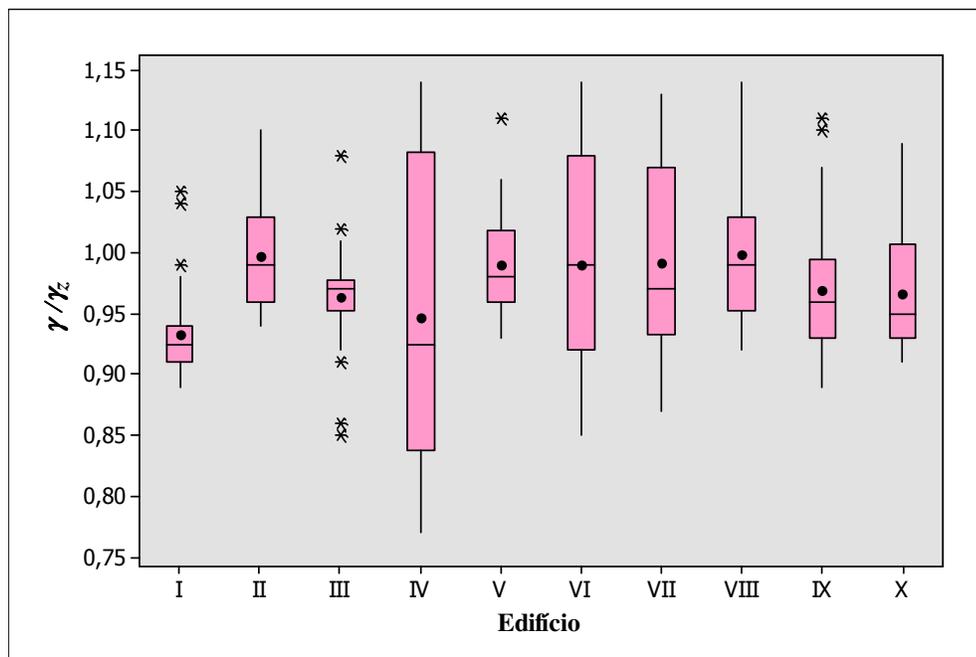


FIGURA 5.18 – *Boxplot* para a variável  $\gamma/\gamma_z$  estratificado por edifício analisado, correspondente às vigas.

Observando o *boxplot* da FIG. 5.17 nota-se que, para os pilares, os valores mínimos da relação  $\gamma/\gamma_c$  encontram-se, em 70% dos edifícios analisados, entre 0,88 e 0,93. Por outro lado, os resultados máximos obtidos estão situados, em 80% dos edifícios estudados, entre 1,08 e 1,11. Verifica-se também que, em todos os edifícios, pelo menos 75% dos resultados mostram-se inferiores a 1,06. As medidas de tendência central, média e mediana, apresentam valores diferenciados para cada estrutura, e variam entre 0,95 e 1,01 (média) e entre 0,95 e 1,02 (mediana). Além disso, os edifícios IV e X apresentam resultados com as maiores variabilidades, e constata-se a presença de observações não condizentes com as demais, ou “outliers”, apenas para os edifícios VI e VII, correspondentes a valores de  $\gamma/\gamma_c$  iguais a 0,83 e 1,14, respectivamente.

Analisando o *boxplot* da FIG. 5.18, referente às vigas, observa-se que, de forma semelhante a que ocorre no caso dos pilares, em 70% dos edifícios analisados, os valores mínimos da relação  $\gamma/\gamma_c$  estão situados entre 0,87 e 0,94. Os resultados máximos obtidos são, em geral, um pouco superiores àqueles encontrados para os pilares, variando entre 1,09 e 1,14 em 80% dos edifícios estudados. É importante comentar que pelo menos 75% dos resultados mostram-se inferiores a 1,03, para a maior parte das estruturas (70%), e a 1,08, para os edifícios IV, VI e VII. A média varia entre 0,93 e 1,00, e a mediana, entre 0,93 e 0,99. Constata-se ainda que a variabilidade dos resultados obtidos para o edifício IV é bem maior que aquelas observadas para os demais edifícios. Finalmente, verifica-se a presença de “outliers” para os edifícios I, III, V e IX. Vale ressaltar que 64% dos “outliers” correspondem a valores de  $\gamma/\gamma_c$  superiores a 1,00.

Buscando avaliar se a relação  $\gamma/\gamma_c$  varia significativamente de acordo com o edifício, ou se os resultados obtidos para os diversos edifícios poderiam ser considerados semelhantes, foi realizado o teste de Kruskal-Wallis, usualmente empregado para a comparação de três ou mais grupos. Assim, inicialmente, devem ser definidas duas hipóteses, as denominadas hipóteses nula e alternativa. A hipótese nula ( $H_0$ ) estabelece que os diversos grupos não diferem significativamente enquanto que, segundo a hipótese alternativa ( $H_1$ ), existem diferenças significativas entre alguns ou todos os grupos.

O teste de Kruskal-Wallis envolve a determinação de uma estatística,  $H$ , que deve ser comparada com um valor crítico tabelado. Com base nesta comparação, pode-se decidir entre rejeitar ou não a hipótese nula.

A estatística  $H$  pode ser calculada como:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^a \frac{R_{iT}^2}{n_i} - 3(N+1) \quad (5.16)$$

onde:

- $N$  é o número total de observações;
- $a$  é o número de amostras;
- $n_i$  representa o número de observações da amostra  $i$ ;
- $R_{iT}$  é o total dos postos da amostra  $i$ . Para o cálculo de  $R_{iT}$ , deve-se ordenar todas as  $N$  observações, da menor para a maior, e atribuir à menor observação o posto 1, à próxima menor o posto 2, e assim sucessivamente, até que seja atribuído à maior observação o posto  $N$ . Finalmente, o valor de  $R_{iT}$  é então obtido somando-se os postos relativos à amostra  $i$ .

A hipótese nula deverá ser rejeitada se:

$$H \geq \chi_{\alpha, a-1}^2 \quad (5.17)$$

sendo  $\chi_{\alpha, a-1}^2$  o valor crítico tabelado [podendo ser encontrado, por exemplo, em WERKEMA e AGUIAR (1996a)], correspondente à um determinado nível de significância  $\alpha$  e com  $a-1$  graus de liberdade. O nível de significância  $\alpha$  representa a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela for verdadeira. Portanto, quanto menor for o valor de  $\alpha$ , maior será a confiança na decisão de rejeitar  $H_0$ . Convencionalmente (e neste trabalho) adota-se  $\alpha = 0,05$ , o que significa que há uma probabilidade de rejeitar erroneamente  $H_0$

igual a 5%. Vale mencionar que, em diversas situações, torna-se conveniente realizar um teste de hipóteses por meio da comparação entre o nível de significância  $\alpha$  e o denominado valor  $p$ , que indica o “peso” da evidência contra  $H_0$ . Assim, se  $p$  for pequeno, existe uma forte evidência para se rejeitar a hipótese nula. De forma geral, pode-se escrever:

- $p < \alpha \Rightarrow$  rejeita-se  $H_0$ ;
- $p \geq \alpha \Rightarrow$  não rejeita-se  $H_0$ .

O valor  $p$  pode ser obtido através de tabelas, ou, nos casos mais complexos, utilizando programas estatísticos. Maiores detalhes relativos à obtenção de  $p$  podem ser encontrados em MONTGOMERY e RUNGER (2003) e LEVIN (1987).

Na TAB. 5.17 estão apresentados os resultados do teste de Kruskal-Wallis para os pilares e vigas. Observa-se que as estatísticas  $H$  mostram-se superiores aos valores críticos  $\chi^2_{0,05,9}$  e, portanto, deve-se rejeitar a hipótese nula  $H_0$  em favor da hipótese alternativa  $H_1$ . Dessa forma é possível concluir que, tanto para os pilares quanto para as vigas, existem diferenças significativas no valor obtido para a relação  $\gamma/\gamma_c$  de acordo com o edifício analisado. Pode-se chegar a esta mesma conclusão notando que  $p$  é inferior ao nível de significância  $\alpha = 0,05$ .

TABELA 5.17 – Resultados do teste de Kruskal-Wallis para os pilares e vigas (verificação de diferenças por edifícios)

<i>Item</i>	<i>Pilares</i>	<i>Vigas</i>
$H$	30,005	48,386
$\chi^2_{0,05,9}$	16,92	16,92
$p$	0,000	0,000
$\alpha$	0,05	0,05
Conclusão	Rejeita-se $H_0$	Rejeita-se $H_0$

No entanto, o teste não indica quais edifícios são diferentes entre si. Sendo assim, os grupos são comparados aos pares por meio do teste de Mann-Whitney. Neste teste, a hipótese nula ( $H_0$ ) estabelece que não existem diferenças significativas entre dois grupos enquanto que, segundo a hipótese alternativa ( $H_1$ ), os grupos diferem significativamente.

No caso de amostras com tamanhos superiores a oito, a hipótese nula será rejeitada se:

$$|z_0| > z_{\alpha/2} \quad (5.18)$$

sendo  $z_0$  a estatística a ser comparada com o valor crítico tabelado  $z_{\alpha/2}$ , encontrado em WERKEMA *et al.* (1996), MONTGOMERY e RUNGER (2003) e LEVIN (1987), entre outros.

Pode-se calcular  $z_0$  por meio da seguinte expressão:

$$z_0 = \frac{w_1 - \mu_{w1}}{\sigma_{w1}} \quad (5.19)$$

onde:

- $w_1$  é a soma dos postos na amostra menor;
- $\mu_{w1}$  é a média da distribuição de  $w_1$ , dada por:

$$\mu_{w1} = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} \quad (5.20)$$

sendo  $n_1$  e  $n_2$  os números de observações das amostras menor e maior, respectivamente;

- $\sigma_{w1}$  é o desvio padrão da distribuição de  $w_1$ , definido como:

$$\sigma_{w1} = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} \quad (5.21)$$

Os resultados do teste de Mann-Whitney, para todos os pares de edifícios, estão apresentados nas TAB. 5.18 (correspondente aos pilares) e 5.19 (correspondente às vigas). Nestas tabelas, observa-se, por meio da comparação entre os valores de  $|z_0|$  e de  $z_{0,025}$  (ou entre  $p$  e  $\alpha$ ) que, tanto para os pilares quanto para as vigas, a hipótese nula não é rejeitada em 62% dos casos. Isto significa que a maior parte dos pares comparados não apresenta diferenças significativas com relação ao valor de  $\gamma/\gamma_z$  obtido.

É interessante também estudar a distribuição da variável  $\gamma/\gamma_z$  levando em conta a possível simetria da estrutura e da direção considerada. Assim, foram construídos os *boxplots* das FIG. 5.19, 5.21 (correspondentes aos pilares) e das FIG. 5.20 e 5.22 (correspondentes às vigas). Nos gráficos da FIG. 5.19 e 5.20 o grupo das estruturas “simétricas” é constituído pelos edifícios I, IV, VI e X (apenas os duplamente simétricos), sendo os demais edifícios pertencentes ao grupo das estruturas “não simétricas”, conforme mostra a TAB. 5.20. Os *boxplots* apresentados nas FIG. 5.21 e 5.22 foram construídos utilizando os dados da TAB. 5.21, na qual as direções correspondentes a todos os edifícios são classificadas como sendo ou não simétricas. Dessa forma, uma estrutura “não simétrica”, isto é, que não possui dupla simetria, pode apresentar alguma direção simétrica, como é o caso do edifício V.

Nota-se no *boxplot* da FIG. 5.19 que, para os pilares, a relação  $\gamma/\gamma_z$  varia entre 0,78 e 1,11, no caso das estruturas “simétricas”, e entre 0,88 e 1,14, considerando as estruturas “não simétricas”. Observa-se também que as estruturas “não simétricas” apresentam maiores média e mediana que as “simétricas” e estas, por sua vez, possuem resultados com maior variabilidade. Vale ressaltar que nos edifícios duplamente simétricos, 75% dos resultados mostram-se inferiores a 1,02; este valor aumenta para 1,04 no caso das estruturas “não simétricas”. Constata-se ainda a presença de um “outlier” para as estruturas “simétricas”, correspondente a  $\gamma/\gamma_z = 0,78$ .

TABELA 5.18 – Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares  
(verificação de diferenças por edifícios)

<i>Edifícios</i>	$ z_0 $	$z_{0,025}$	$p$	$\alpha$	<i>Conclusão</i>
I x II	0,456	1,96	0,653	0,05	Não rejeita-se $H_0$
I x III	0,801	1,96	0,427	0,05	Não rejeita-se $H_0$
I x IV	2,774	1,96	0,005	0,05	Rejeita-se $H_0$
I x V	0,116	1,96	0,910	0,05	Não rejeita-se $H_0$
I x VI	1,695	1,96	0,091	0,05	Não rejeita-se $H_0$
I x VII	1,734	1,96	0,083	0,05	Não rejeita-se $H_0$
I x VIII	0,277	1,96	0,785	0,05	Não rejeita-se $H_0$
I x IX	1,034	1,96	0,305	0,05	Não rejeita-se $H_0$
I x X	2,702	1,96	0,006	0,05	Rejeita-se $H_0$
II x III	0,715	1,96	0,478	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x IV	2,954	1,96	0,003	0,05	Rejeita-se $H_0$
II x V	0,174	1,96	0,864	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x VI	2,550	1,96	0,010	0,05	Rejeita-se $H_0$
II x VII	2,247	1,96	0,024	0,05	Rejeita-se $H_0$
II x VIII	0,514	1,96	0,612	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x IX	0,177	1,96	0,862	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x X	2,663	1,96	0,007	0,05	Rejeita-se $H_0$
III x IV	2,337	1,96	0,019	0,05	Rejeita-se $H_0$
III x V	0,646	1,96	0,521	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x VI	1,307	1,96	0,195	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x VII	0,579	1,96	0,566	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x VIII	0,568	1,96	0,574	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x IX	0,969	1,96	0,336	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x X	1,664	1,96	0,097	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x V	2,789	1,96	0,005	0,05	Rejeita-se $H_0$
IV x VI	0,687	1,96	0,500	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x VII	1,815	1,96	0,070	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x VIII	2,786	1,96	0,004	0,05	Rejeita-se $H_0$
IV x IX	3,322	1,96	0,001	0,05	Rejeita-se $H_0$
IV x X	0,915	1,96	0,364	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x VI	1,640	1,96	0,102	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x VII	1,372	1,96	0,172	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x VIII	0,010	1,96	0,994	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x IX	0,664	1,96	0,510	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x X	2,480	1,96	0,013	0,05	Rejeita-se $H_0$
VI x VII	0,396	1,96	0,699	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VI x VIII	2,314	1,96	0,020	0,05	Rejeita-se $H_0$
VI x IX	2,866	1,96	0,003	0,05	Rejeita-se $H_0$
VI x X	0,435	1,96	0,670	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VII x VIII	2,007	1,96	0,045	0,05	Rejeita-se $H_0$
VII x IX	2,975	1,96	0,003	0,05	Rejeita-se $H_0$
VII x X	1,566	1,96	0,118	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VIII x IX	0,516	1,96	0,609	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VIII x X	2,663	1,96	0,007	0,05	Rejeita-se $H_0$
IX x X	3,373	1,96	0,001	0,05	Rejeita-se $H_0$

TABELA 5.19 – Resultados do teste de Mann-Whitney para as vigas  
(verificação de diferenças por edifícios)

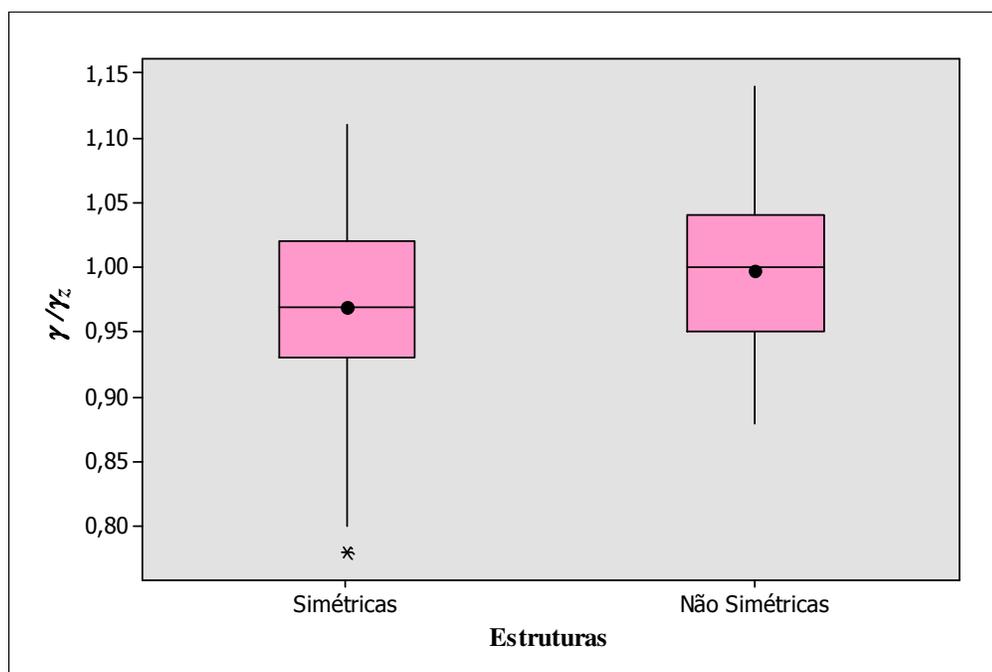
<i>Edifícios</i>	$ z_0 $	$z_{0,025}$	<i>p</i>	$\alpha$	<i>Conclusão</i>
I x II	5,681	1,96	0,000	0,05	Rejeita-se $H_0$
I x III	4,152	1,96	0,000	0,05	Rejeita-se $H_0$
I x IV	0,325	1,96	0,750	0,05	Não rejeita-se $H_0$
I x V	5,843	1,96	0,000	0,05	Rejeita-se $H_0$
I x VI	2,103	1,96	0,035	0,05	Rejeita-se $H_0$
I x VII	3,520	1,96	0,000	0,05	Rejeita-se $H_0$
I x VIII	5,260	1,96	0,000	0,05	Rejeita-se $H_0$
I x IX	3,339	1,96	0,001	0,05	Rejeita-se $H_0$
I x X	3,608	1,96	0,000	0,05	Rejeita-se $H_0$
II x III	2,371	1,96	0,017	0,05	Rejeita-se $H_0$
II x IV	1,831	1,96	0,067	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x V	0,408	1,96	0,686	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x VI	0,497	1,96	0,626	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x VII	0,616	1,96	0,542	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x VIII	0,090	1,96	0,931	0,05	Não rejeita-se $H_0$
II x IX	2,673	1,96	0,007	0,05	Rejeita-se $H_0$
II x X	3,227	1,96	0,001	0,05	Rejeita-se $H_0$
III x IV	1,118	1,96	0,267	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x V	2,465	1,96	0,013	0,05	Rejeita-se $H_0$
III x VI	0,905	1,96	0,372	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x VII	0,890	1,96	0,377	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x VIII	2,894	1,96	0,003	0,05	Rejeita-se $H_0$
III x IX	0,305	1,96	0,763	0,05	Não rejeita-se $H_0$
III x X	0,724	1,96	0,473	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x V	1,737	1,96	0,083	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x VI	1,217	1,96	0,229	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x VII	1,656	1,96	0,099	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x VIII	1,889	1,96	0,059	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x IX	1,188	1,96	0,238	0,05	Não rejeita-se $H_0$
IV x X	1,197	1,96	0,234	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x VI	0,157	1,96	0,880	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x VII	0,485	1,96	0,631	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x VIII	0,810	1,96	0,421	0,05	Não rejeita-se $H_0$
V x IX	2,562	1,96	0,010	0,05	Rejeita-se $H_0$
V x X	3,007	1,96	0,002	0,05	Rejeita-se $H_0$
VI x VII	0,052	1,96	0,963	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VI x VIII	0,497	1,96	0,626	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VI x IX	0,701	1,96	0,490	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VI x X	0,647	1,96	0,525	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VII x VIII	0,643	1,96	0,524	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VII x IX	1,204	1,96	0,231	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VII x X	1,440	1,96	0,151	0,05	Não rejeita-se $H_0$
VIII x IX	2,701	1,96	0,006	0,05	Rejeita-se $H_0$
VIII x X	2,874	1,96	0,004	0,05	Rejeita-se $H_0$
IX x X	0,212	1,96	0,835	0,05	Não rejeita-se $H_0$

TABELA 5.20 – Classificação das estruturas: “simétricas” e “não simétricas”

<i>Estruturas “Simétricas”</i>	<i>Estruturas “Não Simétricas”</i>
Edifício I	Edifício II
Edifício IV	Edifício III
Edifício VI	Edifício V
Edifício X	Edifício VII
-	Edifício VIII
-	Edifício IX

TABELA 5.21 – Classificação das direções: “simétricas” e “não simétricas”

<i>Direções “Simétricas”</i>	<i>Direções “Não Simétricas”</i>
Edifício I - Direção X	Edifício II - Direção X
Edifício I - Direção Y	Edifício II - Direção Y
Edifício III - Direção Y	Edifício III - Direção X
Edifício IV - Direção X = Y	Edifício V - Direção X
Edifício V - Direção Y	Edifício VII - Direção X
Edifício VI - Direção X = Y	Edifício VII - Direção Y
Edifício VIII - Direção Y	Edifício VIII - Direção X
Edifício X - Direção X	Edifício IX - Direção X
Edifício X - Direção Y	Edifício IX - Direção Y

FIGURA 5.19 – *Boxplot* para a variável  $\gamma/\gamma_z$  estratificado pela simetria das estruturas, correspondente aos pilares.

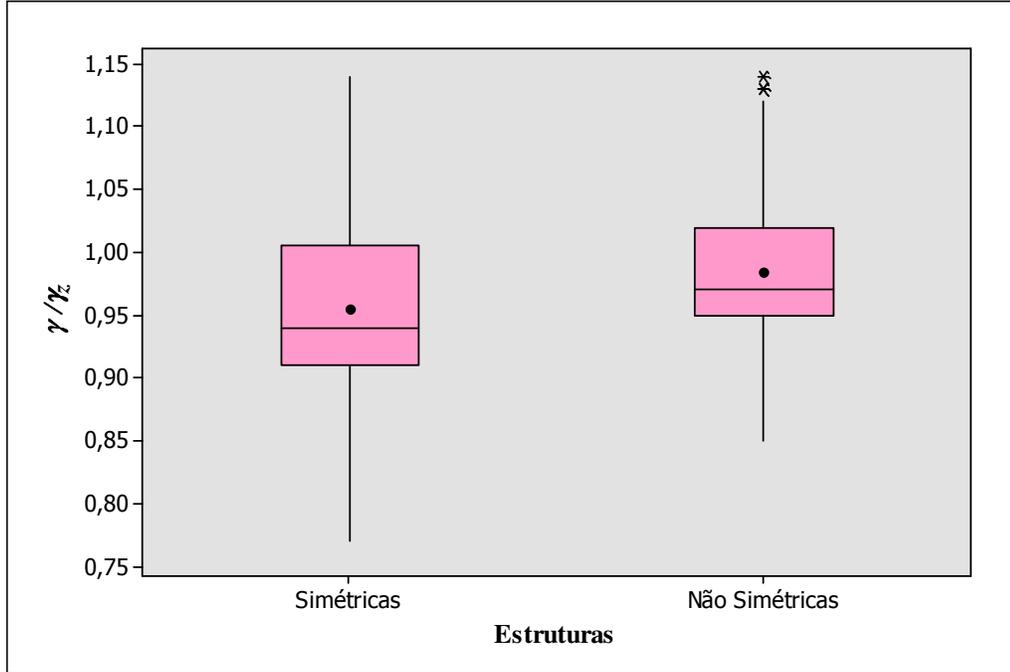


FIGURA 5.20 – *Boxplot* para a variável  $\gamma/\gamma_z$  estratificado pela simetria das estruturas, correspondente às vigas.

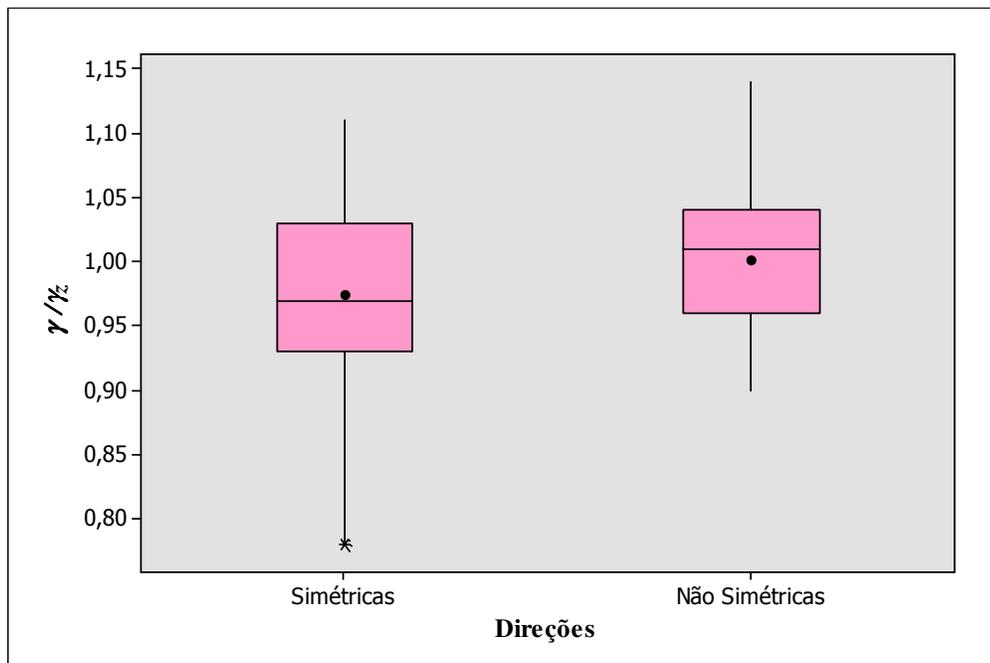


FIGURA 5.21 – *Boxplot* para a variável  $\gamma/\gamma_z$  estratificado pela simetria das direções, correspondente aos pilares.

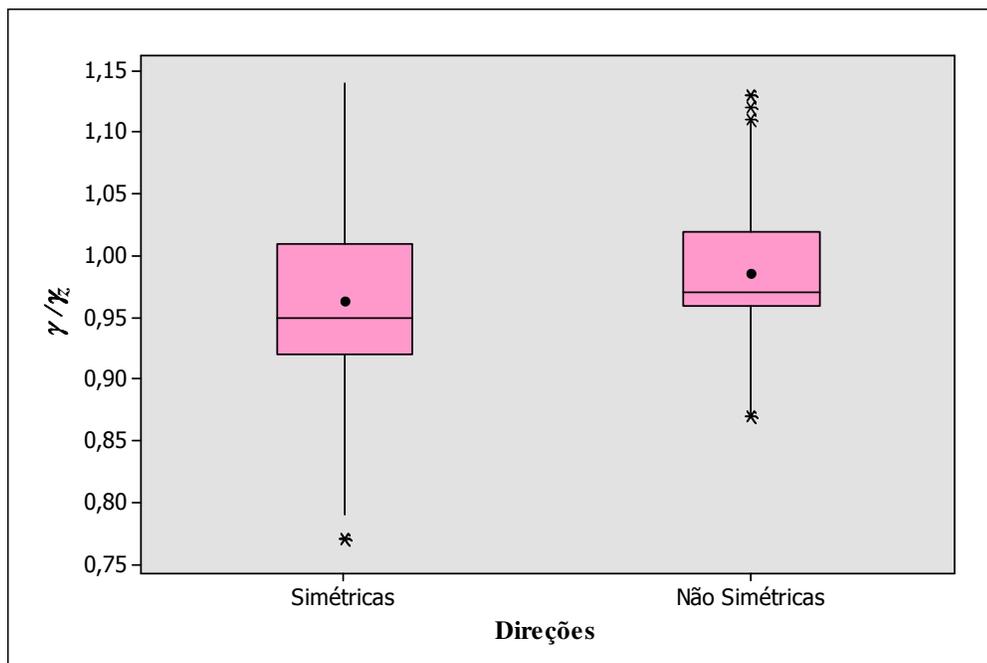


FIGURA 5.22 – *Boxplot* para a variável  $\gamma/\gamma_z$  estratificado pela simetria das direções, correspondente às vigas.

Analisando o *boxplot* da FIG. 5.20, correspondente às vigas, observa-se que os valores obtidos para a relação  $\gamma/\gamma_z$  estão situados entre 0,77 e 1,14, para as estruturas “simétricas”, e entre 0,85 e 1,14, considerando as estruturas “não simétricas”. Verifica-se também que, como ocorre no caso dos pilares, as estruturas “simétricas” apresentam maior variabilidade, porém menores média e mediana que as “não simétricas”. Além disso, em ambos os grupos de edifícios, pelo menos 75% dos resultados mostram-se inferiores a 1,02. Vale comentar que as estruturas “não simétricas” apresentam duas observações discrepantes, correspondentes a valores de  $\gamma/\gamma_z$  iguais a 1,13 e 1,14.

Os *boxplots* representados nas FIG. 5.21 e 5.22 (estratificados pela simetria das direções) mostram-se bastante semelhantes aos das FIG. 5.19 e 5.20 (estratificados pela simetria das estruturas), respectivamente. Assim, pode-se afirmar que, para os pilares (FIG. 5.21), a relação  $\gamma/\gamma_z$  varia entre 0,78 e 1,11, considerando as direções “simétricas”, e entre 0,90 e 1,14, no caso das direções “não simétricas”. As direções “não simétricas” apresentam

maiores média e mediana que as “simétricas” e estas, por sua vez, possuem resultados com maior variabilidade. Ressalta-se que, nas direções “simétricas”, 75% dos resultados mostram-se inferiores a 1,03; no caso das direções “não simétricas” este valor sofre um pequeno aumento, tornando-se igual a 1,04. Finalmente, verifica-se a presença de um “outlier” para as direções “simétricas”, correspondente a  $\gamma/\gamma_z = 0,78$ .

O *boxplot* da FIG. 5.22, referente às vigas, mostra que os valores obtidos para a relação  $\gamma/\gamma_z$  estão situados entre 0,77 e 1,14, para as direções “simétricas”, e entre 0,87 e 1,13, considerando as direções “não simétricas”. Novamente, as direções “simétricas” apresentam maior variabilidade, porém menores média e mediana que as “não simétricas”. Vale ressaltar que, nas duas direções, pelo menos 75% dos resultados mostram-se inferiores a 1,02. Além disso, tanto as direções “simétricas” quanto as “não simétricas” apresentam observações discrepantes, sendo a maior parte delas correspondentes a valores de  $\gamma/\gamma_z$  superiores a 1,10.

Com o objetivo de verificar se existem evidências estatísticas de que as estruturas (ou direções) “simétricas” sejam diferentes das estruturas (ou direções) “não simétricas”, em relação ao valor de  $\gamma/\gamma_z$  obtido, foi realizado o teste de Mann-Whitney. Novamente, a hipótese nula ( $H_0$ ) estabelece que não existem diferenças significativas entre os dois grupos enquanto que, segundo a hipótese alternativa ( $H_1$ ), os grupos diferem significativamente.

Os resultados do teste de Mann-Whitney, para os pilares e vigas, estão apresentados nas TAB. 5.22 (correspondentes aos dois tipos de estruturas) e 5.23 (correspondentes aos dois tipos de direções). Nestas tabelas, verifica-se que os valores de  $|z_0|$  mostram-se superiores aos valores críticos  $z_{0,025}$  e, portanto, a hipótese nula  $H_0$  deve ser rejeitada. Assim, pode-se afirmar que, tanto para os pilares quanto para as vigas, existem diferenças relevantes na variável  $\gamma/\gamma_z$  de acordo com o tipo de estrutura e de direção considerada (“simétricas” ou “não simétricas”), ou seja, a presença ou não de simetria influencia significativamente o

valor de  $\gamma/\gamma_z$ . Vale ressaltar que é possível chegar a esta mesma conclusão notando que, em todos os casos,  $p$  é inferior ao nível de significância  $\alpha = 0,05$ .

TABELA 5.22 – Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares e vigas (verificação de diferenças por estruturas: “simétricas” x “não simétricas”)

<i>Item</i>	<i>Pilares</i>	<i>Vigas</i>
$ z_0 $	3,690	4,817
$z_{0,025}$	1,96	1,96
$p$	0,000	0,000
$\alpha$	0,05	0,05
Conclusão	Rejeita-se $H_0$	Rejeita-se $H_0$

TABELA 5.23 – Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares e vigas (verificação de diferenças por direções: “simétricas” x “não simétricas”)

<i>Item</i>	<i>Pilares</i>	<i>Vigas</i>
$ z_0 $	4,036	3,651
$z_{0,025}$	1,96	1,96
$p$	0,000	0,000
$\alpha$	0,05	0,05
Conclusão	Rejeita-se $H_0$	Rejeita-se $H_0$

A distribuição da variável  $\gamma/\gamma_z$  foi também avaliada levando em conta os valores de  $\gamma_z$  obtidos para cada direção dos edifícios. Dessa forma, os gráficos foram construídos considerando três intervalos de variação do coeficiente  $\gamma_z$ , conforme mostra a TAB. 5.24. Nas FIG. 5.23 e 5.24 estão apresentados os *boxplots* correspondentes aos pilares e vigas, respectivamente.

Na FIG. 5.23 nota-se que, para os pilares, a relação  $\gamma/\gamma_z$  varia entre aproximadamente 0,90 e 1,14 no intervalo 1, 0,83 e 1,09 no intervalo 2 e 0,78 e 1,11 no intervalo 3. Verifica-se também que a mediana gira em torno de 1,00 para os três intervalos; a média, por sua vez, apresenta valores bastante próximos nos intervalos 2 e 3, e ligeiramente inferiores ao valor observado para o 1º intervalo. É importante comentar que os resultados apresentam maior

variabilidade no caso em que  $\gamma_z \geq 1,3$ . Ressalta-se ainda que 75% das observações mostram-se inferiores a 1,05, 1,02 e 1,03 nos intervalos 1, 2 e 3, respectivamente. Além disso, constata-se a presença de um “outlier” para o 3º intervalo, correspondente a  $\gamma/\gamma_z = 0,78$ .

TABELA 5.24 – Classificação dos edifícios e direções segundo os valores de  $\gamma_z$  obtidos

<i>Intervalo de Variação de <math>\gamma_z</math></i>		
<i>Intervalo 1: <math>\gamma_z &lt; 1,2</math></i>	<i>Intervalo 2: <math>1,2 \leq \gamma_z &lt; 1,3</math></i>	<i>Intervalo 3: <math>\gamma_z \geq 1,3</math></i>
Edifício I - Direção X	Edifício V - Direção Y	Edifício II - Direção X
Edifício I - Direção Y	Edifício VI - Direção X = Y	Edifício III - Direção Y
Edifício II - Direção Y	Edifício VII - Direção X	Edifício IV - Direção X = Y
Edifício III - Direção X	Edifício VIII - Direção Y	Edifício VIII - Direção X
Edifício V - Direção X	Edifício IX - Direção Y	Edifício IX - Direção X
Edifício VII - Direção Y	Edifício X - Direção Y	Edifício X - Direção X

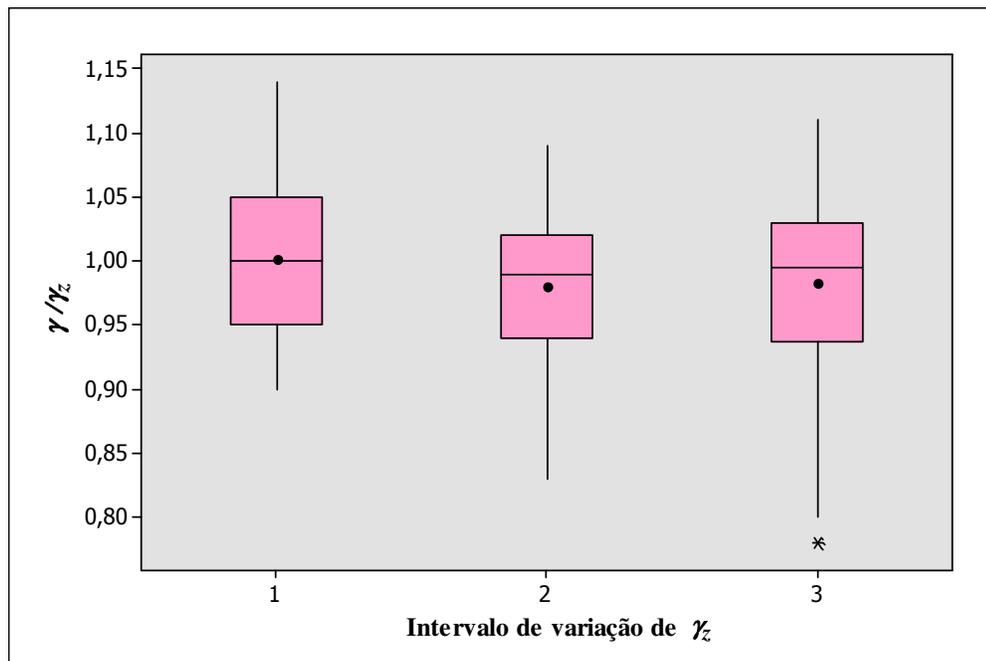


FIGURA 5.23 – *Boxplot* para a variável  $\gamma/\gamma_z$  estratificado por intervalo de variação de  $\gamma_z$ , correspondente aos pilares.

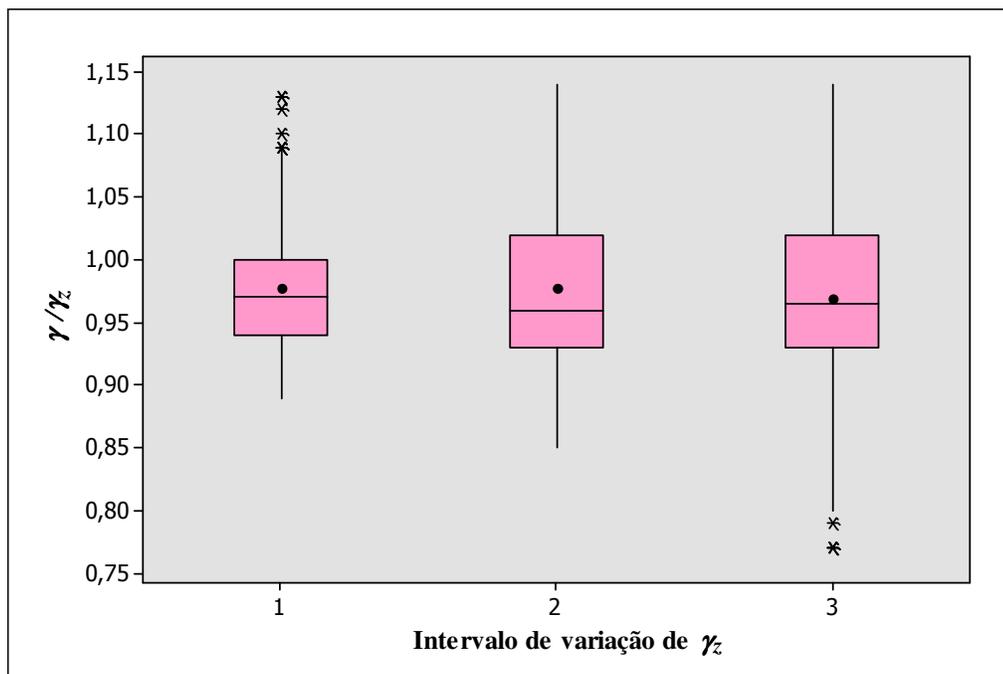


FIGURA 5.24 – *Boxplot* para a variável  $\gamma/\gamma_z$  estratificado por intervalo de variação de  $\gamma_z$ , correspondente às vigas.

Analisando o *boxplot* da FIG. 5.24, correspondente às vigas, observa-se que os valores obtidos para a relação  $\gamma/\gamma_z$  estão situados entre 0,89 e 1,13, no caso em que  $\gamma_z < 1,2$ , 0,85 e 1,14, quando  $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$  e 0,77 e 1,14, para a situação na qual  $\gamma_z \geq 1,3$ . Em todos os intervalos, a mediana gira em torno de 0,97. Por outro lado, nota-se que os valores médios obtidos para os intervalos 1 e 2 são praticamente iguais, e um pouco superiores ao valor observado para o intervalo 3. Constata-se também que, como ocorre no caso dos pilares, o 3º intervalo apresenta resultados com maior variabilidade. Vale comentar que, nos três intervalos, pelo menos 75% das observações mostram-se inferiores a 1,02. Finalmente, verifica-se a presença de observações discrepantes nos intervalos 1 (correspondentes a valores de  $\gamma/\gamma_z$  iguais ou superiores a 1,09) e 3 (correspondentes a valores de  $\gamma/\gamma_z$  iguais a 0,77 e 0,79).

O teste de Kruskal-Wallis foi novamente empregado para verificar se a relação  $\gamma/\gamma_z$  varia significativamente de acordo com o intervalo considerado, ou se os resultados obtidos para

os três intervalos poderiam ser considerados semelhantes. Assim, segundo a hipótese nula ( $H_0$ ), os três grupos não diferem significativamente, enquanto que a hipótese alternativa ( $H_1$ ) estabelece que existem diferenças significativas entre alguns ou todos os grupos.

Na TAB. 5.25 estão apresentados os resultados do teste de Kruskal-Wallis para os pilares e vigas. Observa-se que, no caso das vigas, a estatística  $H$  mostra-se inferior a  $\chi_{0,05,2}^2$  (e  $p > \alpha$ ) e, portanto, pode-se afirmar que não há diferença significativa entre os três intervalos com relação ao valor obtido para a razão  $\gamma/\gamma_z$  (a hipótese nula não é rejeitada). Para os pilares,  $H > \chi_{0,05,2}^2$  (e  $p < \alpha$ ), e, dessa forma, é possível concluir que existem diferenças relevantes no valor de  $\gamma/\gamma_z$ , de acordo com o intervalo considerado (rejeita-se  $H_0$ ). No entanto, uma vez que o teste não indica quais intervalos são diferentes entre si, os grupos são comparados aos pares por meio do teste de Mann-Whitney. Os resultados obtidos encontram-se na TAB. 5.26. Nesta tabela, observa-se, por meio da comparação entre os valores de  $|z_0|$  e de  $z_{0,025}$  (ou entre  $p$  e  $\alpha$ ), que existem diferenças significativas para  $\gamma/\gamma_z$  apenas entre os intervalos 1 e 2, sendo o 3º intervalo semelhante aos outros dois. Assim, os resultados correspondentes à situação na qual  $\gamma_z \geq 1,3$  podem ser considerados intermediários entre aqueles obtidos para os casos em que  $\gamma_z < 1,2$  e  $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$ .

TABELA 5.25 – Resultados do teste de Kruskal-Wallis para os pilares e vigas (verificação de diferenças por intervalos de variação de  $\gamma_z$ )

<i>Item</i>	<i>Pilares</i>	<i>Vigas</i>
$H$	7,477	0,393
$\chi_{0,05,2}^2$	5,99	5,99
$p$	0,024	0,822
$\alpha$	0,05	0,05
Conclusão	Rejeita-se $H_0$	Não rejeita-se $H_0$

TABELA 5.26 – Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares  
(verificação de diferenças por intervalos de variação de  $\gamma$ )

<i>Intervalos</i>	$ z_0 $	$z_{0,025}$	<i>p</i>	$\alpha$	<i>Conclusão</i>
1 x 2	2,655	1,96	0,008	0,05	Rejeita-se $H_0$
1 x 3	1,931	1,96	0,053	0,05	Não rejeita-se $H_0$
2 x 3	0,805	1,96	0,422	0,05	Não rejeita-se $H_0$

### b) Análise de Correlação

Nesta etapa, é avaliada a correlação entre as variáveis envolvidas no estudo, as relações  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$ .

Segundo LEVIN (1987), na maior parte dos casos, os pesquisadores buscam estabelecer correlações lineares entre as variáveis. Dessa forma, usualmente o grau de correlação entre duas variáveis quantitativas  $X$  e  $Y$  é medido através do coeficiente de correlação linear de Pearson, que oscila entre -1,00 e +1,00. Se positivo, as duas variáveis apresentam uma relação direta (quanto maior o valor de uma variável, maior o valor da outra). Caso o coeficiente de Pearson seja negativo há uma relação inversa. Finalmente, um valor próximo de zero indica que não há uma associação linear entre as duas variáveis.

O coeficiente de correlação de Pearson ( $r$ ) pode ser calculado por:

$$r = \frac{N \sum_{i=1}^N X_i Y_i - \sum_{i=1}^N X_i \sum_{i=1}^N Y_i}{\sqrt{\left[ N \sum_{i=1}^N X_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N X_i \right)^2 \right] \cdot \left[ N \sum_{i=1}^N Y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N Y_i \right)^2 \right]}} \quad (5.22)$$

onde:

- $N$  é o número de pares de observações (“duplas” formadas de  $X$  e  $Y$ );
- $X_i$  é a observação  $i$  da variável  $X$ ;
- $Y_i$  é a observação  $i$  da variável  $Y$ .

Vale comentar que o coeficiente de Pearson fornece uma medida do grau de correlação linear existente entre as variáveis em uma determinada amostra. Para verificar se a associação obtida entre  $X$  e  $Y$  realmente existe na população, é necessário testar a significância do coeficiente  $r$  encontrado. Dessa forma, são estabelecidas as seguintes hipóteses:

- Hipótese nula ( $H_0$ ): não existe correlação na população, ou seja,  $r = 0$ ;
- Hipótese alternativa ( $H_1$ ): existe correlação na população, isto é,  $r \neq 0$ ;

A hipótese nula será rejeitada se o coeficiente  $r$  for igual ou superior, em módulo, a um valor crítico tabelado (correspondente a um determinado nível de significância  $\alpha$  e com  $N - 2$  graus de liberdade), ou, de forma análoga aos testes de hipóteses anteriormente realizados, diretamente a partir da constatação de que o valor  $p$  obtido é inferior à  $\alpha$ .

As TAB. 5.27 e 5.28 apresentam os coeficientes de correlação de Pearson e os resultados do teste de significância correspondentes às variáveis estudadas, para os pilares e vigas, respectivamente. É importante notar que a associação entre as variáveis foi também avaliada considerando-se a transformação da razão  $y/h$  através das funções logarítmica (base  $e$ ) e exponencial.

TABELA 5.27 – Resultados da análise de correlação para os pilares

Variável X	Variável Y	$r$	$p$	$\alpha$	Conclusão
$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,168	0,002	0,05	Rejeita-se $H_0$
$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	-0,173	0,001	0,05	Rejeita-se $H_0$
$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	-0,158	0,003	0,05	Rejeita-se $H_0$

TABELA 5.28 – Resultados da análise de correlação para as vigas

Variável X	Variável Y	$r$	$p$	$\alpha$	Conclusão
$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	0,066	0,221	0,05	Não rejeita-se $H_0$
$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	0,149	0,005	0,05	Rejeita-se $H_0$
$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	0,040	0,453	0,05	Não rejeita-se $H_0$

Observa-se na TAB. 5.27 que, no caso dos pilares, existe uma correlação negativa entre as variáveis  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$ , o que significa que quanto maior a relação  $y/h$ , menor o valor de  $\gamma/\gamma_z$ . Além disso, como  $p$  é inferior a  $\alpha$ , rejeita-se a hipótese nula  $H_0$ , e, dessa forma, pode-se afirmar que a associação obtida realmente existe na população. Estas conclusões são também válidas considerando a razão  $y/h$  transformada,  $\ln(y/h)$  e  $e^{y/h}$ .

Na TAB. 5.28 verifica-se que, para as vigas, há uma correlação positiva entre as variáveis  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$  (bem como entre  $\ln(y/h)$  e  $\gamma/\gamma_z$ , e entre  $e^{y/h}$  e  $\gamma/\gamma_z$ ). Porém, analisando os valores de  $p$  obtidos, nota-se que apenas a correlação entre  $\ln(y/h)$  e  $\gamma/\gamma_z$  é significativa, ou seja, existe de fato na população. Assim, pode-se afirmar que a relação  $\gamma/\gamma_z$  está significativamente associada com o logaritmo de  $y/h$ , apresentando maiores valores à medida que  $\ln(y/h)$  aumenta.

A análise de correlação foi também realizada levando em conta a possível simetria da estrutura e da direção (conforme mostram as TAB. 5.20 e 5.21, respectivamente) e considerando os intervalos de variação de  $\gamma_z$  definidos na TAB. 5.24. Os coeficientes de correlação de Pearson e os resultados do teste de significância, para os pilares e vigas, estão apresentados nas TAB. 5.29 a 5.34. Novamente a associação entre as variáveis foi também avaliada considerando-se a transformação da razão  $y/h$  através das funções logarítmica (base  $e$ ) e exponencial.

TABELA 5.29 – Resultados da análise de correlação para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares

<i>Estruturas</i>	<i>Variável X</i>	<i>Variável Y</i>	<i>r</i>	<i>p</i>	<i>α</i>	<i>Conclusão</i>
“Simétricas”	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,168	0,070	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	-0,189	0,041	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	-0,152	0,101	0,05	Não rejeita-se $H_0$
“Não Simétricas”	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,177	0,007	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	-0,172	0,009	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	-0,169	0,010	0,05	Rejeita-se $H_0$

TABELA 5.30 – Resultados da análise de correlação para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes às vigas

<i>Estruturas</i>	<i>Variável X</i>	<i>Variável Y</i>	<i>r</i>	<i>p</i>	<i>α</i>	<i>Conclusão</i>
“Simétricas”	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	0,095	0,310	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	0,203	0,028	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	0,058	0,535	0,05	Não rejeita-se $H_0$
“Não Simétricas”	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	0,049	0,460	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	0,118	0,074	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	0,030	0,648	0,05	Não Rejeita-se $H_0$

TABELA 5.31 – Resultados da análise de correlação para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares

<i>Direções</i>	<i>Variável X</i>	<i>Variável Y</i>	<i>r</i>	<i>p</i>	<i>α</i>	<i>Conclusão</i>
“Simétricas”	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,251	0,001	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	-0,229	0,002	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	-0,253	0,001	0,05	Rejeita-se $H_0$
“Não Simétricas”	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,073	0,344	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	-0,112	0,142	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	-0,045	0,554	0,05	Não rejeita-se $H_0$

TABELA 5.32 – Resultados da análise de correlação para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes às vigas

<i>Direções</i>	<i>Variável X</i>	<i>Variável Y</i>	<i>r</i>	<i>p</i>	<i>α</i>	<i>Conclusão</i>
“Simétricas”	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,034	0,649	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	0,104	0,169	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	-0,077	0,310	0,05	Não rejeita-se $H_0$
“Não Simétricas”	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	0,214	0,005	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	0,223	0,003	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	0,211	0,005	0,05	Rejeita-se $H_0$

TABELA 5.33 – Resultados da análise de correlação para os intervalos de variação de  $\gamma_z$ , correspondentes aos pilares

<i>Intervalo</i>	<i>Variável X</i>	<i>Variável Y</i>	<i>r</i>	<i>p</i>	<i><math>\alpha</math></i>	<i>Conclusão</i>
1º: $\gamma_z < 1,2$	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,050	0,603	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	-0,181	0,058	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	0,008	0,935	0,05	Não rejeita-se $H_0$
2º: $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,268	0,004	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	-0,226	0,016	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	-0,286	0,002	0,05	Rejeita-se $H_0$
3º: $\gamma_z \geq 1,3$	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	-0,196	0,028	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	-0,141	0,116	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	-0,202	0,024	0,05	Rejeita-se $H_0$

TABELA 5.34 – Resultados da análise de correlação para os intervalos de variação de  $\gamma_z$ , correspondentes às vigas

<i>Intervalo</i>	<i>Variável X</i>	<i>Variável Y</i>	<i>r</i>	<i>p</i>	<i><math>\alpha</math></i>	<i>Conclusão</i>
1º: $\gamma_z < 1,2$	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	0,079	0,413	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	0,087	0,364	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	0,074	0,441	0,05	Não rejeita-se $H_0$
2º: $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	0,079	0,403	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	0,160	0,091	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	0,056	0,558	0,05	Não rejeita-se $H_0$
3º: $\gamma_z \geq 1,3$	$y/h$	$\gamma/\gamma_z$	0,048	0,591	0,05	Não rejeita-se $H_0$
	$\ln(y/h)$	$\gamma/\gamma_z$	0,180	0,044	0,05	Rejeita-se $H_0$
	$e^{y/h}$	$\gamma/\gamma_z$	0,008	0,927	0,05	Não rejeita-se $H_0$

Observa-se na TAB. 5.29, correspondente aos pilares, que, no caso das estruturas “simétricas”, apenas a associação (negativa) entre  $\ln(y/h)$  e  $\gamma/\gamma_z$  é significativa. Por outro lado, para as estruturas “não simétricas”, pode-se afirmar que todas as correlações avaliadas, negativas, existem na população.

Na TAB. 5.30, referente às vigas, verifica-se que, para as estruturas “simétricas”, a relação  $\gamma/\gamma_z$  está significativamente associada apenas com o logaritmo de  $y/h$ , e, neste caso, a correlação obtida é positiva. No caso das estruturas “não simétricas” não existe qualquer correlação significativa entre as variáveis envolvidas no estudo.

Nota-se na TAB. 5.31 que, para os pilares, há uma correlação negativa significativa entre  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$  (bem como entre  $\ln(y/h)$  e  $\gamma/\gamma_z$ , e entre  $e^{y/h}$  e  $\gamma/\gamma_z$ ), considerando as direções “simétricas”. Por outro lado, não existe qualquer associação significativa entre as variáveis envolvidas no estudo considerando as direções “não simétricas”.

Contrariamente, no caso das vigas, TAB. 5.32, as direções “simétricas” não apresentam associações significativas, enquanto que, para as direções “não simétricas”, todas as correlações avaliadas (positivas) existem na população.

Na TAB. 5.33, correspondente aos pilares, observa-se que, no 1º intervalo de variação de  $\gamma_z$ , nenhuma das correlações avaliadas é significativa, enquanto que, no 2º intervalo, a relação  $\gamma/\gamma_z$  está significativamente associada com as variáveis  $y/h$ ,  $\ln(y/h)$  e  $e^{y/h}$ , sendo todas as associações negativas. Considerando os casos em que  $\gamma_z \geq 1,3$ , constata-se que as correlações negativas obtidas entre  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$  (bem como entre  $e^{y/h}$  e  $\gamma/\gamma_z$ ) existem na população.

Finalmente, verifica-se na TAB. 5.34, referente às vigas, que, considerando os 1º e 2º intervalos de variação de  $\gamma_z$ , não existe qualquer correlação significativa entre as variáveis estudadas. E, no 3º intervalo, apenas a associação (positiva) entre  $\ln(y/h)$  e  $\gamma/\gamma_z$  é significativa.

Vale ressaltar que coeficientes de correlação estatisticamente significantes não apresentam necessariamente uma significância prática. Assim, os coeficientes anteriormente obtidos, muitas vezes próximos de zero, são apenas “indicadores” de uma tendência, havendo observações que não seguem este padrão. Dessa forma, o relacionamento existente entre as variáveis envolvidas no estudo será melhor avaliado utilizando a técnica de análise de regressão, apresentada no próximo item.

### c) Análise de Regressão

No presente item busca-se, por meio da análise de regressão, estabelecer uma equação que expresse o relacionamento entre as variáveis  $y/h$  (variável resposta ou dependente  $Y$ ) e  $x/h$  (variável explicativa ou independente  $X$ ).

Inicialmente foi ajustado um modelo do tipo  $Y = a + b \cdot X$ . Neste modelo, os parâmetros  $a$  e  $b$  são dados por:

$$a = \bar{Y} - b \bar{X} \quad , \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \quad (5.23)$$

$$b = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} \begin{cases} S_{XY} = \sum_{i=1}^N Y_i (X_i - \bar{X}) \\ S_{XX} = \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \end{cases} \quad (5.24)$$

onde:

- $N$  é o número de pares de observações (“duplas” formadas de  $X$  e  $Y$ );
- $X_i$  é a observação  $i$  da variável  $X$ ;
- $Y_i$  é a observação  $i$  da variável  $Y$ .

A partir da definição dos parâmetros do modelo, deve-se testar a significância da regressão. Assim, definem-se as hipóteses nula  $H_0$  e alternativa  $H_1$ , sendo:

- $H_0: b = 0$ ;
- $H_1: b \neq 0$ .

Caso a hipótese nula não seja rejeitada pode-se concluir que  $X$  é pouco importante para explicar a variação em  $Y$ , ou que a relação verdadeira entre  $X$  e  $Y$  não é linear. Por outro

lado, rejeitar  $H_0$  indica que  $X$  é importante para explicar a variabilidade em  $Y$ . Isto pode significar que a reta ajustada é realmente adequada para representar o relacionamento entre as variáveis  $X$  e  $Y$ , ou que, embora haja um efeito linear, outros modelos (incluindo, por exemplo, termos polinomiais de ordem mais elevada em  $X$ ) poderiam conduzir a melhores resultados.

O teste de significância da regressão pode ser realizado utilizando o procedimento de análise de variância, cuja equação básica é escrita como:

$$SQ_T = SQ_R + SQ_E \quad (5.25)$$

sendo  $SQ_T$  a denominada soma quadrática total corrigida ( $SQ_T = \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2$ ),  $SQ_R$  a soma quadrática da regressão ( $SQ_R = b \cdot S_{XY}$ ) e  $SQ_E$  a soma quadrática dos erros ( $SQ_E = SQ_T - b \cdot S_{XY}$ ). As somas quadráticas  $SQ_T$ ,  $SQ_R$  e  $SQ_E$  possuem, respectivamente,  $N - 1$ ,  $1$  e  $N - 2$  graus de liberdade.

A hipótese nula será rejeitada se:

$$F_0 = \frac{SQ_R / 1}{SQ_E / (N - 2)} = \frac{MQ_R}{MQ_E} > F_{\alpha(1, N-2)} \quad (5.26)$$

onde  $MQ_R$  e  $MQ_E$  são denominadas médias quadráticas e  $F_{\alpha(1, N-2)}$  é um valor crítico tabelado, correspondente a um determinado nível de significância  $\alpha$  e com  $(1, N - 2)$  graus de liberdade. Vale ressaltar que, de forma análoga aos testes de hipóteses anteriormente realizados, pode-se rejeitar  $H_0$  diretamente a partir da constatação de que o valor  $p$  obtido é inferior à  $\alpha$ .

Além de testar a significância da regressão, é importante avaliar a quantidade de variabilidade dos dados explicada pelo modelo. Esta avaliação é realizada por meio do coeficiente de determinação  $R^2$ , definido por:

$$R^2 = \frac{SQ_R}{SQ_T} = 1 - \frac{SQ_E}{SQ_T} \quad (5.27)$$

Após o ajuste do modelo  $Y = a + b \cdot X$ , foram considerados os modelos polinomiais  $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2$  e  $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2 + d \cdot X^3$ . Nestes casos, a hipótese nula estabelece que  $b = c = d = 0$ . Portanto, rejeitar  $H_0$  significa que pelo menos um dos termos  $b \cdot X$ ,  $c \cdot X^2$  ou  $d \cdot X^3$  devem ser incluídos no modelo. Estudos mais detalhados relativos aos modelos polinomiais, incluindo a obtenção dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , podem ser encontrados em WERKEMA e AGUIAR (1996b).

Finalmente, foram também avaliados modelos com transformação logarítmica (base  $e$ ) e exponencial na variável  $X$  ( $Y = a + b \cdot \ln X$  e  $Y = a + b \cdot e^X$ ), modelo inverso ( $Y = a + b \cdot \frac{1}{X}$ ), e potência ( $Y = a \cdot X^b$ ). Vale comentar que todos estes modelos são intrinsecamente lineares, uma vez que podem ser expressos como uma linha reta por meio de transformações adequadas.

Os resultados obtidos (equação da regressão, análise de variância e coeficiente de determinação  $R^2$ ) para todos os modelos ajustados, correspondentes aos pilares e vigas, estão apresentados nas TAB. 5.35 a 5.41.

TABELA 5.35 – Resultados obtidos para o modelo do tipo  $Y = a + b \cdot X$ 

<i>Item</i>	<i>Pilares</i>					<i>Vigas</i>				
<i>Eq. da regressão</i>	$\gamma/\gamma_z = 1,006 - 0,035 \cdot (y/h)$					$\gamma/\gamma_z = 0,967 + 0,015 \cdot (y/h)$				
	<i>Análise de variância</i>					<i>Análise de variância</i>				
<i>Fonte de variação</i>	<i>SQ*</i>	<i>GL**</i>	<i>MQ***</i>	<i>F<sub>0</sub></i>	<i>p</i>	<i>SQ*</i>	<i>GL**</i>	<i>MQ***</i>	<i>F<sub>0</sub></i>	<i>p</i>
Regressão	0,036	1	0,036	10,13	0,002	0,006	1	0,006	1,51	0,221
Erro	1,237	347	0,004			1,485	347	0,004		
Total	1,273	348				1,492	348			
<b>R<sup>2</sup></b>	2,8%					0,4%				

\*Somos quadráticas \*\*Graus de liberdade \*\*\*Médias quadráticas

TABELA 5.36 – Resultados obtidos para o modelo do tipo  $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2$ 

<i>Item</i>	<i>Pilares</i>					<i>Vigas</i>				
<i>Eq. da regressão</i>	$\gamma/\gamma_z = 1,018 - 0,097 \cdot (y/h) + 0,059 \cdot (y/h)^2$					$\gamma/\gamma_z = 0,930 + 0,214 \cdot (y/h) - 0,189 \cdot (y/h)^2$				
	<i>Análise de variância</i>					<i>Análise de variância</i>				
<i>Fonte de variação</i>	<i>SQ*</i>	<i>GL**</i>	<i>MQ***</i>	<i>F<sub>0</sub></i>	<i>p</i>	<i>SQ*</i>	<i>GL**</i>	<i>MQ***</i>	<i>F<sub>0</sub></i>	<i>p</i>
Regressão	0,043	2	0,021	5,99	0,003	0,075	2	0,037	9,10	0,000
Erro	1,230	346	0,004			1,417	346	0,004		
Total	1,273	348				1,492	348			
<b>R<sup>2</sup></b>	3,3%					5,0%				

\*Somos quadráticas \*\*Graus de liberdade \*\*\*Médias quadráticas

TABELA 5.37 – Resultados obtidos para o modelo do tipo  $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2 + d \cdot X^3$ 

<i>Item</i>	<i>Pilares</i>					<i>Vigas</i>				
<i>Eq. da regressão</i>	$\gamma/\gamma_z = 1,025 - 0,167 \cdot (y/h) + 0,221 \cdot (y/h)^2 - 0,103 \cdot (y/h)^3$					$\gamma/\gamma_z = 0,884 + 0,680 \cdot (y/h) - 1,266 \cdot (y/h)^2 + 0,682 \cdot (y/h)^3$				
	<i>Análise de variância</i>					<i>Análise de variância</i>				
<i>Fonte de variação</i>	<i>SQ*</i>	<i>GL**</i>	<i>MQ***</i>	<i>F<sub>0</sub></i>	<i>p</i>	<i>SQ*</i>	<i>GL**</i>	<i>MQ***</i>	<i>F<sub>0</sub></i>	<i>p</i>
Regressão	0,044	3	0,015	4,10	0,007	0,130	3	0,043	10,98	0,000
Erro	1,229	345	0,004			1,361	345	0,004		
Total	1,273	348				1,492	348			
<b>R<sup>2</sup></b>	3,4%					8,7%				

\*Somos quadráticas \*\*Graus de liberdade \*\*\*Médias quadráticas

TABELA 5.38 – Resultados obtidos para o modelo do tipo  $Y = a + b \cdot \ln X$ 

Item	Pilares					Vigas				
Eq. da regressão	$\gamma/\gamma_z = 0,976 - 0,013 \cdot \ln(y/h)$					$\gamma/\gamma_z = 0,986 + 0,012 \cdot \ln(y/h)$				
	Análise de variância					Análise de variância				
Fonte de variação	SQ*	GL**	MQ***	F <sub>0</sub>	p	SQ*	GL**	MQ***	F <sub>0</sub>	p
Regressão	0,038	1	0,038	10,68	0,001	0,033	1	0,033	7,86	0,005
Erro	1,235	347	0,004			1,458	347	0,004		
Total	1,273	348				1,492	348			
R <sup>2</sup>	3,0%					2,2%				

\*Somos quadráticas \*\*Graus de liberdade \*\*\*Médias quadráticas

TABELA 5.39 – Resultados obtidos para o modelo do tipo  $Y = a + b \cdot e^X$ 

Item	Pilares					Vigas				
Eq. da regressão	$\gamma/\gamma_z = 1,021 - 0,019 \cdot e^{(y/h)}$					$\gamma/\gamma_z = 0,966 + 0,005 \cdot e^{(y/h)}$				
	Análise de variância					Análise de variância				
Fonte de variação	SQ*	GL**	MQ***	F <sub>0</sub>	p	SQ*	GL**	MQ***	F <sub>0</sub>	p
Regressão	0,032	1	0,032	8,93	0,003	0,002	1	0,002	0,56	0,453
Erro	1,241	347	0,004			1,489	347	0,004		
Total	1,273	348				1,492	348			
R <sup>2</sup>	2,5%					0,2%				

\*Somos quadráticas \*\*Graus de liberdade \*\*\*Médias quadráticas

TABELA 5.40 – Resultados obtidos para o modelo do tipo  $Y = a + b \cdot \frac{1}{X}$ 

Item	Pilares					Vigas				
Eq. da regressão	$\gamma/\gamma_z = 0,982 + 0,002 \cdot (h/y)$					$\gamma/\gamma_z = 0,986 - 0,003 \cdot (h/y)$				
	Análise de variância					Análise de variância				
Fonte de variação	SQ*	GL**	MQ***	F <sub>0</sub>	p	SQ*	GL**	MQ***	F <sub>0</sub>	p
Regressão	0,018	1	0,018	4,99	0,026	0,059	1	0,059	14,42	0,000
Erro	1,255	347	0,004			1,432	347	0,004		
Total	1,273	348				1,492	348			
R <sup>2</sup>	1,4%					4,0%				

\*Somos quadráticas \*\*Graus de liberdade \*\*\*Médias quadráticas

TABELA 5.41 – Resultados obtidos para o modelo do tipo  $Y = a \cdot X^b$ 

<i>Item</i>	<i>Pilares</i>					<i>Vigas</i>				
<i>Eq. da regressão</i>	$\gamma/\gamma_z = 0,974 \cdot (y/h)^{-0,014}$					$\gamma/\gamma_z = 0,983 \cdot (y/h)^{0,013}$				
	<i>Análise de variância</i>					<i>Análise de variância</i>				
<i>Fonte de variação</i>	<i>SQ*</i>	<i>GL**</i>	<i>MQ***</i>	<i>F<sub>0</sub></i>	<i>p</i>	<i>SQ*</i>	<i>GL**</i>	<i>MQ***</i>	<i>F<sub>0</sub></i>	<i>p</i>
Regressão	0,041	1	0,041	11,08	0,001	0,034	1	0,034	7,69	0,006
Erro	1,292	347	0,004			1,546	347	0,004		
Total	1,333	348				1,580	348			
<b>R<sup>2</sup></b>	3,1%					2,2%				

\*Somos quadráticas \*\*Graus de liberdade \*\*\*Médias quadráticas

Observa-se nas TAB. 5.35 a 5.41 que, no caso dos pilares, todos os modelos podem ser considerados úteis para explicar a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$ , uma vez que, em todos os casos, os valores de  $p$  mostram-se inferiores ao nível de significância  $\alpha = 0,05$ . Entretanto, os pequenos coeficientes de determinação obtidos indicam que outros fatores, além de  $y/h$ , deveriam ser incorporados aos modelos a fim de garantir predições seguras da variável  $\gamma/\gamma_z$ . Vale comentar que, dentre todos os modelos ajustados, o modelo polinomial de terceira ordem  $\gamma/\gamma_z = 1,025 - 0,167 \cdot (y/h) + 0,221 \cdot (y/h)^2 - 0,103 \cdot (y/h)^3$ , representado graficamente na FIG. 5.25, pode ser considerado o mais adequado, uma vez que apresenta o maior  $R^2$ .

Ainda nas TAB. 5.35 a 5.41 verifica-se que, no caso das vigas, os valores de  $p$  correspondentes aos modelos  $\gamma/\gamma_z = 0,967 + 0,015 \cdot (y/h)$  e  $\gamma/\gamma_z = 0,966 + 0,005 \cdot e^{(y/h)}$  mostram-se superiores a 0,05, o que significa que tais modelos não são úteis para explicar a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$ . Isto já era esperado, uma vez que, como constatado na análise de correlação realizada no item 5.5.4 b), não existe, para as vigas, uma associação significativa entre as variáveis  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$ , bem como entre  $e^{y/h}$  e  $\gamma/\gamma_z$ . Além disso, nota-se que, de forma semelhante a que ocorre no caso dos pilares, o modelo polinomial de terceira ordem  $\gamma/\gamma_z = 0,884 + 0,680 \cdot (y/h) - 1,266 \cdot (y/h)^2 + 0,682 \cdot (y/h)^3$  apresenta o maior coeficiente de determinação  $R^2$ , e, portanto, pode ser considerado o mais adequado. Este modelo encontra-se representado graficamente na FIG. 5.26. Novamente salienta-se que,

para uma previsão segura da variável  $\gamma/\gamma_z$ , seria necessário incorporar novos fatores aos modelos ajustados.

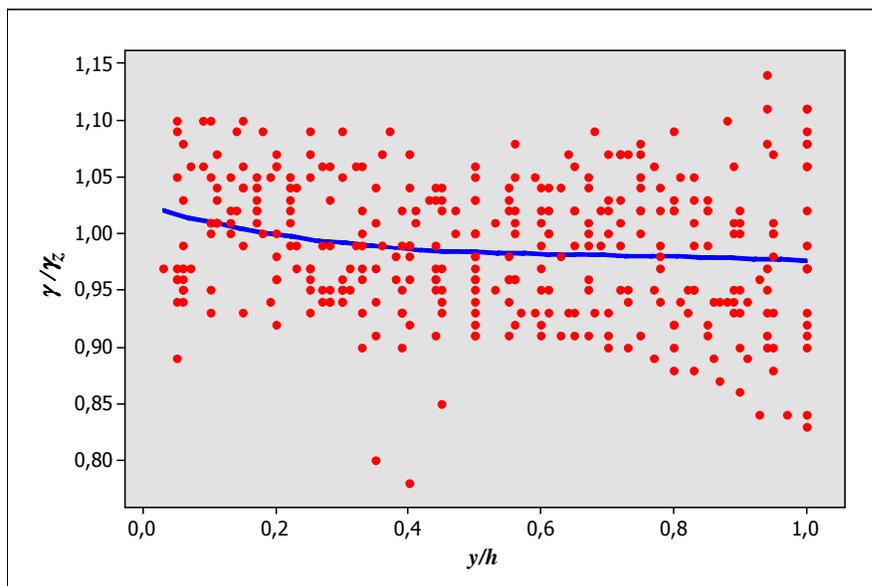


FIGURA 5.25 – Representação do modelo  $\gamma/\gamma_z = 1,025 - 0,167 \cdot (y/h) + 0,221 \cdot (y/h)^2 - 0,103 \cdot (y/h)^3$ , correspondente aos pilares.

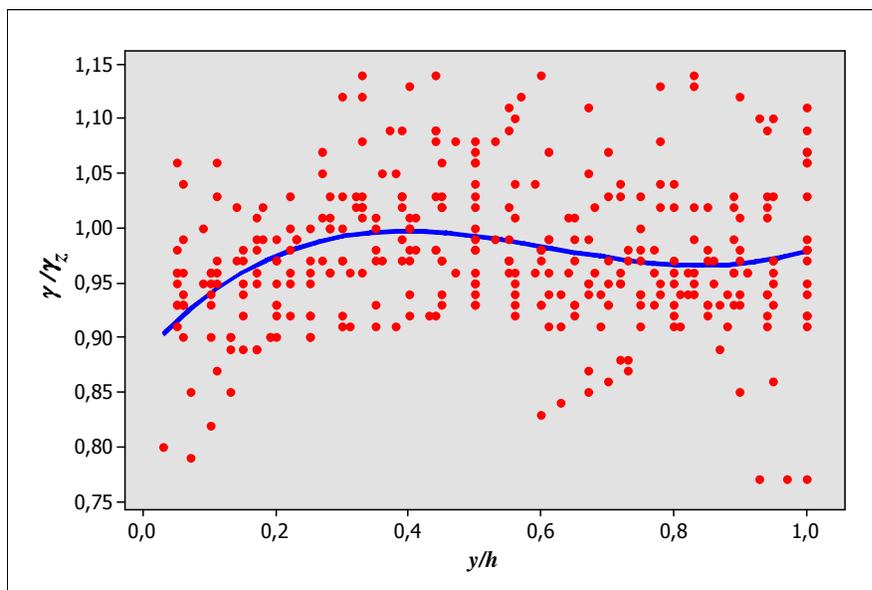


FIGURA 5.26 – Representação do modelo  $\gamma/\gamma_z = 0,884 + 0,680 \cdot (y/h) - 1,266 \cdot (y/h)^2 + 0,682 \cdot (y/h)^3$ , correspondente às vigas.

Nas FIG. 5.25 e 5.26, observa-se que os modelos considerados mais adequados fornecem, para quase toda a faixa de variação de  $y/h$ , relações  $\gamma/\gamma_z$  próximas ou inferiores a 1, e, portanto, situam-se dentro de valores confiáveis.

A análise de regressão foi também realizada levando em conta a possível simetria da estrutura e da direção (conforme mostram as TAB. 5.20 e 5.21, respectivamente) e considerando os intervalos de variação de  $\gamma_z$  definidos na TAB. 5.24. Os resultados obtidos (equação da regressão, valor  $p$  e coeficiente de determinação  $R^2$ ) para todos os modelos ajustados, correspondentes aos pilares e vigas, estão apresentados nas TAB. 5.42 a 5.47.

TABELA 5.42 – Modelos ajustados para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares

<i>Estruturas</i>	<i>Equação da regressão</i>	<i>p</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
“Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 0,989 - 0,039 \cdot (y/h)$	0,070	2,8%
	$\gamma/\gamma_z = 1,009 - 0,146 \cdot (y/h) + 0,103 \cdot (y/h)^2$	0,089	4,1%
	$\gamma/\gamma_z = 1,014 - 0,190 \cdot (y/h) + 0,204 \cdot (y/h)^2 - 0,065 \cdot (y/h)^3$	0,183	4,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,955 - 0,016 \cdot \ln(y/h)$	0,041	3,6%
	$\gamma/\gamma_z = 1,000 - 0,020 \cdot e^{(y/h)}$	0,101	2,3%
	$\gamma/\gamma_z = 0,962 + 0,002 \cdot (h/y)$	0,124	2,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,952 \cdot (y/h)^{-0,017}$	0,034	3,8%
“Não Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 1,015 - 0,034 \cdot (y/h)$	0,007	3,1%
	$\gamma/\gamma_z = 1,022 - 0,072 \cdot (y/h) + 0,036 \cdot (y/h)^2$	0,020	3,4%
	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,155 \cdot (y/h) + 0,228 \cdot (y/h)^2 - 0,121 \cdot (y/h)^3$	0,042	3,5%
	$\gamma/\gamma_z = 0,987 - 0,012 \cdot \ln(y/h)$	0,009	3,0%
	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,019 \cdot e^{(y/h)}$	0,010	2,9%
	$\gamma/\gamma_z = 0,992 + 0,002 \cdot (h/y)$	0,088	1,3%
	$\gamma/\gamma_z = 0,985 \cdot (y/h)^{-0,012}$	0,008	3,0%

TABELA 5.43 – Modelos ajustados para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes às vigas

<b>Estruturas</b>	<b>Equação da regressão</b>	<b>p</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
“Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 0,941 + 0,027 \cdot (y/h)$	0,310	0,9%
	$\gamma/\gamma_z = 0,878 + 0,371 \cdot (y/h) - 0,327 \cdot (y/h)^2$	0,003	9,8%
	$\gamma/\gamma_z = 0,830 + 0,862 \cdot (y/h) - 1,467 \cdot (y/h)^2 + 0,723 \cdot (y/h)^3$	0,002	12,5%
	$\gamma/\gamma_z = 0,973 + 0,021 \cdot \ln(y/h)$	0,028	4,1%
	$\gamma/\gamma_z = 0,939 + 0,009 \cdot e^{(y/h)}$	0,535	0,3%
	$\gamma/\gamma_z = 0,971 - 0,004 \cdot (h/y)$	0,005	6,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,970 \cdot (y/h)^{0,022}$	0,029	4,1%
“Não Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 0,980 + 0,009 \cdot (y/h)$	0,460	0,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,957 + 0,133 \cdot (y/h) - 0,118 \cdot (y/h)^2$	0,033	2,9%
	$\gamma/\gamma_z = 0,912 + 0,582 \cdot (y/h) - 1,154 \cdot (y/h)^2 + 0,656 \cdot (y/h)^3$	0,000	8,1%
	$\gamma/\gamma_z = 0,992 + 0,008 \cdot \ln(y/h)$	0,074	1,4%
	$\gamma/\gamma_z = 0,979 + 0,003 \cdot e^{(y/h)}$	0,648	0,1%
	$\gamma/\gamma_z = 0,992 - 0,002 \cdot (h/y)$	0,017	2,5%
	$\gamma/\gamma_z = 0,990 \cdot (y/h)^{0,008}$	0,079	1,3%

TABELA 5.44 – Modelos ajustados para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares

<b>Direções</b>	<b>Equação da regressão</b>	<b>p</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
“Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 1,004 - 0,057 \cdot (y/h)$	0,001	6,3%
	$\gamma/\gamma_z = 1,000 - 0,033 \cdot (y/h) - 0,024 \cdot (y/h)^2$	0,003	6,4%
	$\gamma/\gamma_z = 1,019 - 0,232 \cdot (y/h) + 0,439 \cdot (y/h)^2 - 0,293 \cdot (y/h)^3$	0,005	7,1%
	$\gamma/\gamma_z = 0,957 - 0,019 \cdot \ln(y/h)$	0,002	5,3%
	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,033 \cdot e^{(y/h)}$	0,001	6,4%
	$\gamma/\gamma_z = 0,966 + 0,002 \cdot (h/y)$	0,046	2,3%
	$\gamma/\gamma_z = 0,955 \cdot (y/h)^{-0,020}$	0,002	5,5%
“Não Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 1,009 - 0,013 \cdot (y/h)$	0,344	0,5%
	$\gamma/\gamma_z = 1,037 - 0,164 \cdot (y/h) + 0,144 \cdot (y/h)^2$	0,014	4,9%
	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,100 \cdot (y/h) - 0,005 \cdot (y/h)^2 + 0,094 \cdot (y/h)^3$	0,034	5,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,996 - 0,007 \cdot \ln(y/h)$	0,142	1,3%
	$\gamma/\gamma_z = 1,010 - 0,005 \cdot e^{(y/h)}$	0,554	0,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,998 + 0,001 \cdot (h/y)$	0,251	0,8%
	$\gamma/\gamma_z = 0,994 \cdot (y/h)^{-0,007}$	0,143	1,3%

TABELA 5.45 – Modelos ajustados para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes às vigas

<i>Direções</i>	<i>Equação da regressão</i>	<i>p</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
“Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 0,969 - 0,009 \cdot (y/h)$	0,649	0,1%
	$\gamma/\gamma_z = 0,901 + 0,361 \cdot (y/h) - 0,352 \cdot (y/h)^2$	0,000	12,5%
	$\gamma/\gamma_z = 0,850 + 0,880 \cdot (y/h) - 1,554 \cdot (y/h)^2 + 0,762 \cdot (y/h)^3$	0,000	16,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,973 + 0,010 \cdot \ln(y/h)$	0,169	1,1%
	$\gamma/\gamma_z = 0,984 - 0,011 \cdot e^{(y/h)}$	0,310	0,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,977 - 0,003 \cdot (h/y)$	0,005	4,5%
	$\gamma/\gamma_z = 0,970 \cdot (y/h)^{0,010}$	0,174	1,1%
“Não Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 0,965 + 0,039 \cdot (y/h)$	0,005	4,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,961 + 0,060 \cdot (y/h) - 0,020 \cdot (y/h)^2$	0,018	4,7%
	$\gamma/\gamma_z = 0,921 + 0,465 \cdot (y/h) - 0,955 \cdot (y/h)^2 + 0,591 \cdot (y/h)^3$	0,001	8,9%
	$\gamma/\gamma_z = 0,999 + 0,015 \cdot \ln(y/h)$	0,003	5,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,947 + 0,022 \cdot e^{(y/h)}$	0,005	4,4%
	$\gamma/\gamma_z = 0,994 - 0,002 \cdot (h/y)$	0,014	3,5%
	$\gamma/\gamma_z = 0,998 \cdot (y/h)^{0,015}$	0,003	5,1%

TABELA 5.46 – Modelos ajustados para os intervalos de variação de  $\gamma_z$ , correspondentes aos pilares

<i>Intervalo</i>	<i>Equação da regressão</i>	<i>p</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
1º: $\gamma_z < 1,2$	$\gamma/\gamma_z = 1,008 - 0,010 \cdot (y/h)$	0,603	0,3%
	$\gamma/\gamma_z = 1,076 - 0,382 \cdot (y/h) + 0,353 \cdot (y/h)^2$	0,000	21,0%
	$\gamma/\gamma_z = 1,071 - 0,330 \cdot (y/h) + 0,234 \cdot (y/h)^2 + 0,075 \cdot (y/h)^3$	0,000	21,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,991 - 0,013 \cdot \ln(y/h)$	0,058	3,3%
	$\gamma/\gamma_z = 1,000 + 0,001 \cdot e^{(y/h)}$	0,935	0,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,990 + 0,003 \cdot (h/y)$	0,011	5,9%
	$\gamma/\gamma_z = 0,989 \cdot (y/h)^{-0,013}$	0,057	3,3%
2º: $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$	$\gamma/\gamma_z = 1,005 - 0,049 \cdot (y/h)$	0,004	7,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,985 + 0,064 \cdot (y/h) - 0,107 \cdot (y/h)^2$	0,004	9,4%
	$\gamma/\gamma_z = 1,021 - 0,305 \cdot (y/h) + 0,745 \cdot (y/h)^2 - 0,539 \cdot (y/h)^3$	0,002	13,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,967 - 0,015 \cdot \ln(y/h)$	0,016	5,1%
	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,030 \cdot e^{(y/h)}$	0,002	8,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,973 + 0,002 \cdot (h/y)$	0,088	2,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,965 \cdot (y/h)^{-0,016}$	0,013	5,4%
3º: $\gamma_z \geq 1,3$	$\gamma/\gamma_z = 1,007 - 0,046 \cdot (y/h)$	0,028	3,9%
	$\gamma/\gamma_z = 0,997 + 0,007 \cdot (y/h) - 0,051 \cdot (y/h)^2$	0,073	4,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,991 + 0,071 \cdot (y/h) - 0,200 \cdot (y/h)^2 + 0,095 \cdot (y/h)^3$	0,151	4,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,972 - 0,012 \cdot \ln(y/h)$	0,116	2,0%
	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,027 \cdot e^{(y/h)}$	0,024	4,1%
	$\gamma/\gamma_z = 0,981 + 0,001 \cdot (h/y)$	0,792	0,1%
		$\gamma/\gamma_z = 0,969 \cdot (y/h)^{-0,013}$	0,107

TABELA 5.47 – Modelos ajustados para os intervalos de variação de  $\gamma_z$ , correspondentes às vigas

<i>Intervalo</i>	<i>Equação da regressão</i>	<i>p</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
1°: $\gamma_z < 1,2$	$\gamma/\gamma_z = 0,970 + 0,014 \cdot (y/h)$	0,413	0,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,965 + 0,043 \cdot (y/h) - 0,027 \cdot (y/h)^2$	0,663	0,8%
	$\gamma/\gamma_z = 0,950 + 0,197 \cdot (y/h) - 0,381 \cdot (y/h)^2 + 0,224 \cdot (y/h)^3$	0,685	1,4%
	$\gamma/\gamma_z = 0,983 + 0,006 \cdot \ln(y/h)$	0,364	0,8%
	$\gamma/\gamma_z = 0,964 + 0,008 \cdot e^{(y/h)}$	0,441	0,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,981 - 0,001 \cdot (h/y)$	0,459	0,5%
	$\gamma/\gamma_z = 0,982 \cdot (y/h)^{0,006}$	0,374	0,7%
2°: $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$	$\gamma/\gamma_z = 0,968 + 0,018 \cdot (y/h)$	0,403	0,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,932 + 0,213 \cdot (y/h) - 0,185 \cdot (y/h)^2$	0,057	5,1%
	$\gamma/\gamma_z = 0,858 + 0,950 \cdot (y/h) - 1,886 \cdot (y/h)^2 + 1,076 \cdot (y/h)^3$	0,001	14,4%
	$\gamma/\gamma_z = 0,989 + 0,013 \cdot \ln(y/h)$	0,091	2,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,965 + 0,007 \cdot e^{(y/h)}$	0,558	0,3%
	$\gamma/\gamma_z = 0,988 - 0,003 \cdot (h/y)$	0,049	3,4%
	$\gamma/\gamma_z = 0,987 \cdot (y/h)^{0,014}$	0,086	2,6%
3°: $\gamma_z \geq 1,3$	$\gamma/\gamma_z = 0,963 + 0,013 \cdot (y/h)$	0,591	0,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,899 + 0,362 \cdot (y/h) - 0,334 \cdot (y/h)^2$	0,001	11,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,853 + 0,835 \cdot (y/h) - 1,435 \cdot (y/h)^2 + 0,700 \cdot (y/h)^3$	0,000	14,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,985 + 0,017 \cdot \ln(y/h)$	0,044	3,2%
	$\gamma/\gamma_z = 0,968 + 0,001 \cdot e^{(y/h)}$	0,927	0,0%
	$\gamma/\gamma_z = 0,986 - 0,004 \cdot (h/y)$	0,002	7,6%
	$\gamma/\gamma_z = 0,982 \cdot (y/h)^{0,017}$	0,051	3,0%

Observa-se na TAB. 5.42, correspondente aos pilares, que, dentre todos os modelos considerados úteis para explicar a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$  (ou seja, com valores de  $p$  inferiores ao nível de significância  $\alpha = 0,05$ ), os modelos  $\gamma/\gamma_z = 0,952 \cdot (y/h)^{-0,017}$  e  $\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,155 \cdot (y/h) + 0,228 \cdot (y/h)^2 - 0,121 \cdot (y/h)^3$  são os mais adequados para as estruturas “simétricas” e “não simétricas”, respectivamente, uma vez que apresentam os maiores coeficientes de determinação  $R^2$ .

Na TAB. 5.43 nota-se que, para as vigas, dentre todos os modelos cujos valores de  $p$  mostram-se inferiores a 0,05, os modelos polinomiais de terceira ordem apresentam, tanto no caso das estruturas “simétricas” quanto no caso das “não simétricas”, os maiores  $R^2$ , sendo, portanto, os mais apropriados. Esta tendência se repete considerando os modelos

ajustados para as direções “simétricas” e “não simétricas”, correspondentes aos pilares e vigas (TAB. 5.44 e 5.45).

Na TAB. 5.46, referente aos pilares, verifica-se que ambos os modelos  $\gamma/\gamma_z = 1,076 - 0,382 \cdot (y/h) + 0,353 \cdot (y/h)^2$  e  $\gamma/\gamma_z = 1,071 - 0,330 \cdot (y/h) + 0,234 \cdot (y/h)^2 + 0,075 \cdot (y/h)^3$  podem ser considerados os mais adequados quando  $\gamma_z < 1,2$ . Nos 2º e 3º intervalos de variação de  $\gamma_z$ , os modelos  $\gamma/\gamma_z = 1,021 - 0,305 \cdot (y/h) + 0,745 \cdot (y/h)^2 - 0,539 \cdot (y/h)^3$  e  $\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,027 \cdot e^{(y/h)}$ , são, respectivamente, os mais apropriados.

Constata-se na TAB. 5.47 que, para as vigas, nenhum dos modelos ajustados pode ser considerado útil para explicar a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$  no 1º intervalo, uma vez que todos os valores de  $p$  obtidos mostram-se superiores ao nível de significância  $\alpha = 0,05$ . Nos casos em que  $\gamma_z \geq 1,2$ , os modelos polinomiais de terceira ordem são os mais adequados.

Finalmente, considerando todos os modelos ajustados (TAB. 5.35 a 5.47), aqueles que apresentam os maiores coeficientes de determinação  $R^2$  (e cujos valores de  $p$  mostram-se inferiores a 0,05) foram construídos, no caso dos pilares, levando em conta os três intervalos de variação de  $\gamma_z$ , e, no caso das vigas, a possível simetria das direções. A TAB. 5.48 apresenta estes modelos. Novamente salienta-se que, devido aos valores de  $R^2$  obtidos serem relativamente pequenos, outros fatores deveriam ser incorporados aos modelos a fim de garantir predições seguras da variável  $\gamma/\gamma_z$ .

TABELA 5.48 – Modelos com os maiores coeficientes de determinação  $R^2$  (e cujos valores de  $p$  são inferiores a 0,05), correspondentes aos pilares e vigas

<b>Pilares</b>		<b>Vigas</b>	
1º Intervalo: $\gamma_z < 1,2$	$\gamma/\gamma_z = 1,076 - 0,382 \cdot (y/h) + 0,353 \cdot (y/h)^2$ e $\gamma/\gamma_z = 1,071 - 0,330 \cdot (y/h) + 0,234 \cdot (y/h)^2 + 0,075 \cdot (y/h)^3$	Direções “Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 0,850 + 0,880 \cdot (y/h) - 1,554 \cdot (y/h)^2 + 0,762 \cdot (y/h)^3$
2º Intervalo: $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$	$\gamma/\gamma_z = 1,021 - 0,305 \cdot (y/h) + 0,745 \cdot (y/h)^2 - 0,539 \cdot (y/h)^3$	Direções “Não Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 0,921 + 0,465 \cdot (y/h) - 0,955 \cdot (y/h)^2 + 0,591 \cdot (y/h)^3$
3º Intervalo: $\gamma_z \geq 1,3$	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,027 \cdot e^{(y/h)}$		

#### d) Análise de Regressão por Terço da Altura

Nesta análise busca-se ajustar um modelo de regressão do tipo  $Y = a + b \cdot X$  para cada terço da altura total dos edifícios. Assim, a razão  $y/h$  foi dividida em três intervalos. O primeiro intervalo, correspondente a  $y/h \leq 0,333$ , contém 111 observações; o segundo, no qual  $0,333 < y/h \leq 0,667$ , inclui 117 observações; finalmente, o terceiro intervalo refere-se a  $0,667 < y/h \leq 1,000$  e contém 121 observações.

Novamente, as variáveis resposta ( $Y$ ) e explicativa ( $X$ ) consideradas foram as relações  $\gamma/\gamma_z$  e  $y/h$ , respectivamente. As retas ajustadas estão apresentadas nas TAB. 5.49 e, graficamente, nas FIG. 5.27 e 5.28 (correspondentes aos pilares e vigas, respectivamente). Vale ressaltar que a presente análise tem por objetivo apenas a verificação da tendência de variação de  $\gamma/\gamma_z$  em cada terço da altura dos edifícios, e, portanto não foram avaliados a significância da regressão ou os coeficientes de determinação  $R^2$ . Da mesma forma, não foram ajustados outros modelos, tais como os polinomiais e com transformações na variável  $X$ , apresentados no item 5.5.4 c).

TABELA 5.49 – Retas ajustadas para cada terço da altura

Terço	Equação da regressão	
	Pilares	Vigas
1º: $y/h \leq 0,333$	$\gamma/\gamma_z = 1,021 - 0,087 \cdot (y/h)$	$\gamma/\gamma_z = 0,908 + 0,293 \cdot (y/h)$
2º: $0,333 < y/h \leq 0,667$	$\gamma/\gamma_z = 0,950 + 0,059 \cdot (y/h)$	$\gamma/\gamma_z = 1,062 - 0,139 \cdot (y/h)$
3º: $0,667 < y/h \leq 1,000$	$\gamma/\gamma_z = 1,041 - 0,072 \cdot (y/h)$	$\gamma/\gamma_z = 0,933 + 0,044 \cdot (y/h)$

Na FIG. 5.27, correspondente aos pilares, observa-se que a variável  $\gamma/\gamma_z$  apresenta tendências decrescentes nos 1º e 3º terços, e crescente no intervalo  $0,333 < y/h \leq 0,667$ . Além disso, quando a altura do pavimento ultrapassa cerca de 30% da altura total do edifício, as retas ajustadas fornecem relações  $\gamma/\gamma_z$  inferiores a 1, situando-se, portanto, dentro de valores confiáveis.

Observa-se na FIG. 5.28 que, para as vigas, ao contrário do que ocorre no caso dos pilares, a variável  $\gamma/\gamma_z$  apresenta, nos 1º e 3º terços, tendências crescentes, enquanto no 2º há uma

tendência decrescente. Finalmente, constata-se que, apenas na pequena faixa de variação de  $y/h$  compreendida entre 0,30 e 0,45, aproximadamente, as retas ajustadas fornecem valores de  $\gamma/\gamma_z$  um pouco superiores a 1.

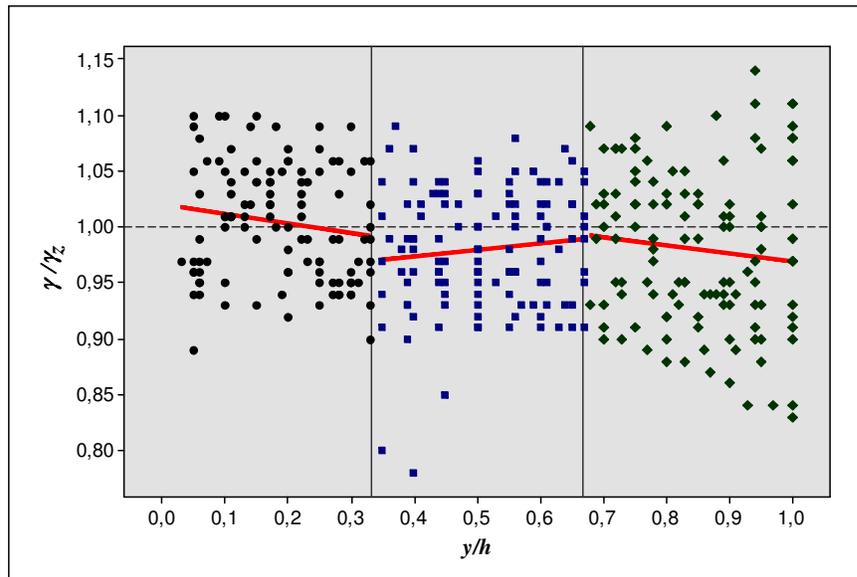


FIGURA 5.27 – Representação das retas ajustadas para cada terço da altura, correspondente aos pilares.

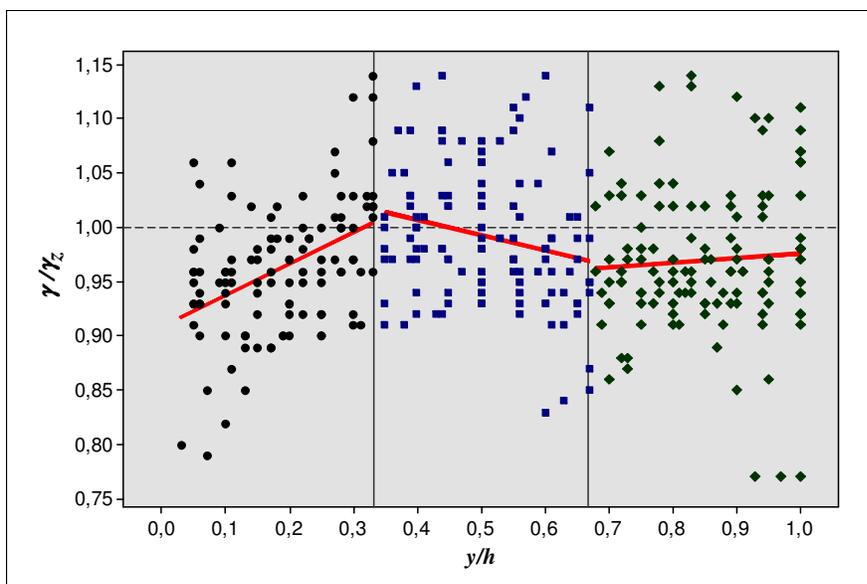


FIGURA 5.28 – Representação das retas ajustadas para cada terço da altura, correspondente às vigas.

# 6

## CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta contribuições relacionadas aos processos simplificados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado. Neste capítulo, são discutidas as principais observações feitas ao longo da elaboração do trabalho, bem como as conclusões baseadas nas análises realizadas.

No capítulo 2, apresentou-se um estudo relativo à consideração dos efeitos de segunda ordem e das não-linearidades física e geométrica das estruturas de concreto armado. Os efeitos de segunda ordem, que surgem pela interação entre as forças existentes e os deslocamentos da estrutura, foram classificados em globais, locais e localizados. Os efeitos globais podem ser relevantes ou não, dependendo do grau de deslocabilidade da estrutura. No caso de uma estrutura de nós fixos, os efeitos globais de segunda ordem têm pequena influência nos esforços totais, e podem ser desprezados; em estruturas de nós móveis, esta

influência é significativa, portanto os efeitos globais de segunda ordem devem ser levados em conta. Ressaltou-se ainda a importância da consideração, tanto nas estruturas de nós fixos, quanto nas de nós móveis, dos efeitos locais e localizados de segunda ordem, já que a estabilidade global não garante a estabilidade local, e vice-versa.

Nas estruturas de nós móveis, a análise deve considerar os efeitos das não-linearidades física e geométrica. Comentou-se que a NLF pode ser levada em conta por meio dos diagramas momento-curvatura de cada seção, ou, de forma simplificada, reduzindo-se a rigidez dos elementos estruturais. Foram descritos os valores de rigidez adotados pela NBR 6118:2003, e aqueles recomendados por diversos autores, o que permitiu evidenciar a grande variabilidade existente na literatura. Além disso, apresentou-se uma expressão que pode ser utilizada para determinar a rigidez efetiva em qualquer seção transversal particular de uma viga. Esta expressão é baseada na formulação de BRANSON (1966), sendo função do momento fletor, das propriedades da seção e da resistência do concreto. Mencionou-se, entretanto, que, quando a estrutura se encontrar no estágio I, a rigidez equivalente dada pela formulação de BRANSON (1966) deve ser substituída pela rigidez correspondente à seção bruta de concreto.

Em relação à NLG, comentou-se que ela pode ser considerada por meio de modificações na matriz de rigidez da estrutura, ou empregando o processo  $P-\Delta$ , que é um método de aplicação relativamente simples.

Foram também estudados aspectos relacionados à realização de uma análise não-linear de estruturas de concreto armado. Assim, buscou-se apresentar, sucintamente, as principais observações relativas ao comportamento do concreto, modelos constitutivos utilizados, representação das armaduras e consideração do processo de fissuração.

Em seguida, foram apresentados dois processos aproximados que permitem classificar as estruturas, apenas com os resultados da análise de primeira ordem: o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_c$ .

Mencionou-se que a formulação do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  baseia-se na analogia entre o comportamento do edifício e o de um pilar engastado na base e livre no topo, submetido a uma força axial uniformemente distribuída ao longo de sua altura. Foram discutidas algumas considerações relacionadas aos valores limites de  $\alpha$ , como as apresentadas por FRANCO (1985b), que adota diferentes limites de  $\alpha$  para os diversos tipos de contraventamento. Explicou-se que, nas estruturas reticuladas de edifícios, o módulo de rigidez  $EI$  não corresponde à soma das rigidezes dos pilares isolados, devendo-se adotar a rigidez equivalente de um pilar em balanço, que sofra o mesmo deslocamento no topo que a estrutura em estudo, sob a ação das mesmas forças. Foi apresentada a expressão do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  segundo a NBR 6118:2003, que estabelece que o módulo de rigidez equivalente da estrutura seja determinado a partir da aplicação do “carregamento horizontal”. Sugeriu-se a substituição do “carregamento horizontal” por uma força uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício, o que resultaria em uma equação conhecida e bastante simples para a obtenção da rigidez equivalente, a eq. (2.28).

Em relação ao coeficiente  $\gamma_z$ , demonstrou-se que ele pode ser obtido a partir de uma análise linear, determinando-se o momento de primeira ordem  $M_1$  e o acréscimo de momentos  $\Delta M$ . Apresentou-se a expressão de  $\gamma_z$  de acordo com a NBR 6118:2003 e comentou-se que ele também pode ser utilizado para avaliar os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, desde que seu valor não ultrapasse um determinado limite. O processo consiste em majorar os esforços horizontais [como estabelece a NBR 6118:2003] ou os momentos de primeira ordem [conforme o Projeto de Revisão da NBR 6118:2000] por  $0,95\gamma_z$ .

No final do capítulo 2, foram apresentados diversos procedimentos simplificados utilizados para a consideração dos efeitos de segunda ordem, como, por exemplo, o método aproximado de amplificação dos momentos de primeira ordem pelos fatores de majoração  $B_1$  e  $B_2$ , empregado em estruturas de aço. Mencionou-se, inclusive, que o coeficiente  $B_2$ , assim como o coeficiente  $\gamma_z$ , constitui um “indicador” da importância dos efeitos globais de

segunda ordem em uma estrutura, e, sendo assim, desenvolveu-se uma expressão que relaciona estes parâmetros, a eq. (2.79).

No capítulo 3 foram realizadas, utilizando o “software” ANSYS-9.0, análises não-lineares geométricas e físicas de peças estruturais e pórticos de concreto armado já testados experimentalmente ou estudados por outros pesquisadores. Em todas as análises adotou-se o elemento “solid 65” com armadura (quando presente) dispersa. Em relação aos modelos constitutivos, no caso do concreto foram empregados o critério de ruptura de Willam-Warnke à tração, e o critério de escoamento de Von Mises à compressão, sendo este último também utilizado para representar o comportamento do aço. Os critérios de Von Mises apresentam, tanto para o concreto quanto para o aço, comportamentos elastoplásticos perfeitos segundo diagramas tensão-deformação bilineares (na verdade, considerou-se um encruamento mínimo, adotando-se, no lugar de zero, um pequeno valor para o módulo tangente). Utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga (sendo o número de iterações por incremento sempre inferior a 60), com tolerância de 0,1% aplicada à raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças. Os resultados das análises realizadas no ANSYS mostraram boa proximidade em relação aos resultados experimentais e àqueles obtidos por outros autores, e, dessa forma, foram considerados satisfatórios.

Ainda no capítulo 3, foi feita uma avaliação preliminar dos processos simplificados utilizados para a consideração da não-linearidade física. Assim, realizou-se a análise não-linear geométrica de um pórtico de concreto armado composto por dois pavimentos (já processado considerando ambas as não-linearidades geométrica e física), levando em conta a não-linearidade física de forma simplificada, por meio da redução de rigidez dos elementos estruturais de acordo com a NBR 6118:2003 e segundo a formulação de BRANSON (1966). O estudo foi conduzido a partir da comparação, para as diversas análises, das curvas força x deslocamento obtidas até o estado limite último (ELU) convencional. Inicialmente, observou-se que o carregamento correspondente ao ELU, determinado por meio da construção do diagrama de interação força normal ( $N$ ) - momento

fletor ( $M$ ) para a seção transversal dos pilares e vigas, mostrou-se bem inferior àquele que leva ao colapso, indicando que a estrutura suportaria uma carga maior do que aquela para a qual seria dimensionada. Verificou-se também que, até o ELU, a análise que considerou as seções brutas dos pilares,  $I_{pil} = I_c$ , e as seções das vigas com a inércia equivalente de BRANSON (1966),  $I_{vig} = I_{eq}$ , se mostrou bastante eficiente, fornecendo resultados mais próximos do comportamento real do pórtico que a análise realizada com os coeficientes de redução adotados pela NBR 6118:2003.

No capítulo 4 foram realizadas diversas análises numéricas de pórticos planos pertencentes a edifícios usuais de concreto armado. Inicialmente, as estruturas foram processadas (análises elásticas lineares) para as ações verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais, segundo as combinações de carregamento definidas pelas eq. (4.1), (4.2), (4.3) e (4.4). A partir da envoltória dos esforços obtidos para cada combinação de carregamento, foram determinadas as armaduras dos pilares e vigas constituintes dos pórticos estudados. As vigas foram dimensionadas à flexão normal composta e os pilares à flexão normal composta ou à flexão oblíqua composta. Utilizou-se aço CA-50 para todos os elementos estruturais, com módulo de elasticidade igual a 210 GPa. Mencionou-se que não houve a preocupação com o detalhamento final dos elementos, partindo-se do princípio de que a diferença entre as armaduras calculadas e as efetivamente colocadas não é significativa.

Os pórticos foram, então, processados considerando ambas as não-linearidades geométrica e física. Aplicou-se a parcela de carregamento correspondente à combinação 1, conforme as eq. (4.1) ou (4.2), com o vento atuando paralelamente aos eixos  $X$  ou  $Y$ , dependendo da direção do pórtico analisado. Os quinhões de carga de vento que os pórticos receberam foram calculados em função de suas rigidezes laterais. Todos os parâmetros e modelos constitutivos utilizados foram “calibrados” a partir dos estudos realizados no capítulo 3, garantindo a confiabilidade dos resultados obtidos. Assim, adotou-se o elemento sólido “solid 65” com armadura dispersa para representar os pilares e vigas e desabilitou-se o critério de ruptura de Willam-Warnke apenas para a compressão do concreto, permitindo a sua plastificação segundo o critério de escoamento de Von Mises, também empregado para

representar o aço. No processamento utilizou-se o algoritmo de Newton-Raphson pleno, incrementos automáticos de carga e um limite de 60 iterações por incremento, com tolerância de 0,1% aplicada à raiz quadrada do somatório dos quadrados dos desequilíbrios de forças.

Em seguida, foram realizadas análises não-lineares geométricas dos pórticos, considerando a não-linearidade física de forma aproximada, por meio da redução de rigidez dos elementos estruturais segundo a NBR 6118:2003 e segundo a formulação de BRANSON (1966). Neste caso, as inércias equivalentes ponderadas foram determinadas para várias porcentagens do carregamento aplicado. Os pilares e vigas foram representados através de elementos de barra (definidos como “beam 3” e “beam 54”). Comentou-se que, no modelo sólido, os vãos da viga são considerados de face a face dos pilares, o que o torna mais rígido que o modelo de barras, no qual os vãos são considerados de eixo a eixo dos apoios. Assim, no modelo de barras, foram introduzidos “offsets” nos trechos viga-pilar, tornando-os rígidos. Com isto, os dois modelos foram comparados em igualdade de condições.

O desempenho das análises não-lineares geométricas, com consideração simplificada da não-linearidade física, foi avaliado para os carregamentos correspondentes aos estados limites último (definido como 100%  $P$ ), de serviço (considerado aproximadamente igual a 45%  $P$ ) e para o carregamento sem majoração (75%  $P$ ). Ressalta-se que, para todos os pórticos estudados, o carregamento correspondente ao estado limite último convencional não representou o carregamento real de colapso, o que mostra que as estruturas suportariam cargas superiores àquelas para as quais foram dimensionadas.

No estado limite de serviço, a análise que utiliza reduções de inércia iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) para as vigas pôde ser considerada a mais eficiente.

Para o carregamento sem majoração e o correspondente ao estado limite último, na maior parte dos exemplos analisados, a utilização dos valores de redução de inércia adotados pela

NBR 6118:2003 para os casos mais gerais, ou seja,  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = 0,4 I_c$ , forneceu os resultados mais próximos dos obtidos a partir da análise não-linear geométrica e física.

Vale mencionar que a utilização dos valores iguais a  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) mostrou-se bem mais eficiente para representar o comportamento dos pórticos mais flexíveis do que dos pórticos mais rígidos. Certamente isto se deve à própria formulação da inércia equivalente de BRANSON (1966), que, nos pórticos mais rígidos, se aproximará da inércia da seção bruta de concreto mesmo para maiores intensidades de carregamento, podendo resultar em valores que não traduzem a real perda de rigidez da estrutura. No caso dos pórticos mais flexíveis, a partir de menores valores de carregamento a inércia equivalente será determinada, em grande parte, pela inércia da seção fissurada  $I_{II}$ , o que é coerente para estruturas com menor rigidez, e, dessa forma, com uma maior intensidade de fissuração.

Verificou-se também que, considerando pequenas intensidades de carregamento, para as quais as estruturas ainda não fissuraram, as análises realizadas com  $I_{pil} = 0,8 I_c$  e  $I_{vig} = I_{eq}$  segundo BRANSON (1966) representaram com boa precisão o comportamento de todos os pórticos, tanto dos mais flexíveis quanto dos mais rígidos. Este fato pode ser explicado lembrando que, para pequenos valores de carga, os momentos fletores  $M_a$  são inferiores ao momento de fissuração  $M_r$  e, conseqüentemente, adota-se para a inércia equivalente de BRANSON (1966) o valor da inércia da seção bruta de concreto,  $I_c$ .

Assim, partindo do princípio de que os coeficientes de redução de rigidez dos elementos estruturais são normalmente destinados aos projetos usuais de edifícios, geralmente dimensionados para o carregamento correspondente ao estado limite último (ELU), pôde-se considerar as reduções de inércia iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $0,4 I_c$  para as vigas como as mais representativas do comportamento dos pórticos analisados. Além disso, a utilização de um coeficiente constante para todas as vigas resulta em um procedimento simples, de fácil aplicação e extremamente vantajoso quando comparado à utilização da inércia equivalente de BRANSON (1966), que apresenta valores diferenciados para cada

vão e para cada pavimento da estrutura e, sendo assim, não é adequada para a prática de projeto.

No capítulo 5 diversos edifícios de médio porte em concreto armado foram processados em primeira e segunda ordem. O processamento dos edifícios foi realizado para as ações verticais agindo simultaneamente com o carregamento horizontal (correspondente à ação do vento). Os coeficientes aplicados às ações foram definidos a partir da combinação que considera o vento como a ação variável principal, conforme as eq. (4.1) ou (4.2). Foram então utilizados os seguintes valores para os coeficientes de ponderação das ações permanente ( $\gamma_g$ ), acidental ( $\gamma_q$ ) e horizontal ( $\gamma_{fh}$ ):

- para a análise das estruturas em primeira ordem:

$$\gamma_g = 1,4 \quad (6.1)$$

$$\gamma_q = 0,7 \quad (6.2)$$

$$\gamma_{fh} = 1,4 \quad (6.3)$$

- para a análise das estruturas em segunda ordem:

$$\gamma_g = 1,4 / 1,1 = 1,27 \quad (6.4)$$

$$\gamma_q = 0,7 / 1,1 = 0,64 \quad (6.5)$$

$$\gamma_{fh} = 1,4 / 1,1 = 1,27 \quad (6.6)$$

lembrando que, neste caso, os esforços obtidos foram majorados por 1,1.

Estimou-se o coeficiente de ponderação das ações verticais ( $\gamma_{fv}$ ) utilizado nas análises em primeira e segunda ordem como sendo igual a 1,26 e 1,15, respectivamente. Assim, a análise em segunda ordem não foi realizada com as ações verticais sem majoração, procedimento empregado por alguns autores, como, por exemplo, PINTO (1997).

Demonstrou-se que, para os coeficientes adotados neste trabalho, a utilização das ações verticais sem majoração na análise em segunda ordem implicaria na consideração de cargas permanente ( $G$ ) e acidental ( $Q$ ) equivalentes a 57% e 43% de toda a ação vertical ( $V$ ), respectivamente, porcentagens que diferem substancialmente daquelas admitidas por FRANCO e VASCONCELOS (1991), que adotam, para a maioria dos edifícios em concreto armado,  $G = 0,8 \cdot V$  e  $Q = 0,2 \cdot V$ .

O modelo estrutural adotado foi definido a partir da comparação entre os valores de  $\gamma_z$  obtidos para dois edifícios em concreto armado (o primeiro duplamente simétrico e o segundo sem qualquer simetria), considerando cinco modelos tridimensionais distintos.

Observou-se que, com exceção do modelo 1, o mais sofisticado (no qual as lajes são representadas como elementos de casca e é considerada a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje), todos os modelos forneceram praticamente os mesmos valores de  $\gamma_z$ . Dessa forma, partindo-se do princípio que o modelo 1 geralmente não é adotado pelo meio técnico, inclusive para o cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , neste trabalho os edifícios foram analisados utilizando o modelo 4, o mais simples (constituído apenas por barras e sem a consideração de excentricidades). No entanto, comentou-se que, na prática de projeto, o modelo 1 deve ser preferencialmente utilizado, uma vez que representa com maior precisão o comportamento real da estrutura e fornece valores de  $\gamma_z$  bem inferiores aos obtidos pelos demais modelos, o que leva a uma maior economia e, em muitos casos, dispensa a realização de análises que considerem, de forma simplificada ou não, os efeitos de segunda ordem.

Para todos os edifícios analisados, foram determinados os valores dos parâmetros  $\gamma_z$ ,  $\alpha$  e  $B_2$ , nas direções  $X$  e  $Y$ . Demonstrou-se que o  $\gamma_z$  também pode ser calculado a partir dos coeficientes  $B_2$  obtidos para cada pavimento da estrutura, utilizando a expressão desenvolvida no capítulo 2, a eq. (2.79). Observou-se que os valores médios dos coeficientes  $B_2$  ( $B_{2,méd}$ ) apresentaram boa proximidade em relação ao  $\gamma_z$  e que, em todos os

casos, os parâmetros  $\gamma_z$  e  $B_2$  forneceram a mesma classificação das estruturas. Além disso, constatou-se que, embora o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  deva ser utilizado apenas para estruturas simétricas, ele forneceu, em 83% dos casos, a mesma classificação dos edifícios que aquela realizada utilizando os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ .

A partir do processamento dos edifícios no “software” ANSYS-9.0, foi calculada a relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem, nas direções  $X$  e  $Y$ . Pôde-se, então, realizar uma análise comparativa entre os acréscimos sofridos pelos esforços de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, e os acréscimos previstos pelo coeficiente  $\gamma_z$ . Vale ressaltar que, no processamento das estruturas em segunda ordem, considerou-se a não-linearidade física de forma simplificada, reduzindo a rigidez dos elementos estruturais; foram adotados os valores iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $0,4 I_c$  para as vigas, uma vez que, de acordo com os estudos conduzidos no capítulo 4, estas reduções de inércia foram consideradas as mais adequadas.

Constatou-se que, para todos os edifícios e em ambas as direções, os acréscimos médios obtidos para a força normal nos pilares e para a força cortante nas vigas foram muito pequenos (entre 1% e 4%) e, portanto, geralmente bastante inferiores aos previstos pelo  $\gamma_z$ . Portanto, em termos práticos, a majoração dessas forças pelo coeficiente  $\gamma_z$  não se faz necessária, mesmo para altos valores deste. No caso do momento fletor nos pilares e nas vigas, os acréscimos médios apresentaram pequenas diferenças (quase sempre inferiores a 5%) em relação ao  $\gamma_z$ .

Os edifícios foram também submetidos à análises em primeira ordem com as ações horizontais adicionalmente majoradas por  $0,95\gamma_z$ . A relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem permitiu avaliar o desempenho do coeficiente  $\gamma_z$  como majorador das ações horizontais, para a obtenção dos esforços finais.

Observou-se que, no caso da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas, as análises em primeira ordem realizadas com ou sem a majoração adicional das ações

horizontais por  $0,95\gamma_z$  forneceram praticamente os mesmos resultados. Para os momentos fletores, as diferenças entre os resultados obtidos nas análises em segunda e em primeira ordem chegaram a atingir valores bastante significativos, ultrapassando o valor de 10% em 94% dos casos para os pilares e em 83% dos casos para as vigas.

Assim, com base nas análises realizadas neste trabalho, pode-se afirmar, conforme já constatado por OLIVEIRA e SILVA (2003), que o coeficiente  $\gamma_z$  deve ser utilizado como majorador dos momentos de primeira ordem (e não das ações horizontais) para a obtenção dos momentos finais (primeira ordem + segunda ordem). No caso da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas, a majoração pelo coeficiente  $\gamma_z$  não se faz necessária, uma vez que, para estes esforços, os valores obtidos em primeira e em segunda ordem são praticamente os mesmos.

O processo simplificado de avaliação dos momentos finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  como majorador dos momentos de primeira ordem foi também estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Para conduzir o estudo, foram definidas as relações:

- $\gamma/\gamma_z$  sendo “ $\gamma$ ” denominado de majorador dos momentos de primeira ordem (relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem, para os pilares e vigas);
- $y/h$ , onde  $y$  representa a altura do pavimento considerado e  $h$  é a altura total da estrutura.

Foram construídos gráficos que representam a variação da razão  $\gamma/\gamma_z$  ao longo da altura de todos os edifícios, em ambas as direções, para os pilares e vigas. Sabe-se que, na situação ideal, na qual a majoração dos momentos de primeira ordem por  $\gamma_z$  fornece os momentos finais com 100% de precisão, os valores de  $\gamma$  e  $\gamma_z$  devem coincidir para todos os pavimentos dos edifícios, isto é,  $\gamma/\gamma_z = 1$  ao longo de toda a altura. No entanto, verificou-se nos

gráficos construídos que a razão  $\gamma/\gamma_z$  varia ao longo de  $y/h$ . Observou-se também que seria difícil estabelecer qual a tendência de variação existente, uma vez que os pontos representados não formavam um padrão de agrupamento visível. Ainda assim, foi realizado um tratamento estatístico dos resultados obtidos, utilizando o “software” MINITAB-14.

Inicialmente foi realizada uma análise descritiva da variável envolvida no estudo. Assim, foram calculadas as medidas de tendência central (média e mediana) e de variabilidade (desvio padrão, coeficiente de variação, mínimo e máximo) para a relação  $\gamma/\gamma_z$ . Além disso, foram construídos histogramas para visualizar graficamente a distribuição de  $\gamma/\gamma_z$ , correspondente aos pilares e vigas.

Observou-se que a razão  $\gamma/\gamma_z$  variou de 0,77 (ou 0,78) a 1,14, (sendo as médias e medianas obtidas inferiores a 1,0), e que cerca de 90% dos valores encontravam-se dentro do intervalo  $0,90 \leq \gamma/\gamma_z < 1,10$ , tanto para os pilares quanto para as vigas. Além disso, em 81% dos casos para os pilares e em 87% dos casos para as vigas a razão  $\gamma/\gamma_z$  apresentou-se inferior a 1,05, indicando que, para a maior parte das situações, a majoração dos momentos em primeira ordem por  $\gamma_z$  forneceria um erro máximo contra a segurança inferior a 5%.

A distribuição de  $\gamma/\gamma_z$  (correspondente aos pilares e vigas) foi também estudada, por meio da construção de gráficos do tipo *boxplot*, para cada edifício separadamente, levando em conta a possível simetria da estrutura (sendo o grupo das estruturas “simétricas” constituído apenas pelos edifícios duplamente simétricos; os demais edifícios pertencem ao grupo das estruturas “não simétricas”) e da direção analisada e considerando três intervalos de variação do coeficiente  $\gamma_z$ , definidos da seguinte forma:

- intervalo 1:  $\gamma_z < 1,2$ ;
- intervalo 2:  $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$ ;
- intervalo 3:  $\gamma_z \geq 1,3$ .

É importante comentar que o 3º intervalo é, na verdade, constituído por valores de  $\gamma_z$  situados entre 1,30 a 1,32. Isto porque o estudo desenvolvido neste trabalho foi realizado para estruturas que apresentaram valores máximos de  $\gamma_z$  da ordem de 1,3, ou seja, para as quais, segundo a NBR 6118:2003, o processo simplificado de avaliação dos esforços finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  ainda é válido.

Foram realizados testes de hipóteses (testes de Kruskal-Wallis e Mann-Whitney) para avaliar se a relação  $\gamma/\gamma_z$  varia significativamente de acordo com o edifício, tipo de estrutura e de direção (“simétricas” ou “não simétricas”) e intervalo de  $\gamma_z$  considerado. No entanto, vale comentar que os testes de hipóteses indicam se os diversos grupos diferem ou não do ponto de vista estatístico, ou seja, se as diferenças obtidas entre as amostras são ou não “estatisticamente significantes”. Dessa forma, a correta interpretação dos resultados dos testes deve ser feita pelo pesquisador, com base em conhecimentos prévios e observando se a “significância estatística” realmente representa uma “significância prática”, ou, como define MONTGOMERY e RUNGER (2003), uma “significância de engenharia”. Tendo em vista estas considerações pode-se afirmar, a partir do estudo estatístico realizado, que:

- existem diferenças significativas no valor obtido para a relação  $\gamma/\gamma_z$  de acordo com o edifício analisado, tanto para os pilares quanto para as vigas. Este resultado é razoável, uma vez que a segurança relacionada ao método simplificado de avaliação dos momentos finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  será maior em edifícios “mais comportados” (isto é, que não apresentem pés-direitos muito discrepantes ou mudanças bruscas de inércia entre pavimentos, por exemplo), para os quais a hipótese formulada no desenvolvimento do método (de que os deslocamentos sucessivos formam uma progressão geométrica) realmente é válida. Nestes casos, portanto, a relação  $\gamma/\gamma_z$  deverá ser menor ou igual a 1. Por outro lado, para estruturas “menos comportadas” a hipótese adotada se aplica com maiores erros, e, dessa forma, o real majorador  $\gamma$  tende a ser maior que o valor de  $\gamma_z$  calculado, como explica VASCONCELOS (2002);

- as estruturas (ou direções) “simétricas” mostraram-se diferentes das estruturas (ou direções) “não simétricas”, em relação ao valor de  $\gamma/\gamma_z$  obtido, tanto para os pilares quanto para as vigas. Além disso, para as estruturas e direções “não simétricas”, os valores médios e medianos da variável  $\gamma/\gamma_z$  apresentaram-se superiores aos das “simétricas”. Estes fatos são previsíveis, pois a presença ou não de simetria influencia o comportamento das estruturas e, conseqüentemente, o valor de  $\gamma/\gamma_z$ , que, como explicado anteriormente, tende a ser menor para edifícios simétricos, ou seja, “mais comportados”;
- no caso das vigas, não foram encontradas diferenças significativas para  $\gamma/\gamma_z$  entre os três intervalos de variação de  $\gamma_z$ . No caso dos pilares, embora os valores de  $\gamma/\gamma_z$  obtidos para os intervalos 1 e 2 tenham sido diferentes do ponto de vista estatístico (o 3º intervalo foi considerado semelhante aos outros dois), verificou-se que as diferenças existentes não possuem significância prática. Isto pode ser constatado observando os valores médios de  $\gamma/\gamma_z$  dos 1º e 2º intervalos, que são, respectivamente, iguais a 1,002 e 0,980, e considerando que, em termos práticos, a majoração dos momentos de primeira ordem por  $1,002\gamma_z$  e  $0,980\gamma_z$  conduziria aos mesmos resultados.

Após a realização da análise descritiva, avaliou-se a correlação entre as relações  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$ . Ressalta-se que a associação entre as variáveis foi também estudada considerando-se a transformação da razão  $y/h$  através das funções logarítmica (base  $e$ ) e exponencial. Pôde-se verificar que, no caso dos pilares, existe uma correlação negativa significativa entre as variáveis  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$ , bem como nas outras duas transformações. Para as vigas, apenas a correlação (positiva) entre  $\ln(y/h)$  e  $\gamma/\gamma_z$  mostrou-se significativa (TAB. 6.1).

A análise de correlação foi também realizada levando em conta a possível simetria da estrutura, da direção e considerando os três intervalos de variação de  $\gamma_z$ . As correlações que se mostraram significativas estão apresentadas na TAB. 6.1.

TABELA 6.1 – Correlações significativas para as variáveis estudadas

	<i>Pilares</i>	<i>Vigas</i>
<b>Resultados gerais</b> (sem considerar qualquer estratificação)	$y/h$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $e^{y/h}$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa)	$\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (positiva)
<b>Estruturas</b>		
“Simétricas”	$\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa)	$\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (positiva)
“Não Simétricas”	$y/h$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $e^{y/h}$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa)	-
<b>Direções</b>		
“Simétricas”	$y/h$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $e^{y/h}$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa)	-
“Não Simétricas”	-	$y/h$ e $\gamma/\gamma_z$ (positiva) $\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (positiva) $e^{y/h}$ e $\gamma/\gamma_z$ (positiva)
<b>Intervalo de variação de <math>\gamma_z</math></b>		
1º: $\gamma_z < 1,2$	-	-
2º: $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$	$y/h$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $e^{y/h}$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa)	-
3º: $\gamma_z \geq 1,3$	$y/h$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa) $e^{y/h}$ e $\gamma/\gamma_z$ (negativa)	$\ln(y/h)$ e $\gamma/\gamma_z$ (positiva)

Ainda no capítulo 5, buscou-se estabelecer uma equação capaz de expressar o relacionamento entre as variáveis  $\gamma/\gamma_z$  (variável resposta ou dependente  $Y$ ) e  $y/h$  (variável explicativa ou independente  $X$ ), utilizando a técnica de análise de regressão. Assim, foram ajustados modelos do tipo  $Y = a + b \cdot X$ ,  $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2$ ,  $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2 + d \cdot X^3$ ,  $Y = a + b \cdot \ln X$ ,  $Y = a + b \cdot e^X$ ,  $Y = a + b \cdot \frac{1}{X}$  e  $Y = a \cdot X^b$ . Para cada modelo, foram apresentados a equação da regressão, a análise de variância e o coeficiente de determinação  $R^2$ , correspondentes aos pilares e vigas.

Observou-se que, no caso dos pilares, todos os modelos ajustados foram considerados importantes para explicar a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$ . Por outro lado, no caso das vigas, os

modelos do tipo  $Y = a + b \cdot X$  e  $Y = a + b \cdot e^X$  não se mostraram úteis. Isto já era esperado, uma vez que, como constatado na análise de correlação, não existe, para as vigas, uma associação significativa entre as variáveis  $y/h$  e  $\gamma/\gamma_z$ , bem como entre  $e^{y/h}$  e  $\gamma/\gamma_z$ .

No âmbito global, dentre todos os modelos úteis para explicar a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$ , os modelos polinomiais de terceira ordem apresentaram os maiores coeficientes de determinação  $R^2$ , e, portanto, foram considerados os mais adequados, tanto para os pilares quanto para as vigas. Vale comentar que estes modelos (apresentados na TAB. 6.2) fornecem, para quase toda a faixa de variação de  $y/h$ , relações  $\gamma/\gamma_z$  próximas ou inferiores a 1, situando-se, portanto, dentro de valores confiáveis.

A análise de regressão foi também realizada levando em conta a possível simetria da estrutura, da direção e considerando os três intervalos de variação de  $\gamma_z$ . A TAB 6.2 mostra, dentre todos os modelos considerados úteis para explicar a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$ , aqueles que apresentaram os maiores coeficientes de determinação  $R^2$ , para cada tipo de estrutura, direção e intervalo considerado.

Dentre todos os modelos ajustados, os mostrados em negrito na TAB. 6.2 apresentaram os maiores coeficientes de determinação  $R^2$ , e, portanto, foram considerados os mais apropriados. Nota-se que eles foram construídos, no caso dos pilares, levando em conta os três intervalos de variação de  $\gamma_z$ , e, no caso das vigas, a possível simetria das direções. Entretanto, não recomenda-se a utilização destes modelos, uma vez que os valores de  $R^2$  obtidos apresentaram-se pequenos. Para que fossem recomendados, os modelos deveriam incorporar outros fatores, além de  $y/h$ , de forma a garantir previsões mais seguras da variável  $\gamma/\gamma_z$ .

No final do capítulo 5, ajustou-se um modelo de regressão do tipo  $Y = a + b \cdot X$  para cada terço da altura total dos edifícios. Observou-se que, nos 1º e 3º terços, a variável  $\gamma/\gamma_z$  apresenta tendências decrescentes no caso dos pilares e crescentes no caso das vigas.

Contrariamente, no 2º terço, a tendência é crescente para os pilares e decrescente para as vigas. Verificou-se também que, tanto para os pilares quanto para as vigas, em quase toda a faixa de variação de  $y/h$ , as retas ajustadas fornecem valores de  $\gamma/\gamma_z$  inferiores a 1.

TABELA 6.2 – Modelos úteis para explicar a variabilidade de  $\gamma/\gamma_z$  que apresentaram os maiores coeficientes de determinação  $R^2$

	<i>Pilares</i>	<i>Vigas</i>
<b>Resultados gerais (sem considerar qualquer estratificação)</b>	$\gamma/\gamma_z = 1,025 - 0,167 \cdot (y/h) + 0,221 \cdot (y/h)^2 - 0,103 \cdot (y/h)^3$	$\gamma/\gamma_z = 0,884 + 0,680 \cdot (y/h) - 1,266 \cdot (y/h)^2 + 0,682 \cdot (y/h)^3$
<b>Estruturas</b>		
“Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 0,952 \cdot (y/h)^{-0,017}$	$\gamma/\gamma_z = 0,830 + 0,862 \cdot (y/h) - 1,467 \cdot (y/h)^2 + 0,723 \cdot (y/h)^3$
“Não Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,155 \cdot (y/h) + 0,228 \cdot (y/h)^2 - 0,121 \cdot (y/h)^3$	$\gamma/\gamma_z = 0,912 + 0,582 \cdot (y/h) - 1,154 \cdot (y/h)^2 + 0,656 \cdot (y/h)^3$
<b>Direções</b>		
“Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 1,019 - 0,232 \cdot (y/h) + 0,439 \cdot (y/h)^2 - 0,293 \cdot (y/h)^3$	$\gamma/\gamma_z = 0,850 + 0,880 \cdot (y/h) - 1,554 \cdot (y/h)^2 + 0,762 \cdot (y/h)^3$
“Não Simétricas”	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,100 \cdot (y/h) - 0,005 \cdot (y/h)^2 + 0,094 \cdot (y/h)^3$	$\gamma/\gamma_z = 0,921 + 0,465 \cdot (y/h) - 0,955 \cdot (y/h)^2 + 0,591 \cdot (y/h)^3$
<b>Intervalo de variação de <math>\gamma_z</math></b>		
1º: $\gamma_z < 1,2$	$\gamma/\gamma_z = 1,076 - 0,382 \cdot (y/h) + 0,353 \cdot (y/h)^2$ e $\gamma/\gamma_z = 1,071 - 0,330 \cdot (y/h) + 0,234 \cdot (y/h)^2 + 0,075 \cdot (y/h)^3$	-
2º: $1,2 \leq \gamma_z < 1,3$	$\gamma/\gamma_z = 1,021 - 0,305 \cdot (y/h) + 0,745 \cdot (y/h)^2 - 0,539 \cdot (y/h)^3$	$\gamma/\gamma_z = 0,858 + 0,950 \cdot (y/h) - 1,886 \cdot (y/h)^2 + 1,076 \cdot (y/h)^3$
3º: $\gamma_z \geq 1,3$	$\gamma/\gamma_z = 1,030 - 0,027 \cdot e^{(y/h)}$	$\gamma/\gamma_z = 0,853 + 0,835 \cdot (y/h) - 1,435 \cdot (y/h)^2 + 0,700 \cdot (y/h)^3$

Com base em todas as considerações apresentadas, pode-se afirmar que as principais contribuições deste trabalho são:

- a aplicação da inércia equivalente de BRANSON (1966) para vigas pertencentes a pórticos medianamente altos (considerando várias porcentagens do carregamento), uma

vez que, geralmente, a formulação de BRANSON (1966) é empregada para avaliação de flechas em elementos isolados de concreto armado. Além disso, o desempenho da inércia equivalente de BRANSON (1966) para considerar simplificarmente a não-linearidade física foi também avaliado.

- o desenvolvimento de uma expressão que relaciona os coeficientes  $B_2$  e  $\gamma_z$ . Com esta expressão, é possível calcular  $\gamma_z$  a partir dos coeficientes  $B_2$  obtidos para cada pavimento da estrutura.
- a avaliação da influência do modelo estrutural adotado na determinação do coeficiente  $\gamma_z$ ;
- o estudo do processo simplificado de avaliação dos momentos finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  como majorador dos momentos de primeira ordem levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios, por meio de uma análise estatística adequada dos resultados obtidos.
- a constatação de que não é possível estimar o majorador dos momentos de primeira ordem  $\gamma$  que deve ser aplicado em cada pavimento da estrutura a partir de modelos que considerem apenas a influência da variável  $y/h$ . No entanto, esta estimativa pode ser feita utilizando o coeficiente  $B_2$ , cujo valor médio se aproxima de  $\gamma_z$ . Assim, o majorador  $\gamma$  de cada pavimento  $i$  seria, aproximadamente, igual a  $(B_{2,i} / B_{2,méd}) \cdot \gamma_z$ . Embora neste trabalho não tenham sido realizados estudos mais específicos sobre o assunto, acredita-se que esta seja uma alternativa bastante lógica e racional para levar em conta a variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nas edificações.

Finalmente, como sugestão para novas pesquisas, recomenda-se:

- a avaliação dos valores de rigidez utilizados para levar em conta a não-linearidade física de forma simplificada considerando-se pórticos espaciais em concreto armado;
- o estudo da validade do processo simplificado de obtenção dos momentos finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  como majorador dos momentos de primeira ordem para

estruturas que apresentam irregularidades na geometria, como, por exemplo, mudanças de inércia e de pés-direitos entre os pavimentos;

- o estudo da variação de  $\gamma/\gamma_z$  ao longo da altura dos edifícios incorporando novas variáveis aos modelos ajustados, tais como o número total de pavimentos, a rigidez da estrutura, etc.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI 318S (2005). *Requisitos de reglamento para concreto estructural y comentario*.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION – AISC (1999). *Load and resistance factor design specification for structural steel buildings*. Chicago.

ANDOLFATO, R.P.; CAMACHO, J.S.; MAURÍCIO, R.M. (2003). *Estudo comparativo dos processos de análise da estabilidade global de edifícios*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 45., Vitória. *Anais*.

ARISTIZABAL-OCHOA, J.D. (1997a). *Amplification factor for three-dimensional RC framed structures: a nonparadoxical approach*. ACI Structural Journal, v.94, n.5, p.538-548.

ARISTIZABAL-OCHOA, J.D. (1997b). *Story stability of braced, partially braced, and unbraced frames: classical approach*. Journal of Structural Engineering, v.123, n.6, p.799-807.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto de revisão da NBR 6118:2000 – Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118:2003 – Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6123:1988 – Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro.

BAKIR, P.G.; BODUROGLU, H.M. (2006). *Nonlinear analysis of beam-column joints using softened truss model*. *Mechanics Research Communications*, v.33, n.2, p.134-147.

BARBOSA, A.F. (1997). *Estudo de modelos para análise não-linear de estruturas de concreto pelo método dos elementos finitos*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

BONET, J.L.; MIGUEL, P.F.; FERNANDEZ, M.A.; ROMERO, M.L. (2004). *Biaxial bending moment magnifier method*. *Engineering Structures*, v.26, n.13, p.2007-2019.

BRANSON, D.E. (1966). *Deflections of reinforced concrete flexural members*. *Journal of the American Concrete Institute*, n.6331, p.637-667.

CARMO, R.M.S. (1995). *Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CARVALHO, B.A. (2004). *Análise comparativa pelo método dos elementos finitos de modelos tridimensionais clássicos e evolutivos do sistema estrutural de um edifício alto em concreto armado*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

CHAN, C.M.; MICKLEBOROUGH, N.C.; NING, F. (2000). *Analysis of cracking effects on tall reinforced concrete buildings*. Journal of Structural Engineering, v.126, n.9, p.995-1003.

CHAN, C.M.; WANG, Q. (2006). *Nonlinear stiffness design optimization of tall reinforced concrete buildings under service loads*. Journal of Structural Engineering, v.132, n.6, p.978-990.

CHEN, W.F.; HAN, D.J. (1988). *Plasticity for structural engineers*. Springer-Verlag, New York.

CHEN, W.F.; SALEEB, A.F. (1982). *Constitutive equations for engineering materials – volume 1: elasticity and modeling*. Purdue University, John Wiley & Sons.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON – CEB-FIP (1990). *Model code - final draft*. Bulletin D'Information, n.203-205. Lausanne, Switzerland.

CORRÊA, M.R.S. (1991). *Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios*. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

COSTA, C.B. (2003). *Considerações sobre alguns modelos clássicos para análise estrutural de edifícios de andares múltiplos sujeitos à ação de forças laterais*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

CRISFIELD, M.A. (1991). *Non-linear finite element analysis of solids and structures – volume 1: essentials*. John Wiley & Sons.

DARWIN, D. (1991). *Finite element analysis of reinforced concrete structures II – chapter 4: reinforced concrete*. Edited by J. Isenberg, Chairman, ASCE/ACI 447, New York, p.203-232.

EL-METWALLY, S.E.; CHEN, W.F. (1989). *Nonlinear behavior of R/C frames*. Computers & Structures, v.32, n.6, p.1203-1209.

FRANCO, M. (1985a). *Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado*. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo. *Anais*.

FRANCO, M. (1985b). *O parâmetro de instabilidade dos edifícios altos*. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, Lisboa, n.23, p.69-72.

FRANCO, M.; VASCONCELOS, A.C. (1991). *Practical assessment of second order effects in tall buildings*. In: COLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, Rio de Janeiro. *Proceedings*, p.307-323.

GANTES, C.J.; MAGEIROU, G.E. (2005). *Improved stiffness distribution factors for evaluation of effective buckling lengths in multi-story sway frames*. Engineering Structures, v.27, n.7, p.1113-1124.

GIRGIN, K.; OZMEN, G.; ORAKDOGEN, E. (2006). *Buckling lengths of irregular frame columns*. Journal of Constructional Steel Research, v.62, n.6, p.605-613.

JENDELE, L.; CERVENKA, J. (2006). *Finite element modelling of reinforcement with bond*. Computers & Structures, v.84, n.28, p.1780-1791.

KAEFER, L.F.; BITTENCOURT, T.N.; FRANÇA, R.L.S. (2002). *Sobre os métodos de avaliação da não-linearidade física e geométrica na análise global de edifícios de concreto*

*armado*. In: XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, Brasília. *Anais*.

KEMP, A.R. (2000). *Simplified amplification factors representing material and geometric inelasticity in frame instability*. Engineering Structures, v.22, n.12, p.1609-1619.

KHUNTIA, M; GHOSH, S.K. (2004a). *Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: Analytical approach*. ACI Structural Journal, v.101, n.3, p.351-363.

KHUNTIA, M; GHOSH, S.K. (2004b). *Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: Experimental verification*. ACI Structural Journal, v.101, n.3, p.364-374.

KIM, J.; CHOI, H. (2005). *Response modification factors of chevron-braced frames*. Engineering Structures, v.27, n.2, p.285-300.

KWAK, H.G.; KIM, J.K. (2004). *Ultimate resisting capacity of slender RC columns*. Computers & Structures, v.82, n.11-12, p.901-915.

KWAK, H.G.; KIM, J.K. (2006a). *Time-dependent analysis of RC frame structures considering construction sequences*. Building and Environment, v.41, n.10, p.1423-1434.

KWAK, H.G.; KIM, J.K. (2006b). *Nonlinear behavior of slender RC columns (1). Numerical formulation*. Construction and Building Materials, v.20, n.8, p.527-537.

KWAK, H.G.; KIM, J.K. (2006c). *Nonlinear behavior of slender RC columns (2). Introduction of design formula*. Construction and Building Materials, v.20, n.8, p.538-553.

LAVALL, A.C.C. (1996). *Uma formulação consistente para a análise não-linear de pórticos planos de aço considerando imperfeições iniciais e tensões residuais*. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LAVALL, A.C.C.; SILVA, R.M. (1989). *Efeitos de 2ª ordem em edifícios metálicos de andares múltiplos*. São Carlos. Seminário – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LEVIN, J. (1987). *Estatística aplicada a ciências humanas*. São Paulo, Editora Harbra Ltda.

LIMA, J.S. (2001). *Verificações da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. (1999a). *Comparação entre o parâmetro alfa e o coeficiente  $\gamma_z$  na análise da estabilidade global de edifícios altos*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. (1999b). *Utilização do coeficiente  $\gamma_z$  como majorador de efeitos de primeira ordem em edifícios altos*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

LOPES, F.A.F.; OLIVEIRA, R.A.; SILVA, I.M. (2002). *Análises de edifícios altos considerando os pisos modelados como placa e como diafragma*. In: XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, Brasília. *Anais*.

MACGREGOR, J.G. (1993). *Design of slender concrete columns – revisited*. ACI Structural Journal, v.90, n.3, p.302-309.

MACGREGOR, J.G.; HAGE, S.E. (1977). *Stability analysis and design of concrete frames*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.103, n.ST10, p.1953-1970.

MAIA, E.V. (1992). *Projeto e implementação de um sistema amigável para análise de pórticos espaciais*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

MARANHÃO, G.M. (1999). *Avaliação dos parâmetros de instabilidade*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

MARTINS, C.H.; ANTUNES, H.M.C.C. (1999). *Influência da rigidez transversal à flexão das lajes e os parâmetros de estabilidade  $\alpha$  e  $\gamma$* . In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

MATOS, E.F. (1998). *Análise não-linear de pórticos planos de concreto armado considerando a contribuição do concreto em tração*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

MIRANDA, L.R.; CARVALHO, R.C. (2006). *Análise da estabilidade global e efeitos de segunda ordem de pórticos para edifício de pequeno porte sob a ação de vento*. In: XXXII JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, Campinas. *Anais*.

MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. (2003). *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos.

MOREIRA, D.F. (1977). *Análise matricial das estruturas*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos.

OLIVEIRA, D.M. (2002). *Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

OLIVEIRA, D.M.; SILVA, N.A. (2003). *Avaliação dos parâmetros de instabilidade global em estruturas de médio porte em concreto armado segundo a nova NB-1*. In: XXIV IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, Ouro Preto. *Anais*.

OLIVEIRA, J.C.A.; MELLO, E.L.; MORAES, M.C. (2002). *Avaliação da rigidez de edifícios altos pelo critério Rankine-Merchant*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44., Belo Horizonte. *Anais*.

OLIVEIRA, R.S.; CORRÊA, M.R.S. (2002). *Análise de pavimentos de concreto armado com a consideração da não-linearidade física*. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, n.19, p.133-170.

PIMENTA, A.L.G.S. (2003). *Estudo e aplicações de modelos constitutivos para avaliação do comportamento não-linear em peças de concreto armado*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

PINTO, R.S. (1997). *Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

PINTO, R.S. (2002). *Análise não-linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado*. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

PINTO, R.S.; RAMALHO, M.A. (2002). *Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado*. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, n.19, p.171-206.

PINTO, R.S.; RAMALHO, M.A.; CORRÊA, M.R.S. (1998). *Consideração simplificada da não-linearidade física no projeto de edifícios de concreto armado*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 40., Rio de Janeiro. *Anais*.

RODRIGUES JÚNIOR, S.J. (2005). *Otimização de pilares de edifícios altos de concreto armado*. Rio de Janeiro. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

SHURAIM, A.B. (1997). *Lateral stiffness of plane reinforced concrete frames*. *Computers & Structures*, v.64, n.1-4, p.771-782.

SILVA, R.G.L. (2004). *Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa*. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

SILVA, R.M. (1995). *Análise não-linear de pórticos planos de concreto armado: modelagem numérica e avaliação dos métodos aproximados*. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SILVA, N.A.; PEREIRA, S.S.R. (2004). *Curso de atualização da nova NB-1*. Belo Horizonte. Departamento de Engenharia de Estruturas – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

SILVA JÚNIOR, J.F. (1982). *Resistência dos materiais*. Belo Horizonte. Edições Engenharia e Arquitetura.

TEIXEIRA, M.R.; SOUZA, R.M. (2003). *Análise não linear física e geométrica de um edifício de múltiplos andares em concreto armado utilizando-se a plataforma OpenSees*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 5., São Paulo. *Anais*.

TEPEDINO, J.M. (1980). *Deformações por flexão*. Belo Horizonte. Edições COTEC – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

VASCONCELLOS FILHO, A. (1981). *Edifícios de andares múltiplos*. Belo Horizonte. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

VASCONCELOS, A.C. (1985). *Critérios para dispensa de consideração do efeito de 2ª ordem*. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo. *Anais*.

VASCONCELOS, A.C. (1996). *Revisão da NB-1: O problema dos efeitos de 2ª ordem*. *Jornal TQS News*, n.3, Out., p.10-11.

VASCONCELOS, A.C. (1998). *Origem dos parâmetros de estabilidade  $\alpha$  e  $\gamma_z$* . *REVISTA IBRACON*, n.20, Jan/Mar, p.16-25.

VASCONCELOS, A.C. (2002). *Em que casos não se deve aplicar o processo simplificado do  $\gamma_z$  para determinação dos efeitos de 2ª ordem?*. In: SIMPÓSIO DE ATUALIZAÇÃO SOBRE A NOVA NB-1, Belo Horizonte.

VECCHIO, F.J.; EMARA, M.B. (1992). *Shear deformations in reinforced concrete frames*. *ACI Structural Journal*, v.89, n.1, p.46-56.

VINAGRE, J.; CAMARA, J. (2000). *New method for 2nd order effects evaluation in reinforced concrete portal frames*. *Engineering Structures*, v.22, n.9, p.1061-1069.

WANG, T.; HSU, T.T.C. (2001). *Nonlinear finite element analysis of concrete structures using new constitutive models*. *Computers & Structures*, v.79, n.32, p.2781-2791.

WERKEMA, M.C.C.; DRUMOND, F.B.; AGUIAR, S. (1996). *Análise de variância: comparação de várias situações*. Belo Horizonte, Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (Série Ferramentas da Qualidade, vol.6).

WERKEMA, M.C.C.; AGUIAR, S. (1996a). *Otimização estatística de processos: como determinar a condição de operação de um processo que leva ao alcance de uma meta de melhoria*. Belo Horizonte, Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (Série Ferramentas da Qualidade, vol.9).

WERKEMA, M.C.C.; AGUIAR, S. (1996b). *Análise de regressão: como entender o relacionamento entre as variáveis de um processo*. Belo Horizonte, Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (Série Ferramentas da Qualidade, vol.7).

ZHAO, Z.Z.; KWAN, A.K.H.; HE, X.G. (2004). *Nonlinear finite element analysis of deep reinforced concrete coupling beams*. *Engineering Structures*, v.26, n.1, p.13-25.

## **BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR**

ANSYS – *Structural Nonlinearities. User guide for revision 5.0.* May, 1993.

ARAÚJO, J.M. (2001). *Métodos simplificados para consideração dos efeitos de segunda ordem no projeto de pilares de concreto armado.* Revista Ibracon (Caderno de artigos técnicos e científicos), n.27, p.3-12.

ASHOUR, A.F.; MORLEY, C.T. (1993). *Three-dimensional nonlinear finite element modelling of reinforced concrete structures.* Finite Elements in Analysis and Design, v.15, n.1, p.43-55.

BAZANT, Z.P. (2000). *Structural stability.* International Journal of Solids and Structures, v.37, n.1-2, p.55-67.

BOLZON, G.; TIN-LOI, F. (1999). *Physical instability and geometric effects in frames.* Engineering Structures, v.21, n.7, p.557-567.

BUCHAIM, R. (2001). *A influência da não-linearidade física do concreto armado na rigidez à flexão e na capacidade de rotação plástica*. São Paulo. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

CHAN, H.C.; CHEUNG, Y.K.; HUANG, Y.P. (1994). *Nonlinear modelling of reinforced concrete structures*. Computers & Structures, v.53, n.5, p.1099-1107.

EL-METWALLY, S.E.; EL-SHAHHAT, A.M.; CHEN, W.F. (1990). *3-D Nonlinear analysis of R/C slender columns*. Computers & Structures, v.37, n.5, p.863-872.

FRANÇA, R.L.S. (1991). *Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado*. São Paulo. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

GERARD, G. (1962). *Introduction to structural stability theory*. Mc Graw-Hill Book Company, Inc.

GREGORY, M. (1967). *Elastic instability: analysis of buckling modes and loads of framed structures*. E. & F.N. Spon Limited, London.

GUO, J.; COX, J.V. (2000). *Implementation of a plasticity bond model for reinforced concrete*. Computers & Structures, v.77, n.1, p.65-82.

INEL, M.; OZMEN, H.B. (2006). *Effects of plastic hinge properties in nonlinear analysis of reinforced concrete buildings*. Engineering Structures, v.28, n.11, p.1494-1502.

IZZUDDIN, B.A.; SMITH, D.L. (2000). *Efficient nonlinear analysis of elasto-plastic 3D R/C frames using adaptive techniques*. Computers & Structures, v.78, n.4, p.549-573.

KALAGA, S.; ADLURI, S.M.R. (2000). *Beam-Columns with Finite Deflections*. Journal of Structural Engineering, v.126, n.2, p.266-269.

KANG, H.D.; WILLAM, K.; SHING, B.; SPACONE, E. (2000). *Failure analysis of R/C columns using a triaxial concrete model*. Computers & Structures, v.77, n.5, p.423-440.

KIM, J.K.; LEE, S.S. (2000). *The behavior of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending*. Engineering Structures, v.22, n.11, p.1518-1528.

KIM, J.K.; LEE, T.G. (1993). *Failure behavior of reinforced concrete frames by the combined layered and nonlayered method*. Computers & Structures, v.48, n.5, p.819-825.

KWAK, H.G.; KIM, S.P. (2002). *Nonlinear analysis of RC beams based on moment-curvature relation*. Computers & Structures, v.80, n.7-8, p.615-628.

LAI, S.A.; MACGREGOR, J.G. (1983). *Geometric Nonlinearities in unbraced multistory frames*. Journal of Structural Engineering, v.109, n.11, p.2528-2545.

LAVALL, A.C.C. (1988). *Análise elástica em segunda-ordem de pórticos planos metálicos*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LI, Q.S.; WU, J.R.; LIANG, S.G.; XIAO, Y.Q.; WONG, C.K. (2004). *Full-scale measurements and numerical evaluation of wind-induced vibration of a 63-story reinforced concrete tall building*. Engineering Structures, v.26, n.12, p.1779-1794.

LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. (2000). *Resultados da aplicação da nova NBR 6118 na avaliação da estabilidade global de edifícios*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo. *Anais*.

LORIGGIO, D.D.; BANKI, A. (1999). *Estudos sobre o estado limite último de instabilidade de estruturas de concreto armado*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*.

MA, S.Y.A.; MAY, M. (1986). *The Newton-Raphson method used in the non-linear analysis of concrete structures*. *Computers & Structures*, v.24, n.2, p.177-185.

MEEK, J.L.; LOGANATHAN, S. (1990). *Geometric and material non-linear behaviour of beam-columns*. *Computers & Structures*, v.34, n.1, p.87-100.

MEEK, J.L.; XUE, Q. (1998). *A study on the instability problem for 3D frames*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.158, n.3-4, p.235-254.

MENDES NETO, F. (2000). *Tópicos sobre a análise não-linear de pórticos planos de concreto armado*. São Paulo. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

MENDES NETO, F.; PIMENTA, P.M. (2000). *Sobre a análise de pórticos planos de concreto armado sob não-linearidade física*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo. *Anais*.

MOHAMED, A.; SOARES, R.; VENTURINI, W.S. (2001). *Partial safety factors for homogenous reliability of nonlinear reinforced concrete columns*. *Structural Safety*, v.23, n.2, p.137-156.

OLIVEIRA, R.S.; CORRÊA, M.R.S. (2002). *Aspectos sobre o dimensionamento em betão estrutural considerando-se a não-linearidade física*. *Revista Engenharia Civil da Universidade do Minho*, n.14, Mai, p.41-52.

PITUBA, J.J.C. (2006). *Análise não-linear de pórticos planos em concreto armado através de modelos simplificados de dano e plasticidade*. In: XXXII JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, Campinas. *Anais*.

RASHEED, H.A.S.; DINNO, K.S. (1994). *An improved nonlinear analysis of reinforced concrete frames*. Computers & Structures, v.53, n.3, p.625-636.

ROMERO, M.L.; MIGUEL, P.F.; CANO, J.J. (2002). *A parallel procedure for nonlinear analysis of reinforced concrete three-dimensional frames*. Computers & Structures, v.80, n.16-17, p.1337-1350.

SANKARASUBRAMANIAN, G.; RAJASEKARAN, S. (1994). *Constitutive modeling of concrete using a new failure criterion*. Computers & Structures, v.58, n.5, p.1003-1014.

SANTOS, L.M.; FRANCO, M. (1993). *Instabilidade e efeitos de segunda ordem nas estruturas de concreto*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 3., São Paulo. *Anais*.

SEIXAS, M.P.; CAMPOS FILHO, A. (2003). *Analysis of slender reinforced concrete confined columns by the finite element method*. In: XXIV IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, Ouro Preto. *Anais*.

SHAYANFAR, M.A.; KHEYRODDIN, A.; MIRZA, M.S. (1997). *Element size effects in nonlinear analysis of reinforced concrete members*. Computers & Structures, v.62, n.2, p.339-352.

SILVA, R.G.L.; LAVALL, A.C.C. (2003). *Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios altos de aço utilizando o método aproximado de amplificação dos momentos em comparação com um método de análise rigorosa*. In: XXIV IBERIAN LATIN

AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING,  
Ouro Preto. *Anais*.

SUN, C.H.; BRADFORD, M.A.; GILBERT, R.I. (1993). *Nonlinear analysis for concrete frame structures using the finite element method*. Computers & Structures, v.48, n.1, p.73-79.

SUN, C.H.; BRADFORD, M.A.; GILBERT, R.I. (1994). *A reliable numerical method for simulating the post-failure behaviour of concrete frame structures*. Computers & Structures, v.53, n.3, p.579-589.

TIKHOMIROV, D.; STEIN, E. (2001). *Finite element computations of anisotropic continuum damage in reinforced concrete*. Computers & Structures, v.79, n.22-25, p.2249-2260.

WONG, M.B.; TIN-LOI, F. (1989). *Analysis of frames involving geometrical and material nonlinearities*. Computers & Structures, v.34, n.4, p.641-646.

WOOD, B.R.; BEAULIEU, D.; ADAMS, P.F. (1976). *Column design by P delta method*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.102, n.ST2, p.411-427.

YALCIN, C.; SAATCIOGLU, M. (2000). *Inelastic analysis of reinforced concrete columns*. Computers & Structures, v.77, n.5, p.539-555.

ZHANG, Y.G.; LU, M.W.; HWANG, K.C. (1994). *Finite element modeling of reinforced concrete structures*. Finite Elements in Analysis and Design, v.18, n.1-3, p.51-58.

**APÊNDICE A:**

**COEFICIENTES  $B_2$  OBTIDOS**

TABELA A.1 – Valores dos coeficientes  $B_2$  (edifícios I, II, III, IV e V)

$Pavt^\circ$	<i>Ed. I</i>		<i>Ed. II</i>		<i>Ed. III</i>		<i>Ed. IV</i>	<i>Ed. V</i>	
	$B_{2,x}$	$B_{2,y}$	$B_{2,x}$	$B_{2,y}$	$B_{2,x}$	$B_{2,y}$	$B_{2,x} = B_{2,y}$	$B_{2,x}$	$B_{2,y}$
1°	1,13	1,05	1,11	1,04	1,03	1,15	1,07	1,08	1,11
2°	1,26	1,13	1,29	1,11	1,06	1,32	1,20	1,18	1,23
3°	1,28	1,18	1,40	1,16	1,07	1,39	1,30	1,22	1,30
4°	1,26	1,19	1,45	1,18	1,07	1,42	1,37	1,23	1,33
5°	1,24	1,20	1,47	1,20	1,07	1,43	1,41	1,23	1,34
6°	1,22	1,19	1,47	1,20	1,07	1,44	1,44	1,23	1,35
7°	1,20	1,18	1,44	1,20	1,07	1,42	1,45	1,22	1,35
8°	1,17	1,16	1,41	1,20	1,07	1,40	1,44	1,21	1,35
9°	1,15	1,15	1,38	1,20	1,07	1,38	1,43	1,20	1,34
10°	1,13	1,13	1,34	1,19	1,06	1,35	1,42	1,19	1,33
11°	1,11	1,12	1,30	1,18	1,06	1,32	1,40	1,17	1,32
12°	1,09	1,10	1,26	1,17	1,06	1,29	1,38	1,16	1,30
13°	1,07	1,08	1,22	1,16	1,05	1,26	1,36	1,15	1,29
14°	1,06	1,07	1,19	1,15	1,05	1,23	1,34	1,14	1,28
15°	1,04	1,06	1,16	1,15	1,04	1,20	1,31	1,12	1,26
16°	1,03	1,08	1,13	1,14	1,04	1,18	1,29	1,11	1,25
17°			1,11	1,15	1,04	1,15	1,27	1,10	1,23
18°			1,14	1,22	1,04	1,13	1,25	1,09	1,22
19°					1,03	1,12	1,23	1,08	1,21
20°					1,05	1,13	1,21	1,07	1,20
21°							1,19	1,06	1,21
22°							1,17	1,08	1,32
23°							1,15		
24°							1,14		
25°							1,12		
26°							1,11		
27°							1,09		
28°							1,08		
29°							1,08		
30°							1,11		

TABELA A.2 – Valores dos coeficientes  $B_2$  (edifícios VI, VII, VIII, IX e X)

<i>Pavt°</i>	<i>Ed. VI</i>	<i>Ed. VII</i>		<i>Ed. VIII</i>		<i>Ed. IX</i>		<i>Ed. X</i>	
	$B_{2,x} = B_{2,y}$	$B_{2,x}$	$B_{2,y}$	$B_{2,x}$	$B_{2,y}$	$B_{2,x}$	$B_{2,y}$	$B_{2,x}$	$B_{2,y}$
1°	1,13	1,08	1,08	1,08	1,11	1,06	1,07	1,06	1,17
2°	1,28	1,22	1,12	1,22	1,24	1,16	1,18	1,18	1,32
3°	1,31	1,32	1,13	1,33	1,29	1,24	1,26	1,27	1,34
4°	1,30	1,37	1,14	1,40	1,30	1,31	1,31	1,35	1,32
5°	1,28	1,40	1,14	1,43	1,30	1,36	1,35	1,40	1,30
6°	1,25	1,40	1,15	1,44	1,29	1,40	1,37	1,42	1,28
7°	1,22	1,38	1,15	1,43	1,27	1,42	1,38	1,44	1,26
8°	1,19	1,36	1,15	1,40	1,25	1,43	1,38	1,43	1,24
9°	1,17	1,33	1,15	1,37	1,23	1,44	1,38	1,42	1,22
10°	1,14	1,29	1,15	1,34	1,21	1,43	1,37	1,40	1,20
11°	1,12	1,26	1,15	1,30	1,19	1,41	1,35	1,37	1,18
12°	1,09	1,23	1,15	1,27	1,17	1,39	1,34	1,34	1,16
13°	1,07	1,20	1,15	1,23	1,15	1,37	1,32	1,31	1,14
14°	1,05	1,17	1,14	1,20	1,13	1,35	1,31	1,28	1,12
15°	1,05	1,14	1,14	1,17	1,12	1,33	1,29	1,26	1,10
16°		1,12	1,13	1,15	1,10	1,31	1,27	1,23	1,09
17°		1,11	1,13	1,15	1,09	1,29	1,26	1,21	1,07
18°		1,15	1,18	1,20	1,11	1,28	1,25	1,20	1,05
19°						1,30	1,25	1,20	1,04
20°						1,47	1,38	1,31	1,04

## **APÊNDICE B:**

### **RELAÇÃO ENTRE OS ESFORÇOS OBTIDOS PELA ANÁLISE EM SEGUNDA ORDEM E EM PRIMEIRA ORDEM**

TABELA B.1 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício I, na direção X

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,15	1,01	1,11
2°	1,01	1,19	1,01	1,07
3°	1,01	1,12	1,01	1,07
4°	1,01	1,13	1,01	1,08
5°	1,01	1,15	1,01	1,08
6°	1,01	1,16	1,01	1,09
7°	1,01	1,17	1,01	1,09
8°	1,01	1,18	1,01	1,11
9°	1,01	1,20	1,01	1,12
10°	1,01	1,23	1,01	1,12
11°	1,01	1,18	1,01	1,12
12°	1,01	1,27	1,01	1,12
13°	1,01	1,11	1,01	1,12
14°	1,01	1,11	1,01	1,12
15°	1,01	1,11	1,01	1,12
16°	1,01	1,15	1,02	1,18
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,17</i>	<i>1,01</i>	<i>1,11</i>

TABELA B.2 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício I, na direção Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,23	1,02	1,19
2°	1,01	1,20	1,02	1,02
3°	1,01	1,19	1,01	1,03
4°	1,01	1,10	1,01	1,05
5°	1,01	1,09	1,01	1,10
6°	1,01	1,09	1,01	1,20
7°	1,01	1,10	1,01	1,12
8°	1,01	1,09	1,01	1,06
9°	1,01	1,09	1,01	1,06
10°	1,01	1,11	1,01	1,04
11°	1,01	1,16	1,01	1,04
12°	1,01	1,20	1,01	1,04
13°	1,01	1,20	1,01	1,04
14°	1,01	1,26	1,01	1,04
15°	1,01	1,23	1,01	1,04
16°	1,01	1,24	1,02	1,04
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,16</i>	<i>1,01</i>	<i>1,07</i>

TABELA B.3 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício II, na direção X

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,24	1,03	1,25
2°	1,01	1,34	1,02	1,27
3°	1,01	1,38	1,02	1,26
4°	1,01	1,39	1,03	1,26
5°	1,01	1,40	1,03	1,27
6°	1,01	1,32	1,02	1,27
7°	1,01	1,34	1,02	1,28
8°	1,01	1,37	1,02	1,29
9°	1,01	1,38	1,02	1,26
10°	1,01	1,38	1,02	1,26
11°	1,01	1,34	1,01	1,24
12°	1,01	1,37	1,01	1,24
13°	1,01	1,42	1,01	1,25
14°	1,01	1,35	1,01	1,25
15°	1,01	1,35	1,01	1,26
16°	1,01	1,33	1,02	1,27
17°	1,01	1,28	1,02	1,35
18°	1,01	1,34	1,02	1,29
<b><i>Média</i></b>	<b><i>1,01</i></b>	<b><i>1,35</i></b>	<b><i>1,02</i></b>	<b><i>1,27</i></b>

TABELA B.4 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício II, na direção Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,12	1,02	1,15
2°	1,01	1,17	1,03	1,23
3°	1,01	1,18	1,03	1,15
4°	1,01	1,15	1,04	1,16
5°	1,01	1,09	1,04	1,17
6°	1,02	1,05	1,03	1,18
7°	1,02	1,04	1,03	1,19
8°	1,02	1,05	1,03	1,20
9°	1,02	1,06	1,04	1,21
10°	1,02	1,07	1,04	1,27
11°	1,02	1,08	1,04	1,25
12°	1,02	1,12	1,05	1,22
13°	1,02	1,17	1,05	1,19
14°	1,02	1,21	1,02	1,19
15°	1,02	1,22	1,02	1,18
16°	1,02	1,23	1,02	1,19
17°	1,02	1,29	1,02	1,27
18°	1,02	1,26	1,02	1,23
<b><i>Média</i></b>	<b><i>1,02</i></b>	<b><i>1,14</i></b>	<b><i>1,03</i></b>	<b><i>1,20</i></b>

TABELA B.5 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício III, na direção X

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,17	1,02	1,02
2°	1,02	1,17	1,02	1,02
3°	1,02	1,12	1,04	1,02
4°	1,02	1,13	1,02	1,03
5°	1,02	1,12	1,03	1,03
6°	1,02	1,12	1,03	1,03
7°	1,02	1,10	1,03	1,02
8°	1,02	1,10	1,03	1,02
9°	1,02	1,09	1,04	1,02
10°	1,02	1,09	1,03	1,02
11°	1,02	1,09	1,02	1,02
12°	1,02	1,09	1,02	1,02
13°	1,02	1,09	1,03	1,02
14°	1,02	1,08	1,03	1,02
15°	1,02	1,08	1,04	1,02
16°	1,02	1,08	1,02	1,02
17°	1,01	1,08	1,01	1,03
18°	1,01	1,09	1,01	1,03
19°	1,01	1,14	1,02	1,03
20°	1,01	1,18	1,02	1,04
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,11</i>	<i>1,03</i>	<i>1,03</i>

TABELA B.6 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício III, na direção Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,17	1,03	1,22
2°	1,02	1,23	1,05	1,26
3°	1,02	1,46	1,05	1,29
4°	1,02	1,26	1,04	1,31
5°	1,02	1,27	1,04	1,32
6°	1,02	1,25	1,04	1,32
7°	1,02	1,20	1,04	1,33
8°	1,02	1,22	1,04	1,33
9°	1,02	1,23	1,04	1,34
10°	1,02	1,24	1,04	1,43
11°	1,02	1,25	1,04	1,27
12°	1,02	1,25	1,04	1,23
13°	1,02	1,23	1,04	1,22
14°	1,02	1,23	1,04	1,25
15°	1,02	1,32	1,04	1,29
16°	1,01	1,22	1,04	1,20
17°	1,01	1,21	1,04	1,22
18°	1,01	1,19	1,04	1,12
19°	1,01	1,18	1,03	1,13
20°	1,01	1,20	1,02	1,21
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,24</i>	<i>1,04</i>	<i>1,27</i>

TABELA B.7 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício IV, na direção  $X = Y$

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fleter</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fleter</i>
1°	1,02	1,26	1,00	1,05
2°	1,02	1,37	1,01	1,02
3°	1,02	1,36	1,01	1,06
4°	1,02	1,32	1,01	1,10
5°	1,02	1,34	1,02	1,15
6°	1,02	1,30	1,02	1,21
7°	1,02	1,26	1,03	1,28
8°	1,02	1,22	1,03	1,40
9°	1,02	1,23	1,03	1,45
10°	1,02	1,33	1,04	1,48
11°	1,02	1,41	1,04	1,42
12°	1,03	1,39	1,04	1,47
13°	1,03	1,33	1,05	1,20
14°	1,03	1,29	1,05	1,25
15°	1,03	1,26	1,03	1,33
16°	1,03	1,23	1,03	1,40
17°	1,03	1,21	1,03	1,45
18°	1,03	1,19	1,03	1,08
19°	1,03	1,19	1,03	1,09
20°	1,03	1,18	1,04	1,10
21°	1,03	1,17	1,04	1,12
22°	1,03	1,17	1,04	1,15
23°	1,03	1,16	1,04	1,20
24°	1,03	1,15	1,04	1,32
25°	1,03	1,14	1,04	1,48
26°	1,03	1,13	1,04	1,16
27°	1,03	1,11	1,04	1,45
28°	1,03	1,10	1,04	1,00
29°	1,03	1,09	1,04	1,00
30°	1,03	1,10	1,03	1,00
<i>Média</i>	<i>1,03</i>	<i>1,23</i>	<i>1,03</i>	<i>1,23</i>

TABELA B.8 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício V, na direção X

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,27	1,02	1,14
2°	1,02	1,29	1,03	1,17
3°	1,02	1,27	1,03	1,14
4°	1,02	1,27	1,03	1,16
5°	1,02	1,22	1,03	1,16
6°	1,02	1,24	1,04	1,23
7°	1,02	1,24	1,04	1,21
8°	1,02	1,25	1,05	1,14
9°	1,02	1,18	1,05	1,14
10°	1,02	1,13	1,05	1,14
11°	1,02	1,13	1,03	1,16
12°	1,02	1,12	1,03	1,16
13°	1,02	1,09	1,03	1,12
14°	1,02	1,09	1,03	1,12
15°	1,02	1,09	1,03	1,13
16°	1,02	1,10	1,03	1,13
17°	1,02	1,11	1,03	1,12
18°	1,02	1,11	1,03	1,12
19°	1,02	1,10	1,03	1,13
20°	1,02	1,10	1,03	1,13
21°	1,02	1,08	1,03	1,13
22°	1,02	1,13	1,03	1,13
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,16</i>	<i>1,03</i>	<i>1,15</i>

TABELA B.9 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício V, na direção Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,00	1,35	1,03	1,19
2°	1,04	1,35	1,01	1,22
3°	1,04	1,30	1,02	1,31
4°	1,04	1,28	1,03	1,31
5°	1,04	1,27	1,01	1,27
6°	1,04	1,26	1,00	1,29
7°	1,04	1,26	1,00	1,31
8°	1,04	1,27	1,00	1,34
9°	1,04	1,30	1,00	1,29
10°	1,03	1,31	1,00	1,32
11°	1,03	1,32	1,00	1,36
12°	1,03	1,33	1,00	1,42
13°	1,03	1,34	1,00	1,33
14°	1,03	1,37	1,00	1,30
15°	1,02	1,40	1,00	1,31
16°	1,02	1,37	1,00	1,25
17°	1,02	1,35	1,00	1,25
18°	1,02	1,19	1,03	1,21
19°	1,02	1,14	1,03	1,22
20°	1,02	1,14	1,03	1,23
21°	1,02	1,13	1,03	1,24
22°	1,03	1,18	1,03	1,22
<i>Média</i>	<i>1,03</i>	<i>1,28</i>	<i>1,01</i>	<i>1,28</i>

TABELA B.10 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício VI, na direção X = Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,18	1,01	1,03
2°	1,02	1,22	1,02	1,09
3°	1,02	1,16	1,03	1,13
4°	1,02	1,15	1,04	1,17
5°	1,02	1,18	1,03	1,22
6°	1,02	1,20	1,02	1,21
7°	1,02	1,24	1,03	1,31
8°	1,02	1,22	1,03	1,20
9°	1,02	1,20	1,03	1,38
10°	1,02	1,20	1,04	1,34
11°	1,02	1,15	1,04	1,06
12°	1,02	1,09	1,04	1,12
13°	1,02	1,14	1,05	1,12
14°	1,02	1,16	1,05	1,33
15°	1,01	1,00	1,03	1,29
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,17</i>	<i>1,03</i>	<i>1,20</i>

TABELA B.11 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício VII, na direção X

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,21	1,02	1,15
2°	1,02	1,32	1,02	1,11
3°	1,02	1,32	1,02	1,13
4°	1,02	1,31	1,02	1,17
5°	1,02	1,20	1,03	1,27
6°	1,02	1,18	1,03	1,37
7°	1,02	1,18	1,04	1,38
8°	1,02	1,22	1,04	1,37
9°	1,02	1,25	1,05	1,36
10°	1,02	1,27	1,06	1,17
11°	1,02	1,27	1,06	1,16
12°	1,02	1,27	1,05	1,11
13°	1,02	1,25	1,05	1,11
14°	1,02	1,24	1,06	1,32
15°	1,02	1,28	1,06	1,21
16°	1,02	1,21	1,03	1,21
17°	1,02	1,15	1,03	1,28
18°	1,02	1,18	1,06	1,36
<b><i>Média</i></b>	<b><i>1,02</i></b>	<b><i>1,24</i></b>	<b><i>1,04</i></b>	<b><i>1,24</i></b>

TABELA B.12 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício VII, na direção Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,13	1,02	1,06
2°	1,02	1,15	1,02	1,08
3°	1,03	1,16	1,02	1,12
4°	1,03	1,18	1,02	1,08
5°	1,03	1,08	1,04	1,10
6°	1,03	1,09	1,03	1,28
7°	1,03	1,08	1,04	1,16
8°	1,03	1,09	1,04	1,25
9°	1,03	1,09	1,05	1,14
10°	1,03	1,10	1,05	1,10
11°	1,03	1,09	1,06	1,10
12°	1,03	1,08	1,08	1,13
13°	1,03	1,09	1,05	1,10
14°	1,03	1,07	1,06	1,29
15°	1,03	1,08	1,08	1,29
16°	1,03	1,14	1,07	1,17
17°	1,03	1,30	1,02	1,08
18°	1,03	1,21	1,05	1,25
<b><i>Média</i></b>	<b><i>1,03</i></b>	<b><i>1,12</i></b>	<b><i>1,04</i></b>	<b><i>1,15</i></b>

TABELA B.13 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício VIII, na direção X

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,23	1,02	1,21
2°	1,02	1,33	1,01	1,33
3°	1,02	1,31	1,02	1,24
4°	1,03	1,32	1,02	1,28
5°	1,03	1,29	1,02	1,31
6°	1,03	1,29	1,02	1,33
7°	1,03	1,20	1,03	1,34
8°	1,03	1,25	1,03	1,42
9°	1,03	1,28	1,03	1,37
10°	1,03	1,33	1,03	1,35
11°	1,03	1,35	1,04	1,29
12°	1,03	1,31	1,04	1,24
13°	1,03	1,33	1,04	1,35
14°	1,03	1,28	1,04	1,40
15°	1,02	1,28	1,04	1,29
16°	1,02	1,22	1,03	1,28
17°	1,02	1,23	1,03	1,34
18°	1,02	1,27	1,03	1,39
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,28</i>	<i>1,03</i>	<i>1,32</i>

TABELA B.14 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício VIII, na direção Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,25	1,01	1,17
2°	1,02	1,30	1,02	1,19
3°	1,02	1,28	1,03	1,23
4°	1,02	1,24	1,03	1,26
5°	1,03	1,26	1,04	1,26
6°	1,03	1,29	1,03	1,26
7°	1,03	1,21	1,03	1,21
8°	1,03	1,25	1,04	1,39
9°	1,03	1,29	1,04	1,20
10°	1,03	1,32	1,04	1,24
11°	1,03	1,22	1,03	1,21
12°	1,03	1,28	1,04	1,16
13°	1,03	1,30	1,04	1,15
14°	1,03	1,21	1,03	1,15
15°	1,02	1,15	1,03	1,15
16°	1,02	1,14	1,03	1,14
17°	1,02	1,11	1,03	1,12
18°	1,02	1,10	1,02	1,12
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,23</i>	<i>1,03</i>	<i>1,20</i>

TABELA B.15 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício IX, na direção X

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,26	1,01	1,26
2°	1,01	1,32	1,01	1,26
3°	1,01	1,36	1,01	1,24
4°	1,01	1,38	1,01	1,27
5°	1,01	1,40	1,02	1,25
6°	1,01	1,43	1,02	1,35
7°	1,01	1,32	1,02	1,31
8°	1,01	1,29	1,02	1,29
9°	1,01	1,37	1,02	1,33
10°	1,01	1,31	1,02	1,29
11°	1,01	1,33	1,02	1,34
12°	1,01	1,37	1,02	1,29
13°	1,01	1,39	1,02	1,32
14°	1,01	1,40	1,02	1,40
15°	1,01	1,42	1,02	1,31
16°	1,01	1,43	1,02	1,26
17°	1,01	1,30	1,02	1,22
18°	1,01	1,25	1,02	1,23
19°	1,01	1,31	1,02	1,25
20°	1,01	1,41	1,02	1,29
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,35</i>	<i>1,02</i>	<i>1,29</i>

TABELA B.16 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício IX, na direção Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,24	1,01	1,37
2°	1,01	1,31	1,01	1,16
3°	1,01	1,28	1,02	1,15
4°	1,01	1,26	1,02	1,16
5°	1,01	1,25	1,02	1,16
6°	1,01	1,24	1,02	1,17
7°	1,01	1,26	1,03	1,18
8°	1,01	1,26	1,03	1,18
9°	1,01	1,21	1,03	1,19
10°	1,01	1,20	1,03	1,21
11°	1,01	1,23	1,03	1,24
12°	1,01	1,26	1,03	1,26
13°	1,01	1,28	1,04	1,19
14°	1,01	1,30	1,03	1,20
15°	1,01	1,31	1,03	1,21
16°	1,01	1,32	1,02	1,23
17°	1,01	1,32	1,02	1,26
18°	1,01	1,30	1,02	1,26
19°	1,01	1,30	1,02	1,42
20°	1,01	1,28	1,02	1,43
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,27</i>	<i>1,02</i>	<i>1,23</i>

TABELA B.17 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício X, na direção X

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,23	1,02	1,18
2°	1,02	1,30	1,06	1,21
3°	1,02	1,35	1,00	1,20
4°	1,02	1,39	1,00	1,20
5°	1,02	1,41	1,00	1,20
6°	1,02	1,24	1,01	1,20
7°	1,02	1,04	1,02	1,21
8°	1,02	1,02	1,03	1,22
9°	1,02	1,11	1,04	1,22
10°	1,02	1,19	1,05	1,23
11°	1,02	1,27	1,07	1,26
12°	1,02	1,31	1,02	1,27
13°	1,02	1,33	1,03	1,29
14°	1,02	1,34	1,03	1,33
15°	1,02	1,35	1,04	1,34
16°	1,02	1,35	1,03	1,35
17°	1,02	1,34	1,03	1,33
18°	1,02	1,31	1,04	1,31
19°	1,02	1,28	1,04	1,34
20°	1,02	1,45	1,04	1,34
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,28</i>	<i>1,03</i>	<i>1,26</i>

TABELA B.18 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem),  
para o edifício X, na direção Y

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,18	1,01	1,16
2°	1,02	1,16	1,02	1,15
3°	1,02	1,13	1,02	1,16
4°	1,02	1,13	1,02	1,16
5°	1,02	1,14	1,03	1,17
6°	1,02	1,14	1,03	1,18
7°	1,02	1,15	1,03	1,20
8°	1,02	1,17	1,03	1,23
9°	1,02	1,16	1,03	1,30
10°	1,02	1,11	1,03	1,24
11°	1,02	1,11	1,03	1,33
12°	1,02	1,11	1,04	1,13
13°	1,02	1,10	1,04	1,13
14°	1,02	1,11	1,04	1,14
15°	1,02	1,11	1,04	1,14
16°	1,02	1,12	1,04	1,14
17°	1,02	1,13	1,04	1,14
18°	1,02	1,14	1,04	1,14
19°	1,02	1,22	1,04	1,14
20°	1,02	1,29	1,04	1,14
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,15</i>	<i>1,03</i>	<i>1,18</i>

## **APÊNDICE C:**

**RELAÇÃO ENTRE OS ESFORÇOS OBTIDOS PELA  
ANÁLISE EM SEGUNDA ORDEM E EM PRIMEIRA  
ORDEM REALIZADA COM AS AÇÕES HORIZONTAIS  
ADICIONALMENTE MAJORADAS POR  $0,95 \gamma_z$**

TABELA C.1 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício I, na direção X (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,08	1,01	1,10
2°	1,01	1,24	1,01	1,10
3°	1,01	1,07	1,01	1,06
4°	1,01	1,16	1,01	1,08
5°	1,01	1,16	1,01	1,08
6°	1,01	1,16	1,01	1,09
7°	1,01	1,15	1,01	1,09
8°	1,01	1,15	1,01	1,09
9°	1,01	1,15	1,01	1,05
10°	1,01	1,16	1,01	1,06
11°	1,01	1,11	1,01	1,07
12°	1,01	1,33	1,01	1,07
13°	1,01	1,10	1,01	1,07
14°	1,01	1,10	1,01	1,08
15°	1,01	1,10	1,01	1,08
16°	1,01	1,14	1,02	1,11
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,15</i>	<i>1,01</i>	<i>1,08</i>

TABELA C.2 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício I, na direção Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,18	1,03	1,14
2°	1,01	1,20	1,04	1,02
3°	1,01	1,16	1,03	1,02
4°	1,01	1,09	1,02	1,02
5°	1,01	1,07	1,02	1,03
6°	1,01	1,08	1,01	1,04
7°	1,01	1,09	1,01	1,08
8°	1,01	1,09	1,01	1,03
9°	1,01	1,08	1,01	1,03
10°	1,01	1,12	1,01	1,07
11°	1,01	1,15	1,01	1,07
12°	1,01	1,17	1,01	1,05
13°	1,01	1,17	1,01	1,05
14°	1,01	1,23	1,01	1,04
15°	1,01	1,20	1,01	1,04
16°	1,01	1,23	1,01	1,06
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,14</i>	<i>1,02</i>	<i>1,05</i>

TABELA C.3 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício II, na direção X (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,11	1,03	1,26
2°	1,01	1,18	1,02	1,27
3°	1,01	1,20	1,02	1,27
4°	1,01	1,19	1,02	1,28
5°	1,01	1,20	1,02	1,30
6°	1,01	1,14	1,01	1,31
7°	1,01	1,15	1,01	1,31
8°	1,01	1,16	1,01	1,30
9°	1,01	1,16	1,01	1,29
10°	1,01	1,16	1,01	1,28
11°	1,01	1,22	1,01	1,31
12°	1,01	1,38	1,01	1,29
13°	1,01	1,39	1,02	1,27
14°	1,01	1,26	1,02	1,28
15°	1,01	1,30	1,02	1,31
16°	1,01	1,30	1,02	1,29
17°	1,01	1,29	1,02	1,27
18°	1,01	1,22	1,02	1,30
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,22</i>	<i>1,02</i>	<i>1,29</i>

TABELA C.4 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício II, na direção Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,07	1,02	1,15
2°	1,01	1,12	1,02	1,15
3°	1,01	1,13	1,03	1,16
4°	1,01	1,13	1,04	1,16
5°	1,01	1,07	1,04	1,17
6°	1,01	1,03	1,04	1,18
7°	1,02	1,04	1,03	1,19
8°	1,02	1,04	1,03	1,21
9°	1,02	1,05	1,03	1,23
10°	1,02	1,08	1,04	1,25
11°	1,02	1,09	1,04	1,26
12°	1,02	1,13	1,05	1,21
13°	1,02	1,13	1,06	1,25
14°	1,02	1,16	1,05	1,21
15°	1,02	1,17	1,02	1,19
16°	1,02	1,19	1,02	1,19
17°	1,02	1,24	1,02	1,20
18°	1,02	1,25	1,03	1,17
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,12</i>	<i>1,03</i>	<i>1,20</i>

TABELA C.5 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício III, na direção X (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,16	1,02	1,02
2°	1,02	1,16	1,02	1,02
3°	1,02	1,12	1,04	1,02
4°	1,02	1,12	1,02	1,03
5°	1,02	1,11	1,02	1,03
6°	1,02	1,11	1,03	1,03
7°	1,02	1,10	1,03	1,02
8°	1,02	1,10	1,03	1,02
9°	1,02	1,10	1,04	1,02
10°	1,02	1,09	1,03	1,02
11°	1,02	1,09	1,02	1,02
12°	1,02	1,08	1,02	1,02
13°	1,02	1,08	1,03	1,02
14°	1,02	1,08	1,03	1,02
15°	1,02	1,08	1,04	1,02
16°	1,02	1,08	1,02	1,02
17°	1,01	1,08	1,01	1,03
18°	1,01	1,09	1,01	1,03
19°	1,01	1,14	1,01	1,03
20°	1,01	1,18	1,02	1,04
<b><i>Média</i></b>	<b><i>1,02</i></b>	<b><i>1,11</i></b>	<b><i>1,02</i></b>	<b><i>1,03</i></b>

TABELA C.6 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício III, na direção Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,18	1,04	1,22
2°	1,02	1,11	1,06	1,31
3°	1,02	1,43	1,06	1,30
4°	1,02	1,12	1,03	1,29
5°	1,02	1,13	1,03	1,28
6°	1,02	1,11	1,03	1,28
7°	1,02	1,07	1,03	1,28
8°	1,02	1,08	1,03	1,29
9°	1,02	1,09	1,03	1,32
10°	1,02	1,09	1,02	1,42
11°	1,02	1,09	1,02	1,28
12°	1,02	1,10	1,02	1,14
13°	1,02	1,10	1,03	1,13
14°	1,02	1,11	1,03	1,22
15°	1,02	1,10	1,03	1,14
16°	1,02	1,89	1,03	1,30
17°	1,02	1,32	1,03	1,20
18°	1,01	1,19	1,03	1,14
19°	1,01	1,15	1,03	1,12
20°	1,01	1,17	1,02	1,25
<b><i>Média</i></b>	<b><i>1,02</i></b>	<b><i>1,18</i></b>	<b><i>1,03</i></b>	<b><i>1,24</i></b>

TABELA C.7 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IV, na direção  $X = Y$  (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,11	1,01	1,05
2°	1,02	1,20	1,01	1,08
3°	1,02	1,24	1,02	1,03
4°	1,02	1,23	1,02	1,05
5°	1,02	1,19	1,01	1,17
6°	1,02	1,23	1,01	1,11
7°	1,02	1,57	1,01	1,17
8°	1,02	1,04	1,02	1,25
9°	1,02	1,05	1,02	1,26
10°	1,02	1,11	1,02	1,20
11°	1,02	1,16	1,02	1,39
12°	1,02	1,20	1,03	1,33
13°	1,03	1,23	1,03	1,52
14°	1,03	1,26	1,03	1,21
15°	1,03	1,22	1,03	1,29
16°	1,03	1,18	1,03	1,36
17°	1,03	1,15	1,03	1,43
18°	1,03	1,13	1,02	1,05
19°	1,03	1,12	1,02	1,05
20°	1,03	1,11	1,04	1,06
21°	1,03	1,10	1,04	1,06
22°	1,03	1,09	1,04	1,08
23°	1,03	1,09	1,04	1,10
24°	1,03	1,08	1,04	1,15
25°	1,03	1,07	1,04	1,25
26°	1,03	1,06	1,04	1,40
27°	1,03	1,05	1,04	1,18
28°	1,03	1,04	1,04	1,00
29°	1,03	1,04	1,04	1,00
30°	1,03	1,05	1,03	1,00
<i>Média</i>	<i>1,03</i>	<i>1,15</i>	<i>1,03</i>	<i>1,18</i>

TABELA C.8 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício V, na direção X (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95 $\gamma_2$ )

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,20	1,03	1,13
2°	1,02	1,24	1,02	1,15
3°	1,02	1,20	1,02	1,17
4°	1,02	1,19	1,03	1,14
5°	1,02	1,17	1,03	1,16
6°	1,02	1,32	1,03	1,14
7°	1,02	1,21	1,04	1,16
8°	1,02	1,15	1,04	1,13
9°	1,02	1,18	1,04	1,14
10°	1,02	1,10	1,04	1,14
11°	1,02	1,08	1,03	1,12
12°	1,02	1,08	1,03	1,15
13°	1,02	1,07	1,03	1,17
14°	1,02	1,07	1,03	1,13
15°	1,02	1,07	1,03	1,12
16°	1,02	1,07	1,03	1,13
17°	1,02	1,12	1,03	1,13
18°	1,02	1,12	1,03	1,12
19°	1,02	1,11	1,03	1,13
20°	1,02	1,10	1,03	1,13
21°	1,02	1,08	1,03	1,13
22°	1,02	1,14	1,03	1,13
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,14</i>	<i>1,03</i>	<i>1,14</i>

TABELA C.9 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício V, na direção Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,22	1,00	1,13
2°	1,00	1,23	1,00	1,15
3°	1,00	1,18	1,00	1,30
4°	1,04	1,16	1,01	1,17
5°	1,04	1,15	1,01	1,16
6°	1,04	1,15	1,02	1,17
7°	1,04	1,15	1,01	1,18
8°	1,04	1,15	1,00	1,19
9°	1,04	1,16	1,00	1,14
10°	1,04	1,16	1,00	1,27
11°	1,04	1,16	1,00	1,19
12°	1,04	1,16	1,00	1,21
13°	1,03	1,17	1,00	1,37
14°	1,03	1,17	1,00	1,16
15°	1,03	1,19	1,00	1,24
16°	1,03	1,19	1,00	1,13
17°	1,03	1,10	1,00	1,14
18°	1,03	1,10	1,00	1,17
19°	1,03	1,19	1,00	1,21
20°	1,02	1,14	1,00	1,19
21°	1,02	1,20	1,03	1,20
22°	1,02	1,22	1,03	1,22
<i>Média</i>	<i>1,03</i>	<i>1,17</i>	<i>1,00</i>	<i>1,19</i>

TABELA C.10 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VI, na direção X = Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,09	1,00	1,02
2°	1,02	1,12	1,01	1,03
3°	1,02	1,07	1,02	1,06
4°	1,02	1,06	1,02	1,10
5°	1,02	1,07	1,02	1,15
6°	1,02	1,08	1,02	1,16
7°	1,02	1,10	1,02	1,11
8°	1,02	1,09	1,02	1,14
9°	1,02	1,20	1,04	1,24
10°	1,02	1,09	1,04	1,32
11°	1,02	1,14	1,04	1,04
12°	1,02	1,04	1,04	1,05
13°	1,02	1,07	1,05	1,11
14°	1,02	1,14	1,05	1,29
15°	1,02	1,00	1,03	1,30
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,09</i>	<i>1,03</i>	<i>1,14</i>

TABELA C.11 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VII, na direção X (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,08	1,02	1,13
2°	1,02	1,17	1,02	1,14
3°	1,02	1,20	1,03	1,10
4°	1,02	1,17	1,03	1,15
5°	1,02	1,17	1,03	1,32
6°	1,02	1,08	1,04	1,14
7°	1,02	1,09	1,04	1,28
8°	1,02	1,12	1,05	1,22
9°	1,02	1,13	1,05	1,23
10°	1,02	1,15	1,06	1,16
11°	1,02	1,16	1,06	1,18
12°	1,02	1,16	1,05	1,12
13°	1,02	1,15	1,06	1,13
14°	1,02	1,14	1,06	1,36
15°	1,02	1,17	1,06	1,30
16°	1,02	1,16	1,04	1,23
17°	1,02	1,10	1,03	1,08
18°	1,02	1,13	1,06	1,32
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,14</i>	<i>1,04</i>	<i>1,20</i>

TABELA C.12 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VII, na direção Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,09	1,01	1,05
2°	1,02	1,12	1,03	1,11
3°	1,02	1,13	1,02	1,11
4°	1,03	1,18	1,02	1,08
5°	1,03	1,12	1,03	1,12
6°	1,03	1,05	1,04	1,11
7°	1,03	1,04	1,03	1,14
8°	1,03	1,07	1,04	1,09
9°	1,03	1,08	1,04	1,14
10°	1,03	1,08	1,05	1,07
11°	1,03	1,08	1,05	1,08
12°	1,03	1,07	1,07	1,11
13°	1,03	1,06	1,08	1,11
14°	1,03	1,07	1,06	1,14
15°	1,03	1,08	1,07	1,26
16°	1,03	1,13	1,06	1,15
17°	1,03	1,22	1,02	1,15
18°	1,03	1,22	1,05	1,28
<i>Média</i>	<i>1,03</i>	<i>1,11</i>	<i>1,04</i>	<i>1,13</i>

TABELA C.13 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VIII, na direção X (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95γ)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,12	1,02	1,25
2°	1,02	1,24	1,01	1,25
3°	1,02	1,17	1,02	1,29
4°	1,03	1,18	1,02	1,26
5°	1,03	1,16	1,02	1,29
6°	1,03	1,13	1,02	1,36
7°	1,03	1,07	1,02	1,30
8°	1,03	1,10	1,03	1,32
9°	1,03	1,12	1,03	1,40
10°	1,03	1,18	1,03	1,33
11°	1,03	1,19	1,04	1,45
12°	1,03	1,24	1,04	1,39
13°	1,03	1,23	1,04	1,31
14°	1,03	1,29	1,04	1,28
15°	1,02	1,15	1,04	1,30
16°	1,02	1,19	1,03	1,29
17°	1,02	1,19	1,03	1,37
18°	1,02	1,23	1,02	1,41
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,17</i>	<i>1,03</i>	<i>1,33</i>

TABELA C.14 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício VIII, na direção Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95γ)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,14	1,01	1,16
2°	1,02	1,19	1,01	1,16
3°	1,02	1,18	1,01	1,17
4°	1,02	1,15	1,02	1,18
5°	1,03	1,16	1,02	1,20
6°	1,03	1,17	1,03	1,23
7°	1,03	1,13	1,02	1,17
8°	1,03	1,13	1,02	1,19
9°	1,03	1,16	1,02	1,24
10°	1,03	1,17	1,03	1,22
11°	1,03	1,20	1,03	1,22
12°	1,03	1,21	1,03	1,20
13°	1,03	1,24	1,03	1,15
14°	1,03	1,21	1,03	1,14
15°	1,02	1,13	1,03	1,14
16°	1,02	1,12	1,03	1,13
17°	1,02	1,10	1,03	1,12
18°	1,02	1,09	1,02	1,12
<i>Média</i>	<i>1,02</i>	<i>1,16</i>	<i>1,02</i>	<i>1,17</i>

TABELA C.15 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IX, na direção X (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,01	1,14	1,01	1,28
2°	1,01	1,19	1,01	1,21
3°	1,01	1,22	1,01	1,23
4°	1,01	1,24	1,02	1,24
5°	1,01	1,24	1,02	1,20
6°	1,01	1,26	1,02	1,42
7°	1,01	1,21	1,02	1,18
8°	1,01	1,20	1,02	1,20
9°	1,01	1,20	1,02	1,23
10°	1,01	1,18	1,02	1,21
11°	1,01	1,21	1,02	1,23
12°	1,01	1,27	1,02	1,46
13°	1,01	1,34	1,02	1,34
14°	1,01	1,41	1,02	1,52
15°	1,01	1,51	1,02	1,12
16°	1,01	1,27	1,02	1,22
17°	1,01	1,19	1,02	1,31
18°	1,01	1,15	1,02	1,37
19°	1,01	1,22	1,02	1,20
20°	1,01	1,30	1,02	1,40
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,25</i>	<i>1,02</i>	<i>1,28</i>

TABELA C.16 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício IX, na direção Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95%)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,14	1,03	1,58
2°	1,02	1,20	1,03	1,13
3°	1,02	1,19	1,03	1,14
4°	1,02	1,17	1,03	1,14
5°	1,02	1,17	1,04	1,14
6°	1,02	1,18	1,04	1,15
7°	1,01	1,20	1,05	1,15
8°	1,01	1,25	1,05	1,15
9°	1,01	1,12	1,04	1,16
10°	1,01	1,13	1,04	1,16
11°	1,01	1,15	1,04	1,16
12°	1,01	1,17	1,03	1,17
13°	1,01	1,19	1,03	1,20
14°	1,01	1,20	1,03	1,17
15°	1,01	1,22	1,03	1,17
16°	1,01	1,23	1,02	1,18
17°	1,01	1,23	1,02	1,19
18°	1,01	1,22	1,02	1,23
19°	1,01	1,24	1,02	1,34
20°	1,01	1,23	1,02	1,37
<i>Média</i>	<i>1,01</i>	<i>1,19</i>	<i>1,03</i>	<i>1,20</i>

TABELA C.17 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício X, na direção X (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95γ)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,03	1,09	1,05	1,18
2°	1,03	1,16	1,00	1,21
3°	1,02	1,19	1,00	1,20
4°	1,02	1,22	1,00	1,20
5°	1,02	1,24	1,00	1,20
6°	1,02	1,23	1,00	1,20
7°	1,02	1,08	1,00	1,20
8°	1,02	1,01	1,00	1,20
9°	1,02	1,03	1,00	1,20
10°	1,02	1,09	1,00	1,20
11°	1,02	1,13	1,00	1,20
12°	1,02	1,15	1,00	1,20
13°	1,02	1,17	1,00	1,21
14°	1,02	1,18	1,01	1,22
15°	1,02	1,18	1,01	1,13
16°	1,02	1,18	1,03	1,31
17°	1,02	1,18	1,02	1,15
18°	1,02	1,16	1,02	1,44
19°	1,02	1,14	1,02	1,26
20°	1,02	1,35	1,03	1,27
<b><i>Média</i></b>	<b><i>1,02</i></b>	<b><i>1,16</i></b>	<b><i>1,01</i></b>	<b><i>1,22</i></b>

TABELA C.18 – Relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem), para o edifício X, na direção Y (análise de primeira ordem realizada com as ações horizontais adicionalmente majoradas por 0,95γ)

<i>Pavimento</i>	<i>Pilares</i>		<i>Vigas</i>	
	<i>Força Normal</i>	<i>Momento Fletor</i>	<i>Força Cortante</i>	<i>Momento Fletor</i>
1°	1,02	1,10	1,02	1,15
2°	1,02	1,12	1,02	1,12
3°	1,02	1,07	1,02	1,13
4°	1,02	1,07	1,02	1,14
5°	1,02	1,07	1,02	1,15
6°	1,02	1,07	1,03	1,16
7°	1,02	1,07	1,03	1,17
8°	1,02	1,07	1,03	1,19
9°	1,02	1,07	1,03	1,22
10°	1,02	1,11	1,03	1,26
11°	1,02	1,13	1,03	1,33
12°	1,02	1,11	1,04	1,13
13°	1,02	1,10	1,04	1,14
14°	1,02	1,10	1,04	1,14
15°	1,02	1,10	1,04	1,14
16°	1,02	1,11	1,04	1,14
17°	1,02	1,11	1,04	1,14
18°	1,02	1,13	1,04	1,14
19°	1,02	1,17	1,04	1,14
20°	1,02	1,29	1,04	1,14
<b><i>Média</i></b>	<b><i>1,02</i></b>	<b><i>1,11</i></b>	<b><i>1,03</i></b>	<b><i>1,16</i></b>