
José Cecílio Moreira Júnior

**PROGRAMAÇÃO LINEAR NO PLANEJAMENTO
AGREGADO DE PRODUÇÃO E VENDAS DE UMA
INDÚSTRIA SIDERÚRGICA**

Dissertação a ser apresentada na Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador:

Professor Doutor Maurício Cardoso de Souza

Belo Horizonte - MG

Abril de 2009

José Cecílio Moreira Júnior

**PROGRAMAÇÃO LINEAR NO PLANEJAMENTO
AGREGADO DE PRODUÇÃO E VENDAS DE UMA
INDÚSTRIA SIDERÚRGICA**

Dissertação a ser apresentada na Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador:

Professor Doutor Maurício Cardoso de Souza

**MESTRADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
ESCOLA DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**

Belo Horizonte - MG

Abril de 2009

Autor: José Cecílio Moreira Júnior (UFMG) jcmoreirajr@yahoo.com.br

Orientador: Professor Doutor Maurício Cardoso de Souza (UFMG) mauricio@dep.ufmg.br

*Dedico este trabalho ao seu
Deco, meu pai, meu primeiro e
grande “mestre”, e às mulheres
de minha vida, Ana, Tatiana e
Júlia.*

Agradecimentos

Nenhuma conquista é solitária, por isso tenho muito e a muitos a agradecer.

A Deus pelo dom da vida.

Ao meu pai, meu grande mestre e modelo de vida, e a minha mãe que me ensinou a dar um passo de cada vez.

À Ana, além do companheirismo de mais de 40 anos, pela compreensão em minhas ausências e apoio incondicional em todas as circunstâncias.

Às minhas filhas, Tatiana e Júlia, pelo apoio, crença na capacidade do pai e incentivo em todas as oportunidades.

Aos amigos e amigas de longa data pelo incentivo.

À Denise, sobrinha competente nas armadilhas do vernáculo, pela revisão e preciosos ensinamentos.

À equipe de Planejamento da Produção da siderúrgica estudada, especialmente ao Gasparini, Cloves e Eguinaldo, pela disponibilidade e fornecimento da base de dados de teste do modelo.

Aos colegas de mestrado, pelo apoio durante estes dois anos de convivência.

Aos meus ex-colegas de mestrado, agora amigos, Eguinaldo, Helton, João Flavio e Magno pela paciência e ajuda nos momentos difíceis.

Aos “meninos” Leonardo Hermont e Paulo Cherem. Esta dissertação que é também de vocês.

À UFMG pela oportunidade de cursar este mestrado. Foi um privilégio ser aluno de uma instituição de ensino tão fantástica quanto esta.

À Inês e Thays pelo competente apoio na parte administrativa do curso.

Ao corpo de docentes do Departamento de Engenharia da Produção pela competência e capacidade na arte de ensinar.

Aos professores Carlos Carvalho, por ter me aberto um grande campo de estudos, e Gilberto Miranda, pelo apoio nos momentos de pânico.

Finalmente, ao meu orientador, professor Maurício, pela competência, paciência, apoio, amizade e muitos outros predicados. Afinal, assumir um orientando formado há 33 anos, deve ter sido um grande desafio. A partir de agora, você é uma de minhas referências acadêmicas. Tenho muito orgulho deste período que passamos juntos.

Resumo

Este trabalho trata o problema de elaboração do planejamento agregado de produção e vendas em uma siderúrgica produtora de aços especiais. Os primeiros trabalhos utilizando Pesquisa Operacional para resolução deste tipo de problema datam do início da década de 50. A usina siderúrgica abordada tem uma configuração bastante complexa, devido à produção de famílias de aços que possuem processos de produção diferentes, compartilhando os mesmos equipamentos. A proposta básica do problema é o estabelecimento da mistura de produtos a serem vendidos que leve ao melhor resultado empresarial. Para obtenção destes resultados deverão ser respeitadas as capacidades da planta e os estoques necessários para garantir o nível de serviços objetivado pela empresa. Os produtos envolvidos estão entre os mais nobres da siderurgia e o Planejamento da Produção da empresa opera com sistema *make-to-order* para o atendimento da demanda.

Na literatura são encontrados modelos com diversas técnicas e funções objetivo. Neste trabalho foi utilizada a Programação Linear e a função objetivo adotada é a maximização da margem de contribuição. O principal desafio foi conciliar a utilização dos equipamentos em diferentes rotas de produção.

O trabalho está organizado em quatro tópicos. O inicial faz uma introdução para contextualização do problema no ambiente corporativo. O primeiro capítulo é uma revisão bibliográfica, abrangendo os principais trabalhos encontrados sobre o assunto e apresenta alguns modelos matemáticos extraídos da mesma. No segundo capítulo é apresentado o ambiente onde foi tratado o problema e os objetivos e desafios ali encontrados. O capítulo se encerra com a apresentação da modelagem matemática. No capítulo seguinte são apresentados os resultados encontrados nos diversos testes executados. Na última parte é feita uma conclusão e apresentadas propostas de desenvolvimentos futuros para melhoria do modelo e sua integração com a Programação da Produção.

Palavras-chave: *Planejamento Agregado da Produção, Programação Linear, Minimização de Custos, Maximização de Lucros e de Margem de Contribuição, Planejamento da Produção.*

Abstract

This work deals with the problem of elaboration of the Aggregate Production and Sales Planning applied in a steel plant producing special steels. This type of problem is studied broadly in the literature and the first works, with use of Operational Research, date back to the beginning of the decade of 50. The approached steelworks has a quite complex configuration due to the production of types of steels that have different production processes sharing the same equipment. The basic proposal of the problem is the establishment of the mixture of products sold that leads to the best managerial result. In order to obtain this, the capacities of the plant and the necessary stocks should be safeguarded to guarantee the level of services aimed at by the company. The involved products are among the highest quality of metallurgy and the planning of the production of the company operates with system made-to-order for meeting demands.

In the literature there are models with several techniques and objectives function. In this work, Linear Programming is adopted and the objective function is maximization of the contribution margin. The principal challenge was to reconcile the use of the equipment in different production routes.

The work is organized into four topics. The first makes an introduction for contextualization of the problem in the corporate atmosphere. The first chapter is a bibliographical revision taking in the principal works found on the subject and it presents some extracted mathematical models of the same. In the second chapter, the presentation of the ambience is presented where the problem was dealt with and the objectives and challenges therein found. The chapter ends with the presentation of the mathematical modeling. In the following chapter the results found in the several executed tests are presented found in the several executed tests. In the last part, a conclusion is made and proposals of future development for improvement of the model and its integration with the production programming.

Key-words: *Aggregate Production Planning, Linear Programming, Cost minimization, Profit and contribution margin maximization, Production Planning and Control.*

Sumário

Introdução	1
Capítulo 1 – Modelos de Planejamento Agregado de Produção	5
1.1 Exame da Literatura	5
1.2 Técnicas Utilizadas no planejamento agregado	10
1.2.1 Técnicas que buscam solução ótima	11
1.2.1.1 Programação Linear (PL)	11
1.2.1.2 Regra de Decisão Linear	14
1.2.1.3 Modelo de Dimensionamento de Lotes	14
1.2.1.4 Programação por Metas	15
1.2.1.5 Outras Técnicas Analíticas	15
1.2.2 Técnicas que não buscam solução ótima	16
1.2.2.1 Regra Decisão por Busca	16
1.2.2.2 Heurísticas de Troca de Produção	16
1.2.2.3 Modelo de Coeficientes de Gerenciamento	16
1.2.2.4 Simulação	17
1.3 Modelos matemáticos para elaboração do PA da Produção Siderúrgica	17
1.3.1 Modelo clássico de Programação Linear	18
1.3.2 Modelo com múltiplas plantas	20
1.3.3 Modelo para integração de cadeia logística de uma siderúrgica	24
1.4 Conclusão	30
Capítulo 2 – PA numa indústria siderúrgica produtora de aços especiais	31
2.1 Contexto Geral	31

2.1.1 Desafios da frente comercial	31
2.1.2 Desafios da frente operacional	32
2.1.3 Descrição do processo produtivo	32
2.2 Apresentação do Problema	36
2.2.1 Famílias de Produtos	36
2.2.2 Restrições de produção	38
2.2.3 Tratamento e atendimento da demanda	39
2.2.4 Horizonte de Planejamento	40
2.2.5 Geração e venda de materiais disponíveis (MD)	40
2.2.6 Tipos de decisão e critérios de avaliação	41
2.3 Modelagem Matemática	42
2.3.1 Índices	44
2.3.2 Parâmetros	45
2.3.3 Variáveis de decisão	47
2.3.4 Modelo Matemático	47
Capítulo 3 – Resultados Obtidos	50
3.1 Critérios adotados para agregação dos dados	50
3.2 Tratamento dos dados de entrada	51
3.3 Resultados obtidos com a agregação original	53
3.4 Resultados com a agregação refinada	57
Conclusão e Desenvolvimentos Futuros	61
Referências Bibliográficas	63

Lista de Figuras

Figura 1 – Níveis de planejamento e sua hierarquia	2
Figura 2 – Fluxograma da produção da usina de aços especiais estudada	35
Figura 3 – Fluxograma da produção com os pontos entrega de produtos acabados	37
Figura 4 – Fluxograma da produção com os equipamentos da modelagem matemática	43

Lista de Tabelas

Tabela 1: Técnicas utilizadas para elaboração do planejamento agregado	10
Tabela 2: Comparação dos resultados das instâncias 1.1 e 1.2	54
Tabela 3: Comparação dos valores de demanda atendida nas Instâncias 1.1 e 1.2	55
Tabela 4: Comparação dos resultados das Instâncias 1.1, 2.1 e 2.2	57
Tabela 5: Comparação dos valores de demanda atendida nas Instâncias 1.1, 2.1 e 2.2	59
Tabela 6: Comparação entre os resultados relevantes das instâncias 1.3 e 2.3	60

Abreviaturas

APICS – *American Production and Inventory Society*

AOD – *Argon Oxygen Decarburization*

CG – Chapas Grossas

ERP – *Enterprise Resource Planning*

GNO – Grão não orientado

GO – Grão Orientado

HPP – *Hierarchical Production Planning*

JIT – *Just-in-time*

LB – Laminador de bobinas

LTQ – Laminação de Tiras a Quente

MD – Material disponível

MRPL – *Metal Refining Process with Lance*

PCP – Planejamento e Controle da Produção

PL – Programação Linear

RB – Recozimento de Bobinas

RC – Recozimento em Caixa

Terminologia

As rolled: bruta de laminação. Diz se da bobina que é vendida após o processo de laminação a quente não sofrendo nenhum tratamento de superfície e/ou tratamento térmico.

Backorder: postergação de entrega do pedido sem o consentimento do cliente.

Blank: é obtido pelo corte transversal de uma tira e sua especificação é idêntica à das chapas.

Bobina: forma dos produtos siderúrgicos planos onde a largura do produto é a mesma em que foi produzido. Sua especificação, normalmente em milímetros, é feita nominando a espessura e a largura, por exemplo, 2,00 mm x 1.200 mm.

Cadeira de laminação: conjunto do laminador responsável pela redução de espessura da bobina metálica.

Chapa: forma dos produtos siderúrgicos planos obtidos pelo corte transversal das bobinas. Neste caso, para sua especificação é necessário nomear a espessura, a largura e o comprimento, por exemplo, 2,00 mm x 1.200 mm x 2.000 mm.

Core business: é a parte central do negócio da empresa.

Lead-time: tempo decorrido entre o início de um processo e o seu final. Neste trabalho refere-se ao tempo decorrido entre a emissão do pedido e seu atendimento.

Make-to-order: estratégia onde se inicia a produção somente após o recebimento do pedido.

Margem de contribuição: é a diferença entre a receita líquida e o custo variável do produto. Em termos práticos significa o que cada produto contribui para o pagamento dos custos fixos.

Market-share: participação percentual de uma empresa ou produto no mercado.

Set-up: tempo de preparação de uma máquina ou equipamento para produção de um produto.

Swapping: operações feitas entre concorrentes, onde um atende pedidos de cliente do outro, ficando o dono dos pedidos com toda responsabilidade pelo atendimento e pós-venda.

Tira: é obtida pelo corte longitudinal de uma bobina e sua especificação é idêntica à mesma.

Trade Company: empresa especializada em comércio internacional. Pode se dedicar à importação tanto quanto à exportação.

Introdução

A crise financeira que se iniciou nos estados Unidos em 2007 e se alastrou pelo mundo em 2008, evidencia a dificuldade na tomada de decisões para condução dos negócios. A economia mundial encerrou um ciclo de forte crescimento para outro que ainda não está bem definido. O quadro que se desenha para 2009 é de estagnação ou até contração nas economias maduras, como a da Europa, Estados Unidos da América e Japão, e forte redução no crescimento das economias emergentes, tais como as da China, que foi a locomotiva do consumo nos últimos 10 anos, Índia e Brasil. Tudo isto está agravado pela restrição de crédito crescente em todos os países. Apesar dos esforços de todos os governos centrais, a disponibilidade de crédito continua pequena.

Os diversos níveis de planejamento nas empresas são poderosos aliados nas tomadas de decisões para enfrentar os desafios relacionados com a determinação das misturas de produtos que levem a um nível de rentabilidade adequada. O correto alinhamento dos mesmos e adoção de ferramentas ágeis e precisas no apoio das atividades destas áreas são vitais para que a empresa consiga sucesso empresarial.

O planejamento agregado assume, neste momento, um papel importantíssimo devido ao seu posicionamento na cadeia de decisão. A Figura 1 retrata a hierarquia entre os diversos níveis de planejamento existentes em uma organização. A sua análise evidencia a importância do planejamento agregado.

Na Figura 1 podemos ver que o planejamento estratégico é o de nível hierárquico mais elevado. Esta é uma função indelegável da alta administração, porque direciona todas as ações de longo prazo e investimentos da empresa sendo, por isso mesmo, a diretriz de todos os demais níveis de planejamento. Neste horizonte são tomadas as decisões sobre a quantidade apropriada de capacidade para atingir as demandas futuras do mercado (Vollmann *et al.* [35]). Neste nível de planejamento pode-se decidir, entre outras coisas, sobre a descontinuidade ou expansão de uma linha de produtos, a entrada em novos mercados e/ou linha de produtos, a celebração de alianças estratégicas com concorrentes e a verticalização da empresa. Este horizonte, devido ao exposto, varia em função da empresa e do ramo de negócios da mesma.

O planejamento tático é responsável pelos planos de médio prazo, ajustando o Plano Estratégico à realidade vivida pela empresa e fazendo as correções de rota face às alterações na economia, no mercado ou operacionais. Não pode fugir dos objetivos e metas estabelecidas pelo planejamento estratégico. Aqui a principal tarefa do sistema de Planejamento e Controle da Produção, PCP, é combinar o suprimento e demanda em termos de volume e *mix* de produtos (Vollmann *et al.* [35]). A grande diferença, em relação às decisões tomadas para o longo prazo, é que o foco está em prover a capacidade exata de produção e materiais para atender às necessidades dos clientes e na tratativa dos estoques de matérias-primas, materiais em processo e produtos acabados. Este horizonte de tempo, como o anterior, também varia em função da empresa e do seu ramo de negócios.



Figura 1: Níveis de planejamento e sua hierarquia.

O planejamento operacional é responsável pelos planos de curto prazo ajustando as diretrizes traçadas no Plano Tático à realidade da empresa. Estes planos cobrem todas as áreas operacionais da empresa. Adicionalmente o planejamento operacional acompanha os resultados, apurando os desvios e refazendo os planos para as devidas correções de rumo. Estes desvios são enviados aos níveis superiores de planejamento para avaliação da necessidade ou não de se rever os planos destes níveis. Este horizonte varia entre horas e o tempo de um ou dois *lead-times* produtivos, ou seja, entre a emissão dos pedidos de compra das matérias-primas chaves e a entrega do produto acabado.

Os autores consultados colocam o planejamento agregado no nível tático, nível em que operam as gerências médias, responsáveis pelas decisões que irão afetar o médio e o curto

prazo. No passado, o planejamento agregado da produção se limitava a determinar o menor custo para executar o plano de vendas. Atualmente, os empresários passaram a entender que estes dois planos, o de vendas e o de produção, devem ser elaborados em conjunto, buscando o melhor desempenho industrial e comercial. Esta é a grande oportunidade de se determinar a mistura de produtos que obtenha a maior rentabilidade possível para empresa. Isto só é possível com um perfeito relacionamento entre as áreas de produção, planejamento e controle da produção, marketing e vendas. Todas as decisões de vendas e da produção relativas à colocação e atendimento de pedidos deverão se reportar a este plano.

Dentro deste contexto, a pesquisa operacional apresenta um vasto acervo de ferramentas e técnicas que permitem apoiar este planejamento no cumprimento desta importante missão. Ao longo da dissertação serão apresentadas estas diversas técnicas. A literatura apresenta um grande número de trabalhos versando sobre este tema. Uma evidência é o *survey* feito em 1992 por Nam e Logendran [28] retratando mais de quarenta anos de literatura a respeito do assunto. Os autores referenciaram 13 livros e 147 artigos publicados em 17 diferentes periódicos. O trabalho cobriu o período que se inicia no começo dos anos 50 até o início da década de 90.

Nesta dissertação é tratada a modelagem matemática para a otimização do plano agregado de produção e vendas de uma empresa siderúrgica produtora de aços especiais. Uma usina siderúrgica apresenta processos com características distintas, não permitindo dar um tratamento único a todas as áreas. Na planta estudada existe um problema adicional. Os equipamentos de uma área são compartilhados para fabricação de produtos de outra, levando a necessidade da criação de rotas. Para que o modelo escolha a rota mais indicada, foi acrescentada na função objetivo uma penalidade. Outro complicador é o fato do equipamento ser utilizado em um mesmo roteiro de produção mais de uma vez. Uma característica própria deste tipo de siderúrgica é a geração e vendas de produtos que seriam sucata em outras. Estes produtos têm mercado próprio com procedimento diferenciado em sua venda. Outro requerimento feito pela empresa é a formação de estoques de produtos acabados em cada final de período, visando garantir o nível de serviço ao cliente objetivado pela alta direção. O modelo utiliza programação linear e a função objetivo é de maximização da margem de contribuição global da empresa. É utilizado o preço de vendas *ex-works*, isto é, na saída da planta, e são considerados os custos variáveis de produção e de estoques.

Este trabalho está assim organizado:

-
- inicialmente é apresentada esta introdução para que o leitor possa se situar no ambiente onde o trabalho é desenvolvido;
 - no capítulo 1 é feita uma revisão bibliográfica com trabalhos encontrados sobre o tema e são apresentados três modelos encontrados na literatura;
 - no capítulo seguinte são descritos o ambiente onde se desenvolve o problema, os desafios nas frentes industrial e comercial e o que deve ser abordado pelo modelo. No final deste capítulo é feita a proposta de modelagem matemática;
 - o capítulo 3 apresenta uma análise dos resultados obtidos nos testes após a implementação do modelo no *software* GLPK 4.9;
 - ao final, são apresentadas as conclusões e propostas para futuros desenvolvimentos.

Capítulo 1 – Modelos de Planejamento Agregado de Produção

1.1. Exame da Literatura

O planejamento agregado da produção está há muito tempo conceituado na literatura. O *survey* proposto por Nam e Logendran [28] cobre o período que se inicia no começo dos anos 50 até o início da década de 90. E nos anos que se seguiram a este artigo, a produção científica sobre esse assunto continuou, e continua, em franca expansão. Os autores acima citados ficaram surpresos diante da descoberta de que, apesar da vasta literatura sobre o assunto, pouco existe sumarizando os diversos modelos utilizados no planejamento agregado da produção.

O planejamento agregado da produção é utilizado pelas empresas para gerenciar os recursos humanos e equipamentos, visando atendimento à demanda de mercado. Isto é feito estabelecendo simultaneamente os volumes de produção e de estoques. (Hax e Candea [17], Nam e Logendran [28] e Proto e Mesquita[30], Vollmann *et al.* [35]).

Uma conceituação bem sucinta, e semelhante à citada, está na abertura do artigo de DuBois e Oliff [14]. Os autores esclarecem que o planejamento agregado preocupa-se com o estabelecimento simultâneo dos níveis de produção, estoques e força de trabalho, num horizonte finito de tempo.

O estreito relacionamento entre o planejamento agregado da produção e o planejamento de vendas é ressaltado por Vollmann *et. al* [35]. Textualmente os autores escrevem o seguinte: “*O Plano de vendas e operações relaciona objetivos estratégicos à produção e coordena os vários esforços de planejamento em um negócio, incluindo planejamento de marketing, planejamento financeiro, planejamento de operações, planejamento de recursos humanos, etc.*” Para frisar ainda mais este importante papel, os autores concluem afirmando: “*Se o Plano de vendas e operações não representa um plano integrado interfuncional, o negócio pode não conseguir obter sucesso em seus mercados*”. Os autores destacam a longa história de pesquisa acadêmica sobre o tema e a disponibilidade de poderosas ferramentas para resolver os modelos propostos pelos pesquisadores. No entanto ressaltam que a medida que as

empresas implantam sistemas de PCP, há uma evolução natural em direção às questões do planejamento global da produção convergindo para outros módulos do sistema de PCP.

Para Krajewaki e Ritzman [22] existem dois tipos de Planejamento Agregado. O primeiro, denominado de Plano de Produção, é uma previsão de como a produção se comportará em termos de volume e estoques para atendimento da demanda de mercado projetada pela empresa, considerando-se todas as restrições operacionais. O segundo faz uma previsão do comportamento do contingente de mão de obra e dos regimes de trabalho a serem adotados pela empresa. Este último é característico de empresas prestadoras de serviços. Semelhante definição é feita por Vollmann *et al.* [35]. Estes autores posicionam o planejamento agregado como um nível de planejamento intermediário entre o planejamento estratégico e operacional, ou seja, no nível tático.

Essa posição do planejamento agregado lhe confere a responsabilidade pela integração do nível estratégico com o operacional e dentro do nível tático, sendo, portanto, elemento chave no processo de planejamento empresarial. É o responsável pela integração dos planos em duas direções. A integração vertical faz o alinhamento das decisões estratégicas com as decisões operacionais. A horizontal garante uma integração entre as decisões do mesmo nível de diferentes funções, tais como, marketing, manufatura, finanças, entre outras.

Hax e Candea [17] afirmam que o horizonte coberto pelo planejamento agregado é ditado pela natureza e dinâmica das flutuações da demanda. Ressaltam que o horizonte mais adequado é entre seis e dezoito meses sendo doze o mais usual.

Wagner [36] não cita em sua obra o termo planejamento agregado, mas apresenta modelos para seleção de mistura de produtos acabados, uma das funções deste planejamento. Ele frisa que neste caso deve-se maximizar o lucro e com a mistura determinada faz-se a minimização dos custos de produção.

Bradley *et al.* [6] apresentam um sistema, utilizando Programação Linear (PL), para fazer a integração entre os planejamentos estratégico e o operacional para uma indústria de Alumínio. A produção de Alumínio é um processo contínuo e por isto a Programação Linear se mostrou uma ferramenta adequada. O modelo de planejamento estratégico tem como objetivo apoiar as decisões referentes à expansão da capacidade produtiva, avaliar os impactos econômicos e financeiros desta instalação, quantificar a capacidade, definir a localização e data da implantação, estabelecer as quantidades e valores das operações de *swapping*, escolher as estratégias operacionais e fazer a avaliação da atratividade dos mercados para definição das

estratégias de marketing. A função objetivo é a minimização dos custos de produção e de logística. Já o plano tático objetiva apoiar o corpo gerencial nas decisões sobre a escolha das ordens a serem atendidas em cada unidade de lingotamento, nível de capacidade a ser utilizada de cada equipamento, determinação dos níveis de estoques para cada tipo de produto, determinação das necessidades de transportes terrestres e reservas de navio e identificação dos gargalos com sugestões de oportunidades de expansão. As saídas do primeiro modelo são restrições para este que, ao contrário do primeiro, trabalha somente as instalações que atendem ao mercado doméstico. Enquanto o modelo de planejamento estratégico trabalha somente com projeção de demanda, o operacional tem que conciliar o atendimento à carteira de pedidos existente com uma projeção de demanda.

Chama a atenção, em todo material estudado, três críticas ao planejamento agregado.

A primeira se refere à distância entre o nível de desenvolvimento do assunto no mundo acadêmico e a aplicação prática dos modelos desenvolvidos. Isso é destacado por diversos autores. Nam e Logendran [28], já no começo do artigo ressaltam o fato de que, apesar de uma grande variedade de técnicas terem sido desenvolvidas desde a década de 50, constata-se a pouca utilização das mesmas na indústria. Colocam duas possíveis razões para tal. Na primeira, os autores citando Buffa e Tauberg [7] e Silver [31], é que, normalmente, o planejamento agregado tem um tratamento *top-down*, enquanto, os gerentes de fábrica tendem a valorizar as atividades *bottom-up*. Vollmann *et al.* [35] vão um pouco mais afirmando que, embora as abordagens matemáticas sejam substancialmente mais sofisticadas do que as encontradas na prática na maioria das firmas, as planilhas eletrônicas são mais usadas para elaborar os planos de produção. Justificam que este fato é devido à falta de familiaridade das equipes gerenciais com ferramentas de otimização, pois as análises que servem de base para os modelos quantitativos são de difícil compreensão. Recomendam que esta lógica deva ser transparente para garantir a aceitação, principalmente, para os modelos de planejamento agregado.

Na tentativa de entender melhor a distância entre a literatura e as aplicações industriais, DuBois e Oliff [14] realizaram uma pesquisa com 55 empresas do meio-leste dos Estados Unidos da América. Os resultados indicaram uma significativa diferença entre as estratégias usadas para adaptar o processo de produção às flutuações da demanda, no curto e no longo prazo. A conclusão dos autores é de que, pelas respostas recebidas na pesquisa, poucas empresas demonstram condições de utilizar os modelos de planejamento agregado encontrados na literatura, e que estas têm feito consideráveis esforços para obter informações

de custos requeridas pelos modelos. Mas o mais notável da pesquisa é que, indiferente do nível das vendas, as empresas confiam em técnicas pouco sofisticadas para tomar as decisões relativas ao Plano Agregado de Produção.

A outra está ligada à agregação de produtos. Parte-se da premissa de que as famílias de produtos são homogêneas e pode assumir o mesmo comportamento na linha de produção, o que é contestado pelos críticos do planejamento agregado que afirmam que isso dificilmente ocorre no mundo real. Esta crítica foi manifestada por Baker *et al* [1].

Leisten [25] nos apresenta em seu artigo uma revisão a respeito das técnicas para agregar e desagregar os produtos, capacidades, tempos e/ou subprojetos nos diversos níveis de planejamentos. Segundo o autor, é possível garantir a otimalidade e factibilidade de uma solução, quanto a todas as variáveis de decisão, obtida em um nível, em todos os outros. São citados vários autores que tratam do assunto. No artigo são descritos os principais resultados das agregações nos modelos que utilizam programação linear, interpretação dos resultados da agregação / desagregação de produtos no Plano Agregado e no Plano Mestre de Produção e ainda as conseqüências para o planejamento da produção. Apesar do autor tratar somente da agregação e desagregação de produtos, ele afirma que as mesmas considerações valem para as dimensões capacidade, tempo e ordem. Este trabalho responde, com muita propriedade, as dúvidas levantadas por Baker *et al*. [1] a respeito da factibilidade de uma solução encontrada num nível agregado se manter após a desagregação.

Outros autores que tratam da desagregação são Vollmann *et al*. [35]. Eles dedicam um tópico inteiro a este tema apresentando, ao final, uma proposta para que esta seja feita através de programação matemática. Estabelecem um princípio básico para a desagregação: seguir a linha organizacional com um nível suficiente para prover a informação apropriada para a decisão de cada um.

A obra de Hax e Candea [17] afirma que o tipo de agregação é determinado pela natureza sistema de planejamento e técnica utilizadas, as características gerenciais e das atividades de produção. Ressalta que a agregação força a utilização de unidades de medidas consistente. Frisam que é comum a agregação da demanda em horas de produção.

A terceira crítica é a ocorrência de alguns poucos artigos, que tentam provar que o planejamento agregado é uma falácia e que os modelos desenvolvidos têm pouca aplicação porque são desnecessários.

Nesta linha de pensamento estão os dois artigos assinados por Buxey [8] [9]. O primeiro, publicado em 1995, foi baseado em pesquisa com 30 empresas Australianas de diversos setores da economia. Sua intenção era explorar as divergências entre a literatura e a prática no que se refere aos modelos para planejamento agregado. O autor afirma que a pesquisa revelou que os modelos de planejamento agregado nunca atendem ao que se propõem. Isto decorre da agregação de produtos que simplifica as previsões de demanda e os dados operacionais para serem utilizados com famílias de produtos. Finaliza afirmando que a literatura acredita que a grande sofisticação dos modelos, via integração que evita a sub-otimização, é a chave para os avanços no planejamento da produção e que, por outro lado, o torna pouco compreensível. No segundo artigo, de 2003, o autor continua na mesma linha, mas de uma forma mais contundente. Fez uma pesquisa para avaliar a grande distância entre as teorias e modelos a respeito do planejamento agregado e sua aplicação prática. Faz a apologia do Planejamento Hierárquico da Produção, *Hierarchical Production Planning (HPP)*, que foi proposto em artigo publicado por Bitran *et al.*[4] para fazer a integração entre o tático e o Plano Mestre de Produção. Para reforçar sua tese, cita Everdell (1984) que, em nome da *American Production and Inventory Society (APICS)*, afirma que a metodologia do planejamento agregado não faz sentido, pois o Plano Mestre de Produção é suficiente para lidar com estoques, conciliar força de trabalho com capacidades, atingir as metas de produtividade e satisfazer as demandas de mercado. Esta afirmativa não retrata a realidade, pois do Plano Agregado para o Plano Mestre, só muda o nível de detalhamento no tratamento da informação. Para comprovação de campo é feita uma pesquisa envolvendo 42 empresas Australianas, cuja maioria tem demanda fortemente sazonal. A partir dos resultados, conclui que a metodologia do planejamento agregado é inadequada e suas saídas têm sérios enganos e que, neste caso, a estratégia de acompanhamento da demanda é melhor.

O Planejamento Hierárquico da Produção aplicado em uma indústria siderúrgica é o tema do trabalho de Mohanty e Sing [27]. É um modelo com três níveis de decisão: coordenação das operações através da alocação ótima dos recursos, planejamento da produção e seqüenciamento. Suas metas são: maximizar a capacidade produtiva, minimizar os atrasos e utilização dos recursos. Como recursos são considerados o orçamento, energia elétrica e energia térmica. São atribuídos pesos para cada uma destas metas e a função objetivo é a minimização dos desvios em relação a estas metas.

1.2. Técnicas Utilizadas no Planejamento Agregado

Apesar das críticas colocadas por Buxey [8] [9] serem fortes, elas são poucas na literatura. Em compensação temos um farto material a respeito das diversas técnicas utilizadas no Planejamento Agregado (PA). Tomou-se como base o artigo de Nam e Logendran [28]. Esta classificação é muito semelhante à utilizada por Hax e Candea [17] e é bastante inteligente e prática, e por isso, foi mantida na íntegra. Como a pesquisa tem como foco os modelos matemáticos, algumas considerações serão acrescentadas às dos autores.

Os autores, Nam e Logendran [28], dividiram as técnicas utilizadas na elaboração dos planos agregados em dois grupos. No primeiro, colocou as que buscam um resultado matematicamente exato, ou seja, uma solução ótima. No segundo grupo, os que buscam um resultado viável, mas sem se preocupar com a otimalidade da solução. A tabela 1 lista todas as técnicas e o número de artigos referentes a cada uma.

I – Técnicas que buscam solução ótima	II - Técnicas que não buscam solução ótima
1 – Programação Linear (16)	1 – Regra Decisão por Busca (9)
2 – Regra de Decisão Linear (14)	2 – Heurísticas de Troca de Produção (12)
3 – Modelo de Dimensionamento de Lotes (21)	3 – Modelo de Coeficientes de Gerenciamento (4)
4 – Programação por Metas (7)	4 – Simulação (5)
5 – Outras (Analíticas) (24)	

Tabela 1: Técnicas utilizadas para elaboração do Plano Agregado.

Fonte: Nam e Logendran [28].

Observação: os valores entre parênteses são as quantidades de artigos pesquisados.

Uma primeira constatação é a predominância das técnicas que buscam um resultado exato. Elas significam 73,5% das técnicas mapeadas, o que não retrata, necessariamente, a importância das mesmas na indústria.

A seguir faremos pequeno comentário, a partir dos autores, a respeito de cada uma destas técnicas. A estes serão acrescentados outros oriundos de diversos artigos pesquisados, sendo que a maioria é posterior ao ano de 1992, ano do artigo base deste tópico.

1.2.1. Técnicas que buscam solução ótima

Neste tópico serão analisadas as técnicas que buscam uma solução ótima para os problemas de planejamento agregado da produção citadas na Tabela 1.

1.2.1.1 Programação Linear (PL)

As principais condições para utilização de modelos de PL, conforme Silver [31] são: a demanda é considerada determinística, os custos de produção são lineares, os estoques são limitados ao horizonte de planejamento, os custos de estoques podem ser carregados por cada período de planejamento e cada unidade de mercado é atendida por uma unidade produtiva.

Com estas premissas, os modelos de PA objetivam a determinação dos volumes de produção e necessidade de capacidade. A função objetivo mais usual é a minimização dos custos. Os níveis de estoque são usualmente determinados a partir de outras duas variáveis de decisões: o nível de capacidade e as taxas de produção.

Como ponto fraco destes modelos os autores citam, com base em Dzielinski *et al.* [13], a premissa de que a demanda é determinística. Argumentam os autores que na indústria, gerentes e planejadores, não podem afirmar com absoluta certeza vários eventos futuros, entre estes a demanda. Outro ponto questionável é a linearidade dos custos de produção e estoques.

As conclusões acima, de Nam e Logendran [28], foram embasadas em obras escritas no final dos anos 60 e início da década de 70. Quanto às condições de aplicação da PL não encontramos nada a acrescentar. Um fato que merece destaque nos artigos mais recentes é a variação da função objetivo. Junto com a minimização de custos, ocorre com certa frequência a maximização de resultados, ou seja, do lucro ou da margem de contribuição. A seguir citaremos seis artigos posteriores ao trabalho de Nam e Logendran com aplicação de PL no PA. Um utiliza a minimização de custos e os demais a maximização de resultados.

A maximização de resultados é proposta por Chen e Wang [11] em um modelo de dois estágios. O artigo apresenta um modelo desenvolvido para a maior indústria siderúrgica do Canadá. Esta tem uma malha logística muito extensa, composta de cinco unidades fabris, sendo uma unidade central com aciaria e laminação, quatro unidades de relaminação que recebem semi-elaborados da unidade central e de terceiros, suprimentos de matéria-prima (sucata de aço) oriundos de diversas regiões, centros de distribuição em vários pontos e clientes em todas as regiões do país e no exterior. O modelo foi desenvolvido maximizando o

lucro total e opera em dois estágios. No primeiro é feita a maximização do lucro. Os autores justificam a utilização desta função objetivo alegando que as produtividades e os lucros são diferentes para cada produto final e semi-acabado. Nesta fase se determina como deve ser atendida a demanda considerando as capacidades da unidade central, que é o gargalo de produção, das relaminações, dos diversos centros de distribuição e a entrega aos clientes. No segundo, fixando o resultado do primeiro, busca-se a minimização dos custos envolvidos. O modelo considera um único período de tempo e os autores estão preparando nova pesquisa para colocação de horizonte com multi-períodos de tempo.

Outro exemplo com utilização de maximização da margem de contribuição global nos é apresentado por Caixeta-Filho *et al.* [10]. Os autores não detalham o modelo, mas apresentam todas as considerações para a montagem do mesmo e os resultados obtidos. Trata-se de uma aplicação em uma empresa produtora de flores na região de Holambra no estado de São Paulo. Esta cidade é um dos maiores pólos, talvez o maior produtor de flores do Brasil. O modelo é abrangente e envolve toda cadeia produtora que começa na produção do bulbo e termina no cliente final. O modelo encontra a melhor maneira de explorar todas as oportunidades de mercado dentro do contexto existente e otimizando os resultados financeiros. De toda cadeia produtiva e comercial, somente a produção das flores está na empresa. A produção do bulbo e sua importação são feitos por terceiros, assim como a comercialização e entrega do produto aos varejistas. O modelo tem que conciliar a sazonalidade do mercado, tempo de suprimento do bulbo e as restrições internas da empresa. Não existe citação explícita, mas a leitura sugere que o modelo trabalha com multi-período de tempo, pois existem citações nomeando a semana em que determinado evento deve ocorrer.

A maximização de margem de contribuição também é proposta por Proto e Mesquita [30]. O artigo se refere à uma empresa que trabalha sob encomenda e com múltiplas localidades. Neste caso os autores consideram as receitas das vendas, descontados os custos de transportes, os custos variáveis de produção, os custos de estoque e os de mão-de-obra direta.

Levin *et al.* [26] apresentam, em seu artigo, uma proposta para uma empresa produtora de móveis de madeira. O ambiente de desenvolvimento é uma empresa monopolista e com uma gama grande de produtos. Afirma que a minimização não é a melhor função objetivo quando a demanda é simultaneamente determinada com os níveis de produção e estoque. Propõe um modelo que otimiza o lucros, trabalhando simultaneamente na determinação dos preços, com os custos de preparação de máquinas, a mistura e frequência de oferta de produtos. O modelo foi desenvolvido em um ambiente de monopólio e aplicado em uma empresa com uma grande

variedade de produtos, onde a escolha de produção é feita gerencialmente e os clientes estão dispostos a pagar preços mais altos para entregas em menor prazo.

A utilização de maximização de margem de contribuição é também um trabalho desenvolvido por Barbosa *et al.* [2] e implantado em uma siderúrgica de aços especiais. O modelo integrou as áreas de planejamento da produção, marketing, vendas, finanças e operacional da empresa, maximizando a margem de contribuição global. Sua premissa básica é que a empresa tem possibilidade de trabalhar a demanda no sentido de obter uma mistura de produtos mais rentável. Além de maximizar a margem, o modelo monitora o volume de produção, o faturamento e o total dos custos variáveis de produção. Como saídas apresenta, além do citado, os volumes de produção, o nível de ocupação, a geração interna de sucata (insumo de vital importância) e os volumes de venda por mercado. O mercado é segmentado de diversas maneiras. Seus principais problemas são: considerar o tempo em um único período e manter os estoques constantes ao longo do mesmo.

O artigo de Junqueira e Morabito [21] apresenta um modelo de PL, com minimização de custos. O modelo foi desenvolvido para uma empresa produtora de sementes de milho que tem processamento e vendas em diversos estados brasileiros. Devido às diferentes alíquotas tributárias e as longas distâncias envolvidas, o modelo considera estes custos junto com os custos de produção e de estocagem. Como o modelo é muito amplo, os autores fizeram algumas simplificações visando redução do número de variáveis do mesmo. O modelo é de dois estágios. O primeiro trata das operações de colheita, transporte e preparo da matéria prima e o outro, as de transporte e beneficiamento. Como citado anteriormente, a função objetivo é minimização dos custos e o problema considera vários períodos de tempo. Outro aspecto relevante é a formulação de seis cenários para subsidiar uma melhor tomada de decisão.

Pelo exposto, nota-se que a ênfase em minimização de custos vem deixando de ser exclusiva nos modelos utilizando PL. O que determina a utilização de uma ou outra função objetivo é o domínio que a empresa tem sobre a gestão de sua demanda. Quando não consegue ter interferência no nível de compra de seus clientes, a ênfase deve ser na minimização de custos. Se ao contrário, a mesma tiver uma margem de escolha nas vendas ou o mercado tiver certa elasticidade, a escolha deve ser pela maximização dos resultados.

1.2.1.2 Regra de Decisão Linear

Esta técnica foi desenvolvida em meados dos anos 50 por Holt, Modgnliani e Simon [19] e Holt, Modgnliani e Muth [20]. Foi chamada de HMMS, iniciais dos autores dos quatro autores (1960) ou simplesmente de LDR. A sua diferença básica em relação aos modelos de PL (5.1) é o tratamento da demanda, que neste caso não é determinística. Conforme colocado anteriormente, os modelos de PL consideram esta categoria de demanda, sendo isto considerado uma das limitações desta família de modelos. Nos modelos de regra de decisão linear os produtos e linhas de produção são agregados em alguns produtos. O modelo conta com regras lineares para estabelecer o nível de capacidade, taxas de produção e níveis de estoques. O custo de mão de obra está relacionado com o tamanho do quadro de pessoal e as taxas de produção têm evolução diferente dos modelos de PL. Os custos de estoque e de falta de material são tratados de maneira similar à PL.

A principal fraqueza desta técnica reside no fato da mesma assumir, como premissa, que os custos têm um comportamento quadrático. Isto faz com que o nível de mão de obra seja alterado com frequência. Outro problema é que a LDR não assume os custos da troca das taxas de produção ou do nível da força de trabalho. A LDR também não consegue lidar com variáveis e restrições inteiras. Segundo Van de Panne e Bosje [33], o mais sério é que o modelo não possui sensibilidade a erros de estimativa das restrições.

A força principal do modelo é que a incerteza da demanda é mais realisticamente retratada.

1.2.1.3 Modelo de Dimensionamento de Lotes

Os modelos de Dimensionamento de Lotes são geralmente utilizados em empresas que têm o processo produtivo intermitente em contraste com os métodos de processos contínuos e linhas de montagem. O ponto central destes modelos são os custos de *set-up*. As decisões de quanto e quando produzir estão acopladas com variáveis binárias de decisão de *set-up*, considerando a diferença entre a perda de produtividade devido a estes, tamanho dos lotes e custo dos estoques.

Wagner e Whithin [37] introduziram variáveis binárias para modelar as decisões de realizar ou não *set-up's* nos períodos. Os autores trataram o caso não capacitado, desenvolvendo para tal um algoritmo polinomial baseado em programação dinâmica. Desde então variantes de modelos para dimensionamento de lotes com decisões binárias de *set-up* vêm sendo desenvolvidas e estudadas na literatura, algumas delas integrando decisões de seqüenciamento

de máquinas. O leitor pode se endereçar, por exemplo, ao *survey* de Drexl e Kilmmms [12] e ao livro de Polchet e Wolsey [29].

1.2.1.4 Programação por Metas

Estes modelos tentam reconhecer o ambiente corrente dos negócios. Gerentes de produção têm que lidar com uma multiplicidade de metas e objetivos que irão influenciar as decisões do planejamento agregado. Metas de produção, minimização dos custos de estoques, a maximização do faturamento e a utilização da capacidade são considerados como importantes objetivos para o gerenciamento. (Lee e Orr, [24]).

A concepção básica da Programação por Metas requer a incorporação de todos os objetivos gerenciais e as restrições no modelo. A função objetivo para o modelo de Programação por Metas inclui somente as variáveis que têm intervalo de desvio e as restrições medem o cumprimento das metas gerenciais (Lee, [23]).

Tal como a PL a Programação por Metas sofre as mesmas críticas e ressalvas relativas à premissa de linearidade dos custos. A sua grande vantagem vem do fato do corpo gerencial incorporar seus objetivos na formulação e na identificação dos recursos necessários para atingi-los.

1.2.1.5 Outras Técnicas Analíticas

Outras técnicas foram desenvolvidas para dar maior realismo, tanto matematicamente como analiticamente, através de um grande número de combinações e premissas. Suas altas complexidades, freqüentemente, dificultam sua adoção num fluxo de tomada de decisão. Na maioria dos casos a função objetivo é não linear (Hax e Candea, [17]).

Nam e Logendran [28] citam que encontraram distintas soluções. Muitos destes modelos fazem a decomposição dos problemas de períodos múltiplos utilizando os princípios da Programação Dinâmica. Também são adotadas as técnicas de otimização não linear para solução de problemas com estruturas de custos convexas e côncavas. As maiores vantagens destes modelos estão no fato de refletirem com maior precisão o ambiente de planejamento da produção. As maiores desvantagens são o alto custo e demora no desenvolvimento, construção e implantação, aliados à grande dificuldade e complexidade computacional dos mesmos.

1.2.2 Técnicas que não buscam solução ótima

Abaixo analisaremos o segundo conjunto e técnicas apresentadas no Quadro 1, ou seja, as que não objetivam encontrar uma solução ótima. Estas técnicas visam melhorar os tempos computacionais ou resolver alguma limitação que os métodos que buscam solução exata contenham.

1.2.2.1 Regra Decisão por Busca

As limitações das formas lineares e quadráticas nos modelos de planejamento agregado da Produção estimularam a investigação de outros modelos. Para tal é necessário o desenvolvimento de modelos computacionais de simulação e procura de respostas usando técnicas de busca de soluções viáveis, não necessariamente ótimas (Goodman, [16]; Taubert, [32]).

Uma das grandes vantagens da abordagem das buscas, utilizando computação, é a facilidade para considerar uma grande variedade de funções de custos e de capacidade de produção, que mudam periodicamente. Contudo, esta vantagem tem um preço requerendo expertise do usuário. A capacidade computacional pode também limitar o uso destas técnicas.

1.2.2.2 Heurísticas de Troca de Produção

As Heurísticas de Troca de Produção foram desenvolvidas com o propósito de ter um apelo mais prático para os gerentes. O objetivo destas heurísticas, ao contrário das outras técnicas, foi evitar um excessivo replanejamento da produção e variação da força de trabalho, no horizonte de planejamento.

O artigo de Baykasoglu [3] é um bom exemplo da aplicação de heurísticas no planejamento agregado. Seu modelo trabalha com objetivos múltiplos e sua estrutura é muito similar a outros modelos da literatura, porém, segundo o autor, o número de funções objetivo, restrições e variáveis é maior do que da maioria dos modelos publicados.

1.2.2.3 Modelo de Coeficientes de Gerenciamento

Este modelo foi uma proposta de Bowman [5]. Ele sugeriu que os procedimentos gerenciais do passado podem ser usados para escolha de coeficientes apropriados para determinação dos

volumes de produção e nível da mão de obra. Tem como premissa de que os gerentes tomam boas decisões e podem melhorá-las com o auxílio de regras de decisão matemáticas.

O maior apelo deste modelo é a duplicação do processo de decisão dos gerentes, ajudando-os a melhorar o desempenho futuro a partir do desempenho passado. Com isso, a variabilidade decorrente da intervenção humana seria diminuída. O modelo recebeu sérias críticas de Eilon [15] e outros porque uma boa decisão gerencial tem que ser consistente e por isso a regra proposta se torna desnecessária.

1.2.2.4 Simulação

Vergin [34] deu um exemplo de como a simulação pode ser usada para selecionar parâmetros para as regras de decisão do planejamento agregado da produção. Historicamente, o uso da simulação é um passo distante para as grandes restrições lineares e quadráticas de métodos prévios de estabelecimento de custos. O método de simulação deve ser considerado quando complexas estruturas de custo são necessárias.

1.3 Modelos matemáticos para elaboração do Plano Agregado da Produção na Indústria Siderúrgica

Do material pesquisado, três referem-se a usinas siderúrgicas, e um a uma produtora de Alumínio, que tem processo muito semelhante ao da siderurgia. A seguir será apresentada uma comparação entre os mesmos.

Os modelos apresentados por Chen e Wang [11] e Barbosa *et al.* [2] apresentam funções objetivo semelhantes. O primeiro maximiza o lucro e o outro a margem de contribuição. O apresentado por Mohanty e Sing [27] busca a minimização dos custos. Bradley *et al.* [6] apresentam dois modelos interligados. O primeiro, que suporta o planejamento estratégico da empresa, tem como função objetivo a maximização dos resultados e o segundo, que trata do planejamento operacional e parte dos dados do primeiro, objetiva a minimização dos custos.

Quanto à amplitude, os trabalhos de Chen e Wang [11] e Mohanty e Sing [27] são os mais abrangentes. O primeiro busca a otimização de toda cadeia logística da Siderúrgica, desde o abastecimento de insumos estratégicos, passando pelo abastecimento de semi-acabados entre unidades da empresa até a entrega aos clientes. O modelo de Mohanty e Sing [27], por ser uma proposta de Planejamento Hierárquico da Produção, trata de três níveis de decisão:

coordenação das operações através da alocação ótima dos recursos, planejamento da produção e seqüenciamento. Os demais modelos, Bradley *et al.* [6] e Barbosa *et al.* [2], trabalham no ambiente interno da empresa, portanto, com menor abrangência.

Outra diferença é quanto ao tratamento do tempo. Somente o modelo apresentado por Mohanty e Sing [27] trata com múltiplos períodos de tempo. Os demais trabalham com um período único.

Dois modelos trabalham com mais de um estágio. O de Bradley *et al.* [6], utiliza o primeiro estágio no planejamento estratégico da empresa e o segundo no nível operacional. Já o de Mohanty e Sing [27] estabelece a alocação de recursos no primeiro estágio e faz o plano agregado e seqüenciamento da produção de cada unidade no segundo.

O modelo elaborado por Bradley *et al.* [6] apresenta uma diferenciação importante. Além de tratar das unidades existentes, o mesmo analisa a possibilidade de expansão com a implantação de uma nova unidade produtiva. Com isso ele trabalha também o nível estratégico da empresa.

Dois dos modelos acima serão mostrados a seguir: o modelo de Bradley *et al.* [6], que se refere ao planejamento operacional que minimiza os custos, e o de Chen e Wang [11], que maximiza o lucro. Antes destes será descrito um dos modelos clássicos citado por Hax e Candea [17].

1.3.1 Modelo clássico de Programação Linear

Antes da apresentação dos modelos destinados ao planejamento agregado na indústria siderúrgica, será exposto um modelo clássico utilizando PL apresentado por Hax e Candea [17]. A originalidade deste modelo é atribuída a Hanssmann e Hess [18].

Os parâmetros adotados são os abaixo relacionados, considerando N produtos e T períodos de tempo.

- v_{it} custo de produção do produto i no período t , excluídos o custo de mão de obra;
- c_{it} custo do estoque da unidade do produto i que fica em estoque do período t para o período $t+1$;
- r_t custo da hora da mão-de-obra regular no período t ;

- o_t custo da hora-extra no período t ;
- d_{it} demanda prevista do produto i no período t ;
- k_i quantidade de homens-hora necessárias para produzir uma unidade do produto i ;
- $(rm)_t$ disponibilidade de mão-de-obra regular no período t ;
- $(om)_t$ disponibilidade de horas-extras no período t ;
- I_{io} estoque inicial do produto i ;
- W_{io} disponibilidade inicial do mão-de-obra, em homens-hora.

As variáveis de decisão utilizadas são:

- X_{it} unidades do produto i a serem produzidas no período t ,
- I_{it} unidades do produto i estocada no final do período t ,
- W_t homens-hora regular utilizadas no período t ,
- O_t horas-extras utilizadas no período t .

O modelo matemático, para a versão com mão-de-obra fixa e custos lineares, fica da seguinte maneira:

$$\text{Min}Z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (v_{it} X_{it} + c_{it} I_{it}) + \sum_{t=1}^T (r_t W_t + o_t O_t) \quad (1)$$

sujeito a:

$$X_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \quad \text{para todo } i=1, \dots, N; t=1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N k_i X_{it} - W_t - O_t = 0 \quad \text{para todo } i=1, \dots, N; t=1, \dots, T \quad (3)$$

$$0 \leq W_t \leq (rm)_t \quad \text{para todo } t=1, \dots, T \quad (4)$$

$$0 \leq O_t \leq (om)_t \quad \text{para todo } t=1, \dots, T \quad (5)$$

$$X_{it}, I_{it} \geq 0 \quad \text{para todo } i=1, \dots, N; t=1, \dots, T \quad (6)$$

A função objetivo (1) expressa a minimização dos custos de produção, estoques, da mão-de-obra regular e horas-extras.

A equação (2) representa o balanço de massa e atendimento da demanda. É importante notar que o modelo não permite a utilização do recurso de *backorders*. Toda demanda deve ser atendida no período a que se refere.

A restrição (3) mostra que o total de mão de obra disponível deve ser toda utilizada em cada período. Nesta formulação fica claro que o único recurso produtivo que tem restrição é a mão de obra.

As equações (4) e (5) expressam os limites inferiores e superiores para a utilização da mão de obra e a (6) define o domínio das variáveis de produção e estoques.

Os autores comentam que o modelo acima pode ser ampliado para colocar outros requerimentos, tais como, estoques de segurança, diferentes centros produtivos, etc.

1.3.2 Modelo com múltiplas plantas

A obra de Bradkey, Hax e Magnanti [3], apresenta em seu capítulo 6, um sistema com dois modelos matemáticos integrando o planejamento estratégico e o operacional para uma indústria de Alumínio. Esta indústria é muito semelhante à siderurgia e o modelo pode ser aplicado nesta última, com poucas modificações.

O processo industrial começa com redução do Alumínio feita com cubas pelo processo de eletrólise. Este processo tem uso intensivo de energia elétrica que é o principal componente do custo de produção. Deste processo, o metal é transferido para um forno de homogeneização e acerto de temperatura para lingotamento. A indústria em questão produz lingotes com peso variando entre 2,5 e 10.000 kg. A empresa tem seis plantas de redução que operam próximas de seus limites de capacidade e trabalha com a hipótese de que a demanda por lingotes de Alumínio continuará crescendo.

Para atendimento a esta demanda, além da produção própria, a empresa tem acordos de *swapping* com alguns concorrentes. Os acordos de *swapping* são práticas comuns na indústria de Alumínio e consiste na utilização de um concorrente para atendimento a seus pedidos de venda. Este produz a liga constante da ordem e envia ao seu cliente com a sua marca. Esses acordos exigem reciprocidades e são, geralmente, renovados a cada ano.

O primeiro modelo, ferramenta do planejamento estratégico, determina o volume de produção das seis plantas da empresa, das plantas dos concorrentes que têm contrato de *swapping* e a possibilidade de implantação de uma nova planta. Como saída, fornece a quantidade de produção a ser feita em cada uma destas fontes para atendimento ao mercado da empresa. Como este modelo tem pouca aderência com o problema ora estudado, e foco será no segundo, que trata do planejamento operacional da empresa. Os dados de saída obtidos no modelo do planejamento estratégico são entradas do segundo modelo.

Para atendimento ao planejamento operacional foi desenvolvido um sistema com três módulos computacionais. Um primeiro módulo, designado de pré-processador, faz o tratamento da previsão de demanda e das ordens já colocadas. Seu produto final é um plano preliminar com a distribuição ideal das ordens por planta. Este pré-processamento tem como objetivo reduzir o tempo de processamento do segundo módulo que utiliza programação linear. Este modelo toma a saída do pré-processador e processa com as restrições operacionais. Sua saída é a designação das ordens por planta e máquina de lingotamento de tal forma que minimiza os custos totais de logística. Após o módulo de PL existe outro, chamado de pós-processador, que faz a consolidação das ordens de produção e prepara os relatórios gerenciais.

A seguir é mostrada a formulação matemática do modelo em programação linear. Este abrange somente as quatro plantas que abastecem o mercado interno americano, com seis períodos de tempo. Estes seis períodos têm durações diferentes: os quatro primeiros são de uma semana e os dois últimos cobrem um mês cada. O horizonte total coberto é de três meses.

As restrições de capacidade foram divididas em dois grupos no modelo. No primeiro estão as que se referem às fases que processam metal líquido e que, devido a isso, não pode ser estocado. Nestas áreas estão os fornos de redução responsáveis pela produção do Alumínio. O segundo engloba as que relacionam os grupos de produtos com os diversos equipamentos de lingotamento. O tempo total destes equipamentos não pode ultrapassar o tempo dos fornos de redução.

Devido às incertezas das previsões da demanda, foram colocadas restrições para evitar a falta de estoque no final de cada período. O modelo minimiza os custos logísticos.

Os índices adotados foram:

- $t = 1, \dots, T$ para os períodos de tempo;
- $s = 1, \dots, S$ para as plantas de redução;

- $m = 1, \dots, M$ para as máquinas de lingotamento;
- $p = 1, \dots, P$ para os grupos de produtos;
- $c = 1, \dots, C$ para combinação de produtos que requerem processos adicionais na planta;
- $k = 1, \dots, K$ para identificar cada ordem. Este único índice é suficiente para identificar onde a ordem será produzida e se ela precisa ser desdobrada. Se uma ordem possuir mais de um grupo de produto, todos deverão ser entregues no mesmo período.

Os parâmetros estão listados abaixo.

- d_{isp} Quantidade do produto p determinada pelo módulo pré-processador para a planta s durante o período t , em toneladas.
- h_{ts} Capacidade de produção de metal líquido da planta s no período t , em toneladas. Esta capacidade foi determinada no modelo do planejamento estratégico.
- e_{tm} Disponibilidade, em horas, da máquina de lingotamento m durante o período t .
- r_{mp} Produtividade da máquina m para o produto p em toneladas/hora.
- g_{spt} Estoque de segurança do produto p planta s durante o período t , em toneladas.
- q_k Quantidade total de Alumínio para atendimento à ordem k , em toneladas.
- w_{lps} Limite superior da quantidade do produto p que pode ser produzido na planta s durante o período t , em toneladas.
- u_{cst} Limite superior de combinações de produtos que podem ser produzidas na planta s durante o período t , em toneladas.
- f_{slk} Custo de transferência de uma ordem k da planta s para a planta l , em \$/t.
- a_{mp} Custo de produção do produto p na máquina de lingotamento m , em \$/t.
- i_{1p} Custo do estoque no final da semana do produto p , em \$/t.
- i_{2p} Custo do estoque no final do mês do produto m , em \$/t.

O modelo utiliza as seguintes variáveis de decisão:

- P_{tmp} quantidade do produto p a ser produzida na máquina de lingotamento m , no período t , em toneladas;
- I_{tps} estoque do produto p na planta s , no final do período t , em toneladas;
- R_{slk} quantidade da ordem k a ser transferida da planta s , para a planta l .

Com a notação acima o modelo matemático ficou definido conforme abaixo.

Função Objetivo:

$$\text{Min}Z = \sum_s \sum_{l=1, \neq s}^S \sum_{k=1}^K f_{slk} R_{slk} + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S i_{1p} I_{tps} + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S i_{2p} I_{tps} + \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P a_{mp} P_{tmp} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{m=1}^M P_{tmp} + I_{(t-1)sp} - I_{tsp} + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, \forall l \neq s}^S R_{slk} - \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, \forall l \neq s}^S R_{lsk} = d_{tsp}$$

para todo $t = 1, \dots, T$; $p = 1, \dots, P$; $s = 1, \dots, S$ (2)

$$\sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M P_{tmp} = h_{ts}$$

para todo $t = 1, \dots, T$; $s = 1, \dots, S$ (3)

$$\sum_{p=1}^P \frac{P_{tmp}}{r_{mp}} \leq e_{tm}$$

para todo $t = 1, \dots, T$; $m = 1, \dots, M$ (4)

$$\sum_{m=1}^M P_{tmp} \leq w_{tps}$$

para todo $t = 1, \dots, T$; $p = 1, \dots, P$; $s = 1, \dots, S$; $m = 1, \dots, M$ (5)

$$\sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M P_{tmp} \leq u_{tsc}$$

para todo $t = 1, \dots, T$; $c = 1, \dots, C$; $s = 1, \dots, S$ (6)

$$I_{tsp} \geq g_{spt}$$

para todo $t = 1, \dots, T$; $p = 1, \dots, P$; $s = 1, \dots, S$ (7)

$$\sum_{l=1, \forall l \neq s}^S R_{slk} \leq q_k$$

para todo $k = 1, \dots, K$ (8)

$$P_{tmp}, I_{tps}, R_{slk} \geq 0$$
 (9)

A primeira parcela da função objetivo (1) representa o custo de realocação das ordens de uma planta para outra. A segunda, o custo de estoque no final da cada uma das primeiras 4 semanas e a terceira o custo dos estoques do final dos meses dos períodos 5 e 6. E, finalmente, a última parcela é o custo de produção.

A restrição (2) é o balanço de massa do sistema e atendimento à demanda. A produção do período é somada ao estoque anterior e a produção das ordens que vieram de outras plantas. Deste valor é subtraído o estoque no final do período e as ordens transferidas para outras plantas. O valor assim obtido tem que ser igual à demanda de cada produto por período.

A equação (3) obriga a produção total de cada planta a ser igual à capacidade da mesma. Esta capacidade da planta foi determinada no modelo de planejamento estratégico e deve ser respeitada.

A equação (4), por sua vez, determina que a produção total alocada a todas as máquinas de lingotamento em cada período, tem que ser menor ou igual à capacidade das mesmas.

A restrição (5) indica que o total de cada produto a ser produzido pelas máquinas de lingotamento em cada período, tem que ser menor que o limite superior estabelecido.

A (6) limita o número de combinações de produtos que podem ser feitas em cada planta por período.

A equação (7) obriga a formação do estoque de segurança de cada produto e a (8) limita as transferências de quantidades de cada ordem ao total da ordem.

Finalmente, a restrição (9) mostra o domínio das variáveis.

1.3.3 Modelo para integração da cadeia logística de uma siderúrgica

O artigo escrito por Chen e Wang [11] apresenta um modelo em programação linear que integra o suprimento, a produção e distribuição de uma empresa siderúrgica canadense. Esta siderúrgica tem uma planta central que fornece material semi-acabado para várias unidades de laminação em diferentes localidades. A planta central é a unidade gargalo e, por isso, a empresa recorre à compra de semi-acabados de terceiros. A sua cadeia logística é formada de diferentes unidades acabadoras, fornecedores de matéria-prima e semi-acabados em diversas localidades e clientes em diversas regiões de vendas do país e no exterior. Os custos de produção em cada estágio do processo que são diferentes e os custos de compra, distribuição dos produtos e transportes também diferem em função das diversas localidades envolvidas,

também entram no modelo. Os preços de vendas são diferenciados por produto e região de venda.

Resumindo, o modelo apresentado considera, simultaneamente, a compra de matéria-prima, a alocação de capacidade de produção, o abastecimento de semi-acabados, o atendimento à demanda do mercado, a logística de abastecimento e de distribuição. A função objetivo do mesmo é a maximização da margem de contribuição da empresa.

As principais características do problema são:

- cada fonte de suprimento de matérias primas é limitada e tem preço diferente;
- o custo de transporte é função das distâncias;
- cada produto acabado tem um semi-acabado correspondente em função da liga do aço e das dimensões;
- a compra de semi-acabados de terceiros é possível, mas tem um valor adicional no custo que varia em função do região de aquisição;
- não é possível a compra de produtos acabados de concorrentes;
- cada semi-acabado tem uma produtividade diferente na planta central;
- o rendimento físico entre o semi-acabado e o produto final é diferente, em função do processo e da especificação deste produto;
- cada unidade acabadora tem uma capacidade diferente das demais;
- a empresa tem demanda superior a sua capacidade e o gargalo é a unidade central;
- o preço de venda varia conforme a região;
- a demanda é dividida em duas parcelas. A primeira, chamada de demanda “*core business*”, é relativa aos clientes com os quais a empresa tem contratos de longo prazo. A esta é acrescentada a outra parcela, cuja previsão é feita pela área de vendas, denominada de “demanda adicional”, destinada aos demais clientes.

O modelo matemático utilizou os seguintes índices:

- i para as diversas fábricas. $i \in \{0, 1, \dots, N\}$ sendo 0 para a planta central;
- j para as localidades fornecedoras de matérias-primas e $j \in \{0, 1, \dots, J\}$;
- k para as localidades de compras de semi-acabados sendo que $k \in \{0, 1, \dots, K\}$;

- l para as regiões de vendas, $l \in \{0, 1, \dots, L\}$;
- m para os grupos de produtos, $m \in \{0, 1, \dots, M\}$;
- n_m para os itens de produtos no grupo m , $n_l \in \{0, 1, \dots, N_j\}$, ..., $n_m \in \{0, 1, \dots, N_m\}$.

Os parâmetros estão abaixo listados por categoria.

- Parâmetros relativos ao suprimento de matérias-primas:
 - RC_j custo unitário de compra da matéria-prima na localidade j ;
 - L_j capacidade máxima de suprimento da matéria-prima da localidade j .
- Parâmetros de custos relativos à produção:
 - FC_{nm}^c custo fixo da produção de aço na planta central para o produto n_m (item n do grupo de produto m). O custo fixo é estimado e rateado pelo volume de produtos da unidade para a obtenção do custo integral. Com esta prática, esses custos ficam com comportamento semelhante aos custos variáveis. Isso o torna inadequado para ser utilizado no planejamento agregado visto que se deseja determinar a mistura de produtos e esta define o total a ser produzido. Está se utilizando um dado que será obtido na saída do modelo para estimar um parâmetro do mesmo.
 - VC_{nm}^c custo variável unitário da produção de aço na planta central para o produto n_m ;
 - FF_{nm} custo fixo da produção do produto acabado n_m . Aqui vale o mesmo comentário feito para o parâmetro de custo fixo da planta central, FC_{nm}^c ;
 - VF_{nm} custo variável unitário da produção do produto acabado n_m .
- Parâmetros relativos aos rendimentos físicos e produtividades:
 - PS_{nm} produtividade, na planta central, do semi-acabado necessário para produzir o produto n_m , em toneladas por hora;
 - PF_{nm} produtividade do produto acabado n_m ;
 - TR_{nm} rendimento, em percentagem, da matéria-prima até o semi-acabado do produto n_m ;

- YS_{nm} rendimento, em percentagem, da semi-acabado até o produto n_m .
- Parâmetros relativos às capacidades de produção:
 - τ^c tempo disponível para produção de aço na planta central;
 - τ_{im}^f tempo disponível para a produção do grupo de produto m na planta i .
- Parâmetro relativo custo de aquisição de semi-acabado:
 - $CS_{k,nm}$ custo unitário de aquisição do semi-acabado correspondente ao produto n_m na localidade k .
- Parâmetros relativos ao mercado:
 - $PR_{l,nm}$ preço unitário de venda do produto acabado n_m na região de vendas l ;
 - $DC_{l,nm}$ demanda “*core business*” do produtos n_m da região de vendas l ;
 - $DF_{l,nm}$ previsão de demanda adicional do produtos n_m da região de vendas l .
- Parâmetros de custos relativos ao transporte:
 - TR_j^c custo unitário de transporte de matérias-primas da localidade j para a planta central;
 - TS_i^c custo unitário de transporte do semi-acabado da planta central para a fábrica i ;
 - $TS_{i,k}^f$ custo unitário de transporte do semi-acabado da localidade k para a fábrica i ;
 - TF_{il} custo unitário de transporte produto acabado da fábrica i para a região de vendas l .

As variáveis de decisão adotadas são:

- $x_{il,nm}$ quantidade do produto n_m produzido na fábrica i para os clientes da região de vendas l usando semi-acabados da planta central;
- $y_{il,nm}$ quantidade do produto n_m produzido na fábrica i para os clientes da região de vendas l usando semi-acabados comprados de terceiros;

- $u_{il,nm}$ quantidade do produto semi-acabado comprado na localidade k e utilizado na fábrica i para fabricação do produto n_m ;
- w_j quantidade de matéria-prima comprada na localidade j .

Função objetivo adotada é a maximização do lucro líquido que é expresso por:

$$\text{Lucro Líquido} = \text{Receita Líquida} - \text{Custos Totais}$$

Vale ressaltar o comentário feito nas descrições dos parâmetros relativos aos custos de produção: a determinação do lucro não é confiável quando se rateia o custo fixo para determinar o custo integral do produto. Quando a mistura dos produtos a serem produzidos e vendidos é feita no planejamento agregado, não se pode utilizar este rateio porque o mesmo depende dos volumes que serão determinados pelo modelo, que são, geralmente, função desta mistura. Custos fixos são modelados de forma adequada com o uso de variáveis binárias. Ver, por exemplo, Wagner e Whithin [37]. Feita esta ressalva, manteve-se o modelo como apresentado pelos autores.

O modelo matemático ficou descrito como abaixo.

$$\begin{aligned} \text{maz}Z = & \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} RP_{l,nm} \cdot \sum_{i=0}^I (x_{il,nm} + y_{il,nm}) - \sum_{j=1}^J RC_j \cdot w_j - \sum_{i=0}^I \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \{(FC_{nm}^c + FF_{nm}) \cdot x_{il,nm} + \\ & + FF_{nm} \cdot y_{il,nm}\} - \sum_{i=0}^I \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \{(VC_{nm}^c + VF_{nm}) \cdot x_{il,nm} + VF_{nm} \cdot y_{il,nm}\} \\ & - \sum_{i=1}^I TS_i^c \cdot \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \frac{x_{il,nm}}{YS_{nm}} - \sum_{i=0}^I \sum_{k=0}^K TS_{i,k}^f \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} u_{ik,nm} - \sum_{i=0}^I \sum_{l=1}^L TF_{il} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} (x_{il,nm} + y_{il,nm}) \end{aligned}$$

Sujeito a:

$$w_j \leq L_j \quad \forall j \quad (1)$$

$$\sum_{i=0}^I \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \frac{x_{il,nm}}{YR_{nm} \cdot YS_{nm}} \leq \sum_{j=1}^J w_j \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^I \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \frac{x_{il,nm}}{YS_{nm} \cdot PS_{nm}} \leq \tau^c \quad (3)$$

$$\sum_{l=1}^L \frac{y_{il,nm}}{YS_{nm}} \leq \sum_{k=1}^K u_{ik,nm} \quad \forall i, \forall n, \forall m \quad (4)$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{N_m} \frac{(x_{il,nm} + y_{il,nm})}{YS_{nm} \cdot PF_{nm}} \leq \tau_{im}^f \quad \forall i, \forall m \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^L (x_{il,nm} + y_{il,nm}) \leq DC_{l,nm} \quad \forall l, \forall n, \forall m \quad (6)$$

$$\sum_{l=1}^L (x_{il,nm} + y_{il,nm}) \leq DF_{l,nm} \quad \forall l, \forall n, \forall m \quad (7)$$

$$x_{il,nm}, y_{il,nm}, u_{ik,nm} \geq 0 \quad \forall i, \forall l, \forall k, \forall n, \forall m \quad (8)$$

A função objetivo, maximização do lucro, está escrita da seguinte maneira. As receitas estão representadas na primeira parcela, ou seja, o produto dos preços de vendas dos produtos acabados feitos com semi-acabados próprios e adquiridos de terceiros. A esta parcela são subtraídos todos os custos. O primeiro a ser retirado, descrito pela segunda parcela da função objetivo, é o custo de aquisição de matérias-primas compradas em todas as localidades. A terceira parcela se refere ao total dos custos fixos, da planta central e das fábricas para os produtos que utilizam semi-acabados próprios e somente das fábricas quando o semi-acabado é de terceiros. A quarta é idêntica à terceira, substituindo-se os custos fixos pelos variáveis. As duas parcelas seguintes, quinta e sexta, tratam, respectivamente, do custo de transporte dos semi-acabados da planta central e de terceiros para as fábricas. Finalmente, a última parcela retrata o custo de transporte dos produtos acabados para cada região de vendas.

A restrição (1) obriga que a compra de matérias-primas em cada localidade não pode exceder a capacidade máxima de suprimento desta localidade.

A equação (2) mostra que o consumo de matérias-primas de todos os produtos acabados deve ser menor ou igual à compra das mesmas em todas as localidades.

A (3) se refere à capacidade da planta central. O tempo necessário para atendimento aos produtos semi-acabados requeridos por todas as fábricas deve ser menor do que a disponibilidade da planta central.

A restrição (4) garante que o total produzido com semi-acabados de terceiros é menor ou igual ao que foi adquirido deste material.

A equação (5) faz com que a utilização do tempo de cada fábrica para a produção dos produtos acabados seja menor do que a sua disponibilidade.

As restrições (6) e (7) se referem ao atendimento da demanda de mercado. A (6) garante que as vendas para a demanda “*core business*” não seja excedida e a (7) faz o mesmo com a demanda adicional.

Finalmente a expressão (8) determina o domínio das variáveis.

1.4 Conclusão

O planejamento agregado da produção é um dos problemas mais críticos da área de PCP. O objetivo do mesmo é transformar as demandas de mercado em planos compatíveis com os recursos da empresa num horizonte de planejamento desejado. A literatura nos apresenta uma grande variedade de opções nos mais diversos ambientes e com uma grande variedade de opções de modelos. Não faltam também opiniões contraditórias e conflitantes.

Apesar do grande desenvolvimento científico do assunto, diversos autores observam que sua aplicação nas indústrias é muito pequena quando comparada com a produção acadêmica. Várias são as hipóteses levantadas para tal. Estas variam desde o pouco conhecimento da comunidade empresarial do potencial dos modelos, até a alegação de que os mesmos são excessivamente sofisticados para o mundo real. Provavelmente, nenhum destes extremos está correto e, certamente, os dois lados precisam trabalhar para diminuir esta distância.

São poucas, na literatura, as análises do planejamento agregado da produção em ambientes JIT e do impacto causado pela adoção dos *softwares* integrados, os ERP's. A respeito do JIT foram encontradas poucas citações e todas feitas pelos críticos do planejamento agregado. Alguns chegam a afirmar que o mesmo é incompatível com o JIT devido à interpretação dos estoques. O JIT trabalha com taxas constantes de produção, gerando um fluxo uniforme de material ao longo da linha de produção. Não há como entrar no processo de planejamento com as demandas distribuídas dentro de um horizonte de tempo. Esta divergência não faz muito sentido porque, se os modelos sempre consideram a existência dos estoques, por outro lado, procura-se sempre minimizar os custos relativos aos mesmos. Já em relação aos ERP's, não foi encontrada nenhuma referência. Isto pode ser devido ao pouco tempo que os mesmos estão sendo adotados em massa pelas empresas.

Capítulo 2 – Planejamento agregado numa indústria siderúrgica produtora de aços especiais

2.1 Contexto Geral

A dissertação trata do desenvolvimento de modelo matemático para a elaboração dos planos agregados de produção e vendas, visando a elaboração do orçamento de resultados de uma siderúrgica produtora de aços especiais. O período de elaboração destes planos é o momento ideal para se estabelecer a melhor mistura de produtos a ser produzida e vendida no próximo período orçamentário. O modelo proposto deverá conciliar, simultaneamente, os objetivos das áreas de operação e de vendas e com os financeiros, levando à melhor projeção de resultado possível.

Uma usina siderúrgica tem a característica de ser poli-produtora onde os produtos podem ser totalmente substituídos entre si. Esta característica torna a determinação da mistura mais relevante, pois, do ponto de vista operacional, respeitando-se alguns parâmetros, tem-se uma enorme flexibilidade na oferta de produtos. Isto faz com que as áreas de vendas e de marketing tenham um grande peso na determinação desta mistura.

Apesar da elaboração do plano agregado envolver toda a organização, vamos estudar o problema envolvendo somente as áreas de produção e vendas. Não estamos com isso desconsiderando a importância das demais, mas simplificando a proposta ora apresentada.

Assim sendo teremos que compatibilizar a visão de mercado com a operacional. A seguir são descritos, sucintamente, os desafios enfrentados pela frente comercial, representada pelas áreas de vendas e de marketing, e da operacional, representada pelas áreas operacionais e de Planejamento e Controle da Produção (PCP).

2.1.1 Desafios da frente comercial

Do ponto de vista de mercado deve-se que atender segmentos distintos, tais como bens de capital, construção civil, automotivo, linha branca, motores elétricos, transformadores, cutelaria e agrícola, entre outros. Existe também o conflito de atendimento simultâneo ao

mercado interno, ao MERCOSUL e ME 1, que merecem um destaque em relação às exportações, e a todo restante do mundo. Cada um destes mercados tem níveis de serviços distintos e objetivos estratégicos diversos. No mercado interno e MERCOSUL existe a necessidade de se compatibilizar as vendas aos clientes consumidores com as destinadas a rede de distribuição que comercializa os produtos da Empresa para os clientes de menor porte. Complementando, a matriz de preços e políticas comerciais são diferenciadas para cada segmento citado. Isso leva a preços e política de vendas diferentes para um mesmo produto.

2.1.2 Desafios da frente operacional

Um primeiro desafio da frente operacional é o gerenciamento de um fluxo produtivo que apresenta vários complicadores e dificulta enormemente o balanceamento da planta. Numa usina siderúrgica coexistem:

- a) o processamento de metal líquido, que não permite a estocagem de produtos em processo,
- b) com o de metal sólido quente, onde a interrupção do processo ou não pode ser feita ou leva a perda de energia, com aumento do custo, pela necessidade de reaquecimento quando do retorno do processo,
- c) e o de materiais à temperatura ambiente, o que permite estocagem intermediária em qualquer ponto do processo.

Para aumentar o nível de dificuldade, existem equipamentos que participam de mais de uma fase do fluxo produtivo, levando a formação de *loop's*. Outro aspecto complicador é o processamento de linhas de produtos com fluxos diferentes, nos mesmos equipamentos em boa parte do processo. Isto leva a um aumento considerável dos tempos de preparação dos equipamentos.

2.1.3 Descrição do processo produtivo

Para um melhor entendimento do problema, será feito um resumo do processo de produção de uma usina siderúrgica. Para tal, cada uma das diversas áreas será descrita, mostrando o seu papel no processo, os seus objetivos e equipamentos e os principais produtos. Ao final é mostrado um fluxograma simplificado da usina siderúrgica, onde o modelo foi testado.

As usinas siderúrgicas podem ser integradas, quando partem do minério de ferro como sua principal fonte metálica, ou semi-integradas, quando a fonte metálica é sucata de aço ou gusa sólido adquirido de terceiros. Elas têm em sua planta áreas distintas com regras de produção totalmente diversas. Quando a mesma é integrada, ela se compõe de quatro grandes áreas: redução, aciaria, laminação a quente e laminação a frio. A semi-integrada não possui a área de redução.

A área de redução é a responsável pela transformação do minério de ferro em gusa, principal matéria prima para a aciaria. O equipamento mais importante desta área é o alto-forno, que trabalha em regime contínuo. O ideal é que, feitos os ajustes do mesmo em função das matérias primas, este fique o máximo de tempo possível em operação, mantendo constantes os seus parâmetros operacionais. Tem um fluxo uniforme e o seu produto é o ferro gusa. Este é uma mistura de Ferro e Carbono, com baixos teores de outros elementos presentes nas matérias primas, é transportado na forma líquida para processamento na aciaria.

Na aciaria o ferro gusa é transformado em aço que é uma mistura de Ferro-Carbono com um máximo de 2,11% de Carbono. Os demais elementos químicos da composição final são adicionados para se obter as características desejadas, ou fazem parte da composição química das matérias primas. Neste caso, nem todos são desejáveis e alguns pioram as características do material sendo chamados de contaminação. Além da composição química, a aciaria é responsável pelo nível de pureza do aço. Um dos fatores de sucesso de uma usina produtora de aços especiais está em sua aciaria, pois na composição química estão presentes vários elementos químicos nobres, tais como, Níquel, Cromo, Vanádio, Titânio, etc. Por isso esta área é importantíssima na composição dos custos de produção. Assim como na redução, esta área também opera com o metal líquido que é solidificado em sua última fase de produção. Os equipamentos principais do processo são os convertedores, responsáveis pela transformação do ferro gusa em aço. O convertedor consiste em um grande vaso, onde são carregados o ferro gusa líquido, sucata de aço, ferros ligas e fundentes e processados para se obter a composição química desejada. Este processo é denominado de refino primário, porque nem sempre a composição química objetivada é alcançada levando a necessidade de um processo posterior. Cada processamento no convertedor gera um volume de produtos denominado corrida. Todo controle, a partir da aciaria, é feito tomando-se a corrida como unidade central. O peso da corrida é definido pelo tamanho do vaso do conversor. Para a minimização de preparações do equipamento, objetiva-se seqüenciar corridas da mesma família de aços. Uma seqüência de corridas da mesma família de aços é denominada de campanha. A aciaria possui ainda outros

equipamentos destinados a fazer o refino secundário, que é o ajuste da composição química, purificação do metal líquido e acerto de temperatura para lingotamento. Finalmente o aço líquido é solidificado em uma área denominada de lingotamento. Existem dois tipos de lingotamento: o convencional e o contínuo. Atualmente a maioria das siderúrgicas utiliza máquinas de lingotamento contínuo que têm custos inferiores ao lingotamento convencional e um nível de qualidade superior. Estas são responsáveis pela solidificação do metal transformando-o em tarugos ou placas. Os tarugos são usados na fabricação de produtos longos, denominação genérica dos produtos finais na forma de barras, fio-máquina, trilhos, cantoneiras, tubos etc. As placas são empregadas na produção de aços planos que são fornecidos em bobinas ou chapas.

O próximo processo é a laminação a quente. Nesta fase é feita a conformação mecânica a quente do tarugo ou da placa. Esta área se compõe de fornos para reaquecimento das placas ou tarugos e de laminadores a quente. Existem inúmeros tipos de laminadores a quente, tanto para produtos longos quanto para planos. A usina objeto deste trabalho opera com um laminador de tiras a quente do tipo *Steckel*. Esse laminador tem uma única cadeira de laminação final, o que significa que a cada passagem do material só pode ser dado um passe de laminação. Isso leva à necessidade de reversão e laminação nos dois sentidos da linha para obtenção das espessuras menores. Na laminação de planos, obtemos as bobinas e chapas laminadas a quente. Esta fase fornece matéria prima para as laminações a frio e produtos para vendas. O grande desafio desta área é a produção de todas as famílias de aços e a necessidade de sincronismo com a aciaria na produção de algumas famílias que não podem se resfriar antes da laminação.

Complementando a laminação a quente, existe uma área para produção de chapas grossas de inoxidáveis, espessuras maiores que 8,00 mm, e uma linha para corte de chapas de aços ao Carbono e ligados.

A laminação a frio, etapa final do processo, faz a conformação mecânica a frio das bobinas laminadas a quente. Nesta fase, o material atinge a espessura e as características mecânicas solicitadas pelo cliente. Como complementação da laminação a frio, têm-se áreas de acabamento que fazem cortes das bobinas laminadas a frio em chapas, *blank's* e tiras. Além disto, faz alguns tratamentos de superfície para obtenção de acabamentos superficiais especiais e embalam o produto acabado. Na usina onde o trabalho foi testado, existem duas laminações a frio, sendo uma para os aços inoxidáveis e outra para os aços siliciosos. Nestas laminações os grandes problemas são a variação de espessura, que podem variar de 0,40 mm a

8,00 mm na de inox, rendimentos e fluxos muito diferentes, o que dificulta o balanceamento da linha.

Nas áreas de laminação a frio, alguns equipamentos podem ser utilizados em fases distintas do fluxo produtivo.

O modelo que discutiremos à frente foi testado em uma usina produtora de aços especiais. Essa usina é a única produtora integrada da América Latina a produzir aços planos inoxidáveis e siliciosos de grão não orientado e de grão orientado. Esta última família de aços é produzida por pouquíssimas siderúrgicas no mundo. Além destes aços, produz também aços planos de alto teor de Carbono e ligados para aplicações especiais.

Além do fluxograma abaixo exposto, a planta possui, em sua aciaria, fornos elétricos a arco, equipamento que caracteriza uma usina semi-integrada, usados na fusão de sucatas e ligas para a produção de aços inoxidáveis. Além de carga sólida, estes fornos elétricos a arco recebem Ferro Cromo líquido que é produzido em um forno elétrico de redução. O fluxograma atual desta usina está sintetizado na Figura 2.

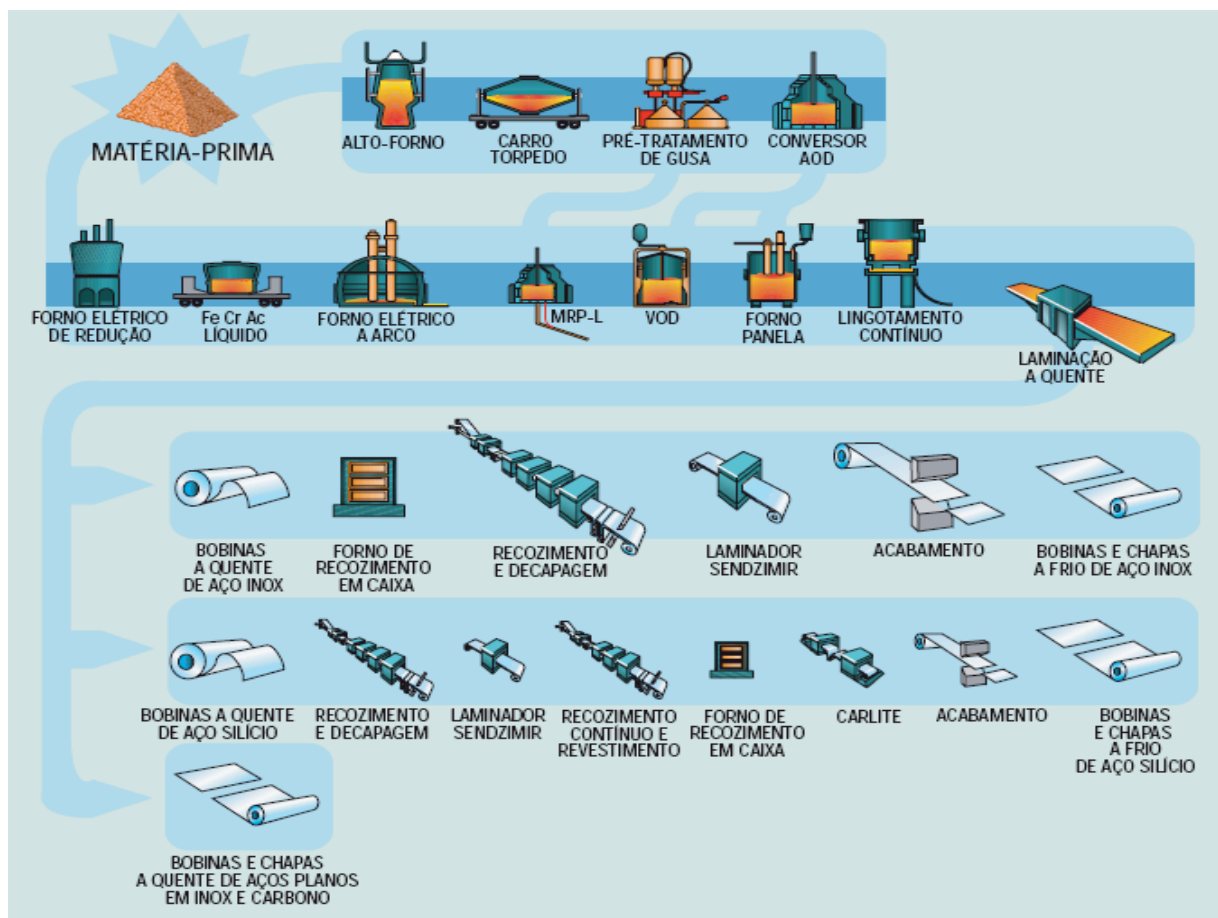


Figura 2 – Fluxograma da produção da usina de aços especiais estudada.
Fonte: Site da empresa.

2.2 Apresentação do Problema

Para melhor entendimento do problema serão apresentados a seguir detalhes da complexidade da planta, no que se refere à linha de produtos, às restrições de produção e complexidade do fluxo produtivo, ao tratamento e atendimento da demanda, aos horizontes de planejamento e à geração e vendas de produtos disponíveis. Finalizando, serão especificados os tipos de decisão e critérios de avaliação que são requeridos pela siderúrgica.

2.2.1 Famílias de Produtos

A empresa siderúrgica considerada produz uma gama de produtos muito ampla e de difícil agregação. São três linhas distintas de produtos com características próprias descritas a seguir.

- Planos Inoxidáveis

Esta linha de produtos é dividida em três famílias quanto ao processo:

- planos laminados a frio, com espessuras variando de 0,40 mm a 4,00 mm e são ofertados na forma de bobinas e chapas, com larguras variando de 1.000 mm a 1.500 mm ou tiras e *blank's*, com larguras variando entre 50 mm e 999 mm. Esta família possui várias opções de acabamentos superficiais.
- planos laminados a quente recozidos e decapados, com espessuras de 2,70 mm a 8,00mm, são ofertados em bobinas e chapas e com algumas alternativas de acabamentos superficiais;
- chapas grossas, com espessuras de 8,00 mm a 50,00 mm.

Quanto à composição química, se agrupam em três famílias: CrNiMo, CrNi e ao Cr. Sendo que esta última se divide em duas outras, os aços ferríticos e os martensíticos.

A empresa pode ainda comercializar as bobinas semi-processadas laminadas a quente “*as rolled*” para serem processadas em outras plantas do grupo ou concorrentes.

- Planos Siliciosos Laminados a Frio

Aqui são produzidas duas famílias distintas de aços ao Silício. A primeira é denominada de Aços Siliciosos de Grão Orientando, ou simplesmente Silício GO, que é ofertado em três classes de produtos M3, M4 e M5. Cada classe tem sua espessura própria, sendo a menor 0,23 mm e a maior 0,30 mm. Estes produtos são ofertados em bobinas e tiras.

A segunda família, denominada Aços Siliciosos de Grão Não Orientado, ou Silício GNO, apresenta espessuras variando de 0,35 mm a 0,65 mm e também é ofertada nas formas de bobina e tira. Estes produtos são agrupados por classe de perdas magnéticas e fornecidos com três opções de revestimentos superficiais.

- Planos ao Carbono e Ligados Laminados a Quente

Esta linha é ofertada em bobinas, com espessuras variando entre 2,00 mm e 12,70 mm, e em chapas grossas, onde a espessura pode chegar até a 50,00 mm.

O fluxo produtivo é longo e em cada fase as famílias de aços têm rendimentos diferentes. Além disto, a entrega do produto acabado ocorre em vários pontos do mesmo. Como o gargalo geral, aquele que limita o volume global de produção, está nas fases iniciais, o modelo deve levar em consideração o fluxo de cada produto e seus rendimentos em cada fase produtiva. A Figura 3 nos mostra a interligação das áreas produtivas e as saídas de produtos acabados ao longo da mesma.

A laminação a quente entrega ao depósito de produtos acabados, seta indicada pela letra A, as bobinas laminadas a quente “*as rolled*” de aços ao Carbono, Inoxidáveis e Silício GO. A laminação a frio de Inoxidáveis, indicada por B, entrega os produtos planos inoxidáveis acabados a frio e os laminados a quente recozidos e decapados. A laminação a frio de siliciosos, entrega identificada pela letra C, é responsável pela produção dos siliciosos GO e GNO. Finalmente a linha de chapas grossas, saída D, entrega as chapas grossas inoxidáveis.

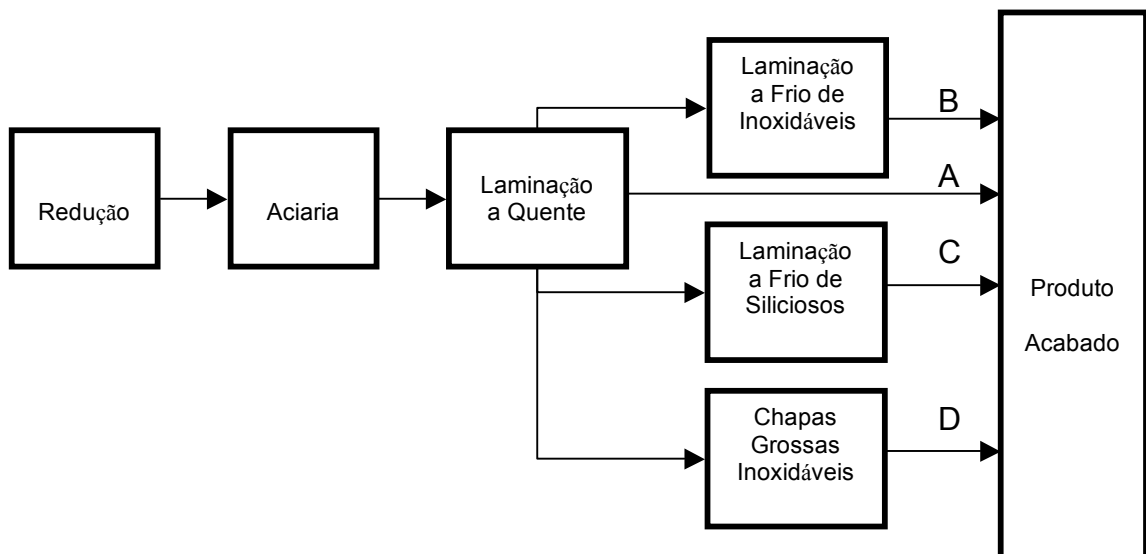


Figura 3 – Fluxograma da produção com os pontos entrega de produtos acabados.

A configuração da planta no modelo deverá ter a aciaria como o ponto de partida do fluxo produtivo. Cada uma das famílias de aços tem comportamento diferente, a mesma deverá ser dividida em fases distintas para melhor representar cada uma destas. A área de redução pode ser considerada como produtora de matéria prima para a aciaria porque seu produto é o mesmo para todos os aços.

2.2.2 Restrições de produção

As restrições de produção, devido às características dos equipamentos e do fluxo produtivo, nos levam a várias dificuldades na determinação da capacidade produtiva. Abaixo listamos as mais relevantes.

- A laminação a frio de Inoxidáveis tem três laminadores com características distintas. Os laminadores 1 e 3 foram comprados nos anos 70 e instalados na década de 70 e 80, respectivamente, e produzem larguras distintas. O laminador número 1 tem capacidade para processar produtos até 1.270 mm de largura. As menores espessuras são produzidas neste laminador. Nominalmente ele pode operar com espessuras entre 0,40 mm e 3,00 mm. O laminador número 3 processa produtos de até 1500 mm de largura. Devido a isso, a forma de seu produto acabado é inferior aos demais nas espessuras menores. Apesar de sua capacidade nominal ser operar com espessuras entre 0,40 mm a 4,00mm, ele opera somente com as espessuras mais elevadas da mistura de produtos, onde o problema de forma é menor. O terceiro laminador a frio de Inoxidável entrou em operação na década de 90, sendo tecnologicamente mais avançado dos que os outros dois. Tem capacidade para processar larguras até 1.370 mm e opera com as espessuras menores e intermediárias da mistura. Este laminador opera com velocidade nominal maior que os demais, o que o leva a ter uma produtividade maior.
- Outra restrição importante diz respeito ao seqüenciamento da produção na laminação de tiras a quente. Um dos maiores cuidados para com os aços Inoxidáveis é a limpeza de sua superfície. Os demais aços da linha de produção, Siliciosos, ao Carbono e Ligados geram, na laminação a quente, muito Óxido de Ferro, na forma de carepa, que adere aos rolos da linha. Por isso, antes de iniciarmos a laminação dos aços inoxidáveis, temos que higienizar toda linha, levando a um tempo maior de preparação da mesma. Por este motivo é importante não ter um número muito elevado de

campanhas de aços Inoxidáveis. Este mesmo problema ocorre quando temos que processar aços Siliciosos na linha de Inox ou Inoxidáveis na laminação de Silício.

- O último processamento na aciaria é o lingotamento onde as placas saem a uma temperatura, ainda alta. Visando economizar energia, é sempre desejável enformarmos as placas na laminação a quente enquanto as mesmas ainda estão aquecidas. Como mostramos anteriormente, a aciaria dispõe de dois reatores para produção do aço e duas máquinas de lingotamento contínuo. Isto significa que, na maioria das vezes, produzimos duas famílias de aços distintas, tornando impossível o enformamento simultâneo das duas. Uma terá que ser estocada. Porém temos alguns aços que, devido ao seu processo, não podem ser resfriados nesta fase e, neste caso, as duas áreas devem ser sincronizadas. Como a laminação a quente tem uma capacidade maior do que um dos reatores da aciaria sozinho, é necessária a formação de um estoque antes de se iniciar a processamento na LTQ. A campanha tem que ser iniciada antes que as placas produzidas estejam abaixo da temperatura especificada, e acabe antes que a menor produtividade da aciaria leve a perdas na LTQ.
- A utilização do laminador a frio número 2 da laminação a frio de Silício foi muito freqüente no passado, visando o aumento da oferta de laminados a frio Inox. Ao contrário, a utilização dos laminadores de Inox para produção de aços Siliciosos, nunca tinha sido feita. Porém, nos últimos anos, devido às boas margens destes aços e a sua forte demanda, a empresa desenvolveu a produção destes aços nos laminadores e linha de recozimento e decapagem da linha de Inox. Isto nos obriga a compartilhar estes equipamentos com as duas linhas de produtos.

2.2.3 Tratamento e atendimento da demanda

Aliada à complexidade da mistura de produtos está o grande número de mercados atendidos pela Empresa. Para melhor gerenciamento dos mesmos, a área comercial os segmentou em sete áreas. Os principais mercados-alvo são o mercado doméstico e os demais países do MERCOSUL. A estes se juntam os demais mercados mundiais, que são segmentados em cinco áreas de exportação. Cada um destes mercados tem níveis de preços distintos, logística de atendimento própria e níveis de serviço diferenciados. Tudo isto torna necessária a individualização dos mesmos. Por outro lado, o nível de serviço requerido obriga a manutenção de níveis de estoque diferentes para o atendimento a cada um.

A empresa trabalha, para atendimento ao mercado, no sistema “*make-to-order*”. Para melhorar o atendimento dos pedidos, foram adotadas duas formas de disparar a produção. Para os produtos com alta receptividade foi criado um estoque de produtos intermediários na entrada das laminações a frio. Isto permite uma grande redução nos *lead-time*'s dos mesmos. Os demais são programados desde o início do fluxo produtivo, ou seja, da aciaria.

A demanda de cada mercado tem características e, conseqüentemente, comportamentos diversos. Para a equalização destes comportamentos a empresa adota o procedimento a seguir para aceite de pedidos. A referência maior no aceite de carteira é o Plano Anual de Produção e Vendas que trabalha com o mês como unidade de tempo.

Para o ajuste deste plano às realidades operacionais e mercadológicas, mensalmente é feito um ajuste num horizonte de quatro meses. Este ajuste é chamado do planejamento quadrimestral. Neste temos parte de carteira já colocada, para um período de um e dois meses, e o complemento formado de previsão atualizada pela área de planejamento de vendas. O ajuste das condições operacionais e a atualização da capacidade são feitos pela área de planejamento da produção e o das previsões de vendas pelo planejamento de vendas.

2.2.4 Horizonte de Planejamento

Por se tratar do Plano Anual, que é atrelado à projeção orçamentária, deve se tomar o mês como a unidade de tempo. Este plano é, normalmente, elaborado de dois a três meses antes do início do período orçamentário. Porém em suas revisões e no planejamento quadrimestral a situação é diversa. Neste caso, a antecedência não é tão grande e é necessária a inclusão da carteira de pedidos já existente e, para isto, temos que ter os primeiros dois ou três meses divididos em decêndios, ou semanas, e o restante do horizonte representado por meses.

2.2.5 Geração e venda de materiais disponíveis (MD)

Outra peculiaridade de uma planta de aços especiais é a geração de materiais disponíveis (MD). Todos os aços produzidos têm alto valor agregado, quando comparado com os aços comuns, e os desvios e/ou excessos de produção têm mercado marginal com preços atrativos que levam a um ganho substancial.

Esta geração tem causas distintas: descartes de processo, desvios de qualidade e excessos de produção, o que leva a ter categorias diferentes deste produto. A empresa acompanha

diuturnamente esta geração e, para efeito de planejamento, é considerado um índice percentual para cada linha de produto.

A área comercial, por sua vez, tem critérios próprios para comercialização deste material evitando que o mesmo contamine os mercados de bons produtos. Para tal, existe uma sistemática de oferta do mesmo à clientes e mercados selecionados. O volume total vendido é limitado a estes clientes / mercados. Devido a isso a sua venda é toda a partir do estoque gerado pela planta.

2.2.6 Tipos de decisão e critérios de avaliação

A decisão central do Plano Anual é a escolha da mistura de produtos que leve ao melhor resultado financeiro. Para tal, deverá ser utilizado como critério a otimização da margem de contribuição dos produtos.

A margem de contribuição é definida como a diferença entre o preço líquido de venda e o custo variável do produto. O preço de venda utilizado é o *ex-work's*, ou seja, na saída da planta. Esse preço é obtido descontando-se, além de todos os impostos, todos os custos de logística para entrega ao cliente. A utilização deste conceito preconiza que a máxima margem de contribuição levará ao maior lucro, visto que todos os demais custos, os fixos, existem independente de qual seja a mistura.

Outra vantagem desta abordagem é a possibilidade de se trabalhar com a margem de contribuição horária. Este conceito é muito útil quando trabalhamos com produtos perfeitamente substituíveis no equipamento/fase do fluxo de produção. Normalmente duas coisas diferem: as produtividades e os rendimentos entre esta fase e final do fluxo. Se o equipamento for gargalo é interessante que se faça uma análise do ganho incremental. Para isso é necessário verificar qual dos produtos que utiliza esta fase gera o maior volume de margem de contribuição global. A margem incremental de cada produto em uma hora adicional no equipamento é chamada de margem de contribuição horária. Com este parâmetro podemos fazer com que as áreas de vendas e produção falem a mesma linguagem no momento de decidir a mistura a ser considerada.

No planejamento quadrimestral, junto com o objetivo acima, temos que garantir o índice de atendimento planejado da carteira de pedidos existente. O atendimento dos pedidos no prazo é mais importante do que a otimização da margem de contribuição por se tratar de

compromissos já assumidos. O não atendimento a esta carteira compromete a imagem da empresa.

Outro aspecto que deve ser considerado é a evolução dos estoques. Numa siderúrgica produtora de aços especiais, os estoques de produtos, em processo e acabados, representam uma parcela significativa do capital de giro. A administração dos níveis de estoque é de vital importância e por isso é necessário que os mesmos sejam projetados e acompanhados.

A capacidade de uma siderúrgica tem pouca alteração nos horizontes de planejamentos propostos, um ano ou quadrimestre. Portanto, esta não é uma variável de decisão. O atendimento pleno às demandas objetivadas é feito com a manutenção de mercados de oportunidade, onde a empresa concorre somente quando for interessante. Nestes mercados, como premissa, ou as margens são menores ou não são contempladas nos objetivos estratégicos empresariais.

2.3 Modelagem Matemática

O objetivo do modelo matemático será a determinação dos volumes de produção mensal que atenda às demandas projetadas para cada mercado, e mantenha um volume de estoque de produtos acabados no final de cada período, que garanta o atendimento de pedidos objetivado pela empresa. Isso deverá ser feito respeitando todas as restrições e peculiaridades colocadas nos itens anteriores.

Na literatura foi encontrada a utilização de três tipos de função objetivo: a minimização de custos, a maximização do lucro e a maximização da margem de contribuição. A minimização de custos é adotada quando a mistura de produtos está definida e a redução dos custos é a única maneira de melhorar o resultado. A maximização do lucro é indicada quando o volume global de produção não apresenta grande oscilação. Neste caso o rateio dos custos indiretos fica inalterado possibilitando a utilização do custo integral na determinação do lucro. Finalmente, a maximização da margem de contribuição é adequada quando se quer determinar a mistura a ser vendida e o volume total oscila. Isso inviabiliza a utilização do custo integral, visto que o rateio dos custos indiretos será feito em função da quantidade de produção determinada pelo modelo.

Devido o acima exposto, a função objetivo escolhida é a maximização da margem de contribuição. Esta margem é definida como a diferença entre o preço de venda e o custo

variável do produto. Considerou-se o preço de venda *ex-works* de cada produto e seus custos variáveis de fabricação e de estocagem.

O fluxograma de produção, de comum acordo com a área de planejamento da produção, foi simplificado em termos de equipamentos. Nele foram considerados somente os mais importantes e que limitam o volume de produção total e por linha de produto. Os demais foram agrupados visando preservar o cálculo do rendimento global da linha de produção. Isto permite obter uma solução que representa a realidade da empresa com um volume de dados relativamente pequeno e uma saída mais fácil de ser analisada, garantindo também que os gargalos de todas as linhas de produtos estejam aqui representados.

A figura 4 nos mostra a configuração da planta para efeitos de modelagem matemática. Os equipamentos a serem considerados estão com o retângulo em negrito. Além destes, os acabamentos de Inox, de Silício e de Carbono, que agrupam todos os equipamentos de corte, tratamento de superfície e embalagem, também estão representados no modelo.

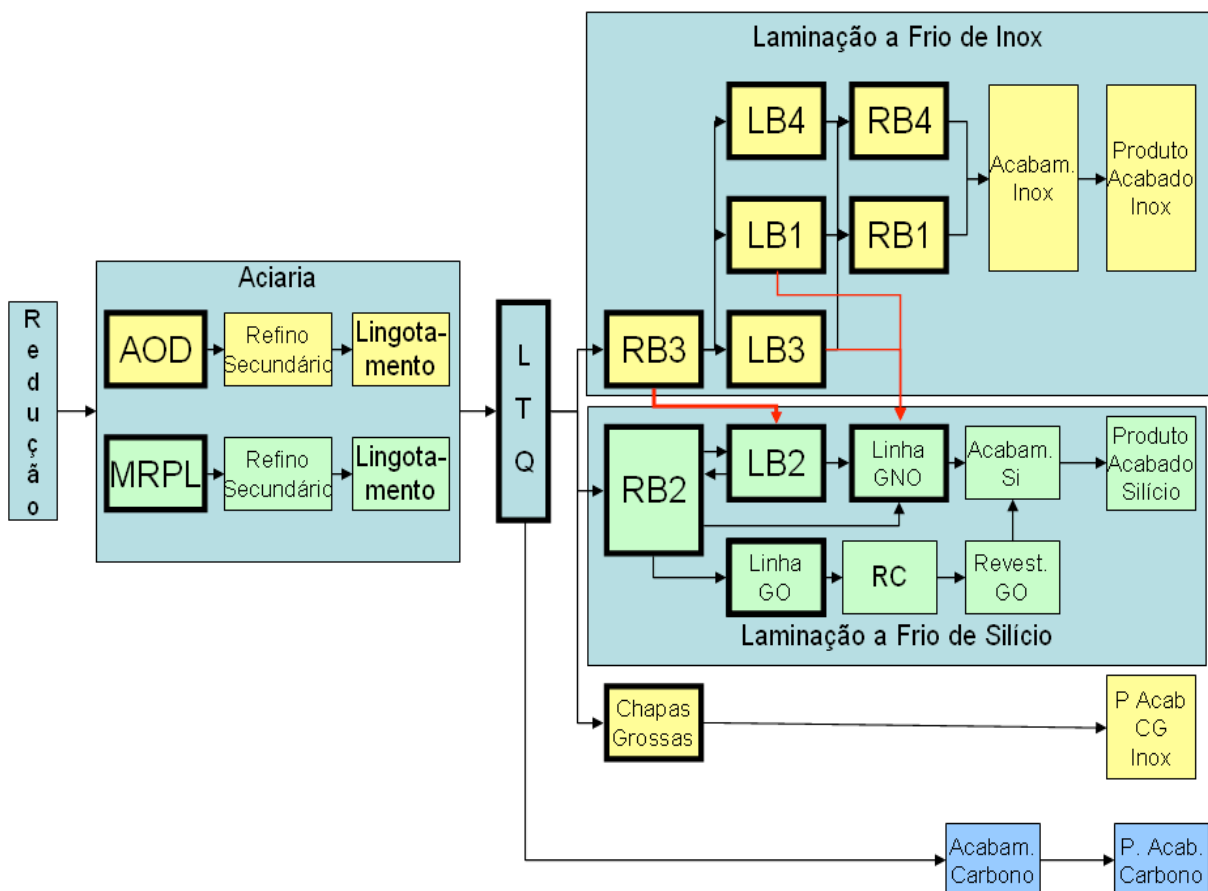


Figura 4 – Fluxograma da produção com os equipamentos da modelagem matemática.

Alguns pontos da figura 4 merecem destaque.

- A aciaria está dividida em duas no modelo. Cada uma é constituída de um reator, AOD ou MRPL, o refino secundário e uma máquina de lingotamento contínuo. Apesar do ponto de partida para cálculo dos rendimentos físicos serem as máquinas de lingotamento contínuo, cada aciaria está designada no modelo pelo tipo do reator, AOD ou MRPL.
- A laminação de tiras a quente, LTQ, é o único equipamento por onde passam todos os produtos da empresa, visto que não está se considerando a venda de placas.
- As linhas de recozimento e decapagem, RB's, e os laminadores a frio, LB's, eram dedicados às suas linhas de produtos. O RB2 e LB2 operavam com aços siliciosos e todos os demais com aços Inoxidáveis. Com a expansão do Inox e crescente demanda dos aços siliciosos, todos podem ser compartilhados com as duas linhas de produtos. Isso foi assinalado na figura 4 em vermelho. Podemos ver pela mesma o RB3, RB1 e LB3 alimentados a linha de Silício.

A seguir é apresentado o modelo matemático.

2.3.1 Índices

Adotaram-se os seguintes índices:

j	índices dos produtos a serem produzidos	$j = 1, 2, \dots, J;$
v	índices dos mercados a serem atendidos	$v = 1, 2, \dots, V;$
t	índices dos períodos de tempo	$t = 1, 2, \dots, T;$
k	índices dos equipamentos	$k = 1, 2, \dots, K;$
r	índices das rotas existentes no fluxo	$r = 1, 2, \dots, R;$
f	índices das fases por equipamentos	$f = 1, 2, \dots, F.$

A inclusão das rotas foi necessária para representar as diversas alternativas de roteiros mostradas na Figura 4, onde o mesmo produto pode ser obtido com a utilização de equipamentos diversos. Um produto Inoxidável laminado a frio tem três opções para a sua laminação e duas para o seu recozimento final. Só esta combinação levou a criação de seis

rotas diversas para os mesmos. O mesmo ocorre na aciaria, onde vários aços podem ser produzidos em qualquer um dos reatores, e com o Silício GNO que, além de ser processado em sua laminação a frio, pode também utilizar os laminadores e recozimentos do inox. Foram estabelecidas quarenta e seis rotas para representar todas alternativas da planta.

As fases foram criadas para resolver o problema dos *loop's* existentes nas rotas. As linhas de recozimento e decapagem e os laminadores podem ser utilizados duas vezes numa mesma rota. Isso foi resolvido com a colocação de duas fases. Na primeira consideram-se todos os equipamentos da rota e na outra, somente os que têm uma segunda operação.

2.3.2 Parâmetros

A seguir a relação dos parâmetros adotados.

- Para a demanda. Como exposto anteriormente, um dos primeiros objetivos é a determinação da mistura. Esta deve ser estabelecida respeitando os limites de mercado. Foram colocados dois parâmetros referentes à demanda:

$d \min_{jt}^v$: demanda mínima a ser atendida do produto j para o mercado v no período t ;

$d \max_{jt}^v$: demanda máxima a ser atendida do produto j para o mercado v no período t .

- Para os estoques de produtos acabados. A manutenção de um nível mínimo de estoque de cada produto no final de cada período, visando manter um bom índice de atendimento de pedidos, é uma das premissas adotadas pela empresa. Os parâmetros que utilizados são:

s_{j0}^v : estoque inicial do produto j para o mercado v ;

b_j^v : percentual da demanda do produto j para o mercado v que tem que estar em estoque no período $t-1$;

sT_j^v : estoque do produto j para o mercado v que deve ser mantido ao final do último período de planejamento.

- Parâmetros financeiros. Os parâmetros financeiros são:

p_{jt}^v : preço “*ex-works*” do produto j para o mercado v no período t ;

q_{jt}^v : preço “*ex-works*” do material disponível j para o mercado v no período t ;

c_{jt} : custo de produção do produto j no período t ;

g_{jt}^v : custo de estocagem do produto j para o mercado v no período t .

- Parâmetros relativos ao material disponível (MD). Para representar a geração e o volume de vendas do MD, foram criados os seguintes parâmetros:

γ_j : percentagem do produto j que é material disponível;

$e \max_{jt}^v$: quantidade máxima a ser vendida do material disponível j para o mercado v no período t .

- Parâmetros utilizados no cálculo da capacidade e na escolha da rota a ser utilizada na produção. Os parâmetros abaixo foram estabelecidos para representar as diversas rotas possíveis na produção de um mesmo produto, os *loop's* do fluxo produtivo e cálculo da capacidade produtiva de cada equipamento.

a_{fjk} : consumo de tempo do produto j no equipamento k na fase f (expresso em hora/tonelada).

β_{fjk} : rendimentos acumulados do produto j do equipamento k na fase f até o depósito de produto acabado.

w_{kt} : horas disponíveis do equipamento k no período t .

ε_{frk} : 1 se a maquina k pertence à rota r e fase f e 0 se não.

δ_{rj} : 1 se o produto j pode utilizar a rota r e 0 se não.

pen_r : penalidade por usar a rota r .

A penalidade foi necessária para obrigar a utilização das rotas mais adequadas para cada produto. Para cada par produto x rota foi associada uma penalidade. A rota mais adequada para o produto tem o menor valor. Para as demais foi estabelecida uma prioridade e as penalidades crescem à medida que esta prioridade diminui. Essas serão associadas aos volumes produzidos na rota e diminuirão o valor da função objetivo. Para que a ordem de valor da solução não seja comprometido, foram atribuídos valores pequenos a essas penalidades.

2.3.3 Variáveis de decisão

As variáveis do modelo são as seguintes:

x_{jt}^v : quantidade do produto j no período t para atender o mercado v ;

x_{jt}^r : quantidade do produto j no período t produzido na rota r ;

s_{jt}^v : estoque do produto j para o mercado v no final do período t ;

d_{jt}^v : demanda que será atendida do produto j para o mercado v no período t ;

h_{kt} : folga no equipamento k no período t ;

xmd_{jt} : quantidade do material disponível j no período t ;

e_{jt}^v : quantidade do material disponível j para o mercado v no período t .

2.3.4 Modelo Matemático

O modelo matemático ficou assim formulado.

Função objetivo:

$$\max \sum_{j=1}^J \sum_{v=1}^V \sum_{t=1}^T (p_{jt}^v d_{jt}^v + q_{jt}^v e_{jt}^v - c_{jt} x_{jt}^v - g_{jt}^v s_{jt}^v - pen_r x_{jt}^r) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$x_{jt}^v - s_{jt}^v + s_{jt-1}^v - d_{jt}^v = 0 \quad \text{para todo } t=1, \dots, T-1; j=1, \dots, J; v=1, \dots, V \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^R (1-\gamma) x_{jt}^r - \sum_{v=1}^V x_{jt}^v = 0 \quad \text{para todo } t=1, \dots, T, j=1, \dots, J \quad (3)$$

$$d_{jt}^v \geq d \min_{jt}^v \quad \text{para todo } t=1, \dots, T; v=1, \dots, V; j=1, \dots, J \quad (4)$$

$$d_{jt}^v \leq d \max_{jt}^v \quad \text{para todo } t=1, \dots, T; v=1, \dots, V; j=1, \dots, J \quad (5)$$

$$s_{jt}^v - b_j^v d_{jt+1}^v \geq 0 \quad \text{para todo } t=1, \dots, T-1; v=1, \dots, V; j=1, \dots, J \quad (6)$$

$$s_{jt}^v - s_{jT}^v \geq 0 \quad \text{para todo } t= T; v=1, \dots, V; j=1, \dots, J \quad (6a)$$

$$\sum_{f=1}^F \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^J \varepsilon_{frk} (a_{\beta kj} \beta_{\beta kj}) x_{jt}^r + h_{kt} = w_{kt} \quad \text{para todo } t=1, \dots, T \quad k=1, \dots, K \quad (7)$$

$$xmd_{jt} = \sum_{r=1}^R \gamma_j x_{jt}^r \quad \text{para todo } t=1, \dots, T; j=1, \dots, J \quad (8)$$

$$\sum_{v=1}^V e_{jt}^v \leq xmd_{jt} \quad \text{para todo } t=1, \dots, T; j=1, \dots, J \quad (9)$$

$$e_{jt}^v \leq e \max_{j,t}^v \quad \text{para todo } t=1, \dots, T; v=1, \dots, V; j=1, \dots, J \quad (10)$$

$$x_{jt}^r \leq \sum_{v=1}^V \sum_{u=1}^T \delta_{vj} d_{ju} \max_{j,u}^v + sT_j^v \quad \text{para todo } j=1\dots J, r=1\dots R; t=1\dots T; \quad (11)$$

$$x, xmd, e, s, z, d, h \geq 0 \quad (12)$$

A função objetivo é a maximização da margem de contribuição. Para tal tomamos a receita decorrente das vendas dos bons produtos, que atendem à carteira de pedidos, e dos materiais disponíveis. Desta receita são subtraídos os custos variáveis de produção e de estoque. Com a finalidade de direcionarmos a solução para as rotas mais atrativas, foi acrescentada uma penalidade, pela utilização da rota, que reduz o valor da função objetivo.

A restrição (2) faz o balanço de massa onde o volume de produção e estoque inicial do período são capazes de atender à demanda e à necessidade de formação de estoque no encerramento do período.

A restrição (3) garante que a produção total de um produto utilizando as diversas rotas será igual à sua necessidade para atendimento a todos os mercados.

As equações (4) e (5) definem o intervalo válido, para atendimento da demanda, estabelecido pelas áreas de vendas.

A equação (6) obriga a formação do estoque necessário para o cumprimento do nível de atendimento de pedidos preconizado pela direção da empresa. Para que o último período não fique sem formar estoque para atender a $T+1$, foi criada a equação (6 a). Partiu-se da premissa que a demanda de $T+1$ será idêntica a de T .

A equação (7) tem duas finalidades: garantir que a disponibilidade de cada equipamento seja respeitada e calcular a ociosidade de cada um destes. A particularidade desta equação é a utilização do parâmetro ε_{frk} que faz a alocação dos equipamentos nas rotas e a existência das

fases para representar os *loop's* existentes na planta. Devido a isso é necessária a inclusão das fases nos parâmetros de produtividade (α_{fkj}) e rendimento (β_{fkj}).

As equações (8), (9) e (10) fazem, respectivamente, o cálculo da geração de material disponível, faz com que a venda deste material seja menor ou igual de que sua geração e que esta venda respeite a capacidade de absorção do mesmo por cada mercado.

A equação (11) impede que seja alocada produção a uma rota que não é utilizada por determinado produto.

A equação (12) determina o domínio das variáveis.

Capítulo 3 – Resultados Obtidos

Este capítulo apresenta os resultados obtidos pelo modelo, com dados reais em duas configurações de agregação dos produtos.

Os dados globais foram fornecidos pela Siderúrgica estudada. Os volumes de vendas e produção propostos para o Plano Agregado da Empresa para o ano de 2009 foram o ponto de partida para detalhamento das entradas. Junto com estes foram informados os dados relativos às produtividades, índice de funcionamento dos equipamentos, rendimentos físicos, geração de material disponível e objetivos de estoque. Os dados relativos a preços de vendas, custos de produção e de estoque, distribuição da demanda e potencial de absorção de material disponível por mercado, foram inferidos a partir dos recebidos da empresa ou estabelecidos aleatoriamente, não sendo, portanto, valores reais.

O modelo foi implementado com utilização do software GLPK, versão 4.9, com sistema operacional Windows Vista e processador AMD Turion (tm) 64 X2 1.60 GHz com 1 GB de memória RAM.

3.1 Critérios adotados para agregação dos dados

O ponto de partida para a montagem da base de dados para teste foi um encontro com os profissionais da área de planejamento da produção da empresa, quando foram definidas todas as premissas para este estudo. A empresa tem um sistema, desenvolvido internamente, para otimizar o Plano Anual de Produção e Vendas e o Plano Quadrimestral que não tem atendido às necessidades das áreas de PCP e Controladoria. As principais melhorias, em relação ao sistema atual, são a colocação dos estoques nos finais de período e a redução do número de produtos representativos. Por isso, nas primeiras instâncias de dados, cujos resultados serão apresentados no item 3.2, a linha de produto da mesma foi representada no modelo por 14 produtos. Esta agregação é um pequeno refinamento em relação à representação dos produtos nos relatórios gerenciais internos e os enviados para os controladores no exterior, o que facilita o tratamento dos dados de saída reduzindo o tempo de preparação das propostas orçamentárias.

Seguindo esta mesma linha de raciocínio, adotou-se o mês como unidade de tempo e considerou-se o horizonte de planejamento em um ano. Estes são os mesmos adotados no orçamento de resultado.

As vendas foram segmentadas segundo a organização da área comercial e, por isso, divididas em sete mercados distintos. O primeiro é o mercado interno onde, em todos os produtos a empresa detém um *market-share* elevado. Esse mercado é o mais importante por responder por uma parte considerável do resultado financeiro. O segundo é formado pelas exportações para os demais países do MERCOSUL, onde a empresa tem importante participação no mercado e possui, além de escritório próprio, um centro de serviço e uma empresa processadora de aços Inoxidáveis. É importante ressaltar que os acordos firmados nesse mercado e a existência de uma tarifa comum para o comércio internacional, também tornam esse mercado especial. Os demais mercados são segmentados conforme a estrutura da *Trade Company*, que também pertence ao grupo responsável pelo processamento das exportações. Para efeito deste trabalho serão designados de ME1, Mercado Externo 1, a ME5.

A linha de produção foi representada por 17 equipamentos, mostrados na Figura 4. Estes foram considerados equipamentos-chaves pela equipe da empresa. A esses foram acrescentados mais três que representam as áreas de acabamentos de cada uma das linhas de produtos. A colocação é necessária para representar corretamente os rendimentos físicos, visto que todos os equipamentos gargalos da produção estão antes destes.

Um dos grandes desafios da modelagem matemática foi a representação dos *loop's* existentes no fluxograma produtivo. Os laminadores e as linhas de recozimento e decapagem participam em fases distintas do processo. Além disto, estes mesmos equipamentos podem ser compartilhados por diferentes linhas de produtos. Para contornar estas dificuldades foram estabelecidas rotas de produção. Cada rota permite que o equipamento processe o mesmo produto em até duas fases distintas. Foi necessária a criação de duas matrizes do “zero – um”. Na primeira são designados os equipamentos que compõem cada rota / fase e a segunda associa os diversos produtos às rotas. Foram criadas quarenta e seis rotas de produção.

3.2 Tratamento dos dados de entrada

Os dados de entrada foram extraídos de um arquivo Excel com os dados utilizados para a elaboração de uma proposta de Plano Agregado de Produção e Vendas para 2009 em setembro passado. Todos os dados são reais e foram levantados pela equipe de planejamento

da produção. Seu conteúdo são os valores propostos para produção e vendas para o ano de 2009, detalhados mensalmente, e todos os parâmetros operacionais que foram utilizados na sua elaboração.

O primeiro passo foi o ajuste dos dados de vendas por linha de produto. Partiu-se dos dados agrupados e estes foram distribuídos entre os diversos mercados respeitando a prioridade que a empresa os dá. Primeiro foram alocadas quantidades para o Mercado Interno e MERCOSUL. Em seguida foram estabelecidos os volumes para os mercados de exportação, ME1 a ME5, respeitando a hierarquia dos mesmos dentro da empresa. Esta demanda foi designada de base e seus valores foram tomados para estabelecimento das demandas mínimas e máximas por produto.

A seguir foi feita a distribuição da demanda pelos produtos acabados escolhidos em cada instância de teste. Isto não apresentou dificuldades porque a planilha está com detalhamento compatível com as agregações adotadas.

Os níveis desejados de estoque, para o atendimento ao nível de serviço objetivado, foram também utilizados para determinação dos estoques iniciais. Consideramos como base para cálculo do estoque inicial a demanda base do primeiro mês do período.

As disponibilidades de equipamento foram obtidas pelo produto dos índices de funcionamento informado pelas horas calendário dos meses. Todos os equipamentos constantes nos testes trabalham em regime contínuo.

O maior desafio nesta preparação de dados é a determinação das produtividades e dos rendimentos físicos. A planilha de dados apresenta os valores das produtividades na fase, com nível de detalhamento maior do que a agregação proposta. Para este cálculo utilizou-se uma estimativa da participação percentual dos produtos acabados na mistura como coeficiente de agregação.

A determinação do rendimento físico tem dificuldade semelhante ao das produtividades, acrescida de um novo complicador. Para o cálculo do tempo demandado em cada equipamento/fase, é preciso a montagem de uma matriz produto x máquina com o volume de material necessário para se obter uma tonelada de produto acabado. Isso é obtido com o inverso dos rendimentos acumulados em cada fase do fluxo produtivo.

Os dados de geração de material disponível constam da base de dados recebida e a capacidade de absorção de cada mercado foi estipulada segundo uma prioridade de vendas do mesmo.

Para efeito de planejamento considera-se que toda geração é passível de vendas evitando a formação de estoque residual deste produto.

Os dados financeiros foram estipulados aleatoriamente seguindo uma hierarquia de produtos. Em primeiro lugar estabeleceu-se os preços de vendas para o Mercado Interno. A partir destes foram calculados de todos os demais mercados. Os preços de material disponível foram obtidos como um percentual dos materiais de programa.

Para facilitar os cálculos considerou-se que os custos diretos de produção é uma percentagem do preço de vendas do mercado interno. Os custos de estoque, por sua vez, são uma percentagem do custo de produção que representa o custo do capital empregado nos mesmos.

3.3 Resultados obtidos com a agregação original

Os primeiros testes foram feitos com um nível de agregação acordado com os representantes da empresa. Toda linha de produto foi representada no modelo por 14 produtos.

Com esta configuração foram montadas três instâncias de teste.

- A primeira utiliza os valores de demanda enviados pela empresa como fixos, isto é, não admite nenhuma elasticidade de mercado. Com os dados colocados, devido a agregação das produtividades, a capacidade não foi suficiente para o atendimento pleno a esta demanda, que foi ajustada para volumes viáveis de atendimento, ficando mais próximo possível da proposta recebida. Este ajuste foi feito com a redução de demanda dos produtos que são processados nos equipamentos com capacidade insuficiente.
- Na segunda foi suposto que haveria uma elasticidade de mercado que permitisse com que as vendas pudessem oscilar no intervalo entre 70% e 110% nos valores da demanda base, que retrata a proposta da empresa. A primeira foi designada de demanda mínima e a outra de demanda máxima.
- A terceira visa responder o *gap* existente entre a proposta da empresa e a capacidade colocada no modelo. Para tal foi criada uma nova variável *okt*, para todo $k = 1, \dots, K$, $t = 1, \dots, T$. Esta variável permite determinar, por equipamento e por período de tempo, o tempo adicional necessário para se atender plenamente a demanda. Com isso temos os dados necessários para o ajuste da demanda minimizando o tempo de ajuste do modelo.

Estas instâncias foram identificadas por Instâncias 1.1, 1.2 e 1.3, respectivamente.

Os resultados obtidos para as duas primeiras instâncias estão listados na tabela 2.

Descrição	Inst. 1.1 (a)	Inst. 1.2 (b)	Var. (%) (b/a)-1
Margem de Contribuição (UM)	1,027E+11	1,068E+11	3,99%
Tempo CPU (segundos)	2,7	2,6	-3,70%
Memória Utilizada (MB)	29,7	29,7	0,00%
Produção Anual Total (t)	662.490	684.397	3,31%
Demanda Total Atendida (t)	642.663	664.167	3,35%
Volume Médio de Estoque (t)	25.695	25.974	1,09%

Tabela 2: Comparação dos resultados das instâncias 1.1 e 1.2.

Legenda: UM – Unidades Monetárias

MB – Megabytes

A informação mais relevante do quadro acima se refere ao ganho de 4% quando consideramos a elasticidade da demanda. Este fator é fundamental para que a empresa determine a mistura que é mais rentável. Para tal, a equipe de venda tem que responder a duas questões básicas:

1. Em quanto podemos elevar a previsão de demanda quando o produto apresentar um bom desempenho quanto à maximização da margem de contribuição?
2. Qual é a redução que pode ser feita na previsão de demanda, sem que se prejudiquem as estratégias mercadológicas da empresa, se o produto não tiver bom desempenho quanto à maximização da margem de contribuição?

Com as duas respostas estamos aptos a determinar os níveis de demanda máxima e mínima para entrar no modelo.

Os volumes de produção e de atendimento à demanda cresceram 3,31% e 3,35%, respectivamente, razão do aumento da margem de contribuição. Estes ganhos foram possíveis devido à premissa de elasticidade de mercado. Estabeleceu-se que a demanda pudesse variar entre um mínimo de 70% a um máximo de 110% de seu valor base. Isso possibilitou uma melhor utilização dos gargalos levando a um aumento de produção e, conseqüentemente, de um maior volume de vendas. Houve dois movimentos conjuntos que resultaram no ganho de margem. O primeiro é a maior produção devido ao aumento da demanda de produtos Carbono que não utilizam os gargalos e, principalmente, devido à utilização dos gargalos com produtos de maior produtividade horária. O aumento de produtos Carbono foi de 11.708 toneladas e o

dos demais produtos, que utilizam o gargalo, foi de 10.199 toneladas. Nos relatórios de saída constatamos que todos os produtos Carbono foram colocados no nível da demanda máxima. Já os de Inoxidáveis e Siliciosos apresentaram uma parte dos produtos na demanda máxima, outra na mínima e alguns num nível intermediário. Estes últimos estão associados aos gargalos de cada linha: para cada gargalo existe um único produto com seu valor no intervalo entre a demanda máxima e a mínima.

O segundo movimento que levou ao aumento da margem é a migração de vendas, de todos os mercados de exportação, para o mercado interno que tem a maior margem de contribuição. Isto pode ser visto na tabela 3.

Mercado	Instância 2.1 (t) (a)	Instância 2.2 (t) (b)	Variação (t) (b – a)	Variação (%) (b – a)/a
Mercado Interno	460.780	490.979	30.199	6,6 %
MERCOSUL	34.600	32.083	- 2.517	- 7,3 %
ME 1	20.295	19.692	- 603	- 3,0 %
ME 2	27.820	26.170	- 1650	- 5,9 %
ME 3	34.557	31.650	- 2.907	- 8,4%
ME 4	59.510	59.272	- 238	- 0,4 %
ME 5	5.100	4.320	- 780	- 15,3 %
TOTAL	642.663	664.167	21.504	3,3 %

Tabela 3: Comparação dos valores de demanda atendida nas Instâncias 1.1 e 1.2.

Em ambas as instâncias os equipamentos gargalos foram os laminadores das laminações a frio. Em termos práticos, podemos considerar que as linhas de recozimento merecem um tratamento semelhante aos dos gargalos, pois a folga anual das mesmas é de 1.754 horas/ano (5,7%) na Instância 1.1 e 1.603 horas/ano (5,3%) na Instância 1.2. Em ambos os casos isto significa cerca de 19 dias/ano.

O estoque médio do final do mês teve uma evolução de apenas 0,99%, devido ao deslocamento de vendas da exportação para o mercado interno, que tem menor estoque no final de cada mês. Como premissa considerou-se que, para manter o nível de serviço objetivado, os estoques ao final de cada mês devem corresponder a um percentual da demanda

a ser atendida no mês seguinte. Para o mercado interno este valor é de 33%, para o MERCOSUL é 30% e para as demais exportações objetiva-se estocar toda demanda a ser atendida. Por isso um aumento das vendas no mercado interno e/ou MERCOSUL, quando ocorrem em detrimento das exportações, leva a um menor estoque global de produtos acabados.

Um segundo efeito favorável desta redução de estoques é o aumento da margem de contribuição global da empresa devido à redução dos custos dos mesmos.

A Instância 1.3, processada com o modelo modificado para aceitar excesso de capacidade, mostrou que, para o atendimento à demanda proposta pela empresa com os dados do modelo e agregação proposta, seria necessário um aumento das capacidades dos laminadores (LB's) em 5,7%, ou seja, 1683 horas/ano. Outro conjunto que precisa de maior capacidade são as Linhas de Recozimento de Bobinas (RB's) que necessitam de um ganho de 2%, 602 horas/ano, em suas capacidades. Como o volume de vendas fornecido pela empresa é considerado viável, isso significa que a agregação das produtividades não foi adequada. Esses equipamentos têm uma variação muito grande de produtividade em função das dimensões do produto. A maior produtividade pode ser quatro vezes maior que a menor. A conclusão é de que este nível de agregação não é adequado e é necessário que a mesma seja refinada.

Pelo acima exposto, conclui-se esta última instância não pode ser comparada com as colocadas na tabela 2. Esta comparação deve ser evitada por dois outros motivos. O primeiro se refere aos custos. Os que estão na função objetivo estão relacionados com produtos fabricados e/ou vendidos enquanto este é decorrente da utilização adicional dos equipamentos. E o segundo, e mais importante, é que esta hipótese é totalmente teórica, porque todos os equipamentos considerados no modelo operam em regime contínuo, sendo impossível o aumento do tempo trabalhado. Os ganhos de produção podem ser obtidos somente com ganhos na produtividade horária.

A conclusão de que esta agregação não representa bem a linha de produtos e a realidade operacional da empresa, aliada aos baixos tempos de processamentos das instâncias 1.1 e 1.2, motivaram a montagem de instâncias com um número maior de produto, excedendo o que foi acordado com a empresa.

O tempo de processamento da Instância 1.3 foi de 0,5 segundos, muito abaixo das demais. Já a utilização de memória foi alta em relação às duas primeiras instâncias subindo de 29,7 para 96,1 Megabytes. Isto ocorreu devido à colocação de mais uma variável no modelo.

3.4 Resultados com a agregação refinada

Como o tempo de processamento da primeira agregação foi baixo, resolveu-se refiná-la para que pudesse melhor retratar a linha de produtos. A análise feita a partir dos resultados obtidos com as primeiras instâncias ratificou esta decisão. Foi alterada a representação dos produtos Inoxidáveis laminados a frio, que eram representados por dois produtos e passaram a ser por sete, e dos aços siliciosos GNO, que passaram de dois para quatro produtos. Todas as mudanças visaram à obtenção de melhor representatividade das produtividades nos laminadores a frio e nas linhas de processamento de Silício GNO. Com estas mudanças o número de produtos subiu de 14 para 21, significando um aumento de 50%.

Foram adequados todos os parâmetros relativos às linhas de produtos que foram alteradas. Os critérios adotados foram os mesmos citados no tópico 2.2, para que haja uma paridade com os das instâncias anteriores possibilitando a comparação entre os resultados das mesmas.

As considerações mercadológicas são idênticas: uma instância próxima da proposta da empresa, outra com elasticidade de mercado oscilando entre 70% e 110% da proposta recebida e a última com os dados originais. Esta última instância foi processada com o modelo modificado para aceitar excesso de capacidade. Estas foram denominadas de Instâncias 2.1, 2.2 e 2.3. Os resultados obtidos nas duas primeiras estão na tabela 4 comparados entre si e com a instância 1.1, escolhida para referência geral porque é a que melhor representa o requerimento da empresa.

Descrição	Inst. 1.1 (a)	Inst. 2.1 (b)	Inst. 2.2 (c)	Var (%) (b/a)-1	Var (%) (c/a)-1	Var (%) (c/b)-1
Margem de Contribuição (UM)	1,027E+11	1,068E+11	1,115E+11	3,96%	8,57%	4,43%
Tempo CPU (segundos)	2,7	9,5	10,2	252%	278%	7,37%
Memória Utilizada(MB)	29,7	45,6	45,6	53,54%	53,54%	0,00%
Produção Anual Total (t)	662.490	688.763	718.111	3,97%	8,40%	4,26%
Demanda Total Atendida (t)	642.663	672.059	699.989	4,57%	8,92%	4,16%
Volume Médio de Estoque (t)	25.695	27.334	29.121	6,38%	13,33%	6,54%

Tabela 4: Comparação dos resultados das Instâncias 1.1, 2.1 e 2.2.

Legenda: UM – Unidades Monetárias

MB – Megabytes

Um resultado importante que evidencia os ganhos potenciais com a agregação mais fina, apesar dos preços e custos não serem reais, está entre os valores da margem de contribuição das instâncias 2.1 e 2.2 com a 1.1. A margem da instância 2.1 é 4,0% maior do que a 1.1 e este ganho foi obtido somente com o refinamento da agregação. Já a instância 2.2., que incorpora a elasticidade de mercado, tem um ganho de 8,6%. Estes dados mostram o potencial da ferramenta no estabelecimento das misturas de produtos a serem vendidas. Este incremento no resultado é equivalente ao resultado de um mês. A melhora do resultado da instância 2.2 em relação a 2.1 foi de 4,43% sendo, como comentado anteriormente, fruto da colocação da elasticidade de mercado nessa instância.

Os tempos de processamento, apesar de aumentarem em relação aos anteriores, ainda permaneceram baixos com 9,5 e 10,2 segundos.

A utilização de memória aumentou três vezes e meia em relação aos utilizados nas primeiras instâncias, mas ainda estão num patamar baixo.

Estes dois últimos dados, tempo de processamento e memória utilizada, indicam que o *software* empregado ainda suporta aumento no tamanho das instâncias. Como esta proposta excede o acordado com a empresa, novo refinamento deverá ser feito após reunião para estabelecimento de novos parâmetros para tal.

O atendimento à demanda da instância 2.1 evoluiu em 4,5% em relação à 1.1, significando que esta agregação ficou mais próxima dos dados colocados pela empresa. Isso nos permite afirmar que essa configuração representa melhor a realidade da empresa do que a anterior. Os aumentos de produção e de estoque médio, entre essas duas instâncias, foram motivados pelo maior atendimento à demanda. Os resultados da instância 2.2 em relação a 2.1 são pouco melhores do que os obtidos entre as instâncias 1.1 e 1.2, mas os motivos são os mesmos. A tabela 5 apresenta a melhoria de mistura de mercados.

Mercado	Inst. 1.1 (t) (a)	Inst. 2.1 (t) (b)	Inst. 2.2 (t) (c)	Var. (t) (b - a)	Var. (%) (b - a)/a	Var. (t) (c - b)	Var. (%) (c - b) /b
Merc. Interno	460.780	471.580	501.190	10.800	2,3%	29.610	6,3%
MERCOSUL	34.600	35.800	33.897	1.200	3,5%	-1.903	-5,3%
ME 1	20.295	20.690	21.088	395	1,9%	398	1,9%
ME 2	27.820	30.580	31.570	2.760	9,9%	990	3,2%
ME 3	34.557	36.891	34.447	2.334	6,8%	-2.444	-6,6%
ME 4	59.510	70.983	72.544	11.473	19,3%	1.561	2,2%
ME 5	5.100	5.334	5.250	234	4,6%	-84	-1,6%
TOTAL	642.663	672.059	699.989	29.196	4,5%	28.128	4,2%

Tabela 5: Comparação dos valores de demanda atendida nas Instâncias 1.1, 2.1 e 2.2.

A comparação entre as instâncias 1.1 e 2.1, colunas “a” e “b” da tabela 5, demonstra que houve crescimento do atendimento da demanda em todos os mercados. Isso comprova que a nova agregação permitiu uma melhor representação das produtividades dos laminadores, que são os gargalos da produção, levando a uma maior oferta e melhor atendimento da demanda. Quando colocada a elasticidade da demanda, além do crescimento da oferta devido ao aumento da produtividade média dos laminadores, houve migração entre os diversos mercados. Isso ocorreu porque o atendimento à demanda do mercado interno se aproximou de seu limite superior, possibilitando ganhos em outros três.

A instância 2.3, com a demanda fixa e com valores iguais à proposta da empresa, apresentou um *gap* de capacidade menor do que a 1.3. Na tabela 6 é apresentada uma comparação entre os resultados das instâncias 1.3 e 2.3.

Descrição	Inst. 1.3 (a)	Inst. 2.3 (b)	Var. (%) (b/a)-1
Margem de Contribuição (UM)	1,5495E+12	1,6226E+12	4,72%
Tempo CPU (segundos)	0,5	2,1	320,00%
Memória Utilizada (MB)	96,1	145	50,88%
Falta de capacidade - Laminadores (horas)	1.686,8	750,5	-55,51%
Falta de capacidade - Laminadores (%)	5,69%	2,53%	-55,51%
Falta de capacidade - Linhas de recozimento (horas)	601,8	503,7	-16,31%
Falta de capacidade - Linhas de recozimento (%)	1,97%	1,65%	-16,31%

Tabela 6: Comparação entre os resultados relevantes das instâncias 1.3 e 2.3.

Estas instâncias foram montadas com o intuito de mensurar a distância entre os dados trabalhados nesta dissertação e os da empresa. Esse *gap* é devido ao critério utilizado para fazer as agregações de produtos, produtividades e rendimentos. Pelos mesmos motivos citados no item 2.3 não se deve comparar esta última instância com as que estão na tabela 4.

Os resultados relevantes se referem à falta de capacidade dos laminadores e das linhas de recozimento para o cumprimento da proposta da empresa. Com a agregação original houve um déficit de 5,69 % na capacidade dos laminadores e de 1,97% na das linhas de recozimento e decapagem. Com a nova agregação, estes valores foram reduzidos para 2,53% e 1,65% respectivamente. Isso demonstra que a decisão de refinamento da mistura foi acertada. Frente ao nível de agregação que foi feito, esse *gap* pode ser considerado aceitável.

O tempo de processamento da instância 2.3 foi de 2,1 segundos e a utilização de memória evoluiu para 145 Megabytes.

Conclusão e Desenvolvimentos Futuros

O trabalho desenvolvido mostra a aplicabilidade das ferramentas da Pesquisa Operacional no suporte à tomada de decisões no mundo empresarial. Com um contexto externo cada vez mais competitivo, onde as margens de lucros são cada vez menores, a determinação da mistura de vendas, que leve ao melhor resultado, é essencial para garantir a lucratividade do empreendimento. No ambiente estudado, o modelo desenvolvido com a utilização de Programação Linear mostrou-se capaz de retratar todas as restrições e características do negócio.

A condução deste trabalho e os resultados obtidos comprovam que a recomendação feita por Vollmann *et al* [35] é correta e, se seguida, diminuirá a distância entre o desenvolvimento acadêmico e a prática gerencial. Visto que a lógica normalmente empregada no desenvolvimento dos modelos não é prática corrente para boa parte dos gerentes, os autores sugerem que os trabalhos de análises sejam conduzidos com transparência para ganhar a aceitação dos mesmos. Durante elaboração deste trabalho, houve clareza do que estava sendo feito e quais eram os objetivos a serem alcançados. Por isso, podemos considerar que a distância entre ele e a prática empresarial é mínima.

Os testes mostram a aderência do modelo ao mundo real levando a uma melhoria considerável nos resultados financeiros. Os ganhos de margem de contribuição se situaram na faixa de 4% a 8,5% mantidos todos os parâmetros operacionais e comerciais e flexibilizando a demanda de mercado.

A contribuição do modelo, em relação aos encontrados na literatura, é a adoção de rotas e fases no mesmo. Isso permitiu o compartilhamento de equipamentos de uma área em outra e que o mesmo fosse utilizado mais de uma vez no mesmo roteiro com rendimentos físicos e produtividades diferentes em cada fase.

Os resultados se mostraram confiáveis e compatíveis com os obtidos pela empresa. A agregação proposta inicialmente pela área de Logística da empresa se mostrou inadequada para retratar a linha de produto. O refinamento feito nesta agregação levou a um melhor resultado e, devido ao bom desempenho computacional do *software*, conclui-se que esta pode ser melhorada.

Os tempos computacionais apresentados mostram que o modelo, implantado com a utilização do GLPK, está apto a dar respostas em tempo hábil para a tomada de decisões. Desenvolveram-se várias saídas em arquivo com formato *csv*, que permite leitura em planilhas Excel, facilitando a análise, compreensão pelos usuários e a migração dos dados para outros ambientes computacionais.

Um desenvolvimento natural deste trabalho será um modelo semelhante para o Plano Mestre da Produção. Neste caso a empresa opera com um horizonte de planejamento de quatro meses e deverá ter períodos de tempos com duração diferente. Os dois primeiros meses serão divididos em semanas ou decêndios e para os dois últimos será mantido o próprio mês. Novos parâmetros deverão ser incorporados, tais como a carteira de pedidos e a recomposição e/ou redução de estoques de produtos acabados e em elaboração. Os dados obtidos no modelo deste trabalho serão dados de entrada e a função objetivo poderá ser alterada para minimização de custos. Esta configuração é bem semelhante à proposta de Bradley *et al.* [6].

Referências Bibliográficas

- [1] BAKER, K. R., DIXON, P., MAGAZINE, M. J., SILVER, E. A. – An algorithm for dynamic lot-size problem with time-varying production capacity constraints, *Management Science*, V. 24, pp 1710 – 1720, 1978.
- [2] BARBOSA, C. E. M.; COSTA, H. F.; MOREIRA Jr, J. C., RIBEIRO, L. C. E.; CAFÉ, R. D. M. – Sistema de Planejamento Integrado de Vendas e Produção, *XXVII Simpósio Semestral da Acesita*, Maio 1984.
- [3] BAYKASOGLU, A. – MOAPPS 1.0: Aggregate Production Planning using the multiple-objective tabu search, *International Journal of Production Research*, V. 39, p. 3685 - 3702, 2001.
- [4] BITRAN, G. R., HAAS, E. A., HAX, A. C. – Hierarchical production planning: A two-stage system, *Operations Research*, V. 30, pp 232 – 251, 1982.
- [5] BOWMAN, E. H. – Consistency and optimality in managerial decision making, *Management Science*, V. 9, pp 310 – 321, 1963.
- [6] BRADLEY, S. P.; HAX, A. C.; MAGNANTI, T.L. – *Applied Mathematical programming*, Addison-Wesley Publishing Company, 1977.
- [7] BUFFA, E. S., TAUBERT, W. H. – Production-Inventory Systems: Planning and Control, *Irwin, Homewood, IL* 1972.
- [8] BUXEY, G. – A managerial perspective on aggregate planning, *International Journal of Production Economics*, V. 41, pp. 127 – 133, 1995.
- [9] BUXEY, G. – Strategy not tactics drives aggregate planning, *International Journal of Production Economics*, V. 85, pp. 331 – 346, 2003.
- [10] CAIXETA-FILHO, J. V., SWAAY-NETO, J. M., WAGEMAKER, A. P. – Optimization of the Production Planning and Trade of Lily Flowers at Jan de Wit Company, *Interfaces (Informs)*, V. 32, pp. 35 - 46, 2002.
- [11] CHEN, M.; WANG, W. – A linear programming model for integrated steel production and distribution planning – *International Journal Of Operations & Production Management*, v.17, pp.592 - 610, 1997.

-
- [12] DREXL, A., KIMMS, A., Lot sizing and scheduling – Survey and extensions, *European Journal of Operations research*, pp 221 – 235, 1997.
- [13] DZIELINSKI, B. P., BAKER, C. T. , MANNE, A. S. – Simulation tests for lot size programming, *Management Science*, V. 9, pp 229 – 258, 1963.
- [14] DuBOIS, F. L., OLIFF, M. D. – Aggregate Production Planning in Practice, *Production and Inventory Management Journal*, V 32, pp. 26–30, 1991.
- [15] EILON, S. – Five approaches to aggregate production planning, *AIIE Transactions*, V. 7, pp 118 – 131, 1975.
- [16] GOODMAN, D. A. – A sectioning search approach to aggregate planning of production and work force, *Decision Science*, V 5, pp. 545 – 563, 1974.
- [17] HAX, A. C., CANDEA, D. – *Production and Inventory Management*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [18] HANSSMANN, F., HESS, S. W. – *A Linear Programming approach to production and Employment Scheduling*, Management Technology, V. 1, pp. 46 – 51, January – 1960.
- [19] HOLT, C. C., MODIGLIANI, F., SIMON, H. A. – A linear decision rule for production and employment scheduling, *Management Science*, V. 2, pp 1 – 30, 1955.
- [20] HOLT, C. C., MODIGLIANI, F., MUTH, J. F., A. C. – Derivation of a linear decision rule for production and employment, *Management Science*, V. 2, pp 159 – 177, 1956.
- [21] JUNQUEIRA, R. A. R.; MORABITO, R. – Um modelo de otimização linear para o planejamento agregado da produção e logística de sementes de milho, *Produção*, V 16, pp. 510-525, 2006.
- [22] KRAJEWAKI, L. J; RITZMAN, L. P – *Operations Management: strategy and analysis – 6a. Edição, NJ, Prentice Hall, 2002.*
- [23] LEE, S. M. – *Goal Programming for Decision Analysis*, Auerbach, Philadelphia, 1972.
- [24] LEE, S. M., ORR, D. – Further results on planning horizons in the production smoothing problem, *Management Science*, V. 23, pp 490 – 498, 1977.
- [25] LEISTEN, R. – An LP-aggregation view on aggregation in multi-level production planning – *Annals or Operations Research*, V. 82, p.413 – 434, 1998.

-
- [26] LEVIN, E., MA, Y., WHIGHT, R. E. – Profit maximization in a multi-product firm with impatient customers, *Journal of the Operational Research Society*, V. 55, pp. 211–218, 2004.
- [27] MOHANTY, R. P. e SING, R. – A Hierarchical Production Planning Approach for a Steel Manufacturing System, *Industrial Journal of Operations & Production Management*, V 12, pp. 69 - 78, 1992.
- [28] NAM, S.; LOGENDRAN, R. – Aggregate production panning: A survey of models and methodologies – *European Journal of Operational Research*, V 61, pp. 255 - 272, 1992.
- [29] POCHE, Y., WOLSEY, L. A. – Production Planning by Mixed Interger Programming, 1^a Edição, New York, NY, Springer Science, 2006.
- [30] PROTO, L. O. Z. E MESQUITA, M. A. – Desenvolvimento de um modelo de modelo de planejamento agregado da produção e distribuição para aplicação em empresas *make-to-stock* com múltiplas localidades, *Anais do XXIV Encontro nacional de Engenharia de Produção*, Florianópolis, SC, Brasil, pp. 70 – 76, 2004.
- [31] SILVER, E. A. – A tutorial on production smoothing and work force Balancing – *Operations Research*, v 15, pp. 985 - 1010, 1967.
- [32] TAUBERT, W. H. – A search decision rule for he aggregate scheduling problem – *Management Science*, V. 14, pp 343 – 359, 1968.
- [33] VAN DE PANNE, C., BOSJE, P. – Derivation Sensitivity analysis of cost coefficient estimates: The case of linear Decision Rules for employment and production, *Management Science*, V. 9, pp 82 – 107, 1962.
- [34] VERGIN, R. C. – Production scheduling under seasonal demand, *Journal of Industrial Engineering*, V. 17, pp 260 – 266, 1966.
- [35] VOLLMANN, T. E.; BERRY, W.L.; WHYBARK, D. C.; JACOBS, F. R. – Sistemas de Planejamento e Controle da Produção para o Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos, 5^a Edição, Bookman, Porto Alegre, 2006.
- [36] WAGNER, H. M. – Principles of Operations Research, 1a. Edição, NJ, Prentice Hall, 1969.
- [37] WAGNER, H. M., WHITIN, T. M., – Dynamic version of the economic lot size model, *Management Science*, V. 5 pp 89 – 96, 1958.