

**MÔNICA DO AMARAL**

**MODELOS MATEMÁTICOS E HEURÍSTICAS PARA  
AUXÍLIO AO PLANEJAMENTO DE OPERAÇÕES  
DE LAVRA EM MINAS A CÉU ABERTO**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador:

Prof. Dr. Luiz Ricardo Pinto

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Departamento de Engenharia de Produção

Escola de Engenharia

Universidade Federal de Minas Gerais

Abril de 2008

**MÔNICA DO AMARAL**

**MODELOS MATEMÁTICOS E HEURÍSTICAS PARA  
AUXÍLIO AO PLANEJAMENTO DE OPERAÇÕES  
DE LAVRA EM MINAS A CÉU ABERTO**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Ricardo Pinto

Área de Concentração: Produção e Logística

Linha de Pesquisa: Sistemas de Informação e Simulação em Engenharia de Produção

Agência Financiadora: CAPES

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Departamento de Engenharia de Produção

Escola de Engenharia

Universidade Federal de Minas Gerais

Abril de 2008

*“Trabalha como se tudo dependesse de ti e confia como se tudo dependesse de Deus”.*

*Santo Inácio de Loyola*

# Dedicatória

A você, **“Papito”**,

*Por me ensinar a andar com meus próprios pés,  
Por ser justo ao me corrigir e ao reconhecer minhas qualidades,  
Por ter sido o primeiro a não se esquivar do papel de me orientar para a vida,  
Por nunca dizer “seu futuro será brilhante!” e por me ajudar a buscar um futuro possível.*

# Agradecimentos

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, por se fazer tão presente em minha vida e, com suas bênçãos, possibilitar a realização deste trabalho, que foi construído de pequenas conquistas e de pequenos milagres diários. Agradeço por todas as vezes que me enviou seus anjos e também pelas vezes em que senti que podia ser um anjo na vida de alguém.

Agradeço ao meu orientador, Luiz Ricardo Pinto, pela orientação, pela amizade e pelo exemplo de vida. É com muita admiração e respeito que sempre me lembrarei de toda a confiança depositada em mim, de todas as lições que aprendi com cada oportunidade de crescimento profissional ou de amadurecimento pessoal que me foram confiadas ao longo dessa jornada. Devo a essa valiosa parceria não só o fruto desses dois anos de pesquisa e trabalho árduo, mas também muitas outras importantes conquistas em minha vida.

Agradeço aos professores e, em particular, a Samuel Vieira Conceição e Gilberto de Miranda Júnior, pelos inúmeros ensinamentos acadêmicos e profissionais. Agradeço pelas oportunidades de trabalho e de publicação, e também pelas palavras de incentivo e apoio.

Agradeço aos alunos do programa, especialmente a Gisele Tessari Santos, Nari Louise Tenkley Ferreira e Thiago Augusto de Oliveira Silva, pela amizade e por tantas horas de estudo compartilhadas. Aos futuros doutores Andressa Amaral de Azevedo, Iana Araújo Rodrigues e Ormeu Coelho da Silva Júnior, pela amizade e pelos sábios conselhos. Aos demais colegas do BIT, Alan Alcides Viana, Cláudio de Melo Corrêa Pinto, João Flávio de Freitas Almeida, João Marcelo de Carvalho Belmani, Maísa Carolina Amorim da Silva e Sérgio Chaib de Menezes, pela amizade, pelas horas de trabalho e pelos felizes momentos de diversão. Ao Bruno Takane, pela preciosa ajuda e pelo companheirismo.

Agradeço à minha família. Mammy. Brother Horrorose. Descas. Izinho. “Mylla”.

Agradeço ainda aos amigos, novos ou antigos, Agnaldo José da Rocha Reis, Alisson Edvard Almeida Costa, Fernanda Messenger Moura, Girlene Nogueira da Fonseca, Henrique Vargas, Leonardo Augusto de Vasconcelos Gomes, Lucélia Nunes Mucelim, Maxstaley Leninyuri Neves e Vívian Mara Hott, pelo apoio, incentivo e força transmitidos não só nos momentos de aflição e fragilidade, mas também por terem festejado minhas vitórias e por terem compartilhado comigo dos momentos felizes que vivi durante esses dois anos tão tumultuados e repletos de provações em Belo Horizonte.

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>x</b>
Lista de Abreviaturas	xi
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xiii
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos	4
1.1.1 Objetivo Geral	4
1.1.2 Objetivos Específicos	4
1.2 Justificativa	5
1.3 Metodologia	6
1.4 Estrutura da Dissertação	7
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b>	<b>8</b>
2.1 Contextualização dos Problemas de Planejamento em Mineração	9
2.2 O Modelo Geológico	11
2.3 A Cava Final Ótima	13
2.4 A Seleção de Equipamentos	16
2.5 O Seqüenciamento de Lavra	17
2.6 A Qualidade da Mistura	22
2.7 O Planejamento Operacional da Mina	23
2.8 A Utilização de <i>Softwares</i> para Mineração	26
2.9 Perspectivas Atuais e Futuras	28
<b>3 PROBLEMAS ABORDADOS</b>	<b>30</b>
3.1 Planejamento de Operações de Lavra com Alocação de Equipamentos de Carga	34
3.1.1 Modelo <i>on-line</i> para o POLAEC	36

3.1.2	Modelo de planejamento para o POLAEC . . . . .	45
3.2	Planejamento de Operações de Lavra com Alocação de Equipamentos de Carga e de Transporte . . . . .	53
3.2.1	Modelo <i>on-line</i> para o POLAECT . . . . .	55
3.2.2	Modelo de planejamento para o POLAECT . . . . .	56
<b>4</b>	<b>HEURÍSTICAS DE OTIMIZAÇÃO SEQUÊNCIAL . . . . .</b>	<b>58</b>
4.1	Heurística de Otimização Sequencial para o POLAEC . . . . .	61
4.1.1	Leitura dos dados do problema . . . . .	63
4.1.2	Cálculo dos blocos lavráveis . . . . .	63
4.1.3	Resolução do modelo <i>on-line</i> . . . . .	64
4.1.4	Cálculo da ordem de produção . . . . .	65
4.1.5	Intensificação de penalidades . . . . .	65
4.1.6	Incorporação de sobras de material a blocos vizinhos . . . . .	67
4.1.7	Relaxação de restrições para viabilização do problema . . . . .	68
4.2	Heurística de Otimização Sequencial para o POLAECT . . . . .	69
<b>5</b>	<b>RESULTADOS COMPUTACIONAIS . . . . .</b>	<b>70</b>
5.1	Instâncias de Teste . . . . .	70
5.2	Qualidade das Soluções . . . . .	71
5.3	Desempenho Computacional . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Conclusão e Recomendações . . . . .</b>	<b>80</b>
	<b>Referências Bibliográficas . . . . .</b>	<b>83</b>
APÊNDICE 1	Implementação do Modelo <i>On-Line</i> para o POLAEC . . . . .	92
APÊNDICE 2	Implementação do Modelo <i>On-Line</i> para o POLAECT . . . . .	97
APÊNDICE 3	Relatório Gerado pela Heurística . . . . .	102

# Resumo

O planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto constitui um problema de grande relevância prática, pois o controle da produção tem impactos em diversos indicadores considerados críticos para a atividade. Como principais objetivos do plano de lavra podem-se citar o atendimento de metas de produção, de qualidade do ROM (*run-of-mine*) e da relação estéril-minério. Além disso, busca-se também a minimização dos custos com a utilização dos equipamentos de carga e transporte disponíveis, a formação da cava ótima, a manutenção de condições de segurança e estabilidade dos taludes. Do ponto de vista teórico, o problema é considerado de difícil solução por técnicas de otimização e, por este motivo, tem atraído o interesse de diversos pesquisadores há aproximadamente 50 anos. Ao longo desse tempo, foram desenvolvidos modelos ainda hoje considerados de extrema importância e que, em muitos casos, foram incorporados aos *softwares* utilizados pelos gestores de produção, como o algoritmo de Lerchs-Grossmann. Porém, grande parte desses modelos possui natureza combinatória e um elevado número de variáveis inteiras. Tais características podem limitar ou até impedir a obtenção da solução ótima em instâncias reais, pela necessidade de um tempo computacional elevado para a resolução do problema. Como alternativa, o uso de heurísticas, de programação dinâmica e até da teoria de controle tem auxiliado o desenvolvimento de algoritmos mais rápidos e com maior grau de representação da realidade. O presente trabalho apresenta novos modelos para auxílio ao planejamento da produção, úteis especialmente para previsões de médio e longo prazo, mas que consideram também fatores operacionais, como os custos de deslocamentos dos equipamentos de carga. Dois modelos *on-line*, que aproveitam informações atualizadas de localização dos equipamentos de carga e de alguns dados de produção, são aliados a algoritmos de otimização seqüencial, com a finalidade de reduzir o número de variáveis e de dados do problema real. Os testes, realizados com instâncias hipotéticas, verificam a coerência dos métodos propostos e mostram que bons resultados podem ser obtidos em tempo computacional considerado aceitável para aplicações práticas.

**Palavras-chave:** Planejamento da produção, programação inteira mista, problemas de larga escala, otimização combinatória seqüencial, mineração a céu aberto.



# *Abstract*

The planning of ore exploitation operations in open pit mines represents an extremely relevant and practical problem due to the fact that production control impacts diverse indicators that are considered critical for the activity. The principal objectives of a ore exploitation plan are meeting production goals, the quality of the ROM (run-of-mine), and stripping ratio. In addition to these objectives, it is also important to minimize costs by using equipment available for transportation, forming optimal pits, maintaining safe conditions, and stabilizing the slopes. From a theoretic point of view, the problem is considered difficult to solve by optimization techniques, and has therefore attracted the interest of many researchers over the last approximately 50 years. During this time, models that are still given extreme importance have been developed and in many cases these models have been incorporated into software used by production administrators, as is the case of the Lerchs-Grossmann algorithm. Many of these models however have a combinatorial nature and a great number of integer variables. Such characteristics can limit or even impede finding the optimal solution in real instances because of the amount of computational time needed to solve the problem. As an alternative, the use of heuristics, dynamic programming, and even control theory have helped to develop more quickly and realistic algorithms. This work presents new models to aid in production planning, especially useful for mid- and long-term forecasting, but that also consider operational factors such as the cost of moving loading equipment. Two on-line models that take advantage of updated location information and some production data are tied to sequential optimization algorithms in order to reduce the number of variables and the quantity of data in the real problem. The tests, which use hypothetical instances, verify the coherence of the proposed methods and they show that high-quality results can be obtained in an amount of time considered acceptable for real-life problems.

**Key words:** Production planning, mixed integer programming, large scale problems, sequential combinatorial optimization, open pit mining.

# Lista de Abreviaturas

AHP	<i>Analytical hierarchy process</i>
PIM	Programação inteira mista
PO	Pesquisa operacional
POLAEC	Planejamento de operações de lavra com alocação de equipamentos de carga
POLAECT	Planejamento de operações de lavra com alocação de equipamentos de carga e transporte
RAM	<i>Random access memory</i>
REM	Relação estéril-minério
ROM	<i>Run-of-mine</i>
VND	<i>Variable Neighborhood Descent</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>
VPL	Valor presente líquido

# Lista de Figuras

Figura 2.1	Possível representação para um modelo geológico . . . . .	11
Figura 2.2	Representação da malha para estimação dos teores dos blocos . . . . .	12
Figura 2.3	Cava final . . . . .	14
Figura 2.4	Relações de precedência para a retirada dos blocos da mina . . . . .	17
Figura 2.5	Cavas sucessivas diferenciadas pelo teor de corte . . . . .	19
Figura 2.6	Avanços realizados pela retirada de conjuntos de blocos . . . . .	19
Figura 2.7	Atividades operacionais em minas a céu aberto . . . . .	24
Figura 3.1	Conjunto de coordenadas do modelo geológico . . . . .	30
Figura 3.2	Identificação dos blocos no modelo geológico . . . . .	31
Figura 3.3	Previsão e execução de um plano de lavra . . . . .	33
Figura 3.4	Exemplos de árvores de precedência . . . . .	47
Figura 4.1	Fluxograma da heurística de otimização seqüencial para o POLAEC . . . . .	62
Figura 5.1	Distribuições consideradas para as camadas de minério no modelo geológico . . . . .	70
Figura 5.2	Produtividade dos equipamentos de carga nos testes de 5 a 8 . . . . .	76
Figura 5.3	Evolução dos parâmetros de qualidade no teste 7 . . . . .	77
Figura 5.4	Padrão de tempo para otimização (s) das ordens de produção . . . . .	78
Figura 5.5	Variação do número de blocos lavráveis no horizonte de planejamento . . . . .	79

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1	Breve comparação entre alguns <i>softwares</i> para mineração . . . . .	27
Tabela 3.1	Possibilidades de penalização para a qualidade do ROM . . . . .	43
Tabela 3.2	Relações de precedência de lavra . . . . .	46
Tabela 4.1	Faixas para intensificação das penalidades para desvios de qualidade .	66
Tabela 4.2	Faixas para intensificação das penalidades para desvios de REM . .	67
Tabela 5.1	Dados dos equipamentos de carga . . . . .	71
Tabela 5.2	Metas de produção . . . . .	72
Tabela 5.3	Requisitos de qualidade . . . . .	72
Tabela 5.4	Multiplicadores para as penalidades . . . . .	72
Tabela 5.5	Produção e tempo de processamento . . . . .	73
Tabela 5.6	Desvios de qualidade . . . . .	75
Tabela 5.7	Produtividade para os equipamentos de carga . . . . .	76
Tabela 5.8	Produção e tempo de processamento . . . . .	77
Tabela 5.9	Porcentagem de uso das estratégias de relaxação . . . . .	79

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

Um plano de lavra é uma programação das atividades da mina, indicando os avanços a serem feitos ao longo do tempo, nas respectivas frentes de lavra, além de conter informações sobre a produção a ser implementada em cada uma dessas frentes. Os planos de lavra auxiliam as atividades de planejamento e controle da produção, pois permitem não somente prever as quantidades de minério e estéril lavradas, como também determinar a qualidade do ROM (*run-of-mine*) e controlar as condições de segurança e de manutenção da vida útil da mina por meio de uma relação estéril-minério (REM) adequada.

A importância do planejamento de lavra está relacionada a diversas etapas ao longo de todo o horizonte de exploração da mina, compreendendo desde os primeiros estudos de viabilidade econômica até o encerramento das operações. De acordo com o horizonte de tempo e os objetivos aos quais estão relacionados, os planos de lavra podem ser classificados como de longo, médio e curto prazo.

No longo prazo, as atividades de planejamento estão relacionadas à obtenção da cava final ótima, à estimação da reserva lavrável e à determinação de ângulos seguros para a inclinação dos taludes, de forma a garantir a viabilidade das operações da mina. O propósito, nessa etapa, é projetar o *layout* da mina, estudar cenários e prever os custos de operação, de forma a reduzir os investimentos em instalações e equipamentos, e maximizar o retorno financeiro do empreendimento (HUSTRULID & KUCHTA, 1995).

A próxima etapa de planejamento, conhecida como seqüenciamento de lavra, consiste em determinar a seqüência ótima de evolução da cava, e está relacionada a horizontes de médio e longo prazos. Nesses estudos, o retorno financeiro está relacionado à qualidade do minério e, geralmente, a evolução da cava é representada por uma sucessão de pequenas cavas que são diferenciadas pelo teor de corte (HUSTRULID & KUCHTA, 1995). Em termos agregados, podem ainda ser incorporados aspectos relacionados à capacidade da planta de tratamento (PEGMAN et al., 1996) e ao atendimento da REM (CACCIETTA & HILL, 2003).

O planejamento de curto prazo se refere aos aspectos operacionais da lavra da mina, como a determinação do ritmo de lavra nas diversas frentes em atividade e a alocação de equipamentos de carga e transporte (PINTO & MERSCHMANN, 2001; MERSCHMANN, 2002; COSTA et al., 2004; COSTA et al., 2005). Como o horizonte projetado é pequeno, a ocorrência de problemas na execução do plano pode afetar diretamente as operações das plantas de beneficiamento e o cumprimento de prazos de entrega previstos em contratos. E, por este motivo, a atenção está voltada principalmente para o atendimento de requisitos de produção, de qualidade e de redução dos custos de operação da mina.

Como os minérios são, geralmente, produtos de baixo valor agregado e o lucro das mineradoras é proveniente da produção e venda em larga escala do minério concentrado, torna-se imprescindível que essas empresas tenham custos de produção tão baixos quanto possível e que mantenham condições de explorar o empreendimento por um longo horizonte de tempo (CACCETTA & HILL, 2003). Assim, a utilização de técnicas de pesquisa operacional (PO) na construção de ferramentas gerenciais e de apoio à tomada de decisão tem se tornado imprescindível, não só pelo aspecto econômico envolvido, mas principalmente pela complexidade desses problemas. Esses mesmos fatores também complicam e, às vezes, proibem o planejamento manual das operações de lavra em todos os níveis estratégicos.

Devido à complexidade e diversidade de problemas encontrados, o uso de técnicas de PO na mineração tem atraído o interesse de pesquisadores desde 1965, quando foi publicado o algoritmo de Lerchs-Grossmann para a obtenção da cava final ótima (HUSTRULID & KUCHTA, 1995). A partir desse marco, foram desenvolvidos muitos outros modelos e algoritmos tidos como importantes e que são utilizados para a solução deste e de uma infinidade de outros problemas, como a seleção de equipamentos (BAŞÇETIN, 2003), o seqüenciamento de lavra (TOLWINSKI & UNDERWOOD, 1996; PENDHARKAR & RODGER, 2000; CACCETTA & HILL, 2003; RAMAZAN, 2007), a determinação da mistura ótima (COSTA, 2005; MORAES, 2005) e planejamento operacional (PINTO & MERSCHMANN, 2001; COSTA, 2005).

Porém, duas características comuns aos problemas de planejamento em mineração conferem sérias dificuldades de modelagem e solução. A primeira delas é a natureza combinatória desses problemas, levando a modelos matemáticos com elevado número de variáveis inteiras (RAMAZAN, 2007). E, considerando-se também que as instâncias reais são consideradas de larga escala, a solução por métodos exatos fica, na maioria das vezes, restrita a horizontes de curto prazo e/ou a instâncias consideradas pequenas na prática.

Como alternativa, pesquisas têm sido realizadas com a utilização de heurísticas (PEGMAN et al., 1996), de meta-heurísticas (KUNRAL & DOWD, 2005), programação dinâmica (CARMO, 2001; CARMO et al., 2006), otimização seqüencial (TOLWINSKI & UNDERWOOD, 1996), teoria de controle (GOODWIN et al., 2006), lógica *fuzzy* (PENDHARKAR, 1997) e redes neurais artificiais (FRIMPONG et al., 2002), dentre outras técnicas alternativas para solução desses problemas. O uso desses algoritmos, contudo, não garante a obtenção da solução ótima e, muitas vezes, também têm utilização restrita a minas de pequeno porte ou a condições idealizadas.

Mesmo com o grande número de problemas estudados e de técnicas de solução desenvolvidas, os modelos ainda não são capazes de representar muitas situações encontradas em minas reais. Alguns trabalhos, como o de Pegman et al. (1996) e de Kunral & Dowd (2005), procuram solucionar o problema em níveis estratégicos hierárquicos, partindo do longo para o curto prazo, utilizando pré-processamento de dados entre as fases do algoritmo, como estratégia para reduzir o tamanho das instâncias e para garantir uma melhor convergência no método.

Apesar dessas iniciativas, ainda é possível encontrar uma lacuna entre os planejamentos de longo e de curto prazos. O primeiro já foi extensivamente estudado, sendo possível encontrar a solução ótima e soluções aproximadas bastante satisfatórias, considerando-se o ponto de vista prático. O último também conta com aplicações que consideram modelos de otimização e/ou de simulação bastante realísticos, como os trabalhos de Pinto & Saliby (1999), Pinto & Merschmann (2001), Ramos Neto & Pinto (2004), de Costa (2005) ou ainda o de Merschmann (2002), que desenvolveu o *software* OTISIMIN (Otimizador e Simulador para Mineração).

O presente trabalho, diante do contexto exposto, apresenta novos modelos para auxílio ao planejamento da produção, úteis especialmente para previsões de médio e longo prazos, mas que consideram também fatores operacionais importantes para a previsão capacidade de produção anual e da necessidade de equipamentos disponíveis para o cumprimento das metas estabelecidas pelos contratos de venda. Além disso, os modelos *on-line* possibilitam o aproveitamento de informações provenientes do uso de sistemas embarcados e de tecnologias de comunicação remota, disponíveis atualmente em grande parte das minas, para auxílio à tomada de decisão. Pretende contribuir, dessa forma, para suprir necessidades reais de planejamento das indústrias de mineração e para reduzir a lacuna teórica existente entre a determinação da cava final ótima e os modelos de planejamento operacional.

## **1.1 Objetivos**

São apresentados, a seguir, os objetivos geral e específicos da dissertação.

### **1.1.1 Objetivo geral**

Tem-se como objetivo geral desenvolver modelos de programação inteira mista (PIM) e heurísticas construtivas para auxílio ao planejamento das operações de lavra em minas a céu aberto. Tais modelos devem considerar restrições de planejamento de médio a longo prazos, como ângulos de talude adequados à segurança da mina e a seqüência de retirada dos blocos do modelo geológico; e também restrições operacionais, como a composição de lotes de qualidade, a manutenção da REM, a posição de alocação e movimentação dos equipamentos de carga e transporte disponíveis. Estes modelos contribuem tanto para suprir necessidades práticas de planejamento por indústrias de mineração quanto para a redução de uma lacuna teórica identificada entre os modelos encontrados para planejamento de lavra em minas a céu aberto.

### **1.1.2 Objetivos específicos**

Podem, a seguir, ser enumerados os seguintes objetivos específicos:

1. Revisar os principais modelos e métodos de solução para planejamento da produção utilizados na mineração e, em especial, aqueles aplicados a minas a céu aberto;
2. Desenvolver novos modelos matemáticos de PIM para representação de situações mais realísticas para o planejamento da produção de médio a longo prazos em minas a céu aberto, considerando restrições de alocação e de movimentação de equipamentos de carga, além de outras restrições consideradas operacionais;
3. Desenvolver heurísticas construtivas para resolução dos modelos propostos, considerando o tempo computacional aceitável, na prática, para a resolução de instâncias de tamanho real;
4. Gerar instâncias de teste representativas de algumas configurações de jazidas de minério de ferro encontradas mais comumente na natureza, tentando reproduzir



condições reais de exploração, tais como formato e inclinação das camadas de minério e os teores das variáveis de controle;

5. Testar, verificar a coerência e a aplicabilidade dos modelos e dos métodos de solução propostos em situações reais capturadas pelas instâncias de teste.

## 1.2 Justificativa

A existência de uma lacuna teórica, que separa os modelos existentes na literatura para auxílio das atividades de planejamento de longo prazo e de curto prazo, pode ser caracterizada pela forma diferenciada de:

- **Inserção de dados da mina nos modelos de otimização:** no longo prazo, a mina é representada por um modelo geológico, composto por blocos, identificados por um conjunto de coordenadas tridimensionais ou por números que, pela seqüência, permitem calcular a sua localização. Em geral, as características químicas de cada bloco são medidas em valores monetários, sendo o valor presente líquido (VPL), a forma mais comum de valoração (PERONI, 2002; KUNRAL & DOWD, 2005). Já em aplicações específicas para planejamento operacional, em geral, os dados da mina são simplificados e o modelo geológico é substituído por um conjunto de frentes de lavra, as quais podem ser classificadas, da mesma forma como os blocos, em minério ou estéril, e possuem quantidades infinitas de material cuja concentração de componentes químicos é considerada homogênea, como pode ser observado nos trabalhos de Pinto & Merschmann (2001), Costa et al. (2004) e Costa et al. (2005);
- **Retirada de material da mina:** aplicações de longo prazo, classificadas como problemas de seqüenciamento de lavra, representam o material sendo retirado bloco a bloco (TOLWINSKI & UNDERWOOD, 1996; CACCETTA & HILL, 2003), para a formação da cava ou, ainda, por pequenos grupos de blocos, mostrando pequenas cavas contidas na cava final ótima, diferenciando-se cada uma delas pelo teor de corte e/ou pelo período de lavra (MENABDE et al., 2004; RAMAZAN, 2007). Enquanto isso, problemas voltados ao planejamento de curto prazo representam a lavra simultânea em vários pontos da mina, podendo-se especificar a alocação de um equipamento de carga a cada ponto, e

expressando sempre as quantidades de material retirado, para cálculo da composição química dos lotes de qualidade formados pela mistura do minério proveniente de todas as frentes (COSTA, 2005).

Essa dicotomia também se reflete, na prática, por deficiências nos métodos de solução existentes, pois esses se mostram incapazes de prover uma ferramenta única que possibilite a projeção da formação da cava e a previsão de produção dos equipamentos de carga e transporte em horizontes de tempo considerados longos.

Por fim, é importante destacar que um modelo capaz de representar características de planejamento presentes tanto em horizontes de longo quanto curto prazo é extremamente complexo e requer um longo tempo computacional para obtenção de solução ótima, tornando sua utilização prática viável apenas com a utilização de técnicas de processamento paralelo ou pela construção de procedimentos heurísticos.

### **1.3 Metodologia**

Do ponto de vista metodológico, esta pode ser classificada como uma pesquisa aplicada baseada em modelagem quantitativa. Tal metodologia consiste em solucionar problemas reais por meio do estabelecimento de um conjunto de relações quantitativas entre variáveis definidas em um domínio específico (BERTRAND & FRANSOO, 2002).

Ainda de acordo com os mesmos autores, essa abordagem tem sido frequentemente utilizada para solucionar problemas complexos, utilizando-se um ciclo de melhorias, em que se parte de um problema idealizado e, em seguida, restrições mais realísticas são acrescentadas até que o modelo matemático possa ser aplicado a um problema prático.

Sob essa ótica, o presente estudo utilizou como base resultados preliminares obtidos de diversos outros trabalhos, podendo-se citar os trabalhos de Pinto & Merschmann (2001), Merschmann (2002) e Costa (2005) como sendo os mais relevantes. A partir daí, algumas restrições foram modificadas e outras acrescentadas, para representar os problemas estudados. E, além desses, vale ainda destacar Pegman et al. (1996), Tolwinski & Underwood (1996), Caccetta & Hill (2003) e Kunral & Dowd (2005) como artigos de apoio mais expressivos.

Em relação ao método de pesquisa, a modelagem quantitativa apresenta um protocolo específico, isto é, uma seqüência de fases que devem ser seguidas durante o desenvolvimento dos trabalhos. Este trabalho foi dividido nas seguintes etapas: definição

do escopo do problema, elaboração de modelos matemáticos, elaboração de métodos computacionais de solução, geração de instâncias de teste e a realização de experimentos.

## **1.4 Estrutura da Dissertação**

Este trabalho está organizado em seis capítulos. No Capítulo 1, são abordados os aspectos preliminares do trabalho, com uma breve apresentação do tema de estudo, os objetivos e a justificativa para o desenvolvimento de novos modelos matemáticos de auxílio ao planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto. O Capítulo 2 é dedicado à revisão da literatura relevante, e estabelece um panorama geral sobre os problemas relacionados às atividades de planejamento em mineração, suas principais formas de modelagem e o desenvolvimento de métodos de solução. Além disso, tenta discutir as necessidades práticas e os avanços tecnológicos que incentivaram inúmeros pesquisadores durante as últimas décadas e que possibilitaram a obtenção de resultados quantitativamente relevantes. No Capítulo 3, apresentam-se os problemas que são objeto de estudo do presente trabalho e os modelos matemáticos usados para a sua representação. A seguir, no Capítulo 4, são descritos os algoritmos de otimização combinatória seqüencial utilizados para gerar planos de lavra, utilizando-se dos modelos *on-line*, apresentados no capítulo anterior, para otimizar a alocação de equipamentos de carga e transporte em cada período do horizonte de tempo estabelecido. O Capítulo 5 é composto pelos testes computacionais realizados, abordando inicialmente a criação de instâncias de teste, passando aos resultados obtidos e termina com uma breve discussão das características das heurísticas propostas. Finalmente, com o Capítulo 6 encerra-se o trabalho, fazendo considerações a respeito dos modelos e métodos de solução desenvolvidos, bem como sugestões para a realização de trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# REVISÃO DE LITERATURA

O uso de técnicas de PO na resolução de problemas aplicados à mineração compreende uma vasta gama de modelos e de métodos de solução, desenvolvidos nos últimos 50 anos, aproximadamente. Quando se considera o problema de planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto, é possível estabelecer uma trajetória lógica para o desenvolvimento de diversas abordagens teóricas e práticas.

E, muito embora esta evolução não possa ser considerada linear, apresenta alguns pontos de referência, cuja compreensão se faz necessária ao entendimento do progresso científico já alcançado e das perspectivas atuais e futuras para o desenvolvimento de novas aplicações.

O propósito deste capítulo é, dessa forma, fazer uma breve descrição da história do desenvolvimento de modelos e algoritmos que auxiliam o processo de planejamento de operações de lavra, enfatizando alguns problemas considerados clássicos, e também de outros, não menos importantes, que se relacionam ao desenvolvimento deste trabalho.

Apesar de um número muito grande de trabalhos ter sido publicado em diversas partes do mundo, considerando modelos teóricos (GIANNINI, 1990; RAMAZAN et al., 2005) e aplicações práticas (PEGMAN et al., 1996; NEWMAN & KUCHTA, 2007), o acesso a esses trabalhos ainda é bastante restrito. Isso ocorre porque muitos desses artigos foram publicados em revistas e congressos regionais e não estão disponíveis nas principais bases de dados utilizadas para pesquisas científicas.

Buscou-se, então, estender a pesquisa de artigos às páginas eletrônicas pessoais de muitos pesquisadores e de algumas empresas, de congressos regionais, bancos de teses de universidades e a centros de pesquisa. Como resultado, foi possível obter trabalhos de abrangência local, em especial na Turquia (ERARSLAN et al., 1999; BAŞÇETIN, 2003) e na Austrália (PEGMAN et al., 1996; DINCER, 2001; STONE et al., 2004; HALATCHEV, 2005). Destacando-se também trabalhos encontrados na Bulgária (NIKOLOV et al., 2005), no Iran (OSANLOO & ATAIEI, 2003), na Áustria (OBERNDORFER, 1998), na Polônia

(KUŚ, 2003), na Suécia (KUCHTA et al., 2003; NEWMAN et al., 2006) e em alguns países africanos (BYE, 2005; ALLEN, 2006).

Outro ponto que merece destaque é a diversidade de minérios aos quais os trabalhos se referem. O minério de ferro, sem dúvida, é o que constitui objeto do maior número de trabalhos, tanto no Brasil (PINTO & MERSCHMAN, 2001; MERSCHMANN, 2002; PINTO et al., 2003; COSTA et al. 2004; COSTA, 2005; COSTA et al., 2005; CARMO et al., 2006; MORAES et al., 2006) quanto em outros países (TOPAL et al., 2003; KUCHTA et al., 2004; KUNRAL & DOWD, 2005; NEWMAN & KUCHTA, 2007).

Mas também são encontrados trabalhos relacionados à exploração de ouro (TOLWINSKI & UNDERWOOD, 1996; ALLEN, 2000; DIMITRAKOPOULOS et al., 2002), de ouro e prata (SINGER et al., 1998), carvão (PENDHARKAR, 1997; PENDHARKAR & RODGER, 2000; KUŚ, 2003; GAMBIN et al., 2005; BAŞÇETIN et al., 2006), de cobre (RAMAZAN et al., 2005; FERLAND et al., 2007; RAMAZAN, 2007), de platina (BYE, 2000), de níquel e cobalto (DINCER, 2001).

## **2.1 Contextualização dos Problemas de Planejamento em Mineração**

De acordo com Hustrulid & Kuchta (1995), o planejamento de lavra a céu aberto é um problema complexo, que possui diversas fases que se sucedem ao longo da vida da mina. Em linhas gerais, essas atividades se iniciam ainda com a prospecção, quando são realizadas perfurações para determinação do formato e distribuição do corpo mineral, para determinação dos teores dos parâmetros de interesse e para o cálculo da quantidade do minério a ser recuperado durante a exploração.

De posse dos dados obtidos, é construído um modelo geológico, contendo milhares de blocos, para representação do terreno da mina. A cada um desses blocos é associado um valor econômico, que determina se este deve ser considerado como minério ou como estéril (KUNRAL & DOWD, 2005) nas etapas seguintes de projeto e planejamento ou para o cálculo da reserva lavrável e do retorno financeiro esperado para o empreendimento.

A construção do modelo geológico, apesar de parecer ser uma tarefa simples, que fornece uma representação tridimensional das características da jazida, é o primeiro problema destacado nesse capítulo. A sua importância, antes vista como a preparação de dados de entrada para os modelos de PO, atualmente não se limita a essa visão simplista,

mas considera também aspectos voltados às incertezas de estimação de teores e o impacto desse fator nos resultados obtidos para a qualidade do ROM.

O projeto da mina, que constitui a etapa seguinte, se inicia com o planejamento de longo prazo, isto é, com a determinação da cava final ótima, dentro da qual estão todos os blocos que devem ser retirados até o encerramento das atividades, para maximização do retorno financeiro obtido com a venda do minério (RAMAZAN, 2007). Por ser considerado o problema fundamental de planejamento em minas a céu aberto, uma seção é dedicada a esse tema, que foi e ainda hoje é extensamente estudado.

Feito isso, deve-se projetar e construir todas as estruturas de apoio para o início da lavra, tais como barragens de rejeito, plantas de tratamento, pilhas de estoque, escritórios, alojamentos, refeitórios e vias de acesso. Essas estruturas devem ser construídas fora dos limites da cava final, para que não tenham que ser movidas ao longo dos anos para expansão dos trabalhos e abertura de outras frentes de lavra (HUSTRULID & KUCHTA, 1995). Depois disso, os equipamentos necessários ao início das atividades são adquiridos, requerendo novamente, altos investimentos por parte das empresas. São apresentados, então, alguns trabalhos relacionados ao problema de seleção de equipamentos, que buscam minimizar os custos de operação das frotas, reduzindo o período de tempo para retorno do capital investido.

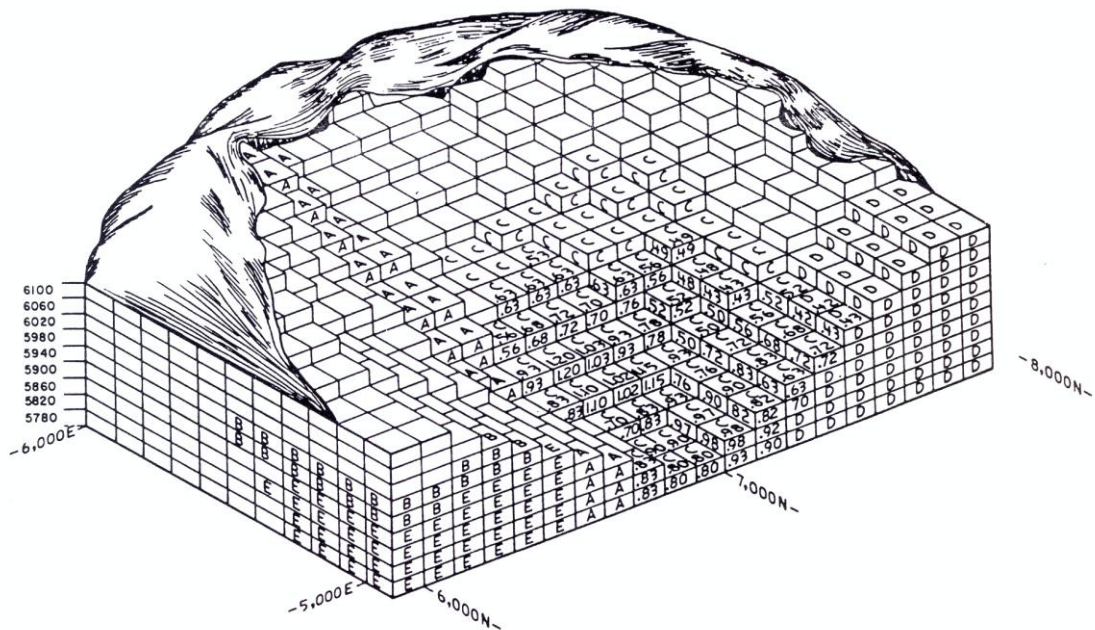
A fase seguinte, conhecida como exploração, representa a lavra propriamente dita e se relaciona às atividades de planejamento estratégicas, táticas e operacionais. Por ser a fase de maior duração, apresenta um grande número de atividades relacionadas ao planejamento da produção, como a alocação de equipamentos de carga e de transporte, a alimentação das plantas de tratamento para concentração do minério e a administração das pilhas de estoque ou de homogeneização (COSTA et al., 2005; HUSTRULID & KUCHTA, 1995). Além destas, devem ser realizadas ações que visam à manutenção das estruturas de apoio, como a retirada e deposição final de estéril para liberar a lavra do minério ou a construção e manutenção das vias de acesso utilizadas pelos caminhões.

Diante da complexidade do problema, são tratadas separadamente três abordagens principais: o seqüenciamento de lavra, o problema da mistura e o planejamento operacional em minas a céu aberto. Essa classificação dos trabalhos é baseada em critérios que consideram o horizonte de planejamento e algumas restrições comuns aos trabalhos encontrados, mas em muitos casos, é impossível não haver sobreposições entre as situações reais que são representadas nesses diferentes grupos de trabalhos.

A seção que se segue faz uma breve discussão a respeito do uso de *softwares* pelas mineradoras, tanto relacionados ao uso de pacotes comerciais, quanto por tentativas de criação de sistemas proprietários e de interfaceamento entre esses sistemas. E a seção final procura discutir brevemente as perspectivas de pesquisa e de aplicações práticas relacionadas ao uso de técnicas de PO a problemas relacionados ao planejamento de operações em minas a céu aberto.

## 2.2 O Modelo Geológico

O modelo geológico, como já foi dito anteriormente, é um modelo tridimensional para representação de uma mina, contendo milhares de blocos. E, de acordo com Hustrulid & Kuchta (1995), é uma importante aplicação de técnicas computacionais à mineração, servindo para estimação dos teores, da quantidade de material contido na reserva e para a visualização do depósito mineral, como pode ser visto na figura 2.1.



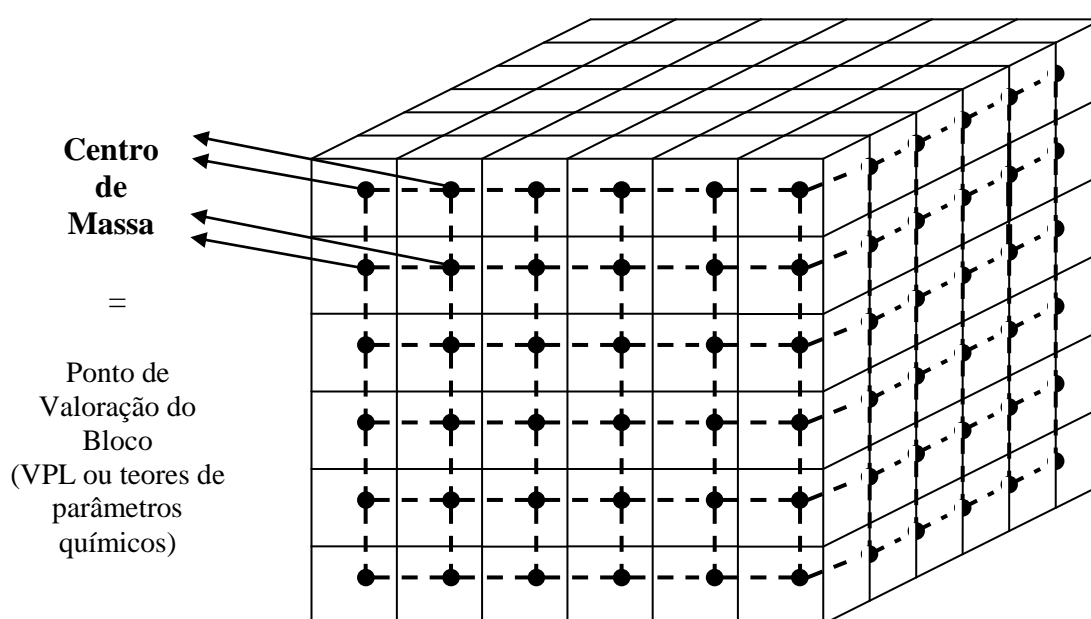
**Figura 2.1: Possível representação para um modelo geológico**

Fonte: Hustrulid & Kuchta (1995)

Na grande maioria das vezes, o modelo geológico é composto de cubos, normalmente com 10 m de aresta ou mais, pois o uso de blocos considerados grandes minimiza problemas de suavização excessiva dos teores. Em oposição, o uso de malhas pequenas não possui nenhuma vantagem, uma vez que a localização exata de determinados

teores é irrelevante (CARMO, 2001) e o excesso de dados torna os problemas mais difíceis de serem solucionados. Mas em alguns casos, como no trabalho de Meyer (1962), o modelo geológico pode assumir outros formatos, como o de pilares inclinados.

A construção do modelo geológico se inicia com a realização de perfurações, para determinação dos teores de amostras de material, podendo incluir também a análise de fotos aéreas (NIKOLOV et al., 2005). Esses teores são, então colocados em pontos de uma malha, como mostrado na figura 2.2, em que cada ponto representa o centro de um bloco do modelo geológico. A seguir, são utilizadas técnicas para a estimação dos teores dos blocos cujos teores são desconhecidos (HUSTRULID & KUCHTA, 1995).



**Figura 2.2: Representação da malha para estimação dos teores dos blocos**

A acurácia na representação da mina real pelo modelo geológico é considerada de extrema importância para as atividades de planejamento, pois todos os algoritmos para determinação dos limites da cava final e de seqüenciamento de lavra utilizam os dados nele contidos e, como esses algoritmos são sensíveis a tais parâmetros, os resultados obtidos podem apresentar variações significativas de retorno financeiro em virtude de pequenas diferenças na estimação dos teores e das quantidades de material contido (PERONI, 2002).

Devido a essa importância, a construção de modelos de blocos tem se tornado, cada vez mais, alvo de estudos e atualmente existem diversas técnicas para a estimação desses teores, como a regra dos pontos mais próximos, dos polígonos, e a krigagem (HUSTRULID & KUCHTA, 1995). De acordo com Gambin et al. (2005), a krigagem



produz uma estimativa não tendenciosa dos teores, com menor erro a partir de amostras disponíveis, mas é incapaz de incorporar a incerteza associada à estimativa. Mesmo assim, é bastante utilizada pelas mineradoras. Porém, em alguns casos, como aqueles em que o minério não passa por processos de homogeneização ou de concentração, devem ser utilizadas técnicas capazes de reproduzir a variabilidade e a continuidade dos dados originais.

Nesse sentido, o uso de métodos de simulação geoestatística, como a simulação sequencial Gaussiana, se mostram mais eficientes na predição das possíveis oscilações na qualidade do minério, pois ao invés de modelarem uma função cumulativa, são capazes de certificar a reprodução dos modelos de covariância, pela dependência não só dos dados originais para a determinação dos teores de um bloco, mas também pela consideração dos valores simulados para os outros blocos (PERONI, 2002).

Além de servirem como dados de entrada para os modelos de otimização mais utilizados em mineração, os modelos geológicos têm outras características e utilidades que vêm despertando, de forma crescente, o interesse de pesquisadores. Graças aos avanços de ferramentas de computação gráfica, tornou-se possível construir aplicações mais eficientes para análise dos depósitos minerais, tornando mais amplo o seu uso na rotina das mineradoras (OBERNDORFER, 2006).

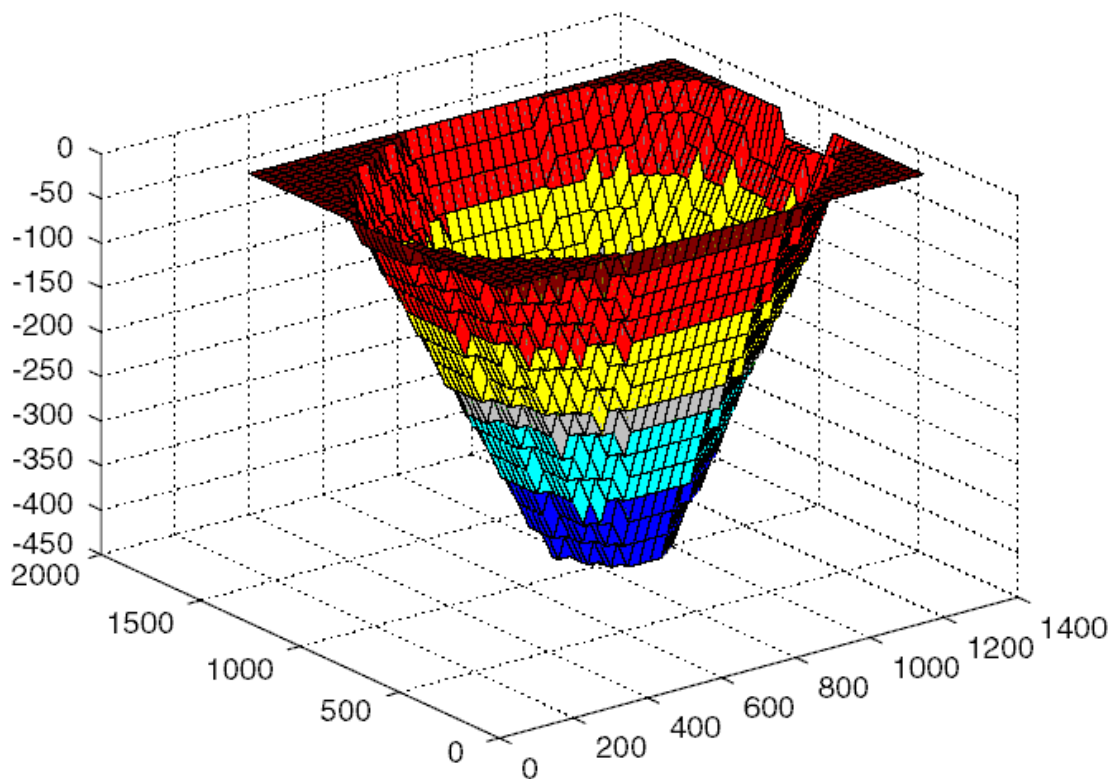
Nesse sentido, podem ser citados estudos relacionados à determinação de teores de corte, para avaliação dos riscos e efeitos de incertezas de teor e suas implicações na determinação da cava final ótima e para o sequenciamento de lavra (DIMITRAKOPOULOS et al., 2002; PERONI, 2002), para determinação do teor de corte em depósitos de múltiplos minerais (OSANLOO & ATAEI, 2003), para estimação da reserva lavrável e acompanhamento da evolução da cava (SINGER et al., 1998) e até na estimativa dos custos de operação das plantas de tratamento (HALBE & SMOLIK, 2003).

### **2.3 A Cava Final Ótima**

A cava final ótima, que define a extensão da reserva lavrável e os limites além dos quais a exploração não é mais econômica (CARMO, 2001), precisa ser projetada ainda no início dos trabalhos de planejamento de lavra, e seu cálculo, reconsiderado rotineiramente durante toda a vida útil da mina (CARMO et al., 2006), a fim de se fazer considerações a respeito das incertezas no tempo (MORALES, 2003).

A importância da sua determinação está relacionada à maximização da riqueza futura (CARMO et al., 2006) e ao auxílio à tomada de decisões em um ambiente caracterizado pela necessidade de altos investimentos em projeto e com a aquisição de equipamentos. Além disso, é preciso conhecer sua forma antes do início das escavações (HOCHBAUM, 2004). Isso se faz necessário para a definição das localizações para a construção de estruturas de apoio, como plantas de tratamento de minério, rodovias, barragens e sistemas de drenagem, pois muitas dessas instalações precisam ser localizadas fora dos limites da cava e não devem ser movidas ao longo do tempo (HUSTRULID & KUCHTA, 1995; KUNRAL & DOWD, 2005).

Para se projetar uma cava final, como a mostrada na figura 2.3, são necessários um modelo tridimensional de blocos que caracterize a área da mina e que faça associação de pesos referentes aos respectivos custos de escavação, informações sobre as receitas a serem obtidas com a venda do minério concentrado e informações sobre os ângulos para inclinação dos taludes que garantam a segurança da mina (HOCHBAUM & CHEN, 2000).



**Figura 2.3: Cava final**

Fonte: Goodwin et al. (2006)

A partir dessas informações, encontrar a cava final ótima, de acordo com Peroni (2002), equivale a encontrar a configuração resultante que apresente:

- A máxima lucratividade;
- O maior VPL;
- O maior aproveitamento dos recursos minerais.

Porém, a cava ótima é uma curva contínua no espaço, a sua determinação, em duas ou três dimensões, não tem, na prática, uma resolução analítica fácil. E desde a publicação do algoritmo de programação dinâmica bidimensional de Lerchs-Grossmann, em 1965, reconhecido como a primeira tentativa de resolver o problema de suavização da cava final, este problema tem sido extensivamente estudado (CARMO et al., 2006).

Atualmente, é possível encontrar a sua solução ótima com o algoritmo proposto por Lerschs-Grossmann (HUSTRULID & KUCHTA, 1995) e com o algoritmo de fluxo máximo, denominado “*push-relabel*”, proposto por Hochbaum & Chen (2000), que apresentou desempenho superior ao algoritmo de Lerchs-Grossmann em todas as instâncias testadas, especialmente em relação às economias obtidas quanto ao uso da memória RAM (*random access memory*).

Mas, segundo Peroni (1995), a técnica dos cones flutuantes, baseada em programação dinâmica, apesar de não garantir a obtenção da solução ótima, é um dos métodos mais popularmente utilizados. Carmo (2001) atribui a lenta aceitabilidade do algoritmo de Lerchs-Grossmann às dificuldades de sua implementação, de incorporação de ângulos de taludes variáveis com a direção e, principalmente, pelo longo tempo computacional requerido para sua execução.

Mesmo assim, é importante destacar alguns trabalhos desenvolvidos nas duas últimas décadas, bem como os resultados por eles produzidos:

- O sistema baseado em teoria dos grafos, proposto por Giannini (1990), que se mostrou eficiente quando aplicado a modelos de blocos considerados de grande escala;
- O algoritmo de fluxos em rede baseado no problema dual do problema de fechamento máximo, publicado por Underwood & Towinski (1998), com tempos de processamento discretamente menores que o algoritmo de Lerchs-Grossmann;

- O algoritmo de fluxo máximo de Auger (2000), que apresenta crescimento linear do tempo de processamento com o aumento do número de blocos do modelo geológico;
- O uso de modelos estocásticos associados a redes neurais artificiais proposto por Frimpong et al. (2002), que consideram processos estocásticos que governam as reservas minerais, os custos de produção e o preço de venda do minério;
- O método para determinação dos limites da cava final ótima, realizada passo-a-passo, proposto por Medvedev (2003), que leva em consideração a retirada de parte da cobertura vegetal e do material orgânico (*overburden*) em etapas tardias de lavra, como forma de preservar o depósito mineral e melhorar a REM ao longo do horizonte de exploração;
- O uso de simulação sequencial gaussiana associada à programação linear (KUNRAL & DOWD, 2005) para geração de um modelo de blocos, a partir de dados de perfurações, para alimentação automática de dados da mina em um procedimento integrado para obtenção da cava final e para seqüenciamento de lavra.

## 2.4 A Seleção de Equipamentos

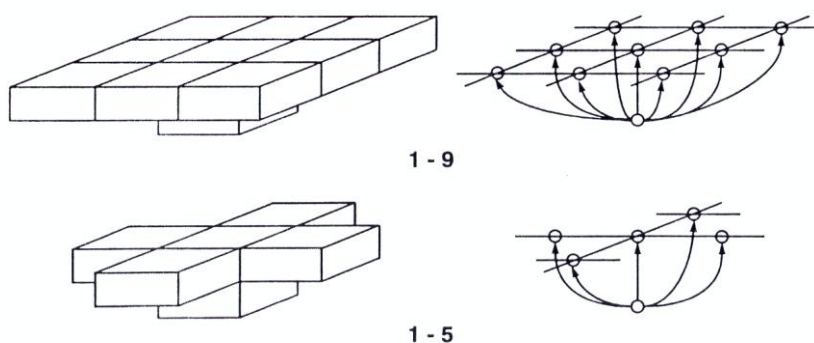
O problema da seleção de equipamentos, de acordo com Baççetin et al. (2006), tem interface com as fases de projeto das instalações da mina e com a fase de produção, influenciando nos parâmetros econômicos operacionais e de longo prazo. Assim, a seleção de equipamentos baseada na experiência do tomador de decisões incorre em altos riscos econômicos, motivando o desenvolvimento de pesquisas na área.

Nesse contexto, Baççetin (2003) desenvolveu um sistema baseado em AHP (*analytical hierarchy process*) para seleção de equipamentos de carga e transportes em minas subterrâneas ou a céu aberto. Swanepoel (2003) desenvolveu um sistema cujo objetivo é a maximização do retorno financeiro obtido com os equipamentos que devem ser adquiridos, avaliando a influência da altura dos taludes da mina nas taxas efetivas de utilização dos equipamentos de carga. E Baççetin et al. (2006) desenvolveram um sistema especialista baseado em conjuntos nebulosos (*fuzzy*) para análise de alternativas da seleção e uso de frotas de equipamentos.

## 2.5 O Seqüenciamento de Lavra

O problema de seqüenciamento da produção em minas a céu aberto consiste em encontrar a seqüência em que os blocos devem ser removidos, de forma a maximizar o lucro total descontado, geralmente expresso pelo VPL, e está sujeito a uma variedade de restrições técnicas e econômicas (TOLWINSKI & UNDERWOOD, 1996).

O tipo mais comum de restrição de ordem técnica é a manutenção de ângulos de talude seguros, impondo um conjunto de regras de precedência para a retirada dos blocos, como no problema de determinação da cava final ótima. Na figura 2.4, são mostradas as duas relações de precedência mais comumente utilizadas. No primeiro caso, é formada uma cava com ângulos de talude de 45° graus de inclinação e no segundo, de 60°, em todas as direções.



**Figura 2.4: Relações de precedência para a retirada dos blocos da mina**

Fonte: Hustrulid & Kuchta (1995)

Mas outras restrições também podem ser encontradas, como:

- O número máximo de taludes que podem ser lavrados simultaneamente (PEGMAN et al., 1996);
- A existência de um espaço de trabalho mínimo para operação dos equipamentos (TOLWINSKI & UNDERWOOD, 1996);
- A minimização da profundidade da cava (CACCIETTA & HILL, 2003).

Por outro lado, as restrições econômicas mais comumente encontradas são:

- Limites de produção que podem ser estabelecidos para os equipamentos de carga ou a produção permitida para um horizonte de tempo;
- Limites para as variáveis químicas para o controle da qualidade;

- Capacidade de plantas de tratamento ou de pilhas de estoque.

Podendo-se acrescentar:

- Restrições logísticas de escoamento (PENDHARKAR, 1997);
- Tamanhos máximos de lotes que podem ser produzidos para a venda por período (MENABDE et al., 2004);
- Preços variáveis para o minério para cada período (GOODWIN et al., 2006).

Do ponto de vista tecnológico, a seqüência lógica de lavra está diretamente relacionada a dois aspectos – o espaço e o tempo (HALATCHEV, 2005). Essa dependência implica no uso de formulações de PIM (NEWMAN & KUCHTA, 2007), que contêm um elevado número de variáveis inteiras, tornando-se de difícil solução por algoritmos exatos (RAMAZAN, 2007), devido à sua natureza combinatória.

Como alternativa a essas dificuldades, muitos trabalhos utilizam simplificações ou generalizações, métodos heurísticos, associação de técnicas ou pré-processamento de dados para a redução do tamanho das instâncias de teste, na tentativa de solucionar problemas de maior escala.

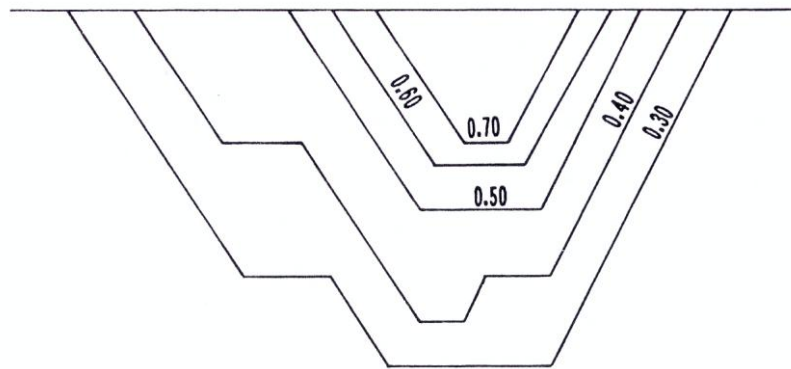
Alguns trabalhos, como os de Tolwinski & Underwood (1996) e Caccetta & Hill (2003), consideram a seqüência de retirada dos blocos como sendo linear, ou seja, apenas um bloco de minério é lavrado a cada período de planejamento.

Tolwinski e Underwood (1996) propuseram um modelo para maximizar o lucro total descontado obtido com a venda do minério concentrado para seqüenciamento de lavra como um problema de otimização seqüencial. E utilizaram um algoritmo de solução baseado em programação dinâmica, combinado com heurísticas que consideram características típicas de problemas relacionados à programação da produção em minas a céu aberto, obtendo bons resultados para minas de pequeno porte.

Caccetta e Hill (2003) construíram um modelo de programação inteira mista para planejamento com mesmo objetivo, mas consideraram restrições de capacidade da planta de tratamento e das pilhas de estoque. Como estratégia para redução do tamanho das instâncias e do número de variáveis inteiras, eles utilizaram apenas os blocos contidos na cava final ótima como dados de entrada, obtidos com o algoritmo de Lerchs-Grossman. Propuseram, a seguir, um algoritmo de *branch-and-cut*, com a utilização de planos de corte relacionados ao problema da mochila capacitada e estruturas de vizinhança envolvendo a estratégia da primeira melhorante (*first improvement*) com busca em profundidade, entre

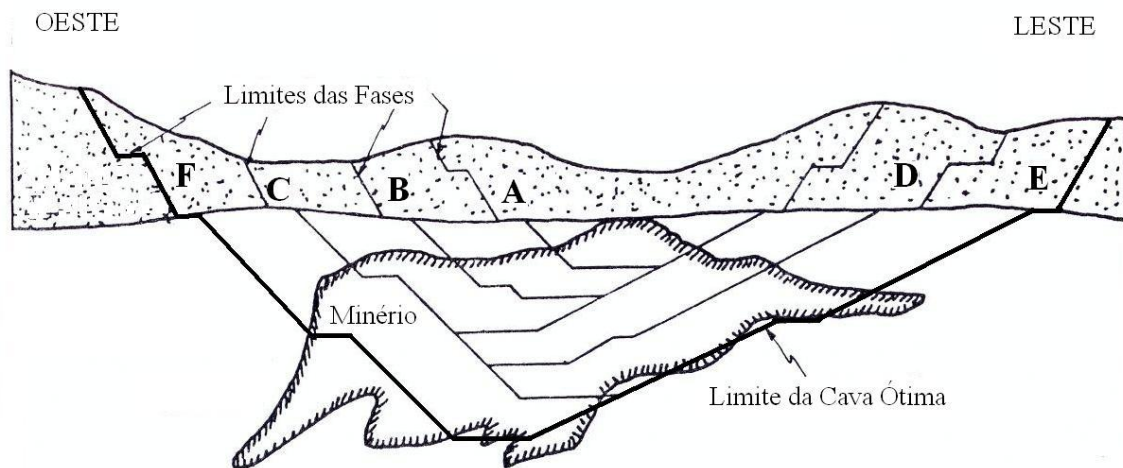
outras considerações. Os resultados obtidos podem ser considerados promissores para uso em aplicações práticas, inclusive com minas de grande porte.

Diversos outros trabalhos, por sua vez, consideram a retirada dos blocos como uma sucessão de pequenas cavas, diferenciadas pelo teor de corte, como mostrado na figura 2.5 ou por avanços na cava realizados pela retirada de conjuntos de blocos, como na figura 2.6.



**Figura 2.5: Cavas sucessivas diferenciadas pelo teor de corte**

Fonte: Hustrulid & Kuchta (1995)



**Figura 2.6: Avanços realizados pela retirada de conjuntos de blocos**

Fonte: Hustrulid & Kuchta (1995)

Dentre eles, as formulações recentes de teoria dos grafos de Ramazan et al. (2005) e Ramazan (2007) merecem destaque especial, por descrevem formação da cava final ótima pela lavra de conjunto de blocos sucessivos, denominados árvores fundamentais, e que,

lavrados simultaneamente, maximizam o VPL para um período de planejamento. O principal diferencial desses trabalhos está no uso de variáveis lineares para a obtenção das árvores fundamentais, reduzindo em cerca de 85% o número de variáveis inteiras do modelo de seqüenciamento. O último trabalho utiliza, ainda, um módulo para a geração de redes de árvores fundamentais, com o propósito de avaliar os impactos de mudanças na configuração das árvores fundamentais. Os testes foram realizados em minas reais de cobre e mostraram a possibilidade de aumento do VPL do empreendimento.

Mas, além desses, é possível citar outros trabalhos, como:

- O método proposto por Erarslan et al. (1999), para simulação da retirada dos blocos até a obtenção da cava final ótima, e que a seguir, otimiza a seqüência de lavra com um algoritmo de programação dinâmica;
- Os algoritmos de Dincer (2001) para determinação da cava final e para seqüenciamento da produção, que testados em uma mina de níquel e cobalto, demonstraram eficiência na redução de custos com o transporte e a deposição de estéril e no gerenciamento de pilhas de estoque quando se trabalham com múltiplos pontos de lavra;
- O trabalho de Menabde et al. (2004) utiliza formulações de PIM e um conjunto de modelos geológicos simulados para gerar teores de corte e uma seqüência de lavra descritas por pequenas cavas, demonstrando que o método proposto é mais preciso que as heurísticas mais utilizadas, pela consideração da incerteza dos teores contidos nos blocos;
- O algoritmo de otimização da programação da produção com estabilização multiestágio proposto por Halatchev (2005), que foi testado em uma mina de ouro hipotética, demonstrando grande potencial de utilização na presença de incertezas associadas ao modelo geológico e volatilidade nos preços de venda do minério.

Em oposição à maioria dos trabalhos publicados, que utilizam modelos de PIM, Goodwin et al. (2006) propuseram uma formulação para seqüenciamento de lavra baseada em teoria de controle. Os resultados obtidos com os testes desse modelo e de um algoritmo de retroação no horizonte de tempo mostraram a possibilidade de aplicação de conceitos de controle estocástico para redução da complexidade computacional do problema.

Outra proposta de utilização de programação estocástica pode ser encontrada no trabalho de Morales (2003). Características tais como erros na estimação dos teores



químicos dos blocos do modelo geológico, flutuação de preços do cobre, incertezas inerentes à tecnologia utilizada e a ocorrência de acidentes, podem incorrer em prejuízos para a mineradora. Para conferir robustez dos planos gerados, são propostos dois modelos estocásticos para planejamento de lavra em minas a céu aberto. A utilização de um algoritmo generalizado, possibilitou a geração de planos mais flexíveis na representação das restrições de operação da mina e com a possibilidade de comparação entre cenários futuros.

Alguns estudos relacionados ao planejamento da produção em minas subterrâneas, como Newman et al. (2002), mostram que muitas restrições de operação são semelhantes às encontradas em minas a céu aberto. A divisão da mina em blocos e existência de restrições de precedência para a retirada dos mesmos são alguns exemplos dessas semelhanças, embora em minas subterrâneas tenham que ser consideradas também restrições de precedência para blocos situados em um mesmo nível da mina, denominadas por precedência horizontal, além das restrições de precedência vertical (TOPAL et al., 2003).

De acordo com Kuchta et al. (2003), os modelos para seqüenciamento em minas subterrâneas também são bastante complexos e possuem um grande número de variáveis inteiras, limitando o uso de métodos exatos a pequenos horizontes de planejamento ou a planejamentos agregados, com períodos de maior duração, como um mês, por exemplo. O uso de heurísticas também é bastante comum, embora a utilização de soluções aproximadas signifique, na prática, perdas relacionadas ao retorno financeiro e aumento nos custos de produção, que são relativamente elevados, quando comparados aos de minas a céu aberto.

A função objetivo pode estar relacionada à maximização do VPL, mas diversos trabalhos, como os aqui citados, procuram minimizar os desvios em relação às quantidades de minério planejadas para cada período, a fim de representar melhor a realidade de operação da LKAB's Kiruna Mine, a segunda maior mina subterrânea do mundo (NEWMAN & KUCHTA, 2007). Localizada na Suécia, esta mina de ferro iniciou suas atividades como uma mineradora a céu aberto e, em 1952, tiveram início as atividades subterrâneas.

Desde então, têm sido desenvolvidos modelos e métodos para auxiliar as atividades de planejamento das escavações, focalizando principalmente o longo prazo, embora aplicações relativas ao curto prazo também sejam importantes para a empresa (NEWMAN et al., 2006). As técnicas propostas visam reduzir o tempo requerido para processamento

dos modelos incluem procedimentos para a redução de variáveis inteiras (NEWMAN et al., 2002; TOPAL et al., 2003), agregação de períodos mensais de planejamento, com discretização interna em dias ou horas (NEWMAN & KUCHTA, 2007) e o uso de técnicas de decomposição (NEWMAN et al., 2006).

## 2.6 A Qualidade da Mistura

Em algumas situações encontradas na prática das mineradoras, é preciso tomar decisões relacionadas ao controle da qualidade do minério produzido, utilizando o ROM proveniente de diferentes pontos da mina para a composição de um lote de produção que atenda às especificações dos clientes. Para isso, são realizadas atividades de mistura e de homogeneização de minérios (MORAES et al., 2006).

De acordo com os mesmos autores, resolver o problema da mistura ou blendagem consiste em misturar, em proporções definidas, minérios com características químicas diferentes, para a obtenção de uma massa com características específicas e a homogeneização corresponde ao manuseio dessa mistura, para uniformização dos teores.

O atendimento aos critérios de qualidade para o ROM é frequentemente considerado como requisito essencial para todos os problemas de planejamento citados até o momento. Mas, em alguns casos, como nos trabalhos desta seção, a composição de lotes é tratada de forma estática, sem relação direta com o tempo.

O modelo de programação por metas proposto por Chanda & Dagdelen, 1995 (*apud* Moraes, 2005), procura maximizar o retorno econômico da mistura com minimização de desvios em relação de quantidade e qualidade para um lote de ROM produzido. Utiliza como dados de entrada o modelo de blocos e considera restrições mínima e máxima para a capacidade de produção e também a massa de material contida em cada bloco, além de limites admissíveis para as variáveis químicas de controle.

Aplicações práticas desses conceitos podem ser exemplificadas pelos trabalhos de Pebdharkar (1997) e Pendharkar & Rodger (2000), que consideram o problema de composição de lotes para atendimento de plantas de tratamento e de mercados consumidores, considerando restrições logísticas, além da quantidade e qualidade demandadas por cada ponto de destino.

O primeiro trabalho propõe um modelo de programação linear com função objetivo nebulosa, para garantir o atendimento das metas de qualidade e de atendimento à demanda,

sujeito às restrições de capacidade das plantas de tratamento e de transporte do material concentrado para os clientes, situados em diversos pontos de demanda. O último utiliza um modelo cuja função objetivo é não linear, para representação dos custos totais, considerando economias de escala para tratamento e transporte do minério dependentes dos tamanhos dos lotes. Um algoritmo de busca genética é proposto para a solução do modelo, obtendo bons resultados quando aplicados a situações simples e complexas encontradas em minas de carvão.

Costa (2005) propôs um modelo para determinação da mistura ótima, considerando o minério proveniente de diferentes de lavra para o atendimento de metas de produção e de qualidade. Devido à complexidade do problema, propôs os seguintes métodos heurísticos e metaheurísticos de solução: descida em vizinhança variável (VND), pesquisa em vizinhança variável (VNS), *simulated annealing* e um procedimento híbrido que associa *simulated annealing* e VND. Os resultados obtidos mostram que boas soluções podem ser encontradas e que o VNS obtém a solução ótima para o problema, considerando-se as instâncias testadas.

Moraes et al. (2006) propuseram o uso de um modelo matemático de programação por metas, utilizando um pacote comercial de otimização em associação com planilhas Excel, para planejar a retomada de pilhas de minério de ferro armazenada em pátios, para formação de lotes que devem ser transportados por ferrovias até o seu destino final. Além de restrições de quantidade e qualidade dos lotes, são consideradas condições de operações dos pátios. Os resultados do modelo foram comparados com soluções geradas manualmente pela empresa, demonstrando superioridade em relação ao atendimento dos requisitos e ao tempo necessário para obtenção das soluções.

## **2.7 O Planejamento Operacional da Mina**

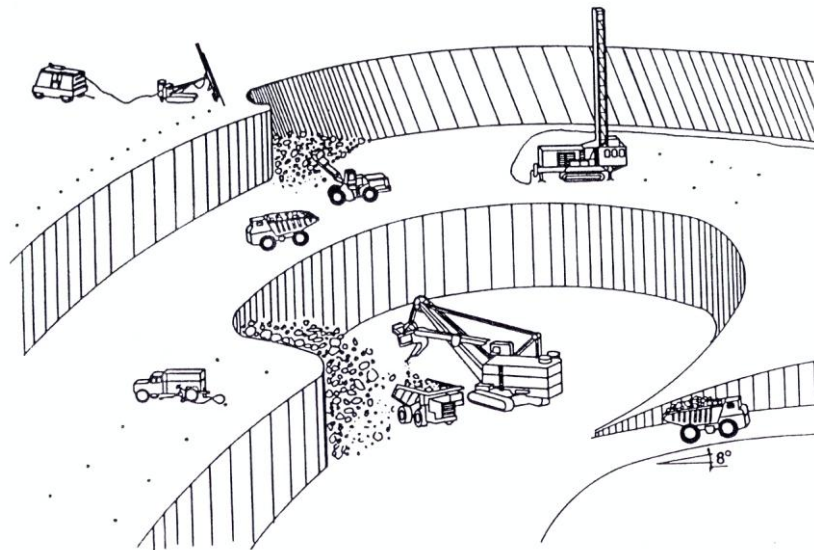
O principal objetivo do planejamento operacional em minas a céu aberto é a determinação do ritmo de lavra que deve ser implementado em cada frente, fornecendo ao cliente, interno ou externo, um produto adequado (COSTA et al., 2005). Para isso, consideram-se, além do atendimento de metas de produção e qualidade, outros requisitos de operação, como:

- A garantia de uma REM adequada, impedindo que somente estéril seja lavrado e liberando novas frentes de lavra. De acordo com Carmo (2000), os valores

instantâneos da REM devem ser mantidos o mais próximo possível da REM da cava final ótima;

- A alocação de equipamentos de carga, que deve ser realizada de forma a maximizar a utilização das capacidades de produção, pois esses equipamentos limitam o ritmo de lavra das frentes às quais estão alocados e considerar também a compatibilidade destes com os equipamentos de transporte (COSTA et al., 2005);
- A alocação dos caminhões disponíveis, podendo-se considerar alocações estáticas ou dinâmicas. Na primeira política, é estabelecido um par de pontos fixos de carga e descarga para cada caminhão e na segunda, a designação desses pontos pode variar a cada viagem realizada (PINTO, 2000).

De acordo com Qing-xia (1982), as atividades operacionais em uma mina a céu aberto compreendem basicamente quatro operações, como mostrado na figura 2.7: perfuração, desmonte, carregamento e transporte, que somam entre 30 e 40% dos custos de produção.



**Figura 2.7: Atividades operacionais em minas a céu aberto**

Fonte: Hustrulid & Kuchta (1995)

Como o planejamento dessas atividades não é uma tarefa trivial, pela existência de múltiplas alternativas para a alocação dos equipamentos de carga e transporte, diversas técnicas de PO têm sido utilizadas para a solução desses problemas, destacando-se

principalmente os modelos de programação inteira mista, as heurísticas e a simulação a eventos discretos.

Em relação ao uso de modelos matemáticos, diversos trabalhos foram encontrados, como Pinto e Merschmann (2001), Pinto et al. (2003), Costa et al. (2004), Costa et al. (2005). Nesses trabalhos, são tratados especialmente dois problemas distintos: o planejamento operacional com alocação estática ou dinâmica de caminhões. Em ambos os casos, são utilizadas formulações de PIM que consideram restrições de qualidade, de REM e de alocação dos equipamentos de carga às frentes de minério, indicando a produção que deve ser implementada em cada frente.

Burt et al. (2005) desenvolveram um modelo de PIM para alocação de equipamentos de carga e transporte a um plano de lavra dado e propuseram o uso de uma função objetivo não-linear para consideração da eficiência dos equipamentos.

Costa (2005) também propôs heurísticas para resolução dos problemas de planejamento operacional e o problema da mistura, utilizando *VNS*, *VND* e *simulated annealing*, além de algoritmos híbridos utilizando *simulated annealing* e *VND*.

Apesar da simulação praticamente não ser utilizada para solucionar problemas de planejamento de longo e médio prazo, apresenta diversas vantagens na análise de cenários de curto prazo, pois é indicada para representação de sistemas complexos, com variáveis de comportamento estocástico, como os tempos de ciclo dos caminhões, e para responder a questões do tipo “e se”, que podem estar relacionadas a mudanças de políticas de alocação dos equipamentos ou ainda justificar o investimentos em novos equipamentos ou tecnologias (PINTO, 1997).

Nesse sentido, muitos trabalhos de simulação têm se destacado, principalmente em aplicações que envolvam atividades de carga, descarga e despacho de caminhões em minas a céu aberto. Qing-xia (1982) construiu um simulador para analisar cenários que possibilitassem a manutenção de altos índices de produtividade dos equipamentos de carga e transporte, considerando-se os avanços das escavações e a evolução da cava.

Pinto et al. (1999) apresentaram um simulador de caráter geral com um módulo específico para simulação de operações em minas a céu aberto, baseado no método das três fases e implementado em linguagem Deplhi. Esse sistema, denominado SIMIN (simulador para mineração) foi resultado da tese de doutorado de Pinto e possibilitou o desenvolvimento de outros trabalhos, como o de Pinto (1997), que desenvolveu uma metodologia para análise de políticas de despacho de caminhões e Pinto (2000), que

apresenta uma metodologia para modelagem de sistemas de carga e descarga de equipamentos de transporte.

Além desses, vale a pena destacar o trabalho de Hall (2000) que construiu um *software* para análise da confiabilidade dos equipamentos de carga utilizando simulação a eventos discretos, de Ramos Neto & Pinto (2004) que resultou na criação de uma *template* para o *software* de simulação Arena, baseada no módulo de simulação do SIMIN e de Merschmann (2002) que construiu o *software* OTISIMIN (otimizador e simulador para simulação), que possui um módulo para simulação dos resultados gerados pelo módulo de otimização, que possibilita analisar os resultados dos métodos exatos propostos diante de variáveis de comportamento estocástico, como os tempos de carga, de descarga e de deslocamento dos caminhões.

Najor & Hagan (2006), por sua vez, utilizaram um modelo analítico de teoria das filas para modelar um sistema de carga e despacho de caminhões. Consideram-se as restrições de capacidade dos caminhões e a formação de fila antes das atividades de carga, realizada por carregadeiras ou escavadeiras, sendo o sistema formado por uma fila e um único servidor. Os resultados mostram que essas considerações podem levar a ganhos significativos relacionados aos custos de movimentação de material.

## **2.8 A Utilização de *Softwares* para Mineração**

De acordo com Kapageridis (2005), existem muitos pacotes comerciais dedicados ao auxílio das atividades de planejamento das operações de lavra, cujas funções principais incluem:

- A visualização tridimensional da mina;
- A construção do modelo de blocos;
- O gerenciamento de bancos de dados geológicos e históricos de produção;
- A estimação da reserva;
- O projeto de cava final ótima;
- O seqüenciamento da produção.

Alguns autores discutem as vantagens e desvantagens do uso de alguns desses pacotes comerciais, como mostrado na tabela 2.01.

De acordo com Hack (2003), devido a essas vantagens e deficiências, a escolha por um pacote torna-se, muitas vezes, complicada e é crescente o interesse por *softwares* que

podem ser customizados por meio de programação de características específicas de cada empresa, utilizando-se linguagens específicas. Muitos *softwares* apresentam facilidades de customização, como ambientes próprios para programação e interfaceamento com outros sistemas, como planilhas eletrônicas, ferramentas de computação gráfica e sistemas de informação geográfica.

**Tabela 2.1: Breve comparação entre alguns *softwares* para mineração**

<b>Software</b>	<b>Pontos fortes</b>	<b>Pontos fracos</b>
Earthworks NPV Scheduler	Facilidade de aceitação, por considerar áreas de acesso (Caccetta & Hill, 2003);	Uso de heurísticas: gera seqüenciamento distante do ótimo (Caccetta & Hill, 2003);
MineMAX Planner	Considerações complexas em relação ao teor de corte e tamanho dos blocos (Caccetta & Hill, 2003); Obtém a cava ótima (Kentwell, 2002).	Pacote simples, sem flexibilidade de uso (Kentwell, 2002); Aproximações ruins os ângulos de talude em casos de replanejamento da cava (Caccetta & Hill, 2003).
Whittle (Four-D e Four-X)	Obtém a cava ótima e com análise de sensibilidade dos parâmetros financeiros (Caccetta & Hill, 2003).	Longo tempo para gerar o seqüenciamento, sem garantia de otimalidade (Caccetta & Hill, 2003).
XPAC Autoscheduler	Velocidade de processamento: usa heurística para fixar cenários (Caccetta & Hill, 2003).	Seqüenciamento distante do ótimo e pode não encontrar solução viável (Caccetta & Hill, 2003).

A customização, no entanto, requer tempo para planejamento, execução e testes e envolve altos custos relacionados à utilização de mão-de-obra qualificada. Deshmukh et al. (2001) apresentam trabalhos relacionados ao tratamento de imagens para visualização da mina, com esforços para redução do tamanho dos arquivos com o menor prejuízo possível em relação à qualidade da imagem. Prasad et al. (2006) se dedicaram ao desenvolvimento de um módulo integrado para projeto de cava e seqüenciamento da produção, que funciona em conjunto com o Minex, também desenvolvido pela própria empresa.

Porém, a contratação de profissionais com habilidades em programação ou a parceria com universidades pode levar à opção por desenvolver sistemas completos, que não possuam interface com outros *softwares* de mineração. Ronson (2001), por exemplo, construiu um sistema em Visual Basic com interface para o Autocad, que possibilita o planejamento das atividades diárias, mensais e anuais de uma mina a céu aberto, de forma

rápida e amigável, permitindo a visualização da mina e a realização de modificações com arraste de blocos utilizando o *mouse*.

Outros exemplos a serem destacados são o de Onurgil (2002), que desenvolveu um *software* completo, utilizando algoritmos de programação dinâmica e parametrização lagrangeana para gerar a cava e as seqüências de lavra. E também Allen (2006), cujo trabalho descreve o desenvolvimento de um aplicativo específico para uma mina de ouro em Ghana, o Minesched, que tem interface com o Excel, que era amplamente utilizado para planejamento de lavra antes da implantação do novo sistema, mas com recursos que permitem a visualização da mina em três dimensões.

## **2.9 Perspectivas Atuais e Futuras**

O panorama delineado nas seções anteriores aponta para uma área ainda promissora para o desenvolvimento de inúmeras pesquisas, motivadas pelo fato de que ainda existe uma lacuna considerável que separa os resultados obtidos pelos trabalhos acadêmicos e as necessidades práticas das empresas.

A complexidade e a grande escala dos problemas se apresentam como as principais dificuldades à obtenção de soluções integradas e que respondam aos principais questionamentos dos profissionais responsáveis pelo planejamento da produção em minas a céu aberto, mas não são as únicas.

À medida que o desenvolvimento da informática e dos meios de telecomunicações possibilitaram ganhos consideráveis em relação à qualidade das informações disponíveis, também geraram uma série de outras necessidades e questionamentos.

De um lado, as empresas dispõem de informações atualizadas de dados de produção, de qualidade, de posicionamento e condições de uso dos equipamentos (BOULANGER et al., 2000), de equipamentos com muita eletrônica embarcada e capazes de atingir altos índices de produtividade (OSANLOO & HEKMAT, 2005), complexas ferramentas de análise de confiabilidade (VAGENAS & NUZIALE, 2001), de sistemas de despacho em tempo real (FRIMPONG et al., 2005) e de equipes de profissionais mais qualificados e capazes de customizar as ferramentas utilizadas para a tomada de decisão (HACK, 2003).

Do outro, muitos algoritmos disponíveis ainda tratam de um problema único, ou com um horizonte de aplicação muito específico, ou não representam adequadamente o



problema real ou até mesmo são incapazes de fornecer a solução ótima ou uma solução aproximada viável em um tempo computacional aceitável na prática.

Como alternativa, algumas pesquisas têm sido desenvolvidas no sentido de resolver mais de um problema prático de forma integrada. Dentre eles, o trabalho de Pegman et al. (1996) merece destaque pela elaboração de uma heurística de duas fases, que obtém a cava final ótima, considerando restrições de qualidade e de viabilidade física de taludes. E em seguida, faz a alocação de equipamentos de carga, considerando a capacidade de produção da usina de tratamento, desviando os equipamentos de carga para a retirada de estéril nos momentos em que essa capacidade é totalmente consumida.

Vasil'ev & Zaitena (2001) propuseram um algoritmo para determinar as dimensões dos blocos do modelo geológico, a seqüência de lavra, a altura e inclinação dos taludes. Kuš (2003), em seu trabalho, promoveu a integração entre vários sistemas, como os módulos de planejamento e produção da mina com a área financeira, possibilitando a análise econômica de diferentes cenários e estratégias para a condução da exploração.

O trabalho de Kumral e Dowd (2005), por sua vez, se destaca por resolver o problema em quatro fases, que vão desde a construção do modelo geológico, passando pela determinação da cava final e finalizando com o seqüenciamento, realizado primeiramente por um algoritmo clássico de parametrização lagrangeana, com posterior refinamento da solução com um algoritmo de *simulated annealing*.

A tendência de complexificação dos problemas estudados, de aproveitamento das informações disponíveis e da tecnologia embarcada nos equipamentos inclui também a transmissão de dados e o acesso a sistemas por meio da internet (KAPAGERIDIS, 2005) e a integração cada vez maior entre os sistemas de informática das empresas.

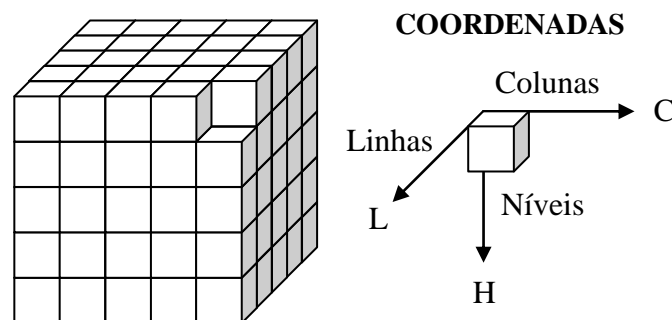
## Capítulo 3

### PROBLEMAS ABORDADOS

O presente trabalho trata de dois problemas relacionados ao planejamento de lavra em minas a céu aberto. O primeiro, aqui denominado planejamento das operações de lavra com alocação de equipamentos de carga (POLAEC), tem por objetivo fornecer um plano de produção que possa atender às necessidades de planejamento de uma mina a céu aberto, considerando as restrições econômicas e tecnológicas de operação dos equipamentos de carga disponíveis como representativas para a capacidade de produção do sistema.

O segundo problema tratado, chamado de planejamento das operações de lavra com alocação de equipamentos de carga e de transporte (POLAECT), inclui também a alocação de caminhões ao plano de lavra, indicando a quantidade mínima de caminhões que devem atender a cada equipamento de carga, considerando a compatibilidade operacional entre equipamentos de carga e de transporte e o tempo de ciclo dos caminhões. E assim auxiliar na previsão da necessidade do uso desses equipamentos para escoar o material lavrado.

Ambos consideram a mina representada por um modelo de blocos, como mostrado na figura 3.1. É definido, então, um conjunto de coordenadas, de forma que cada bloco pode ser identificado pela sua posição em relação aos eixos das linhas, das colunas e dos níveis. Além disso, cada bloco também recebe um índice seqüencial  $n$ , que se inicia a partir da primeira coluna da primeira linha do primeiro nível do modelo geológico e segue até o último valor de cada eixo, como pode ser mais claramente visualizado na figura 3.2.

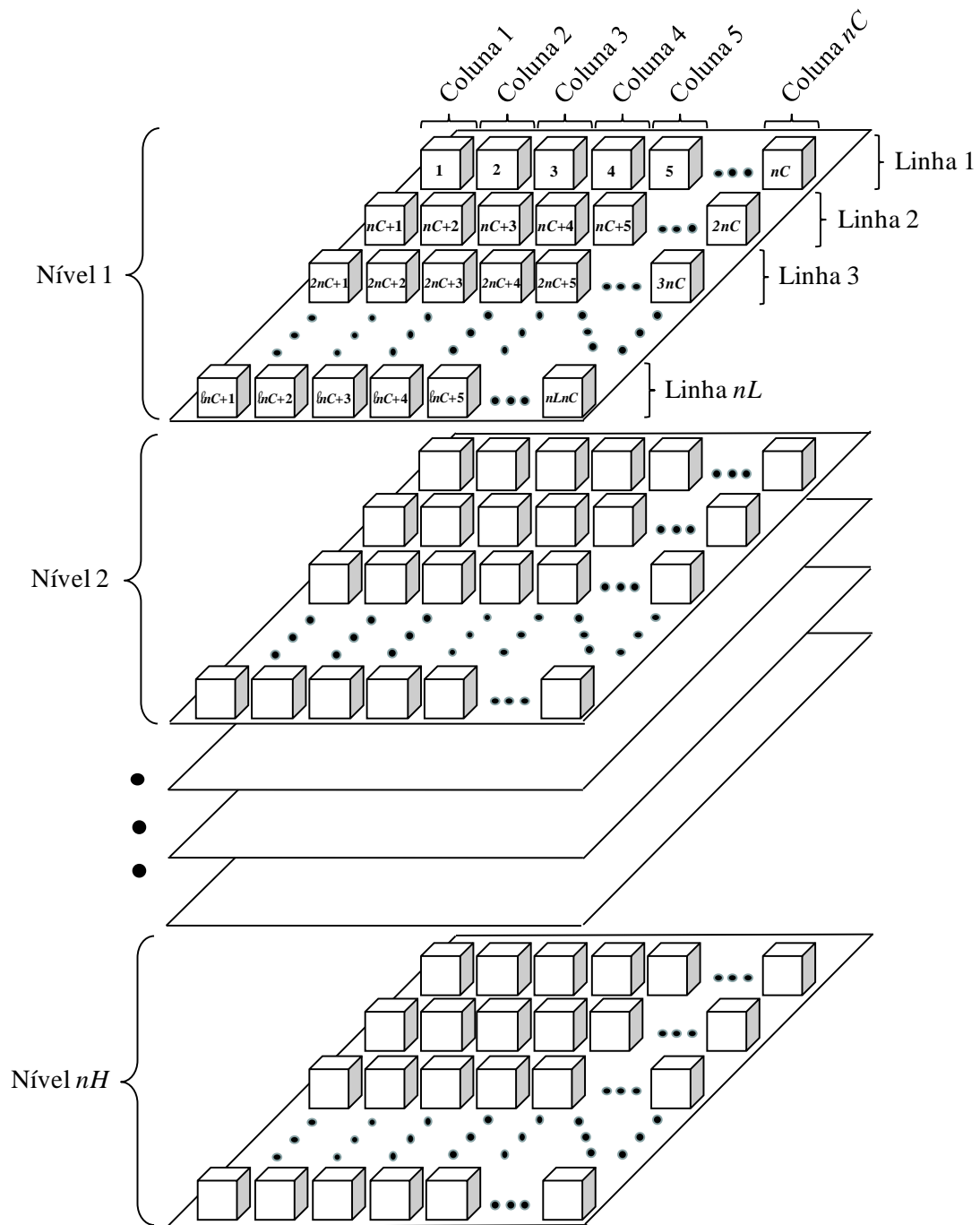


**Figura 3.1: Conjunto de coordenadas do modelo geológico**

Os eixos do modelo geológico admitem os seguintes valores naturais:

- Linhas: 1, 2, 3, ...,  $nL$ ;
- Colunas: 1, 2, 3, ...,  $nC$ ;
- Níveis: 1, 2, 3, ...,  $nH$ ;

em que  $nL$ ,  $nC$  e  $nH$  são o número de linhas, o número de colunas e o número de níveis, respectivamente.



**Figura 3.2: Identificação dos blocos no modelo geológico**

A partir das coordenadas de linha, coluna e nível ( $L, C, H$ ) do bloco em relação aos eixos do modelo geológico, é possível determinar o seu índice sequencial  $n$  por meio da equação 3.01:

$$n = (H - 1) \times nL \times nC + (L - 1) \times nC + C \quad (3.01)$$

Dessa forma, sabe-se que o número de blocos coincide com o índice  $n$  do último bloco do modelo geológico, isto é,  $nL \times nC \times nH$ .

É preciso ainda definir o conceito de ordem de produção, que se constitui de um conjunto de alocações de equipamentos de carga às frentes de lavra, sendo esta alocação indicada pelo número do bloco cujo material deve ser lavrado pelo respectivo equipamento. Durante a ordem de produção, cada equipamento de carga realiza a lavra do bloco ao qual está alocado, até que um desses blocos tenha seu material completamente esgotado. Quando isto ocorre, a ordem de produção é encerrada e cria-se uma nova, realocando os equipamentos de carga de acordo com os critérios estabelecidos para isso.

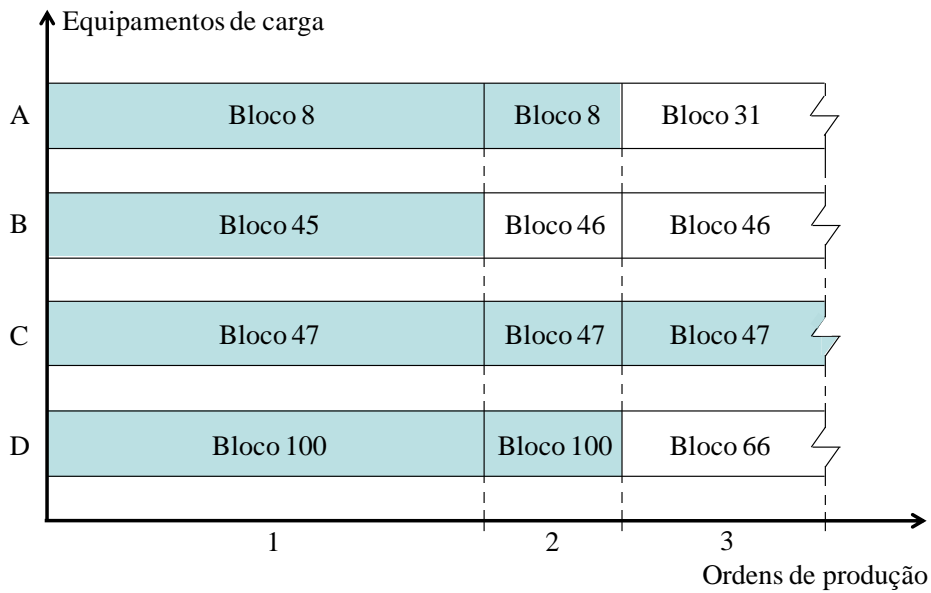
Essa situação é representada pela figura 3.3. Na figura 3.3a, tem-se a alocação dos equipamentos de carga representada no tempo por um gráfico de Gantt. No início da 1ª ordem de produção, os equipamentos de carga A, B, C e D estão alocados aos blocos 8, 45, 47 e 100, respectivamente, como ilustrado na figura 3.3b. Ao final dessa mesma ordem, na figura 3.3c, o equipamento B termina de lavar o bloco 45 e recebe uma ordem para se locomover para o bloco 46, realizando 1 deslocamento positivo no eixo das colunas.

Na figura 3.3d, observa-se o final da 2ª ordem de produção em que os equipamentos A e D terminam a lavra dos blocos aos quais estavam alocados. O equipamento de carga A deve se deslocar para o bloco 31, realizando 1 deslocamento negativo no eixo das colunas, seguido de 4 deslocamentos positivos no eixo das linhas, enquanto o equipamento de carga D deve se dirigir ao bloco 66, realizando 2 deslocamentos positivos no eixo das colunas e 1 deslocamento negativo no eixo dos níveis, como representado na figura 3.3e, dando início à 3ª ordem de produção.

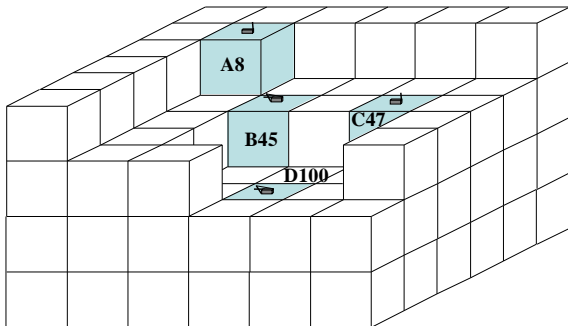
Embora na figura 3.3 não se observe nenhum caso em que, ao se terminar uma ordem de produção, equipamentos de carga sejam deslocados de blocos que ainda não foram totalmente lavrados para outros blocos, essa situação é possível e pode ocorrer em função de requisitos de qualidade do ROM e da REM requeridos.

Com isto, observa-se também que os deslocamentos são considerados em termos das posições dos blocos no modelo geológico e não em função das distâncias reais percorridas pelos equipamentos de carga. Essa premissa é duplamente vantajosa, pois

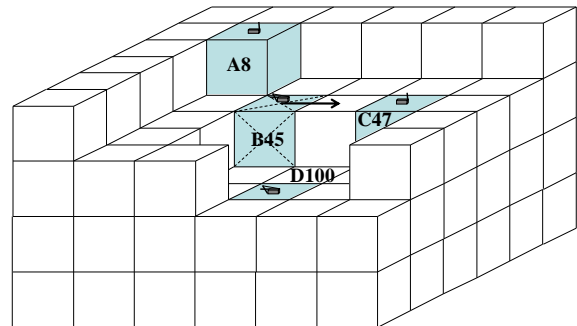
captura bem necessidades práticas de se manter um equipamento de carga alocado o maior tempo possível à mesma frente de lavra, sem implicar na consideração de restrições de formação das vias de acesso da mina, que são extremamente complexas.



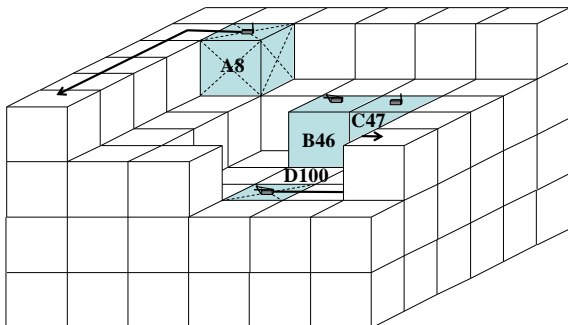
(a) Gráfico de Gantt, mostrando a alocação dos equipamentos de carga no tempo



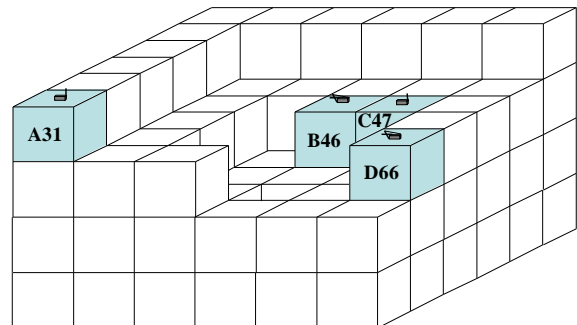
(b) Alocação dos equipamentos de carga no início da 1ª ordem de produção



(c) Fim da 1ª ordem de produção e deslocamento do equipamento de carga B



(d) Fim da 2ª ordem de produção e deslocamentos dos equipamentos A e D



(e) Alocação dos equipamentos de carga no início da 3ª ordem de produção

**Figura 3.3: Previsão e execução de um plano de lavra**

Para cada problema tratado nas seções que se seguem, são propostas duas formulações matemáticas de PIM. A primeira delas é estática e calcula a melhor alocação e o ritmo de produção para os equipamentos de carga em uma ordem de lavra, considerando os dados atualizados disponíveis na mina, sendo classificados como modelos *on-line*. A outra, de caráter dinâmico, considera os dados fornecidos como uma condição inicial para a determinação de várias ordens de produção consecutivas, que devem ser executadas em um horizonte de tempo discretizado em períodos, formando um plano. Cada período tem duração igual ao tempo necessário para que um bloco seja totalmente lavrado, obrigando o equipamento de carga a ele alocado a se deslocar para outro bloco da mina.

### **3.1 Planejamento de Operações de Lavra com Alocação de Equipamentos de Carga**

O propósito do POLAEC é fornecer a seqüência ótima de lavra da mina, indicando a localização dos equipamentos de carga no modelo geológico, a cada período de tempo ou ordem de produção. A alocação e a produção horária dos equipamentos estão sujeitas a diversas restrições impostas, como:

- A manutenção de ângulos de talude adequados, que constitui a principal restrição utilizada em problemas de planejamento de longo prazo e é representada por relações de precedência para a retirada dos blocos;
- A qualidade requerida para a mistura do ROM, tratada em todos os problemas de planejamento, embora de formas diferenciadas. Optou-se pelo uso dessas restrições em termos operacionais, descritos pelos teores contidos das variáveis químicas de interesse, em oposição às abordagens de longo prazo, que utilizam o VPL para a sua representação;
- As capacidades horárias mínimas e máximas de produção dos equipamentos de carga, definidas em função de custos de operação economicamente viáveis e de restrições técnicas de uso recomendadas pelos fabricantes, respectivamente;
- Produção mínima de minério;
- O número de níveis que se deseja lavar simultaneamente, atendendo a critérios operacionais de lavra.

Os objetivos a serem atingidos, são:

- A maximização da produção horária dos equipamentos de carga;
- A obtenção em cada ordem de produção, sempre que possível, do ROM que atenda a todos os requisitos de qualidade;
- A obediência da REM, sempre que possível, em cada ordem de produção, embora esta tenha menor prioridade de atendimento que os critérios de qualidade, pois esse requisito precisa ser cumprido em períodos maiores de tempo e os desvios obtidos em uma ordem de produção não são necessariamente importantes para a REM global;
- A redução dos custos de deslocamentos dos equipamentos de carga, que visa a dois propósitos: estabelecer uma estrutura de vizinhança que minimize os deslocamentos excessivos para ajuste da qualidade e também de minimizar a profundidade de lavra, enquanto for possível.

A seguir, apresentam-se dois modelos de PIM, para representação dos objetivos e restrições do problema. O primeiro deles, denominado modelo *on-line*, determina a alocação de equipamentos de carga e o ritmo de lavra para uma única ordem de produção e faz uso de informações atualizadas das operações da mina, como:

- Os desvios dos teores contidos em relação aos valores impostos para a qualidade do ROM;
- A produção global de minério e estéril, importantes para o atendimento da REM;
- A localização atual dos equipamentos de carga, para o cálculo da distância percorrida por cada equipamento.

O segundo modelo, utilizado para gerar um plano de lavra definido em um horizonte de planejamento finito, considera um conjunto de relações de precedência para avaliar se um bloco pode ou não ser lavrado em qualquer período, verificando se os blocos precedentes já foram lavrados em períodos anteriores.

É importante observar que esse conjunto de restrições aumenta de modo significativo a complexidade do modelo, quando comparado ao modelo *on-line*, que possui como parâmetro de entrada apenas os blocos considerados lavráveis em cada período. Isso ocorre porque esse tipo de restrição engloba os dois aspectos complicantes relacionados ao problema de seqüenciamento de lavra, ou seja, o espaço e o tempo: é preciso definir “quais” blocos devem ser lavrados no horizonte de planejamento e a escolha de “quando

lavar” cada bloco influencia diretamente na primeira escolha, em função da necessidade de lavar blocos de níveis superficiais para possibilitar o acesso os níveis mais profundos da mina, que apresentam em geral parâmetros de qualidade mais atrativos.

### 3.1.1 Modelo *on-line* para o POLAEC

O modelo *on-line*, como dito anteriormente, considera informações atualizadas da mina e do controle da produção. Desse modo, as mineradoras que utilizam sistemas de informação e de comunicação remota podem se beneficiar da sua utilização, uma vez que é possível obter os dados necessários e transmitir as ordens de deslocamento e de lavra em tempo real.

Um modelo como este facilita o controle da produção, pois se tem uma avaliação, a cada período, do andamento das atividades e qualquer desvio que ocorra na execução das operações previstas é transmitido ao modelo, permitindo um ajuste imediato do plano às necessidades de produção da mina.

Para esse modelo, apresentado por meio das equações (3.02) a (3.28), são necessários os seguintes parâmetros de entrada:

#### Dados da Mina:

- $B'$  : Conjunto de índices dos blocos lavráveis da mina
- $R$  : Conjunto de coordenadas para representação do modelo geológico
- $V$  : Conjunto de variáveis químicas para controle da qualidade
- $T_{vb}$  : Teor da variável química de controle  $v$  no bloco  $b$  (%)
- $p_{br}$  : Posição do bloco  $b$  em relação à coordenada  $r$  no modelo geológico

#### Dados dos Equipamentos de Carga:

- $I$  : Conjunto de equipamentos de carga disponíveis
- $po_r^i$  : Posição inicial do equipamento de carga  $i$  em relação à coordenada  $r$
- $P_{\min}^i$  : Produção horária mínima para operação do equipamento  $i$  (t/h)
- $P_{\max}^i$  : Produção horária máxima para operação do equipamento  $i$  (t/h)

#### Conjunto de Metas e Requisitos de Operação:

- $tc$  : Teor de corte (%)
- $Pr$  : Produção mínima de minério requerida (t/h)



- $T_{\min_v}$  : Teor mínimo recomendado para a variável química  $v$  no ROM (%)
- $T_{\max_v}$  : Teor máximo recomendado para a variável química  $v$  no ROM (%)
- $REM$  : REM requerida
- $d_{\max_r}$  : Número máximo de deslocamentos permitidos para os equipamentos de carga em relação à coordenada  $r$
- $NNLS$  : Número máximo de níveis da mina que podem ser lavrados simultaneamente

Dados de Acompanhamento da Produção:

- $PM$  : Produção de minério acumulada (t)
- $PE$  : Produção de estéril acumulada (t)
- $DTA_v$  : Desvio de teor acumulado para a variável química de controle  $v$  (%)

Conjunto de Penalidades a Serem Aplicadas:

- $\alpha_v^-$  : Penalidade por desvio negativo em relação ao limite inferior da variável  $v$
- $\alpha_v^+$  : Penalidade por desvio positivo em relação ao limite superior da variável  $v$
- $\beta^-$  : Penalidade por desvio negativo em relação à REM
- $\beta^+$  : Penalidade por desvio positivo em relação à REM
- $\gamma_r$  : Custo de deslocamento para os equipamentos de carga em relação à coordenada  $r$

E são consideradas as seguintes variáveis:

- $P_b$  : Produção horária no bloco  $b$  (t/h)
- $y_b^i$  :  $\begin{cases} 1, \text{ se o equipamento de carga } i \text{ for alocado ao bloco } b \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
- $d_r^i$  : Número de deslocamentos realizado pelo equipamento de carga  $i$  em relação à coordenada  $r$
- $nMin$  : Número do menor nível com equipamento de carga alocado
- $nMax$  : Número do maior nível com equipamento de carga alocado
- $dN$  : Diferença entre o maior e o menor nível com equipamento de carga alocado
- $dT_v^-$  : Desvio negativo em relação ao teor mínimo recomendado para a variável  $v$
- $dT_v^+$  : Desvio positivo em relação ao teor máximo recomendado para a variável  $v$
- $fT_v^-$  : Folga de qualidade em relação ao teor mínimo recomendado para a variável  $v$
- $fT_v^+$  : Folga de qualidade em relação ao teor máximo recomendado para a variável  $v$

$dREM^-$  : Desvio negativo em relação à REM requerida

$dREM^+$  : Desvio positivo em relação à REM requerida

Formulação matemática do modelo on-line para o POLAEC:

$$\begin{aligned}
Max z &= \sum_{b \in B'} P_b \\
&- \sum_{v \in V} \alpha_v^- \times dT_v^- - \sum_{v \in V} \alpha_v^+ \times dT_v^+ \\
&- \beta^- \times dREM^- - \beta^+ \times dREM^+ \\
&- \sum_{r \in R} \gamma_r \sum_{i \in I} d_r^i
\end{aligned} \tag{3.02}$$

Sujeito a:

$$\sum_{b \in B'} y_b^i = 1 \quad \forall i \in I \tag{3.03}$$

$$\sum_{i \in I} y_b^i \leq 1 \quad \forall b \in B \tag{3.04}$$

$$d_r^i = \left| \sum_{b \in B'} p_{br} \times y_b^i - po_r^i \right| \quad \forall i \in I, \forall r \in R \tag{3.05}$$

$$d_r^i \leq d \max_r \quad \forall i \in I, \forall r \in R \tag{3.06}$$

$$P_b - \sum_{i \in I} y_b^i \times P \min^i \geq 0 \quad \forall b \in B \tag{3.07}$$

$$\sum_{i \in I} y_b^i \times P \max^i - P_b \geq 0 \quad \forall b \in B \tag{3.08}$$

$$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \geq Pr \tag{3.09}$$

$$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} T_{vb} \times P_b - T \min_v \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b + DTA_v + dT^- - fT^- = 0 \quad \forall v \in V \tag{3.10}$$

$$T \max_v \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b - \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} T_{vb} \times P_b + DTA_v + dT^+ - fT^+ = 0 \quad \forall v \in V \tag{3.11}$$

$$(PE + \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} < tc}} P_b) - REM \times (PM + \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b) + dREM^- - dREM^+ = 0 \tag{3.12}$$

$$nMin = \lfloor H^i \rfloor \quad \forall i \in I \tag{3.13}$$

$$nMax \geq \lceil H^i \rceil \quad \forall i \in I \tag{3.14}$$

$$dN = nMax - nMin \tag{3.15}$$

$$dN \leq NNLS \quad (3.16)$$

$$P_b \geq 0 \quad \forall b \in B \quad (3.17)$$

$$y_b^i \in \{0,1\} \quad \forall b \in B, \forall i \in I \quad (3.18)$$

$$d_r^i \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall r \in R \quad (3.19)$$

$$nMin \geq 0 \quad (3.20)$$

$$nMax \geq 0 \quad (3.21)$$

$$dN \geq 0 \quad (3.22)$$

$$dT_v^- \geq 0 \quad \forall v \in V \quad (3.23)$$

$$dT_v^+ \geq 0 \quad \forall v \in V \quad (3.24)$$

$$fT_v^- \geq 0 \quad \forall v \in V \quad (3.25)$$

$$fT_v^+ \geq 0 \quad \forall v \in V \quad (3.26)$$

$$dREM^- \geq 0 \quad (3.27)$$

$$dREM^+ \geq 0 \quad (3.28)$$

A função objetivo por metas (3.02) é composta por parcelas que visam à maximização da produção horária dos equipamentos de carga nos blocos em que foram alocados, à minimização dos desvios em relação às metas estabelecidas para a qualidade do ROM, à minimização dos desvios em relação à REM requerida e a minimização dos deslocamentos dos equipamentos de carga, respectivamente.

A primeira parcela, referente à maximização da produção dos equipamentos de carga, foi utilizada anteriormente nos trabalhos de Pinto & Merschmann (2001) e Merschmann (2002). Optou-se pelo seu uso, apesar das demais parcelas da função objetivo serem de minimização, pela existência dos limites  $P_{\min}^i$  e  $P_{\max}^i$ , o que permitiria que essa produção horária assumisse, em alguns casos, valores próximos aos limites inferiores, para diminuição das penalidades impostas ao modelo.

As parcelas de penalização por desvios de qualidade foram anteriormente consideradas nos trabalhos de Costa et al. (2004), Costa (2005), Costa et al. (2005), Moraes (2005) e Moraes et al. (2006). Porém, é importante observar que estas penalidades, no presente trabalho, se aplicam a conceitos distintos de desvios em relação aos demais trabalhos citados. Nos três primeiros, essas penalidades se relacionam aos desvios computados para valores de teor contido entre uma meta estabelecida e um limite superior

admissível ( $dT_v^+$ ) ou entre a meta e um limite inferior admissível ( $dT_v^-$ ). Já nos trabalhos de Moraes (2005) e Moraes et al. (2006), consideram-se ainda limites considerados recomendáveis para a concentração dos parâmetros de controle e as penalidades, quando aplicadas, são referentes às diferenças encontradas entre os limites recomendáveis e os limites admissíveis.

Neste trabalho, optou-se por considerar os limites  $T_{\min_v}$  e  $T_{\max_v}$  como limites recomendáveis para o teor contido na mistura, no sentido de que a violação das respectivas restrições não gera soluções inviáveis, aplicando-se as penalidades aos desvios  $dT_v^-$  ou  $dT_v^+$  apenas para valores abaixo de  $T_{\min_v}$  ou acima de  $T_{\max_v}$ , respectivamente. Na prática, essa abordagem se torna útil quando são utilizadas pilhas de homogeneização, pois, a rigor, a qualidade deve ser controlada apenas para os lotes de produção, enquanto as concentrações instantâneas podem ser desprezadas, sem prejuízo de generalização.

Da mesma forma, a restrição que obriga o cumprimento da REM requerida também foi relaxada e os desvios  $dREM^-$  ou  $dREM^+$ , se encontrados, penalizados.

As parcelas referentes às penalizações dos deslocamentos dos equipamentos de carga foram introduzidas para induzir o modelo à escolha de blocos próximos à localização inicial fornecida para os equipamentos carga, sempre que possível, para atender às metas de qualidade.

Essa estratégia é vantajosa e semelhante à utilizada em situações reais, uma vez que a tendência é manter um equipamento de carga alocado a uma frente de lavra o maior tempo possível, lavrando um número significativo de blocos adjacentes, ou seja, pertencentes à mesmas frentes de lavra. Ainda, a fim de representar situações reais, foram colocados custos distintos para as três dimensões de representação do modelo geológico, possibilitando uma penalização maior às alocações que levem a um aprofundamento indesejável da cava.

Da forma como foi representada, a função objetivo pode assumir valores negativos nos casos em que as penalidades aplicadas superarem em valor absoluto a quantidade de material lavrado, porém esse fato não possui nenhum significado real na prática.

As restrições do modelo podem ser classificadas em três grupos distintos. O primeiro grupo, composto pelas restrições de (3.03) a (3.06), se refere à alocação e aos deslocamentos dos equipamentos de carga. Justifica-se a inclusão dessas restrições pela utilização de uma malha mais detalhada da mina, quando comparada aos modelos que

utilizam o conceito de frentes de lavra, a fim de se evitar deslocamentos desnecessários em função do grande número de opções possíveis para ajuste das metas de qualidade estabelecidas.

As restrições (3.03) e (3.04) são referentes à atribuição dos equipamentos de carga aos blocos do modelo geológico. As primeiras obrigam a alocação de todos os equipamentos de carga disponíveis, cada um a um único bloco. Enquanto isso, as últimas permitem que apenas um equipamento de carga seja alocado a cada bloco da mina, impedindo assim, que dois ou mais equipamentos lavrem um mesmo bloco no mesmo período. Vale observar que esse conjunto de restrições está relacionado ao problema clássico de designação, que possui matriz totalmente unimodular.

A seguir, são consideradas restrições de deslocamentos dos equipamentos de carga em relação à numeração dos blocos no modelo geológico. As restrições (3.05) têm por função determinar o número de deslocamentos entre linha, coluna e nível, respectivamente, para todos os equipamentos de carga. Enquanto que as restrições (3.06) limitam o espaço de viabilidade das soluções ao estabelecer um número máximo de deslocamentos permitidos em cada uma das direções do modelo geológico.

Embora essa premissa do modelo seja utilizada com frequência na prática, é importante lembrar que os deslocamentos representados no modelo não têm necessariamente uma relação com as distâncias percorridas por esses equipamentos na mina, pois não representam possíveis rotas de circulação de equipamentos, como já foi discutido anteriormente.

O segundo grupo de restrições se relaciona às principais operações de lavra e aos seus valores definidos como metas. As restrições (3.07) e (3.08) obrigam as produções horárias de material nos blocos a estarem entre os limites mínimo ( $P_{\min}^i$ ) e máximo ( $P_{\max}^i$ ) permitidos para os equipamentos alocados a cada bloco. Em geral, os limites mínimos são estabelecidos com base nos custos de operação de cada equipamento e os limites máximos estão relacionados às recomendações de uso contidas nos manuais dos fabricantes. Porém, o limite superior também pode considerar perdas de produção ocasionadas por pequenos tempos de paradas por quebra e manutenção, que podem ser determinados a partir dos registros históricos de cada equipamento.

A restrição (3.09) garante uma produção de minério mínima. Essa restrição leva a uma proporção de lavra mais ou menos constante, entre minério e estéril, ao longo do horizonte de planejamento. Isso impede estratégias operacionais emergenciais e,

geralmente predatórias, de se lavar somente minério ou estéril por um longo período de tempo.

Em (3.10) e (3.11) são descritas as restrições de qualidade para a mistura de minério lavado, medindo-se os desvios em relação aos limites estabelecidos para as variáveis químicas de controle consideradas. Essas restrições são baseadas na equação (3.29), publicada por Pinto & Merschmann (2001):

$$T \min_v \leq \frac{\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb}}{\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b} \leq T \max_v \quad \forall v \in V \quad (3.29)$$

Que deve ser separada, gerando as equações (3.30) e (3.31):

$$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} T_{vb} \times P_b - T \min_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \geq 0 \quad \forall v \in V \quad (3.30)$$

$$T \max_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b - \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} \geq 0 \quad \forall v \in V \quad (3.31)$$

A inserção de variáveis de desvio,  $dT_v^-$  e  $fT_v^-$ , na equação (3.30), e de  $dT_v^+$  e  $fT_v^+$ , na equação (3.31), serve para computar os desvios de teores apurados em relação aos limites inferiores e superiores admissíveis na mistura, respectivamente, como mostrado nas equações (3.32) e (3.33).

$$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} T_{vb} \times P_b - T \min_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b + dT_v^- - fT_v^- = 0 \quad \forall v \in V \quad (3.32)$$

$$T \max_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b - \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} T_{vb} \times P_b + dT_v^+ - fT_v^+ = 0 \quad \forall v \in V \quad (3.33)$$

As variáveis  $dT_v^-$  e  $dT_v^+$  constituem os desvios de interesse para penalização, pois representam as diferenças entre o teor contido apurado para a mistura e o limite admissível a que se referem. As variáveis de  $fT_v^-$  e  $fT_v^+$  são variáveis de folga para manter a igualdade das equações. De acordo com os teores dos blocos escolhidos, são possíveis cinco situações, como mostrado na tabela 3.1.

Deve-se observar que, ao contrário dos trabalhos de Costa et al. (2004), Costa (2005), Costa et. al (2005) que também utilizam variáveis para quantificar os desvios de qualidade, mas consideram o atendimento desses limites como requisitos essenciais, ou seja, requisitos que se não atendidos geram soluções inviáveis, optou-se pela sua consideração como requisitos não essenciais, sendo apenas penalizados quando não

cumpridos. Essa abordagem é mais realística, pois na prática, nem sempre os critérios de qualidade podem ser atendidos em todos os períodos de tempo.

**Tabela 3.1: Possibilidades de penalização para a qualidade do ROM**

Qualidade do ROM	Variáveis de Desvio e de Folga	Penalidade Aplicada
$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} < T \min_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$	$dT_v^- = \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} - T \min_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$ $fT_v^- = 0 \quad dT_v^+ = 0$ $fT_v^+ = T \max_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b - \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb}$	$\alpha_v^- \times dT_v^-$
$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} = T \min_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$	$dT_v^- = 0 \quad fT_v^- = 0 \quad dT_v^+ = 0$ $fT_v^+ = (T \max_v - T \min_v) \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$	Nula
$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} > T \min_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$ $\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} < T \max_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$	$fT_v^- = \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} - T \min_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$ $dT_v^- = 0 \quad dT_v^+ = 0$ $fT_v^+ = T \max_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b - \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb}$	Nula
$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} = T \max_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$	$dT_v^- = 0 \quad dT_v^+ = 0 \quad fT_v^+ = 0$ $fT_v^- = (T \max_v - T \min_v) \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$	Nula
$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} > T \max_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$	$fT_v^- = \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} - T \min_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$ $dT_v^- = 0 \quad fT_v^+ = 0$ $dT_v^+ = \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \times T_{vb} - T \max_v \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b$	$\alpha_v^+ \times dT_v^+$

A estas equações, também foi adicionado o parâmetro  $DTA_v$ , que contém informações atualizadas em relação aos desvios acumulados em períodos anteriores de lavra, para que seja possível corrigi-los, caso existam, com a execução do modelo. Chegando, por fim, às equações (3.10) e (3.11), mostradas na formulação matemática.

A restrição (3.12) computa os desvios em relação à REM requerida. Essa restrição, assim como as duas anteriores, também foi modificada dos modelos de Pinto & Merschmann (2001) e difere da restrição utilizada com os mesmos propósitos nos trabalhos de Costa et al (2004), Costa (2005), Costa et. al (2005), que obrigam o cumprimento dessa restrição. As equações (3.34) e (3.35) representam a equação original, na forma relacional, e na forma de produto, mais comumente encontrada nos trabalhos revisados.

$$\frac{\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} < tc}} P_b}{\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b} \geq REM \quad (3.34)$$

$$\sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} < tc}} P_b - REM \times \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b \geq 0 \quad (3.35)$$

Os termos *PE* e *PM* adicionados à produção de estéril e de minério calculadas no modelo, servem para correção dos desvios de REM acumulados, como forma de corrigir desvios existentes e provenientes de ordens de lavra de períodos passados. É fácil perceber que, pela inserção destas variáveis e dos desvios  $dREM^-$  e  $dREM^+$ , chega-se à equação (3.12), mostrada na formulação matemática do problema.

O principal motivo para se tratar o cumprimento da REM como requisito não essencial é que, na prática, a lavra simultânea de minério e estéril não tem contribuição direta na composição dos lucros obtidos, mas está relacionada à liberação de novas frentes de lavra, aqui tratadas como conjuntos de blocos, aumentando as possibilidades de blendagem e mantendo as condições de uma lavra não predatória.

Outro fator que deve ser considerado em relação à alocação dos equipamentos de carga é o número de níveis da mina lavrados simultaneamente. Esta restrição, representada pelas equações (3.13) a (3.16), têm por objetivo reduzir o aprofundamento indesejável da cava. Também foi considerada por Pegman et al (1996) e descrita por Caccetta & Hill (2003). Em (3.15), computa-se a diferença entre o maior nível com equipamento alocado, definido por (3.14), e o menor, mostrado em (3.13), restringindo-se o valor encontrado pela restrição (3.16).

Por fim, o terceiro e último conjunto de restrições, representado de (3.17) a (3.28), define os domínios das variáveis. Observa-se, que o número de variáveis inteiras é significativamente elevado, como na maioria das formulações utilizadas para planejamento de operações em minas a céu aberto. Para um modelo geológico com  $nB'$  blocos lavráveis



e  $nI$  equipamentos de carga, existem  $nB' \times nI$  variáveis inteiras e são possíveis  $C_{nB', nI}$  alocações para os equipamentos de carga.

Além da estrutura do problema da designação, já comentada para as restrições (3.03) e (3.04), é possível observar que o modelo proposto apresenta estrutura do problema da mochila inteira múltipla, como nos casos dos problemas de planejamento operacional em minas a céu aberto (COSTA, 2005). Cada equipamento de carga pode ser visto como uma mochila, enquanto os blocos do modelo geológico são objetos para serem escolhidos, de acordo com o benefício que proporcionem em termos de produção de minério, qualidade do ROM, da REM e do número de deslocamentos necessários para alcançá-los. Dessa forma, pode-se afirmar que o problema apresentado pertence à classe NP-difícil.

### 3.1.2 Modelo de planejamento para o POLAEC

Esse modelo difere do primeiro por representar, dentro de um horizonte de planejamento discretizado em períodos, a seqüência ótima de alocações dos equipamentos de carga e as quantidades de material lavrado em cada bloco, expressa em toneladas e não mais em termos das produções horárias dos equipamentos de carga.

E em relação aos parâmetros de entrada, este modelo considera todos os blocos contidos no modelo geológico, ou seja,  $nL \times nC \times nH$  blocos, tornando as instâncias de teste significativamente maiores do que as utilizadas pelo modelo *on-line*, que na primeira ordem possui  $nL \times nC$  blocos lavráveis, pois a partir do segundo nível, os blocos estão impedidos pelos blocos do primeiro nível.

O modelo utiliza, como um dos parâmetros de entrada, uma matriz de adjacências para representação das relações de precedência para a retirada dos blocos. A tabela 3.2 mostra o número de vizinhos precedentes e as posições relativas dos blocos precedentes quando se consideram ângulos de talude de 30°, 45° e 60°. À medida que os blocos vão sendo lavrados, essa precedência deve ser reavaliada, para determinar os blocos lavráveis em cada período do planejamento.

Para se evitar a repetição de conceitos, serão apresentados, a seguir, dados que devem ser acrescentados ao modelo *on-line* para a execução do modelo de planejamento, representado por meio das equações (3.36) a (3.78). É importante observar a diferença entre os conjuntos  $B$ , de todos os blocos da mina, necessários ao modelo de planejamento e o conjunto  $B' \subset B$ , de blocos lavráveis, utilizado na formulação anterior.

**Tabela 3.2: Relações de precedência de lavra**

Ângulos de Talude	Número de Vizinhos Precedentes	Coordenadas dos Vizinhos Precedentes
30°	25	
45°	9	
60°	5	

Dados da Mina:

$B$  : Conjunto de índices de todos os blocos da mina

$M_b$  : Massa inicial do bloco  $b$

Conjunto de Metas e Requisitos de Operação:

$K$  : Conjunto de índices para todos os períodos de planejamento

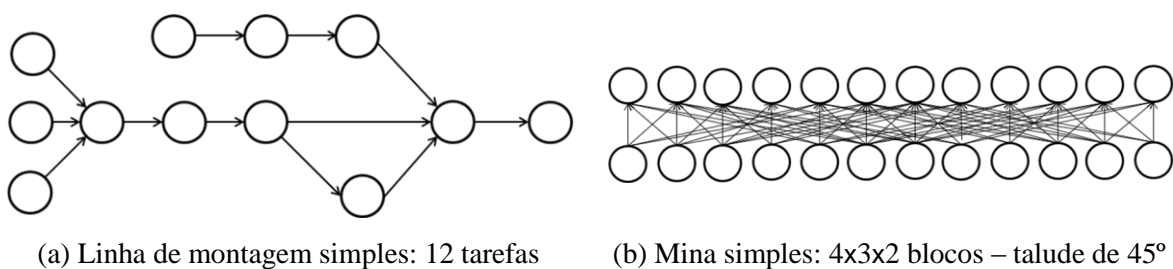
$g_{qb}$  : Matriz binária que indica a precedência para retirada dos blocos de material na mina, mantendo-se ângulos de talude adequados (o bloco  $q$  deve ser retirado antes de  $b$ )

$G$  : Massa do número máximo de blocos  $q$  que devem ser retirados antes de  $b$  para manutenção dos ângulos de talude adequados (t)

A matriz binária  $g_{qb}$ , como já foi comentado, é uma matriz de adjacências, que representa as regras para a manutenção de ângulos de talude seguros, a partir de imposições determinadas pelo estudo geológico do terreno da mina. Como o número de vizinhos precedentes para cada bloco varia com os ângulos de talude requeridos, a densidade da matriz também varia com esse dado de entrada.

No entanto, é possível perceber que a densidade da matriz, neste caso, é significativamente maior do que se observa em matrizes de adjacência que são utilizadas para a representação de precedências em outros problemas de otimização, como o balanceamento de linha e a programação de projetos. Nesses problemas, existem algumas tarefas que dependem da conclusão de outras para se iniciarem. No POLAEC, a partir do 2º nível, todos os blocos precisam que no mínimo outros 5 sejam lavrados para que ele esteja liberado, quando os ângulos de talude são de 60°, desconsiderando-se as exceções nas fronteiras da área da mina.

A figura 3.4 ilustra essa diferença em função do número de arcos nas árvores de precedências. Para se utilizar o mesmo grau de comparação, tanto na figura 3.4a quanto na figura 3.4b, apenas 12 nós, representando tarefas e blocos da mina, respectivamente, podem possuir arcos de precedência. Nota-se que, enquanto na figura 3.4a uma tarefa pode ser precedida por até 3 tarefas, na figura 3.4b, um bloco é precedido por, no mínimo 4 e no máximo 9 blocos.



**Figura 3.4: Exemplos de árvores de precedência**

Da mesma forma como a matriz  $g_{qb}$ , o parâmetro  $G$  (*big M*) também deve ser ajustado de acordo com as relações de precedência para a retirada dos blocos. Sugere-se a maior massa que deve ser lavrada para liberar um bloco em função das relações de precedência estabelecidas, pela sua ligação direta com o problema físico real.

Como o modelo apresentado possui múltiplos períodos, são apresentadas, a seguir, todas as variáveis do modelo, mesmo aquelas contidas na formulação anterior. Em relação às variáveis novas, é importante comentar que as variáveis  $v_b^k$  e  $w_b^k$  servem à avaliação das condições de precedência de retirada dos blocos, segundo as restrições de manutenção dos ângulos de talude adequados, de acordo com a matriz  $g_{qb}$ .

Primeiramente, a massa existente de todos os blocos precedentes é somada e armazenada na variável contínua  $v_b^k$  em cada período  $k$ . Se essa massa for igual a zero, significa ou que o bloco não possui blocos precedentes ou que todos os blocos precedentes já foram lavrados em períodos anteriores. Assim, o bloco está liberado e a variável  $w_b^k$  correspondente também terá valor igual a zero. Caso contrário, o bloco está impedido e a variável  $w_b^k$  assume valor igual a um.

As variáveis  $t^k$ ,  $x_b^k$  e  $M_b^k$  também foram incluídas em função da consideração do caráter dinâmico do modelo. As demais variáveis, com exceção de  $dREM^-$  e de  $dREM^+$ , recebem o índice  $k$ , variando também com a ordem de produção ou período de planejamento. Dessa forma, o número de variáveis do modelo cresce de forma explosiva em relação ao modelo *on-line*, pois o número de variáveis binárias passa de  $nB \times nI$  para  $nB \times nK(nI + 1)$ , lembrando que  $nB \gg nB'$ .

$v_b^k$	:	$\begin{cases} 0, \text{ se o bloco } b \text{ pode ser lavrado no período } k \\ > 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
$w_b^k$	:	$\begin{cases} 0, \text{ se o bloco } b \text{ pode ser lavrado no período } k \\ 1, \text{ caso contrário} \end{cases}$
$t^k$	:	Duração do período $k$
$x_b^k$	:	Quantidade de minério retirado do bloco $b$ no período $k$ (t)
$M_b^k$	:	Massa do bloco $b$ no período $k$ (t)
$P_b^k$	:	Produção horária no bloco $b$ no período $k$ (t/h)
$y_b^{ik}$	:	$\begin{cases} 1, \text{ se o equipamento de carga } i \text{ está alocado bloco } b \text{ no período } k \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
$d_r^{ik}$	:	Deslocamento do equipamento $i$ em relação à coordenada $r$ no período $k$
$nMin^k$	:	Número do menor nível com equipamento de carga alocado no período $k$

- $nMax^k$  : Número do maior nível com equipamento de carga alocado no período  $k$   
 $dN^k$  : Diferença entre o maior e o menor nível com equipamento de carga alocado no período  $k$   
 $dT_v^{k-}$  : Desvio negativo em relação ao teor mínimo recomendado para a variável  $v$  no período  $k$   
 $dT_v^{k+}$  : Desvio positivo em relação ao teor máximo recomendado para a variável  $v$  no período  $k$   
 $fT_v^{k-}$  : Folga de qualidade em relação ao teor mínimo recomendado para a variável  $v$  no período  $k$   
 $fT_v^{k+}$  : Folga de qualidade em relação ao teor máximo recomendado para a variável  $v$  no período  $k$   
 $dREM^-$  : Desvio negativo em relação à relação estéril-minério requerida  
 $dREM^+$  : Desvio positivo em relação à relação estéril-minério requerida

Na apresentação da formulação matemática, as restrições também serão repetidas, para facilitar a visualização do modelo.

$$\begin{aligned}
 Max \ z \quad = \quad & \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} x_b^k \\
 & - \sum_{k \in K} \sum_{v \in V} \alpha^- \times dT_v^{k-} - \sum_{k \in K} \sum_{v \in V} \alpha^+ \times dT_v^{k+} \\
 & - \beta^- \times dREM^- - \beta^+ \times dREM^+ \\
 & - \gamma_r \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{r \in R} d_r^{ik}
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Sujeito a:

$$\sum_{b \in B'} y_b^{ik} = 1 \quad \forall i \in I, \forall k \in K \tag{3.37}$$

$$\sum_{i \in I} y_b^{ik} \leq 1 \quad \forall b \in B, \forall k \in K \tag{3.38}$$

$$d_r^{ik} = \left| \sum_{b \in B} p_{br} \times y_b^{ik} - p o_r^i \right| \quad \forall i \in I, k=1 \tag{3.39}$$

$$d_r^{ik} = \left| \sum_{b \in B} p_{br} \times y_b^{ik} - \sum_{b \in B} p_{br} \times y_b^{ik-1} \right| \quad \forall i \in I, k>1 \tag{3.40}$$

$$d_r^{ik} \leq d \max_r \quad \forall i \in I, \forall r \in R, \forall k \in K \tag{3.41}$$

$$v_b^k - \sum_{q \in B} g_{qb} \times M_q = 0 \quad \forall b \in B, k=1 \quad (3.42)$$

$$v_b^k - \sum_{q \in B} g_{qb} \times M_q^{k-1} = 0 \quad \forall b \in B, k>1 \quad (3.43)$$

$$v_b^k \geq w_b^k \quad \forall b \in B, k \in K \quad (3.44)$$

$$v_b^k \leq G \times w_b^k \quad \forall b \in B, k \in K \quad (3.45)$$

$$\sum_{s \in K/s \leq k} x_b^s \leq M_o_b \times (1 - w_b^k) \quad \forall b \in B, k \in K \quad (3.46)$$

$$P_b^k \geq \sum_{i \in I} y_b^{ik} \times P \min^i \quad \forall b \in B, k \in K \quad (3.47)$$

$$P_b^k \leq \sum_{i \in I} y_b^{ik} \times P \max^i \quad \forall b \in B, k \in K \quad (3.48)$$

$$\sum_{\substack{b \in B, \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b^k \geq \text{Pr} \quad \forall k \in K \quad (3.49)$$

$$t^k = \left\lfloor \frac{M_b}{P_b^k} \right\rfloor \quad \forall b \in B, k=1 \quad (3.50)$$

$$t^k = \left\lfloor \frac{M_b^{k-1}}{P_b^k} \right\rfloor \quad \forall b \in B, k>1 \quad (3.51)$$

$$x_b^k = P_b^k \times t^k \quad \forall b \in B, \forall k \in K \quad (3.52)$$

$$M_b^k = M_b - x_b^k \quad \forall b \in B, k=1 \quad (3.53)$$

$$M_b^k = M_b^{k-1} - x_b^k \quad \forall b \in B, k>1 \quad (3.54)$$

$$\sum_{\substack{b \in B, \\ T_{Fe} \geq tc}} T_{vb} \times P_b^k - T \min_v \sum_{\substack{b \in B, \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b^k + DTA_v + dT_v^{k-} - fT_v^{k-} = 0 \quad \forall v \in V, \forall k \in K \quad (3.55)$$

$$T \max_v \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b^k - \sum_{\substack{b \in B', \\ T_{Fe} \geq tc}} T_{vb} \times P_b^k + DTA_v + dT_v^{k+} - fT_v^{k+} = 0 \quad \forall v \in V, \forall k \in K \quad (3.56)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{b \in B, \\ T_{Fe} < tc}} P_b^k - REM \times \sum_{k \in K} \sum_{\substack{b \in B, \\ T_{Fe} \geq tc}} P_b^k + dREM^- - dREM^+ = 0 \quad (3.57)$$

$$N \min^k = \left\lfloor H^{ik} \right\rfloor \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (3.58)$$

$$N \max^k = \left\lceil H^{ik} \right\rceil \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (3.59)$$

$$dN^k = N \max^k - N \min^k \quad \forall k \in K \quad (3.60)$$

$$dN^k \leq NNLS \quad \forall k \in K \quad (3.61)$$

$$v_b^k \geq 0 \quad \forall b \in B, \forall k \in K \quad (3.62)$$

$$w_b^k \in \{0,1\} \quad \forall b \in B, \forall k \in K \quad (3.63)$$

$$t^k \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall k \in K \quad (3.64)$$

$$x_b^k \geq 0 \quad \forall b \in B, \forall k \in K \quad (3.65)$$

$$M_b^k \geq 0 \quad \forall b \in B, \forall k \in K \quad (3.66)$$

$$P_b \geq 0 \quad \forall b \in B \quad (3.67)$$

$$y_b^{ik} \in \{0,1\} \quad \forall b \in B, \forall i \in I, \forall k \in K \quad (3.68)$$

$$d_r^{ik} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall r \in R, \forall k \in K \quad (3.69)$$

$$N \min^k \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (3.70)$$

$$N \max^k \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (3.71)$$

$$dN^k \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (3.72)$$

$$dT_v^{k-} \geq 0 \quad \forall v \in V, \forall k \in K \quad (3.73)$$

$$dT_v^{k+} \geq 0 \quad \forall v \in V, \forall k \in K \quad (3.74)$$

$$fT_v^{k-} \geq 0 \quad \forall v \in V, \forall k \in K \quad (3.75)$$

$$fT_v^{k+} \geq 0 \quad \forall v \in V, \forall k \in K \quad (3.76)$$

$$dREM^- \geq 0 \quad (3.77)$$

$$dREM^+ \geq 0 \quad (3.78)$$

Para esse modelo, é possível comentar três grupos de restrições novas, isto é, que diferenciam o modelo da abordagem *on-line*, apresentada na seção anterior. As demais restrições, comuns aos dois modelos, não serão explicadas novamente, pois sofreram pequenas adaptações, para sua consideração em cada ordem de produção  $k$ , ao longo do horizonte de planejamento.

O primeiro grupo, formado pelas equações (3.42) a (3.46), representa as relações de precedência para a retirada dos blocos da mina. Nas equações (3.42) e (3.43), a variável  $v_b^k$  armazena a massa, em cada ordem de produção, de todos os blocos precedentes ao bloco  $b$  no período  $k$ , segundo as regras contidas na matriz  $g_{qb}$ . Em (3.42), como se trata do primeiro período de planejamento  $k = 1$ , as variáveis  $v_b^k$  computam as massas de todos os blocos precedentes do bloco  $b$ . Para os demais períodos, descritos em (3.43), podem ser

descritos dois casos em que o bloco está liberado. O primeiro se refere a quando o bloco não possui blocos precedentes, ou seja, todas as linhas referentes à coluna  $b$  possuem valor igual a zero, o que também é válido para  $k = 1$ . Ou quando todos os blocos precedentes já tiverem sido lavrados em ordens anteriores, caso em que todas as massas  $M_q^{k-1}$  forem iguais a zero.

As restrições (3.44) e (3.45) relacionam a variável contínua  $v_b^k$  em uma variável binária  $w_b^k$ , que significa que o bloco  $b$  está liberado para lavra no período  $k$  se não estiver impedido ( $w_b^k=0$ ). A constante  $G$  deve ser ajustada como um número grande, podendo-se utilizar como referência a maior massa que deve ser retirada para liberação de qualquer bloco da mina, conforme já comentado.

O segundo grupo de restrições, formado pelas restrições (3.50) e (3.51), serve ao cálculo da duração de cada período do planejamento, isto é, a duração de uma ordem de produção. Nota-se que, para o segundo período de planejamento em diante, ou seja, equações (3.51), essas restrições são não-lineares, pois estabelecem uma relação entre duas variáveis, a massa dos blocos no período anterior ( $M_b^{k-1}$ ) e a produção horária dos equipamentos de carga no período atual ( $P_b^k$ ).

O terceiro grupo tem por função acoplar as restrições de precedência, de duração dos períodos de planejamento e a produção dos equipamentos de carga. Para isso, foi necessário introduzir a variável  $x_b^k$ , que representa a quantidade de material retirado do bloco  $b$  no período  $k$ .

As restrições (3.46) geram limites de produção para a produção dos equipamentos de carga em cada bloco, definidos como zero para os blocos impedidos ou iguais à massa do bloco, caso estes estejam liberados. Mas esses limites também são definidos pelas capacidades horárias de produção dos equipamentos, mostrados nas restrições (3.47) e (3.48).

As equações definidas em (3.52), também não-lineares, calculam a quantidade de material retirado de cada bloco que, por sua vez, são utilizadas para o cálculo das massas restantes nos blocos utilizando-se as equações (3.53) e (3.54), fechando o ciclo.

Os domínios das novas variáveis são definidos nas equações (3.62) a (3.66).

Quando comparado ao modelo *on-line*, o modelo de planejamento para o POLAEC apresenta as seguintes particularidades, que dificultam ainda mais a sua utilização na prática:



- Aumento muito significativo da escala do problema, não só pela inclusão dos índices referentes aos período de planejamento  $k$ , mas também pela consideração do conjunto  $B$  de todos os blocos da mina, deixando implícitas as decisões de “liberar ou não um bloco para a lavra” e “quando é necessário que cada bloco esteja liberado”, a fim de possibilitar melhorias na função objetivo;
- Inclusão de restrições não lineares, que impedem a resolução do modelo utilizando os principais *softwares* de otimização usados nos meios acadêmico e empresarial;
- A penalização dos desvios apurados para a REM para todo o horizonte de planejamento, aumentando a dependência entre as decisões de alocação dos equipamentos de carga e da determinação do ritmo de produção em todos os períodos  $k$  do horizonte estabelecido.

Apesar dessas dificuldades, o modelo de planejamento para o POLAEC apresenta grande capacidade de representação do problema real. Por isso, motivou a construção de uma heurística construtiva, que realiza a otimização seqüencial para cada horizonte de planejamento utilizando o modelo *on-line*, possibilitando a obtenção de soluções aproximadas para o problema de planejamento.

### **3.2 Planejamento de Operações de Lavra com Alocação de Equipamentos de Carga e de Transporte**

O POLAECT é uma extensão do POLAEC, que considera a alocação de caminhões aos equipamentos de carga alocados aos blocos da mina, fornecendo uma previsão do número de caminhões necessários ao atendimento da produção.

Na prática, são comuns dois tipos de política de alocação de caminhões em minas a céu aberto: a alocação dinâmica e a alocação estática. No primeiro caso, são utilizados *softwares* de despacho de caminhões, que fazem a alocação dinâmica da frota, de acordo com critérios de minimização do tempo em fila, isto é, a cada viagem, cada caminhão é enviado ao ponto da mina que incorra no menor tempo de espera para a operação de carga (COSTA, 2005). No segundo caso, cada caminhão faz uma rota fixa, sempre se dirigindo para o mesmo ponto da mina, sendo carregado por um único equipamento de carga, embora cada equipamento de carga possa atender à vários caminhões ao mesmo tempo (PINTO & MERSCHMANN, 2001).

Quando se utiliza a política de alocação dinâmica de caminhões, pode-se utilizar um modelo de planejamento da produção, como o POLAEC, para realizar a alocação dos equipamentos de carga e determinar o ritmo de lavra nos diferentes pontos em operação, juntamente com um *software* de despacho de caminhões, para gerenciar o escoamento da produção.

Nos casos em que se deseja utilizar a alocação estática, mais simples de ser gerenciada e frequentemente praticada por mineradoras de pequeno porte, a decisão de alocar caminhões à frentes de lavra pode ser incorporada ao modelo de planejamento da produção. Essa é justamente a proposta do POLAECT: alocar caminhões aos blocos da mina que estão sendo lavrados, de acordo com a compatibilidade dos equipamentos de carga utilizados em cada ponto.

Além dos dados necessários à utilização do POLAEC, o POLAECT necessita de uma série de parâmetros para definir as condições de operação dos caminhões, bem como a caracterização desses equipamentos de transporte que estejam disponíveis.

Inicialmente, define-se que cada caminhão pertence a uma frota homogênea, formada por caminhões que apresentam as mesmas capacidades de transporte de material, dadas em toneladas. O número de caminhões disponíveis, então, é igual à soma do número de caminhões de todas as frotas.

De acordo com a capacidade da caçamba dos caminhões, uma frota pode ou não ser compatível com um equipamento de carga. Essa compatibilidade é avaliada em função do número de caçambadas da pá do equipamento de carga que são necessárias para encher o caminhão. Alocações incompatíveis, em geral, são aquelas em que um número fracionário de caçambadas é requerido para encher o caminhão. Na prática, essas alocações levam ao não aproveitamento total da capacidade de transporte do caminhão ou à movimentação excessiva e desnecessária dos equipamentos de carga para encher um caminhão. Sendo assim, devem ser evitadas, pois esse desperdício de capacidade leva ao aumento dos custos de operação e à redução da taxa de utilização de um dos equipamentos.

Assim como no caso do POLAEC, também são apresentadas as extensões para o modelo *on-line*, nas equações (3.79) a (3.82), e para o modelo de planejamento, nas equações (3.83) a (3.86), para o POLAECT.

Como as variáveis que são acrescentadas são não negativas e as restrições lineares, o POLAECT apresenta crescimento em escala quando comparado ao POLAEC, mas não apresenta diferenças em relação à complexidade computacional.

### 3.2.1 Modelo *on-line* para o POLAECT

Da mesma forma que para o POLAEC, o modelo *on-line* para o POLAECT auxilia nas decisões de planejamento para uma única ordem de produção, aproveitando informações atualizadas da mina. Por simplicidade de representação, são apresentadas apenas as extensões que devem ser feitas ao modelo, devendo estas serem acrescentadas às equações (3.02) a (3.28) para a utilização do modelo.

Devem ser acrescentados os seguintes parâmetros de entrada:

Dados da Mina:

$$s_b \quad : \quad \begin{cases} 1, & \text{se o bloco } b \text{ é de minério} \\ 0, & \text{se o bloco } b \text{ é de estéril} \end{cases}$$

Dados dos Equipamentos de Transporte:

$$\begin{aligned} J & : \text{Conjunto de índices para as frotas de caminhões disponíveis} \\ F_j & : \text{Número de caminhões disponíveis na frota } j \\ TC_b & : \text{Tempo de ciclo para o caminhão que trabalha alocado ao bloco } b \\ CM_j & : \text{Capacidade dos caminhões da frota } j \text{ para transporte de minério (t)} \\ CE_j & : \text{Capacidade dos caminhões da frota } j \text{ para transporte de estéril (t)} \\ comp_j^i & : \begin{cases} 1, & \text{se os caminhões da frota } j \text{ são compatíveis com o equipamento de carga } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \\ t_{carga} & : \text{Tempo de carga dos caminhões} \end{aligned}$$

E a seguinte variável:

$$NC_{jb} \quad : \quad \text{Número de caminhões da frota } j \text{ que estão alocados ao bloco } b$$

No modelo, devem ser incluídas as seguintes restrições:

$$P_b = \frac{1}{TC_b} \sum_{j \in J} (s_b \times CM_j + (1-s_b) \times CE_j) \times NC_{jb} \quad \forall b \in B \quad (3.79)$$

$$\sum_{b \in B} NC_{jb} \leq F_j \quad \forall j \in J \quad (3.80)$$

$$NC_{jb} \leq \frac{TC_b}{t_{carga}} \times \sum_{i \in I} y_b^i \times comp_j^i \quad \forall b \in B, \forall j \in J \quad (3.81)$$

$$NC_{jb} \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall b \in B \quad (3.82)$$

As restrições (3.79) são utilizadas para determinar que a produção horária do equipamento de carga alocado ao bloco  $b$  seja compatível com os caminhões alocados àquele ponto, de forma a evitar a formação de filas de caminhões ou que o equipamento de carga fique ocioso por períodos prolongados.

É importante observar que esta restrição leva em consideração as diferenças de densidade entre minério e estéril, ao considerar as capacidades  $CM_j$  e  $CE_j$ . As variações dos tempos de ciclos dos caminhões  $TC_b$  representam as distâncias relativas dos blocos considerados aos pontos de descarga, que podem ser normalmente pilhas de homogeneização ou depósitos de rejeitos.

Outro ponto que merece ser comentado é que, por ser de igualdade, essa restrição pode inviabilizar o problema nos casos em que os caminhões de todas as frotas não tenham capacidade suficiente para garantir a produção mínima horária  $P_{\min}^i$ , para todos os equipamentos de carga. Pode-se resolver essa questão trocando-se o sinal de igualdade por menor ou igual.

As demais restrições apresentadas são limitantes para o número de caminhões alocados a cada equipamento de carga. Em (3.80), o limitante para alocação dos caminhões é o número de equipamentos disponíveis em cada frota. Em (3.81), este número é limitado ao número máximo que não forma filas de caminhões para atendimento de um equipamento de carga compatível. Por fim, (3.82) estabelece o domínio das variáveis.

### 3.2.2 Modelo de planejamento para o POLAECT

O modelo de planejamento para o POLAECT constitui uma extensão em relação ao modelo de planejamento para o POLAEC e apresenta as mesmas equações apresentadas para o modelo *on-line* para o POLAECT, com os índices relativos aos períodos de planejamento.

Assim, a variável modificada é apresentada a seguir.

$NC_{jb}^k$  : Número de caminhões da frota  $j$  que estão alocados ao bloco  $b$  no período  $k$

E as respectivas restrições modificadas ficam:

$$P_b^k = \frac{1}{TC_b} \sum_{j \in J} (s_b \times CM_j + (1-s_b) \times CE_j) \times NC_{jb}^k \quad \forall b \in B, \forall k \in K \quad (3.83)$$

$$\sum_{b \in B} NC_{jb}^k \leq F_j \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (3.84)$$

$$NC_{jb}^k \leq \frac{TC_b}{t_{carga}} \times \sum_{i \in I} y_b^i \times comp_j^i \quad \begin{array}{l} \forall b \in B, \forall j \in J, \\ \forall k \in K \end{array} \quad (3.85)$$

$$NC_{bj}^k \geq 0 \quad \begin{array}{l} \forall b \in B, \forall j \in J, \\ \forall k \in K \end{array} \quad (3.86)$$

Pode-se verificar que as únicas alterações realizadas em relação ao modelo on-line para o POLAECT se referem à inclusão dos índices  $k$  para os períodos de planejamento. O modelo completo consiste no acréscimo dessas restrições às equações (3.36) a (3.78), resultando em um modelo também não linear.

Embora a questão da alocação de caminhões tenha sido utilizada em outros trabalhos, como Pinto & Merschmann (2001) e Costa (2005), o modelo para o POLAECT se diferencia destes por ser o único a considerar a divisão do conjunto de caminhões em frotas homogêneas.

## Capítulo 4

# HEURÍSTICAS DE OTIMIZAÇÃO SEQUENCIAL

As heurísticas propostas no presente trabalho são heurísticas construtivas que têm por finalidade produzir planos de lavra a partir dos resultados de alocação dos equipamentos de carga e de transporte produzidos pela utilização dos modelos *on-line*, de forma sequencial, até o fim do horizonte de previsão estabelecido.

A principal motivação para o desenvolvimento dessas heurísticas está relacionada ao fato dos modelos de planejamento para o POLAEC e para o POLAECT serem não lineares e, por isso, não poderem ser resolvidos pelos principais *softwares* de otimização. Além disso, os modelos propostos, mesmo que sejam linearizados, são problemas NP-difíceis e considerados de grande escala, justificando também o uso de abordagens heurísticas para a obtenção de soluções aproximadas em tempo computacional aceitável.

A idéia inicial das heurísticas é construir planos de lavra que sejam viáveis para os modelos de planejamento propostos. Para isso, a cada ordem de produção, são calculadas a duração da ordem ( $t^k$ ), as quantidades de minério e estéril produzidas por cada equipamento de carga no bloco ao qual está alocado ( $x_b^k$ ) e as quantidades de material restante nos blocos ( $M_b^k$ ), ou seja, as mesmas informações fornecidas pelos modelos de planejamento apresentados.

No entanto, como essas informações são calculadas a partir de restrições não lineares presentes apenas nos modelos de planejamento, as heurísticas realizam a otimização de cada ordem de produção utilizando os modelos *on-line*, uma vez para cada ordem de produção que compõe o plano de lavra, partindo-se da primeira para a última ordem a ser executada.

Devido a essas características, as heurísticas de otimização sequencial propostas podem ser classificadas como construtivas, uma vez que os planos de lavra gerados são soluções viáveis para o POLAEC ou POLAECT; míopes, pois cada ordem de produção é

calculada de forma independente das outras; progressivas no tempo (*forward*), pois as ordens de produção são geradas partindo-se da primeira para a última ao longo do horizonte de planejamento; e determinística, pois não possuem nenhum procedimento aleatório, o que leva sempre à obtenção dos mesmos resultados para uma dada instância de teste.

Além disso, as heurísticas consideram algumas premissas adicionais utilizadas na prática de algumas empresas como estratégias para melhorar a qualidade da solução, sem que estas levem à inviabilidades em relação às restrições dos modelos propostos.

- A REM, cujo cumprimento era considerado para todo o horizonte de planejamento e aumentava a dependência das decisões tomadas para cada ordem de produção, como comentado anteriormente, passou a ser controlada a intervalos menores, medidos em função do número de pilhas de homogeneização formadas;
- As pilhas de homogeneização são lotes de produção de minério e são muito utilizadas para a formação da mistura de material lavrado de diversas frentes, como também já foi comentado em capítulos anteriores. A inclusão desse conceito possibilitou que a qualidade do ROM fosse controlada de forma mais agregada utilizando intervalos maiores, e não mais em cada ordem de produção. Como também já foi comentado, essa premissa, apesar de poder aumentar a penalização dos desvios obtidos em cada ordem de produção, não piora a qualidade da solução para o modelo de planejamento, pois os teores individuais das ordens de produção podem ser desprezados sem prejuízo para a qualidade do ROM;
- O horizonte de tempo para previsão das atividades é fornecido em função do tempo de planejamento e não em relação ao número de ordens de produção desejadas, pois na prática essa abordagem é mais realista que a consideração do POLAEC e do POLAECT, em que a duração do plano é uma variável de decisão que depende do número de períodos que se deseja planejar.

As heurísticas propostas apresentam ainda mecanismos para:

- **Facilitar a entrada de dados:** as relações de precedência, antes descritas pela matriz  $g_{qb}$ , passam a ser calculadas internamente, em função dos ângulos de talude requeridos em cada uma das direções dos pontos cardeais;

- **Redução de escala do problema:** como cada ordem de produção é calculada pelo uso do modelo *on-line*, que apresenta escala muito reduzida em relação ao problema de planejamento, a cada iteração da heurística, resolve-se um problema muito menor e mais simples que o problema original;
- **Adaptação das penalidades impostas ao modelo:** como, a cada resolução dos modelos *on-line*, estão disponíveis dados atualizados de produção, qualidade e alocação dos equipamentos de carga, utilizou-se um procedimento de intensificação de penalidades para os desvios de qualidade do ROM e em relação à REM requerida para acelerar a correção dos mesmos em relação a essas metas, quando ocorrerem;
- **Incorporação de sobras de material a blocos vizinhos:** em função das ordens de produção serem finalizadas assim que um bloco é totalmente lavrado, restrições (3.50) e (3.51), outros equipamentos podem estar muito próximo de também concluir um bloco e, nessas condições, esses blocos podem ser desprezados e sua massa incorporada a blocos vizinhos;
- **Relaxação de restrições que levam à inviabilidade das soluções:** o modelo *on-line* pode não ter solução viável quando: (i) a mina estiver estrangulada, isto é, quando apenas blocos de estéril estiverem liberados para a lavra, impossibilitando o atendimento à restrição (3.09), que obriga a uma produção mínima de minério em cada ordem de produção e proíbe o uso da política de lavra predatória; (ii) quando o número máximo de deslocamentos permitidos para os equipamentos de carga, restrições (3.06) voltadas à redução do espaço de soluções viáveis e aceleração da obtenção da solução ótima, não possibilitar um conjunto de alocações viáveis para a restrição (3.09), mesmo que a mina não esteja estrangulada – nesses casos, essas restrições são relaxadas, individualmente ou em conjunto, para a viabilização da obtenção de uma solução para aquela ordem de produção.

Em função do uso de premissas adicionais e de mecanismos acima explicados, é necessário fornecer os seguintes dados adicionais, que serão posteriormente detalhados.

Conjunto de Metas e Requisitos de Operação:

$tam_{ordem}$  : Duração mínima de cada ordem de produção (min)

$tam_{plano}$  : Duração mínima do plano de produção (horizonte de planejamento – min)



- $tam_{pilha}$  : Capacidade da pilha de homogeneização (t)
- $tam_{REM}$  : Número de pilhas de homogeneização que devem ser consideradas para cumprimento da REM requerida
- $\theta_N$  : Ângulo de talude requerido na direção Norte (° N)
- $\theta_S$  : Ângulo de talude requerido na direção Sul (° S)
- $\theta_L$  : Ângulo de talude requerido na direção Leste (° L)
- $\theta_O$  : Ângulo de talude requerido na direção Oeste (° O)

Conjunto de Penalidades a Serem Aplicadas:

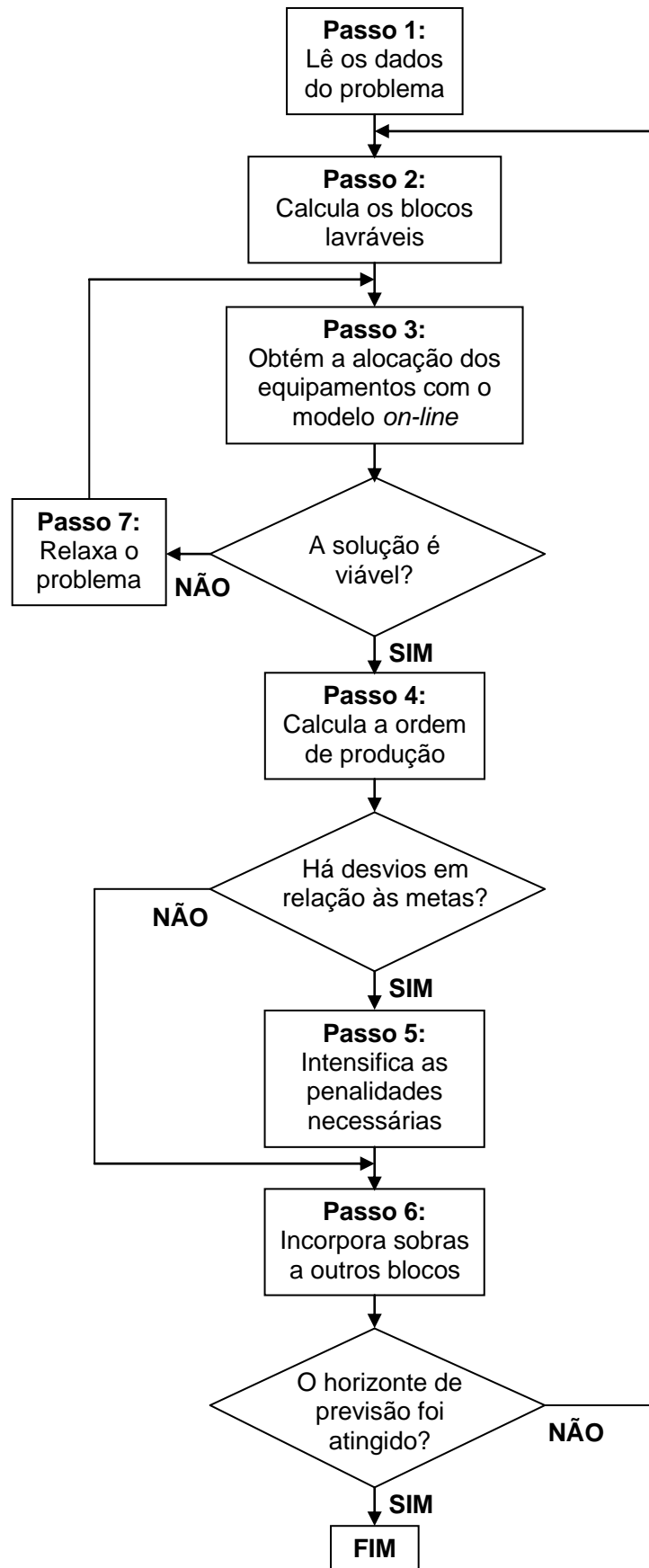
- $\mu_\alpha^f$  : Termo intensificador para as penalidades relativas aos desvios de qualidade, de acordo com a faixa de penalização  $f$
- $\mu_\beta^f$  : Termo intensificador para as penalidades relativas aos desvios de REM, de acordo com a faixa de penalização  $f$

Como característica de definição do escopo dos problemas abordados, observa-se que as heurísticas de otimização seqüencial propostas conservam a limitação dos modelos de planejamento para o POLAEC e para o POLAECT relacionada à incapacidade determinar a cava final ótima, por ignorar a associação de critérios econômicos aos blocos, como o VPL , impossibilitando a identificação do ponto além do qual a exploração não é mais economicamente lucrativa.

Nas seções que se seguem, os passos das heurísticas propostas são descritos. Primeiramente e de forma mais detalhada para o POLAEC e, em seguida, são comentadas as adaptações necessárias à sua utilização para o POLAECT.

#### **4.1 Heurística de Otimização Seqüencial para o POLAEC**

A heurística proposta é constituída por sete passos, como mostrado na figura 4.1. Embora o algoritmo implementado não possua ainda uma interface amigável ao usuário, todos os passos da heurística incluem preparações para a sua futura transformação em um *software*, contendo módulos de inserção de dados da mina e dos equipamentos, de metas e requisitos de operação e das penalizações, bem como módulos de geração de relatórios e gráficos para análise de diversos parâmetros para avaliação dos planos de lavra gerados.



**Figura 4.1: Fluxograma da heurística de otimização seqüencial para o POLAEC**

#### 4.1.1 *Leitura dos dados do problema*

Os dados são lidos a partir de arquivos no formato *\*.txt* e estão agrupados em:

- Dados da mina;
- Dados dos equipamentos de carga;
- Metas e requisitos de operação;
- Penalidades.

Essa divisão foi baseada naquela utilizada para organização dos modelos *on-line* e já possui um agrupamento lógico para criação de telas de inserção de dados do problema, além de facilitar a alteração de alguns parâmetros para a realização dos testes computacionais.

#### 4.1.2 *Cálculo dos blocos lavráveis*

O passo 2 constitui uma etapa de pré-processamento de dados que reduz significativamente o tamanho da instância, conforme já comentado. As relações de precedência que permitem classificar um bloco como lavrável ou não estão relacionadas aos ângulos de talude requeridos em cada um dos pontos cardeais e à retirada dos blocos precedentes em ordens de lavra executadas em períodos anteriores.

São considerados ângulos de 30°, 45° e 60°, que apresentam números distintos de blocos precedentes a serem considerados, como foi mostrado na tabela 3.2 Além do cálculo das posições dos vizinhos precedentes ilustrada na referida tabela, foi preciso também estabelecer regras para tratamento de exceções ocasionadas pelos efeitos de fronteira no modelo geológico, tais como:

- Blocos do primeiro nível: não possuem blocos precedentes e estão liberados já a partir do primeiro período de planejamento, sendo então o número de blocos lavráveis inicialmente igual a  $nL \times nC$ ;
- Blocos das fronteiras laterais: não possuem blocos precedentes na direção do ponto cardinal da fronteira da qual faz parte, por exemplo, os blocos da fronteira lateral norte não possuem precedentes nas coordenadas  $L-1$  e  $L-2$ , pois ocupam o menor valor possível em relação as coordenadas de linha, enquanto os blocos da fronteira leste não possuem blocos precedentes nas coordenadas  $C+1$  e  $C+2$ ;

- Blocos localizados nos cantos: não possuem blocos precedentes nas duas direções nas quais representam pontos de fronteira, como os blocos do canto noroeste, que não possuem precedentes nas posições  $L-1$ ,  $L-2$ ,  $C-1$  e  $C-2$ , por estarem no limite inferior das linhas e no limite inferior das colunas, ao passo que na fronteira sudeste não há precedentes para as coordenadas  $L+1$ ,  $L+2$ ,  $C+1$  e  $C+2$ .

Como as relações de precedência sempre consideram vizinhos de coordenadas  $H-1$ , os blocos do último nível não constituem exceções de fronteira nesse caso.

O procedimento para cálculo dos blocos lavráveis permite que a mina possua requisitos distintos de inclinação para os ângulos de talude em cada uma das direções, fazendo as devidas combinações entre os valores dados nas fronteiras entre ângulos diferentes.

#### 4.1.3 Resolução do modelo *on-line*

Para a execução do passo 3, utiliza-se um *software* de otimização como “caixa preta” para obtenção da alocação ótima para os equipamentos de carga pela solução do modelo *on-line* para o POLAEC.

Conforme já comentado, ocorre grande redução de escala do problema quando se consideram somente os blocos lavráveis como entrada para o modelo *on-line*. Dessa forma, obtêm-se tempos relativamente pequenos, da ordem de dezenas de segundos, para a solução de cada ordem de produção, possibilitando que o modelo *on-line* seja resolvido na otimalidade repetidas vezes até a conclusão da heurística, de acordo com o horizonte de planejamento especificado.

No entanto, se fossem considerados todos os blocos da mina para a resolução do modelo *on-line*, utilizando-se as restrições (3.42) a (3.46) do modelo de planejamento para cálculo dos blocos lavráveis segundo as relações de precedência contidas na matriz  $g_{qb}$ , que precisaria ser fornecida, o mesmo não ocorreria. Nesse caso, o tempo de resolução do modelo *on-line* aumentaria consideravelmente, pelo aumento de escala do problema.

Como não foram estabelecidos limites de tempo para execução do passo 3 e o modelo *on-line* para o POLAEC é NP-difícil, a heurística de otimização seqüencial apresenta tempo de execução não polinomial.

#### 4.1.4 Cálculo da ordem de produção

No passo 4, é feito o cálculo de  $t^k$ ,  $x_b^k$  e  $M_b^k$  na ordem  $k$  por meio das equações (3.53) a (3.57) e computa-se o avanço no tempo para o horizonte de planejamento.

Depois da realização dos cálculos, ocorre a redação dos relatórios da heurística. Essa fase ainda é bastante limitada em relação à disponibilidade de recursos visuais, sendo todos os relatórios gerados em arquivos no formato \*.txt, da mesma forma como para dos dados de entrada. Os relatórios gerados incluem:

- Um relatório completo para o plano de lavra gerado, contendo informações para acompanhamento da produção, dos requisitos de qualidade e de REM, a alocação dos equipamentos de carga, dentre outras informações, para cada uma das ordens de produção ao longo do horizonte planejado;
- Dados organizados como se fossem bancos de dados para futura implementação de relatórios estatísticos, para avaliação dos aspectos computacionais e em relação à qualidade das soluções geradas pela heurística;
- Representação da evolução da cava da mina, em duas dimensões, mostrando o modelo geológico como blocos de minério e estéril formando camadas sobrepostas.

#### 4.1.5 Intensificação das penalidades

Quando são apurados desvios para alguma das variáveis para controle da qualidade ou em relação à REM requerida, as penalidades podem ser adaptadas na ordem de lavra seguinte, de forma a intensificar a correção desse desvio.

No passo 5, pode-se optar por essa intensificação, bastando, para isso, atribuir valores maiores que 1 aos parâmetros  $\mu_\alpha^f$  e  $\mu_\beta^f$ . Uma vez corrigidos os desvios, as penalidades voltam a assumir os valores originalmente fornecidos como dados do problema.

As faixas de penalização  $f$  foram estabelecidas de forma diferenciada para a qualidade e para REM, como mostrado nas tabelas 4.1 e 4.2. Os motivos para tal consideração se devem, primeiramente, ao fato de que as pilhas de homogeneização são formadas por quantidades relativamente pequenas de minério, que se não atenderem às especificações do cliente podem implicar no pagamento de multas contratuais.

Assim, é importante corrigir os desvios apurados tão rapidamente quanto possível. Ao mesmo tempo, não é aconselhável a realização da lavra predatória, retirando somente material das áreas que apresentam minério com características mais próximas aos parâmetros de qualidade desejados.

Optou-se, dessa maneira, por controlar a intensificação das penalidades por desvios de qualidade em faixas igualmente distribuídas, para que pequenos desvios recebam penalizações distintas e menores dos grandes desvios, que requerem ações mais emergenciais de correção. Para que isso ocorra, é preciso que  $\mu_{\alpha}^1 < \mu_{\alpha}^2 < \mu_{\alpha}^3 < \mu_{\alpha}^4$ .

**Tabela 4.1: Faixas para intensificação das penalidades para desvios de qualidade**

<b>Faixa de penalização</b>	<b>Qualidade</b>
$f = 1$	$0 < pilha \leq 0.25 \times tam_{pilha}$
$f = 2$	$0.25 \times tam_{pilha} < pilha \leq 0.50 \times tam_{pilha}$
$f = 3$	$0.50 \times tam_{pilha} < pilha \leq 0.75 \times tam_{pilha}$
$f = 4$	$0.75 \times tam_{pilha} < pilha < tam_{pilha}$

Em segundo lugar, as faixas de intensificação foram utilizadas porque a REM normalmente é monitorada em horizontes mais longos, podendo-se garantir a correção dos desvios nos períodos que antecedem a finalização do período sem prejuízos financeiros.

Na prática, as correções simultâneas dos desvios de qualidade e REM podem ser conflitantes, de forma que a primeira deve ser priorizada em períodos mais curtos de tempo, por ter limites mais estreitos. Também existe a possibilidade de realizar as correções de desvios de REM em condições especiais de operação da mina, como por exemplo durante uma parada para manutenção de usinas de tratamento ou períodos de baixa demanda.

Essas razões justificam a política adotada para a intensificação das penalidades de REM serem utilizadas apenas quando se já tem mais de 50% da quantidade especificada de minério para a avaliação do cumprimento da REM, tornando-se mais importante quanto mais próximo estiver o ponto para sua avaliação. Novamente, para que isso ocorra nos planos gerados pela heurística, é preciso que  $\mu_{\beta}^1 < \mu_{\beta}^2 < \mu_{\beta}^3 < \mu_{\beta}^4$ .

**Tabela 4.2: Faixas para intensificação das penalidades para desvios de REM**

Faixa de penalização	REM
$f = 1$	$0 < lote_{REM} \leq 0.50 \times tam_{REM} \times tam_{pilha}$
$f = 2$	$0.50 \times tam_{REM} \times tam_{pilha} < lote_{REM} \leq 0.75 \times tam_{REM} \times tam_{pilha}$
$f = 3$	$0.75 \times tam_{REM} \times tam_{pilha} < lote_{REM} \leq 0.9375 \times tam_{REM} \times tam_{pilha}$
$f = 4$	$0.9375 \times tam_{REM} \times tam_{pilha} < lote_{REM} < tam_{REM} \times tam_{pilha}$

#### 4.1.6 Incorporação de sobras de material a blocos vizinhos

Em alguns casos, quando uma ordem de produção termina, condição alcançada quando um bloco que está sendo lavrado é exaurido, algum dos equipamentos de carga está muito próximo de também terminar de lavar o bloco ao qual está alocado. Para evitar que essa pequena sobra seja lavrada em uma ordem de lavra futura, com poucos minutos de duração, foi estabelecido, no passo 6, um limite mínimo para a duração das ordens  $tam_{ordem}$ .

Nos casos em que a quantidade que sobra no bloco é insuficiente para gerar uma ordem com a duração permitida utilizando o equipamento de carga a ele alocado, essa quantidade restante é incorporada a um bloco adjacente, recalculando-se a sua massa e os seus parâmetros para controle da qualidade por meio de uma média ponderada para cada dado do bloco e dando preferência para unir blocos de mesma natureza (minério ou estéril).

As prioridades estabelecidas para a escolha do bloco ao qual a massa restante deve ser incorporada foram:

- Bloco de mesma natureza, abaixo (posição  $H-1$ );
- Bloco de mesma natureza, ao Norte (posição  $L-1$ );
- Bloco de mesma natureza, a Leste (posição  $C+1$ );
- Bloco de mesma natureza, ao Sul (posição  $L+1$ );
- Bloco de mesma natureza, a Oeste (posição  $C-1$ );
- Bloco de natureza contrária, abaixo (posição  $H-1$ );
- Bloco de natureza contrária, ao Norte (posição  $L-1$ );

- Bloco de natureza contrária, a Leste (posição  $C+I$ );
- Bloco de natureza contrária, ao Sul (posição  $L+I$ );
- Bloco de natureza contrária, a Oeste (posição  $C-I$ );
- Bloco de natureza contrária, a Nordeste (posição  $L-I, C+I$ );
- Bloco de natureza contrária, a Sudeste (posição  $L+I, C+I$ );
- Bloco de natureza contrária, a Sudoeste (posição  $L+I, C-I$ );
- Bloco de natureza contrária, a Noroeste (posição  $L-I, C-I$ ).

A realização dessa operação, em termos de planejamento, reduz a quantidade de blocos lavráveis e evita a geração de quantidades excessivas de ordens de lavra com curta duração, sem acarretar em prejuízos em termos de precisão dos resultados, pois é impossível, na prática, realizar a lavra rigorosamente bloco a bloco.

#### 4.1.7 *Relaxação de restrições para viabilização do problema*

Em alguns casos, como já foi explicado, o POLAEC pode se tornar inviável. Por exemplo, quando ocorre o estrangulamento da mina, isto é, todo o minério está coberto por blocos de estéril. Quando isso acontece, é necessário lavar apenas minério ou lavar uma quantidade maior deste até que sejam abertas novas frentes de lavra, que possibilitem novamente o cumprimento da REM e a produção mínima de minério desejável em cada ordem de produção.

Foram implementadas, no passo 7, duas estratégias para permitir a viabilização do plano de lavra em caso de estrangulamento da mina:

- A retirada da restrição (3.09), que obriga a uma produção mínima de minério em cada ordem, mantendo-se penalidade nula para desvios positivos em relação à REM ( $\beta^+ = 0$ );
- O aumento progressivo do espaço de busca de soluções, aumentando-se, a cada tentativa, os limites estabelecidos nas restrições (3.06).

Em relação ao aumento desses limites para o espaço de busca de soluções por meio do aumento de deslocamentos permitidos para os equipamentos de carga, os testes realizados demonstraram que a estratégia de aumentar primeiramente o limite de movimento entre níveis, até o limite  $nH$  é o mais eficiente para resolver os casos de inviabilidade do problema, dentre as opções de permissão de movimentos.



Esse fato pode ser explicado pelo surgimento da necessidade de se retirar material de níveis superiores da mina para liberar o minério localizado nos níveis inferiores. Se mesmo assim o problema se tornar inviável, os movimentos entre linhas e colunas também são progressivamente aumentados até os limites máximos existentes.

## 4.2 Heurística de Otimização Seqüencial para o POLAECT

A heurística de otimização seqüencial para o POLAECT possui as mesmas características apresentadas para o POLAEC, diferindo-se apenas pela consideração do número de caminhões necessários para atendimento de cada um dos equipamentos de carga disponíveis.

Dessa forma, é necessário realizar as seguintes alterações:

- **Passo 1:** incluir a leitura de mais um arquivo *\*.txt* com os dados das frotas de caminhões disponíveis na mina;
- **Passo 3:** resolução do modelo *on-line* para o POLAECT, em vez do modelo para o POLAEC, observando-se que todas as afirmações feitas para a heurística anterior em relação ao tempo de execução ser não polinomial e a obtenção de solução em tempo computacional aceitável somente ser possível pela redução de escala do problema pela consideração apenas dos blocos lavráveis como dados de entrada para a mina também são válidas nesse caso;
- **Passo 4:** adaptação dos cálculos e geração de relatórios para a consideração do POLAECT, sendo importante comentar que, neste caso, a produção horária dos equipamentos de carga depende também da equação (3.79) do modelo *on-line* para o POLAECT, e esta, por sua vez, influencia no cálculo da quantidade a ser lavra em cada bloco em cada período, calculada pela equação (3.52), que é uma das equações não lineares resolvidas durante o cálculo da ordem de produção.

Verifica-se, dessa forma, que essas alterações são simples de serem implementadas e a heurística de otimização seqüencial para o POLAECT é uma extensão da proposta para o POLAEC, assim como no caso do modelo matemático apresentado.

## Capítulo 5

### RESULTADOS COMPUTACIONAIS

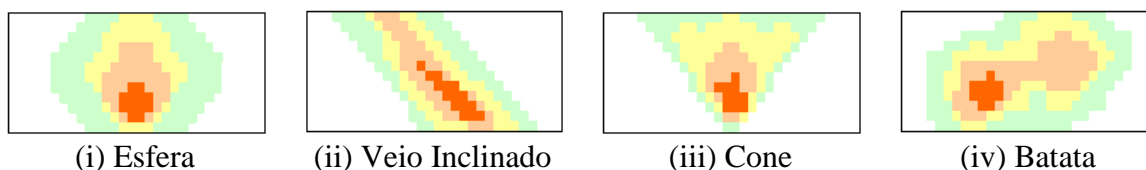
Todos os experimentos foram realizados em um computador Pentium (R) IV 3.00 GHz, 2.00 Gb de memória RAM, com sistema operacional Windows XP Professional versão 2002. Os modelos matemáticos foram implementados utilizando-se a linguagem AMPL 11.0 e resolvidos com o CPLEX, versão 11.0 (FOURER et al., 2002). Os demais programas utilizados, para gerar as instâncias de teste e a heurística foram implementados utilizando-se o compilador Dev-C++, versão 4.9.9.2.

#### 5.1 Instâncias de Teste

Embora os problemas de planejamento de lavra sejam de conhecimento geral da indústria mineral e despertem o interesse de pesquisadores há várias décadas, não foi possível encontrar instâncias de teste disponíveis na literatura que pudessem ser utilizadas ou adaptadas para teste dos modelos e heurísticas propostos. Assim, optou-se pelo uso de instâncias geradas com dados aleatórios, buscando sempre que possível, representar características de jazidas de minério de ferro mais comumente encontradas na natureza.

Optou-se pelo uso de instâncias de teste relacionadas ao minério de ferro pela possibilidade de obtenção de alguns dados de minas reais, como concentração de alguns componentes químicos considerados para o controle do ROM, teor de corte utilizado e metas anuais de produção.

As instâncias de teste foram geradas considerando-se quatro tipos de formato e inclinação das camadas de minério no modelo geológico, como mostrado na figura 5.1.



**Figura 5.1: Distribuições consideradas para as camadas de minério no modelo geológico**

A partir desses modelos básicos, foram sorteados teores para quatro variáveis químicas de interesse: ferro (Fe), fósforo (P), alumina ( $Al_2O_3$ ) e sílica ( $SiO_2$ ), cujas concentrações ocorrem com probabilidades diferentes para cada gradação de cor que o bloco recebe na representação do formato do corpo mineral, conforme anteriormente apresentado. A primeira e a última variáveis são o minério de interesse e o estéril, respectivamente, enquanto as outras duas são consideradas contaminantes.

Foram geradas, assim, quatro minas, que serão tratadas por (i), (ii), (iii) e (iv), contendo cada uma 10.800 blocos medindo  $10 \times 10 \times 10$  m, distribuídos em 30 linhas, 30 colunas e 12 níveis. A cada bloco, foi atribuída também uma massa em toneladas, cujo valor foi calculado em função da concentração de Fe (ferro) do bloco, o seu volume e as densidades da hematita e da sílica.

Considerou-se uma frota constituída por cinco equipamentos de carga, com as características mostradas na tabela 6.1.

**Tabela 5.1: Dados dos equipamentos de carga**

Equipamento de Carga	Produção horária mínima (t/h)	Produção horária máxima (t/h)
A	750	1.500
B	600	1.200
C	500	1.000
D	450	900
E	375	750

Foram utilizados os seguintes pesos associados às penalizações da função objetivo:

$$\alpha_v^- = \alpha_v^+ = 10, \forall v \in V$$

$$\beta^- = 10, \beta^+ = 1$$

$$\gamma_L = 1.000, \gamma_C = 1.000, \gamma_H = 1.500$$

Essas penalidades foram ajustadas com base em testes preliminares, que indicaram que tanto a qualidade das soluções quanto o tempo computacional requerido para a obtenção da solução ótima para o POLAEC são dependentes desse ajuste.

## 5.2 Qualidade das Soluções

Foram realizados doze testes para a heurística de otimização sequencial para o POLAEC, sendo três para cada mina gerada, utilizando-se as metas e os requisitos de

produção mostrados nas tabelas 5.2, 5.3 e 5.4. É importante lembrar que alguns dados são específicos de cada mina, sendo os ângulos de talude e a altura da bancada, considerada de 10 m, definidos pelos estudos geológicos realizados antes da fase de planejamento e dependentes das características de densidade e agregação da rocha. No entanto, para testar o comportamento do modelo, cada mina foi testada utilizando-se ângulos de talude de 30°, 45° e 60° em todas as direções (N, S, L e O).

Enquanto isso, a REM requerida é definida como sendo a REM da cava final ótima. O teor de corte também é um parâmetro dado, que pode ser modificado ao longo dos avanços das escavações. E, finalmente, o tamanho da pilha de homogeneização e os limites de qualidade são definidos de acordo com a capacidade de alimentação e de concentração da usina de tratamento.

**Tabela 5.2: Metas de produção**

REM = 1,2	tc = 50,000 %
Duração mínima da ordem = 10 min	
Horizonte de planejamento = 1 ano	
Pilha de homogeneização = 20.000 t	
Controle da REM = a cada 100.000 t	

Os requisitos de qualidade e os termos intensificadores para as penalidades de qualidade e de REM foram considerados de acordo com a prática de algumas empresas, refletindo, portanto, condições reais de planejamento de minas a céu aberto.

**Tabela 5.3: Requisitos de qualidade**

Limites de Qualidade				
Teor (%)	Ferro	Fósforo	Alumina	Sílica
Mínimo	50,000	0,020	0,095	5,000
Máximo	58,000	0,045	1,200	8,500

**Tabela 5.4: Multiplicadores para as penalidades**

Termos Intensificadores				
Requisito	f = 1	f = 2	f = 3	f = 4
Qualidade	1,25	1,5	2	4
REM	1,05	2,5	5	20

Os resultados dos testes serão, a seguir, analisados segundo os critérios estabelecidos na função objetivo, ou seja, a maximização da produção, os desvios de qualidade e os desvios de REM, além da avaliação da produtividade dos equipamentos de carga, que deve ser maximizada por meio dos critérios de maximização da produção e da minimização dos movimentos permitidos.

Os resultados obtidos em relação à produção planejada são mostrados na tabela 5.5. Apesar do horizonte de planejamento ter sido ajustado em um ano, algumas minas tiveram seu material exaurido antes desse prazo, em função da grande quantidade de equipamentos de carga alocados em relação às dimensões das minas utilizadas, e encerraram o plano antes do tempo estipulado.

**Tabela 5.5: Produção e tempo de processamento**

No	Mina	Talude	Tempo de Execução	Produção de Minério	Produção de Estéril	REM	Blocos Lavrados	Dias
1	(i)	30	2.390,20 s	8.903.882,19 t	23.906.291,80 t	2,68	7.388	260,5
2	(ii)		2.737,64 s	13.399.971,24 t	32.601.140,81 t	2,43	10.342	365,0
3	(iii)		2.967,45 s	11.311.827,29 t	34.726.990,55 t	3,07	10.379	365,0
4	(iv)		2.453,41 s	10.108.693,29 t	26.082.485,51 t	2,58	8.147	287,6
5	(i)	45	4.368,47 s	11.317.106,10 t	29.526.811,07 t	2,61	9.194	326,4
6	(ii)		3.144,95 s	12.389.468,45 t	29.934.134,92 t	2,42	10.423	343,7
7	(iii)		3.802,53 s	11.154.236,05 t	33.728.945,08 t	3,02	10.121	365,0
8	(iv)		3.330,56 s	11.765.816,58 t	28.016.583,48 t	2,38	8.947	320,7
9	(i)	60	3.624,42 s	12.157.760,99 t	31.621.887,01 t	2,60	9.860	349,1
10	(ii)		5.201,25 s	13.164.690,00 t	30.877.546,03 t	2,35	9.904	352,8
11	(iii)		3.086,97 s	10.994.342,21 t	33.098.238,08 t	3,01	9.948	349,9
12	(iv)		3.957,70 s	12.953.487,54 t	32.407.277,84 t	2,50	10.211	362,7

Observa-se que apenas as minas (ii) e (iii) tiveram planos que cumpriram os 365 dias estipulados, quando se considerou ângulos de talude de 30°, no primeiro caso, e de 30° e 45° no segundo. Tal fato se explica em virtude dos ângulos de talude requeridos obrigarem a lavra de um número maior de vizinhos precedentes, levando a heurística tender mais ao alargamento da cava do que ao seu aprofundamento.

Outro fato curioso em relação aos resultados da tabela é que os testes realizados com ângulos de talude de 30° apresentarem menor tempo de execução em relação aos demais testes. Um dos motivos para esse resultado é que um número maior de vizinhos

precedentes leva a uma menor velocidade de liberação dos blocos da mina, tornando a escala do modelo *on-line* mais reduzida que para as outras minas, acelerando a sua resolução.

Os resultados obtidos para o controle a REM são considerados ruins, pois como a minas foram exauridas, uma maior quantidade de estéril teve que ser lavrada para o cumprimento do horizonte de planejamento, possível ou estipulado, dependendo do caso. Esse resultado demonstra que as considerações econômicas para a determinação da cava final ótima são importantes para planejamentos de médio e longo prazo, especialmente quando se deseja estudar cenários para avaliação da vida útil da mina.

Em termos das metas estabelecidas para a qualidade do minério, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, como mostrado na tabela 5.6. A rigor, na prática, é muito difícil a obtenção somente de pilhas de homogeneização sem desvios de qualidade, pois não existe uma regularidade na distribuição do minério e dos seus contaminantes na mina. Vale destacar ainda o fato de que desvios negativos são críticos para a concentração do minério de interesse, enquanto desvios positivos apurados são mais críticos para elementos contaminantes. De acordo com esses critérios, pode-se afirmar que as soluções obtidas se encontram dentro do esperado em situações reais, em virtude dos índices de contaminação não serem utilizados para o estabelecimento das metas de qualidade.

Por fim, resta analisar a produtividade dos equipamentos de carga. De acordo a tabela 5.7, é possível perceber que os resultados obtidos foram excelentes. Pode-se verificar que houve um aproveitamento praticamente homogêneo das capacidades dos equipamentos de carga disponíveis, o que contribui para a redução dos custos operacionais da frota, principalmente nos testes com ângulos de talude de 30°.

Nos gráficos da figura 5.2, as produtividades dos equipamentos de carga foram consideradas altas nos testes de 5 a 8, situando-se acima de 96%. Com valores tão altos de produtividade dos equipamentos, é importante ressaltar que o cumprimento do plano de lavra estará condicionado os fornecimento de informações precisas em relação às produções horárias máximas de cada equipamento, considerando-se os tempos gastos com os deslocamentos, troca de turno, manutenção e outras pequenas paradas que ocorrem na prática.

A título de ilustração, são apresentados alguns resultados obtidos para o teste 7, em que se obteve um plano de lavra completo em uma hora, três minutos e 22,53 segundos. Tempo esse considerado razoável na prática e promissor em termos acadêmicos, pois

tempos típicos para um plano de escala semelhante costuma levar até 24 horas para ser obtido.

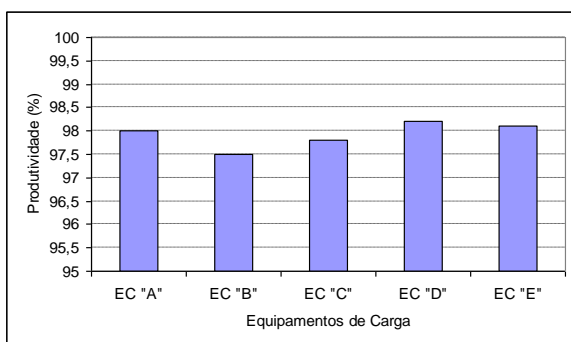
**Tabela 5.6: Desvios de qualidade**

Teste	Mina	Talude	Tipo de Desvio	% de Pilhas com Desvio				Maior Desvio Apurado			
				Ferro	Fósforo	Alumina	Sílica	Ferro	Fósforo	Alumina	Sílica
1	(i)	30	(-)	-	-	2,6	2,3	-	-	0,067	0,124
			(+)	4,1	26,5	20,9	0,5	3,439	0,009	0,137	1,024
2	(ii)		(-)	-	-	-	-	-	-	0,074	0,845
			(+)	2,6	19,4	11,7	0,2	3,439	0,009	0,137	0,191
3	(iii)		(-)	-	-	-	0,3	-	-	0,162	0,823
			(+)	1,0	18,9	8,9	0,3	0,985	0,007	0,193	0,384
4	(iv)		(-)	-	-	3,1	5,6	-	-	0,063	0,669
			(+)	1,2	14,0	8,9	0,3	2,591	0,010	0,202	0,505
5	(i)		(-)	-	-	3,0	3,6	-	-	0,114	1,062
			(+)	1,2	17,3	13,3	0,5	1,140	0,080	0,131	0,254
6	(ii)		(-)	-	-	-	-	-	-	0,116	1,123
			(+)	4,0	17,0	13,4	0,2	3,854	0,008	0,163	0,331
7	(iii)	(-)	-	-	5,1	3,8	-	-	0,123	0,787	
		(+)	1,3	17,6	12,0	0,7	1,858	0,011	0,188	0,263	
8	(iv)	(-)	-	-	-	-	-	-	0,135	0,660	
		(+)	1,8	17,3	10,0	0,3	1,082	0,011	0,147	0,007	
9	(i)	(-)	-	-	4,8	3,8	-	-	0,123	1,262	
		(+)	1,3	15,8	14,0	0,3	2,456	0,090	0,166	0,332	
10	(ii)	(-)	-	-	0,5	-	-	-	0,167	1,025	
		(+)	4,3	18,6	15,3	0,3	2,990	0,090	0,183	0,066	
11	(iii)	(-)	-	-	4,3	4,1	-	-	0,090	1,229	
		(+)	1,0	17,0	9,2	-	1,338	0,080	0,159	-	
12	(iv)	(-)	-	-	-	-	-	-	0,106	0,802	
		(+)	2,1	15,8	12,0	0,3	2,652	0,090	0,180	0,522	

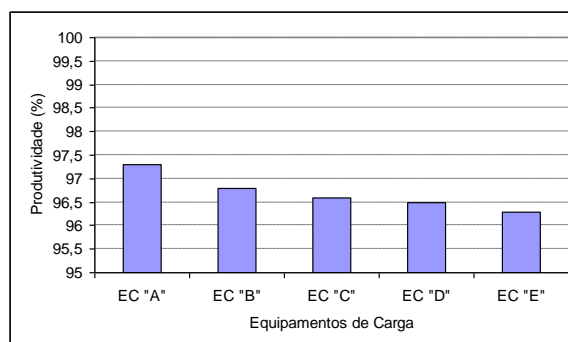
A figura 5.3 mostra resultados obtidos para a qualidade das pilhas de homogeneização, em que é possível perceber que a mina apresenta alta contaminação por fósforo, apresentando o maior índice de fechamento de pilhas fora da faixa estabelecida, fato que também ocorre para a alumina em alguns casos. Para os teores de ferro e sílica, não ocorreram desvios.

**Tabela 5.7: Produtividade para os equipamentos de carga**

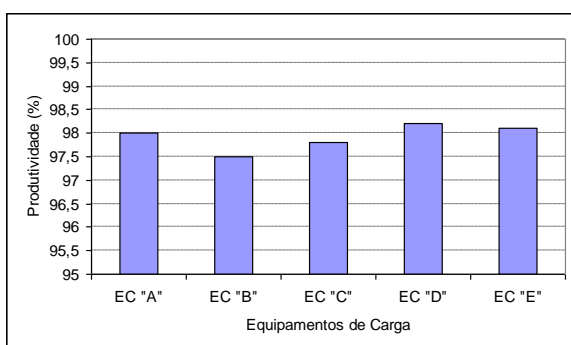
Teste	Mina	Talude	Produtividade dos Equipamentos de Carga				
			EC "A"	EC "B"	EC "C"	EC "D"	EC "E"
1	(i)	30	98,2	98,4	98,5	98,4	98,8
2	(ii)		98,3	98,5	98,6	98,3	98,2
3	(iii)		98,4	98,5	98,6	98,5	98,3
4	(iv)		98,3	98,3	98,3	98,4	98,3
5	(i)	45	98,0	97,5	97,8	98,2	98,1
6	(ii)		97,2	96,7	96,6	96,4	96,3
7	(iii)		97,7	95,5	96,4	95,0	95,3
8	(iv)		97,6	96,9	97,3	97,4	96,8
9	(i)	60	97,4	98,0	98,4	98,3	98,4
10	(ii)		97,1	97,9	97,6	98,0	98,2
11	(iii)		98,2	98,6	97,9	98,5	99,0
12	(iv)		97,6	97,4	97,8	98,2	98,7



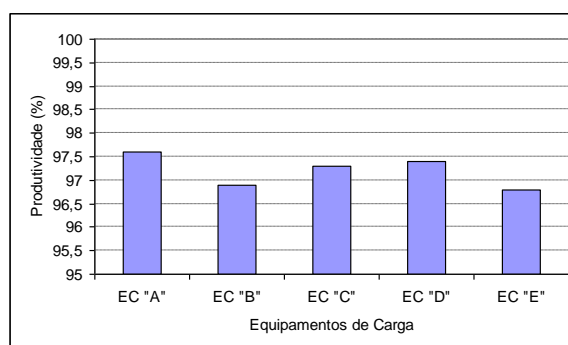
Mina (i)



Mina (ii)



Mina (iii)



Mina (iv)

**Figura 5.2: Produtividade dos equipamentos de carga nos testes de 5 a 8**



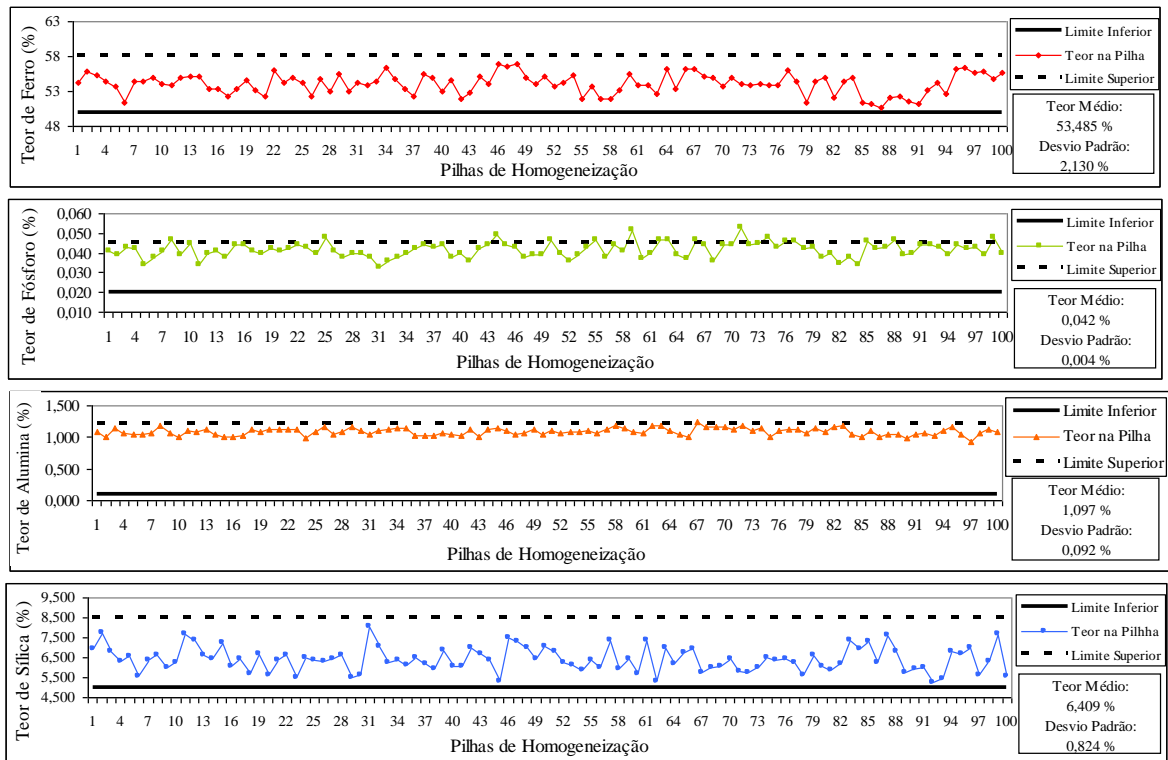


Figura 5.3: Evolução dos parâmetros de qualidade no teste 7

### 5.3 Desempenho Computacional

Além dos requisitos de produção, podem ser analisados outros resultados relacionados ao plano de lavra gerado pela heurística de otimização seqüencial proposta. Por motivos de simplicidade, todos os resultados mostrados nesta seção são referentes à mina (iii), com ângulo de talude de 45°, que concluiu os 365 dias de planejamento previsto.

Em relação ao tempo de processamento da heurística, mediu-se o tempo gasto para o CPLEX resolver o modelo *on-line* para o POLAEC e o tempo gasto para processamento total da heurística. Os resultados, mostrados na tabela 5.8, mostram que cerca de três quartos do tempo de planejamento são gastos com a resolução do modelo de otimização.

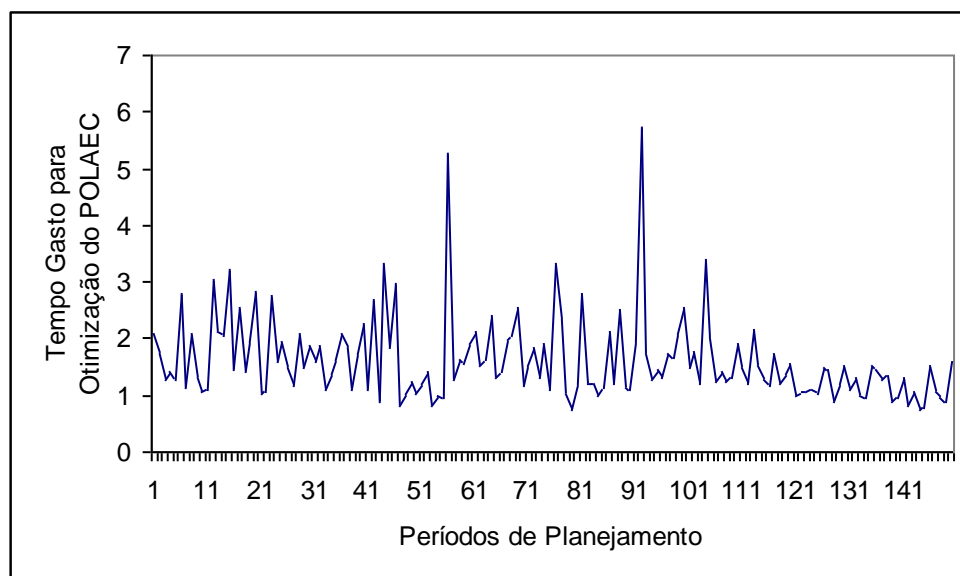
Tabela 5.8: Produção e tempo de processamento

Descrição da Atividade	Tempo (s)	Porcentagem
Processamento total da heurística	3.802,53	100,00
Otimização das ordens (PASSO 3)	2.865,02	75,35
Demais passos da heurística	937,51	24,65

O tempo gasto para resolução do modelo de otimização não é constante e varia, conforme mostrado na figura 5.4. Essa variação é esperada devido às variações dos teores

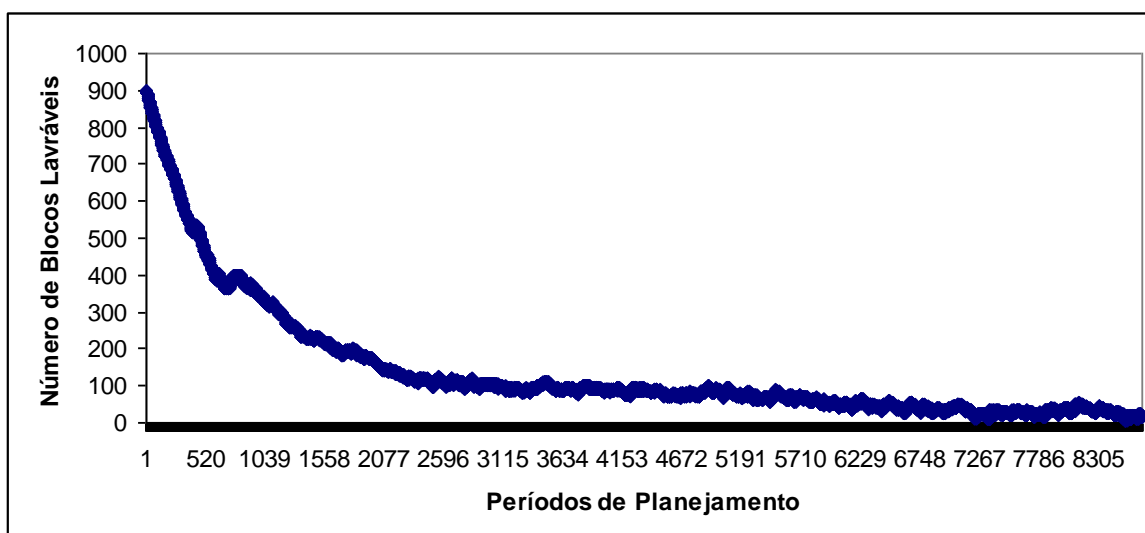
de das localizações dos blocos lavráveis a cada ordem de produção, levando a uma maior ou menor exploração da árvore de *branch-and-bound* pelo CPLEX.

O número de blocos lavráveis em cada ordem de produção também varia, de acordo com as relações de precedência estabelecidas pelos ângulos de talude especificados e a posição de retirada dos blocos. A figura 5.5 mostra esse padrão de comportamento, mostrando que o número inicial é de 900 blocos lavráveis ( $nL \times nC$ ), representado pelos blocos do primeiro nível da mina. A partir daí, esse número cai até que a quantidade de blocos adjacentes retirados permita que mais blocos sejam liberados, o que vai depender dos ângulos adotados para a inclinação dos taludes, repetindo-se esse padrão até que a mina seja exaurida.



**Figura 5.4: Exemplo de padrão de tempo (s) para otimização das ordens de produção**

Dessa forma, pode-se verificar que a estratégia de pré-processamento dos dados, estabelecida no passo 2 da heurística se mostra eficiente em reduzir o tamanho das instâncias de teste ao longo do horizonte de planejamento.



**Figura 5.5: Variação do número de blocos lavráveis no horizonte de planejamento**

A estratégia de pós-processamento de dados realizada no passo 6 da heurística de otimização sequencial, reduz o número de ordens de produção geradas, incorporando pequenas sobras de blocos, que gerariam ordens com duração menor que a permitida, a blocos vizinhos de mesma natureza, preferencialmente. Para a mina (iii), foram incorporadas sobras de 1.374 blocos, com massa média de 35,648 t, que é equivalente à produção de aproximadamente 3 minutos de produção do menor equipamento de carga disponível.

E em relação ao passo 7, responsável pela relaxação do problema quando surgem inviabilidades, como o estrangulamento da mina, na tabela 5.9 são mostradas as distribuições dos casos de viabilização do problema.

**Tabela 5.9: Porcentagens de uso das estratégias de relaxação**

<b>Estratégia</b>	<b>Descrição</b>	<b>% de Sucesso</b>
1	Permissão para lavar só estéril	91,45
2	1 + Aumento na permissão de deslocamento entre níveis	3,60
3	2 + Aumento na permissão para busca na superfície dos níveis	4,95

Por fim, depois de uma análise detalhada do plano de lavra, não foi detectado problema de estrangulamento da mina, pois de acordo com o plano de lavra gerado, o maior período de estrangulamento não deve ultrapassar 36 horas, o que é totalmente aceitável, pois na prática essa situação pode se estender por vários meses.

## Capítulo 6

# CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

A importância de modelos e métodos de solução para problemas de planejamento de lavra está relacionada a diversos fatores, como o atendimento de metas de produção e de qualidade, o atendimento de uma REM adequada e a maximização da produtividade dos equipamentos utilizados.

Embora existam diversos modelos de PO para auxílio ao planejamento dessas operações, para aplicação em diversos horizontes de planejamento, ainda existe uma lacuna tanto teórica quanto prática entre os horizontes de curto e longo prazo. Essa lacuna se deve a uma série de fatores, dentre os quais, a falta de modelos que sejam capazes de relacionar metas de produção a horizontes mais longos e a incapacidade dos modelos utilizados no curto prazo de utilização dos dados do modelo geológico como dados de entrada podem ser destacadas.

No presente trabalho foram propostos modelos matemáticos e heurísticas capazes de representar essas duas características, obtendo-se resultados satisfatórios, tanto em termos de qualidade das soluções geradas, quanto em relação ao tempo requerido para processamento, considerando os testes realizados.

Primeiramente, foram propostos modelos estáticos para alocação de equipamentos de carga e transporte, que consideram metas de qualidade e REM, além de buscar a redução da movimentação dos equipamentos de carga. A partir desses modelos, foram propostos dois modelos dinâmicos, para planejamento das operações de carregamento e transporte em um horizonte de tempo definidos. Porém, esses modelos são não lineares e, por isso, não foram implementados e testados.

Como alternativa para gerar planos de lavra, foram propostas heurísticas construtivas de otimização seqüencial, que fazem uso dos modelos *on-line* para otimizar a alocações dos equipamentos de carga em cada período do horizonte de planejamento. Essas heurísticas apresentam ainda estratégias para redução do tamanho das instâncias e do

espaço de busca de soluções, procurando aproveitar, para isso, regras utilizadas na prática das empresas mineradoras.

Dessa forma, os modelos e heurísticas propostos podem ser utilizados no planejamento de curto prazo, utilizando informações disponíveis em tempo real em muitas minas, como a situação atualizada em relação ao cumprimento das metas de produção e de qualidade e ainda a localização dos equipamentos de carga. Como os modelos possuem realimentação de informações referentes aos desvios acumulados em ordens de produção anteriores, também é possível a sua utilização como ferramenta de auxílio ao controle da produção, ajudando a corrigir defasagens em relação ao plano.

Devido à velocidade de processamento desses algoritmos, estes também podem servir de apoio ao planejamento de médio e longo prazo. Nesses casos, sua utilidade está principalmente relacionada à possibilidade de teste de cenários, respondendo a questões relativas à quantidade de equipamentos necessários para se atingir uma determinada meta de produção anual ou à necessidade de se alterar a REM requerida para evitar o estrangulamento da mina.

No entanto, uma limitação dos modelos e heurísticas propostos é a falta de uma interface direta com os modelos de determinação da cava final ótima. Isso decorre da classificação dos blocos da mina ser realizada em função da concentração dos teores das variáveis químicas de interesse, sem relação com critérios financeiros, como o VPL. Em consequência, não se consegue determinar o ponto a partir do qual as atividades da mina não são mais lucrativas, devendo ser encerradas.

Como o trabalho ainda se encontra em fase preliminar de testes, diversas sugestões para trabalhos futuros se fazem pertinentes. Dentre elas, pode-se destacar:

- A realização de testes da heurística proposta para a solução do POLAECT;
- A realização de testes com a heurística de otimização sequencial, considerando apenas os blocos contidos na cava final ótima como dados de entrada;
- A construção de um módulo de pré-processamento da mina para cálculo da cava final ótima, situando-o entre os passos 1 e 2 da heurística de otimização sequencial;
- A construção de um módulo para cálculo do teor de corte, para inserção na heurística, depois do módulo de obtenção da cava final ótima;

- A construção heurísticas e/ou metaheurísticas para refino da solução gerada pela heurística de otimização seqüencial;
- A implementação e a realização de testes dos modelos dinâmicos utilizando *softwares* de otimização não linear;
- A realização de um estudo mais detalhado para linearização dos modelos dinâmicos, possibilitando a garantia de obtenção da solução ótima para o problema;
- A realização de estudos para melhoria de desempenho computacional dos modelos dinâmicos, uma vez que estes tenham sido linearizados, utilizando-se técnicas de horizonte rolante;
- Ainda para o caso de linearização dos modelos dinâmicos, poderiam ser realizados estudos de algoritmos para viabilização de soluções e redução do tempo computacional requerido para obtenção de soluções, como *feasibility pump*, *relax-and-fix* e *local branching*;
- A criação de um módulo gráfico para visualização das soluções geradas em três dimensões e a criação de um *software* de planejamento de operações em minas a céu aberto;
- A inclusão de considerações econômicas relacionadas ao custo de lavra, de tratamento e o retorno financeiro obtido com a venda do minério concentrado, para avaliação de grupos de blocos que poderiam constituir avanços nas escavações da mina, como acontece para algumas modelagens do problema de seqüenciamento da produção;
- A realização de estudos de modelos semelhantes, utilizando técnicas para a consideração de incertezas, como programação estocástica e otimização robusta;

Como se pode observar pela quantidade de alternativas para trabalhos futuros, ainda existe um longo caminho a ser trilhado no desenvolvimento de ferramentas de auxílio ao planejamento de explorações a céu aberto, principalmente no que se refere às aplicações capazes de aproveitar informações atualizadas da mina e de apoiar decisões integrando horizontes de planejamento de curto, médio e longo prazo.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, K. Open pit mine scheduling – a case study at Bogoso Gold Limited. *Ecological and Environmental Issues of 5<sup>th</sup> FIG Regional Conference*, 17 p, 2006.

AUGER, G. *Étude et programmation de l'algorithme du flot maximum appliqué aux problèmes de contours ultimes dans une mine à ciel ouvert*. Montreal: École Polytechnique de Montréal, 2000. 196 p. (Mémoire de Maîtrise et Génie Minéral).

BAŞÇETİN, A. *A decision support system for optimal equipment selection in open pit mining: analytical hierarchy process*. İstanbul Üniv. Müh. Fac. Yerbilimleri Dergisi, C. 16, S. 2, SS, p. 1-11, 2003.

BAŞÇETİN, A.; ÖZTAŞ, O.; KANLI, A. İ. A new development software for equipment selection in mining engineering. *South-African Institute of Mining and Metallurgy*, 6 p., 2006.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, 22 (2), p. 241-264, 2002.

BOULANGER, P.; LAPOINT, J. F.; WONG, W. Virtualized reality: an application to open-pit mine monitoring. *Proceedings of XXXIII IAPRS*, 7 p., 2000.

BURT, C.; CACCETA, L.; HILL, S.; WELGAMA, P. Models for mining equipment selection. *Proceedings on International Congress on Modelling and Simulation*, p. 1730-1736, 2005.

BYE, A. Sandsloot open-pit applies 3-D geotechnical modeling. *Engineering and Mining Journal*, Jul/Aug 2005, p. 44-50, 2005.

CACCETTA, L.; HILL, S. P. An application of branch and cut to open pit mine scheduling. *Journal of Global Optimization*, v. 27, p. 349-365, 2003.

CARMO, F. A. R. *Metodologias para o planejamento de cavas finais de minas a céu aberto otimizadas*. Ouro Preto: Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, 2001. 114 p. (Dissertação de Mestrado em Engenharia Mineral).

CARMO, F. A. R.; CURI, A.; SOUSA, W. T. Otimização econômica de explorações a céu aberto. *Revista Escola de Minas*, v. 59 (3), p. 317-321, 2006.

COSTA, F. P. *Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto*. Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, 2005. 140 p. (Dissertação de Mestrado em Engenharia Mineral).

COSTA, F.P.; SOUZA, M. J. F.; PINTO, L.R. Um modelo de alocação dinâmica de caminhões. *Brasil Mineral*, v. 231, p. 26-31, 2004.

COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F.; PINTO, L. R. Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. *Revista Escola de Minas*, v. 58 (1), p. 77-81, 2005.

DESHMUKH, U. K. D.; SHARMA, V.; MURTHY, V. M. S. R. A critical study of a mine planning software vis-à-vis development of a design criteria for faster and reliable computations. *Indian School of Mines University*, 6 p., 2001.

DIMITRAKOPOULOS, R.; FARRELLY, C. T.; GODOY, M. Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Transactions of Institution of Mining and Metallurgy Section A*, v. 111, p. A82-A88, 2002.

DINCER, T. Application of pit optimization algorithms beyond open pit limits. *Proceedings of 17<sup>th</sup> International Mining Congress and Exhibition of Turkey – IMCET 2001*, p. 549-556, 2001.



ERARSLAN, K.; ÇELEBİ, N.; PAŞAMEHMETOĞLU, A. G. Simulative optimization of open pit limits as a function of production scheduling. *Proceedings of 16<sup>th</sup> Mining Congress of Turkey*, p. 79-87, 1999.

FERLAND, J. A.; AMAYA, J.; DJUIMO, J. S. *Particle swarm procedure for the capacited open pit mine problem*. In: Autonomous robots and agents. Book series. "Studies of Computational Intelligence", Springer-Verlag, 12 p., 2007.

FOURER, R.; GAY, M. D.; KERNIGHAN, B. W. *AMPL: a modeling language for mathematical programming*. Cole Publish Company, 2002.

FRIMPONG, S.; SZYMANSKI, J.; NARSING, A. A computational intelligent algorithm for surface mine layouts optimization. *Simulation*, v. 78 (10), p.600-611, 2002.

FRIMPONG, S.; HU, Y.; AWUAH-OFFEI, K. Mechanics of cable shovel-formation interactions in surface mining excavations. *Journal of Terramechanics*, v. 42, p. 15-33, 2005.

GAMBIN, F.; COSTA, J. F. C. L.; KOPPE, J. C. Estrátéria de controle de qualidade de minérios na lavra utilizando simulação geoestatística. *Revista Escola de Minas*, v. 58 (3), p. 193-200, 2005.

GIANNINI, L. M. *Optimum design of open pit mines*. Local: Curtin University of Technology, 1990. 166 p. (Thesis of Doctor of Philosophy in Mining Engineering).

GOODWIN, G. C.; SERON, M. M.; MIDDLETON, R. H.; ZHANG, M.; HENNESSY, B. F.; STONE, P. M.; MENABDE, M. Receding horizon control applied to optimal mine planning. *Automatica*, v. 42, p. 1337-1342, 2006.

HACK, D. R. Utilization of scripting languages for customization of mine planning packages by specialized users. *Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industries*, p. 115-122, 2003.

HALATCHEV, R. A. A model of discounted profit variation of open pit production sequencing optimization. *Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industries*, p. 315-323, 2005.

HALBE, D.; SMOLIK, T. J. Process operating costs with applications in mine planning risk and analysis. *Mineral Processing Plant Design, Practice and Control Proceedings (SME)*, p. 326-345, 2002.

HALL, R. A. *Reliability analysis and discrete event simulation as tools for mine equipment management*. Kingston: Queen's University, 2000. 172 p. (Thesis of Doctor of Philosophy in Mining Engineering).

HOCHBAUM, D. S. Selection, provisioning, shared fixed costs, maximum closure, and implications algorithmic methods today. *Management Science*, v. 50 (6), p. 709-723, 2004.

HOCHBAUM, D. S.; CHEN, A. Performance analysis and best implementations of old and new algorithms for the open pit mine problem. *Operations Research*, p. 48 (6), p. 894-914, 2000.

HUSTRULID, W.; KUCHTA, M. *Open pit mine planning & design*, Porto Alegre: Irradiação Sul Ltda. Vol. 1: Fundamentals. 636 p. (1995).

KAPAGERIDIS, I. K. The future of mine planning software – new tools and innovations. *21<sup>th</sup> International Mining Congress and Exhibition of Turkey – IMCET 2005*, 7 p., 2005.

KENTWELL, D. MineMAX planner vs Whittle Four-X – an open pit optimization software evaluation and comparison. *MineMax Planning & Scheduler Software*, 6 p., 2002.

KUCHTA, M.; NEWMAN, A.; TOPAL, E. Implementing a production schedule at LKAB's Kiruna Mine. *Interfaces*, v. 34 (2), p. 124-134, 2004.

KUCHTA, M.; NEWMAN, A.; TOPAL, E. Production scheduling at LKAB's Kiruna Mine using mixed integer programming. *Mining Engineering*, April/2003, p. 35-40, 2003.

KUNRAL, M.; DOWD, P. A. A simulated annealing approach to mine production scheduling. *Journal of Operational Research Society*, v. 56, 922-930, 2005.

KUŚ, R. The construction of integrated production management systems in mining companies based on the experience of the 'Turów' brown coal mine (Poland). *Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industries*, p. 171-176, 2003.

MEDVEDEV, M. L. Determination of pit boundaries in step-by-step mining of steeply dipping deposit. Part I. *Journal of Mining Science*, v. 39 (6), p. 591-600, 2003.

MENABDE, M.; FROYLAND, G.; STONE, P. & YEATS, G. Mining scheduling optimization for conditionally simulated orebodies. *Proceedings of Orebody Modelling and Strategic Mine Planning – Uncertainty and Risk Management*, p. 342-357, 2004.

MERSCHMANN, L. H. C. *Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002. (Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção).

MEYER, M. Applying linear programming to the design of ultimate pit limits. *Management Science*, v. 16 (2), p. B121-B135, 1962.

MORAES, E. F. *Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro na mina Cauê da CVRD*. Ouro Preto: Escola de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais, 2005. 89 p. (Dissertação de Mestrado em Engenharia Mineral).

MORAES, E. F.; ALVES, J. M. C. B.; SOUZA, M. J. F.; CABRAL, I. E.; MARTINS, A. X. Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro na mina Cauê da CRVD. *Revista Escola de Minas*, v. 59 (3), p. 299-306, 2006.

MORALES, N. *Robust models for simultaneous open pit and underground mines*. Sophia Antipolis Cedex: Unité de Recherche INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique) Sophia Antipolis, 2003. 34 p. (Rapport de Recherche).

NAJOR, J. C.; HAGAN, P. C. Mine production scheduling within capacity constraints. *Proceedings of XV International Symposium on Mine Planning & Equipment Selection – MPES 2006*, 5 p., 2006.

NEWMAN, A. M.; KUCHTA, M. Using aggregation to optimize long-term production planning at an underground mine. *European Journal of Operational Research*, v. 176, p. 1205-1218, 2007.

NEWMAN, A. M.; TOPAL, E.; KUCHTA, M. An efficient optimization model for long-term production planning at LKAB's Kiruna Mine. *Working Paper*, Colorado School of Mines, p. 1-22, 2002.

NEWMAN, A. M.; MARTINEZ, M.; KUCHTA, M. *A review of long- and short-term production scheduling at LKAB's Kiruna Mine*. In: *Handbook of Production Scheduling* [edited by J. Herrmann], Vol. 89, Springer, 265-285, 2006.

NIKOLOV, H.; BORISOVA, D.; DANOV, M. Classification of open pit mines and dump areas based on land cover mapping. *Proceedings of Scientific Conference "Space, Ecology, Safety" with International Participation*, p. 1-6, 2005.

OBERNDORFER, T. Use of deposit modeling in computer – aided mine planning. *Deutsch Publikation BHM*, v. 8, p. 1-8, 1998.

ONURGIL, T. *Software development for the production scheduling and optimization of open pit mines*. İzmir: Dokuz Eylül University, 2002. 90 p. (Thesis the Degree of Master in Computer Science Engineering).

OSANLOO, M.; ATAELI, M. Using equivalent grade factors to find the optimum cut-off grades of multiple metal deposits. *Minerals Engineering*, v. 16, p. 771-776, 2003.

OSANLOO, M.; HEKMAT, A. Prediction of shovel productivity in the Gol-e-Gohar Iron Mine. *Journal of Mining Science*, v. 41 (2), p. 177-184, 2005.

PEGMAN, M.; FORWARD, N.; KING, B.; TEAL, D. Mine planning and scheduling at RTZ Technical Services. *Proceedings of Second Int'l ILOG Solver and Schedule User's Conference*, July, 10 p., 1996.

PENDHARKAR, P. C. A fuzzy linear programming model for production planning in coal mines. *Computers and Operations Research*, v. 24 (12), p. 1141-1149, 1997.

PENDHARKAR, P. C.; RODGER, J. A. Nonlinear programming and genetic search application for production scheduling in coal mines. *Annals of Operations Research*, v. 95, p. 251-267, 2000.

PERONI, R. L. *Análise da sensibilidade do sequenciamento de lavra em função da incerteza do modelo geológico*. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002. 143 p. (Tese de Doutorado em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais).

PINTO, L. R. Alocação estática e dinâmica de caminhões em minas a céu aberto: estudo comparativo usando simulação. *Workshop de Simulação – COPPEAD/UFRJ*, v. 1, p. 59-66, 1997.

PINTO, L. R. Análise de cenários de produção em minas a céu aberto usando simulação. *I Congresso Brasileiro de Mina a Céu Aberto*, Belo Horizonte, 2000.

PINTO, L. R.; BIAJOLI, F. L.; MINE, O. M. *Uso de otimizador de planilhas eletrônicas para auxílio ao planejamento de lavra*. Ouro Preto: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Ouro Preto, 2003. 16 p. (Relatório Técnico).

PINTO, L. R.; MERSCHMANN, L. H. C. Planejamento operacional de mina usando modelos matemáticos. *Revista Escola de Minas*, v. 54 (3), 211-214, 2001.

PINTO, L. R.; SALIBY, E. SIMIN – *Sistema para simulação a eventos discretos utilizando Borland Deplhi*. III Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha, 1999.

PRASAD, D. L. R.; SRINIVAS, P.; SAMBASIVARAO, B. GOPINATH, D. Open pit mine scheduling – I. T. solution for longterm mine planning. *Singareni Collieries*, 18 p., 2006.

QING-XIA, Y. Computer simulation of drill-rig/shovel operations in open-pit mines. *Proceedings of 1982 Winter Simulation Conference*, p. 463-468, 1982.

RAMAZAN, S. The new fundamental tree algorithm for production scheduling of open pit mines. *European Journal of Operational Research*, v. 177, p. 1153-1166, 2007.

RAMAZAN, S.; DAGDELEN, K.; JOHNSON, T. B. Fundamental tree algorithm in optimizing production scheduling for open pit mine design. *Transactions Institutional of Mining and Metallurgy Section A*, v. 114, p. A45-A54, 2005.

RAMOS NT., A. N.; PINTO, L. R. Template do programa Arena para simulação das operações de carregamento e transporte em minas a céu aberto. *Revista Escola de Minas*, v. 57 (1), p. 65-69, 2004.

RONSON, K. A. *Computerized open pit planning and the development and application of a software open pit planner*. Kingston: Queen's University, 2001. 216 p. (Thesis of Degree Master of Science in Mining Engineering).

SINGER, D. A.; MENZIE, W. D.; LONG, K. R. A simplified economic filter for open-pit gold-silver mining in the United States. *USGS Science for a Changing World*, 13 p., 1998.

STONE, P.; FROYLAND, G.; MENABDE, M.; LAW, B.; PASYAR, R.; MONKHOUSE, P. Blaser-blended iron-ore mine planning optimization at Yandi. *Proceedings of Orebody Modelling and Strategic Mine Planning – Uncertainty and Risk Management*, p. 285-288, 2004.

SWANEPOEL, W. *The influence of bench height and equipment selection on effective mineral resource utilization*. LOCAL: University of Pretoria, 2003. 137 p. (Dissertation of Master in Mining Engineering).

TOLWINSKI, B.; UNDERWOOD, R. A scheduling algorithm for open pit mines. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry*, v. 7, p. 247-270, 1996.

TOPAL, E.; KUCHTA, M.; NEWMAN, A. Extensions to an efficient optimization model for long-term production planning at LKAB's Kiruna Mine. *Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industry*, 8 p., 2003.

UNDERWOOD, R.; TOLWINSKI, B. A mathematical programming viewpoint for solving the ultimate pit problem. *European Journal of Operational Research*, v. 107, p. 96-107, 1998.

VAGENAS, N.; NUZIALE, T. Genetic algorithms for reability assessment of mining equipment. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, v. 7 (4), p. 302-311, 2001.

VASIL'EV, E. I.; ZAITSEVA, A. A. Computer technology for selection of internal dump and open pit parameters. *Journal of Mining Science*, v. 37 (5), p. 520-527, 2001.

# Apêndice 1

## MODELO *ON-LINE* PARA O POLAEC

```
/* ***** */
/* Universidade Federal de Minas Gerais */
/* Escola de Engenharia */
/* Departamento de Engenharia de Produção */
/* Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção */
/* Mestrado em Engenharia de Produção */
/* Área de Concentração: Produção e Logística */
/*
/*
/* MÔNICA DO AMARAL
/* Orientador: Luiz Ricardo Pinto
/* ***** */
/* MODELO ON-LINE PARA ALOCAÇÃO DE EQUIPAMENTOS DE CARGA
/* EM MINAS A CÉU ABERTO
/* ***** */
/* OBJETIVO:
/* Maximizar produção
/* Minimizar desvios de qualidade
/* Minimizar desvios de REM
/* Minimizar deslocamentos dos Equip. Carga
/*
/* RESTRIÇÕES:
/* Produção de minério mínima
/* Requisitos de qualidade
/* Relação Estéril-Minério (REM)
/* Custo de movimentação dos equipamentos de carga
/* Número de níveis da mina que podem ser lavrados
/* simultaneamente
/* Deslocamento máximo permitido para os equipamentos
/* de carga
/* ***** */
```

# CONJUNTOS

```
set B; # Blocos lavráveis da mina
set I; # Equipamentos de carga disponíveis
set V; # Variáveis químicas para controle
# da qualidade
set R; # Coordenadas do modelo geológico
```

# PARÂMETROS

```
param po{i in I, r in R}; # Posição inicial do equipamento de carga i
# em relação à coordenada r
```



```

param Pmin{i in I};           # Produção horária mínima para operação
                               # do equipamento de carga i

param Pmax{i in I};           # Produção horária máxima para operação
                               # do equipamento de carga i

param T{b in B, v in V};      # Teor da variável química de controle v
                               # no bloco b

param p{b in B, r in R};      # Posição do bloco b em relação à coordenada r

param Tmin{v in V};           # Teor mínimo recomendado
                               # para a variável química v no ROM

param Tmax{v in V};           # Teor máximo recomendado
                               # para a variável química v no ROM

param pc;                     # Parâmetro de corte

param tc;                     # Teor de corte

param Pr;                     # Produção mínima de minério requerida

param REM;                    # REM requerida

param dmax{r in R};           # Número máximo de deslocamentos permitidos
                               # para os equipamentos de carga em relação
                               # à coordenada r

param NNLS;                   # Número máximo de níveis lavrados
                               # simultaneamente

param PM;                     # Produção de minério acumulada

param PE;                     # Produção de estéril acumulada

param DTA{v in V};           # Desvio de teor acumulado para a variável
                               # química de controle v

param alfa_menos{v in V};     # Penalidade por desvio negativo em relação ao
                               # limite inferior da variável de controle v

param alfa_mais{v in V};     # Penalidade por desvio positivo em relação ao
                               # limite superior da variável de controle v

param beta_menos;            # Penalidade por desvio negativo em relação à
                               # REM

param beta_mais;             # Penalidade por desvio positivo em relação à
                               # REM

param gama{r in R};          # Custo de deslocamento dos equipamentos
                               # de carga em relação à coordenada r

```

```

# VARIÁVEIS

var P{b in B} >= 0;           # Produção horária no bloco b

var y{b in B, i in I}, binary; # 1, se o equipamento de carga i é alocado ao
                               # bloco b, 0 caso contrário

var D{i in I, r in R} >= 0;  # Número de deslocamentos realizados
                               # pelo equipamento de carga i
                               # em relação à coordenada r

var Nmax >= 0;               # Número do maior nível
                               # com equipamento de carga alocado

var Nmin >= 1;               # Número do menor nível
                               # com equipamento de carga alocado

var dN >= 0;                 # Diferença entre o maior e o menor nível
                               # com equipamento de carga alocado

var dT_menos{v in V} >= 0;  # Desvio negativo em relação ao teor mínimo
                               # recomendado para a variável v

var dT_mais{v in V} >= 0;   # Desvio positivo em relação ao teor máximo
                               # recomendado para a variável v

var fT_menos{v in V} >= 0;  # Folga de qualidade em relação ao teor mínimo
                               # recomendado para a variável v

var fT_mais{v in V} >= 0;   # Folga de qualidade em relação ao teor máximo
                               # recomendado para a variável v

var dREM_menos >= 0;        # Desvio negativo em relação à REM requerida

var dREM_mais >= 0;         # Desvio positivo em relação à REM requerida

# FUNÇÃO OBJETIVO

# Maximizar: produção horária dos equipamentos de carga           (P1)
# Minimizar: desvios negativos de qualidade                       (P2)
#               desvios positivos de qualidade                   (P3)
#               desvios negativos em relação à REM requerida    (P4)
#               desvios positivos em relação à REM requerida    (P5)
#               deslocamentos dos equipamentos de carga         (P6)

maximize z: sum{b in B} P[b]                                     # (P1)
            - sum{v in V} alfa_menos[v] * dT_menos[v]          # (P2)
            - sum{v in V} alfa_mais[v] * dT_mais[v]            # (P3)
            - beta_menos * dREM_menos                          # (P4)
            - beta_mais * dREM_mais                            # (P5)
            - sum{r in R} (gama[r] * sum{i in I} D[i,r]);      # (P6)

# RESTRIÇÕES

# Cada equipamento de carga deve ser alocado a um único bloco

s.t. Alocacao1 {i in I}: sum{b in B} y[b,i] = 1;

```

```

# Cada bloco pode ter no máximo um equipamento de carga alocado a ele

s.t. Alocacao2 {b in B}: sum{i in I} y[b,i] <= 1;

# Para cada parâmetro químico de controle, são computados os desvios e as
# folgas em relação ao limite mínimo recomendado

s.t. QuaLimMin {v in V}: sum{b in B: T[b,pc] >= tc} T[b,v]*P[b] -
Tmin[v]*sum{b in B:T[b,pc] >= tc} P[b] + DTA[v] + dT_menos[v] - fT_menos[v] =
0;

# Para cada parâmetro químico de controle, são computados os desvios e as
# folgas em relação ao limite máximo recomendado

s.t. QuaLimMax {v in V}: Tmax[v] * sum{b in B:T[b,pc] >= tc} P[b] - sum{b in
B: T[b,pc] >= tc} T[b,v]*P[b] + DTA[v] + dT_mais[v] - fT_mais[v] = 0;

# Os desvios em relação à REM requerida são computados

s.t. RelacaoEM: PE + sum{b in B: T[b,pc] < tc} P[b]) - REM *(PM + sum{b in B:
T[b,pc] >= tc} P[b]) + dREM_menos - dREM_mais = 0;

# Garante-se a produção mínima de minério requerida

s.t. ProducaoMin: sum{b in B: T[b,pc] >= tc} P[b] >= Pr;

# Garantem-se as produções horárias mínimas para cada equipamento de carga

s.t. ProdMinEC {b in B}: P[b] - sum{i in I} (y[b,i] * Pmin[i]) >= 0;

# Garantem-se as produções horárias máximas para cada equipamento de carga

s.t. ProdMaxEC {b in B}: sum{i in I} (y[b,i] * Pmax[i]) - P[b] >= 0;

# Os deslocamentos são calculados para cada equipamento de carga em cada uma
# das coordenadas do modelo geológico (em módulo)

s.t. Deslocamento1 {i in I, r in R}: D[i,r] >= sum{b in B} (p[b,r] * y[b,i])
- po[i,r];

s.t. Deslocamento2 {i in I, r in R}: D[i,r] >= po[i,r] - sum{b in B} (p[b,r]
* y[b,i]);

# Garante que todos os deslocamentos, realizados por todos os equipamentos de
# carga em todas as coordenadas do modelo geológico seja menor ou igual ao
# número máximo de deslocamentos permitidos

s.t. Deslocamento3 {i in I, r in R}: D[i,r] <= dmax[r];

# Computa-se o maior nível com equipamentos de carga alocados

s.t. NNiveisSimult1 {i in I}: Nmax >= sum{b in B} p[b,n] * y[b,i];

```

```

# Computa-se o menor nível com equipamentos de carga alocados
s.t. NNiveisSimult2 {i in I}:  $N_{min} \leq \sum_{b \in B} p[b,n] * y[b,i];$ 

# Computa-se a diferença entre o maior e o menor nível com equipamentos
# de carga alocados
s.t. NNiveisSimult3:  $dN = N_{max} - N_{min};$ 

# Restringe-se a diferença entre o maior e o menor nível com equipamentos
# de carga alocados ao número máximo de níveis que podem ser
# lavrados simultaneamente
s.t. NNiveisSimult4:  $dN \leq NNLS;$ 

```

## Apêndice 2

# MODELO *ON-LINE* PARA O POLAECT

```
/* ***** */
/* Universidade Federal de Minas Gerais */
/* Escola de Engenharia */
/* Departamento de Engenharia de Produção */
/* Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção */
/* Mestrado em Engenharia de Produção */
/* Área de Concentração: Produção e Logística */
/*
/*
/* MÔNICA DO AMARAL
/* Orientador: Luiz Ricardo Pinto
/* ***** */
/* MODELO ON-LINE PARA ALOCAÇÃO DE EQUIPAMENTOS DE CARGA
/* E TRANSPORTE EM MINAS A CÉU ABERTO
/* ***** */
/* OBJETIVO:
/* Maximizar produção
/* Minimizar desvios de qualidade
/* Minimizar desvios de REM
/* Minimizar deslocamentos dos Equip. Carga
/*
/* RESTRIÇÕES:
/* Produção de minério mínima
/* Requisitos de qualidade
/* Relação Estéril-Minério (REM)
/* Custo de movimentação dos equipamentos de carga
/* Número de níveis da mina que podem ser lavrados
/* simultaneamente
/* Deslocamento máximo permitido para os equipamentos
/* de carga
/* ***** */
```

# CONJUNTOS

```
set B; # Blocos lavráveis da mina
set I; # Equipamentos de carga disponíveis
set V; # Variáveis químicas para controle
# da qualidade
set R; # Coordenadas do modelo geológico
set J; # Conjunto de frotas de caminhões
```

# PARÂMETROS

```
param po{i in I, r in R}; # Posição inicial do equipamento de carga i
```

```

# em relação à coordenada r

param Pmin{i in I}; # Produção horária mínima para operação
# do equipamento de carga i

param Pmax{i in I}; # Produção horária máxima para operação
# do equipamento de carga i

param T{b in B, v in V}; # Teor da variável química de controle v
# no bloco b

param p{b in B, r in R}; # Posição do bloco b em relação à coordenada r

param Tmin{v in V}; # Teor mínimo recomendado
# para a variável química v no ROM

param Tmax{v in V}; # Teor máximo recomendado
# para a variável química v no ROM

param pc; # Parâmetro de corte

param tc; # Teor de corte

param Pr; # Produção mínima de minério requerida

param REM; # REM requerida

param dmax{r in R}; # Número máximo de deslocamentos permitidos
# para os equipamentos de carga em relação
# à coordenada r

param NNLS; # Número máximo de níveis lavrados
# simultaneamente

param PM; # Produção de minério acumulada

param PE; # Produção de estéril acumulada

param DTA{v in V}; # Desvio de teor acumulado para a variável
# química de controle v

param alfa_menos{v in V}; # Penalidade por desvio negativo em relação ao
# limite inferior da variável de controle v

param alfa_mais{v in V}; # Penalidade por desvio positivo em relação ao
# limite superior da variável de controle v

param beta_menos; # Penalidade por desvio negativo em relação à
# REM

param beta_mais; # Penalidade por desvio positivo em relação à
# REM

param gama{r in R}; # Custo de deslocamento dos equipamentos
# de carga em relação à coordenada r

param s{b in B}; # 1, se o bloco é de minério
# 0, se o bloco é de estéril

param F{j in J}; # Número de caminhões disponíveis na frota j

param TC{b in B}; # Tempo de ciclo para o caminhão que está
# alocado ao bloco b

param CM{j in J}; # Capacidade dos caminhões da frota j para

```

```

# transporte de minério

param CE{i in J}; # Capacidade dos caminhões da frota j para
# transporte de estéril

param comp{i in I, j in J}; # 1, se os caminhões da frota j são
# compatíveis com o equipamento de carga i
# 0, caso contrário

param tcarga; # tempo de carga dos caminhões

# VARIÁVEIS

var P{b in B} >= 0; # Produção horária no bloco b

var y{b in B, i in I}, binary; # 1, se o equipamento de carga i é alocado ao
# bloco b, 0 caso contrário

var D{i in I, r in R} >= 0; # Número de deslocamentos realizados
# pelo equipamento de carga i
# em relação à coordenada r

var Nmax >= 0; # Número do maior nível
# com equipamento de carga alocado

var Nmin >= 1; # Número do menor nível
# com equipamento de carga alocado

var dN >= 0; # Diferença entre o maior e o menor nível
# com equipamento de carga alocado

var dT_menos{v in V} >= 0; # Desvio negativo em relação ao teor mínimo
# recomendado para a variável v

var dT_mais{v in V} >= 0; # Desvio positivo em relação ao teor máximo
# recomendado para a variável v

var fT_menos{v in V} >= 0; # Folga de qualidade em relação ao teor mínimo
# recomendado para a variável v

var fT_mais{v in V} >= 0; # Folga de qualidade em relação ao teor máximo
# recomendado para a variável v

var dREM_menos >= 0; # Desvio negativo em relação à REM requerida

var dREM_mais >= 0; # Desvio positivo em relação à REM requerida

var NC{j in J, b in B} >= 0; # Número de caminhões da frota j que estão
# alocados ao bloco b

# FUNÇÃO OBJETIVO

# Maximizar: produção horária dos equipamentos de carga (P1)
# Minimizar: desvios negativos de qualidade (P2)
# desvios positivos de qualidade (P3)
# desvios negativos em relação à REM requerida (P4)
# desvios positivos em relação à REM requerida (P5)
# deslocamentos dos equipamentos de carga (P6)

maximize z: sum{b in B} P[b] # (P1)
- sum{v in V} alfa_menos[v] * dT_menos[v] # (P2)

```

```

- sum{v in V} alfa_mais[v] * dT_mais[v] # (P3)
- beta_menos * dREM_menos # (P4)
- beta_mais * dREM_mais # (P5)
- sum{r in R} (gama[r] * sum{i in I} D[i,r]); # (P6)

# RESTRIÇÕES

# Cada equipamento de carga deve ser alocado a um único bloco

s.t. Alocacao1 {i in I}: sum{b in B} y[b,i] = 1;

# Cada bloco pode ter no máximo um equipamento de carga alocado a ele

s.t. Alocacao2 {b in B}: sum{i in I} y[b,i] <= 1;

# Para cada parâmetro químico de controle, são computados os desvios e as
# folgas em relação ao limite mínimo recomendado

s.t. QuaLimMin {v in V}: sum{b in B: T[b,pc] >= tc} T[b,v]*P[b] -
Tmin[v]*sum{b in B: T[b,pc] >= tc} P[b] + DTA[v] + dT_menos[v] - ft_menos[v] =
0;

# Para cada parâmetro químico de controle, são computados os desvios e as
# folgas em relação ao limite máximo recomendado

s.t. QuaLimMax {v in V}: Tmax[v] * sum{b in B: T[b,pc] >= tc} P[b] - sum{b in
B: T[b,pc] >= tc} T[b,v]*P[b] + DTA[v] + dT_mais[v] - ft_mais[v] = 0;

# Os desvios em relação à REM requerida são computados

s.t. RelacaoEM: PE + sum{b in B: T[b,pc] < tc} P[b]) - REM *(PM + sum{b in B:
T[b,pc] >= tc} P[b]) + dREM_menos - dREM_mais = 0;

# Garante-se a produção mínima de minério requerida

s.t. ProducaoMin: sum{b in B: T[b,pc] >= tc} P[b] >= Pr;

# Garantem-se as produções horárias mínimas para cada equipamento de carga

s.t. ProdMinEC {b in B}: P[b] - sum{i in I} (y[b,i] * Pmin[i]) >= 0;

# Garantem-se as produções horárias máximas para cada equipamento de carga

s.t. ProdMaxEC {b in B}: sum{i in I} (y[b,i] * Pmax[i]) - P[b] >= 0;

# Os deslocamentos são calculados para cada equipamento de carga em cada uma
# das coordenadas do modelo geológico (em módulo)

s.t. Deslocamento1 {i in I, r in R}: D[i,r] >= sum{b in B} (p[b,r] * y[b,i])
- po[i,r];

s.t. Deslocamento2 {i in I, r in R}: D[i,r] >= po[i,r] - sum{b in B} (p[b,r]
* y[b,i]);

# Garante que todos os deslocamentos, realizados por todos os equipamentos de

```



```

# carga em todas as coordenadas do modelo geológico seja menor ou igual ao
# número máximo de deslocamentos permitidos

s.t. Deslocamento3 {i in I, r in R}: D[i,r] <= dmax[r];

# Computa-se o maior nível com equipamentos de carga alocados

s.t. NNiveisSimult1 {i in I}: Nmax >= sum{b in B} p[b,n] * y[b,i];

# Computa-se o menor nível com equipamentos de carga alocados

s.t. NNiveisSimult2 {i in I}: Nmin <= sum{b in B} p[b,n] * y[b,i];

# Computa-se a diferença entre o maior e o menor nível com equipamentos
# de carga alocadaos

s.t. NNiveisSimult3: dN = Nmax - Nmin;

# Restringe-se a diferença entre o maior e o menor nível com equipamentos
# de carga alocados ao número máximo de níveis que podem ser
# lavrados simultaneamente

s.t. NNiveisSimult4: dN <= NNLS;

# Obriga a produção horária no bloco b a ser igual à capacidade de transporte
# dos caminhões a ele alocados

s.t. ProdBloco {b in B}: P[b] = (sum{j in J} (s[b] * CM[j] + (1 - s[b]) *
CE[j]) * NC[j,b]) / TC[b];

# Limita o número de caminhões de cada frota ao número de caminhões
# disponíveis

s.t. Frota {j in J}: sum{b in B} NC[j,b] <= F[j];

# Estabelece que somente alocações compatíveis entre equipamentos de carga e
# caminhões sejam realizadas

s.t. Compat {b in B, j in J}: NC[j,b] <= (TC[b] * sum{i in I} y[b,i] *
comp[j,i]) / tcarga;

```

## Apêndice 3

# RELATÓRIO GERADO PELA HEURÍSTICA

Para a leitura e entendimento do relatório gerado pela heurística, seguem-se alguns comentários a respeito dos campos que devem ser observados para a análise das diversas informações contidas no mesmo.

- **Cabeçalho** – Letra **A**: contém o número da ordem de produção planejada, que segue uma numeração seqüencial, e a sua duração em minutos;
- **Dados Globais de Produção** – Letra **B**: mostram os valores das produções de minério e estéril acumuladas desde o início do plano de lavra e o valor da REM global;
- **Dados da Pilha de Homogeneização** – Letra **C**: contém dados de produção e qualidade para controle da pilha de homogeneização em formação. Primeiramente, apresenta-se a quantidade de minério já acumulada e, em seguida, as porcentagens de desvios apuradas para cada um dos parâmetros químicos de controle considerados. Na primeira ordem de produção do exemplo exposto, todos os parâmetros de controle se encontram dentro dos limites estabelecidos para as metas de qualidade;
- **Alocação dos Equipamentos de Carga** – Letra **D**: Na primeira coluna, cada equipamento de carga é representado pelo seu nome, um em cada linha; a segunda coluna identifica o índice do bloco ao qual cada um dos equipamentos de carga está alocado, seguido da identificação do bloco como sendo minério (M) ou estéril (E); a terceira coluna indica as quantidades a serem lavradas por cada um dos equipamentos de carga durante a ordem de produção corrente; a quarta coluna indica a sobra de material que deve ocorrer no final da ordem, possibilitando identificar o equipamento que disparou o fechamento da ordem de produção e a criação de uma nova; as demais colunas identificam os deslocamentos realizados pelos equipamentos de carga para atingir a alocação atual, partindo-se da condição inicial dada ou da ordem de produção anterior.

P L A N O   D E   L A V R A

ORDEM DE PRODUCAO.....: 1  
 Duração.....: 187 min

**A**

Dados Globais de Produção:

Produção de Minério atual.....: 7461.832 t  
 Produção de Estéril atual.....: 8976.000 t  
 Relacao Esteril-Minerio atual.....: 1.20

**B**

Dados da Pilha de Homogeneizacão:

Quantidade de Minerio na Pilha.....: 7461.832 t  
 Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....: 0.000  
 Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....: 0.000  
 Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....: 0.000  
 Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....: 0.000

**C**

Alocação dos Equipamentos de carga:

Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H
E.C. a	372 M	4656.832 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0
E.C. b	406 E	3740.000 t	734.768 t	0.0	0.0	0.0
E.C. c	494 E	2898.500 t	1538.268 t	0.0	0.0	0.0
E.C. d	376 M	2805.000 t	1716.088 t	0.0	1.0	0.0
E.C. e	437 E	2337.500 t	2114.660 t	0.0	0.0	0.0

**E**

**D**

Por exemplo, na 1ª ordem de produção, o equipamento de carga “a” lavrou completamente o bloco de minério 372, como pode ser observado na linha **E** em destaque, ao qual já estava inicialmente alocado, pois nessa ordem não se observou nenhum deslocamento para o equipamento de carga, confirmado pelas três últimas colunas com valor 0.0.

Na 2ª ordem de produção, o equipamento de carga “a” realizou 1 deslocamento entre linhas e passou a lavrar o bloco 342, como mostrado em **F**. Observa-se que os demais equipamentos de carga não tiveram suas alocações alteradas, não realizando nenhum deslocamento em nenhuma das coordenadas do modelo geológico.

Devido a isso, esses equipamentos tinham que lavrar quantidades menores para terminar o bloco ao qual estavam alocados, sendo o equipamento de carga “b” o primeiro a concluir a lavra do bloco, como destacado em **G**. Esse fato explica a duração da segunda ordem de produção ser de apenas 37 minutos, pois havia apenas 734.768 t para serem lavradas, que é considerada pequena.

Esse mesmo tipo de análise é válido para as ordens de produção 3 e 4. Também é possível observar que a REM é mantida rigorosamente em 1.20, enquanto a cada ordem, são lavrados simultaneamente 2 blocos de minério e 3 de estéril. Nessa fase inicial, os critérios de qualidade também são atendidos em todas as ordens.

ORDEM DE PRODUCAO.....:	2					
Duração.....:	37 min					
Dados Globais de Produção:						
Produção de Minério atual.....:		8941.832 t				
Produção de Estéril atual.....:		10733.323 t				
Relacao Esteril-Minerio atual.....:		1.20				
Dados da Pilha de Homogeneizacão:						
Quantidade de Minerio na Pilha.....:		8941.832 t				
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....:		0.000				
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....:		0.000				
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....:		0.000				
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....:		0.000				
Alocação dos Equipamentos de carga:						
Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H
E.C. a	342 M	925.000 t	82.040 t	1.0	0.0	0.0
E.C. b	406 E	734.768 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0
E.C. c	494 E	560.055 t	978.213 t	0.0	0.0	0.0
E.C. d	376 M	555.000 t	1161.088 t	0.0	0.0	0.0
E.C. e	437 E	462.500 t	1652.160 t	0.0	0.0	0.0
ORDEM DE PRODUCAO.....:	3					
Duração.....:	64 min					
Dados Globais de Produção:						
Produção de Minério atual.....:		11501.832 t				
Produção de Estéril atual.....:		13791.536 t				
Relacao Esteril-Minerio atual.....:		1.20				
Dados da Pilha de Homogeneizacão:						
Quantidade de Minerio na Pilha.....:		11501.832 t				
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....:		0.000				
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....:		0.000				
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....:		0.000				
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....:		0.000				
Alocação dos Equipamentos de carga:						
Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H
E.C. a	342 M	1600.000 t	1982.040 t	0.0	0.0	0.0
E.C. b	407 E	1280.000 t	3157.136 t	0.0	1.0	0.0
E.C. c	494 E	978.213 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0
E.C. d	376 M	960.000 t	201.088 t	0.0	0.0	0.0
E.C. e	437 E	800.000 t	852.160 t	0.0	0.0	0.0

Na 5ª ordem de produção, observa-se que dois blocos foram totalmente lavrados: o bloco de minério 342, ao qual o equipamento de carga “a” estava alocado, e o bloco de estéril 437, que estava sendo lavrado pelo equipamento de carga “e”. Ao se comparar os valores de sobra de material nos blocos ao final da 4ª ordem de produção, como mostrado em **H**, com os valores de produção da 5ª ordem, destacado em **I**, verifica-se que apenas o bloco 437 foi totalmente exaurido. Deveriam sobrar 232,040 t de minério no bloco 342, mas para se evitar a criação de uma nova ordem de produção muito curta, essa sobra foi incorporada a um bloco vizinho e o bloco foi considerado lavrado, como se observa em **J**.

ORDEM DE PRODUCAO.....:	4						
Duração.....:	14 min						
Dados Globais de Produção:							
Produção de Minério atual.....:				12052.920 t			
Produção de Estéril atual.....:				14466.024 t			
Relacao Esteril-Minerio atual.....:				1.20			
Dados da Pilha de Homogeneizacão:							
Quantidade de Minerio na Pilha.....:				12052.920 t			
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....:				0.000			
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....:				0.000			
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....:				0.000			
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....:				0.000			
Alocação dos Equipamentos de carga: <b>(H)</b>							
Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H	
E.C. a	342 M	350.000 t	1632.040 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. b	407 E	280.000 t	2877.136 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. c	464 E	233.333 t	4244.042 t	1.0	0.0	0.0	
E.C. d	376 M	201.088 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. e	437 E	161.154 t	691.006 t	0.0	0.0	0.0	
ORDEM DE PRODUCAO.....:	5						
Duração.....:	56 min						
Dados Globais de Produção:							
Produção de Minério atual.....:				14292.920 t			
Produção de Estéril atual.....:				17142.678 t			
Relacao Esteril-Minerio atual.....:				1.20			
Dados da Pilha de Homogeneizacão:							
Quantidade de Minerio na Pilha.....:				14292.920 t			
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....:				0.000			
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....:				0.000			
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....:				0.000			
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....:				0.000			
Alocação dos Equipamentos de carga: <b>(I)</b> <b>(J)</b>							
Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H	
E.C. a	342 M	1400.000 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. b	407 E	1120.000 t	1757.136 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. c	464 E	865.648 t	3378.395 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. d	346 M	840.000 t	3714.464 t	1.0	0.0	0.0	
E.C. e	437 E	691.006 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0	

-----							
	ORDEM DE PRODUCAO.....:			6			
	Duração.....:			88 min			
	Dados Globais de Produção:						
	Produção de Minério atual.....:			17812.920 t			
	Produção de Estéril atual.....:			21376.759 t			
	Relacao Esteril-Minerio atual.....:			1.20			
	Dados da Pilha de Homogeneizacao:						
	Quantidade de Minerio na Pilha.....:			17812.920 t			
	Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....:			0.000			
	Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....:			0.000			
	Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....:			0.000			
	Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....:			0.000			
	Alocação dos Equipamentos de carga:						
	Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H
	E.C. a	340 M	2200.000 t	2383.264 t	0.0	2.0	0.0
	E.C. b	407 E	1757.136 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0
	E.C. c	464 E	1466.667 t	1911.728 t	0.0	0.0	0.0
	E.C. d	346 M	1320.000 t	2394.464 t	0.0	0.0	0.0
	E.C. e	467 E	1010.278 t	3487.866 t	1.0	0.0	0.0
-----							

Na 7ª ordem de produção, observa-se o fechamento de uma pilha de homogeneização. O relatório mostra, nesse caso, dados de duas pilhas de homogeneização, uma sendo encerrada e outra sendo iniciada. Em **K**, a pilha encerrada apresenta 20.000 t de minério, com todos os critérios de qualidade atendidos para os limites estabelecidos.

Mas, dentro dessa mesma ordem de produção, ocorre a lavra de material suficiente para iniciar uma nova pilha, cujos dados de inicialização são apresentados em **L**. A quantidade de minério é ainda pequena, de 1.636,184 t, e apresenta parâmetros de qualidade fora dos limites estabelecidos, sendo possível observar desvios para as concentrações de fósforo e sílica.

É natural que isso ocorra, pois a escolha de quais blocos devem ser lavrados foi baseada em critérios de qualidade que levassem ao fechamento da pilha anterior sem desvios. Para a correção desses desvios para a nova pilha de homogeneização, as penalidades para os desvios de fósforo e sílica são intensificadas na ordem de produção seguinte.

Na 8ª ordem de produção, os desvios de sílica, cujos limites são mais relaxados são totalmente corrigidos, enquanto se observa grande redução nos desvios de fósforo, como se verifica em **M**. Ainda na mesma ordem, pode-se identificar o caso em que um equipamento de carga se desloca para outro bloco, mesmo sem ter terminado o anterior. Em **N** e **O**, observa-se que equipamento de carga “d” se desloca para o bloco 345 sem terminar de lavar o bloco 346.

ORDEM DE PRODUCAO.....	7					
Duração.....	96 min					
Dados Globais de Produção:						
Produção de Minério atual.....	21636.184 t					
Produção de Estéril atual.....	25982.751 t					
Relacao Esteril-Minerio atual.....	1.20					
Dados da Pilha de Homogeneizacão - SENDO ENCERRADA:						
Quantidade de Minério na Pilha.....	20000.000 t					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....	0.000					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....	0.000					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....	0.000					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....	0.000					
Dados da Pilha de Homogeneizacão - SENDO INICIADA:						
Quantidade de Minério na Pilha.....	1636.184 t					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....	0.000					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....	0.007					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....	0.000					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....	-0.382					
Alocação dos Equipamentos de carga:						
Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H
E.C. a	340 M	2383.264 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0
E.C. b	377 E	1920.000 t	2535.200 t	1.0	0.0	0.0
E.C. c	464 E	1600.000 t	311.728 t	0.0	0.0	0.0
E.C. d	346 M	1440.000 t	954.464 t	0.0	0.0	0.0
E.C. e	467 E	1085.992 t	2401.874 t	0.0	0.0	0.0
ORDEM DE PRODUCAO.....	8					
Duração.....	21 min					
Dados Globais de Produção:						
Produção de Minério atual.....	22476.184 t					
Produção de Estéril atual.....	26976.979 t					
Relacao Esteril-Minerio atual.....	1.20					
Dados da Pilha de Homogeneizacão:						
Quantidade de Minério na Pilha.....	2476.184 t					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....	0.000					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....	0.001					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....	0.000					
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....	0.000					
Alocação dos Equipamentos de carga:						
Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H
E.C. a	339 M	525.000 t	4114.456 t	0.0	1.0	0.0
E.C. b	377 E	420.000 t	2115.200 t	0.0	0.0	0.0
E.C. c	464 E	311.728 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0
E.C. d	345 M	315.000 t	4236.072 t	0.0	1.0	0.0
E.C. e	467 E	262.500 t	2139.374 t	0.0	0.0	0.0

Na 9ª ordem de produção, os desvios de qualidade da pilha de homogeneização são totalmente corrigidos, como se observa em *P*, mantendo-se o mesmo resultado em *Q*, na 10ª ordem de produção.

ORDEM DE PRODUCAO.....:	9						
Duração.....:	106 min						
Dados Globais de Produção:							
Produção de Minério atual.....:	26716.184 t						
Produção de Estéril atual.....:	32050.360 t						
Relacao Esteril-Minerio atual.....:	1.20						<b>P</b>
Dados da Pilha de Homogeneizacão:							
Quantidade de Minerio na Pilha.....:	6716.184 t						
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....:	0.000						
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....:	0.000						
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....:	0.000						
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....:	0.000						
Alocação dos Equipamentos de carga:							
Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H	
E.C. a	339 M	2650.000 t	1464.456 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. b	377 E	2115.200 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. c	465 E	1766.667 t	2671.045 t	0.0	1.0	0.0	
E.C. d	345 M	1590.000 t	2646.072 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. e	467 E	1191.514 t	947.860 t	0.0	0.0	0.0	
ORDEM DE PRODUCAO.....:	10						
Duração.....:	59 min						
Dados Globais de Produção:							
Produção de Minério atual.....:	29065.640 t						
Produção de Estéril atual.....:	34891.270 t						
Relacao Esteril-Minerio atual.....:	1.20						<b>Q</b>
Dados da Pilha de Homogeneizacão:							
Quantidade de Minerio na Pilha.....:	9065.640 t						
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao Fe.....:	0.000						
Porcentagem de desvio de qualidade em relação ao P.....:	0.000						
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a Al2O3.....:	0.000						
Porcentagem de desvio de qualidade em relação a SiO2.....:	0.000						
Alocação dos Equipamentos de carga:							
Equipamento	Bloco	Producao	Sobra	Desl-L	Desl-C	Desl-H	
E.C. a	339 M	1464.456 t	0.000 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. b	347 E	1180.000 t	3279.904 t	1.0	0.0	0.0	
E.C. c	465 E	983.333 t	1687.712 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. d	345 M	885.000 t	1761.072 t	0.0	0.0	0.0	
E.C. e	467 E	677.577 t	270.283 t	0.0	0.0	0.0	