

Thiago Augusto de Oliveira Silva

*Avaliação de projetos de pesquisa e
desenvolvimento considerando a
incerteza do tempo*

Belo Horizonte,
Fevereiro (2009)

Thiago Augusto de Oliveira Silva

*Avaliação de projetos de pesquisa e
desenvolvimento considerando a
incerteza do tempo*

Dissertação apresentada ao Curso de
Mestrado em Engenharia de Produção
da Escola de Engenharia da Universidade
Federal de Minas Gerais, para fins de ob-
tenção do grau de Mestre em Engenharia
de Produção.

Orientador:

Leonardo Pereira Santiago, PhD

Àrea de concentração:

Produção e Logística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA

Belo Horizonte,

Fevereiro (2009)

Dissertação de mestrado sob o título “*Avaliação de projetos de pesquisa e desenvolvimento considerando a incerteza do tempo*”, defendida por Thiago Augusto de Oliveria Silva e aprovada em 19 de março de 2009, em Belo Horizonte, Estado de Minas Gerais, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Leonardo Pereira Santiago, PhD
Orientador

Prof. Dr. Carlos Andrey Maia
DEE-EE, UFMG

Prof. Dr. Luiz Eduardo Teixeira Brandão
IAG, PUC-RIO

Prof. Dr. Luiz Ricardo Pinto
DEP-EE, UFMG

Aos meus queridos pais, Francisco e Sônia.

À minha irmã Viviane.

À minha esposa e companheira Flavinha.

À minha pequena princesa Sofia.

Agradecimentos

O privilégio de agradecer é necessariamente consequência de um acontecimento que nos trouxe ou alívio, ou felicidade, ou oportunidades, ou vitória, ou tudo isso junto, como neste caso. Agradecer, para mim, representa a vontade de dividir a enorme emoção de mais esta passagem em minha jornada com todos aqueles que de maneira direta, ou indireta, contribuíram para isso.

Pela compreensão em diversos momentos de extremo mau humor, dias sem notícias (em alguns casos meses...) somada aos atos apoio e carinho, começo por minha família. À vocês, Mamãe, Papai, Ita, Flavinha e Sofia, dedico este trabalho e tudo de bom que ele me trouxe daqui para frente. Amo vocês!

Destaco que a conclusão deste trabalho não seria possível sem a habilidosa orientação do professor Leonardo Pereira Santiago que, durante estes dois anos, extrapolou o papel de “orientador de conteúdos” com os mais diversos tipos de ajudas, conselhos profissionais, conselhos de vida, além da amizade. Desejo-lhe tudo de bom e espero poder retribuir algum dia. Seu exemplo de honestidade, seriedade e comprometimento me fazem acreditar em dias melhores para este país.

Aos colegas e amigos de LADEC e também de outros laboratórios, Bárbara, Bruno Takane, Daniel, Elói, Henrique Dente, Henrique Rocha, João Flávio, Luciana, Pedro Zuba, Wellington e muitos outros. Pelos constantes momentos de descontração, almoços e cafés, além, é claro, das pelas inestimáveis trocas de conhecimento.

Aos meus amigos que me acompanharam ao longo desta trajetória. Em especial ao Ratão (Daniel), Beto e Mara, Carol e Emerson, Bob (Gabriel), João, Lauro, Max, Mônica, Vitor e Wagner. A tantos outros que não citei, além daqueles que

justamente devido a esta trajetória não os pude acompanhar tão de perto quanto gostaria.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Produção da UFMG, pelos valiosos ensinamentos e pelo por todo apoio. À empresa Petrobrás pelo financiamento da pesquisa que gerou este trabalho.

À todos vocês, o meu sincero, **MUITO OBRIGADO!**

*“...Guerreiros são pessoas
São fortes, são frágeis
Guerreiros são meninos
No fundo do peito
Precisam de um descanso
Precisam de um remanso
Precisam de um sonho
Que os tornem perfeitos...
...Um homem se humilha
Se castram seu sonho
Seu sonho é sua vida
E a vida é trabalho
E sem o seu trabalho
Um homem não tem honra
E sem a sua honra
Se morre, se mata...”
Guerreiro Menino
(Gonzaguinha)*

Resumo

O tempo de desenvolvimento é um dos fatores que contribuem significativamente para o sucesso do desenvolvimento de novos produtos. A incerteza do tempo de desenvolvimento tem sido, no entanto, desconsiderada em modelos de valoração deste tipo de projeto. Neste contexto, o foco deste trabalho é a valoração de projetos de desenvolvimento de tecnologia mediante a incerteza no tempo de desenvolvimento. Apresentamos um modelo de apoio a decisão capaz de captar esta fonte de incerteza e desenvolvemos algoritmos de valoração baseados em programação dinâmica e em simulação de Monte Carlo. A novidade deste modelo é a consideração desta incerteza, sem, no entanto, perder a propriedade Markoviana do processo de decisão. Baseamos nosso modelo na distinção entre o estágio de decisão o instante aleatório de tempo em que este ocorre. Além disto, discutimos e ilustramos a aplicabilidade desta abordagem através de exemplos empíricos.

Abstract

The development time is one of the key factors that contribute to the new product development success. In spite of that, the impact of the time uncertainty on the development has not been fully exploited, as far as decision supporting models to evaluate this kind of projects is concerned. In this context, the objective of the present paper is to evaluate the development process of new technologies under time uncertainty. We introduce a model which captures this source of uncertainty and develop an algorithm to evaluate projects that incorporates Monte Carlo Simulation and Dynamic Programming. The novelty in our approach is to thoroughly blend the stochastic time with a formal approach to the problem, which preserves the Markov property. We base our model on the distinction between the decision epoch and the stochastic time. We discuss and illustrate the applicability of our model through empirical examples.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Introdução	p. 17
1.1	O Problema	p. 17
1.2	Justificativa	p. 20
1.3	Objetivos Gerais	p. 20
1.4	Objetivos Específicos	p. 20
1.5	Metodologia	p. 21
2	Revisão de Literatura	p. 23
2.1	Gerenciamento de Projetos	p. 23
2.2	Gestão do desenvolvimento de produtos e tecnologias	p. 29
2.3	Avaliação de projetos sob incerteza	p. 34
2.3.1	Opções Reais de Investimento	p. 42
2.4	Programação Dinâmica	p. 48
2.4.1	Notação	p. 49
2.4.2	Algoritmo	p. 52

2.4.3	Aplicações da Técnica	p. 53
3	Modelagem e análise da incerteza temporal	p. 56
3.1	Formulação	p. 56
3.1.1	Descrição do estado	p. 56
3.1.2	Opções de controle	p. 57
3.1.3	Dinâmica de transição	p. 58
3.1.4	Caracterização da Função de Retorno	p. 59
3.1.5	Função de Retorno, difusão de produto e janela de oportunidade	p. 60
3.1.6	Custos de desenvolvimento	p. 64
3.1.7	Modelo de Programação dinâmica	p. 64
3.2	Propriedades analíticas para o problema com retorno baseado na difusão	p. 65
3.2.1	Função de retorno	p. 65
3.2.2	Dinâmica	p. 74
3.2.3	Incerteza de tempo	p. 82
3.3	Algoritmo	p. 91
3.3.1	Algoritmo de otimização baseado em simulação	p. 93
3.3.2	Técnicas de Redução de Variância	p. 95
3.3.2.1	Variáveis de controle	p. 95
3.3.2.2	Amostragem descritiva	p. 99
3.3.2.3	Problemas com o uso da simulação	p. 100

A.2 Proposição (4)	p. 142
Apêndice B - Ordenação Estocástica	p. 145
B.1 Propriedades	p. 145

Lista de Figuras

1	O TSG vs SG. Adaptado de (AJAMIAN; KOEN, 2002).	p. 31
2	Representação esquemática do modelo de (HUCHZERMEIER; LOCH, 2001)	p. 45
3	Volume de vendas ao longo ciclo de vida do produto em função do momento inicial da comercialização	p. 61
4	Valor máximo pago pelo mercado em função do momento inicial da comercialização	p. 61
5	Variação de $f(t)$ em função do parâmetro de forma (k)	p. 63
6	Variação de $f(t)$ função do parâmetro de escala (a)	p. 63
7	Função Payoff sem transformação	p. 66
8	Função Payoff transformada	p. 66
9	Comportamento do valor do projeto em um estágio j qualquer	p. 78
10	Curvas de nível para o valor no projeto no estágio N	p. 78
11	Valor esperado do projeto	p. 85
12	Valor esperado da flexibilidade do projeto	p. 85
13	Valor esperado do projeto	p. 87
14	Valor esperado da flexibilidade do projeto	p. 87
15	Valor esperado do projeto	p. 89
16	Valor esperado da flexibilidade do projeto	p. 89

17	Valor calculado x duração da fase	p. 98
18	I.C.95% para para o valor esperado do projeto	p. 98
19	Resultado dos algoritmos 1 e 2 com o aumento da incerteza de tempo	p. 99
20	Tempo de execução dos Algoritmos 1, 2 e 3	p. 104
21	Retorno do projeto AOSLO	p. 108
22	Valor esperado do projeto x incerteza do tempo	p. 111
23	Valor esperado da flexibilidade do projeto x incerteza do tempo	p. 112
24	Variação do retorno do projeto em função de a	p. 113
25	Variação do retorno do projeto em função de k	p. 115
26	Valor do Projeto	p. 116
27	Valor da Flexibilidade	p. 116
28	Distribuição de Anderson-Schulz-Flory	p. 120
29	Retorno esperado do projeto GTL	p. 126

Lista de Tabelas

1	Exemplo 1 - Parâmetros utilizados nas fases do projeto	p. 84
2	Exemplo 1 - Duração das fases e variabilidade por cenário	p. 85
3	Exemplo 1 - Resultados	p. 85
4	Exemplo 2 - Parâmetros utilizados nas fases do projeto	p. 86
5	Exemplo 2 - Duração das fases e variabilidade por cenário	p. 86
6	Exemplo 2 - Resultados	p. 87
7	Exemplo 3 - Parâmetros utilizados nas fases do projeto	p. 88
8	Exemplo 3 - Duração das fases e variabilidade por cenário	p. 88
9	Exemplo 3 - Resultados	p. 89
10	Descrição das fases	p. 97
11	Resultado dos algoritmos 1 e 2 com o aumento da incerteza de tempo	p. 98
12	Convergência dos Algoritmos 1 e 2	p. 100
13	Parâmetros das fases do projeto de desenvolvimento AOSLO	p. 106
14	Duração, custos fixos e variáveis de cada etapa	p. 109
15	Resultados por cenários	p. 110
16	Cenários de variação dos parâmetros a e k	p. 112
17	Resultados dos cenários de aumento do parâmetro de escala	p. 114

18	Resultados dos cenários de aumento do parâmetro de escala . . .	p. 116
19	Parâmetros do MGB	p. 118
20	Parâmetros do MGB	p. 123
21	CAPEX por eficiência da planta (EF)	p. 125
22	Resultados da análise de sensibilidade da incerteza do tempo . . .	p. 127
23	Resultados da análise de sensibilidade do <i>drift</i> dos preços	p. 128
24	Resultados da análise de sensibilidade da volatilidade dos preços	p. 128
25	Resultados da análise de sensibilidade da taxa de desconto . . .	p. 128

1 Introdução

1.1 O Problema

Assegurar que o projeto atinja o melhor desempenho possível, em função dos objetivos propostos, é a principal meta da gestão de projetos. Atividades que corroboram para este propósito incluem gerenciamento de recursos, sequenciamento de atividades e apoio à tomada de decisão ao longo da execução do mesmo. O gerenciamento moderno de projetos sob incerteza, em particular, reconhece que o projeto não será desenvolvido exatamente como previsto. Diante disso, tomadores de decisão avaliam os riscos inerentes ao projeto e, com base nos mesmos, definem qual é a melhor maneira de agir - ao contrário de tentar prever com exatidão as conseqüências de cada atividade e/ou valor preciso dos parâmetros.

Projetos de desenvolvimento de novos produtos ou tecnologia são caracterizados por incertezas intrínsecas. Exemplos destas incertezas incluem os resultados de cada uma das atividades, a reação do mercado ao resultado do projeto, os custos de desenvolvimento, o retorno do projeto e/ou o tempo de desenvolvimento ((HUCHZERMEIER; LOCH, 2001)). As incertezas no tempo de desenvolvimento são particularmente importantes por impactar diretamente os custos e retorno do projeto, e também as exigências do mercado.

Para incorporar a incerteza neste tipo de análise, é necessário diferenciar o conceito de incerteza dos conceitos de ambigüidade e de complexidade na gestão de projetos. Segundo (PICH; LOCH; MEYER, 2002), a incerteza é caracterizada pelo

caráter aleatório de um parâmetro conhecido enquanto a complexidade está ligada à dificuldade reproduzir analiticamente as relações entre variáveis importantes do processo.

Já a ambigüidade está relacionada à falta de conhecimento do ambiente (em termos de variáveis e relações entre elas). A ambigüidade e a complexidade são freqüentemente denominadas incertezas imprevisíveis e alguns autores se referem a isto como “desconhecidos desconhecido” (*Unknown Unknowns*) ((PICH; LOCH; MEYER, 2002) e (SOMMER; LOCH, 2004)). O desenvolvimento de uma nova tecnologia muitas vezes é caracterizado tanto pela incerteza, quanto pela complexidade e ambigüidade.

Com base nesta diferença, (PICH; LOCH; MEYER, 2002) definiu os conceitos de adequação da transição, de adequação da função de retorno e de adequação da informação que são importantes para a escolha da abordagem mais adequada para o gerenciamento de um projeto. Estes conceitos são importantes para a análise de um projeto uma vez que só é possível utilizar técnicas de otimização, como estratégia para definição de políticas no gerenciamento de projetos mediante a adequação da informação.

Caso contrário, não seria possível mensurar corretamente o retorno, o risco e nem mesmo planejar ou comparar políticas devido à falta de informação. Sendo assim, o gerenciamento de projetos através de técnicas de otimização possui fortes limitações em um contexto de inadequação da informação ((PICH; LOCH; MEYER, 2002)).

O tempo de desenvolvimento é um fator chave neste tipo de projeto. Os custos e o retorno do projeto estão diretamente relacionados com o tempo de desenvolvimento. Além disto, alguns autores (e.g.,(COOPER, 1993); (GRIFFIN, 1997)), definem o tempo como fator essencial para o sucesso de desenvolvimento de novos produtos, principalmente devido às potenciais vantagens de ser o primeiro competidor a entrar no mercado. No entanto, apesar da relevância evidente do tempo de desenvolvimento e por conseqüência do impacto da incerteza deste tempo na

valoração de projetos de P&D e de projetos de desenvolvimento de novos produtos/tecnologia, a maioria dos modelos encontrados na literatura foca apenas nas incertezas relacionadas à performance do produto ao longo do processo de desenvolvimento. Outros modelos focam no impacto do tempo no retorno de mercado (e.g. (COHEN; ELIASHBERG; HO, 1996),(CALANTONE; BENEDETTO, 2000), (CHEN; REILLY; LYNN, 2005)).

Neste contexto, o principal objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia formal de análise que seja capaz de auxiliar o processo de tomada de decisão em projetos de desenvolvimento de produtos/tecnologia que estejam sujeitos a incertezas relacionadas tanto à tecnologia quanto ao tempo de desenvolvimento. A principal contribuição deste trabalho à literatura é o desenvolvimento de um modelo de tomada de decisão em projetos de P&D que incorpore, de maneira dinâmica, ao mesmo tempo as incertezas de desenvolvimento, de mercado, de custo, tecnológicas e temporais.

Os resultados obtidos no desenvolvimento deste trabalho serão apresentados nos próximos quatro capítulos. No primeiro deles (Capítulo 2) será apresentada uma breve revisão de literatura, na qual o trabalho foi baseado. Serão apresentados alguns conceitos e resultados obtidos por outros autores nas seguintes áreas: Gerenciamento de Projetos; Gestão de Desenvolvimento de Novos Produtos e Tecnologias; Opções Reais de Investimento e Programação dinâmica.

No capítulo três definiremos a notação utilizada no trabalho, apresentaremos um modelo de programação dinâmica, discutiremos algumas propriedades analíticas capazes de gerar intuição gerencial para o tomador de decisão, apresentaremos algoritmos desenvolvidos para estimar o valor do projeto e fornecer a ação gerencial ótima de cada estágio e compararemos o desempenho destes em termos computacionais e de otimalidade da solução.

No capítulo quatro, descreveremos duas situações reais de desenvolvimento de tecnologia onde aplicaremos a metodologia proposta e discutiremos os resultados encontrados. Por fim, no capítulo cinco, apresentaremos a conclusão deste trabalho

e indicaremos temas para possíveis trabalhos futuros.

1.2 Justificativa

A inovação tecnológica tem se tornado um importante diferencial competitivo, em especial em mercados de alta tecnologia. Neste contexto, a justificativa para a realização deste trabalho se dá pela crescente necessidade de gerir, de maneira eficiente, os recursos alocados a projetos de Pesquisa e Desenvolvimento. Como foi dito anteriormente, o tempo de desenvolvimento de novos produtos, não só esta fortemente relacionado com o retorno do projeto, como também é uma das principais fontes de incerteza. Além disto, existe uma clara lacuna na literatura no sentido de formalizar modelos de tomada de decisão que sejam capazes de incorporar a incerteza temporal de forma abrangente neste tipo de projeto.

1.3 Objetivos Gerais

O Objetivo geral deste trabalho é avaliar o impacto da incerteza do tempo no valor e no processo de tomada de decisão de projetos de desenvolvimento de produto. Para alcançar este propósito, este objetivo foi desdobrado em quatro principais frentes que estão destacadas no item a seguir.

1.4 Objetivos Específicos

1. Desenvolver um modelo matemático, dinâmico, para o auxílio a tomada de decisão em estágio de revisão de projetos de pesquisa e desenvolvimento, que seja capaz de incorporar a incerteza do tempo de desenvolvimento.
2. Derivar propriedades analíticas do modelo desenvolvido.
3. Desenvolver algoritmos capazes de gerar uma solução para o problema mo-

delado, em tempo computacional compatível com o horizonte de tempo da tomada de decisão.

4. Exemplificar a aplicação da metodologia em problemas reais de desenvolvimento de tecnologia.

1.5 Metodologia

De uma maneira geral, dentro da pesquisa operacional, pode se dizer que sempre existiu uma grande distância entre a teoria e as aplicações em gestão de operações. Este cenário, no entanto, vem sendo rapidamente modificado nas últimas décadas e o conhecimento teórico gerado pela pesquisa operacional tem tido grande impacto no desenvolvimento da gestão de operações. A sofisticação das formulações e modelos estudados têm crescido consideravelmente, fazendo com que estes se tornem mais próximos da realidade ((BERTRAND; FRANSOO, 2002)).

Este trabalho pode ser dividido em duas partes, uma teórica e outra prática e em ambas partes utilizaremos uma metodologia de pesquisa baseada em modelagem quantitativa para abordar o problema. Na parte teórica o nosso objetivo é apresentar um modelo geral que represente adequadamente o processo de desenvolvimento de novos produtos a partir do qual buscaremos derivar propriedades analíticas que forneçam intuições gerenciais para a construção de políticas que auxiliem a tomada de decisão. Por este motivo, nesta etapa utilizaremos uma metodologia de pesquisa axiomática baseada em modelagem quantitativa segundo o conceito de (BERTRAND; FRANSOO, 2002).

Segundo estes autores uma pesquisa baseada em modelos quantitativos pode ser descrita como a geração racional de conhecimento através de modelos que são capazes de explicar total ou parcialmente o comportamento do processo, além, é claro, da essência da tomada de decisão. Uma pesquisa axiomática formaliza o comportamento do processo gerando conhecimento a respeito da interação entre variáveis e parâmetros. Esta pesquisa pode ser descritiva, quando o objetivo é o en-

tendimento do processo ou normativa que visa desenvolver políticas ou estratégias para melhoria da solução corrente.

Esta parte do trabalho é composta pelas etapas de definição do modelo, modelagem matemática e validação, onde a prioridade é a apresentação do modelo e a discussão de suas propriedades (o que caracteriza uma pesquisa descritiva), e também pela etapa de solução do modelo, onde a preocupação da pesquisa se volta para obtenção de uma solução ótima de maneira eficiente (características de uma pesquisa normativa).

A segunda parte do trabalho, prática, pode ser classificada como uma pesquisa empírica axiomática baseada em modelagem quantitativa por conter as etapas de modelagem conceitual, modelagem matemática, validação, resolução do modelo e implementação e também por possuir foco na resolução de um problema real, específico. No entanto, esta será apresentada no formato de um estudo de caso.

O estudo de caso se diferencia da pesquisa empírica não apenas pelo objetivo, mas também pelo grau de intervenção. Esta metodologia não segue uma linha rígida de pesquisa. Caracteriza-se por descrever um evento ou caso de uma forma longitudinal, mais descritiva e menos formal. O caso consiste geralmente no estudo aprofundado de uma unidade individual, tal como: uma pessoa, um grupo de pessoas, uma instituição, etc. ((VOSS; TSIKRIKTSIS; FROHLICH, 2002)).

2 *Revisão de Literatura*

2.1 Gerenciamento de Projetos

O objetivo da gestão de projetos é garantir que o desenvolvimento do mesmo alcance o maior retorno possível. Isto está diretamente relacionado com o gerenciamento de recursos, com o sequenciamento das atividades e com a tomada de decisão durante a execução do projeto.

Em uma visão mais geral, o PMI (*Project Management Institute*) define o gerenciamento de projetos como a aplicação de conhecimento, habilidades, ferramentas e técnicas em um amplo leque de atividades com a finalidade de alcançar os objetivos de um determinado projeto.

Formalmente, um projeto pode ser definido como qualquer transformação em um sistema Φ , representado inicialmente pelo estado s_0 , com o objetivo de atingir um estado específico s_f . O gerenciamento do projeto é então o processo de concepção, preparação, organização, condução e controle do conjunto de transformações (A) que resultarão na transição desejada de estados de Φ ((TAVARES, 2002)).

A literatura apresenta várias metodologias e técnicas de auxílio ao gerenciamento de projetos. Estas técnicas normalmente buscam responder a quatro questões:

- Como o projeto pode ser representado?

- Como o projeto pode ser avaliado (valorado)?
- Como o projeto pode ser sequenciado?
- Como o projeto pode ser controlado?

O objetivo desta sessão não é descrever estas técnicas e sim fornecer uma visão geral que possibilite o posicionamento do trabalho, para isso descreveremos brevemente a forma que a literatura tem tratado as questões acima e a relação entre elas.

A forma mais simples de representação é uma lista de eventos que, como o próprio nome já sugere, é composta de uma lista com os eventos que deverão ocorrer ao longo do desenvolvimento. Uma alternativa à lista de eventos é o gráfico de GANT, uma representação bastante conhecida, composta por eventos, atividades e parâmetros capazes de representar as relações de precedência e a duração total do projeto.

Um projeto pode ser modelado através de um grafo, com as atividades representadas pelos nós (AoN - *Activity on Nodes*) ou pelos arcos (AoA - *Activity on Arcs*). A maioria das técnicas de gerenciamento de projetos foi desenvolvida através deste tipo de representação.

Duas das abordagens mais difundidas de gerenciamento de projetos, a metodologia PERT (*Program Evaluation and Review Technique*) e a metodologia CPM (*Critical Path Method*), surgiram de maneira independente durante a década de 50 e têm como objetivo a minimização do tempo do projeto através do sequenciamento das atividades. A semelhança entre estas metodologias é tão grande que são geralmente referenciadas como PERT/CPM.

As técnicas PERT/CPM podem ser vistas como metodologias determinísticas de sequenciamento de projetos sem restrição de capacidade. À metodologia PERT reconhece a existência a incerteza no tempo das atividades, mas considera apenas o valor esperado da duração das atividades o que subestima a duração esperada total do projeto ((PONTRANDOLFO, 2000)).

Outras metodologias de representação e gerenciamento de projetos foram desenvolvidas para superar as limitações da metodologia PERT/CPM. (VOROPAJEVA et al., 2000) apresentou uma classificação estrutural para as metodologias baseadas em redes AoA. Esta classificação é baseada no tipo de elementos existentes na rede (eventos, atividades, ligações diretas, ligações reversas, ligações lógicas e restrições), na forma de representação dos parâmetros associados a estes elementos (determinístico: numérico, intervalar, função; estocástico: discreto, contínuo, paramétrico) e no grau de alternatividade que está relacionado à existência de operadores lógicos na representação gráfica.

(VOROPAJEVA et al., 2000) cita como exemplo as metodologias GNM (*Generalized Network Models*) e sua extensão GNMR (com restrição de recursos) como exemplo de redes cíclicas. Na dimensão de alternatividade, o autor cita as metodologias GERT (*Graphical Evaluation and Review Techniques*), CAAN (*Controlled Alternative Activity Network*), GAAN (*General Alternative Activity Network*) e SATM (*Stochastic Alternative Time-oriented Network*).

As metodologias baseadas em representações através de redes foram desenvolvidas para auxiliar no planejamento e controle do projeto. Estas técnicas principalmente o PERT/CPM popularizaram o conceito de caminho crítico que é definido como um grupo sequencial de atividades, sem folga entre elas, que determinavam o tempo total do projeto.

Este conceito é gerencialmente importante uma vez que as atividades que pertencem a este devem ser vistas como as principais atividades do projeto gerando a necessidade de um controle mais rigoroso por parte da gerência.

O conceito de caminho crítico foi, no entanto, aprimorado para considerar tanto restrições de recursos (e.g., (BOWERS, 1995)) quanto à incerteza do tempo de desenvolvimento (e.g., (BOWERS, 1996)) gerando o conceito de criticidade das tarefas. Em uma rede com duração determinísticas restrita em recursos, existe também uma sequência de atividades que determinam a duração do projeto, as atividades que pertencem a este caminho são, assim como no conceito original,

atividades críticas. Já em uma rede onde existe incerteza na duração das atividades a criticidade é definida como a probabilidade da atividade pertencer ao caminho crítico.

A criticidade por si só nem sempre é suficiente para definir prioridades de ação em um conjunto de atividades, uma vez que este conceito não considera a importância da atividade em termos de duração e variabilidade da duração, isto é, não é capaz de medir o impacto desta atividade na duração total do projeto.

Uma alternativa à criticidade é o conceito de crucialidade das atividades. A crucialidade é definida como a correlação entre a duração da atividade e a duração total do projeto e pode ser estimada via simulação de Monte Carlo.

Não existe uma forte correlação entre a crucialidade e criticidade das atividades. Além disto, o índice de crucialidade não é capaz de captar a importância de uma atividade com duração determinística, mesmo que esta pertença ao caminho crítico com probabilidade 1 ((BOWERS, 1996)). Como destacado por (WILLIAMS, 1999), o uso de nenhum dos índices de maneira isolada é suficiente e, por isso, devem ser utilizados em conjunto.

Os índices de criticidade e a crucialidade são saídas de modelos de gerenciamento de projetos e a adequação destes modelos depende do tipo de rede, da alocação e restrição de recursos e da duração das atividades.

A importância das atividades, sob a suposição de normalidade de duração, foi testada também através da estimação de parâmetros via simulação por (CHO; YUM, 1997) e (ELMAGHRABY; FATHI; TANER, 1999). (CHO; YUM, 1997) analisaram o impacto da variabilidade da duração das atividades na incerteza total do projeto. Como resultado os autores verificaram que em uma rede que possui um caminho crítico dominante, o impacto será linear caso a atividade analisada pertença ao caminho e o impacto não será significativo para atividades que não pertençam ao caminho dominante. No caso de projetos onde existem vários caminhos concorrentes em termos de criticidade, um aumento na variabilidade da duração das

atividades gera um impacto crescente que tende à linearidade após um certo valor.

(ELMAGHRABY; FATHI; TANER, 1999), por sua vez, analisaram o impacto da duração esperada das atividades na incerteza do projeto e perceberam que o aumento da média pode ter impacto positivo ou negativo na incerteza total do projeto. Especificamente em casos onde a variância da duração das atividades permanece constante o impacto do aumento da média na incerteza do projeto passa a ser nulo após um determinado valor. Em casos onde o coeficiente de variação é mantido constante, o aumento da esperança causa um impacto linear crescente após um certo ponto.

Já (GUTIERREZ; PAUL, 2000) utilizaram uma abordagem analítica para investigar o impacto da incerteza na duração das atividades na duração total esperada do projeto e demonstraram que nem sempre um aumento da variabilidade na duração de atividades leva a um aumento no tempo do projeto. No caso extremo de atividades em série, não há conexão entre a incerteza na duração de atividades e a esperança da duração do projeto. Além disto, os autores concluíram que, no caso de projetos com atividades em paralelo, o impacto do aumento da incerteza em atividades só será positivo, na duração média do projeto, sob condições específicas da distribuição de probabilidade das variáveis (i.e., caso exista ordem convexa entre as variáveis que representa cada cenário incerteza).

A duração das atividades normalmente é modelada através de funções de densidade de probabilidade definidas em um intervalo finito (e.g., as distribuições Uniforme, Exponencial, Lognormal e, com maior frequência, as densidades Triangular e Beta). A distribuição Normal é utilizada, em alguns casos, como aproximação pelo teorema central do limite ((TAVARES, 2002)). Além de distribuições paramétricas, outras formas de distribuições têm sido utilizadas na literatura - e.g., distribuição de atraso exponencial ((TAVARES, 2002)) e PD-type ((SCHIMIDT; GROSSMAN, 2000)).

A duração total do projeto tem sido pesquisada de maneira analítica por muitos trabalhos. (PONTRANDOLFO, 2000) apresentou uma metodologia para a esperança

e a variância de um projeto modelado através de uma rede PERT. (SCHIMIDT; GROSSMAN, 2000) apresentaram uma metodologia para a definição da distribuição exata do tempo total do projeto.

Para o problema de sequenciamento de projetos, as abordagens analíticas são, no entanto, complexas em termos computacionais e por este motivo outras abordagens como a simulação de Monte Carlo e técnicas heurísticas são utilizadas com maior frequência. Por exemplo, (CALHOUN et al., 2002) propuseram um procedimento heurístico baseado em busca tabu para a dinâmica de planejamento e re-planejamento de projetos com restrição de recursos sob incerteza, já (KE; LIU, 2005) atacaram o sequenciamento sob incerteza com restrição de recurso através da combinação de técnicas de simulação com algoritmos genéticos. (HERROELEN; LEUS, 2002) realizaram um revisão sobre o sequenciamento de projetos sobre incerteza e classificou as abordagens em (i) reativa, (ii) geração de *Baseline*, (iii) sequenciamento estocástico (iv) sequenciamento nebuloso e (v) sequenciamento robusto.

Segundo (WILLIAMS, 1999), o maior problema de se utilizar métodos analíticos para resolver problemas de análise de projetos em redes é que os modelos partem de pressupostos muitas vezes restritivos e inaplicáveis em situações reais como, por exemplo, a modelagem da duração de atividades através de distribuições paramétricas, bem comportadas, independentes e identicamente distribuídas.

O autor critica ainda a condução de alguns projetos de simulação sob quatro aspectos: (i) por considerarem redes fixas (determinísticas) ao invés de redes probabilísticas (e.g, GERT), (ii) por não considerar a correlação entre a duração das atividades, (iii) por subestimar funções de custo e (iv) por obter de intervalos de confiança demasiadamente esparsos que fornecem pouca informação devido à não consideração da possibilidade da ocorrência de ações gerenciais para minimizar um impacto de eventos indesejados.

Devemos diferenciar a valoração do projeto do planejamento e sequenciamento do mesmo. A valoração é uma análise preliminar que testa a viabilidade da

execução do projeto. (TAVARES, 2002), no entanto, lembramos que o sequenciamento das atividades possui grande impacto não só no valor do projeto como também no risco do mesmo. Partindo deste princípio, a valoração dinâmica que considera a possibilidade da ação gerencial é, portanto mais adequada para a tomada de decisão quanto à execução ou não do projeto do que a metodologia estática tradicional de fluxo de caixa descontado.

O objetivo desta dissertação é propor uma maneira adequada de valorar projetos de desenvolvimento de tecnologia considerando tanto a incerteza tecnológica quanto as incertezas de tempo de desenvolvimento. Nas seções seguintes apresentaremos uma revisão de literatura mais específica sobre valoração, risco e tomada de decisão em projetos de P&D e discutiremos também o impacto do tempo no retorno de projetos.

2.2 Gestão do desenvolvimento de produtos e tecnologias

Projetos que envolvem desenvolvimento de produtos ou tecnologia desempenham um papel importante nas organizações: embora geralmente representem a menor parcela do orçamento da empresa, eles são vitais para o crescimento a longo prazo, e em alguns casos, para a própria sobrevivência ((COOPER, 2006)).

No entanto, muitas vezes estes projetos não são conduzidos de maneira adequada, o que resulta em fracassos que geram prejuízos, ou no cancelamento indevido de bons projetos. Conseqüentemente a empresa perde oportunidades de ganhos abortando indevidamente bons projetos.

(KRISHNAN; ULRICH, 2001) classificam as decisões dentro de um processo de desenvolvimento de produtos em decisões internas ao projeto e decisões anteriores ao projeto. As decisões internas são as decisões que ocorrem no decorrer do processo de desenvolvimento de produtos e estão atreladas às características do produto e de sua cadeia de suprimentos. As decisões anteriores estão relacionadas

aos aspectos organizacionais do projeto, ao planejamento do projeto e às definições quanto a gestão do projeto.

O processo de desenvolvimento de um novo produto é apenas um subconjunto do amplo processo de desenvolvimento de novas tecnologias - o qual compreende desde as atividades básicas de pesquisa e desenvolvimento até a comercialização do produto. A diferença entre os dois processos pode ser entendida através da definição de inovação tecnológica, a qual, segundo (SHANE, 2001), consiste na incorporação de diferentes formas de conhecimento que torna possível (i) a criação de novos produtos, (ii) a exploração de novos mercados, (iii) o uso de novas maneiras de organização, e (iv) a incorporação de novas matérias primas ou utilização de novos processos para atender as necessidades do mercado.

A tomada de decisão ao longo do processo de desenvolvimento de uma nova tecnologia é feita em função do estágio no qual a mesma se encontra, pois diferentes “clientes”, ou tomadores de decisão, avaliam o processo de forma distinta. Este fato contrasta com o processo de desenvolvimento de um produto, cuja avaliação é, muitas vezes, feita em função do valor percebido pelo cliente final (consumidores).

(AJAMIAN; KOEN, 2002) também relatam que quando um projeto de um novo produto é iniciado sem o total domínio da tecnologia em questão e quando ainda não há certeza do seu potencial para atender às especificações dos produtos, o projeto pode ser prejudicado gerando perdas para a empresa.

(COOPER, 2006) ressalta que projetos deste tipo são bem diferentes dos demais. A utilização dos métodos tradicionais para estes projetos, pode nos levar a cometer grandes erros, devido ao fato de que a natureza destes projetos é de alto risco e incertezas, principalmente relacionadas ao desempenho tecnológico. Além disso, dentro da metodologia do *Stage-Gate* (SG), os critérios continuar/abortar usados para priorizar projetos não são adequados para avaliar o desenvolvimento de tecnologia visto que esses critérios supõem que o status do projeto é razoavelmente bem conhecido. Um das principais diferenças entre o SG tradicional e o *Technology Stage Gate* (TSG) está na capacidade das equipes envolvidas de

visualização dos pontos de decisão dos projetos.

No primeiro, como a maior parte dos projetos de desenvolvimento de produtos são previsíveis, esses *gates* - e seus resultados esperados - podem ser facilmente identificados já no início do projeto. No caso do TSG, entretanto, isso não é possível. Na maioria das vezes, as equipes de P&D só conseguem visualizar com maior nível de certeza os resultados esperados para o ponto de decisão seguinte ((DRUMMOND, 2005)). Essas diferenças são representadas na Figura 1, onde TR significa *Technology Review* (revisão tecnológica).

No SG tradicional, os gates podem ser vistos como paredes “transparentes”, afinal boa parte das etapas do desenvolvimento do produto é previsível, ou seja: podem ser identificadas, bem definidas e planejadas para determinar os resultados desejados já no início do projeto. Assim, a equipe de projeto consegue “ver” através das paredes, permitindo assim visualizar com clareza os resultados esperados no fim do projeto. Como no SG tradicional, o TSG também consiste em uma série de gates. Contudo, os detalhes do desenvolvimento não são conhecidos para todas as etapas do processo.

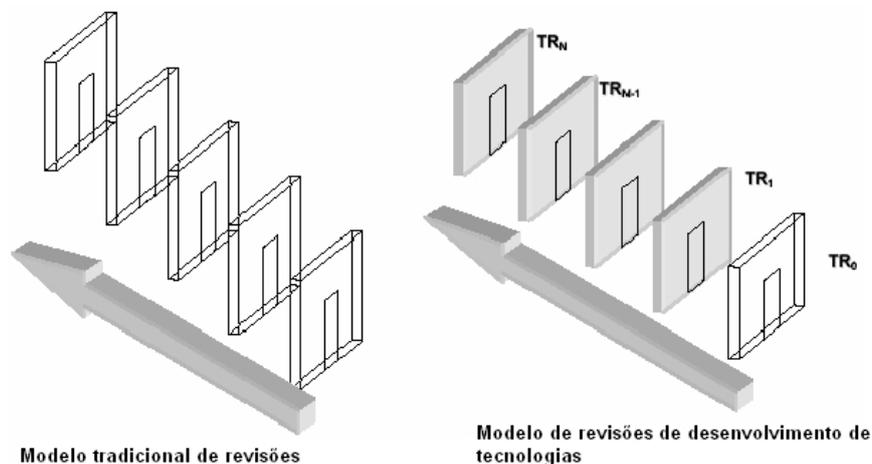


Figura 1: O TSG vs SG. Adaptado de (AJAMIAN; KOEN, 2002).

Embora sempre exista uma visão geral do desenvolvimento do projeto, não é possível estimar adequadamente o número de gates e nem os resultados parciais

desejados. No desenvolvimento de uma nova tecnologia nós conhecemos bem o próximo passo, mas dificilmente todas as etapas do desenvolvimento, impossibilitando um planejamento detalhado. Por isso os gates no TSG são representados como opacos.

A partir desta discussão é possível notar que uma vez que as próprias etapas do processo de desenvolvimento de tecnologia possuem elevadas incertezas quanto a sua definição, o tempo total de desenvolvimento do projeto possuirá uma variabilidade muito maior do que a variabilidade existente no tempo de desenvolvimento de um produto com tecnologia conhecida. Apesar da existência destas incertezas no desenvolvimento, para fins de avaliação de tecnologia, consideramos a existência de marcos de aporte de capital ao longo do projeto.

Conforme dito anteriormente, ao longo do processo de desenvolvimento as incertezas tendem a ser resolvidas. Isto é, pode tanto surgir novos usos para as tecnologias quanto surgir tecnologias mais promissoras o que causa alterações no retorno do projeto. Além disto, a incerteza tecnológica vai se desfazendo ao longo do processo de desenvolvimento, ou seja, o resultado final do projeto fica mais bem definido a cada etapa.

A incerteza de tempo de desenvolvimento também está fortemente presente nos projetos de novas tecnologias. Uma vez que o tempo está diretamente relacionado à resolução de incertezas tanto endógenas quanto exógenas, a incerteza no tempo de desenvolvimento se torna um fator importante na avaliação destes projetos.

Os custos de desenvolvimento crescem com o aumento do tempo de projeto. Além disto, caso o retorno do projeto não aumente com o tempo de desenvolvimento, o valor do projeto tende a diminuir devido ao valor do dinheiro no tempo, por exemplo.

O tempo de desenvolvimento é citado em muitos trabalhos ((COOPER, 1993); (GRIFFIN, 1997)) como um fator de sucesso no desenvolvimento de novos produtos e tecnologia. Isto se deve principalmente às potenciais vantagens de ser o primeiro

competidor a entrar no mercado (*First mover advantage*). Em média os primeiros entrantes conquistam uma parcela maior do mercado do que os primeiros seguidores que por sua vez conquistam uma parcela maior do que os últimos entrantes ((KERIN; MAHAJAN; PETERSON, 1992)).

A vantagem dos primeiros entrantes pode surgir através (i) da liderança tecnológica, por meio de patentes, definição de padrões ou redução de custos, possibilitado pela curva de aprendizagem, (ii) vantagens no suprimento de materiais, aquisição de recursos e nichos de mercado, a (iii) imposição de barreiras de troca por meio de contratos, necessidade de investimentos ou resistência dos próprios consumidores a mudanças ((LIEBERMAN; MONTGOMERY, 1988);(LIEBERMAN; MONTGOMERY, 1998); (KERIN; MAHAJAN; PETERSON, 1992)).

No entanto, apenas o pioneirismo não garante obtenção de tais vantagens. O surgimento do diferencial competitivo depende das contingências do mercado e das ações tanto da empresa inovadora quanto dos seguidores ((KERIN; MAHAJAN; PETERSON, 1992)). Além disto, podem existir vantagens de se posicionar como seguidor. A resolução de incertezas, a possibilidade de redução de custos de desenvolvimento gerado pela difusão do conhecimento, novas oportunidades de inovação geradas por mudanças no mercado e as barreiras que alguns produtos podem sofrer para entrar no mercado são alguns fatores que podem gerar vantagens para os seguidores ((LIEBERMAN; MONTGOMERY, 1988);(LIEBERMAN; MONTGOMERY, 1998)).

As vantagens obtidas pela empresa inovadora dependem também do intervalo de tempo entre o lançamento e a entrada no mercado dos seguidores. (DATAR et al., 1997) mostrou, por meio de uma pesquisa empírica, que em mercados altamente dinâmicos existe um intervalo de tempo para entrada dos seguidores que pode anular as vantagens obtidas pelo *first mover*. O estudo mostrou também que vantagens temporais obtidas na etapa de definição do conceito e na etapa de produção estão mais fortemente relacionadas às vantagens competitivas do que vantagens temporais obtidas na etapa de prototipagem.

Ao mesmo tempo em que em alguns casos a empresa deve-se esforçar para conseguir colocar o produto no mercado com o menor tempo possível, o alcance de diferenciais competitivos gerado pela performance do produto, requer um tempo de desenvolvimento maior e portanto, é necessário balancear o tempo de desenvolvimento com a performance desejada.

Este problema é conhecido como *time performance trade-off* e foi estudado, por exemplo, por (COHEN; ELIASHBERG; HO, 1996) para um caso onde o retorno do projeto se baseava em uma janela de oportunidade. Os autores desenvolveram um modelo capaz de decidir qual deveria ser o tempo de desenvolvimento e a performance do produto de forma a maximizar os ganhos.

(CALANTONE; BENEDETTO, 2000) estenderam o trabalho de (COHEN; ELIASHBERG; HO, 1996) ao pesquisar o impacto da opção de acelerar o projeto a partir da sobreposição de etapas no retorno do mesmo. Este trabalho destaca o risco associado a uma entrada prematura do produto no mercado.

Apesar da relevância evidente do impacto da incerteza do tempo de desenvolvimento na valoração de projetos de desenvolvimento de tecnologia, a maioria dos modelos encontrados na literatura foca apenas nas incertezas endógenas relacionadas à performance do produto ao longo do processo de desenvolvimento e outros modelos focam no impacto do tempo no retorno de mercado.

Entretanto, poucos modelos relacionam o impacto do tempo tanto no desenvolvimento tecnológico, quanto no retorno. Neste sentido, este artigo contribui para melhor entendimento do impacto do tempo no desenvolvimento de produto, ao incorporá-lo em uma estrutura formal para a tomada de decisão.

2.3 Avaliação de projetos sob incerteza

Atualmente muitas pesquisas têm sido realizadas com o objetivo de avaliar o impacto da incerteza no gerenciamento de projetos. As incertezas consideradas

podem ser endógenas, relacionadas à execução do projeto em si, como por exemplo, incertezas no tempo, no resultado de cada uma das atividades, na reação do mercado ao resultado do projeto ou incertezas exógenas que estão relacionadas às características do ambiente, como o preço de insumos, por exemplo.

Para incorporar a incerteza neste tipo de análise, é necessário diferenciar o conceito de incerteza dos conceitos de ambigüidade e de complexidade na gestão de projetos. Segundo (PICH; LOCH; MEYER, 2002), a incerteza é caracterizada pelo caráter aleatório de um parâmetro conhecido enquanto a complexidade está ligada à dificuldade reproduzir analiticamente as relações entre variáveis importantes do processo. Já a ambigüidade se refere à falta de conhecimento do ambiente em termos de variáveis e relações entre elas. A ambigüidade é freqüentemente denominada incertezas imprevisíveis e alguns autores se referem a elas como *Unknown Unknowns* ((PICH; LOCH; MEYER, 2002) e (SOMMER; LOCH, 2004)).

O gerenciamento de projetos pode ser representado de maneira conceitual pelo seguinte modelo proposto por (PICH; LOCH; MEYER, 2002) : Seja ω o estado inicial do desenvolvimento de projeto e $\tilde{\omega}$ o estado final do mesmo. Através de um subconjunto de atividades (ou ações), representadas por A e pertencentes a um conjunto de ações possíveis (Θ), o estado final $\tilde{\omega}$ é determinado pela relação $\tilde{\omega} = M(\omega, A)$, onde $M(\cdot, \cdot)$ representa o modelo real de transição do projeto. Esta definição é semelhante a de (TAVARES, 2002).

O retorno gerado ao final do projeto será dado pela função payoff $\Pi(\tilde{\omega}, A)$, que depende do estado final alcançado e do conjunto de ações e/ou sequenciamento das atividades do projeto. O objetivo do gerenciamento do projeto é encontrar o conjunto do A^* que maximize o retorno do projeto dentre um conjunto ω de ações possíveis. A expressão matemática deste objetivo é:

$$A^* = \operatorname{argmax}_{A \in \Theta} (\Pi(\tilde{\omega}, A), A) \quad (2.1)$$

Devido à incerteza, complexidade e ambigüidade presentes no desenvolvimento de projetos, em muitas situações não é possível descrever de forma exata a função de transição $M(\cdot, \cdot)$. E por isso esta função é aproximada por um modelo analítico $\hat{M}(\cdot, \cdot)$. Além disto, os estados ω , pertencentes a um espaço complexo e possivelmente incontável (Ω), são agrupados em partições mensuráveis $X \in \mathfrak{S}$, onde \mathfrak{S} é uma σ -álgebra apropriada.

Utilizando este modelo podemos definir os conceitos de adequação da transição, de adequação da função de retorno e de adequação da informação que são conceitos importantes para a definição de uma estratégia de gerenciamento de projetos mais apropriada.

A adequação da transição está relacionada à função aproximada $\hat{M}(\cdot, \cdot)$, esta função será adequada para o projeto real se for capaz de descrever todas as possíveis relações para um evento específico X. Matematicamente, a uma função de transição será adequada se $M(\omega, A) \in \hat{M}(\omega, A)$, com $\omega \in X, \forall X \in \mathfrak{S} e \forall A \in \Theta$.

Uma função de retorno $\Pi(\tilde{\omega}, A)$ é considerada adequada se o conjunto (\mathfrak{S}) de partições mensuráveis de estados (X) for capaz de mapear todos os eventos que causam impacto em $\Pi(\cdot, \cdot)$, ou seja, um conjunto de partições mais detalhado do espaço amostral (Ω) não é capaz de gerar mais informação do que a σ -álgebra (\mathfrak{S}). Uma vez definida formalmente, podemos escrever este conceito em notação matemática definindo a seguinte condição para a função de retorno: $\Pi(\omega_1, A) = \Pi(\omega_2, A), \forall \omega_1 e \omega_2 \in X, \forall X \in \mathfrak{S} e \forall A \in \Theta$.

Considera-se que um projeto possui informação adequada se for definido para este projeto o conjunto \mathfrak{S} e a função de transição $\hat{M}(\cdot, \cdot)$ de forma que o mesmo seja adequado tanto em termos de retorno quanto em termos de transição.

Estes conceitos são importantes para a análise de um projeto uma vez que, segundo (PICH; LOCH; MEYER, 2002), só é possível utilizar técnicas de otimização como estratégia para definição de políticas no gerenciamento de projetos mediante a adequação da informação. Pois caso a informação não seja adequada, não

é possível mensurar retorno, risco e nem mesmo planejar ou comparar políticas devido à falta de informação. Sendo assim, o gerenciamento de projetos através de técnicas de otimização (*introductionism*) possui elevada probabilidade de falha em um contexto de inadequação da informação.

Outras duas estratégias podem ser utilizadas quando não há informação suficiente para gerir o projeto via otimização das ações. Estas estratégias visam contornar o problema da falta de informação através da obtenção de informações novas, ou mais precisas, ao longo da execução do projeto (*learning*) ou através da tentativa e erro, possibilitada pela condução de várias alternativas (*selectionism*).

A estratégia de *learning* baseia-se no pressuposto de que o aprendizado ao longo da execução do projeto vem com a captação de eventos incompatíveis com os eventos previstos pelo modelo de transição ou pela partição definida. No entanto, a incorporação do *learning* no gerenciamento de projetos é difícil e requer níveis de flexibilidade e controle muito maiores do que em projetos geridos mediante a adequação da informação.

No caso de projetos intratáveis, demasiadamente complexos, onde o aprendizado é restrito ou impossível, uma estratégia adequada é o selecionismo que consiste em conduzir paralelamente várias opções de abordagens e selecionar a melhor, quando houver informação suficiente ou após algum marco. Esta estratégia tem como pressuposto que para problemas altamente complexos, nenhuma técnica de otimização é melhor do que a aplicação de buscas locais paralelas e aleatórias.

A estratégia de *learning* pode ser combinada tanto com a otimização quanto com a estratégia de selecionismo o que resulta em quatro possíveis estratégias de acordo com (PICH; LOCH; MEYER, 2002). Devemos observar, no entanto, que mesmo em uma abordagem pura via selecionismo alguns parâmetros podem ser otimizados como, por exemplo, o número de abordagens ou os critérios de aprovação de uma determinada abordagem ao longo das etapas de desenvolvimento (e.g., (DING; ELIASHBERG, 2002)).

Não existe uma estratégia que seja superior às demais em todos os contextos. Além disto, é difícil dizer ao certo qual é a melhor estratégia para um projeto específico, pois isto dependerá de fatores como a urgência dos projetos, a quantidade de aprendizado que se pode obter, o custo de conduzir várias alternativas e da adequação da informação.

Poucos trabalhos têm comparado diferentes estratégias de gerenciamento de projeto mediante a inadequação da informação. (SOMMER; LOCH, 2004) realizaram a comparação entre o *learning* e o selecionismo com o objetivo de identificar vantagens da aplicação pura de cada uma destas estratégias e, então, gerar intuição sobre qual a melhor maneira de combiná-las.

Para comparar estas estratégias, os autores assumiram que era possível para a equipe de desenvolvimento identificar quão inadequada é a informação, quão complexo era o projeto e também que era possível definir se o projeto passaria por testes perfeitos (como a exposição do conceito de um produto ao mercado real) ou imperfeitos (como testes de protótipos).

Os resultados do trabalho de (SOMMER; LOCH, 2004) sugerem que os critérios determinantes para a escolha da estratégia são: o tipo de teste (perfeito ou imperfeito), a dimensão da complexidade e o custo das estratégias. O custo do aprendizado por tentativa e erro inclui o custo de identificar as fontes de incertezas imprevisíveis, o custo de captação de informação e de reação. Por outro lado, os custos da estratégia de selecionismo estão ligados basicamente ao custo de duplicação de alternativas.

Quando apenas testes imperfeitos são possíveis, as estratégias de *learning* tendem a oferecer vantagem sobre as estratégias de selecionismo. A justificativa para este fato é que com o aumento da complexidade os testes imperfeitos são capazes de explicar uma porção cada vez menor da realidade e por isso, não importa quão baixo é o custo de duplicar as alternativas, a estratégia de selecionismo não funcionará de maneira adequada.

Além disto, o tipo de complexidade afeta o desempenho relativo entre as duas estratégias. Caso a complexidade esteja relacionada ao tamanho do problema, a estratégia de *learning* é melhor e a vantagem sobre o selecionismo se mantém constante à medida que o problema se torna maior. Caso a complexidade esteja relacionada às interações entre as variáveis, a estratégia de *learning* amplia a vantagem sobre o selecionismo com o aumento da complexidade.

Em situações onde é possível realizar testes perfeitos a estratégia de selecionismo possibilita um desempenho ligeiramente melhor quando a complexidade está relacionada às interações entre as variáveis, mas se a complexidade estiver relacionada ao tamanho do problema é a estratégia de *learning* que possuirá esta pequena vantagem. Por estes motivos, caso seja possível realizar testes em condições próximas as reais, a melhor estratégia deverá ser determinada pelo custo ((SOMMER; LOCH, 2004)).

Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos na área de gerenciamento de projetos sobre incerteza especialmente em projetos de desenvolvimento de novos produtos / tecnologias e têm abordado questões importantes de modelagem e intuição gerencial nesta área de aplicação. Podemos citar os trabalhos de (WEITZMAN, 1979), (BATTACHARYA; KRISHNAN; MAHAJAN, 1998), (CHILDS; TRIANTS, 1999), (HUCHZERMEIER; LOCH, 2001), (DING; ELIASHBERG, 2002) e (SANTIAGO; VAKILI, 2005), por exemplo.

(WEITZMAN, 1979) apresentou um modelo a partir do qual ele derivou uma política ótima de busca entre várias alternativas de empreendimentos sequenciais. O modelo pode ser aplicado, por exemplo, em projetos de desenvolvimento de tecnologias onde abordagens alternativas são testadas de maneira sequencial, uma vez que, como foi dito anteriormente, o principal objetivo do gerenciamento de projetos é determinar uma sequência de tarefas e ou ações que maximize o retorno do empreendimento.

O modelo desenvolvido tem como pressupostos uma busca sequencial dentre alternativas distintas tanto em custo quanto em retorno sendo que este só será

pago após o término do projeto e será igual ao maior retorno dentre as alternativas desenvolvidas.

As variáveis de decisão são ações gerenciais que deverão ser determinadas ao final da exploração (desenvolvimento) de cada alternativa. As ações possíveis são interromper a busca ou explorar uma nova alternativa. Assim, o objetivo do problema é determinar o conjunto de ações (sequência de alternativas exploradas) que maximize o retorno esperado.

O principal resultado do trabalho de (WEITZMAN, 1979) foi a prova que para este tipo de problema, de forma não intuitiva, é ótimo adotar a política de explorar primeiro alternativas que envolvam maior risco. No entanto, este resultado está fortemente ligado à suposição de que os retornos são independentes e gerados apenas ao final da busca, além disto, o tempo de exploração era constante o que abre espaço para uma análise do impacto da variabilidade do tempo neste tipo de busca (projeto de desenvolvimento).

(BATTACHARYA; KRISHNAN; MAHAJAN, 1998) estudaram uma decisão específica em projetos de desenvolvimento de produtos para mercados altamente dinâmicos e incertos. Apesar do modelo não possuir foco no gerenciamento total do projeto, a decisão sobre o momento exato de concluir a definição do conceito do produto é de extrema importância, pois esta diretamente relacionada com o retorno do mesmo.

O modelo considerava as interações entre o preço do produto desenvolvido, o desempenho tecnológico, a existência de concorrentes, além do momento da definição do conceito. O principal objetivo do modelo proposto era identificar o impacto da incerteza do conceito e da influência da competição no momento ótimo para a definição do projeto.

Os autores constataram que quando a incerteza do conceito diminui com o tempo o momento da definição tende a ser postergado. Outro resultado importante da pesquisa foi a constatação de que, na presença de competição, o momento da definição dependerá da sensibilidade do mercado à troca de marcas, seja pelo

desempenho ou pelo preço.

(CHILDS; TRIANTS, 1999) apresentaram um modelo de programação dinâmica para valorar um projeto de pesquisa e desenvolvimento capaz de determinar a política ótima de investimento. O modelo proposto de otimização considera o desenvolvimento sequencial ou paralelo de alternativas ou conceitos e o aprendizado ao longo do projeto tanto interno a uma alternativa (*learning by doing*) quanto entre alternativas diferentes (*colateral learning*).

Em seu trabalho os autores consideraram o processo de desenvolvimento de tecnologia como um processo dinâmico de decisões sequenciais que incluíam: (i) o desenvolvimento em ritmo normal de uma única alternativa, (ii) o desenvolvimento em ritmo acelerado e (iii) combinações de varias alternativas em qualquer ritmo de desenvolvimento. Foram testados cenários de desenvolvimento na presença de competição, restrições orçamentárias considerando que apenas o produto resultante da melhor alternativa era lançado no mercado.

Como resultado desta pesquisa os autores demonstraram que o aumento da incerteza gera um aumento no valor do programa de desenvolvimento de várias alternativas, além disto, o valor do projeto também aumenta quando as alternativas são semelhantes em termos de desempenho. Isto é, não há clareza na definição da melhor abordagem. Na presença de concorrentes as políticas de desenvolvimentos paralelos foram mais bem avaliadas e o uso das estratégias de aceleração tornou-se mais freqüente.

Assim como (CHILDS; TRIANTS, 1999) e (WEITZMAN, 1979), (DING; ELIASHBERG, 2002) estudaram problemas de gerenciamento de programas de desenvolvimento com múltiplas alternativas. Neste caso, as alternativas eram desenvolvidas paralelamente e o objetivo da pesquisa era modelar e analisar o processo de estruturação do *pipeline* considerando múltiplos estágios de decisão.

O modelo proposto pressupunha igualdade de custos, retorno e probabilidade de sucesso entre as alternativas de desenvolvimento e também que não há retorno

adicional quando há sucesso no desenvolvimento de mais de uma alternativa. A resposta do modelo é a quantidade ótima de alternativas aprovadas para a fase seguinte de desenvolvimento.

Quando apenas uma decisão deve ser tomada - isto é, existe apenas um estágio de desenvolvimento, para uma probabilidade de sucesso fixa - o número de alternativas que devem ser desenvolvidas em paralelo aumenta com a diminuição do custo de desenvolvimento. Se fixarmos aos custos de desenvolvimento, o número ótimo de alternativas aumenta até um tamanho máximo e posteriormente reduz a medida que a probabilidade se aproxima de um. A explicação para esse comportamento é que a variação do retorno esperado não é significativa nos extremos de probabilidade.

A análise para múltiplos estágios de desenvolvimento, ou seja, projetos com avaliações intermediárias. Nas quais deve ser decidido quantas alternativas desenvolver - é mais complexa e a quantidade ótima de abordagens dependerá, além dos custos e da probabilidade de sucesso (efetividade), de uma medida de atratividade do mercado (que é uma comparação entre os custos de desenvolvimento o retorno ponderado pela efetividade).

2.3.1 Opções Reais de Investimento

Muitos trabalhos já discutiram a respeito dos problemas gerados pelo uso de métodos tradicionais de avaliação de projetos (e.g., (SMITH; NAU, 1995), (DIXIT; PINDYCK, 1993), (TRIGEORGIS, 1996)). Quando existem incertezas no desenvolvimento do projeto (endógenas ou exógenas), é necessário modelar o problema de gerenciamento de projetos como uma análise opções reais de investimento, uma vez que as abordagens tradicionais não consideram a flexibilidade gerada pela série de decisões sequenciais (para maiores detalhes sobre Opções Reais, ver, e.g, (TRIGEORGIS, 1996)).

Desconsiderar ações gerenciais que podem modificar o retorno (e.g, guiar o de-

envolvimento do projeto para um desempenho melhor ou abandoná-lo para evitar perdas futuras), tornam o modelo inadequado tanto para representar a função de transição quanto para estimar de maneira apropriada o retorno.

A opção real de investimento é semelhante a uma opção financeira, isto é, ao adquirir uma opção real de investimento o tomador de decisão terá, em um momento futuro (previamente definido), o direito, mas não o dever de exercer esta opção (investir), assim o fará caso seja a alternativa de maior retorno. A teoria das opções reais (TOR) combina as características de irreversibilidade do investimento, de incerteza sobre retornos futuros, do impacto do tempo de investimento e as interações entre elas para determinar as decisões ótimas para os investidores (DIXIT; PINDYCK, 1993).

A metodologia das opções reais de investimento tem sido largamente aplicada para a análise investimento no mercado de commodities (e.g., (SMITH; MCCARDLE, 2002), (DIAS, 2005)). Neste tipo de aplicação as incertezas consideradas são exógenas e podem ser modeladas através da variação do preço do ativo. Já no caso do gerenciamento de projetos, principalmente em projetos de desenvolvimento de produtos / tecnologia, as incertezas são tanto endógenas quanto exógenas.

(SMITH; NAU, 1995) mostram que as abordagens tradicionais, como o fluxo de caixa descontado (FCD) e a análise de árvore de decisão (DTA), não são adequadas para a valoração de projetos mediante à incerteza - a não ser que sejam customizadas e ou adaptadas (ver, por exemplo, (CHILDS; TRIANTS, 1999), (BRANDÃO; DYER, 2005)). Além disto, argumentam que o método da réplica utilizado para precificação de opções financeiras também não pode ser utilizado uma vez que o mercado não é completo e isto não permite a definição de um portfolio equivalente em termos de risco e retorno ao projeto. Os autores destacam o uso do método da probabilidade neutra como um método adequado para o cálculo do valor da opção em mercados incompletos, mas propõe a integração da DTA e da TOR através de um modelo de programação dinâmica como uma abordagem mais simples.

(HUCHZERMEIER; LOCH, 2001) adaptaram o modelo de (SMITH; NAU, 1995)

valoração de opções reais de investimento para o caso do gerenciamento de projetos de desenvolvimento de produtos / tecnologias. Essa abordagem também foi discutida por (FAULKNER, 1996). Outros autores utilizaram a metodologia das opções reais para tomada de decisão em projetos de desenvolvimento de produtos. (PINDYCK, 1993) analisou projetos que possuem incerteza no custos das atividades. (BOLLEN, 1999) propôs um modelo que visa garantir a maximização do lucro ao longo ciclo de vida do produto usando a opção de mudança de capacidade.

Recentemente (HSU; SCHWARTZ, 2008) apresentaram uma abordagem para a tomada de decisão em projetos de desenvolvimento de produtos baseado no modelo de (PINDYCK, 1993), isto é, consideravam a incerteza do custo de realização das etapas de desenvolvimento. O modelo proposto pelos autores considera também a incerteza na performance de desenvolvimento e indiretamente no tempo de realização das atividades. A abordagem foi exemplificada através da aplicação em um projeto de desenvolvimento de vacinas específicas para HIV/AIDS.

A abordagem de (HSU; SCHWARTZ, 2008) se diferencia da abordagem apresentada neste trabalho principalmente por não considerar o impacto do tempo de desenvolvimento no retorno do projeto e também por não incorporar opções relacionadas a ações gerenciais capazes de direcionar as variáveis de performance e de tempo em cada estágio.

Já o trabalho de (HUCHZERMEIER; LOCH, 2001) possui três principais contribuições: primeiramente identificou as principais fontes de incerteza em um projeto de desenvolvimento de tecnologia e descreveu um modelo adequado para este tipo de projeto. A segunda contribuição foi criar um modelo que representasse o gerenciamento de projeto de desenvolvimento de tecnologia considerando inclusive, além das tradicionais opções de abandonar e continuar o desenvolvimento do projeto, a opção de interferir no percurso de desenvolvimento com o objetivo de alcançar melhores desempenhos (opção de melhorar).

A figura 2.3.1 ilustra uma árvore com todas as possíveis performances alcançáveis ao longo do processo de desenvolvimento de produtos. Um ponto de

- Retorno do mercado;
- custos de desenvolvimento;
- desempenho alcançado;
- necessidades do mercado;
- tempo de desenvolvimento

A teoria das opções financeiras diz que o aumento da incerteza no retorno do investimento aumenta o valor da opção se houver flexibilidade para responder às mudanças de cenário. (HUCHZERMEIER; LOCH, 2001) confirmaram este resultado em seu modelo para opções reais. (SANTIAGO; VAKILI, 2005) estenderam este conhecido resultado ao analisarem de maneira cautelosa a relação entre o aumento da variabilidade, o valor do projeto e o valor da opção. Os autores mostraram que caso o aumento da variabilidade do *payoff* do mercado gere uma diminuição do valor do projeto sem flexibilidade (VPL) então o valor da opção aumenta, mas se o VPL diminui com o aumento da variabilidade então quem aumenta é o valor do projeto.

A incerteza nos custos de cada etapa de desenvolvimento, caso sejam independentes entre os estágios e constante entre os estados de um mesmo estágio, não altera o valor do investimento, apenas faz com que este possua uma variabilidade maior. Quando os custos são correlacionados, um aumento da variabilidade dos mesmos causa um aumento da variabilidade do retorno o que aumenta o valor da opção ((HUCHZERMEIER; LOCH, 2001)).

(SANTIAGO; VAKILI, 2005) mostraram que de uma forma geral não é possível prever o impacto do valor da incerteza no valor do projeto e nem no valor da opção. Apenas para casos extremos onde a função de retorno do projeto é estritamente côncava ou estritamente convexa é possível determinar um comportamento específico. Quando a função de retorno é estritamente côncava, o aumento da incerteza leva a uma diminuição do valor do projeto, já no caso de um projeto com

retorno convexo o aumento da variabilidade do payoff eleva também o valor do projeto.

O impacto da incerteza tecnológica causa variações tanto no valor do projeto quanto no valor da opção, diferente do que ocorre com o aumento da incerteza do retorno, o valor do projeto e o valor da opção sofrem a mesma influência. No entanto, (SANTIAGO; VAKILI, 2005) mostraram que não há como prever para o caso geral se a influência do aumento da incerteza tecnológica será positiva ou negativa.

Um outra contribuição do trabalho de (SANTIAGO; VAKILI, 2005) foi mostrar que para uma função de retorno monotonicamente crescente é possível determinar uma região de estados para os quais a opção ótima é abandonar o projeto, mas o mesmo não ocorre para as outras duas opções de controle modeladas (continuar e melhorar).

(HUCHZERMEIER; LOCH, 2001) analisaram também a influência da incerteza no tempo de desenvolvimento do projeto no valor da opção. Os autores consideraram, no entanto, um modelo simplificado sem a incerteza tecnológica (e conseqüentemente sem o impacto do tempo na incerteza tecnológica). A análise destes autores considera a possibilidade de um atraso ligado à uma redução no retorno do projeto sem relacionar esta redução ao nível de desenvolvimento alcançado.

Com este modelo os autores mostraram que o tempo de desenvolvimento pode aumentar o ou diminuir o valor da flexibilidade o que depende do formato da função de retorno com atraso. Caso a função de retorno seja côncava o aumento da incerteza aumenta também o valor da opção e caso a função seja convexa o contrário ocorre.

Outro resultado encontrado é que quando o atraso esperado é maior do que o necessário para eliminar a atratividade do projeto (devido à redução do retorno) o valor da flexibilidade diminui uma vez que as decisões não se diferenciam da primeira i.e, opção de abandonar.

Como foi mostrado nesta breve revisão de literatura, muitos trabalhos desenvolvidos buscam modelar adequadamente o problema do gerenciamento de projetos em ambientes de incerteza. Como consequência vários resultados que geram intuição para o gerenciamento de projetos foram encontrados. No entanto, geralmente os modelos captam apenas parte da complexidade do problema devido a simplificações que são realizadas para possibilitar a análise de efeitos específicos em cada situação.

Como veremos a seguir, problemas de gerenciamento de projetos de desenvolvimento de tecnologia podem possuir grande incerteza quanto ao tempo de desenvolvimento. Este parâmetro possui relações diretas tanto com o retorno quanto com a incerteza tecnológica. (HUCHZERMEIER; LOCH, 2001) é um dos poucos trabalhos encontrados na literatura que explora a influência do tempo no desenvolvimento no gerenciamento de projeto, mas o modelo utilizado não é adequado ao caso de desenvolvimento de tecnologia, uma vez que considera apenas a possibilidade de um atraso na duração total do projeto. Este fato gera a necessidade de pesquisar e desenvolver modelos mais adequados para estas situações.

2.4 Programação Dinâmica

A Programação dinâmica é uma ferramenta que possui grande flexibilidade de modelagem, característica que a torna extremamente poderosa em termos de aplicação, mas ao mesmo tempo o uso da técnica exige um elevado grau de especialização do modelador.

Esta especialização se faz necessária pelo fato de não existir uma forma padrão para as equações de problemas de programação dinâmica, todas as relações e equações devem ser desenvolvidas para se ajustar a cada caso (HILLIER; LIEBERMAN, 2005).

Outra grande vantagem desta técnica é que ela é capaz de lidar bem tanto frente a problemas determinísticos quanto com decisões mediante a incerteza.

Em problemas determinísticos de natureza combinatória, a modelagem via programação dinâmica pode auxiliar a construção de um algoritmo eficiente para encontrar a solução ótima do problema, como é o caso de (WAGNER; WHITIN, 1958), (KUMAR; MUTHURAMAN, 2004) e (LI; HSU; XIAO, 2004) ou uma heurística para o problema como fez (BOLLAPRAGADA; MORTON, 1999).

Além disto, para alguns problemas, a programação dinâmica pode gerar como resposta políticas ótimas para um problema específico (como faz (BERTSEKAS, 2005)) o que permite eliminar a necessidade de executar o algoritmo para cada nova instância do problema. Em outras palavras a programação dinâmica é capaz de extrair do problema resultados gerais que servirão como regras básicas para a tomada de decisão.

A principal desvantagem da programação dinâmica é que quando não é possível desenvolver cortes no espaço de soluções via modelagem, a busca pela solução do problema não possui limites polinomiais para o tempo de processamento o que inviabiliza o tratamento de inúmeros problemas reais com esta técnica, esta característica também é conhecida como maldição da dimensão (*Curse of dimensionality*).

2.4.1 Notação

Nesta seção será apresentada a notação característica desta técnica. Como foi dito anteriormente, existe uma grande flexibilidade nas formulações das equações de problemas de programação dinâmica, mas podemos definir algumas características comuns a estas equações além da lógica com que estas se relacionam em um modelo.

Os problemas de programação dinâmica sempre tratam de sistemas dinâmicos de eventos discretos ou a tempo contínuo, no caso discreto os eventos podem ser interpretados como instantes discretos de tempo, estágios de decisão ou ocorrência de um evento de interesse.

Para definir um problema de programação dinâmica utilizaremos a seguinte notação, baseada na notação de (BERTSEKAS, 2005):

$x_t \rightarrow$ Estado do sistema no estágio t

$u_t \rightarrow$ Variável de decisão a ser definida no estágio t

$w_t \rightarrow$ Parâmetro aleatório

$N \rightarrow$ Número de estágios do sistema

O objetivo do problema é minimizar (ou maximizar) uma função de custo com base em decisões tomadas ao longo dos estágios (u_t). O custo de cada estágio é dado em função do estado em que o sistema se encontra e também das decisões tomadas.

A natureza dinâmica é caracterizada pelo fato do estado presente (x_t) depender do estado do sistema no estágio anterior (x_{t-1}), da decisão tomada (ou controle aplicado) no último estágio (u_{t-1}) e em alguns casos da influência de um parâmetro aleatório (w_{t-1}).

Desta forma a dinâmica descrita pela equação abaixo representa a evolução do sistema após aplicação do controle (u_t) no estágio t para um outro estado no estágio $t + 1$:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t, w_t) \quad (2.2)$$

Sendo $f(x_t, u_t, w_t)$ representa uma função recursiva para o estado no período $t + 1$ com base nas informações passadas.

Definiremos a função $g(x_t, u_t, w_t)$, como o custo de aplicar a controle u , no estágio t , estando no estado x mediante a ocorrência de uma w .

No estágio final (N) nenhuma decisão será tomada e um custo terminal $g_N(x_N)$

será gerado, este custo pode representar um prêmio ou penalidade imposto pelo modelo de se chegar ao estágio final no estado x_N . Sendo assim, o custo total é representado por:

$$g(x_N) + \sum_{t=0}^{N-1} g_t(x_t, u_t, w_t) \quad (2.3)$$

O objetivo do problema é minimizar o custo total. No entanto, devido à presença dos parâmetros aleatórios (w_k) não é possível garantir esta minimização. Em contextos onde a incerteza está presente, a decisão deve ser tomada com a informação disponível e por este motivo, o objetivo do problema passa a ser a minimização da função que representa o custo esperado do sistema.

$$E \left\{ g(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k(x_k, u_k, w_k) \right\}$$

Definiremos $\nu = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$ como um conjunto de decisões aplicadas nos estágios $t = 1, \dots, N$ e também $J_\nu(x_0)$ como o custo esperado de se aplicar o conjunto de decisões ν partindo do estado inicial x_0 .

$$J_\nu(x_0) = E \left\{ g(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k(x_k, u_k, w_k) \right\}$$

Desta maneira, o objetivo pode ser interpretado como encontrar a sequência de decisões ν que minimize o valor de $J_\nu(x_0)$ para o problema e a função objetivo descrita conforme a fórmula abaixo.

$$\text{F.O. : } \min_{\nu} J_\nu(x_0)$$

Em problemas estocásticos é fácil perceber que não é possível definir a priori o conjunto ν^* , isto ocorre porque a melhor decisão em qualquer estágio t depende

do valor de x_t que é uma variável aleatória que terá valor conhecido apenas no instante t .

Uma política de controle é definida como uma sequência de funções $\mu_t(x_t)$ que selecionam os valores de u_t para um dado estado x_t em cada estágio. Representaremos uma política qualquer $\pi = \{\mu_1(x_1), \mu_2(x_2), \dots, \mu_N(x_N)\}$ e a política ótima será dada pelo valor de π^* na equação abaixo:

$$\pi^* = \arg \min_{\pi} J_{\pi}(x_0)$$

2.4.2 Algoritmo

A definição do algoritmo de programação dinâmica requer primeiramente que seja definido o *Princípio da Otimalidade de Bellman*, que é baseado em um conceito intuitivo e de fácil entendimento apresentado a seguir:

Princípio de Bellman

Seja $\pi^* = \{\mu_1^*(x_1), \mu_2^*(x_2), \dots, \mu_N^*(x_N)\}$ para um determinado problema e x_i um estado possível de ocorrer utilizando a política π^* , o subproblema envolvendo os estágios $k = i, \dots, N$ que tem como estágio inicial x_i terá como política ótima a política parcial $\pi_{i:N}^* = \{\mu_i^*(x_i), \mu_{i+1}^*(x_{i+1}), \dots, \mu_N^*(x_N)\}$

A consequência direta deste princípio é o fato de que a solução de um problema de programação dinâmica pode ser encontrada resolvendo de forma recursiva os subproblemas para os estágios futuros e utilizando o resultado como entrada para a solução do estado corrente.

Imagine um subproblema que se inicia no estágio i ($[i : N]$), o custo de ir de i até N é dado pela equação 2.3 adaptado ao horizonte do subproblema.

$$g(x_N) + \sum_{t=i}^{N-1} g_t(x_t, u_t, w_t)$$

O custo mínimo deste subproblema, iniciando no estado (x_i) é dado por :

$$J_i(x_i) = \min_{u_i} \{g(x_i, u_i, w_i) + J_{i+1}(x_{i+1})\}$$

utilizando a relação 2.2, temos:

$$J_i(x_i) = \min_{u_i} \{g(x_i, u_i, w_i) + J_{i+1}(f(x_i, u_i, w_i))\}$$

E a política ótima para o subproblema $[i : N]$ é a união do controle ótimo para o estado i ($\mu_i^*(x_i)$) com a política ótima do estágio $i + 1$.

$$\pi_{[i:N]}^* = \mu_i^* \cup \pi_{[i+1:N]}^*$$

O custo $J_i(x_i)$ representa o menor custo possível para ir do estágio i ao N e é conhecido como (*cost-to-go*).

Este procedimento recursivo de solução de problemas de programação dinâmica é conhecido como função *Backward*. Em problemas determinísticos podemos encontrar a solução ótima também através de uma função *Forward* que soluciona o problema a partir da solução de subproblemas iniciais (BERTSEKAS, 2005).

2.4.3 Aplicações da Técnica

A técnica de programação dinâmica tem sido extensamente utilizada como ferramenta para a solução dos mais diversos tipos de problemas em gestão de operações. Vários trabalhos recentes podem ser citados, apenas para fins ilustrativos como exemplos de aplicação da técnica. Neste tópico enumeraremos alguns

destes trabalhos.

1. Em gestão de estoques, podemos citar o trabalho de (SIMCHI-LEVI; ZHAO, 2005) que desenvolveu um modelo para determinar o posicionamento de estoques em uma cadeia de suprimento considerando *lead time* e demanda como parâmetros estocásticos, além disto, a demanda não atendida era postergada. O modelo de (SIMCHI-LEVI; ZHAO, 2005) visava a minimização dos custos de estoque sujeito a restrições de níveis de serviço e para isso um algoritmo aproximado foi desenvolvido pelos autores.
2. (RAA; AGHEZZAF, 2005) Apresentou um modelo de programação dinâmica para determinar o tamanho de lote em problemas de planejamento da produção com demanda estocástica, restrições de capacidade e rupturas do tipo *backlogging*. (SONG; ZIPKIN, 1996) apresentaram um modelo de controle de estoque, com demanda estocástica e *lead time* dinâmico, isto é, neste modelo a informação a respeito do tempo de reposição de estoque é atualizada pelos fornecedores de forma dinâmica com o passar do tempo.
3. (GRAVES; WILLEMS, 2005) apresentaram um modelo de programação dinâmica em dois estágios para configurar uma cadeia de suprimentos para novos produtos definindo fornecedores, peças, processos e modais de transporte de forma a minimizar o custo total da cadeia.
4. Em finanças, podemos citar, por exemplo, o problema de compra de opções financeiras estudado por (WU; FU, 2001) que desenvolveu um algoritmo numérico eficiente baseado em programação dinâmica estocástica e simulação de Monte Carlo para auxiliar a decisão de quando exercer a opção que é do tipo americana ou asiática. Podemos ainda, citar (LIM; ZHOU, 2002) que desenvolveu um modelo de programação dinâmica estocástica para solucionar problemas de portfólio financeiro levando em consideração a média e a variância dos retornos.

5. Outros modelos foram desenvolvidos para diversas outras aplicações, como é o caso de (BRANDÃO; DYER, 2005) que estudou modelos de programação dinâmica para problemas de opções reais de investimento e de forma semelhante (HUCHZERMEIER; LOCH, 2001) e (SANTIAGO; VAKILI, 2005) que estudaram o problema de gerenciamento ativo de projetos de desenvolvimento de novos produtos/tecnologias.

Alguns trabalhos têm sido realizados com o objetivo de desenvolver a técnica de programação dinâmica como, por exemplo, (SMITH; MCCARDLE, 2002) que estudou a estrutura de problemas de programação dinâmica estocástica e apresentou resultados que auxiliam ao desenvolvedor do modelo a derivar propriedades da topologia das funções de custo ou retorno. Podemos citar também (KUMAR; MUTHURAMAN, 2004) que desenvolve em seu trabalho um método numérico para a solução de problemas de programação dinâmica estocástica em tempo contínuo.

3 Modelagem e análise da incerteza temporal

3.1 Formulação

O modelo que descreveremos a seguir é referente ao gerenciamento de um projeto de desenvolvimento de tecnologia caracterizado por decisões sequenciais e um retorno final que dependerá do nível de desenvolvimento e do momento de comercialização do produto ou tecnologia (representando o final de um desenvolvimento bem sucedido). O problema consiste em um processo de decisão seqüencial no qual a incerteza desempenha um papel fundamental. O retorno deste projeto é obtido em um estágio futuro finito, porém incerto.

A cada momento de decisão gestores devem escolher a melhor ação de forma a balancear o custo desta e o ganho futuro esperado. Modelamos este problema como um processo de decisão sequencial e utilizamos programação dinâmica estocástica para encontrar a decisão ótima em cada estágio de decisão.

3.1.1 Descrição do estado

A cada ponto da seqüência finita de decisões (revisão) que ocorrem antes de cada fase do desenvolvimento e que são definidas antes do início da execução do projeto, está associado um estado representado pela performance alcançada e pelo instante de tempo em que a decisão está sendo tomada. Estes parâmetros são

estocásticos e os consideramos independentes.

Especificamente, cada estágio j , ($j = 0, \dots, N$), de revisão o projeto será caracterizado por um estado de desenvolvimento que representaremos por $Y_j = (x_j, \tau_j)^t$, onde x_j é o nível de desenvolvimento que se espera alcançar no final do projeto, após a realização das j primeiras etapas do mesmo, e τ_j é o instante de tempo da revisão.

Sem perda de generalização, assumimos que $\tau_0 = 0$ e que x_j são variáveis aleatórias independentes entre si e independentes também do instante da revisão (τ_j), para toda revisão j . Em um projeto de desenvolvimento de tecnologia esta suposição é plausível uma vez que o desempenho de uma fase de desenvolvimento está relacionado ao escopo de cada etapa e às decisões tomadas durante o projeto do produto e não à duração da fase. Apesar de o tempo estar relacionado à resolução de incertezas, a duração esperada de cada etapa é suficientemente pequena para assumirmos que não há aprendizado que possa ser utilizado na própria etapa. Além disto, o aprendizado normalmente pode ser incorporado em projetos seguintes.

3.1.2 Opções de controle

Com base na informação do estágio presente, a equipe de decisão deverá escolher uma dentre as possíveis ações gerenciais descritas abaixo.

- Continuar - Significa seguir o projeto como previsto inicialmente.
- Abandonar - A ação gerencial corresponde à interrupção do projeto, neste caso não haverá incidência de novos custos nem ganhos.
- Melhorar - Esta opção representa a aplicação de um aporte adicional de capital na etapa seguinte do desenvolvimento com o objetivo de alcançar melhores níveis de performance ao final da mesma.
- Acelerar - De maneira semelhante à ação de Melhorar esta ação é caracterizada por um aporte adicional de capital para alcançar um estado melhor

de desenvolvimento. Melhor neste caso significa com um tempo total menor do que o esperado. O objetivo desta opção é reduzir o tempo esperado de desenvolvimento da etapa e ou a incerteza presente.

3.1.3 Dinâmica de transição

Após a tomada de decisão, o projeto entra em uma próxima etapa de desenvolvimento que o levará a um novo estado de revisão. A opção de controle influenciará a definição do estado do projeto na revisão seguinte. Por exemplo, ao optar por melhorar o projeto a equipe espera alcançar estados que em média, possuam melhor desempenho. No entanto, a política de controle não irá determinar exatamente o estado do projeto devido às incertezas tanto no nível de desenvolvimento quanto na duração da fase. Sendo assim, o estado seguinte será função do estado atual, do controle aplicado e das incertezas do desenvolvimento (ξ_j).

$$Y_{j+1} = \varphi(Y_j, u_j, \xi_j) \quad (3.1)$$

É importante ressaltar que uma vez que o estado seguinte depende apenas do estado corrente que é representado por parâmetros aleatórios independentes, o processo de decisão pode ser modelado como um processo de decisão de Markov. Observe que apesar de o tempo ser estocástico, os pontos de decisão são independentes do mesmo. Este fato nos permite modelar o problema como um processo Markoviano. Na situação tratada neste trabalho, a transição de estados será aditiva em relação ao estado atual e a fração adicionada dependerá do controle aplicado.

$$Y_{j+1} = \begin{cases} \text{parar,} & \text{se } u_j = \text{Abandonar} \\ Y_j + \begin{pmatrix} \omega_j \\ t_j \end{pmatrix}, & \text{se } u_j = \text{Continuar} \\ Y_j + \begin{pmatrix} \omega_j + I_j \\ t_j \end{pmatrix}, & \text{se } u_j = \text{Melhorar} \\ Y_j + \begin{pmatrix} \omega_j \\ t_j - A_j \end{pmatrix}, & \text{se } u_j = \text{Acelerar} \end{cases} \quad (3.2)$$

Na equação acima $\xi_j = (\omega_j, t_k)^t$, onde ω_j é uma variável aleatória que representa a incerteza no tempo de desenvolvimento e t_k é uma variável aleatória que representa a duração da fase seguinte $k = j + 1$. I_j é uma constante que representa o aumento no desempenho esperado devido ao controle “melhorar”.

A constante A_j representa uma redução no valor esperado da duração da fase. É necessário atenção ao fato de que a duração da fase deve ser positiva e que o valor de A_j deve ser escolhido de tal forma que isso seja assegurado. É fácil perceber que em todo ponto de revisão j o instante de tempo do mesmo será dado pela relação $\tau_j = \sum_{k=1}^{j-1} (t_k)$, onde $t_k (k = 1, \dots, N)$ são variáveis aleatórias independentes que representam a duração da fase k .

3.1.4 Caracterização da Função de Retorno

O retorno do projeto será dado pela função $\Pi(Y_N) = \Pi(x_N, \tau_N)$ que representa o valor esperado de uma série de lucros gerados pelo produto ou tecnologia durante o seu ciclo de vida, o valor da função dependerá do estado alcançado pelo projeto após a última etapa de desenvolvimento. Isto é, o retorno depende do momento do lançamento e da performance alcançada.

Para um dado $\tau_N = T$ supomos que a função *payoff* $\Pi(x_N, T)$ seja crescente em x_N e, fixando o nível de performance atingido ao final do projeto em $x_N = X$,

a função de retorno $\Pi(X, \tau_N)$ normalmente decrescerá com o aumento do tempo de lançamento devido à perda de mercado nos primeiros anos do ciclo de vida. Em algumas situações o retorno poderá crescer com o tempo, por exemplo, quando o mercado não estiver preparado para a tecnologia por depender do desenvolvimento de outras tecnologias ou em um mercado de commodities cujos preços possuam tendência de crescimento do preço nos anos seguintes.

Nesta dissertação trabalharemos com dois tipos de função de retorno, uma baseada na difusão de um produto no mercado e outra referente ao retorno gerado por uma tecnologia. No capítulo (4) serão duas analisadas situações que possuem diferentes tipos de retorno. A função de retorno baseada na difusão do produto no mercado, será, no entanto, explorada de maneira mais profunda nas sessões (3.1.5) e (3.2.1).

3.1.5 Função de Retorno, difusão de produto e janela de oportunidade

Consideramos para este tipo de retorno que o volume de vendas do mercado varia ao longo do ciclo de vida do produto, inicia-se com baixos valores cresce até um ponto máximo a partir do qual decresce até a extinção do produto, em uma dinâmica semelhante a do gráfico da figura(3). A sequência de lucros esta diretamente relacionada ao tamanho do mercado, mas varia também com os custos de produção e com o preço do produto.

Seja $f(t)$ o tamanho do mercado no tempo t e considere $L(t) = P(t)f(t)$, onde $P(t)$ sendo a contribuição marginal para o lucro líquido de cada unidade do produto em um tempo t , $L(t)$ será o lucro líquido no tempo t . Desta maneira, o valor máximo pago pelo mercado será dada pela equação (1) e representada graficamente na figura (4).

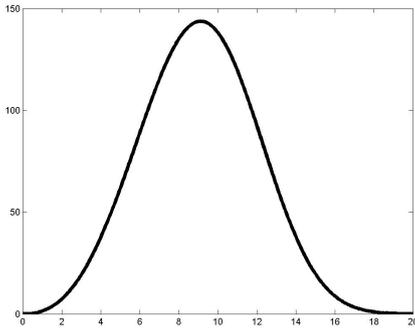


Figura 3: Volume de vendas ao longo ciclo de vida do produto em função do momento inicial da comercialização

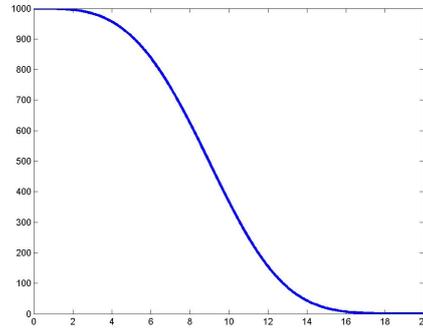


Figura 4: Valor máximo pago pelo mercado em função do momento inicial da comercialização

$$(M - m)_\tau = F_\tau = \int_\tau^\infty P(t)f(t)e^{-it} dt \quad (3.3)$$

Neste trabalho consideraremos o caso em que o mercado pagará o valor máximo (M) caso o produto atenda à exigência do mercado e o valor mínimo (m), caso contrário, isto é, a empresa deverá competir por custos.

Na equação (3.3) F_τ representa a quantidade adicional a m que o mercado pagará pelo produto no caso do lançamento em τ . A exigência do mercado é representada pela variável aleatória R definida através da tríplece $\{P_R; \mathfrak{S}_R; \Omega_R\}$, onde P_R é uma medida de probabilidade, Ω_R o espaço amostral e \mathfrak{S}_R a σ -álgebra apropriada.

Além disto, i é a taxa de desconto apropriada composta continuamente. O valor da função de retorno $\Pi(\cdot)$ para um estado Y_N alcançado no final do projeto será dado por uma função que depende tanto do valor máximo pago pelo mercado M quanto do nível de exigência do mesmo representado por R .

A função $\delta(x_N; \tau_N) : \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}_+ \mapsto \Omega_R$, determina a forma com que o mercado percebe o resultado do projeto e é, por definição, crescente em x_N e decrescente

em τ_N . Isto quer dizer que o mercado valoriza mais produtos com performances mais elevadas e que são lançados mais cedo. Ao lançar, no momento τ , o produto no mercado, o projeto terá como retorno $m + F_\tau$ caso as exigências do mercado forem satisfeitas, isto é, $R \leq \delta(y_N)$, ou então terá um retorno m . Desta forma, a função de retorno é dada por:

$$\Pi(x_N, \tau_N) = (F_\tau)P(R \leq \delta(x_N, \tau_N)) + m \quad (3.4)$$

Na equação (3.4), $F(\tau)$ é dado por (3.3), $P(t) = P_0 e^{gt}$ (onde g representa o logaritmo da taxa de crescimento ajustada pela inflação e P_0 a contribuição marginal para o lucro). Para simplificar consideramos que $g = i$, isto é a taxa de crescimento do mercado é equivalente à taxa de desconto apropriada. Observe que a função $\Pi(y_N)$ representa o valor esperado do retorno do projeto para um estado terminal y_N .

O volume de vendas após o lançamento $f(t)$ é definido pela equação (3.5), onde os parâmetros k e a são, respectivamente, parâmetros de forma e de escala. O parâmetro de forma, como o próprio nome já diz, altera a formato da curva como pode ser percebido pela variação $f(t)$ em função deste parâmetro representada na Figura (5), está relacionado, à simetria entre a fase de crescimento e de decrescimento da função. O aumento do parâmetro de escala distorce a função $f(t)$ e está relacionado à variabilidade de valores entre os instantes de tempo t , como mostra a Figura(6). A constante f representa o maior volume que o mercado absorverá durante o ciclo de vida do produto.

$$f(t) = (fk/a)(t/a)^{k-1}e^{-(t/a)^k} \quad (3.5)$$

A escolha da equação (3.5) para representar o volume de vendas do produto ao longo do tempo se deve principalmente ao seu formato e às suas propriedades que

assemelham bastante ao comportamento da difusão de produtos. Estas propriedades serão apresentadas, discutidas e justificadas na sessão (3.2.1).

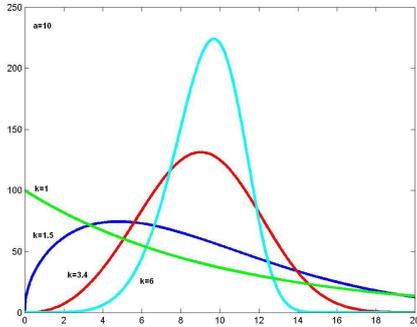


Figura 5: Variação de $f(t)$ em função do parâmetro de forma (k)

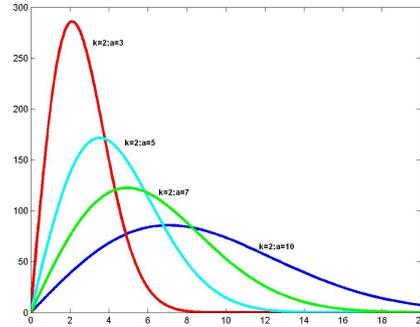


Figura 6: Variação de $f(t)$ em função do parâmetro de escala (a)

A partir das definições acima podemos reescrever (3.3) como:

$$F_{\tau} = \int_{\tau}^{\infty} P_0 f(t) dt = (M - m) e^{-(\tau/a)^k} \quad (3.6)$$

Sendo $F = M - m = P_0 f$ o maior valor adicional a m que o mercado pagará pelo projeto caso as exigências sejam atendidas. A função de retorno será descrita pela equação 3.7 abaixo:

$$\Pi(x_N, \tau_N) = (M - m) e^{-(\frac{\tau_N}{a})^k} P(R \leq \delta(x_N, \tau_N)) + m \quad (3.7)$$

Observe que por definição o parâmetro “ a ” deve ser positivo e o parâmetro “ k ” deve ser maior do que 1. No entanto, para garantir um formato que se assemelha a difusão do produto no mercado, ou seja, curvas com o volume de vendas inicialmente baixo que crescem até um ponto máximo a partir do qual se torna uma função decrescente, utilizaremos $a > 1$ e $k > 2$.

3.1.6 Custos de desenvolvimento

Os custos de desenvolvimento podem variar a cada fase, tornando o modelo mais aderente a situações reais em que os custos são normalmente crescentes ao longo das mesmas. Por outro lado, assumimos estes custos independentem do estado de desenvolvimento do projeto no instante da avaliação, mas dependerão da duração da fase. Desta forma o custo pode ser representado por:

$$C_k(Y_j, u_j, t_k) = \begin{cases} 0, & \text{se } u_j = \textit{Abandonar} \\ K_k(t_k, u_j), & \text{se } u_j = \textit{Continuar} \\ K_k(t_k, u_j) + \alpha_k, & \text{se } u_j = \textit{Melhorar} \\ K_k(t_k, u_j) + \beta_k, & \text{se } u_j = \textit{Acelerar} \end{cases} \quad (3.8)$$

A função $K_k(\cdot)$ representa o custo da fase k seguinte ao estágio j ($j = k - 1$) e varia com a duração da mesma representada no modelo por t_k . Um desembolso adicional α_k ou β_k ocorrerá sempre que a decisão anterior for “Melhorar” ou “Acelerar” respectivamente. Em princípio assumimos que não é possível acelerar e melhorar o valor do projeto ao mesmo tempo, no entanto, essa opção pode ser considerada em situações específicas. Os custos adicionais de melhoria e de aceleração do projeto são constantes para todos os estados de um mesmo estágio, isto é, independente da performance e do tempo do estágio.

3.1.7 Modelo de Programação dinâmica

Seja $G_j(Y_j, u_j)$ a função de retorno gerada pela aplicação do controle u_j no estado Y_j que é representada pela seguinte equação:

$$G(Y_j, u_j) = \begin{cases} E_{t_j} [E_{\omega_j | t_j} [-C_{j+1}(Y_j, u_j, t_{j+1}) + V_{j+1}(Y_{j+1}) | t_j]], & u_j \in \Theta - \{\textit{Abandonar}\} \\ 0, & \text{se } u_j \in \{\textit{Abandonar}\} \end{cases} \quad (3.9)$$

Na equação acima V_{j+1} representa o valor do projeto de desenvolvimento no estágio $j + 1$ de decisão e é calculado como:

$$V_j(Y_j) = \max_{u_j \in \Theta} G(Y_j, u_j), \quad (3.10)$$

Sendo Θ o conjunto de controles disponíveis ($\Theta =$ Abandonar, Continuar, Melhorar, Acelerar). Finalmente, ao incorporar a condição de contorno no momento da comercialização, $V_N(Y_N) = \Pi(Y_N)$, podemos escrever o modelo de programação dinâmica como:

$$Obj : \quad V_0 = \max_{u_0 \in \Theta} G(Y_0, u_0) \quad (3.11)$$

$$S.T.: \quad V_N(Y_N) = \Pi(Y_N) \quad (3.12)$$

$$V_j(Y_j) = \max_{u_j \in \Theta} G(Y_j, u_j) \quad (3.13)$$

3.2 Propriedades analíticas para o problema com retorno baseado na difusão

3.2.1 Função de retorno

Considere a maior duração possível para o tempo de conclusão do projeto como sendo $d^{max} = \sum_{k=1}^N t_k^{max}$, onde t_k^{max} representa a duração máxima de cada fase k . Assim, o tempo restante até a duração máxima do projeto após o término da fase j , pode ser representado por $d_j = d^{max} - \tau_j$. Com base nestas definições, podemos reescrever o mesmo modelo de programação dinâmica, substituindo o estado $Y_j = (X_j, \tau_j)$ por $\bar{Y}_j = (X_j, D_j)$ e realizando pequenas alterações na dinâmica de transição, que detalharemos adiante. Esta alteração será feita para facilitar a

derivação de algumas propriedades do modelo.

$$\bar{Y}_{j+1} = \begin{cases} \text{parar,} & \text{se } u_j = \text{Abandonar} \\ \bar{y}_j + \begin{pmatrix} \omega_j \\ -t_j \end{pmatrix}, & \text{se } u_j = \text{Continuar} \\ \bar{y}_j + \begin{pmatrix} \omega_j + I_j \\ -t_j \end{pmatrix}, & \text{se } u_j = \text{Melhorar} \\ \bar{y}_j + \begin{pmatrix} \omega_j \\ A_j - t_j \end{pmatrix}, & \text{se } u_j = \text{Acelerar} \end{cases} \quad (3.14)$$

Devido a mudança no estado, a função $\Pi(y_N)$ de retorno deverá ser substituída pela função $\bar{\Pi}(\bar{y}_N)$ descrita pela equação (3.15).

$$\Pi(x_N, d_N) = (M - m) \exp(-((d^{max} - d_N)/a)^k) P(R \leq \bar{\delta}(\bar{y}_N)) + m \quad (3.15)$$

A função $\bar{\delta}(\bar{y}_N) : \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}_+ \mapsto \Omega_R$ é crescente em x_N e d_N e definida de forma que $\bar{\delta}(x_N, d_N) = \delta(x_N, d^{max} - d_N), \forall d_N \in \mathfrak{R}_+$.

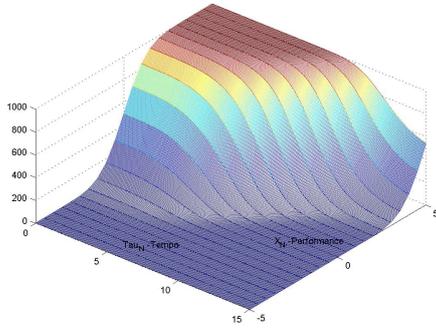


Figura 7: Função Payoff sem transformação

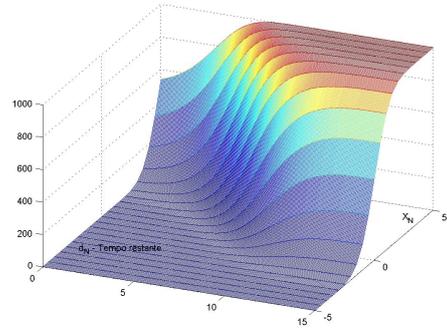


Figura 8: Função Payoff transformada

As figuras 7 e 8 apresentam um exemplo de comportamento da função de retorno antes e depois da transformação. Definida desta maneira, a função de retorno $\bar{\Pi}(\cdot)$ possuirá as seguintes propriedades:

Propriedade 1. *Considere um projeto de desenvolvimento de produto cujo retorno é dado pela equação (3.15). Neste caso, o retorno do projeto no momento de lançamento do produto é crescente com a performance alcançada, isto é, $\bar{\Pi}(\cdot)$ é crescente em \bar{y}_N .*

Demonstração. Para que a função seja crescente em \bar{y}_N , é necessário que esta seja crescente tanto em x_N , quanto em d_N . $\bar{\Pi}(\bar{y}_N) = \bar{\Pi}(x_N, d_N)$ é definida pela equação (3.15).

1. $\bar{\Pi}(\cdot)$ é crescente em x_N .

A derivada parcial de $\bar{\Pi}(\cdot)$ em relação a x_N é dada por:

$$\frac{\partial \bar{\Pi}(x_N, d_N)}{\partial x_N} = (M - m) \cdot e^{-\left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^k} \cdot \frac{\partial P(R \leq \bar{\delta}(\bar{y}_N))}{\partial x_N} \quad (3.16)$$

Observe que $P(R \leq \bar{\delta}(\bar{y}_N))$ representa a função de distribuição acumulada do nível de requerimento do mercado ao final do projeto, que é, por definição, uma função crescente em x_N , uma vez $\bar{\delta}(\bar{y}_N)$ é crescente em x_N . Desta forma, $\frac{\partial P(y_N \geq R)}{\partial x_N} \geq 0, \forall y_N$. Portanto como $M > m$, então a equação (3.16) será sempre positiva. Logo, $\bar{\Pi}(\cdot)$ é crescente em x_N .

2. $\bar{\Pi}(\cdot)$ é crescente em d_N .

A derivada parcial de $\bar{\Pi}(\cdot)$ em relação a d_N é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\Pi}(x_N, d_N)}{\partial d_N} &= \gamma e^{-\left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^k} \left(P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R) \left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^{k-1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial d_N} \right) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Onde a constante γ é dada por $\gamma = k \cdot \left(\frac{M-m}{a}\right)$. Uma vez que $k > 2$, $a > 0$, $M > m$, $P(y_N \geq R) \in [0, 1]$ e $d^{max} \geq d_N$ e $\frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial d_N}$ é não decrescente em d_N , a equação (3.17) será sempre positiva. Logo, $\bar{\Pi}(\cdot)$ é crescente em d_N .

□

Em termos gerenciais, uma função com o retorno crescente em \bar{y}_N indica que os esforços deverão se concentrar na melhoria do valor do estágio final, no entanto, isto deve ser feito buscando o balanceamento entre os custos e o retorno.

Em um projeto de desenvolvimento, qualquer estado terminal \bar{y}_N^1 pode ser considerado melhor ou igual a um outro estado terminal \bar{y}_N^2 se $\bar{\Pi}(\bar{y}_N^1) \geq \bar{\Pi}(\bar{y}_N^2)$. Se $\bar{y}_N^1 \geq \bar{y}_N^2 \Rightarrow \bar{\Pi}(\bar{y}_N^1) \geq \bar{\Pi}(\bar{y}_N^2)$ devido à propriedade 1 de $\bar{\Pi}(\cdot)$ descritas acima, mas a recíproca não é verdadeira.

Propriedade 2. *Neste projeto de desenvolvimento de produto, o valor do projeto no momento do lançamento, isto é, o retorno do projeto, será uma função superaditiva se $\frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N \partial d_N} \geq -\frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N} \left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^{k-1}$.*

Demonstração. De acordo com (PUTERMAN, 1994), uma função $f(x, y) : \Re^2 \mapsto \Re$ duplamente diferenciável, será super-aditiva sempre que $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x \partial y} \geq 0$. Neste caso, temos $\bar{\Pi}(x_N, d_N) : (\Re \times \Re_+) \mapsto \Re$ e $\frac{\partial \Pi}{\partial x_N \partial d_N}$ dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\Pi}(x_N, d_N)}{\partial x_N \partial d_N} &= \gamma e^{-\left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^k} \left(\frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N} \left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^{k-1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N \partial d_N} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Como já mencionamos anteriormente: $k > 2$, $a > 0$, $\gamma > 0$, $d^{max} \geq d_N$ e $\frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N} \geq 0, \forall x_N$. Então, se $\frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N} \left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^{k-1} + \frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N \partial d_N} \geq 0, \forall (x_N, d_N)$, $\bar{\Pi}(\cdot)$ será superaditiva. Como o termo $\left(\frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N}\right) \left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^{k-1} \geq 0$ então, é necessário apenas que $\frac{\partial \Pi(x_N, d_N)}{\partial x_N \partial d_N} \geq -\frac{\partial P(\bar{\delta}(\bar{y}_N) \geq R)}{\partial x_N} \left(\frac{d^{max} - d_N}{a}\right)^{k-1}$. □

A super-atividade do retorno implica que a variação da taxa de variação da função retorno em relação a x_N será sempre positiva ao variarmos d_N e vice-versa. Esta propriedade é importante uma vez que possibilitaria a comparação entre estágios terminais em que não dominância nas duas variáveis de estado. Além

disto, problemas de programação dinâmica com funções de retorno superaditivas, possuem as regiões de controle ótimo bem definidas.

Em relação aos parâmetros de forma e de escala, podemos dizer que o parâmetro a (escala) está relacionado com o posicionamento da janela de oportunidade do mercado para o produto em desenvolvimento, ou seja, quanto maior este parâmetro, mais distante do ponto inicial estará posicionada a janela. Já o parâmetro k (forma) está relacionado com a velocidade com que a demanda cresce até o máximo, e também com a velocidade que a mesma decresce a partir deste ponto.

Propriedade 3. *O retorno do projeto no momento do lançamento aumenta com o aumento do parâmetro de escala da função de retorno (3.15), isto é, $\bar{\Pi}(\cdot)$ é crescente em a .*

Demonstração. Para provar esta propriedade deveremos mostrar que a derivada parcial de $\bar{\Pi}(\cdot)$ em relação a constante a , dada pela função abaixo (3.19), será sempre positiva.

$$\frac{\partial \bar{\Pi}(\cdot)}{\partial a} = \frac{\kappa \cdot e^{-\left(\frac{d^{max}-D_N}{a}\right)^k} \cdot (d^{max} - D_N) \cdot \left(\frac{d^{max}-D_N}{a}\right)^{k-1}}{a^2} \quad (3.19)$$

Sendo $\kappa = k(M - m)P(Y_N \geq R)$. Uma vez que $d^{max} \geq d_N$, $a > 0$, $k > 2$, $M > m$ e $P(Y_N \geq R) \in [0, 1]$, a função (3.19) será sempre positiva. \square

Propriedade 4. *O comportamento do retorno do projeto no momento do lançamento em relação a variações no parâmetro k (forma) depende do parâmetro a (escala). $\bar{\Pi}(\cdot)$ é crescente em k se $a > (d^{max} - d_N) = \tau_N$ e decrescente em k para valores de a tais que $a < (d^{max} - d_N) = \tau_N$.*

Demonstração. Para mostrar esta propriedade deveremos demonstrar o comportamento da derivada parcial de $\bar{\Pi}(\cdot)$ em relação a constante k , dada pela função abaixo (3.20).

$$\frac{\partial \bar{\Pi}(\cdot)}{\partial k} = \nu \cdot \text{Log} \left[\frac{d^{max} - d_N}{a} \right] \quad (3.20)$$

Sendo $\nu = -e^{-\left(\frac{d^{max}-d_N}{a}\right)^k} \left(\frac{d^{max}-d_N}{a}\right)^k$. Uma vez que $d^{max} > d_N \geq 0$, $a > 0$, $k > 2$, a constante ν será sempre negativa. Logo: $a > d^{max} - d_N \Rightarrow \text{Log} \left[\frac{d^{max}-d_N}{a} \right] < 0 \Rightarrow \frac{\partial \bar{\Pi}(\cdot)}{\partial k} > 0$ e $\frac{\partial \bar{\Pi}(\cdot)}{\partial k} < 0$ se $a < d^{max} - d_N$, uma vez que $\text{Log} \left[\frac{d^{max}-d_N}{a} \right] > 0$. \square

Como vimos na sessão (3.1.5), o retorno do projeto é dado pelo total de rendimentos acumulado ao longo do ciclo de vida do produto. Em alguns casos, a percepção de qualidade do produto por parte do cliente pode ser considerada constante ao longo do tempo ($\delta(y_N) = \delta(x_N)$).

Nestes casos, a curva da variação de rendimentos do retorno é, portanto, a derivada da função $\Pi(\cdot)$ em relação ao tempo equação (3.21) e pode apresentar as formas mostradas nas figuras (5) e (6). Definiremos o conceito de janela de oportunidade para o ciclo de vida do produto, mas antes enunciaremos proposições sobre o comportamento desta função nessas circunstâncias.

$$\frac{\partial \bar{\Pi}(\cdot)}{\partial \tau} = \frac{k(M-m)}{a} P(R \leq \delta(x_N)) \left(\frac{\tau}{a}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{\tau}{a}\right)^k} \quad (3.21)$$

Proposição 1. *A curva de rendimentos descrita pela equação (3.21) atinge o seu máximo no ponto: $\tau^* = a\left(\frac{k-1}{k}\right)^{1/k}$.*

Demonstração. A derivada segunda $\frac{\partial^2 \Pi(\cdot)}{\partial \tau^2}$ é dada pela equação (3.22) abaixo:

$$\frac{\partial^2 \Pi(\cdot)}{\partial^2 \tau} = (M - m) P(R \leq \delta(x_N)) \left(\frac{e^{-(\frac{\tau}{a})^k} (k-1)k (\frac{\tau}{a})^{k-2}}{a^2} - \frac{e^{-(\frac{\tau}{a})^k} k^2 (\frac{\tau}{a})^{2(k-1)}}{a^2} \right) \quad (3.22)$$

Uma vez que assumimos $k > 2$, $a > 0$ e $\tau > 0$, a equação (3.22) será igual a zero quando o tempo (τ) assumir o seguinte valor $\tau^* = a(\frac{k-1}{k})^{1/k}$. \square

Nota 1. *O instante de tempo em que a curva de rendimentos dada pela equação (3.21) atinge seu ponto máximo (τ^*) é crescente em relação ao parâmetro de escala (a).*

Demonstração. A derivada de τ^* em relação ao parâmetro a é dada por $\frac{\partial \tau^*}{\partial a} = (\frac{k-1}{k})^{1/k}$ e é sempre positiva, uma vez que $k > 2$. \square

Nota 2. *O instante de tempo em que a curva de rendimentos dada pela equação (3.21) atinge seu ponto máximo (τ^*) é crescente em relação ao parâmetro de forma (k).*

Demonstração. A derivada de τ^* em relação ao parâmetro k é dada por:

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial k} = \frac{-a}{k^3} \cdot \left(\frac{k-1}{k} \right)^{\frac{1}{k}-1} \cdot \left[\left((k-1) \cdot \text{Log} \left[\frac{k-1}{k} \right] - 1 \right) \right] \quad (3.23)$$

Observe que a equação (3.23) é sempre positiva pois, $k > 2$ e $a > 0$. O termo $\text{Log} \left[\frac{k-1}{k} \right] - 1$ é sempre negativo, o termo $a((k-1)/k)^{(1/k)}$ é sempre positivo. Portanto a multiplicação destes dois termos é sempre negativa. Como o denominador é sempre positivo e a fração está multiplicada por -1 , então a equação será sempre positiva. \square

A curva de rendimentos dada pela equação (3.21), muda a concavidade em dois pontos (considerando $k > 2$) onde a $\frac{\partial^3 \Pi(\cdot)}{\partial^3 \tau} = 0$, representados por τ^i e τ^f

nas equações (3.24) e (3.25) respectivamente. Partindo da equação (3.22), é fácil perceber que entre estes pontos, a curva de difusão, definida pela equação 3.21 é puramente côncava.

$$\tau^i = 2^{-1/k} a \left(-\frac{3 - 3k + \sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{k} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (3.24)$$

$$\tau^f = 2^{-1/k} a \left(-\frac{3 - 3k + \sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{k} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (3.25)$$

Definição 1. *Em uma curva de rendimentos dada pela equação (3.21), definiremos o intervalo de tempo $[\tau^i, \tau^f]$ como sendo a janela de oportunidade do produto em seu ciclo de vida.*

Proposição 2. *Em um projeto com uma curva de rendimentos dado pela função (3.21), o tamanho da janela de oportunidade é crescente em a (escala).*

Demonstração. O tamanho da janela de oportunidade é dada por:

$$\begin{aligned} \tau^f - \tau^i = & \frac{a}{2^{1/k}} \left(\left(\frac{-3 + 3k + \sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{k} \right)^{\frac{1}{k}} \right. \\ & \left. - \left(\frac{-3 + 3k - \sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{k} \right)^{\frac{1}{k}} \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

A derivada desta equação em relação ao parâmetro a é a equação (3.27) que é sempre positiva pois $k > 2$.

$$\frac{\partial(\tau^f - \tau^i)}{\partial a} = 2^{-1/k} \left(\left(\frac{-3 + 3k + \sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{k} \right)^{\frac{1}{k}} - \left(\frac{-3 + 3k - \sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{k} \right)^{\frac{1}{k}} \right) \quad (3.27)$$

□

Proposição 3. *Em um projeto com uma curva de rendimentos dado pela função (3.5), o tamanho da janela de oportunidade é decrescente em k (forma).*

Demonstração. Para melhor compreensão do texto, a prova desta proposição se encontra no Apêndice (A). □

O rendimento acumulado na janela de oportunidade é dado pela quantidade representada na equação (3.28). Como podemos notar, este rendimento depende apenas do parâmetro k .

$$\begin{aligned} \int_{\tau^i}^{\tau^f} V(\tau) d\tau &= \int_{\tau^i}^{\tau^f} \frac{Vke^{-\left(\frac{\tau}{a}\right)^k} \left(\frac{\tau}{a}\right)^{k-1}}{a} d\tau \\ &= V \left(1 - e^{-\left(\frac{\tau}{a}\right)^k} \right) \Big|_{\tau^i}^{\tau^f} \\ &= Ve^{-\frac{3(k-1) + \sqrt{1-6k+5k^2}}{2k}} \left(e^{\frac{\sqrt{1-6k+5k^2}}{k}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Proposição 4. *O rendimento acumulado na janela de oportunidade é decrescente em relação ao parâmetro k .*

Demonstração. Para melhor compreensão do texto, a prova desta proposição se encontra no Apêndice (A). □

Proposição 5. *A janela de oportunidade descrita na definição (1) para uma curva de rendimentos (3.5) concentra no mínimo 60,95% dos rendimentos e no máximo*

77,69% e esta variação depende apenas do parâmetro de forma (k).

Demonstração. Pelas suposições do modelo, o parâmetro $k \in (2, \infty)$ e uma vez que o rendimento acumulado é decrescente em k (proposição (4)). Para mostrar os limites do volume acumulado na janela de oportunidade, devemos apenas mostrar os limites nos pontos extremos do domínio de k .

1. Limite inferior ($k \rightarrow 2$):

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow 2} e^{-\frac{3(k-1)+\sqrt{1-6k+5k^2}}{2k}} \left(e^{\frac{\sqrt{1-6k+5k^2}}{k}} - 1 \right) &= 1 - \frac{1}{e^{3/2}} \\ &= 0.77687 \end{aligned}$$

2. Limite superior ($k \rightarrow \infty$):

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} e^{-\frac{3(k-1)+\sqrt{1-6k+5k^2}}{2k}} \left(e^{\frac{\sqrt{1-6k+5k^2}}{k}} - 1 \right) &= e^{-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}} \left(-1 + e^{\sqrt{5}} \right) \\ &= 0.609572 \end{aligned}$$

□

Uma vez definidos por especialistas parâmetros como o início (τ^i) e fim (τ^f) da janela de oportunidade, o tamanho da mesma ($\tau^f - \tau^i$), o percentual de rendimento acumulado na janela e ou o ponto de rendimento máximo (τ^*) da curva (3.5), as suas respectivas equações podem ser utilizadas para encontrar os valores dos parâmetros a e k através de um sistema de equações não lineares. Este, no entanto, não é o foco deste trabalho e por este motivo esta metodologia não será discutida aqui. A janela de oportunidade é uma definição importante, pois nela estarão concentrado todos os esforços logísticos e de gestão do ciclo de vida do produto.

3.2.2 Dinâmica

Com base no modelo descrito em (3.11-3.13), vamos considerar aqui que um projeto possui gerenciamento passivo se $\Theta_j = \{Continuar\} \quad \forall j$, e possui gerenci-

amento ativo se $\{Abandonar, Continuar, Melhorar, Acelerar\} \subseteq \Theta_j \quad \forall j$. A flexibilidade agrega valor ao projeto ((DIXIT; PINDYCK, 1993),(TRIGEORGIS, 1996)) e seu valor é dado pela diferença entre do valor do projeto com gerenciamento ativo e o valor do projeto com gerenciamento passivo ($V_{flex} = V_a - V_p = V_a - VPL$).

De maneira a análoga ao que foi feito por (SANTIAGO; VAKILI, 2005), mostraremos a seguir que esta afirmação é válida para o nosso modelo, isto é a flexibilidade tem valor. Esta prova tem como objetivo demonstrar a consistência da modelagem.

Partindo da definição de τ_j e t_k fica claro que para uma dada fase j $E[\tau_j | \tau_{j-1}]$ é crescente em τ_{j-1} , isto é, seja $y_j^1 = (X_j, \tau_j^1)^t$ e $y_j^2 = (X_j, \tau_j^2)^t$, se $\tau_j^1 \geq \tau_j^2$ então $y_{j+1}^1 \geq y_{j+1}^2$. Seja $D_j = d^{max} - \tau_j$, como foi definido anteriormente, então $E[D_j | d_{j-1}]$ também é crescente em d_{j-1} . Podemos então enunciar as seguintes preposições:

Proposição 6. *Considere um projeto de desenvolvimento de produto que pode ser representado pelo modelo (3.11 - 3.13). Seja \bar{y}_j o estágio de transição deste projeto definido pela equação (3.14). Neste caso:*

1. $V_j(x_j, d_j)$ é crescente em d_j em todo estágio j .
2. $V_j(x_j, d_j)$ é crescente em x_j em todo estágio j .
3. $V_j(x_j, d_j)$ é crescente em y_j

Demonstração. Prova para d_j (item 1). A prova será feita por indução. Mostraremos que se a proposição for válida para um estágio j , ela também será válida para o estágio $j - 1$. Primeiramente, suponha que a proposição é válida para o estágio $j + 1$, considere também que $d_j = d^{max} - \tau_j, \forall j$.

1. Se $\bar{y}_j^1 = (x_j, d_j^1)^t$ e $\bar{y}_j^2 = (x_j, d_j^2)^t$ com $d_j^1 \geq d_j^2$, então $\bar{y}_j^1 \geq \bar{y}_j^2$. Considere que $Y_{j+1}(\bar{u}_j)$ é dado pela equação 3.14. Se escolhermos $\bar{u}_j \in \{Melhorar, Continuar, Acelerar\}$ então teremos $\bar{Y}_{j+1}^1 \geq^{st} \bar{Y}_{j+1}^2$, onde \geq^{st} é uma indicação de ordem estocástica (para mais detalhes, ver o apêndice (B) ou ((ROSS,

1996))) isto nos leva à:

$$\begin{aligned} G_{j+1}(\bar{y}_j^1, \bar{u}_j) &= E_{t_j} [E_{w_{j+1}} [-c_{j+1}(\bar{u}_j, t_j) + V_{j+1}(\bar{Y}_{j+1}^1)] | t_j] \\ G_{j+1}(\bar{y}_j^2, \bar{u}_j) &= E_{t_j} [E_{w_{j+1}} [-c_{j+1}(\bar{u}_j, t_j) + V_{j+1}(\bar{Y}_{j+1}^2)] | t_j] \end{aligned}$$

$G_{j+1}(\bar{y}_j^2, \bar{u}_j) - G_{j+1}(\bar{y}_j^1, \bar{u}_j) = E_{t_j} [E_{w_{j+1}} [V_{j+1}(\bar{Y}_{j+1}^2) - V_{j+1}(\bar{Y}_{j+1}^1, \bar{u}_j)] | t_j] \geq 0$, uma vez que $V_{j+1}(y_{j+1}^2) \geq^{st} V_{j+1}(y_{j+1}^1)$, como demonstrado abaixo.

(a) $D_{j+1}^2 \geq^{st} D_{j+1}^1$, o que implica em $Y_{j+1}^2 \geq^{st} Y_{j+1}^1$.

(b) $V_{j+1}(\cdot)$ é crescente em y_{j+1}

(c) Os item (a) e (b), implicam em $V_{j+1}(y_{j+1}^2) \geq^{st} V_{j+1}(y_{j+1}^1)$.

Se escolhermos $\bar{u}_j = \text{Abandonar}$, então $G_{j+1}(\bar{y}_j^1, \bar{u}_j) = G_{j+1}(\bar{y}_j^2, \bar{u}_j)$. Logo podemos concluir que:

$$\begin{aligned} G_{j+1}(Y_j^1, \bar{u}_j) &\leq G_{j+1}(Y_j^2, \bar{u}_j), \forall \bar{u}_j \in \Theta \Rightarrow V_j(y_j^1) = \max_{u_j} G_{j+1}(\bar{y}_j^1, u_j) \leq \\ &V_j(\bar{y}_j^2) = \max_{u_j} G_{j+1}(\bar{y}_j^2, u_j). \end{aligned}$$

2. Mostramos na sessão (3.2.1) que V_N é crescente em d_N , portanto, a prova por indução está completa.

Prova para x_j (item 2). De maneira análoga ao item anterior, esta prova será feita por indução. Inicialmente, suponha que a proposição é válida para o estágio $j + 1$. É importante lembrar que a variável t_k refere-se a duração da fase k , enquanto τ_k refere-se ao tempo acumulado até o início da fase.

1. Se $\bar{y}_j^1 = (x_j^1, d_j)^t$ e $\bar{y}_j^2 = (x_j^2, d_j)^t$ com $x_j^1 \geq x_j^2$, então $\bar{y}_j^1 \geq \bar{y}_j^2$. Considere que $\bar{Y}_{j+1}(u_j)$ é dado pela equação 3.14. Se escolhermos $\bar{u}_j \in \{\text{Melhorar, Continuar, Acelerar}\}$ então teremos $\bar{Y}_{j+1}^1 \geq^{st} \bar{Y}_{j+1}^2$, logo:

$$\begin{aligned} G_{j+1}(\bar{y}_j^1, \bar{u}_j) &= E_{t_j} [E_{w_{j+1}} [-c_{j+1}(\bar{u}_j, t_j) + V_{j+1}(\bar{Y}_{j+1}^1)] | t_j] \\ G_{j+1}(\bar{y}_j^2, \bar{u}_j) &= E_{t_j} [E_{w_{j+1}} [-c_{j+1}(\bar{u}_j, t_j) + V_{j+1}(\bar{Y}_{j+1}^2)] | t_j] \end{aligned}$$

$G_{j+1}(\bar{y}_j^1, \bar{u}_j) - G_{j+1}(\bar{y}_j^2, \bar{u}_j) = E_{t_j} [E_{w_{j+1}} [V_{j+1}(\bar{y}_{j+1}^1) - V_{j+1}(\bar{y}_{j+1}^2)] | t_j] \geq 0$,
 uma vez que $V_{j+1}(y_{j+1}^2) \geq^{st} V_{j+1}(y_{j+1}^1)$, como demonstrado abaixo.

(a) $X_{j+1}^2 \geq^{st} X_{j+1}^1$, o que implica em $Y_{j+1}^2 \geq^{st} Y_{j+1}^1$.

(b) $V_{j+1}(\cdot)$ é crescente em \bar{y}_{j+1}

(c) Os item (a) e (b), implicam em $V_{j+1}(\bar{Y}_{j+1}^2) \geq^{st} V_{j+1}(\bar{Y}_{j+1}^1)$.

Se escolhermos $\bar{u}_j = \text{Abandonar}$, então $G_{j+1}(\bar{y}_j^1, \bar{u}_j) = G_{j+1}(\bar{y}_j^2, \bar{u}_j)$. Logo podemos concluir que:

$$G_{j+1}(\bar{y}_j^1, \bar{u}_j) \geq G_{j+1}(\bar{y}_j^2, \bar{u}_j), \forall \bar{u}_j \in \Theta \Rightarrow V_j(\bar{y}_j^1) = \max_{u_j} G_{j+1}(\bar{y}_j^1, u_j) \geq V_j(\bar{y}_j^2) = \max_{u_j} G_{j+1}(\bar{y}_j^2, u_j).$$

2. Mostramos na sessão (3.2.1) que V_N é crescente em x_N , portanto, a prova por indução está completa.

Prova para \bar{y}_j (item 3). Seja $\bar{y}_j^1 = (x_j^1, d_j^1)^t$, $\bar{y}_j^2 = (x_j^2, d_j^2)^t$ e $\bar{y}_j^3 = (x_j^1, d_j^2)^t$.
 Com $x^1 \geq x^2$ e $d^1 \geq d^2$.

Pelo item 2 desta proposição, vimos que $V_j(\bar{y}_j^3) \geq V_j(\bar{y}_j^2)$, uma vez que $x_j^1 \geq x_j^2$. Além disto, pelo item 1, mesma proposição temos $V_j(\bar{y}_j^1) \geq V_j(\bar{y}_j^3)$, pois $d_j^1 \geq d_j^2$. Logo $V_j(\bar{y}_j^1) \geq V_j(\bar{y}_j^2)$.

□

A proposição (6), estabelece que o valor do projeto é crescente no estado \bar{y}_j . Observe, no entanto, que em alguns casos não é possível comparar dois estados distintos. Ou seja, em alguns casos não é possível dizer, sem uma definição prévia, se $\bar{y}'_j \geq \bar{y}_j$ ou se $\bar{y}_j \geq \bar{y}'_j$. Estes casos ocorrem quando $(x'_j \geq x_j)$ e $(d_j \geq d'_j)$ ou quando $(x'_j \leq x_j)$ e $(d_j \leq d'_j)$, estados posicionados nos quadrantes sinalizados com o ponto de interrogação na figura (9). A figura (10) exemplifica a topologia do valor do projeto, no estágio de lançamento do produto.

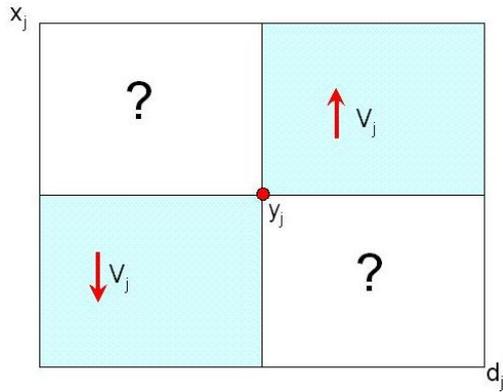


Figura 9: Comportamento do valor do projeto em um estágio j qualquer

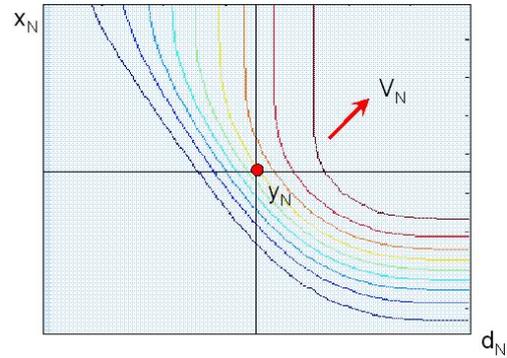


Figura 10: Curvas de nível para o valor no projeto no estágio N

A comparação de um estado \bar{y}_j com estados que estejam no primeiro ou quarto quadrante (em relação ao próprio estado) está relacionada ao conceito de super-aditividade (para mais detalhes, ver ((PUTERMAN, 1994))). A propriedade 2 da função $\bar{\Pi}(\cdot)$ (sessão (3.2.1)) mostrou a condição necessária e suficiente para que a função de retorno $\bar{\Pi}(\cdot)$ (valor do projeto no momento do lançamento, V_N) seja super-aditiva.

Esta observação é importante uma vez que (PUTERMAN, 1994) mostrou que é possível definir regiões de controle ótimo quando a função possui este formato. No entanto, não entraremos neste detalhe pelo fato de que já foi demonstrado por (SANTIAGO; VAKILI, 2005), para o modelo unidimensional, que as propriedades de segunda ordem do *Payoff* não são preservadas para a dimensão de performance do estado, devido, em parte, ao uso do controle melhorar. Portanto, não há como definir tais regiões nos demais estágios ($j = 1 \dots N - 2$).

Nota 3. *Em um projeto definido como na proposição 6, em cada possível valor $x_j \in \Omega_j^X$, caso exista algum valor de d_j associado para o qual $u_j^* = \text{Abandonar}$, existe também um valor d_j^* correspondente onde $u_j^* = \text{Abandonar}$, $\forall d_j \leq d_j^*$.*

Demonstração. A demonstração é direta partindo da proposição 6. Uma vez que V_j é crescente em y_j , então $V_j(x_j, d_j^*) > V_j(x_j, d_j^1)$. Como $V_j \geq 0$, se $V_j(x_j, d_j^*) = 0$

então $0 \leq V_j(x_j, d_j^1) \leq 0 \Rightarrow V_j(x_j, d_j^1) = 0$. □

Nota 4. Em um projeto definido como na proposição 6, em cada possível valor $d_j \in \Omega_j^D$, caso exista algum valor de x_j associado para o qual $u_j^* = \text{Abandonar}$, existe também um valor x_j^* correspondente onde $u_j^* = \text{Abandonar}$, $\forall x_j \leq x_j^*$.

Demonstração. Assim como no corolário anterior, a demonstração é resultado direto da proposição 6. □

Definição 2. Seja $A_j(x_j) = \{\bar{y}_j \mid d_j \leq d_j^*\}$. Denominamos a região de abandono do estágio j o conjunto formado pelos estados: $A_j = \bigcup_{x \in \Omega_j^X} A_j(x_j)$.

Proposição 7. Considere um projeto de desenvolvimento de produto que pode ser representado pelo modelo (3.11 - 3.13). Seja P_f e P_s este projeto, gerenciado de duas maneiras diferentes (ativa e passivamente). Suponha que $\Theta_f = \{\text{Continuar}, \text{Melhorar}, \text{Acelerar}\}$ e que $\Theta_s = \{\text{Continuar}\}$. Neste caso, $V_j^f \geq V_j^s, \forall j$.

Demonstração. Esta prova será feita em duas etapas. Primeiramente iremos mostrar que o gerenciamento ativo move para cima o estado do projeto. Em outras palavras, seja F_j a v.a. que representa o estado do projeto P_f no estágio j e S_j v.a. que representa o projeto P_s no mesmo estágio, neste caso $F_j \geq^{st} S_j, \forall j = 0 \dots N$. Em seguida mostraremos que o valor do projeto P_f (V_0^f) é sempre maior do que o valor do projeto P_s (V_0^s).

1. $F_j \geq^{st} S_j$ - Esta prova será feita por indução. Suponha inicialmente que a proposição seja válida para um estágio j qualquer. Sendo assim:
 - (a) Se $F_j \geq^{st} S_j$, pelas propriedades de ordem estocástica é possível agrupar os possíveis valores de f_j e s_j de forma que sempre $f_j \geq s_j$.
 - (b) Seja u_j^f e u_j^s os respectivos controles aplicados nos projetos P_f e P_s no estágio j . Pela equação de transição (3.14), para todos os pares f_j e s_j , $F_{j+1} \geq^{st} S_{j+1}$ se $u_j^f = u_j^s$, mas também se $u_j^f \neq u_j^s$, pois $I_j > 0$.

(c) Como $f_0 = s_0$, este resultado vale para o estágio 0 e portanto, a prova por indução está completa.

2. $V_0^f \geq V_0^s$ - Usando o resultado da proposição (6) temos:

(a) Uma vez que V_j^s é crescente em \bar{y}_j , $F_j \geq^{st} S_j \Rightarrow V_j^s(F_j) \geq^{st} V_j^s(S_j)$. Esta afirmação é válida para todo estágio j .

(b) Seja \bar{y}_j um estado qualquer de um estágio $j \leq N$, seja $\Theta^1 \subseteq \Theta^2$ dois conjuntos de controle e $V_j^1(\cdot)$ e $V_j^2(\cdot)$ o valor do projeto em um nó qualquer definido pela equação (3.10) nos conjuntos Θ^1 e Θ^2 respectivamente. Pela definição da função V_j (equação (3.10)), temos que $V_j^1(\bar{y}_j) \leq V_j^2(\bar{y}_j)$.

(c) Pelo item (b) desta prova, se a partir de um estágio j o projeto P_f puder ser gerenciado de maneira ativa, então $V_j^s(f_j) \leq V_j^f(f_j)$, $\forall f_j \in \Omega_j^F \Rightarrow V_j^s(F_j) \leq V_j^f(F_j)$.

(d) Com base nos itens (a) e (c), $V_j^f(F_j) \geq V_j^s(F_j) \geq^{st} V_j^s(S_j)$, $\forall j$.

(e) P_s e P_f estão sujeitos às mesmas incertezas por se tratarem do mesmo projeto, por isso, podemos dizer que $V_j^f(F_j) \geq V_j^s(S_j)$, $\forall j$.

□

Quando um projeto é abandonado, não há um estágio terminal definido, por este motivo, a comparação realizada na proposição (7) não pode ser realizada e portanto, o resultado não pode ser estendido diretamente para casos onde $Abandonar \in \Theta$. Abaixo serão demonstradas algumas relações que permitem provar que o resultado da proposição (7) também é válido quando há a opção de abandono.

Lemma 1. *Considere um projeto gerenciado de maneira ativa, ou seja, o conjunto de controles possíveis é definido como $\Theta = \{Continuar, Melhorar, Abandonar\}$, que possui probabilidade positiva de não ser abandonado em todos seus estágios, isto é, $P(\bar{y}_j \in A_j) < 1$, $\forall j$. Neste caso, $P(\bar{y}_j > y | u_j \neq Abandonar) > P(\bar{y}_j > y)$.*

Demonstração. Se $P(\bar{y}_j \in A_j) < 1 \Rightarrow P(\bar{y}_j > y | u_j \neq \text{Abandonar}) = \frac{P(\bar{y}_j > y)}{1 - P(\bar{y}_j \in A_j)} > P(\bar{y}_j > y)$. Observe que uma vez que o valor do projeto em um estágio \bar{y}_j qualquer é crescente em j , se $y \in A_j$ então $P(\bar{y}_j > y | u_j \neq \text{Abandonar}) = 1$. Caso contrário se $y \notin A_j$, considere $\bar{y}_A = \max \bar{y}_j \in A_j$, sendo assim $((\bar{y}_j > y) \cap (u_j \neq \text{Abandonar})) = ((\bar{y}_j > y) \cap (\bar{y}_j > \bar{y}_A)) = (u_j \neq \text{Abandonar})$. \square

Lemma 2. *Seja P_f e P_s um mesmo projeto gerenciado de duas maneiras diferentes. Suponha que $\Theta_f = \{\text{Continuar}, \text{Melhorar}, \text{Abandonar}, \text{Acelerar}\}$ e que $\Theta_s = \{\text{Continuar}\}$. Assumindo que há uma probabilidade positiva de o projeto P_f ser lançado no mercado, isto é, em todo estágio j existe ao menos um estado onde a decisão ótima é continuar ou melhorar o projeto. Supondo também que há uma probabilidade estritamente positiva do projeto P_f ser abandonado, então $P(F_j > y | u_j \neq \text{Abandonar}) > P(S_j > y)$.*

Demonstração. 1. No primeiro estágio, o projeto não é abandonado, logo:

$$P(F_j > y | u_j \neq \text{Abandonar}) = P(F_j > y) = P(S_j > y), \text{ pois } f_0 = s_0.$$

2. Assumindo que a sentença é válida para os estágios $t = 0, 1, \dots, j - 1$, com $j \leq N$, então $P(F_{j-1} > y | u_{j-1} \neq \text{Abandonar}) \geq P(S_{j-1} > y)$.
3. Condicionado ao não abandono, podemos dizer que $F_{j-1} \geq^{st} S_{j-1}$.

4. Partindo do item (3) e com base na equação de transição (3.14), percebemos que $F_j \geq^{st} S_j$, ainda condicionado ao não abandono em $j - 1$, isto é, $P(F_j > y | u_{j-1} \neq \text{Abandonar}) \geq P(S_j > y)$.

5. Se condicionarmos o projeto P_f ao não abandono no estágio j , então pelo Lemma (1) temos que:

$$P(F_j > y | u_{j-1} \neq \text{Abandonar}, u_j \neq \text{Abandonar}) = P(F_j > y | u_j \neq \text{Abandonar}) > P(F_j > y | u_{j-1} \neq \text{Abandonar}) > P(S_j > y).$$

\square

Proposição 8 (Valor da Flexibilidade). *Seja P_f e P_s um mesmo projeto gerenciado de duas maneiras diferentes. Suponha que $\Theta_f = \{\text{Continuar}, \text{Melhorar}, \text{Abandonar}, \text{Acelerar}\}$ e que $\Theta_s = \{\text{Continuar}\}$. Neste caso $V_0^f \geq V_0^s$.*

Demonstração. A prova desta proposição é trivial partindo do resultado do Lemma (2). □

3.2.3 Incerteza de tempo

Um dos principais objetivos deste trabalho é avaliação do impacto da incerteza do tempo no valor do projeto. E o objetivo desta sessão é explorar, através de exemplos, a relação entre a incerteza do tempo de desenvolvimento e o valor do projeto. O projeto desenvolvimento é modelado, neste trabalho, como um caminho de macrofases cujas durações são variáveis aleatórias independentes umas das outras e também dos estados do projeto.

Neste trabalho, consideramos a duração de uma fase k qualquer, é uma variável aleatória contínua no intervalo $[t_k^{min}; t_k^{max}]$. O tempo médio de duração da fase é \bar{t}_k e a variância é σ_k^2 . Definiremos incerteza do tempo de desenvolvimento como o desvio padrão da duração total do projeto (σ_P), onde $\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} = \sqrt{(\sum_k \sigma_k^2)}$, uma vez que as durações das etapas são independentes.

É importante ressaltar que, condicionado ao lançamento, isto é, considerando que todas as etapas do projeto serão realizadas, a duração total do projeto (T_P) é uma variável aleatória contínua distribuída no intervalo $[T_P^{min}; T_P^{max}]$, com $T_P^{min} = \sum_k t_k^{min}$ e $T_P^{max} = \sum_k t_k^{max}$. O valor esperado desta duração é $\bar{T}_P = \sum_k \bar{t}_k$ e a distribuição de probabilidade de T_P é específica para cada projeto e desconhecida a priori, embora possa ser, com algum esforço, determinada.

Mantendo a duração esperada das atividades constantes, uma variação em σ_k^2 causa uma variação de mesma magnitude em σ_P^2 (variabilidade total do projeto). Esta variação, no entanto, não causa nenhum impacto no valor esperado da duração

total do projeto (\bar{T}_P), desde que esta duração esteja condicionada ao lançamento.

A relação entre a variabilidade da duração total do projeto e o valor do mesmo é complexa e não pode ser generalizada. O resultado da interação depende dos custos de cada fase, do formato da curva do retorno do projeto (parâmetros a e k) e das distribuições de probabilidade das variáveis t_k . Esta conclusão também é validada para a interação do valor da flexibilidade do projeto com a variabilidade temporal. Citamos os exemplos a seguir para ilustrar este resultado.

Os exemplos 1 e 2 mostram dois projetos distintos, onde em um caso, o aumento da variabilidade provoca um aumento no valor do projeto (exemplo 1) e em outro caso o aumento da variabilidade provoca uma redução no valor do projeto (exemplo 2). Estas situações são contra exemplos da garantia de um impacto unidirecional no valor do projeto. De maneira semelhante, os exemplos 2 e 3 são contra exemplos de que o aumento da incerteza no tempo de desenvolvimento provoca impacto unidirecional no valor da flexibilidade do projeto.

Abaixo serão apresentados estes 3 exemplos de valoração de projetos que foram utilizados. Em cada exemplo serão comparados os resultados de dois cenários que diferenciam entre si apenas pela variabilidade do tempo de desenvolvimento. Neste ponto do trabalho apenas a comparação de resultados é importante, discussões sobre o mecanismo de cálculo e o desempenho computacional serão abordadas posteriormente.

- **Exemplo 1:**

Seja um projeto de desenvolvimento de produto que pode ser representado pelo modelo (3.11 - 3.13) com retorno dado pela equação (3.7). O projeto possui três fases, com função de densidade de probabilidade da incerteza tecnológica definida pela equação (3.29) nas duas primeiras etapas e definida por (3.30) na última. O aumento na performance esperada devido ao uso da opção de melhoria é de 0.1 unidade ($I = 0.1$).

$$p(\omega) = \begin{cases} 0,5; & \text{se } \omega = 0,5 \\ 0,5; & \text{se } \omega = -0,5 \end{cases} \quad (3.29)$$

$$p(\omega) = \begin{cases} 0,25; & \text{se } \omega = 1 \\ 0,5; & \text{se } \omega = 0,5 \\ 0,5; & \text{se } \omega = -0,5 \\ 0,25; & \text{se } \omega = -1 \end{cases} \quad (3.30)$$

O requerimento de mercado (R) é uma variável aleatória normalmente distribuída com média 0 (equivalente a performance inicial) e desvio padrão igual a uma unidade. O valor máximo pago pelo mercado (M) é 2500 unidades monetárias e o mínimo, $m = 0$. O parâmetro de forma (k) da função de retorno é 5.0 e o parâmetro de escala (a) é 40.0. Os demais dados, podem ser verificados nas tabelas (3.2.3) e (2).

Fase	Custo C (fixo)	Custo C (var)	Custo M (fixo)	Custo M (var)
1	100	20	200	40
2	100	20	200	40
3	100	20	200	40

Tabela 1: Exemplo 1 - Parâmetros utilizados nas fases do projeto

A tabela (2), abaixo, apresenta uma tabela com a distribuição de probabilidade do tempo de desenvolvimento de cada fase do projeto. Na última linha, a variância total do tempo de desenvolvimento é apresentada. Como dito anteriormente, os dois cenários que serão comparados se diferem unicamente pela distribuição de probabilidade de cada fase do projeto. No entanto, é importante observar que apesar da alteração na variabilidade, o valor esperado foi mantido constante.

Os resultados obtidos através do cálculo do valor do projeto para cada um

Fase	Cenário 1	Cenário 2
1	U[3.0;4.0]	U[0.0;7.0]
2	U[3.0;4.0]	U[0.0;7.0]
3	U[3.5;4.5]	U[0.0;8.0]
Var	0,25	13,5

Tabela 2: Exemplo 1 - Duração das fases e variabilidade por cenário

dos dois cenários estão resumidos na tabela (3) e apresentados graficamente nas figuras (11) e (12).

Cenário	Decisão	E[Valor projeto]	E[Valor flexibilidade]
1	C	96,324	42,34264408
2	C	125,581	48,60102579

Tabela 3: Exemplo 1 - Resultados

Podemos observar que, neste exemplo, tanto o valor do projeto quanto o valor da flexibilidade, aumentou com o aumento da variabilidade. Apesar da alteração nos valores esperados, este aumento na incerteza temporal não alterou a decisão ótima no estágio 0 (inicial) que é “continuar”.

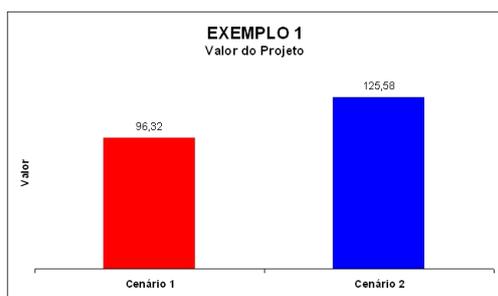


Figura 11: Valor esperado do projeto

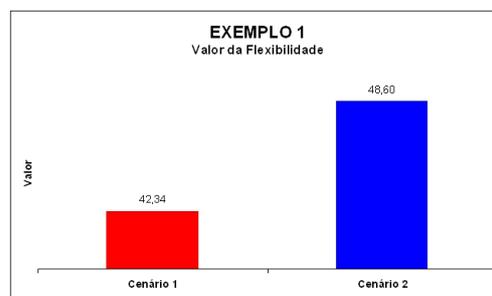


Figura 12: Valor esperado da flexibilidade do projeto

- **Exemplo 2:**

Neste segundo exemplo apresentamos um projeto de desenvolvimento de produto que pode ser representado pelo modelo (3.11 - 3.13) com retorno dado

pela equação (3.7). Assim como no exemplo anterior, o projeto possui três fases, com função de densidade de probabilidade da incerteza tecnológica definida pela equação (3.29) nas duas primeiras etapas e definida por (3.30) na última. O aumento na performance esperada devido ao uso da opção de melhoria é de 0.1 unidade ($I = 0.1$).

O requerimento de mercado (R) é uma variável aleatória normalmente distribuída com média 0 (equivalente à performance inicial) e desvio padrão igual a uma unidade. O valor máximo pago pelo mercado (M) é 2500 unidades monetárias e o mínimo, $m = 0$. O parâmetro de forma (k) da função de retorno é 3.5 e o parâmetro de escala (a) é 10.0. Os demais dados, podem ser verificados nas tabelas (3.2.3) e (5).

Fase	Custo C (fixo)	Custo C (var)	Custo M (fixo)	Custo M (var)
1	100	50	200	100
2	100	50	200	100
3	100	50	200	100

Tabela 4: Exemplo 2 - Parâmetros utilizados nas fases do projeto

A tabela (5), abaixo, apresenta uma tabela com a distribuição de probabilidade do tempo de desenvolvimento de cada fase do projeto. Na última linha, a variância total do tempo de desenvolvimento é apresentada. Os dois cenários que serão comparados se diferem unicamente pela distribuição de probabilidade de cada fase do projeto e o valor esperado do tempo de desenvolvimento foi mantido constante.

Fase	Cenário 1	Cenário 2
1	U[0,95;1,05]	U[0,0;2,0]
2	U[0,95;1,05]	U[0,0;2,0]
3	U[2,95;3,05]	U[0,0;6,0]
Var	0,0025	3,6667

Tabela 5: Exemplo 2 - Duração das fases e variabilidade por cenário

Os resultados obtidos através do cálculo do valor do projeto para cada um

dos dois cenários estão resumidos na tabela (6) e apresentados graficamente nas figuras (13) e (14).

Cenário	Decisão	E[Valor projeto]	E[Valor flexibilidade]
1	C	173,414	79,992
2	C	163,484	77,083

Tabela 6: Exemplo 2 - Resultados

Podemos observar que, neste exemplo, diferentemente da situação anterior, tanto o valor do projeto quanto o valor da flexibilidade, foram reduzidos com o aumento da variabilidade. Apesar da alteração nos valores esperados, este aumento na incerteza temporal não alterou a decisão ótima no estágio 0 (inicial) que é "continuar".

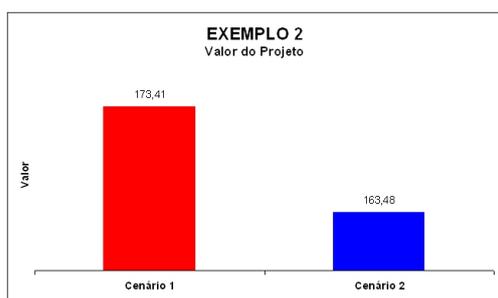


Figura 13: Valor esperado do projeto

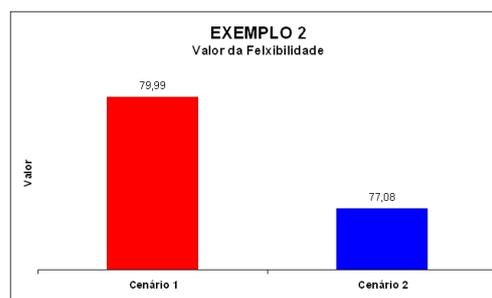


Figura 14: Valor esperado da flexibilidade do projeto

- **Exemplo 3:**

O último exemplo apresentado é assim como os anteriores, um projeto de desenvolvimento de produto que pode ser representado pelo modelo (3.11 - 3.13) com retorno dado pela equação (3.7). Novamente, O projeto possui três fases, com função de densidade de probabilidade da incerteza tecnológica definida pela equação (3.29) nas duas primeiras etapas e definida por (3.30) na última. O aumento na performance esperada devido ao uso da opção de melhoria é de 0.1 unidade ($I = 0.1$).

O requerimento de mercado (R) é uma variável aleatória normalmente distribuída com média 0 (equivalente a performance inicial) e desvio padrão igual a uma unidade. O valor máximo pago pelo mercado (M) é 2500 unidades monetárias e o mínimo, $m = 0$. O parâmetro de forma (k) da função de retorno é 3.5 e o parâmetro de escala (a) é 10.0. Os demais dados, podem ser verificados nas tabelas (3.2.3) e (8).

Fase	Custo C (fixo)	Custo C (var)	Custo M (fixo)	Custo M (var)
1	90	10	150	20
2	90	10	200	20
3	90	10	150	20

Tabela 7: Exemplo 3 - Parâmetros utilizados nas fases do projeto

A tabela (8), abaixo, apresenta uma tabela com a distribuição de probabilidade do tempo de desenvolvimento de cada fase do projeto. Na última linha, a variância total do tempo de desenvolvimento é apresentada. Assim como nos casos anteriores, valor esperado do tempo de desenvolvimento foi mantido constante.

Fase	Cenário 1	Cenário 2
1	U[2,95;3,05]	U[0.0;6.0]
2	U[2,95;3,05]	U[0.0;6.0]
3	U[3,45;3,55]	U[0.0;7.0]
Var	0,0025	10,0833

Tabela 8: Exemplo 3 - Duração das fases e variabilidade por cenário

Os resultados obtidos através do cálculo do valor do projeto para cada um dos dois cenários estão resumidos na tabela (9) e apresentados graficamente nas tabelas (15) e (16).

Neste exemplo, o valor do projeto aumentou e o valor da flexibilidade com o aumento da variabilidade do tempo. Esta afirmação está sendo feita com base na comparação do intervalo de confiança para o valor esperado destas saídas

Cenário	Decisão	E[Valor projeto]	E[Valor flexibilidade]
1	A	0,000	64,066
2	C	38,791	15,138

Tabela 9: Exemplo 3 - Resultados

a um nível de significância de 5%. É importante observar que o aumento na incerteza temporal alterou a decisão ótima no estágio 0 (inicial) que passou de "abandonar" no cenário 1 para "continuar" no cenário 2.

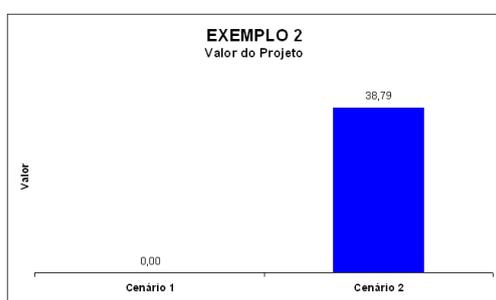


Figura 15: Valor esperado do projeto

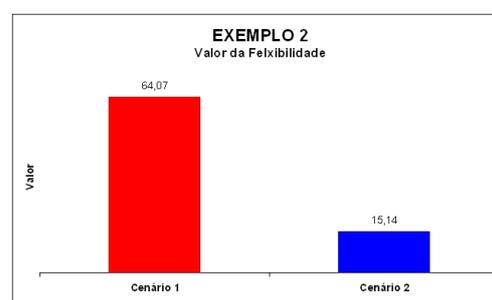


Figura 16: Valor esperado da flexibilidade do projeto

Os exemplos 1, 2 e 3 são situações muito próximas umas das outras o que demonstra a sensibilidade da valoração do projeto às incertezas temporais. O exemplo três nos mostra também que o impacto da incerteza no valor do projeto e o no valor da flexibilidade pode ser diferente. Além disto, o caso 3 apresenta uma situação onde a opção ótima é alterada com o aumento da incerteza temporal.

Apesar deste resultado, quando o aumento da incerteza ocorre devido a possibilidade de ocorrência de um atraso, (HUCHZERMEIER; LOCH, 2001) mostrou que o valor do projeto diminui com o aumento da incerteza. A redução do valor do projeto, no entanto, está associada mais ao aumento do tempo esperado de desenvolvimento do que ao aumento da variabilidade temporal.

Se considerarmos o gerenciamento ativo, a duração esperada do projeto deverá ser menor do que a duração esperada do mesmo condicionada a realização de todas

as etapas (lançamento). Isto ocorre porque o exercício da opção de abandono "encurta" a duração esperada do projeto.

Sendo assim, não será possível generalizar o impacto de mudanças na incerteza da duração de uma fase específica na duração total do projeto, uma vez isto dependerá da probabilidade de abandono do projeto que está relacionada ao valor do projeto em cada estado. Mostramos através dos exemplos que o impacto da incerteza temporal no valor do projeto não é generalizável e portanto isto se estende à esperança da duração real do projeto.

Esta observação a respeito da duração do projeto é importante em problemas de portfólio, onde é necessário comparar ou sequenciar a execução de mais de um projeto.

A demonstração da impossibilidade de generalizar o comportamento do valor do projeto frente a incerteza temporal realça a importância da modelagem desta incerteza. Ao desconsiderar a incerteza temporal, isto é, torná-la zero, o valor do projeto é alterado e a priori não se tem idéia se este valor está subestimando ou superestimando o valor real do projeto. Como vimos no exemplo 3, a desconsideração da incerteza temporal pode, inclusive, levar o tomador de decisão a agir de maneira errada.

3.3 Algoritmo

O valor de um projeto que pode ser representado pelo modelo (3.11 - 3.13) é calculado pela equação (3.10) que pode ser reescrita através da equação (3.31). Esta equação, no entanto, não pode ser calculada analiticamente e por este motivo apresentaremos nesta sessão algoritmos capazes de resolvê-la numericamente.

$$\begin{aligned}
 V_0 = \max_{u \in \Theta} & \left\{ \int_{t_1 \in \Omega_{t_1}} \left[\sum_{\omega_1 \in \Omega_{\omega_1}} (-C_1(Y_0, \text{continuar}) + V_1(Y_1)) p_{\omega_1} \right] f_{t_1}(t) dt, 0 \right. \\
 & \int_{t_1 \in \Omega_{t_1}} \left[\sum_{\omega_1 \in \Omega_{\omega_1}} (-C_1(Y_0, \text{melhorar}) + V_1(Y_1)) p_{\omega_1} \right] f_{t_1}(t) dt, 0 \\
 & \left. \int_{t_1 \in \Omega_{t_1}} \left[\sum_{\omega_1 \in \Omega_{\omega_1}} (-C_1(Y_0, \text{acelerar}) + V_1(Y_1)) p_{\omega_1} \right] f_{t_1}(t) dt, 0 \right\} \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

O tempo de duração de cada fase do projeto de desenvolvimento de produtos foi modelado como uma variável aleatória contínua, por este motivo é impossível mapear de maneira exata todos os estados possíveis de serem alcançados ao final do processo de desenvolvimento. Este fato motivou a combinação da técnica de simulação de Monte Carlo com o algoritmo de programação dinâmica em duas diferentes abordagens nos trabalhos de ((CRESPO, 2008)) e de ((SILVA; SANTIAGO, 2008)), sendo que o último é uma apresentação parcial dos resultados deste trabalho. Neste trabalho, o algoritmo utilizado por ((SILVA; SANTIAGO, 2008)) para estimativa do valor do projeto ((V_0)) (Algoritmo (1)) será analisado e serão feitas análises a respeito de seu desempenho e limitações. Desenvolvemos ainda um novo procedimento (Algoritmo (2)) que utiliza simulação de Monte Carlo para a estimação de ((V_0)), mas que possui menor variância devido à implementação de uma técnica de redução de variância.

Algumas características dos projetos de desenvolvimento de tecnologia e também

de nossa formulação foram úteis para melhorar o desempenho do algoritmo. A primeira delas está relacionada à natureza multiperiódica do processo de decisão.

A solução ótima para cada estado em um estágio de revisão futuro é importante e, por este motivo, é considerado no cálculo da decisão ótima no estágio presente. No entanto, os tomadores de decisão não são obrigados a agir em um estado futuro de acordo com o que foi recomendado pelo cálculo no tempo presente. Isto ocorre devido à necessidade de revisar os parâmetros de entrada do modelo a cada estágio de decisão, o que irá gerar uma “nova” avaliação ótima. Os decisores podem se concentrar apenas na ação ótima apresentada para o estágio corrente.

Com base no argumento acima, todos os algoritmos desenvolvidos (Algoritmos (1), (2) e (3)) fornecem decisão ótima apenas para o estágio presente de decisão. Isto possibilita uma significativa redução na memória alocada para o programa, uma vez que não é necessário armazenar estatísticas para cada estado, de cada fase e em cada caminho aleatório gerado. A cada nova iteração tanto o valor esperado quanto a variância de um estado qualquer podem ser atualizados, sem armazenar o valor ou a decisão ótima calculados.

Outra característica do modelo utilizada para melhorar o desempenho computacional é a independência entre as variáveis de performance a cada estágio de revisão. Isto é, as variáveis aleatórias (x_j, τ_j) são independentes entre si em todos os estágio j . Este fato implica que as variáveis aleatórias que representam a duração da fase são independentes e identicamente distribuídas para cada estado de um mesmo estágio.

Esta independência permite realizar o procedimento de amostragem para o tempo de desenvolvimento apenas uma vez a cada visita que o programa fizer em um estágio específico. Isto reduz consideravelmente o número de variáveis aleatórias que devem ter seu comportamento aproximado ou simulado durante a estimação. No caso específico do uso da simulação, o processo de amostragem para estimar o valor de um estado y_j qualquer no estágio j é feito simultaneamente para todos os estados, o que economiza esforço computacional na geração de variáveis

aleatórias para descrever o tempo de desenvolvimento.

Esta redução no número de variáveis geradas viabilizou a utilização de outro método numérico para a aproximação do valor do projeto V_0 . Como alternativa ao Algoritmo (1), desenvolvemos também um método numérico para aproximar o valor do projeto através da discretização do tempo (Algoritmo (3)) que será apresentado mais adiante.

3.3.1 Algoritmo de otimização baseado em simulação

Uma das grandes dificuldades de se abordar um problema através de técnicas de otimização baseadas em simulação (*simulation based optimization*) está no desenvolvimento de um algoritmo eficiente ((FU, 2002)). O algoritmo desenvolvido aqui (1) possui, naturalmente, complexidade exponencial herdada, em parte, do algoritmo de programação dinâmica.

Nesta sessão serão apresentados dois algoritmos ((1) e (2)) para a estimação de (V_0) via simulação. O algoritmo (1) consiste, para cada estágio de revisão, em caminhar ao longo dos estágios futuros gerando caminhos aleatórios de tempo até chegar ao final do projeto. A partir deste estágio final, volta-se calculando o valor do projeto e este procedimento será repetido (para cada estágio) um número suficiente de vezes para obter o valor esperado, dentro de um nível aceitável de confiança (relacionado a um erro).

O procedimento para o cálculo do valor projeto em cada estado possível de ponto de revisão é recursivo, e calculado com base na equação (3.10). A esperança do valor do projeto em relação à duração da fase é estimada via simulação por esta se tratar de uma variável aleatória contínua. A cada replicação $s (s = 1, \dots, r)$, um valor para a duração da fase corrente é gerado a partir de uma densidade de probabilidade previamente definida.

Uma vez que a duração da próxima etapa de desenvolvimento (t_k) é amostrada, o instante de tempo da revisão seguinte é calculado (passo 3). Logo em

seguida a calcula-se a esperança do valor do projeto (dado t_k) em ω_k (incerteza tecnológica)(passo 7). Após esta etapa o valor do projeto em cada estado é dado pelo maior valor esperado obtido pela aplicação de um dos controles disponíveis (passo 12). A função retorna um vetor contendo o valor do projeto esperado para cada estado do estágio de revisão.

É importante observar que a cada estágio o procedimento de estimação via simulação do valor do projeto deverá ser executado para cada estado, o que torna o algoritmo diferente do procedimento heurístico implementado por (CRESPO, 2008) que consiste em calcular, de maneira determinística, o valor do projeto para cada caminho aleatório gerado via simulação. Este procedimento é heurístico e superestima o valor do projeto em um determinado estado, como mostrado pela proposição (10).

Considere r o número de valores gerados para a estimativa de tempo de cada uma das fases e N o número de estágios de revisão do projeto. Mantendo r fixo, o tempo computacional cresce exponencialmente com o número de decisões e, para um N constante, o algoritmo cresce polinomialmente em r . Técnicas de redução de variância podem ser utilizadas para reduzir consideravelmente o valor de r , o que representará grandes ganhos computacionais para pequenos valores de N .

Algorithm 1 *Algoritmo1 - Monte Carlo Padrão*

```

1: for  $s = 1 : r$  do
2:   Gerar  $t$  a partir de  $f(\mu, \sigma)$ 
3:    $T_f \leftarrow T_p + t$ 
4:   for  $\forall e \in Rev$  do
5:     for  $\forall u \in \Theta$  do
6:        $V_p[e, u]_+ = E_x[-C[e, u] + V_f(s)]$ 
7:     end for
8:   end for
9: end for
10: for  $\forall e \in Rev$  do
11:    $V_m[e] := \max_{u \in \Theta} [V_p(e, u)/r]$ 
12: end for
13: Return  $V_m$ 

```

3.3.2 Técnicas de Redução de Variância

3.3.2.1 Variáveis de controle

Esta técnica de redução de variância consiste no uso de uma variável aleatória correlacionada ao parâmetro que desejamos estimar e que possua esperança conhecida para reduzir os grandes desvios em relação a média(para mais detalhes ver (GLASSERMAN, 2003)). No caso específico deste algoritmo, o controle deverá ser aplicado para cada ação gerencial de cada possível estado, em cada um dos estágios de decisão do problema.

A variável de controle escolhida foi a duração da fase de desenvolvimento. É fácil perceber, partindo do item 2 da proposição (6), que o retorno esperado do projeto no estágio seguinte de revisão (V_{j+1}) é decresce com o aumento da duração da fase. Uma vez que os custos da fase aumentam com o aumento de sua duração é possível mostrar que o valor esperado do projeto na revisão corrente (V_j) e a duração da fase seguinte (t_{j+1}), são variáveis negativamente correlacionadas.

Algorithm 2 *Algoritmo 2 - Variável de Controle*

```

1: for  $i = 1 : r$  do
2:   Gerar  $t$  a partir de  $f(\mu, \sigma)$ 
3:    $T_f[i] \leftarrow T_p + t$ 
4:    $\Delta_c v[i] \leftarrow T_p - E[t]$ 
5:    $S_c^2 v \leftarrow S_c^2 v + \Delta_c v[i]^2$ 
6:   for  $\forall e \in Rev$  do
7:     for  $\forall u \in \Theta$  do
8:        $V_p(e, u)[i] := E_x[-C(e, u) + V_f(i)]$ 
9:        $Esp - V_p[e, u] := Esp - V_p[e, u] + V_p(e, u)[i]$ 
10:    end for
11:  end for
12: end for
13: for  $\forall e \in Rev$  do
14:  for  $\forall u \in \Theta$  do
15:     $Esp - V_p(e, u) := V_p(e, u)/r$ 
16:  end for
17: end for
18: for  $i = 1 : r$  do
19:  for  $\forall e \in Rev$  do
20:    for  $\forall u \in \Theta$  do
21:       $Esp - V_p[e, u] := V_p(e, u)/r$ 
22:       $\Delta_V P[i, e, u] := V_p(e, u)[i] - Esp - V_p[e, u]$ 
23:       $Num_{\hat{i}} := \Delta_V P[i, e, u] * \Delta_c v[i]$ 
24:    end for
25:  end for
26: end for
27: for  $\forall e \in Rev$  do
28:  for  $\forall u \in \Theta$  do
29:     $\hat{b}[e, u] := Num_{\hat{i}}/S_c^2 v$ 
30:     $Esp - V_p[e, u] := 0$ 
31:    for  $s = 1 : r$  do
32:       $V_p(e, u)[i] := V_p(e, u)[i] - \hat{b}[e, u] * \Delta_c v[i]$ 
33:       $Esp - V_p[e, u] := Esp - V_p[e, u] + V_p(e, u)[i]$ 
34:    end for
35:     $Esp - V_p[e, u] := Esp - V_p[e, u]/r$ 
36:  end for
37:   $V_m(e) := \max_{u \in \Theta}(Esp - V_p[e, u])$ 
38: end for
39: Return  $V_m$ 

```

A principal diferença entre o algoritmo (1) e o algoritmo (2) está no estimador utilizado para a função $G(y_j, u_j)$ que agora é dado pela equação (3.32).

$$\hat{G}(y_j, u_j) = \frac{\sum_{i=1}^N g(t_{j+1}^i, y_j, u)}{N} - b(y_j, \hat{u}_j) \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^N t_{j+1}^i}{N} - E[t_{j+1}] \right) \quad (3.32)$$

Na equação (3.32), t_{j+1}^i é o i -ésimo valor amostrado para a duração da fase seguinte, $E[t_{j+1}]$ é conhecido e definido de acordo com a distribuição de probabilidade de t_{j+1} e $b(y_j, \hat{u}_j)$ é estimador de b^* para o uso do controle u_j no estado y_j . O cálculo de $b(y_j, \hat{u}_j)$ é feito juntamente com o cálculo das demais estatísticas usadas na equação (3.32) utilizando os mesmo valores amostrados para a variável aleatória t_{j+1} .

Fase	Custos				Duração da fase
	Continuar Fixo	Melhorar Fixo	Continuar Variável	Melhorar Variável	
1	50000.00	75000.00	10000.00	20000.00	U[2.40 ; 13.60]
2	80000.00	60000.00	10000.00	15000.00	U[2.70 ; 15.30]
3	20000.00	60000.00	6000.00	30000.00	U[0 ; 2.10]

Tabela 10: Descrição das fases

A redução da variância do estimador $\hat{G}(y_j, u_j)$ possibilita uma convergência mais rápida do estimador \hat{V}_j . As figuras (17) e (18), mostra um exemplo da diferença entre os valores calculados e o intervalo de confiança gerado pelos estimadores utilizados nos algoritmos (1) e (2).

A figura (19) e a tabela (11) mostram o desempenho dos algoritmos (1) e (2) em função do aumento da variabilidade total do tempo. Utilizamos um projeto com três estágios de decisão e os demais dados estão fornecidos na tabela (10). O número de replicações utilizadas para fazer esta comparação foi suficientemente grande para eliminar o vício do estimador.

Na tabela (12) é comparado o desempenho dos algoritmos com o aumento

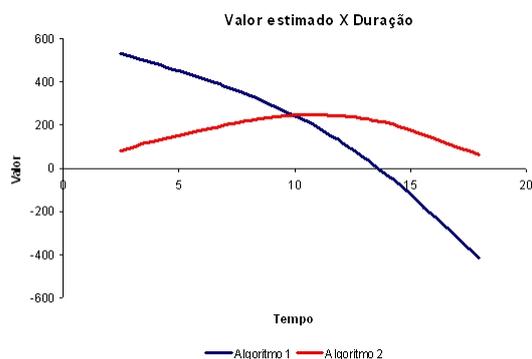


Figura 17: Valor calculado x duração da fase

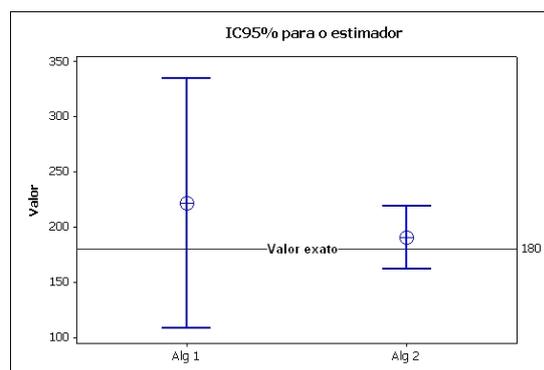


Figura 18: I.C.95% para o valor esperado do projeto

MC Padrão	MCP - IC95%	Variáveis de Controle	VC-IC95%	Valor Exato
2.349.232,50	[2344149,84533921 ; 2354315,15466079]	2.353.408,73	[2350392,90107067 ; 2353408,72886196]	2.352.085,00
2.335.298,00	[2325217,38029607 ; 2345378,61970393]	2.342.299,47	[2339272,00671103 ; 2342299,46869188]	2.340.961,75
2.315.654,50	[2300764,62341722 ; 2330544,37658278]	2.325.187,82	[2322126,28491268 ; 2325187,81997427]	2.323.879,50
2.293.035,25	[2273635,33435333 ; 2312435,16564667]	2.304.942,50	[2301820,26560338 ; 2304942,50210362]	2.303.644,50
2.270.607,25	[2247096,02922723 ; 2294118,47077277]	2.284.661,04	[2281464,28815931 ; 2284661,03531437]	2.283.232,00
2.253.320,25	[2226240,60725667 ; 2280399,89274333]	2.268.920,69	[2265643,31546971 ; 2268920,6925216]	2.267.458,75
2.243.321,00	[2213218,33711181 ; 2273423,66288819]	2.259.829,58	[2256424,07627398 ; 2259829,57937276]	2.258.555,00
2.240.024,50	[2207356,95673692 ; 2272692,04326308]	2.257.722,83	[2254121,94735952 ; 2257722,83229068]	2.256.107,00
2.242.213,00	[2207347,65480054 ; 2277078,34519946]	2.260.739,41	[2256888,20963411 ; 2260739,4080367]	2.258.976,00
2.248.670,25	[2211894,53610266 ; 2285445,96389734]	2.267.576,52	[2263444,29988233 ; 2267576,51815625]	2.265.995,50

Tabela 11: Resultado dos algoritmos 1 e 2 com o aumento da incerteza de tempo

da quantidade de caminhos aleatórios. Pode-se observar que neste exemplo, o algoritmo (2) além de possuir menor variabilidade convergiu para o valor exato mais rapidamente, como previsto anteriormente.

O aumento do número de caminhos gerados para a primeira fase reduz mais a variância do estimador \hat{V}_0 do que nas fases seguintes. No entanto, é importante certificar que o número de caminhos em cada fase foi suficiente para a eliminação do vício.

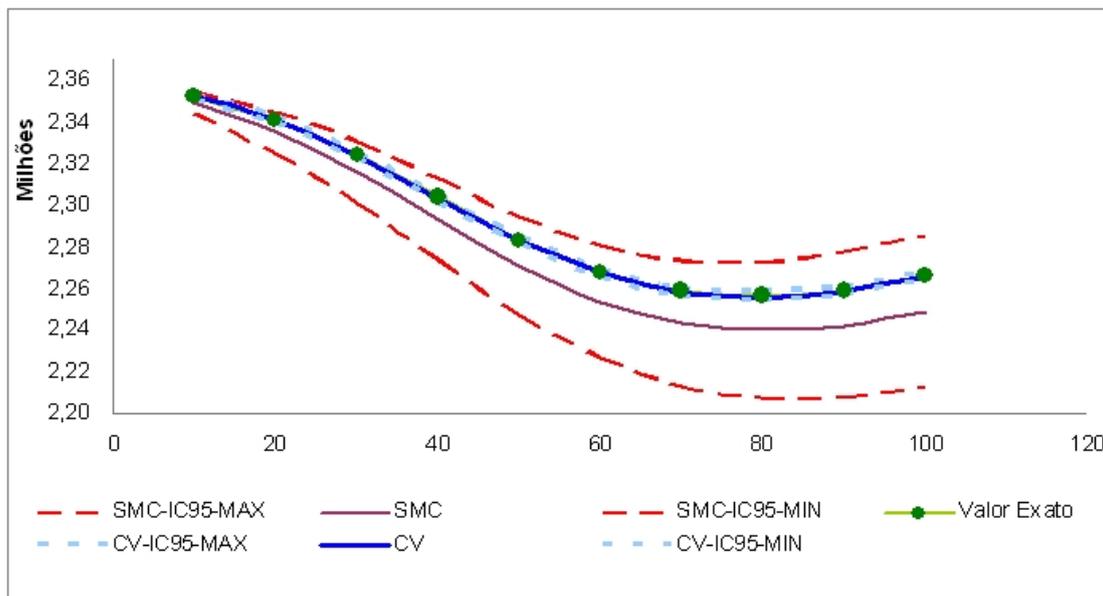


Figura 19: Resultado dos algoritmos 1 e 2 com o aumento da incerteza de tempo

3.3.2.2 Amostragem descritiva

A amostragem descritiva consiste em substituir a geração de números aleatórios por um vetor que represente a distribuição de probabilidade mas que é calculado de maneira determinística para garantir o formato da densidade de probabilidade, isto é, os percentis gerados para representar a variável aleatória são pré definidos. Este procedimento elimina da simulação a variabilidade causada pela geração. Após a criação deste vetor, um sorteio sem reposição é feito para definir a ordem com que os valores serão utilizados na simulação (para mais detalhes, ver (SALIBY, 1990) e (GLASSERMAN, 2003)).

É fácil perceber, pela natureza do problema, que a ordem de utilização de cada possível valor do vetor calculado deterministicamente não influencia no resultado da simulação e por este motivo, o uso da amostragem descritiva gerará sempre o mesmo resultado. Dado esta característica do problema, a utilização da amostragem descritiva é na verdade um procedimento de discretização. Por este motivo, detalharemos o algoritmo baseado na simulação por amostragem descritiva

Cenários					
Replicações por fase	10	50	100	200	500
Total de caminhos	1.000	125.000	1.000.000	8.000.000	125.000.000
Algoritmo 1 - Monte Carlo Padrão					
Projeto	2.111.938,75	1.952.920,50	2.231.372,25	2.317.181,25	2.217.508,75
Desvio	397.982,87	157.175,24	106.656,04	73.143,83	42.949,24
Tempo Processamento (s)	0,30	2,50	18,20	137,70	2.115,40
Algoritmo 2 - Variáveis de controle					
Projeto	2.291.265,50	2.235.479,75	2.261.133,00	2.260.400,50	2.258.356,25
Desvio	34.935,51	11.298,59	2.456,02	1.581,07	532,35
Tempo Processamento (s)	0,50	3,10	20,30	160,10	2.489,60

Tabela 12: Convergência dos Algoritmos 1 e 2

na sessão (3.3.3), onde apresentamos o Algoritmo (3) que tem seu funcionamento baseado neste princípio.

3.3.2.3 Problemas com o uso da simulação

O uso da simulação convencional como ferramenta de auxílio à estimação do valor ótimo do projeto possui duas limitações básicas. A primeira limitação é o tempo computacional necessário para garantir um intervalo de confiança estreito para a estimativa, que cresce exponencialmente com o aumento do número de estágio. Esta situação é agravada por uma segunda limitação, que é a presença de vício no estimador utilizado nos algoritmos (1) e (2).

$$\hat{V}_j = \max_{u_j \in \Theta_j} \left[\frac{\sum_{i=1}^N g(t_i, y_j, u_j)}{N} \right] \quad (3.33)$$

A equação (3.33) define o estimador utilizado no Algoritmo (1). Este estimador, apesar de consistente, é viciado como mostrado na proposição (9). Este fato exige uma cautela maior na análise dos resultados da simulação e um número maior de caminhos aleatórios para garantir a convergência do valor do projeto. O

erro introduzido pelo uso do estimador viciado cresce com o número de períodos devido à propagação do erro. O mesmo pode ser dito para o estimador utilizado no Algoritmo (2), uma vez que este baseia-se no estimador da equação (3.33).

Proposição 9. *Considere um projeto de desenvolvimento de produtos que pode ser representado pelo modelo (3.11 - 3.13). Seja V_j o valor do projeto em um estado $j \in \{1, \dots, N\}$ dado pela equação (3.10) e $g(t, y, u)$ definida de forma que $G(y_j, u_j) = E_{t_{j+1}} g(t_{j+1}, y_j, u_j)$. Para a variável aleatória V_j , o estimador \hat{V}_j definido na equação (3.33) é viciado, porém consistente.*

Demonstração. Seja $\bar{g}(u) = \frac{\sum_{i=1}^N g(t_i, y_j, u)}{N}$, $\forall u \in \Theta_j$, o estimador para o valor do projeto condicionado a aplicação da política u . Desta forma, $\bar{g}(u)$, $\forall u \in \Theta_j$ são variáveis aleatórias. Podemos então descrever o estimador \hat{V}_j definido na equação (3.33) como:

$$\hat{V}_j = \begin{cases} \bar{g}(\text{continuar}), & \text{se } \bar{g}(\text{continuar}) \geq \max_{u_j \in \Theta_j} \bar{g}(u_j) \\ \bar{g}(\text{melhorar}), & \text{se } \bar{g}(\text{melhorar}) \geq \max_{u_j \in \Theta_j} \bar{g}(u_j) \\ \bar{g}(\text{acelerar}), & \text{se } \bar{g}(\text{acelerar}) \geq \max_{u_j \in \Theta_j} \bar{g}(u_j) \\ 0, & \text{se } \max_{u_j \in \Theta_j} \bar{g}(u_j) \leq 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

Seja $u_j^* = \arg \max_{u_j \in \Theta} G_j(y_j, u_j)$, isto é, o controle ótimo para o estágio j , $V^* = \bar{g}(u_j^*)$ dado pela equação (3.34) e $P(u_j) = P(\bar{g}(u_j)) = \max_{u_j \in \Theta} [\bar{g}(u_j)]$. Isto é, $P(u_j)$ é a probabilidade do controle u_j ser o controle ótimo. A partir destas definições, a esperança de (\hat{V}_j) será dada por:

$$E(\hat{V}_j) = V^* \cdot P(u_j^*) + \sum_{u \in \{\Theta - \{u_j^*\}\}} \sum_{i=1}^N \frac{g(t, y, u)}{N} \cdot P(u) \quad (3.35)$$

Como não é possível afirmar que uma política será sempre dominante para todos os t , as probabilidades poderão ser estritamente positivas e menores do que 1. Logo, o estimador é viciado. Apesar disto, quando $n \rightarrow \infty$, pela lei forte dos grandes números, os estimadores $\bar{g}(u) \xrightarrow{q.c.} E_{t_{j+1}} g(t_{j+1}, y_j, u) = G(y_j, u)$, o que implica em

$P(u_j^*) = 1$. Desta forma, mostramos que o estimador é consistente, isto é, converge para o valor esperado quando o tamanho da amostra cresce. \square

Já o procedimento heurístico utilizado por ((CRESPO, 2008)) utiliza o estimador $\hat{V}_j = \frac{\sum_{i=1}^N \max_{u_j \in \Theta_j} [\hat{g}(t_{j+1}^i, y_j, u_j)]}{N}$. Como pode ser visto na proposição (10), este estimador sempre superestima o valor do projeto.

Proposição 10. *Considere um projeto de desenvolvimento de produtos que pode ser representado pelo modelo(3.11 - 3.13). Seja V_j o valor do projeto em um estado $j \in \{1, \dots, N\}$ dado pela equação (3.10) e $g(t, y, u)$ definida de forma que $G(y_j, u_j) = E_{t_{j+1}} g(t_{j+1}, y_j, u_j)$. O uso do estimador $\hat{V}_j = E_{t_{j+1}} \max_{u_j \in \Theta_j} [\hat{g}(t_{j+1}, y_j, u_j)]$ superestima o valor do projeto.*

Demonstração. Com base nas equações ((3.2),(3.9) e (3.10)), V_j pode ser reescrito como uma função da variável aleatória que representa a duração da fase $j+1$ (t_{j+1}) e do controle aplicado (u_j), como na equação (3.36).

$$V_j = \max_{u_j \in \Theta_j} [E_{t_{j+1}} (g(t_{j+1}, y_j, u_j))] \quad (3.36)$$

Considere $cn(t) = g(t, y, \text{continuar})$, $m(t) = g(t, y, \text{melhorar})$ e $ac(t) = g(t, y, \text{acelerar})$ três variáveis aleatórias. Definindo $Z(t) = \max(cn(t), m(t), ac(t), 0)$, $\forall t$ então temos:

$$\begin{aligned} ((Z(t) \geq cn(t)) \cap (Z(t) \geq m(t)) \cap (Z(t) \geq ac(t)) \cap (Z(t) \geq 0)) &\Rightarrow \\ (E(Z(t)) \geq E(cn(t))) \cap (E(Z(t)) \geq E(m(t))) \cap (E(Z(t)) \geq E(ac(t))) \cap (E(Z(t)) \geq 0) &\Rightarrow \\ Z(t) \geq \max(E(cn(t)), E(m(t)), E(ac(t)), 0) & \end{aligned}$$

Com base na equação (3.36), o estimador $\hat{V}_j = Z(t)$ superestima o valor do projeto, uma vez que $Z(t) \geq V_j$. \square

3.3.3 Aproximação pela discretização do tempo

A discretização consiste em mapear uma grande quantidade (porém, finita) de possíveis valores das variáveis aleatórias do problema e calcular o valor do projeto para cada combinação destes valores mapeados. O Algoritmo (3) funciona de maneira semelhante ao Algoritmo (1), a única diferença está na forma com que são definidos os valores das variáveis aleatórias.

Algorithm 3 *Algoritmo 3 - Aproximação pela Discretização*

```

1: for  $i = 1 : r$  do
2:    $u[i] = (i - 0.5)/r$ 
3:    $t[i] = f^{-1}(\mu, \sigma, u[i])$ 
4:    $T_f \leftarrow T_p + t$ 
5:   for  $\forall e \in Rev$  do
6:     for  $\forall u \in \Theta$  do
7:        $V_p[e, u]_+ = E_x[-C[e, u] + V_f(i)]$ 
8:     end for
9:   end for
10: end for
11: for  $\forall e \in Rev$  do
12:    $V_m[e] = \max_{u \in \Theta} [V_p(e, u)/r]$ 
13: end for
14: Return  $V_m$ 

```

A aproximação se torna mais precisa com o aumento do número de valores mapeados para cada variável aleatória. Isto é, com o aumento de r . O erro desta aproximação cresce com o aumento do número de estágios de revisão. No entanto, o erro da estimativa, no geral, é pequeno mesmo para valores de amostra próximos de 10 para cada período.

A magnitude do erro depende principalmente do formato da curva de retorno e do tipo de distribuição de probabilidade das variáveis. Distribuições mais complexas, como por exemplo a distribuição Beta apresentam erros ligeiramente maiores. É importante ressaltar que o pequeno número de variáveis aleatórias do problema é o principal fator que viabiliza a aplicação deste procedimento. Em casos mais gerais, quando, por exemplo, há correlação entre o estado y_j e a duração da ati-

vidade, o elevado número de variáveis aleatórias pode inviabilizar o uso deste procedimento.

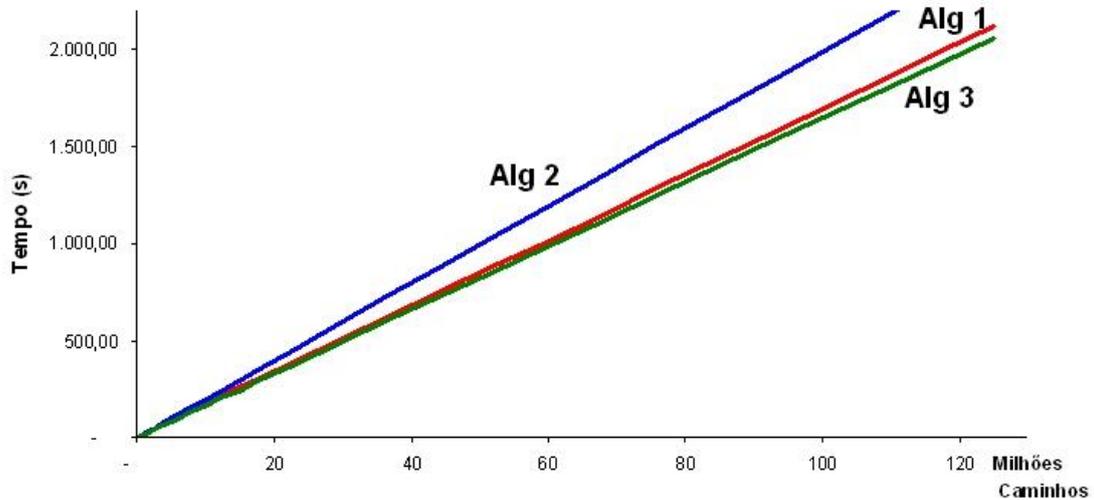


Figura 20: Tempo de execução dos Algoritmos 1, 2 e 3

A figura (20) mostra a grande vantagem da utilização do algoritmo (3) em relação à simulação. Além de possuir tempos de processamento semelhantes aos tempos do Algoritmo (1) e inferiores aos tempos do Algoritmo (2), tomando como base o mesmo número de caminhos gerados, este procedimento apresenta um valor com um erro aceitável com um número de caminhos bem menor devido à presença de vício nos estimadores dos outros algoritmos.

4 Aplicações

4.1 Caso AOSLO

Nesta sessão, utilizaremos o modelo apresentado na sessão (3.1) para avaliar um projeto real de desenvolvimento de um produto, já avaliado anteriormente por (SANTIAGO; BIFANO, 2005), sem considerar, no entanto, o impacto da incerteza do tempo. Uma descrição simplificada dos resultados aqui discutidos foram apresentados também em (SILVA; SANTIAGO, 2008).

Um oftalmoscópio é um mecanismo que permite a visualização da parte interna do olho humano. (SANTIAGO; BIFANO, 2005) usaram a metodologia proposta por (HUCHZERMEIER; LOCH, 2001) e posteriormente desenvolvida por (SANTIAGO; VAKILI, 2005), para valorar o projeto de desenvolvimento do produto AOSLO *Adaptive Optics Scanning Laser Ophthalmoscope*. Este projeto inovador de um oftalmoscópio laser se diferenciava dos existentes no mercado principalmente pela elevada capacidade de resolução das imagens geradas.

Nos utilizaremos este projeto de desenvolvimento de produto para exemplificar a aplicabilidade do nosso modelo e comparar o valor do projeto encontrado pela nossa metodologia com o valor encontrado através de outro método que desconsidera a incerteza no tempo de desenvolvimento. Detalhes adicionais sobre o produto ou sobre o projeto de desenvolvimento, omitidos neste trabalho devido à diferença de foco, podem ser obtidos no trabalho de (SANTIAGO; BIFANO, 2005).

Foram consideradas as quatro últimas etapas de desenvolvimento na valoração

do projeto de desenvolvimento do AOSLO: Teste, Análise, Melhoria no design e desenvolvimento de mecanismo compacto. A etapa de teste consiste nos primeiros testes a serem realizados após a etapa de prototipagem do produto. A etapa de análise consiste em explorar as limitações tecnológicas do produto, a fase seguinte concentra esforços em busca de um design mais adequado para o produto. E, por fim, a produção do produto em uma dimensão menor. Não entraremos em detalhes sobre as atividades desempenhadas em cada uma destas fases por não se tratar do foco deste trabalho.

Os parâmetros de cada uma destas etapas estão descritos na tabela 13. É importante observar que o último estágio de revisão não possui a opção gerencial (Controle) de melhorar (M) a performance tecnológica, apenas de abandonar (A) ou continuar(C).

Fase	Controles	Custo de continuar	Custo de melhorar	Duração prevista
Testes	A/C/M	\$10000	\$20000	2 mês
Analises	A/C/M	\$20000	\$40000	3 meses
Melhoria no design	A/C/M	\$20000	\$150000	2 meses
Mecanismo compacto	A/C	\$200000	-	6 meses
Lançamento	A/C	\$1750000	-	-

Tabela 13: Parâmetros das fases do projeto de desenvolvimento AOSLO

Além disto, a incerteza tecnológica foi avaliada em duas dimensões. Na primeira dimensão, um critério qualificador relacionado à usabilidade e na outra um critério, mais importante, relacionado à capacidade de resolução do mecanismo. Para fins ilustrativos, consideramos que o critério qualificador será alcançado com probabilidade 1. Isto é, relaxamos a incerteza tecnológica da dimensão "usabilidade".

A dimensão ligada à resolução é representada através de níveis de desenvolvimento que correspondem ao logaritmo do aumento percentual da resolução e está discretizado em unidades de 0.1. Para esta dimensão consideramos que a exigência do mercado é normalmente distribuída com média 0.2 e desvio 0.49 na unidade utilizada (Para mais detalhes, ver (SANTIAGO; BIFANO, 2005)). As equações (4.1) e

(4.2) descrevem a função densidade de probabilidade para a incerteza tecnológica nas fases de testes e de análises e a equação (4.3) descreve a função de densidade para a incerteza das etapas de melhoria no design e produção de mecanismo compacto.

$$p(\omega_1) = \begin{cases} 0,039; & \text{se } \omega_1 = 0,6 \\ 0,113; & \text{se } \omega_1 = 0,4 \\ 0,215; & \text{se } \omega_1 = 0,2 \\ 0,266; & \text{se } \omega_1 = 0,0 \\ 0,215; & \text{se } \omega_1 = -0,2 \\ 0,113; & \text{se } \omega_1 = -0,4 \\ 0,039; & \text{se } \omega_1 = -0,6 \end{cases} \quad (4.1)$$

$$p(\omega_2) = \begin{cases} 0,073; & \text{se } \omega_2 = 0,4 \\ 0,244; & \text{se } \omega_2 = 0,2 \\ 0,366; & \text{se } \omega_2 = 0,0 \\ 0,244; & \text{se } \omega_2 = -0,2 \\ 0,073; & \text{se } \omega_2 = -0,4 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$p(\omega_3) = \begin{cases} 0,5; & \text{se } \omega_3 = 0,2 \\ 0,5; & \text{se } \omega_3 = -0,2 \end{cases} \quad (4.3)$$

Neste exemplo, a função $\delta(x_N; \tau_N) : \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}_+ \mapsto \Omega_R$ que determina a forma com que o mercado percebe o resultado do projeto, será a mesma utilizada por (SANTIAGO; BIFANO, 2005): $\delta(x_N; \tau_N) = x_N$. Observe que esta função faz com que a percepção do resultado pelo mercado não seja alterada ao longo do tempo e por este motivo, as equações apresentadas no final da sessão (3.2.1) podem ser utilizadas para determinas os parâmetros de escala (a) e de forma(k) da função

$\Pi(\cdot)$.

O valor máximo pago pelo mercado é de \$3.75 milhões ao longo de três anos. Definimos que o pico de demanda ocorrerá próximo ao 20º mês e que o produto se popularizaria a partir do 12º mês (início da janela de oportunidade). Estas informações foram utilizadas para definir os parâmetros $a = 21$ e $k = 4$ da função de retorno $\Pi(\cdot)$, através da qual obtivemos a função representada na Figura (21). Ao utilizar estes parâmetros, o pico de demanda irá ocorrer no tempo 19.5 e o tamanho da janela de oportunidade será de aproximadamente 11.5 meses (de 13.7 a 25.2).

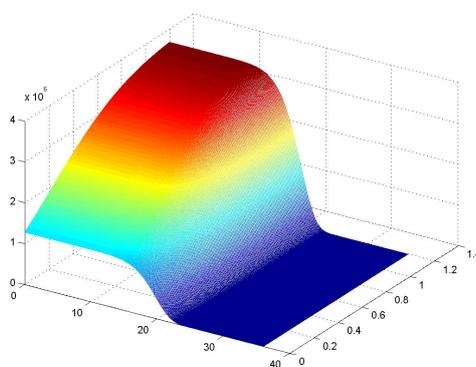


Figura 21: Retorno do projeto AOSLO

Como em (SANTIAGO; BIFANO, 2005), a ação "melhorar" aumenta 0.1 unidades o valor esperado do desempenho tecnológico, sempre que utilizada, em qualquer estágio, a taxa de desconto utilizada, arbitrária apenas para fins ilustrativos, foi de 1% ao mês, o custo de produção é de \$1.75 milhões e é descontado no instante do lançamento. As demais suposições feitas para considerar a incerteza de tempo estão descritas na Tabela (14).

No cenário base, consideramos uma incerteza de tempo de 25% em cada etapa para mais ou para menos com os valores uniformemente distribuídos em torno do valor esperado. Desta maneira, temos $T_P^{min} = 9,75$ meses, $T_P^{max} = 16,25$ meses e $\sigma_P^2 = 1,104$. O percentual de custo fixo e variável em cada fase do processo

Fase	Distribuição	Custo Fixo (C)	Custo Fixo (M)	Custo Var. (C)	Custo Var (M)
Testes	Unif[1.5,2.5]	-	-	\$10000	\$20000
Análises	Unif[2.25,3.75]	-	-	\$10000	\$20000
Melhoria no design	Unif[1.5,2.5]	\$2000	\$60000	\$6000	\$30000
Mecanismo compacto	Unif[4.5 7.5]	\$20000	-	\$30000	-
Lançamento	-	\$1750000	-	-	-

Tabela 14: Duração, custos fixos e variáveis de cada etapa

de desenvolvimento foi dividido de forma a representar a realidade com base nas características específicas de cada etapa.

4.1.1 Resultados para o caso base

O algoritmo utilizado foi o Algoritmo 3 programado em linguagem C ANSI e foi executado em um computador Intel Pentium 4 Core 2 Duo 3.0GHz com 2 GB RAM, o tempo de execução para cada uma dos cenários foi aproximadamente 160 segundos para cada cenário, tempo insignificante se comparado ao horizonte de tempo da tomada de decisão.

O valor estimado do gerenciamento ativo do projeto (Vp), considerando a incerteza de tempo, foi de \$93.685,53 utilizando no primeiro estágio de revisão a opção de MELHORAR, com um VPL (valor do projeto sem flexibilidade, gerenciamento passivo) de \$-698.628,64 obtendo um valor estimado de \$792.314,17 para a flexibilidade gerencial ($Vp - VPL$).

Este resultado foi alcançado através de uma simulação onde foram gerados 40 números aleatórios para a duração de cada fases a cada iteração, totalizando 2,56 milhões de caminhos aleatórios.

Sem considerar a incerteza do tempo de desenvolvimento, o valor do projeto seria de \$96.462,08, 2,97% maior do que o valor encontrado (\$93.685,53). Este fato mostra que uma decisão tomada desconsiderando a incerteza no tempo de desenvolvimento superestima, neste caso, o valor do projeto e poderia implicar em uma decisão sub-ótima. É importante ressaltar que este resultado é meramente

ilustrativo e serve apenas para demonstrar a existência de uma alteração devido ao impacto da incerteza temporal.

4.1.2 Análise de sensibilidade: aumento da incerteza do tempo

Nesta sessão iremos detalhar o comportamento do valor do projeto e do valor da flexibilidade gerencial com o aumento do parâmetro σ_P . O aumento da variabilidade entre os cenários foi, em termos relativos, sempre o mesmo para todas as fases. Esta escolha foi feita para que os resultados não fossem influenciados pelas diferenças entre os custos das etapas.

Foram construídos 13 cenários detalhados na tabela (4.1.2). A coluna "meia largura" representa o percentual de desvio em torno da média aplicado em cada um dos cenários e a coluna " σ_P " apresenta o desvio padrão total da duração do projeto. A duração de cada fase foi considerada uniformemente distribuída.

Cenário	Meia largura	σ_P	Projeto	Flexibilidade	Decisão ótima
Cenário 1	0%	0,00	96.462,08	790.020,04	Melhorar
Cenário 2	5%	1,46	96.228,01	790.084,79	Melhorar
Cenário 3	10%	2,91	95.824,35	790.341,45	Melhorar
Cenário 4	20%	2,18	95.824,35	790.341,45	Melhorar
Cenário 5	25%	4,37	93.685,53	792.314,17	Melhorar
Cenário 6	30%	3,64	92.573,35	793.260,63	Melhorar
Cenário 7	40%	5,82	89.871,23	795.649,19	Melhorar
Cenário 8	50%	7,28	86.763,59	798.842,13	Melhorar
Cenário 9	60%	8,74	83.514,05	802.976,25	Melhorar
Cenário 10	70%	10,19	80.399,46	808.181,12	Melhorar
Cenário 11	80%	11,65	77.629,10	814.503,69	Melhorar
Cenário 12	90%	13,10	75.286,40	821.855,84	Melhorar
Cenário 13	100%	14,56	73.368,35	830.060,87	Melhorar

Tabela 15: Resultados por cenários

A tabela (4.1.2) apresenta a estimativa do resultado dos cenários analisados. Os resultados mostram que tanto o valor do projeto quanto o valor da flexibilidade são sensíveis à variabilidade da duração total do projeto (figuras (22) e (23)).

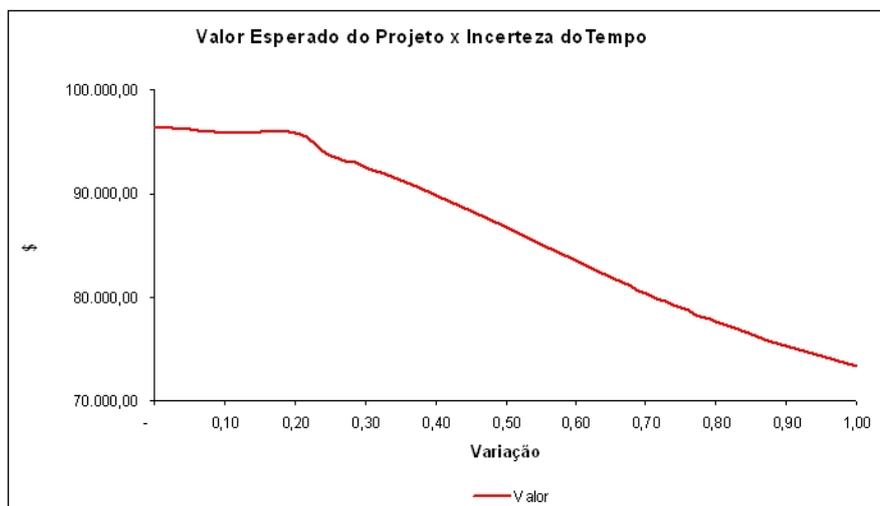


Figura 22: Valor esperado do projeto x incerteza do tempo

É importante observar que apesar do valor diminuir com o aumento da variabilidade, a decisão ótima permaneceu a mesma (Melhorar). Isto demonstra que a ação ótima (u_0^*) é pouco sensível à variabilidade temporal do projeto. O retorno máximo deste projeto é suficientemente grande para garantir a viabilidade do projeto. No caso de duração determinística, o término do projeto ocorre antes da janela de oportunidade ($\tau_N = 13$ e $\tau^i = 13,7$). Isto é, uma parcela significativa da demanda pelo produto (86,34%) ocorrerá após o lançamento do produto.

Quando o tomador de decisão aplica o modelo para gerenciar de maneira ativa o projeto, a ação gerencial ótima é mais importante do que o valor do projeto propriamente dito. O mesmo, no entanto, não pode ser dito em situações onde a valoração de projeto é realizada para uma posterior comparação com outros projetos em um problema de composição de carteira. Porém isto não é o foco deste trabalho.

Ao contrário do valor do projeto, o valor da flexibilidade gerencial aumenta com o aumento da incerteza temporal. Isto mostra que a metodologia de opções reais é importante para a valoração deste projeto. A metodologia tradicional de valoração implicaria, neste caso, a não execução do projeto de desenvolvimento.

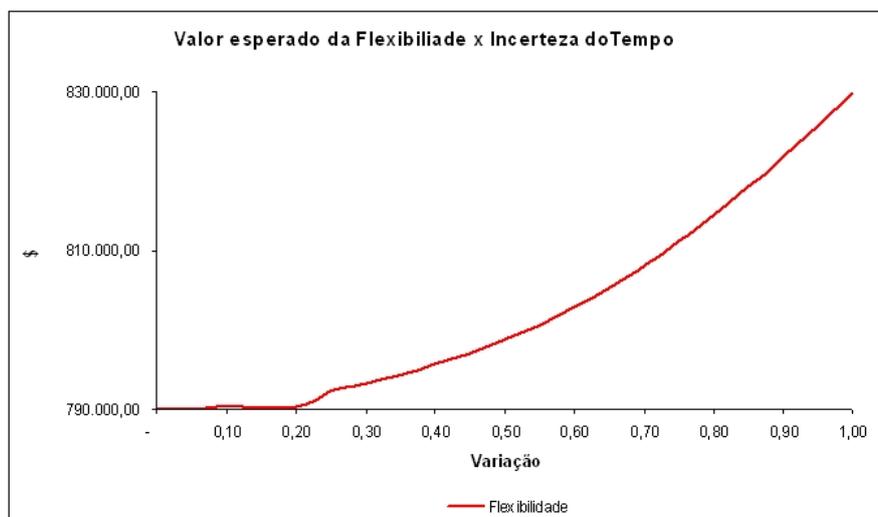


Figura 23: Valor esperado da flexibilidade do projeto x incerteza do tempo

4.1.3 Análise de sensibilidade: função de retorno

Como dito anteriormente, o foco deste trabalho não é a estimação dos parâmetros de forma e escala para a curva de difusão do produto no mercado. Por este motivo, dedicamos esta sessão à análise de sensibilidade dos resultados do projeto em relação a variação das constantes a e k .

Como foi explorado anteriormente, a curva de difusão e, conseqüentemente, o retorno do projeto são fortemente influenciados pela escolha dos parâmetros de forma (k) e de escala (a). Os parâmetros dos 9 cenários analisados nessa sessão estão detalhados na tabela (16).

Parâmetro	Cenário								
a (Escala)	21.00	21.00	21.00	18.00	18.00	18.00	24.00	24.00	24.00
k (Forma)	2.00	4.00	6.00	2.00	4.00	6.00	2.00	4.00	6.00
Janela	25.72	11.48	7.42	22.05	9.84	6.36	29.39	13.12	8.48
Início	0.00	13.70	16.63	0.00	11.75	14.25	0.00	15.66	19.00
Fim	25.72	25.19	24.05	22.05	21.59	20.61	29.39	28.78	27.48
Demanda Máxima	14.85	19.54	20.37	12.73	16.75	17.46	16.97	22.33	23.28

Tabela 16: Cenários de variação dos parâmetros a e k

Como demonstrado, o ponto de rendimento máximo (τ^*) aumentou tanto com o aumento de k , quanto com o aumento de a . Além disto, o tamanho da janela de

oportunidade aumentou com o aumento do parâmetro de escala (a) e reduziu com o aumento do parâmetro de forma (k). Estes resultados, no entanto, já haviam sido previstos pelos corolários (1) e (2) e pelas proposições (2) e (3). A partir destes cenários as seguintes análises foram realizadas:

1. Aumento do parâmetro de escala (a):

A figura (24) mostra as três curvas de decaimento do retorno do projeto para um estado final qualquer (y_N) em função da variável τ . O destaque na figura representa o tamanho do intervalo de possíveis valores para a duração total do projeto em um cenário com 25% de meia largura.

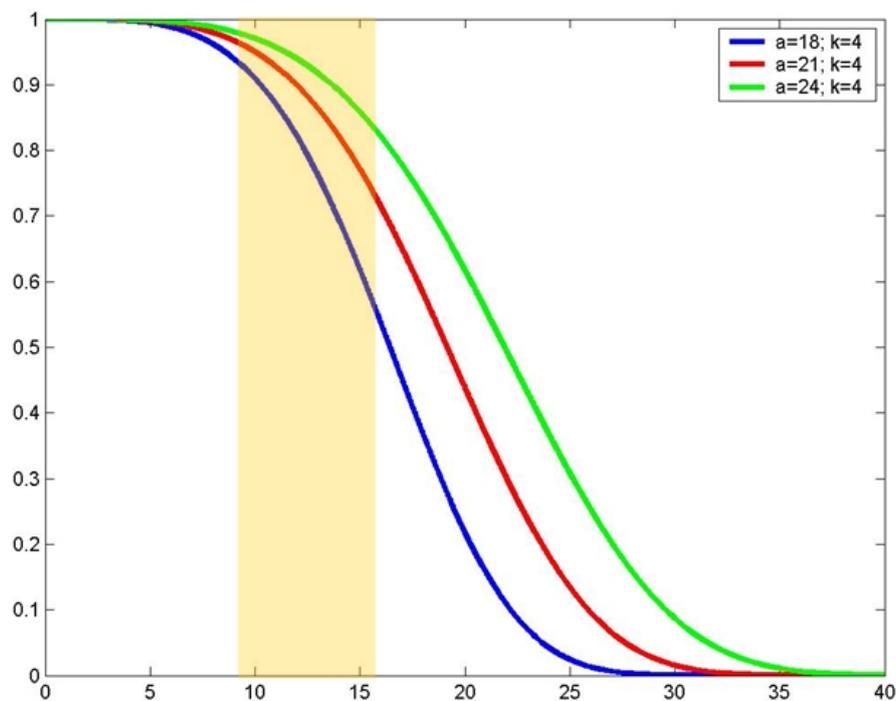


Figura 24: Variação do retorno do projeto em função de a

A medida em que o valor de a aumenta, a janela de oportunidade se distancia do intervalo de durações do projeto, o que faz com que o retorno do projeto aumente para os valores de τ . Isto implica diretamente em um aumento no

valor do projeto, como podemos ver na tabela (17). Apesar da alteração no valor do projeto, a decisão ótima permanece a mesma (Melhorar).

Cenário	Resultado	Incerteza	
		25%	0%
a21k2	Valor	0,00	0,00
	Ação	A	A
a21k4	Valor	93.685,53	96.462,08
	Ação	M	M
a21k6	Valor	177.866,65	183.384,35
	Ação	M	M

Tabela 17: Resultados dos cenários de aumento do parâmetro de escala

2. Aumento do parâmetro de forma (k):

A figura (25) mostra as três curvas de decaimento do retorno do projeto para um estado final qualquer (y_N) em função da variável τ . O destaque na figura representa, assim como no caso anterior, o tamanho do intervalo de possíveis valores para a duração total do projeto em um cenário com meia largura de intervalo de 25% da média.

A medida em que o valor de k aumenta, o decaimento da função de retorno se torna mais brusco, porém mais distante do intervalo de durações do projeto. Este fenômeno faz com que o retorno do projeto seja maior para os valores de τ pertencentes ao intervalo de durações do projeto a medida em que o valor de k aumenta. Isto implica também uma variação positiva do valor do projeto com o aumento do parâmetro de forma, como podemos ver na tabela (18).

Um aspecto importante da comparação destes cenários é que além da variação do valor do projeto, a decisão ótima também é alterada quando $k = 2$. Neste cenário, a melhor ação é abandonar o projeto.

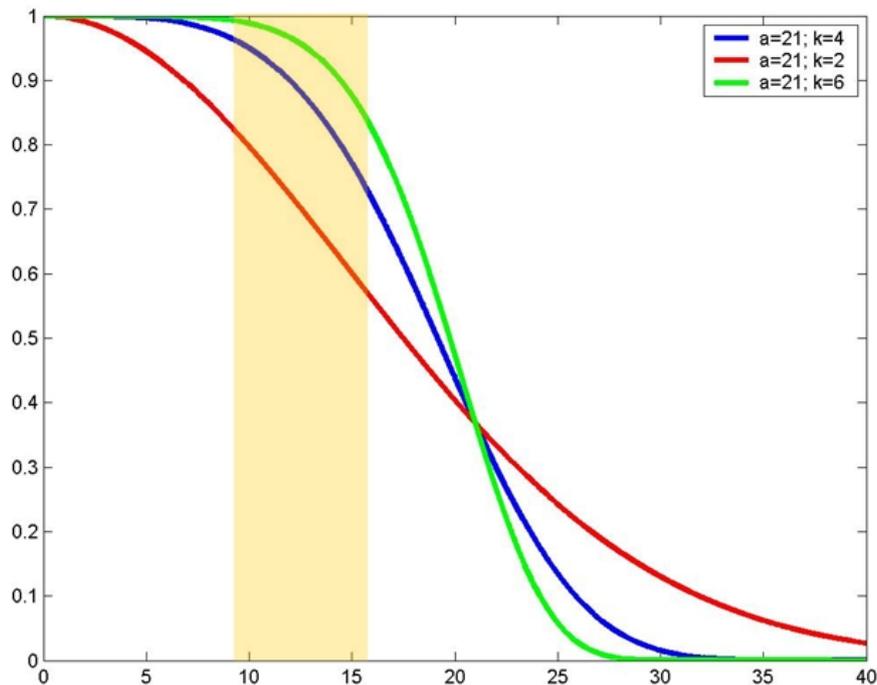


Figura 25: Variação do retorno do projeto em função de k

3. Interação entre os parâmetros:

As figuras (26) e (27) apresentam, respectivamente, o comportamento do valor do projeto e do valor da flexibilidade gerencial com o a variação dos parâmetros de forma e de escala.

Quando $a = 24$ a decisão ótima é melhorar mesmo quando o $k = 2$, isso se deve ao alongamento da janela de oportunidade do intervalo de duração do projeto, uma vez que, para este cenário, $\tau^* = 16,97$, $\tau^i = 0$, $\tau^f = 29,39$ e $63,22\%$ da demanda ainda está disponível após a duração máxima do projeto ($T^{max} = 16,25$). A sensibilidade dos resultados deste projeto aos parâmetros da curva de difusão demonstra que é necessário realizar uma estimativa consistente de a e k .

Cenário	Resultado	Incerteza	
		25%	0%
a18k4	Valor	14646,61	14569,53
	Ação	M	M
a21k4	Valor	93.685,53	96.462,08
	Ação	M	M
a24k4	Valor	147.885,05	150.458,33
	Ação	M	M

Tabela 18: Resultados dos cenários de aumento do parâmetro de escala

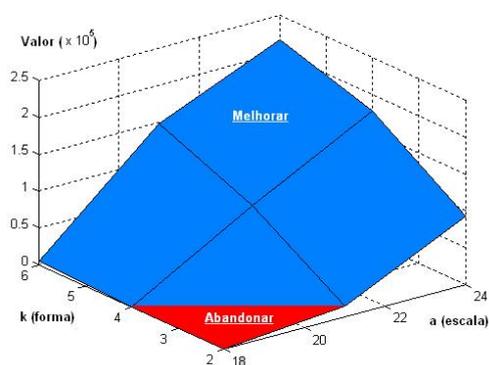


Figura 26: Valor do Projeto

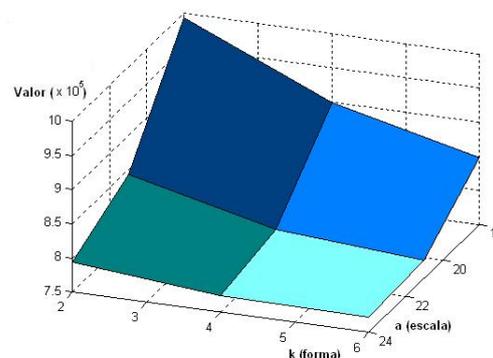


Figura 27: Valor da Flexibilidade

4.2 Caso GTL

As tecnologias denominadas GTL (*Gas to liquid*) são baseadas no processo de Fischer-Tropsch que possibilita a conversão química de um gás de síntese (composto gasoso de monóxido de carbono e hidrogênio) em um líquido estável. Após este processo, são realizadas transformações químicas com o objetivo de formar produtos que podem ser diretamente consumidos como combustíveis, por exemplo, diesel, ou produtos especiais, como lubrificantes. (ALMEIDA et al., 2002).

O processo Fisher-Tropsch foi desenvolvido por dois cientistas alemães durante a década de 20 do século passado e foi utilizado nos Estados Unidos, na Alemanha e na África do Sul no período pós-segunda guerra mundial.

A grande vantagem desta tecnologia está na possibilidade de utilizar matéria primas alternativas ao refino tradicional do óleo pesado na produção do gás de síntese. O gás de síntese pode ser gerado através do gás natural, da biomassa ou do carvão vegetal, além é claro do óleo pesado. É importante observar que a biomassa, o carvão vegetal e o óleo pesado têm que passar por um processo de gaseificação para a geração do gás de síntese.

Segundo (ALMEIDA et al., 2002), o uso do gás natural possui duas principais vantagens. As primeiras são econômicas, obtidas ao viabilizar a utilização em maior escala do gás natural, cujo principal problema é a necessidade de investimentos elevados em infra-estrutura logística, seguidos de grandes custos de transporte. A segunda vantagem, está relacionada a possibilidade de obtenção dos produtos através de um processo mais limpo devido ao uso do gás natural.

Uma terceira vantagem surge da criação de uma planta flexível de GTL capaz de operar com outras matérias primas além do gás natural. De fato, de acordo com a teoria das opções reais, a flexibilidade tem valor, isto é, a possibilidade de operar com mais de uma matéria prima, pode gerar um retorno maior. Apesar da letra G da sigla GTL estar relacionada ao gás de síntese, as plantas flexíveis de GTL são comumente chamadas de XTL devido à substituição do gás natural por outras matérias primas.

Mais detalhes sobre a evolução histórica e econômica da tecnologia GTL, bem como a descrição das etapas do processo de Fisher-Tropsch podem ser encontrados nos trabalhos de (ALMEIDA et al., 2002), (FRANCISCO, 2007), (VIEIRA, 2007), (COSTA, 2007) e (GOMES et al., 2006).

A tecnologia GTL, já existente no mercado, pode ser comprada ou desenvolvida. Nesta sessão iremos ilustrar como a metodologia proposta neste trabalho pode ser utilizada para valorar um projeto de desenvolvimento desta tecnologia. Ressaltamos que os parâmetros utilizados para caracterizar o projeto de desenvolvimento e a função de retorno do projeto não correspondem, no entanto, aos valores reais por estes se tratarem de informações restrita à empresa.

Conforme discutido anteriormente o tempo de desenvolvimento do projeto é parâmetro que está diretamente relacionado com o valor do projeto. No caso do desenvolvimento da tecnologia GTL, as vantagens geradas pelo pioneirismo não são aplicáveis uma vez que a tecnologia já existe no mercado e os produtos são vendidos como *commodities*.

Custo				Tempo (Trimestres)		
Continuar - Fixo	Continuar - Variável	Melhorar - Fixo	Melhorar - Variável	Distribuição	Mínimo	Máximo
300.000.000,00	300.000.000,00	400.000.000,00	50.000.000,00	UNIF	2	14
300.000.000,00	300.000.000,00	400.000.000,00	200.000.000,00	UNIF	2	14
500.000.000,00	300.000.000,00	500.000.000,00	250.000.000,00	UNIF	2	14

Tabela 19: Parâmetros do MGB

O tempo, nesta situação, irá influenciar o valor do projeto devido ao impacto direto nos custos de desenvolvimento e devido à evolução das séries de preços dos insumos e do produto final. Por este motivo, a incerteza no tempo de desenvolvimento da tecnologia também deve ser incluída na análise. O projeto de desenvolvimento da tecnologia GTL será valorado a partir da função de retorno (4.19) e o algoritmo (3). A tabela 19 apresenta os parâmetros das etapas 3 supostas etapas de desenvolvimento da tecnologia, incluindo a distribuição de probabilidade para a duração destas atividades. Os demais dados serão discutidos adiante.

4.2.1 Retorno do projeto

O retorno do projeto de desenvolvimento da tecnologia GTL será definido pelo retorno gerado pela construção e operação de uma planta GTL em horizonte de tempo de 20 anos. Métodos alternativos de valoração destas plantas foram estudados por (FRANCISCO, 2007), (VIEIRA, 2007) e (COSTA, 2007).

Os autores citados acima utilizaram a teoria das opções reais (TOR) para valorar a planta, considerando flexibilidade nos insumos utilizados como matéria prima e também a flexibilidade na proporção de produtos derivados de petróleo que a planta irá produzir.

A metodologia de valoração utilizada nestes trabalhos consiste em calcular o valor presente esperado do fluxo de caixa contínuo durante o tempo de operação da planta. Com base na teoria das opções reais, a cada instante de tempo avaliado, considera-se que a planta esteja operando em sua configuração ótima de entrada e saída de acordo com os preços dos insumos e produtos e com os custos de troca.

Tanto o preço das matérias primas quando os preços dos produtos gerados pela planta foram modelados através de processos estocásticos com parâmetros estimados a partir de séries históricas destes preços. (FRANCISCO, 2007) utilizou o movimento geométrico browniano para modelar os preços dos insumos e também dos produtos derivados (4.5), (COSTA, 2007) utilizou o processo de reversão a média (4.10) e (VIEIRA, 2007) o processo de reversão a média com saltos (4.15).

4.2.1.1 Flexibilidade de Entrada

Conforme dito anteriormente, o processo GTL consiste na obtenção de combustível sintético a partir do gás de síntese. O gás de síntese, por sua vez, pode ser preparado através de qualquer fonte de hidrocarbonetos como o carvão natural, óleos extrapesados, gás natural ou biomassa. Esta obtenção do GS é feita a partir de um o processo de reforma (Reforma a vapor, Oxidação parcial de hidrocarbonetos ou Reforma autotérmica) e o rendimento desta conversão depende do processo e do insumo utilizado.

A flexibilidade de entrada em uma planta GTL se dá pela possibilidade de escolha do insumo que será convertido em gás de síntese. A escolha ótima desta matéria prima deverá considerar o custo e o rendimento do insumo, além do custo de troca. Neste trabalho consideraremos apenas o óleo pesado e o gás natural como insumos. Além disto, consideramos que a opção de troca tem custo de operação nulo.

4.2.1.2 Flexibilidade de Saída

Após a obtenção de Gás de Síntese, o mesmo é convertido em combustíveis sintéticos a partir do processo de Fisher-Tropsch e posteriormente o processo de hidroisomerização pode ser utilizado para aumentar a fração de cadeias mais leves. O rendimento de uma cadeia de carbono de ordem n no processo de polimerização é descrito através da fórmula (4.4) conhecida como distribuição de Anderson-Schulz-Flory (ASF).

$$W_n = (1 - \alpha)^2 n \alpha^{n-1} \quad (4.4)$$

Onde W_n representa a proporção de cadeias de ordem n no produto final e α o fator de probabilidade de crescimento da cadeia. Quanto maior o valor de α , maior será a ordem média das cadeias. O gráfico (4.2.1.2) mostra, para cada valor de α , a probabilidade de surgimento de diferentes tipos de cadeias de carbonos.

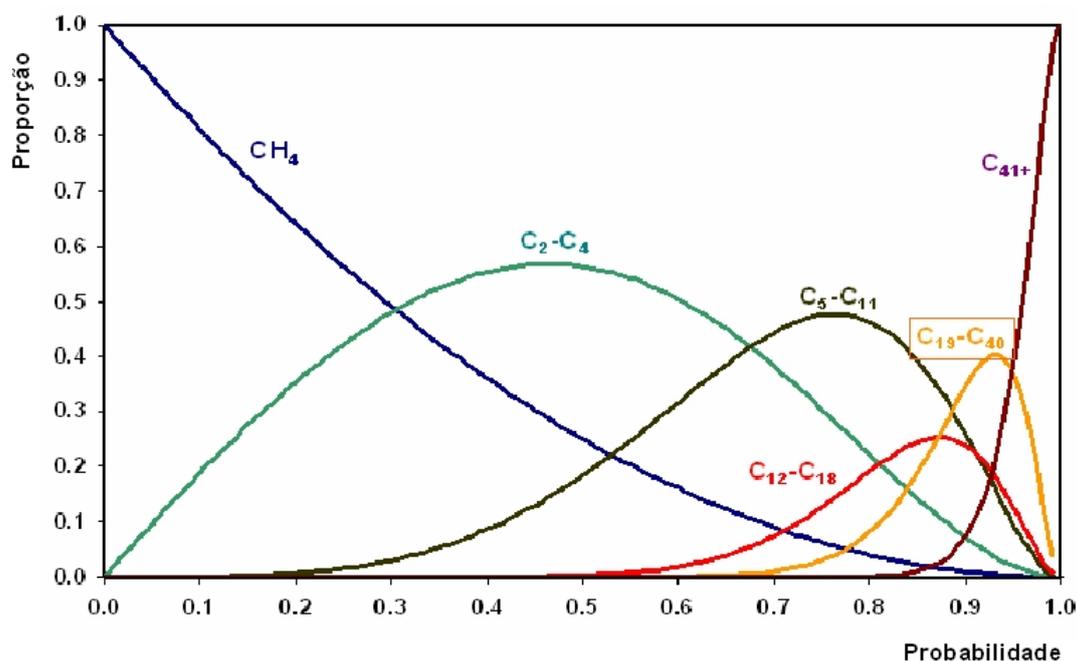


Figura 28: Distribuição de Anderson-Schulz-Flory

Os diferentes tipos de combustíveis sintéticos obtidos como produtos finais são hidrocarbonetos de ordens diferentes, neste sentido, a flexibilidade de saída de uma planta GTL consiste em selecionar a proporção de cada combustível produzido através da alteração do fator α . Consideraremos aqui apenas o caso onde $\alpha = 0,95$ o que significa que a flexibilidade de saída não foi considerada. Para este valor de α a proporção de cada produto é de 93,7% de lubrificante, 4,7% de parafina, 0,9% de diesel e 0,5% de nafta.

4.2.1.3 Modelagem dos preços

Seja S_0 o preço inicial de um ativo, S_t o preço deste mesmo ativo no tempo t , este processo segue um movimento geométrico browniano se puder ser representado pelas equações ((4.5) - (4.9)), onde μ representa o *drift* do processo, σ a volatilidade e W_t o movimento browniano padrão. A equação 4.5, representa a dinâmica do processo, a 4.6 representa a solução analítica para o preço do ativo em um tempo t qualquer (utilizando Lemma de ITO) a 4.7 é o valor esperado de S_t , a 4.8 a variância de S_t e por último a equação 4.5 é utilizada para a geração de variáveis aleatórias que seguem este processo, onde ϵ_t segue uma distribuição $N(0,1)$.

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad (4.5)$$

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t \right) \quad (4.6)$$

$$\mathbb{E}(S_t) = e^{\mu t} S_0 \quad (4.7)$$

$$\text{Var}(S_t) = e^{2\mu t} S_0^2 (e^{\sigma^2 t} - 1) \quad (4.8)$$

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \epsilon_t \right) \quad (4.9)$$

Da mesma forma, os conjunto de equações ((4.10) - (4.14)), caracterizam os processos de reversão a média. A constante S representa a média de longo prazo e η a velocidade de reversão a essa média. É importante observar que quando $\eta = 0$

temos um movimento browniano com *drift* 0 e volatilidade σ .

$$dS_t = \eta (\bar{S} - S_t) dt + \sigma S_t dW_t \quad (4.10)$$

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t \right) \quad (4.11)$$

$$\mathbb{E}(S_t) = S_0 e^{-\eta t} + \bar{S} (1 - e^{-\eta t}) \quad (4.12)$$

$$\text{var}(S_t) = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-\eta t}) \quad (4.13)$$

$$S_{t+1} = S_t \exp^{-\eta} + \bar{S}(1 - \exp^{-\eta}) + \epsilon_t \quad (4.14)$$

Ao introduzir saltos aleatórios em um processo de reversão a média, temos o processo de reversão a média com saltos, descrito pelas equações ((4.15) - (4.17)). A ocorrência dos saltos segue um processo de Poisson homogêneo com média λ e o tamanho dos saltos é descrito através de uma variável aleatória ϕ . Os saltos são representados pelo processo dq , que assume valor zero com probabilidade $1 - \lambda dt$ e valor ϕ com probabilidade λdt . Para mais detalhes, sobre processos e cálculo estocástico, ver por exemplo (DIXIT; PINDYCK, 1993), (SHREVE, 2005).

$$dS_t = \eta (\bar{S} - S_t) dt + \sigma S_t dW_t + dq \quad (4.15)$$

$$\mathbb{E}(S_t) = S_0 e^{-\eta t} + \bar{S}(1 - e^{-\eta t}) + \lambda t E[\phi] \quad (4.16)$$

$$\text{var}(S_t) = \frac{\sigma^2 + \lambda E[\phi^2]}{2\eta} (1 - e^{-\eta t}) \quad (4.17)$$

$$(4.18)$$

Apenas para fins ilustrativos, utilizaremos o movimento geométrico browniano para a modelagem dos preços, como feito por ((FRANCISCO, 2007)). Os parâmetros destes processos estão descritos na tabela (20).

4.2.1.4 Configuração da Planta

Além da taxa de desconto apropriada β , o retorno do projeto de construção da planta dependerá dos parâmetros de configuração da mesma. Estes parâmetros

Série	Gás Natural	Nafta	Diesel	Parafina	Lubrificante	Óleo Pesado
Volatilidade(%)	46,32%	37,09%	25,18%	33,48%	23,78%	38,17%
Drifit (%)	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Preço Inicial	281,59	64,08	88,9	189,98	363,22	211,19
%Produzido		0,50%	0,90%	4,70%	93,70%	
Matriz de Correlação						
Gás Natural	1,000	0,888	0,822	0,581	0,687	0,825
Nafta	0,888	1,000	0,959	0,674	0,871	0,982
Diesel	0,822	0,959	1,000	0,765	0,924	0,952
Parafina	0,581	0,674	0,765	1,000	0,895	0,752
Lubrificante	0,687	0,871	0,924	0,895	1,000	0,924
Óleo Pesado	0,825	0,982	0,952	0,752	0,924	1,000

Tabela 20: Parâmetros do MGB

são:

- Rendimento das matérias primas: Para produzir um m^3 de gás de síntese é necessário 3450 toneladas de gás natural e 2600 toneladas de óleo pesado.
- Taxas de impostos: 34% de Imposto de Renda e 32,5% de outros impostos que incidem sobre o faturamento. O cálculo será realizado em uma unidade monetária qualquer e a inflação foi desconsiderada.
- Capacidade da planta: 35000 bbl diários.
- Custo de investimento (CAPEX): Definido em função da performance tecnológica (eficiência da planta) alcançada ao final do projeto de desenvolvimento da tecnologia. Descrito na tabela (21).
- Custo de operação (OPEX): 2% do custo de capital.
- Tempo de construção da planta: 3 anos após o desenvolvimento.
- Tempo de operação: 20 Anos.
- Depreciação: Linear ao longo do período de operação sem valor residual.

4.2.1.5 Estimativa

Seja $S^{(i)}(t)$, um vetor aleatório dos insumos ao longo do tempo t , $S^{(o)}(t)$ ao vetor aleatório dos preços dos produtos acabados em t , $alpha_t$ o parâmetro a distribuição de Anderson-Schulz-Flory (ASF), que determina as proporções de saídas do produtos finais, no tempo t e $\kappa \in I$ o insumo utilizado no instante t . O processo de valoração pode ser dado pela seguinte expressão:

$$\Pi(X_N, \tau_N) = E_{S^{(i)}, S^{(o)}} \left[\int_{\tau_N}^{\tau_N+T} e^{-\beta * t} \max_{\kappa_t, \alpha_t} f_t(\kappa_t, \alpha_t | \vartheta, x_N) dt \right] \quad (4.19)$$

Onde a função $f_t(\kappa_t, \alpha_t, \vartheta, x_N)$ representa o retorno líquido, já tributado, da planta no tempo t para uma dada configuração ϑ e uma performance final X_N e um modo de operação descrito pelo vetor (κ_t, α_t) . O parâmetro T representa o período de operação da planta e β a taxa de desconto apropriada.

Para valorar todas as possíveis combinações de séries de preços foi utilizada, como aproximação numérica, a simulação de Monte Carlo com intervalos de tempo discretizados em T . O processo de estimação foi programado em linguagem C ANSI e apresentou um tempo de execução aceitável (em média 21 minutos para rodar 100 mil caminhos aleatórios que estima 209 combinações de (x_N, tau_N)). Esta performance no entanto pode ser melhorada utilizando técnicas de redução de variância, mas deixaremos esta questão para ser desenvolvida em trabalhos futuros.

4.2.2 Projeto de desenvolvimento da tecnologia

4.2.2.1 Incerteza Tecnológica do projeto de desenvolvimento

A metodologia de valoração apresentada anteriormente, depende dos parâmetros ϑ de configuração da planta. No entanto, para as configurações assumidas neste trabalho, sabe-se que o investimento (CAPEX) em uma planta GTL é ainda muito

elevado se comparado com o investimento de uma planta comum de refino ((COSTA, 2007)). No entanto, o objetivo deste exemplo é meramente ilustrar uma possibilidade de uso do modelo e não entraremos em detalhes a respeito da análise do investimento.

$$p(\omega) = \begin{cases} 0,5; & \text{se } \omega = 0,02 \\ 0,5; & \text{se } \omega = -0,02 \end{cases} \quad (4.20)$$

Neste cenário, a eficiência da planta pode ser considerada como um medidor de desempenho do projeto de desenvolvimento de tecnologia. Quanto maior a eficiência, menor é o CAPEX da planta. Contudo, o desempenho do projeto está sujeito a incertezas que devem ser consideradas no processo de valoração do projeto GTL. Para fins ilustrativos, consideramos que em todas as etapas o projeto pode melhorar ou piorar a performance em 2% resultando na distribuição (4.20) para a incerteza tecnológica. Caso a opção de melhorar seja escolhida, a esperança da performance alcançada no estágio seguinte será aumentada em 2%.

EF	CAPEX
0,97	2.541.341.132,95
0,95	2.661.195.552,89
0,93	2.807.586.071,98
0,91	2.986.387.855,77
0,89	3.204.776.847,65
0,87	3.471.517.764,69
0,85	3.797.315.856,47
0,83	4.195.246.544,38
0,81	4.681.280.184,14
0,79	5.274.923.012,31
0,77	6.000.000.000,00

Tabela 21: CAPEX por eficiência da planta (EF)

4.2.3 Resultados

Neste exemplo a estimativa do payoff foi feita utilizando 100 mil caminhos aleatórios, esse valor garante um erro de, em média, 3% para um intervalo de confiança de 95% do valor estimado. Os tempos de execução de cada cenário rodado são apresentados junto com os resultados dos mesmos. A figura (29) exhibe os valores encontrados para o retorno do projeto em função do momento de conclusão e da performance alcançada.

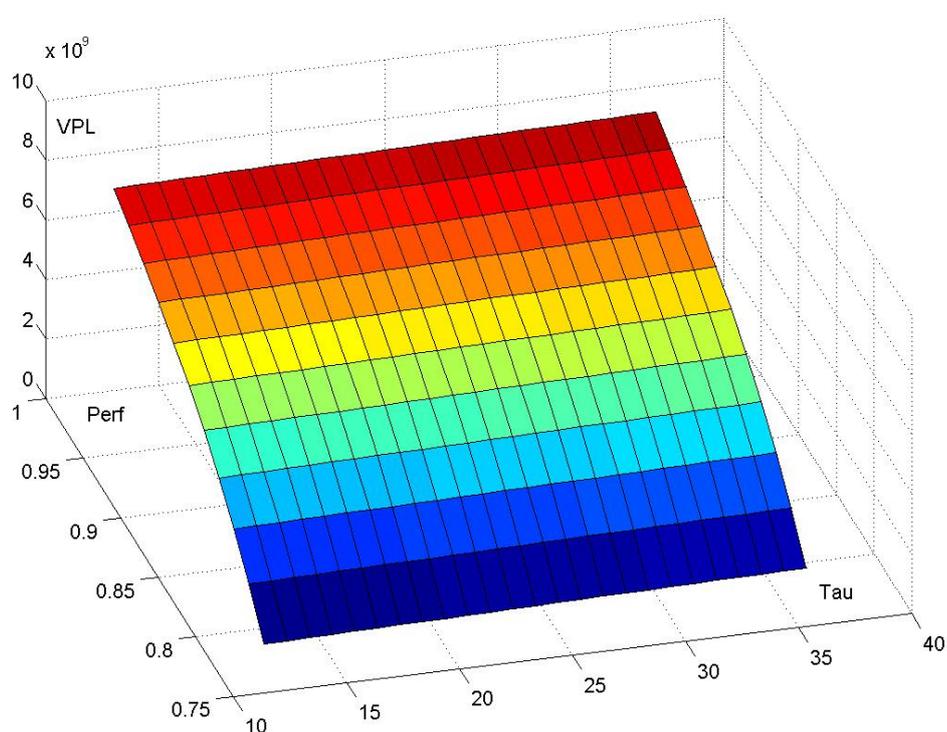


Figura 29: Retorno esperado do projeto GTL

O exemplo mostra a importância da modelagem da incerteza temporal na valoração de projetos de pesquisa e desenvolvimento. Analisamos inicialmente o cenário base descrito na tabela (19) onde a duração das fases foi considerada uniformemente distribuídas em um intervalo de amplitude de 75% da média para mais

e para menos. Os resultados desse apontam para a ação gerencial de “melhorar” no primeiro estágio de decisão e o que resultou em um valor de cerca de \$ 357,5 milhões para a tecnologia.

O aumento da incerteza, gerado pelo aumento da amplitude do intervalo de duração de cada fase (agora em 100%) apresentou uma melhora significativa no valor do projeto, que foi para quase \$1 bilhão de unidades monetárias. No entanto, ao reduzir a incerteza, o valor do projeto diminuiu, fazendo com que a ação ótima fosse abandonar o projeto. Esta situação está relacionada ao peso dado aos custos variáveis das etapas de desenvolvimento da tecnologia em conjunto com a possibilidade de gerenciar de maneira ativa, uma vez que o aumento da incerteza aumenta a probabilidade do projeto ter uma duração mais curta. O resultados detalhados na tabela (4.2.3). Observe que, neste caso, não é interessante acelerar o projeto em nenhum momento, devido às características da função payoff.

Cenário	25	50	75	100
Valor	-	-	357.557.425,45	994.302.672,52
VPL	(3.395.919.489,36)	(884.486.639,54)	184.874.077,95	764.154.800,74
Flex	3.395.919.489,36	884.486.639,54	172.883.347,50	230.148.071,78
Decisão	Abandonar	Abandonar	Melhorar	Melhorar
Tempo	556,00	963,00	1.364,00	1.762,00

Tabela 22: Resultados da análise de sensibilidade da incerteza do tempo

A segunda análise realizada foi em relação aos parâmetros da série de preços da planta. Ressaltamos o caráter ilustrativo desta análise, o objetivo aqui é apenas demonstrar a relação existente entre a função *payoff* e o resultado do projeto. O aumento relativo do *Drift* em todas as séries causou um aumento no valor do projeto, como era de se esperar, uma vez que a receita da planta aumenta devido ao aumento dos preços dos produtos finais. Os resultados detalhados estão apresentados na tabela (4.2.3).

Quando o parâmetro analisado foi a volatilidade, um aumento relativo, de igual magnitude, da volatilidade (50%) em todas as séries de preço causou um aumento no valor do projeto. Já a redução dessa mesma magnitude(50%) na volatilidade,

Cenário	50%Base	Base	150%Base
Valor	-	357.557.425,45	1.015.481.070,32
VPL	(498.198.756,71)	184.874.077,95	841.952.395,11
Flex	498.198.756,71	172.683.347,50	173.528.675,21
Decisão	Abandonar	Melhorar	Melhorar
Tempo	1.360,00	1.364,00	1.358,00

Tabela 23: Resultados da análise de sensibilidade do *drift* dos preços

causou impacto significativo no valor do projeto, o que fez com que a ação ótima passasse a ser abandonar o projeto (tabela (4.2.3)). Estas análises mostram que assim como no caso do AOSLO, o valor do projeto é bastante sensível ao formato da função de retorno.

Cenário	0%	5%	10%
Valor	357.557.425,45	12.864.200.561,77	52.946.426.723,54
VPL	184.874.077,95	12.197.823.523,92	49.138.017.882,40
Flex	172.683.347,50	666.377.037,86	3.808.408.841,14
Decisão	Melhorar	Melhorar	Melhorar
Tempo	1.364,00	1.359,00	1.359,00

Tabela 24: Resultados da análise de sensibilidade da volatilidade dos preços

Em uma última análise de sensibilidade, a taxa de desconto anual foi modificada para 12,5% e para 15% o que resulto no abandono do projeto nos dois casos como pode ser conferido na tabela (4.2.3).

Cenário	10%a.a.	12,5%a.a.	15%a.a.
Valor	357.557.425,45	-	-
VPL	184.874.077,95	(1.318.958.174,64)	(2.324.428.965,14)
Flex	172.683.347,50	1.318.958.174,64	2.324.428.965,14
Decisão	Melhorar	Abandonar	Abandonar
Tempo	1.364,00	1.127,00	1.144,00

Tabela 25: Resultados da análise de sensibilidade da taxa de desconto

Novamente os resultados mostram que a modelagem do tempo é um aspecto

importante a ser considerado em valoração de projetos de desenvolvimento de novos produtos ou tecnologia devido principalmente a possibilidade de mudança na ação gerencial ótima do projeto. A sensibilidade a parâmetros demonstra também que o problema é complexo e que, por isso, deve se ter cuidado ao estimar os parâmetros para avaliações de empreendimentos reais.

5 *Conclusão*

A duração do projeto de desenvolvimento de novos produtos ou tecnologia está diretamente relacionada ao sucesso técnico e comercial do projeto. Esta dissertação analisou como a incerteza deste parâmetro (tempo de desenvolvimento) pode influenciar no resultado do projeto. Para realizar esta análise, foi proposto um modelo de avaliação capaz de captar a incerteza temporal, além da incerteza tecnológica, de custo e da incerteza de mercado.

A novidade deste modelo é a consideração desta incerteza, sem, no entanto, perder a propriedade Markoviana do processo de decisão. Baseamos nosso modelo na distinção entre o estágio de decisão o instante aleatório de tempo em que este ocorre. Além disto, a variável tempo foi invertida, isto é, consideramos o tempo restante para a conclusão do projeto ao invés do tempo cronológico para possibilitar a exploração de propriedades analíticas do modelo.

As propriedades analíticas dos modelos foram exploradas com o objetivo de demonstrar sua consistência frente à teoria das opções reais. O modelo foi aplicado em instâncias fictícias do problema e através destas foi possível mostrar que a incerteza do tempo tem influência no valor do projeto, embora não seja possível generalizar a forma do impacto.

O impacto da incerteza do tempo no valor de um projeto de desenvolvimento de produto está fortemente ligado ao formato da função de retorno deste projeto. Neste trabalho exploramos cenários com basicamente duas funções de retorno: a função de retorno baseada na janela de oportunidade do produto no mercado e o

retorno gerado pela operação de um planta GTL.

No caso do retorno baseado em uma janela de oportunidade, a posição relativa das possíveis datas de término do projeto em relação a janela de oportunidade (definição (1)) pode dar um indicativo do risco associado ao tempo.

Uma ação gerencial que permite a diminuição do risco associado ao tempo de desenvolvimento no caso da janela de oportunidade é a opção de acelerar etapas de desenvolvimento do projeto. A redução do risco neste caso é alcançada pela diminuição da probabilidade de ocorrência de um evento indesejado (que para este caso, é apenas o atraso).

Outros fatores que estão relacionados à dimensão deste risco são a taxa de desconto e a magnitude dos custos variáveis. A redução dos custos variáveis é uma ação que pode diminuir o risco através da redução do impacto da ocorrência do evento indesejável (um atraso). Esta ação é válida tanto nos casos do retorno com janela de oportunidade, quanto no caso da planta GTL.

Foram comparados três métodos alternativos para avaliação de um problema dinâmico estocástico via combinação das técnicas de simulação de Monte Carlo e Programação Dinâmica. Os experimentos computacionais realizados apontaram vantagem da utilização do procedimento de discretização (algoritmo 3, simulação determinística) sobre os outros dois algoritmos apresentados.

Os tempos de execução do algoritmo 3 foram ligeiramente menores do que os dos outros procedimentos. Os algoritmos 1 e 2 geram resultados viciados, enquanto o algoritmo 3 possui um erro de estimação gerado pela discretização, no entanto, a magnitude deste erro é pequena quando comparada ao valor estimado.

A magnitude do erro depende principalmente do formato da curva de retorno e do tipo de distribuição de probabilidade das variáveis. Distribuições mais complexas, como por exemplo a distribuição Beta apresentam erros ligeiramente maiores. É importante ressaltar que o pequeno número de variáveis aleatórias do problema é o principal fator que viabiliza a aplicação deste procedimento. Em casos mais ge-

rais, quando, por exemplo, há correlação entre o estado e a duração da atividade, o elevado número de variáveis aleatórias pode inviabilizar o uso deste procedimento de discretização.

Este trabalho possui ainda algumas limitações. A primeira delas está relacionada à exploração de outros formatos de função de retorno do projeto, como por exemplo, uma função que contemple uma possível penalização do retorno devido a um lançamento prematuro do produto no mercado.

Um outro exemplo de função de retorno que pode ser estudada é um caso onde há competição no desenvolvimento do produto, sendo necessário avaliar o projeto e tomar decisões considerando ações dos concorrentes.

Além disto, a metodologia proposta é muito dependente da estimação correta dos parâmetros da função de retorno, como foi possível notar pelas análises de sensibilidade realizadas. Este fato faz com que a solução do problema possa apresentar problemas de robustez no sentido definido por (BEN-TAL; NEMIROVSKI, 2002).

Apesar de esta dissertação ser resultado de dois anos de pesquisa, pode-se dizer que este é apenas um primeiro passo que abre inúmeras outras possibilidades de pesquisas.

Como forma de garantir a robustez da resposta apresentada por essa metodologia, pode-se, em um trabalho futuro, focar no desenvolvimento de uma metodologia para a estimação precisa de uma função de retorno e seus respectivos parâmetros.

Uma outra possibilidade é estudar modelos capazes de avaliar projetos de desenvolvimento onde exista dependência entre as variáveis de estados e também entre suas respectivas incertezas. Este estudo se desdobrará naturalmente na necessidade de construção de um algoritmo para realizar o cálculo do valor do projeto.

Elevando a pesquisa a um nível mais estratégico do processo de tomada de decisão, pode-se verificar o impacto da incerteza de tempo na gestão do portfólio de produtos e ou tecnologias. Levando em consideração o gerenciamento ativo

para obter como resposta a alocação ótima de recurso dentre vários projetos concorrentes.

Em um nível mais operacional, é possível incorporar neste modelo decisões quanto às relações de tempo e custo (*time cost trade-off*) e de tempo e performance (*time performance trade-off*). Esta incorporação tornará o problema mais complexo e pode ser necessário desenvolver métodos heurísticos para a valoração.

Por fim pode-se dizer que a metodologia desenvolvida é útil para avaliação de projetos em situações reais, como foi demonstrado nos exemplos do capítulo (4) e esta é uma das contribuições deste trabalho para a literatura. Esta contribuição se torna importante devido à idiosincrasia deste problema que nos impede de fazer generalizações a respeito do impacto da incerteza temporal no valor do projeto.

Referências

AJAMIAN, M. G.; KOEN, A. P. Technology stage-gate: A structured process for managing high-risk new technology projects. In: BELLIVEAU, P.; GRIFFIN, A.; SOMERMEYER, S. *The PDMA Toolbook for New Product Development*. New York: John Wiley Sons, 2002. v. 1.

ALMEIDA, E. L. F. et al. O renascimento de uma tecnologia madura: O processo fischer-tropsch de conversão de gás em combustíveis líquidos. In: *Anais do XXII Simpósio de Gestão da Inovação Tecnológica*. [S.l.: s.n.], 2002.

BATTACHARYA, S.; KRISHNAN, V.; MAHAJAN, V. Managing new product definition in highly dynamic environments. *Management Science*, v. 44, p. S50–S64, 1998.

BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust optimization: methodology and applications. *Mathematical Programming*, v. 88, p. 411–424, 2002.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002.

BERTSEKAS, D. P. *Dynamic Programming and Optimal Control*. [S.l.]: Athena Scientific, 2005.

BOLLAPRAGADA, S.; MORTON, T. E. A simple heuristic for computing nonstationary (s, s) policies. *Operations Research*, v. 47, 1999.

BOLLEN, N. P. B. Real options and product life cycles. *Management Science*, v. 45, p. 670–684, 1999.

BOWERS, J. Criticality in resource constrained network. *Journal of Operational Research Society*, v. 46, p. 80–91, 1995.

BOWERS, J. Identifying critical activities in stochastic resource constrained network. *International Journal of Management Science*, v. 24, p. 37–46, 1996.

- BRANDÃO, L. E.; DYER, J. S. Decision analysis and real options: A discrete time approach to real option valuation. *Annals of Operations Research*, v. 135, 2005.
- CALANTONE, R. J.; BENEDETTO, C. A. D. Performance and time to market: Accelerating cycle time with overlapping stages. *IEEE Transactions on Engineering Management*, v. 47, 2000.
- CALHOUN, M. K. et al. Planning and re-planning in project and production scheduling. *International Journal of Management Science*, v. 30, p. 155–170, 2002.
- CHEN, J.; REILLY, R. R.; LYNN, G. The impacts of speed-to-market on new product success: the moderating effects of uncertainty. *IEEE Transactions On Engineering Management*, v. 52, p. 199–212, 2005.
- CHILDS, P. D.; TRIANTS, A. J. Dynamic r&d investment policies. *Management Science*, v. 45, p. 1359–1377, 1999.
- CHO, J. G.; YUM, B. J. Uncertainty importance measure in pert network. *International Journal of Production Research*, v. 35, p. 2737–2757, 1997.
- COHEN, M. A.; ELIASHBERG, J.; HO, T.-H. New product development: The performance and time-to-market tradeoff. *Management Science*, v. 42, 1996.
- COOPER, R. G. *Winning at New Product: Accelerating the Process from Idea to Launch*. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing, 1993.
- COOPER, R. G. Managing technology development projects. *Research Technology Management*, v. 49, p. 23–31, 2006.
- COSTA, L. A. *Avaliação econômica do projeto GTL: Uma aplicação da teoria das opções reais com processo de reversão à média*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Industrial, PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2007.
- CRESPO, C. F. D. S. *Avaliação do impacto econômico de um projeto de pesquisa e desenvolvimento no valor de uma planta gas-to-liquid: usando a teoria das opções reais*. Doutorado em Engenharia de Produção — Departamento de Engenharia Industrial, PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2008.
- DATAR, S. et al. Advantages of time based new product development in fast-cycle industry. *Journal of Marketing Research*, v. 37, 1997.

- DIAS, M. A. G. *Opções Reais Híbridas com Aplicações em Petróleo*. Doutorado em Engenharia de Produção — Departamento de Engenharia Industrial, PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2005.
- DING, M.; ELIASHBERG, J. Structuring the new product development pipeline. *Management Science*, v. 48, p. 343–363, 2002.
- DIXIT, A. K.; PINDYCK, R. S. *Investment under Uncertainty*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1993.
- DRUMMOND, P. H. F. Mestrado em Engenharia de Produção, *O Planejamento Tecnológico de uma Empresa de Base Tecnológica de Origem Acadêmica por Intermédio dos Métodos Technology Roadmapping (TRM), Technology Stage-Gate (TSG) e Processo de Desenvolvimento de Produtos (PDP) Tradicional*. Belo Horizonte: [s.n.], 2005.
- ELMAGHRABY, S. E.; FATHI, Y.; TANER, M. R. On the sensitivity of project variability to activity mean duration. *International Journal of Production Economics*, v. 67, p. 219–232, 1999.
- FAULKNER, T. W. Applying 'options thinking' to r&d valuation. *Research Technology Management*, v. 39, p. 50–57, 1996.
- FRANCISCO, M. L. *A importância da flexibilidade gerencial na análise de investimentos usando TOR da planta GTL*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Industrial, PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2007.
- FU, M. Optimization for simulation: Theory vs. practice. *Journal on Computing*, v. 14, p. 192–215, 2002.
- GLASSERMAN, P. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. New York, NY: Springer Verlag, 2003.
- GOMES, A. C. d. F. M. et al. *Estudo de Viabilidade Técnica e Econômica da Tecnologia Gas to Liquids (GTL) no Brasil*. 175 f. Monografia (curso de especialização em processamento de petróleo) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.
- GRAVES, S. C.; WILLEMS, S. P. Optimizing the supply chain configuration for new products. *Management Science*, v. 51, 2005.
- GRIFFIN, A. Pdma research on new product development practices: Updating trends and benchmarking best practices. *Journal of Product Innovation Management*, v. 14, p. 429–458, 1997.

- GUTIERREZ, G.; PAUL, A. Analysis of the effects of uncertainty, risk-pooling, and subcontracting mechanisms on project performance. *Operations Research*, v. 48, p. 927–938, 2000.
- HERROELEN, W.; LEUS, R. Project scheduling under uncertainty: Survey and research potentials. *European Journal of Operational Research*, p. 289–306, 2002.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introduction to Operations Research*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2005.
- HSU, J. C.; SCHWARTZ, E. S. A model of r&d valuation and the design of research incentives. *Insurance: Mathematics and Economics*, v. 43, p. 350–367, 2008.
- HUCHZERMEIER, A.; LOCH, C. H. Project management under risk: Using real options approach to evaluate flexibility in r&d. *Management Science*, v. 47, p. 85–101, 2001.
- KE, H.; LIU, B. Project scheduling problem with stochastic activity duration times. *Applied Math and Computation*, p. 342–353, 2005.
- KERIN, R.; MAHAJAN, V.; PETERSON, R. First mover advantage: A synthesis, conceptual framework, and research propositions. *Journal of Marketing*, v. 56, p. 33–52, 1992.
- KRISHNAN, V.; ULRICH, K. T. Product development decisions: A review of the literature. *Management Science*, v. 47, p. 1–21, 2001.
- KUMAR, S.; MUTHURAMAN, K. A numerical method for solving singular stochastic control problems. *Operations Research*, v. 52, 2004.
- LI, C. L.; HSU, V. N.; XIAO, W. Q. Dynamic lot sizing with batch ordering and truckload discounts. *Operations Research*, v. 52, 2004.
- LIEBERMAN, M. B.; MONTGOMERY, D. B. First mover advantages. *Strategic Management Journal*, v. 9, 1988.
- LIEBERMAN, M. B.; MONTGOMERY, D. B. First mover (dis)advantages: Retrospective and link with the resource-based view. *Strategic Management Journal*, v. 19, 1998.
- LIM, A. E. B.; ZHOU, X. Y. Mean-variance portfolio selection with random parameters in a complete market. *Mathematics of Operations Research*, v. 27, 2002.

- PICH, M.; LOCH, C. H.; MEYER, A. On uncertainty, ambiguity and complexity in project management. *Management Science*, v. 48, p. 1008–1023, 2002.
- PINDYCK, R. Investments of uncertain cost. *Journal of Financial Economics*, v. 34, p. 53–76, 1993.
- PONTRANDOLFO, P. Project duration in stochastic network by the pert-path technique. *International Journal of Project Management*, p. 215–222, 2000.
- PUTERMAN, M. L. *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*. New York, NY: John Wiley and Sons, 1994. 649 p.
- RAA, B.; AGHEZZAF, E. H. A robust dynamic planning strategy for lot-sizing problems with stochastic demands. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2005.
- ROSS, S. *Stochastic Processes*. New York, NY: John Wiley and Sons, 1996. 528 p.
- SALIBY, E. Descriptive sampling: A better approach to monte carlo simulation. *Journal of the Operational Research Society*, v. 41, p. 1133–1142, 1990.
- SANTIAGO, L. P.; BIFANO, T. Management of r&d projects under uncertainty: A multidimensional approach to managerial flexibility. *IEEE Transactions On Engineering Management*, v. 52, p. 269–280, 2005.
- SANTIAGO, L. P.; VAKILI, P. On the value of flexibility in r&d projects. *Management Science*, v. 51, p. 1206 – 1218, 2005.
- SCHIMIDT, C. W.; GROSSMAN, I. E. The exact overall time distribution of a project with uncertainty task durations. *European Journal of Operational Research*, p. 614–636, 2000.
- SHANE, S. A. Technology regimes and new firm formation. *Management Science*, v. 47, p. 1173–1190, 2001.
- SHREVE, S. E. *Stochastic calculus for finance Volume II: Continuous-time models*. New York, NY: Springer, 2005. 550 p.
- SILVA, T. A. O.; SANTIAGO, L. P. New product development projects evaluation under time uncertainty. In: *Anais do XL SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. [S.l.]: SOBRAPO, 2008. p. 986–997.
- SIMCHI-LEVI, D.; ZHAO, Y. Safety stock positioning in supply chains with stochastic lead times. *Manufacturing & Service Operations Management*, v. 7, 2005.

- SMITH, J. E.; MCCARDLE, K. F. Structural properties of stochastic dynamic programs. *Operations Research*, v. 50, 2002.
- SMITH, J. M.; NAU, R. F. Valuing risky projects: Option pricing theory and decision analysis. *Management Science*, v. 41, p. 614–636, 1995.
- SOMMER, S. C.; LOCH, C. H. Selectionism and learning in projects with complexity and unforeseeable uncertainty. *Management Science*, v. 50, p. 1334–1347, 2004.
- SONG, J.; ZIPKIN, P. H. Inventory control with information about supply conditions. *Management Science*, v. 42, 1996.
- TAVARES, L. V. A review of the contribution of operational research to project management. *European Journal Operational Research*, 2002.
- TRIGEORGIS, L. *Real Options: managerial flexibility and strategy in resource allocation*. [S.l.]: MIT Press: Cambridge, MA, 1996.
- VIEIRA, E. F. L. *Avaliação de projetos de investimentos em plantas XTL utilizando a teoria das opções reais*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Industrial, PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2007.
- VOROPAJEVA, V. I. et al. Structural classification of network models. *International Journal of Project Management*, p. 361–368, 2000.
- VOSS, C.; TSIKRIKTSIS, N.; FROHLICH, M. Case research in operations management. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 195–219, 2002.
- WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot sizing model. *Management Science*, v. 4, p. 1770–1774, 1958.
- WEITZMAN, M. L. Optimal search for the best alternative. *Econometrica*, v. 47, p. 641–654, 1979.
- WILLIAMS, T. Towards realism in network simulation. *International Journal of Management Science*, v. 27, p. 305–314, 1999.
- WU, R.; FU, M. C. Optimal exercise policies and simulation-based valuation for american-asian options. *Operations Research*, v. 51, 2001.

APÊNDICE A – Prova das Proposições (3) e (4)

A.1 Proposição (3)

Em um projeto com uma curva de rendimentos dado pela função (3.5), o tamanho da janela de oportunidade é decrescente em k (forma).

Demonstração. O tamanho da janela de oportunidade é dada pela expressão (3.26). A derivada desta expressão em relação ao parâmetro k pode ser expressa por (A.1), uma vez que τ^f τ^i são dados pelas equações (3.25) e (3.24) respectivamente.

$$\frac{\partial(\tau^f - \tau^i)}{\partial k} = \frac{\partial \tau^f}{\partial k} - \frac{\partial \tau^i}{\partial k} \quad (\text{A.1})$$

A derivada em k de τ^f é dada pela equação (A.2):

$$\frac{\partial \tau^f}{\partial k} = \frac{\tau^f}{k^2} (T_1^f + T_2^f + T_3^f) \quad (\text{A.2})$$

$$T_1^f = \frac{3k + 3\sqrt{5k^2 - 6k + 1} - 1}{(5k + 3\sqrt{5k^2 - 6k + 1} - 1)(k - 1)} \quad (\text{A.3})$$

$$T_2^f = \text{Log} \left[\frac{k}{3(k - 1) + \sqrt{5k^2 - 6k + 1}} \right] \quad (\text{A.4})$$

$$T_3^f = \text{Log}[2] \quad (\text{A.5})$$

É fácil perceber que o termo $T_1^f > 0$ é decrescente em k , uma vez que assumimos $k > 2$, omitiremos portanto esta demonstração. Uma vez que o termo é decrescente, através dos limites é possível verificar que $T_1^f \in [0; 7/9]$. De maneira análoga, também é fácil perceber que para $k > 2$ e que $T_2^f < 0$ e também crescente em k . Através dos limites é possível verificar que $T_2^f \in [-\infty; -1.65557]$. A soma $T_1^f + T_2^f$ será sempre negativa para $k > 2$. Já o termo T_3^f é constante e positivo.

A derivada em k de τ^i é dada pela equação (A.6):

$$\frac{\partial \tau^i}{\partial k} = \frac{\tau^i}{k^2} (T_1^i + T_2^i + T_3^i) \quad (\text{A.6})$$

$$T_1^i = \frac{-3k + 3\sqrt{5k^2 - 6k + 1} + 1}{(-5k + 3\sqrt{5k^2 - 6k + 1} + 1)(k - 1)} \quad (\text{A.7})$$

$$T_2^i = \text{Log} \left[\frac{k}{3(k - 1) - \sqrt{5k^2 - 6k + 1}} \right] \quad (\text{A.8})$$

$$T_3^i = \text{Log} [2] \quad (\text{A.9})$$

Analisando a equação (A.6), podemos perceber que, uma vez que assumimos $k > 2$, o termo $T_1^i > 0$ é decrescente em k e que $T_2^i > 0$ e também decrescente em k e estará sempre no intervalo $T_2^i \in [0.269276; \infty]$. A soma de dois termos decrescentes e positivos também será decrescente e positivo e, portanto, é possível afirmar que $T_1^i + T_2^i \in [0.269276; \infty]$. O termo T_3^i é constante e positivo e equivalente à T_3^f .

Partindo destas análises, podemos reescrever a equação (A.1) como:

$$\frac{\partial \tau^f}{\partial k} = T_+ + T_- \quad (\text{A.10})$$

$$T_+ = \frac{\text{Log} [2] (\tau^f - \tau^i)}{k^2} \quad (\text{A.11})$$

$$T_- = \frac{\tau^f}{k^2} (T_1^f + T_2^f) - \frac{\tau^i}{k^2} (T_1^i + T_2^i) \quad (\text{A.12})$$

Uma vez que $\tau^f > \tau^i > 0$ para $a > 0$ e $k > 2$, é possível garantir que o $T_+ > 0$ e que $T_- < 0$. Além disto, pode-se mostrar que o termo T_+ é decrescente em k e que

$T_+ \in [0; 0.212232a]$. Esta demonstração é feita comparando os termos da derivada de T_+ em relação a k e o intervalo definido através da avaliação deste termo nos limites de k . No entanto, omitiremos esta demonstração devida a demasiada complexidade dos termos. O módulo de T_- é sempre maior do que o módulo de T_+ o que garante que a derivada seja sempre negativa.

□

A.2 Proposição (4)

O volume de vendas acumulado na janela de oportunidade é decrescente em relação ao parâmetro k .

Demonstração. O volume de vendas acumulado na janela de oportunidade é dada pela expressão (3.28). A derivada desta expressão em relação ao parâmetro k pode ser expressa por (A.13).

$$\frac{\partial V^J(k, a)}{\partial k} = \frac{V e^{-\frac{-3+3k+\sqrt{1+k(-6+5k)}}{2k}} (T_1^v - T_2^v)}{2k^2 \sqrt{1+k(-6+5k)}} \quad (\text{A.13})$$

$$T_1^v = 3k - 1 + 3\sqrt{1+k(-6+5k)} \quad (\text{A.14})$$

$$T_2^v = e^{\frac{\sqrt{1+k(-6+5k)}}{k}} \left(1 - 3k + 3\sqrt{1+k(-6+5k)} \right) \quad (\text{A.15})$$

Onde $V^J(k, a)$ representa o volume de venda na janela de oportunidade. Uma vez que $k > 2$, é fácil perceber que $T_1^v > 0$ e crescente em k e que $T_2^v > 0$ e também crescente em k . Além disto, todos os outros termos são positivos.

Para que a expressão (A.13) seja negativa, é necessário que $T_2^v > T_1^v$, que é equivalente a $\frac{T_2^v}{T_1^v} > 1$, pois $T_1^v > 0$.

$$\frac{T_2^v}{T_1^v} > 1 \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{1 - 3k + 3\sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{3k - 1 + 3\sqrt{1 + k(-6 + 5k)}} > e^{-\frac{\sqrt{1+k(-6+5k)}}{k}} \quad (\text{A.17})$$

O denominador do termo à esquerda da desigualdade (A.17) é sempre menor que o numerador e decrescente em k , já o numerador é crescente em k , por este motivo, podemos afirmar que a expressão do lado direito é decrescente em k . As equações (A.18) e (A.19) demonstra o comportamento do lado direito da expressão (A.17) nos limites de k .

$$\text{Lim}_{k \rightarrow 2^+} \left(\frac{1 - 3k + 3\sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{3k - 1 + 3\sqrt{1 + k(-6 + 5k)}} \right) = 0.285714 \quad (\text{A.18})$$

$$\text{Lim}_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - 3k + 3\sqrt{1 + k(-6 + 5k)}}{3k - 1 + 3\sqrt{1 + k(-6 + 5k)}} \right) = 0.381966 \quad (\text{A.19})$$

O lado direito da expressão (A.17) é sempre positivo e a expressão (A.20) é a derivada deste termo em relação a k . É facil perceber que esta função é sempre negativa para $k > 2$, portanto este termo é decrescente. Uma vez decrescente é possível definir os seus pontos extremos através do comportamento deste termo nos limites de k (expressões (A.21) e(A.22)).

$$\frac{\partial e^{-\frac{\sqrt{1+k(-6+5k)}}{k}}}{\partial k} = e^{-\frac{\sqrt{1+k(-6+5k)}}{k}} \left(\frac{1 - 3k}{k^2 \sqrt{1 + k(-6 + 5k)}} \right) \quad (\text{A.20})$$

$$\text{Lim}_{k \rightarrow 2^+} \left(e^{-\frac{\sqrt{1+k(-6+5k)}}{k}} \right) = 0.22313 \quad (\text{A.21})$$

$$\text{Lim}_{k \rightarrow \infty} \left(e^{-\frac{\sqrt{1+k(-6+5k)}}{k}} \right) = 0.106878 \quad (\text{A.22})$$

A análise dos limites dos termos da equação (A.17) garante que a desigualdade é sempre verdadeira, para todo $k > 2$. Portanto a equação (A.13) será sempre negativa e a proposição está provada.

□

APÊNDICE B – Ordenação Estocástica

Uma variável aleatória real A é estocásticamente menor do que uma segunda variável aleatória real B se:

$$\Pr(A > x) \leq \Pr(B > x) \forall x \in (-\infty, \infty) \quad (\text{B.1})$$

Onde $\Pr(\cdot)$ representa a probabilidade de ocorrência de um evento. A notação de ordem estocástica é dada por $A \preceq B$ ou $A \leq^{st} B$. Caso $\Pr(A > x) < \Pr(B > x)$ para todo x então $A <^{st} B$, isto é, A é estritamente menor do que B em termos estocásticos.

B.1 Propriedades

As regras abaixo são válidas para os casos onde há dominância estocástica de primeira ordem.

1. Se $A \leq^{st} B \Rightarrow E[A] < E[B]$.
2. $A \leq^{st} B$ se, e somente se, para toda função $f(x)$ não decrescente a relação $E[f(A)] < E[f(B)]$ é válida.
3. Se $f(x)$ é não decrescente e $A \leq^{st} B$, então $f(A) \leq^{st} f(B)$.
4. Seja A, B, C três variáveis aleatórias de forma que $\Pr(A > x | C = c) \leq \Pr(B > x | C = c), \forall x$ e $\forall c \in \Omega_C$, então $A \leq^{st} B$.

A prova destas propriedades e mais detalhes sobre o assunto podem ser encontradas em (ROSS, 1996).