



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE BANDAS DE CISALHAMENTO POR MEIO
DE CORPOS DE PROVA DE TRAÇÃO ESPECIAIS**

Árisson Carvalho de Araújo

Belo Horizonte
2009

Árison Carvalho de Araújo

**ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE BANDAS DE CISALHAMENTO POR MEIO
DE CORPOS DE PROVA DE TRAÇÃO ESPECIAIS**

**Belo Horizonte
Escola de Engenharia da UFMG
2009**

Árison Carvalho de Araújo

**ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE BANDAS DE DEFORMAÇÃO POR MEIO
DE CORPOS DE PROVA DE TRAÇÃO ESPECIAIS**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção de título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Professor Doutor Haroldo Béria Campos

Área de concentração: Processos de Fabricação Mecânica

Belo Horizonte
Escola de Engenharia da UFMG
2009



Universidade Federal de Minas Gerais
Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica

Av. Antônio Carlos, 6627 – Pampulha – 31.270-901 – Belo Horizonte – MG
Tel.: +55 31 3409-5140 – Fax.: +55 31 3409-3783

www.demec.ufmg.br

ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO

UFMG - Carimbo

**ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE BANDAS DE DEFORMAÇÃO POR MEIO DE CORPOS
DE PROVA DE TRAÇÃO ESPECIAIS**

ÁRISSON CARVALHO DE ARAÚJO

Dissertação apresentada e avaliada em 29 de Maio de 2009, pela banca avaliadora composta por:

Prof. Haroldo Béria Campos

Orientador – Doutor, Departamento de Engenharia Mecânica, UFMG

Prof. Paulo César de Matos Rodrigues

Examinador – Doutor, Departamento de Engenharia Mecânica, UFMG

Frederico de Castro Magalhães

Examinador – Doutor, FAPEMIG / UFMG

Dedico à minha esposa Luciana, eterna companheira, meus queridos pais, Ademir e Geni, e à minha irmã e amiga, Ariane, que acreditaram em minha capacidade e me estimularam na conquista deste objetivo.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Haroldo Béria Campos, pela orientação, pela disponibilidade e pelo grande apoio nas decisões.

Ao Professor Doutor Paulo César de Matos Rodrigues, pelo apoio, pelas sugestões e por aceitar o convite para fazer parte da banca.

Ao Doutor Frederico de Castro Magalhães, pelas sugestões, orientações, sempre disposto em várias etapas deste trabalho, e por aceitar o convite para fazer parte da banca.

Ao Professor Doutor Alexandre Mendes Abrão, pelos conhecimentos transferidos em uma etapa deste trabalho.

Aos colegas e amigos conquistados nesses anos do mestrado, em especial, o Mestre Roberto Oliveira, pelos bons momentos e pelas dificuldades que passamos juntos.

À Heloisa Menezes e ao Sérgio Lourenço pelo apoio e compreensão referente à minha dedicação ao mestrado. À equipe IEL/NPC pelos pensamentos positivos e dedicação.

Um agradecimento especial aos meus pais Ademir e Geni e à minha irmã Ariane, pelo incentivo e apoio em todas as etapas da minha vida e também durante essa jornada.

A todos os meus familiares que torceram por mim, em especial à minha tia, afilhada, madrinha e comadre, Eni, sempre presente com seu carinho.

Aos familiares da Luciana, em especial à Joana Dark, que sempre me incentivaram e torceram por meu sucesso.

E, finalmente, à Luciana, pelo seu companheirismo e incentivo que sempre me impulsionam para a conquista dos meus sonhos.

"Existem duas escolhas primordiais na vida:
aceitar as condições como elas existem, ou
aceitar a responsabilidade de mudá-las".

Denis Waitley

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE GRÁFICOS.....	xv
LISTA DE SÍMBOLOS	xvi
RESUMO	xvii
ABSTRACT	xviii
1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	2
2.1. Objetivo geral	2
2.2. Objetivos específicos	2
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
3.1. Tensão	3
3.1.1. Direções e Tensões Principais	7
3.1.2. Tensões Hidrostáticas e Desviadoras	9
3.1.3. Direções e tensões octaedrais.....	10
3.1.4. Tensão Efetiva ou Equivalente	10
3.2. Deformação.....	11
3.2.1. O tensor deformação	14
3.3. Critérios de Escoamento	16
3.3.1. Teoria de máxima tensão de cisalhamento (Critério de Tresca).....	16
3.3.2. Teoria da Máxima Energia de Distorção (Critério de von Mises).....	20
3.3.3. Comparação entre os Critérios de Tresca e von Mises para Tensão Plana	23
3.3.4. Critério de Hill	24
3.4. Bandas de cisalhamento	24
3.5. Critérios de fratura dúctil	28
3.6. Mecânica do dano	29
3.7. Método dos elementos finitos.....	32
3.8. Deform 2D	34
4. METODOLOGIA.....	36
4.1. Material Utilizado.....	36
4.2. Propriedades Mecânicas do Material	36
4.2.1. Anisotropia.....	36
4.2.2. Curva de Fluxo	39
4.3. Levantamento das bandas de cisalhamento	41

4.4. Simulação Numérica	43
4.5. Ensaio Metalográfico.....	44
5. RESULTADOS	45
5.1. Coeficiente de Anisotropia	45
5.2. Curvas tensão x deformação	46
5.3. Simulação Numérica e ensaio metalográfico	49
6. CONCLUSÕES	78
7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	78
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Área elementar mostrando a força total (a) e as componentes (b).....	4
Figura 3.2 - Forças e tensões relacionadas aos diferentes conjuntos de eixos.....	4
Figura 3.3 - Forças generalizadas atuando em um corpo de dimensões pequenas.....	5
Figura 3.4 - Tensões atuantes nas faces de um elemento de volume orientado segundo um sistema de eixos ortogonais. Não se representam todas as tensões que atuam no elemento de volume para maior clareza na interpretação da figura.....	5
Figura 3.5 - Representação esquemática das tensões que atuam num plano arbitrário IJK, definido pelo vetor normal exterior à superfície, n'	7
Figura 3.6 - Barra de seção circular sujeita a um carregamento axial.....	11
Figura 3.7 - Deformação plana envolvendo pequenas distorções.....	13
Figura 3.8 - Ilustração mostrando que o cisalhamento puro (a e b) está relacionado ao cisalhamento puro (c) mais uma rotação (d).....	15
Figura 3.9 - Ensaio de tração.....	16
Figura 3.10 - Círculo de Mohr para $\sigma_x = \sigma_1$ e $\sigma_y = 0$	17
Figura 3.11 - Círculo de Mohr para $\sigma_3 = 0$ e σ_1 e σ_2 com mesmo sinal.....	18
Figura 3.12 - Círculo de Mohr para $\sigma_3 = 0$ e σ_1 e σ_2 com sinais opostos.....	18
Figura 3.13 - Representação do critério da tensão máxima de cisalhamento.....	19
Figura 3.14 - Gráfico para a máxima energia de distorção.....	22
Figura 3.15 - Comparação dos critérios de escoamento de Tresca e von Mises.....	23
Figura 3.16 - Bandas de Cisalhamento.....	24
Figura 3.17 - Representação de bandas de cisalhamento em uma barra de liga de Fe durante forjamento.....	25
Figura 3.18 - Seção de um corpo de prova do Ti-6Al-2Sn-4Zr-2Mo-0, submetido à compressão em alta temperatura e alta taxa de deformação para visualização das bandas de cisalhamento.....	25
Figura 3.19 - Mecanismo de fratura dúctil pela formação e coalescimento de poros.....	26
Figura 3.20 - Mecanismo de fratura dúctil pelo desenvolvimento de bandas de cisalhamento.....	27

Figura 3.21 - Divisão das bandas de cisalhamento com a formação e coalescimento de poros.....	27
Figura 3.22 - Desenvolvimento da fratura dúctil em forma de zig-zag – Macroscopicamente uma fratura do tipo “taça-cone”	28
Figura 3.23 - Representação esquemática do conceito de dano para um elemento de volume.....	30
Figura 3.24 - Representação esquemática da tração uniaxial de um corpo de prova com dano.....	30
Figura 4.1 - Malha traçada nos corpos de prova para o levantamento da anisotropia do material utilizado.....	35
Figura 4.2 - Medidor ótico Mitutoyo TM do laboratório de metrologia do Departamento de Engenharia Mecânica da UFMG, equipado com micrômetro digital com resolução 0,001 mm.....	35
Figura 4.3 - Corpo de prova para levantamento da anisotropia do material.....	36
Figura 4.4 - Corpo de prova para levantamento da curva de fluxo do material.....	38
Figura 4.5 – Máquina de ensaio universal do DEMEC/UFMG.....	38
Figura 4.6 – Ensaio de tração com utilização de extensômetro axial eletrônico SHIMADZU modelo SG50-100 de 50 mm.....	39
Figura 4.7 – Gráfico $\log \sigma \times \log \varepsilon$ para determinação do coeficiente de encruamento n	39
Figura 4.8 - Corpo de Prova entalhado 1 para análise da formação de Bandas de Cisalhamento em tração uniaxial.....	40
Figura 4.9 - Corpo de Prova entalhado 2 para análise da formação de Bandas de Cisalhamento em tração uniaxial.....	41
Figura 4.10 - Corpo de Prova entalhado 3 para análise da formação de Bandas de Cisalhamento em tração uniaxial.	41
Figura 4.11 – Malha gerada no Deform2D para o CP 3 contendo 3197 elementos e 3348 nós.....	42
Figura 5.1 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.....	50
Figura 5.2 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.	50
Figura 5.3 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.....	51

Figura 5.4 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.	51
Figura 5.5 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.....	52
Figura 5.6 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.	52
Figura 5.7 – Corpo de Prova especial 1 com entalhe para análise de formação das bandas de cisalhamento.....	53
Figura 5.8 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.....	54
Figura 5.9 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.....	54
Figura 5.10 – Passo 135 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.....	55
Figura 5.11 – Passo 135 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.....	55
Figura 5.12 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.....	56
Figura 5.13 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.....	57
Figura 5.14 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.....	58
Figura 5.15 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.....	58
Figura 5.16 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.....	59
Figura 5.17 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.....	59
Figura 5.18 – Corpo de Prova especial 2 com entalhe para análise de formação das bandas de cisalhamento.....	60
Figura 5.19 - Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.....	61
Figura 5.20 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.....	61

Figura 5.21 - Passo 150 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.....	62
Figura 5.22 – Passo 150 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.....	62
Figura 5.23 - Passo 200 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.....	63
Figura 5.24 – Passo 200 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.....	63
Figura 5.25 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.....	64
Figura 5.26 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.....	65
Figura 5.27 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.....	66
Figura 5.28 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.....	66
Figura 5.29 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.....	67
Figura 5.30 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.....	67
Figura 5.31 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.....	68
Figura 5.32 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.....	68
Figura 5.33 – Corpo de Prova especial 3 com entalhe para análise de formação das bandas de cisalhamento.....	69
Figura 5.34 – Imagem captada durante ensaio macrográfico do CP 3 após ataque com Iodo.....	69
Figura 5.35 – Microestrutura da região sem formação de bandas cisalhantes do CP 3 com aumento de 200x após ataque com Nital 2%.....	70
Figura 5.36 – Microestrutura da região com formação de bandas cisalhantes do CP 3 com aumento de 200x após ataque com Nital 2%.....	70
Figura 5.37 – Passo 150 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.....	71
Figura 5.38 – Passo 150 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.....	71

Figura 5.39 – Passo 200 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.....	72
Figura 5.40 – Passo 200 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.....	72
Figura 5.41 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.....	73
Figura 5.42 - Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.....	74
Figura 5.43 - Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.....	74
Figura 5.44 - Comparação das formas de ruptura considerando quando houve e quando não houve a formação das bandas de cisalhamento: (a) Corpo de Prova especial 1 com entalhe não apresentando formação de bandas de cisalhamento; (b) Corpo de Prova especial 2 com entalhe apresentando formação de bandas de cisalhamento.....	75
Figura 5.45 – Comparação da taxa de deformação efetiva nos três pontos da curva de fluxo do material do CP 3, sendo os valores de deformação: A = 0,08; B = 0,14 e C = 0,20.....	76
Figura 5.46 - Comparação da deformação efetiva nos três pontos da curva de fluxo do material do CP 3, sendo os valores de deformação: A = 0,08; B = 0,14 e C = 0,20.....	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Composição Química do Material.....	34
Tabela 5.1 – Dimensões iniciais e finais da malha traçada nos corpos de prova, conforme a figura 4.1, medidas antes e após do ensaio de tração.....	45
Tabela 5.2 – Cálculo do coeficiente de anisotropia à 0° da direção de laminação.....	45
Tabela 5.3 – Cálculo do coeficiente de anisotropia à 45° da direção de laminação....	46
Tabela 5.4 – Cálculo do coeficiente de anisotropia à 90° da direção de laminação....	46
Tabela 5.5 – Valores de k e n do material utilizado.....	49

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 5.1 - Curva de Fluxo do material à 0°, 45° e 90° da direção de laminação após ensaio de tração.....	47
Gráfico 5.2 – Curva Tensão x Deformação Plástica Verdadeira para o cálculo de k e n do material à 0° da direção de laminação.....	48
Gráfico 5.3 - Curva Tensão x Deformação Plástica Verdadeira para o cálculo de k e n do material à 45° da direção de laminação.....	48
Gráfico 5.4 - Curva Tensão x Deformação Plástica Verdadeira para o cálculo de k e n do material à 90° da direção de laminação.....	49
Gráfico 5.5 – Curva de fluxo na região plástica do material à 0° da direção de laminação.....	75

LISTA DE SÍMBOLOS

σ - Tensão normal

F_n - Força normal

$A - S$ - Área da seção transversal

w - Largura

V - Volume

F_t - Força transversal

τ - Tensão cisalhante

α - Ângulo alfa

β - Ângulo beta

γ - Ângulo gama

n' - Vetor normal

$I - J$ - Invariantes

e - Deformação de engenharia

l_0 - Comprimento inicial

l_f - Comprimento final

Δl - Variação do comprimento

$l - L$ - Comprimento total

ε - Deformação verdadeira

ε_p - Deformação plástica

$\dot{\varepsilon}$ - Taxa de deformação

ν - Coeficiente de poisson

E - Módulo de elasticidade

U - Energia de deformação

G - Módulo de cisalhamento

C_n - Constantes

D - Variável de dano

CP – Corpo de Prova

k - Coeficiente de resistência

m - Coeficiente de sensibilidade

n - Coeficiente de encruamento

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo analisar a formação de bandas cisalhantes em chapas metálicas de aço baixo carbono (SAE 1006) submetidas à tração uniaxial. Esta verificação foi feita através de análise numérica utilizando o software Deform2D, bem como a realização dos testes físicos por meio de corpos de prova de tração entalhados com geometrias variadas. Foi levantada a curva de fluxo e a anisotropia do material utilizado para a realização da simulação numérica. A partir desta simulação, foram feitas análises da formação das bandas utilizando vários passos em cada corpo de prova e, posteriormente, comparando essa mesma formação entre os corpos de prova com geometrias de entalhes diferentes. Por fim, foi verificado que tanto a formação de bandas de cisalhamento quanto as características da fratura no material estudado estão diretamente relacionadas com a forma geométrica do entalhe.

Palavras Chaves: *Fluxo plástico heterogêneo, Bandas de Cisalhamento, Método de elementos finitos.*

ABSTRACT

The present paper has as main purpose analyze the formation of shear bands in metallic sheets of steel low carbon (SAE 1006) submitted to uniaxial tension test. This verification has been made through the numerical analysis using the software Deform2D, as well as the realization of physical tests by the tension's test specimen notched with varied geometries. It has been risen the curve of flow and the anisotropy of the material used for the realization of numerical simulation. After this simulation, formation's analyses of bands have been made using many steps in each test specimen and, then, comparing this same formation between the test specimen with geometries of different notches. At last, it has been checked that as much the formation of shear bands as the characteristics of fracture in the studied material are directly related with the geometrical shape of the notch.

Key words: *Heterogeneous plastic-flow, Shear bands, Finite element method.*

1. INTRODUÇÃO

O fenômeno denominado Bandas de Cisalhamento ou de Deformação é estudado há várias décadas, desde os trabalhos de Zener e Hollomon (1944). No entanto, existem pesquisadores que defendem que este fenômeno é verificado há mais tempo.

Esse fenômeno tem recebido bastante atenção na literatura por causa da sua considerável importância tecnológica e principalmente pelo seu caráter como precursor de falhas catastróficas. As bandas de cisalhamento são facilmente encontradas em regiões que sofreram um cisalhamento concentrado sob a forma de uma estrutura tipicamente lamelar (LINS, 2006).

A ocorrência de formação dessas bandas é mais freqüente em metais submetidos a processamento por compressão, no entanto, em alguns metais submetidos a processamentos trativos, dependendo das restrições geométricas, podem também ocorrer a formação de bandas cisalhantes.

As bandas de cisalhamento já foram observadas por diversas maneiras, entretanto este trabalho propõe a comparação entre ensaios mecânicos e a simulação numérica a fim de obter uma melhor compreensão da formação dessas bandas de cisalhamento em aço baixo carbono. Isto foi possível levantando as propriedades mecânicas do material utilizado, sua curva de fluxo, identificando as bandas de cisalhamento, física e numericamente, e fazendo uma análise entre os resultados dos ensaios e os resultados da simulação numérica.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo geral

Obter maior compreensão da formação de bandas de cisalhamento em chapas de aço com baixo teor de carbono (SAE 1006) com entalhe, submetida à tração uniaxial.

2.2. Objetivos específicos

- Identificar bandas de cisalhamento através de experimento utilizando corpos de prova com entalhes especiais para ensaio de tração.
- Comparar os resultados experimentais com os resultados obtidos por simulação numérica utilizando o software Deform2D visando verificar se houve a formação das bandas de cisalhamento.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, é descrita parte da teoria da conformação mecânica visando melhor entendimento dos fundamentos que este trabalho propõe.

3.1. Tensão

Usualmente, tensão é definida considerando o estado de tensões de um ponto P , conforme mostrado na figura 3.1. A força δF atua no ponto P situado na área δA . Fazendo $\delta A \rightarrow 0$ e decompondo a força em componentes normal e tangencial a δA então se pode definir as componentes normal e de cisalhamento da tensão como:

$$\sigma \equiv \frac{\delta F_n}{\delta A} \text{ e } \tau = \frac{\delta F_t}{\delta A} \quad (3.1.1)$$

Desde que estas tensões dependam apenas da força e da área, a tensão por se só não é um vetor conforme figura 3.2.

Com o sistema mostrado, a tensão σ_y , que atua na direção paralela a F sob a área A , é simplificada em F/A . Isto porque F tendo a componente paralela a A , não existe tensão de escoamento atuando no plano. Mas, considerando um plano localizado a uma inclinação θ define-se um novo eixo de coordenadas em relação ao sistema original $x-y$.

A força F tem componentes $F_{y'}$ e $F_{x'}$ atuando no plano do qual A' é igual a $A/\cos \theta$.

Portanto, as tensões atuantes no plano inclinado são:

$$\sigma_{y'} = \frac{F_{y'}}{A'} = \frac{F}{A} \cos^2 \theta = \sigma_y \cos^2 \theta \quad (3.1.2)$$

$$\tau_{x'} = \frac{F_{x'}}{A'} = \frac{F}{A} \sin \theta \cos \theta = \sigma_y \sin \theta \cos \theta \quad (3.1.3)$$

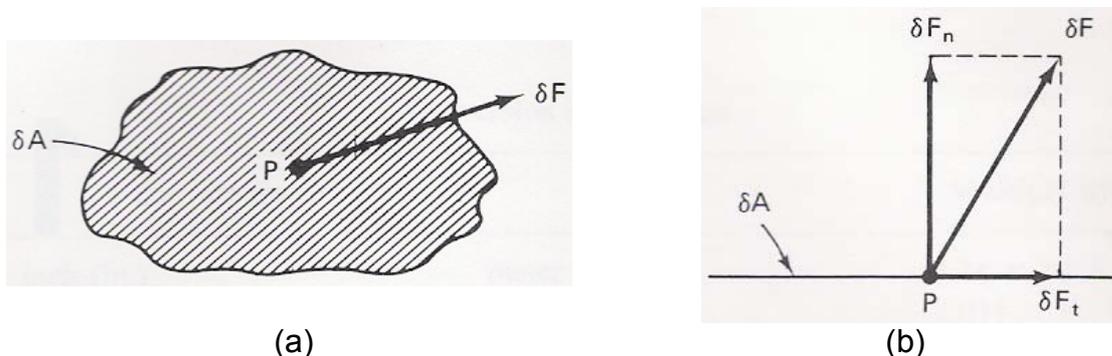


Figura 3.1 - Área elementar mostrando a força total (a) e as componentes (b). Fonte: Referência 3, p. 2.

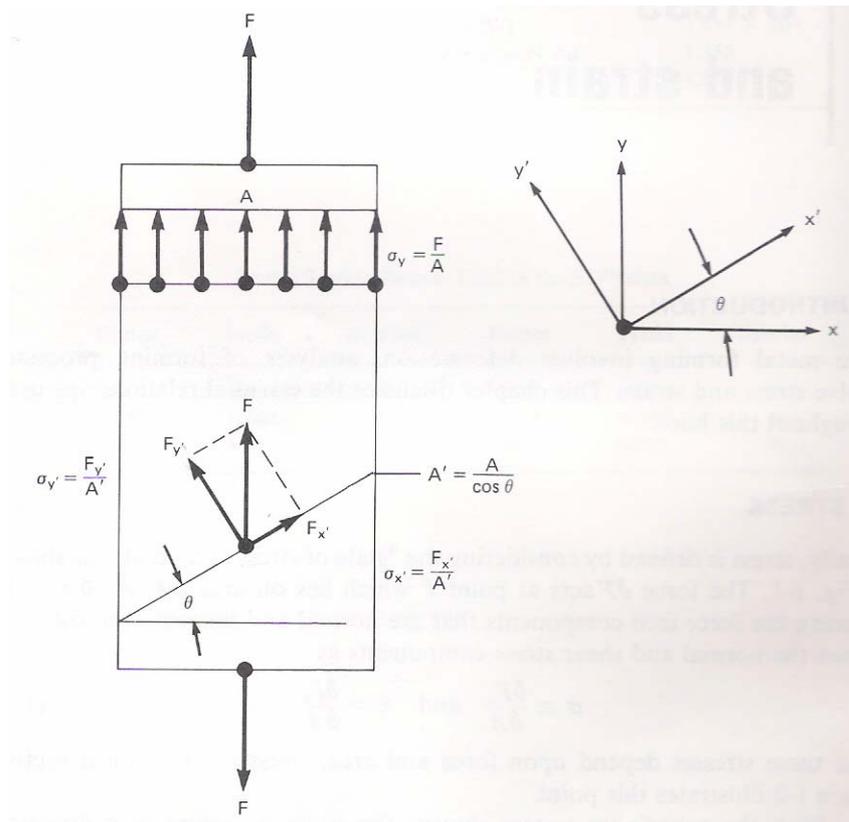


Figura 3.2 - Forças e tensões relacionadas aos diferentes conjuntos de eixos. Fonte: Referência 3, p. 2.

Se o ponto P fosse representado em dimensões pequenas (dx, dy, dz) que está em equilíbrio conforme mostrado na figura 3.3, então na maioria dos casos, cada face deve estar submetida às forças totais F_1, F_2, F_3 .

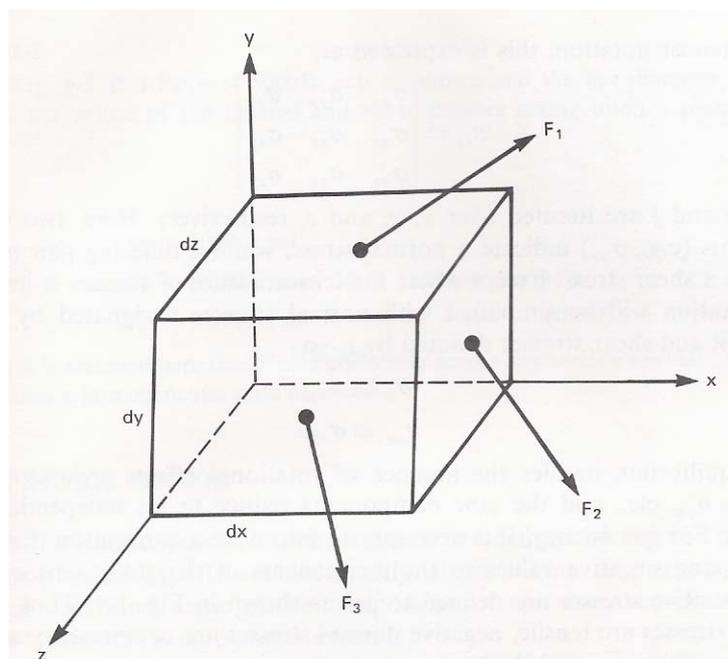


Figura 3.3 - Forças generalizadas atuando em um corpo de dimensões pequenas. Fonte: Referência 3, p. 3.

Cada uma dessas forças deve ser decomposta em componentes que estarão paralelas às três direções coordenadas, e se cada uma das nove componentes for dividida pela área da face em que atua, o estado de tensões em P é então descrito pelas nove componentes da tensão (figura 3.4).

Este conjunto de tensões é chamado de tensor de tensões, representado como σ_{ij} .

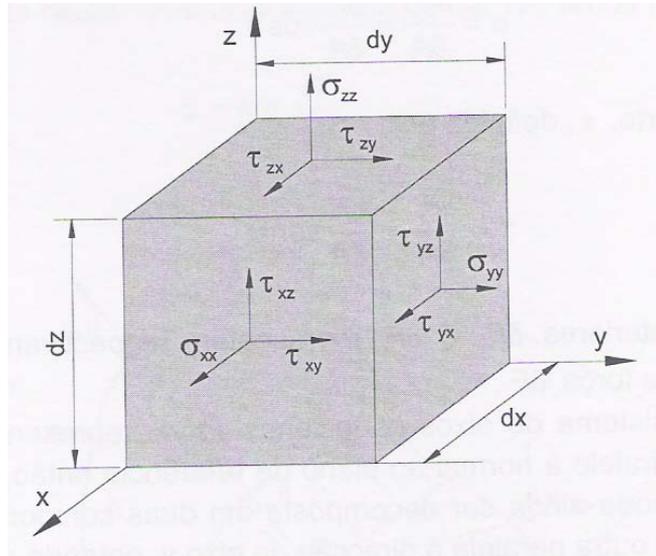


Figura 3.4 - Tensões atuantes nas faces de um elemento de volume orientado segundo um sistema de eixos ortogonais. Não se representam todas as tensões que atuam no elemento de volume para maior clareza na interpretação da figura. Fonte: Referência 8, p. 70.

O estado de tensão no ponto P é definido através do seguinte tensor de tensões:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.1.4)$$

Onde i e j são interações de x, y e z , respectivamente.

A identificação de cada uma das tensões é efetuada por um conjunto de dois índices, em que o primeiro indica a direção normal ao plano em que a tensão atua e o segundo identifica o eixo segundo o qual se exerce a tensão.

Neste caso, quando dois índices forem iguais, a tensão em questão será normal ao plano enquanto que quando diferentes indicarão uma tensão de cisalhamento. Por isso, normalmente no tensor de tensões, as tensões de cisalhamento são representadas por τ . Ou seja,

$$\sigma_x \equiv \sigma_{xx} \quad (3.1.5)$$

$$\tau_{xy} \equiv \sigma_{xy} \quad (3.1.6)$$

Embora as componentes do tensor de tensões serem definidas pela equação (3.1.4), aspectos físicos importantes não são obtidos facilmente por esta expressão. Em muitas situações reais, algumas das componentes do tensor de tensões são iguais a zero.

Em estados de tensões ainda mais gerais existe um conjunto de eixos coordenados nos quais as tensões de cisalhamento desaparecem. As tensões normais σ_1 , σ_2 e σ_3 ao longo destes eixos são consideradas tensões principais.

Admitindo que as faces do elemento de volume sejam suficientemente pequenas para que as tensões que nelas atuam possam ser consideradas constantes, o somatório dos momentos, por exemplo, em relação ao eixo z será dado por:

$$\begin{aligned} & \left[(\sigma_{xx} dydz) \frac{dy}{2} \right] + \left[(\sigma_{yy} dx dz) \frac{dx}{2} - (\sigma_{yy} dx dz) \frac{dx}{2} \right] + \left[(\tau_{xy} dy dz) dx - (\tau_{yx} dx dz) dy \right] + \\ & + \left[(\tau_{zy} dx dy) \frac{dx}{2} - (\tau_{zy} dx dy) \frac{dx}{2} \right] + \left[(\tau_{zx} dx dy) \frac{dy}{2} - (\tau_{zx} dx dy) \frac{dy}{2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Onde $d/2$ é a distância pequena entre a força aplicada e o eixo de referência do elemento.

Ou seja,

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (3.1.8)$$

Aplicando esta consideração aos três eixos, conclui-se que $\tau_{ij} = \tau_{ji}$, o que significa que o tensor de tensões σ_{ij} é simétrico, e que, por isso, pode ser descrito com seis componentes de tensão, onde três são normais e três são de cisalhamento (σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz}).

Conhecendo-se o tensor de tensões, σ_{ij} , pode ser determinado o vetor tensão, S_n , que atua num plano de orientação arbitrária, IJK , que passe pelo ponto P , bastando para o fenômeno efetuar-se o equilíbrio de forças no tetraedro com vértice no ponto P e cuja base é o próprio plano IJK , figura 3.5. Designando a área da base IJK por dA , as áreas das faces projetadas serão então dadas por: $dA_{yz} = dA \cos \alpha$, para a face KPI , $dA_{xz} = dA \cos \beta$, para a face IPJ e $dA_{xy} = dA \cos \gamma$, para a face KPJ , em que α , β e γ são os ângulos que a normal ao plano IJK faz respectivamente com os eixos x , y e z , e cujos cossenos definem os cossenos diretores da normal ao plano.

Assim, as condições de equilíbrio no tetraedro estabelecem que,

$$\begin{aligned} S_{nx} dA - \sigma_{xx} dA \cos \alpha - \tau_{yx} dA \cos \beta - \tau_{zx} \cos \gamma &= 0 \\ S_{ny} dA - \tau_{xy} dA \cos \alpha - \sigma_{yy} dA \cos \beta - \tau_{zy} \cos \gamma &= 0 \\ S_{nz} dA - \tau_{xz} dA \cos \alpha - \tau_{yz} dA \cos \beta - \sigma_{zz} \cos \gamma &= 0 \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

Simplificando as expressões (3.1.9) e admitindo que a distância do plano IJK ao ponto P tende a zero, o vetor tensão, S_n , será dado na forma matricial por:

$$S_n = \sigma_{ij} \cdot n'_i = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_{nx} \\ S_{ny} \\ S_{nz} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Em que n' representa o vetor da normal exterior ao plano IJK e que S_{nx} , S_{ny} e S_{nz} são as componentes cartesianas do vetor tensão.

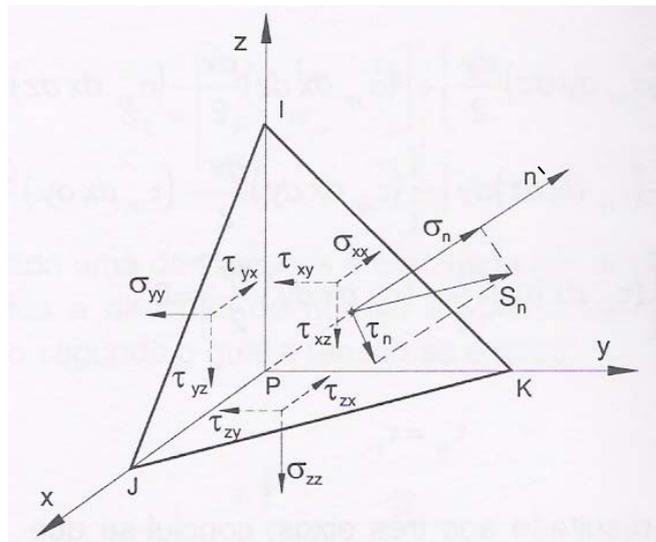


Figura 3.5 - Representação esquemática das tensões que atuam num plano arbitrário IJK , definido pelo vetor normal exterior à superfície, n' .
Fonte: Referência 8, p. 72.

3.1.1. Direções e Tensões Principais

O plano IJK , na figura 3.5, é denominado por plano principal, quando a sua normal e o vetor tensão, S_n , que nele atuam forem colineares, ou seja, quando a sua orientação for tal que as tensões de corte sejam nulas, $\tau_n = 0$ e, conseqüentemente, a tensão normal e o vetor tensão total sejam coincidentes, $\sigma_n = S_n$.

Nestas condições, a direção da normal n' ao plano IJK e a tensão σ_n serão denominadas, respectivamente, por direção e tensão principal e,

$$S = \lambda \cdot n'_i = \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{Bmatrix} \quad (3.1.11)$$

Em que λ é o módulo do vetor tensão e n' a normal ao plano principal. Substituindo a equação (3.1.10) na (3.1.11), obtém-se,

$$(\sigma_{ij} - \lambda \delta_{ij}) n'_i = 0 \quad (3.1.12)$$

em que $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$

Nas três equações (3.1.12) existem quatro incógnitas; o valor da tensão principal λ e os três cossenos diretores. Para se obter uma solução diferente da trivial ($n'_i = 0$), o determinante seguinte deve ser nulo, o que é equivalente a determinar os valores próprios do tensor das tensões,

$$|\sigma_{ij} - \lambda \delta_{ij}| = 0 \quad (3.1.13)$$

Considerando os três planos principais mutuamente perpendiculares que se interceptam no ponto material, P , pode afirmar-se que a resolução do determinante da equação (3.1.13) envolve a resolução de uma equação cúbica em λ , cujas soluções λ , são as tensões principais σ_i , $i = 1, 2, 3$. Assim, pode-se reescrever o determinante da forma que a seguir se indica:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} - \lambda & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} - \lambda & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (3.1.14)$$

cujos desenvolvimentos conduzem à seguinte equação do terceiro grau em λ ,

$$\lambda^3 - I_1 \lambda^2 - I_2 \lambda - I_3 = 0 \quad (3.1.15)$$

Os termos I_1 , I_2 , I_3 na equação (3.1.15) são conhecidos respectivamente por primeiro, segundo e terceiro invariantes do tensor de tensões. A designação invariante advém do fato de seu valor não variar com o sistema de eixos considerado. Os invariantes do tensor de tensões são calculados a partir das seguintes relações:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{ii} = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 &= -\frac{1}{2} (\sigma_{ii} \sigma_{jj} - \sigma_{ij} \sigma_{ij}) = -(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 = \\ &= -(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \\ I_3 &= |\sigma_{ij}| = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

As três raízes da equação (3.1.15), $\lambda_i = \sigma_i$, (que são sempre reais porque o tensor de tensões é real e simétrico), são os valores das três tensões principais. Associada a cada

uma destas tensões existe uma direção principal, cujos cossenos diretores são solução das seguintes equações:

$$\begin{cases} (\sigma_{ij} - \lambda_i \delta_{ij}) n'_i = 0 \\ \cos^2 \alpha_i + \cos^2 \beta_i + \cos^2 \gamma_i = 1 \end{cases} \quad (3.1.17)$$

Daqui se conclui que o tensor das tensões é uma matriz diagonal, quando referido às direções principais,

$$\sigma_{IJ} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (3.1.18)$$

3.1.2. Tensões Hidrostáticas e Desviadoras

O tensor total das tensões pode ser determinado num tensor hidrostático (σ_{KK}), envolvendo somente estados puros de tração e compressão, e num tensor desviador (σ'_{IJ}) dado por:

$$\sigma_{IJ} = \frac{1}{3} \delta_{IJ} \sigma_{KK} + \sigma'_{IJ} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma'_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma'_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.1.19)$$

Como,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} \quad (3.1.20)$$

Portanto, o tensor desviador ficará,

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_m = \begin{bmatrix} \frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{3} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \frac{2\sigma_{yy} - \sigma_{zz} - \sigma_{xx}}{3} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \frac{2\sigma_{zz} - \sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{3} \end{bmatrix} \quad (3.1.21)$$

Semelhante ao tensor total, também pode-se definir invariantes para os tensores hidrostático e desviador das tensões. Os invariantes do tensor desviador das tensões, referidos às direções principais, serão:

$$\begin{aligned} J_1 &= \sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 \\ J_2 &= -(\sigma'_1 \sigma'_2 + \sigma'_2 \sigma'_3 + \sigma'_3 \sigma'_1) \\ J_3 &= \sigma'_1 \sigma'_2 \sigma'_3 \end{aligned} \quad (3.1.22)$$

3.1.3. Direções e tensões octaedrais

Para o estudo da teoria da plasticidade, faz-se necessário uma introdução quanto às direções e tensões octaedrais. Essas tensões atuam em planos octaedrais que são superfícies que coincidem com as faces de um octaedro regular, cujas normais fazem ângulos iguais com cada uma das direções principais do tensor tensão ($\alpha = \beta = \gamma = 54,74^\circ$). Então os cossenos diretores da normal externa de um plano octaedral, n_{oct} , referidas nos eixos das direções principais são :

$$n'_{oct} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array} \right\} \quad (3.1.23)$$

As tensões, normal e de cisalhamento (σ_{oct} e τ_{oct}), podem ser calculadas analogamente às tensões principais para o cálculo do vetor tensão numa superfície definida por uma normal n' , com a única ressalva de que o sistema de eixos coordenados deverá ser o principal,

$$S_{oct} = \sigma_{ij} \cdot n'_{oct} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array} \right\}$$

$$\sigma_{oct} = S^T_{oct} \cdot n'_i = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.1.24)$$

$$\tau_{oct} = \sqrt{|S_{oct}|^2 - \sigma_{oct}^2} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

O resultado das equações (3.1.24) mostram, na medida em que a tensão normal octaedral é igual à componente hidrostática da tensão total, que não produz deformação plástica em materiais metálicos sólidos, sendo, portanto, a tensão de corte octaedral a única responsável pela deformação plástica. Alguns critérios de plasticidade derivam exatamente desta conclusão.

3.1.4. Tensão Efetiva ou Equivalente

Um outro invariante do estado de tensão que é muito utilizado é a tensão efetiva ou equivalente, $\bar{\sigma}$, a qual se define a partir da tensão de cisalhamento octaedral por:

$$\bar{\sigma} = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{oct} = \left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \right\}^{1/2} \quad (3.1.25)$$

3.2. Deformação

Quando um corpo sólido está sujeito a um sistema de forças, os pontos materiais desse corpo sofrerão alterações nas suas posições, as quais podem ser fisicamente medidas, constituindo o que habitualmente se designa por campo de deslocamentos. Será, portanto, a partir do campo de deslocamentos que o campo de deformações de um corpo, sujeito a qualquer sistema de forças, poderá ser definido.

O movimento de um corpo pode ser sempre decomposto na soma de duas parcelas de deslocamento; (i) uma de translação e/ou rotação do corpo como um todo e (ii) uma de deformação, na qual os pontos materiais do corpo têm movimento relativo entre si. A translação e/ou rotação do corpo como um todo, denomina-se por movimento de corpo rígido, uma vez que nenhum destes movimentos origina deformação interna do material. Ainda assim, a deformação pode ser decomposta em dilatação ou contração, responsável pela variação do volume do corpo, e em distorção, à qual se deve a variação da forma do sólido. Então, para caracterizar a deformação de um corpo sólido, que é uma quantidade geométrica dependente do movimento relativo dos pontos materiais, deve ser excluída a parcela responsável pelos movimentos de corpo rígido.

Considere-se a figura 3.6 onde se apresenta uma barra de seção circular sujeita a uma força de tração axial, F . Admitindo que o material seja homogêneo e isotrópico, a deformação da barra será uniforme, alongando na direção axial e reduzindo a seção transversal igualmente em todas as direções perpendiculares à axial. Nestas condições, a direção axial surge como apropriada para se introduzir a noção de deformação normal, uma vez que esta direção durante a deformação não sofre rotações.

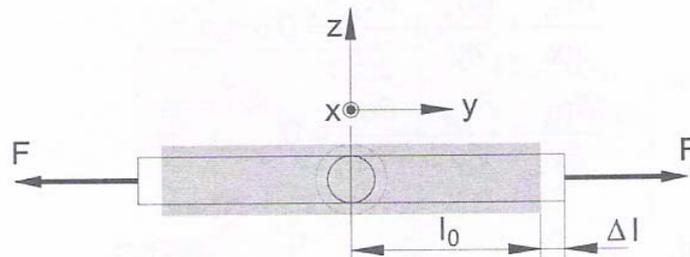


Figura 3.6 - Barra de seção circular sujeita a um carregamento axial. Fonte: Referência 8, p. 90.

Admitindo que devido à ação da força axial, F , a variação de configuração da barra é pequena (pequenas deformações) e que o comprimento de referência na geometria inicial, l_0 , sofre um acréscimo Δl , define-se deformação nominal ou de engenharia, como:

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (3.2.1)$$

Onde l é o comprimento de referência da barra após deformação, $l = l_0 + \Delta l$.

No caso de se tratar de grandes deformações, usa-se a deformação verdadeira ou logarítmica, ε , para medida das deformações, na qual se considera em cada instante o incremento (pequeno) de deformação relativamente ao comprimento instantâneo de referência, ou seja, usando a definição de pequenas deformações,

$$e = \frac{(l + \delta l) - l}{l} = \frac{\delta l}{l} \quad (3.2.2)$$

Em que o incremento instantâneo, δl , é uma quantidade pequena comparada com o comprimento de referência imediatamente anterior, l . Nestas condições, a deformação total será descrita através de,

$$\varepsilon = \sum_{l_0}^l \frac{\delta l}{l} \quad (3.2.3)$$

Ou no limite, quando δl for infinitamente pequeno,

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (3.2.4)$$

É mais conveniente utilizar as deformações verdadeiras, ε , do que utilizar as deformações de engenharia, e , pois:

- 1) Deformações verdadeiras, para deformação equivalente em tração e compressão, são idênticas, exceto em movimento;
- 2) Deformações verdadeiras são aditivas, a deformação total é igual a soma dos incrementos das deformações;
- 3) A mudança do volume é relacionada com a soma das três deformações normais, e com constância no volume relativo à parcela plástica da deformação total.

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0 \quad (3.2.5)$$

Se as deformações são pequenas, então as deformações verdadeiras e de engenharia terão valores muito próximos, como:

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta l}{l_0}\right) = \ln(1 + e) \quad (3.2.6)$$

uma série de expansão resulta em

$$\varepsilon = e - \frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{3!} + \dots \quad (3.2.7)$$

então se $e \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow e$.

A figura 3.7 mostra um pequeno elemento não deformado, $ABCD$, e assumindo que este elemento seja deformado para $A'B'C'D'$ onde os deslocamentos são mostrados como u e w .

Deformações normais são relacionadas para tração e deformação ao comprimento inicial, e deformações de cisalhamento são definidas em termos de distorção angular.

A deformação normal na direção x e em definição,

$$e_{xx} = \frac{A'C' - AC}{AC} = \frac{A'C'}{AC} - 1 \quad (3.2.8)$$

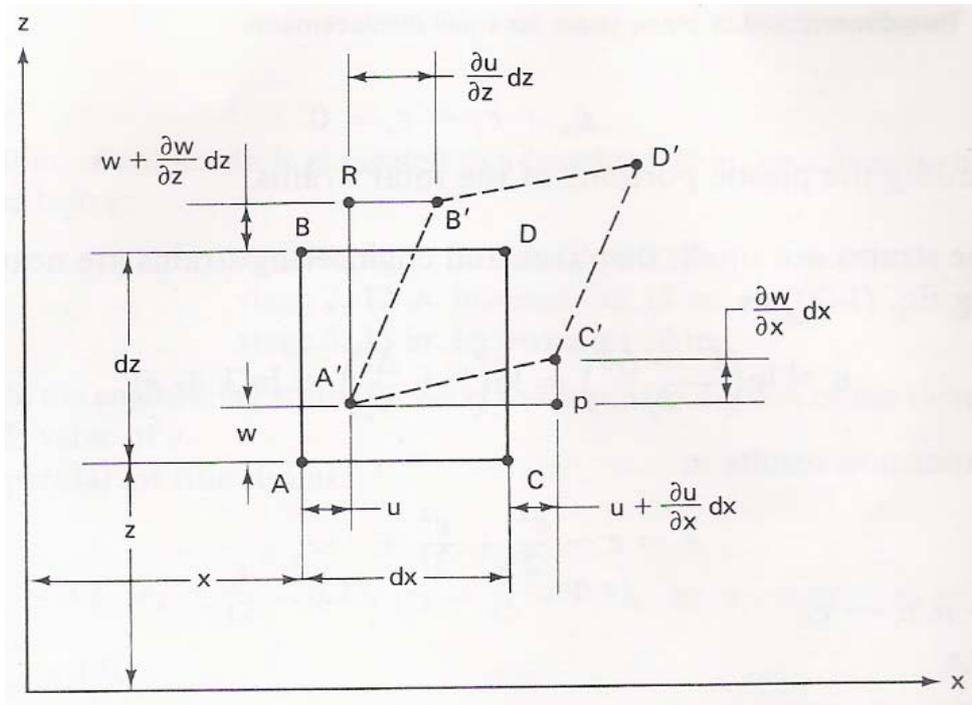


Figura 3.7 - Deformação plana envolvendo pequenas distorções. Fonte 3, p. 16.

Considerando que para pequenas deformações, $A'P \approx A'C'$ e $\tan \angle PA'C' \approx \angle PA'C'$.

$$e_{xx} \approx \frac{A'P}{AC} - 1 = \frac{dx - u + u + \frac{\partial u}{\partial x} dx}{dx} - 1 \quad (3.2.9)$$

ou

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.2.10)$$

Uma análise similar daria $e_{zz} = \partial w / \partial z$ e, para situação tridimensional, teríamos $e_{yy} = \partial v / \partial y$ onde v é o deslocamento na direção y .

Deformações de cisalhamento são associadas com distorções angulares mostradas como $RA'B'$ e $PA'C'$. Novamente, para pequenas deformações,

$$\angle PA'C' \approx \arctan \frac{\frac{\partial w}{\partial x} dx}{A'P} = \arctan \frac{\frac{\partial w}{\partial x} dx}{dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx} \quad (3.2.11)$$

ou

$$\angle PA'C' \approx \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \text{desde que } \frac{\partial w}{\partial x} \ll 1 \quad (3.2.12)$$

Da mesma forma mostraria que o ângulo $RA'B' = du/dz$ e a deformação de cisalhamento total é a soma destes ângulos ou,

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.2.13)$$

Para a situação tridimensional, e usando uma troca de considerações, as outras deformações de cisalhamento são,

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{e} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.2.14)$$

3.2.1. O tensor deformação

Como o tensor de tensões mostrado em (3.1.4), uma forma similar pode ser usada para as deformações, como,

$$e_{ij} = \begin{vmatrix} e_{xx} & e_{yx} & e_{zx} \\ e_{xy} & e_{yy} & e_{zy} \\ e_{xz} & e_{yz} & e_{zz} \end{vmatrix} \quad (3.2.15)$$

Quando deformações são pequenas, como em deformações elásticas, ou se o incremento $d\varepsilon$ for usado em (3.2.15), deformações verdadeiras formarão vários tensores.

Em grandes deformações, contudo, as distorções causadas em uma componente de deformação afetam outra componente de deformação ocasionando em erros na análise do tensor.

Além disso, o tensor de deformação de cisalhamento e_{xy} é igual a $\frac{1}{2}\gamma_{xy}$, conforme a figura 3.8.

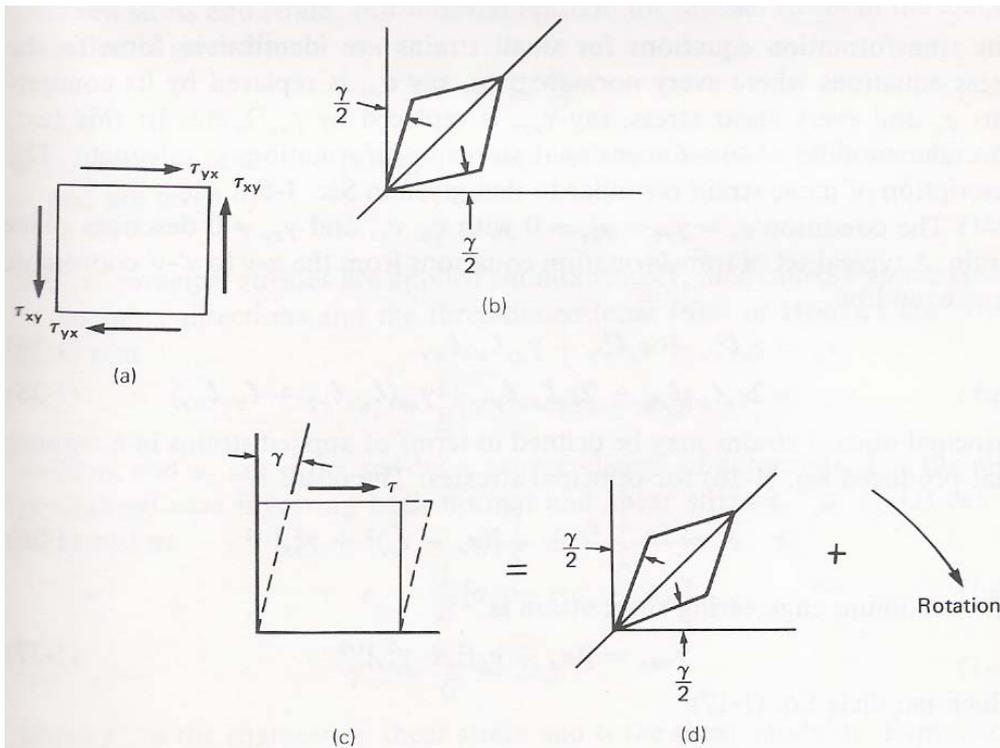


Figura 3.8 - Ilustração mostrando que o cisalhamento puro (a e b) está relacionado ao cisalhamento puro (c) mais uma rotação (d). Fonte 3, p. 17.

Se, como em (3.7-a), um elemento for submetido a um estado de cisalhamento puro, a distorção produzida causa mudanças angulares iguais como mostrado em (3.7-b). Desde que a deformação de cisalhamento de engenharia for γ , a deformação de cisalhamento associada com as faces adjacentes será $\gamma/2$, como mostrado.

A componente de deformação de cisalhamento paralela à τ_{xy} deve ser $\gamma/2$ e não a deformação de cisalhamento total γ . Outra forma de indicar isto é mostrando em (3.7-c e 3.7-d), onde o cisalhamento simples é equivalente ao cisalhamento puro mais uma rotação. Mas, uma componente do tensor, como e_{xy} da equação (3.2.15), é definida como,

$$e_{xy} = \frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.2.16)$$

Sendo a notação usada como,

$$\begin{aligned} e_x &= e_{xx} \text{ (normal)} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} &= e_{xy} \text{ (cisalhamento)} \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

Sabendo que qualquer tensor de deformação cisalhante é igual a uma vez e meia a deformação cisalhante de engenharia sempre que transformações de deformações forem usadas.

3.3. Critérios de Escoamento

Os materiais dúcteis possuem uma fase de escoamento bem característica no diagrama de ensaio de tração. Já num material frágil não há praticamente escoamento (figura 3.9).

Deseja-se estabelecer critérios objetivos que permitam determinar se um corpo de material dúctil ou frágil irá falhar quando submetidos a quaisquer carregamentos.

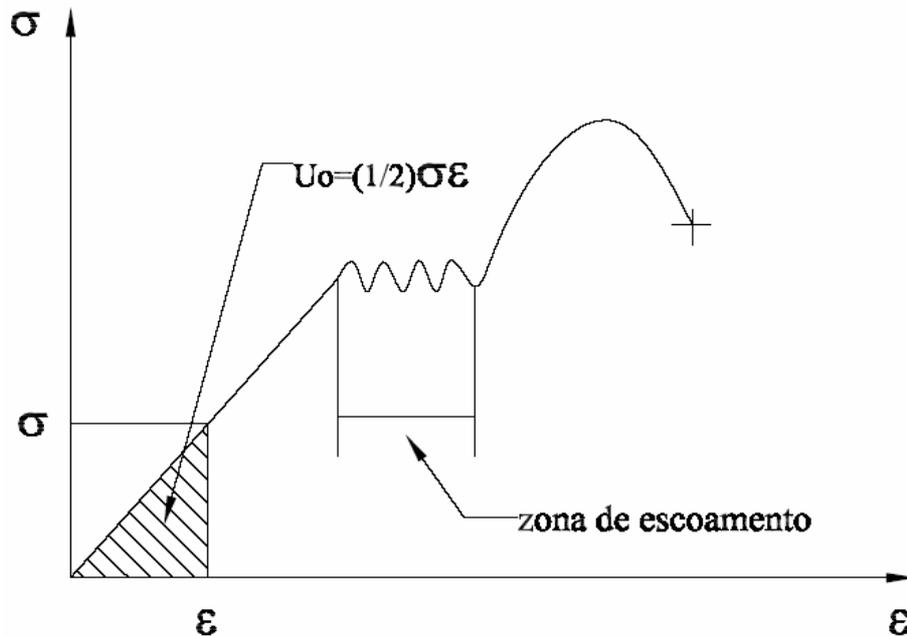


Figura 3.9 - Ensaio de tração. Fonte: Referência 2, p. 172.

3.3.1. Teoria de máxima tensão de cisalhamento (Critério de Tresca)

Essa teoria resulta da observação que em materiais dúcteis o escorregamento ocorre durante o escoamento em planos criticamente orientados. Isso sugere que a máxima tensão de cisalhamento tem um papel fundamental.

Assume-se, então, que o escoamento do material depende apenas da máxima tensão de cisalhamento no ponto.

Quando certo valor crítico τ_{cr} é atingido, o escoamento se inicia.

Quando o material está sujeito a uma tração ou compressão simples, ou seja, $\sigma_x = \pm \sigma_1$ e $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$ (figura 3.10), a tensão máxima de cisalhamento ou tensão crítica é dada por,

$$\tau_{m\acute{a}s} = \tau_{cr} = \left| \pm \frac{\sigma_1}{2} \right| \leq \frac{\sigma_{esc}}{2} \quad (3.3.1)$$

Sendo σ_{esc} a tensão de escoamento do material obtida do ensaio de tração.

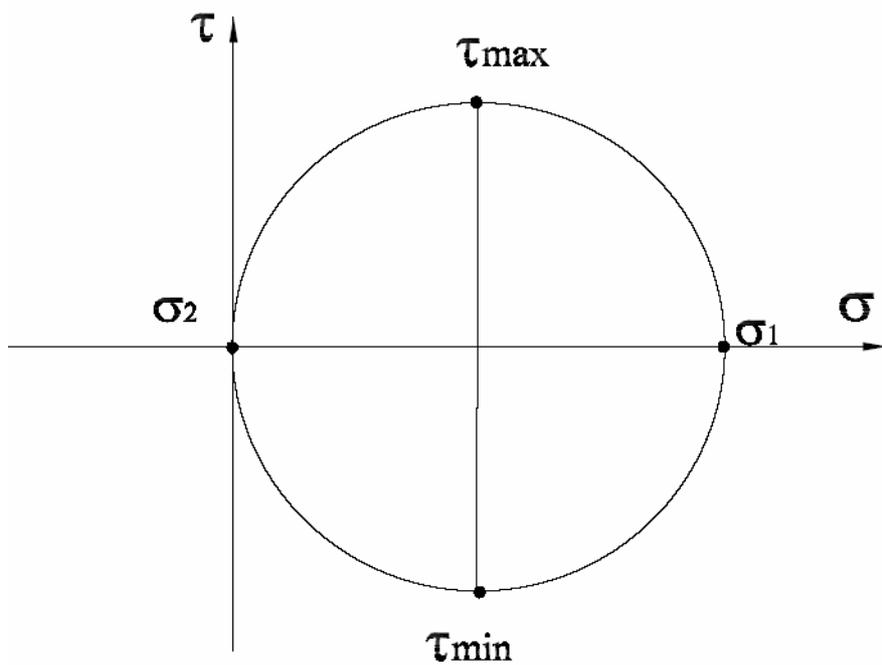


Figura 3.10 - Círculo de Mohr para $\sigma_x = \sigma_1$ e $\sigma_y = 0$. Fonte: Referência 2, p. 172.

Quando um corpo está sujeito a um estado plano de tensão, tem-se duas situações:

- 1) Para σ_1 e σ_2 com mesmo sinal, ambas positivas e $\sigma_3 = 0$ (figura 3.11):

$$\tau_{m\acute{a}s} = \left| \pm \frac{\sigma_1}{2} \right| \leq \frac{\sigma_{esc}}{2} \quad (3.3.2)$$

$$|\sigma_1| \leq \sigma_{esc} \quad (3.3.3)$$

$$|\sigma_2| \leq \sigma_{esc}$$

Ou ainda

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \leq \pm 1 \quad (3.3.4)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} \leq \pm 1$$

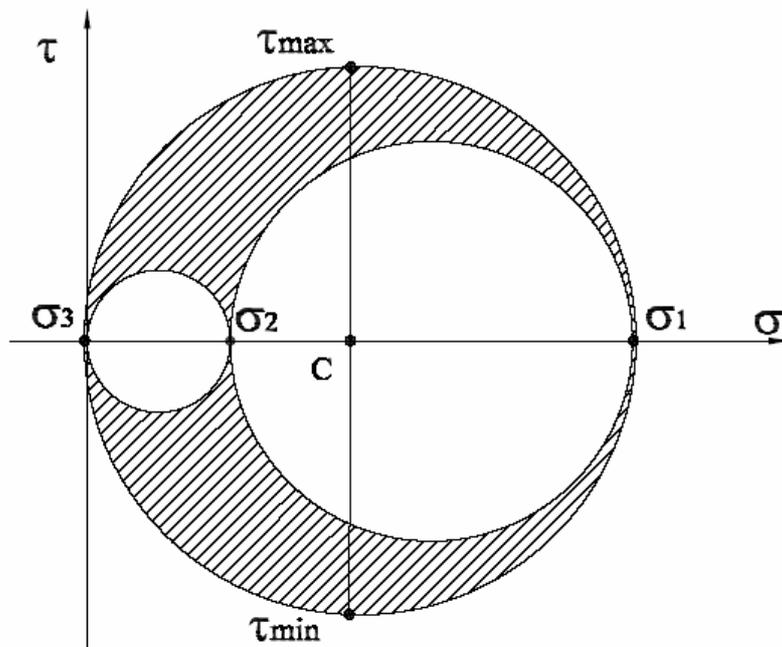


Figura 3.11 - Círculo de Mohr para $\sigma_3 = 0$ e σ_1 e σ_2 com mesmo sinal. Fonte: Referência 2, p. 173.

Quando as tensões principais σ_1 e σ_2 tiverem sinais opostos e $\sigma_3 = 0$, conforme a figura 3.12:

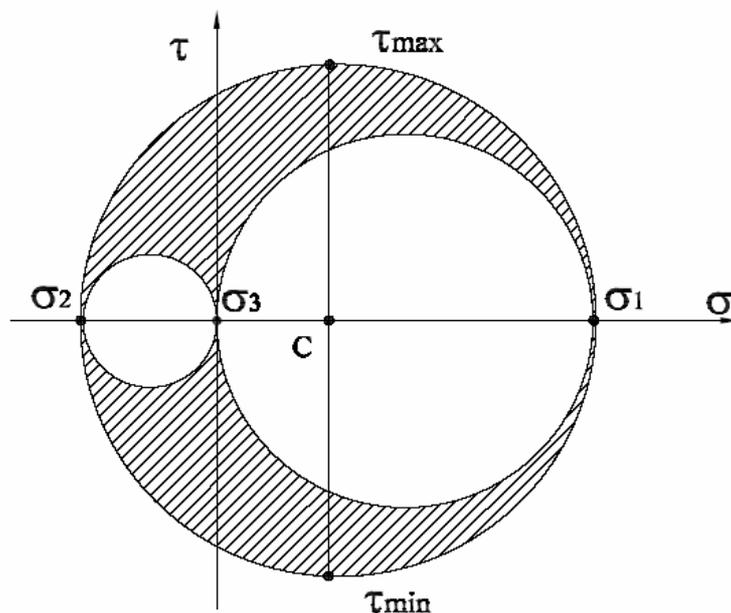


Figura 3.12 - Círculo de Mohr para $\sigma_3 = 0$ e σ_1 e σ_2 com sinais opostos. Fonte: Referência 2, p. 174.

O maior círculo passa por σ_1 e σ_2 e a tensão máxima é,

$$\tau_{m\acute{a}s} = \frac{(|\sigma_1| + |\sigma_2|)}{2} \tag{3.3.4}$$

Essa tensão máxima não pode exceder o critério de escoamento no caso de tração simples, ou seja, $(\tau_{m\acute{a}s} \leq \frac{\sigma_{esc}}{2})$. Logo,

$$\left| \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| \leq \frac{\sigma_{esc}}{2} \quad (3.3.5)$$

Então,

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} \leq \pm 1 \quad (3.3.6)$$

Colocando as condições anteriores (3.3.2 a 3.3.4 e 3.3.6) em um gráfico no plano $\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \times \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}$, como na figura 3.13, tem-se o polígono de Tresca.

Se o estado de tensão no ponto é tal, que o mesmo seja representado dentro da região do hexaedro de Tresca, o material permanece na fase elástica.

Caso o estado de tensão corresponda a um ponto sobre o contorno do hexaedro, tem-se que o material vai escoar indefinidamente.

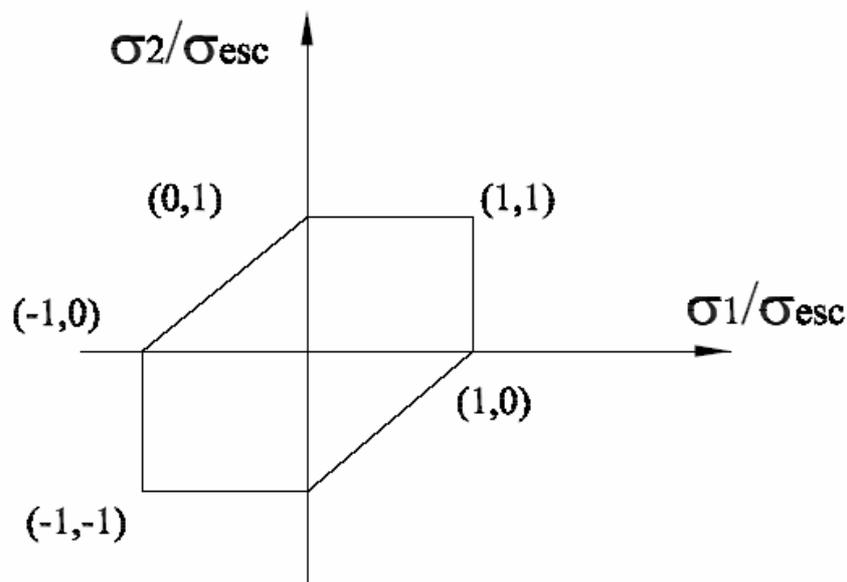


Figura 3.13 - Representação do critério da tensão máxima de cisalhamento. Fonte: Referência 2, p. 174.

O critério de Tresca é insensível à superposição de um estado hidrostático de tensão $(\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3)$. Ocorre apenas uma translação dos círculos de Mohr.

No caso geral de tensão, deve-se tomar a maior diferença entre as tensões principais e verificar se a mesma não irá exceder a tensão de escoamento do material.

Define-se, então, a tensão equivalente de Tresca da seguinte maneira:

$$\sigma_{tresca} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_2 - \sigma_3|) \quad (3.3.7)$$

O material permanece na fase elástica se:

$$\sigma_{tresca} < \sigma_{esc} \quad (3.3.8)$$

A tensão equivalente de Tresca será:

$$\sigma_{tresca} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3.3.9)$$

3.3.2. Teoria da Máxima Energia de Distorção (Critério de von Mises)

Aplica-se também para materiais dúcteis. Considere o estado de tensão em um ponto dado em função das direções principais,

$$[T] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (3.3.10)$$

O tensor acima pode ser reescrito na seguinte forma:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_p & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_p & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_1 - \sigma_p & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_p & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_p \end{bmatrix} \quad (3.3.11)$$

Com

$$\sigma_p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (3.3.12)$$

O tensor descrito por σ_p é chamado de tensor esférico, hidrostático ou de dilatação. Lembre-se que a dilatação é dada por:

$$e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (3.3.13)$$

Substituindo a Lei de Hooke generalizada, ou seja,

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_3}{E} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_3}{E} \\ \varepsilon_3 &= \frac{\sigma_3}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

tem-se:

$$e = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \frac{3(1-2\nu)}{E} \sigma_p \quad (3.3.15)$$

O tensor dado pela diferença das tensões principais e hidrostática é chamada de tensor desviador ou de distorção.

A densidade de energia de deformação de um corpo é dada por:

$$U = \frac{1}{2}(\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) \quad (3.3.16)$$

Segundo as direções principais:

$$U = \frac{1}{2}(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) \quad (3.3.17)$$

Substituindo a lei de Hooke generalizada na expressão anterior e simplificando:

$$U = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \quad (3.3.18)$$

A densidade de energia de deformação da parcela de dilatação do tensor de tensões é obtida substituindo $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_p$ na expressão anterior. Logo,

$$U_{dilat} = \frac{3(1-2\nu)}{E} \sigma_p^2 = \frac{(1-2\nu)}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (3.3.19)$$

Subtraindo (3.3.19) da energia total dada pela equação (3.3.18), obtém-se a energia de distorção, U_{dist} . Lembrando que $G = E / 2(1+\nu)$, vem que

$$U_{dist} = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3.3.20)$$

De acordo com a teoria da máxima energia de distorção, o material em um estado geral de tensão irá escoar quando a energia de distorção anterior for igual a energia de distorção máxima obtida em um ensaio de tração.

No ensaio uniaxial de tração, tem-se $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ e o escoamento se inicia quando $\sigma_1 = \sigma_{esc}$. Logo, a energia de distorção máxima no ensaio de tração é:

$$U_{1d} = \frac{2\sigma_{esc}^2}{12G} \quad (3.3.21)$$

Igualando (3.3.20) e (3.3.21), tem-se:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{esc}^2 \quad (3.3.22)$$

Para um estado plano de tensão, tem-se que $\sigma_3 = 0$ e a expressão anterior simplifica-se para:

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \cdot \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right)^2 = 1 \quad (3.3.23)$$

A expressão anterior representa a equação de uma elipse no plano $\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \times \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}$ conforme figura 3.14.

Qualquer estado de tensão cuja representação seja um ponto no interior da elipse, tem-se que o material se comporta elasticamente. Pontos no contorno da elipse implicam que ocorre escoamento do material. No descarregamento, o material comporta-se elasticamente.

Essa teoria também não prediz resposta do material quando estados de tensões hidrostáticos de tensão são adicionados, pois apenas diferenças entre as tensões estão envolvidas na equação (3.3.20). Assim, adicionando-se tensões constantes não se altera a condição de escoamento.

A partir de (3.3.22), define-se a tensão equivalente de Von Mises como:

$$\sigma_{eqv} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3.3.24)$$

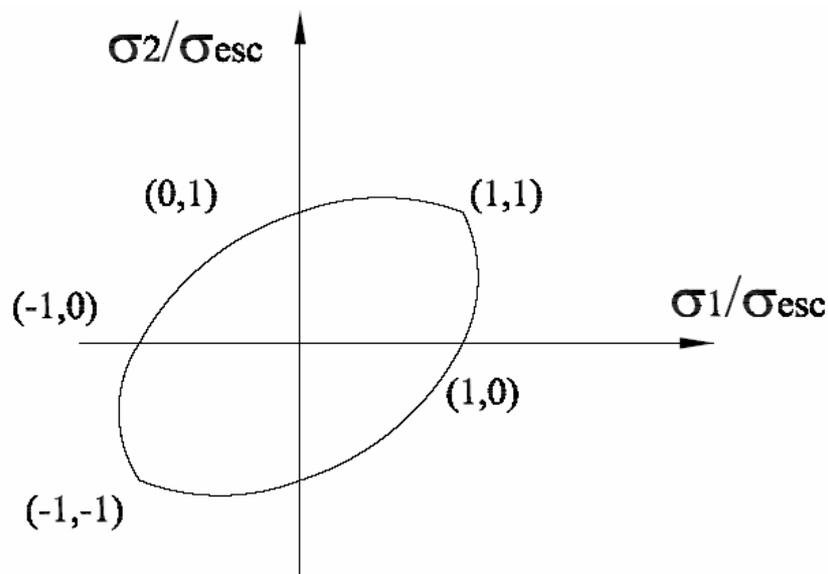


Figura 3.14 - Gráfico para a máxima energia de distorção.
Fonte: Referência 2, p. 178.

O material permanece na fase elástica se:

$$\sigma_{eqv} = \sigma_{esc} \quad (3.3.25)$$

3.3.3. Comparação entre os Critérios de Tresca e von Mises para Tensão Plana

O critério de Tresca está baseado na máxima tensão de cisalhamento no ponto mais solicitado do corpo. Enquanto o critério de von Mises considera a energia causada pelas deformações cisalhantes em um corpo tridimensional.

Como as tensões cisalhantes são os principais parâmetros nos dois critérios, nota-se que existe uma grande semelhança entre os mesmos. A teoria de Tresca é mais conservadora.

A figura 3.15 ilustra o hexágono de Tresca e a elipse de von Mises para o caso de tensão plana. O escoamento do material ocorre quando o estado de tensão está nos contornos do hexágono ou da elipse.

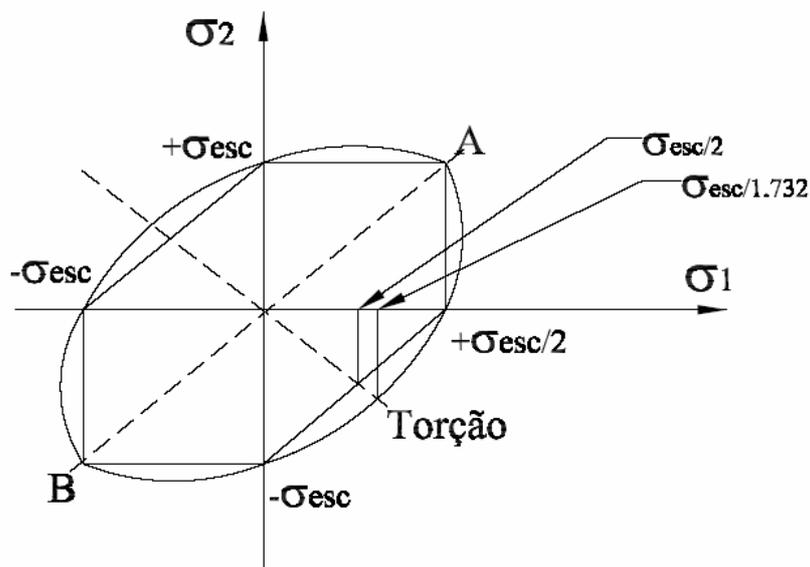


Figura 3.15 - Comparação dos critérios de escoamento de Tresca e von Mises. Fonte: Referência 2, p. 179.

As tensões uniaxiais dadas as duas teorias são as mesmas correspondendo à compressão ou tração simples.

Os critérios de escoamento no segundo e quarto quadrantes indicam menores resistências ao escoamento do que para tensões uniaxiais.

A maior discrepância ocorre quando duas das tensões principais são iguais, mas com sinais opostos, ou seja, para $\pm\sigma_1 = \mp\sigma_2$. Esse estado de tensão ocorre, por exemplo, na torção de tubos de paredes finas.

Pelo critério de Tresca, essas tensões podem atingir no máximo o valor de $\sigma_{esc} / 2$.

O critério de von Mises limita essas tensões para $\sigma_{esc} / \sqrt{3} = 0,577 \sigma_{esc}$.

3.3.4. Critério de Hill

Em 1979, Hill propôs um critério genérico de escoamento anisotrópico:

$$f|\sigma_2 - \sigma_3|^m + g|\sigma_3 - \sigma_1|^m + h|\sigma_1 - \sigma_2|^m + a|2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3|^m + b|2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1|^m + c|2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2|^m = 1 \quad (3.3.26)$$

Onde m é um expoente que depende do material. Fazendo uma série de associações, pode-se expressar o valor do coeficiente de anisotropia, r , em função das constantes:

$$r = \frac{2^{m-1}a + h + 2b - c}{2^{m-1}a + g - b + 2c} \quad (3.3.27)$$

Tanto o coeficiente m quanto o r são obtidos experimentalmente. Para o sistema plano de tensões, onde $\sigma_3 = 0$, temos:

$$c|\sigma_1 + \sigma_2|^m + h|\sigma_1 - \sigma_2|^m = 1 \quad (3.3.28)$$

Substituindo $h/c = 2r + 1$ e $Y^m = 1/(c + h)$, o critério poderá ser expresso por:

$$|\sigma_1 + \sigma_2|^m + (2r + 1)|\sigma_1 - \sigma_2|^m = 2(r + 1)Y^m \quad (3.3.29)$$

Quando o critério é alimentado por dados obtidos por ensaio de tração e bulge teste, o valor do expoente m assume valores entre 1,7 a 2,2.

3.4. Bandas de cisalhamento

Muitos materiais, quando inicialmente deformados, apresentam fluxo plástico uniforme, mas depois, em alguns pontos as características da deformação muda subitamente de tal forma que esta se concentra em estreitas lâminas do material, caracterizando um fluxo consideravelmente heterogêneo. Ao seccionar o material depois de deformado, essas lâminas apresentam uma aparência de bandas (figura 3.16) (WALLEY, 2007).



Figura 3.16 - Bandas de Cisalhamento. Fonte: Referência 9, p. 2.

Em muitos materiais, estas bandas são muito mais frágeis que o restante do material, portanto se a deformação continua após a formação dessas bandas, a fratura pode facilmente ocorrer ao longo delas. O trabalho desenvolvido por Zener e Hollomon em 1944 foi um marco nesse assunto, pois eles propuseram a explicação globalmente aceita nos dias de hoje dizendo que a curva de tensão-deformação dos materiais desenvolve uma inclinação negativa durante a deformação e que “para uma região que sofre mais deformação do que a região em volta, ficando enfraquecida, essa deformação continuará até que a região periférica não mais se submeta a deformação” (WALLEY, 2007).

No artigo de Walley em 2007 relata alguns processos que também formam bandas de cisalhamento, porém por deformação a quente. Nele, Walley destaca a afirmação feita por Johnson que a primeira observação de linhas de calor (bandas de cisalhamento) foi relatada por Henri Tresca em 1878, conforme figura 3.17.

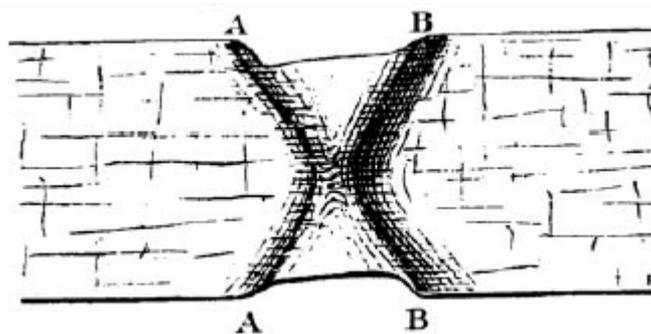


Figura 3.17 - Representação de bandas de cisalhamento em uma barra de liga de Fe durante forjamento. Fonte: Referência 9, p.2.

Geralmente, verifica-se na literatura, que esse fenômeno é muito estudado considerando processos de deformação por compressão através de trabalho a quente e altas taxas de deformação. Um exemplo está exposto na figura 3.18, que mostra um corpo de prova submetido à compressão com alta taxa de deformação, cuja a seção fica dividida em regiões que contêm diferentes taxas de deformação, formando as bandas de cisalhamento.

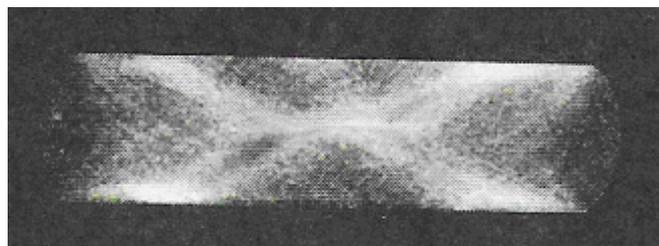


Figura 3.18 - Seção de um corpo de prova do Ti-6Al-2Sn-4Zr-2Mo-0, submetido à compressão em alta temperatura e alta taxa de deformação para visualização das bandas de cisalhamento. Fonte: Referência 1, p. 381.

Num corpo tracionado uniaxialmente, a estricção começa numa região de instabilidade plástica, onde o aumento da resistência devido ao encruamento não é mais suficiente para compensar a diminuição da área da seção transversal do corpo em questão. Devido à atuação de uma componente hidrostática de tração no centro da região estrita, começam a se formar microcavidades a partir ou não de partículas de segunda fase, e

que, com a continuação da deformação, crescem e coalescem numa trinca central (PERTENCE, 1994). A figura 3.19 ilustra o comentário.

Uma vez que a trinca central tenha se desenvolvido, ela pode propagar-se pelo mecanismo de bandas de cisalhamento, também conhecido por lâmina ou lençol de cavidades. A concentração de tensões nas pontas da trinca promove deformação plástica localizada em bandas de cisalhamento que formam ângulos de 30 a 40 graus com o eixo de tração, como indicado na figura 3.20.

A deformação dentro das bandas de cisalhamento é muito intensa e os poros se desenvolvem no seu interior. À medida que as microcavidades dessas bandas crescem, as cavidades maiores eventualmente se unem, levando a uma fratura. Na ponta destas trincas ocorrem duas novas bandas de cisalhamento (PERTENCE, 1994). A figura 3.21 mostra o exposto acima.

Desta forma a fratura se processa através de bandas de cisalhamento, onde o mecanismo de coalescimento de poros se faz presente promovendo por sua vez novas bandas de cisalhamento. Afastando-se do plano de mínima seção transversal, a deformação plástica tende a se concentrar em novas bandas que tendem a se voltar para este plano. A fratura prossegue assim ao longo de uma trajetória em zig-zag mantendo-se, em média, no plano da seção transversal normal ao eixo de tração (PERTENCE, 1994) como mostrado na figura 3.22.

O término da fratura ocorre rapidamente ao longo da superfície que faz um ângulo de aproximadamente 45° com o eixo de tração caracterizando macroscopicamente um tipo de fratura dúctil conhecida como “taça e cone”.

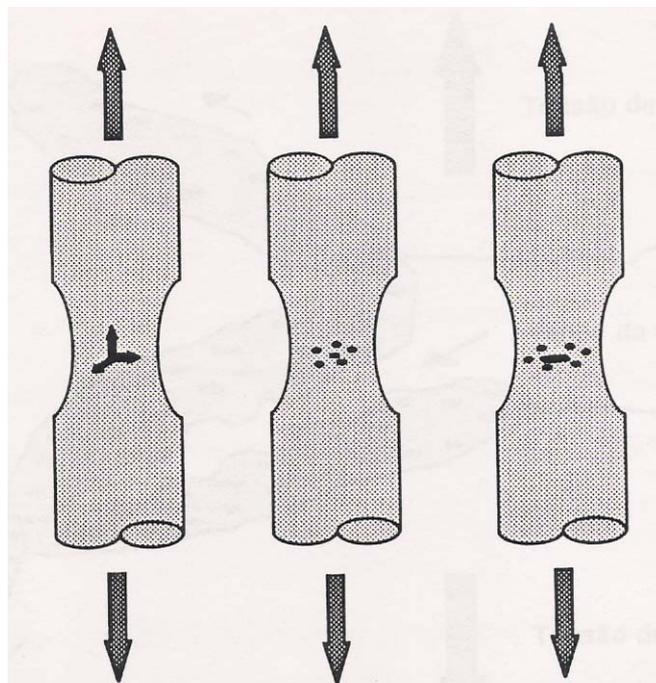


Figura 3.19 - Mecanismo de fratura dúctil pela formação e coalescimento de poros. Fonte: Referência 6, p. 31.

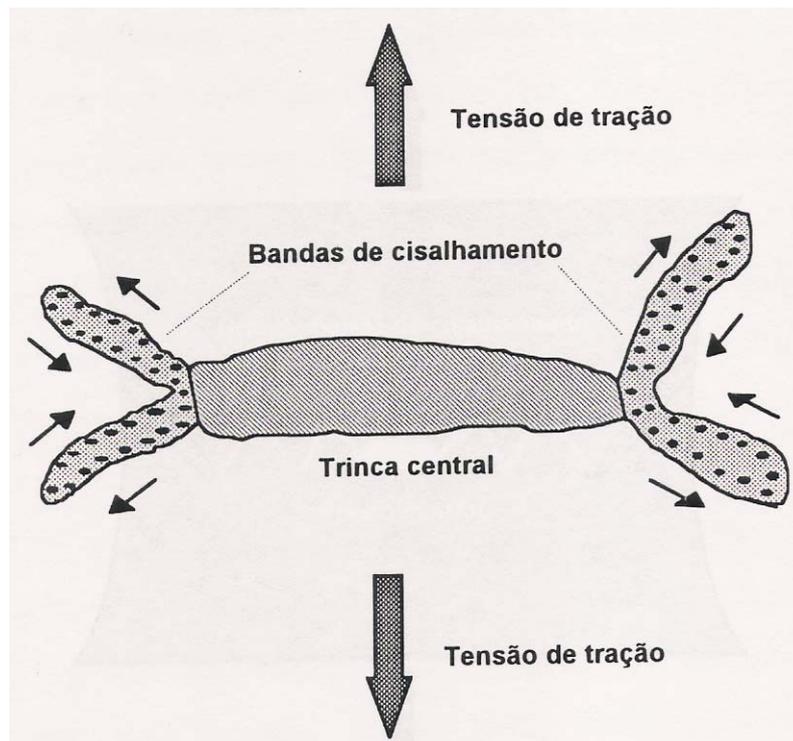


Figura 3.20 - Mecanismo de fratura dúctil pelo desenvolvimento de bandas de cisalhamento. Fonte: Referência 6, p. 31.

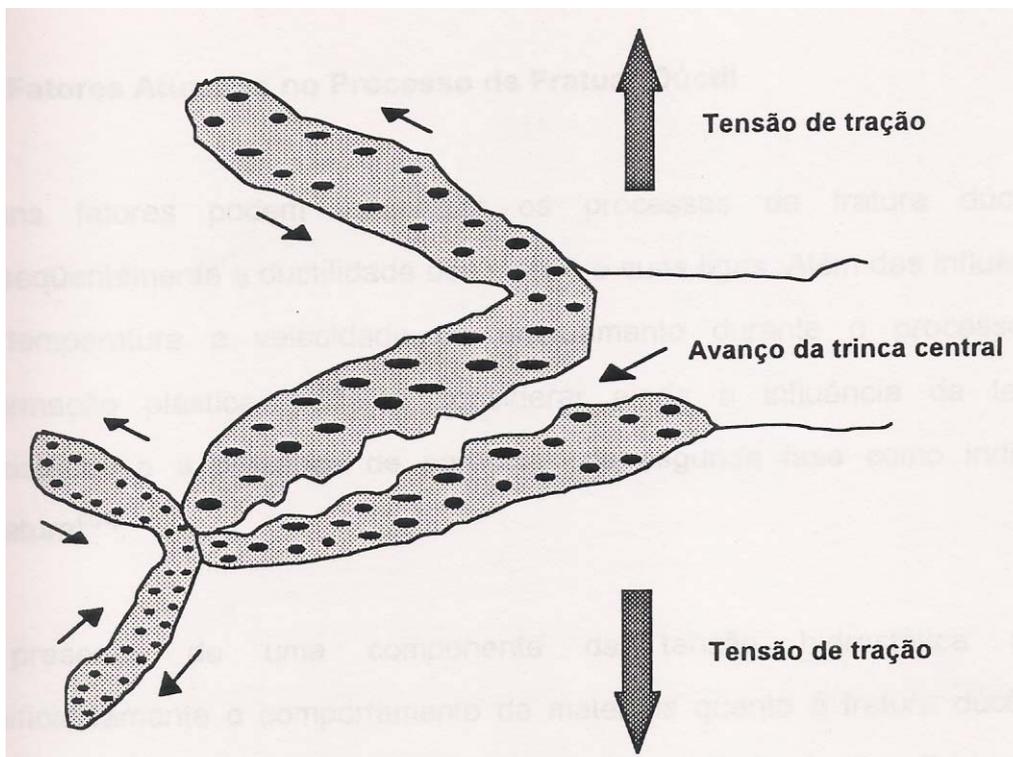


Figura 3.21 - Divisão das bandas de cisalhamento com a formação e coalescimento de poros. Fonte: Referência 6, p. 32.

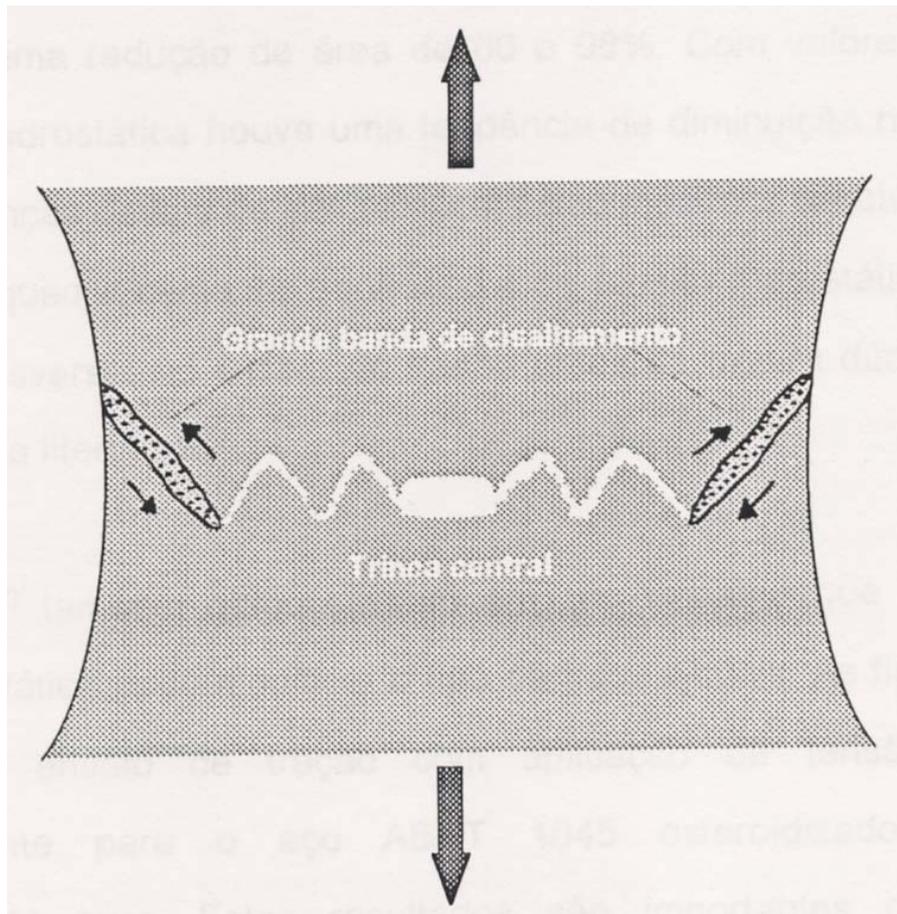


Figura 3.22 - Desenvolvimento da fratura dúctil em forma de zig-zag - Macroscopicamente uma fratura do tipo “taça-cone”. Fonte: Referência 6, p. 32.

3.5. Critérios de fratura dúctil

O nível máximo de deformação que se pode alcançar durante um processo tecnológico de deformação plástica depende da formação de macrobandas, estricções ou fraturas.

A ocorrência de estricções e fraturas pode ser analisada usando metodologias fundamentadas ora em tensões, ora em deformações. Uma das formas mais utilizadas para cumprir este requisito consiste em usar os critérios de fratura dúctil.

Os critérios de fratura dúctil para processos de deformação plástica propõem uma função capaz de traduzir o valor do dano acumulado e que depende simultaneamente dos valores da tensão e da deformação. Nestas condições, o início da fratura terá lugar quando o dano acumulado – resultante da deformação plástica – atingir um valor limite denominado dano crítico.

Em geral, os critérios que derivam deste conceito são variantes do trabalho plástico por unidade de volume,

$$W^P = \int \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} \quad (3.5.1)$$

Um destes critérios, proposto por Cockcroft e Latham, procura pôr em evidência a importância da tensão principal de tração, σ_1 , no mecanismo de fissuração, (RODRIGUES e MARTINS, 2005)

$$\int_0^{\varepsilon_f} \sigma_1 d\bar{\varepsilon} = C_0 \quad (3.5.2)$$

Do ponto de vista físico-macroscópico, este critério considera que apenas a tensão principal σ_1 tem relevância para o início da fratura dúctil. Contudo, esta hipótese poderá vir a dar origem a previsões desajustadas da realidade, sempre que as direções principais 1, 2 e 3 vão sofrendo alterações ao longo do processo de deformação plástica.

Um critério de fratura dúctil alternativo, que encontra a sua fundamentação na análise do mecanismo de crescimento de defeitos esféricos num campo de tensões triaxiais, foi proposto por Rice e Tracey da forma a seguir indicada, (RODRIGUES e MARTINS, 2005)

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \exp\left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma}\right) d\bar{\varepsilon} = C_1 \quad (3.5.3)$$

Os critérios de fratura dúctil permitem uma abordagem integrada do problema da fissuração por incorporação simultânea da influência das tensões e das deformações. Contudo, os resultados que se conseguem alcançar através da sua utilização são apenas aproximados, uma vez que os fenómenos microscópicos associados à iniciação e propagação das trincas são formulados uma vertente macroscópica através de modelos físico-matemáticos. De fato, a abordagem sistemática do problema da fratura desde a iniciação da trinca, à sua propagação e ruptura final apenas pode ser concretizada adotando metodologias que se baseiam na mecânica do dano contínuo.

3.6. Mecânica do dano

A mecânica do dano baseia-se na definição de uma variável interna e contínua de dano que permita caracterizar a deterioração que o material vai sofrendo com a deformação. Neste sentido, observa-se a figura 3.23, onde se mostra uma peça sujeita a deformação plástica, da qual foi isolado um elemento de volume genérico, com uma dimensão suficientemente grande para que possa conter vestígios de defeitos (fissuras e cavidades) em que S é a seção do elemento de volume caracterizada pela normal n' , enquanto que S_D é a parte dessa seção que somente inclui os defeitos (parte escura).

Tendo em consideração que a área que efetivamente resiste às solicitações aplicadas, \tilde{S} , vale,

$$\tilde{S} = S - S_D \quad (3.6.1)$$

Pode definir-se uma variável local de dano, D_n , relativamente à normal n' da seção do elemento de volume através da seguinte relação,

$$D_n = \frac{S_D}{S} \quad (3.6.2)$$

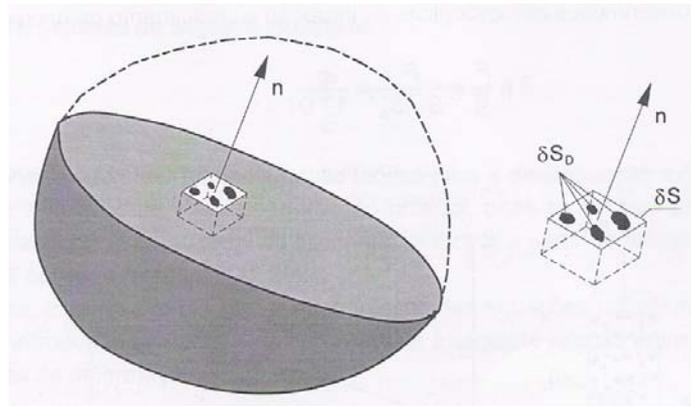


Figura 3.23 - Representação esquemática do conceito de dano para um elemento de volume. Fonte: Referência 8, p. 617.

Esta definição permite associar o significado físico da variável local de dano à porcentagem de defeitos que se encontram distribuída na seção do elemento de volume.

Nestas condições:

- $D_n = 0$ Elemento de volume sem dano;
- $0 < D_n < 1$ Elemento de volume com um determinado valor de dano;
- $D_n = 1$ Ruptura do elemento de volume em duas partes.

No caso geral do dano ter características anisotrópicas os defeitos possuem orientações preferenciais e o valor da variável local dano, D_n não depende da orientação da normal n' e, portanto,

$$D = D_n \quad (3.6.3)$$

Esta definição de dano permite reformular o conceito de tensão efetiva, de modo a explicar o valor da área que efetivamente resiste aos esforços aplicados. Considere-se, como exemplo, o caso de tração uniaxial conforme a figura 3.24,

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (3.6.4)$$

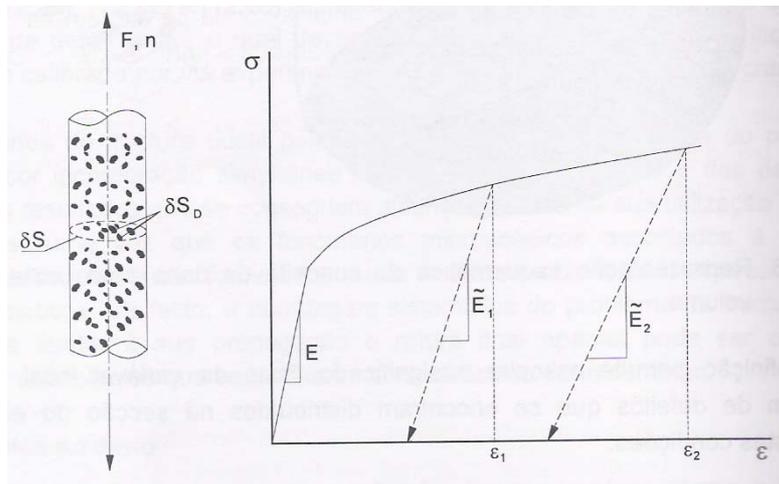


Figura 3.24 - Representação esquemática da tração uniaxial de um corpo de prova com dano. Fonte: Referência 8, p. 618.

O Símbolo $\tilde{\sigma}$ representa a tensão efetiva corrigida pela incorporação de dano. É importante ressaltar que os estados de tensão compressivos dão valores da área resistente, \tilde{S} , superiores aos que se obtinham para solicitações equivalentes de tração e, portanto, podem originar situações em que o dano seja $D=0$ e $\tilde{\sigma} = \sigma$.

Na reformulação das equações constitutivas, incorporando o dano, começa por se admitir que a deformação de um material sujeito a dano poderá ser representada por intermédio das equações constitutivas do material sem dano, em que a tensão convencional é substituída pela tensão corrigida. Exemplifica-se este pressuposto para o caso particular das equações constitutivas de elasticidade linear em condições unidimensionais,

$$\varepsilon^e = \frac{\tilde{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{E(1-D)} = \frac{\sigma}{\tilde{E}} \quad (3.6.5)$$

Em que E representa o módulo de elasticidade linear do material sem dano e $\tilde{E} = E(1-D)$ pode ser interpretado como o módulo de elasticidade linear do material sujeito ao dano. O resultado anterior permite representar o valor da variável de dano, D , em função do quociente \tilde{E}/E , através da seguinte igualdade,

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (3.6.6)$$

e também permite encontrar fundamentação teórica para a determinação experimental do dano $D = f(\varepsilon^p)$ através de ensaios de tração uniaxial, onde se medem os valores dos módulos de elasticidade do material na descarga, realizada a partir de diferentes níveis de deformação total aplicada.

Finalmente, interessa referir que a reformulação das equações constitutivas de Levy-Mises com a introdução da variável de dano conduz à seguinte relação entre as tensões e as velocidades de deformação,

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}^p}{\sigma} \frac{1}{(1-D)} \sigma'_{ij} \quad (3.6.7)$$

3.7. Método dos elementos finitos

Com início na década de 50, o método dos elementos finitos foi aplicado basicamente na área de engenharia civil com os trabalhos de Turner et al (1956), Argyris et al (1960). No trabalho de Clough (1960) é que foi introduzido o termo Elementos Finitos (LANDRE, 2001).

Na conformação, a aplicação deste método surgiu na década de 60 com os trabalhos de Zienkiewicz et al (1969, 1972) e os de Kobayashi et al (1970, 1971), sendo aplicado na resolução de vários problemas elasto-plásticos planos e axissimétricos, tais como a compressão simples e a extrusão (LANDRE, 2001).

O método consiste em dividir o domínio contínuo em subdomínios, os chamados elementos, que se conectam através de nós, sendo que cada nó possui um número finito de graus de liberdade. A contribuição de cada elemento no qual o domínio foi dividido é posteriormente somada, a fim de estabelecer ao nível do contínuo a solução do problema.

Visando obter resultados mais confiáveis ao estudo da conformação, trabalhos como os de Kobayashi et al (1973), Zienkiewicz et al (1974) verificaram o fenômeno do escoamento plástico de forma análoga ao de um fluido viscoso incompressível não Newtoniano (LANDRE, 2001).

Nesta formulação as deformações elásticas são desprezadas, o que se justifica devido às elevadas deformações plásticas. Os materiais são descritos por leis rígido-plásticas ou rígido viscoplásticas e as relações tensão versus velocidade de deformação se baseiam nas equações constitutivas de Levy Mises, dadas pela relação,

$$\frac{d\varepsilon_{ij}}{\sigma_{ij}} = d\lambda \quad (3.7.1)$$

A formulação de escoamento rígido plástico é muito utilizada na análise de processos de deformação plástica na massa bidimensionais e tridimensionais e serve de base a alguns programas de elementos finitos, como por exemplo, o Deform2D.

A vantagem do método dos elementos finitos se baseia na sua versatilidade e generalidade, possibilitando o estudo de quaisquer peças independentemente da forma geométrica das matrizes e das condições de atrito existentes entre as mesmas e o material em deformação. Por outro lado o método dos elementos finitos permite obter as distribuições das principais variáveis de campo no interior das peças e nas interfaces destas com as ferramentas, conduzindo a um dimensionamento correto das peças e das ferramentas (LANDRE, 2001).

Para compreender como o método dos elementos finitos funciona em grandes deformações, deve ser consideradas equações de equilíbrio de tensões relativas a um elemento de volume genérico, cujo tensor das tensões é:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + X_i = 0 \quad (3.7.2)$$

Onde X_i representa o vetor da forças de massa.

A formulação variacional fraca da equação (3.7.2) é dada por:

$$\int_V \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \delta u_i dV + \int_V X_i \delta u_i dV = 0 \quad (3.7.4)$$

em que δu_i é uma perturbação da velocidade u_i .

Desprezando as forças de massa X_i a equação (3.7.4) pode ser escrita na forma:

$$\int_V \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \delta u_i dV = 0 \quad (3.7.5)$$

Ou ainda pode ser escrita como:

$$\int_V \sigma_{ij} \frac{\partial (\delta u_i)}{\partial x_j} dV - \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} \delta u_i) dV = 0 \quad (3.7.6)$$

Manipulando matematicamente a equação (3.7.6), ela passa a ser escrita como:

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV - \int_{S_T} \sigma_{ij} n_j \delta u_i dS = 0 \quad (3.7.7)$$

onde V representa o volume e S_T a área.

Partindo da condição que

$$\sigma_{ij} n_j = T_i \quad (3.7.8)$$

E que a tensão σ_{ij} possa ser substituída pelo tensor das tensões mais o tensor desviador, a equação (3.7.7) passa a ser escrita como:

$$\int_V \bar{\sigma} \delta \dot{\varepsilon} dV + \int_V \sigma_m \delta \dot{\varepsilon}_v dV - \int_{S_T} t_i \delta u_i dS = 0 \quad (3.7.9)$$

Partindo da condição de incompressibilidade que pode ser incorporada a equação (3.7.9) tem-se que:

$$\int_V \bar{\sigma} \delta \dot{\varepsilon} dV + \int_V \sigma_m \delta \dot{\varepsilon}_v dV + \int_V \delta \sigma_m \dot{\varepsilon}_v dV - \int_{S_T} t_i \delta u_i dS = 0 \quad (3.7.10)$$

Admitindo que a solução de problemas rígidos plásticos passa por determinar o campo de velocidades u_i cinematicamente admissível que satisfaça a condição de incompressibilidade, obedecendo as condições de contorno e minimizando o funcional, a equação (3.7.10) pode ser simplificada como:

$$\pi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\varepsilon} dV - \int_{S_T} t_i \delta u_i dS \quad (3.7.11)$$

Ou seja, que resolva a seguinte equação:

$$\delta\pi = \int_V \bar{\sigma} \delta\dot{\varepsilon} dV - \int_{ST} t_i \delta u_i dS = 0 \quad (3.7.12)$$

A discretização da equação (3.7.12) em elementos finitos levanta o problema de se encontrar funções de forma que, simultaneamente assegurem a incompressibilidade do campo de velocidades e evitem as deformações referentes a movimento de corpo rígido. Introduzindo-se o multiplicador de Lagrange (λ) tem-se:

$$\delta\pi = \int_V \bar{\sigma} \delta\dot{\varepsilon} dV + \int_V \lambda \delta\dot{\varepsilon}_V dV + \int_V \delta\lambda \dot{\varepsilon}_V dV - \int_{ST} t_i \delta u_i dS = 0 \quad (3.7.13)$$

Portanto, a técnica de elementos finitos deve ser considerado como um caso de discretização da equação (3.7.13) através da divisão do volume V em n elementos, ligados entre si por N pontos nodais (LANDRE, 2001).

3.8. Deform 2D

O DEFORM é uma ferramenta que utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF) baseado no sistema de simulação desenhado para analisar diversos processos de deformação e tratamento térmico usado em deformação de metais e processos industriais correlatos.

Através da simulação de processos em computador, esta ferramenta auxilia designers e engenheiros em:

- Reduzir a necessidade de despender ensaios físicos e redesenho de processos;
- Melhorar a concepção das ferramentas para otimizar a produção e os custos dos materiais;
- Encurtar o tempo necessário para lançar um novo produto no mercado.

A seguir são conceituados alguns parâmetros utilizados na simulação numérica utilizando o Deform 2D.

3.8.1. Controles de Iteração

Os controles de iteração especificam o critério para resolver problemas utilizando o método de elementos finitos, encontrando a solução do problema em cada passo da simulação. Para a maioria dos problemas, os valores padrão (default) são aceitáveis. Porém, se com esses valores não ocorrer a convergência necessária, eles deverão ser trocados.

Os dois principais métodos de interação são o Newton-Raphson e o Direct. O método Newton-Raphson é recomendado para a maioria dos problemas, pois geralmente ele converge em menos iterações do que outros métodos disponíveis. E com o método Direct tem-se uma conversão mais provável do que com o método Newton-Raphson, porém, geralmente requerem mais iterações para fazê-lo.

3.8.2. Dados do Material

Para que uma simulação atinja um alto nível de precisão, é importante ter uma compreensão das propriedades do material a ser utilizado para especificá-lo no Deform.

As propriedades do material que o usuário necessita especificar estão em função do tipo de material que irá utilizar na simulação.

Encontra-se no banco de dados de materiais do Deform 145 conjuntos separados por valores de tensão de escoamento. O material contém apenas dados de tensão de escoamento (dados para materiais na região plástica).

3.8.3. Fator de Penalidade

Fator de Penalidade é um grande número positivo utilizado para dificultar a velocidade de penetração de um nó através de uma superfície mestre. O valor padrão é adequado para a maioria das simulações.

3.8.4. Tempo de integração

O fator tempo de integração é o coeficiente avançado para a integração da temperatura ao longo do tempo. O seu valor deve ser entre 0,0 e 1,0.

3.8.5. Taxa de Convergência

Adota-se uma iteração da deformação para ter convergência quando os limites dos erros da velocidade e da força são satisfatórios. Os valores limites de erros da velocidade e força têm influência direta com a precisão da simulação. Quanto menores os limites, maior o tempo de simulação, porém maior será a precisão dos resultados.

3.8.6. Número de Passos

O número de passos define a quantidade de passos necessários para executar a simulação a partir do passo inicial. A simulação irá parar depois deste número de passos executados, ou se outro controle de parada for acionado para parar a simulação. Assim, se o passo inicial for -35 (NSTART), e o número de passos for igual a 30 (NSTEP), a simulação irá parar após 65 passos, a não ser que outro controle de parada seja acionado primeiro.

3.8.7. Critério de Remalha Automática

O critério de remalha automática é a forma mais conveniente para lidar com a remalha de objetos submetidos a grandes deformações plásticas. À medida que a simulação for executada, o programa executa a remalha automaticamente caso seja evidenciado alguma inconsistência na malha anterior.

3.8.8. Solução Skyline

A solução skyline utiliza o método de escalonamento em conjunto com a eliminação gaussiana para armazenar os dados da temperatura matriz. Este método é recomendado para a maioria dos problemas.

4. METODOLOGIA

Neste capítulo, está descrita toda a metodologia utilizada no desenvolvimento deste trabalho, desde a caracterização do material utilizado, suas propriedades mecânicas, o levantamento das bandas de cisalhamento desse material, bem como a simulação numérica e o ensaio metalográfico realizado nos corpos de prova especiais.

4.1. Material Utilizado

O material utilizado nos experimentos foi o aço carbono SAE 1006, recebido conforme mercado sem tratamento de qualquer natureza por meio de corte a laser, cuja composição química está descrita na tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Composição Química do Material.

Item	Elemento	Teor (% peso)
1	C	0,03
2	Si	0,04
3	Mn	0,29
4	P	0,024
5	S	0,010
6	Al	0,080
7	Cu	0,01
8	Nb	0,003
9	V	0,001
10	Ti	0,002
11	Cr	0,02
12	Ni	0,02
13	Mo	0,00
14	Sn	0,002
15	N	0,0050
16	B	0,0002
17	Sb	0,00

Fonte: Certificado de Inspeção nº 1915569 disponibilizado pelo Fabricante.

4.2. Propriedades Mecânicas do Material

Para determinação das propriedades mecânicas do material foram levantados o coeficiente de anisotropia e a curva de escoamento.

4.2.1. Anisotropia

Para obter o coeficiente de anisotropia do material utilizado foi realizado ensaio de tração em seis corpos de prova, sendo dois coletados em cada direção de laminação: 0°, 45° e 90°. Para determinar a deformação na largura e comprimento foi adotado o seguinte procedimento em cada direção de laminação, conforme os passos a seguir.

- 1- Traçagem da malha em cada corpo de prova, conforme a figura 4.1;

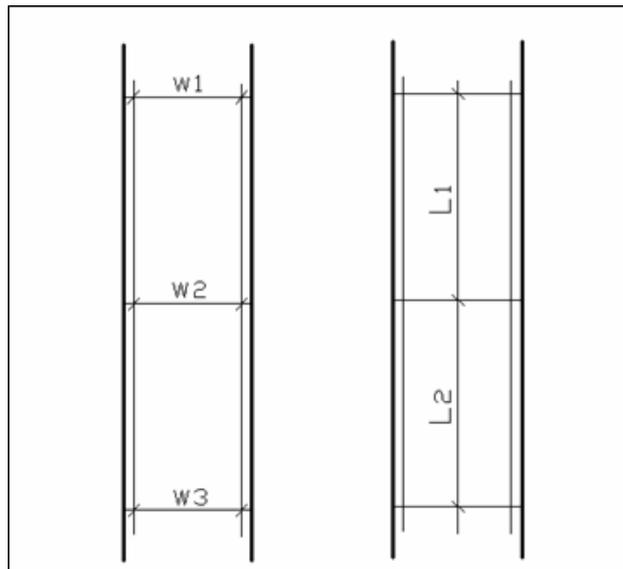


Figura 4.1 - Malha traçada nos corpos de prova para o levantamento da anisotropia do material utilizado.

- 2- Medição dos comprimentos e larguras iniciais. As medições foram feitas utilizando um medidor óptico Mitutoyo TM do laboratório de metrologia do Departamento de Engenharia Mecânica da UFMG, equipado com micrômetro digital com resolução 0,001 mm, conforme figura 4.2.



Figura 4.2 - Medidor óptico Mitutoyo TM do laboratório de metrologia do Departamento de Engenharia Mecânica da UFMG, equipado com micrômetro digital com resolução 0,001 mm.

- 3- Ensaio de Tração;
- 4- Medição dos comprimentos e larguras finais;
- 5- Cálculo das deformações no comprimento e na largura dos corpos de prova; e
- 6- Cálculo dos coeficientes de anisotropia (r).

Considerando, coeficiente 0 (zero) para dimensões iniciais e f para finais temos:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{wi} &= \ln \frac{wi_f}{wi_0} & \therefore \quad \bar{\varepsilon}_w &= \frac{\varepsilon_{w1} + \varepsilon_{w2} + \varepsilon_{w3}}{3} \\ \varepsilon_{Li} &= \ln \frac{Li_f}{Li_0} & \therefore \quad \bar{\varepsilon}_L &= \frac{\varepsilon_{L1} + \varepsilon_{L2}}{2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$r_{direção} = -\frac{\bar{\varepsilon}_w}{\bar{\varepsilon}_w - \bar{\varepsilon}_L}$$

Sendo:

wi_f = Larguras finais;

wi_0 = Larguras iniciais;

Li_f = Comprimentos finais;

Li_0 = Comprimentos iniciais;

$\bar{\varepsilon}_w$ = Deformação média na largura;

$\bar{\varepsilon}_L$ = Deformação média no comprimento;

$r_{direção}$ = Coeficiente de anisotropia nas direções de laminação.

Os corpos de prova para levantamento da anisotropia em cada direção de laminação foram construídos de acordo com a figura 4.3.

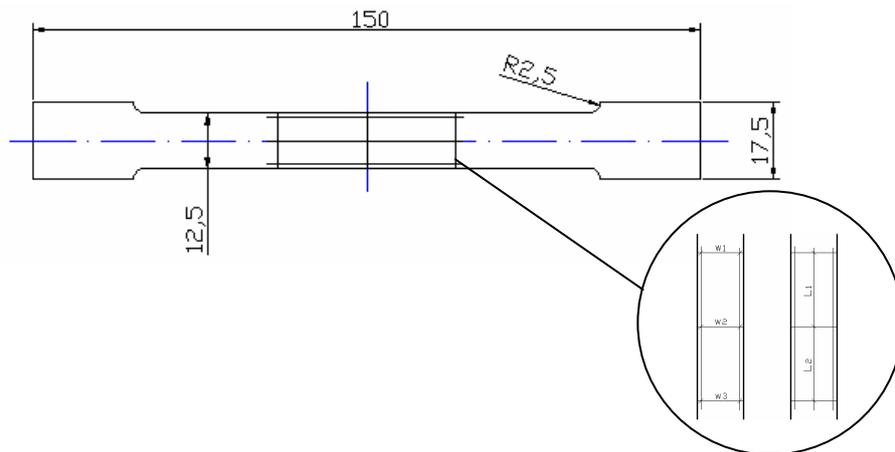


Figura 4.3 - Corpo de prova para levantamento da anisotropia do material. Todas as dimensões estão em mm. Fonte: Referência 7, p. 31.

4.2.2. Curva de Fluxo

Os corpos de prova para o levantamento da curva de fluxo foram construídos conforme figura 4.4 submetidos a ensaio de tração a temperatura ambiente com velocidade de deformação constante igual a 50 mm/min. Os ensaios foram realizados numa máquina de ensaios universal SHIMADZU do Departamento de Engenharia Mecânica da UFMG, modelo Autograph AG-IS 100 kN com sistema de controle e aquisição de dados TRAPEZIUM 2 e extensômetro axial eletrônico SHIMADZU modelo SG50-100 de 50 mm e célula de carga de 100 kN. As figuras 4.5 e 4.6 mostram a máquina de ensaio e o extensômetro.

Após os ensaios, foram calculados os valores da deformação plástica verdadeira, ε_p e tensão verdadeira, σ para cada corpo de prova. De posse desses valores foi construído o gráfico σ , x ε_p denominada curva de fluxo do material.

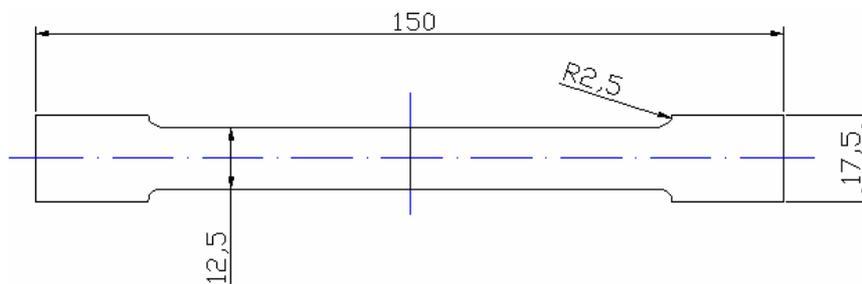


Figura 4.4 - Corpo de prova para levantamento da curva de fluxo do material. Todas as dimensões estão em mm. Fonte: Referência 7, p. 31.



Figura 4.5 – Máquina de ensaio universal do DEMEC/UFMG.

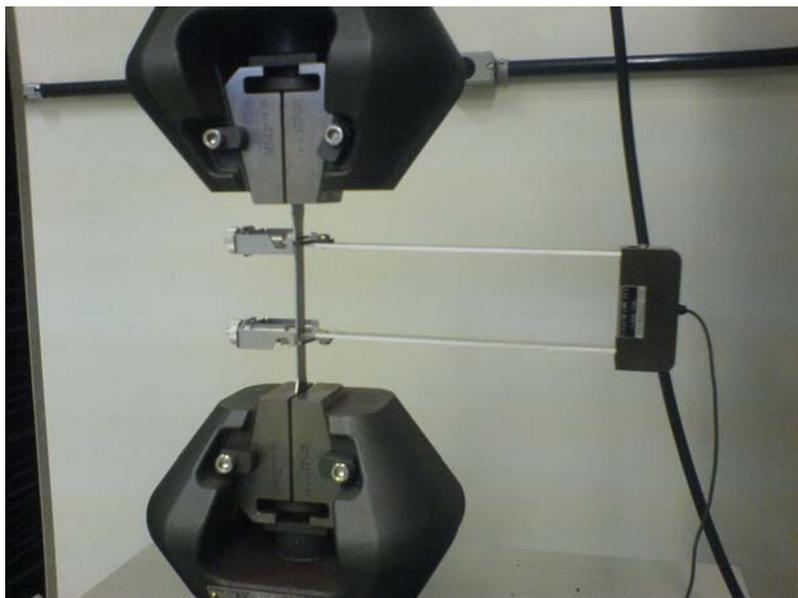


Figura 4.6 – Ensaio de tração com utilização de extensômetro axial eletrônico SHIMADZU modelo SG50-100 de 50 mm.

Após o cálculo de σ e ε_p , pôde-se encontrar o valor de k , coeficiente de resistência, e n , coeficiente de encruamento através de uma regressão linear dos pontos medidos experimentalmente, pois n é a inclinação da reta do gráfico com escala logarítmica e k é o coeficiente de proporcionalidade, conforme figura 4.7.

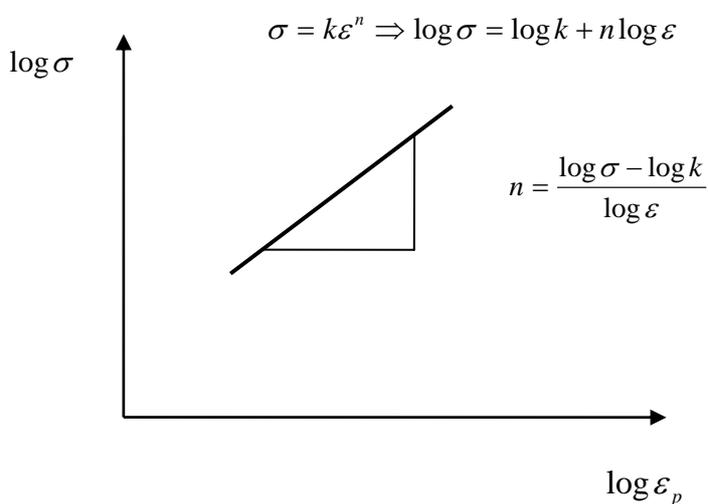


Figura 4.7 – Gráfico $\log \sigma \times \log \varepsilon$ para determinação do coeficiente de encruamento n . Fonte: Referência 7, p. 35.

A reta $\log \sigma = f(\log \varepsilon_p)$ foi obtida utilizando o intervalo a partir de 10% da deformação plástica até a estricção.

Portanto, com a regressão linear para determinação da equação $\sigma = k\varepsilon^n$, foram obtidos os valores de k e n do material nas três direções de laminação.

4.3. Levantamento das bandas de cisalhamento

Foram propostos pelo autor três corpos de prova com entalhes especiais objetivando provocar a formação de bandas de cisalhamento, conforme figuras 4.8, 4.9 e 4.10.

Foram realizados os ensaios de tração até a ruptura dos corpos de prova. Após os ensaios de tração foi realizado o ensaio metalográfico nos corpos de prova rompidos para identificação das bandas de cisalhamento.

Utilizando os dados referentes à região plástica, coletados nos ensaios de tração, foram realizadas as simulações numéricas do ensaio, comparando com os resultados obtidos experimentalmente. Os corpos de prova especiais para o levantamento das bandas de cisalhamento foram construídos conforme a seguir:

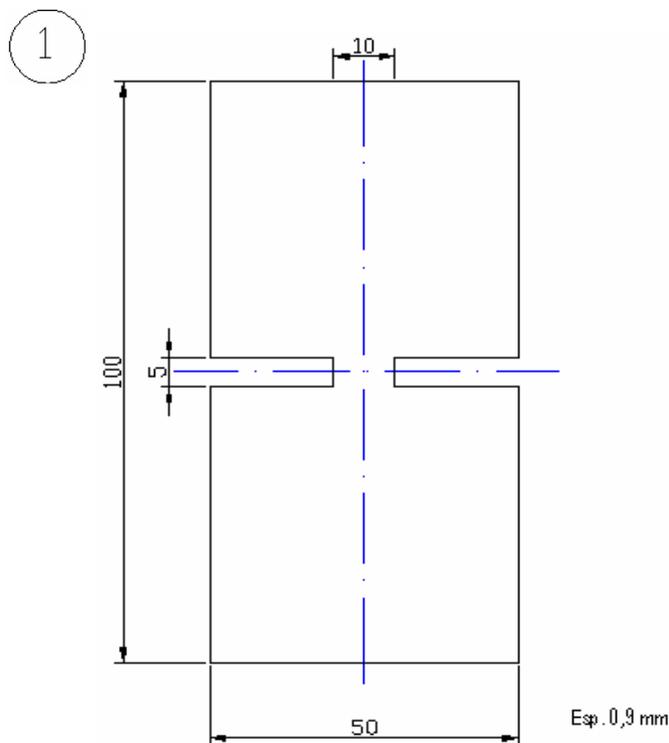


Figura 4.8 - Corpo de Prova entalhado 1 para análise da formação de Bandas de Cisalhamento em tração uniaxial. Todas as dimensões estão em mm.

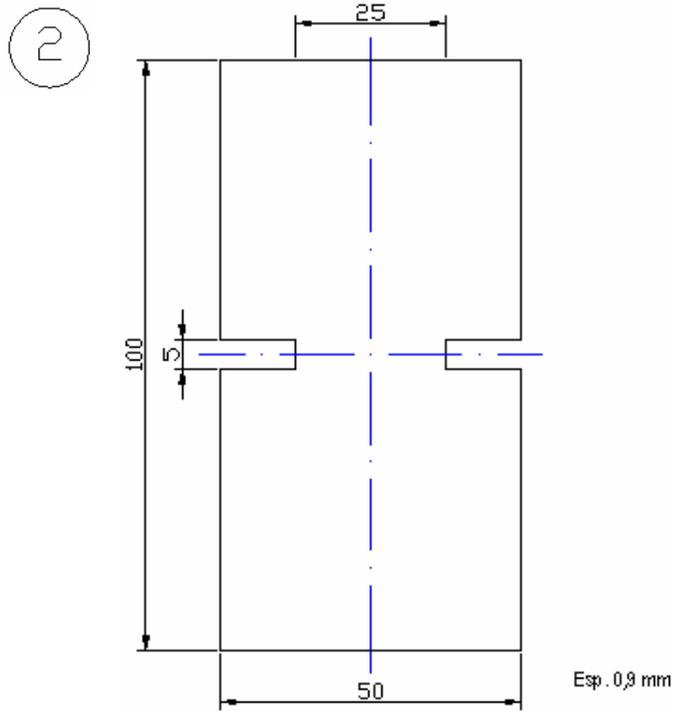


Figura 4.9 - Corpo de Prova entalhado 2 para análise da formação de Bandas de Cisalhamento em tração uniaxial. Todas as dimensões estão em mm.

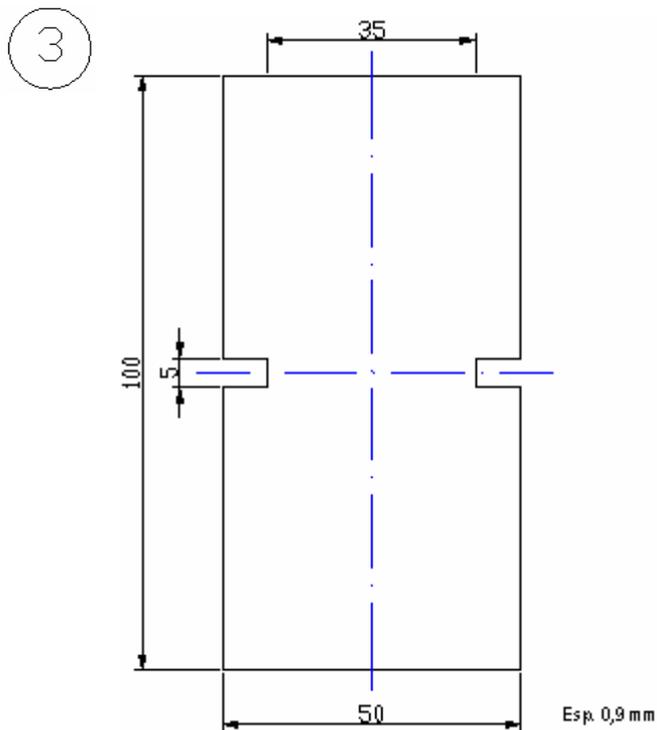


Figura 4.10 - Corpo de Prova entalhado 3 para análise da formação de Bandas de Cisalhamento em tração uniaxial. Todas as dimensões estão em mm.

Após o rompimento dos corpos de prova, foram realizadas medições das larguras dos entalhes no ponto da ruptura, utilizando paquímetro universal com resolução de 0,05 mm. As medidas encontradas foram comparadas com as medidas dos modelos em cada passo da simulação numérica visando definir entre quais passos ocorreu a ruptura.

Espera-se obter melhor visualização das bandas de cisalhamento no CP 2 após a análise da formação das bandas de cisalhamento nos três tipos de corpos de prova.

Isto porque, provavelmente o CP 1 irá se romper antes da formação das bandas e o CP 3 não deverá direcionar à formação das bandas devido à profundidade do entalhe ser pequena.

4.4. Simulação Numérica

Os desenhos dos corpos de prova foram feitos utilizando o software comercial Solidworks, do Laboratório de Projetos Mecânicos do Departamento de Engenharia Mecânica da UFMG. Esses desenhos foram importados para o software comercial Deform2D, do Departamento de Metalurgia e Materiais da UFMG.

Após a importação foram feitos pequenos ajustes nos desenhos e os mesmos foram salvos em uma extensão IGS, compatível com o Deform.

Em seguida, foi gerada uma malha, conforme figura 4.11, com elementos retangulares no total de 3197 elementos e 3348 nós, podendo ser esses dados conferidos no pré-processador do programa. A partir do teste de convergência, descobriu-se que essa malha foi a que melhor gerou resultados, pois esses resultados praticamente não se alteraram nas próximas malhas.

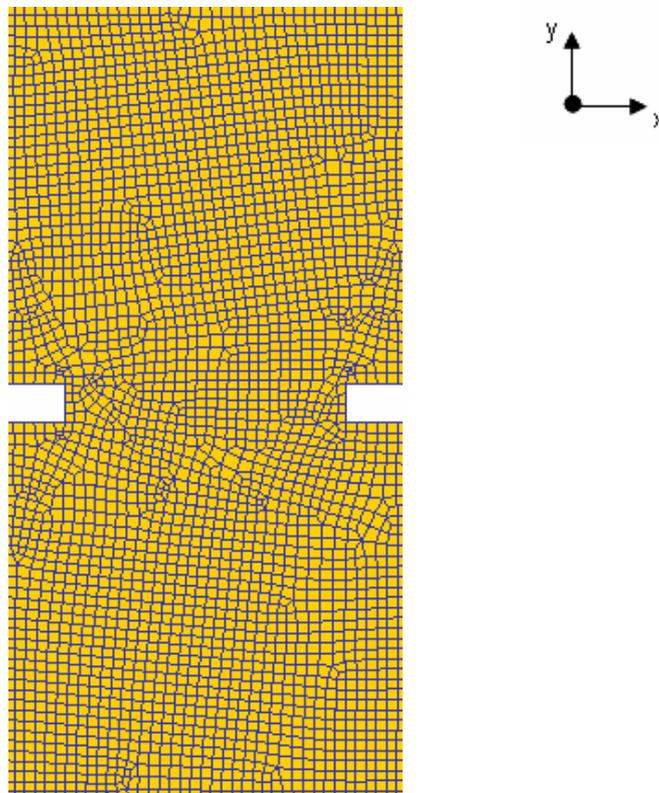


Figura 4.11 – Malha gerada no Deform2D para o CP 3 contendo 3197 elementos e 3348 nós.

A extremidade inferior apresentou restrição de movimento tanto em x quanto em y, portanto permanecendo fixa. Entretanto, a extremidade oposta apresentou apenas velocidade em y, sendo o valor igual à velocidade do cabeçote no ensaio de tração e restringida velocidade em x.

Para a simulação, foi desprezada a região elástica do material. Além disso, foram consideradas as curvas de fluxo nas três direções de laminação, importando os dados da região plástica para o aplicativo numérico.

A seguir, estão indicados alguns dados técnicos utilizados na simulação numérica.

- a) **Método de Iteração:** Newton-Raphson;
- b) **Tipo de Material:** Rígido Plástico;
- c) **Taxa de Convergência:**
 - i. Limite de erro para a força: 0,01
 - ii. Limite de erro para velocidade: 0,001
- d) **Fator de Penalidade:** $1,0 \times 10^{12}$;
- e) **Remalha:** Automática;
- f) **Numero de passos:** 200 steps;
- g) **Tempo de integração:** 0,1;
- h) **Solver empregado:** Skyline (Pois, é o mais rápido para modelos com até 30.000 elementos).

4.5. Ensaio Metalográfico

Os corpos de prova após o ensaio de tração até o rompimento foram submetidos ao ensaio metalográfico realizado no Centro Tecnológico de Fundação de Itaúna – CETEF.

O procedimento foi iniciado com o embutimento das amostras (Corpos de prova 1, 2 e 3) e o lixamento das mesmas utilizando lixas 200, 400 e 500 e, por fim, o tecido para polimento ($3 \mu m$).

Após o lixamento foi realizado o ataque para revelar a macroestrutura dos corpos de prova utilizando Iodo e o Nital 2% para revelar a microestrutura.

Após a revelação, foram observadas as estruturas e capturadas as imagens dos corpos de prova ensaiados.

5. RESULTADOS

Neste capítulo, foram explicitados os resultados obtidos para caracterização do material utilizado, com o levantamento das curvas de fluxo.

5.1. Coeficiente de Anisotropia

As medições realizadas nos corpos de prova para determinação do coeficiente de anisotropia do material, conforme a figura 4.1 e a equação (4.1), geraram as seguintes dimensões demonstradas na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Dimensões iniciais e finais da malha traçada nos corpos de prova, conforme a figura 4.1, medidas antes e após do ensaio de tração.

Dimensões Iniciais $(_0)$ [mm]						
Direção →	0°		45°		90°	
Dimensões/CPs	1	2	1	2	1	2
w1 ₀	10,390	10,305	10,403	10,418	10,441	10,260
w2 ₀	10,372	10,308	10,436	10,452	10,431	10,265
w3 ₀	10,395	10,298	10,420	10,462	10,428	10,271
L1 ₀	19,723	19,645	19,695	19,723	19,698	19,907
L2 ₀	19,848	19,928	19,880	19,922	19,873	19,656
Dimensões Finais $(_f)$ [mm]						
Direção →	0°		45°		90°	
Dimensões/CPs	1	2	1	2	1	2
w1 _f	9,838	9,757	9,920	9,909	9,823	9,700
w2 _f	9,801	9,734	9,876	9,889	9,764	9,620
w3 _f	9,788	9,737	9,881	9,931	9,807	9,653
L1 _f	22,115	22,054	22,056	22,164	22,034	22,277
L2 _f	22,250	22,349	22,273	22,289	22,231	21,993

A partir dos dados coletados e cálculos realizados, foram encontrados os valores descritos nas tabelas 5.2, 5.3 e 5.4.

Tabela 5.2 – Cálculo do coeficiente de anisotropia à 0° da direção de laminação.

Direção →	0°	
CPs Grandezas	1	2
$\bar{\varepsilon}_w$	- 0,057128	- 0,055985
$\bar{\varepsilon}_L$	0,114355	0,115164
r_0	0,998270	0,946028

Tabela 5.3 - Cálculo do coeficiente de anisotropia à 45° da direção de laminação.

Direção →	45°	
CPs Grandezas	1	2
$\bar{\varepsilon}_w$	- 0,051936	- 0,052517
$\bar{\varepsilon}_L$	0,113441	0,114477
r_{45}	0,844419	0,847595

Tabela 5.4 - Cálculo do coeficiente de anisotropia à 90° da direção de laminação.

Direção →	90°	
CPs Grandezas	1	2
$\bar{\varepsilon}_w$	- 0,062831	- 0,061026
$\bar{\varepsilon}_L$	0,112098	0,112413
r_{90}	1,275316	1,225791

5.2. Curvas tensão x deformação

As curvas de fluxo referente a cada direção de laminação, conforme gráfico 5.1 foram levantadas após o ensaio de tração em cada corpo de prova especial até o rompimento dos mesmos, bem como as curvas dos gráficos 5.2, 5.3 e 5.4 para determinação dos coeficientes k e n. Foi verificada uma melhor similaridade entre as curvas dos corpos de prova a 0° e 45° da direção de laminação.

Curvas de Fluxo 0°, 45° e 90°

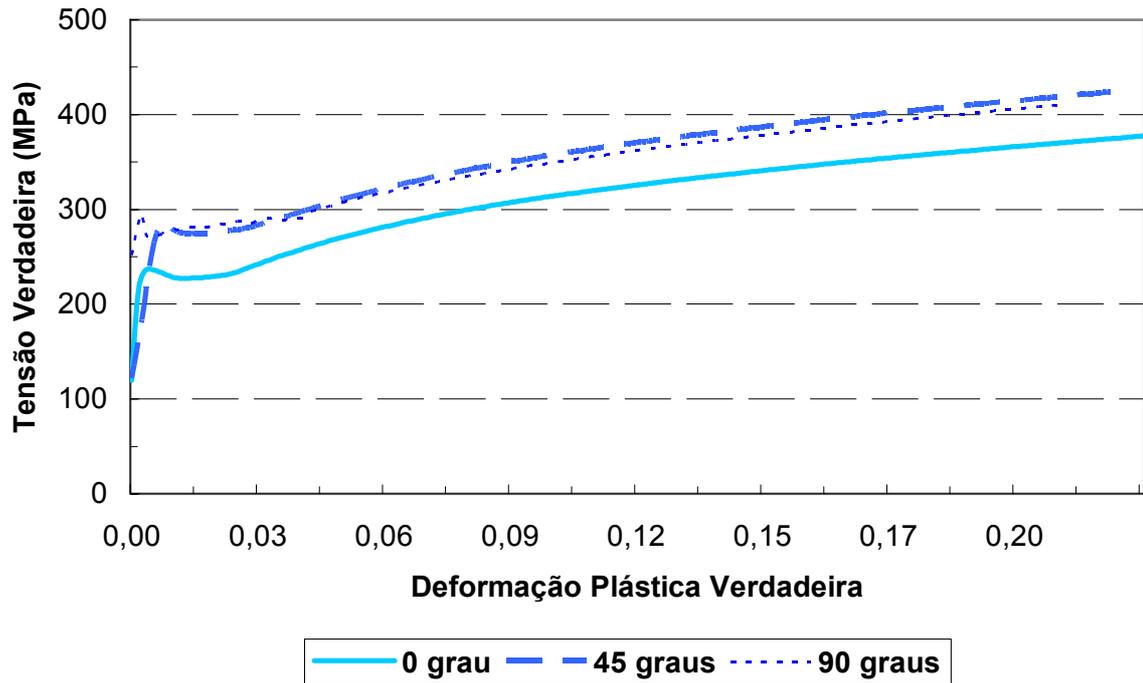


Gráfico 5.1 - Curva de Fluxo do material à 0°, 45° e 90° da direção de laminação após ensaio de tração.

Cálculo de k e n (0°)

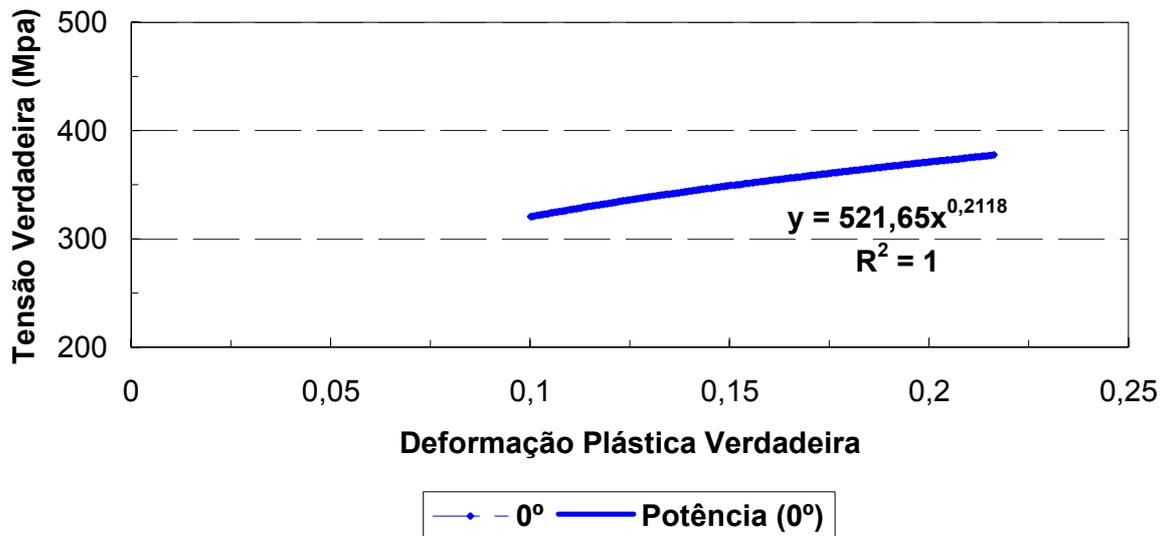


Gráfico 5.2 – Curva Tensão x Deformação Plástica Verdadeira para o cálculo de k e n do material à 0° da direção de laminação.

Cálculo de k e n (45°)

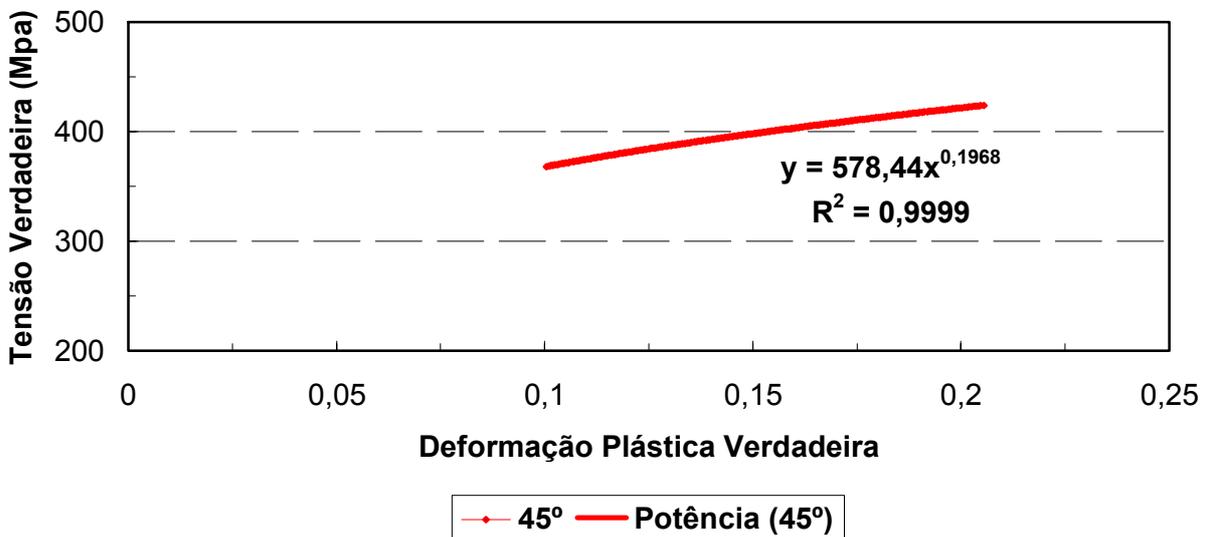


Gráfico 5.3 - Curva Tensão x Deformação Plástica Verdadeira para o cálculo de k e n do material à 45° da direção de laminação.

Cálculo de k e n (90°)

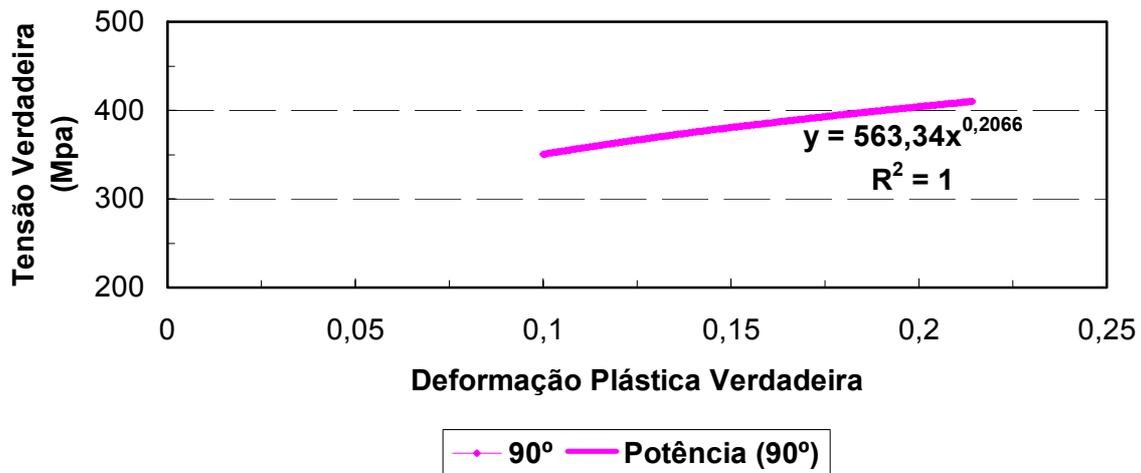


Gráfico 5.4 - Curva Tensão x Deformação Plástica Verdadeira para o cálculo de k e n do material à 90° da direção de laminação.

Na tabela 5.5 foram consolidados os valores de k e n do material nas três direções de laminação.

Tabela 5.5 – Valores de k e n do material utilizado.

0°		45°		90°	
k (MPa)	n	k (MPa)	n	k (MPa)	n
521,65	0,2118	578,44	0,1968	563,34	0,2066

O coeficiente k quantifica o nível de resistência que o material pode suportar, portanto, o corpo de prova coletado a 0° da direção de laminação apresenta menor resistência.

O coeficiente n representa a capacidade com que o material distribui a deformação, ou seja, capacidade de se deformar sem que ocorra a estrição. Portanto, o corpo de prova a 0° também se destaca por ter maior capacidade de se deformar.

Considerando os dois comentários anteriores, foi escolhido o corpo de prova a 0° da direção de laminação para a comparação entre os resultados obtidos nos ensaios físicos e na simulação numérica.

5.3. Simulação Numérica e ensaio metalográfico

Neste estudo, as análises se basearão nos formatos em “X” apresentados pelas linhas de cisalhamento. E para melhor exposição dos resultados da simulação numérica, seguem as imagens de alguns passos de cada corpo de prova simulado à 0° da direção de laminação, bem como algumas considerações acerca da formação das bandas de cisalhamento formadas a partir da análise comparativa entre as taxas de deformação efetiva e a deformação efetiva nesses corpos de prova.

Os símbolos contidos nas imagens (Δ e \square) são, respectivamente, os valores de máximo e mínimo da grandeza observada, neste caso, taxa de deformação e deformação efetiva.

A) Corpo de Prova 1 a 0° da direção de laminação:

Passo 10:

As figuras 5.1 e 5.2 mostram que ocorreu uma deformação não muito heterogênea em toda área do entalhe, não caracterizando formação de bandas cisalhantes.

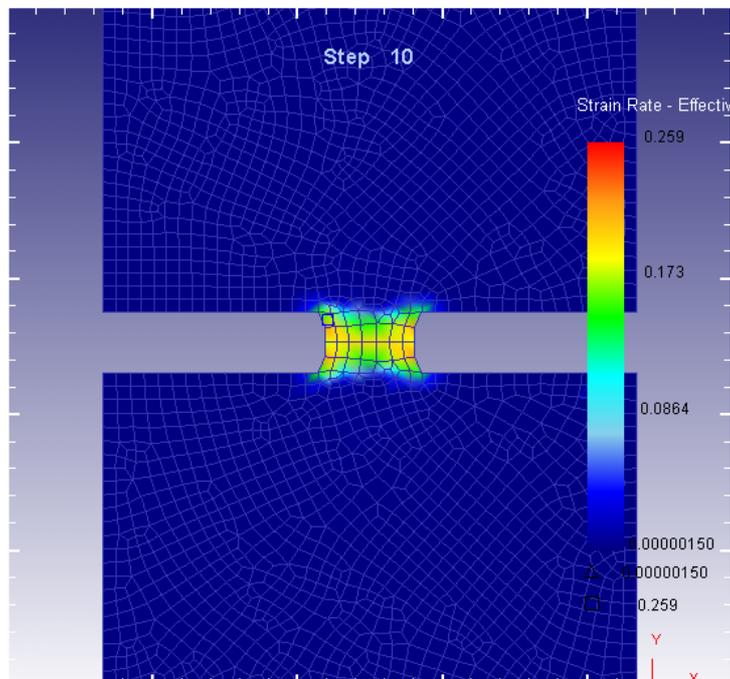


Figura 5.1 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.

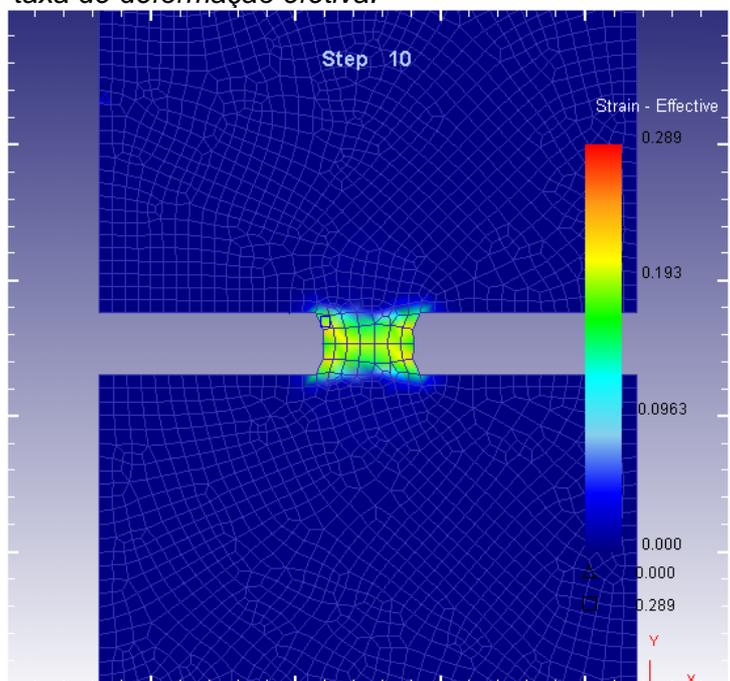


Figura 5.2 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.

Passo 20:

As figuras 5.3 e 5.4 mostram que a situação é semelhante ao passo 10 com uma pequena concentração da deformação na região central, indicando que a fratura provavelmente se iniciará mais próxima do centro do entalhe.

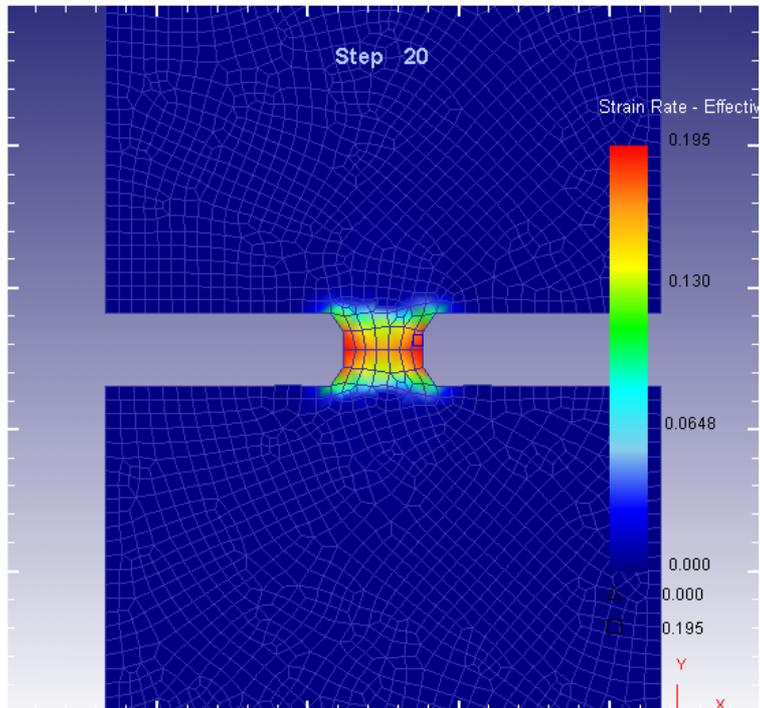


Figura 5.3 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.

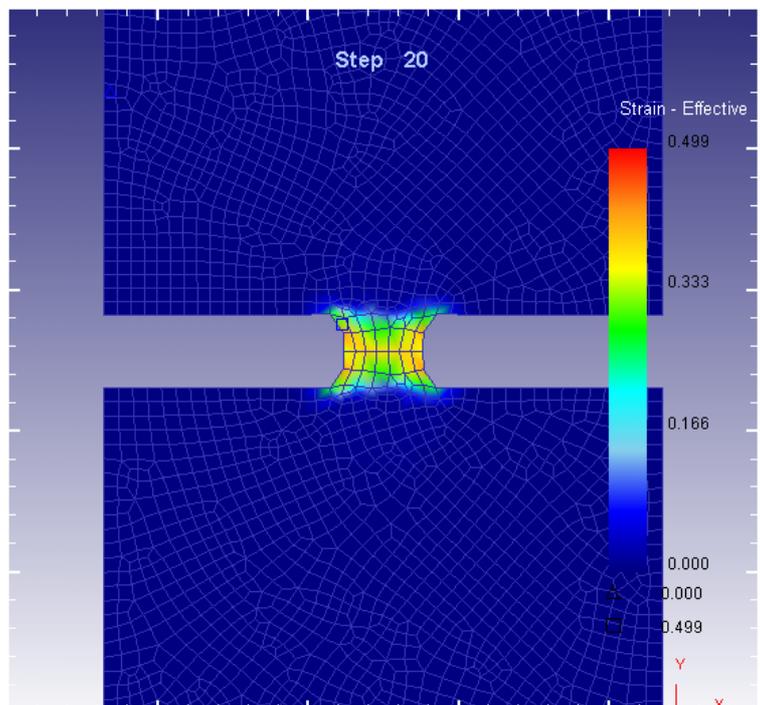


Figura 5.4 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.

Passo 50:

As figuras 5.5 e 5.6 mostram que, no passo 50, a deformação atinge o valor limite se concentrando mais no centro do entalhe.

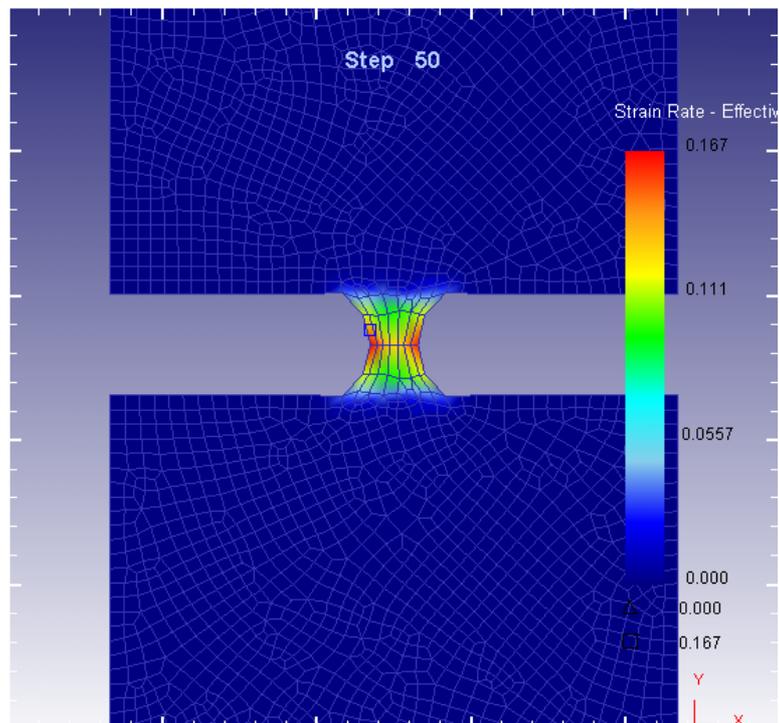


Figura 5.5 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.

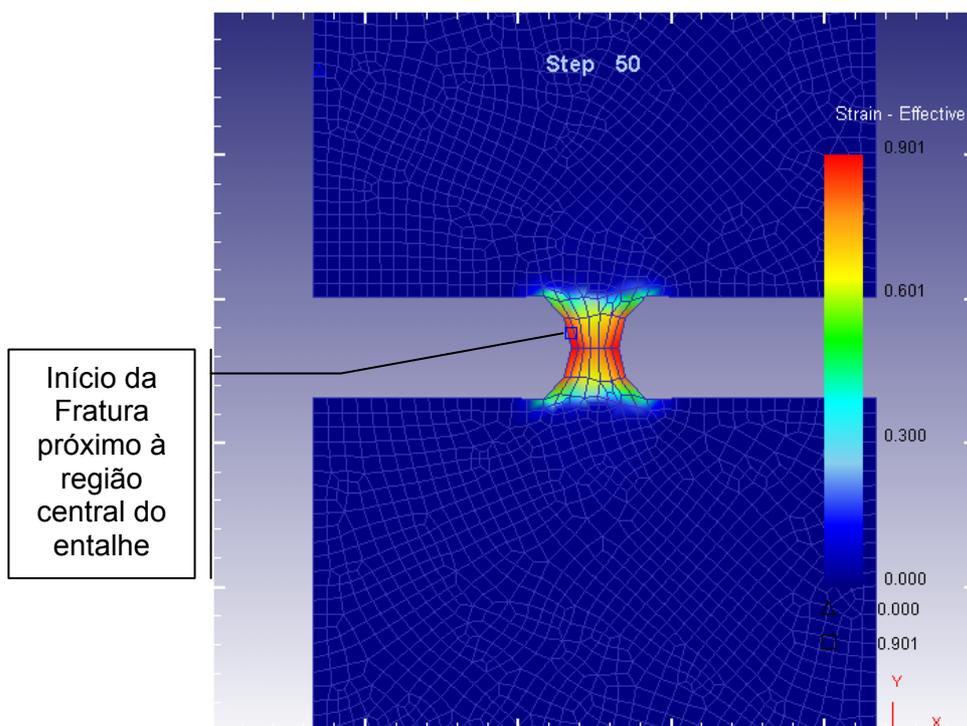


Figura 5.6 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.

A figura 5.7 mostra o corpo de prova após o rompimento. Comparando a simulação com a figura do corpo de prova rompido, observa-se que o rompimento ocorreu entre os passos 20 e 50, na região central do entalhe.

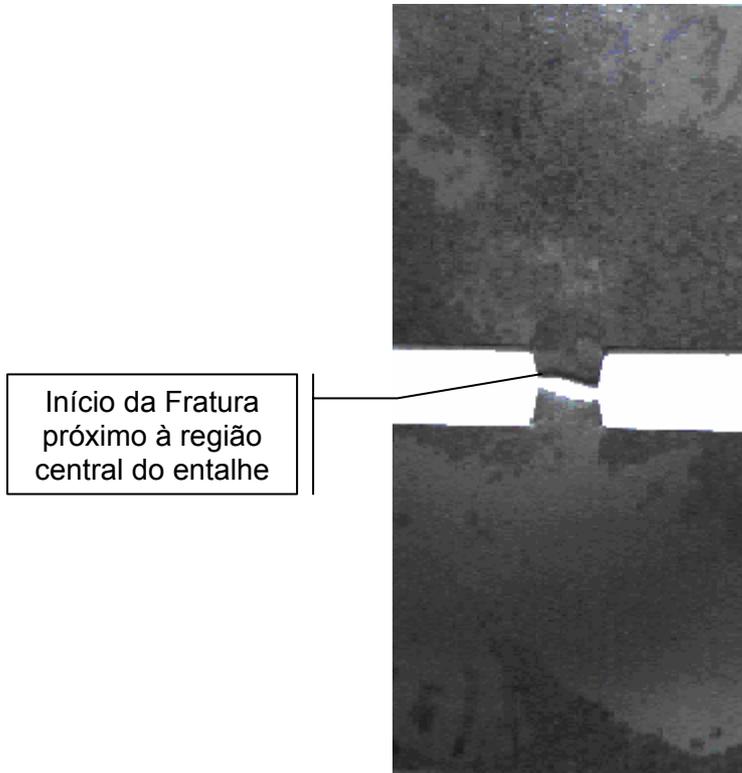


Figura 5.7 – Corpo de Prova especial 1 com entalhe para análise de formação das bandas de cisalhamento.

As figuras 5.8, 5.9, 5.10 e 5.11 mostram que, nos passos 100 e 135, já ocorreu o rompimento do corpo de prova. Porém, foram apresentadas as figuras para ilustrar como seria o comportamento do corpo de prova caso não houvesse o rompimento do material. Mesmo assim, observa-se um padrão de deformação não muito heterogêneo.

Para o corpo de prova 1 a profundidade do rasgo influenciou diretamente no não surgimento das bandas ao longo do corpo de prova.

Passo 100:

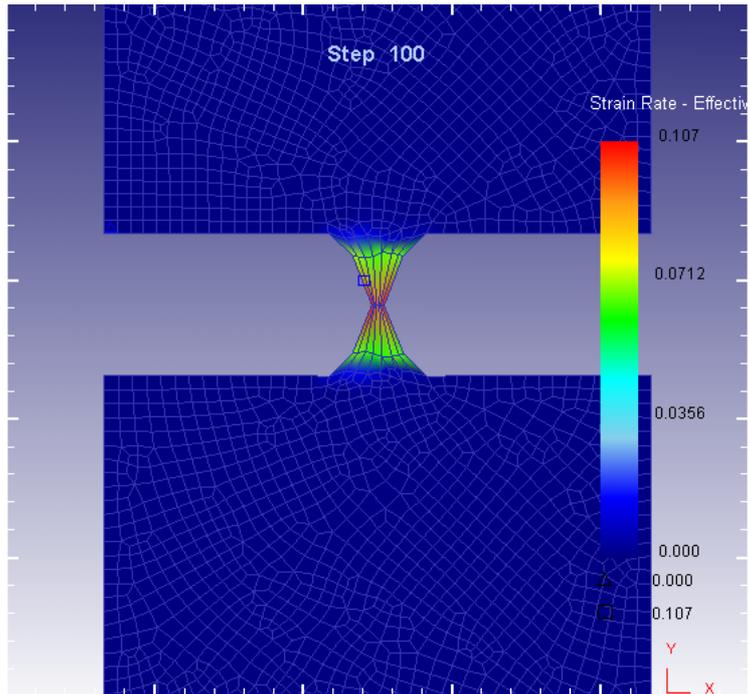


Figura 5.8 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.

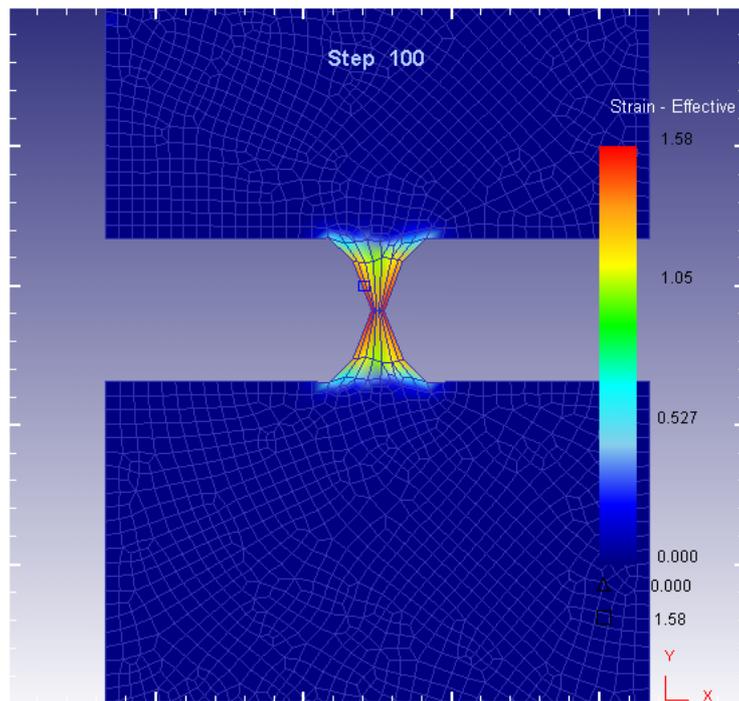


Figura 5.9 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.

Passo 135 – último passo:

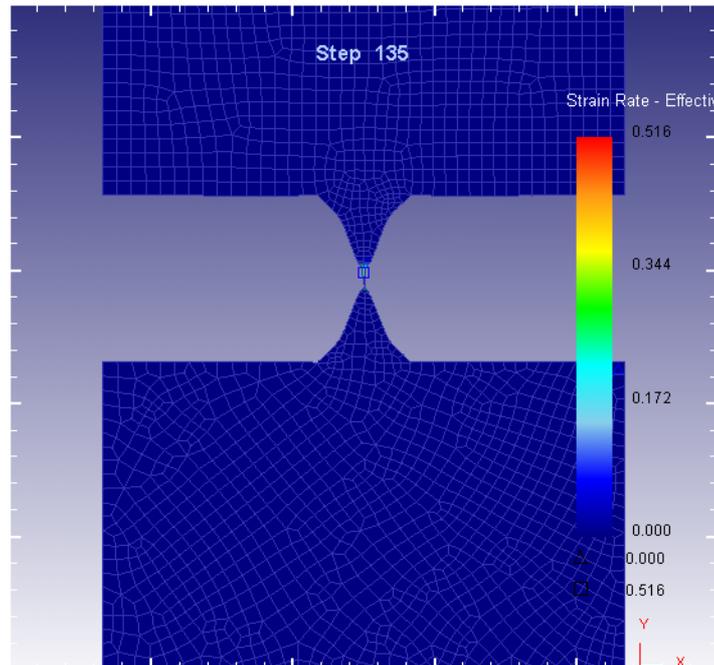


Figura 5.10 – Passo 135 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a taxa de deformação efetiva.

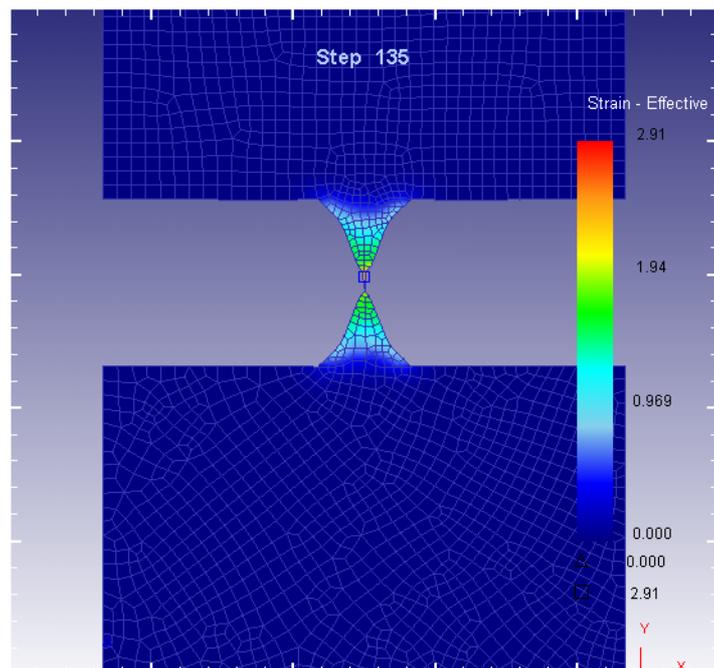


Figura 5.11 – Passo 135 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a deformação efetiva.

B) Corpo de Prova 2 a 0° da direção de laminação:

Passo 10:

Na figura 5.12, analisando a taxa de deformação, mostra a formação das bandas de cisalhamento, com uma concentração de deformação nas extremidades do entalhe, mantendo a região central sem ocorrência de deformação. Além disso, nota-se o formato losangular dessa banda com arestas levemente curvadas. E na figura 5.13, analisando a deformação efetiva, observa-se o início da formação das bandas no mesmo padrão.

Outra análise importante é a definição de uma região que divide a área deformada de uma área não deformada. Esta região pode ser observada no ponto onde a banda de cisalhamento toda a lateral do corpo de prova, conforme mostrado nas figuras 5.12 e 5.13. Este fato pode ser constatado também nos demais passos.

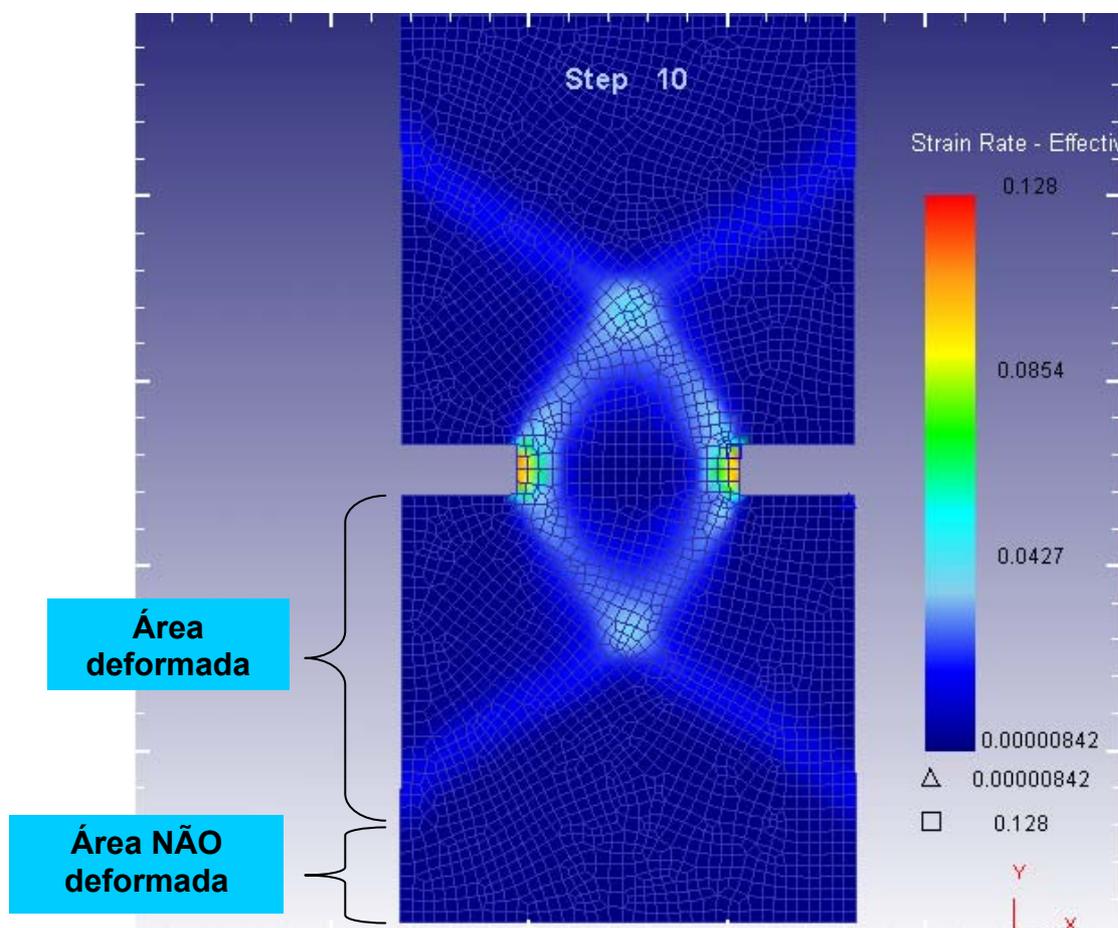


Figura 5.12 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.

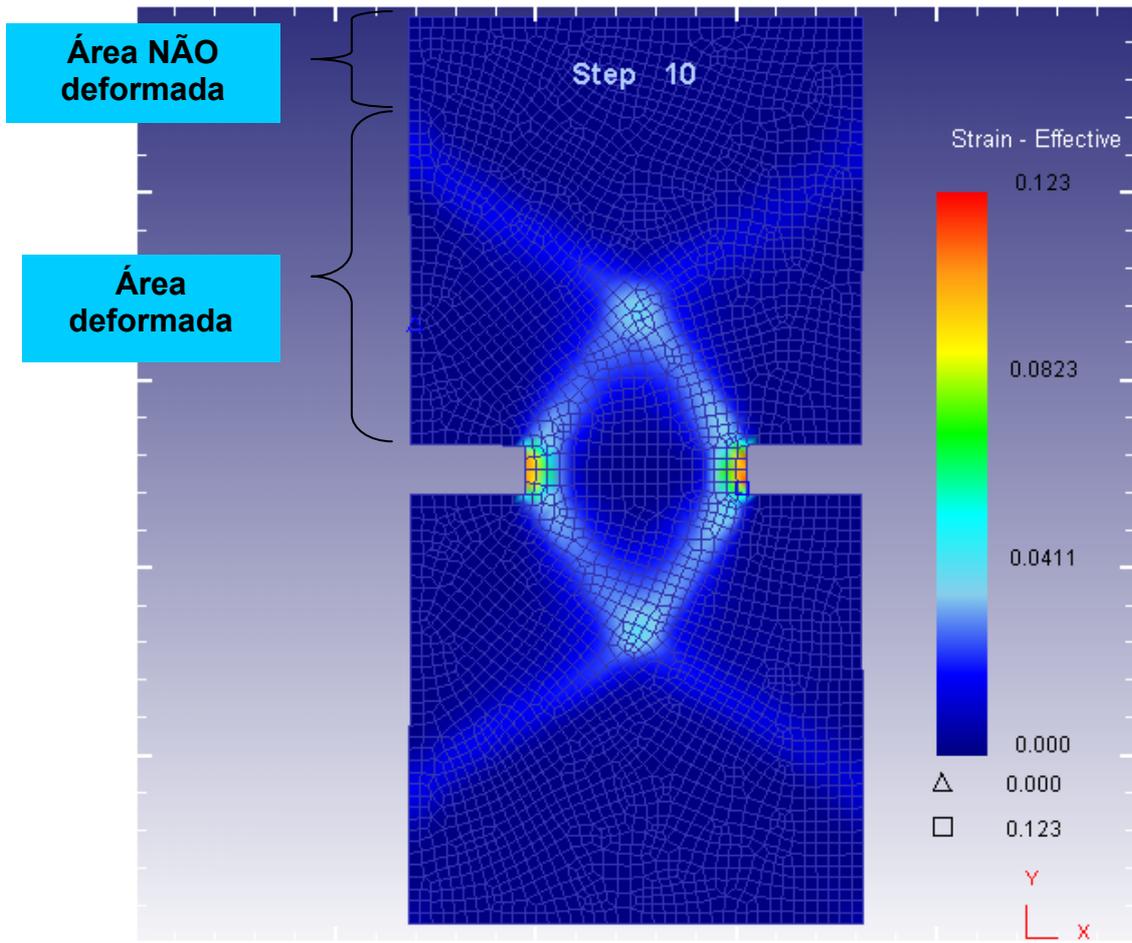


Figura 5.13 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a *deformação efetiva*.

Passo 20:

Observando a figura 5.14, taxa de deformação, nota-se a evolução da formação de bandas de deformação com formato losangular e um pequeno aumento da sua largura.

Além disso, há uma concentração da deformação nos vértices da banda, fenômeno este mais evidente nas extremidades do entalhe. Na figura 5.15, deformação efetiva, observa-se a continuidade da formação das bandas de cisalhamento com uma concentração também nas extremidades do entalhe.

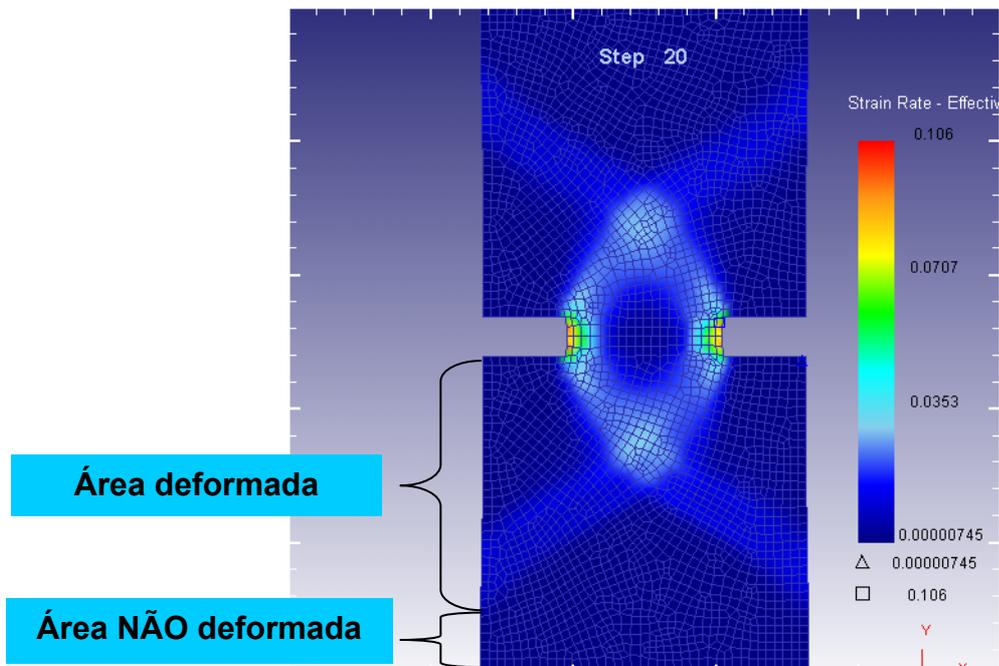


Figura 5.14 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.

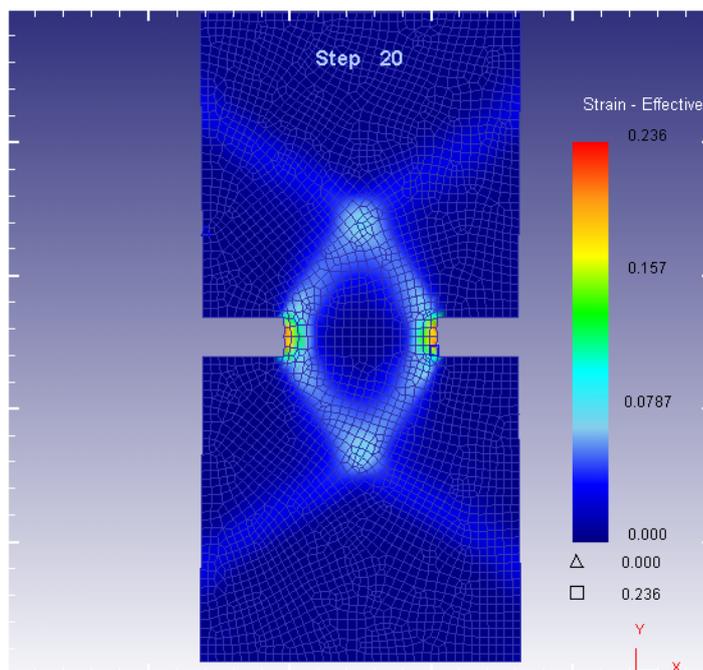


Figura 5.15 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.

Passo 50:

Nas figuras 5.16 e 5.17, observa-se a formação das bandas de cisalhamento com uma forte concentração nas extremidades do entalhe e uma diminuição significativa da região central sem ocorrência de deformação. Além disso, nota-se também a definição de uma região que divide a área deformada de uma área não deformada, conforme mostrado na figura 5.16.

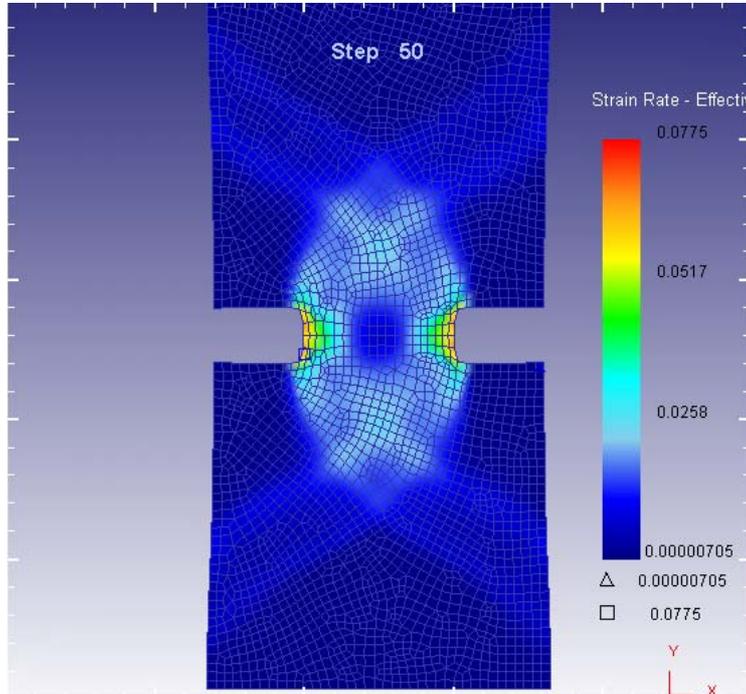


Figura 5.16 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.

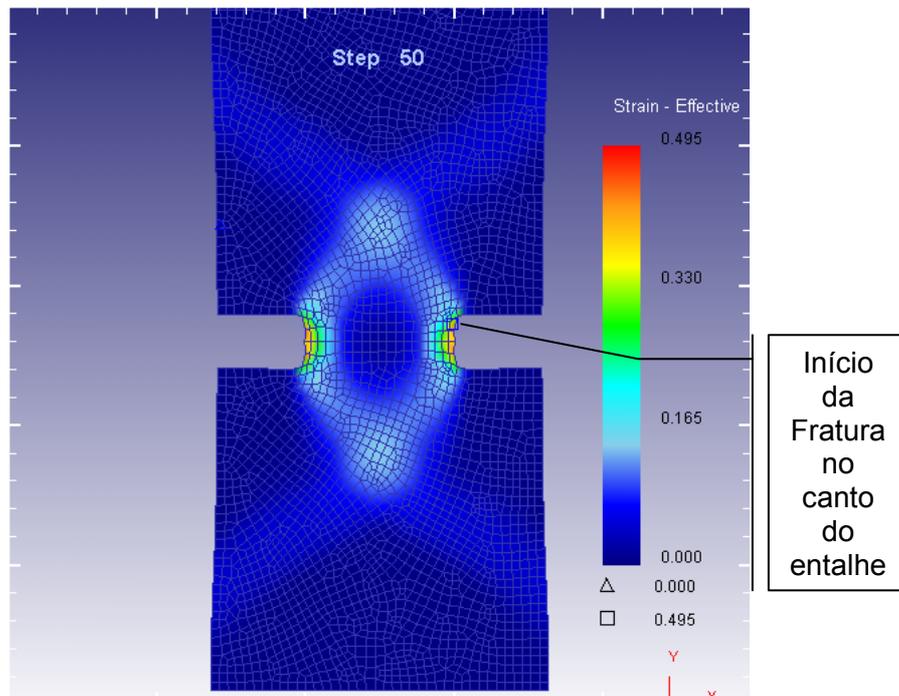


Figura 5.17 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.

A figura 5.18 mostra o corpo de prova após o rompimento. Comparando a simulação com a figura do corpo de prova rompido, observa-se que o rompimento ocorreu próximo ao passo 50 e que, em ambas as situações, a maior deformação ocorre próximo ao canto do entalhe, provocando a nucleação do rasgo nessa região, devido à concentração de deformação nas bandas de cisalhamento.

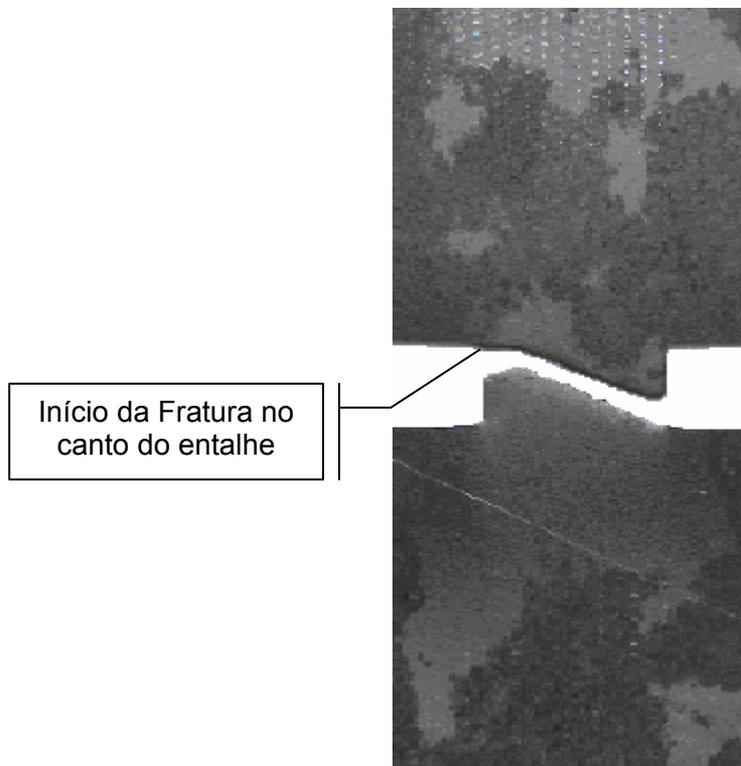


Figura 5.18 – Corpo de Prova especial 2 com entalhe para análise de formação das bandas de cisalhamento.

As figuras 5.19 a 5.24 mostram que, nos passos 100, 150 e 200, já ocorreu o rompimento do corpo de prova. Porém, foram apresentadas as figuras para ilustrar como seria o comportamento desse corpo de prova caso não houvesse o rompimento do material. No entanto, observa-se um padrão de deformação heterogêneo.

Passo 100:

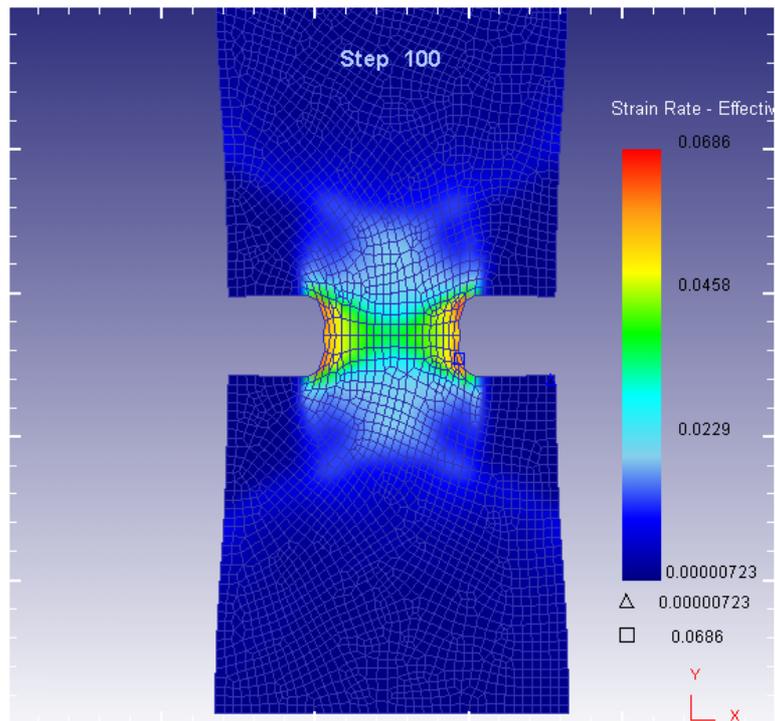


Figura 5.19 - Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.

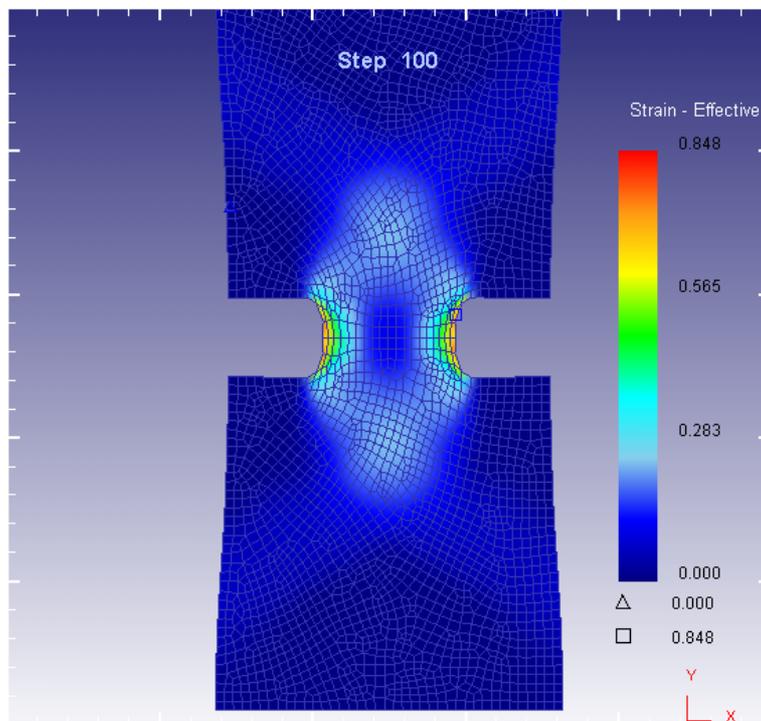


Figura 5.20 - Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.

Passo 150:

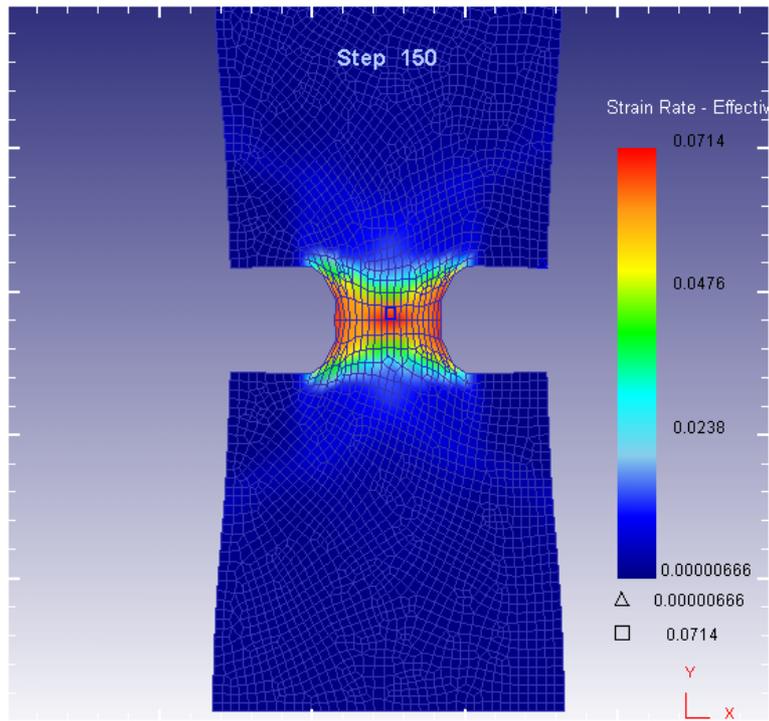


Figura 5.21 - Passo 150 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.

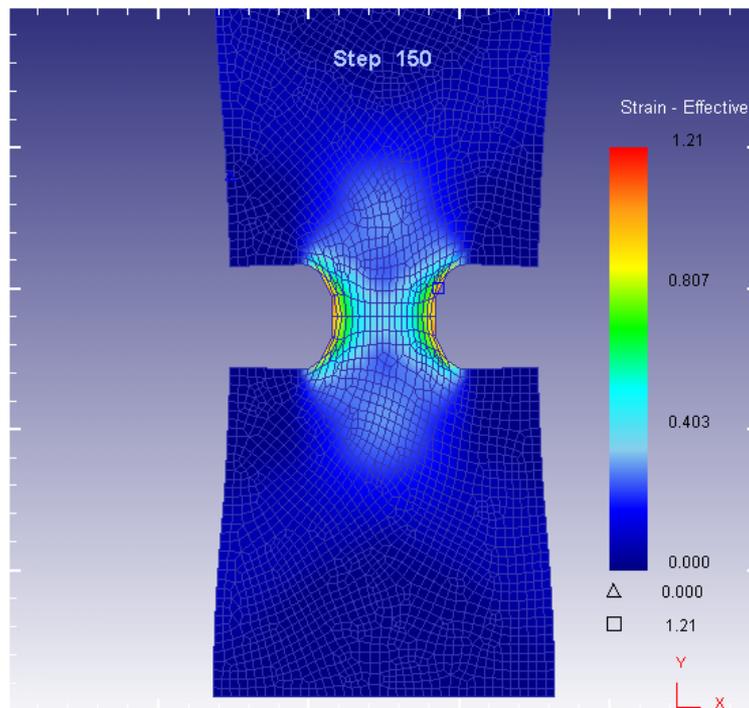


Figura 5.22 – Passo 150 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.

Passo 200 – último passo:

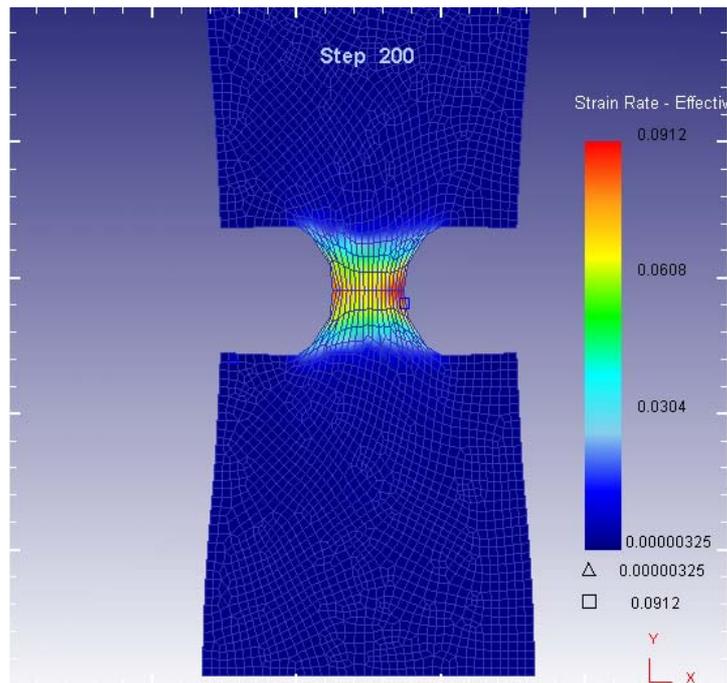


Figura 5.23 - Passo 200 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a taxa de deformação efetiva.

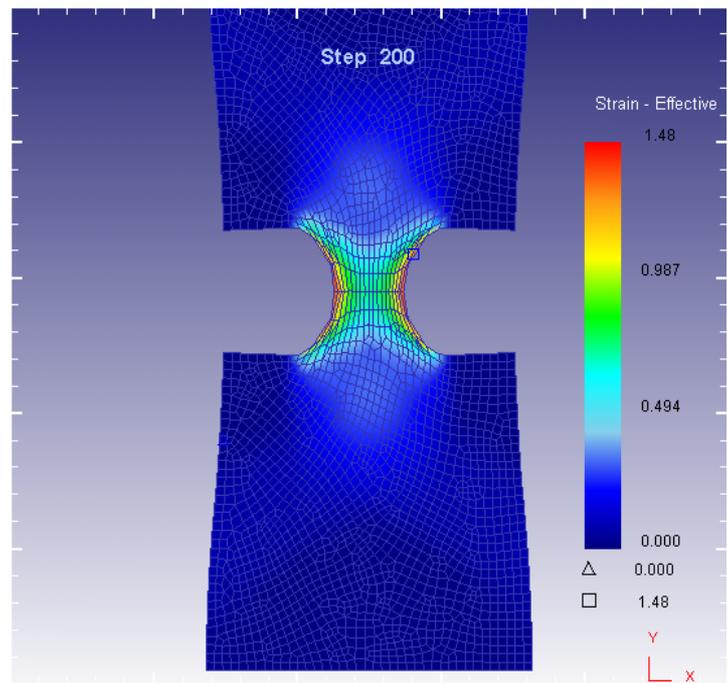


Figura 5.24 – Passo 200 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.

C) Corpo de Prova 3 a 0° da direção de laminação:

Passo 10:

A figura 5.25, da taxa de deformação, mostra a formação das bandas de cisalhamento, com uma concentração de deformação nas extremidades do entalhe, mantendo a região central sem ocorrência de deformação. E na figura 5.26, deformação efetiva, observa-se o início da formação das bandas também em forma losangular e com concentração de deformação nas extremidades do entalhe.

Além disso, nota-se, também no corpo de prova 3, a definição da região que divide a área deformada de uma área não deformada, porém no corpo 3 a área deformada é maior que no corpo de prova 2. Esta região pode ser observada no ponto onde a banda de cisalhamento toda a lateral do corpo de prova, conforme mostrado nas figuras 5.25 e 5.26. Nos demais passos a área lateral não deformada praticamente não aparece.

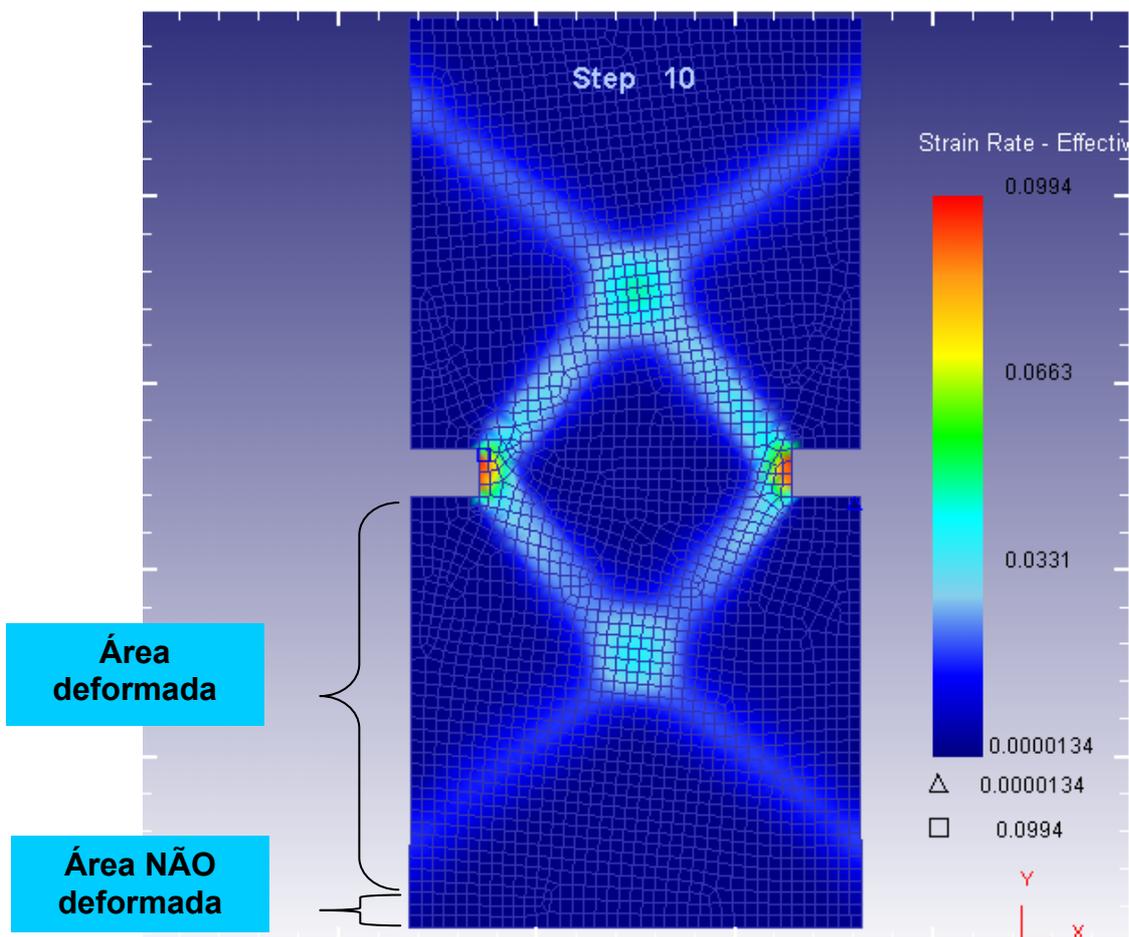


Figura 5.25 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.

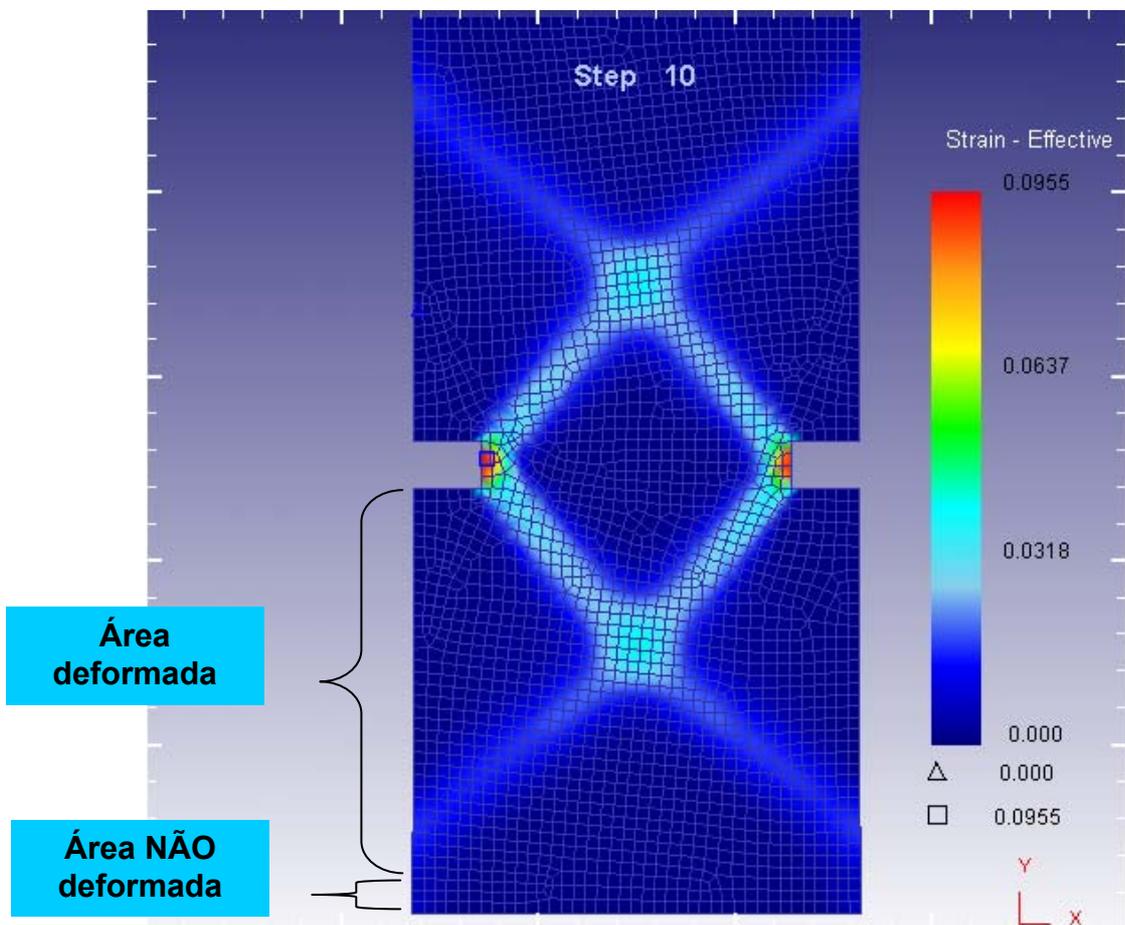


Figura 5.26 – Passo 10 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a *deformação efetiva*.

Passo 20:

Observando as figuras 5.27 e 5.28, da taxa de deformação e deformação efetiva, nota-se a continuação da formação de bandas de deformação com formato losangular e o aumento da sua largura. Além disso, há uma forte concentração da deformação nos vértices da banda, fenômeno este mais evidente nas extremidades do entalhe.

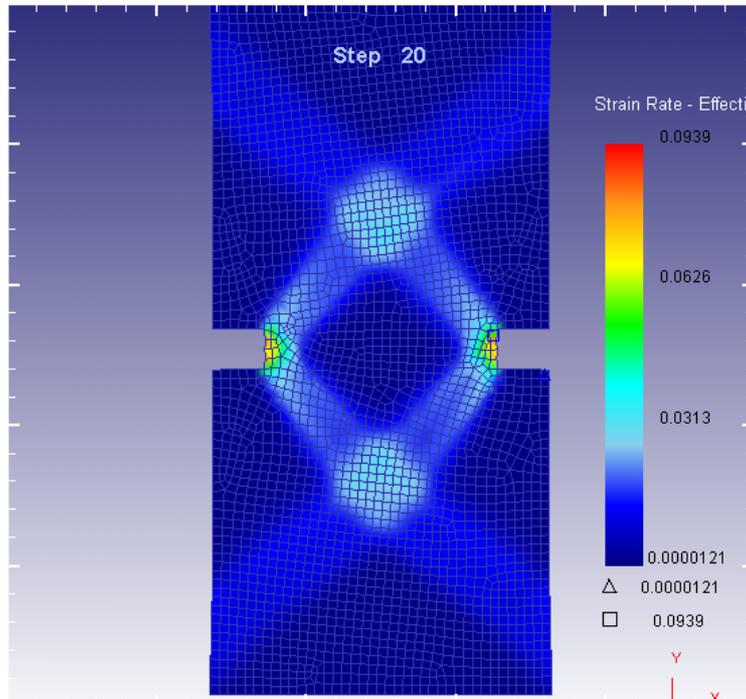


Figura 5.27 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.

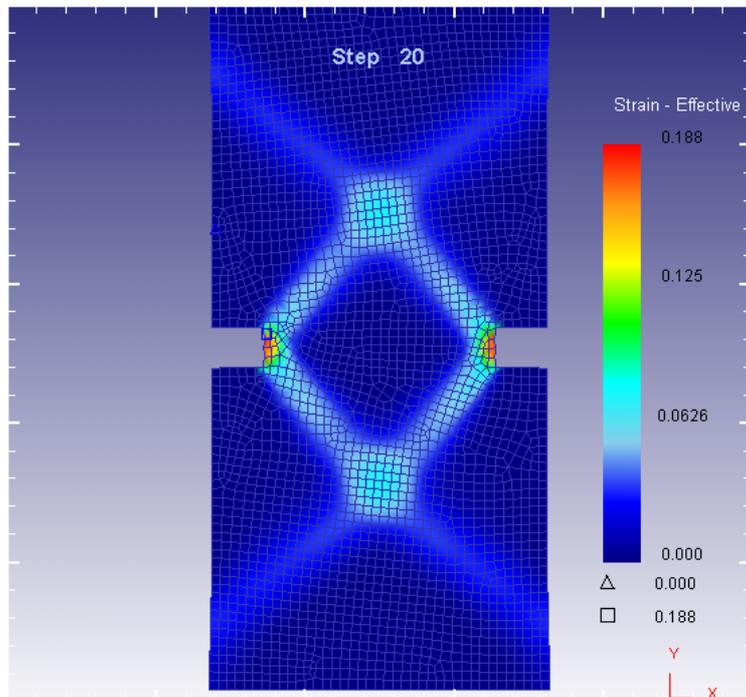


Figura 5.28 – Passo 20 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.

Passo 50:

Na figura 5.29, da taxa de deformação, observa-se um padrão de deformação na forma losangular em dois dos seus vértices e um padrão na forma de cone nas extremidades do entalhe. E analisando a figura 5.30, deformação efetiva, nota-se a continuidade da caracterização da banda de cisalhamento em forma losangular com concentração nas extremidades do entalhe.

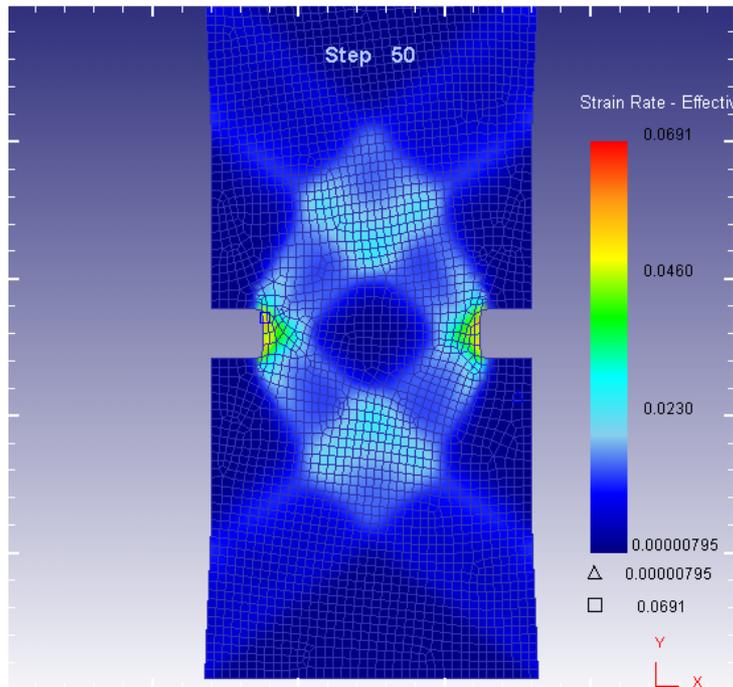


Figura 5.29 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.

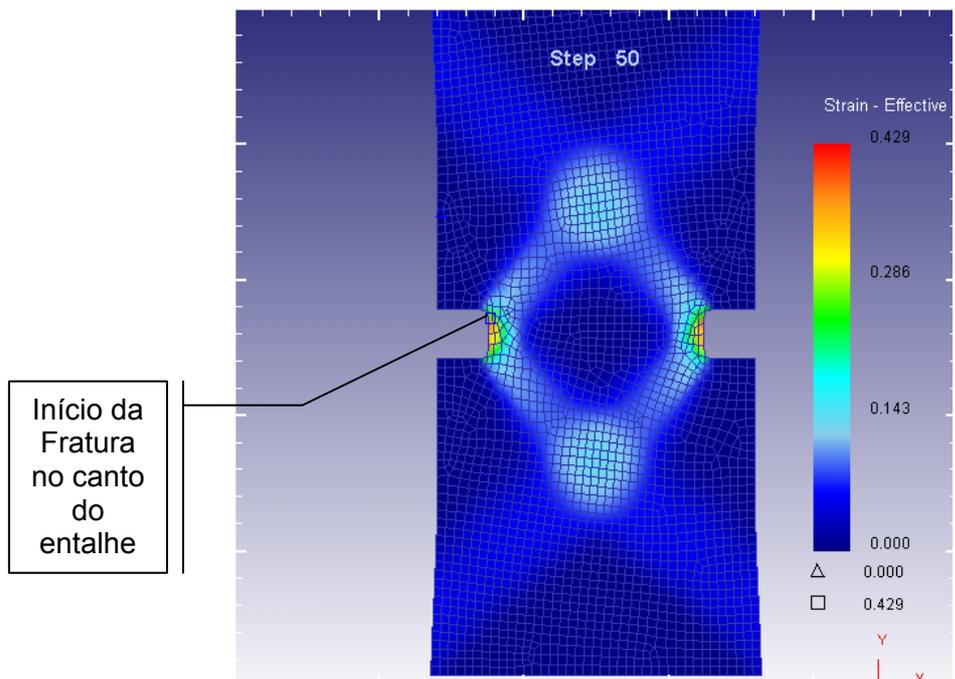


Figura 5.30 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.

Passo 100:

A figura 5.31, taxa de deformação, mostra a formação de dois padrões da banda de cisalhamento, um padrão em V e outro em cone, este localizado nas extremidades do entalhe. Observando a figura 5.32, deformação efetiva, nota-se uma concentração de deformação nos dois vértices da banda localizados nas extremidades do entalhe e uma concentração mais suave nos outros dois vértices. Contudo, observa-se a ausência de deformação na região central do entalhe.

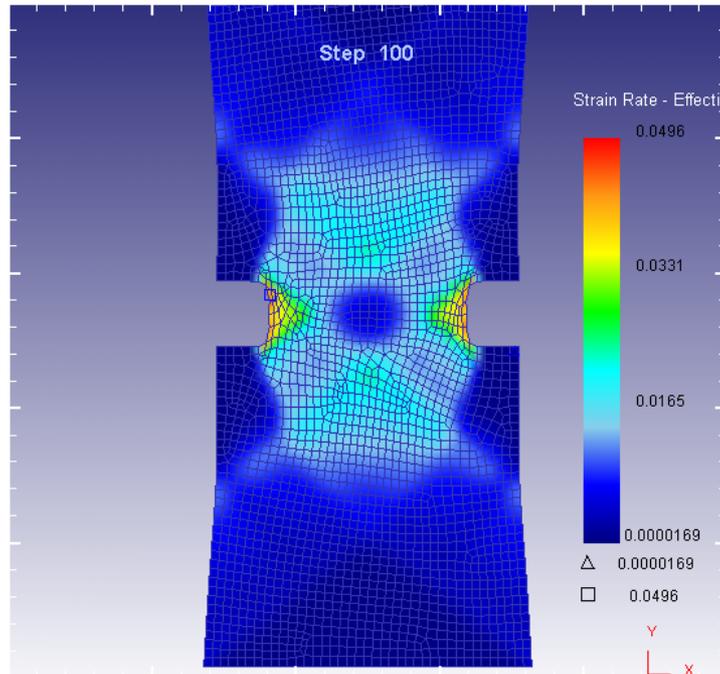


Figura 5.31 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.

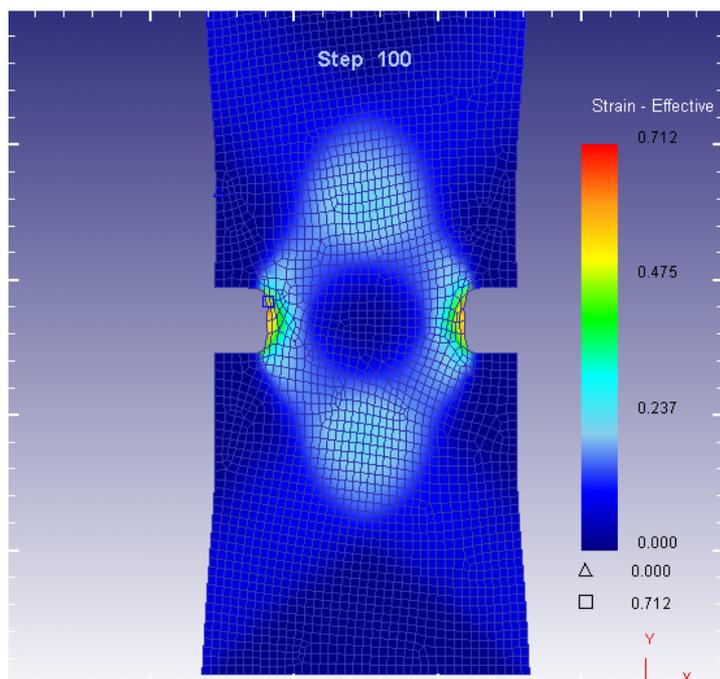


Figura 5.32 – Passo 100 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.

A figura 5.33 mostra o corpo de prova após o rompimento. Comparando a simulação com a figura do corpo de prova rompido, observa-se que o rompimento ocorreu entre o passo 50 e 100 e que, em ambas as situações, a maior deformação efetiva ocorre próximo ao canto do entalhe, provocando a nucleação do rasgo nessa região, devido à concentração de deformação nas bandas de cisalhamento.

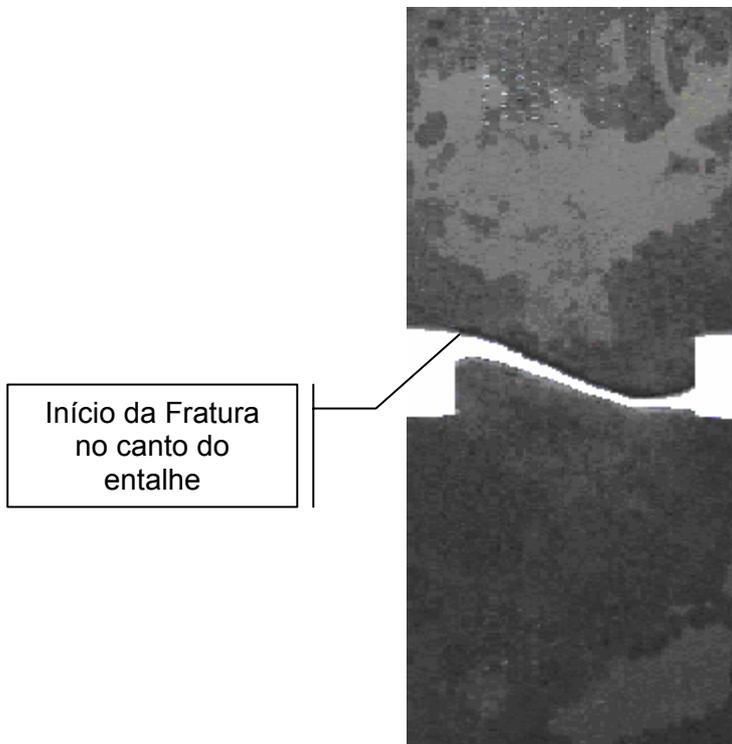


Figura 5.33 – Corpo de Prova especial 3 com entalhe para análise de formação das bandas de cisalhamento.

A figura 5.34 mostra o ensaio macrográfico do CP 3 indicando regiões com o início da formação de bandas de cisalhamento.

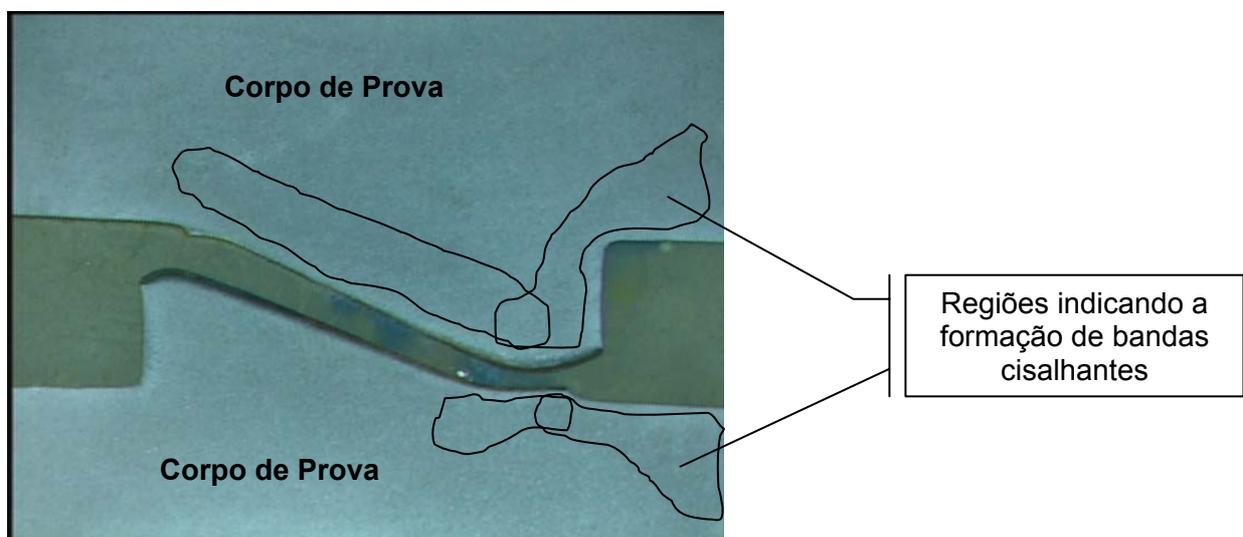


Figura 5.34 – Imagem captada durante ensaio macrográfico do CP 3 após ataque com Iodo.

Nas figuras 5.35 e 5.36 observa-se que, quando não houve a formação de bandas cisalhantes, a microestrutura do CP 3 se apresentou de forma mais homogênea, enquanto que, com a formação dessas bandas, a microestrutura se apresentou de forma heterogênea, com grãos alongados na direção das bandas.

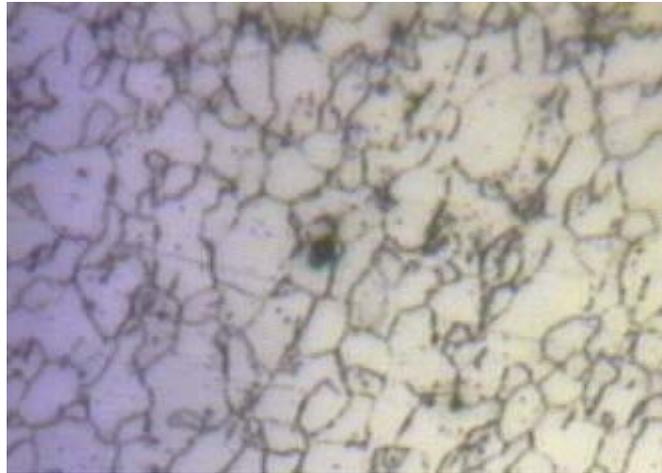


Figura 5.35 – Microestrutura da região *sem formação de bandas cisalhantes* do CP 3 com aumento de 200x após ataque com Nital 2%.

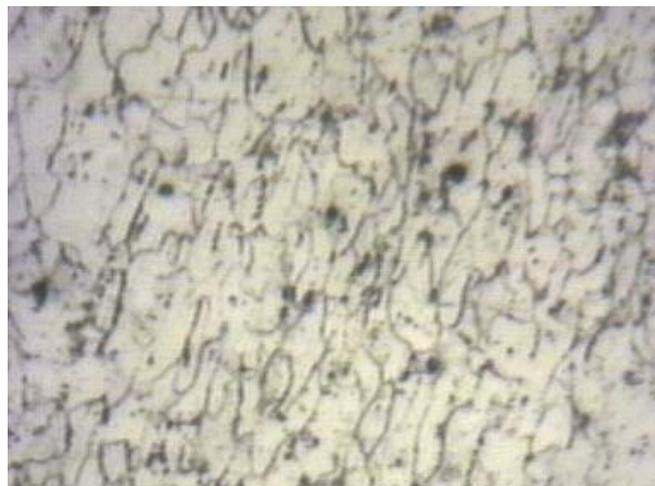


Figura 5.36 – Microestrutura da região *com formação de bandas cisalhantes* do CP 3 com aumento de 200x após ataque com Nital 2%.

As figuras 5.37 a 5.40 mostram que, nos passos 150 e 200, já ocorreu o rompimento do corpo de prova. Porém, foram apresentadas as figuras para ilustrar como seria o comportamento desse corpo de prova caso não houvesse o rompimento do material.

Mesmo assim, observa-se um padrão de deformação bastante heterogêneo, dando continuidade ao processo descrito no passo 100.

Passo 150:

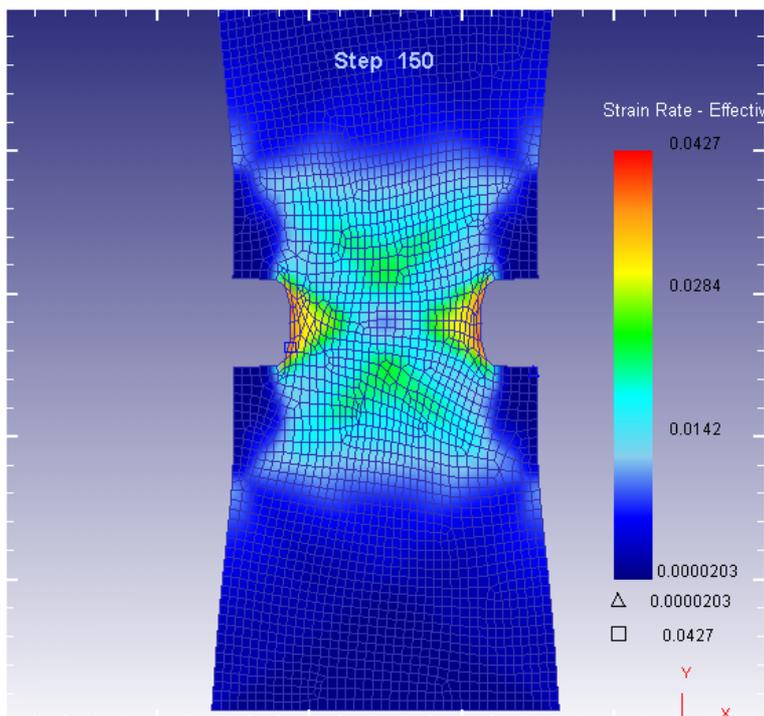


Figura 5.37 – Passo 150 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.

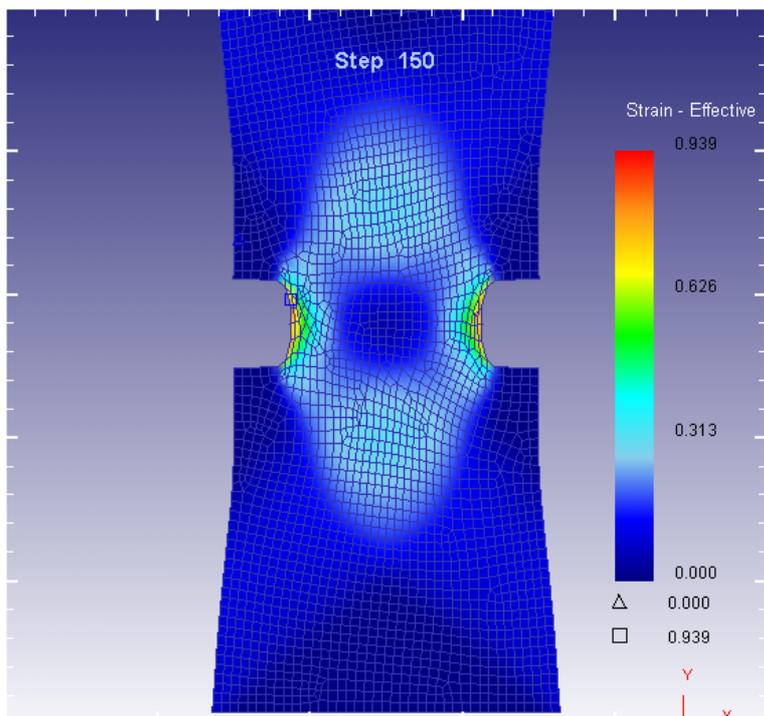


Figura 5.38 – Passo 150 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.

Passo 200 – último passo:

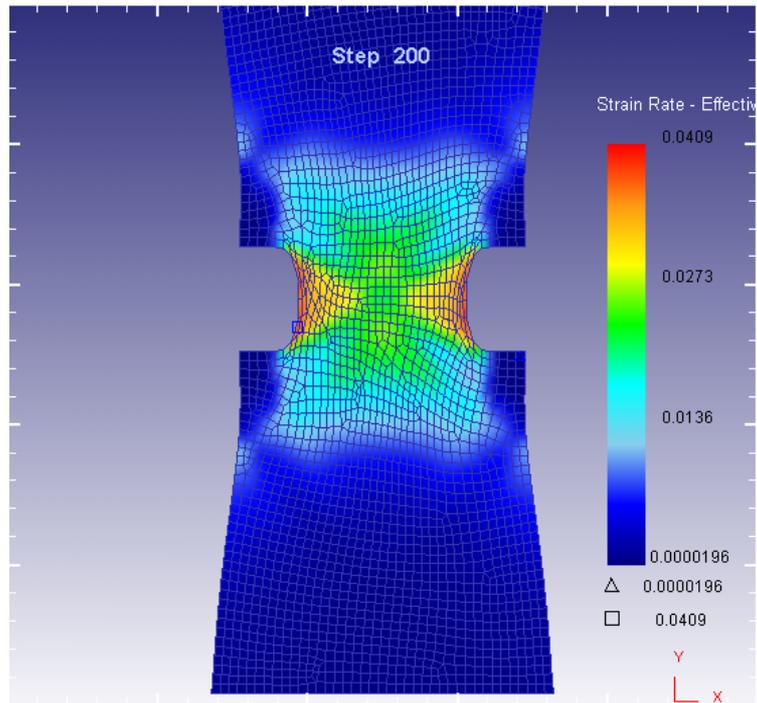


Figura 5.39 – Passo 200 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a taxa de deformação efetiva.

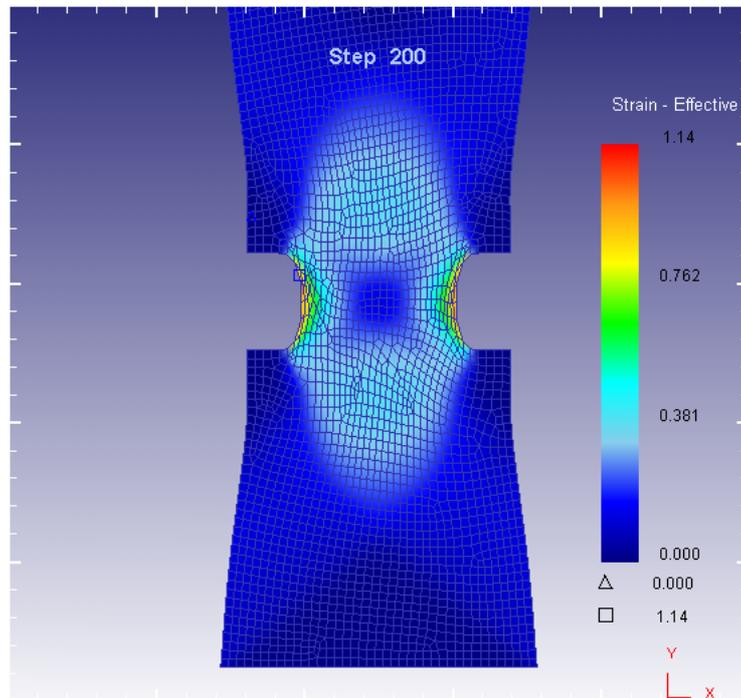


Figura 5.40 – Passo 200 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.

Comparando as deformações dos passos 50 de cada corpo de prova, conforme as figuras 5.41, 5.42 e 5.43, observa-se que a formação das bandas de cisalhamento está diretamente ligada à geometria do entalhe. Quando não houve a formação de bandas de cisalhamento a fratura ocorre na região mediana do entalhe. Por outro lado, quando há a formação de bandas a fratura se inicia no canto desse entalhe.

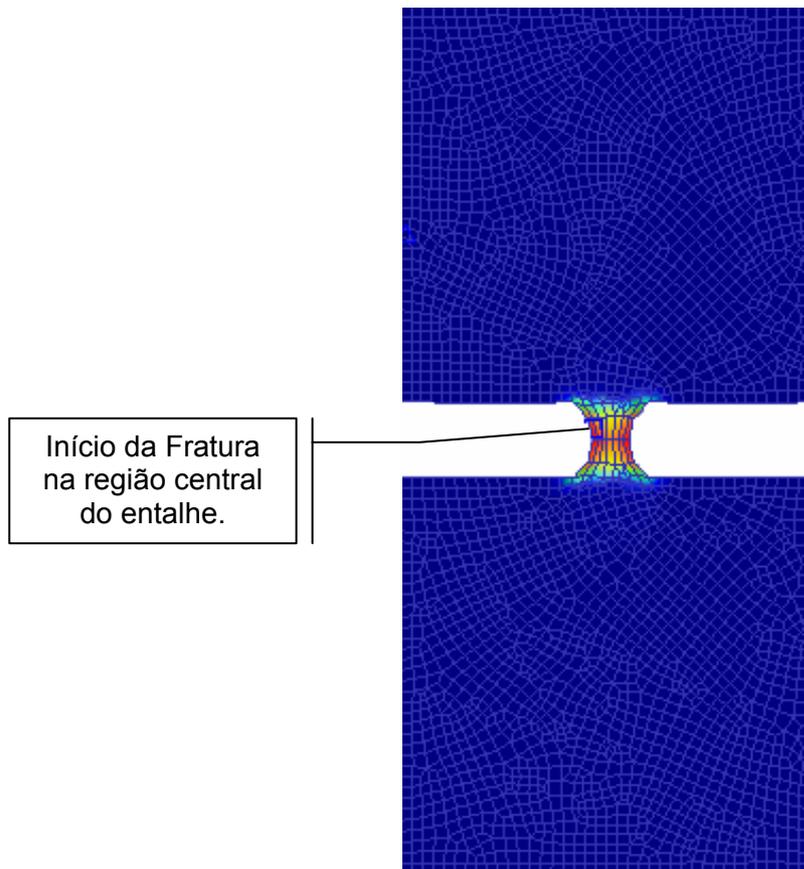


Figura 5.41 – Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 1, considerando a *deformação efetiva*.

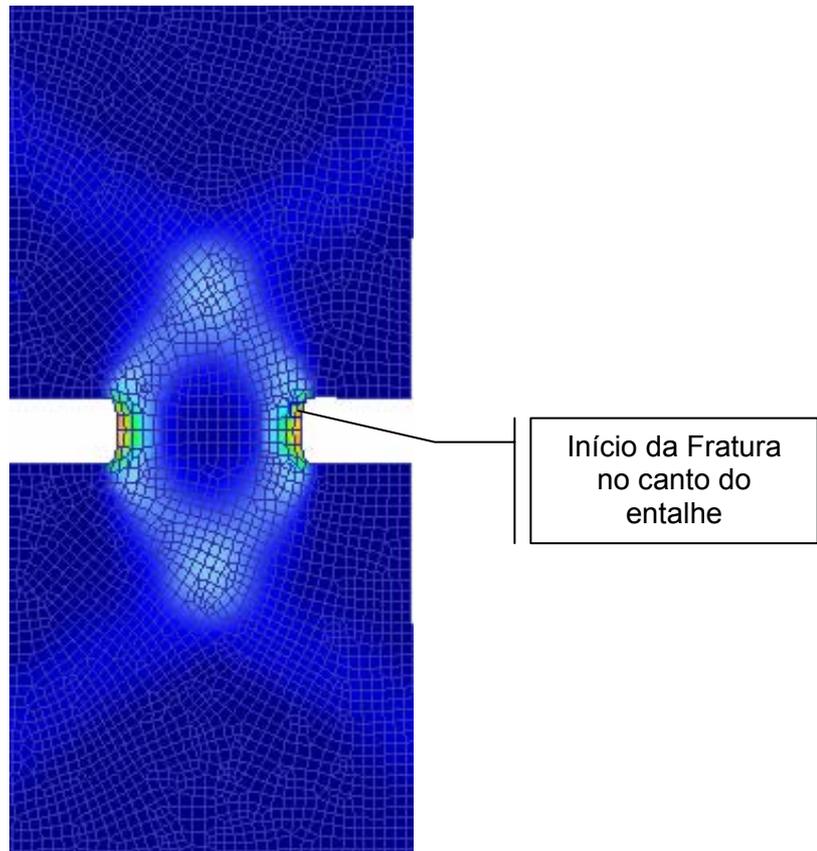


Figura 5.42 - Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 2, considerando a deformação efetiva.

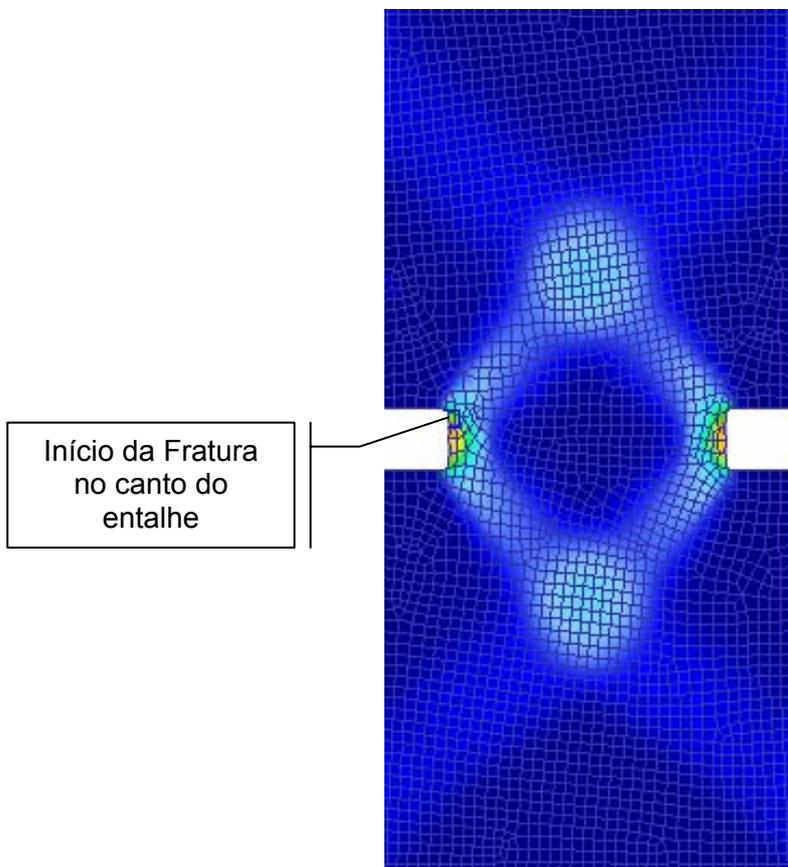


Figura 5.43 - Passo 50 da simulação do ensaio de tração em corpo de prova entalhado 3, considerando a deformação efetiva.

Ressalta-se que, quando não houve a formação das bandas de cisalhamento, a fratura aconteceu de forma perpendicular ao eixo do corpo de prova (figura 5.44-a) e na região central do entalhe, enquanto que, quando a formação da banda é evidenciada, a forma da fratura é inclinada (figura 5.44-b) e nucleada no canto do entalhe.

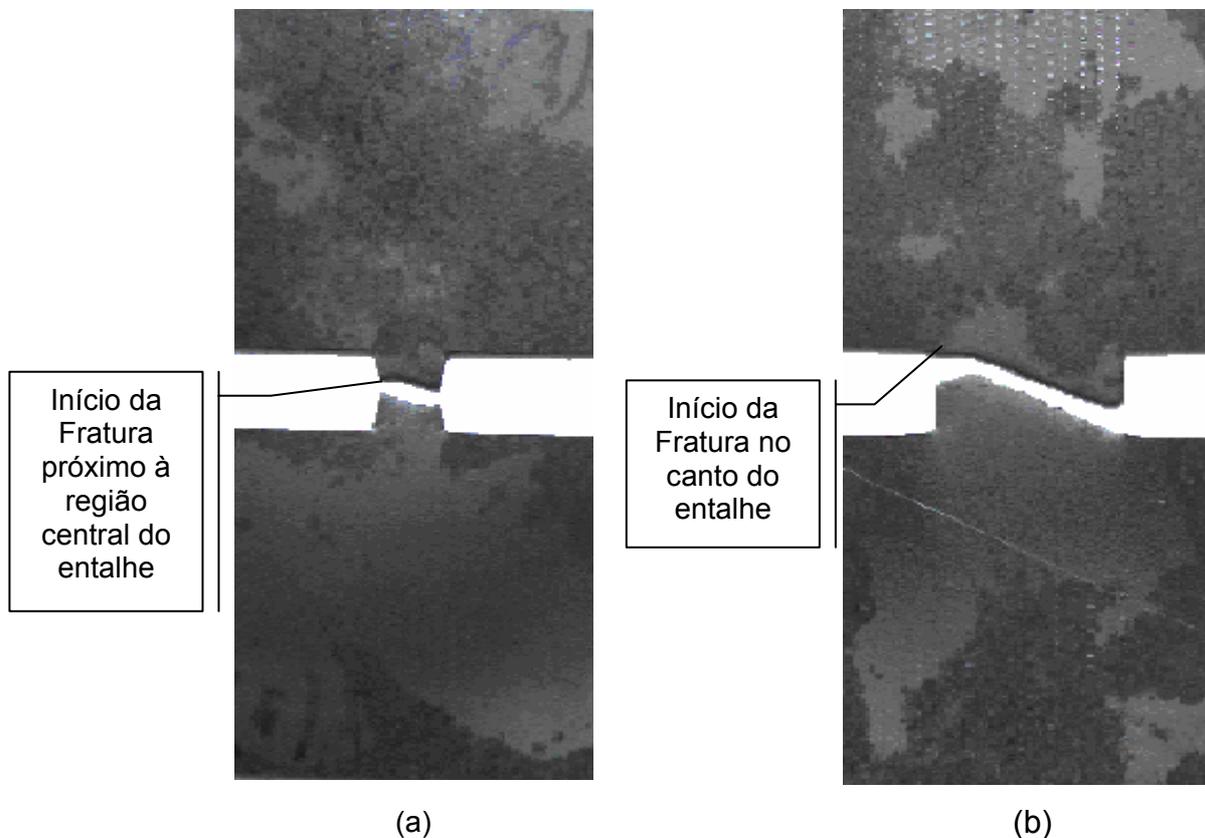


Figura 5.44 - Comparação das formas de ruptura considerando quando houve e quando não houve a formação das bandas de cisalhamento: (a) Corpo de Prova especial 1 com entalhe não apresentando formação de bandas de cisalhamento; (b) Corpo de Prova especial 2 com entalhe apresentando formação de bandas de cisalhamento.

Destacando três pontos da curva de escoamento do material na região plástica a 0° da direção de laminação, conforme o gráfico 5.5, pode-se observar que, com o aumento da tensão, há um aumento da largura das bandas de cisalhamento, tanto analisando a taxa de deformação efetiva quanto a deformação efetiva, conforme as figuras 5.45 e 5.46.

Observando ainda a figura 5.45 nota-se que a formação das bandas de cisalhamento não é simétrica, pois a extremidade inferior é fixa e, neste caso, a grandeza relacionada é a taxa de deformação efetiva. Enquanto que, na figura 5.46, deformação efetiva, a formação das bandas se apresenta de forma simétrica.

Além disso, em ambos os casos, têm-se a concentração da deformação nas extremidades do entalhe e a diminuição da região central livre de deformação.

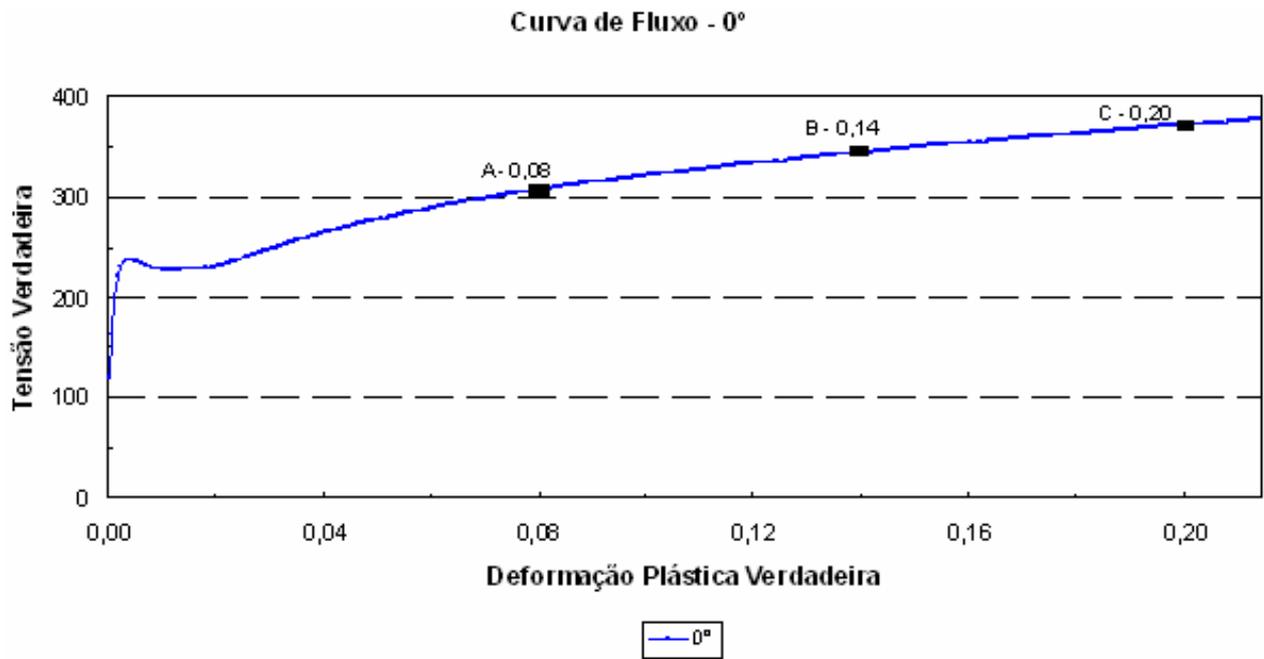


Gráfico 5.5 – Curva de fluxo na região plástica do material à 0° da direção de laminação.

Sendo:

Taxa de deformação efetiva

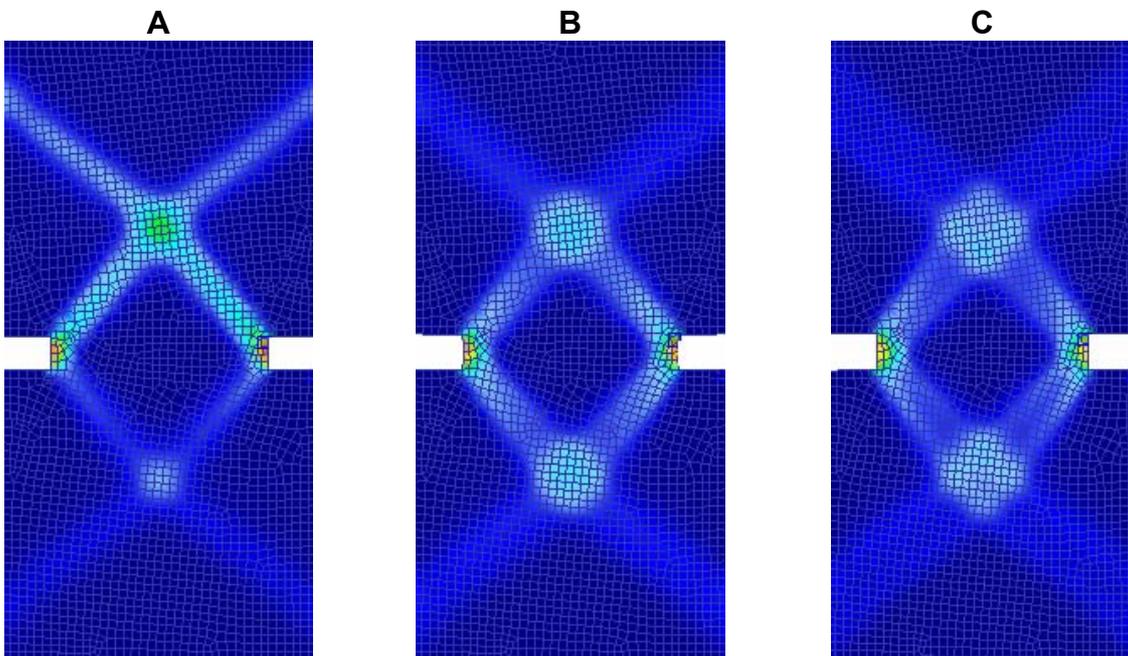


Figura 5.45 – Comparação da *taxa de deformação efetiva* nos três pontos da curva de fluxo do material do CP 3, sendo os valores de deformação: A = 0,08; B = 0,14 e C = 0,20.

Deformação efetiva

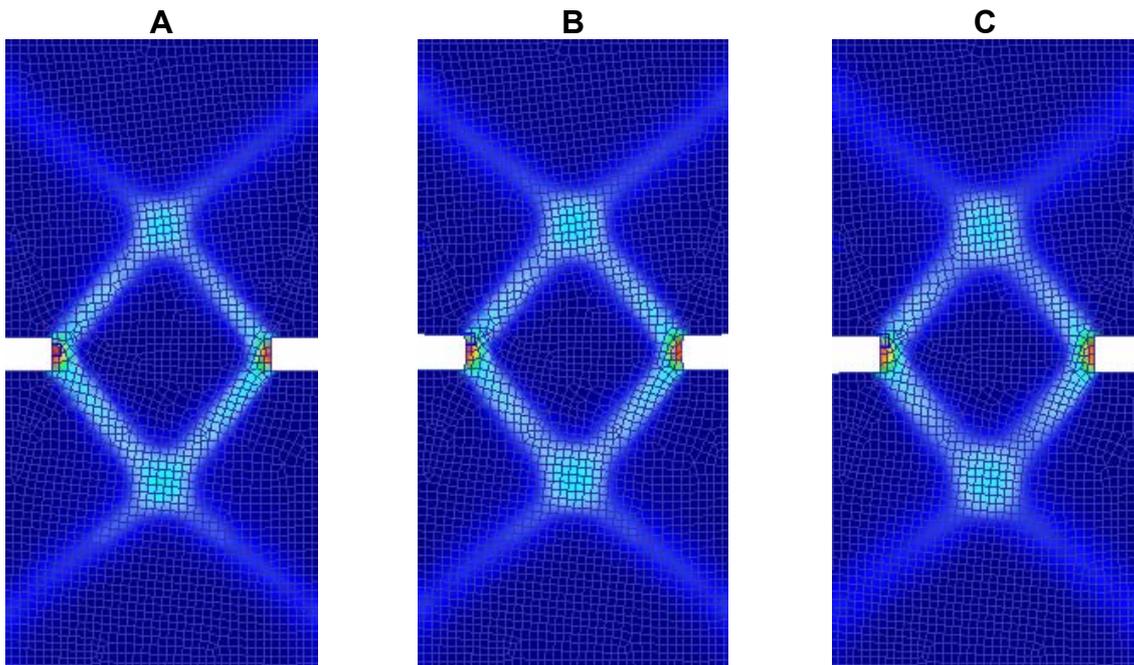


Figura 5.46 - Comparação da *deformação efetiva* nos três pontos da curva de fluxo do material do CP 3, sendo os valores de deformação: A = 0,08; B = 0,14 e C = 0,20.

Fazendo uma comparação entre os resultados esperados e obtidos, foram comprovados 50% da expectativa, pois foi confirmada a hipótese que o CP 1 iria se romper antes de formar as bandas de cisalhamento, porém a que o CP 3 não iria apresentar a formação dessas bandas, devido à profundidade do entalhe ser pequena, não se confirmou, conforme os resultados apresentados.

6. CONCLUSÕES

Corpos de prova entalhados quando tracionados podem apresentar formação de bandas cisalhantes, entretanto a formação dessas bandas é dependente da geometria do entalhe.

O local de nucleação e a forma da fratura estão relacionados com a formação das bandas de cisalhamento e, conseqüentemente, dependem também da geometria do entalhe. Quando não houve a formação das bandas de cisalhamento, a fratura aconteceu de forma perpendicular ao eixo do corpo de prova e na região central do entalhe, enquanto que, quando a formação da banda é evidenciada, a forma da fratura é inclinada e nucleada no canto do entalhe.

A formação da banda de cisalhamento nos corpos de prova entalhados define uma separação entre áreas deformadas e áreas não deformadas e o tamanho desta destas áreas também dependem da geometria do entalhe.

A microestrutura dos corpos de prova entalhados submetidos à tração uniaxial parece se apresentar de forma heterogênea, com grãos alongados.

7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- ✓ Introduzir um critério de dano nas simulações numéricas;
- ✓ Utilizar material com elemento liga puro – Ex.: Ti;
- ✓ Utilizar aço inox austenítico e medir a microdureza na superfície do corpo de prova.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- ASM. Metals Handbook, Volume 14: Forming and Forging, 9th ed., Ohio, ASM International, 1998.
- 2- CRITÉRIOS de Resistência. Notas de Aula, São Paulo, Aula 24 out. 2002, Aula 25 nov. 2002. Disponível em: < http://www.fem.unicamp.br/~em505/2_sem_2002/ > Acesso em: 16 mar. 2006.
- 3- HOSFORD, William F.; CADDELL, Robert M., Metal Forming: Mechanics and Metallurgy. 2nd ed., New Jersey, PTR Prentice Hall, 1993.
- 4- LANDRE, Jánes. Fraturas no Forjamento a Frio de Metais. 2001. 194f. Tese de Doutorado em Engenharia Metalúrgica e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais.
- 5- LINS, J. F. C.; SANDIM, H. R. Z.; KESTENBACH, H. J.; Vecchio, K. S.; Raabe, D.. Caracterização Microestrutural de Grãos Ultrafinos Formados no Interior de Bandas de Cisalhamento Adiabáticas num Aço IF, Rio de Janeiro, 12 p., nov. 2006.
- 6- PERTENCE, Antônio Eustáquio de Melo. Uso de Materiais Modelo para a Simulação da Ductilidade de Metais. 1994. 241f. Tese de Doutorado em Engenharia Metalúrgica e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais.
- 7- ROCHA, A. Barata da; DUARTE, J. Ferreira. Tecnologia da Embutidura. In: ROCHA, A. Barata da; DUARTE, J. Ferreira. Análise Experimental de Deformações e Curvas Limite de Embutidura. Portugal, Associação Portuguesa das tecnologias de Conformação Plástica, 1992. Cap. 7, p. 30-41.
- 8- RODRIGUES, Jorge; MARTINS, Paulo. Tecnologia Mecânica: Tecnologia da Deformação Plástica, Vol 1 – Fundamentos Teóricos, Lisboa, Escolar Editora, 2005.
- 9- RODRIGUES, Jorge; MARTINS, Paulo. Tecnologia Mecânica: Tecnologia da Deformação Plástica, Vol 2 – Aplicações Industriais, Lisboa, Escolar Editora, 2005.
- 10- WALLEY, S. M. Shear Localization: A Historical Overview. The Minerals, Metals & Materials Society and ASM International, Florida, 26 p., mar. 2007.