

MODELAGEM DO SEQUENCIAMENTO DA
ENSILAGEM EM PROCESSOS INDUSTRIAIS DE
FORMAÇÃO DE RECEITAS

THIAGO HENRIQUE NOGUEIRA

21 de novembro de 2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MODELAGEM DO SEQUENCIAMENTO DA ENSILAGEM
EM PROCESSOS INDUSTRIAIS DE FORMAÇÃO DE RECEITAS

THIAGO HENRIQUE NOGUEIRA

Agosto de 2008

Dedico este trabalho a meus pais e meu irmão, cujo exemplo de honestidade e trabalho tem sido um norteador para a minha vida, para minha esposa, que tem me dado apoio nos momentos mais difíceis e a minha filha pelo carinho.

Resumo

O presente trabalho é resultado da análise do problema real de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção, na fábrica de cimentos para refratário, com objetivo de minimizar o tempo total de linha parada. O processo de fabricação de cimentos para refratário é composto por um fluxo contínuo, de modo que pode ser tratado como uma única máquina, a qual recebe matérias primas e realiza o seu processamento para formação do produto final. A motivação deste trabalho advém do atual estado de desorganização da fábrica, a qual está com cerca de 5 por cento de não atendimento da demanda e 20 por cento do tempo total indisponível para produção. O objetivo deste trabalho é obter um modelo de sequenciamento e dimensionamento dos lotes de produção, que propicie aumentar o tempo de linha de produção disponível, acarretando na minimização do não atendimento da demanda. O processo de sequenciamento está relacionado à penalidades de antecipação e atraso da produção e com tempo de preparação da máquina dependente da sequência de produção. O dimensionamento do tamanho de lote está relacionado a penalidades de manutenção de estoque, não atendimento da demanda e restrito a capacidade disponível no período. O modelo e o método de resolução propostos se mostram capazes para obter uma maior organização da linha de produção. No entanto, o tempo de resolução, frente às incertezas do processo produtivo real, se torna inviável em relação ao tempo necessário para tomada de decisão, acarretando na necessidade do desenvolvimento de métodos de solução alternativos para melhoria do tempo computacional sem perder qualidade da solução.

Abstract

The current work is the result of a real case analysis of production lot and sequencing procedure, in the cement industry, aiming to reduce production line stop time. The cement fabrication process is a continuous process, such that can be analyzed as a single equipment receiving raw material, processing into finished goods. The motivation for this work was the state of disorganization of the factory, resulting on rates of 5 percent of back ordering and 20 percent of unproductive time. The goal of this project is to increase productive time, reducing back ordering through a better lot dimensioning and scheduling. The scheduling process includes penalties for production delay or anticipation and includes a method of sequencing that considers the setup time between the different products. The lot size definition process also includes penalties for stock-out situations and for stock maintenance costs, always considering production capacity restrictions over a period. The model and the method proposed proved to be capable of promoting a higher degree of organization on the production line. Nevertheless, in face of real life uncertainties, the time required to find the optimum solution is incompatible with production fast decision requirements, making necessary the development of alternative methods with faster response time, without losing quality.

Sumário

Resumo	iii
Abstract	iv
Lista de figuras	vii
Lista de tabelas	viii
1 Introdução	1
1.1 Justificativa	2
1.2 Determinação dos Objetivos	3
1.3 Organização da Dissertação	3
2 Revisão Bibliográfica	5
2.1 Introdução	5
2.2 Revisão do Problema de Determinação do tamanho de lote	7
2.3 Revisão dos Problemas de Sequenciamento	11
2.3.1 Definições Gerais	12
2.3.2 Classificações	14
2.3.3 Problema de uma máquina	17
2.3.4 Aplicações	19
2.4 Análise da complexidade dos problemas	20

2.5	Determinação do Horizonte de Planejamento	21
2.6	Conclusão	23
3	Descrição do Processo Produtivo	24
3.1	Introdução	24
3.2	Descrição do Processo Produtivo	24
3.3	Descrição do Processo Decisório	27
3.4	Descrição da Matriz de Tempo de Preparação	30
3.5	Descrição do problema	35
3.6	Conclusão	37
4	Modelagem do Problema	38
4.1	Introdução	38
4.2	Proposição Inicial	39
4.3	Proposição Final	41
4.4	Melhoria do Modelo	47
4.5	Conclusão	52
5	Resultados	53
5.1	Introdução	53
5.2	Exemplo de aplicação	53
5.3	Aplicação de formulações fortes ao modelo	73
5.4	Discussão dos resultados	80
5.5	Conclusão	84
6	Conclusão e Trabalhos Futuros	85

Lista de Figuras

2.1	Planejamento da Produção	6
2.2	Fluxo de Produção	8
2.3	Horizonte de Planejamento Discretizado	8
2.4	Sequenciamento de Produtos	12
2.5	Composição dos produtos (<i>job</i>)	13
2.6	Problema de Sequenciamento com Limites de Tempo	18
2.7	Horizonte de Planejamento	22
3.1	Fluxo do Processo	25
3.2	Disposição do Processo	26
3.3	Formação das Ordens de Produção	28
3.4	Composição dos lotes de Produção	33
3.5	Composição dos Lotes de Produção	34
3.6	Desigualdade Triangular	35
4.1	Horizonte de Planejamento	38
5.1	Composição dos Produtos no Processo	56
5.2	Diagrama de Gantt dos Produtos	69
5.3	Diagrama de Gantt com Janela de Atendimento	70

Lista de Tabelas

2.1	Quadro de Equivalências	15
5.1	Demandas por Produto	55
5.2	Matriz do Tempo de Preparação	59
5.3	Composição das Matérias Primas nos Produtos	61
5.4	Formação de Estoque por Período	70
5.5	Demanda Postergada ou Não Atendida por Período	71
5.6	Produção por Lote e por Período	72
5.7	Tempo de Processamento	75
5.8	Janela de Produção	75
5.9	Demanda por Período e por Produto	76
5.10	Matriz do Tempo de Preparação	77
5.11	Matriz do Tempo de Preparação Médio	77
5.12	Resultados das Versões do Modelo Matemático Analisado	79
5.13	Demanda versus Capacidade na Situação de Excesso de Capacidade	81
5.14	Demanda versus Capacidade na Situação de Limitação de Capacidade	81
5.15	Demanda versus Capacidade na Situação de Capacidade Escassa	82
5.16	Avaliação dos Resultados do Modelo Matemático	82
5.17	Análise de Sensibilidade do Modelo	83

Capítulo 1

Introdução

O mercado global se torna cada vez mais competitivo, de modo que as empresas buscam diferenciais para alavancar melhores resultados financeiros. No passado as empresas obtinham, muitas vezes, melhores resultados a partir do aumento do preço de seus produtos e ignorando os custos de produção envolvidos. A evolução da competição levou o mercado ao estabelecimento de preços apertados, os quais levam as empresas a estabelecerem preços semelhantes (aumento de preços pode levar a perda de clientes). Portanto, a alternativa que resta para as empresas, em busca da rentabilidade financeira, é reduzir os custos dos processos produtivos.

Consequentemente, a busca da maior rentabilidade financeira, leva as empresas a se interessarem por uma maior organização da linha de produção como alternativa da redução do custo de processo. A pesquisa operacional entra como uma forte opção para melhoria da organização da linha de produção, por possibilitar criação de modelos que refletem parte da realidade analisada. Esses modelos são então utilizados para gerar saídas que apoiam a tomada de decisão sobre procedimentos e ações que devem ser tomadas para atingir os objetivos pré estabelecidos.

A evolução da utilização nas empresas da pesquisa operacional é resultado de sua contribuição para melhoria dos resultados, bem como da evolução da estrutura (devido a capacidade superior de processamento, capacidade de armazenamento da informação, dentre outros) necessária para gerar resultados em tempo compatível com a tomada de decisão.

A literatura sobre problemas matemáticos aplicados a processos produtivos reais vêm crescendo ao longo dos anos na literatura técnica de pesquisa operacional. Como evidenciado no artigos de Belvaux e Wolsey [10], Buxey [15] e Toso e Morabito [49] além das dissertações de Gomes [29], Santos [43], Souza e Castro [45], Bustamante [14], dentre outras.

Um dos mais importantes problemas encontrados na literatura de sequenciamento de

problemas práticos advém da necessidade de solucionar problemas em tempo computacional para tomada de decisão. Em Gomes [29], Belvaux e Wolsey [10] e Pochet [39] são definidas alternativas para melhoria da solução dos problemas práticos de programação matemático.

Este trabalho trata de um problema que integra os níveis de decisão tático (dimensionamento de lotes de produção) e operacional (sequenciamento dos lotes na linha de produção), trabalhando com um modelo de sequenciamento juntamente com o modelo de determinação de tamanho de lote de produção. O sequenciamento definido é um problema de uma máquina, sujeito ao tempo de preparação de máquina dependente da sequência de produção e não simétrico (tempo de preparação do produto i para o produto j não é necessariamente igual ao tempo de preparação de j para i). O problema de dimensionamento de lote, consiste no problema multi-item capacitado com possibilidade da formação de estoque e não atendimento da demanda.

O problema descrito anteriormente foi motivado a partir de um processo de formação de receitas, o qual consiste num dado conjunto de silos com um conjunto de matérias primas associadas abastecer um produto com a mistura de matérias primas que o compõe. O objetivo é determinar a melhor sequência dos produtos e tamanho de lotes, e consequentemente qual matéria prima cada silo deve conter, de modo que minimize o tempo total da linha parada para a troca de matérias primas nos silos.

1.1 Justificativa

A importância do tema surgiu com o decorrer do delineamento do problema estudado, devido a existência de impactos do atual gerenciamento da linha de produção. O gerenciamento causa perda aproximada de 20 por cento da capacidade produtiva por tempo total de preparação, ruptura de estoque de matéria prima, demora no abastecimento dos silos de matéria prima e não atendimento da demanda em torno de 5 por cento dos pedidos. O impacto destes problemas pode ser justificado por alguns motivos listados abaixo:

1. tempo de preparação: o sequenciamento dos produtos de forma não sistematizada leva a um aumento do tempo total de preparação. Este problema pode ser resolvido pela aplicação de um problema de programação matemática que trata de forma estruturada a definição da sequência dos produtos e de tal maneira a minimizar o tempo total de preparação e ainda gerar uma previsibilidade dos silos a serem abastecidos, gerando desde uma maior organização da linha de produção até mesmo um menor tempo total de preparação;
2. ruptura de estoque de matéria prima: a baixa previsibilidade da linha de produção leva a possibilidade de ruptura do estoque de matéria prima dependendo do *lead*

time da matéria prima. Se o tempo de espera de uma matéria prima for maior que o tempo previsto de sua utilização, então gera ruptura do estoque. Verifica-se que este problema ocorre com frequência na linha de produção analisada;

3. demora no abastecimento dos silos de matéria prima: o pequeno horizonte de previsibilidade de sequenciamento dos produtos, leva geralmente a uma baixa organização do sequenciamento das matérias primas para abastecimento da linha de produção. Essa baixa organização acarreta em um maior tempo para abastecimento dos silos de estocagem;
4. integração entre os níveis de decisão tático e operacional: a reduzida comunicação entre esses dois níveis, acarreta na geração de saídas que otimizadas no nível tático causam entradas inviáveis no nível operacional.

Este trabalho visa organizar e trazer uma maior previsibilidade á linha de produção, a partir da preposição de um modelo de sequenciamento que alinha as necessidades táticas e operacionais. Desenvolve-se um modelo que atende as necessidades básicas da empresa, além de enquadrar diversos segmentos das teorias de sequenciamento da produção e de dimensionamento de lote.

1.2 Determinação dos Objetivos

O objetivo geral da dissertação é desenvolver e implementar um modelo de programação matemática para representação do processo de ensilagem, a fim de se determinar ao mesmo tempo um melhor sequenciamento dos produtos e um tamanho mais adequado de lote de produção. Especificamente os objetivos da modelagem são resumidos abaixo:

- reduzir o atraso na entrega dos produtos;
- reduzir o estoque;
- priorizar os clientes definidos como mais importantes;
- reduzir o tempo total de preparação na troca de produtos;
- melhorar a integração entre os níveis de decisão tático e operacional.

1.3 Organização da Dissertação

A dissertação está estruturada em seis capítulos, sendo que este capítulo caracteriza a metodologia abordada, bem como a organização da dissertação.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica focada no contexto do problema discutido. A revisão bibliográfica é utilizada para subsidiar o conhecimento técnico, de forma a auxiliar a modelagem.

O Capítulo 3 descreve o processo produtivo da empresa estudada e os problemas nele encontrado. Esse capítulo é fundamental para contextualizar o problema prático estudado, bem como, entender as dificuldades práticas para incorporar esse conhecimento adquirido e representado no modelo proposto.

No Capítulo 4 é descrito o contexto dos modelos matemáticos gerados, no entanto, o foco é a descrição das versões dos modelos matemáticos gerados. O final do capítulo descreve uma metodologia de fortalecimento do modelo matemático que proporciona redução do tempo computacional com qualidade da solução.

O Capítulo 5 consiste na exposição dos resultados, analisando desde o funcionamento das restrições até a aplicação do modelo a um exemplo reduzido. Após isso descreve-se a aplicação do fortalecimento do modelo matemático em um exemplo baseado em dados reais analisando a eficiência do resultado gerado em comparação com a formulação real. Por fim, analisa-se a sensibilidade dos resultados, a partir da aplicação do modelo matemático em diversos dados de entrada, os quais variam em tamanho e característica.

As conclusões finais e os passos futuros são determinados no Capítulo 6. Este capítulo enfoca a questão dos resultados obtidos, bem como as limitações encontradas na dissertação em relação a implementação em casos práticos. No fim, é discutido a possibilidade de utilizar técnicas de redução do tempo de resolução para melhorar os resultados alcançados nesta dissertação.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Os sistemas produtivos são compostos por recursos e estes devem ser direcionados ao atendimento de objetivos pré estabelecidos. O atendimento dos objetivos é facilitado pela formulação de planos que organizem os recursos disponíveis. Deve-se buscar organizar recursos humanos e físicos necessários, dirigir a ação dos recursos humanos sobre os recursos físicos e controlar esta ação para a correção de eventuais desvios. Para obter este controle e planejamento de forma mais adequada deve-se existir ferramentas de suporte aos tomadores de decisão do PCP (Planejamento e Controle de Produção).

O PCP é um elemento central na estrutura administrativa de um sistema de manufatura, passando a ser um elemento decisivo para a integração da manufatura. Em Russomano [42] determina o PCP como um elemento decisivo na estratégia das empresas para atender a necessidade dos consumidores com qualidade e confiabilidade.

Segundo Anthony [4] e Britan e Tiruati [11] o nível de decisão tático trabalha com informações dependentes do ambiente externo a empresa, logo não há um controle e previsibilidade das informações. O nível operacional trabalha com informações internas da empresa, de modo que existe um controle da empresa sobre estas informações.

O fluxo normal de decisão consiste em nível tático, com interação com o ambiente externo, a empresa decidir as quantidades de cada produto que deve ser produzido e a sua respectiva data de entrega. Esta situação é resolvida pelo problema de dimensionamento de lote de produção. As informações de nível tático alimentam o nível operacional, de modo que este determina a sequência das quantidades de produtos estabelecidas ao nível de decisão tático. A figura 2.1 mostra o fluxo descrito anteriormente.

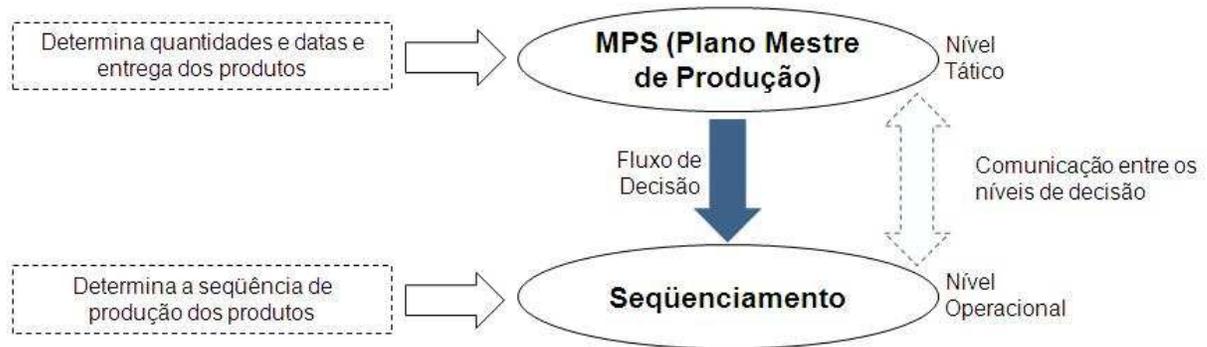


Figura 2.1: Planejamento da Produção

Como mostrado na figura 2.1 normalmente nas empresas existe uma hierarquia de decisão, de modo que decisões de nível decisão tático são impostas como entradas no nível de decisão operacional. No entanto, como mostrado na seta pontilhada, o objetivo deste modelo é criar uma maior integração entre os níveis de decisão tático e operacional. Essa integração possibilita a determinação, em nível tático, de tamanhos de lotes de produtos e suas respectivas datas de entrega em coerência com as possibilidade de sequenciamento dos produtos em nível operacional.

Diversos autores comentam da necessidade de realizar uma maior ligação entre esses níveis de decisão (Denizel *et. al.* [20] e Lasserre [32]) A ausência de ligação entre os níveis (tático e operacional) leva a situações em que as saídas do nível tático ao alimentarem o nível operacional gerem planos inviáveis de produção.

Em Loveland *et. al.* [35] determina-se um modelo que comunica as decisões de nível tático com decisões de nível operacional buscando estabelecer uma melhor comunicação e organização do chão de fábrica. Este problema consiste em determinar a melhor forma de alocar produtos e demandas em linhas paralelas e em conjunto com o sequenciamento da linha de produção, buscando uma otimização combinada.

O modelo matemático desenvolvido nesta dissertação integra os níveis de decisão tático e operacional. Objetiva-se um modelo que determina decisões táticas e operacionais ao mesmo tempo, buscando um resultado viável que realmente otimize o objetivo de forma viável e global. As decisões de nível tático correspondem a decisões de tamanho de estoque, não atendimento da demanda e quanto produzir de cada produto e quando produzir. O nível operacional consite em sequenciar essas quantidades de produto determinada na linha de produção. O diferencial deste modelo, que será discutido no capítulo 5, é que busca determinar as decisões táticas ao mesmo tempo que visualiza o nível operacional.

Este capítulo faz um revisão dos problemas de determinação de tamanho de lote e de sequenciamento da produção. A revisão deste capítulo contextualiza a evolução da modelagem matemática aplicadas nos dois tipos de problema discutidos.

2.2 Revisão do Problema de Determinação do tamanho de lote

Os modelos de dimensionamento de lotes surgiram a partir da necessidade de reduzir os custos de produção, tornando-se um dos grandes temas abordados na literatura de pesquisa operacional. O primeiro trabalho realizado sobre determinação de tamanho de lote é visto em Harris [28]. Este autor apresenta o problema de lote econômico, EOQ (*Economic Order Quantity*), o qual a partir de uma demanda determinística e constante estabelece o tamanho de lote que minimiza custos. Esta técnica de determinação de tamanho de lote foi inovadora, mas limitada por tratar a demanda como constante e determinística.

Uma evolução na modelagem matemática é determinada em Wagner e Whitin [50], o qual define o problema de programação dinâmica para a determinação do tamanho do lote, o algoritmo apresentado garante o atendimento da demanda nos N períodos pré-definidos. Neste artigo trata-se a demanda como variável no tempo, sendo esta uma inovação na determinação de tamanho de lotes de produção.

Outros artigos atuais são vistos em Drexel e Kimms [21] onde há uma coleta e análise de modelos de determinação de tamanho de lote e sequenciamento. Este artigo fornece um detalhamento de modelos variados de determinação do tamanho de lote, com períodos de tempo contínuos e discretos. Enquanto Belvaux e Wolsey [10] e Pochet [39] reúnem problemas de determinação de tamanho de lote introduzindo novas equações, anos cortantes, com o objetivo na melhoria de performance computacional na resolução.

A figura 2.2 representa o fluxo de produção ao longo do tempo. O fluxo de produção de um dado produto A é o estoque no início do período mais a quantidade produzida é igual o estoque ao final do período mais a demanda do produto no período corrente. O estoque ao final do período pode ser positivo ou negativo, no caso de negativo corresponde a quantidade de não atendimento da demanda enquanto positivo corresponde ao estoque de produto em relação a demanda.

Em Toso e Morabito [49] é proposta uma abordagem para otimizar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção em uma indústria de fabricação de ração animal. O problema consiste em decidir quanto produzir de cada produto em cada período, considerando a sequência de produção dos lotes, de maneira a satisfazer a demanda e minimizar os custos de produção e estoques. Enfatiza-se no artigo que a grande

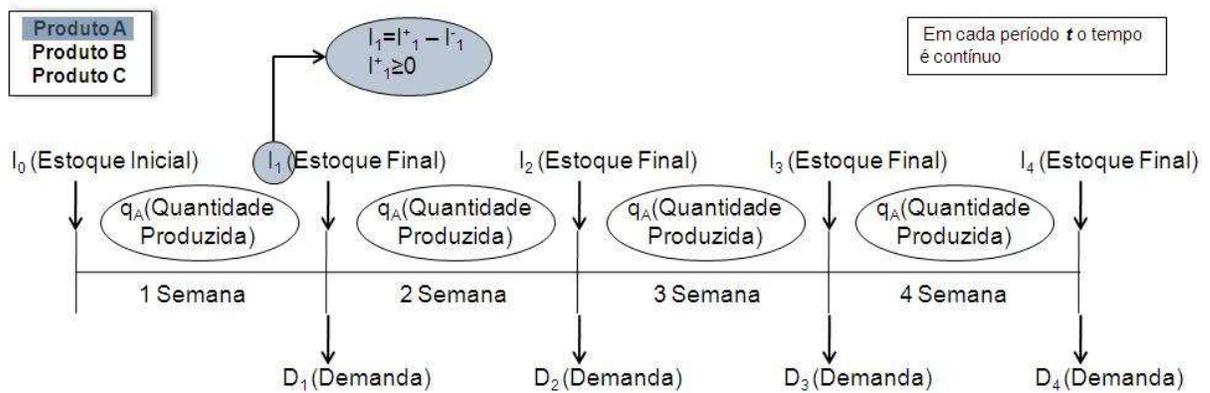


Figura 2.2: Fluxo de Produção

dificuldade para a programação da produção na empresa é integrar estas decisões (dos diversos níveis de decisão), uma vez que os tempos de preparação são bem dependentes da sequência produtiva.

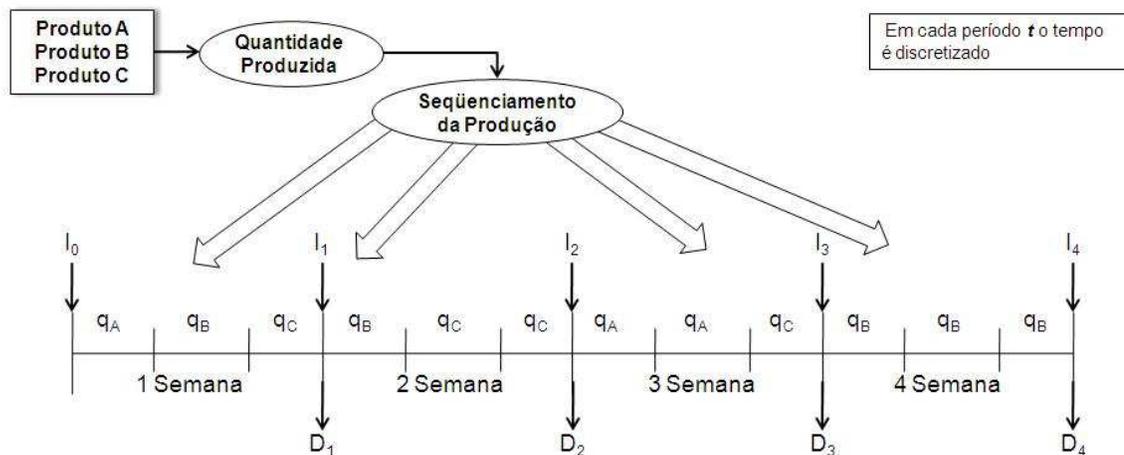


Figura 2.3: Horizonte de Planejamento Discretizado

A figura 2.3 mostra que o modelo de Toso e Morabito [49] consiste em discretizar cada período do horizonte de planejamento em um número de subperíodos igual ao número de produtos a serem fabricados. Em cada parte discretizada de cada período de planejamento é possível a produção de somente um produto, portanto a partir da alocação dos produtos nos subperíodos se determina a sequência de produção.

Buxey [15] e Santos [43] comentam que na pesquisa operacional as técnicas mais utilizadas para resolver os problemas de planejamento de produção são de programação linear. Em

Belvaux e Wolsey [10] há agrupamento de modelos e técnicas para modelagem e resolução de problemas em tempo computacionalmente adequado.

Buxey [15] determina que os modelos de programação e controle da produção podem ser classificando de acordo com sua características. Essas características são:

- número de máquinas;
- número de níveis;
- número de itens;
- capacitado ou não;
- estático ou dinâmico;
- estocástico ou determinístico.

O problema estudado nesta dissertação é composto por um modelo de sequenciamento acoplado com um modelo de determinação de tamanho de lote. O modelo de determinação de tamanho de lote pode ser classificado, segundo Buxey [15], como problema de uma máquina, com um nível, multi-itens, capacitado, estático e determinístico.

Alguns casos teóricos são listados abaixo de acordo com a ordem cronológica de publicação dos trabalhos.

- Lasserre [32] enfatiza que desde que o plano da produção ignora restrições de preparação do sequenciamento da linha de produção (*scheduling*), não há garantia de uma solução viável. Portanto, este artigo faz um método de decomposição que integra: plano de produção (a partir de uma sequência fixa gerada) e sequenciamento (*scheduling*) em *jobshop* (a partir da plano de produção gerado).
- Sikora *et. al.* [44] comentam a separação dos níveis de decisão em subproblemas e apresentam alguns métodos disponíveis para resolve-los em separado ou de forma integrada. Em outro trabalho deste mesmo autor é apresentado um algoritmo genético para integrar o sequenciamento da produção e dimensionamento dos lotes em uma linha de montagem sujeita a tempos de preparação dependentes da sequência, limitações de capacidade, limitações de estoques intermediários entre as máquinas e datas para entrega;
- Drexel e Kimms [21] realiza uma análise de modelos de determinação de tamanho de lote e sequenciamento. Este artigo fornece um detalhamento de vários modelos de determinação do tamanho de lote. Segundo o autor, os modelos se diferem conforme o horizonte de planejamento, o tamanho do período, o número de itens produzidos por período e as decisões sobre o tempo de preparação;

- Fleischamnn e Meyr [22] realizam a comparação entre diversos tipos de modelos de determinação de tamanho de lote. Apresenta-se ainda uma análise da complexidade da formulação e três métodos heurísticos baseadas em *threshold accepting* para solucioná-lo;
- Clark e Clark [19] apresenta uma formulação linear inteira eficiente para pequenas instâncias do problema simultâneo de sequenciamento e dimensionamento de lotes em máquinas paralelas com tempo de preparação dependente da sequência e propõe um método heurístico de busca local para tratar instâncias de tamanhos maiores;
- Staggemeier e Clark [46] consideram algumas variações do problema de determinação do tamanho de lote, tais como: múltiplos produtos, estágios ou máquinas e a existência de custos de tempo de preparação, datas de entrega e possibilidade de postergação. Em especial, apresenta-se um modelo de determinação de tamanho de lote com algumas variações de muito interesse prático como, por exemplo, a conservação de tempo de preparação e a presença de múltiplas máquinas;
- Santos [43] determina que as técnicas MRP e MRPII bem como os modelos matemáticos são boas formas para se gerenciar o sistema de manufatura das empresas, mas soluções customizadas costumam ser mais eficientes para lidar com o dia a dia. Comenta-se também que os modelos de planejamento de produção se tornam necessários devido a incerteza do ambiente, buscando assim trazer para os tomadores de decisão uma ferramenta que permita visualizar a organização dos horizontes seguintes.
- Lobo *et. al.* [3] trabalha um problema de uma máquina com determinação de tamanho de lote capacitado com multi-produto e tempo de preparação dependente da sequência. A grande adição deste artigo é o tempo de preparação do produto que poder ser iniciado no período anterior a produção. Neste artigo aborda-se também uma formulação completa para o problema de determinação de tamanho de lote de produção juntamente com sequenciamento destes;
- Pochet [39] trabalha a modelagem e formulação para problemas determinísticos de planejamento da produção. Este artigo contribui bastante em trabalhar com planos cortantes conhecidos para a modelagem de problemas de determinação de tamanho de lote. Portanto, este artigo contribui neste trabalho com formulações firmes que propiciem redução do tempo computacional e melhoria na solução encontrada;
- Toledo *et. al.* [48] apresenta a formulação de um modelo para programação da produção em máquinas paralelas com restrições de capacidade, custos e tempos de preparação dependentes da sequência de fabricação. Segundo Toledo *et. al.* [48] a modelagem matemática parece ser uma tendência no planejamento e controle da produção de muitos setores industriais, pois se verificam ganhos de eficiência ao tratar problemas complexos simultaneamente.

Alguns casos práticos de determinação de tamanho de lote são descritos abaixo:

- Kapuscinski *et. al.* [31] determina um modelo aplicado a Dell na decisão de estoques na cadeia de suprimentos. Este artigo busca relatar o desenvolvimento de um modelo de estoques, visando identificar os *drivers* e metas para os estoques no estágio final da cadeia de suprimentos da Dell. Este modelo tem o objetivo de permitir a gestão regional tática dos estoques e subsidiar projetos globais identificando possibilidades de redução de estoques;
- Denizel *et. al.* [20] trabalha com um artigo prático aplicado na Ford. Neste artigo enfatiza-se um plano de operação centralizado e um plano de componentes descentralizado. Este problema causa planos de operação inviáveis para as unidades produtivas, pois o plano centralizado não leva em conta as características das regionais. Neste trabalho propõe-se um modelo para resolução desta ligação entre o nível operacional e prático.

O problema de influências externas (fora do controle do tomador de decisão) no planejamento da produção cria a necessidade de estoques de segurança, capacidade extra, alterar a política de resuprimentos, dentre outros impactos. Entretanto, cada situação prática tem uma peculiaridade, logo os modelos devem ser adaptados as características chave do processo produtivo, possibilitando assim criar modelos que possibilitem uma maior flexibilidade diante das incertezas do ambiente. Essa diversificação justifica a sua importância e a ampla gama de trabalhos sobre determinação de tamanho de lote de produção na literatura sobre pesquisa operacional.

2.3 Revisão dos Problemas de Sequenciamento

Os problemas de sequenciamento são, em geral, um dos mais complexos encontrados na pesquisa operacional. Estes problemas são vastamente discutidos na literatura como exposto nos artigos de Allahverdi *et. al.* [2], Drexl e Kimms [21], Staggemeier e Clark [46], Blazewicz *et. al.* [12] e Panwalkar e Iskander [38]. O problema de sequenciamento (*scheduling*) consiste basicamente em sequenciar determinados produtos buscando atingir objetivos pré estabelecidos.

A figura 2.4, ilustra o sequenciamento de 3 produtos, mostrando que ao sequencia-los pode-se acarretar em dois intervalos de tempo de linha parada. Os tempos de linha parada são característicos de soluções de problemas de sequenciamento, sendo muito difícil evitá-los, sugerindo assim, em muitos casos, definir o objetivo do problema como minimizar seus impactos indesejáveis (obtido com um sequenciamento adequado dos produtos) no tempo disponível da linha de produção.

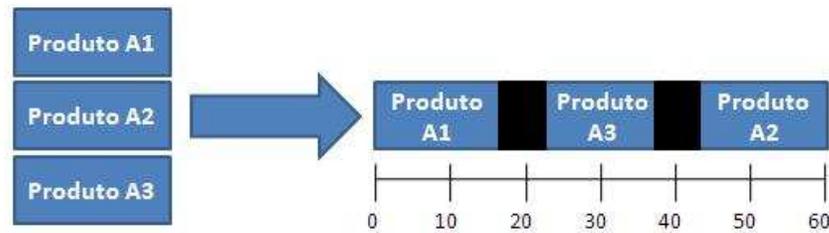


Figura 2.4: Sequenciamento de Produtos

O ambiente competitivo leva os tomadores de decisão das empresas a se conscientizarem da importância das soluções de pesquisa operacional para obtenção de melhores resultados operacionais na gestão do tempo total disponível para tomada de decisão. Esta conscientização para pesquisa operacional torna-se evidente devido, principalmente, à evolução da tecnologia, proporcionado pelos novos computadores e a evolução dos bancos de dados.

No entanto, a complexidade inerente aos problemas típicos de sequenciamento aliados a complexidade do sistema produtivo da realidade diária das empresas resulta em modelos de representação complexos e que necessitam de tratamentos especiais para resolução destes problemas se considerando o tempo computacional necessário.

Este capítulo realiza uma breve revisão do problema de *scheduling*, desde a sua história, nomenclaturas envolvidas, dificuldades/complexidade dos problemas e aplicações encontradas na literatura especializada. A partir deste momento é definido como sequenciamento a teoria de *scheduling* (Baker [8]).

2.3.1 Definições Gerais

O problema de sequenciamento é amplamente discutido na literatura, devido a sua complexidade e aplicabilidade prática. Esta seção busca definir uma revisão dos problemas de sequenciamento, possibilitando a criação de uma base conceitual e teórica para possibilitar a formulação adequada do problema modelado nesta dissertação.

Alguns aspectos do sequenciamento da produção podem ser listados:

- alocação de recursos no tempo necessário para executar um conjunto de processos (Baker [8]);
- alocação ótima de recursos limitados a atividades no tempo (Lawer *et. al.* [33]);
- um caso especial importante do planejamento para o qual, dado um conjunto de

ações a serem realizadas, deve-se produzir na ordem pela qual elas devem ser executadas. Cada uma das ações requerer um conjunto de recursos de capacidade finita e haverá uma preferência de certas ordens em relação a outras (McDermott e Hendler [37]);

- sequenciar um conjunto de tarefas atreladas a um conjunto de processos, de forma a obter o menor tempo de processamento (Garey *et. al.* [24]).

O problema de sequenciamento foi e ainda é um rico e promissor campo de investigação, com aplicações na indústria, logística, arquitetura computacional, de comunicações, dentre outros (Blazewicz *et. al.* [12]). No artigo de Blazewicz *et. al.* [12] é demonstrado a avaliação do estado atual e as soluções potenciais de programação matemática evidenciando algumas formulações sobre problemas de sequenciamento.

O problema de sequenciamento consiste basicamente em ordenar um conjunto produtos, a partir de um conjunto de recursos. Cada produto é composto por um conjunto de tarefas, atividades ou operações, as quais compõem sua sequência tecnológica de fabricação. As tarefas representam operações elementares, que para serem realizadas, necessitam de um certo número de unidades de tempo e/ou recursos. A composição de um produto (*job*) em tarefas é ilustrado pela figura 2.5 abaixo.



Figura 2.5: Composição dos produtos (*job*)

Como exposto na figura 2.5, cada produto (*job*) é fabricado por um conjunto de tarefas a serem realizadas na linha de produção. No entanto, estas tarefas estão presas a uma sequência lógica de produção, como mostrado pela figura acima, a qual o *job* em evidência é fabricado pelas tarefas de 1 a *n* a serem executadas exatamente na ordem exposta.

O sequenciamento é amplamente discutido na literatura. Problemas como programação da produção no nível operacional, programação de projetos, gestão de estoques, roteamento de veículos entre outros, são resolvidos pelo sequenciamento. Alguns aplicativos da internet que requerem acesso, transferência e sincronização de muitos dados utilizam também o sequenciamento para agilizar as operações reduzindo o tempo de espera do usuário (Allahverdi *et. al.* [2]).

Segundo Leung [34], os problemas de sequenciamento estão ligados na alocação de recursos a atividades com o objetivo de minimizar ou maximizar um ou mais objetivos. Algumas características específicas a estes problemas são a presença de datas de chegada e partida para as atividades que devem ser executadas, penalidades em atraso, dentre outros. Quanto as suas variações, existem modelos apropriados a grande parte das situações reais, como problemas definido como uma máquina, máquinas paralelas, *flowshop*, *jobshop* e *openshop*.

2.3.2 Classificações

Graves [25] enfatiza que os critérios para avaliação de um programa podem misturar medidas de custo e de eficiência. No entanto, a maior parte da literatura teórica de sequenciamento da produção dedicou-se a problemas com um único critério. Já em Kan [30] encontram-se critérios classificados nas seguintes classes gerais:

- critérios baseados nos tempos de fim: baseiam-se nas datas de término dos processos, a minimizar. Os exemplos são:
 - *makespan* - C_{max} - tempo do fim programado para a última operação, de modo que é contado a partir do tempo zero, ou do início do horizonte de programação;
 - soma dos tempos de fluxo, o qual é definido na literatura como F_{soma} ;
 - soma dos tempos de espera, o qual é definido na literatura como W_{soma} .
- critérios baseados nas datas limite: são medidas de atrasos baseadas nas datas limite, de forma a minimizar o *gap* em relação a data limite. Esta prática é de grande importância em sistemas de produção;
 - atraso relativo máximo, o qual é definido na literatura como L_{max} ;
 - atraso absoluto máximo, o qual é definido na literatura como T_{max} .
- critérios baseados em custo e utilização: levam em conta custos de posse (existências) e a utilização dos recursos;
 - número médio de processos em curso, N_p , em espera, N_e , ou acabados, N_f : valor do número médio de processos que respectivamente tomado ao longo do intervalo de tempo correspondente ao comprimento do programa;
 - média do trabalho em progresso, A : valor médio da soma das durações de cada produto (*job*) em curso, tomado ao longo do intervalo de tempo correspondente ao comprimento do programa;

- soma dos tempos mortos, ou tempo morto total, I_{soma} : soma de todos tempos mortos de todos os recursos dentro do intervalo de tempo correspondente ao sequenciamento;
- utilização média, o qual é definido na literatura como U_{med} .

Segundo Kan [30], existem as equivalências entre os critérios que comprovam o porque da abordagem de somente alguns destes critérios na literatura sobre sequenciamento. Na tabela 2.1, os problemas gerados com os critérios de uma mesma coluna são equivalentes entre si.

C_{max}	(min)	C_{soma}	(min)	C_w	(min)	$N_p + N_e$	(min)	N_e	(min)
N_p	(max)	F_{soma}	(min)	F_w	(min)	N_f	(min)	W_{med}/C_{max}	
A	(max)	W_{soma}	(min)	W_w	(min)	C_{med}/C_{max}			
I_{soma}	(min)	L_{soma}	(min)	L_w	(min)				
I_v	(min)	C_{med}	(min)						
U_{med}	(max)	F_{med}	(min)						
		W_{med}	(min)						
		L_{med}	(min)						

Tabela 2.1: Quadro de Equivalências

Uma forma geral e sintética de classificação e que abrange características gerais do sequenciamento na teoria e na prática, é apresentada em Graves [25]. Este autor identifica dimensões segundo as quais os problema de programação da produção podem se classificar. As três dessas dimensões, mais importantes são:

- complexidade do processamento: esta basicamente relacionada ao número de passos de processamento associados a cada tarefa de produção;
- critérios de sequenciamento: está relacionado às medidas pelas quais serão avaliados os programas gerados;
- natureza estática ou dinâmica e determinística ou não determinística do problema: estão portanto associadas a disponibilidade, ao longo do tempo, dos valores precisos dos parâmetros do problema e com as suas possíveis oscilações ou variações.

Blazewicz *et. al.* [12] mostra uma classificação dos problemas de sequenciamento baseada nos seguintes aspectos:

- descrição das máquinas;
- descrição das características das operações e dos recursos;
- descrição do critério de otimização do problema.

Esta classificação objetiva a perfeito delineamento dos problemas e as resoluções mais adequadas para cada tipo de problema. Os problemas podem ser definidos pelas características das máquinas, segundo Blazewicz *et. al.* [13] esta classificação é definida nos tópicos a seguir:

- problemas de máquinas especializadas, o qual cada máquina executa um único tipo de tarefa:
 - uma máquina: quando todos os produtos (*jobs*) são produzidos por uma única tarefa, logo o conceito de tarefa coincide com o conceito de produto (*job*). Neste caso o processo é feito por uma única máquina;
 - *flowshop*: quando o processo de produção é composto por um conjunto de máquinas e todos os produtos possuem sequências tecnológicas de fabricação idênticas;
 - *jobshop*: quando o processo de produção é composto por um conjunto de máquinas e cada *job* possui sequência tecnológica de fabricação própria. Portanto, o *flowshop* é um caso especial do *jobshop*, onde os *jobs* são idênticos na sequência de fabricação.
- para máquinas paralelas, definida quando no processo produtivo há a possibilidade do produto (*job*) fluir por qualquer das máquinas disponíveis. Destacam-se os problemas:
 - máquinas paralelas idênticas: definido quando todas as máquinas possuem a mesma velocidade;
 - máquinas paralelas diferentes: definido quando cada máquina possui uma velocidade distinta, sendo classificadas como uniformes se a velocidade não depende da atividade executada ou não uniformes se a velocidade depende da atividade a ser executada.

Ressalta-se que, como será discutido posteriormente neste trabalho, o problema de uma máquina tem um papel muito importante devido a sua aplicação em sistemas produtivos nos quais o processo gargalo é estático. A máquina gargalo dita o ritmo de produção de modo que as demais máquinas tenham mesmo ritmo da gargalo.

A literatura sobre sequenciamento da produção é bem vasta, de modo que a compreensão de formas de classificação se tornam fundamentais para o bom delineamento do problema a ser analisado.

2.3.3 Problema de uma máquina

Os problema de uma máquina são bastante estudados na literatura devido sua menor complexidade computacional para sua resolução. A menor complexidade computacional é devido a parte dos problemas de uma máquina obterem uma solução ótima bastando aplicar uma regra de prioridade no sequenciamento. Estes problemas são descritos em Lawler *et. al.* [33], Allahverdi *et. al.* [1] e Potts e Kovalyov [40]. Os problemas são considerados fáceis (baixa complexidade computacional - polinômiais) nos seguintes casos:

- problemas de uma máquina com regras de precedência e com objetivo de minimizar o *makespan*;
- problemas de uma máquina com data de chegada e com objetivo de minimizar o *makespan*;
- problema de uma máquina e com objetivo de minimizar o maior tempo de atraso;
- problema de uma máquina e com objetivo de minimizar a soma ponderada de finalização.

Outros problemas são NP Completos e necessitam de técnicas de resoluções sofisticadas:

- problemas de uma máquina com data de chegada, data de saída e com objetivo de minimizar o *makespan*;
- problemas de uma máquina com data de chegada, com *delivery times* e com objetivo de minimizar o *makespan*;
- problema de uma máquina com data final e com objetivo de minimizar a soma ponderada da data de finalização;
- problema de uma máquina com data de chegada e com objetivo de minimizar a soma ponderada da data de finalização;
- problema de uma máquina com tempos de preparação.

No problema de uma máquina, o tempo de preparação de máquina envolve todo o tempo gasto nas atividades necessárias para preparar a máquina previamente, para realizar a troca entre tarefas. Este tempo pode depender somente da tarefa a ser executada ou depender também da tarefa em execução. No caso, das tarefas serem independentes o tempo de preparação é dito independente da sequência. Ou no caso da dependência entre as tarefas o tempo gasto é dito dependente da sequência de produção (Allahverdi *et. al.* [1]).

Os problemas relacionados a uma máquina, podem apresentar custos proporcionais a quantidade de recurso alocada na execução ou pode estar relacionado ao tempo de preparação das máquinas. Existem casos em que os custos são proporcionais a ambos, ou seja, ao tempo e a quantidade de recurso. Outros custos que se tornam impactante no sequenciamento de uma máquina, sendo citado em Allahverdi *et. al.* [1], são relacionados ao cliente, tais como minimizar os custos de antecipação e/ou atraso no atendimento a uma necessidade.

Os problemas que consideram o tempo de atraso e antecipação são denominados "E/T problem" (*Earliness and Tardiness Problem*). Este problema é estudado por Baker e Scudder [9], o qual enfatiza que "E/T problem" depende das características da situação prática. Cabe-se ressaltar que estes fatores se tornam importantes para determinar uma escala de importância para os distintos clientes. A figura 2.6 representa o problema de sequenciamento com determinação de limites de tempo para o sequenciamento dos produtos.

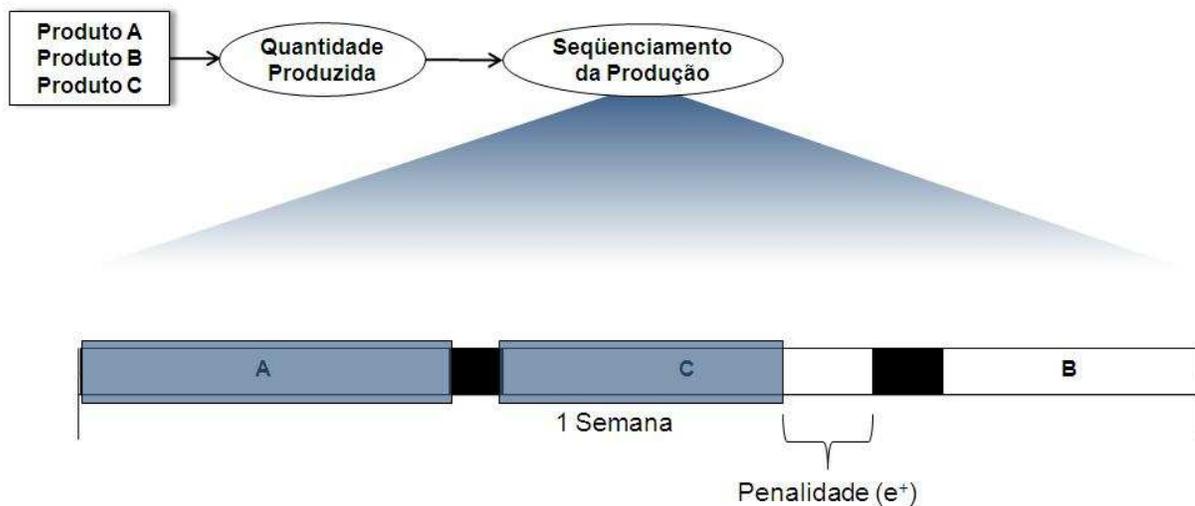


Figura 2.6: Problema de Sequenciamento com Limites de Tempo

A figura 2.6 mostra dois produtos delimitados por uma janela de atendimento com data de início e fim. O produto 1 é sequenciado dentro da janela permitida, portanto não há penalidade incorrida (e^+). O produto 2 tem um penalidade devido o seu término ocorrer após o final da janela de tempo.

O agrupamento de diferentes produtos com características semelhantes torna-se um importante fator de redução do número de dados a serem processados pelo modelo (Allahverdi *et. al.* [1]). Esta manobra pode ser utilizada na modelagem dos problemas de uma máquina reduzindo em maior grau a complexidade computacional.

Portanto, os problemas de uma máquina (quando aplicados de forma correta) se tornam boas aproximações para os problemas reais com a grande vantagem de reduzir, na mai-

oria das vezes, o tempo computacional (complexidade de resolução) e a dificuldade de implementação dos problemas.

2.3.4 Aplicações

A técnica de sequenciamento é amplamente discutida na literatura. Problemas como programação da produção a nível operacional, programação de projetos, gestão de estoques, roteamento de veículos, entre outros, são resolvidos pela técnica de sequenciamento. Até alguns aplicativos da internet que requerem acesso, transferência e sincronização de muitos dados utilizam da técnica de sequenciamento para agilizar as operações reduzindo o tempo de espera do usuário. (Allahverdi *et. al.* [2]). As aplicações para este tipo de problema, podem ser resumidas nestes itens abaixo:

- indústria: sequenciamento de operações sobre as máquinas;
- administração: utilização do tempo;
- computação: execução de programas.

Na indústria os planos de produção utilizam a técnica de sequenciamento, buscando minimizar o tempo e custos de produção ao determinar a melhor ordem de execução de atividades, respeitando a capacidade de recursos presentes. Assim, num contexto de manufatura de produtos, o conceito de produto pode representar a fabricação de um produto real ou de um lote de uma família de produtos, que possuem a mesma sequência tecnológica de fabricação.

Algumas aplicações variadas de problemas relacionados a sequenciamento e levantados na literatura podem ser discutidas abaixo:

- sequenciamento para programação de projetos: a programação de projetos é definida basicamente pela alocação de recursos para atividades que devem ser sequenciadas de forma a atender o prazo estipulado pelo cliente a um custo previsto. Exemplos de projetos são: construções de navios, edifícios, fábricas, manutenções, desenvolvimento de produtos, dentre outros. Exemplos de aplicação da técnica de sequenciamento para programação de projetos podem ser encontrados em Yamashita e Morabito [51], Chen e Askin [18] e Tavares [47];
- sequenciamento de produtos (*jobs*) com o dimensionamento de lotes em ambientes de manufatura tipo *jobshop*. A gestão do planejamento e controle da produção de uma indústria depende da habilidade dos gestores em determinar o tamanho e a sequência dos lotes de produção de produção ao longo de um horizonte pré-definido.

Em geral, um plano de produção eficaz e eficiente é aquele que satisfaz a demanda dentro do tempo previsto, respeita a capacidade de recursos presentes e minimiza os custos de produção. Ver Gupta e Magnussom [26], Toledo *et. al.* [48], Souza e Castro [45], Arenales *et. al.* [6], Askin e Standridge [7], Toledo *et. al.* [48];

- Sequenciamento para ambientes de manufatura *flowshop* híbrido. Este modelo resolve o problema de sequenciamento da produção em sistemas em que há necessidades de fazer escolhas de alocação de operações em máquinas paralelas com o objetivo de reduzir o tempo total de produção.

A dificuldade da aplicação de técnicas de resolução de problemas reais é relativa ao número de restrições existentes e variáveis interdependentes e conflitantes constituintes da realidade em análise (Harjunkoski e Grossmann [27]) Em Blazewicz *et. al.* [13] enfatiza-se que a teoria de complexidade combinatória classifica a grande maioria dos problemas práticos de sequenciamento como "muito difícil", o qual há solução escassa na literatura. A complexidade matemática dos modelos de sequenciamento será discutida na próxima subseção.

2.4 Análise da complexidade dos problemas

A complexidade é um fator de peso no problema de sequenciamento da produção. Efetivamente o problema geral de sequenciamento é um dos problemas que pertence à classe NP difícil. Garey e Johnson [23] enfatiza que o número de soluções possíveis em problemas NP difícil é frequentemente grande, mesmo para um problema aparentemente de pequeno porte.

Os problemas são considerados difíceis quando o número de soluções viáveis aumentam numa razão exponencial em relação à dimensão do problema. A maior complexidade implica numa dificuldade de resolução devido ao tempo computacional necessário para obter uma solução ser maior que aquele disponível para tomada de decisão.

Alguns casos do problema de sequenciamento podem ser otimizados (em termos de tempo computacional), a partir de manobras na modelagem do problema, tais como: modelar o problema de sequenciamento como problema de uma máquina e/ou agrupar os produtos em famílias de produtos. No entanto, a otimização vai depender da existência ou não, de algoritmos de otimização eficientes, quer dizer, algoritmos que encontrem a solução do problema em tempo polinomial relativo à dimensão do problema.

Sugere-se que o estudo de um problema de sequenciamento deve começar pela análise da sua complexidade (ver Blazewicz *et. al.* [13]), de modo a obter as seguintes conclusões:

- o problema pode ser resolvido (determinando-se o melhor plano de produção) em

tempo polinomial da dimensão do problema. A utilidade de um algoritmo apropriado para o caso do problema dependerá do grau da sua função de complexidade no pior caso e da sua aplicação particular;

- o problema é NP-difícil. Neste caso, pode-se optar, como citado em Reis [41] e Blazewicz *et. al.* [13], a utilizar um método de resolução aproximado, exato ou combinação de ambos. Os métodos de resolução podem ser separados em quatro principais categorias e (ver Blazewicz *et. al.* [13]), cabe-se ressaltar que um método global de solução pode ser construído por combinações dos métodos abaixo:

Os métodos aproximados são:

- introduzindo simplificações no problema original por relaxação de algumas restrições (p.ex., transformar uma restrição de igualdade em uma inequação, permitir que somente uma tarefa ao começar a ser processada só seja liberada ao seu fim - *preemption*). A resolução da versão simplificada do problema real, deve obter uma solução com uma boa aproximação da solução do problema original;
- utilização de métodos aproximados que fazem uso de algoritmos heurísticos, os quais tendem a encontrar uma solução ótima com tempo computacional aceitável, mas sem sucesso garantido;
- usar algoritmos exatos se o problema é resolvido por um algoritmo de otimização pseudopolinomial, cuja função de complexidade no pior caso é limitada por um polinômio do maior valor presente na instância do problema. Para números razoavelmente pequenos o algoritmo pode mesmo comportar-se bem na prática, podendo mesmo ser usado num programa de computador;
- utilizando um algoritmo enumerativo, de modo que esta técnica enumera todas as soluções viáveis do problema, concluindo qual é a melhor.

As técnicas aproximadas se tornam fundamentais, pela grande complexidade dos problemas práticos de sequenciamento (*scheduling*), para resolução dos problemas em tempo computacional hábil para tomada de decisão.

2.5 Determinação do Horizonte de Planejamento

O horizonte de planejamento consiste no período de tempo o qual deseja-se analisar os dados do processo produtivo e gerar saídas que são otimizadas a partir de certos critérios

pré estabelecidos. O modelo descrito nesta dissertação utiliza o horizonte de planejamento semelhante ao determinado em Santos [43].

Dado H o horizonte de planejamento dividido em períodos t , a cada t unidades de tempo o modelo de programação alimentado com as informações atualizadas de estoque, capacidade e demanda. O planejamento futuro leva em conta somente ajustes para avaliar a capacidade que estará disponível para a produção detalhada, reduzindo assim drasticamente o número de variáveis do modelo.

A implementação deste horizonte de planejamento consiste, em implementar de forma detalhada a programação no horizonte corrente e uma programação de forma agregada nos períodos seguintes. As informações que alimentam os modelos tendem a se tornar menos confiáveis devido ao aumento da distância da previsão com a data atual. Portanto, torna-se inviável dispendir tempo computacional para resolver horizontes distantes, os quais a informação não é confiável, ou seja, deverá ter retrabalho em cima dos resultados gerados. Este fato é ressaltado em Buxey [15], o qual enfatiza ser desnecessário gastar esforços com períodos longos.

Um caso aplicado deste tipo de horizonte de planejamento é definido em Araujo *et. al.* [5]; no seu estudo prático em uma fundição, busca-se minimizar o tempo total de atraso dado que os pedidos tem data de entrega definida. O Horizonte de Planejamento é de 5 dias, dado que somente o primeiro dia foi subdividido em subperíodos de 2 horas, sendo este tempo definido como o tempo equivalente para forno processar uma carga. Portanto, ao aplicar este modelo se reduz drasticamente o número de variáveis, pois só se trabalha de forma detalhada no primeiro período. A figura 2.7 resume este método.

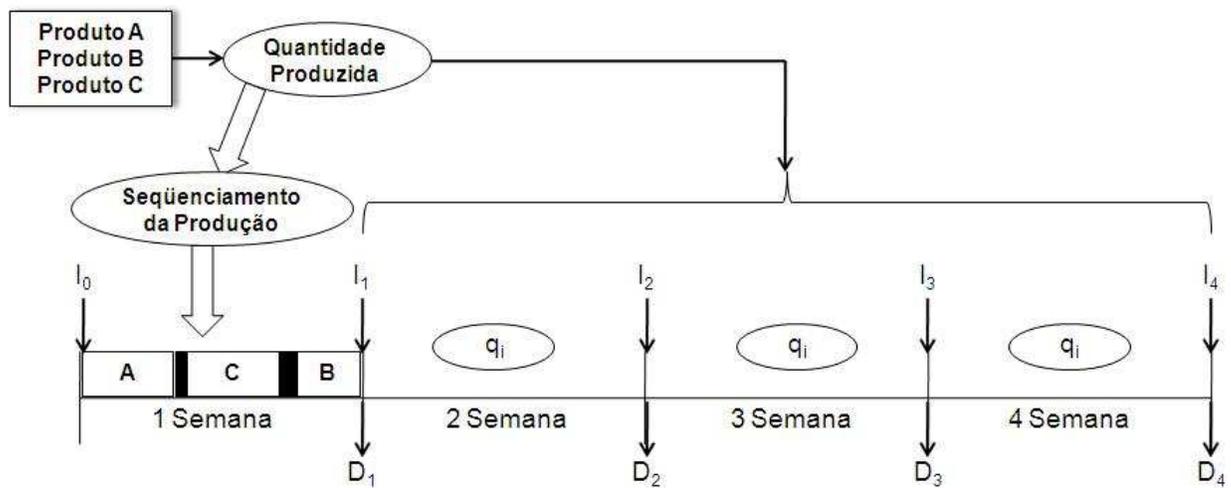


Figura 2.7: Horizonte de Planejamento

A figura 2.7 mostra 3 produtos A, B e C, os quais tem um horizonte de demanda de 4

semanas. Na primeira semana é realizado o sequenciamento dos produtos, enquanto nas demais semanas é realizado a determinação da quantidade a ser produzida.

Esta abordagem do horizonte de planejamento é um diferencial para reduzir o tempo computacional, tornando a modelagem de problemas práticos viáveis computacionalmente. Este trabalho utiliza este conceito para modelar um problema prático, constatando sua adequação para ser aplicado a situação analisada, pois a situação prática se encontra uma grande incerteza na informação da demanda projetada de períodos futuros.

2.6 Conclusão

A partir da revisão bibliográfica sobre o problema de sequenciamento (*scheduling*) e do problema de determinação do tamanho de lote (*lot size*) percebe-se um esforço de diversos autores em modelar matematicamente diversos tipos de problemas práticos. Esta modelagem de pesquisa operacional é descrita em Yamashita e Morabito [51], Chen e Askin [18], Toledo *et. al.* [48], Souza e Castro [45], Kapuscinski *et. al.*, Denizel *et. al.*, dentre outros.

O problema estudado neste trabalho não é encontrado com o mesmo foco em aplicações práticas na literatura. O que melhor se adequa foi encontrado no trabalho de Toso e Morabito [49], o qual analisa um problema de sequenciamento de uma linha de produção discreta, com foco no atendimento dos produtos finais e determinação do tamanho do lote de produção. Nesta dissertação, o foco é o aumento da disponibilidade da linha de produção a partir do sequenciamento, em tempo contínuo, do abastecimento dos silos e determinação do tamanho de lote de produção.

No capítulo seguinte, apresenta-se o problema encontrado em estudo e o que inspirou o estudo apresentado. Serão evidenciadas as características operacionais e administrativas do processo produtivo, as quais servirão de base para a modelagem matemática apresentada no final do capítulo 5.

Capítulo 3

Descrição do Processo Produtivo

3.1 Introdução

Este capítulo descreve as características importantes do processo produtivo da empresa abordada nesta dissertação. Ao analisar o processo produtivo focando nos pontos importantes permite-se criar um modelo matemático mais alinhado a situação real.

A descrição das características do processo produtivo enfatizará detalhes operacionais e organizacionais do chão de fábrica. As características operacionais e administrativas são apresentadas e analisadas procurando destacar as incoerências existentes, as quais se traduzem em queda de eficiência no processo produtivo.

As informações aqui contidas serão traduzidas em relações matemáticas ao modelar o processo produtivo. O modelo gerado é apresetado no proximo capítulo.

3.2 Descrição do Processo Produtivo

Esta seção descreve o processo produtivo com o objetivo de possibilitar o entendimento do seu funcionamento, bem como determinar os seus pontos críticos.

O processo é caracterizado por um fluxo linear, tal como apresentado pela figura 3.1.

Através da figura 3.1, percebe-se que o processo é constituído por etapas formando um fluxo contínuo, o qual inicia-se na etapa de recebimento de matérias primas e finalizando na expedição dos produtos finalizados. Cabe-se ressaltar que, por se tratar de um processo com fluxo único, a etapa que possui menor velocidade de produção (gargalo) é a que determina a velocidade do processo.



Figura 3.1: Fluxo do Processo

A fábrica funciona durante três turnos de produção, de modo que o primeiro turno tem início no domingo às 22:45 h e o último turno da semana encerra-se às 14:30 h do sábado. A linha pode processar cerca de 200 produtos, totalizando um número superior a 300 matérias primas diferentes. Cada produto é composto de 28 a 32 matérias primas diferentes, o que gera uma grande utilização dos 32 silos disponíveis. Dentre os 32 silos contidos no processo produtivo existem 11 silos que mantêm as mesmas matérias primas estocadas devido a estas matérias primas serem comuns a maioria dos produtos.

A utilização dos silos pelos produtos leva a uma baixa margem de estoque de matéria prima na entrada do processo produtivo (silos não ocupados). Atualmente, no gerenciamento do processo produtivo não é analisada a possibilidade de antecipar a preparação dos silos para troca entre produtos, a qual seria possível pelo abastecimento dos silos não utilizados com matérias primas do próximo produto a entrar na linha de produção.

O processo de recebimento de matérias primas é realizado através de *bags* (sacos de 1500 kg) que são estocados na entrada da linha de produção em escaninhos. Os escaninhos são abastecidos no início da semana de acordo com o planejamento da produção para aquela semana. Após iniciada a ordem de produção, realiza-se o esvaziamento dos silos, que contêm matéria prima, de modo a possibilitar o abastecimento das matérias primas necessárias.

O tempo total de preparação para o início da produção de um produto é cerca de 50 min, sendo dividido em 30 minutos para o descarregamento do silo e 20 minutos para o abastecimento com matéria prima. Devido a restrições de processo (existe somente um equipamento que transporta o material para os silos) não pode haver preparação de dois ou mais silos ao mesmo tempo na linha de produção.

Depois de esvaziados os silos necessários, o *bag* de matéria prima é levado dos escaninhos por um carro transportador até uma base de transporte na linha de produção. Esta base é composta por elevadores que transportam os *bags* com matérias primas até os silos disponíveis (vazios). Alguns fatos e características sobre a linha de produção são evidenciados abaixo:

- cada silo tem a capacidade de estocar um determinado volume, no entanto devido a incapacidade da fábrica em controlar o volume de matéria prima estipula-se a capacidade do silo em kg. A atual capacidade máxima estipulada para os silos de

2000 kg;

- devido aos silos não terem controle de nível, determina-se o controle de capacidade corrente dos silos através do valor de peso declarado no carregamento, subtraído das quantidades dosadas em cada receita;
- as matérias primas mais frequentes ficam sempre ensiladas - 11 silos fixos - enquanto as menos frequentes são trocadas.

Fisicamente, os silos estão situados sobre um "carrinho" de recebimento onde é abastecido as matérias primas. Estes silos estão dispostos acima do abastecimento da receita como exposto pela figura 3.2.

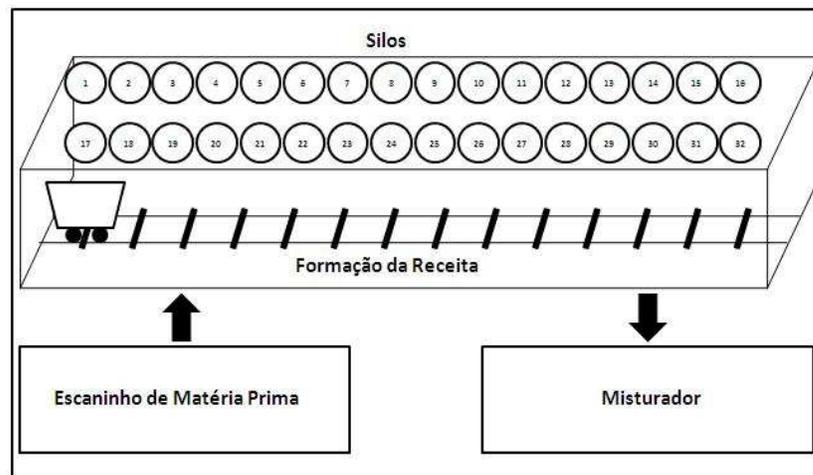


Figura 3.2: Disposição do Processo

Como é mostrado pela figura 3.2, o processo é caracterizado em 3 grandes grupos, sendo estes: escaninho/estoque de matérias primas, formação da receita(ensilagem) e por fim misturador. As matérias primas vão sendo depositadas nos silos, de acordo com a sequência de fabricação dos produtos.

Concluído o abastecimento dos silos, ocorre a pesagem das matérias primas nas moegas(balanças que ficam abaixo dos silos). As moegas pesam a quantidade necessária para formar a receita da ordem de produção, de modo que o processo de formação da receita tenha as quantidades de matérias primas preparadas. Terminado este processo de preparação, o carro transportador atravessa a linha recebendo as matérias primas pesadas pelas moegas, formando assim uma mistura de matérias primas que é transportada (pelo carro de transporte) ao misturador (formar uma mistura homogênea) para posterior ensacamento.

O processo tem uma taxa de consumo de 15 kg por minuto, no entanto o tempo de abastecimento é de 20 minutos para 2000 kg, o que equivale a uma taxa de abastecimento de 10 kg por minuto. O valor da taxa de consumo ser superior ao valor da taxa de abastecimento faz com que a linha de produção seja desbalanceada, ou seja, pode haver a necessidade de interromper a produção de um produto para abastecimento de silos.

O tempo de preparação de um silo, como descrito anteriormente, vai ser dependente das etapas de esvaziamento e carregamento. Portanto, cabe evidenciar que o tempo para esvaziar um silo vai depender de:

- quantidade de silos a serem preenchidos (50 minutos para cada silo);
- matéria prima que será utilizada posteriormente, pois matérias primas contaminantes levam a necessidade de uma limpeza que eleva o tempo de preparação.

Ao analisar o processo produtivo, percebe-se que o tempo de preparação necessário para produzir um produto na linha de produção é proporcional ao número de silos que necessita-se preparar. Portanto, ao reduzir o número de preparações de silos na troca de produtos, aumenta-se o tempo de disponibilidade da linha de produção.

3.3 Descrição do Processo Decisório

O processo que antecede a produção inicia-se com o departamento de vendas, o qual determina a previsão de vendas para o mês. Esta previsão de demanda é composta por demandas internas e externas. As demandas são descritas abaixo.

- demandas internas: essas demandas são oriundas dos clientes internos, ou seja, são demandas determinadas com pouca ou nenhuma incerteza;
- demandas externas: a demanda externa é destinada aos clientes do mercado, ou seja, são demandas previstas com uma certa variabilidade.

A primeira semana de planejamento é composta por demandas reais, ou seja, não há demandas previstas (demandas estimadas pelo comportamento do mercado). Ao aumentar a distância do atual período de planejamento, acarreta no aumento da incerteza, ou seja, a demanda da semana passa a ser composta por maior parte de demandas previstas. Resumidamente, pode-se dizer que quanto mais distante for o período analisado em relação ao período corrente, maior será a composição de demanda prevista em relação a demandas reais. Por exemplo: a semana 1 vai ter zero ou quase zero por cento de demanda prevista, enquanto a semana 4 vai ter zero ou quase zero por cento de demanda real na carteira.

O processo de determinação das demandas é semanal e orientado a realização do planejamento das 4 semanas futuras, de modo que na semana t planeja-se a demanda de $t + 1$ até $t + 5$. Portanto, a cada semana t analisa-se o horizonte de 4 semanas futuras.

As previsões de demandas da primeira semana (não analisa-se os horizontes futuros de demanda para planejamento) ao chegarem ao PCP são transformadas em solicitações de ordens de fabricação, as quais são enviadas para a fábrica, de modo a organizar a linha de produção. Pode-se definir o atual processo interno do PCP do seguinte modo:

Inicialmente, o funcionário do PCP roda um sistema que verifica a carteira de pedidos, retornando um conjunto de informações sobre o estoque de produtos. Essas informações vêm desdobradas em estoque de processo e de produto acabado. O PCP utiliza a informação sobre estoque para definir o cálculo do líquido a produzir para o período em planejamento. Ao final desse processo determina-se o quanto produzir de cada produto, no entanto, cabe ressaltar que não há interação do nível de decisão tático com o nível de decisão operacional para determinar a quantidade a ser produzida. A falta de interação entre os níveis de decisão determina entradas inviáveis para o chão de fábrica, pois não há o real conhecimento da capacidade líquida disponível. A capacidade líquida é definida como a capacidade total disponível para produção, ou seja, a capacidade total menos o tempo gasto com preparação da linha. Este trabalho, descrito anteriormente, é realizado semanalmente pelo PCP.

As vendas são subtraídas dos estoques e transformadas em ordens de produção. As ordens de produção atualmente levam em conta o cliente, ou seja, cada cliente transforma-se em um produto para ser sequenciado. Isso pode ser evidenciado pela figura 3.3.

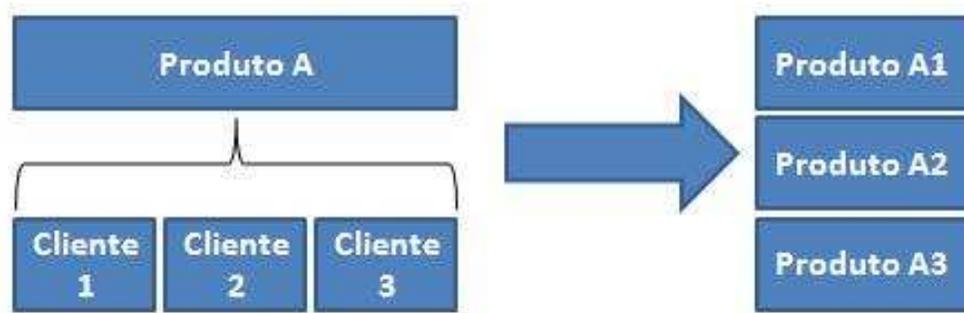


Figura 3.3: Formação das Ordens de Produção

Como visto pela figura 3.3, o produto A vai atender 3 clientes (1, 2 e 3) distintos, gerando assim 3 subprodutos A1, A2 e A3. Esses produtos são sequenciados no PCP gerando os gráficos de Gantt manualmente e enviados ao supervisor da fábrica. Os critérios de otimização levados em conta pelo supervisor da fábrica para sequenciar a produção são:

- data de entrega: as demandas possuem uma data de entrega, ou seja, devem ser entregues num determinado dia. Atualmente as ordens de produção são sequenciadas dando um peso somente à data final, de modo que o produto deve ser produzido antes desta data, ignorando a possibilidade de entregar ao longo do dia programado para entrega (janela de tempo de entrega);
- tempo de preparação: o PCP analisa a composição dos produtos e tenta montar manualmente os produtos que sejam mais similares buscando diminuir o tempo total de preparação. Eles analisam a melhor sequência de forma superficial, considerando somente as 4 matérias primas principais.

Atualmente, o total de ordens de produção entregue depois da data programada está em torno de 5 por cento do total das ordens. Deve-se enfatizar que cerca de 20 por cento do tempo de linha de produção disponível esta sendo gasto com preparação das máquinas, portanto ao atuar na preparação dos silos espera-se aumentar a disponibilidade da linha ao ponto de zerar as ordens de produção em atraso.

O atual planejamento da produção trabalha com o horizonte de produção firme de 5 dias, mesmo sendo disponibilizadas 4 semanas pelo setor de vendas. A decisão de trabalhar com somente 5 dias é devido a confiabilidade da informação, ou seja, na semana corrente a carteira é composta somente por demandas reais. Um fato a se ressaltar é que no horizonte de 5 dias não se pode alterar nenhum pedido, salvo em alguns casos especiais onde o pedido pode ser cancelado pelo cliente (raramente ocorre cancelamento). Nestes casos a programação deveria ser refeita, mas na prática a linha de produção não é alterada durante a semana corrente. A análise de um horizonte de produção mais longo, das 4 semanas disponíveis, permitiria uma maior organização e previsão de demandas, ocasionando um maior alinhamento das necessidades latentes da linha de produção. Esse alinhamento acarreta em uma organização dos pedidos de matéria prima no chão de fábrica, evitando assim a ocorrência de rupturas do estoque de matéria primas, as quais são necessárias para alimentar a linha de produção.

O PCP com objetivo de ganhar produtividade, permite antecipar a programação dentro da semana e atender aos pedido antes da data prevista, no entanto este fato leva a um custo de estoque desnecessário. O custo de estoque não é avaliado na empresa analisada.

Percebe-se que as abordagens do PCP visam ganhar tempo de produção, no entanto, não se busca um correto balanceamento entre tempo e custo. Adianta-se a produção sem analisar se está pagando custo de estocagem desnecessário. Outro problema é a não comunicação entre o nível tático e operacional, no entanto este item já foi discutido anteriormente.

Os eventuais problemas decorrentes do modelo atual de planejamento podem ser resumidos em:

- custo de estoque desnecessário;
- custo de não atendimento da demanda, ou seja, custo de perder o cliente por não atender a expectativa gerada pela promessa de cumprimento do pedido (quantidade e/ou data);
- desorganização da linha de produção por trabalhar com horizonte de visão curto (5 dias), mesmo tendo 4 semanas de visibilidade.

Portanto, um modelo de otimização que ligue o nível de decisão tático e operacional seria de grande valor para melhorar o desempenho da organização. Este modelo será o foco deste trabalho.

3.4 Descrição da Matriz de Tempo de Preparação

No nível operacional, ou seja, no chão de fábrica a principal parte do processo que causa impacto no tempo ocioso da linha é a etapa de ensilagem. A importância da atuação no processo de ensilagem, consiste em determinar o sequenciamento adequado dos produtos que leva a uma sequência de abastecimento dos silos de matérias primas que minimize o tempo total de preparação.

A matriz de tempo de preparação consiste numa matriz que determina o número de silos entre os produtos. Esta matriz se torna importante para alimentar o modelo de sequenciamento da linha de produção. Portanto, leva-se as seguintes perguntas para confecção da matriz:

- qual a melhor sequência de produtos que leva ao menor tempo de preparação?
- onde deve-se atuar no sistema produtivo para adiantar o tempo de preparação?
- como medir o tempo de preparação entre os produtos?

Como já descrito, o tempo de preparação é proporcional ao número de silos, devido a poder atuar em somente um silo por vez. Atualmente o processo conta com 11 dos 32 silos fixos, de modo que somente 21 silos podem ter suas matérias primas alteradas. Portanto, se um produto pode ter no máximo 32 tipos distintos de matérias primas os silos não utilizados no produto podem ser preparados para alimentar o próximo produto antes da troca de produtos, reduzindo o número de atuações necessárias em silos para a troca de produtos. Um exemplo seria:

Dado um produto j com 19 matérias primas, ou seja, ocupa 19 silos. Logo, sobram 2 silos para que durante a produção de j possa-se preparar os silos para i , de modo que o

número de silos a serem preparados para i serão o números de silos totais menos os 2 já preparados.

Portanto, para se determinar esta melhor sequência de i para j leva-se a necessidade de analisar:

- o número de silos utilizados por j : este parâmetro determina o número de atuações na linha para passar de i para j , dado que não existe similaridade entre i e j e o produto i utiliza todos os silos. Portanto, este caso determina o limite superior do tempo de preparação para troca entre quaisquer produtos;
- a similaridade de matérias primas entre os silos i e j : este parâmetro determina o quão similar são as matérias primas entre dois produtos consecutivos, de modo que o número de matérias primas similares entre dois produtos diminui o número de silos a serem preparados na troca de i para j . Esta redução é considerada, pois os silos similares podem ter sua preparação adiantada durante a produção de i , ocasionando na redução do tempo de preparação entre os produtos;
- o número de silos vazios em i : este parâmetro determina quantos silos em i , por estarem vazios, podem ser adiantadas a preparação durante a produção de i , de modo que ao iniciar j estes silos estarão preparados e assim reduzirá o tempo de preparação de i para j .

Após descrever os parâmetros acima, pode-se analisar de forma mais adequada e estruturada como descrito abaixo:

- p_i : número de matérias primas necessárias para produzir o produto i , ou seja, número de silos que serão ocupados por matérias primas ao se produzir i ;
- p_j : número de matérias primas necessárias para produzir o produto j , ou seja, número de silos que serão ocupados por matérias primas ao se produzir j ;
- n : número total de silos;
- $s_{i,j}^*$: número de silos similares entre o produto i e j ;
- $s_{i,j}$: tempo de preparação necessário para iniciar a produção do produto i dado que estava sendo produzido o produto j ;
- Ts : tempo gasto para limpar e encher o silo Ts (preparação do silo).

Evidencia-se que o tempo de preparação é proporcional ao número total de silos necessários. Portanto, ao analisar a mudança entre produtos, obtêm-se um tempo de preparação inversamente proporcional a similaridade dos produtos e proporcional a quantidade de silos não utilizados pelos produtos. Isso pode ser visto na equação abaixo:

$$s_{i,j} = Ts * [(p_j - s_{i,j}^*) - (n - p_i)]$$

Antes de calcular a similaridade precisa-se definir o parâmetro M , o qual define o número total de famílias de matérias primas existentes em dois produtos que serão comparados. Dada a análise do par de produtos i e j , o valor de M será a união do conjunto de matérias primas de i e j . Para melhor compreensão, segue o seguinte exemplo:

- produto A contendo as seguintes matérias primas: X, Y, Z
- produto B contendo as seguintes matérias primas: X, Y, W

O valor de M será dado pela união do conjunto de matérias primas do produto A e do produto B, obtendo assim o conjunto composto por X, Y, Z e W, o qual contém 4 matérias primas. O valor do total de matérias primas é o valor atribuído a M (seu valor no exemplo acima é 4).

O tempo de preparação de i para j é igual ao número de silos utilizados por j menos a similaridade entre i e j e menos os silos vazios em i . Um modo de calcular a similaridade entre dois produtos inicia-se em primeiramente encontrar a dissimilaridade, a qual é determinada como a distância de Hamming, vista em Carvalho [17]. Essa distância é definida abaixo:

$$d_{i,j}^* = \sum_{k=1}^K W * abs(a_k^i - a_k^j)$$

onde,

- i e j são produtos;
- K : número de k matérias primas existentes no processo produtivo na semana do horizonte de análise;
- $abs()$: é o modulo do valor obtido;
- W : igual a 1 (definido unitário, pois neste trabalho W não precisa ser considerado na aplicação desta equação);
- a_k^i : recebe valor 1 quando o produto i contém a matéria prima k .

$$K * abs(a_k^i - a_k^j) = 1, se a_k^i \neq a_k^j$$

Definida a dissimilaridade cabe-se definir a similaridade entre i e j , a qual pode ser definida como:

$$s_{i,j}^* = M - d_{i,j}^*$$

Portanto, a similaridade entre dois produtos vai ser definida como o número total de matérias primas, no processo produtivo, menos a dissimilaridade $d_{i,j}^*$ entre os produtos. A matriz dos tempos de preparação define um conjunto de relações entre produtos de forma fundamental para se atribuir um sequenciamento adequado entre os produtos, o qual é ocasionado pelo aumento da similaridade na trocas de produtos. Quanto mais produtos similares menor quantidade de silos serão necessários para abastecer ou limpar, acarretando na redução do tempo de preparação entre produtos.

Cabe ressaltar o seguinte exemplo:

- Existência de três produtos ocupando 3 silos como na figura 3.4.

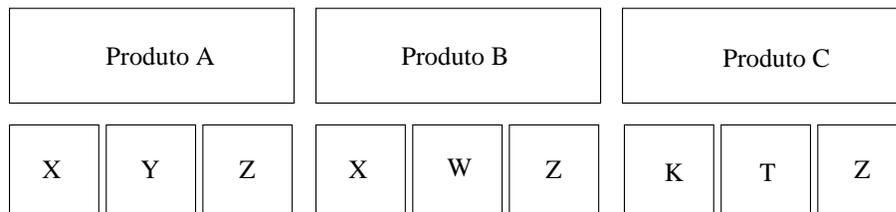


Figura 3.4: Composição dos lotes de Produção

Na figura 3.4, abaixo de cada produto é determinada a composição de sua receita (matérias primas usadas para sua fabricação). Neste exemplo cada produto é composto por três matérias primas de um conjunto total de 6 matérias primas existentes.

No caso exposto em 3.4 não existe o redutor de tempo de preparação (silos vazios em i ou j), pois o foco é analisar a matriz de similaridade. Analisando 3.4, observa-se que cada

produto necessita de uma quantidade e um conjunto pré-definido de matérias primas. Analisando o produto A e B percebe-se uma similaridade entre 2 matérias primas em comum, de modo que o fator de similaridade é 2. O fator de similaridade é portanto a comparação entre duas matérias primas medindo, em números, o conjunto de matérias primas iguais entre os produtos. A matriz de similaridade resultante é definida em 3.5.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Figura 3.5: Composição dos Lotes de Produção

A partir da matriz 3.5 determina-se que uma sequência adequada buscaria alocar o produto A seguido de B e finalizando em C . Esta sequência levaria a uma produção com menor tempo de preparação, ou seja, menor tempo de produção. Supondo que cada preparação de silo leva a uma unidade de tempo de produção extra (u.n.p), obtêm-se os seguintes tempos para as situações descritas abaixo:

- determinando a sequência de produtos A, C e B obtêm-se uma sequência com tempo de preparação de 4 u.n.p;
- determinando a sequência A, B e C obtêm-se o tempo de preparação de 2 u.n.p.

Um fato que deve ser adicionado acontece devido ao desbalanceamento do processo, ou seja, a necessidade de gastar tempo de preparação de um produto para ele mesmo (devido ao rompimento do estoque de matéria prima no silo ocasionado pela taxa de consumo ser mais alta que a taxa de abastecimento). Portanto, deve-se fazer que o tempo de preparação $S_{i,j}$ para $i = j$, seja igual a 1, ou seja, realizar a atuação num único silo (abastece o silo para continuidade de produção do produto em linha).

Cabe ressaltar um adendo na geração da matriz de tempo de preparação. Bustamante [14] e Toso e Morabito [49] comentam que a matriz de tempo de preparação $n \times n$ produtos (*jobs*) deve satisfazer a desigualdade triangular. Enfoca-se que a matriz contendo os tempos de preparação deve ser configurada, de modo que não possa ser factível efetuar duas preparações para completar uma. Um exemplo visto em Bustamante [14], determina que ao fazer uma preparação do produto(*job*) i para o produto(*job*) j e uma outra

do produto(*job*) *j* para o produto(*job*) *k*, esse tempo não deve ser inferior ao tempo de completar uma preparação do produto(*job*) *i* para o produto(*job*) *k* (problema da triangulação). Conforme citado a desigualdade triangular é satisfeita se:

$$s_{ij} + p_j + s_{jk} \geq s_{ik}$$

Essa restrição é adicionada na geração da matriz de tempo de preparação, de modo a criar uma matriz válida ao modelo de programação matemática. Essas condições são melhor visualizadas na figura 3.6.

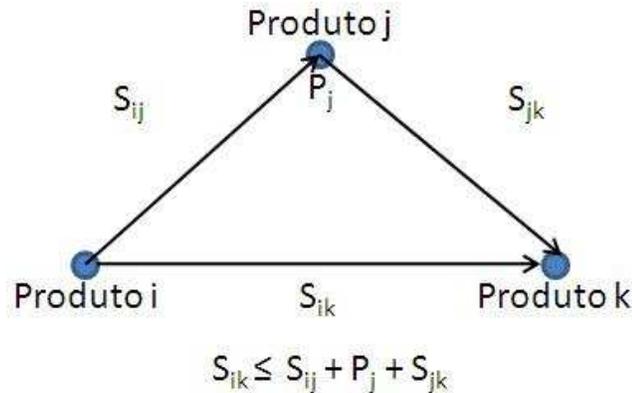


Figura 3.6: Desigualdade Triangular

Como ressaltado, essa matriz se torna fundamental como parâmetro de entrada para o modelo que será descrito no capítulo posterior. Com esta matriz se torna possível determinar o sequenciamento adequado e mais confiável entre os produtos. A aplicação da matriz dos tempos de preparação e o modelo gerado nesta dissertação serão discutidos no capítulo 5.

3.5 Descrição do problema

A interferência nos silos gera grande impacto na linha de produção perdendo cerca de 20 por cento do tempo de produção disponível. Este impacto na linha é atualmente tratado (como já descrito) com atuações do PCP com foco somente em minimizar o tempo de preparação, esquecendo dos seguintes fatores de impacto:

- organização do chão de fábrica possibilitando uma visão limitada das movimentações necessárias ao longo do horizonte de 5 dias;

- geração de custo de estoque desnecessário devido a antecipação da produção de produtos sem necessidade;
- sequenciamento incorreto por não analisar cuidadosamente a contaminação, acarretando em tempo extra de preparação (necessidades de limpeza dos silos ou contaminação da linha);
- análise somente da semana corrente, de modo que não se planeja para disparar pedidos de matérias primas no tempo necessário para que a matéria prima esteja disponível no tempo de atender a linha de produção. Para evitar ruptura do estoque de matéria prima na linha de produção o PCP deve ter uma visão da necessidade da matéria prima num horizonte de tempo maior que o tempo necessário para que o pedido esteja disponível na linha de produção;
- determina-se as ordens de produção em nível tático sem analisar o nível operacional, acarretando em planos de produção inviáveis ao nível operacional.

A empresa necessita de um modelo que organize a linha de produção, aumentando o tempo efetivamente disponível para produção. Isso será alcançado por um modelo que leve em conta as características descritas abaixo:

- considerar uma janela de tempo para entrega dos produtos, por exemplo o dia de entrega marcado. Este item evita gastos desnecessários com estoque;
- considerar na geração do tempo de preparação as contaminações, limpezas necessárias, silos disponíveis, dentre outros. Este item determina um sequenciamento adequado em nível operacional, minimizando o tempo de linha parada;
- considerar a possibilidade de não atendimento do cliente na semana, de modo a postergar a demanda não atendida, mas sempre levando em conta o custo de não atender determinado cliente. Esse item é necessário para garantir a viabilidade do modelo, de modo que o ideal é que o não atendimento da demanda seja zero;
- considerar a possibilidade de priorizar clientes externos em relação aos clientes internos. Essa possibilidade é ignorada atualmente, sendo que no segmento de atuação da empresa analisada, negociar com clientes internos se torna mais fácil que negociar ou até perder um cliente externo pelo não atendimento da demanda;
- modelo que comunique o nível tático com o operacional, de modo que o nível tático gere saídas viáveis de serem implementadas no nível operacional;
- considerar a possibilidade de ruptura do estoque do silo, de modo que pela linha ser desbalanceada, ou seja, taxa de consumo maior que a taxa de abastecimento, leva-se a necessidade de parar a produção para abastecer os silos em grandes corridas de produção.

Resumindo, pode-se dizer que para produzir um determinado produto é necessário que as matérias primas estejam disponíveis nos silos. Para que as matérias primas estejam disponíveis nos silos é necessário abastecer os silos. Para abastecer os silos, é necessário esvaziá-los e limpá-los. Como já relatado, cada produto é composto por um conjunto de matérias primas, de modo que a mudança de produtos na linha de produção irá gerar tempos de preparação. Isto pode ser evidenciado pela figura 3.4.

Como visto pela figura 3.4, temos três produtos com três composições diferentes. O modelo buscará então a melhor combinação e a quantidade a ser produzida para reduzir o tempo de preparação e os custos envolvidos no processo. Analisando esta situação percebe-se que o modelo buscará maximizar a similaridade entre os diversos produtos, levando em conta restrições econômicas.

3.6 Conclusão

O conhecimento do processo produtivo proporciona um embasamento para formulação de um modelo matemático que reflita a realidade do processo produtivo analisado com foco nas características chaves. Ao focar as características chave, consegue-se delimitar o problema analisado e otimizar o trabalho necessário para solucionar o problema, ao mesmo tempo que se obtém um resultado coerente com a realidade.

Ao objetivar a otimização e organização da ensilagem do processo produtivo em análise, percebe-se características peculiares, as quais acarretam na criação de um modelo com características únicas. Essas características geram uma dificuldade de encontrar algum modelo matemático semelhante na literatura.

O próximo capítulo define o modelo matemático embasado no conhecimento do processo produtivo levantado na revisão bibliográfica e na descrição do processo produtivo.

Capítulo 4

Modelagem do Problema

4.1 Introdução

A programação e controle da produção (PCP) ao nível do chão de fábrica, dentro de um horizonte de planejamento de curto ao médio prazo, tem como principais tópicos a determinação do tamanho dos lotes de produção e a sequência na qual serão produzidos em cada um dos recursos de manufatura, atendendo as restrições cabíveis. Este trabalho considera o problema de sequenciamento de lotes de produção para primeira semana do horizonte e a determinação do tamanho de lote de produção para o horizonte de planejamento. O conceito descrito é mostrado pela figura 4.1:

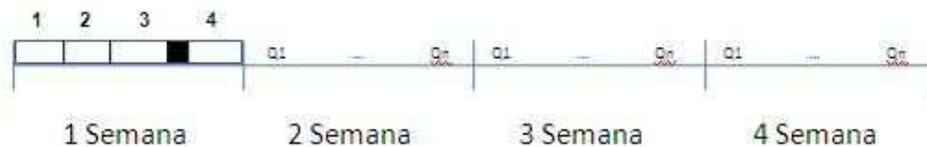


Figura 4.1: Horizonte de Planejamento

O objetivo deste trabalho é determinar qual a melhor sequência de produção, que minimize o tempo total de linha parada e que satisfaça a demanda planejada para o horizonte de planejamento. Com base nos dados históricos do processo sob intervenção e na revisão bibliográfica realizada nos capítulos anteriores, será proposta uma formulação matemática apropriada ao caso.

4.2 Proposição Inicial

O modelo proposto nesta seção, tem o objetivo de introduzir a modelagem do processo analisado. Este modelo busca determinar a melhor sequência de produção que minimize o tempo total de produção. A primeira versão criada do modelo está limitada ao sequenciamento com a visão restrita ao nível operacional. A visão restrita a somente um nível de decisão (operacional ou tático), como já relatado, ocasiona em diversos problemas organizacionais, os quais reduzem a eficiência da linha de produção. Os dados de entrada do modelo e o modelo propriamente dito serão descritos a seguir.

Premissas Iniciais:

- cada ordem de produção é fabricada num único lote, de modo a agrupar os produtos iguais;
- cada ordem de produção é dada pela quantidade de produto que a compoem;
- cada produto tem o número de corridas necessárias para produzir uma dada quantidade;
- uma batelada não possui mais que 1500 kg;
- um silo não estoca mais que 2000 kg.

Dados:

- Matérias Primas:
 - M : número de matérias primas m ;
 - q_i^m : número de matérias primas m , ou seja, silos que o produto i utiliza;
 - $M_{i,j}$: número de matérias primas m similares entre o produto i e j ;
 - K_s : tempo para preparar uma matéria prima qualquer em um silo.
- Produtos:
 - J : números de produtos i a serem fabricados na semana;
 - $E = \{(i, j) : i \in J, j \in J, i \neq j\}$: conjunto de pares de produtos tais que j possar ser produzido imediatamente depois de i , sem nem um produto intermediário;
 - t_0 : data de início de operação do produto fictício 0. Este produto refere-se ao estoque da semana anterior;
 - S_{ij} : tempo de preparação entre o produto i e j , dado que estava produzindo j ;

- D_i : demanda do produto i ;
- Q_i : quantidade produzida por lote do produto i .
- Gerais:
 - K_c : tempo de ciclo para fabricar 1500kg de qualquer produto i .

Variáveis contínuas:

- t_i : data de início de fabricação do produto i ;
- C_{\max} : data de término de produção;
- p_i : tempo necessário para fabricar o produto i .

Variáveis binárias:

- y_{ij} : 1 se i é fabricado depois de j , 0 senão.

Modelo:

$$\text{minimizar } C_{\max} \tag{4.1}$$

$$\text{sujeito a } t_j \geq t_i + p_i + S_{ij} - M(1 - y_{ij}) \quad \forall i, j \in J \tag{4.2}$$

$$p_i = \frac{D_i}{Q_i} * K_c \quad \forall i \in J \tag{4.3}$$

$$y_{ij} + y_{ji} = 1 \quad \forall i, j \in J \tag{4.4}$$

$$C_{\max} \geq t_i + p_i \quad \forall i \in J \tag{4.5}$$

$$t_0 = 0 \tag{4.6}$$

Em (4.1) define-se o objetivo de minimizar o *makespan*, ou seja, a maior data de término. Em (4.2) determina-se as condições de sequenciamento dos produtos, definindo o valor de início de cada produto i pertencente a E . Em (4.3) determina que o tempo de produção do produto i é proporcional a demanda em unidades. Em (4.4) determina que se i é feito antes de j , logo j não poderá ser feito antes de i . Em (4.5) define que C_{\max} é o maior valor de término da última atividade. Em (4.6) define que o produto zero inicia na data zero. Cabe-se ressaltar que o produto zero é o estoque da semana anterior.

O modelo matemático acima foi construído para representar a atual estrutura de decisão do processo produtivo analisado. Devido ao modelo ser baseado nas características do processo produtivo espera-se obter resultados típicos da linha de produção atual, de modo

que, ao rodar este modelo gera-se resultados semelhantes ou melhores aos empregados pelo atual modelo de gerenciamento da linha de produção.

O modelo é dependente das decisões advindas do nível tático, o qual determina a quantidade a ser produzida pela diferença entre a quantidade demandada (pedidos de compra) e o estoque disponível. Estas quantidades alimentariam o modelo de sequenciamento, o qual buscaria determinar a melhor sequência de produção. O problema deste tipo de organização da produção, como já explicitado, acarreta que as saídas otimizadas do nível tático podem não gerar entradas viáveis ao nível operacional, pois o ótimo local não garante o ótimo global.

Portanto, se torna necessário o desenvolvimento de um modelo que atenda as necessidades de comunicação entre os níveis táticos e operacionais, gerando uma solução com otimalidade global. Este modelo será descrito na próxima seção.

4.3 Proposição Final

O problema modelado constitui uma análise crítica do problema discutido na seção anterior, bem como incorporação das melhores práticas pesquisadas. Este modelo é primeiramente definido e depois será implementado alguns cortes buscando aumento da eficiência do tempo computacional de resolução.

Resumidamente o problema consiste em: dado um conjunto de demandas D relacionadas a um conjunto de j produtos, minimizar o não atendimento da demanda fora da data programada e minimizar a formação de estoques. A minimização do problema é obtida pelo sequenciamento adequado do abastecimento das matérias primas nos silos, o qual é refletido pela matriz de tempo de preparação.

Este problema considera também a união entre o modelo de sequenciamento (semana corrente) e o de alocação (primeira a quarta semana), ou seja, a união entre os horizontes dos planejamentos tático e operacional, de modo que considera maiores dimensões do processo que o modelo definido anteriormente. Estas dimensões características são determinadas ao decorrer desta seção.

- Dados:
 - H : horizonte de planejamento dividido discretamente em períodos t ;
 - T : número de semanas no horizonte H ;
 - J : conjunto de produtos j , sendo os produtos 0 e N fictícios. O produto fictício 0 corresponde ao estoque, contido nos silos, remanescente da semana anterior ao horizonte inicial de planejamento. O produto fictício N determina o final do sequenciamento;

- N : número total de produtos;
 - M : conjunto de matérias primas m ;
 - K : número total de matérias primas;
 - L : conjunto de lotes l disponíveis para particionar um produto;
 - V_j : número total de lotes necessários para produzir um produto j no período de planejamento;
 - S_{ij} : tempo de preparação da linha quando o produto i é produzido imediatamente antes de j , determinado pela matriz de similaridade;
 - S_{jj} : tempo de preparação da linha para a produção de dois lotes do mesmo produto j ;
 - D_{jt} : demanda do produto j no período t ;
 - C_t : número de unidades tempo no período t ;
 - p_j : tempo de processamento de uma unidade do produto j ;
 - S_j : tempo médio de produção do produto j ;
 - M : valor muito grande, maior ou igual ao número de horas de uma semana de produção;
 - T_j^+ : data final de entrega do produto j sem que penalidades por atraso se insidam;
 - T_j^- : data inicial de entrega do produto j sem que penalidades por estocagem se insidam;
 - E_j^+ : penalidade de atraso do produto j ;
 - E_j^- : penalidade de estocagem do produto j ;
 - H_j^+ : custo unitário de estocagem do produto j no fim de um período t ;
 - H_j^- : custo unitário de não atendimento da demanda para o produto j em um período t ;
 - E_m : quantidade em estoque da matéria prima m ;
 - A_{jm} : percentual da matéria prima m no produto j ;
 - K_j : taxa de produção do produto j ;
 - U_m : taxa de bastecimento da matéria prima m .
- Variáveis reais positivas:
 - I_{jt}^+ : quantidade em estoque do produto j no fim do período t ;
 - I_{jt}^- : quantidade não atendida da demanda do produto j ao fim do período t ;
 - q_{jt}^l : quantidade produzida do produto j no lote l no período t ;

- e_j^- : adiantamento do produto j em relação a T_j^- ;
 - e_j^+ : atraso do produto j em relação a T_j^+ ;
 - t^* : data de término de produção do último produto no primeiro período do horizonte H ;
 - r_j : data de término de produção do produto j no primeiro período do horizonte H . Sendo $r_0=0$ (primeiro produto do sequenciamento) e $r_{(N)} \geq r_j \quad \forall j \in J/\{N\}$ (último produto do sequenciamento).
- Variáveis binárias:
 - y_{jtl} : 1 se o produto j é produzido no lote l no período t , nulo se não;
 - x_{ij} : 1 se o produto j é produzido imediatamente depois do produto i , nulo se não.

Restrições:

1. conservação de quantidades de produtos no fim de cada período t :

$$I_{jt}^+ = I_{j(t-1)}^+ + \sum_l (q_{jt}^l) - D_{jt} - I_{j(t-1)}^- + I_{jt}^- \quad \forall j \in J \text{ e } \forall t \in H;$$

no fim de cada período t , o estoque do produto j é igual ao seu estoque no fim do período anterior mais a quantidade produzida, menos a demanda atendida, menos a demanda não atendida no período anterior e mais a demanda não atendida no período t .

2. limitação da capacidade de produção para cada produto j em cada período t :

$$p_j * q_{jt}^l \leq \min(C_t, \sum_{a=t}^T (D_{j,a} * p_j)) * y_{jtl} \quad \forall j \in J, \forall t \in H \text{ e } \forall l \in L;$$

o número de horas de produção do lote l do produto j no período t deve ser menor ou igual ao mínimo entre o número total de horas disponível no período t e a demanda acumulada entre o período t e o fim do horizonte H .

3. limitação da capacidade total de produção em cada período t :

$$\sum_j \sum_l (p_j * q_{jt}^l + S_j * y_{jtl}) \leq C_t \quad \forall t \geq 2 \text{ e } t \in H;$$

o somatório do tempo de produção do lote l do produto j mais o tempo de preparação da linha deve ser menor que a capacidade do período. Esta restrição deve ser

utilizada do período $2 \leq t \leq T$, pois no período $t=1$ o sequenciamento dos produto define o tempo real de produção. Esta restrição se torna necessária, mesmo y_{jt} não estando na função objetivo, devido a possibilidade de não atendimento de demanda (I_{jt}^-), o modelo que define quais produtos produzir na semana, portanto não tem como definir a priori a capacidade disponível para produção estrito senso em cada período.

4. limitação do tempo máximo de corrida de produção para cada produto j em cada período t :

$$p_j * q_{j,t}^l \leq \min_{\forall m \in M} (E_m / (K_j * A_{jm} - U_m)) * y_{jtl} \quad \forall j \in J, \forall t \in H \text{ e } \forall l \in L;$$

o tempo máximo de processamento depende da relação entre a taxa de abastecimento de matéria prima na linha e a taxa de consumo. Como relatado nesta dissertação, a taxa de consumo é maior que a taxa de abastecimento, o que leva a um limitante do tamanho máximo possível do lote de produção. O valor do mínimo, á esquerda da equação, determina que o tamanho máximo do lote é definido pela matéria prima que se esgota primeiramente.

5. determina a data final de cada produto j :

$$r_j \geq r_i + S_{ij} + \sum_l p_j * q_{j1}^l + S_{jj} * \sum_{l \geq 1} (y_{jl}) - M * (1 - x_{ij}) \quad \forall i \in J, \forall j \in J \text{ e } i \neq j;$$

a data final do produto j (r_j) é maior ou igual á data do término do produto i , mais o seu tempo de produção p_j , juntamente com o tempo de preparação S_{ij} e o tempo gasto para preparar a linha de j para j (S_{jj}). O Tempo para preparar a linha de produção de j para j reflete a condição de desbalanceamento da linha, ou seja, se a capacidade de abastecimento é menor que a taxa de consumo, acarreta que determinados tamanhos de lotes de produção terão a necessidade de gastar um tempo de preparação S_{jj} para continuar a produção. Este desbalanceamento reflete um limite de continuidade de produção e aumenta o tempo de indisponibilidade da linha de produção.

6. depois de cada produto i pode haver somente um produto j :

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1 \quad \forall i \leq N - 1 \text{ e } i \in J;$$

7. antes de cada produto i pode haver somente um produto j :

$$\sum_{j=0}^{N-1} x_{ji} = 1 \quad \forall i \geq 1 \text{ e } i \in J;$$

8. a data de término do produto j mais o seu adiantamento é maior ou igual ao tempo inicial previamente definido para o produto j :

$$r_j + e_j^- \geq T_j^- \quad \forall j \in J;$$

9. a data de término do produto j mais o seu atraso é menor ou igual ao tempo final previamente definido para o produto j :

$$r_j - e_j^+ \leq T_j^+ \quad \forall j \in J;$$

10. a data final do período corrente é definida pela data final do último produto j sequenciado:

$$t^* \geq r_j \quad \forall j \in J;$$

11. todos os j produtos devem ser sequenciados até a data final definida no período corrente:

$$t^* \leq C_1$$

Modelo:

$$\text{minimizar } \sum_j \sum_t (H_j^+ * I_{j,t}^+ + H_j^- * I_{j,t}^-) + \sum_{ij} (E_j^- * e_j^- + E_j^+ * e_j^+) \quad (4.7)$$

$$\text{sujeito à } I_{jt}^+ = I_{j(t-1)}^+ + \sum_l (q_{jt}^l) - D_{jt} - I_{j(t-1)}^- + I_{jt}^- \quad \forall j \in J \text{ e } \forall t \in H \quad (4.8)$$

$$p_j * q_{jt}^l \leq \min(C_t, \sum_{a=t}^T (D_{j,a} * p_j)) * y_{jtl} \quad \forall j \in J, \forall t \in H \text{ e } \forall l \in L \quad (4.9)$$

$$\sum_j \sum_l (p_j * q_{jt}^l + S_j * y_{jtl}) \leq C_t \quad \forall t \geq 2 \text{ e } t \in H \quad (4.10)$$

$$p_j * q_{j,t}^l \leq \min_{m \in M} (E_m / (K_j * A_{jm} - U_m)) * y_{jtl} \quad \forall j \in J, \forall t \in H \quad (4.11)$$

$$r_j \geq r_i + S_{ij} + \sum_l p_j * q_{j1}^l + S_{jj} * \sum_{l \geq 1} (y_{j1l}) - M * (1 - x_{ij}) \quad \forall i \in J, j \neq j \quad (4.12)$$

$$\forall i \neq j$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1 \quad \forall i \leq N - 1 \text{ e } i \in J \quad (4.13)$$

$$\sum_{j=0}^{N-1} x_{ji} = 1 \quad \forall i \geq 1 \text{ e } i \in J \quad (4.14)$$

$$r_j + e_j^- \geq T_j^- \quad \forall j \in J \quad (4.15)$$

$$r_j - e_j^+ \leq T_j^+ \quad \forall j \in J \quad (4.16)$$

$$t^* \geq r_j \quad \forall j \in J \quad (4.17)$$

$$t^* \leq C_1 \quad (4.18)$$

$$I_{jt}^+, I_{jt}^-, q_{jt}^l, r_j, e_j^-, e_j^+ \geq 0 \quad \forall i, j, t, l \quad (4.19)$$

$$x_{ij}, y_{jt} \in 0, 1 \quad \forall i, j, t \quad (4.20)$$

A função objetivo 4.7 minimiza dois objetivos competitivos em busca de produzir o estritamente necessário no tempo exato. Estes objetivos podem ser descritos como: o atendimento da demanda na janela programada (relacionada ao período corrente de planejamento) minimizando o desvio da conclusão da produção da data estipulada, enquanto a outra parte da função objetivo relaciona-se ao correto atendimento da demanda, minimizando a formação de estoques e não atendimento da demanda (produzir o estritamente necessário).

A existência de folga na capacidade (no caso deste modelo no primeiro período de planejamento) acarreta na possibilidade do correto atendimento da demanda na janela programada. A parte da função objetivo relacionada ao gerenciamento da correta utilização da capacidade, ou seja, na produção exata para o atendimento da demanda (produzindo

para atender a demanda e não formar estoques), atua em todos os períodos de planejamento, enquanto a parte relacionada à produção na janela programada para demanda, atua somente no horizonte corrente de planejamento.

Percebe-se a existência de dois blocos de restrições, de modo que o grupo que vai de 4.8 a 4.12 referem-se ao horizonte tático, ou seja, restrições de alocação, determinação do estoque, tamanho de lote e não atendimento da demanda. As restrições de 4.12 a 4.18 referem-se ao sequenciamento, em nível operacional, dos produtos no primeiro período de planejamento.

O bloco de restrições táticas abordam informações mais agregadas, ou seja, trata apenas de produção e capacidade ignorando o sequenciamento. A restrição 4.8 é obtida da adaptação Belvaux e Wolsey [10] e Drexl e Kimms [21], enquanto as restrições 4.9 e 4.10 são determinadas em Toso e Morabito [49] e Belvaux e Wolsey [10]. A restrição 4.12 foi criada neste trabalho.

O bloco de restrições operacionais aborda a informação mais desagregada, ou seja, tratando do sequenciamento dos lotes determinados no nível tático. A restrição 4.12 é uma adaptação da restrição definida em Drexl e Kimms [21] e Manne [36]. As restrições 4.13 e 4.14 são obtidas a partir de Drexl e Kimms [21] e Gomes [29] e as restrições 4.15 e 4.16 são determinadas em Bustamante [14]. As restrições 4.17 e 4.18 são determinadas em Carvalho [16], enquanto as restrições 4.19 e 4.20 definem o domínio das variáveis.

O modelo aqui apresentado constitui-se da união do conhecimento sobre a literatura de sequenciamento e de determinação de tamanho de lote aplicado a um caso real. Este conhecimento adquirido é fundamental para geração de um modelo adequado a situação real.

4.4 Melhoria do Modelo

Os modelos matemáticos quando aplicados em casos reais deparam-se, na maioria das vezes, com problemas de grande complexidade devido a um alto número de restrições e variáveis inerentes ao problema real. O problema modelado nesta dissertação, não foge à regra, apresentando um alto tempo computacional quando aplicado em casos reais ou simulações do funcionamento real.

Uma abordagem bem difundida para redução do tempo computacional consiste na criação de restrições fortes que adicionadas a modelos relaxados acarretam em melhoria e aproximação da solução relaxada em relação à solução original (não relaxada). A melhoria na solução é obtida pela redução da região de viabilidade do problema relaxado, no entanto, essas restrições fortes são redundantes ao modelo original, ou seja, não reduzem a sua região de viabilidade. Estas restrições aliadas ao relaxamento linear do problema

acarretam na melhoria da eficiência e eficácia do modelo implementado, de modo a obter resultados melhores em menores tempos computacionais. Estas manobras foram buscadas com base nos artigos de Belvaux e Wolsey [10] e Pochet [39], os quais fazem uma ampla revisão de técnicas para resolução de problemas de alocação.

O artigo de Belvaux e Wolsey [10] analisa que a reformulação de problemas e/ou planos cortantes é pouco abordada atualmente. Este artigo busca então analisar a reformulação de problemas práticos para que problemas reais encontrem soluções viáveis computacionalmente nos modelos de programação inteira mista.

Pochet [39] realiza um estudo sobre programação inteira mista e formulações fortes para a classe de problemas de planejamento da produção. Este trabalho passa pela abordagem clássicas de otimização, bem como modelos conhecidos e formulações de planos cortantes conhecidos e eficientes.

A reformulações podem ser obtidas adicionando variáveis e/ou restrições ao problema original. Isto, tipicamente permite obter uma descrição linear da casca convexa das soluções viáveis do subproblema. As formulações fortes são importantes para solução do problema relaxado próximo da otimalidade (Belvaux e Wolsey [10]).

Estes artigos evidenciam algumas equações de planos cortantes conhecidas, as quais são aplicáveis em problemas de dimensionamento de lote. Nestes artigos as equações de planos cortantes são direcionadas para o tipo de problema mais adequado, de modo que a equação quando aplicada ao problema indicado se torna possível a obtenção de melhores resultados.

As equações conhecidas podem ser adicionadas como planos cortantes, de modo a obter melhorias evidentes no resultado. A melhoria do resultado computacional é obtido pelo delineamento de forma mais eficiente do problema relaxado. As restrições que se aplicam ao modelo abordado são discutidas abaixo, para posterior implementação e discussão dos resultados obtidos. Agora será discutido uma demonstração contida em Belvaux e Wolsey [10].

Considerando um modelo de dimensionamento de lote com as seguintes restrições:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + q_{it} - D_{it} \quad \forall i, t \quad (4.21)$$

$$p_i * q_{it} \leq C_t * x_{it} \quad \forall i, t \quad (4.22)$$

$$\sum_i p_i * q_{it} \leq C_t \quad \forall t \quad (4.23)$$

Dada a equação de fluxo de produto abaixo:

$$I_{i,(t-1)} + q_{it} = D_{it} + I_{it} \quad \forall i, t \quad (4.24)$$

Atuando na equação acima e fazendo uma formulação forte, pode-se chegar em uma solução mais eficiente para o modelo de planejamento de produção. Partindo disto o artigo determina que para cada produto i e considerando o problema incapacitado pode-se chegar em:

$$S_{k-1} \geq D_k(1 - y_k) \quad \forall k \quad (4.25)$$

sendo,

- S_{k-1} : estoque ao final do período $k - 1$;
- D_k : demanda no período k ;
- y_k : determina se a linha está disponível para produzir o produto i .

Essa restrição acima é válida, pois dada a ausência de produção o estoque deve atender a demanda. Evoluindo a formulação forte define-se a capacidade máxima nos períodos analisados, obtendo-se:

$$C = \max(C_t) \quad \forall t \quad (4.26)$$

sendo,

- C_t : capacidade disponível no período t em unidades de produto.

Usando essa definição acima aplicada á equação 4.25 e 4.26 num período agregado de $[k,t]$ obtém-se:

$$S_{k-1} + C \sum_{i=k}^t y_i \geq D_{kt} \quad \forall k, t \quad (4.27)$$

Dada a existência da possibilidade de não atendimento da demanda (I_t^-) de um produto no período t altera-se a formulação anterior para:

$$S_{k-1} + r_t + C \sum_{i=k}^t y_i \geq D_{kt} \quad \forall k, t \text{ sendo } t \geq k \quad (4.28)$$

sendo,

- r_t : não atendimento da demanda ao final do período t .

Ao adicionar a restrição abaixo, permite-se ao modelo uma formulação que restringe a região de viabilidade, melhorando a eficiência e eficácia da solução relaxada. As restrições abaixo consideram a variação dos i produtos.

$$S_{i(k-1)} + r_{it} + C \sum_{j=k}^t y_{ij} \geq D_{ikt} \quad \forall i, k, t \text{ sendo } t \geq k \quad (4.29)$$

$$D_{ikt} = \sum_{j=k}^t (D_{ij} * y_{ij}) \quad \forall i, k, t \text{ sendo } t \geq k \quad (4.30)$$

Buscando a obtenção de um equação de corte eficiente para o modelo abordado nessa dissertação, realiza-se a combinação das equações 4.29 e 4.30, acarretando assim numa equação que obtém o aumento no limite inferior, o qual é causado pela redução da região de viabilidade do problema relaxado. Esta equação é vista abaixo:

$$S_{i(k-1)} + r_{it} + C \sum_{j=k}^t y_{ij} \geq \sum_{j=k}^t D_{ij} \quad \forall i, k, t \text{ sendo } t \geq k \quad (4.31)$$

sendo,

- r_{it} : determina a quantidade de demanda não atendida do produto i no período de tempo t .

Outro tipo de equação aplicável nesta dissertação é apresentada em Pochet [39], o qual altera a equação acima transformando-a na equação abaixo:

$$S_{i(k-1)} + r_{it} + \sum_{j=k}^t \min[C_j; \sum_{n=j}^t D_{in}]y_{ij} \geq \sum_{j=k}^t D_{ij} \quad \forall i, k, t \text{ e } t \geq k \quad (4.32)$$

$$S_{i(k-1)} \geq 0 \quad \forall i, k \quad (4.33)$$

$$\sum_{j=k}^t y_{ij}, \text{ inteiro} \quad \forall i \quad (4.34)$$

Outra aplicação de formulação forte, vista em Pochet [39], que pode ser utilizada nesta dissertação é definida a partir da reformulação na equação de restrição (do problema de dimensionamento de lote) determinada abaixo:

$$x_{it} \leq C_{it}y_{it} \quad \forall i, t \quad (4.35)$$

Evolui-se atuando na equação acima, de forma a realizar a formulação forte no período t indo de k a l e $S_{i(k-1)} \geq 0$, obtendo as seguintes equações que podem ser adicionadas como corte da região de viabilidade (melhoria da solução relaxada):

$$\sum_{t=k}^l x_{it} \leq D_{ikl} + S_{il} \quad \forall i, k, l \text{ e } l \geq k \quad (4.36)$$

$$x_{it} \leq \min[C_t; D_{itl}]y_{it} + S_{il} \quad \forall i, k, l, l \geq k \text{ e } t = k..l \quad (4.37)$$

$$S_{il} \geq 0, x_{it} \geq 0, y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k, l, l \geq k \text{ e } t = k..l \quad (4.38)$$

Como se percebe, altera-se a equação 4.35 adicionando-se S_{il} , de modo a reduzir o coeficiente de y_{it} . As equações acima permitem reduzir o limite superior, de modo a aumentar a eficácia em busca da solução ótima nos problemas relaxados.

As equações 4.32, 4.33 e o par 4.36 e 4.37 determinam uma possibilidade de obter um corte eficiente no problema abordado nessa dissertação, pois os modelos explicitados pelos autores para aplicação destas equações apresentam características bem semelhantes ao problema abordado. Essas equações se tornam fundamentais para que problemas práticos possam ser relaxados, diminuindo o tempo computacional e reduzindo (pela presença das equações de corte) o desvio da solução relaxada em comparação á solução original(sem relaxar). No capítulo seguinte serão discutidos os resultados, bem como comparação dos modelos com e sem a melhoria ocasionada pela inserção das equações de corte, buscando assim demonstrar e dimensionar a eficácia/eficiência na melhoria dos resultados dos problemas relaxados.

4.5 Conclusão

Os processos produtivos envolvem uma complexidade inerente a realidade a qual está inserido, de modo que modelos matemáticos aplicados a problemas práticos acarretam em modelos complexos de serem formulados e solucionados em tempo computacional compatível com a tomada de decisão.

A modelagem de problemas envolve o correto delineamento das características chave do processo, as quais são possíveis de ser obtidas pelo estudo detalhado do processo produtivo em análise. Com o conhecimento do processo é possível obter um modelo mais detalhado, como mostra a evolução de detalhes evidenciada pela comparação da evolução dos dois modelos propostos neste capítulo.

Ao gerar um modelo matemático com mais detalhes do processo agregado em sua formulação matemática, obtém-se saídas mais adequadas e realistas em relação ao problema real mapeado. No entanto, ao gerar modelos mais alinhados com a realidade do processo mapeado perde-se em eficiência computacional, pois aumenta-se a complexidade do modelo matemático gerado.

Portanto, para se gerar um modelo matemático que reflita o processo de forma adequada, o qual pode gerar saídas que darão um correto suporte para a tomada de decisão, deve-se obter um conhecimento completo do processo analisado e gerar formulações matemáticas ou métodos de solução que gerem soluções com tempo computacional compatível com a tomada de decisão.

Capítulo 5

Resultados

5.1 Introdução

Este capítulo mostra os resultados obtidos pela versão final do modelo proposto. Este problema modelado é implementado no software de otimização CPLEX versão 9.0 instalado em um computador pentium dual core com dois núcleos de processamento de 1.7 GHz e 1 Gigabyte de memória RAM. Esses resultados validam a utilização prática do modelo, bem como descrevem de forma detalhada o funcionamento e eficiência do modelo.

Primeiramente, é apresentado o problema modelado final proposto nesta dissertação em um exemplo teórico, com o objetivo de descrever o funcionamento do modelo. Em seguida serão aplicadas ao modelo, as equações de reformulação forte (planos cortantes) com objetivo de validar a robustez destas equações em dados gerados para teste. Por fim, o modelo será avaliado em situações com dados gerados a partir de variação de situações reais. Essa avaliação irá permitir determinar o desempenho do modelo em relação ao tempo computacional perante a complexidade real.

5.2 Exemplo de aplicação

Esta seção tem como objetivo mostrar o funcionamento do modelo, partindo da determinação da matriz de tempo de preparação, para posterior resolução. Em seguida serão discutidos os resultados gerados.

Os dados gerados para aplicação no modelo nesta seção consistem de dados fictícios, com o objetivo de gerar um exemplo de forma a explicar como o modelo funciona. Serão apresentados primeiramente os dados do modelo para posterior descrição das repercussões dos dados nos resultados.

Dadas as seguintes informações sobre as matérias primas existentes no processo produtivo, no exemplo fictício:

- considerando a existência de 3 silos, denominados 1, 2 e 3, para armazenamento das matérias primas utilizadas no processo de ensilagem;
- existência de 3 produtos distintos, denominados B, C e D, a serem atendidos no horizonte de processamento T ;
- existência do produto fictício A, o qual representa o estoque de matéria prima nos silos, remanescente da semana anterior ao primeiro horizonte de planejamento;
- os produtos são compostos por no máximo 4 matérias primas, denominados K, X, Y e Z.

Definido a composição dos produtos e dos silos, as demais informações do processo produtivo no exemplo fictício são:

- horizonte de planejamento de 2 semanas, sendo que na primeira semana será determinado o sequenciamento e o tamanho dos lotes de produção e na segunda semana será determinado somente o tamanho dos lotes de produção;
- capacidade de processo baseada em tempo e variável ao longo das 2 semanas de planejamento, sendo estas:
 - primeira semana: 80 unidades de tempo;
 - segunda semana: 60 unidades de tempo (o tempo inferior a primeira semana pode ser devido a alguma manutenção preventiva, parada de linha, dentre outros).
- a demanda de cada produto se distribui ao longo das duas semanas de planejamento. Essas demandas por produto e por semana são demonstradas na tabela 5.1;

	Período 0	Período 1	Período 2
Produto A	0	0	0
Produto B	0	10	10
Produto C	0	5	10
Produto D	0	10	10

Tabela 5.1: Demandas por Produto

- o tempo de produção por unidade de produto, neste exemplo, é diferenciado, ou seja, varia de produto para produto. Estes tempos são:
 - produto B: 2 unidades de tempo para cada unidade de produto;
 - produto C: 2 unidades de tempo para cada unidade de produto;
 - produto D: 4 unidades de tempo para cada unidade de produto.
- os produtos possuem data de entrega diferentes no primeiro período do horizonte de planejamento. As datas de entrega de cada produto no primeiro período são:
 - Produto B: pode ser entregue entre 40 a 80 unidades de tempo;
 - Produto C: pode ser entregue ao longo de toda semana, não estando limitado a janela de entrega (de 0 a 80 unidades de tempo);
 - Produto D: pode ser entregue ao longo de toda semana, não estando limitado a janela de entrega (de 0 a 80 unidades de tempo).

Definidos os produtos e os dados gerais do processo produtivo, determina-se a composição dos produtos com objetivo de gerar a matriz de tempo de preparação. Essa matriz tem o objetivo de alimentar o modelo com os tempos gastos na troca entre produtos na linha de produção. A composição dos produtos e dos silos no processo pode ser melhor evidenciada pela figura 5.1.

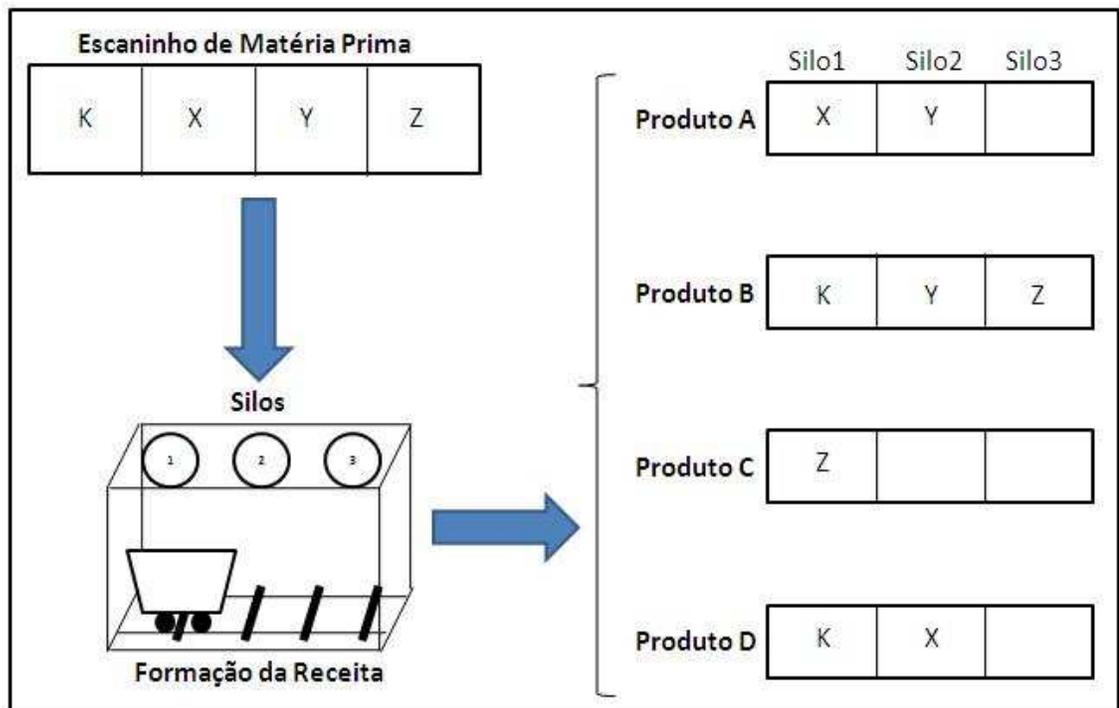


Figura 5.1: Composição dos Produtos no Processo

A figura 5.1 demonstra a composição do processo modelo. Como o processo contém 3 silos, pode haver então no máximo, na composição de cada produto, 3 matérias primas. Obtêm-se, portanto, os 4 produtos com as seguintes composições:

- produto A (produto fictício que representa o estoque nos silos na semana anterior): composto pelas matérias primas X e Y;
- produto B: composto pelas matérias primas K, Y e Z;
- produto C: composto pela matéria prima Z;
- produto D: composto pela matéria prima K e Z.

Determinadas as matérias primas existentes no processo e as composições dos produtos, defini-se a utilização de silos por cada produto, ou seja, quantos silos o produto pode utilizar para alocar suas matérias primas no processo de ensilagem. Partindo da premissa de que cada produto utiliza um silo por matéria prima, obtém-se que os produtos têm as seguintes utilizações dos silos:

- produto A: utiliza dois silos para alocar as matérias primas X e Y;

- produto B: utiliza três silos para alocar as matérias primas K, Y e Z;
- produto C: utiliza 1 silo para alocar a matéria prima Z;
- produto D: utiliza 1 silo para alocar K e 1 para alocar X.

Com as composições descritas anteriormente, aplica-se o algoritmo de determinação da matriz de tempo de preparação (descrita no Capítulo 3). A matriz é utilizada como entrada do modelo matemático proposto nesta dissertação. Antes de se determinar a matriz de tempo de preparação será realizada a descrição do seu funcionamento, aplicando-a na mudança do produto A para o produto B.

Ao analisar a mudança da linha de produção, do produto A para o produto B, obtêm-se as necessidades geradas para alimentar o algoritmo de obtenção do tempo de preparação. Antes de aplicar o algoritmo de determinação do tempo de preparação devem-se estabelecer os seguintes parâmetros:

- silos utilizados por produto: o produto A utiliza 2 silos para armazenar as matérias primas, enquanto o produto B utiliza 3 silos para armazenar as matérias primas;
- composição dos produtos: matérias primas que compoem os produtos (descrito anteriormente).

Definido os dados dos produtos A e B aplicam-se as seguintes fórmulas (definidas no Capítulo 3) para definir o tempo de preparação entre A e B. Devem-se seguir os seguintes passos enumerados abaixo:

1. determinar a dissimilaridade entre os produtos, pela equação abaixo:

$$d_{A,B}^* = \sum_{k=1}^4 W(a_k^A - a_k^B)$$

2. determinada a dissimilaridade, deve-se obter a similaridade entre os produtos, a partir da equação abaixo:

$$s_{A,B}^* = M - d_{A,B}^*$$

3. por fim é determinado o tempo de preparação, o qual é alimentado pelo resultado obtido na equação anterior (fundamental para o bom funcionamento do modelo de sequenciamento). Esta equação é definida abaixo:

$$S_{A,B} = Ts * [(P_B - s_{A,B}^*) - (n - P_A)]$$

Portanto, devem-se aplicar os passos descritos anteriormente para determinar o tempo de preparação na troca de A para B. No primeiro passo aplica-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} d_{A,B}^* &= abs(a_k^i - a_k^j) + (a_x^i - a_x^j) + (a_y^i - a_y^j) + (a_z^i - a_z^j) = \\ &= 1 + 1 + 0 + 1 = 3 \end{aligned}$$

Como explicado no capítulo anterior, deve-se calcular o valor de M , o qual define o número de matérias primas dentro do conjunto gerado pela união de matérias primas dos pares de produtos em comparação. Neste caso, comparando A e B , M_{AB} é definido por K, X, Y, Z, ou seja, tem o valor de 4.

Utilizando-se os resultados anteriores como entrada na seguinte equação de determinação da similaridade:

$$s_{A,B}^* = M - 3 = 4 - 3 = 1$$

Com a similaridade definida, obtém-se o tempo de preparação entre a troca de A para B. Esta equação esta determinada abaixo:

$$S_{A,B} = Ts * [(3 - 1) - (3 - 2)] = Ts * (1) = Ts$$

Portanto, ao realizar a troca do produto A para B obtém-se um tempo de troca de Ts (tempo para limpar e encher um silo com matéria prima), ou seja, o tempo necessário para preparar somente 1 silo.

Após definido e compreendido o funcionamento do algoritmo de determinação do tempo de preparação entre as troca de produtos, aplica-se o algoritmo a todos os produtos, obtendo-se a seguinte matriz de tempo de preparação com valores múltiplos de Ts :

Como visto na tabela de tempo de preparação 5.2 quando se vai do produto A para o produto B acarreta num tempo de preparação de Ts unidades de tempo. Esta matriz

	Produto A	Produto B	Produto C	Produto D
Produto A	1	1	0	0
Produto B	1	1	0	1
Produto C	0	0	1	0
Produto D	0	1	0	1

Tabela 5.2: Matriz do Tempo de Preparação

se torna fundamental para alimentar o modelo, de modo que, se esta tabela for gerada sem qualidade, acarretará em resultados distorcidos no modelo matemático. Portanto, se torna crucial e fundamental, para perfeito funcionamento do modelo, a geração de forma correta da matriz de tempo de preparação.

A partir da matriz de tempo de preparação $S_{i,j}$ se torna possível calcular S_i (informação necessária para alimentar o modelo), o qual determina o tempo de preparação médio do produto. Sendo que o produto A é o estoque da semana anterior, o seu valor de tempo de preparação será definido como zero ($S_A = 0$). Os demais produtos determinam seu tempo de preparação médio de acordo com a seguinte fórmula:

$$S_i = \sum_{j=1}^N S_{i,j}/N$$

Onde,

N o número de produtos.

Aplicando a equação acima ao produto B obtém-se o seguinte valor para o tempo de preparação médio:

$$S_B = (1 + 0 + 1 + 1)/4 = 3/4$$

Portanto, podem-se definir os seguintes dados de tempo de preparação médio por produto a seguir:

- produto A: 0,5 unidades de tempo;
- produto B: 0,66 unidades de tempo;
- produto C: 0,25 unidades de tempo;
- produto D: 0,5 unidades de tempo.

Determinada a matriz $S_{i,j}$ e o vetor de dados S_i , define-se os demais parâmetros de entrada do modelo. Como mencionado no capítulo anterior, a linha é desbalanceada, logo devem-se determinar os parâmetros relacionados à taxa de consumo e à taxa de abastecimento das matérias primas. Esses itens são determinados a seguir:

- estoque de matérias primas(E): constante com valor 12 unidades de matérias primas;
- taxa de abastecimento de matéria prima(U): constante com o valor de 1 unidade de matéria prima por unidade de tempo;
- taxa de consumo de matéria prima(K): constante com valor de 3,5 unidades de matéria prima por unidade de tempo;
- matriz de taxa de consumo de produto por matéria prima, ou seja, composição das matérias primas nos produtos:

	Matéria Prima K	Matéria Prima X	Matéria Prima Y	Matéria Prima Z
Produto A	0	0,5	0,5	0
Produto B	0,33	0	0,33	0,33
Produto C	0	0	0	1
Produto D	0,5	0,5	0	0

Tabela 5.3: Composição das Matérias Primas nos Produtos

Os dados descritos anteriormente são importantes para determinar o limite superior real do processo. Ao aplicar esses dados na restrição 4.12 e ao produto B acarreta-se num limite superior de tamanho de corrida, ou seja, lote máximo contínuo de produção.

Dada a equação de restrição 4.12:

$$p_j * q_{j,t}^l \leq \min_{m \in M} (E_m / (K_j * A_{jm} - U_m)) * y_{jtl}$$

Aplicando os dados deste problema exemplo à equação de limitação de tamanho de lote acima obtém-se:

$$P_B * q_{B,t}^l \leq \min[12/(3,5 * 0,33 - 1); \text{Ilimitado}; 12/(3,5 * 0,33 - 1); 12/(3,5 * 0,33 - 1)] =$$

$$P_B * q_{B,t}^l \leq \min[77,4; \text{Ilimitado}; 77,4; 77,4] = 77,4$$

Portanto, o limite máximo para produção contínua do produto B, na primeira semana de análise é 77,4 unidades de tempo, ou seja, o tamanho máximo de corrida do produto B. Sabendo-se que a capacidade máxima desta semana é de 80 unidades de tempo, percebe-se que um único produto, no casa B, não poderia ser produzido indefinidamente na primeira semana sem ter a necessidade de uma parada para preparação da linha de produção.

Esta equação é aplicada a todos os produtos para se determinar o tempo máximo de corrida. Sendo fundamental para, juntamente com a equação 4.9, se determinar o lote máximo contínuo a ser produzido, ou seja, o maior lote de um produto que pode ser produzido ao longo do tempo. A equação 4.9 é demonstrada novamente a seguir:

$$P_j * q_{jt}^l \leq \min(C_t, \sum_{v=t}^T (d_{i,v} * p_j)) * y_{jtl}$$

Aplicando a equação anterior ao produto B obtém-se o seguinte resultado:

$$P_j * q_{Bt}^l \leq \min(C_t, \sum_{v=t}^T (d_{B,v} * p_B)) * y_{Btl}$$

Substituindo os dados expressos neste capítulo chega-se em:

$$\begin{aligned} P_j * q_{Bt}^l &\leq \min(80, 40) \\ P_j * q_{Bt}^l &\leq 40 \end{aligned}$$

Portanto, o tamanho máximo de corrida para B, neste caso, é determinado pela equação 4.9, pois o seu resultado para o tempo máximo de produção contínua do lote de produção do produto B é inferior ao obtido pela equação 4.12. Como 40 é a quantidade máxima necessária a ser produzida pelo produto B (demanda total do produto B), este produto não está verdadeiramente limitado, pois pode produzir toda quantidade da demanda do produto sem necessidade de parar a linha.

Outra análise, relativa à capacidade, é dada pela equação 4.10. No entanto, esta equação de capacidade é aplicada somente às semanas com informação agregada ($t \geq 2$). Esta equação é dada por:

$$\sum_j (P_j * q_{jt}^l + S_j * y_{jtl}) \leq C_t$$

A equação acima é aplicada a todos os produtos para determinar a capacidade total máxima a ser utilizada por todos os lotes de produção. Ao aplicar esta equação aos produtos obtém-se a seguinte equação restritiva:

$$\sum_t [(P_B * q_{Bt}^l + S_B) + (P_C * q_{Ct}^l + S_C) + (P_D * q_{Dt}^l + S_D)] \leq C_t$$

Como esta equação é aplicada ao horizonte agregado, ou seja, $t \geq 2$ e o problema exemplo abordado tem duas semanas, será então abordado nesta equação o horizonte da segunda semana ($t = 2$).

$$\sum_t [(2 * q_{B2}^l + 1) + (2 * q_{C2}^l + 1) + (4 * q_{D2}^l + 1)] \leq 60$$

Exemplificando, ao se aplicarem as equações ao produto C obtém o limite de produção para equação 4.12 de 4,8 unidades de tempo, enquanto a equação 4.9 limita a produção em 30 unidades de tempo. Portanto, no caso do produto C, a equação 4.12 limita a produção contínua do produto. Como é de conhecimento, sendo que a demanda do item C na primeira semana é de 5 unidades e o tempo para produzir cada unidade é 2 unidades de tempo, obtém-se o tempo total de produção de 10 unidades de tempo. Portanto, no caso do produto C, para produzir a quantidade total demandada será necessário produzir 3 lotes com duas paradas para preparação entre eles.

Analisando as equações 4.15 e 4.16, as quais se referem ao prazo ideal de entrega dos produtos. Este prazo determina um período o qual não existe penalidade inerente a data de término dos produtos. Aplicando essas equações ao produto B, por exemplo, percebe-se as seguintes restrições:

$$\begin{aligned} r_j + e_j^- &\geq T_j^- \\ r_j - e_j^+ &\leq T_j^+ \end{aligned}$$

Aplicando os dados do produto B do problema exemplo exposto neste capítulo, às equações anteriores obém os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} r_B + e_B^- &\geq 40 \\ r_B - e_B^+ &\leq 80 \end{aligned}$$

Portanto, para não haver custo/gasto associado o produto, deve-se concluí-lo entre 40 e 80 unidades de tempo. Determinado o período ideal de conclusão do produto, deve-se

aplicar a restrição que determina o sequenciamento da produção dos produtos. Como exposto no capítulo anterior, a equação 4.12 é determinada como:

$$r_j \geq r_i + S_{ij} + \sum_l P_j * q_{j1}^l + S_{jj} * \sum_{l \geq 1} (y_{j,1,l}) - G * (x_{ij})$$

Considerando a troca na linha de produção de A para B a equação acima fica da seguinte forma:

$$r_B \geq r_A + S_{AB} + \sum_l P_B * q_{B1}^l + S_{BB} * \sum_{l \geq 1} (y_{B,1,l})$$

Substituindo os dados expostos ao longo deste capítulo obtém-se:

$$\begin{aligned} r_B &\geq 0 + 1 + P_B * (10) + S_{BB} * 0 \\ r_B &\geq 1 + 20 \\ r_B &\geq 21 \end{aligned}$$

A equação de sequenciamento da produção determina a melhor sequência de produção a partir da avaliação da combinação dos possíveis sequenciamentos dos produtos. Esta equação ao ser aplicada ao modelo diminuiu o impacto do tempo de preparação aumentando assim a disponibilidade da linha de produção.

Definida a equação que reje o sequenciamento, deve-se enfatizar as equações que garantem o sequenciamento coerente dos produtos. As equações 4.13 e 4.14 determinam que um produto deve ter somente um antecessor e somente um sucessor. Estas equações aplicadas ao produto B são expostas a seguir:

$$\begin{aligned} \sum_j x_{Bj} &= x_{BA} + x_{BC} + x_{BD} = 1 \\ \sum_j x_{jB} &= x_{AB} + x_{CB} + x_{DB} = 1 \end{aligned}$$

As equações 4.13 e 4.14, juntamente com a equação 4.12, garantem o sequenciamento de forma adequada. Um problema que deve ser ressaltado no sequenciamento da produção é a formação de ciclos. Um exemplo de ciclo poderia ser x_{AB} e x_{BA} iguais a 1, ou seja, trocar do produto A para o produto B e depois trocar do produto B para o produto A. Este problema é evitado pela equação 4.12, de modo que o entendimento desta equação na limitação da formação de ciclos será demonstrada a seguir:

Se $x_{BD} = 1$ e $x_{DB} = 1$ haveria formação de ciclo, no entanto quando esta condição é aplicada à equação 4.12, obtém-se a seguinte análise, considerando o par x_{BD} e x_{DB} igual a 1.

$$r_B \geq r_D + S_{DB} + \sum_l P_B * q_{B1}^l + S_{BB} * \sum_{l \geq 1} (y_{B,1,l})$$

$$r_D \geq r_B + S_{BD} + \sum_l P_D * q_{D1}^l + S_{DD} * \sum_{l \geq 1} (y_{D,1,l})$$

Considerando o caso mais simples, será determinada a produção de um único lote. Portanto S_{AA} e S_{BB} serão determinados com valor zero. Logo, as equações ficam da seguinte forma:

$$r_B \geq r_D + S_{DB} + P_B * q_{B1}^1 \quad (5.1)$$

$$r_D \geq r_B + S_{BD} + P_D * q_{D1}^1 \quad (5.2)$$

Substituindo 5.1 em 5.2 chega-se à seguinte equação:

$$r_D \geq r_D + (S_{DB} + P_B * q_{B1}^1 + S_{BD} + P_D * q_{D1}^1)$$

Como os termos $(S_{DB}, P_B * q_{B1}^1, S_{BD}, P_D * q_{D1}^1)$ são todos positivos e maiores que zero, a equação acima é violada quando x_{BD} e x_{DB} são iguais a 1. Portanto, a equação 4.12, além de buscar um sequenciamento adequado, permite evitar a formação de ciclos.

Depois de definida as restrições de sequenciamento e as restrições relativas à capacidade, cabe evidenciar a restrição relativa ao fluxo da produção dos diversos produtos. A equação 4.8 define o fluxo de produção no modelo final proposto nesta dissertação. Esta equação é exposta abaixo:

$$I_{jt}^+ = I_{j(t-1)}^+ + \sum_l (q_{jt}^l) - D_{jt} - I_{j(t-1)}^- + I_{jt}^-$$

Aplicando esta equação acima à segunda semana do horizonte de planejamento do produto B e considerando somente a produção de um único lote por produto, obtém-se:

$$I_{B2}^+ = I_{B1}^+ + q_{B2}^1 - D_{B2} - I_{B1}^- + I_{B2}^- = I_{B1}^+ + q_{B2}^1 - 10 - I_{B1}^- + I_{B2}^-$$

Esta restrição garante que o fluxo gerado de produção, mais estoque de períodos anteriores, mais o não atendimento da demanda (desistência de produzir para determinado cliente em prol de liberar capacidade para outro cliente com maior prioridade) deve ser igual a demanda total.

Definida as restrições do modelo cabe-se analisar a função objetivo, no entanto, antes devem-se definir os dois custos pertencentes. Os custos pertencentes à função objetivo podem ser divididos em dois grupos: sobre-necessário e sub necessário. Os custos relativos ao sub-necessário são relacionados à falta, ou seja, estão incluídos o não atendimento da demanda e o término dos itens em atraso com relação à data prevista. Os custos relativos ao sobre necessário são relacionados ao excesso, ou seja, estão incluídos a formação de estoque e o término dos itens adiantados a data prevista.

Na maioria das empresas o custo de não atender o cliente impacta muito mais do que atender o cliente antes da hora prevista. O adiantamento, na maioria das vezes, causa uma surpresa agradável nos clientes, de modo que neste modelo foram definidos os custos relacionados ao sub necessário (valor de 30 unidades financeiras) 10 vezes maior que o sobre necessário (valor de 3 unidades financeiras).

A equação que representa a função objetivo, dado os 4 produtos (A, B, C, e D) e as duas semanas de planejamento é determinado a seguir:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^4 \sum_{t=1}^2 (3 * I_{j,t}^+ + 30 * I_{j,t}^-) + \sum_{i=1}^2 (30 * e_j^- + 3 * e_j^+)$$

Como visto ao longo deste trabalho, a equação acima minimiza a produção desbalanceada (para mais ou para menos) e o atendimento desbalanceado (antes ou depois da janela de tempo prevista) para todos os produtos. O valor do custo de não atendimento ser 10

vezes maior que o atendimento extra faz com que essa diferença de valores direcione a função objetivo em priorizar o atendimento dos clientes, mesmo que gere custo de estoque ou outros custos desnecessários (adiantamento da produção).

Depois de definidos os dados e entendido o comportamento do modelo deve-se discutir os resultados gerados pelo modelo e entender o seu funcionamento. A partir deste momento será discutido o modelo matemático buscando evidenciar sua coerência com o processo produtivo descrito ao longo desta dissertação.

Cabe-se lembrar as variáveis de decisão do modelo, ou seja, as variáveis que retornam resultados de acordo com os parâmetros e restrições aplicados ao problema modelado. Essas variáveis são definidas como:

- Variáveis Contínuas:

- I_{jt}^+ : quantidade em estoque do produto j no fim do período t ;
- I_{jt}^- : quantidade não atendida da demanda do produto j ao fim do período t ;
- q_{jt}^l : quantidade produzida do produto j no lote l no período t ;
- e_j^- : adiantamento do produto j em relação a T_j^- ;
- e_j^+ : atraso do produto j em relação a T_j^+ ;
- t^* : data de término de produção do último produto no primeiro período do horizonte H ;
- r_j : data de término de produção do produto j no primeiro período do horizonte H .

- Variáveis Binárias:

- y_{jtl} : 1 se o produto j é produzido no lote l no período t , nulo se não;
- x_{ij} : 1 se o produto j é produzido imediatamente depois do produto i , nulo se não.

As variáveis contínuas influenciam o resultado das variáveis binárias, logo quando expõe os valores das variáveis contínuas conhece-se o valor das variáveis discretas por dedução. Por exemplo, definido uma semana com somente 2 produtos, quando se sabe o valor da data de término de dois produtos (r_i : variável contínua), $r_K = 10$ e $r_Y = 15$ sabe-se que $x_{KY} = 1$ (x_{ij} : variável discreta). Portanto, será exposto e discutido os valores das variáveis contínuas e deixando subtendido os valores das variáveis binárias.

Abordando primeiramente os resultados referentes as variáveis inerentes ao sequenciamento dos produtos. O resultado da variável que determina a data de término de cada produto (r_i) é dado a seguir:

- r_A : no tempo zero do primeiro período de planejamento (forçado a ser zero por ser o produto fictício referente ao estoque remanescente da semana anterior);
- r_B : no tempo de 80,0 unidades de tempo do primeiro período de planejamento;
- r_C : no tempo de 66,4 unidades de tempo do primeiro período de planejamento;
- r_D : no tempo de 50,0 unidades de tempo do primeiro período de planejamento.

As datas de término dos itens determinam a sequência de produção na primeira semana de planejamento. A partir destas datas de término é possível perceber que o fluxo de produção que minimiza o tempo de preparação na linha de produção será:

$$r_A \rightarrow r_D \rightarrow r_C \rightarrow r_B$$

O sequenciamento dos silos só será ótimo quando houver demanda necessária para exigir a utilização do máximo da capacidade do primeiro período de planejamento, caso contrário o modelo ao ser resolvido não gerará o melhor sequenciamento possível. No caso da demanda ser apertada em relação a capacidade disponível, será necessário sequenciar os silos de forma ótima aumentando a capacidade disponível para produção.

Ao analisar o tempo de preparação gasto nesta sequência obtém-se o valor de 0 unidades de tempo de preparação na troca entre produtos. Portanto, o modelo atendeu o objetivo (sequenciamento adequado dos produtos diminuindo o impacto da ensilagem) e gerou uma sequência que eliminou o tempo de linha parada, ou seja, aumenta a capacidade produtiva disponível da fábrica. O tempo de preparação na troca de produtos, as interrupções de lotes e as datas de produção podem ser melhor vistas pela figura 5.2.

A variável relacionada a data final do sequenciamento dos produtos, t^* , recebe o valor do maior r_i para todo i . Neste caso t^* recebe o valor 80 unidades de tempo, o qual equivale a data final do produto B (r_B). Analisando a capacidade do período, a qual é 80 unidades de tempo, percebe-se que o sistema utiliza toda capacidade buscando maximizar a sua utilização e assim formar estoque para atender a demandas no período posterior ($t=2$). Esse movimento de formação de estoques busca minimizar o não atendimento da demanda, o qual tem maior impacto na função objetivo.

Analisado a data de produção que determina o sequenciamento dos produtos, cabe-se avaliar as variáveis inerentes a data de entrega dos produtos. Esse resultado é determinado pelas variáveis de folga (e_j^- - adiantamento na data de entrega do produto) e de excesso (e_j^+ - atraso na data de entrega do produto). Essas variáveis tem valor zero atribuído em todos produtos (como os produtos A, C e D podem ser entregues em qualquer data ao longo do período, era esperado valor 0 de atraso e adiantamento para esses produtos), ou seja, nenhum produto é concluído em atraso. Essas variáveis podem ser melhores visualizadas pelo gráfico abaixo, o qual as linhas verticais representam as datas de início e fim

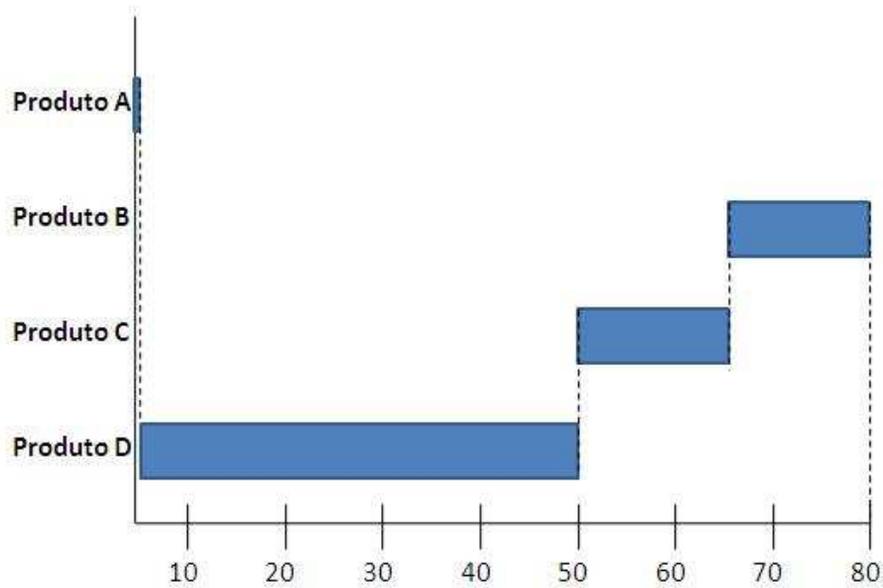


Figura 5.2: Diagrama de Gantt dos Produtos

da janela de conclusão do produto B (o único produto com janela de entrega dentre os produtos abordados no exemplo proposto). O diagrama de Gantt destacando a janela de atendimento do produto B é exposto pela figura 5.3.

Determinado os resultados referentes aos sequenciamento dos produtos, cabe-se evidenciar os resultados referentes a composição dos produtos, ou seja, avaliar o resultado gerado pelas variáveis de estoque, não atendimento de demanda e tamanho de lote. O valor dessas variáveis é exposto seguir:

- Os resultados da formação de estoques (I_{jt}^+) por produto ao longo dos períodos de planejamento é exposto abaixo. Cabe-se ressaltar anteriormente que o valor de estoque no período zero é fornecido como entrada do modelo, portanto é conhecido a priori. Outro fato que deve ser ressaltado, é que o produto A refere-se ao estoque remanescente do período de planejamento anterior ao primeiro horizonte de planejamento e portanto refere-se a um produto fictício, o qual as informações são conhecidos a priori. Ao analisar o resultado abaixo, percebe-se que no período 2 não há capacidade suficiente para produzir todos os produtos demandados no período, gera-se então a necessidade de acumular estoque no período 1 para atender a demanda total no período 2. A matriz 5.4 representa os valores da variável I_{jt}^+ por produto e período de planejamento:

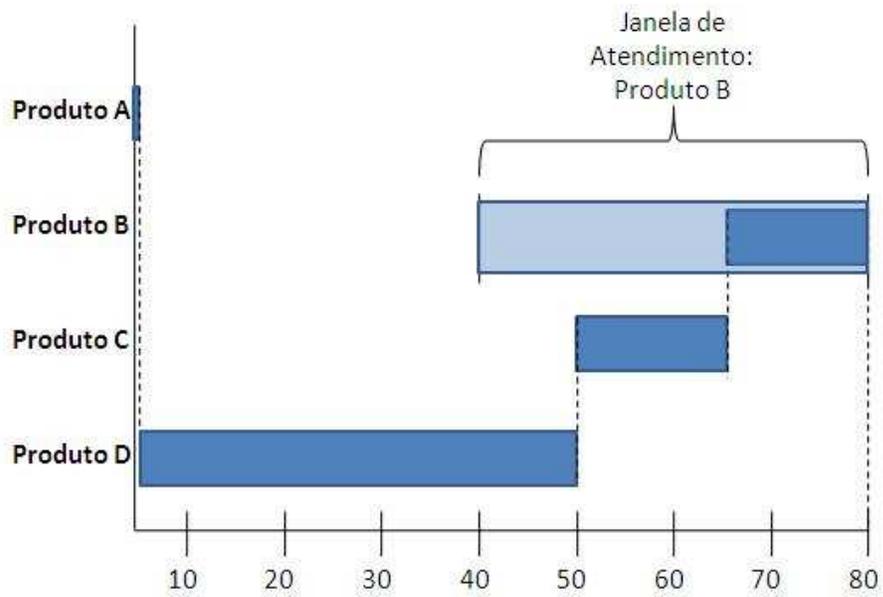


Figura 5.3: Diagrama de Gantt com Janela de Atendimento

	Período 0	Período 1	Período 2
Produto A	0	0	0
Produto B	0	1.8	0
Produto C	0	2.1	0
Produto D	0	0	0

Tabela 5.4: Formação de Estoque por Período

- Os resultados relacionados ao não atendimento da demanda no período de planejamento (I_{jt}^-) será exposto abaixo por produto e período de planejamento. Como exposto no item anterior, o produto A é fictício e refere-se ao estoque de produtos remanescente do período de planejamento anterior ao horizonte abordado pelo modelo, portanto, a priori, o não atendimento de demanda deste produto é sempre zero, pois sua demanda é nula. Outro fato que deve ser ressaltado, é sobre as informações da semana zero, pois nesta semana as informações são dados de entrada para o modelo, portanto são conhecidos a priori. Ao analisar os resultados, percebe-se que mesmo gerando estoque como comentado no item anterior, o processo é incapaz de produzir toda a demanda, gerando assim a necessidade de não atender em 0,6 unidades o produto C. A matriz com os dados é exposta em 5.5;

	Período 0	Período 1	Período 2
Produto A	0	0	0
Produto B	0	0	0
Produto C	0	0	0,6
Produto D	0	0	1,3

Tabela 5.5: Demanda Postergada ou Não Atendida por Período

- Definido os estoques formados e as quantidades de não atendimento de demanda por produto e por período de planejamento, cabe-se definir a quantidade produzida por produto e por horizonte de tempo. Como ressaltado nos itens anterior, a semana zero e o produto A têm informações conhecidas a priori, ou seja, não são saídas do modelo. Analisando os resultados percebe-se que os produto C e D precisam de mais de um

lote para produzir a quantidade demandada, ou seja, perde-se disponibilidade de linha de produção devido a parada de linha necessária para preparação de silos. As informações relativas a produção são expostas em 5.6, sendo separados por produto, por período de tempo e por lote de produção. As matrizes com os dados são expostas em 5.6.

	Lote 1			Lote 2			Lote 3		
	Período 0	Período 1	Período 2	Período 0	Período 1	Período 2	Período 0	Período 1	Período 2
Produto A	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Produto B	0	6.8	8.2	0	0	0	0	0	0
Produto C	0	2.4	2.4	0	2.4	2.4	0	2.4	2.4
Produto D	0	4	0	0	4	2.7	0	4	4

Tabela 5.6: Produção por Lote e por Período

A primeira análise a ser feita sobre os resultados do problema modelado é que dado a complementariedade entre a formação de estoque e o não atendimento da demanda, atribui-se no modelo a restrição de não permitir ter valores diferentes de zero para ambas variáveis, ao mesmo tempo para o mesmo produto e período de tempo. Esta restrição vem do fato que dado a existência de capacidade para atender os clientes, não faz sentido deixar de atendê-lo para formação de estoque. Portanto, ao analisar esses resultados referentes a I_{jt}^- e I_{jt}^+ percebe-se perfeita coerência com o empregado no modelo, pois respeitou-se a restrição levantada anteriormente.

Analisando os resultados dos lotes produzidos por produto, percebe-se que o produto C e D tiveram a necessidade de ter duas paradas de produção (produzir em 3 lotes) ao logo do mesmo produto, ou seja, tiveram que parar devido a ruptura de estoque de matéria prima dentro de algum silo. Este problema de parada durante a produção de um mesmo produto ocorre, como já mencionado, devido ao desbalanceamento de linha o que impede a produção contínua de lotes de produção. Isto implica que estes lotes sempre terão atribuído um limite superior válido, de modo que este pode ou não impactar na linha de produção, de acordo com a quantidade demandada. Como previsto pela análise feita, no início deste capítulo sobre a restrição 4.12, o produto B não iria necessitar de produzir em mais de um lote, pois o seu tempo de corrida era superior ao necessário para produzir a quantidade demandada.

Percebe-se que no primeiro período de planejamento há formação de estoque para o produto B, C e D, ou seja, todos os produtos formam estoque para atender a demanda no período seguinte. Essa necessidade é válida, pois sem formação de estoque no primeiro período não poderia minimizar o não atendimento da demanda no período seguinte.

Resumindo, pode-se evidenciar que toda demanda do primeiro período é atendida e que no segundo período de planejamento ocorre não atendimento da demanda do produto C e D. No entanto, deve-se evidenciar que este não atendimento da demanda é reduzido pela minimização do tempo parado no primeiro período do horizonte de planejamento (obtido pelo sequenciamento adequado dos silos, o qual acarreta em maximização do tempo disponível).

O problema final modelado nessa dissertação, como evidenciado pelos resultados, acarreta num maior aproveitamento da capacidade, isto acontece devido a analisar não somente o nível operacional, mas também o nível tático. A partir de uma análise global do horizonte de planejamento, direciona-se recursos e minimiza-se o tempo de linha parada, de acordo com a dinâmica total do processo produtivo.

5.3 Aplicação de formulações fortes ao modelo

Esta seção tem o objetivo de relaxar o modelo exposto na dissertação e aplicar as versões descritas de formulações fortes do capítulo anterior e avaliar a melhoria do desempenho obtido na solução do problema relaxado. O relaxamento consistirá em definir as variáveis binárias (y_{jtu} e x_{ij}) como contínuas no intervalo de 0 a 1, o que ocasionará numa redução na complexidade computacional.

A eficiência de relaxação é definida como dado o problema relaxado, o problema de solução forte deve obter uma solução mais próxima da solução real. O problema de formulação forte será dado como mais eficiente pela comparação do quão mais próximo da solução original em comparação ao problema relaxado.

Determinado o objetivo das formulações fortes, cabe-se definir, em grau, qual o tamanho do problema teste e o porque das escolhas dos parâmetros. Os parâmetros e a configuração deste modelo foram definidos como a derivação de uma situação real, com a mesma amplitude de variáveis e dados. Dado o conhecimento da amplitude da situação real, o modelo exemplo é definido a partir das dimensões conhecidas. Numa semana típica e conhecida do processo produtivo, sabe-se que uma composição peculiar deste é composta com os seguintes dados:

- número de produtos: numa semana típica de produção existe 15 produtos na linha;

- número de matérias primas: existe um total de 45 matérias primas variáveis e 11 matérias primas fixas (independente do conjunto de produtos escalonados para semana) ao logo deste 15 produtos na linha;
- número de silos: o processo contém um total de 32 silos disponíveis, dos quais 11 estão fixos com as 11 matérias primas descritas anteriormente;
- horizonte de planejamento: o processo é analisado num horizonte de 4 semanas, sendo a primeira detalhada (sequenciado os produtos) as 3 semanas seguintes trabalhadas de forma mais agregada (definindo apenas tamanho de lote dos produtos).

Definido a amplitude do processo real, cabe-se gerar de forma estruturada os dados de entrada para o processo fictício utilizado. Este processo fictício gerado será utilizado para testar os modelos e as alterações de formulação do modelo final proposto no capítulo anterior. Cabe-se ressaltar que mesmo sendo fictício, o processo é baseado em derivações da composição conhecida do processo produtivo real. A geração do exemplo será derivada a partir da relativização de todos os dados em relação ao tempo necessário para preparação de um silo. De forma a exemplificar, pode-se analisar a situação aplicada ao tempo de processamento:

Os produtos têm o tempo de processamento P_i , por unidade de matéria prima constante e igual a 0,2 unidades de tempo. Dado que o tempo de produção no processo real é igual a cerca de 10 minutos e o tempo de preparação de um silo é em torno de 50 minutos para preparação de um silo, logo ao equalizar os dados em relação a unidades de tempo de preparação dos silos, obtém-se o tempo de processamento em torno de 0,2 unidades de tempo, em comparação com o tempo de preparação de um silo.

A partir deste momento os exemplos sempre estão com unidades de tempo relativizadas, em unidades de tempo de preparação de um silos, logo quando o valor atribuído a qualquer dado for 5 significa que é 5 vezes o tempo necessário para se preparar 5 silos. Os dados utilizados são descritos a seguir:

- tempo de processamento por produto (P_j):
- data final (E_j^+) e inicial (E_j^-) de conclusão de produção:
- neste exemplo, ao invés de calcular o lado direito da restrição 4.12 como definido pelo modelo matemático desta dissertação, será definido o limite máximo de corrida de um lote diretamente para todos os produtos, o qual terá o valor constante de 40 unidades de tempo;

Produto 0	Produto 1	Produto 2	Produto 3	Produto 4	Produto 5	Produto 6	Produto 7
0	2	2	2	2	2	2	1
Produto 8	Produto 9	Produto 10	Produto 11	Produto 12	Produto 13	Produto 14	Produto 15
1	1	1	1	2	2	2	2

Tabela 5.7: Tempo de Processamento

	Produto 0	Produto 1	Produto 2	Produto 3	Produto 4	Produto 5	Produto 6	Produto 7
Limite Inferior	0	40	0	0	40	0	0	40
Limite Superior	0	80	80	80	80	80	80	80
	Produto 8	Produto 9	Produto 10	Produto 11	Produto 12	Produto 13	Produto 14	Produto 15
Limite Inferior	20	0	0	40	0	0	40	0
Limite Superior	80	80	80	80	80	80	80	80

Tabela 5.8: Janela de Produção

- capacidade (C_t) disponível por período de tempo t , ao longo das 4 semanas de planejamento, é definida, para este exemplo, com folga de capacidade no primeiro período e com capacidade limitada nos demais. A capacidade do primeiro período é definida como 1000 unidades de tempo e para os demais períodos define-se a capacidade como 100 unidades de tempo;
- demanda de produção por produto j e período t :
- a matriz de tempo de preparação define o tempo de preparação na troca entre um produto i para um dado produto j é visto na matriz 5.10
- a matriz de tempo de preparação médio (S_j) define o tempo de preparação na troca de qualquer produto j é dado na matriz 5.11.
- os custos relativos a função objetivo são definidos seguindo a mesma linha do exemplo reduzido aplicado na seção anterior. No entanto, neste caso os custos relacionados a não atendimento/atraso serão maiores, ou seja, o modelo buscará atender tudo

	Período A	Período B	Período C	Período D	Período E
Produto 0	0	0	0	0	0
Produto 1	10	10	0	10	10
Produto 2	10	0	0	5	10
Produto 3	10	10	10	5	5
Produto 4	10	0	0	0	5
Produto 5	10	10	0	5	5
Produto 6	0	10	10	10	5
Produto 7	5	0	10	10	0
Produto 8	5	10	0	5	10
Produto 9	10	0	10	5	10
Produto 10	10	10	0	10	5
Produto 11	5	0	0	0	5
Produto 12	10	10	10	10	10
Produto 13	5	10	5	0	5
Produto 14	5	5	0	0	10
Produto 15	10	10	5	0	10

Tabela 5.9: Demanda por Período e por Produto

no prazo e na quantidade estritamente necessária. Neste exemplo os valores são definidos como 100 unidades financeiras para os custos relacionados ao sub-necessário e 3 unidades financeiras para os custos relacionados ao sobre-necessário.

Definido os dados de entrada do modelo, cabe-se categorizar os 5 modelos teste aplicados ao processo descrito anteriormente. Esses 5 modelos matemáticos serão descritos a seguir:

1. modelo original: o modelo original descrito na seção anterior é rodado sem nenhuma alteração no modelo descrito;
2. modelo relaxado 1: o modelo relaxado 1 consiste em, dado o modelo original, relaxar as condições de integralidade do modelo original. Portanto, será definido as variáveis binárias (y_{jt} e x_{ij}) como contínuas no intervalo de 0 a 1. Isto, como conhecido, diminui bastante a complexidade dos problemas de programação matemática, ocasionando na redução do tempo necessário para o processamento;
3. modelo relaxado 2: o modelo relaxado 2 consiste em, dado o modelo original, relaxar as condições de integralidade das variáveis binárias y_{jt} . As variáveis y_{jt} serão definidas como contínuas no intervalo de 0 a 1.

	Produto 0	Produto 1	Produto 2	Produto 3	Produto 4	Produto 5	Produto 6	Produto 7	Produto 8	Produto 9	Produto 10	Produto 11	Produto 12	Produto 13	Produto 14	Produto 15
Produto 0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
Produto 1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
Produto 2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
Produto 3	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
Produto 4	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Produto 5	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1
Produto 6	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
Produto 7	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1
Produto 8	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
Produto 9	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
Produto 10	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
Produto 11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
Produto 12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
Produto 13	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
Produto 14	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
Produto 15	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1

Tabela 5.10: Matriz do Tempo de Preparação

Produto 0	Produto 1	Produto 2	Produto 3	Produto 4	Produto 5	Produto 6	Produto 7
0	1	1	1	1	1	1	1
Produto 8	Produto 9	Produto 10	Produto 11	Produto 12	Produto 13	Produto 14	Produto 15
1	1	1	1	1	1	1	1

Tabela 5.11: Matriz do Tempo de Preparação Médio

4. modelo forte 1: o modelo forte 1, consiste em dado o modelo relaxado 2 descrito anteriormente, atribuir os seguintes conjuntos de restrições fortes:

$$S_{i(k-1)} + r_{it} + \sum_{j=k}^t \min[C_j; \sum_{n=j}^t D_{in}] y_{ij} \geq \sum_{j=k}^t D_{ij} \quad \forall i, k, t \text{ e } t \geq k \quad (5.3)$$

$$S_{i(k-1)} \geq 0 \quad \forall i, k \quad (5.4)$$

$$\sum_{j=k}^t y_{ij}, \text{ inteiro} \quad \forall i \quad (5.5)$$

5. modelo forte 2: o modelo forte 2, consiste em dado o modelo relaxado descrito anteriormente, atribuir os seguintes conjuntos de restrições fortes:

$$\sum_{t=k}^l x_{it} \leq D_{ikl} + S_{il} \quad \forall i, k, l \text{ e } l \geq k \quad (5.6)$$

$$x_{it} \leq \min[C_t; D_{itl}] y_{it} + S_{il} \quad \forall i, k, l, l \geq k \text{ e } t = k..l \quad (5.7)$$

$$S_{il} \geq 0, x_{it} \geq 0, y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k, l, l \geq k \text{ e } t = k..l \quad (5.8)$$

Definidos as cinco versões do modelo de programação matemática e os dados de entrada, será analisados os resultados obtidos e estes resultados serão discutidos em duas dimensões. As dimensões discutidas são:

- tempo computacional: as versões dos modelos teste serão comparadas medindo o tempo coputacional para sua resolução;
- distância do resultado original: o resultado do modelo original é dado como ótimo, de modo que as demais versões do modelo são comparadas com o seu resultado em busca de medir a distância dos modelos alternativos em relação a melhor solução possível (modelo original).

Após definido os métodos de avaliação dos 5 modelos propostos cabe-se, mostrar os resultados em termos dos resultados de desempenho descritos anteriormente. Esses resultados são descritos na tabela 5.12.

O modelo deve ser rodado uma vez por semana, ou seja, a cada 604.800 segundos, de modo que em primeiro momento, a solução original esta a um tempo hábil de resolução, ou seja, tempo compatível para tomada de decisão. Deve-se evidenciar que 28.800 segundos

	Tempo Computacional (Segundos)	Solução	Distância da Solução Original	% da Solução Correta
Modelo Original	28.800	23.303	0	0%
Modelo Relaxado 1	20	508	22.794	98%
Modelo Relaxado 2	10.800	508	22.794	98%
Modelo Firme 1	23	569	22.733	98%
Modelo Firme 2	23	5.680	17.623	76%

Tabela 5.12: Resultados das Versões do Modelo Matemático Analisado

é compatível com o horizonte de tomada de decisão, o qual vai ser rodado uma vez por semana. No entanto, este tempo para geração de resultados pelo modelo se torna apertado frente as incertezas, por exemplo, caso haja necessidade de fazer ajustes e troca de ordens de produção, numa dada semana, gerará necessidade de rodar o modelo mais de uma vez. Caso seja necessário rodar 3 vezes o modelo, equivale ao tempo de 1 dia, sendo assim o seu impacto começa a ser significativo, ou seja, o impacto começa a ser relevante para o tempo de tomada de decisão.

Resumindo, pode-se dizer que as análises sobre os resultados indicam que o desempenho do modelo original se torna inviável em termos de tempo computacional com a tomada de decisão. Portanto, se torna necessário utilizar artifícios de relaxação linear e de formulações fortes buscando que a partir dessas alternativas obtenha-se resultados aproximados, porém adequados, em tempo computacional.

No entanto, a partir dos resultados exposto em 5.12, percebe-se que a melhor alternativa encontrada até o momento é utilizar o modelo original por apresentar tempo alto, mas com resultados precisos. As demais versões do modelo apresentaram resultados com uma diferença grande do resultado original (variando de 76 a 98 por cento de diferença entre o modelo abordado e o modelo original).

Partindo do princípio que o modelo original é uma alternativa inviável (em tempo computacional), torna-se necessário analisar as opções alternativas, buscando tornar o modelo compatível com a tomada de decisão. Analisando a comparação do modelo relaxado 1 e o modelo relaxado 2 com o modelo forte 2, percebe-se uma melhoria do resultado de 12 vezes, o que comprova a eficiência de aplicação de formulações fortes. Uma alternativa para melhorar o tempo para tomada de decisão é investir em formulações fortes mais adequadas, que proporcionem uma solução relaxada mais adequada com o tempo compatível com a tomada de decisão.

Como explicado esse melhor resultado, medindo o custo/benefício, obtido até o momento é proporcionado pelo modelo em estado original. No entanto, ao comparar o modelo relaxado com o modelo fortes 2 percebe-se um caminho em direção a melhoria dos resultados, o qual pode ser utilizado para criar uma versão do modelo mais adequada com a tomada de decisão.

O bom resultado das formulações fortes, em comparação aos modelos relaxados, é função do bom delineamento da região de viabilidade pelas restrições de corte adicionadas. Essas restrições de corte se tornam eficientes, pois são redundantes para o problema original e não redundantes para o problema relaxado. Nesta dissertação foi introduzido a questão de formulações fortes e que por questões de tempo e foco foi deixado para futuros trabalhos, o investimento em melhorias de solução por formulações fortes, pois como evidenciado é uma caminho eficiente a ser tomado.

Na próxima seção, será abordado o modelo original e discutido seu resultado em algumas situações distintas para avaliar seu desempenho frente a diversidade nos dados de entrada.

5.4 Discussão dos resultados

Esta seção tem o objetivo de fazer uma breve discussão dos resultados do melhor opção de modelagem dentre os discutidos na seção anterior. O modelo original é definido como a melhor alternativa encontrada até o momento, pois mesmo as formulações fortes mostrando um caminho a ser atacado, os modelos fortes apresentam ainda uma diferença relevante da solução original.

O modelo de dados discutido na seção anterior representa uma variação de uma semana típica obtida pelos responsáveis pelo processo analisado, no entanto por medidas de confidencialidade a situação foi alterada nas devidas proporções. Nas análises do processo produtivo real foi possível perceber que as semanas são semelhantes em relação a todos os dados, alterando somente a relação da capacidade versus quantidade a ser produzida. Portanto, o foco de análise dos resultados será, dado a alteração de uma semana típica de produção fornecida pela empresa, esta será alterada mantendo as proporções de todos os dados com excessão da capacidade disponível na semana.

O modelo abordado será aplicado em três situações típicas de capacidade para o processo produtivo, no entanto, como já relatado, será mantido os mesmos dados levantados na seção anterior e alterando somente os dados relativos a capacidade disponível por período do horizonte de planejamento. Estas situações são expostas abaixo:

- excesso de capacidade: neste caso há capacidade produtiva suficiente em todos os períodos para produzir a demanda sem necessitade de formar estoque. Isso pode ser melhor entendido pela tabela 5.13;

	Período0	Período1	Período2	Período3
Demanda (Unidades)	95	60	75	105
Demanda (Tempo)	165	135	80	110
Capacidade	500	500	500	500

Tabela 5.13: Demanda versus Capacidade na Situação de Excesso de Capacidade

- limitação de capacidade: neste caso não há capacidade em alguns períodos para atender a demanda existente, de modo que se torna necessário a formação de estoques para atender a demanda total do horizonte de planejamento. No entanto, a capacidade total (soma da capacidade ao longo de todas as semanas) é suficiente para atender a soma de todas as demandas ao longo dos horizontes de tempo. A tabela 5.14 exemplifica melhor as informações descritas anteriormente;

	Período0	Período1	Período2	Período3
Demanda (Unidades)	95	60	75	105
Demanda (Tempo)	165	135	80	110
Capacidade	500	100	100	100

Tabela 5.14: Demanda versus Capacidade na Situação de Limitação de Capacidade

- capacidade escassa: neste caso não há capacidade em alguns períodos para atender a demanda existente, no entanto um diferencial desta situação é que a soma total da capacidade de todos os períodos não é suficiente para atender toda a demanda. A tabela 5.15 exemplifica melhor a situação descrita anteriormente;

Definido as situações descritas anteriormente, cabe-se destacar os resultados obtidos e

	Período 0	Período 1	Período 2	Período 3
Demanda (Unidades)	95	60	75	105
Demanda (Tempo)	165	135	80	110
Capacidade	100	100	100	100

Tabela 5.15: Demanda versus Capacidade na Situação de Capacidade Escassa

avaliá-los como na seção anterior, ou seja, em termos de tempo computacional e valor da função objetivo:

	Tempo (Segundos)	Interações	Solução
Capacidade Limitada	32.000	969.136.366	1.014.300
Capacidade Média Suficiente	28.800	897.121.222	16.905
Capacidade Suficiente	10.667	689.712.122	4.680

Tabela 5.16: Avaliação dos Resultados do Modelo Matemático

Como definido, os três tipos de dados de entrada (descritos acima) demonstram uma variação da capacidade *versus* a demanda. A análise contempla desde do nível de folga de capacidade, passando por capacidade apertada (capacidade igual a necessária a para demanda) e chegando no nível em que a capacidade é limitada (necessidade de priorizar atendimento de clientes por não ter capacidade de atender a todos).

Outra análise importante é determinar a sensibilidade do modelo ao número de produtos processados, ou seja, a quantidade de dados de entrada. O modelo será analisado no perfil definido como "limitação de capacidade", o qual encontra-se mais frequentemente nos horizontes analisados no processo real da empresa. Este horizonte será analisado com os seguintes produtos:

- 5 produtos no processo;
- 7 produtos no processo;
- 10 produtos no processo;
- 12 produtos no processo;
- 15 produtos no processo (analisado na seção anterior).

A partir destes dados acima, permite-se construir uma tabela com as informações de tempo de processamento do modelo matemático proposto nesta dissertação, a qual é utilizada para analisar a sensibilidade do modelo ao aumento do número de parâmetros de entrada. Essa dados são determinados na tabela 5.17.

Produtos	Interações
15	897.121.222
12	135.536.769
10	10.270.707
7	15.761
5	135

Tabela 5.17: Análise de Sensibilidade do Modelo

Definido os resultados, cabe-se evidenciar que a opção com folga de capacidade demanda menor número de iterações para obtenção dos resultados do modelo, além desta opção ocasionar no menor custo para o modelo. Quando o modelo esta com os dados de entrada apertado, ou seja, capacidade inferior a demanda necessitada em todos os períodos, a análise para obtenção dos resultados se torna mais complexa em comparação com as demais configurações de entrada. A função objetivo do modelo, com dados de entrada apertados, têm um custo maior dos três tipos analisados, devido a necessidade de estoque e não atendimentos de demandas que ocorrem ao longo dos períodos.

Isto evidencia que o modelo de programação matemática é mais exigido em situações em que as restrições se tornam apertadas. Os dados de entrada para o modelo estando apertados, geram a necessidade de mais análises devido a existência de poucas combinações de solução que permitem gerar um ponto ótimo para o modelo. Portanto, acarreta que o processamento destes modelos se torna mais complexo, justificando o aumento do tempo computacional para sua resolução.

Percebe-se na análise desta seção, bem como na análise discutida na seção anterior, que o modelo original abordado necessita de uma estruturação em busca de uma formulação

que obtenha um tempo computacional mais adequado com o necessário para tomada de decisão.

Conclui-se que o modelo matemático é sensível ao tipo de configuração dos dados de entrada, indo desde da quantidade de dados ao tipo de balanceamento dos dados de entrada (capacidade *versus* demanda). Portanto, o tempo computacional para resolução do modelo matemático vai ser proporcional não somente ao volume de produtos a serem processados na semana, mas também a relação entre a quantidade de cada produto a ser produzida e a capacidade disponível.

5.5 Conclusão

Ao longo deste capítulo foi analisado o comportamento do modelo em diversas situações, comprovando sua eficiência em relação a modelagem da situação real. No entanto, ao analisar o tempo de resolução do problema modelado, obtém-se um tempo incompatível com a tomada de decisão, logo se torna necessário investir em métodos alternativos de resolução do problema.

As formulações fortes se mostraram eficientes na redução do tempo computacional, bem como na melhoria da qualidade do resultado em relação ao problema relaxado. Portanto, se torna evidente a necessidade de se investir, no futuro, em formulações fortes para melhor adequação do modelo (menor tempo e melhor qualidade de solução) a situação real.

Capítulo 6

Conclusão e Trabalhos Futuros

Este trabalho desenvolveu um modelo que objetiva a resolução de um problema típico em processos que envolvem a formação de receitas com silos variáveis de matéria prima. Como analisado, os silos variáveis de matéria prima são consequência do número de silos inferior ao número de matérias primas necessárias à produção de todos os produtos. Este número inferior de silos leva à necessidade de parada de produção durante a troca de produtos, para preparar silos de matérias primas exclusivas para o produto que entra na linha.

O problema final modelado nessa dissertação possibilita uma maior organização na troca de produtos na linha de produção, a qual é obtida pelo sequenciamento adequado dos produtos visando menor atuação nos silos. Outro fator aplicado neste modelo é relacionado a integração entre nível tático e operacional, possibilitando a determinação de lotes de produção com tamanhos adequados para o atendimento de toda demanda programada (não acontece hoje na empresa analisada). Evidencia-se que esta integração efetiva acarreta para a empresa um melhor relacionamento com os clientes, possibilitando prometer demandas que podem ser realmente atendidas.

O modelo aplicado foi capaz de atender o horizonte real do processo analisado, ou seja, realizar o sequenciamento de 15 produtos. No entanto, como relatado no capítulo anterior, o tempo de resolução do modelo é relativamente alto com relação ao horizonte de planejamento analisado, de modo que se torna inviável utilizá-lo (operacionalização do modelo) devido à existência de incertezas (alterações de composição da carteira) inerentes ao processo produtivo.

Devido à limitação temporal, torna-se necessária a utilização de métodos que reduzam o tempo computacional, ao mesmo tempo que mantenham a qualidade da solução. Como visto no capítulo anterior, o simples relaxamento das variáveis binárias gera uma redução drástica do tempo computacional, no entanto gera uma grande perda de qualidade da solução. Uma alternativa que se mostrou bastante atrativa é a utilização de formulações

fortes atreladas ao relaxamento do problema original, possibilitando gerar cortes que reduzem o impacto do relaxamento na qualidade da solução. Nesta dissertação introduz-se o método de formulações fortes, analisando a sua eficiência na aplicação em modelos relaxados.

Portanto, como trabalhos futuros, sugere-se a utilização de técnicas de solução que possibilitem a redução do tempo computacional para tomada de decisão. Em primeiro momento, sugere-se a implementação de formulações fortes, de modo a possibilitar a criação de cortes na região de viabilidade do problema relaxado, proporcionando a resolução do problema em tempo hábil sem perda de qualidade da solução.

Referências Bibliográficas

- [1] A. Allahverdi, J. N. D. Gupta, and T. Aldowaisan. *A review of scheduling research involving setup considerations*. Omega International Journal of Management Science, v. 27, n. 2, p. 219-239, 1999.
- [2] A. Allahverdi, C. T. Ng, T. C. E. Cheng, and M. Y. Kovalynov. *A survey of scheduling problems with setup time or costs*. European Journal of Operational Research, 2006.
- [3] B. Almada-lobo, D. Klabjan, M. A. Carravilla, and J. F. Oliveira. *Single machine multi-product capacitated lot sizing with sequence-dependent setups*. International Journal of Production Research; vol. 45, N. 20, pp. 4873-4894, October 2007.
- [4] R. N. Anthony. *Planning an control systems: A framework for analysis*. Technical Report, Harvard University, Graduate Schoole of Business Administration, Cambridge, Massachusetts, 1965.
- [5] S. A. Araujo, M. N. Arenales, and A. R. Clark. *Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte*. Gestão e Produção, vol. 11, 2: pp. 165-176, 2004.
- [6] M. Arenales, V. Armentano, R. Morabito, and H. Yanesse. *Pesquisa operacional para cursos de engenharia*. Elsevier, 2007.
- [7] R. G. Askin and C. R. Standridge. *Modeling and analysis of manufacturing systems*. New York, John Wiley and Sons, 1993.
- [8] K. R. Baker. *Introduction to sequencing and scheduling*. John Wiley, New York, 1974.
- [9] K.R. Baker and G.D. Scudder. *Sequencing with earliness and tardiness penalties: a review*. Operations Research Society of America, 38(1):2236, 1990.
- [10] G. Belvaux and L. A. Wolsey. *Modeling practical lot-sizing problems as mixed-integer programs*. Management Science; Jul 2001; 47-7; ABI/INFORM Global, 2001.

- [11] G. R. Bitran and D. Tirupati. *Hierarchicaly production planning*. Handbooks in Operations Research and Management Science - Logistics of Production an Inventory, Volume 4, Chapter 10, 1993.
- [12] J. Blazewicz, M. Dror, and W. Jan. *Mathematical programming formulations for machine scheduling: a survey*. European Journal of Operational Research, 51:283300, 1991.
- [13] J. Blazewicz, K. H. Ecker, G. Schmidt, and J. Weglarz. *Scheduling in computer and manufacturing systems*. Springer Verlag, 1994.
- [14] L. M. Bustamante. *Minimização do custo de antecipação e atraso para o problema de sequenciamento de uma máquina com tempo de preparação dependente da seqüência: aplicação em uma usina siderúrgica*. UFMG, 2006.
- [15] G. Buxey. *Production scheduling: practice and theory*. European Journal of Operational Research, No. 39, pp. 17-31, 1989.
- [16] C. R. Carvalho. *Apostila de programação matemática*. UFMG, 2007.
- [17] C. R. Carvalho. *Apostila de sistemas integrados de manufatura*. UFMG, 2007.
- [18] J. Chen and R. G. Askin. *Project selection, scheduling and resource allocation with time dependent returns*. European Journal of Operational Research, 2007.
- [19] A. R. Clark and S. J. Clark. *Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent*. International Journal of Production Research, Volume 38, Issue 10, 2287-2307, 2000.
- [20] M. Denizel, U. Ekinici, G. Ozyurt, and D. Turhan. *Ford-Otosan optimizes its stocks using a six-sigma framework*. Interfaces Vol. 37, No 2, pp. 97-107, March-April 2007.
- [21] A. Drexl and A. Kimms. *Lot-sizing and scheduling - Survey and extensions*. European Journal of Operations Research, v.99, p.221 a 235, 1997.
- [22] B. Fleischmann and H. Meyr. *The general lotsizing and scheduling problem*. OR Spektrum, n.19, v. 1, p. 11-21, 1997.
- [23] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and intractability: a guide to the theory of npcompleteness*. W.H. Freeman, 1979.
- [24] M. R. Garey, D. S. Johnson, and R. Sethi. *The complexity of flowshop and jobshop scheduling*. Mathematics of Operations Research, Vol. 1, No. 2, pp. 117-129, 1976.
- [25] S. C. Graves. *A review of production scheduling*. Operations Research 28, 646-675, 1981.

- [26] D. Gupta and T. Magnusson. *The capacited lot-sizing and scheduling problem with sequence dependent setup costs and setup times*. Computers and Operations Research, v.32, p.727 a 747, 2005.
- [27] I. Harjunkoski and I. E. Grossmann. *A decomposition approach for the scheduling of a steel plant production*. Computers and Chemical Engineering, 25:1647-1660, 2001.
- [28] E. W. Harris. *How many parts to make at once*. Factory, The Magazine of Management 10, 1913.
- [29] A. C. G. Júnior. *Problema de Sequenciamento em uma máquina com penalidades por antecipação e atraso: modelagem e resolução*. UFMG, 2006.
- [30] R. Kan. *Machine scheduling problems, classification, complexity and computations*. Martinus Nijhoff, The Hague, 1976.
- [31] R. Kapuscinski, R. Q. Zhang, P. Carbonneau, and R. Moore. *Inventory decisions in Dells supply chain*. Interfaces, Maio-Junho, 2004.
- [32] J. B. Lasserre. *An integrated model for job-shop planning and scheduling*. Management Science, 1992.
- [33] E. L. Lawler, S. C. Graves, R. Kan, and P. H. Zipkin. *Sequencing and scheduling: algorithms and complexity*. Logistics of Production and Inventory. Handbooks in Operations Research and Management Science, North-Holland, 445-522, 1993.
- [34] J. Y. Leung. *Handbook of scheduling: algorithms, models, and performance analysis*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, FL. 1,224 pp, 2004.
- [35] J. L. Loveland, S. K. Monkman, and D. J. Morrice. *Dell uses a new production-scheduling algorithm to Accommodate Increased Product Variety*. Interfaces - Vol. 37, No. 3, pp. 209-219, May/June 2007.
- [36] A. S. Manne. *On the job-shop scheduling problem*. Operations Research, 8:219-223, 1960.
- [37] D. McDermott and P. Hendler. *What it is, what it could be, an introduction to the special issue on planning and scheduling*. Artificial Intelligence, 76, 1-16, 1995.
- [38] S. S. Panwalkar and W. Iskander. *A survey of scheduling rules*. Operations Research, Vol. 25, No. 1, pp. 45-61, 1977.
- [39] Y. Pochet. *Mathematical programming models and formulations for deterministic production planning problems*. Apostila da Universidade Catholique de Louvain, Belgium, 2007.

- [40] C. Potts and M. Y. Kovalyov. *Scheduling with batching: a review*. European Journal of Operational Research, v. 120, n. 2, p. 228-49, 2000.
- [41] J. Reis. *Gestão de recursos e tempo usando técnicas de inteligência artificial-projecto de tese de doutoramento*. I.S.C.T.E., Lisboa, 1995.
- [42] V. H. Russomano. *Planejamento e controle da produção*. São Paulo, Pioneira, 320p, 1995.
- [43] A. M. Santos. *Dimensionamento de lote de produção em um problema de sequenciamento de uma máquina com tempo de preparação: aplicação a uma indústria química*. UFMG, 2006.
- [44] R. Sikora, D. Chhajed, and M. J. Shaw. *Integrating the lot-sizing and sequencing decisions for scheduling a capacitated flow line*. Computers and Industrial Engineering, Volume 30, Issue 4, Pages 659-679, September 1996.
- [45] M. C. Souza and A. C. Castro. *Modelos matemáticos para o atendimento á demanda e dimensionamento de lotes em sistemas de produção ininterrupta*. XXXVIII SBPO, Goiânia , GO, 2006.
- [46] A. T. Staggemeier and A. R. Clark. *A survey of lot-sizing and scheduling models*. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2001.
- [47] L. V. Tavares. *A review of the contribution of operational research of project management*. European Journal of Operational Research, v.136, p.1 a 18, 2002.
- [48] C. F. M. Toledo, P. M. França, R. Morabito, and A. Kimms. *Um modelo de otimização para o problema de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de refrigerantes*. Pesquisa Operacional, v.27 n.1, p. 155-186, 2007.
- [49] E. A. V. Toso and R. Morabito. *Otimização no dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção: estudo de caso em uma fábrica de rações*. Gestão e Produção, v.12, n.2, p.203 a 217, 2005.
- [50] H. M. Wagner and T. M. Whitin. *Dynamic version of the economic lot size model*. Management Science; 5, 1; ABI/INFORM Global;pg. 89, (pre-1986); Oct 1958.
- [51] D. S. Yamashita and R. Morabito. *Um algoritmo exato para o problema de programação de projetos com custo de disponibilidade de recursos e mltiplos modos*. Pesquisa Operacional, v.27, n.1 p.27 a 49, 2007.