

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE DE UM SISTEMA DE LAJES MISTAS CONSIDERANDO A
INFLUÊNCIA DO ATRITO DOS APOIOS E A AVALIAÇÃO DO MOMENTO
DE INÉRCIA EFETIVO**

AUTOR: RODRIGO SERNIZON COSTA

ORIENTADOR: PROF. DR. ARMANDO CESAR CAMPOS LAVALL

CO-ORIENTADOR: PROF. DR. FRANCISCO CARLOS RODRIGUES

2.009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**“ANÁLISE DE UM SISTEMA DE LAJES MISTAS CONSIDERANDO A
INFLUÊNCIA DO ATRITO DOS APOIOS E A AVALIAÇÃO DO MOMENTO
DE INÉRCIA EFETIVO”**

Rodrigo Sernizon Costa

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Comissão examinadora:

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall
DEES - UFMG (Orientador)

Prof. Dr. Francisco Carlos Rodrigues
DEES – UFMG (Co-orientador)

Profa. Dra. Ana Lydia Reis de Castro e Silva
DEES – UFMG

Prof. Dr. Gustavo de Souza Veríssimo
UFV

Belo Horizonte, 24 de março de 2.009

Dedico este trabalho à minha esposa Luciana, ao meu irmão Leonardo Sernizon Costa (inmemorian), ao meu avô Antônio Sernizon (inmemorian) e a Deus, que sempre ilumina a minha vida.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall, por sua orientação, dedicação, sabedoria e amizade.

Ao Prof. Dr. Francisco Carlos Rodrigues por sua co-orientação, amizade, acolhimento e atenção nos momentos de necessidade.

A minha esposa Luciana pelo enorme incentivo, apoio, carinho, compreensão e amor.

Aos meus queridos Pais, Marciano e Marisa, meus irmãos, Guilherme e Renata, minha afilhada Melissa e cunhada Marcela pelo apoio, carinho, acolhimento e amor.

A meus Pais de coração, João Batista e Terezinha e irmão Rafael pelo grande apoio, acolhimento e incentivo em todos os momentos da minha vida.

Aos meus colegas do curso de mestrado pela convivência simpática e aos meus amigos Everaldo Vidigal, Alexandre Paiva, Máira Neves e Amanda Rocha que apoiaram durante o curso.

Aos funcionários e professores do Departamento de Engenharia de Estruturas da EE/UFMG pela amizade e oportunidade de cursar o mestrado. Destaco aqui, a funcionária Maria Inês por sua dedicação e empenho em nos ajudar.

Aos professores Marcos Nunes e José Batista da PUC-MG pela motivação para o mestrado.

A CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pela concessão da bolsa de estudos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	vii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	ix
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS	xiv
RESUMO.....	xv
ABSTRACT.....	xvi
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.1.1 Lajes Mistas	3
1.2 Estudos realizados na UFMG	7
1.3 Objetivos.....	10
1.4 Organização do Texto.....	11
2. PROGRAMA DE ENSAIOS E RESULTADOS.....	14
2.1 Considerações Iniciais	14
2.2 Caracterização dos Modelos	16
2.3 Materiais Utilizados.....	17
2.3.1 Fôrma de Aço Deck-60	17
2.3.2 Concreto	18
2.3.3 Tela Soldada.....	19
2.4 Preparação dos Modelos	20
2.5 Equipamentos de Ensaio e Instrumentação	21
2.6 Procedimentos de Ensaio.....	24
2.7 Resultados.....	25
3. ANÁLISE DOS RESULTADOS E DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA DE LAJES MISTAS ..	28
3.1 Considerações Iniciais	28
3.2 Comportamento Carga x Deslizamento Relativo de Extremidade.....	29
3.3 Comportamento Carga x Flecha no Meio do Vão.....	32
3.4 Comportamento Carga x Deformação no Aço	34
3.5 Modo de Colapso.....	36
4. PROPOSTAS PARA O CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA EFETIVO EM LAJES MISTAS	39

4.1	Considerações Iniciais	39
4.2	Estado-Limite de Serviço	40
4.2.1	Momento de Inércia da Seção não-fissurada da Laje Mista (I_{cf}).....	42
4.2.2	Momento de Inércia da Seção fissurada da Laje Mista (I_{ff}).....	44
4.3	Métodos para Cálculo do Momento de Inércia Efetivo em Lajes Mistas de Aço e Concreto (I_{m}).....	45
4.3.1	Média Simples.....	45
4.3.2	TENHOVUORI (1996) <i>apud</i> SOUZA NETO (2001)	47
4.3.3	SOUZA NETO (2001)	47
4.3.4	ANSI/ASCE 3-91:1992.....	48
4.3.4	EN 1994-1-1:2004.....	49
4.3.5	Equações Propostas neste Trabalho	50
4.4	Análises comparativas utilizando a fôrma metálica <i>Deck-60</i>	51
4.5	Aplicações nos Sistemas Steel Deck <i>MF-75</i> e <i>MF-50</i>	54
4.5.1	Fôrma Metálica Steel Deck <i>MF-75</i>	54
4.5.2	Fôrma Metálica Steel Deck <i>MF-50</i>	56
4.5.3	Análises Comparativas aplicadas aos Steel Decks <i>MF-75</i> e <i>MF-50</i>	57
4.6	Conclusões.....	60
5.	VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA DO SISTEMA DE LAJES MISTAS AO CISALHAMENTO LONGITUDINAL	62
5.1	Considerações Iniciais	62
5.2	Método Semi-empírico “ <i>m-k</i> ”	63
5.2.1	Considerações Iniciais.....	63
5.2.2	Determinação dos Valores de <i>m</i> e <i>k</i>	64
5.2.3	Força Cortante Resistente de Cálculo ($V_{l,Rd}$).....	67
5.2.4	Cálculo da Resistência da Laje Mista para a Carga Uniformemente Distribuída	69
5.3	Método da Interação Parcial (MIP)	71
5.3.1	Considerações iniciais.....	71
5.3.2	Modelo Analítico	72
5.3.3	Determinação da Resistência ao Cisalhamento Longitudinal.....	77

5.3.4 Verificação da Resistência ao Cisalhamento Longitudinal.....	83
6. INFLUÊNCIA DO ATRITO DA REGIÃO DOS APOIOS NA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO LONGITUDINAL	86
6.1 Considerações Iniciais	86
6.2 Métodos de Cálculo para a consideração do Atrito	89
6.2.1 PATRICK.....	89
6.2.2 VELJKOVIC'	91
6.2.3 CALIXTO & LAVALL (1998)	94
6.2.4 EN 1994-1-1:2004.....	96
6.3 Determinação da Resistência ao Cisalhamento Longitudinal considerando a Influência do Atrito da Região dos Apoios	97
6.4 Verificação da Resistência ao Cisalhamento Longitudinal considerando o Atrito	101
6.5 Análises e Comparações.....	103
7. EXEMPLOS	106
7.1 Considerações Iniciais	106
7.2 Carga Uniformemente Distribuída	108
7.2.1 Verificação da Laje Mista quanto ao Cisalhamento Longitudinal.....	109
7.2.2 Verificação da Laje Mista quanto ao Deslocamento Vertical (flecha)	116
7.3 Duas Cargas Concentradas aplicadas equidistantes dos Apoios	119
7.3.1 Verificação da Laje Mista quanto ao Cisalhamento Longitudinal.....	120
7.3.2 Verificação da Laje Mista quanto ao Deslocamento Vertical (flecha)	126
7.4 Uma Carga Concentrada aplicada no meio do vão.....	129
7.4.1 Verificação da Laje Mista quanto ao Cisalhamento Longitudinal.....	130
7.4.2 Verificação da Laje Mista quanto ao Deslocamento Vertical (flecha)	136
7.5 Conclusões.....	139
8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DA PESQUISA.....	141
8.1 Considerações Iniciais	141
8.2 Conclusões.....	142
8.3 Sugestões para continuidade de pesquisa	145
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	146

ANEXO A - APRESENTAÇÃO DOS GRÁFICOS DOS ENSAIOS	152
A.1 Gráficos de Carga x Deslizamento Relativo de Extremidade	153
A.2 Gráficos de Carga x Flecha no Meio do Vão	159
A.3 Gráficos de Carga x Deformação no Aço.....	165
ANEXO B - APRESENTAÇÃO DOS GRÁFICOS PARA O ESTUDO DO MOMENTO DE INÉRCIA EFETIVO DA SEÇÃO MISTA	171
B.1 Gráficos da Variação do Momento de Inércia Efetivo da Seção Mista em função do Momento Fletor	172
B.2 Gráficos de Carga x Flecha no Meio do Vão.....	178
ANEXO C - FORMULAÇÃO ANALÍTICA E DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO PARCIAL PARA DETERMINAÇÃO DO GRAU DE INTERAÇÃO (η) DOS MODELOS ENSAIADOS	184
C.1 Formulação Analítica para Determinação do Grau de Interação Parcial.....	185
C.2 Diagramas de Resistência à Interação Parcial dos Modelos Ensaiaados.....	188

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – Seções transversais de estruturas mistas	2
FIGURA 1.2 – Lajes mistas de aço e concreto	3
FIGURA 1.3 – Meios de ligação mecânica ao cisalhamento longitudinal	4
FIGURA 1.4 - Meios de ligação por atrito	5
FIGURA 1.5 – Modos de colapso	5
FIGURA 1.6 - Ensaio de modelos de laje mista (a) e ensaio de laje mista em pequena escala (b)	6
FIGURA 2.1 - Seção transversal típica da fôrma (dimensões em mm)	17
FIGURA 2.2 – Armadura de combate à fissuração de retração e variação térmica	20
FIGURA 2.3 – Detalhe da cura do concreto utilizado nos modelos.....	21
FIGURA 2.4 - Esquema de aplicação de carga usado nos modelos.....	22
FIGURA 2.5 - Sistema de apoio nas vigas de reação	22
FIGURA 2.6 - Esquema de aplicação de carga	23
FIGURA 2.7 – Detalhe da medição do deslizamento relativo de extremidade	24
FIGURA 2.8 - Localização dos extensômetros elétricos de resistência inferior e superior	24
FIGURA 2.9 - Esquema de carga do ensaio, vão de cisalhamento (L_s) e diagrama de força cortante	26
FIGURA 3.1 - Curvas de carga x deslizamento relativo de extremidade.....	30
FIGURA 3.2 - Curvas de carga x flecha no meio do vão	32
FIGURA 3.3 - Esquema estático de aplicação de carga	33
FIGURA 3.4 - Curvas de carga x deformação no aço	35
FIGURA 3.5 - Detalhe do deslocamento horizontal relativo entre a fôrma de aço e o concreto (end-slip)	37
FIGURA 3.6 – Ocorrência de fissuras simetricamente dispostas e igualmente espaçadas	37
FIGURA 3.7 – Detalhe da fissura sob uma das linhas de carga no colapso.....	38
FIGURA 3.8 – Seção transversal da extremidade do modelo após colapso.....	38
FIGURA 4.1 - Laje mista contínua.....	41
FIGURA 4.2 – Módulo típico da seção transversal da laje mista.....	42

FIGURA 4.3- Curvas carga x flecha no meio do vão.....	46
FIGURA 4.4 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 01A	52
FIGURA 4.5 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 04B	52
FIGURA 4.6 – Curva carga x flecha no meio do vão do modelo 01A.....	53
FIGURA 4.7 – Curva carga x flecha no meio do vão do modelo 04B.....	53
FIGURA 4.8 - Seção transversal típica do Steel Deck MF-75.....	55
FIGURA 4.9 - Seção transversal típica do Steel Deck MF-50.....	56
FIGURA 4.10 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 8M	58
FIGURA 4.11 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 12F	58
FIGURA 4.12 – Curva carga x flecha no meio do vão do modelo 8M.....	59
FIGURA 4.13 – Curva carga x flecha no meio do vão do modelo 12F	59
FIGURA 5.1 – Força resistente característica ao cisalhamento longitudinal ($t = 0,80\text{mm}$)	66
FIGURA 5.2 - Força resistente característica ao cisalhamento longitudinal ($t = 0,95\text{mm}$)	67
FIGURA 5.3 - (a) Condição assumida de carga distribuída em projeto;.....	69
(b) Condição de ensaio.	69
FIGURA 5.4 - Distribuição de tensões normais no módulo típico da seção transversal da laje mista considerando-se interação total	72
FIGURA 5.5 - Distribuição de tensões normais no módulo típico da seção transversal da laje mista considerando interação total e LNP na fôrma	74
FIGURA 5.6 - Diagrama de interação entre a força axial e o momento fletor na fôrma de aço	75
FIGURA 5.7 - Variação da posição do centro de gravidade da fôrma metálica, e_v , em função da relação N_{cf}/N_{pa}	76
FIGURA 5.8 - Distribuição de tensões normais no módulo típico da seção transversal da laje mista considerando a interação parcial	76
FIGURA 5.9 – Hipótese para a distribuição da tensão de cisalhamento longitudinal....	78

FIGURA 5.10 - Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação	79
FIGURA 5.11 - Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação (η)	80
FIGURA 5.12 - Diagrama de interação parcial de cálculo	84
FIGURA 5.13 - Verificação da laje mista não ancorada – cisalhamento longitudinal... 85	
FIGURA 6.1 - Força de atrito na região do apoio na interface da laje mista	87
FIGURA 6.2 - Corpo de prova típico para ensaios da laje mista em pequena escala	88
FIGURA 6.3 - Curva tensão de cisalhamento x deslizamento horizontal relativo.....	90
FIGURA 6.4 - Diagrama de corpo livre para duas cargas lineares	90
FIGURA 6.5 - Diagrama de corpo livre para carga distribuída.....	91
FIGURA 6.6 - Ensaio em pequena escala da laje mista com tração na fôrma - tension- <i>push test</i>	92
FIGURA 6.7 - Diagrama de interação parcial de cálculo.....	93
FIGURA 6.8 - Análise de regressão multilinear para determinação de τ_M e μ	95
FIGURA 6.9 - Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação	97
FIGURA 6.10 - Diagrama de interação parcial de cálculo.....	101
FIGURA 6.11 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal considerando o atrito	102
FIGURA 6.12 Resistência nominal ao cisalhamento longitudinal dos ensaios e os dos métodos “ <i>m-k</i> ” e MIP.....	104
FIGURA 7.1 – Desenho esquemático para a laje mista utilizando-se o <i>Deck-60</i>	107
FIGURA 7.2 – Exemplo com carga uniformemente distribuída	108
FIGURA 7.3 - Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal para lajes mistas	110
FIGURA 7.4 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (<i>MIP sem atrito</i>)	113
FIGURA 7.5 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (<i>MIP com atrito</i>)	115
FIGURA 7.6 – Exemplo com duas concentradas equidistantes dos apoios	119

FIGURA 7.7 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (<i>MIP sem atrito</i>)	123
FIGURA 7.8 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (<i>MIP com atrito</i>)	125
FIGURA 7.9 – Exemplo com uma concentrada no meio do vão	129
FIGURA 7.10 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (<i>MIP sem atrito</i>)	133
FIGURA 7.11 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (<i>MIP com atrito</i>)	135
FIGURA A.1 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)	153
FIGURA A.2 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)	153
FIGURA A.3 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)	154
FIGURA A.4 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)	154
FIGURA A.5 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)	155
FIGURA A.6 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)	155
FIGURA A.7 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)	156
FIGURA A.8 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)	156
FIGURA A.9 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)	157
FIGURA A.10 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)	157
FIGURA A.11 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)	158
FIGURA A.12 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)	158
FIGURA A.13 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)	159
FIGURA A.14 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)	159
FIGURA A.15 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)	160
FIGURA A.16 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)	160
FIGURA A.17 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)	161
FIGURA A.18 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)	161
FIGURA A.19 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)	162
FIGURA A.20 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)	162
FIGURA A.21 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)	163
FIGURA A.22 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)	163
FIGURA A.23 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)	164

FIGURA A.24 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)	164
FIGURA A.25 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)	165
FIGURA A.26 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)	165
FIGURA A.27 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)	166
FIGURA A.28 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)	166
FIGURA A.29 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)	167
FIGURA A.30 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)	167
FIGURA A.31 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)	168
FIGURA A.32 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)	168
FIGURA A.33 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)	169
FIGURA A.34 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)	169
FIGURA A.35 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)	170
FIGURA A.36 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)	170
FIGURA B.1 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)	172
FIGURA B.2 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm).....	172
FIGURA B.3 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm).....	173
FIGURA B.4 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)	173
FIGURA B.5 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm).....	174
FIGURA B.6 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm).....	174
FIGURA B.7 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)	175
FIGURA B.8 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm).....	175
FIGURA B.9 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm).....	176
FIGURA B.10 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)	176
FIGURA B.11 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm).....	177
FIGURA B.12 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm).....	177
FIGURA B.13 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)	178
FIGURA B.14 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm).....	178
FIGURA B.15 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm).....	179
FIGURA B.16 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)	179
FIGURA B.17 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm).....	180
FIGURA B.18 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm).....	180
FIGURA B.19 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)	181

FIGURA B.20 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm).....	181
FIGURA B.21 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm).....	182
FIGURA B.22 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)	182
FIGURA B.23 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm).....	183
FIGURA B.24 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm).....	183
FIGURA C.1 - Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação	185
FIGURA C.2 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)	188
FIGURA C.3 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm).....	188
FIGURA C.4 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm).....	189
FIGURA C.5 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)	189
FIGURA C.6 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm).....	190
FIGURA C.7– Modelo 02C ($t = 0,80$ mm).....	190
FIGURA C.8– Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)	191
FIGURA C.9– Modelo 03B ($t = 0,95$ mm).....	191
FIGURA C.10– Modelo 03C ($t = 0,95$ mm).....	192
FIGURA C.11– Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)	192
FIGURA C.12– Modelo 04B ($t = 0,95$ mm).....	193
FIGURA C.13– Modelo 04C ($t = 0,95$ mm).....	193

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - Características nominais dos modelos testados.	16
TABELA 2.2 - Dimensões e propriedades geométricas do <i>Deck-60</i>	17
TABELA 2.3 - Propriedades mecânicas das chapas utilizadas na fabricação do <i>Deck-60</i>	18
TABELA 2.4 - Propriedades mecânicas do concreto empregado nos modelos ensaiados.	19
TABELA 2.5 - Dados dos modelos e resultados dos ensaios.....	25
TABELA 2.6 – Relação entre o momento fletor último do ensaio e o momento resistente	27
TABELA 3.1 - Relações entre as cargas últimas e cargas de deslizamento de extremidade inicial.....	31
TABELA 4.1 - Relações entre as cargas de deslizamento de extremidade inicial e cargas de serviço	42
TABELA 4.2 – Coeficiente de redução da rigidez (α)	49
TABELA 4.3 – Propriedades geométricas do Steel Deck MF-75	55
TABELA 4.4 – Características nominais dos modelos ensaiados.....	55
TABELA 4.5 – Propriedades geométricas do Steel Deck MF-50.....	56
TABELA 4.6 – Características nominais dos modelos ensaiados.....	57
TABELA 5.1 - Valores característicos dos ensaios.....	64
TABELA 5.2 - Determinação dos parâmetros m e k e relações entre os valores calculados e experimentais	66
TABELA 5.3 - Resultados da análise comparativa em serviço pelo método “ $m-k$ ”	68
TABELA 5.4 – Determinação da resistência característica $\tau_{u,Rk}$	82
TABELA 5.5 - Resultados da análise comparativa em serviço (MIP).....	83
TABELA 5.6 – Resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$	83
TABELA 6.1 – Determinação da resistência característica $\tau_{u,Rk}$ considerando a influência do atrito	99
TABELA 6.2 - Resultados da análise comparativa em serviço considerando o atrito.	100
TABELA 6.3 – Resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$ considerando o atrito	100

TABELA 6.4 – Correlação entre os resultados dos ensaios pelos métodos “ <i>m-k</i> ” e MIP	103
TABELA 7.1 – MIP – Carga uniformemente distribuída - $\mu = 0$	112
TABELA 7.2 – MIP – Carga uniformemente distribuída - $\mu = 0,50$	114
TABELA 7.3 – Cargas sobrepostas máximas	115
TABELA 7.4 – Cargas sobrepostas máximas	119
TABELA 7.5 – MIP – Duas Cargas concentradas equidistante do apoio - $\mu = 0$	122
TABELA 7.6 – MIP – Duas Cargas concentradas equidistante do apoio - $\mu = 0,50$...	124
TABELA 7.7 – Cargas concentradas sobrepostas máximas.....	125
TABELA 7.8 – Cargas sobrepostas máximas	129
TABELA 7.9 – MIP – Uma carga concentrada no meio do vão - $\mu = 0$	132
TABELA 7.10 – MIP – Uma Carga concentrada no meio do vão - $\mu = 0,50$	134
TABELA 7.11 – Cargas concentradas sobrepostas máximas.....	135
TABELA 7.12 – Cargas sobrepostas máximas	139
TABELA 7.13 – Resumo dos resultados dos exemplos (ELU) - cargas sobrepostas máximas	139
TABELA 7.14 – Resumo dos resultados dos exemplos (ELS) - cargas sobrepostas máximas	140

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Minúsculas

a	altura do bloco de tensão do concreto
af	apoio fixo
am	apoio móvel
b	largura da fôrma
b_2	maior dimensão da largura da alma trapezoidal do módulo típico da seção transversal da laje mista
b_b	menor dimensão da largura da alma trapezoidal do módulo típico da seção transversal da laje mista
b_n	largura da mesa do módulo típico da seção transversal da laje mista
c_d	coeficiente de correção relacionado à diferença entre a distribuição real de tensões normais na seção transversal da laje mista
c_m	coeficiente de correção relativo a não uniformidade das tensões de cisalhamento longitudinal entre o aço e o concreto
d_F	altura efetiva do modelo
e	distância do centro de gravidade da área efetiva da fôrma metálica à face externa da mesa inferior
e_p	distância da linha neutra plástica da fôrma metálica à face externa da mesa inferior
f_{cd}	resistência de cálculo do concreto à compressão
f_{ckj}	resistência característica do concreto à compressão na idade especificada
f_{ck}	resistência característica do concreto à compressão
f_{cm}	resistência característica média do concreto à compressão
f_{ct}	resistência à tração direta do concreto
f_u	tensão limite de resistência nominal do aço
f_v	tensão última de cisalhamento longitudinal do ensaio em pequena escala
f_y	tensão limite de escoamento nominal do aço
h_F	altura total da fôrma
h_t	altura total do modelo

k	constante empírica a ser determinada a partir de dados experimentais
m	constante empírica a ser determinada a partir de dados experimentais
n	número de módulos típicos da fôrma metálica
pp_F	peso próprio da fôrma
pp_{laje}	peso próprio da laje mista
s	desvio padrão
t	espessura nominal da fôrma; coeficiente de confiança da Distribuição de Student
t_c	altura da laje de concreto
t_e	espessura da fôrma sem camada de galvanização
w_d	carga uniformemente distribuída de cálculo
w_s	carga uniformemente distribuída de serviço
w_{sp}	carga uniformemente distribuída sobreposta
x	altura do bloco de tensão do concreto
Y	braço de alavanca
y_{cg}	distância do centro de gravidade à face externa inferior da fôrma do módulo típico
y_{II}	distância da LN da seção mista fissurada do módulo típico
y_t	distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada
y_T	distância do centro de gravidade da seção trapezoidal à extremidade inferior da seção transversal do módulo típico
z	braço de alavanca

Letras Romanas Maiúsculas

$A'_{F,ef}$	área efetiva do módulo típico da fôrma
$A_{F,ef}$	área efetiva da seção da fôrma
A_T	área da seção trapezoidal da alma
E_a	módulo de elasticidade longitudinal do aço
E_c	módulo de elasticidade longitudinal do concreto
E_{cs}	módulo de elasticidade longitudinal secante do concreto

F_{at}	força de atrito causada pela reação vertical nos apoios
F_M	força de cisalhamento longitudinal fornecida pelas mossas
I'_{sf}	momento de inércia do módulo típico da fôrma metálica
I_{cf}	momento de inércia da seção não fissurada da laje mista
I_D	momento de inércia somente da fôrma metálica
I_{ensaio}	momento de inércia real do modelo da laje mista ao longo do carregamento
I_{II}	momento de inércia da seção fissurada da laje mista
I_{lm}	momento de inércia efetivo em lajes mistas
I_{med}	momento de inércia efetivo médio da seção da laje mista
I_{sf}	momento de inércia da seção transversal bruta da fôrma
L	vão entre apoios
L_F	vão teórico da laje na direção das nervuras
L_{fd}	distância da extremidade a uma seção da laje mista onde ocorre a interação total
L_{sf}	distância da extremidade a uma seção da laje mista onde ocorre a interação total
L_o	comprimento do balanço nas extremidades do protótipo
L_s	vão de cisalhamento
L_t	comprimento de transferência
L_x	distância do apoio a uma seção da laje mista
M_a	momento fletor atuante
M_{ensaio}	momento fletor último no ponto de aplicação de carga da laje mista
$M_{f,Rd}$	momento fletor resistente de cálculo à flexão da laje mista
M_{pa}	momento plástico da fôrma metálica
M_{pr}	momento plástico reduzido da fôrma metálica
M_R	momento fletor resistente nominal total
M_r	momento que representa o início da fissuração do concreto
M_{Rd}	momento fletor resistente de cálculo
M_{Rp}	momento fletor resistente nominal parcial
M_{Sd}	momento fletor solicitante de cálculo
$M_{V,Rd}$	momento fletor resistente de cálculo devido ao atrito no apoio
N_a	força normal de tração da fôrma metálica decomposta

N_{ac}	força normal de compressão na fôrma metálica
N_{at}	força normal de tração na fôrma metálica
N_c	força de compressão no concreto considerando interação parcial
N_{cf}	força de compressão no concreto considerando interação total
N_{pa}	força de escoamento à tração da fôrma metálica
P_a	carga do aparato
P_{des}	carga correspondente ao deslizamento inicial de extremidade
P_s	carga correspondente à flecha máxima de serviço
P_{sp}	carga concentrada sobreposta
P_{uk}	carga característica
P_{ut}	carga máxima aplicada pelo atuador hidráulico durante o ensaio
V	reação de apoio
V_{des}	carga de deslizamento de extremidade inicial
$V_{l,R}$	força cortante resistente nominal
$V_{l,Rd}$	força cortante resistente de cálculo
V_s	força de serviço
V_{Sd}	força solicitante de cálculo
V_{ut}	força cortante última
$V_{ut,k}$	força cortante última característica

Letras Gregas

α	coeficiente de redução da rigidez
α	fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta
α	parâmetro da deformação
α_e	relação modular
α_I	parâmetro da deformação para seção não-fissurada
α_{II}	parâmetro da deformação para seção fissurada
ζ	coeficiente de distribuição
δ	deslocamento vertical (flecha)

ε_a	deformação correspondente ao início de escoamento do aço
ε_n	coeficiente de veracidade
γ_{al}	coeficiente de ponderação da resistência do aço
γ_c	coeficiente de ponderação da resistência do concreto
γ_f	coeficiente de ponderação das ações
γ_{sl}	coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal
γ_v	coeficiente de resistência do cisalhamento longitudinal
η	grau de interação parcial ao cisalhamento longitudinal da laje mista
η_{ensaio}	grau de interação ao cisalhamento longitudinal de um modelo
λ	fator de esbeltez da placa; parâmetro de esbeltez da laje mista
μ	coeficiente de atrito
μ_{ap}	coeficiente de atrito aparente
ρ	coeficiente que leva em consideração a pequena contribuição da fôrma de aço
σ_e	tensão correspondente ao início de escoamento do aço
τ	tensão de cisalhamento longitudinal
τ_M	tensão de cisalhamento longitudinal fornecida pelas mossas
τ_u	tensão última de cisalhamento longitudinal
$\tau_{u,m}$	tensão última média ao cisalhamento longitudinal
$\tau_{u,Rd}$	tensão última de cálculo ao cisalhamento longitudinal
$\tau_{u,Rk}$	tensão última característica ao cisalhamento longitudinal

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AISC	American Institute of Steel Construction
AISI	American Iron and Steel Institute
ASCE	American Society of Civil Engineers
ASTM	American Society for Testing and Materials
BS	British Standard
CETEC	Centro Tecnológico de Minas Gerais
CG _F	Centro de Gravidade da Fôrma Metálica
CSSBI	Canadian Sheet Steel Building Institute
DEES	Departamento de Engenharia de Estruturas
ELS	Estado-Limite de Serviço
ELU	Estado-Limite Último
EM	European Standard
LAEES	Laboratório de Análise Experimental de Estruturas
LN	Linha Neutra Elástica da seção transversal do módulo típico
LNP	Linha Neutra Plástica da seção transversal do módulo típico
LNP _c	Linha Neutra Plástica da seção mista que passa pelo concreto
LNP _F	Linha Neutra Plástica da fôrma metálica
LNP _f	Linha Neutra Plástica da seção mista que passa pela fôrma
MIP	Método da Interação Parcial
NBR	Norma Brasileira
SDI	Steel Deck Institute
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
USIMINAS	Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais

RESUMO

O objetivo deste trabalho é avaliar o comportamento e a resistência das lajes mistas de aço e concreto, considerando uma análise rigorosa para a determinação do momento de inércia efetivo da seção mista (I_{lm}) e a influência do atrito da região dos apoios. Para isto, foram utilizados os resultados de um programa de ensaios de laboratório, realizado por RODRIGUES & LAVALL (2005), onde se empregou o Steel Deck-60, que consiste de uma chapa de aço de perfil trapezoidal com mossas em “V”. Foram realizados ensaios em uma série de doze modelos de lajes mistas simplesmente apoiadas, submetidas à flexão. Empregaram-se na confecção dos modelos diferentes espessuras da fôrma, alturas de laje e vãos de cisalhamento, conforme recomenda a EM 1994-1-1:2004. Durante os ensaios foram medidas as flechas no meio do vão, os deslizamentos relativos de extremidade na interface aço-concreto e as deformações no aço da fôrma, permitindo-se analisar o comportamento do sistema misto, além da determinação do seu modo de falha. As investigações experimentais mostraram que os momentos de inércia efetivos recomendados pelas normas técnicas internacionais não representam adequadamente o comportamento das lajes mistas, levando a estimativas não conservadoras das flechas, principalmente quando submetidas a carregamentos mais elevados. Assim, neste trabalho, são apresentadas propostas para a determinação do momento de inércia efetivo em lajes mistas, que representam adequadamente o comportamento durante toda a fase de carregamento. A influência do atrito da região dos apoios na resistência ao cisalhamento longitudinal foi avaliada através do método da interação parcial, utilizando-se o coeficiente de atrito recomendado pela EM 1994-1-1:2004. Os exemplos permitem afirmar que as propostas apresentadas para o cálculo de I_{lm} representam melhor a rigidez das lajes mistas, tanto para o comportamento dúctil quanto frágil e, também, que a influência do atrito na resistência ao cisalhamento longitudinal é relevante, principalmente, em lajes mistas com pequenos vãos de cisalhamento.

Palavras-chave: laje mista de aço e concreto; momento de inércia efetivo; método da interação parcial; influência do atrito.

ABSTRACT

The aim of this work is to evaluate the behavior and strength of composite slabs considering a rigorous analysis for determination of composite slabs effective moment of inertia (I_{lm}) and the influence of the friction of the region of the supports. The results of a program of laboratory tests, carried through by RODRIGUES & LAVALL (2005), considering the Steel *Deck-60*, that consists of trapezoidal profile with embossments in “V” shape, were used tests on a series of twelve composite slab models, simply supported, submitted to bending were carried out. Different thicknesses of the steel deck, heights of composite slabs and shear spans were employed in the manufacturing of the models, according to the EN 1994-1-1:2004. During the tests deflections, end slips and strains of the steel decks were measured, allowing the analysis of the behavior of the composite slab system and the determination of its failure mode. The experimental researches had shown that the effective moments of inertia recommended by the international design specifications does not represent adequately the behavior of the composite slabs, leading to unconservative estimates of the actual deflection, mainly when submitted to the ultimate loads. Thus, in this work, proposals for the determination of the composite slabs effective moment of inertia, that adequately represents the behavior during all loading stages, will be presented. The influence of the friction of the region of the supports in the longitudinal shear bond was evaluated through the partial shear connection method, using the friction coefficient recommended by EN 1994-1-1:2004. According several examples analyzed, it is possible to affirm that: the proposals presented for I_{lm} calculation give a better representation slabs rigidity; the friction's influence of the friction in the longitudinal shear bond is significant, mainly, in composite slabs with small shear span length.

Keywords: composite slabs; effective moment of inertia, partial shear connection method, friction.

1

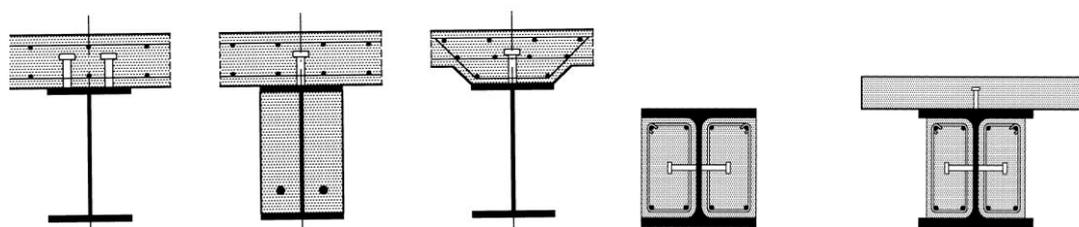
INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

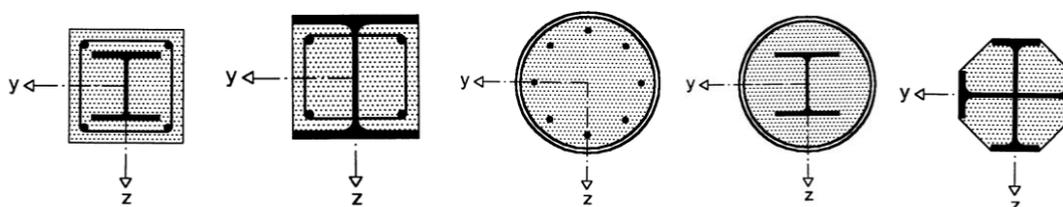
Sistemas estruturais em aço e em concreto têm sido utilizados na construção civil há, aproximadamente, 150 e 100 anos, respectivamente (QUEIROZ et al: 2001). Por volta de 1930, engenheiros e projetistas perceberam que muitas vantagens poderiam ser obtidas integrando as propriedades estruturais dos elementos de aço e de concreto, por meio de algum tipo de conexão. Assim, surgiram os sistemas mistos de aço e concreto.

O sistema misto de aço e concreto é aquele em que um perfil de aço (laminado, soldado ou formado a frio) trabalha em conjunto com o concreto (geralmente armado), formando elementos estruturais como viga mista, pilar misto, laje mista ou ligação mista. Nesses elementos estruturais a resistência do concreto é integrada à resistência do perfil de aço, através do uso de conectores ou através da aderência natural entre esses materiais. Além disso, o concreto fornece proteção contra corrosão e isolamento térmico ao aço, além de restringir a flambagem local e a flambagem lateral com torção dos perfis metálicos esbeltos.

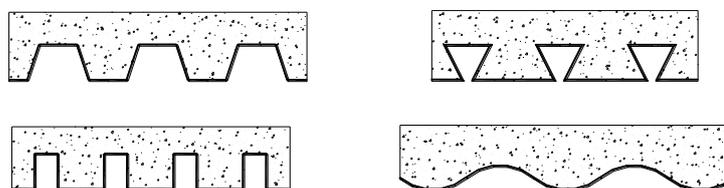
A FIG. 1.1 ilustra algumas estruturas mistas e suas seções típicas.



Seções típicas de viga mista



Seções típicas de pilar misto



Seções típicas de laje mista

FIGURA 1.1 – Seções transversais de estruturas mistas

A utilização de sistemas mistos amplia consideravelmente a gama de soluções em aço e concreto. No Brasil, a utilização desses sistemas tem aumentado consideravelmente, tanto em edifícios como em pontes.

A ABNT NBR 8800:1986 foi à primeira norma brasileira a tratar de sistemas mistos, abordando as vigas mistas, sem, no entanto, fazer referência a pilares mistos, lajes mistas e ligações mista viga/pilar. Posteriormente, a ABNT NBR 14323:1999 incluiu o dimensionamento das lajes mistas com fôrma de aço incorporada e, recentemente, a ABNT NBR 8800:2008 considera de forma abrangente as lajes mistas, as vigas mistas, os pilares mistos e as ligações mistas viga/pilar.

1.1.1 Lajes Mistas

A partir da década de 1940 surgiram os sistemas chamados de lajes mistas de aço e concreto. Entende-se por estes sistemas, tema aqui estudado, aquelas lajes em que uma fôrma de aço de espessura bastante delgada, usualmente entre 0,80 mm e 1,25 mm, é incorporada ao sistema de sustentação de cargas, funcionando como fôrma permanente, suportando o concreto antes da cura e as cargas de construção. Após a cura, o concreto da laje e a fôrma de aço ficam solidarizados devido a geometria da fôrma, formando um único elemento estrutural. A fôrma de aço funciona como armadura positiva da laje. A FIG. 1.2 ilustra um sistema de laje mista.

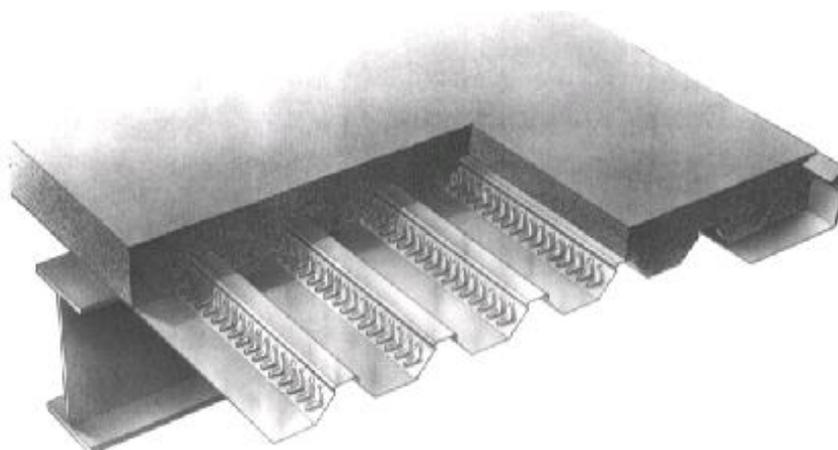


FIGURA 1.2 – Lajes mistas de aço e concreto

O sistema de laje mista oferece uma construção extremamente rápida sem a necessidade de escoramento, e às vezes é executado com concreto leve, como usado nos Estados Unidos e na Inglaterra, para a redução do peso próprio. O uso das lajes mistas estende-se também às construções em estruturas de concreto armado e em estruturas de madeira. No Brasil, a utilização de lajes mistas vem aumentando gradativamente. Dentre as vantagens do sistema com lajes mistas, destacam-se as seguintes:

- ✓ facilidade de instalação e maior rapidez construtiva;
- ✓ facilidade de adaptação para colocação de tubulações elétricas, hidráulicas, de comunicação e de ar condicionado;

- ✓ eliminação (ou redução) da armadura positiva na laje acabada;
- ✓ dispensa de escoramento reduzindo o tempo de construção;
- ✓ maior segurança no trabalho, por funcionar como plataforma de serviço e de proteção aos operários que trabalham em andares inferiores;
- ✓ praticidade de execução, uma vez que a fôrma fica incorporada ao sistema, dispensando o processo de desforma.

Dentre as desvantagens tem-se:

- ✓ maior quantidade de vigas secundárias, caso não se utilize o sistema escorado ou fôrmas de grande altura, devido à limitação dos vãos antes da cura do concreto;
- ✓ em alguns casos, a necessidade de utilização de forros suspensos, com funções estéticas.

O concreto e a fôrma metálica devem interagir de tal maneira que as tensões de cisalhamento longitudinal possam ser resistidas na interface aço-concreto. RONDAL e MOUTAFIDOU (1996) observaram que a transferência do cisalhamento pode ser fornecida através dos seguintes meios, os quais asseguram uma ação mista, parcial ou total, do sistema:

- Ligação mecânica: por meio de saliências, mossas estampadas nas fôrmas – FIG. 1.3(a) – ou por ancoragens de extremidade através de conectores de cisalhamento – FIG. 1.3(b) ou pela deformação das nervuras na extremidade da fôrma – FIG. 1.3(c);

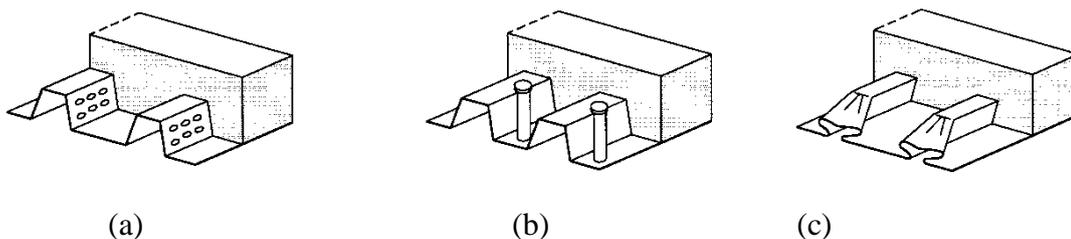


FIGURA 1.3 – Meios de ligação mecânica ao cisalhamento longitudinal

- Ligação por atrito: ligação desenvolvida por nervuras reentrantes conforme a FIG. 1.4 e/ou por atrito nos apoios, provocado pela reação vertical nos apoios;

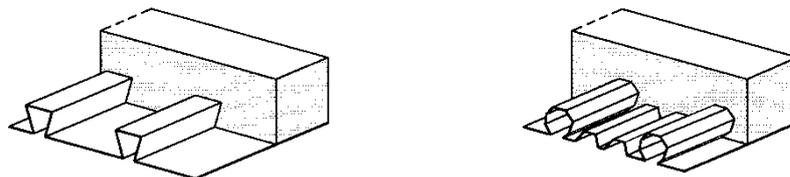


FIGURA 1.4 - Meios de ligação por atrito

- Ligação química: através da aderência da pasta de cimento com a fôrma metálica, quebrada quando ocorre o deslizamento entre a fôrma e o concreto.

A força de atrito que aparece na interface entre o aço e o concreto na região dos apoios, ocasionada pela reação de apoio, auxilia na resistência ao cisalhamento longitudinal. A aderência química da pasta de cimento com a fôrma metálica não é considerada na resistência por causa de sua natureza frágil.

A EN 1994-1-1:2004 define que resistência de uma laje mista terá que ser suficiente para suportar as cargas de projeto e para assegurar-se de que nenhum estado-limite último seja alcançado, baseando-se nos seguintes modos de colapso mostrados na FIG.5, onde P é uma carga concentrada vertical aplicada e L_s é o vão de cisalhamento.

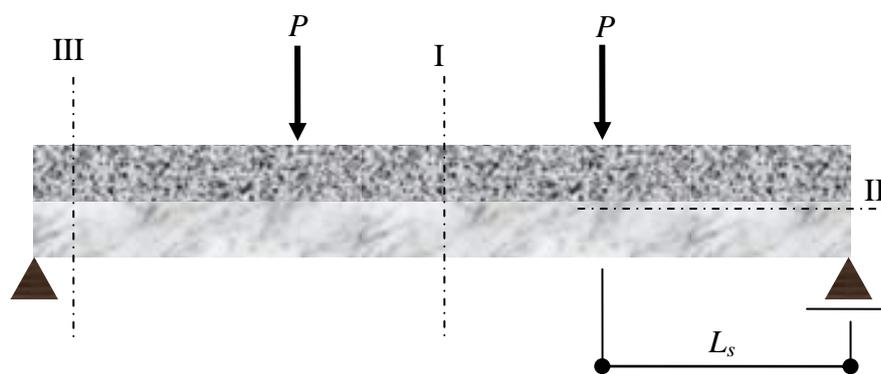


FIGURA 1.5 – Modos de colapso

- Seção crítica I – Colapso por flexão: esta seção pode ser crítica quando há uma interação completa ao cisalhamento na interface entre a fôrma metálica e o concreto.

- Seção crítica II - Colapso por cisalhamento longitudinal: a carga máxima sobre a laje é determinada pela resistência ao cisalhamento longitudinal no vão de cisalhamento L_s , devido à interação parcial na interface entre a fôrma metálica e o concreto. O momento último resistente na seção não pode ser alcançado.
- Seção crítica III – Colapso por Cisalhamento vertical ou Punção: nesse caso, o colapso ocorre nas seções próximas aos apoios e se torna crítico quando a razão vão/altura da laje diminui com a aplicação de uma carga relativamente elevada. O cisalhamento vertical e a punção são resistidos principalmente pelo concreto.

Existe uma grande variedade de geometria de fôrmas e de mossas, tendo eficiências diferentes na ligação mecânica. Por isso, estudos são realizados pesquisando-se a geometria da fôrma e a geometria das mossas, as quais têm grande influência no desempenho da ligação mecânica.

O estudo do comportamento e da resistência do sistema de lajes mistas é baseado em ensaios experimentais. Dois dos procedimentos de ensaios mais utilizados, mostrados na FIG. 1.6, são: o ensaio de modelos em escala real - *shear-bond* - e o ensaio em pequena escala - *push test* – que, além de permitir a determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal, permite considerar os efeitos do atrito na região dos apoios.

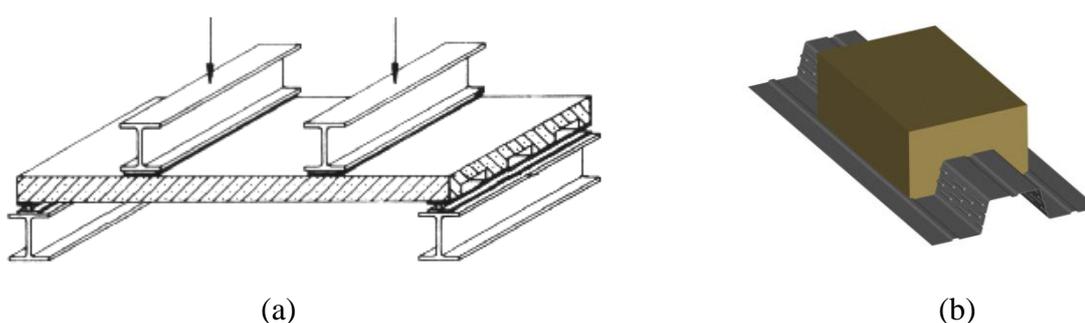


FIGURA 1.6 - Ensaio de modelos de laje mista (a) e ensaio de laje mista em pequena escala (b)

A realização dos ensaios é necessária porque cada fabricante de um sistema de laje mista adota um mecanismo de resistência ao cisalhamento longitudinal próprio e, como foi mencionado anteriormente, a resistência e o comportamento depende, principalmente, das características desse mecanismo.

Neste trabalho, o procedimento de ensaio adotado será o do modelo em escala real – *shear-bond*, onde na verificação ao cisalhamento longitudinal utilizam-se dois métodos de cálculo: o método semi-empírico “*m-k*”, largamente utilizado na América do Norte e na Europa e o método da interação parcial (MIP).

O método “*m-k*”, que será apresentado no item 5.2, tem sido empregado com bons resultados, principalmente em lajes mistas que apresentam comportamentos frágeis e vãos pequenos, não é adequado para se levar em conta a ancoragem de extremidade ou o uso de armadura de reforço do sistema misto.

O método da Interação Parcial, que será apresentado no item 5.3, é uma alternativa ao método “*m-k*” e, segundo JOHNSON (1994), explora melhor o comportamento dúctil das fôrmas com boa ligação mecânica e grandes vãos. Esse método permite que se considere, teoricamente, a contribuição da ancoragem de extremidade na resistência ao cisalhamento longitudinal, o efeito de armaduras adicionais e a influência do atrito na região dos apoios.

Atualmente, as pesquisas mais recentes e as normas técnicas mais atualizadas, como a norma européia EN 1994-1-1:2004, afirmam que a resistência ao cisalhamento longitudinal advém da resistência das mossas e da força do atrito na interface da fôrma com o concreto na região do apoio, que contribui, principalmente em lajes com pequenos vãos de cisalhamento.

1.2 Estudos realizados na UFMG

A partir de 1996, várias pesquisas têm sido realizadas no Departamento de Engenharia de Estruturas (DEES) da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (EE-UFMG), em parceria com empresas fabricantes de fôrmas de aço, para serem utilizadas em lajes mistas de aço e concreto.

No trabalho pioneiro do DEES, lajes mistas aplicadas a edifícios metálicos utilizando-se o “steel deck” *MF-75*, com altura de 75 mm, com diferentes combinações de altura total da laje, vãos de cisalhamento e espessuras da fôrma de aço, foram construídas e ensaiadas em laboratório por MELO (1999). As dimensões dos modelos foram variadas de modo a cobrir satisfatoriamente a faixa de parâmetros que afetam o comportamento e a resistência dessas lajes. O aço utilizado foi o ZAR 280 com módulo de elasticidade de 205 GPa e resistência característica ao escoamento de 28 MPa. O concreto era de densidade usual com resistência característica à compressão de 20 MPa. Os resultados desses ensaios revelaram um único modo de falha do sistema misto: colapso por cisalhamento longitudinal. Com base nesses resultados, parâmetros “*m* e *k*” foram determinados para serem utilizados no dimensionamento dessas lajes.

Utilizando os resultados obtidos dos ensaios com o “steel deck” *MF-75*, SOUZA NETO (2001) avaliou o comportamento e a resistência de lajes mistas contendo ancoragem de extremidade. A ancoragem de extremidade foi fornecida por meio de conectores de cisalhamento do tipo “stud-bolt”, em aço ASTM A108. Análises comparativas do comportamento foram feitas com relação aos resultados dos ensaios de lajes mistas não ancoradas na extremidade. Estas análises revelaram o ganho significativo de rigidez e resistência das lajes com ancoragem de extremidade. A influência do atrito na região dos apoios foi também analisada e alguns métodos propostos para sua consideração foram apresentados.

O emprego do sistema de lajes mistas em estruturas usuais de concreto armado foi estudado por SILVA (1999), que analisou tanto o aspecto construtivo quanto o comportamento e a resistência dessas lajes neste sistema construtivo. Os ensaios revelaram que os sistemas de lajes mistas, aplicadas em estruturas convencionais de concreto armado, têm comportamento equivalente aos aplicados em estruturas metálicas sem conectores de extremidade, atingindo da mesma maneira o colapso por cisalhamento longitudinal. Quanto à resistência, foram obtidos resultados praticamente iguais para esse sistema comparando-se ao sistema pesquisado por MELO (1999), comprovando a viabilidade estrutural da aplicação das lajes mistas a estruturas prediais de concreto armado.

CAMPOS (2001) avaliou o efeito da continuidade nos apoios internos no comportamento e na resistência de lajes mistas. A análise dos resultados revelou um aumento significativo na capacidade portante da laje em relação aos protótipos simplesmente apoiados.

GOMES (2001) empregou, nas lajes mistas, concreto estrutural leve ao invés de concreto convencional. Os resultados obtidos foram bastante similares aos apresentados pelas lajes mistas feitas com concreto convencional.

MARTINS (2001) observou que o mercado nacional possuía poucos tipos de fôrmas de aço disponíveis e que a utilização do sistema de laje mista no Brasil ainda era aplicada em um número reduzido de edificações. Por outro lado, o mercado internacional possuía uma grande diversidade, não só de fôrmas como também de fabricantes, além de uma consolidação desse processo construtivo. Então, o objetivo do seu trabalho foi o estudo teórico dos parâmetros que influenciam o comportamento estrutural das lajes mistas e um estudo comparativo de algumas fôrmas de aço disponíveis no mercado nacional e internacional.

Em uma pesquisa tecnológica desenvolvida por RODRIGUES & LAVALL (2005), intitulada *Estudo do comportamento estrutural do sistema de laje mista Deck-60 – USIMINAS* realizou-se a análise teórico-experimental da resistência e do comportamento do sistema misto *Deck-60*, utilizando o método semi-empírico “*m-k*”. Esse sistema de laje mista possui uma fôrma de aço com características próprias, apresentando um perfil geométrico específico com altura de 60 mm e mossas em forma de “V”. Essa nova fôrma foi desenvolvida com uma altura intermediária do que aquelas usualmente utilizadas, também com objetivo de viabilizar sua aplicação em sistemas construtivos de baixo custo.

ARAUJO (2008) iniciou a pesquisa sobre o *Deck-60* com o objetivo de apresentar o método da Interação Parcial (MIP) para a determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de lajes mistas, após a cura do concreto. O MIP é fundamentado em um modelo analítico, similar ao de vigas mistas com conectores dúcteis, que permite

determinar o grau de interação ao cisalhamento longitudinal entre a fôrma de aço e o concreto, em lajes mistas com comportamento dúctil.

BRENDOLAN (2007) analisou o comportamento e a resistência do sistema de lajes mistas “steel deck” *MF-50*, com altura da fôrma de 50 mm. Para tal, um programa de ensaios de laboratório foi realizado a fim de se identificar e avaliar os vários parâmetros que influenciam o comportamento e resistência desse sistema de laje. Modelos com diferentes combinações de comprimento, altura total da laje e espessura da fôrma de aço foram construídos e ensaiados. O *MF-50* mostrou-se adequado para vãos menores, proporcionando um dimensionamento mais econômico e melhor aproveitamento do material aço.

1.3 Objetivos

Os objetivos a serem alcançados neste trabalho são os seguintes:

- Análise do comportamento e da resistência do sistema misto *Deck-60*, a partir da investigação experimental de modelos de lajes mistas simplesmente apoiadas, por meio das curvas carga x flecha no meio do vão, carga x deslizamento relativo de extremidade e carga x deformação no aço;
- Apresentação e propostas para a determinação do momento de inércia efetivo em lajes mistas, que representem adequadamente o comportamento durante toda a fase de carregamento;
- Apresentação do procedimento para a verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas, de acordo com a EN 1994-1-1:2004 e a ABNT NBR 8800:2008;
- Estudo da influência do atrito da região dos apoios da laje mista no cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal.

1.4 Organização do Texto

O texto é organizado em sete capítulos, sendo que neste primeiro o tema do trabalho é descrito, os principais objetivos são definidos e são relatadas as pesquisas realizadas na UFMG, a partir de 1996, sobre lajes mistas de aço e concreto.

No segundo capítulo é apresentado o programa de ensaios de laboratório realizados na pesquisa tecnológica desenvolvida por RODRIGUES & LAVALL (2005), a fim de se identificar e considerar os vários parâmetros que têm maior influência na resistência estrutural do sistema misto. Esse programa experimental consistiu de ensaios de flexão do sistema de laje mista em 12 modelos com vãos simples bi-apoiados, os quais forneceram os dados necessários para a avaliação do comportamento e da resistência última do sistema de laje mista.

Neste capítulo ainda, são descritos e caracterizados todos os modelos adotados, assim como os materiais utilizados na sua fabricação, e também são apresentados os procedimentos usados na preparação desses modelos. A montagem do equipamento de aplicação de carga e reação e os instrumentos utilizados para medir os deslocamentos dos modelos e as deformações do aço durante os ensaios são também descritos e ilustrados, enfatizando-se que todos os procedimentos realizados durante o programa de ensaios seguiram recomendações aceitas internacionalmente. Esses resultados fornecem os dados para o dimensionamento da laje mista.

No terceiro capítulo são analisados os resultados obtidos nos ensaios por meio de tabelas e gráficos, com a finalidade de se determinar o modo de colapso deste sistema. São apresentadas e analisadas as curvas carga x deslizamento de extremidade, carga x flecha no meio do vão e carga x deformação no aço, as quais foram obtidas das leituras feitas durante os ensaios, em todos os incrementos de carga de todas as fases do carregamento após a cura do concreto até o colapso. Com base nessas análises foi possível conhecer o comportamento do sistema de laje mista e definir, com precisão, o seu modo de colapso, definido como sendo cisalhamento longitudinal.

No quarto capítulo é apresentado o estudo visando à verificação do estado limite de serviço (flechas) em lajes mistas de aço e concreto, onde, em geral, as normas técnicas recomendam que o momento de inércia efetivo da seção mista (I_{lm}) seja dado pela média dos momentos de inércia das seções não-fissurada (I_{cf}) e fissurada (I_{ff}). Entretanto, investigações experimentais têm mostrado que esse procedimento não representa adequadamente o comportamento das lajes mistas, levando a estimativas não conservadoras das flechas, principalmente quando submetidas a carregamentos mais elevados. Utilizando-se os resultados de pesquisas realizadas no Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG, são apresentadas propostas para a determinação do momento de inércia efetivo em lajes mistas que representem adequadamente o comportamento durante toda a fase de carregamento.

No quinto capítulo, com base na análise dos resultados e na definição do modo de colapso, procurou-se estabelecer critérios para a verificação da resistência última ao cisalhamento longitudinal através do método “ $m-k$ ” e do método da interação parcial. Expressões analíticas para o cálculo do carregamento último deste modo de colapso foram determinadas e apresentadas para que possam ser utilizadas pelos projetistas nos escritórios de cálculo. É apresentada a expressão semi-empírica do método “ $m-k$ ” adotada pela ABNT NBR 8800:2008 e a EN 1994-1-1:2004, que relaciona a resistência nominal à força cortante com os parâmetros obtidos dos ensaios realizados.

Ainda no capítulo 5, é apresentado o Método da Interação Parcial (MIP), conforme a EN 1994-1-1:2004, para a determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal da laje mista, através de expressões analíticas para o cálculo dessa resistência. Por essas expressões é possível determinar o grau de interação ao cisalhamento longitudinal entre o concreto e a fôrma de aço e também calcular a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, denominada de $\tau_{u,Rd}$, para cada espessura de fôrma ensaiada.

A influência do atrito da região dos apoios na resistência ao cisalhamento longitudinal, estudada através do MIP, é apresentada no sexto capítulo. Alguns métodos propostos por autores e normas técnicas são apresentados. Neste trabalho, foram adotadas as

recomendações da EN 1994-1-1:2004. Também são apresentados neste capítulo comparações entre o método “ $m-k$ ” e MIP considerando e desconsiderando o atrito.

No sétimo capítulo são apresentados exemplos de aplicação prática, visando avaliar e comparar os vários procedimentos apresentados para o dimensionamento de um sistema de laje mista para pisos de edifícios. Foram utilizados os métodos “ $m-k$ ” e MIP considerando-se e desconsiderando-se a influência do atrito. Foi verificado também o deslocamento vertical (flecha), utilizando-se os momentos de inércia efetivos propostos neste trabalho.

Finalmente, as conclusões e sugestões para continuidade de estudo são apresentadas no capítulo oito.

2

PROGRAMA DE ENSAIOS E RESULTADOS

2.1 Considerações Iniciais

Segundo VELJKOVIC' (1996), as lajes mistas comportam-se como elementos estruturais anisotrópicos, mas o seu dimensionamento é feito somente na direção longitudinal das nervuras. Esta simplificação torna os resultados da capacidade de carregamento conservadores.

Atualmente, o dimensionamento ao cisalhamento longitudinal de lajes mistas de aço e concreto depende de ensaios em protótipos simplesmente apoiados, denominados ensaios de *shear-bond*, porque a resistência ao cisalhamento longitudinal é difícil de prever teoricamente: pequenas mudanças no tamanho e na geometria das mossas e da fôrma afetam sensivelmente o comportamento e a resistência da laje.

Com a finalidade de se estudar essa nova fôrma proposta, *Deck-60*, e a fim de se identificar e considerar os vários parâmetros que têm maior influência na resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de laje mista foi realizado um programa de ensaios de modelos em escala real – *shear-bond* no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES) do Departamento de Engenharia de Estruturas

(DEES), cujos resultados experimentais são apresentados em RODRIGUES & LAVALL (2005).

Este procedimento tem sido recomendado praticamente por toda a literatura internacional sobre o assunto, tanto através de normas técnicas, quanto através de publicações ou artigos técnicos atualizados. Como exemplo, pode-se citar BRITISH STANDARD:1982, SCHUSTER (1984), ANSI/ASCE 3-91:1992, ABNT NBR 14323:1999, EN 1994-1-1:2004, CSSBI S2:2008 e ABNT NBR 8800:2008, entre outros, que confirmam esse procedimento. Para este trabalho, foram utilizadas as recomendações da EN 1994-1-1:2004.

O programa de ensaios visou representar, o mais próximo possível, as condições práticas de instalação das lajes encontradas nas construções de edifícios. Os modelos consistiram de elementos de laje mista com a largura da seção transversal típica da fôrma de aço do *Deck-60* (FIG. 2.1).

O propósito dos ensaios é obter dados para o dimensionamento de lajes mistas ao cisalhamento longitudinal, pelo método *m-k* e/ou pelo método da interação parcial, sendo que por meio deste último é possível se fazer uma análise da contribuição do atrito da região dos apoios na resistência e no comportamento do sistema misto que é o objetivo principal deste trabalho.

Para a determinação dos parâmetros “*m e k*” e análise do sistema pelo método da interação parcial foi ensaiada, à flexão, uma série de doze modelos com vãos simples bi-apoiados, considerando-se duas espessuras das fôrmas de aço fabricadas pela USIMINAS, uma de 0,80 mm e outra de 0,95 mm. Os doze modelos foram subdivididos em dois grupos, sendo seis com espessura de 0,80 mm e seis de 0,95 mm, conforme mostra a TAB. 2.1. As fôrmas adotadas neste caso tinham as mossas padrão da USIMINAS.

A altura total das lajes (h_t) e os vãos de cisalhamento (L_s) foram variados a fim de cobrir adequadamente o conjunto de parâmetros que têm maior influência no comportamento estrutural e na resistência do sistema misto (TAB. 2.1).

2.2 Caracterização dos Modelos

A investigação experimental consistiu em ensaios de 12 modelos de lajes mistas, sendo seis com espessura 0,80 mm e seis com 0,95 mm e que foram subdivididos em dois grupos com três ensaios cada. A TAB. 2.1 fornece as características nominais de cada modelo assim como a numeração adotada no programa de ensaios.

TABELA 2.1 - Características nominais dos modelos testados.

Modelo	Espessura do deck (t) (mm)	Largura do modelo (b) (mm)	Vão do modelo (L) (mm)	Altura total do modelo (h_t) (mm)	Vão de cisalhamento (L_s) (mm)
01A	0,80	860	2.500	110	800
01B	0,80	860	2.500	110	800
01C	0,80	860	2.500	110	800
02A	0,80	860	2.500	140	450
02B	0,80	860	2.500	140	450
02C	0,80	860	2.500	140	450
03A	0,95	860	2.500	110	800
03B	0,95	860	2.500	110	800
03C	0,95	860	2.500	110	800
04A	0,95	860	2.500	140	450
04B	0,95	860	2.500	140	450
04C	0,95	860	2.500	140	450

Todos os modelos estudados foram confeccionados no Campus Pampulha da UFMG, e transportados para o Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES) da Escola de Engenharia da UFMG, após a concretagem da laje.

2.3 Materiais Utilizados

2.3.1 Fôrma de Aço Deck-60

Os decks dos modelos foram fabricados com aços ZAR 280 e ZAR 345, tendo comprimento de 2.600 mm e largura nominal de 860 mm para ambas as espessuras de 0,80 mm e 0,95 mm. A FIG. 2.1 mostra uma seção transversal típica do *Deck-60* com suas dimensões nominais. As mossas, responsáveis pela resistência ao cisalhamento longitudinal, foram estampadas nas almas do perfil, em forma de “ V ”, tendo uma profundidade nominal de 2,9 mm para as duas espessuras.

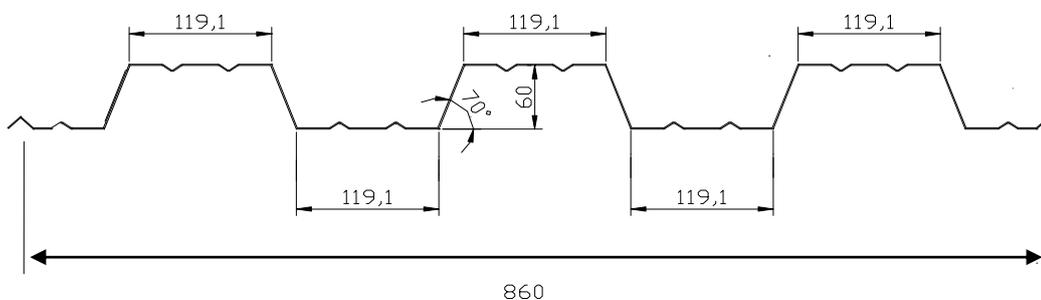


FIGURA 2.1 - Seção transversal típica da fôrma (dimensões em mm)

A TAB. 2.2 fornece as dimensões, as propriedades geométricas e o peso próprio do *Deck-60* empregados na fabricação dos modelos. Para o cálculo o momento de inércia da fôrma, I_{sf} , foi adotado a tensão de compressão no aço, $f_d=0,6 f_y$.

TABELA 2.2 - Dimensões e propriedades geométricas do *Deck-60*.

t (mm)	t_e (mm)	b (mm)	h_F (mm)	$A_{F,ef}$ (mm ²)	y_{cg} (mm)	I_{sf} (mm ⁴)	pp_F (kg/m ²)
0,80	0,76	860,00	60,00	912,00	30	583.992,46	9,05
0,95	0,91	860,00	60,00	1092,00	30	699.254,82	10,83

Na TAB. 2.2, t é a espessura nominal da fôrma; t_e é a espessura da fôrma sem a camada de galvanização; b é a largura da fôrma; h_F é a altura total da fôrma; $A_{F,ef}$ é a área efetiva da seção da fôrma; y_{cg} é a distância do centro de gravidade à face externa

inferior da fôrma; I_{SF} é o momento de inércia da seção transversal bruta e pp_F é o peso próprio da fôrma.

As propriedades mecânicas dos aços empregados na fabricação das fôrmas foram obtidas a partir de ensaios realizados em corpos de prova de ambas as espessuras. Os ensaios foram efetuados no Centro de Pesquisas e Desenvolvimento da Usiminas, e foram realizados de acordo com a norma ASTM A370 - 97a:1997.

De acordo com o relatório de ensaios, basicamente, os corpos de prova (CP) dividiram-se em duas categorias de resistência mecânica, com valores médios das resistências ao escoamento de 340 e 390 MPa e valores médios das resistências à ruptura na tração de 450 e 490 MPa. A TAB. 2.3, a seguir, mostra os resultados destes ensaios.

TABELA 2.3 - Propriedades mecânicas das chapas utilizadas na fabricação do *Deck-60*

Propriedades Mecânicas do Aço	$t = 0,8 \text{ mm}$	$t = 0,95 \text{ mm}$
Resistência ao Escoamento - f_y (MPa)	340	390
Resistência à Ruptura na Tração - f_u (MPa)	450	490
Porcentagem de Alongamento (%)	28,88	25,78

Os valores apresentados correspondem às médias de três corpos de prova para cada fôrma de aço dos doze modelos, totalizando 36 CP ensaiados. As porcentagens de alongamento, 28,88 % e 25,78 %, indicam a grande ductilidade do aço empregado. Para o módulo de elasticidade de nominal foi adotado o valor de 200.000 MPa.

2.3.2 Concreto

Todo o concreto utilizado na construção dos modelos foi encomendado de uma usina, tendo sido especificada uma resistência característica à compressão, f_{ck} , maior ou igual a 20 MPa. A resistência à compressão (f_{ckj}) foi determinada de acordo com a norma ABNT NBR 5739:1960, na data de ensaio de cada modelo. A TAB. 2.4 apresenta os valores dessa resistência de acordo com a idade do concreto ensaiado.

TABELA 2.4 - Propriedades mecânicas do concreto empregado nos modelos ensaiados.

Modelo	Idade do concreto (dias)	f_{ckj} (MPa)	E_{cs} (MPa)
01A	56	25	23.657
01B	38	17	19.626
01C	65	19	21.748
02A	81	21	21.917
02B	113	25	23.848
02C	77	20	21.234
03A	31	18	20.363
03B	58	21	21.813
03C	52	19	20.584
04A	71	20	21.446
04B	87	21	21.813
04C	120	25	23.800

A análise da TAB. 2.4 indica que, na maioria dos casos, os ensaios do concreto e, conseqüentemente, dos modelos foram realizados em idades bem superiores aos 28 dias, idade comumente empregada para a determinação da resistência característica do concreto. Nesta TAB. 2.4, E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto obtido pela Eq. 2.1 de acordo com as prescrições da ABNT NBR 6118:2003.

$$E_{cs} = 0,85 \times 5.600 f_{ckj}^{1/2} \quad (2.1)$$

onde E_{cs} e f_{ckj} são dados em MPa.

2.3.3 Tela Soldada

Com a função de evitar o aparecimento de fissuras oriundas da retração e variação térmica do concreto, foi colocada uma armadura de aço, consistindo de tela soldada,

confeccionada a partir de barras trefiladas em aço com limite de escoamento de 600 MPa, localizada no topo da laje com um cobrimento de, aproximadamente, 20 mm (FIG. 2.2). A área de aço mínima desta malha, nas duas direções, era de pelo menos 0,1 % da área de concreto acima da fôrma de aço.



FIGURA 2.2 – Armadura de combate à fissuração de retração e variação térmica

2.4 Preparação dos Modelos

Durante a preparação dos modelos para o ensaio, placas de aço #19 x 100 (FIG. 2.4 a 2.6) foram soldadas em pontos das extremidades de cada modelo, de tal forma a simular a prática construtiva real de se fixar o deck metálico à mesa da viga de aço na qual ela se apoia.

Todos os modelos foram concretados com o vão do deck metálico apoiado em alguns pontos igualmente espaçados, de tal forma que a altura total da laje mista permanecesse praticamente uniforme sobre todo o seu vão. Certamente, isto não é o que acontece nas instalações de campo, onde o sistema geralmente só é apoiado em suas extremidades durante o lançamento do concreto. Entretanto, o fato de se obter uma espessura praticamente uniforme no laboratório, leva a valores ligeiramente conservadores, em relação à prática, principalmente quando se considera o cisalhamento longitudinal.

Antes do lançamento do concreto foi realizado um teste de “slump” para se verificar a consistência do mesmo. O concreto foi adensado com um vibrador tipo agulha e corpos de prova cilíndricos (10 cm x 20 cm) foram moldados, de acordo com a ABNT NBR 5738:1984, para ensaios de caracterização do material. Em cada concretagem, 9 (nove) corpos de prova foram moldados para a verificação da resistência à compressão nas idades de 7, 14 e 28 dias, além de 6 (seis) corpos de prova, para cada modelo, para verificação da resistência e determinação do módulo de elasticidade secante.



FIGURA 2.3 – Detalhe da cura do concreto utilizado nos modelos

Todos os modelos foram mantidos úmidos e cobertos com sacos de linhagem até que o concreto completasse sete dias, quando ocorreu a desforma (FIG. 2.3). Os modelos foram então curados ao ar até serem ensaiados nas idades constantes na TAB. 2.4. Os corpos de prova foram desformados sete dias após a sua execução e então curados ao ar.

2.5 Equipamentos de Ensaio e Instrumentação

Para a aplicação da carga nos modelos, foi utilizado um atuador hidráulico fixado em um pórtico de reação. O acionamento do atuador para a aplicação da carga era feito por uma bomba. O atuador hidráulico possui linhas de fluxo e retorno de modo que o movimento do pistão pode ser feito em ambas as direções.

Os valores correspondentes à atuação da carga no modelo foram medidos através de um anel dinamométrico acoplado ao atuador hidráulico com capacidade para 500 kN. O anel dinamométrico foi calibrado anteriormente, pela Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais (CETEC), sendo que cada divisão do relógio comparador correspondia a 0,8895 kN.

Um sistema de vigas metálicas foi utilizado para transmitir a carga ao modelo, conforme ilustram as FIG. 2.4 a 2.6. O peso desse sistema de vigas foi calculado em 3,70 kN. Os modelos ensaiados ficavam apoiados em blocos de concreto.

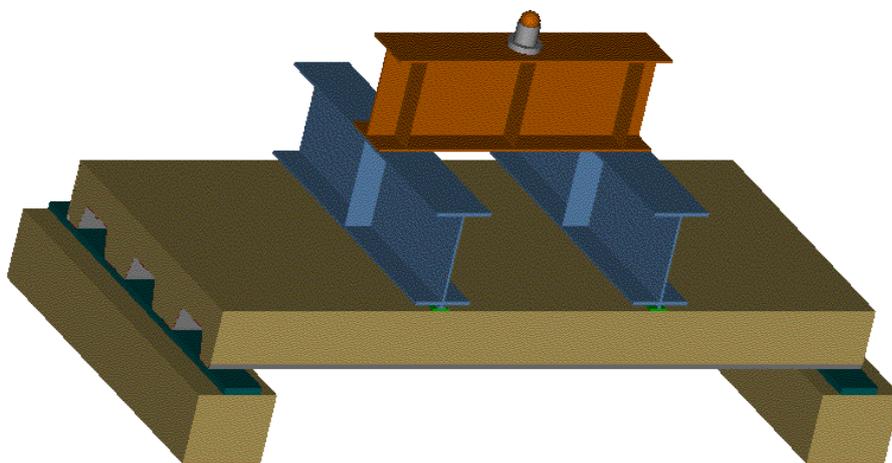


FIGURA 2.4 - Esquema de aplicação de carga usado nos modelos

Uma tira de borracha foi colocada na interface entre concreto e viga metálica para distribuir a carga de maneira uniforme. Com o propósito de eliminar qualquer restrição longitudinal, foi utilizado um sistema de apoios de rolo e pino, ilustrado na FIG. 2.5.

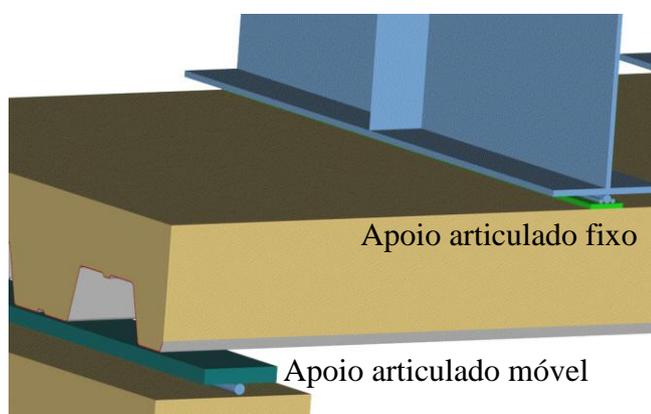


FIGURA 2.5 - Sistema de apoio nas vigas de reação

O deslizamento relativo longitudinal na interface aço-concreto (end-slip) foi registrado através de dois relógios comparadores (RC's), com precisão de 0,001 mm posicionados nas extremidades do modelo, conforme mostram as FIG. 2.6 e 2.7. Cada relógio, em um total de quatro, dois de cada lado, foi fixado em uma cantoneira presa ao concreto da laje e o deslocamento foi medido em relação a uma chapa soldada na placa de apoio de aço. Os deslizamentos relativos de extremidade correspondem à média das medidas lidas nos RC's, junto aos apoios móvel e fixo.

A flecha no meio do vão foi registrada por meio de dois transdutores de deslocamentos (TD's), conforme mostra a FIG. 2.6, com precisão de 0,01 mm, simetricamente dispostos, localizados a 20 cm das bordas longitudinais da laje, e tomadas como a média dos dois valores lidos.

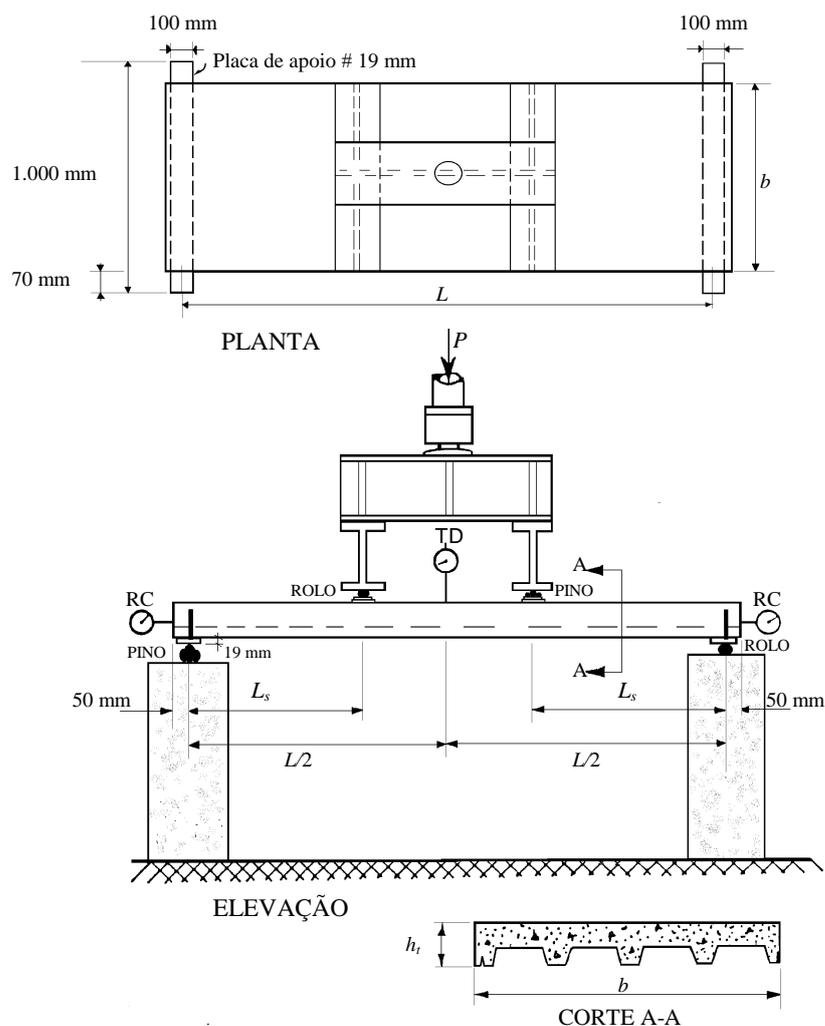


FIGURA 2.6 - Esquema de aplicação de carga



FIGURA 2.7 – Detalhe da medição do deslizamento relativo de extremidade

O registro do comportamento da deformação do aço no meio do vão foi feito por meio de extensômetros elétricos de resistência (EER), fixados na face externa das mesas superior e inferior da fôrma de aço dos modelos, conforme a FIG.2.8.

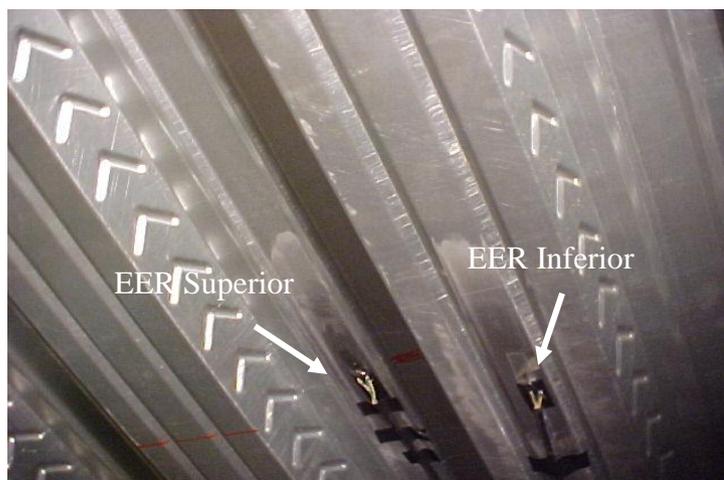


FIGURA 2.8 - Localização dos extensômetros elétricos de resistência inferior e superior

2.6 Procedimentos de Ensaio

Depois do alinhamento do modelo no pórtico de carga e reação, os medidores de deslocamento foram instalados e todas as dimensões pertinentes, tais como largura e altura total dos modelos, foram medidas nas seções transversais de ambas as extremidades e no centro do vão.

Após a retirada da pré-carga para acomodação do sistema foram feitas as primeiras leituras dos deslocamentos e deformações e os ensaios foram iniciados. O carregamento foi aplicado de forma gradual e crescente até ser atingida a carga última, ou seja, até a impossibilidade de acréscimo de carga pelo atuador hidráulico, com presença de grandes deslocamentos.

A carga última do modelo foi definida como o valor máximo da carga atingida pelo atuador hidráulico no intervalo desde o início do ensaio até o colapso. Porém, desde que, conforme a EN 1994-1-1:2004, a flecha máxima no meio do vão não exceda $L/50$.

A evolução dos deslocamentos de extremidade, da flecha e da deformação do aço foi registrada para todos os incrementos de carga, assim como o processo de fissuração do concreto também foi monitorado ao longo do ensaio.

2.7 Resultados

A TAB. 2.5 apresenta os resultados dos ensaios para todos os modelos analisados.

TABELA 2.5 - Dados dos modelos e resultados dos ensaios

Modelo	t (mm)	b (mm)	h_t (mm)	d_F (mm)	L (mm)	L_s (mm)	P_u (N)	P_{ua} (N)	pp_{laje} (N/mm ²)	V_{ut} (N)
01A	0,80	856	110	80	2.502	800	32.170	35.870	0,00203	20.109
01B	0,80	859	110	80	2.487	794	33.710	37.410	0,00203	20.873
01C	0,80	857	110	80	2.500	800	32.720	36.420	0,00203	20.385
02A	0,80	861	143	113	2.500	451	57.170	60.870	0,00276	33.405
02B	0,80	856	145	115	2.509	452	56.290	59.990	0,00276	32.959
02C	0,80	858	145	115	2.499	450	63.450	67.150	0,00276	36.534
03A	0,95	860	110	80	2.500	800	39.621	43.321	0,00205	23.864
03B	0,95	861	115	85	2.500	800	39.837	43.537	0,00205	23.975
03C	0,95	858	113	83	2.500	800	36.701	40.401	0,00205	22.399
04A	0,95	860	146	116	2.505	452	68.443	72.1430	0,00278	39.066
04B	0,95	859	143	113	2.499	451	71.354	75.054	0,00278	40.511
04C	0,95	858	143	113	2.500	450	77.508	81.208	0,00278	43.586

onde t é a espessura do deck; b é a largura do modelo; h_t é a altura total do modelo; d_F é a altura efetiva da fôrma; L é o vão do modelo; L_s é o vão de cisalhamento do modelo; P_u é a carga máxima aplicada pelo atuador hidráulico durante o ensaio; P_{ua} é a carga P_u acrescida do peso do sistema de vigas de aplicação de carga; pp_{laje} é o peso próprio teórico da laje por unidade de área; V_{ut} é a força cortante última, incluindo o peso próprio do modelo.

A força V_{ut} corresponde à reação de apoio total última calculada considerando a carga P_u do atuador hidráulico, o peso do sistema de vigas de $P_a = 3,70$ kN e o peso próprio da laje (pp_{laje}), conforme indica a Eq. 2.2.

$$V_{ut} = \frac{P_{ut}}{2} = \frac{P_u + P_a + (L b pp_{laje})}{2} \quad (2.2)$$

A FIG. 2.9 ilustra a condição de carregamento dos ensaios.

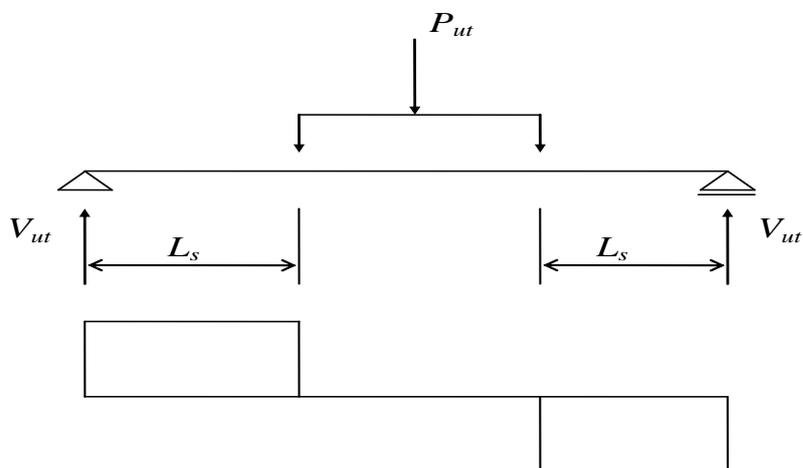


FIGURA 2.9 - Esquema de carga do ensaio, vão de cisalhamento (L_s) e diagrama de força cortante

A TAB. 2.6 a seguir mostra a relação entre o momento fletor último de ensaio (M_{ensaio}) calculado no ponto de aplicação de carga, conforme a Eq. 2.3, e o momento resistente da laje com interação total ao cisalhamento longitudinal (M_R), calculado considerando a plastificação total da seção mista (ver Eq. 5.11). P_{des} e P_s são as cargas correspondentes

ao deslizamento de extremidade inicial (0,50 mm) e à flecha de serviço $L/350$, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008, aplicadas pelo atuador hidráulico, respectivamente.

TABELA 2.6 – Relação entre o momento fletor último do ensaio e o momento resistente

Modelo	V_{ut} (N)	M_{ensaio} (Nmm)	M_R (Nmm)	M_{ensaio}/M_R	P_{des} (N)	P_s (N)
01A	20.109	15.531.013	22.532.629	0,689	16.200	11.787
01B	20.873	16.023.794	22.540.570	0,711	16.230	11.016
01C	20.385	15.751.003	22.535.282	0,699	16.750	13.660
02A	33.405	14.824.181	32.814.498	0,452	43.950	35.471
02B	32.959	14.656.052	33.421.664	0,439	34.480	33.047
02C	36.534	16.200.494	33.426.880	0,485	28.420	33.708
03A	23.864	18.527.400	28.616.096	0,647	20.490	15.312
03B	23.975	18.615.034	30.751.831	0,605	21.810	15.863
03C	22.399	17.356.452	29.881.022	0,581	20.830	14.100
04A	39.066	17.413.642	45.184.085	0,385	32.060	41.639
04B	40.511	18.027.477	43.901.535	0,411	30.250	35.911
04C	43.586	19.372.037	43.896.613	0,441	28.810	37.013

M_{ensaio} foi calculado de acordo com a seguinte equação:

$$M_{ensaio} = V_{ut} L_s - \frac{pp_{laje} L_s^2}{2} \quad (2.3)$$

Os valores de M_R foram calculados a partir das dimensões reais dos modelos medidas nos ensaios, dos valores dos materiais obtidos nos ensaios de caracterização e da área bruta da seção transversal da fôrma metálica, ao invés de uma área efetiva (área menor por causa da influência das mossas nas almas). A linha neutra plástica se localiza acima da fôrma metálica em todos os modelos.

3

ANÁLISE DOS RESULTADOS E DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA DE LAJES MISTAS

3.1 Considerações Iniciais

O comportamento do sistema de lajes mistas *Deck-60* será analisado através dos resultados e das características das curvas carga x flecha no meio do vão, carga x deslizamento relativo de extremidade na interface aço-concreto e carga x deformação no aço. Estas curvas apresentam o comportamento dos modelos durante toda a fase de carregamento até o colapso.

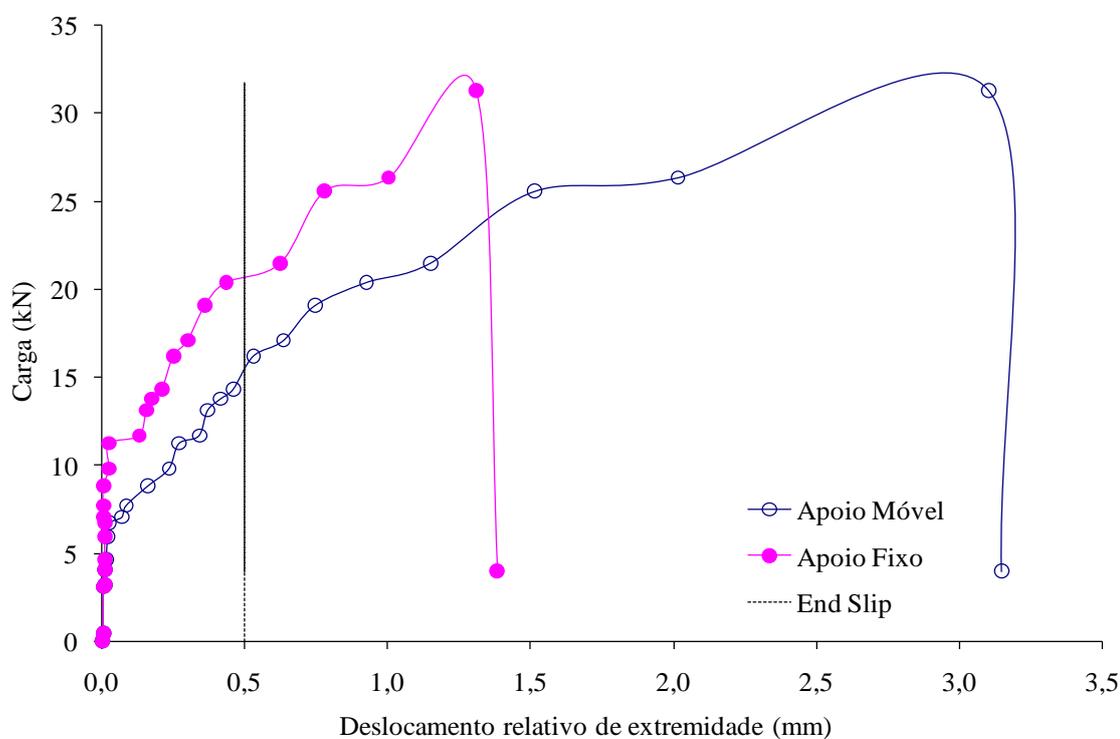
O Anexo A inclui todos os gráficos referentes aos ensaios realizados. Os gráficos das curvas carga x deslizamento relativo de extremidade referem-se aos apoios articulados fixo (*af*) e móvel (*am*) e os valores dos deslizamentos correspondem à média das medidas lidas nos relógios comparadores em cada extremidade fixa ou móvel, respectivamente.

Para os gráficos das curvas carga x flecha no meio do vão, os valores das flechas correspondem à média das medidas lidas nos dois transdutores de deslocamentos utilizados para medir os deslocamentos verticais.

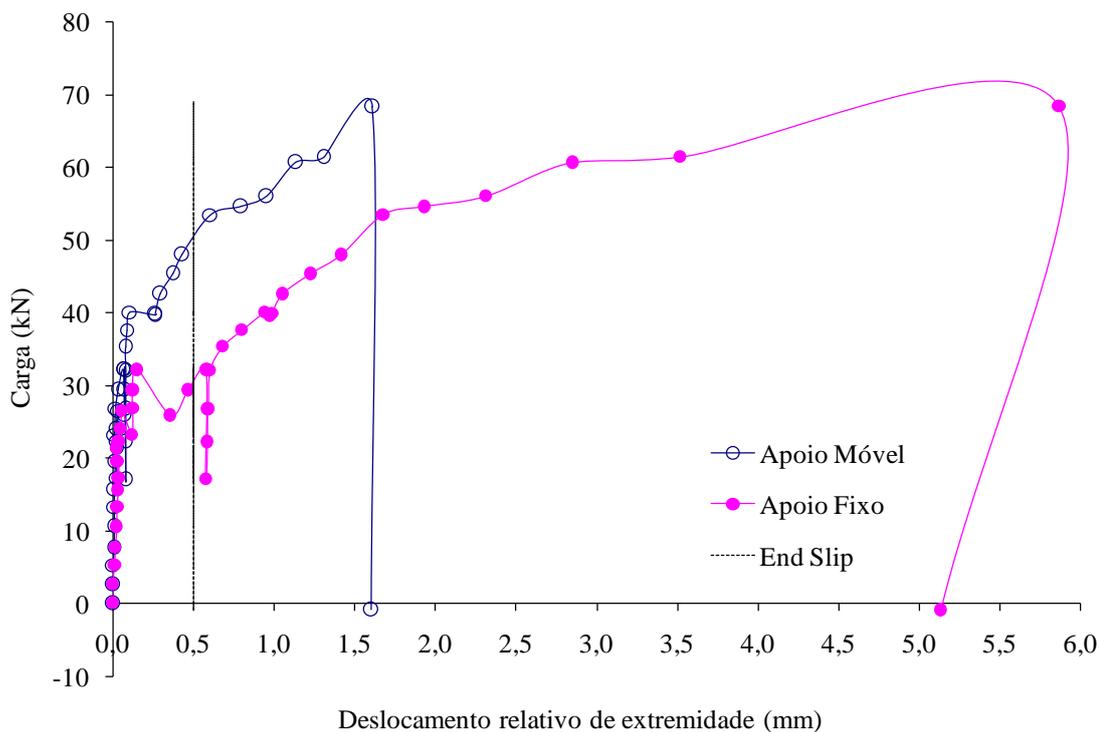
Os gráficos das curvas carga x deformação no aço foram obtidos a partir da leitura das deformações nos EER's colados sob a fôrma de aço, na seção média da laje mista, localizados nas extremidades inferior e superior do steel deck, conforme mostrado na FIG. 2.8.

3.2 Comportamento Carga x Deslizamento Relativo de Extremidade

A FIG. 3.1 mostra as curvas carga x deslizamento relativo de extremidade para os apoios fixos e móveis dos modelos 01A e 04B, representativas de todos os ensaios para ilustrar os comentários que serão feitos em seguida.



(a) Modelo 01A



(b) Modelo 04B

FIGURA 3.1 - Curvas de carga x deslocamento relativo de extremidade

No início do carregamento, o deslizamento relativo, ilustrado graficamente na FIG. 3.1, é praticamente inexistente, ocorrendo uma interação completa ao cisalhamento longitudinal. A aderência química entre o aço e o concreto é o principal fator responsável por esta situação.

À medida que se aumenta a carga, as primeiras fissuras no concreto aparecem. Quando a aderência química é quebrada, inicia-se o deslizamento de extremidade e a interação ao cisalhamento longitudinal passa a ser parcial. Então, a ligação mecânica (mossas e ancoragem) e o atrito nos apoios são os responsáveis pela resistência ao deslizamento relativo.

VELJKOVIC' (1996) relata que a primeira fissura aparece na fase inicial do carregamento na região de momento máximo. Nesta região a aderência química é quebrada. O concreto entre a fissura e a extremidade da laje começa a deslizar sobre a fôrma; esta parte da laje é mobilizada para a transferência de cisalhamento longitudinal.

O deslizamento relativo é maior na posição da primeira fissura e reduz em direção à extremidade da laje. Depois que a aderência química é quebrada no apoio, o deslizamento relativo existe em toda a parte mobilizada da laje.

Segundo a EN 1994-1-1:2004, a carga de deslizamento de extremidade inicial, P_{des} , é aquela que provoca um deslizamento horizontal relativo de 0,5 mm entre a fôrma de aço e o concreto, na extremidade do modelo. Os valores dessas cargas para os modelos ensaiados são apresentados na TAB. 3.1 e comparados com a carga máxima aplicada pelo atuador hidráulico (P_u), permitindo-se classificar o material como dúctil ou frágil. O comportamento é classificado como dúctil se a carga última de colapso exceder a carga que causa o deslizamento de extremidade inicial em mais de 10%, conforme a Eq. 3.1.

$$\frac{P_u}{P_{des}} \geq 1,10 \quad (3.1)$$

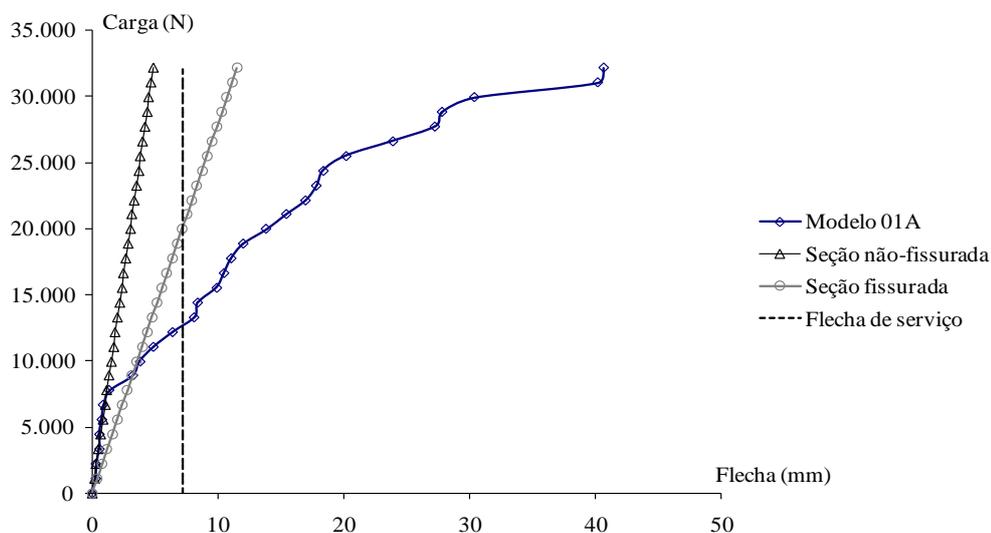
TABELA 3.1 - Relações entre as cargas últimas e cargas de deslizamento de extremidade inicial

Modelo	Carga última (P_u) (N)	Carga deslizamento de extremidade inicial (P_{des}) (N)	P_u/P_{des}
01A	32.170	16.200	1,99
01B	33.710	16.230	2,08
01C	32.720	16.750	1,95
02A	57.170	43.950	1,30
02B	56.290	34.480	1,63
02C	63.450	28.420	2,23
03A	39.621	20.490	1,93
03B	39.837	21.810	1,83
03C	36.701	20.830	1,76
04A	68.443	32.060	2,14
04B	71.354	30.250	2,36
04C	77.508	28.810	2,69

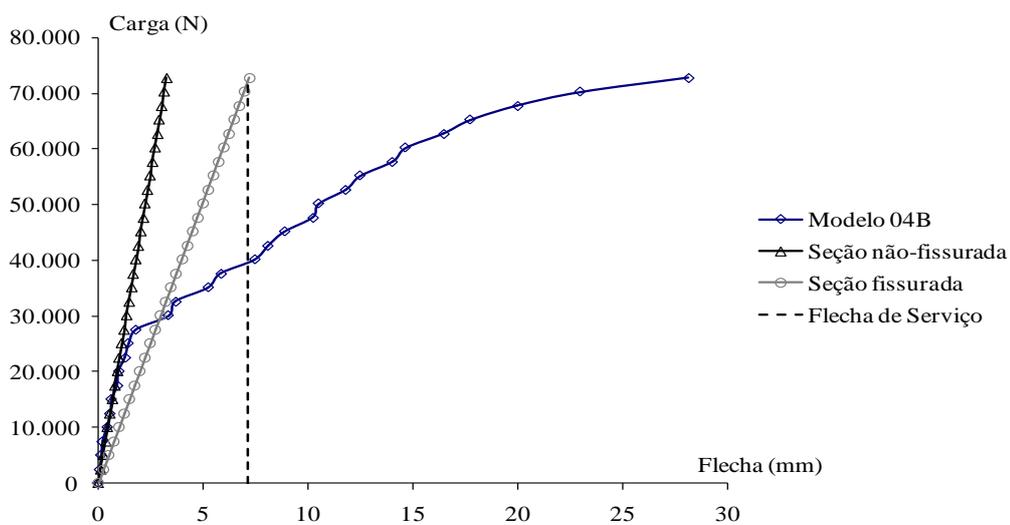
Pode-se observar pela TAB. 3.1 que todos os modelos ensaiados apresentaram comportamento dúctil.

3.3 Comportamento Carga x Flecha no Meio do Vão

As curvas carga x flecha no meio do vão, ilustradas na FIG. 3.2 para os modelos 01A e 04B, são representativas para todos os modelos. São indicadas a flechas admissíveis em serviço ($L/350$), conforme a ABNT NBR 8800:2008, e as flechas teóricas da seção fissurada e não-fissurada. As cargas medidas correspondentes às flechas de serviço, P_s , são apresentadas na TAB. 2.6.



(a) Modelo 01A



(b) Modelo 04B

FIGURA 3.2 - Curvas de carga x flecha no meio do vão

Na FIG. 3.2 são mostradas as flechas teóricas para os estágios não-fissurado e fissurado, que foram calculadas de acordo com a Eq. 3.2, tendo-se em vista a FIG. 3.3.

$$\delta_{max} = \frac{P_u L_s}{2 \times 24 E_c I} (3L^2 - 4L_s^2) \quad (3.2)$$

O valor de I foi tomado igual a I_{cf} , para a seção não-fissurada, ou I_{II} , no caso da seção fissurada, através das Eq. 4.7 e 4.11.

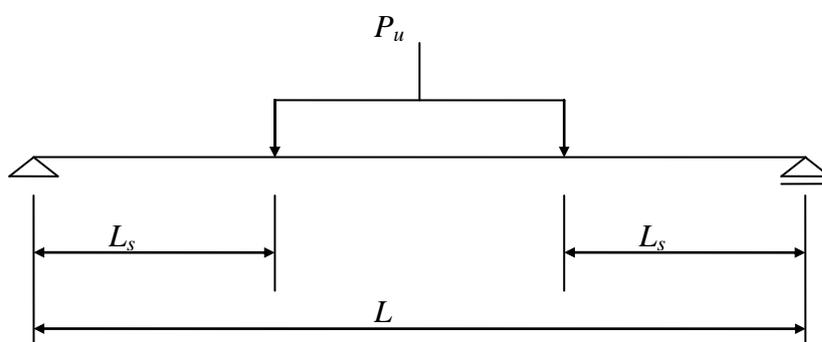


FIGURA 3.3 - Esquema estático de aplicação de carga

Pode-se observar ainda na FIG. 3.2 que, quando a carga foi gradualmente aumentada a partir do valor zero, dois estágios no comportamento carga x flecha no meio do vão foram identificados na seção mista: o não-fissurado e o fissurado.

Estágio não-fissurado

Neste estágio nenhuma fissura visível foi observada em qualquer região do modelo, e a seção permaneceu com interação total até a fissura inicial no concreto. É possível que fissuras extremamente fina (micro fissuras) tenham sido formadas dentro da região de momento constante antes do aparecimento da fissura inicial. Contudo, elas não foram visíveis nas extremidades dos modelos.

Estágio fissurado

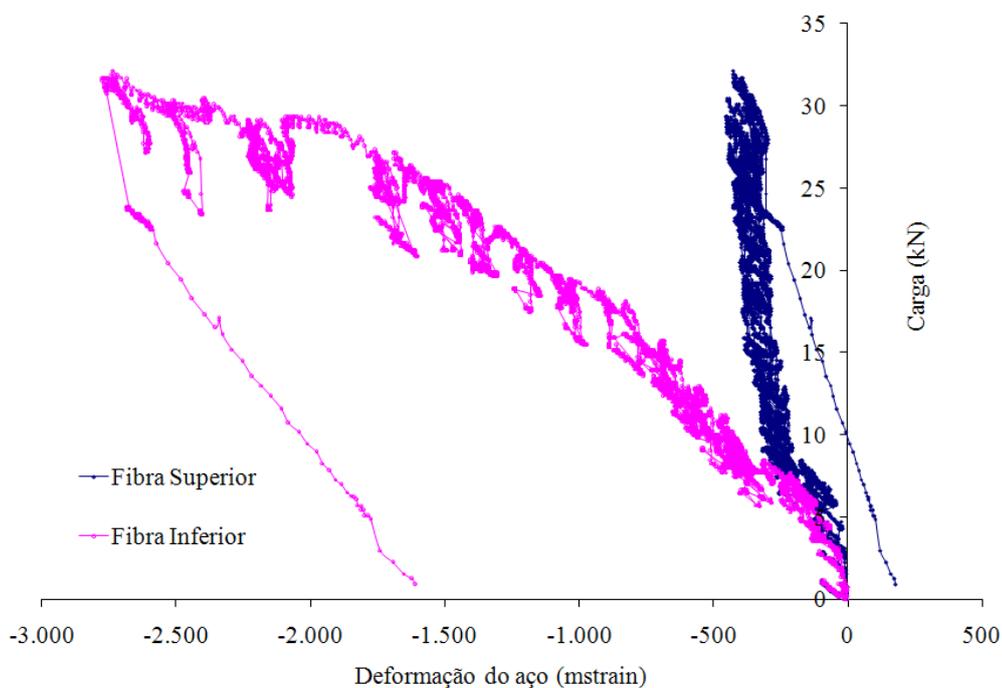
O estágio fissurado é identificado pela primeira mudança significativa na rigidez inicial de cada modelo, que ocorre com o aparecimento da fissura inicial (a curva carga x

flecha deixa de ser linearmente proporcional). Sem a presença dos mecanismos de transferência de cisalhamento (mossas e atrito), os modelos não seriam capazes de suportar carga considerável além desse estágio de carregamento. Contudo, como pode ser observado nessas curvas, um aumento nas cargas além do estágio da fissura inicial foi possível até que ocorresse o colapso dos modelos.

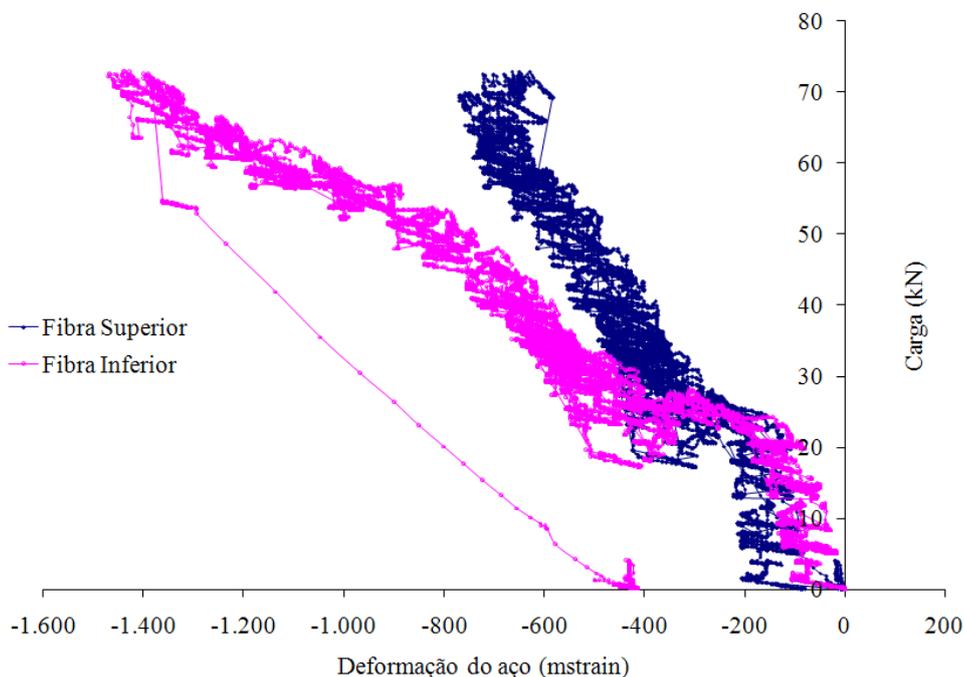
De acordo com a EN 1994-1-1:2004, se a flecha no meio do vão, correspondente à carga máxima, exceder $L/50$, então a carga máxima de colapso deverá ser tomada como aquela que provoca a flecha $L/50$.

3.4 Comportamento Carga x Deformação no Aço

As curvas dos modelos 01A e 04B, representativas do comportamento carga x deformação no aço, são mostradas na FIG. 3.4. O valor negativo de deformação significa tração e o valor positivo compressão.



(a) Modelo 01A



(b) Modelo 04B

FIGURA 3.4 - Curvas de carga x deformação no aço

Durante o estágio não-fissurado, a fôrma de aço estava completamente tracionada, tanto na mesa superior quanto na mesa inferior, correspondendo a uma interação completa entre a fôrma e o concreto e indicando a existência de uma única linha neutra, acima da fôrma de aço, passando pela mesa de concreto. No estágio fissurado, a parte superior da fôrma tende a se tornar comprimida: formam-se duas linhas neutras na seção mista, caracterizando um comportamento de interação parcial entre a fôrma e o concreto. A deformação ε_e , correspondente ao início de escoamento do aço, para cada espessura de fôrma, foi calculada utilizando-se os dados da TAB. 2.3 e a Eq. 3.3.

$$\sigma_e = E_a \varepsilon_e \quad (3.3)$$

onde, σ_e é a tensão correspondente à resistência ao escoamento do aço da fôrma; E_a é o módulo de elasticidade nominal do aço.

Desta maneira, para a espessura do deck $t = 0,80$ mm, a deformação correspondente ao início do escoamento é igual a 1659×10^{-6} $\mu\text{mm}/\text{mm}$ e para $t = 0,95$ mm, o valor é 1902×10^{-6} $\mu\text{mm}/\text{mm}$.

Analisando-se os valores das deformações apresentadas nos gráficos das FIG. A.25 a A.36, contidos no Anexo A, pode-se observar que a mesa inferior da fôrma de aço alcançou sua resistência ao escoamento em seis casos, a saber: modelos 01A, 01B, 01C, 03A, 03B e 03C, todos com vão de cisalhamento igual 800 mm. Portanto, duas condições diferentes de tensão no aço foram encontradas, isto é, quando não houve escoamento em nenhuma parte da fôrma e quando houve escoamento somente na mesa inferior da fôrma de aço, que corresponde aos ensaios com vão de cisalhamento igual a 800 mm.

O escoamento total da fôrma de aço não foi observado em nenhum dos modelos ensaiados. Desta maneira, baseado nestas evidências experimentais, o colapso deste sistema misto pode ou não ser precedido pelo escoamento da fôrma de aço, fenômeno que foi observado também por SCHUSTER (1984) e MELO (1999).

Ao longo dos ensaios de todos os modelos, não foi detectada qualquer deformação que caracterizasse o fenômeno de flambagem local na mesa superior da fôrma de aço.

3.5 Modo de Colapso

A descrição do modo de colapso desse sistema de laje mista apresentada a seguir é fundamentada nos comentários e nas discussões feitos durante a análise dos comportamentos carga x deslizamento relativo de extremidade, carga x flecha no meio do vão e carga x deformação no aço, apresentados nas seções anteriores. As análises destes comportamentos permitiram uma melhor compreensão do modo de colapso alcançado pelo sistema misto nos ensaios de laboratório realizados.

Foi observado somente um único modo de colapso para todos os modelos ensaiados, o colapso por cisalhamento longitudinal (shear bond). Este estado limite último é caracterizado pela falha, por cisalhamento, da ligação entre as mossas da fôrma de aço e o concreto, fazendo com que o concreto da região do vão de cisalhamento, L_s , perca sua ação composta com a fôrma de aço. Esta falha é indicada por um deslizamento

horizontal relativo elevado entre a fôrma de aço e o concreto na extremidade do modelo (deslizamento relativo de extremidade), conforme mostra a FIG.3.5.



FIGURA 3.5 - Detalhe do deslocamento horizontal relativo entre a fôrma de aço e o concreto (end-slip)

Durante os ensaios observou-se, também, que este modo de colapso apresenta uma intensa fissuração do concreto na região entre os pontos de aplicação de carga. As fissuras ocorriam em determinados passos de carga, eram igualmente espaçadas, simetricamente dispostas e suas aberturas aumentavam gradativamente com o acréscimo do carregamento (FIG. 3.6). Observou-se também, no instante do colapso, a ocorrência de uma fissura maior, sob ou próximo às linhas de carga, conforme mostra a FIG. 3.7.



FIGURA 3.6 – Ocorrência de fissuras simetricamente dispostas e igualmente espaçadas

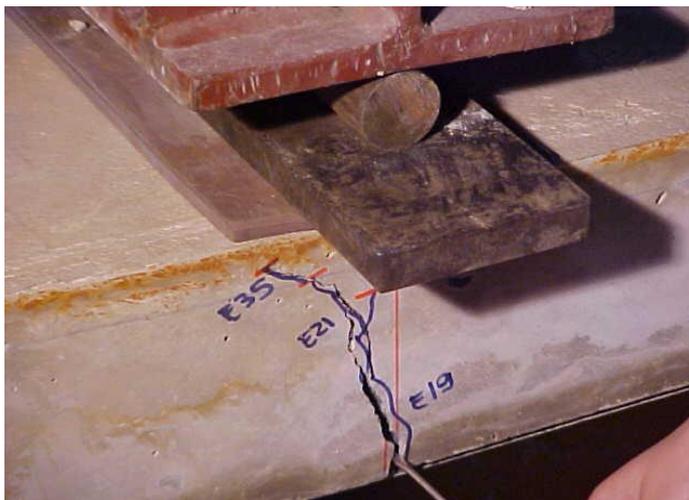


FIGURA 3.7 – Detalhe da fissura sob uma das linhas de carga no colapso

Apesar do concreto na região do vão de cisalhamento, L_s , perder sua ação composta com a fôrma de aço, em nenhum instante o concreto desta região separou-se completamente da fôrma, ou seja, o mecanismo de transferência de cisalhamento (mossas), mesmo após a carga máxima ter sido alcançada, evitou que o sistema fosse completamente desfeito, conforme mostra a FIG. 3.8.



FIGURA 3.8 – Seção transversal da extremidade do modelo após colapso

A caracterização do colapso por cisalhamento longitudinal (shear bond) do sistema de laje mista *Deck-60* é similar a de outros sistemas do tipo steel deck com mossas, como relatado em SCHUSTER (1984), MELO (1999), BRENDOLAN (2007) e outros pesquisadores.

4

PROPOSTAS PARA O CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA EFETIVO EM LAJES MISTAS

4.1 Considerações Iniciais

O comportamento do sistema de lajes mistas tem sido analisado através das características das curvas carga x flecha no meio do vão, carga x deslizamento relativo de extremidade na interface aço-concreto e carga x deformação no aço da fôrma metálica incorporada. Essas curvas, obtidas dos resultados de ensaios de modelos de lajes mistas simplesmente apoiadas submetidas à flexão, permitem analisar o comportamento dos modelos, após a cura do concreto, durante toda a fase de carregamento até o colapso.

Especificamente, as curvas carga x flecha no meio do vão permitem identificar a existência de dois estágios no comportamento das lajes mista. Como já dito anteriormente, no estágio não-fissurado ocorre à interação completa entre o aço e o concreto, caracterizando um comportamento praticamente linear da curva. No estágio fissurado ocorre a mudança de rigidez causada pela fissuração do concreto, levando a

um comportamento não-linear da curva, indicando a interação parcial entre o aço e o concreto. Também a curva carga x flecha no meio do vão permite classificar o comportamento do sistema misto como dúctil ou frágil.

Visando o cálculo das flechas as normas técnicas, em geral, recomendam que o momento de inércia efetivo da seção mista (I_{lm}) seja dado pela média dos momentos de inércia das seções não-fissurada (I_{cf}) e fissurada (I_{ff}). Entretanto, investigações experimentais têm mostrado que esse procedimento não representa adequadamente o comportamento das lajes mistas, levando a estimativas não conservadoras das flechas, principalmente quando submetidas a carregamentos mais elevados. Utilizando-se os resultados dos ensaios, o objetivo, nesse capítulo, é apresentar propostas para a determinação do momento de inércia efetivo em laje mista, que represente, adequadamente, o comportamento durante toda a fase de carregamento.

4.2 Estado-Limite de Serviço

A ABNT NBR 8800:2008 estabelece que a flecha máxima em situação de serviço, considerando-se a etapa após a cura do concreto, não pode exceder $L_F/350$ considerando apenas o efeito das ações variáveis, onde o L_F é vão teórico da laje na direção das nervuras.

De acordo com a EN 1994-1-1:2004 existem duas condições para os vãos das lajes mistas: vãos interno e externo. A laje mista contínua observada na FIG. 4.1, mostra que os vãos BC e CD são definidos como vãos internos e os vãos AB e DE como vãos externos. Uma laje mista simplesmente apoiada, neste contexto, é considerada como uma laje de vão externo.

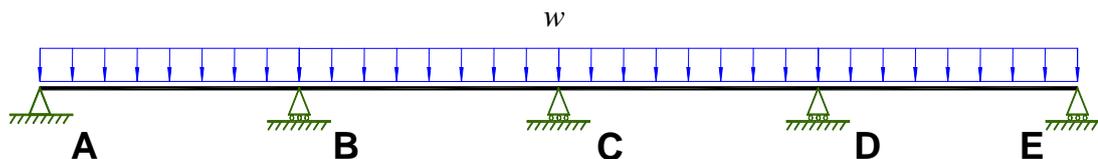


FIGURA 4.1 - Laje mista contínua

Para o caso das lajes de vão interno o cálculo da flecha deve ser feito por processo elástico, sendo que o momento de inércia efetivo da seção mista, I_{lm} , pode ser tomado como a média dos momentos de inércia da seção não-fissurada, I_{cf} , e da seção fissurada, I_{II} .

Por exemplo, no caso do vão interno de uma laje mista submetida a uma carga uniformemente distribuída, a flecha pode ser determinada através da equação:

$$\delta_{max} = \frac{w L_F^4}{384 E_{cs} I_{lm}} \quad (4.1)$$

onde, w é a sobrecarga; L_F o vão da laje mista e E_{cs} o módulo de elasticidade secante do concreto.

Para vãos externos o deslizamento relativo de extremidade pode ter um efeito significativo sobre a flecha. Em geral, nenhuma consideração sobre este deslizamento precisa ser feita se a carga de deslizamento de extremidade inicial (P_{des}) excede em 1,2 a carga de serviço (P_s), e não é necessário calcular a flecha. De outro modo, quando P_{des} for menor do que $1,2P_s$, devem ser utilizadas ancoragens de extremidade e pode-se omitir o cálculo da flecha. Alternativamente as flechas devem ser calculadas incluindo-se o efeito do deslizamento relativo de extremidade.

A TAB. 4.1, mostra as relações entre as cargas de deslizamento de extremidade inicial e as cargas de serviço para os modelos ensaiados do *Deck-60*.

TABELA 4.1 - Relações entre as cargas de deslizamento de extremidade inicial e cargas de serviço

Modelo	Carga deslizamento de extremidade inicial (P_{des}) (N)	Carga de serviço (P_s) (N)	$\frac{P_{des}}{P_s}$
01A	16.200	11.787	1,4
01B	16.230	11.016	1,5
01C	16.750	13.660	1,2
02A	43.950	35.471	1,2
02B	34.480	33.047	1,0
02C	28.420	33.708	0,8
03A	20.490	15.312	1,3
03B	21.810	15.863	1,4
03C	20.830	14.100	1,5
04A	32.060	41.640	0,8
04B	30.250	35.911	0,8
04C	28.810	37.016	0,8

A seguir serão apresentadas as expressões para cálculo das propriedades da seção mista para determinação das flechas.

4.2.1 Momento de Inércia da Seção não-fissurada da Laje Mista (I_{cf})

Considere-se o módulo típico da seção transversal da laje mista mostrada na FIG. 4.2, onde a distância y_{cf} indica a posição da linha neutra (LN) da seção não-fissurada. A região do concreto abaixo da LN está tracionada e, neste caso, não será desprezada no cálculo das propriedades geométricas.

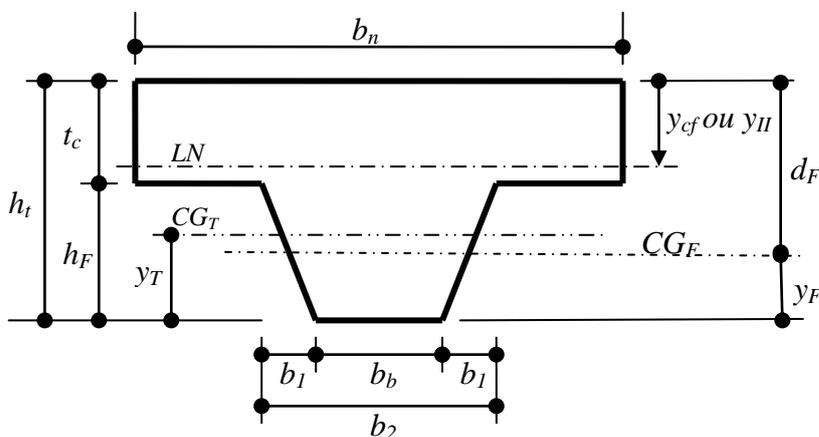


FIGURA 4.2 – Módulo típico da seção transversal da laje mista

No cálculo do momento de inércia desta seção não-fissurada, deve-se considerar a forma trapezoidal da alma através das equações:

$$A_T = \left(\frac{b_2 + b_b}{2} \right) h_F \quad (4.2)$$

$$y_T = \frac{h_F}{6} \left(\frac{3b_b + 4b_1}{b_b + b_1} \right) \quad (4.3)$$

$$I_T = \frac{b_b h_F^3}{12} + b_b h_F \left(y_T - \frac{h_F}{2} \right)^2 + \frac{b_1 h_F^3}{18} + b_1 h_F \left(h_F - y_T - \frac{h_F}{3} \right)^2 \quad (4.4)$$

onde A_T é a área da seção trapezoidal da alma; y_T é a distância do centro de gravidade da seção trapezoidal à extremidade inferior da seção transversal e I_T é o momento de inércia da seção trapezoidal em relação ao seu centro de gravidade (CG_T), sendo b_1 , b_2 e b_b as dimensões indicadas na FIG.4.2.

No cálculo das propriedades da seção mista, deve-se transformar a área de aço em uma área de concreto equivalente utilizando-se a seguinte relação modular:

$$\alpha_e = \frac{E_a}{E_{cs}} \quad (4.5)$$

onde E_a é o módulo de elasticidade do aço; E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto.

A posição da LN da seção mista, y_{cf} , medida a partir da extremidade superior da seção transversal é dada por:

$$y_{cf} = \frac{b_n \frac{t_c^2}{2} + \left(\frac{b_2 + b_b}{2} \right) h_F (h_t - y_T) + \alpha_e A'_{F,ef} d_F}{t_c b_n + \left(\frac{b_2 + b_b}{2} \right) h_F + \alpha_e A'_{F,ef}} \quad (4.6)$$

onde b_n e h_t são indicados na FIG.4.2 e $d_F = h_t - y_F$, $A'_{F,ef}$ é a área efetiva do módulo típico da fôrma e t_c é a altura de concreto acima da mesa superior da fôrma metálica.

Logo, o momento de inércia da seção não-fissurada, I_{cf} , é dado pela seguinte expressão:

$$I_{cf} = n \left[\frac{b_n t_c^3}{12} + b_n t_c \left(y_{cf} - \frac{t_c}{2} \right)^2 + I_T + A_T (h_t - y_{cf} - y_T)^2 + \alpha_e I'_{sf} + \alpha_e A'_{F,ef} (d_F - y_{cf})^2 \right] \quad (4.7)$$

onde n é o número de módulos típicos da fôrma metálica; I'_{sf} é momento de inércia do módulo típico da fôrma metálica, calculado com $f_d = 0,6 f_y$.

4.2.2 Momento de Inércia da Seção fissurada da Laje Mista (I_{II})

Para o cálculo das propriedades geométricas da seção transversal fissurada do módulo típico, deve-se utilizar novamente a FIG. 4.2 substituindo-se y_{cf} por y_{II} que define a posição da LN da seção fissurada. Neste caso, a região do concreto situada abaixo da LN, região tracionada, será desprezada no cálculo.

A posição da LN da seção mista fissurada, y_{II} , medida a partir da extremidade superior da seção transversal pode ser obtida a partir das Eq.(4.8) e (4.10), a seguir, considerando-se a relação modular dada pela Eq.(4.5) e observando-se a posição da LN em relação à altura da laje de concreto (t_c).

Para $y_{II} \leq t_c$

$$y_{II} = \left(\sqrt{\rho^2 \alpha_e^2 + 2 \rho \alpha_e - \rho \alpha_e} \right) d_F \quad (4.8)$$

sendo:

$$\rho = \frac{A'_{F,ef}}{b_n d_F} \quad (4.9)$$

Para $y_{II} > t_c$

$$y_{II} = t_c \quad (4.10)$$

O momento de inércia da seção fissurada da laje mista, I_{II} , é dado pela seguinte expressão:

$$I_{II} = n \left[\frac{b_n y_{II}^3}{3} + \alpha_e I'_{sf} + \alpha_e A'_{F,ef} (d_F - y_{II})^2 \right] \quad (4.11)$$

onde n é o número de módulos da fôrma metálica.

4.3 Métodos para Cálculo do Momento de Inércia Efetivo em Lajes Mistas de Aço e Concreto (I_{lm})

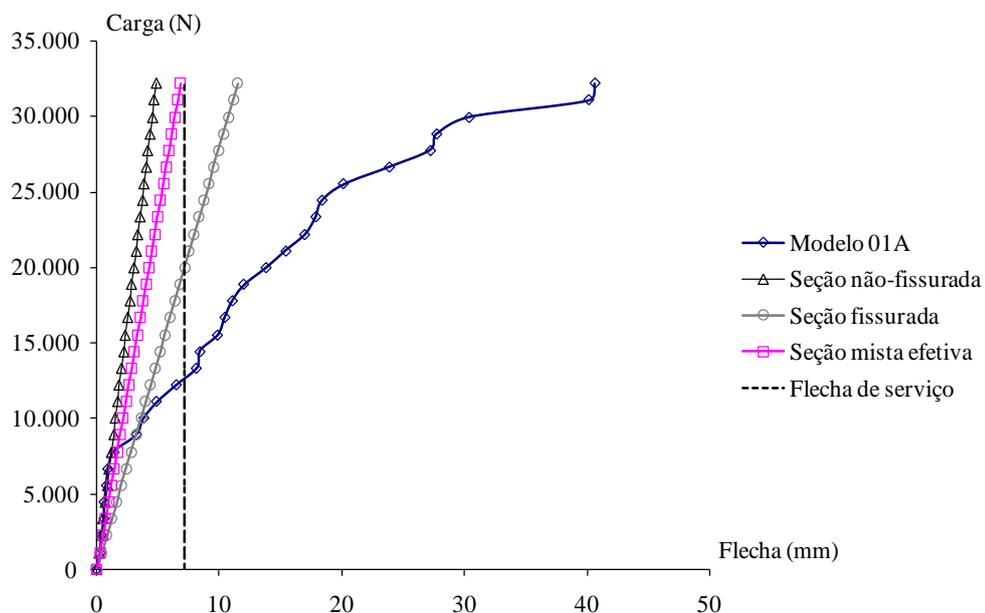
As normas e literatura técnicas têm adotado vários métodos para o cálculo do momento de inércia efetivo em lajes mistas (I_{lm}) após a fissuração do concreto, conforme se apresenta sucintamente a seguir.

4.3.1 Média Simples

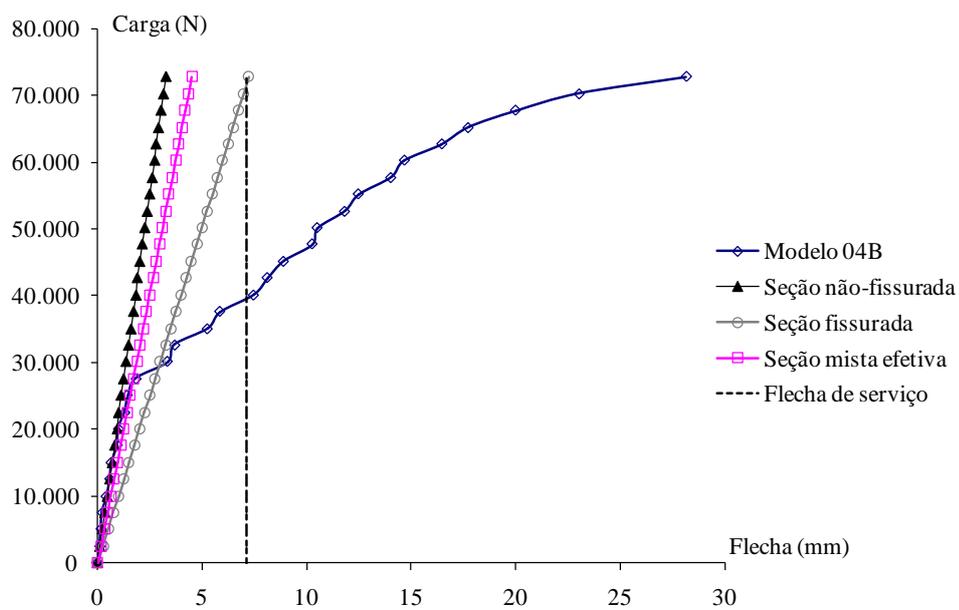
Diversos autores como SCHUSTER (1984) e JOHNSON (1994) e diversas normas técnicas como ANSI/ASCE 3-91:1992 e CSSBI S3:2008, recomendam que o cálculo das flechas em serviço seja feito utilizando-se o momento de inércia efetivo da seção mista (I_{lm}) dado pela média simples (I_{med}) das inércias das seções não-fissurada, I_{cf} , e fissurada, I_{II} .

$$I_{lm} = I_{med} = \frac{I_{cf} + I_{II}}{2} \quad (4.12)$$

Segundo TENHOVUORI (1996), o uso deste critério resulta em rigidezes elevadas levando a valores não conservadores das flechas máximas em serviço ($L_F/350$), como mostram os gráficos da FIG. 4.3, dos modelos 01A e 04B representativo dos demais.



(a) Modelo 01A - $t = 0,80$ mm



(b) Modelo 04B - $t = 0,95$ mm

FIGURA 4.3- Curvas carga x flecha no meio do vão

4.3.2 TENHOVUORI (1996) *apud* SOUZA NETO (2001)

TENHOVUORI (1996) sugere empregar a formulação de D. E. Branson para estruturas de concreto armado no cálculo do momento de inércia efetivo da seção da laje mista.

$$I_{lm} = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 + I_{II} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \leq I_{cf} \quad (4.13)$$

onde I_{lm} é o momento de inércia efetivo da seção mista; M_r é o momento de fissuração da laje mista e M_a é o momento fletor atuante para o cálculo da flecha.

Para o cálculo do momento de fissuração (M_r), deve ser seguido o procedimento adotado pela ABNT NBR 6118:2003, conforme Eq. (4.14) a seguir:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_{cf}}{y_t} \quad (4.14)$$

onde α é o fator que correlaciona, aproximadamente, a resistência do concreto à tração na flexão com a resistência à tração direta ($\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T e $\alpha = 1,5$ para seções retangulares); y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada; I_{cf} é o momento de inércia da seção não-fissurada e f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, calculada considerando o estado limite de deformação excessiva, conforme a Eq.(4.15).

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (4.15)$$

4.3.3 SOUZA NETO (2001)

SOUZA NETO (2001) afirma que, mesmo com uso da formulação de Branson, os valores da rigidez I_{lm} permanecem elevados em comparação com valores reais obtidos

nos ensaios. Dessa forma, sugere a correção dos valores de I_{lm} ajustando a fórmula de Branson conforme as Eq. (4.16) e (4.17) a seguir:

Para as lajes sem ancoragem de extremidade:

$$I_{lm} = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 + \frac{I_{II}}{20} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \leq I_{cf} \quad (4.16)$$

Para as lajes com ancoragem de extremidade:

$$I_{lm} = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 + \frac{I_{II}}{4} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \leq I_{cf} \quad (4.17)$$

4.3.4 ANSI/ASCE 3-91:1992

O ANSI/ASCE 3-91:1992 adota o método proposto por LAMPORT e PORTER (1990), onde o momento de inércia efetivo é dado por:

Para $M_a < M_r$:

$$I_{lm} = \alpha I_{cf} \quad (4.18)$$

Para $M_a \geq M_r$; $h_F = 38$ mm e 50 mm:

$$I_{lm} = \alpha I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^{0,55} + I_D \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^{0,55} \right] \leq \alpha I_{cf} \quad (4.19)$$

Para $h_F = 76$ mm:

$$I_{lm} = \alpha I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^{1,3} + I_D \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^{1,3} \right] \leq \alpha I_{cf} \quad (4.20)$$

onde I_D é o momento de inércia somente da fôrma metálica, calculado em relação a LN da seção mista fissurada.

O coeficiente de redução da rigidez, α , pode ser obtido conforme a TAB. 4.2, em função da altura da fôrma h_F e da altura de concreto, t_c , variando de $86 \text{ mm} \leq t_c \leq 130 \text{ mm}$.

TABELA 4.2 – Coeficiente de redução da rigidez (α)

h_F (mm)	α
38	1,0
50	$2,0 - 0,293 t_c^* \leq 1,0$
76	$1,536 - 0,185 t_c^* \leq 1,0$

* t_c deverá ser utilizado em polegadas

Para valores $t_c > 130 \text{ mm}$ os autores recomendam que o valor de α seja determinado usando $t_c = 130 \text{ mm}$. Para altura da laje com $t_c < 86 \text{ mm}$, os autores sugerem o valor de $\alpha = 1,0$.

4.3.4 EN 1994-1-1:2004

Segundo a EN 1992-1-1:2004 *apud* EN 1994-1-1:2004, para elementos estruturais de concreto armado submetidos principalmente à flexão, o comportamento pode ser adequadamente previsto utilizando-se a Eq.(4.21).

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I \quad (4.21)$$

onde α é o parâmetro da deformação a ser considerada, por exemplo, uma tensão, uma curvatura ou uma rotação. Neste caso, α deve ser tomado como o momento de inércia efetivo, I_{lm} ; α_I e α_{II} são os valores do momento de inércia da seção não-fissurada e fissurada, respectivamente I_{cf} e I_{II} ; ζ é um coeficiente de distribuição dado pela Eq. (4.22).

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \quad (4.22)$$

onde $\zeta = 0$ para seções não-fissuradas; β é um coeficiente que considera a influência da duração do carregamento ou do carregamento repetido na tensão média igual a 1,0 para um único carregamento a curto prazo e igual a 0,5 para cargas sustentadas ou repetitivas; M_r é o momento de fissuração e M_a é o momento fletor atuante.

Então, fazendo-se as devidas considerações e substituindo-se os termos nas Eq. (4.21) e (4.22), pode-se obter a equação do momento de inércia efetivo da seção mista não-fissurada, Eq. (4.23) e a equação do momento de inércia efetivo da seção mista fissurada, Eq. (4.24).

Para $\zeta = 0$ e $M_a < M_r$:

$$I_{lm} = I_{cf} \quad (4.23)$$

Para $M_a \geq M_r$:

$$I_{lm} = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 + I_{II} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \right] \leq I_{cf} \quad (4.24)$$

4.3.5 Equações Propostas neste Trabalho

As evidências experimentais têm mostrado que a contribuição da rigidez da seção fissurada no cálculo do momento de inércia efetivo ainda é superestimada em todas as formulações apresentadas, com exceção da proposta de SOUZA NETO (2001), que reduz a contribuição da seção fissurada. Com base nesta constatação e tendo em vista as formulações anteriores, apresentam-se neste trabalho três propostas para o cálculo do momento de inércia efetivo em lajes mistas (I_{lm}), visando aproximar melhor os resultados teóricos dos resultados experimentais.

Proposta 1: Neste caso desconsidera-se completamente a contribuição da seção fissurada quando $M_a \geq M_r$, adotando-se a Eq.(4.25).

$$I_{lm} = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \leq I_{cf} \quad (4.25)$$

Proposta 2: Neste caso considera-se, de forma reduzida, a contribuição da seção fissurada quando $M_a \geq M_r$, adotando-se a Eq.(4.26).

$$I_{lm} = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 + \frac{I_{II}}{10} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \right] \leq I_{cf} \quad (4.26)$$

Proposta 3: Caso em que se considera apenas a contribuição da seção fissurada quando $M_a \geq M_r$, e a média simples do momento de inércia da seção mista quando $M_a < M_r$, adotando-se a Eq.(4.27).

$$I_{lm} = I_{II} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \leq I_{med} \quad (4.27)$$

Para as propostas 1 e 2, na determinação do momento de fissuração, M_r , dado pela Eq. (4.14), deve ser usado f_{ct} no estado-limite de formação de fissura, ou seja, $f_{ct} = 0,7 f_{ct,m}$, onde $f_{ct,m}$ é dado pela Eq.(4.15). Para a proposta 3, no cálculo de M_r deve ser considerado o estado-limite de deformação excessiva, onde $f_{ct} = f_{ct,m}$.

4.4 Análises comparativas utilizando a fôrma metálica *Deck-60*

Com o objetivo de se analisar comparativamente as diversas formulações e propostas apresentadas, são utilizados os resultados dos ensaios do *Deck-60*. As FIG. 4.4 e 4.5 apresentam a variação do momento de inércia efetivo da seção mista, (I_{lm}/I_{cf}) , em função do momento fletor atuante, (M_a/M_r) , para os modelos 01A e 04B que são representativos dos demais modelos ensaiados apresentados no Anexo B. As curvas representam a variação do momento de inércia efetivo da seção mista durante toda a fase de carregamento dos ensaios, sendo que a relação I_{lm}/I_{cf} (*modelo*) representa o momento de inércia efetivo real obtido nos ensaios.

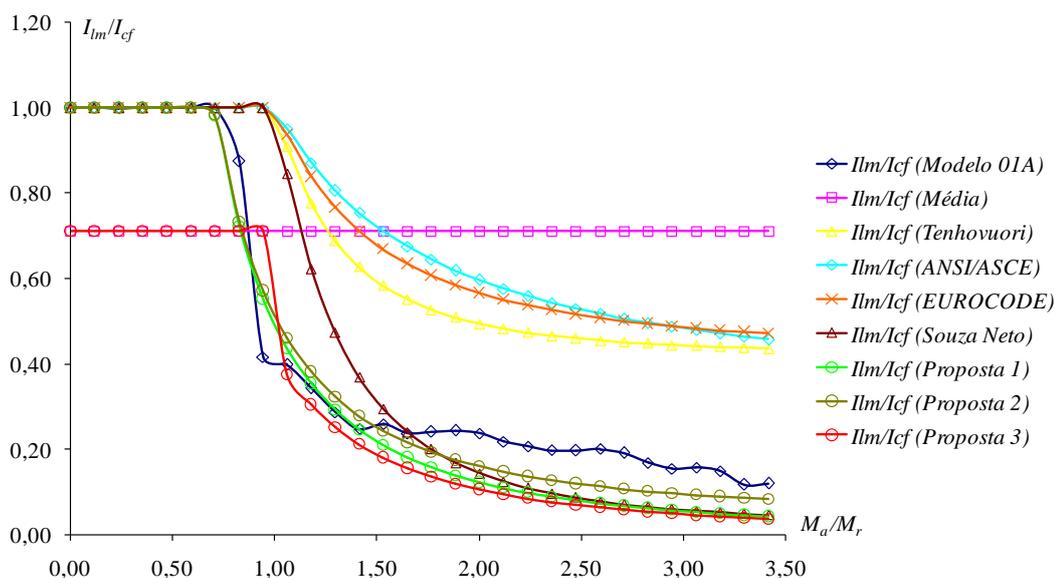


FIGURA 4.4 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 01A

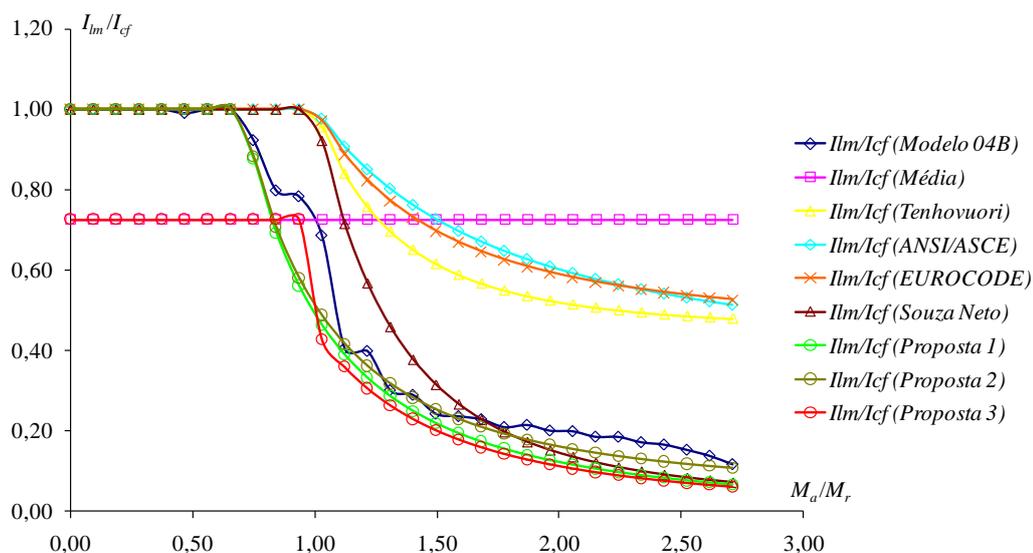


FIGURA 4.5 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 04B

Analisando-se os gráficos das FIG. 4.4 e 4.5 observa-se que as formulações que envolvem a média simples das inércias das seções não-fissurada e fissurada, TENHOVUORI (1996), ANSI/ASCE 3-91:1992 e a EN 1994-1-1:2004 fornecem rigidezes elevadas, principalmente após a fissuração do concreto. Já a formulação sugerida por SOUZA NETO (2001) é inicialmente rígida, mas torna o sistema estrutural flexível no estágio fissurado. As propostas 1 e 2 deste trabalho, representam mais

adequadamente a rigidez da laje mista durante todo o processo de carregamento. Os resultados obtidos pela proposta 3 representa adequadamente a rigidez da laje mista após a fissuração do concreto, e se mostra conservadora na fase antes da fissuração.

As FIG. 4.6 e 4.7 apresentam a curva carga x flecha no meio do vão para os modelos 01A e 04B que são representativos dos demais modelos ensaiados apresentados no Anexo B. Utilizando-se o momento de inércia efetivo da seção mista de cada formulação apresentada para o cálculo das flechas durante toda a fase de carregamento.

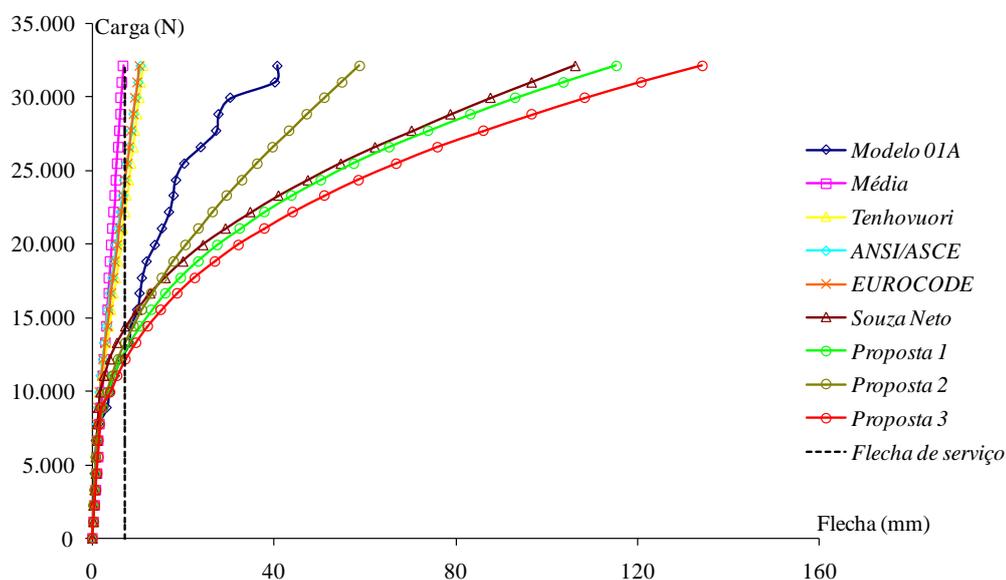


FIGURA 4.6 – Curva carga x flecha no meio do vão do modelo 01A

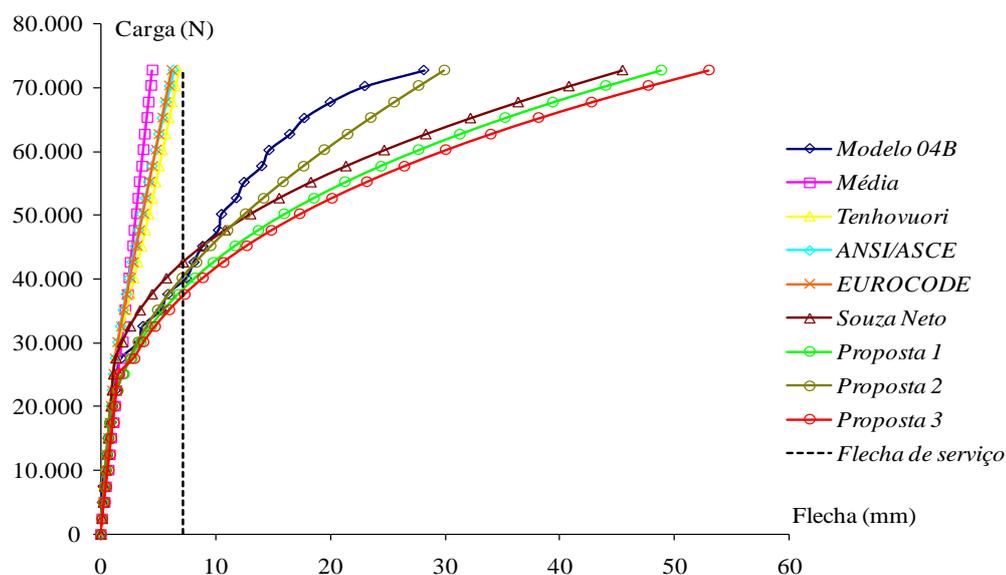


FIGURA 4.7 – Curva carga x flecha no meio do vão do modelo 04B

Da mesma forma, analisando-se os gráficos das FIG. 4.6 e 4.7, observa-se que as formulações que envolvem a média simples das inércias das seções não-fissurada e fissurada, TENHOVUORI (1996), ANSI/ASCE 3-91:1992 e a EN 1994-1-1:2004 levam a estruturas mais rígidas quando comparadas com os resultados dos ensaios, apresentando flechas menores, portanto contra segurança, principalmente após a fissuração do concreto. Já as formulações sugeridas por SOUZA NETO (2001) e pelas propostas 1 e 3 são adequadas para a fase antes da fissuração, mas tornam o sistema estrutural flexível no estágio fissurado, apresentando flechas elevadas. A proposta 2 deste trabalho representa mais adequadamente o comportamento carga x flecha no meio do vão durante todo o processo de carregamento. Considerando-se a flecha máxima em serviço ($L_F/350$), conforme ABNT NBR 8800:2008, as propostas 1, 2 e 3 fornecem uma excelente correlação com os resultados obtidos nos ensaios.

4.5 Aplicações nos Sistemas Steel Deck *MF-75* e *MF-50*

Conforme mencionado anteriormente, a partir de 1996, o Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da UFMG tem estudado, dentro da linha de pesquisa de Estruturas de Materiais Conjugados, sistemas de lajes mistas de aço e concreto. O sistema steel deck *MF-75* foi estudado por MELO C. B. F. (1999) e SOUZA NETO A. S. (2001), o sistema steel deck *MF-50* foi estudado por BRENDOLAN (2007) e, ARAUJO G. S. (2008) estudou o sistema *Deck-60*. As propostas 1, 2 e 3 deste trabalho foram formuladas com base nos resultados obtidos para o *Deck-60* e foram aplicadas aos sistemas *MF-75* e *MF-50* visando à generalização das propostas. Para isto, serão apresentadas, de forma sucinta, as características geométricas dos modelos utilizados nos ensaios dos sistemas *MF-75* e *MF-50*.

4.5.1 Fôrma Metálica Steel Deck *MF-75*

A seção transversal típica do perfil do steel deck *MF-75* utilizado nos ensaios é mostrada na FIG.4.8. As propriedades geométricas da fôrma metálica considerando as espessuras de 0,80 mm e 1,25 mm são apresentadas na TAB. 4.3.

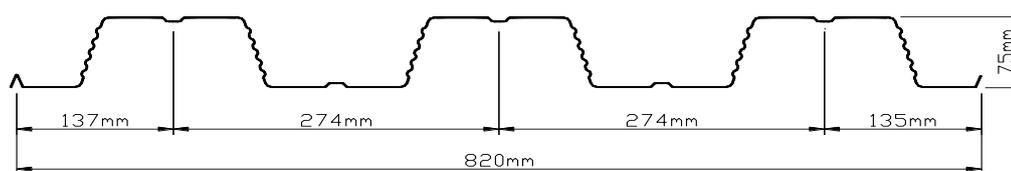


FIGURA 4.8 - Seção transversal típica do Steel Deck MF-75

TABELA 4.3 – Propriedades geométricas do Steel Deck MF-75

t (mm)	t_e (mm)	b (mm)	h_F (mm)	$A_{F,ef}$ (mm ²)	pp_F (kg/m ²)	y_{cg} (mm)	I_{sf} (mm ⁴)
0,80	0,76	820,00	75,00	912,00	7,59	37,49	834.053,16
1,25	1,21	820,00	75,00	1452,00	11,86	37,72	1.366.727,62

As fôrmas foram fabricadas com o aço galvanizado ZAR 280 com tensão limite de escoamento, f_y , de 280 MPa e limite de ruptura, f_u , de 380 MPa. Para o concreto utilizado na confecção de todos os modelos foi especificada uma resistência característica à compressão, f_{ck} , igual a 20 MPa. Doze modelos foram ensaiados, sendo 6 com espessura de 0,80 mm e 6 com espessura de 1,25 mm. A TAB. 4.4 a seguir, fornece as características nominais de cada modelo e a identificação adotada no programa de ensaios.

TABELA 4.4 – Características nominais dos modelos ensaiados

Modelo	Espessura do deck (t) (mm)	Largura do modelo (b) (mm)	Vão do modelo (L) (mm)	Altura total do modelo (h_t) (mm)	Vão de cisalhamento (L_s) (mm)
1M	0,80	820	1.800	130	450
2M	0,80	820	1.800	140	600
3M	0,80	820	1.800	150	300
4M	0,80	820	1.800	170	300
5M	0,80	820	3.600	180	900
6M	0,80	820	3.600	190	1.500
7M	1,25	820	1.800	130	450
8M	1,25	820	1.800	140	600
9M	1,25	820	1.800	150	300
10M	1,25	820	1.800	170	300
11M	1,25	820	3.600	180	900
12M	1,25	820	3.600	190	1.500

4.5.2 Fôrma Metálica Steel Deck MF-50

A seção transversal típica do perfil do steel deck MF-50 utilizado nos ensaios é mostrada na FIG.4.9. As propriedades geométricas da fôrma metálica considerando as espessuras de 0,80 mm e 1,25 mm são apresentadas na TAB. 4.5.

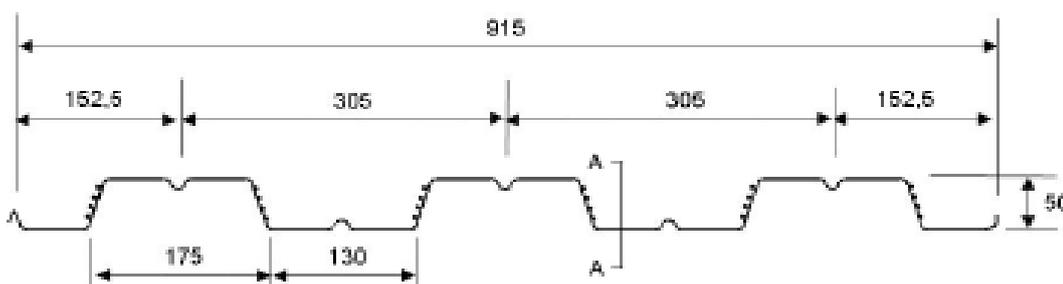


FIGURA 4.9 - Seção transversal típica do Steel Deck MF-50

TABELA 4.5 – Propriedades geométricas do Steel Deck MF-50

t (mm)	t_e (mm)	b (mm)	h_F (mm)	$A_{F,ef}$ (mm ²)	pp_F (kg/m ²)	y_{cg} (mm)	I_{sf} (mm ⁴)
0,80	0,76	915,00	50,00	912,00	7,68	26,13	411.218,39
1,25	1,21	915,00	50,00	1452,00	12,00	26,36	719.649,33

Para a fabricação das fôrmas empregou-se o aço galvanizado ZAR 280 com tensão limite de escoamento, f_y , de 280 MPa e limite de ruptura, f_u , de 380 MPa. Para o concreto utilizado na confecção de todos os modelos foi especificada uma resistência característica à compressão, f_{ck} , igual a 20 MPa. Dezesesseis modelos foram ensaiados, sendo oito com espessura de 0,80 mm e oito com espessura de 1,25 mm. A TAB. 4.6 a seguir, fornece as características nominais de cada modelo e a identificação adotada no programa de ensaios.

TABELA 4.6 – Características nominais dos modelos ensaiados

Modelo	Espessura do deck (t) (mm)	Largura do modelo (b) (mm)	Vão do modelo (L) (mm)	Altura total do modelo (h_t) (mm)	Vão de cisalhamento (L_s) (mm)
1A	0,80	915	1.800	100	450
2A	0,80	915	1.800	100	450
3A	0,80	915	1.800	100	450
4B	0,80	915	1.800	120	600
5C	0,80	915	1.800	140	600
6D	0,80	915	3.600	160	900
7D	0,80	915	3.600	160	900
8D	0,80	915	3.600	160	900
9E	1,25	915	1.800	100	450
10E	1,25	915	1.800	100	450
11E	1,25	915	1.800	100	450
12F	1,25	915	1.800	120	600
13G	1,25	915	1.800	140	600
14H	1,25	915	3.600	160	900
15H	1,25	915	3.600	160	900
16H	1,25	915	3.600	160	900

4.5.3 Análises Comparativas aplicadas aos Steel Decks *MF-75* e *MF-50*

Com o objetivo de generalizar as propostas 1, 2 e 3 deste trabalho, foram analisadas comparativamente as diversas formulações apresentadas. As FIG. 4.10 e 4.11 apresentam a variação do momento de inércia efetivo da seção mista, (I_{lm}/I_{cf}), em função do momento fletor atuante, (M_d/M_r), para os modelos 8M e 12F, referentes ao *MF-75* e *MF-50* respectivamente, que são representativos dos demais modelos ensaiados com espessura de 1,25 mm. As curvas representam a variação do momento de inércia efetivo da seção mista durante toda a fase de carregamento dos ensaios, sendo que a relação $I_{lm}/I_c(\text{modelo})$ representa o momento de inércia efetivo real obtido nos ensaios.

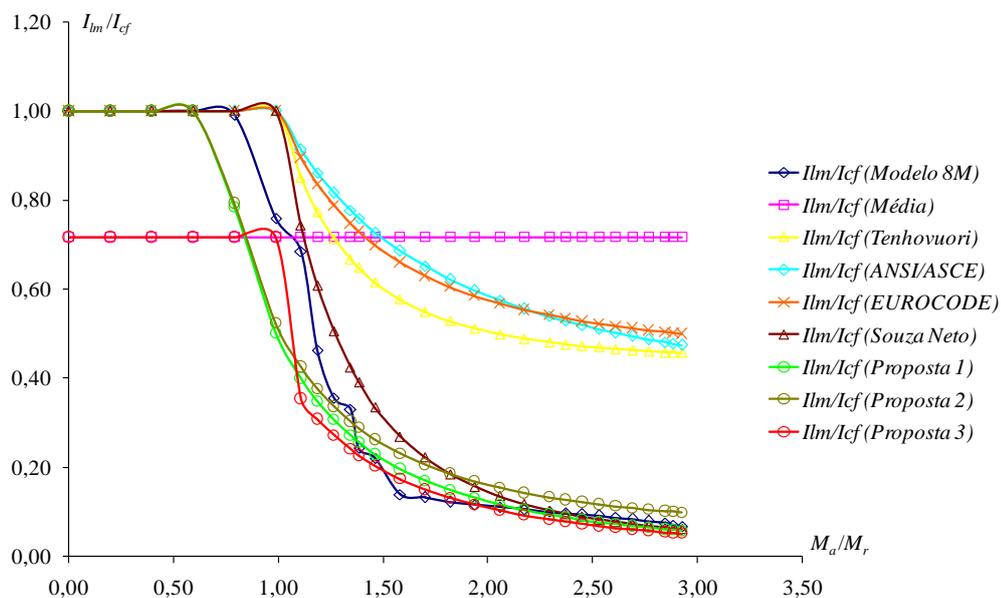


FIGURA 4.10 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 8M

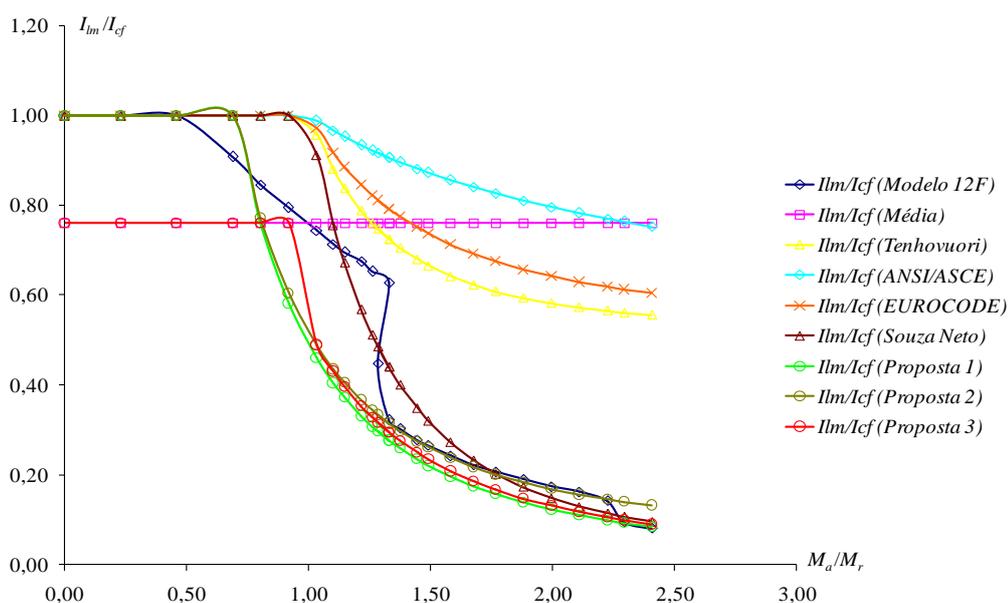


FIGURA 4.11 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 12F

Analisando-se os gráficos das FIG. 4.10 e 4.11 observa-se que os resultados são análogos àqueles obtidos para o *Deck-60*, ou seja, as formulações que envolvem a média simples das inércias das seções não-fissurada e fissurada, TENHOVUORI (1996), ANSI/ASCE 3-91:1992 e a EN 1994-1-1:2004 fornecem rigidezes elevadas principalmente após a fissuração do concreto. As formulações sugeridas por SOUZA NETO (2001) e pelas propostas 1, 2 e 3 deste trabalho

representam mais adequadamente a rigidez da laje mista durante todo o processo de carregamento.

As FIG. 4.12 e 4.13 apresentam a curva carga x flecha no meio do vão para os modelos 8M (*MF-75*) e 12F (*MF-50*), utilizando-se o momento de inércia efetivo da seção mista de cada formulação apresentada para o cálculo das flechas durante toda a fase de carregamento.

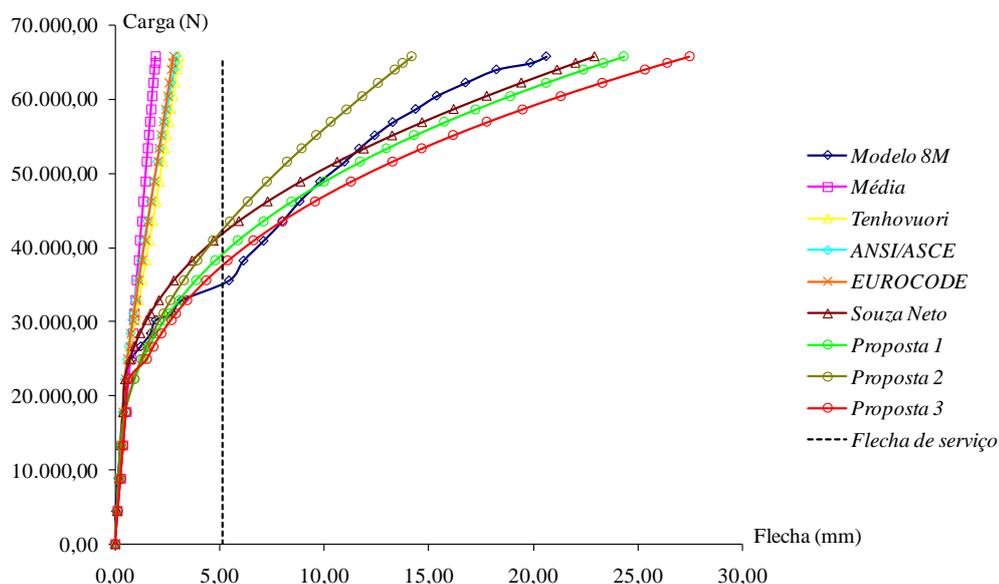


FIGURA 4.12 – Curva carga x flecha no meio do vão do modelo 8M

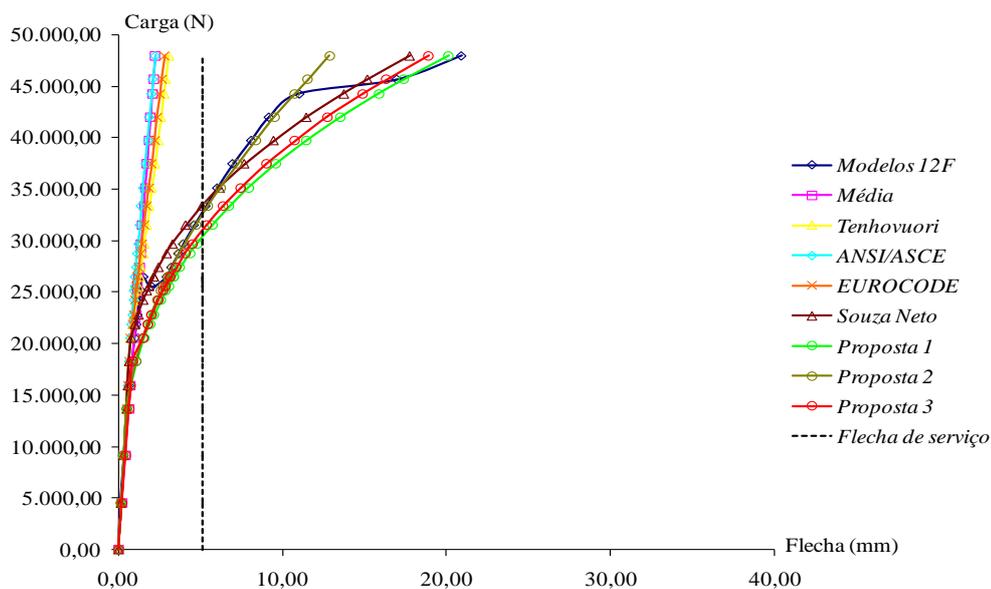


FIGURA 4.13 – Curva carga x flecha no meio do vão do modelo 12F

Assim como obtido para o *Deck-60*, os gráficos da FIG. 4.12 e 4.13 indicam que as formulações que envolvem a média simples das inércias das seções não-fissurada e fissurada, TENHOVUORI (1996), ANSI/ASCE 3-91:1992 e a EN 1994-1-1:2004 fornecem rigidezes elevadas, apresentando flechas menores quando comparadas com os resultados dos ensaios, portanto contra segurança, principalmente após a fissuração do concreto. As formulações sugeridas por SOUZA NETO (2001) e pelas propostas 1, 2 e 3 deste trabalho representam, mais adequadamente, o comportamento carga x flecha no meio do vão durante todo o processo de carregamento. Considerando-se a flecha máxima em serviço ($L_F/350$), conforme ABNT NBR 8800:2008, as propostas 1 e 3 fornecem uma excelente correlação com os resultados obtidos nos ensaios.

4.6 Conclusões

As proposta 1, 2 e 3, apresentadas usando-se os momentos de inércia efetivos para o cálculo das flechas de lajes mistas dados pelas Eq.(4.25), (4.26) e (4.27), respectivamente, representaram mais adequadamente as curva carga x flecha em lajes mistas com comportamento dúctil do que os métodos propostos nas normas e literaturas técnicas estudadas nesta pesquisa.

Considerando-se a flecha máxima em serviço ($L_F/350$), conforme ABNT NBR 8800:2008, as propostas 1, 2 e 3 fornecem uma excelente correlação com os resultados obtidos nos ensaios para os diversos modelos investigados. Entretanto, a ABNT NBR 8800:2008 é omissa na definição do momento de inércia efetivo da seção mista a ser utilizado para o cálculo das flechas em serviço.

Considerando-se o *Deck-60*, a proposta 1, que desconsidera completamente a contribuição da seção fissurada no cálculo do momento de inércia efetivo, é recomendada na verificação prática das flechas em projetos de lajes mistas de aço e concreto com comportamento dúctil, por sua simplicidade e precisão. Já a proposta 2 considera de forma ajustada a contribuição da seção fissurada no cálculo do momento de inércia efetivo, aumentando a rigidez da seção mista para carregamentos após a situação de serviço, devido, principalmente, à presença da fôrma metálica. Portanto, é

recomendada sua aplicação em situações onde se deseja estudar o comportamento carga x flecha próximo ao colapso de lajes mistas com comportamento dúctil.

A proposta 3, que considera apenas a contribuição da seção fissurada após fissuração ($M_a \geq M_r$) e a média simples antes da fissuração ($M_a < M_r$), no cálculo do momento de inércia efetivo, representou mais adequadamente a curva carga x flecha para os modelos da linha dos steel decks *MF*, durante todo o processo de carregamento. Neste caso, é recomendada sua aplicação, tanto na verificação prática das flechas em projetos quanto em situações onde se deseja estudar o comportamento carga x flecha próximo ao colapso de lajes mistas de aço e concreto.

Neste trabalho foram investigados os dados de flechas de 40 modelos que permitem afirmar que as propostas 1, 2 e 3 representam uma significativa melhora em relação aos outros métodos estudados. Os estudos realizados permitem concluir que as propostas 1 e 2 são recomendadas para o uso corrente nas especificações de projeto e construção de lajes mistas com comportamento dúctil, e a proposta 3 pode ser utilizada em lajes mistas que tenham comportamento tanto dúctil quanto frágil.

5

VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA DO SISTEMA DE LAJES MISTAS AO CISALHAMENTO LONGITUDINAL

5.1 Considerações Iniciais

Analisados os resultados experimentais dos ensaios do *Deck-60*, concluiu-se que somente um único modo de colapso foi encontrado para todos os modelos ensaiados, a saber: o colapso por cisalhamento longitudinal entre as mossas da fôrma de aço e o concreto.

O mecanismo de resistência ao cisalhamento longitudinal entre a fôrma de aço e o concreto, de acordo com RONDAL et al (1997), deve levar em conta os seguintes fatores:

- ligação química, resultante da aderência natural entre o aço e o concreto, normalmente destruída sob impacto;
- resistência mecânica, fornecida pelas mossas da fôrma de aço;

- resistência por atrito nos apoios da laje, entre o aço e o concreto, proporcional à reação vertical.

Dessa maneira, a EN 1994-1-1:2004 apresenta dois métodos para o cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas, o Método semi-empírico $m-k$ e o Método da Interação Parcial (MIP).

5.2 Método Semi-empírico “ $m-k$ ”

5.2.1 Considerações Iniciais

O método “ $m-k$ ” foi desenvolvido com base em ensaios experimentais e é considerado internacionalmente o método padrão para o cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal. Neste método, a resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas é dada por uma equação semi-empírica, que relaciona a resistência nominal à força cortante com os parâmetros obtidos nos ensaios.

As expressões semi-empíricas apresentadas por SCHUSTER (1976), BRITISH STANDARD:1982, EN 1994-1-1:2004, CSSBI:2008 e pela ABNT NBR 8800:2008 são bastante similares. Neste trabalho será utilizada a expressão adotada pela ABNT NBR 8800:2008, que segue uma relação linear e é dada por:

$$V_{l,R} = b d_F \left(m \frac{A_{F,ef}}{b L_s} + k \right) \quad (5.1)$$

sendo $V_{l,R}$ é a força cortante resistente nominal (N); m e k são constantes empíricas a serem determinadas a partir dos dados experimentais (N/mm²); b é a largura do modelo ensaiado (mm); d_F é a altura efetiva da laje (mm); L_s é o vão de cisalhamento (mm) e $A_{F,ef}$ é a área da seção efetiva da fôrma (mm²).

É importante ressaltar que, adotando-se este método, são considerados todos os fatores que afetam o mecanismo de resistência ao cisalhamento longitudinal, como a ligação química entre o aço e o concreto, a resistência mecânica fornecida pelas mossas e a resistência por atrito nos apoios. A ligação química entre o aço e o concreto é rompida após a formação das primeiras fissuras.

5.2.2 Determinação dos Valores de m e k

As constantes m e k são determinadas a partir dos dados experimentais por meio de uma análise de regressão linear utilizando o método dos mínimos quadrados. Esta análise considera-se a reta característica determinada a partir de um modelo estatístico apropriado, utilizando-se os valores característicos dos ensaios. Esta análise será feita para cada grupo de espessura da fôrma de aço, separadamente.

TABELA 5.1 - Valores característicos dos ensaios

Modelo	t (mm)	P_u (Kn)	$P_{uméd}$ (kN)	$P_u/P_{uméd}$	$P_{umín}$ (kN)	P_{uk} (kN)	$V_{ut,k}$ (kN)
01A	0,80	32.170	32.867	0,98	32.170	28.953	18.500
01B	0,80	33.710		1,03			
01C	0,80	32.720		1,00			
02A	0,80	57.170	58.970	0,97	56.290	50.661	30.144
02B	0,80	56.290		0,95			
02C	0,80	63.450		1,08			
03A	0,95	39.621	38.720	1,02	36.701	33.031	20.564
03B	0,95	39.837		1,03			
03C	0,95	36.701		0,95			
04A	0,95	68.443	72.435	0,94	68.443	61.599	35.644
04B	0,95	71.354		0,99			
04C	0,95	77.508		1,07			

Considerando-se os resultados apresentados na TAB. 2.5, onde se mostram os dados geométricos dos modelos, bem como os resultados dos ensaios, a resistência ao cisalhamento longitudinal foi determinada conforme as prescrições da EN 1994-1-1:2004. Para isto, construiu-se a TAB. 5.1, onde são apresentados os valores característicos dos ensaios.

Segundo a EN 1994-1-1:2004, calcula-se o valor médio ($P_{uméd}$) das cargas máximas aplicadas pelo atuador hidráulico (P_u) de cada grupo de três ensaios. Se o desvio de qualquer resultado em um grupo não exceder 10% do valor médio do grupo, a carga característica deste grupo (P_{uk}) é considerada como o valor mínimo do grupo ($P_{umín}$), reduzido de 10%. A força cortante característica ($V_{ut,k}$) inclui o peso total do aparato de aplicação de cargas e o peso próprio do modelo, calculado conforme Eq. 2.2.

Dessa forma, é possível determinar os valores de m e k para o cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal, considerando-se a reta característica determinada a partir dos valores característicos apresentados na TAB. 5.1. Para tanto, a Eq. 5.1 deve ser reescrita da seguinte forma:

$$Y = m X + k \quad (5.2)$$

onde as constantes m e k representam, respectivamente, a inclinação da reta e a sua interseção com o eixo das ordenadas e os valores de Y e X correspondem a:

$$Y = \frac{V_{ut,k}}{b d_F} \quad X = \frac{A_{F,ef}}{b L_s} \quad (5.3)$$

A TAB. 5.2 apresenta os resultados da análise dos valores característicos obtidos nos ensaios, mostrando as coordenadas X e Y e os parâmetros m e k para cada grupo de espessura de fôrma. Levando-se os valores de m e k na Eq. 5.1, calculam-se os valores da força cortante resistente, $V_{l,R}$. São apresentados também, os resultados máximos experimentais (V_{ut}) calculado conforme Eq. 2.2 e as relações entre os valores calculados e experimentais ($V_{l,R}/V_{ut}$), indicando uma boa correlação entre eles.

TABELA 5.2 - Determinação dos parâmetros m e k e relações entre os valores calculados e experimentais

Modelo	X	Y (N/mm)	Parâmetro (N/mm ²)	$V_{l,R}$ (N)	V_{ut} (N)	$\frac{V_{l,R}}{V_{ut}}$	desvio %
01A	0,00133	0,294	m 35,1720	18.500	20.109	0,92	8,0
01B	0,00133	0,304		18.578	20.873	0,89	11,0
01C	0,00133	0,297		18.518	20.385	0,91	9,2
02A	0,00235	0,343	k 0,2233	29.764	33.405	0,89	10,9
02B	0,00236	0,335		30.144	32.959	0,92	8,5
02C	0,00236	0,370		30.232	36.534	0,83	17,3
03A	0,00159	0,347	m 56,2518	18.264	23.864	0,77	23,5
03B	0,00159	0,328		19.422	23.975	0,81	19,0
03C	0,00159	0,315		18.919	22.399	0,85	15,5
04A	0,00281	0,392	k 0,1993	32.792	39.066	0,84	16,1
04B	0,00282	0,417		31.955	40.511	0,79	21,1
04C	0,00283	0,450		31.966	43.586	0,73	26,7

As FIG. 5.1 e 5.2, a seguir, apresentam os gráficos da resistência nominal última ao cisalhamento longitudinal para os grupos de modelos com espessuras $t = 0,80$ mm e $t = 0,95$ mm, respectivamente.

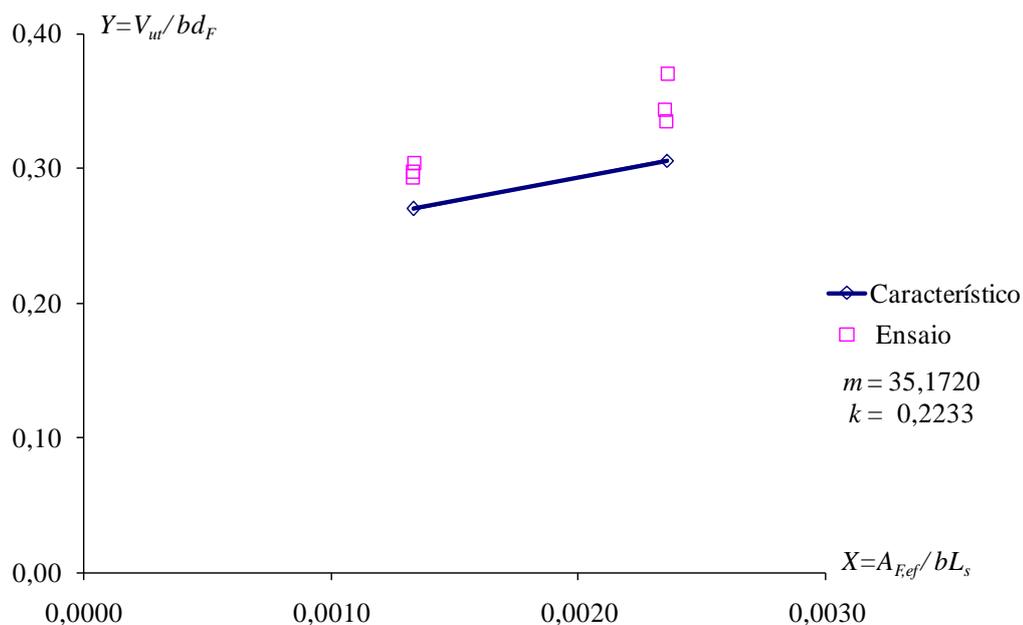


FIGURA 5.1 – Força resistente característica ao cisalhamento longitudinal ($t = 0,80$ mm)

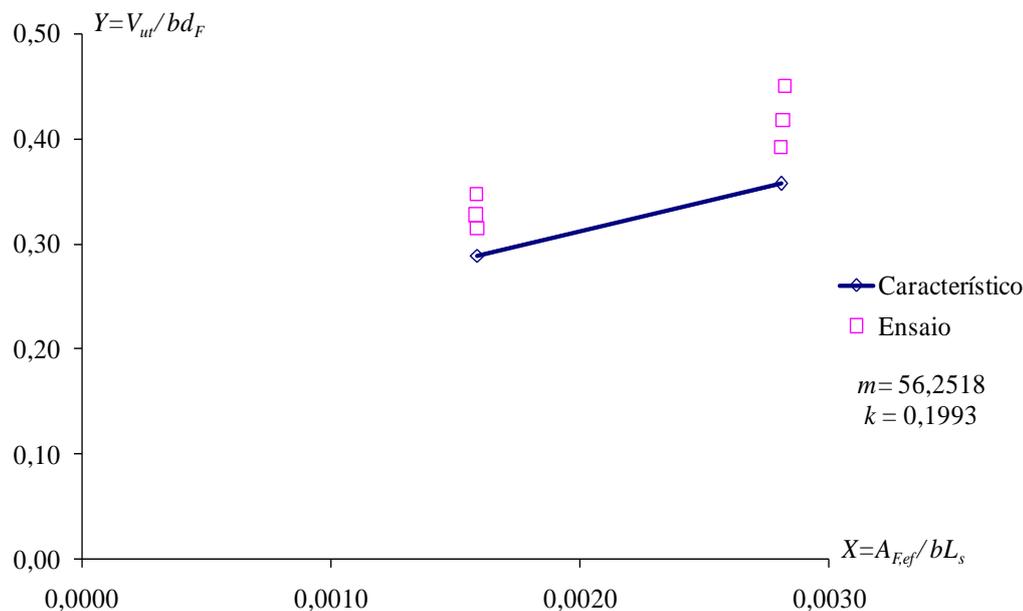


FIGURA 5.2 - Força resistente característica ao cisalhamento longitudinal ($t = 0,95\text{mm}$)

Essas figuras mostram os resultados experimentais, compondo dois grupos bem definidos e distintos de três ensaios cada, correspondentes aos valores de X , conforme prevê a EN 1994-1-1:2004. Adicionalmente são apresentadas também as retas características que definem as resistências nominais ao cisalhamento longitudinal, com os correspondentes valores de m e k .

5.2.3 Força Cortante Resistente de Cálculo ($V_{l,Rd}$)

A força cortante resistente nominal ao cisalhamento longitudinal, com base no método semi-empírico “ $m-k$ ” é calculada usando-se a Eq. 5.1. Com os valores dos parâmetros m e k , determinados a partir dos resultados dos ensaios (TAB. 5.2), a equação pode ser usada diretamente no cálculo dos sistemas de laje mista.

Os procedimentos de cálculo adotados neste estudo são baseados nos conceitos do método dos estados limites e, sendo assim, a Eq. 5.1 deve ser dividida por um coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal (γ_{sl}), resultando na seguinte expressão para determinação da força cortante resistente de cálculo ($V_{l,Rd}$):

$$V_{l,Rd} = \frac{V_{l,R}}{\gamma_{sl}} = \frac{b d_F}{\gamma_{sl}} \left(m \frac{A_{F,ef}}{bL_s} + k \right) \quad (5.4)$$

O coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal deve levar em conta as variações adversas na resistência dos materiais e na mão de obra, bem como as aproximações inerentes à própria equação em relação ao comportamento real. A EN 1994-1-1:2004 recomenda também que o valor de cálculo obtido com esse coeficiente para as cargas de serviço não ultrapasse a carga de deslizamento de extremidade inicial, obtida nos ensaios, dividida por 1,2. **O valor de γ_{sl} determinado para este sistema foi igual a 1,40.**

A TAB. 5.3 apresenta os resultados pelo método “ $m-k$ ” da análise comparativa entre a carga de deslizamento de extremidade inicial medida nos ensaios, (V_{des}), e a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal para as cargas de serviço (V_s) utilizando-se $\gamma_{sl} = 1,40$. Nota que, em todos os casos, os valores resultaram maiores ou iguais a 1,2.

TABELA 5.3 - Resultados da análise comparativa em serviço pelo método “ $m-k$ ”

Modelo	Parâmetros (N/mm ²)	V_{des} (N)	V_s (N)	V_{des}/V_s
01A	m 35,1720	12.124	9.439	1,3
01B		12.133	9.479	1,3
01C		12.400	9.448	1,3
02A	k 0,2233	26.795	15.186	1,8
02B		22.054	15.380	1,4
02C		19.019	15.424	1,2
03A	m 56,2518	14.299	9.319	1,5
03B		14.961	9.909	1,5
03C		14.464	9.653	1,5
04A	k 0,1993	20.874	16.731	1,2
04B		19.959	16.304	1,2
04C		19.237	16.309	1,2

5.2.4 Cálculo da Resistência da Laje Mista para a Carga Uniformemente Distribuída

A Eq. 5.1 e, conseqüentemente, a Eq. 5.4 foram estabelecidas para o esquema de carregamento dos ensaios, ilustrado na FIG. 2.9, isto é, duas cargas concentradas equidistantes dos apoios. Por outro lado, os projetos de lajes são geralmente feitos considerando-se cargas uniformemente distribuídas em toda a área da laje. Assim sendo, torna-se necessário modificar ambas as equações. A modificação mais usual e inclusive recomendada pelo ANSI/ASCE 3-91:1992, pela própria EN 1994-1-1:2004, pelo CSSBI S2:2008 e pela ABNT NBR 8800:2008, como uma aproximação conservadora para criar uma condição de carga uniforme equivalente, é a alteração no valor do vão de cisalhamento L_s .

O vão de cisalhamento L_s , para uma carga uniformemente distribuída, é obtido igualando-se a área sob o diagrama da força cortante desse carregamento (condição de projeto), com a área sob o diagrama da força cortante para o sistema com duas cargas concentradas simetricamente dispostas (condição de ensaio), com ambos os carregamentos resultando no mesmo valor máximo da força cortante.

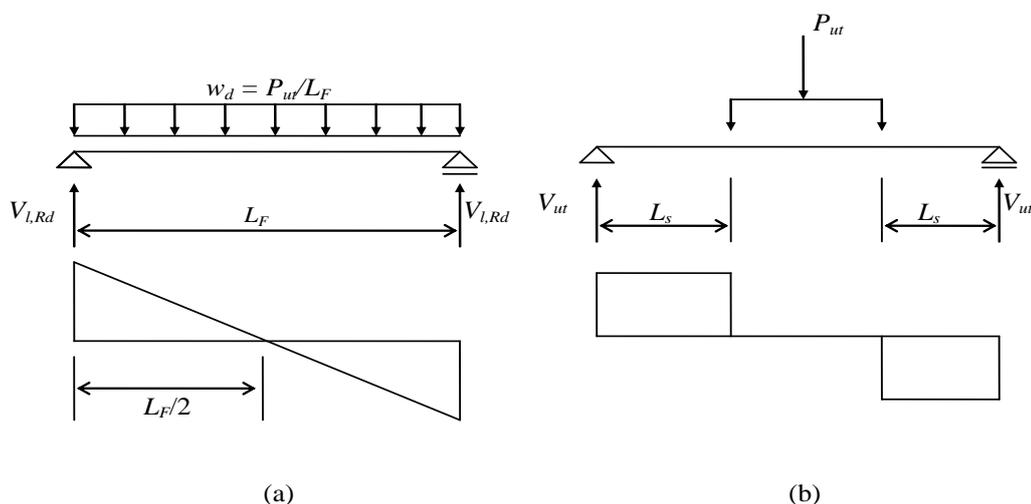


FIGURA 5.3 - (a) Condição assumida de carga distribuída em projeto;
(b) Condição de ensaio.

A FIG. 5.3 ilustra estes dois casos, onde na determinação de L_s deve-se fazer $V_{l,Rd} = V_{ut}$. Desta igualdade resulta que L_s deverá ser igual à $L_F/4$ no caso de cargas uniformemente

distribuídas, onde L_F é o vão teórico da laje na direção das nervuras. Este valor tem sido adotado por todas as especificações internacionais pesquisadas neste trabalho.

Substituindo-se $L_s = L_F/4$ na Eq. 5.4, obtém-se a seguinte expressão para determinação força cortante resistente de cálculo, no projeto de lajes mistas submetidas a cargas uniformemente distribuídas, dada por:

$$V_{l,Rd} = \frac{b d_F}{\gamma_{sl}} \left(m \frac{4A_{F,ef}}{bL_F} + k \right) \quad (5.5)$$

Sendo, m e k são dados na TAB. 5.3; b é a largura unitária da laje, tomada igual a 1000 mm e $A_{F,ef}$ é a área da seção efetiva da fôrma (correspondente a 1000 mm).

No projeto de lajes, o carregamento usual é expresso em termos da carga uniformemente distribuída w_d . A análise da FIG. 5.3 permite estabelecer uma relação entre $V_{l,Rd}$ e w_d , dada por:

$$V_{l,Rd} = \frac{w_d L_F}{2} \quad (5.6)$$

Igualando-se as Eq. 5.5 e 5.6, tem-se:

$$w_d = \frac{2b d_F}{\gamma_{sl} L_F} \left(m \frac{4A_{F,ef}}{b L_F} + k \right) \quad (5.7)$$

A Eq. 5.7 representa a carga última de cálculo que pode ser aplicada na laje. Para se determinar o carregamento de serviço (w_s), basta dividir o valor de w_d pelo coeficiente de ponderação das ações γ_f correspondente, conforme a Eq.5.8.

$$w_s = \frac{2b d_F}{\gamma_f \gamma_{sl} L_F} \left(m \frac{4A_{F,ef}}{b L_F} + k \right) \quad (5.8)$$

De acordo com os critérios da ABNT NBR 6118:2003 o valor de γ_f é igual a 1,40 e, conforme determinado no item 5.2.3, o valor de γ_{sl} obtido para este sistema foi igual a 1,40.

As expressões aqui determinadas consideram as condições de vãos simplesmente apoiados, mesmo que na prática a laje seja contínua sobre os apoios internos. A análise considerando vão simples está normalmente associada a um sistema que consiste de uma série de lajes colocadas de extremidade a extremidade, simplesmente apoiadas, sem nenhuma condição de transmitir momento negativo aos apoios internos. Mesmo com a existência da armadura de retração nos apoios internos, onde a laje é contínua, é prática comum efetuar a análise como vão simples, considerando-se que tal armadura tenha apenas a função de controlar fissuras de retração e ou de variação térmica do concreto.

5.3 Método da Interação Parcial (MIP)

5.3.1 Considerações iniciais

De acordo com a EN 1994-1-1:2004, o método da interação parcial é uma alternativa ao método “*m-k*” e, segundo JOHNSON (1994), ele explora melhor o comportamento dúctil das fôrmas, os projetos de mossas mais bem elaboradas e a utilização de grandes vãos, além de permitir que se avalie teoricamente a contribuição da ancoragem de extremidade e das armaduras longitudinais na resistência ao cisalhamento longitudinal.

O método da interação parcial é fundamentado em um modelo analítico similar ao de vigas mistas com conectores dúcteis. Ele permite determinar o grau de interação ao cisalhamento longitudinal entre a fôrma de aço e o concreto em lajes mistas com comportamento dúctil.

Neste item 5.3 será apresentado o método da interação parcial para a determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal e critérios para o dimensionamento ao

momento fletor positivo das lajes mistas de aço e concreto, simplesmente apoiadas, após a cura do concreto, conforme a EN 1994-1-1:2004.

5.3.2 Modelo Analítico

O comportamento da laje mista na flexão é bastante complexo devido às variações das propriedades da fôrma e do concreto e depende também da interação ao cisalhamento longitudinal. Apesar disto, o modelo para análise a ser apresentado a seguir é bastante simplificado, mas torna possível uma análise racional do comportamento deste sistema misto.

O modelo analítico para o método da interação parcial pode ser melhor compreendido estudando-se uma nervura típica da laje mista totalmente plastificada. A FIG. 5.4 mostra a distribuição de tensões normais na seção transversal desta nervura, considerando-se a interação total e a linha neutra de plastificação, LNP, situada no concreto (b) ou na fôrma metálica (c).

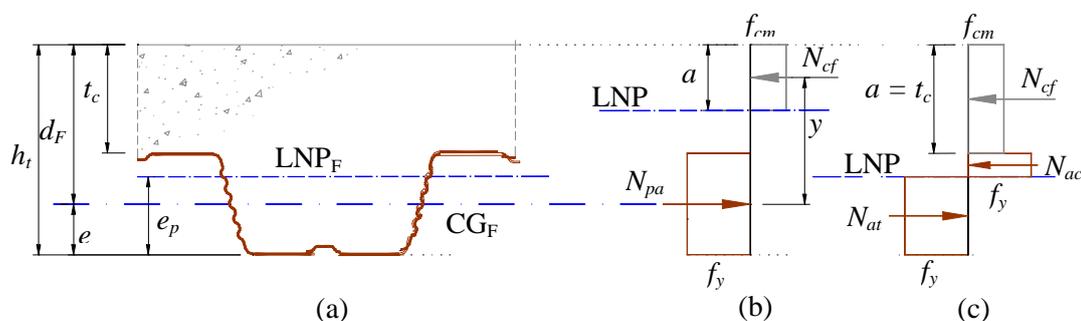


FIGURA 5.4 - Distribuição de tensões normais no módulo típico da seção transversal da laje mista considerando-se interação total

Há, basicamente, duas hipóteses de cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal da laje mista: interação total e interação parcial ao cisalhamento longitudinal.

Na FIG. 5.4 distingue-se:

h_t - altura total da laje mista;

e - distância do centro de gravidade da área efetiva da fôrma metálica (à tração) à face externa da mesa inferior;

d_F - altura efetiva da laje mista: $d_F = h_t - e$;

e_p - distância da linha neutra plástica da fôrma metálica (à flexão) à face externa da mesa inferior;

t_c - altura de concreto acima da mesa superior da fôrma metálica;

f_y - resistência ao escoamento do aço;

f_{cm} - segundo a EN 1994-1-1:2004, é a resistência característica média do concreto à compressão de cada grupo que deve ser tomada como o valor médio, quando o desvio de cada modelo do valor médio não exceder 10%. Quando o desvio da resistência à compressão média excede 10%, a resistência do concreto, deve ser tomada como o valor máximo observado;

a - altura do bloco de tensão do concreto;

y - braço de alavanca;

N_{cf} - força normal de compressão no concreto considerando interação total;

N_{pa} - força normal de escoamento à tração da fôrma metálica;

N_{ac} - força normal de compressão na fôrma metálica;

N_{at} - força normal de tração na fôrma metálica.

A - Interação Total

A primeira hipótese considera a interação total entre os elementos da laje mista e se caracteriza pela existência de uma única linha neutra plástica na seção.

A distribuição de tensões normais devidas à flexão da laje é mostrada na FIG. 5.4(b) quando a linha neutra plástica, LNP, se localiza acima da fôrma metálica (no concreto) e na FIG. 5.4(c), quando a linha neutra plástica, LNP, está na fôrma metálica.

LNP no concreto

Quando a linha neutra plástica, LNP, se encontra acima da fôrma, para haver equilíbrio é necessário que a força de compressão no concreto, N_{cf} , seja igual à força de escoamento à tração da fôrma, N_{pa} , ou seja:

$$N_{cf} = N_{pa} = A_{F,ef} f_y \quad (5.9)$$

sendo, $A_{F,ef}$ é a área efetiva da fôrma à tração reduzida pela influência das mossas. O subíndice f em N_{cf} provém da palavra inglesa *full*, significando interação total. A altura do bloco do diagrama de tensão no concreto é dada por:

$$a = \frac{N_{cf}}{b f_{cm}} \leq t_c \quad (5.10)$$

O momento fletor positivo resistente nominal da laje mista, M_R , é dado por:

$$M_R = N_{cf}(d_F - 0,5a) \quad (5.11)$$

Em todas as lajes de espessuras comerciais executadas com o *Deck-60*, com h_t variando de 110 mm a 200 mm de altura, a linha neutra plástica se localiza acima da fôrma.

LNP na fôrma metálica

No caso em que a linha neutra plástica, LNP, se localiza na fôrma metálica, a compressão acontece em toda a altura do concreto acima da fôrma ($a = t_c$) e em uma parte da fôrma, conforme ilustra a FIG. 5.5(b). Neste caso, N_{cf} é menor que N_{pa} e é calculado por:

$$N_{cf} = b t_c f_{cm} \quad (5.12)$$

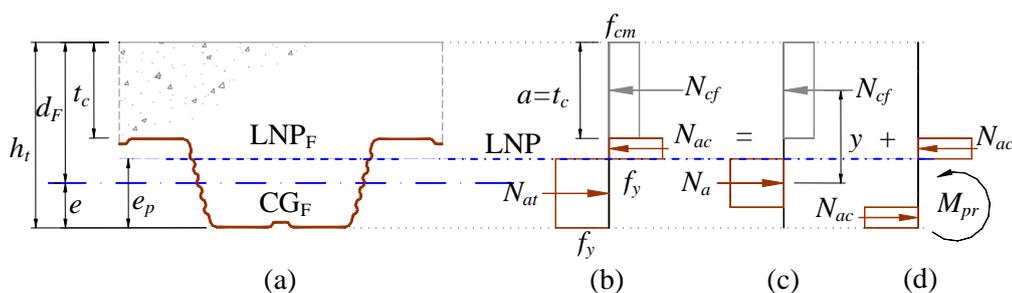


FIGURA 5.5 - Distribuição de tensões normais no módulo típico da seção transversal da laje mista considerando interação total e LNP na fôrma

O diagrama das forças atuantes na laje, ilustrado na FIG. 5.5(b), é decomposto, por simplificação, nos diagramas das FIG. 5.5(c) e 5.5(d). A força de tração na fôrma, N_{at} , é decomposta nas forças N_{ac} e N_a , onde:

$$N_a = N_{cf} \quad (5.13)$$

A resistência nominal ao momento fletor é, então, dada por:

$$M_R = N_{cf} y + M_{pr} \quad (5.14)$$

As forças iguais e opostas N_{ac} fornecem o momento resistente M_{pr} , que é igual ao momento plástico da fôrma M_{pa} , reduzido pela presença da força normal de tração N_a .

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \left(1 - \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (5.15)$$

A relação entre M_{pr}/M_{pa} e N_{cf}/N_{pa} depende da fôrma, mas segundo JOHNSON (1994), ela é típica conforme a linha contínua ABC da FIG. 5.6. Nesta figura a linha tracejada ADC, dada pela Eq. 5.15, se aproxima da curva, conforme a EN 1994-1-1:2004.

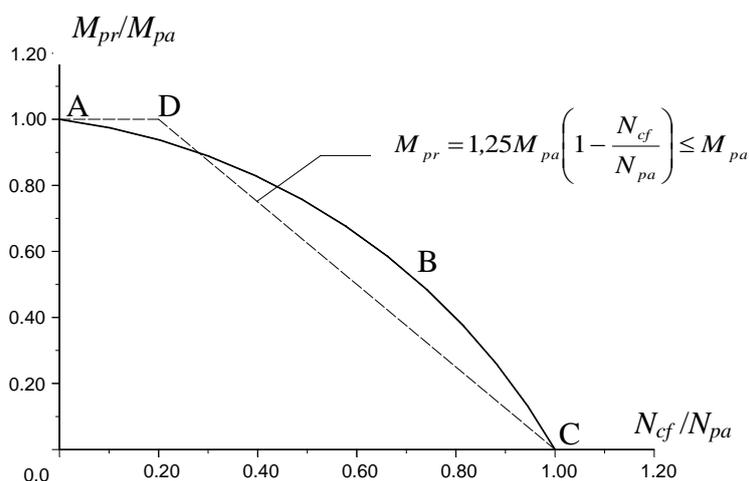


FIGURA 5.6 - Diagrama de interação entre a força axial e o momento fletor na fôrma de aço

O braço de alavanca y é variável, depende da relação N_{cf}/N_{pa} e pode ser calculado segundo as Eq. 5.16 e 5.17, validadas por ensaios, ilustradas graficamente na FIG. 5.7.

$$y = h_t - 0,5a - e_v \quad (5.16)$$

$$e_v = e_p - (e_p - e) \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \quad (5.17)$$

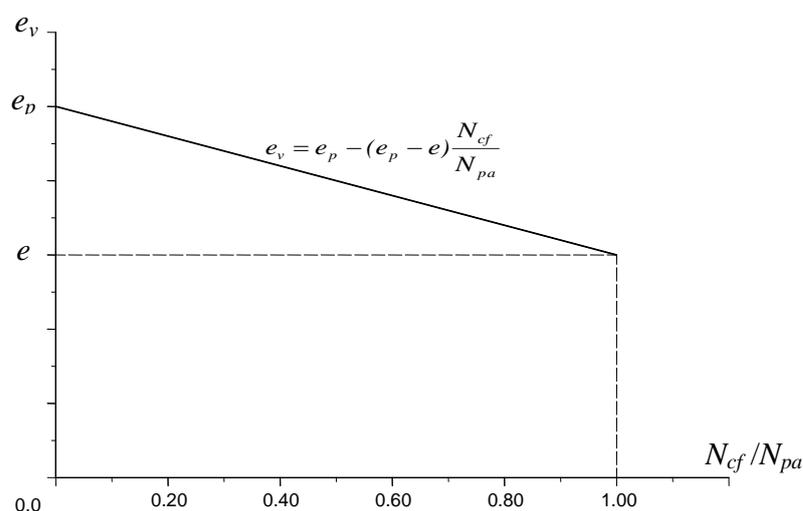


FIGURA 5.7 - Variação da posição do centro de gravidade da fôrma metálica, e_v , em função da relação N_{cf}/N_{pa}

B - Interação Parcial

Na hipótese de haver interação parcial, ocorre o deslizamento horizontal relativo entre o concreto e fôrma de aço, e formam-se duas linhas neutras na seção da laje: uma no concreto (LNP_c) e outra na fôrma metálica (LNP_f), conforme a FIG. 5.8 (b).

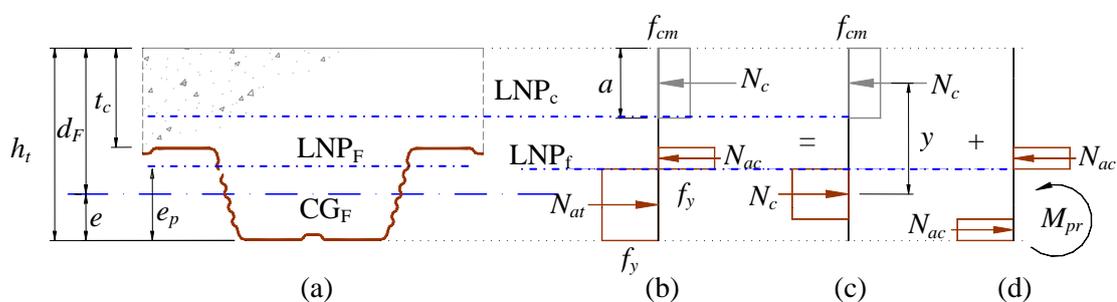


FIGURA 5.8 - Distribuição de tensões normais no módulo típico da seção transversal da laje mista considerando a interação parcial

A força de compressão no concreto, N_c , é menor que N_{cf} e depende da resistência ao cisalhamento longitudinal. A altura a do bloco de tensão no concreto é dada por:

$$a = \frac{N_c}{b f_{cm}} \leq t_c \quad (5.18)$$

O cálculo da resistência da laje mista com interação parcial segue o mesmo procedimento da laje com interação total com a linha neutra plástica na fôrma metálica, sendo que N_{cf} é substituído por N_c , ou seja:

$$y = h_t - 0,5a - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{N_{pa}} \quad (5.19)$$

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \left(1 - \frac{N_c}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (5.20)$$

$$M_{Rp} = N_c y + M_{pr} \quad (5.21)$$

5.3.3 Determinação da Resistência ao Cisalhamento Longitudinal

Para se determinar a resistência ao cisalhamento longitudinal em lajes mistas através do MIP, é necessário calcular a tensão de cisalhamento na interface fôrma de aço-concreto, fornecida pelas mossas do deck metálico.

Com base nos resultados de ensaios dos materiais e dos modelos das lajes mistas é possível determinar os parâmetros para verificação da resistência. Por meio dos resultados de cada ensaio realizado é possível determinar o grau de interação parcial ao cisalhamento, η , para cada modelo de laje mista com comportamento dúctil, que é definido por:

$$\eta = \frac{N_c}{N_{cf}} \quad (5.22)$$

Com o auxílio da Eq. 5.22 calcula-se a força de compressão N_c transferida para o concreto dentro do vão de cisalhamento L_s :

$$N_c = \eta N_{cf} \quad (5.23)$$

A hipótese básica, admitida no MIP, é que no estado limite último da laje ocorre uma completa redistribuição das tensões de cisalhamento horizontais na interface aço-concreto, de tal forma que a tensão última média de cisalhamento longitudinal, τ_u , pode ser calculada através da expressão a seguir:

$$\tau_u = \frac{\eta N_{cf}}{b(L_s + L_o)} \quad (5.24)$$

onde b é a largura do modelo e L_o é o comprimento do balanço nas extremidades do modelo ($L_o=50\text{mm}$).

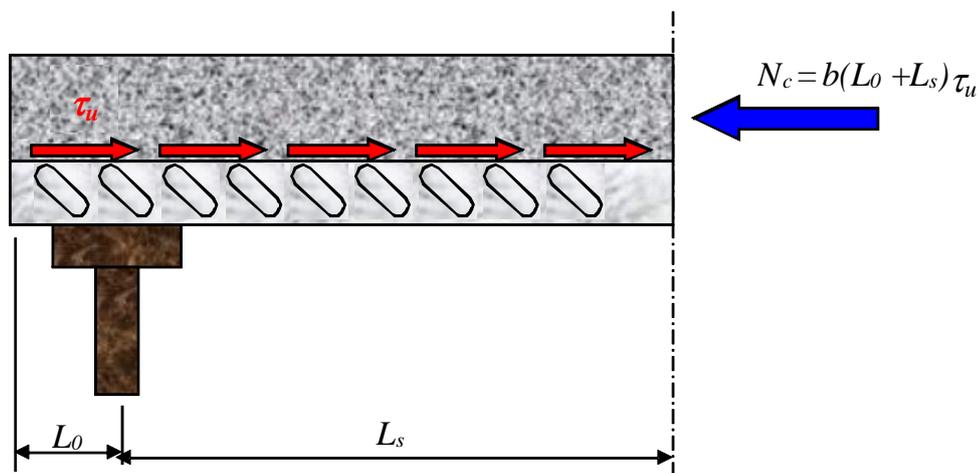


FIGURA 5.9 – Hipótese para a distribuição da tensão de cisalhamento longitudinal

Determinação do grau de interação parcial

Para se determinar o grau de interação parcial ao cisalhamento (η), deve ser traçado o diagrama de interação parcial de cada modelo ensaiado, que relaciona a resistência nominal ao momento fletor, dada pela relação M_{Rp}/M_R com o grau de interação η , conforme ilustra a FIG. 5.10.

O diagrama de interação parcial é traçado com o auxílio das Eq. 5.18 a 5.21, utilizando-se as dimensões e resistências do concreto e do aço da fôrma medidas nos ensaios realizados. Segundo a EN 1994-1-1:2004, a resistência do concreto a ser empregada pode ser o valor médio, f_{cm} , das resistências medidas de cada grupo avaliado.

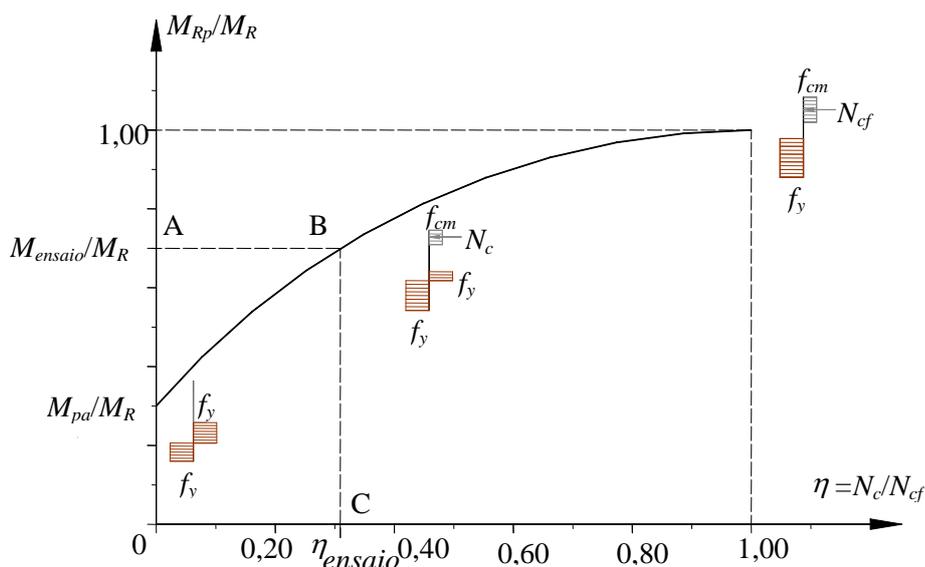


FIGURA 5.10 - Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação

O momento fletor último de ensaio, M_{ensaio} , calculado pela Eq.2.3, é dividido pelo momento fletor resistente nominal da laje, M_R , que considera a interação total, e é calculado pela Eq. 5.11. Seguindo o caminho $A \Rightarrow B \Rightarrow C$ do diagrama de interação parcial, o grau de interação ao cisalhamento longitudinal de um modelo específico, η_{ensaio} , é determinado.

Nas FIG.5.11 (a) e (b) são mostrados os diagrama de interação parcial dos modelos 01A e 04B, respectivamente, bem como os graus de interação desses modelos, obtidos com os dados de ensaios.

A determinação dos momentos resistentes plásticos da fôrma metálica, M_{pa} , foi obtida por meio de ensaios realizados no LAEES por RODRIGUES & LAVALL (2005), considerando-se modelos de decks metálicos isolados que visavam comprovar a capacidade portante das fôrmas com espessuras $t=0,80$ mm e $t=0,95$ mm.

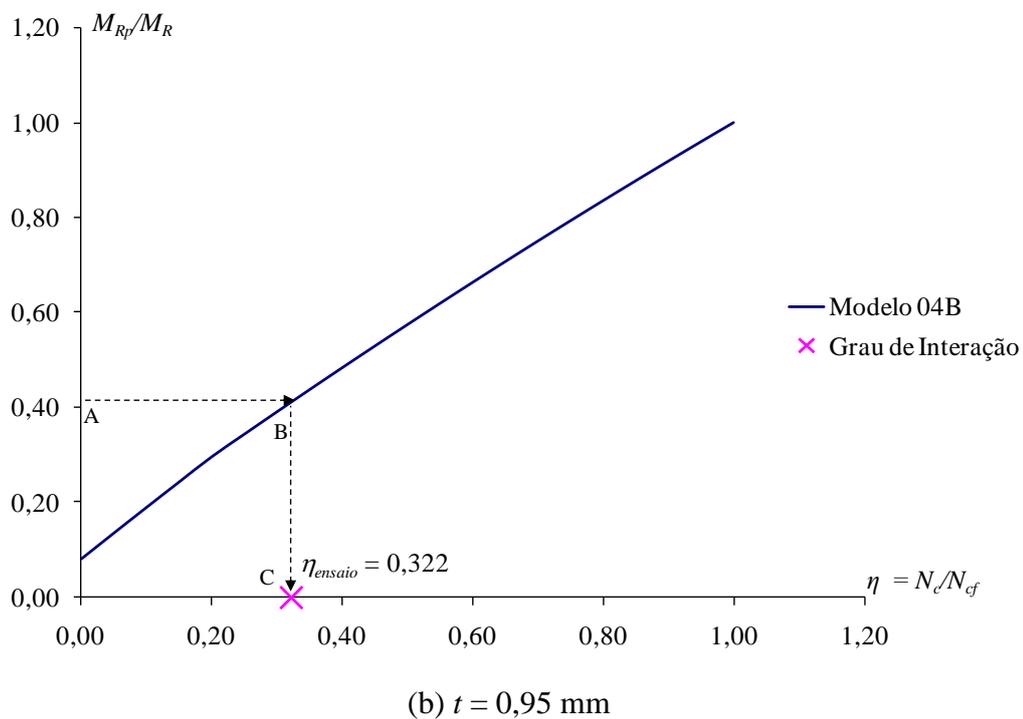
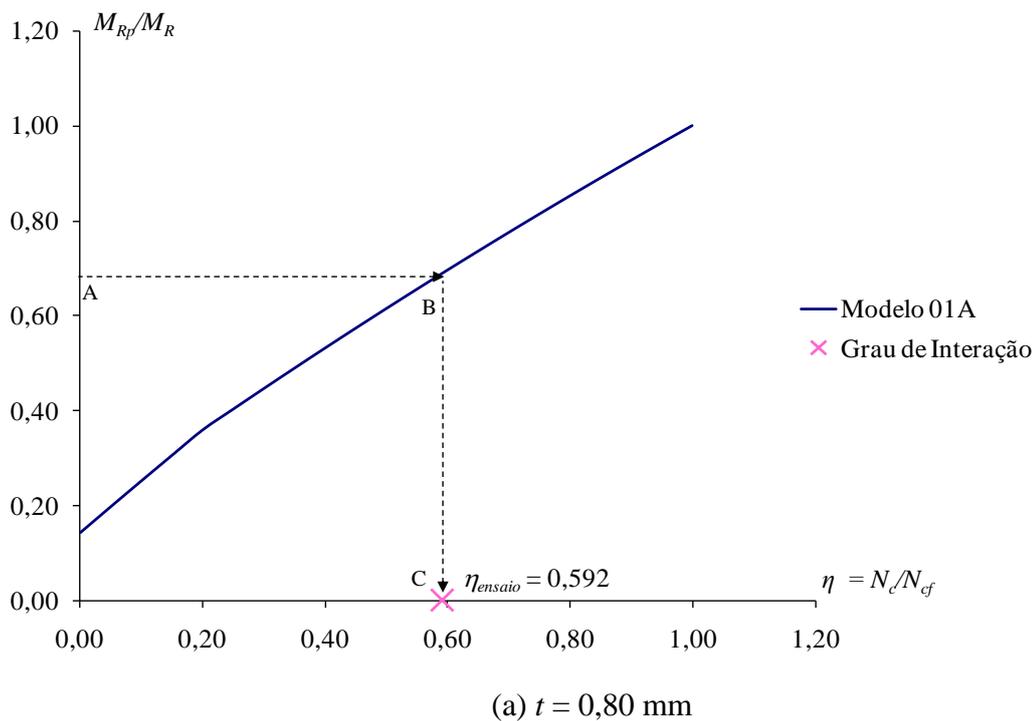


FIGURA 5.11 - Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação (η)

A formulação analítica para a determinação do grau de interação parcial encontra-se detalhada no Anexo C.

Determinação da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal ($\tau_{u,Rd}$)

Após a determinação do valor de η_{ensaio} , a intensidade da força de compressão no concreto, N_c , é dada por:

$$N_c = \eta_{\text{ensaio}} N_{cf} \quad (5.25)$$

A resistência última ao cisalhamento longitudinal, τ_u , para cada modelo ensaiado, é dada por:

$$\tau_u = \frac{N_c}{b(L_s + L_o)} \quad (5.26)$$

Conforme a EN 1994-1-1:2004 a resistência característica ao cisalhamento, $\tau_{u,Rk}$, deve ser calculada utilizando-se os valores dos ensaios com o quantil de 5%, através de um modelo estatístico apropriado, de acordo com a EN 1990:2002, anexo D, ou seja:

$$\tau_{u,Rk} = \tau_{u,m} - t s \quad (5.27)$$

sendo, $\tau_{u,Rk}$ é a resistência característica ao cisalhamento longitudinal; $\tau_{u,m}$ é o valor médio da resistência última ao cisalhamento longitudinal resultante dos ensaios; t é o coeficiente de confiança da Distribuição de Student ($t = 2,015$) que depende da probabilidade (quantil) de serem obtidos resultados inferiores a $\tau_{u,Rk}$; s é o desvio padrão das resistências ao cisalhamento longitudinal.

Na TAB.5.4 são mostrados os graus de interação de cada modelo ensaiado, obtidos com o auxílio das equações do Anexo B; as forças de compressão no concreto N_c , dadas pela Eq. (5.23), onde os valores de N_{cf} foram calculados através da Eq. (5.9). A resistência última ao cisalhamento longitudinal, τ_u , para cada modelo ensaiado, é dada pela Eq. (5.26). Utilizando-se $t_{0,95} = 2,015$ na Distribuição de Student e os desvios padrão, s , determinou-se a resistência característica $\tau_{u,Rk}$ conforme Eq. (5.27).

TABELA 5.4 – Determinação da resistência característica $\tau_{u,Rk}$

Modelos	η_{ensaio}	N_c (N)	τ_u (MPa)	$\tau_{u,m}$ (MPa)	Desvio Padrão(s)	$\tau_{u,Rk}$ (MPa)
01A	0,592	183.474	0,2522	0,2569	0,0142	0,2283
01B	0,619	191.904	0,2647			
01C	0,604	187.237	0,2570			
02A	0,357	110.716	0,2567			
02B	0,344	106.713	0,2483			
02C	0,396	122.687	0,2860			
03A	0,528	224.689	0,3074	0,3006	0,0302	0,2397
03B	0,488	207.877	0,2840			
03C	0,456	194.042	0,2661			
04A	0,298	126.809	0,2937			
04B	0,322	137.110	0,3186			
04C	0,355	151.122	0,3523			

A resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$, é dada por:

$$\tau_{u,Rd} = \frac{\tau_{u,Rk}}{\gamma_{sl}} \quad (5.28)$$

Conforme já mencionado, γ_{sl} é o coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal que deve levar em conta as variações adversas na resistência dos materiais e na mão de obra, bem como as aproximações inerentes à própria formulação em relação ao comportamento real. A EN 1994-1-1:2004 recomenda que o valor de cálculo obtido com esse coeficiente para as cargas de serviço não ultrapasse a carga de deslizamento de extremidade inicial, obtidas nos ensaios, dividida por 1,2. **O valor de γ_{sl} determinado para este sistema foi igual a 1,45.**

A TAB. 5.5 apresenta, via MIP, os resultados da análise comparativa entre a carga de deslizamento de extremidade inicial medida nos ensaios, (V_{des}), e a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal para as cargas de serviço (V_s) utilizando-se $\gamma_{sl} = 1,45$. Note-se que, em todos os casos, os valores resultaram maiores ou iguais a 1,2.

TABELA 5.5 - Resultados da análise comparativa em serviço (MIP)

Modelo	$\tau_{u,Rk}$ (N/mm ²)	V_{des} (N)	V_s (N)	V_{des}/V_s
01A	0,2283	12.124	9.278	1,3
01B		12.133	9.324	1,3
01C		12.400	9.286	1,3
02A		26.795	15.184	1,8
02B		22.054	15.323	1,4
02C		19.019	15.373	1,2
03A	0,2397	14.299	10.000	1,4
03B		14.961	10.548	1,4
03C		14.464	10.306	1,4
04A		20.874	16.695	1,3
04B		19.959	16.356	1,2
04C		19.237	16.356	1,2

Finalmente, a TAB.5.6 apresenta os valores da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$ conforme Eq. (5.28), para as duas espessuras do *Deck-60*.

TABELA 5.6 – Resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$

t (mm)	$\tau_{u,Rk}$ (MPa)	γ_{sl}	$\tau_{u,Rd}$ (MPa)
0,80	0,2283	1,45	0,1574
0,95	0,2397		0,1653

5.3.4 Verificação da Resistência ao Cisalhamento Longitudinal

De posse da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal para cada espessura de fôrma, $\tau_{u,Rd}$, a força de compressão na laje pode ser calculada em qualquer seção a uma distância L_x a partir da extremidade, ou seja:

$$N_c = b L_x \tau_{u,Rd} \leq N_{cf} \quad (5.29)$$

Tomando-se o valor da força N_c , levando-o nas equações do MIP (Eq. 5.18 a 5.21) e utilizando valores de cálculo, determina-se o diagrama de interação parcial de cálculo, $M_{Rd} \times L_x$, ilustrado na FIG. 5.12, usado para o dimensionamento, onde M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo à flexão da laje mista.

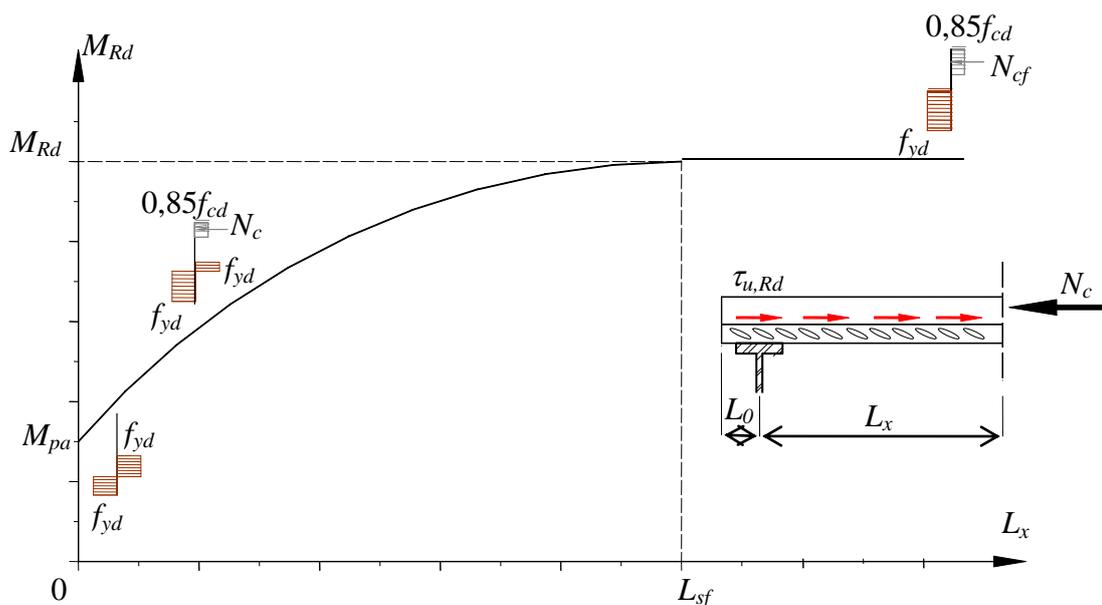


FIGURA 5.12 - Diagrama de interação parcial de cálculo

Como mostrado no gráfico, o comprimento mínimo, L_{sf} , para haver interação total entre o aço e o concreto é:

$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b \tau_{u,Rd}} \quad (5.30)$$

Observa-se ainda, que o valor mínimo para o comprimento L_{sf} , é o valor a partir do qual a interação ao cisalhamento é total e o colapso da laje ocorre por flexão. Dessa forma, podem ocorrer as seguintes situações:

- Para $L_x \geq L_{sf}$, a interação ao cisalhamento é total, ocorrendo colapso por flexão;
- Para $L_x < L_{sf}$, a interação ao cisalhamento é parcial, ocorrendo colapso por cisalhamento longitudinal.

A resistência de cálculo ao momento fletor em cada seção transversal de uma laje mista bi-apoiada, M_{Rd} , fica representada no diagrama de interação parcial de cálculo. Em lajes sem ancoragem de extremidade, considera-se que a resistência da laje no apoio é somente a da fôrma metálica.

A curva de resistência, M_{Rd} , deve ficar sempre acima ou tangenciar o diagrama de momento fletor para o carregamento aplicado, isto é, $M_{Sd} \leq M_{Rd}$, como mostra a FIG. 5.13. Diferentes modos de carregamento podem ser utilizados na verificação pelo diagrama, conforme também é mostrado na FIG. 5.13, para os casos de uma carga concentrada (P) e carga uniformemente distribuída (w) de uma laje mista simplesmente apoiada.

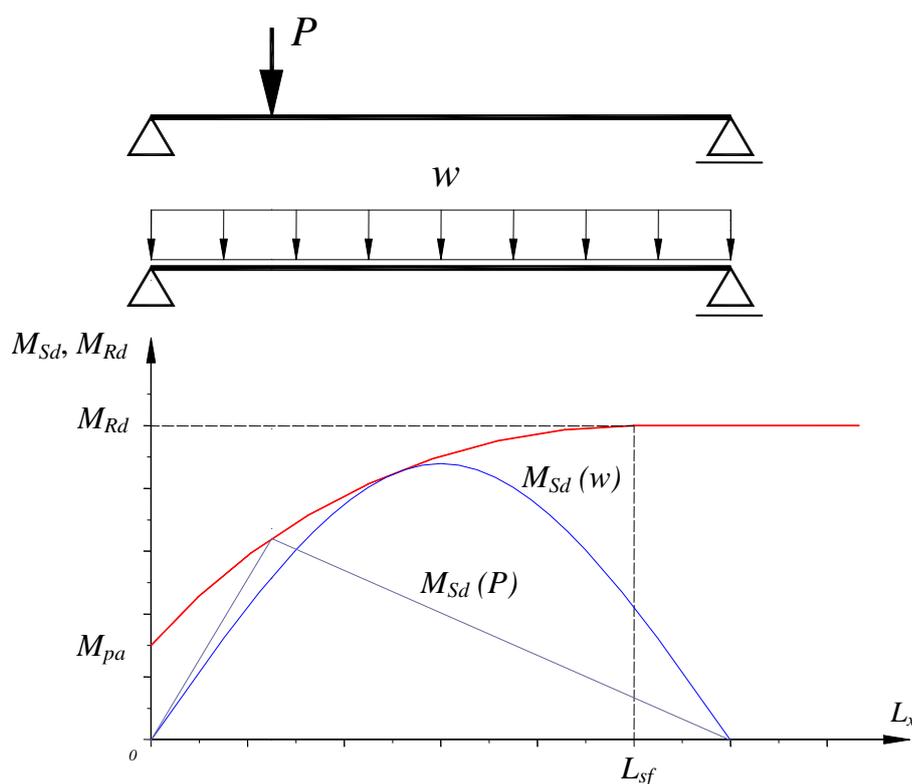


FIGURA 5.13 - Verificação da laje mista não ancorada – cisalhamento longitudinal

A seção transversal crítica é definida pelo ponto no qual a curva de M_{Sd} tangencia a curva de M_{Rd} . Se tal seção estiver posicionada a uma distância do apoio menor que L_{sf} , o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal, caso contrário, o colapso se dá por flexão.

6

INFLUÊNCIA DO ATRITO DA REGIÃO DOS APOIOS NA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO LONGITUDINAL

6.1 Considerações Iniciais

Em estudos já realizados, conforme VELJKOVIC' (1993), TENHOVUORI (1996), MELO (1999) e SOUZA NETO (2001), entre outros, observou-se que em modelos com vãos de cisalhamento relativamente curtos a influência do atrito nos apoios é relevante no cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal, e em vãos maiores este efeito fica reduzido. Desse modo, a metodologia utilizada pela EN 1994-1-1:2004 na apresentação do método da interação parcial, desconsiderando o efeito do atrito nos apoios, leva a resultados conservadores no cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal.

Observou-se também que os valores de τ_u obtidos dos valores de ensaio eram maiores para lajes com vãos de cisalhamento L_s curtos e menores em lajes com vãos L_s longos, isto ocorrendo porque lajes com pequenos valores de L_s têm maior reação de apoio do

que lajes com elevados valores de L_s e, conseqüentemente, apresentam maior resistência ao cisalhamento longitudinal devido ao atrito.

Dessa forma, essa metodologia da EN 1994-1-1:2004 leva a projetos adequados para lajes com grandes vãos, mas a projetos mais conservadores, portanto menos econômicos, para as lajes curtas, nas quais o efeito do atrito nos apoios sobre a resistência ao cisalhamento longitudinal não pode ser menosprezado.

A força de atrito, F_{at} , é causada pela reação vertical concentrada nos apoios e aparece na interface da fôrma com o concreto, como ilustra a FIG. 6.1, podendo ser considerada de acordo com BODE & MINAS (1996) e outros pesquisadores, proporcional à reação de apoio, V_{ut} :

$$F_{at} = \mu V_{ut} \quad (6.1)$$

onde μ é o coeficiente de atrito na interface fôrma metálica e concreto.

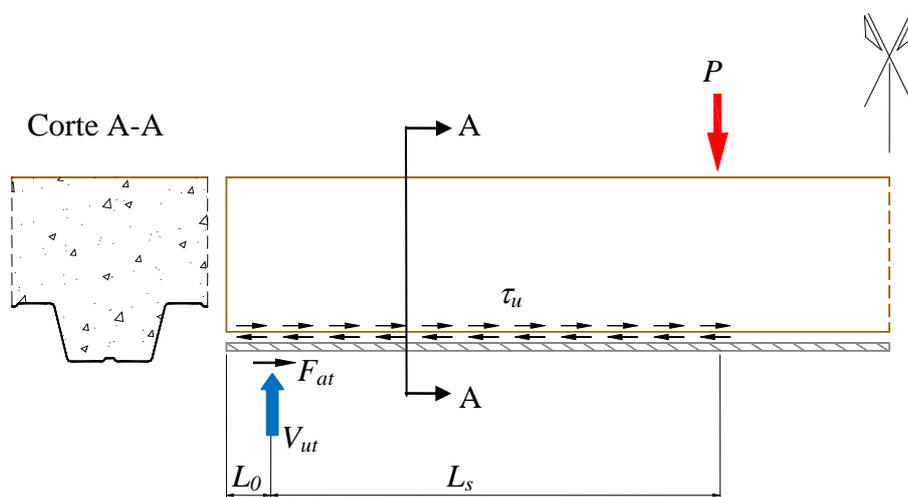


FIGURA 6.1 - Força de atrito na região do apoio na interface da laje mista

Para se levar em conta o efeito do atrito na resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas são adotados métodos de análise que utilizam ensaios em pequena escala, conforme DANIELS & CRISINEL (1993), VELJKOVIC' (1993), BODE & MINAS (1996) e RONDAL & MOUTAFIDOU (1996). Nestes ensaios o deslizamento relativo é

induzido em um pequeno elemento de laje mista que simula as condições que ocorrem em um apoio.

A FIG. 6.2 mostra um corpo de prova típico para ensaios da laje mista em pequena escala. Os ensaios em pequena escala fornecem as propriedades relativas ao cisalhamento longitudinal da fôrma através da curva carga horizontal x deslizamento relativo aço-concreto e permitem estimar o coeficiente de atrito.

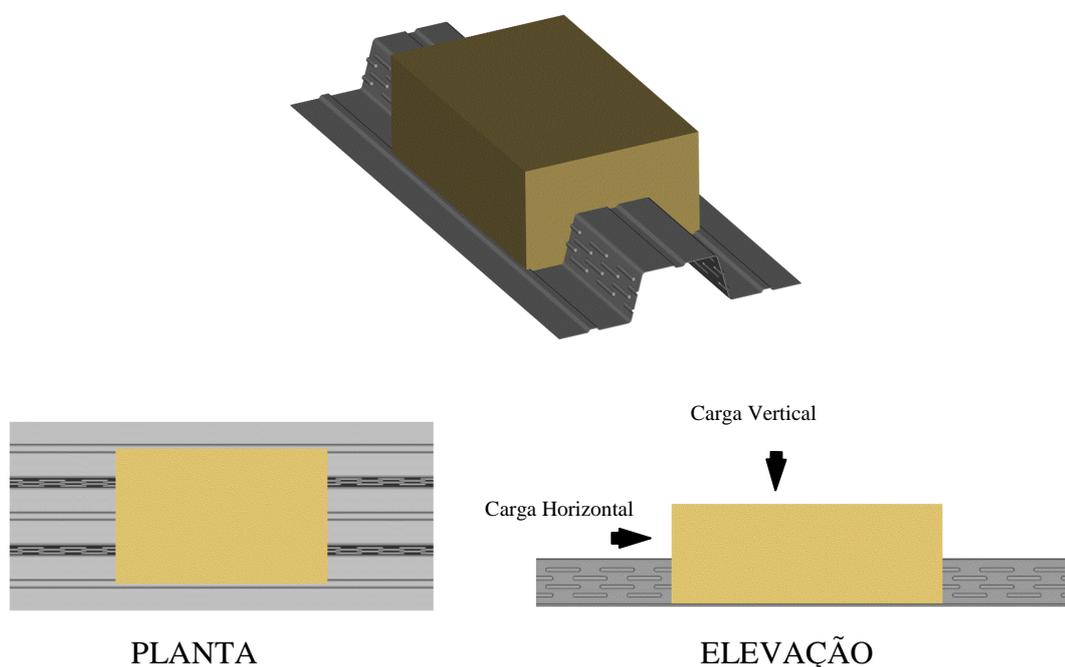


FIGURA 6.2 - Corpo de prova típico para ensaios da laje mista em pequena escala

Neste tipo de ensaio, primeiramente determina-se a curva apenas com a aplicação da carga horizontal - *push test* - e posteriormente, faz-se outro ensaio aplicando-se as cargas horizontais e verticais - *friction test* - para determinação do coeficiente de atrito. Os resultados são muito úteis para o desenvolvimento de fôrmas metálicas para lajes mistas e são utilizados no estudo da laje mista como parâmetros na simulação numérica, pelo Método dos Elementos Finitos, por exemplo.

Segundo RONDAL & MOUTAFIDOU (1996), as resistências mecânica e de atrito advêm do mesmo fenômeno, diferindo apenas em escala: a resistência mecânica é

relacionada às variações geométricas macroscópicas (mossas) e a resistência por atrito está relacionada às variações microscópicas na geometria da superfície (rugosidade).

VELJKOVIC' (1993) relata que o atrito entre o concreto e a fôrma pode depender de vários fatores como o fator água-cimento do concreto, o tratamento da superfície da fôrma e outros que estão relacionados às propriedades dos materiais. Do ponto de vista estrutural, através da simulação numérica da laje mista, pequenas mudanças no valor do coeficiente de atrito não interferem na resistência da laje. No seu trabalho, VELJKOVIC' (1993) avaliou o coeficiente de atrito, μ , em 0,60.

6.2 Métodos de Cálculo para a consideração do Atrito

São abordados quatro métodos de cálculo de laje mista ao cisalhamento longitudinal considerando a força de atrito nos apoios. Os três primeiros foram propostos e apresentados em artigos por: PATRICK *apud* VELJKOVIC' (1996), VELJKOVIC' (1996) e CALIXTO & LAVALL *et al* (1998). O quarto método é proposto pela EN 1994-1-1:2004.

6.2.1 PATRICK

O método elaborado por PATRICK *apud* VELJKOVIC' (1996) foi proposto para ser incorporado à norma australiana. De acordo com VELJKOVIC' (1996), o método se baseia na tensão média de cisalhamento longitudinal e no atrito nos apoios. A resistência ao cisalhamento longitudinal, τ_u , e o coeficiente de atrito, μ , são avaliados a partir dos ensaios da laje mista em pequena escala. Obtém-se τ_u da curva tensão de cisalhamento x deslizamento horizontal relativo. Seu valor é definido por certa quantidade de deslizamento horizontal, de 2 mm a 3 mm, como mostra a FIG. 6.3.

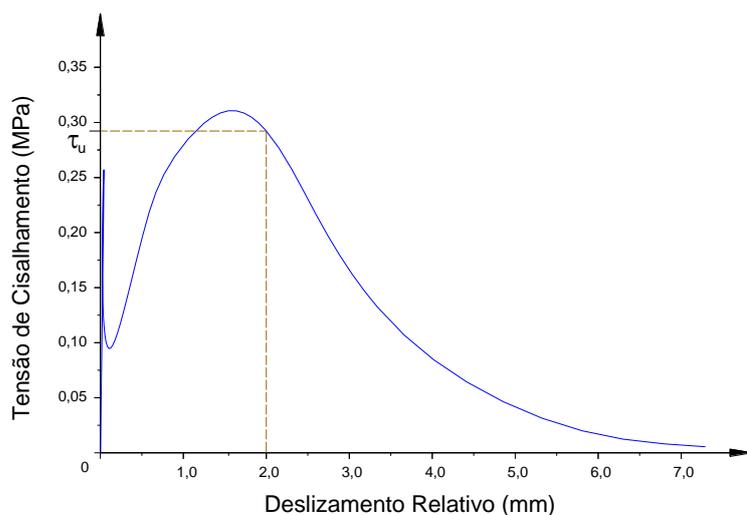


FIGURA 6.3 - Curva tensão de cisalhamento x deslizamento horizontal relativo

O modelo mecânico para o cálculo considerando duas cargas lineares é mostrado na FIG. 6.4. O diagrama de corpo livre proposto por Patrick ilustra o estado limite último da laje mista com interação parcial.

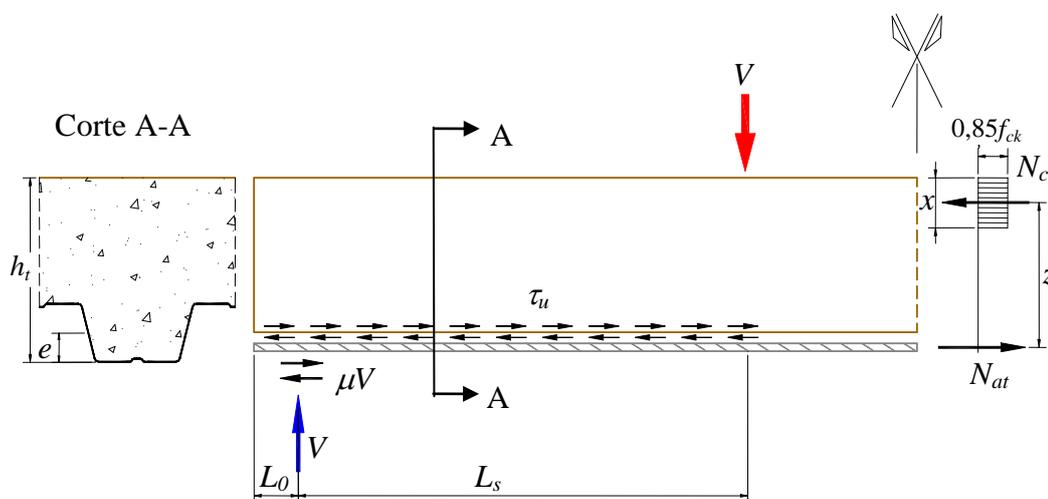


FIGURA 6.4 - Diagrama de corpo livre para duas cargas lineares

A fôrma é considerada como uma armadura externa e é assumida uma distribuição uniforme das tensões normais na região comprimida da seção transversal da laje mista. Neste caso as expressões oriundas do equilíbrio são:

$$N_{at} = \tau_u b(L_s + L_o) + \mu V \quad (6.2)$$

$$x = \frac{N_{at}}{0,85f_{ck} b} \quad (6.3)$$

$$z = h_t - \frac{x}{2} - e \quad (6.4)$$

$$M = N_{at} z \quad (6.5)$$

O modelo mecânico apresentado é aplicável principalmente às fôrmas baixas e segundo VELJKOVIC' (1996), existe uma deficiência do método devido à hipótese de distribuição uniforme de tensão longitudinal quando ocorre certo nível de deslizamento e o método só é válido para lajes dúcteis.

6.2.2 VELJKOVIC'

O método apresentado por VELJKOVIC' (1996) é válido para as lajes dúcteis e não dúcteis, considera os vários tipos de carregamento de uma maneira adequada e foi desenvolvido para fôrmas baixas com resistência à flexão desprezível.

O método tem o mesmo modelo mecânico apresentado por Patrick, conforme a FIG. 6.5, e depende de três tipos de ensaios em pequena escala e da análise não-linear que, neste caso, foi realizada através do Método dos Elementos Finitos.

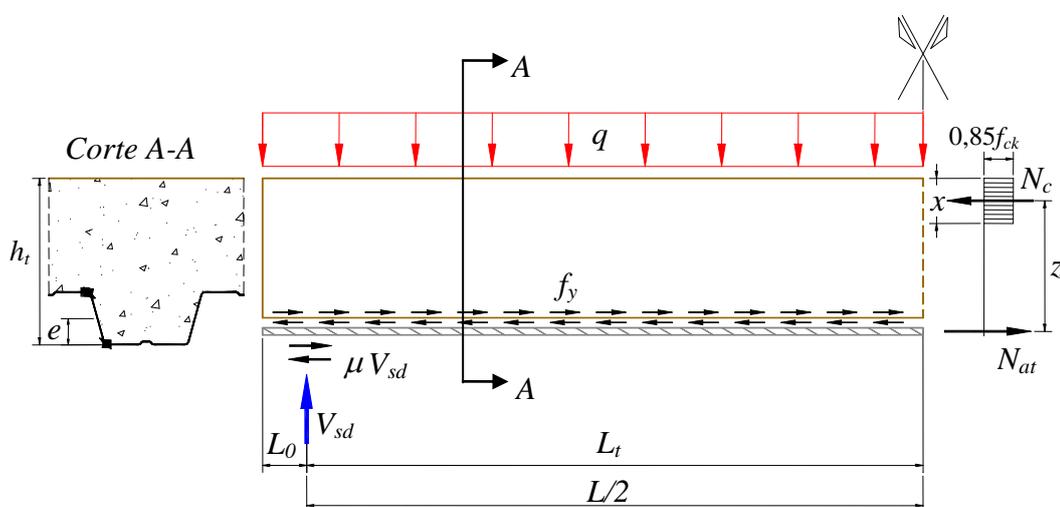


FIGURA 6.5 - Diagrama de corpo livre para carga distribuída

Através do *push test* e do *friction test*, conforme apresentado no item 6.1, avalia-se a resistência da ligação mecânica e do atrito, respectivamente. Um novo ensaio é adotado - o *tension-push test* - para analisar a redução da resistência da ligação mecânica devida às altas deformações na fôrma como mostra a FIG. 6.6.



FIGURA 6.6 - Ensaio em pequena escala da laje mista com tração na fôrma - *tension-push test*

Através da análise por Elementos Finitos são examinados: a fissuração do concreto, a distribuição não uniforme das tensões de cisalhamento longitudinal e das tensões normais na seção transversal da laje mista. Coeficientes de correção são empregados na formulação para transformar os resultados dos cálculos por Elementos Finitos em um modelo de cálculo simples.

A resistência à flexão da laje mista fica sendo:

$$M_{Rd} = c_d \mu V_{Sd} z + c_d c_m f_v L_x z \frac{\varepsilon_n}{\gamma_v} \quad (6.6)$$

sendo c_d é o coeficiente de correção relacionado à diferença entre a distribuição real de tensões normais na seção transversal da laje mista e a adotada no modelo mecânico; μ é o coeficiente de atrito; V_{Sd} é a reação de apoio de cálculo da carga atuante; z é o braço de alavanca; c_m é o coeficiente de correção relativo à não uniformidade das tensões de cisalhamento longitudinal entre o aço e o concreto e corrige a hipótese de distribuição uniforme usada no modelo; f_v é a tensão última de cisalhamento longitudinal dos ensaios em pequena escala; L_x é a distância do apoio até a seção desejada do vão da laje mista; ε_n é o coeficiente de veracidade que considera a discrepância sistemática dos resultados dos ensaios e das análises por Elementos Finitos e γ_v é o coeficiente de resistência do cisalhamento longitudinal.

Os coeficientes dependem do parâmetro de esbeltez da laje mista, λ , definida como:

$$\lambda = \frac{L_t}{h_t} \quad (6.7)$$

onde o comprimento de transferência - L_t , que é definido como a distância da extremidade da laje até o ponto de momento máximo, é introduzido para indicar a região da laje mista mobilizada para a transferência do cisalhamento longitudinal.

O diagrama de interação parcial de cálculo ao cisalhamento longitudinal é mostrado na FIG. 6.7.

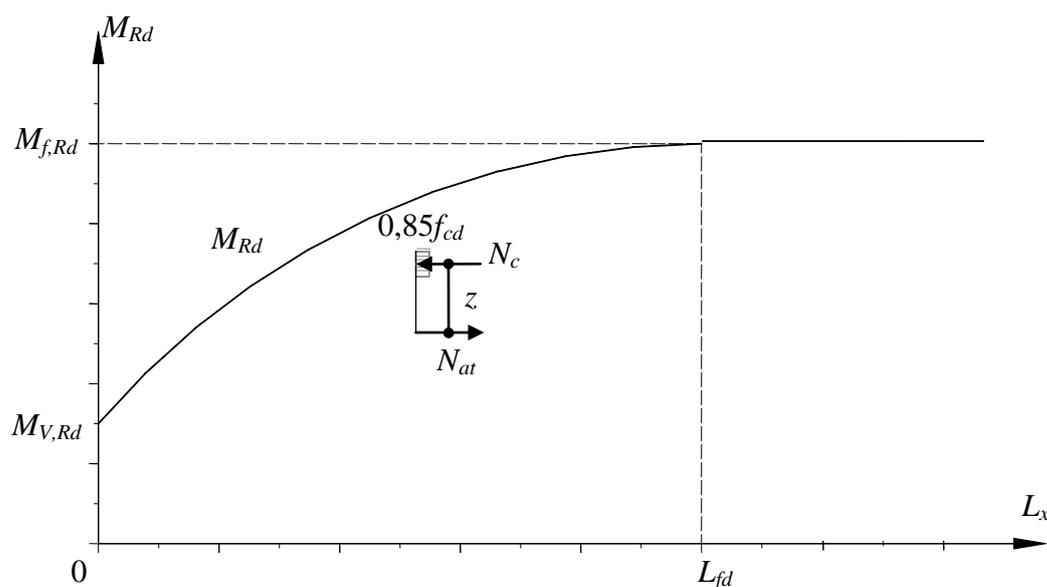


FIGURA 6.7 - Diagrama de interação parcial de cálculo

sendo,

$$M_{v,Rd} = c_d \mu V_{sd} z \quad (6.8)$$

$$M_{f,Rd} = \left(\frac{A_p f_y}{\gamma_{ap}} \right) z \quad (6.9)$$

O L_{fd} é o comprimento da laje necessário para haver escoamento total à tração da fôrma metálica, determinado ao se igualar as Eq. (6.6) e Eq. (6.9).

6.2.3 CALIXTO & LAVALL (1998)

Através dos ensaios feitos por MELO (1999), CALIXTO & LAVALL *et al.* (1998) propuseram uma melhoria no método da interação parcial da EN 1994-1-1:1993 ao supor que o valor de τ_u calculado conforme esta norma possui um valor mínimo sem a influência do atrito.

A ideia fundamental do método é que os efeitos da influência do atrito no apoio e da resistência das mossas na resistência ao cisalhamento longitudinal sejam considerados separadamente. Do método da interação parcial, sabe-se que:

$$\tau_u = \frac{N_c}{b(L_s + L_o)} \quad (6.10)$$

Admitindo-se que o esforço N_c seja devido às contribuições do atrito no apoio, F_{at} , e das mossas, F_M , tem-se:

$$\tau_u = \frac{F_{at} + F_M}{b(L_s + L_o)} = \frac{F_{at}}{b(L_s + L_o)} + \frac{F_M}{b(L_s + L_o)} \quad (6.11)$$

sendo,

$$F_{at} = \mu V \quad (6.12)$$

$$F_M = \tau_M b(L_s + L_o) \quad (6.13)$$

onde μ é o coeficiente de atrito; V é a reação de apoio; τ_M é a resistência última ao cisalhamento fornecida pelas mossas.

A Eq. 6.11 torna-se:

$$\tau_u = \mu \frac{V}{b(L_s + L_o)} + \frac{\tau_M b(L_s + L_o)}{b(L_s + L_o)} = \mu \frac{V}{b(L_s + L_o)} + \tau_M \quad (6.14)$$

Os efeitos do atrito, μ , e das mossas, τ_M , são avaliados, de forma aproximada, por meio da regressão multilinear de todos os valores de τ_u das lajes mistas sem ancoragem de extremidade, calculados segundo a EN 1994-1-1:1993, conforme mostra a FIG. 6.8.

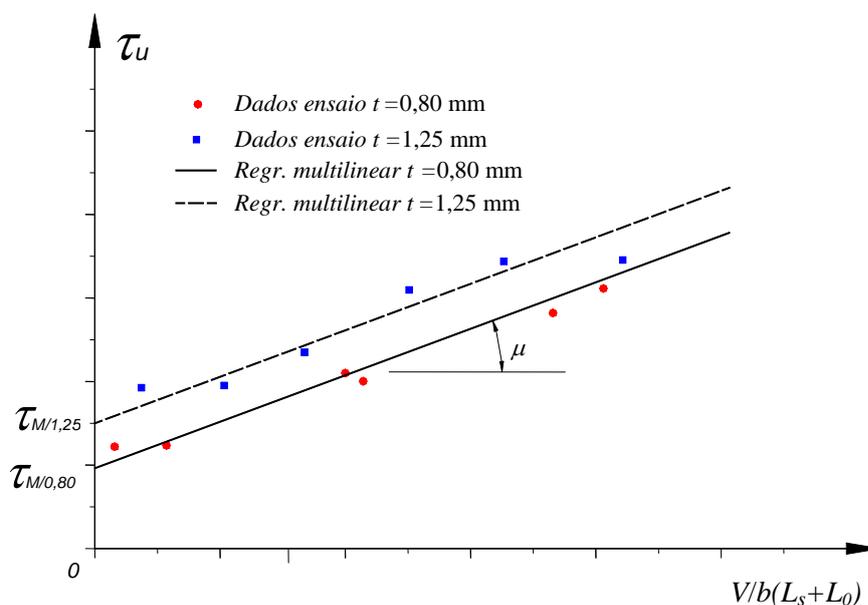


FIGURA 6.8 - Análise de regressão multilinear para determinação de τ_M e μ

Na FIG. 6.8 os eixos das abscissas e das ordenadas são $\frac{V}{b(L_s + L_o)}$ e τ_u , respectivamente. As resistências mecânicas dispostas somente pelas mossas, $\tau_{M/0,80}$ para a fôrma com $t=0,80$ mm e $\tau_{M/1,25}$ para $t=1,25$ mm, são dadas pela interseção das retas com o eixo das ordenadas. O coeficiente de atrito, μ , corresponde à inclinação das retas da regressão multilinear.

Neste método, o coeficiente μ é determinado supondo que a força de atrito no apoio, F_{at} , é distribuída em toda a área do vão de cisalhamento, $b(L_s + L_o)$, e não apenas na área real de contato do apoio. Desse modo, como essa hipótese pode distorcer os valores reais de μ , este será denominado de *coeficiente de atrito aparente*, μ_{ap} . A Eq. 6.14 é, então, dada por:

$$\tau_u = \mu_{ap} \frac{V}{b(L_s + L_o)} + \tau_M \quad (6.15)$$

A verificação das lajes mistas por este método, denominado Método do Atrito Aparente, segue os mesmos critérios da EN 1994-1-1:1993. Na determinação do diagrama de interação parcial, o valor da força de compressão transferida para o concreto, N_c , é calculado com as contribuições separadas das mossas e do atrito nos apoios, respectivamente, conforme a Eq. 6.16 a seguir, onde V é a reação de apoio nominal da laje mista.

$$N_c = \tau_M b L_x + \mu_{ap} V \quad (6.16)$$

6.2.4 EN 1994-1-1:2004

A EN 1994-1-1:2004 apresenta, no método da interação parcial, outra maneira de se calcular o valor de τ_u , o qual é determinado sem a parcela do atrito, conforme a Eq.6.17, utilizando-se os mesmos procedimentos de ensaios em escala real dos modelos das lajes mistas.

$$\tau_u = \frac{\eta N_{cf} - \mu V_{ut}}{b(L_s + L_o)} \quad (6.17)$$

onde μ é o coeficiente de atrito; η é o grau de interação do modelo.

O valor de cálculo da força N_c considerando-se a influência do atrito da região dos apoios é:

$$N_c = \tau_{u,Rd} b L_x + \mu V_{l,Rd} \quad (6.18)$$

O valor do coeficiente de atrito μ , recomendado pela EN 1994-1-1:2004, é igual a 0,50.

6.3 Determinação da Resistência ao Cisalhamento Longitudinal considerando a Influência do Atrito da Região dos Apoios

Para se determinar a resistência ao cisalhamento longitudinal em lajes mistas considerando a influência do atrito da região dos apoios, a EN 1994-1-1:2004 utiliza novamente o MIP seguindo, praticamente, os mesmo procedimentos dos apresentados no item 5.3.3 deste trabalho.

Com base nos resultados de ensaios dos materiais e dos modelos das lajes mistas determina-se o grau de interação parcial ao cisalhamento, η , para cada modelo de laje mista com comportamento dúctil, dado pela Eq. (5.22):

$$\eta = \frac{N_c}{N_{cf}}$$

Para se determinar o grau de interação parcial ao cisalhamento, deve ser traçado o diagrama de interação parcial de cada modelo ensaiado, que relaciona a resistência nominal ao momento fletor, dada pela relação M_{Rp}/M_R com o grau de interação η , conforme ilustra a FIG. 6.9.

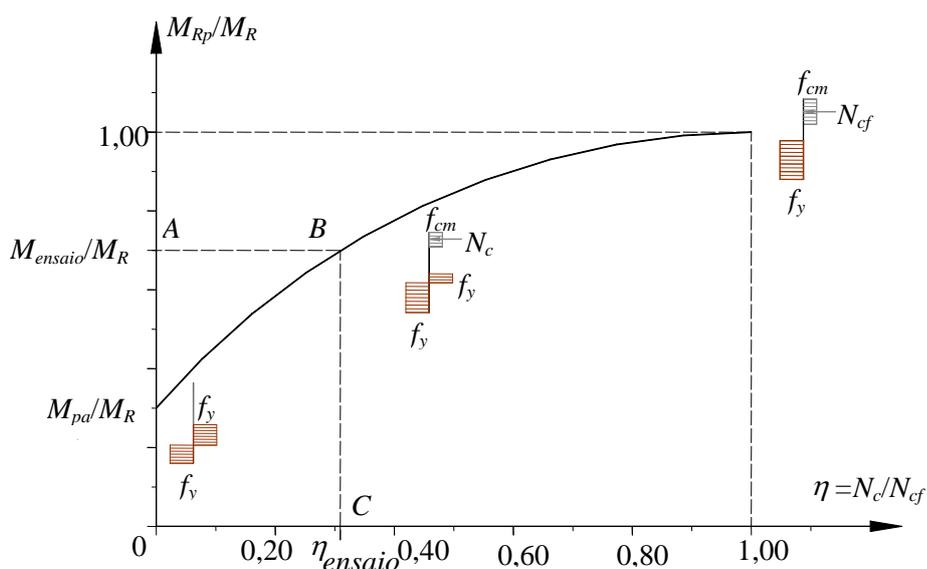


FIGURA 6.9 - Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação

O diagrama de interação parcial é traçado com o auxílio das Eq. 5.18 a 5.21, utilizando-se as dimensões e resistências do concreto e do aço da fôrma medidas nos ensaios realizados. O momento fletor último de ensaio, M_{ensaio} , calculado pela Eq.2.3, é dividido pelo momento fletor resistente nominal da laje, M_R , que considera a interação total, e é calculada pela Eq. 5.11. Seguindo o caminho $A \Rightarrow B \Rightarrow C$ do diagrama de interação parcial, o grau de interação ao cisalhamento longitudinal de um modelo específico, η_{ensaio} , é determinado.

O grau de interação parcial também pode ser determinado analiticamente utilizando-se a formulação detalhada no Anexo B.

Após a determinação do valor de η_{ensaio} , a resistência última ao cisalhamento longitudinal, τ_u , para cada modelo ensaiado, considerando a influência do atrito é dada pela Eq. (6.19):

$$\tau_u = \frac{\eta_{ensaio} N_{cf} - \mu V_{ut}}{b (L_s + L_o)} \quad (6.19)$$

Conforme a EN 1994-1-1:2004 a resistência característica ao cisalhamento, $\tau_{u,Rk}$, deve ser calculada utilizando-se os valores dos ensaios, através de um modelo estatístico apropriado, dado pela Distribuição de Student ($t_{0,95} = 2,015$), segundo a Eq. (5.27).

$$\tau_{u,Rk} = \tau_{u,m} - t s$$

Na TAB.6.1 são mostrados os graus de interação de cada modelo ensaiado, obtidos com o auxílio das equações do Anexo B; as forças de compressão no concreto N_c , dadas pela Eq. (5.23), onde os valores de N_{cf} foram calculados através da Eq. (5.9); o coeficiente de atrito $\mu = 0,50$, adotado pela EN 1994-1-1:2004; as reações de apoio obtidas nos ensaios, V_{ut} . A resistência última ao cisalhamento longitudinal, τ_u , para cada modelo ensaiado, é dada pela Eq. (6.19). Utilizando-se $t_{0,95} = 2,015$ na Distribuição de Student e os desvios padrão, s , determinou-se a resistência característica $\tau_{u,Rk}$ conforme Eq. (5.27).

TABELA 6.1 – Determinação da resistência característica $\tau_{u,Rk}$ considerando a influência do atrito

Modelos	η_{ensaio}	N_c (N)	μ	V_{ut} (N)	τ_u (MPa)	$\tau_{u,m}$ (MPa)	Desvio Padrões	$\tau_{u,Rk}$ (MPa)
01A	0,592	183.474	0,50	20.109	0,2383	0,2407	0,0177	0,2050
01B	0,619	191.904		20.873	0,2503			
01C	0,604	187.237		20.385	0,2430			
02A	0,357	110.716		33.405	0,2179			
02B	0,344	106.713		32.959	0,2100			
02C	0,396	122.687		36.534	0,2434			
03A	0,528	224.689		23.864	0,2910	0,2696	0,0214	0,2265
03B	0,488	207.877		23.975	0,2677			
03C	0,456	194.042		22.399	0,2507			
04A	0,298	126.809		39.066	0,2485			
04B	0,322	137.110		40.511	0,2715			
04C	0,355	151.122		43.586	0,3015			

A resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$, é dada pela Eq. (5.28):

$$\tau_{u,Rd} = \frac{\tau_{u,Rk}}{\gamma_{sl}}$$

O coeficiente de ponderação da resistência, γ_{sl} , leva em conta as variações adversas na resistência dos materiais e na mão de obra, bem como as aproximações inerentes à própria formulação em relação ao comportamento real. Além disso, a EN 1994-1-1:2004 recomenda que o valor de cálculo obtido com esse coeficiente para as cargas de serviço não ultrapasse a carga de deslizamento de extremidade inicial, obtida nos ensaios, dividida por 1,2. **O valor de γ_{sl} determinado para este sistema, considerando o efeito do atrito, foi igual a 1,60.**

A TAB. 6.2 apresenta, via MIP, os resultados da análise comparativa, considerando a influência do atrito da região dos apoios, entre a carga de deslizamento de extremidade

inicial medida nos ensaios, (V_{des}), e a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal para as cargas de serviço (V_s) utilizando-se $\gamma_{sl} = 1,60$. Note-se que, em todos os casos, os valores resultaram maiores ou iguais a 1,2.

TABELA 6.2 - Resultados da análise comparativa em serviço considerando o atrito

Modelo	$\tau_{u,Rk}$ (N/mm ²)	V_{des} (N)	V_s (N)	V_{des}/V_s
01A	0,2050	12.124	8.180	1,5
01B		12.133	8.234	1,5
01C		12.400	8.191	1,5
02A		26.795	14.387	1,9
02B		22.054	14.507	1,5
02C		19.019	14.729	1,3
03A	0,2265	14.299	9.137	1,6
03B		14.961	9.642	1,6
03C		14.464	9.394	1,5
04A		20.874	16.503	1,3
04B		19.959	16.229	1,2
04C		19.237	16.382	1,2

Finalmente, a TAB.6.3 apresenta os valores da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$ conforme Eq. (5.28), para as duas espessuras do *Deck-60* considerando a influência do atrito da região dos apoios.

TABELA 6.3 – Resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $\tau_{u,Rd}$ considerando o atrito

t (mm)	$\tau_{u,Rk}$ (MPa)	γ_{sl}	$\tau_{u,Rd}$ (MPa)
0,80	0,2050	1,60	0,1281
0,95	0,2265		0,1416

6.4 Verificação da Resistência ao Cisalhamento Longitudinal considerando o Atrito

Com a determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal de cálculo, $\tau_{u,Rd}$, para cada espessura de fôrma, e da reação de apoio de cálculo, $V_{l,Rd}$, pode-se proceder à verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal da laje mista. A força transferida para o concreto, N_c , em qualquer seção a uma distância L_x a partir da extremidade pode ser determinada através da Eq. 6.18.

$$N_c = \tau_{u,Rd} b L_x + \mu V_{l,Rd}$$

Tomando-se o valor da força N_c , levando-o nas equações do MIP (Eq. 5.18 a 5.21) e utilizando valores de cálculo, determina-se o diagrama de interação parcial de cálculo, $M_{Rd} \times L_x$, ilustrado na FIG. 6.10, usado para o dimensionamento, onde M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo à flexão da laje mista.

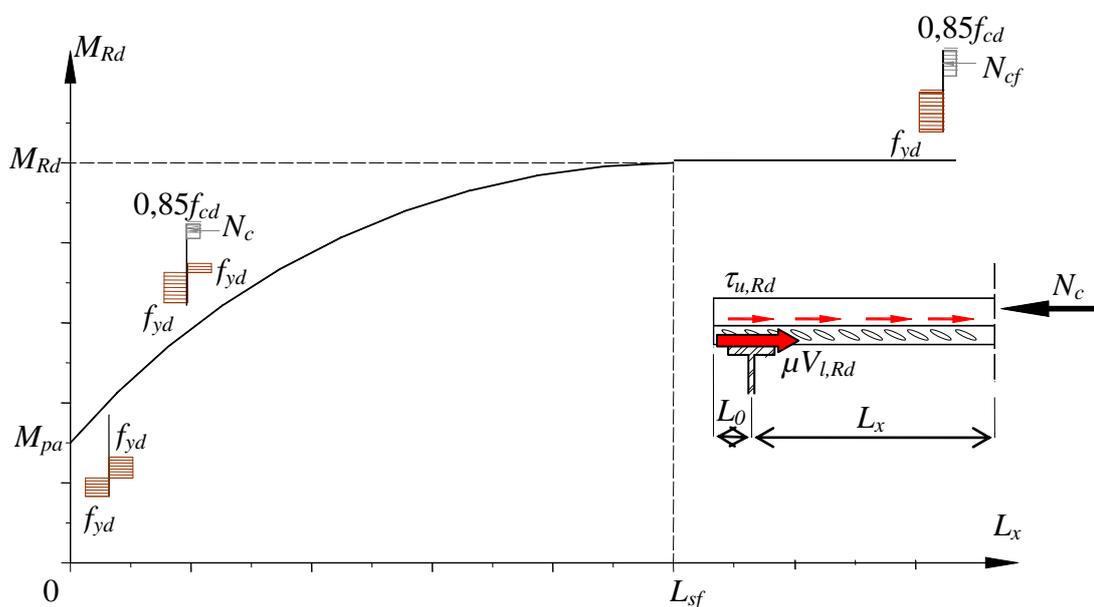


FIGURA 6.10 - Diagrama de interação parcial de cálculo

Como mostrado no gráfico, o comprimento mínimo, L_{sf} , para haver interação total entre o aço e o concreto, considerando a influência do atrito, é dado por:

$$L_{sf} = \frac{N_{cf} - \mu V_{l,Rd}}{b \tau_{u,Rd}} \quad (6.20)$$

Dessa forma, podem ocorrer as seguintes situações: para $L_x \geq L_{sf}$, a interação ao cisalhamento é total, ocorrendo colapso por flexão; para $L_x < L_{sf}$, a interação ao cisalhamento é parcial, ocorrendo colapso por cisalhamento longitudinal.

A curva de resistência, M_{Rd} , deve ficar sempre acima ou tangenciar o diagrama de momento fletor para o carregamento aplicado, isto é, $M_{Sd} \leq M_{Rd}$, como mostra a FIG. 6.11.

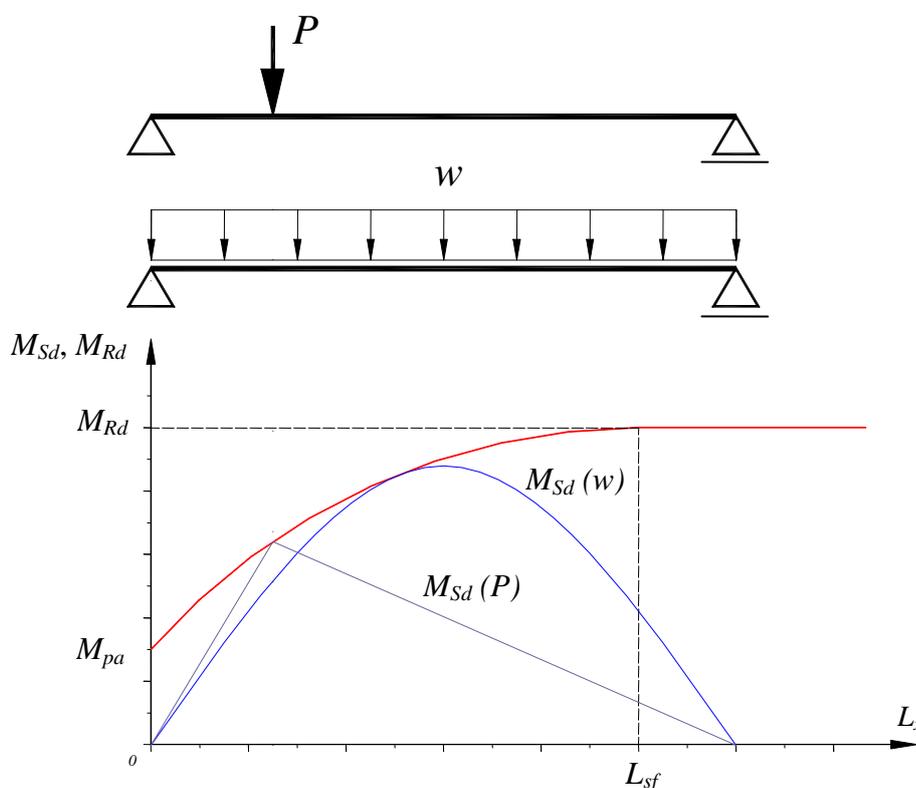


FIGURA 6.11 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal considerando o atrito

Neste capítulo, são apresentados os cálculos para determinação e verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal considerando a influência do atrito, segundo a EN 1994-1-1:2004. Comparações dos cálculos utilizando os procedimentos apresentados no CAP. 5 e considerando o atrito serão feitas para demonstrar a importância do atrito da região dos apoios.

6.5 Análises e Comparações

A TAB.6.4 e as FIG. 6.12 são apresentadas com o objetivo de se comparar os resultados dos métodos de cálculo apresentados neste trabalho, na verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal de lajes mistas, a saber: o método semi-empírico “*m-k*” e o método da Interação Parcial. No caso do MIP os resultados são calculados considerando-se a influência do atrito da região dos apoios e desconsiderando-se esta influência.

Na TAB. 6.4 são mostrados os valores das resistências à força cortante obtidos nos ensaios, V_{ut} , e os respectivos valores calculados das resistências nominais à força cortante, $V_{l,R}$, segundo os diversos métodos apresentados.

TABELA 6.4 – Correlação entre os resultados dos ensaios pelos métodos “*m-k*” e MIP

Modelos	V_{ut} (ensaio) (N)	$V_{l,R}$ (m-k) (N)	$V_{l,R}$ (MIP sem atrito) (N)	$V_{l,R}$ (MIP com atrito) (N)	$\frac{V_{l,R}}{V_{ut}}$ (<i>m-k</i>)	$\frac{V_{l,R}}{V_{ut}}$ (MIP sem atrito)	$\frac{V_{l,R}}{V_{ut}}$ (MIP com atrito)
01A	20.109	18.500	18.834	18.322	0,92	0,94	0,91
01B	20.873	18.578	18.927	18.444	0,89	0,91	0,88
01C	20.385	18.518	18.850	18.347	0,91	0,93	0,90
02A	33.405	29.764	30.823	32.227	0,89	0,92	0,97
02B	32.959	30.144	31.106	32.496	0,92	0,94	0,99
02C	36.534	30.232	31.207	32.993	0,83	0,85	0,90
03A	23.864	18.264	20.299	20.467	0,77	0,85	0,86
03B	23.975	19.422	21.413	21.598	0,81	0,89	0,90
03C	22.399	18.919	20.921	21.042	0,85	0,93	0,94
04A	39.066	32.792	33.891	36.967	0,84	0,87	0,95
04B	40.511	31.955	33.203	36.354	0,79	0,82	0,90
04C	43.586	31.966	33.202	36.696	0,73	0,76	0,84

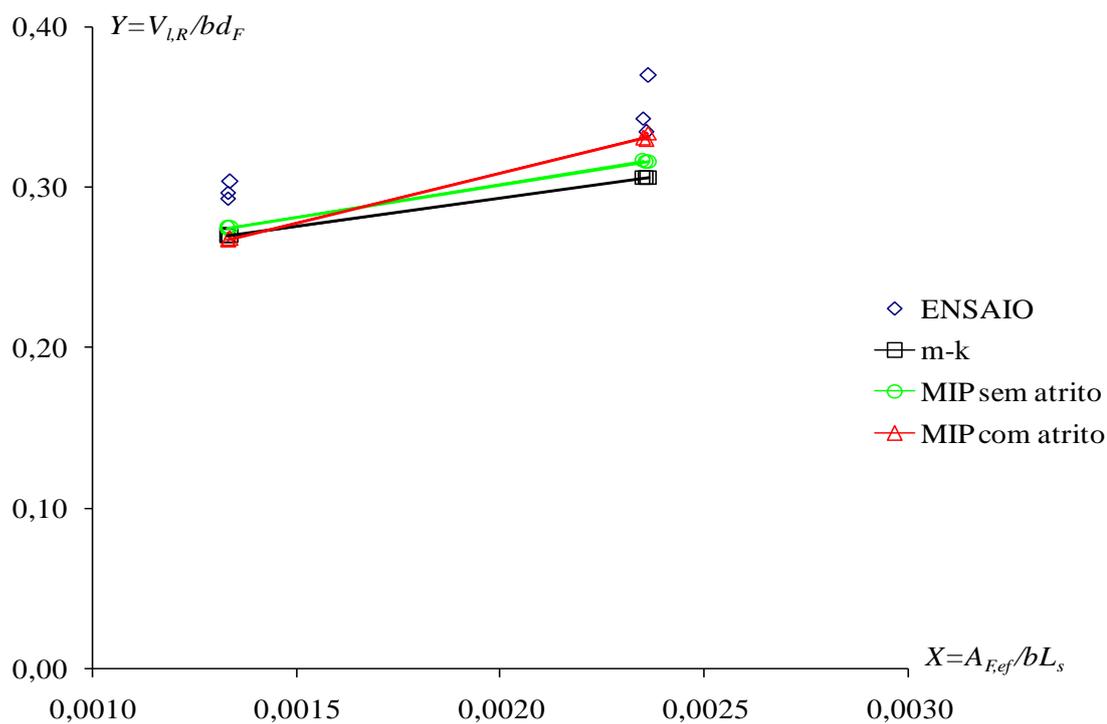
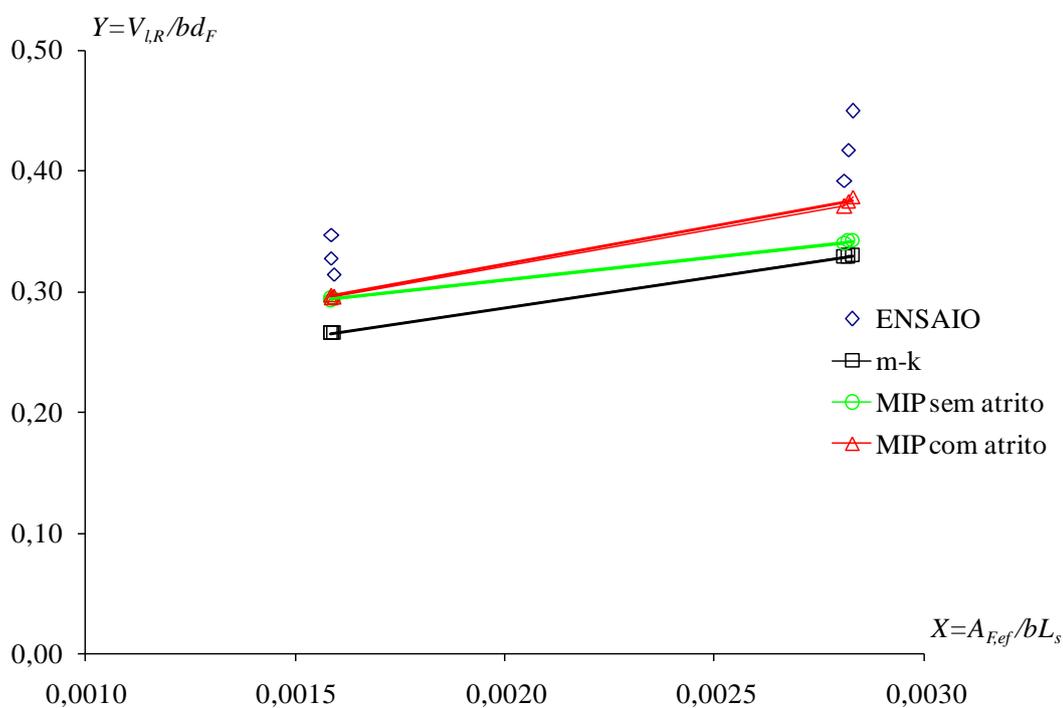
(a) Modelos dos grupos 01 e 02 ($t = 0,80$ mm)(b) Modelos dos grupos 03 e 04 ($t = 0,95$ mm)

FIGURA 6.12 Resistência nominal ao cisalhamento longitudinal dos ensaios e os dos métodos "m-k" e MIP

Nas FIG. 6.12 (a) e (b) são apresentados os resultados das resistências nominais ao cisalhamento longitudinal obtidos nos ensaios, bem como as retas características dessas resistências obtidas dos valores calculados pelos métodos “*m-k*” e MIP.

Analisando-se os resultados da TAB. 6.4 e os gráficos da FIG. 6.12 (a) para espessura de 0,80 mm, observa-se uma excelente correlação entre as resistências determinadas por todos os métodos com os resultados dos ensaios. Nesse caso, para os vãos de cisalhamento, L_s , maiores, os resultados obtidos pelos diversos métodos são bastante próximos, permitindo concluir que, nessas situações, a influência do atrito da região dos apoios é pequena. Para vãos de cisalhamento menores, observa-se que os resultados da formulação do MIP, que considera explicitamente a influência do atrito, apresentam uma melhor aproximação com os resultados dos ensaios, podendo-se concluir que a influência do atrito, no caso de vãos menores, é significativa para a determinação da resistência longitudinal das lajes mistas.

Na FIG. 6.12 (b) para espessura de 0,95 mm, observa-se também uma boa correlação entre as resistências determinadas por todos os métodos com os resultados dos ensaios. Nesse caso, para os vãos de cisalhamento, L_s , maiores, os resultados obtidos pelo MIP são bastante próximos, podendo-se concluir novamente que, a influência do atrito é pequena para grandes vãos de cisalhamento. Para vãos de cisalhamento menores, os resultados da formulação do MIP, que considera explicitamente a influência do atrito, apresentam uma melhor aproximação com os resultados dos ensaios, concluindo-se que a influência do atrito, no caso de vãos menores, é significativa para a determinação da resistência longitudinal das lajes mistas.

7

EXEMPLOS

7.1 Considerações Iniciais

Visando avaliar e comparar os vários procedimentos apresentados, considere-se uma laje mista de aço e concreto, simplesmente apoiada, de largura unitária, $b = 1,00$ m, que utiliza a fôrma metálica *Deck-60*. Pede-se determinar a carga máxima que pode ser aplicada nessa laje considerando a resistência ao cisalhamento longitudinal, através do método “ $m-k$ ” e do MIP, neste caso, desconsiderando e considerando a influência do atrito da região dos apoios, e o deslocamento vertical máximo. São verificados três casos distintos de carregamentos:

1. Carga uniformemente distribuída;
2. Duas cargas concentradas aplicadas em linha, equidistantes dos apoios;
3. Uma carga concentrada aplicada no meio do vão.

Os coeficientes de ponderação das ações estão de acordo com a ABNT NBR 8800:2008 e ABNT NBR 6118:2003. Os dados necessários para a resolução do exemplo são apresentados a seguir referindo-se à FIG. 7.1.

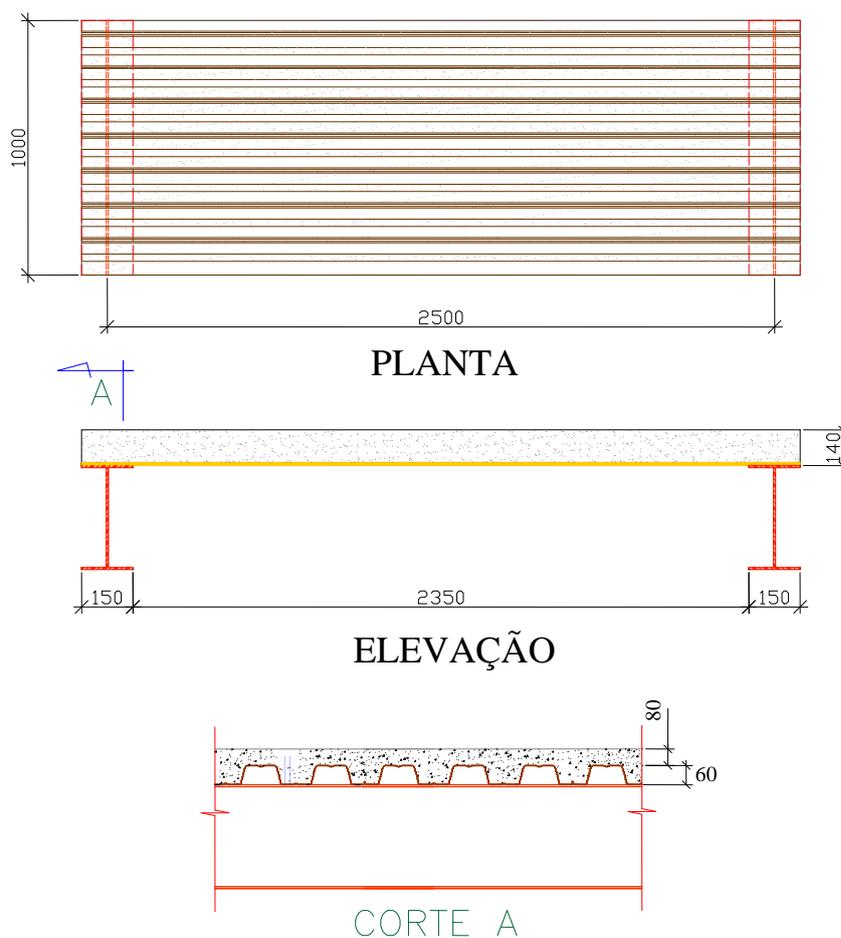


FIGURA 7.1 – Desenho esquemático para a laje mista utilizando-se o Deck-60

Dados:

A) *Fôrma Metálica Deck-60:*

$$t = 0,80 \text{ mm}; \quad A_{F,ef} = 1.060,47 \text{ mm}^2/\text{m}; \quad h_F = 60 \text{ mm}; \quad e = e_p = 30 \text{ mm};$$

$$f_y = 280 \text{ N/mm}^2; \quad E_a = 200.000 \text{ N/mm}^2; \quad m = 35,172 \text{ N/mm}^2; \quad k = 0,2233 \text{ N/mm}^2;$$

$$\tau_{u,Rd} = 0,1574 \text{ N/mm}^2 \text{ (sem atrito)}; \quad \tau_{u,Rd} = 0,1281 \text{ N/mm}^2 \text{ (com atrito)}.$$

onde t é a espessura nominal da fôrma de aço; $A_{F,ef}$ é a área efetiva da fôrma; h_F é a altura da fôrma; e é a distância do centro de gravidade da área efetiva da fôrma metálica à face externa da mesa inferior; e_p é a distância da linha neutra plástica da fôrma

metálica à face externa da mesa inferior; f_y é a resistência ao escoamento do aço da fôrma; E_a é o módulo de elasticidade do aço; m e k são os parâmetros do método; $\tau_{u,Rd}$ é a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal da laje mista.

B) Laje mista:

$$h_t = 140 \text{ mm}; \quad d_F = 110 \text{ mm}; \quad b = 1.000 \text{ mm}; \quad L = 2.500 \text{ mm};$$

$$pp_{laje} = 0,00276 \text{ N/mm}^2; \quad f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2; \quad E_c = 21.287 \text{ N/mm}^2; \quad \gamma_f = 1,40;$$

$$\mu = 0,50.$$

onde h_t é a altura total da laje mista; d_F é a altura efetiva da laje mista; b é a largura unitária da laje; L é o vão total da laje; pp_{laje} é o peso próprio da laje mista; f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto; E_c é o módulo de elasticidade do concreto; γ_f é o coeficientes de ponderação das ações; μ é o coeficiente de atrito.

7.2 Carga Uniformemente Distribuída

A FIG. 7.2 mostra, esquematicamente, o carregamento uniformemente distribuído aplicado na laje mista simplesmente apoiada, onde w_{sp} é a carga sobreposta a ser determinada.

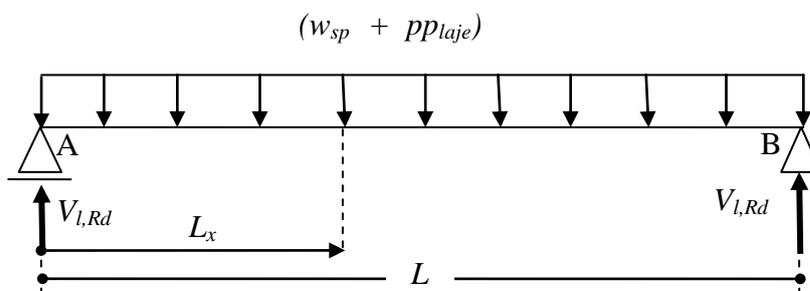


FIGURA 7.2 – Exemplo com carga uniformemente distribuída

7.2.1 Verificação da Laje Mista quanto ao Cisalhamento Longitudinal

a) Método “m-k’

A resistência ao cisalhamento longitudinal pelo método *m-k* é obtida com auxílio da Eq. (5.4), mostrada a seguir:

$$V_{l,Rd} = \frac{b d_F}{\gamma_{sl}} \left(m \frac{A_{F,ef}}{b L_s} + k \right)$$

sendo $V_{l,Rd}$ é a força cortante resistente de cálculo; γ_{sl} é o coeficiente de ponderação da resistência igual a 1,40; L_s é o vão de cisalhamento, que para carga uniformemente distribuída vale $L_s = L/4$.

Logo, aplicando-se os coeficientes de ponderação das ações, γ_f , adequados para os materiais empregados e igualando-se a reação de apoio da FIG. 7.2 com $V_{l,Rd}$ da Eq. (5.4), tem-se:

$$\frac{[(\gamma_f p p_{laje}) + (\gamma_f w_{sp})]L}{2} = \frac{b d_F}{\gamma_{sl}} \left(m \frac{4 A_{F,ef}}{bL} + k \right)$$

$$\frac{(1,4 \times 0,00276 \times 1.000 + 1,4 \times w_{sp})2.500}{2} = \frac{1.000 \times 110}{1,40} \left(35,172 \times \frac{4 \times 1.060,47}{1.000 \times 2.500} + 0,2233 \right)$$

$$w_{sp} = 9,95 \text{ kN/m}^2$$

b) Método da interação parcial (MIP)

A resistência de cálculo ao momento fletor em cada seção transversal de uma laje mista biapoiada, M_{Rd} , fica representada no diagrama de interação parcial de cálculo. Para um dimensionamento seguro, a curva de resistência, M_{Rd} , deve ficar sempre acima ou

tangenciar o diagrama de momento fletor para o carregamento aplicado, isto é, $M_{Sd} \leq M_{Rd}$, como mostra a FIG. 7.3.

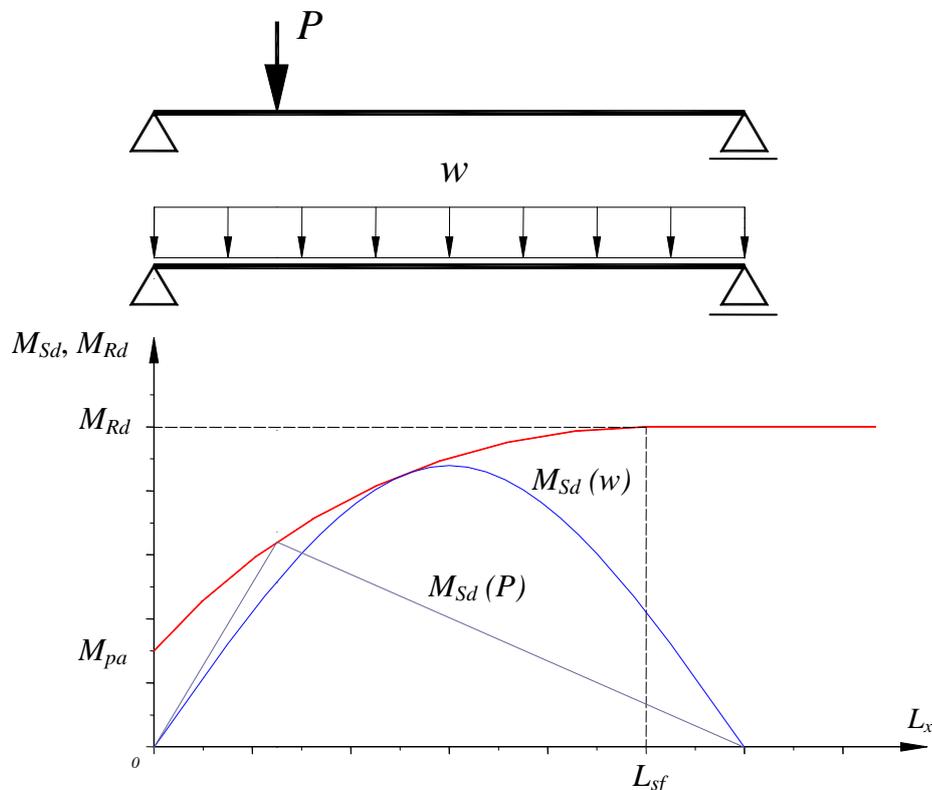


FIGURA 7.3 - Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal para lajes mistas

Considerando carga uniformemente distribuída, a seção crítica, onde ocorrerá o colapso, se encontra entre o apoio ($L_x = 0$ mm) e a seção de momento fletor máximo, isto é, $L_x = 1.250$ mm. Como a carga máxima é função do ponto onde a curva do momento fletor solicitante de cálculo, M_{Sd} , tangencia a curva de resistência, M_{Rd} , de acordo com a FIG.7.3, os outros pontos onde as curvas se interceptam fornecerão, conseqüentemente, uma carga maior que a máxima admitida. Portanto, pode-se calcular a carga máxima igualando-se o momento de cálculo, M_{Sd} , com o de resistência, M_{Rd} , em várias seções no intervalo entre o apoio e a seção de momento máximo, ou seja $0 < L_x \leq 1250$ mm, tirando-se o menor valor da carga encontrada.

Considerando-se a FIG. 7.2, a expressão do momento fletor solicitante de cálculo, M_{sd} , é dada conforme a Eq. 7.1.

$$M_{sd} = V_{l,Rd} L_x - \frac{\gamma_f L_x^2}{2} (w_{sp} + pp_{laje}) \quad (7.1)$$

sendo,

$$V_{l,Rd} = \frac{\gamma_f}{2} L (w_{sp} + pp_{laje}) \quad (7.2)$$

Tem-se então,

$$M_{sd} = \frac{\gamma_f}{2} L_x(L - L_x) w_{sp} + \frac{\gamma_f}{2} pp_{laje} L_x(L - L_x) \quad (7.3)$$

Assim, para se determinar a carga máxima sobreposta, deve-se igualar M_{sd} (Eq. 7.3) a M_{Rd} (Eq.5.21).

$$M_{Rd} = N_c y + M_{pr}$$

Na verificação através do MIP, a influência do atrito está contida no cálculo da força de compressão N_c dada pela Eq.(6.18). Portanto, a partir deste instante pode-se fazer a verificação considerando-se, ou não, a influência do atrito da região dos apoios.

$$N_c = \tau_{u,Rd} b L_x + \mu V_{l,Rd}$$

Desconsiderando-se a influência do atrito da região dos apoios - $\mu = 0$

A TAB.7.1 a seguir, resume o procedimento de cálculo da carga sobreposta máxima, w_{sp} , considerando-se $\mu = 0$. Na tabela, L_x é a distância da seção considerada ao apoio; N_c é a força de compressão no concreto (Eq. 6.18); a é a altura do bloco de tensão do concreto (Eq. 5.18); y é o braço de alavanca (Eq.5.19); M_{pr} é o momento plástico reduzido da fôrma metálica (Eq. 5.20) e M_{Rd} é o momento resistente de cálculo da laje mista (Eq 5.21).

TABELA 7.1 – MIP – Carga uniformemente distribuída - $\mu = 0$

Seção	L_x (mm)	$N_c \leq N_{pa}$ (N)	a (mm)	y (mm)	$M_{pr} \leq M_{pa}$ (Nmm)	M_{Rd} (Nmm)	w_{sp} (kN/m ²)	M_{Sd} (Nmm)
1	0	0	0,00	110,00	2.937.500	2.937.500	-	0
2	100	15.744	1,30	109,35	2.937.500	4.659.115	28,07	2.612.720
3	200	31.488	2,59	108,70	2.937.500	6.360.318	17,94	5.007.714
4	300	47.231	3,89	108,06	2.937.500	8.041.107	14,84	7.184.980
5	400	62.975	5,19	107,41	2.815.238	9.579.223	13,53	9.144.521
6	500	78.719	6,48	106,76	2.601.079	11.005.028	12,96	10.886.334
7	600	94.463	7,78	106,11	2.386.920	12.410.421	12,79	12.410.421
8	700	110.207	9,08	105,46	2.172.761	13.795.401	12,88	13.716.781
9	800	125.951	10,37	104,81	1.958.602	15.159.968	13,16	14.805.414
10	900	141.694	11,67	104,17	1.744.443	16.504.123	13,61	15.676.321
11	1.000	157.438	12,97	103,52	1.530.284	17.827.864	14,22	16.329.501
12	1.100	173.182	14,26	102,87	1.316.125	19.131.194	14,99	16.764.954
13	1.200	188.926	15,56	102,22	1.101.965	20.414.110	15,93	16.982.681
14	1.250	196.798	16,21	101,90	994.886	21.047.914	16,48	17.009.897
15	1.300	204.670	16,86	101,57	887.806	21.676.614	17,09	16.982.681
16	1.400	220.414	18,15	100,92	673.647	22.918.705	18,50	16.764.954
17	1.500	236.157	19,45	100,28	459.488	24.140.384	20,23	16.329.501
18	1.600	251.901	20,74	99,63	245.329	25.341.650	22,38	15.676.321
19	1.700	267.645	22,04	98,98	31.170	26.522.503	25,10	14.805.414
20	1.800	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	27,33	13.716.781
21	1.900	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	30,28	12.410.421
22	2.000	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	34,66	10.886.334
23	2.100	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	41,49	9.144.521
24	2.200	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	53,18	7.184.980
25	2.300	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	76,95	5.007.714
26	2.400	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	148,99	2.612.720
27	2.500	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	-	0

De acordo com a TAB. 7.1 a carga $w_{sp} = 12,79 \text{ kN/m}^2$ foi a de menor valor ao longo do vão L , nas seções indicadas, sendo definida como a carga sobreposta uniformemente distribuída máxima permitida para este modelo estrutural. Os momentos fletores solicitantes de cálculo, M_{Sd} , ao longo dessas seções, foram calculados considerando-se este valor máximo.

A FIG. 7.4 ilustra a relação entre o momento fletor solicitante de cálculo, M_{Sd} , e o momento fletor resistente de cálculo, M_{Rd} , mostrando um dimensionamento seguro, uma vez que $M_{Sd} \leq M_{Rd}$ em todo o vão da laje mista. A seção transversal crítica é definida

pelo ponto no qual a curva de M_{Sd} tangencia a curva de M_{Rd} . Como $L_x = 600 \text{ mm} \leq L_{sf} = 1.715 \text{ mm}$, o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal.

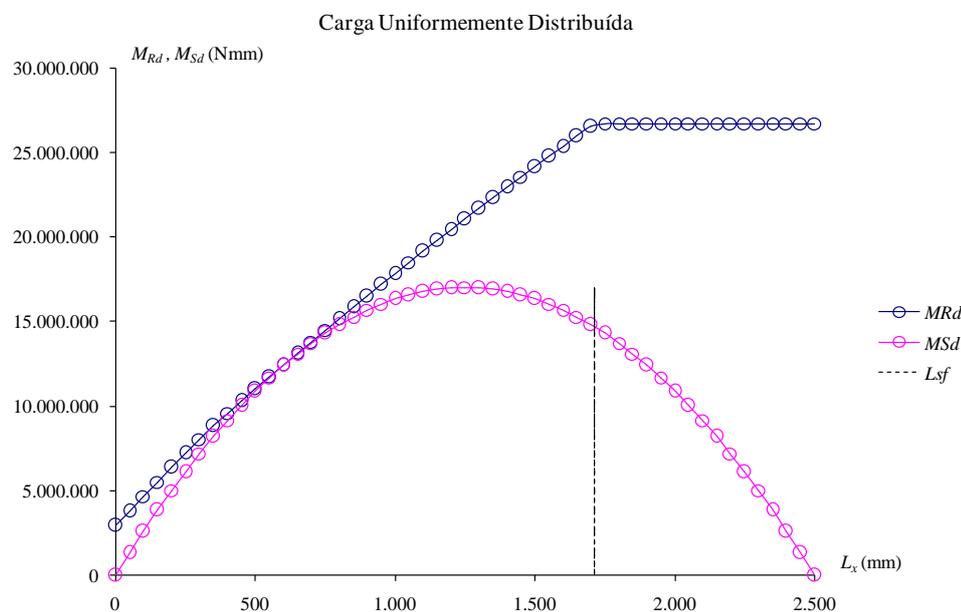


FIGURA 7.4 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (*MIP sem atrito*)

Neste diagrama o comprimento mínimo, L_{sf} , para haver interação total entre o aço e concreto, é dado de uma forma geral, considerando-se o atrito, pela Eq. (6.20).

$$L_{sf} = \frac{N_{cf} - \mu V_{l,Rd}}{b \tau_{u,Rd}}$$

Neste exemplo, fazendo-se $\mu = 0$ e tomando-se N_{cf} dado pelo menor dos valores a seguir, determina-se L_{sf} .

$$N_{cf} \leq \begin{cases} \frac{A_{F,ef} f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{1.060,47 \times 280}{1,10} = 269.937 \text{ N} \\ \frac{t_c b 0,85 f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{80 \times 1.000 \times 0,85 \times 20}{1,40} = 971.429 \text{ N} \end{cases}$$

Sendo γ_{a1} e γ_c coeficientes de ponderação da resistência do aço e do concreto, conforme ABNT NBR 8800:2008 e ABNT NBR 6118:2003.

Considerando-se a influência do atrito da região dos apoios - $\mu = 0,50$

A TAB.7.2 a seguir, resume o procedimento de cálculo da carga sobreposta máxima, w_{sp} , considerando-se $\mu = 0,50$. Na tabela, L_x é a distância da seção considerada ao apoio; N_c é a força de compressão no concreto (Eq. 6.18); a é a altura do bloco de tensão do concreto (Eq. 5.18); y é o braço de alavanca (Eq.5.19); M_{pr} é o momento plástico reduzido da fôrma metálica (Eq. 5.20) e M_{Rd} é o momento resistente de cálculo da laje mista (Eq. 5.21).

TABELA 7.2 – MIP – Carga uniformemente distribuída - $\mu = 0,50$

Seção	L_x (mm)	$N_c \leq N_{pa}$ (N)	a (mm)	y (mm)	$M_{pr} \leq M_{pa}$ (Nmm)	M_{Rd} (Nmm)	w_{sp} (kN/m ²)	M_{Sd} (Nmm)
1	0	13.034	1,07	109,46	2.937.500	4.364.275	-	0
2	100	25.845	2,13	108,94	2.937.500	5.752.974	53,98	2.502.582
3	200	38.656	3,18	108,41	2.937.500	7.128.157	22,69	4.796.615
4	300	51.467	4,24	107,88	2.937.500	8.489.824	16,44	6.882.100
5	400	64.278	5,29	107,35	2.797.516	9.697.990	13,98	8.759.037
6	500	77.089	6,35	106,83	2.623.251	10.858.361	12,83	10.427.425
7	600	89.900	7,40	106,30	2.448.987	12.005.216	12,30	11.887.264
8	700	102.711	8,46	105,77	2.274.723	13.138.555	12,14	13.138.555
9	800	115.522	9,51	105,24	2.100.458	14.258.378	12,22	14.181.298
10	900	128.333	10,57	104,72	1.926.194	15.364.686	12,51	15.015.492
11	1.000	141.144	11,62	104,19	1.751.930	16.457.477	12,97	15.641.137
12	1.100	153.955	12,68	103,66	1.577.665	17.536.753	13,61	16.058.234
13	1.200	166.766	13,73	103,13	1.403.401	18.602.512	14,43	16.266.783
14	1.250	173.172	14,26	102,87	1.316.269	19.130.324	14,91	16.292.851
15	1.300	179.577	14,79	102,61	1.229.136	19.654.756	15,46	16.266.783
16	1.400	192.388	15,84	102,08	1.054.872	20.693.484	16,74	16.058.234
17	1.500	205.199	16,90	101,55	880.608	21.718.696	18,33	15.641.137
18	1.600	218.010	17,95	101,02	706.343	22.730.393	20,35	15.015.492
19	1.700	230.821	19,01	100,50	532.079	23.728.573	22,93	14.181.298
20	1.800	243.632	20,06	99,97	357.815	24.713.237	26,33	13.138.555
21	1.900	256.443	21,12	99,44	183.550	25.684.386	30,97	11.887.264
22	2.000	269.254	22,17	98,91	9.286	26.642.019	37,64	10.427.425
23	2.100	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	47,99	8.759.037
24	2.200	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	63,63	6.882.100
25	2.300	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	98,05	4.796.615
26	2.400	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	229,50	2.502.582
27	2.500	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	-	0

De acordo com a TAB. 7.2 a carga $w_{sp} = 12,14 \text{ kN/m}^2$ foi a de menor valor ao longo do vão L , nas seções indicadas, sendo definida como a carga sobreposta uniformemente distribuída máxima permitida para este modelo estrutural. Os momentos fletores solicitantes de cálculo, M_{sd} , ao longo dessas seções, foram calculados considerando-se este valor máximo.

A FIG. 7.5 ilustra a relação entre o momento fletor solicitante de cálculo, M_{sd} , e o momento fletor resistente de cálculo, M_{Rd} , mostrando um dimensionamento seguro, uma vez que $M_{sd} \leq M_{Rd}$ em todo o vão da laje mista. A seção transversal crítica é definida pelo ponto no qual a curva de M_{sd} tangencia a curva de M_{Rd} . Como $L_x = 700 \text{ mm} \leq L_{sf} = 2.005 \text{ mm}$, o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal.

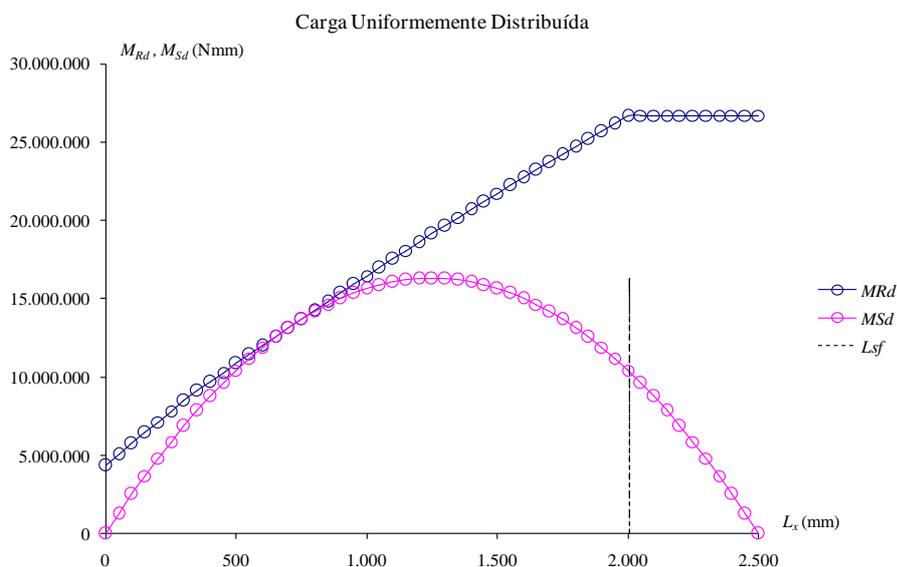


FIGURA 7.5 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (*MIP com atrito*)

A TAB. 7.3 apresenta os resultados das cargas sobreposta uniformemente distribuídas máximas, calculadas pelos métodos “*m-k*”, *MIP sem atrito* e *MIP com atrito*, considerando a verificação quanto ao cisalhamento longitudinal.

TABELA 7.3 – Cargas sobrepostas máximas

Verificação ao Cisalhamento Longitudinal			
Métodos	“ <i>m-k</i> ”	<i>MIP sem atrito</i>	<i>MIP com atrito</i>
w_{sp} (kN/m ²)	9,95	12,79	12,14

7.2.2 Verificação da Laje Mista quanto ao Deslocamento Vertical (flecha)

Conforme ABNT NBR 8800:2008, o deslocamento vertical de lajes mistas de aço e concreto não pode ser maior do que $L/350$, considerando apenas os efeitos das ações variáveis, onde L é o vão teórico da laje na direção das nervuras.

$$\delta_{adm} = \frac{L}{350} = \frac{2.500}{350} = 7,14 \text{ mm} \quad (7.4)$$

Para a laje simplesmente apoiada deste exemplo, com carga uniformemente distribuída, o cálculo da flecha se faz através da Eq. 7.5:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{5 w_{sp} L^4}{384 E_c I_{lm}} \quad (7.5)$$

Na Eq. (7.5) I_{lm} é o momento de inércia efetivo da seção transversal da laje mista. Neste exemplo, considerando-se os estudos realizados no CAP.4, serão utilizados no cálculo de I_{lm} a média simples (I_{med}) dos momentos de inércia da seção não-fissurada (I_{cf}) e da seção fissurada (I_{II}) e os momentos de inércia efetivos oriundos das propostas 1, 2 e 3.

Considerando-se os dados do exemplo, os momentos de inércia I_{cf} e I_{II} foram calculados com o auxílio das Eq. (4.7) e (4.11), respectivamente, sendo:

$$I_{cf} = 189.277.303 \text{ mm}^4; \quad I_{II} = 95.091.820 \text{ mm}^4$$

a) Média simples (Eq. 4.12)

$$I_{lm} = I_{med} = \frac{I_{cf} + I_{II}}{2} = 142.184.561 \text{ mm}^4$$

Igualando-se a Eq. 7.4 com a Eq. 7.5, tem-se:

$$w_{sp} = \frac{384E_c I_{med} \delta_{adm}}{5 L^4} = \frac{384 \times 21.287 \times 142.184.561 \times 7,14}{5 \times 2.500^4}$$

$$\therefore w_{sp} = 42,51 \text{ kN/m}^2$$

b) Proposta 1 (Eq. 4.25)

$$\text{Quando } M_a \geq M_r; \quad I_{lm} = I_1 = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \leq I_{cf}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$. Igualando-se a Eq. (7.4) com a Eq. (7.5), utilizando-se as Eq. (4.25) e sabendo-se que $M_a = w_{sp} L^2/8$, pode-se determinar a carga sobreposta máxima admissível.

$$w_{sp} = \sqrt[3]{\frac{384E_c I_{cf} \delta_{adm} (8M_r)^2}{5L^8}} \quad (7.6)$$

$$w_{sp} = \sqrt[3]{\frac{384 \times 21.287 \times 189.277.303 \times 7,14 \times (8 \times 4.992.483)^2}{5 \times 2.500^8}}$$

$$\therefore w_{sp} = 13,22 \text{ kN/m}^2$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = \frac{13,22 \times 2.500^2}{8} = 10.328.125 \text{ Nmm} > M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_1 = 189.277.303 \times \left(\frac{4.992.483}{10.328.125} \right)^2 = 44.227.130 \text{ mm}^4$$

c) Proposta 2 (Eq. 4.26)

Quando $M_a \geq M_r$;

$$I_{lm} = I_2 = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 + \frac{I_{II}}{10} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \right] \leq I_{cf}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$. Igualando-se a Eq. (7.4) com a Eq. (7.5), utilizando-se as Eq. (4.26) e sabendo-se que $M_a = w_{sp} L^2/8$, pode-se determinar a carga sobreposta máxima admissível, após desenvolvimento algébrico.

$$\therefore w_{sp} = 14,02 \text{ kN/m}^2$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = \frac{14,02 \times 2.500^2}{8} = 10.953.125 \text{ Nmm} > M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_2 = 189.277.303 \times \left(\frac{4.992.483}{10.953.125} \right)^2 + \frac{95.091.820}{10} \times \left[1 - \left(\frac{4.992.483}{10.953.125} \right)^2 \right] = 46.857.391 \text{ mm}^4$$

d) Proposta 3 (Eq. 4.27)

Quando $M_a \geq M_r$;

$$I_{lm} = I_3 = I_{II} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \leq I_{med}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 7.132.118 \text{ Nmm}$. Igualando-se a Eq. (7.4) com a Eq. (7.5), utilizando-se as Eq. (4.27) e sabendo-se que $M_a = w_{sp} L^2/8$, pode-se determinar a carga sobreposta máxima admissível, após desenvolvimento algébrico.

$$\therefore w_{sp} = 13,33 \text{ kN/m}^2$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = \frac{13,33 \times 2.500^2}{8} = 10.414.062 \text{ Nmm} > M_r = 7.132.118 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_3 = 95.091.820 \times \left(\frac{7.132.118}{10.414.062} \right)^2 = 44.600.516 \text{ mm}^4$$

A TAB. 7.4 apresenta os resultados das cargas sobreposta máximas, calculadas considerando-se a verificação quanto ao deslocamento vertical utilizando os momentos de inércia efetivo da seção mista conforme a média simples e as propostas 1, 2 e 3 deste trabalho.

TABELA 7.4 – Cargas sobrepostas máximas

Verificação ao Deslocamento Vertical (flecha)				
Propostas	I_{med}	I_1	I_2	I_3
w_{sp} (kN/m ²)	42,51	13,22	14,02	13,33

7.3 Duas Cargas Concentradas aplicadas equidistantes dos Apoios

A FIG. 7.6 mostra, esquematicamente, o carregamento com duas cargas concentradas em linha, equidistantes dos apoios, aplicadas na laje mista simplesmente apoiada, onde P_{sp} é a carga concentrada sobreposta a ser determinada.

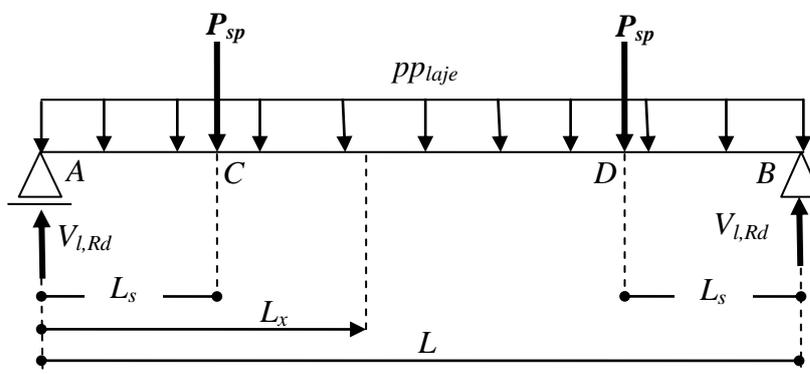


FIGURA 7.6 – Exemplo com duas concentradas equidistantes dos apoios

7.3.1 Verificação da Laje Mista quanto ao Cisalhamento Longitudinal

a) Método “m-k”

A resistência ao cisalhamento longitudinal pelo método “m-k” é obtida com auxílio da Eq. (5.4), mostrada a seguir:

$$V_{l,Rd} = \frac{b d_F}{\gamma_{sl}} \left(m \frac{A_{F,ef}}{bL_s} + k \right)$$

onde $V_{l,Rd}$ é a força cortante resistente de cálculo; γ_{sl} é o coeficiente de ponderação da resistência igual a 1,40; L_s é o vão de cisalhamento igual a 450 mm.

Logo, aplicando-se os coeficientes de ponderação das ações, γ_f , adequados para os materiais empregados e igualando-se a reação de apoio da FIG. 7.6 com $V_{l,Rd}$ da Eq. (5.4), tem-se:

$$\frac{(\gamma_f PP_{laje})L + (\gamma_f 2P_{sp})}{2} = \frac{b d_F}{\gamma_{sl}} \left(m \frac{A_{F,ef}}{bL_s} + k \right)$$

$$\frac{(1,4 \times 0,00276 \times 1.000 \times 2.500 + 1,4 \times 2P_{sp})}{2} = \frac{1.000 \times 110}{1,40} \left(35,172 \times \frac{1.060,47}{1.000 \times 450} + 0,2233 \right)$$

$$\therefore P_{sp} = 13.735 \text{ N} = 13,74 \text{ kN}$$

b) Método da interação parcial (MIP)

Conforme já mencionado, para um dimensionamento seguro, a curva de resistência de cálculo, M_{Rd} , deve ficar sempre acima ou tangenciar o diagrama de momento fletor solicitante de cálculo para o carregamento aplicado, isto é, $M_{Sd} \leq M_{Rd}$, como mostra a FIG. 7.3.

Considerando-se a FIG. 7.6, podem-se identificar três trechos, A-C, A-D e A-B de diferentes equações do momento fletor. Usando-se *funções de descontinuidade* a expressão do momento fletor solicitante de cálculo M_{sd} , pode ser escrita numa única equação dada conforme a Eq. 7.7, onde as barras verticais delimitam os trechos.

$$M_{sd} = V_{l,Rd} L_x - \gamma_f PP_{laje} \frac{L_x^2}{2} \left| \begin{array}{c} \text{C} \\ \text{A} \end{array} \right| - \gamma_f P_{sp} (L_x - L_s) \left| \begin{array}{c} \text{D} \\ \text{A} \end{array} \right| - \gamma_f P_{sp} (L_x - L + L_s) \left| \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{A} \end{array} \right| \quad (7.7)$$

Sendo,

$$V_{l,Rd} = \frac{\gamma_f}{2} \left(P_{sp} + PP_{laje} \frac{L}{2} \right) \quad (7.8)$$

Assim, para se determinar a carga concentrada máxima sobreposta, deve-se igualar M_{sd} (Eq. 7.7) a M_{Rd} (Eq.5.21).

$$M_{Rd} = N_c y + M_{pr}$$

Desconsiderando-se a influência do atrito da região dos apoios - $\mu = 0$

A TAB.7.5 resume o procedimento de cálculo da carga concentrada sobreposta máxima, P_{sp} , considerando-se $\mu = 0$. Na tabela, L_x é a distância da seção considerada ao apoio; N_c é a força de compressão no concreto (Eq. 6.18); a é a altura do bloco de tensão do concreto (Eq. 5.18); y é o braço de alavanca (Eq.5.19); M_{pr} é o momento plástico reduzido da fôrma metálica (Eq. 5.20) e M_{Rd} é o momento resistente de cálculo da laje mista (Eq. 5.21).

TABELA 7.5 – MIP – Duas Cargas concentradas equidistante do apoio - $\mu = 0$

Seção	L_x (mm)	$N_c \leq N_{pa}$ (N)	a (mm)	y (mm)	$M_{pr} \leq M_{pa}$ (Nmm)	M_{Rd} (Nmm)	P_{sp} (N)	M_{Sd} (Nmm)
1	0	0	0,00	110,00	2.937.500	2.937.500	-	0
2	100	15.744	1,30	109,35	2.937.500	4.659.115	33.683	2.355.326
3	200	31.488	2,59	108,70	2.937.500	6.360.318	20.634	4.672.012
4	300	47.231	3,89	108,06	2.937.500	8.041.107	16.328	6.950.058
5	400	62.975	5,19	107,41	2.815.238	9.579.223	14.208	9.189.464
6	450	70.847	5,83	107,08	2.708.159	10.294.677	13.512	10.294.677
7	500	78.719	6,48	106,76	2.601.079	11.005.028	14.402	10.444.407
8	600	94.463	7,78	106,11	2.386.920	12.410.421	16.203	10.714.887
9	700	110.207	9,08	105,46	2.172.761	13.795.401	18.033	10.946.727
10	800	125.951	10,37	104,81	1.958.602	15.159.968	19.893	11.139.927
11	900	141.694	11,67	104,17	1.744.443	16.504.123	21.781	11.294.487
12	1.000	157.438	12,97	103,52	1.530.284	17.827.864	23.698	11.410.407
13	1.100	173.182	14,26	102,87	1.316.125	19.131.194	25.644	11.487.687
14	1.200	188.926	15,56	102,22	1.101.965	20.414.110	27.619	11.526.327
15	1.250	196.798	16,21	101,90	994.886	21.047.914	28.618	11.531.157
16	1.300	204.670	16,86	101,57	887.806	21.676.614	29.623	11.526.327
17	1.400	220.414	18,15	100,92	673.647	22.918.705	31.656	11.487.687
18	1.500	236.157	19,45	100,28	459.488	24.140.384	33.718	11.410.407
19	1.600	251.901	20,74	99,63	245.329	25.341.650	35.809	11.294.487
20	1.700	267.645	22,04	98,98	31.170	26.522.503	37.929	11.139.927
21	1.800	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	38.268	10.946.727
22	1.900	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	38.358	10.714.887
23	2.000	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	38.510	10.444.407
24	2.100	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	43.563	9.189.464
25	2.200	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	58.495	6.950.058
26	2.300	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	88.498	4.672.012
27	2.400	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	178.782	2.355.326
28	2.500	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	-	0

De acordo com a TAB. 7.5 a carga $P_{sp} = 13,51 \text{ kN}$ foi a de menor valor ao longo do vão L , nas seções indicadas, sendo definida como a carga concentrada sobreposta máxima permitida para este modelo estrutural. Os momentos fletores solicitantes de cálculo, M_{Sd} , ao longo dessas seções, foram calculados considerando-se este valor máximo.

A FIG. 7.7 ilustra a relação entre o momento fletor solicitante de cálculo, M_{Sd} , e o momento fletor resistente de cálculo, M_{Rd} , mostrando um dimensionamento seguro, uma

vez que $M_{Sd} \leq M_{Rd}$ em todo o vão da laje mista. A seção transversal crítica é definida pelo ponto no qual a curva de M_{Sd} tangencia a curva de M_{Rd} . Como $L_x = 450 \text{ mm} \leq L_{sf} = 1.715 \text{ mm}$, o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal.

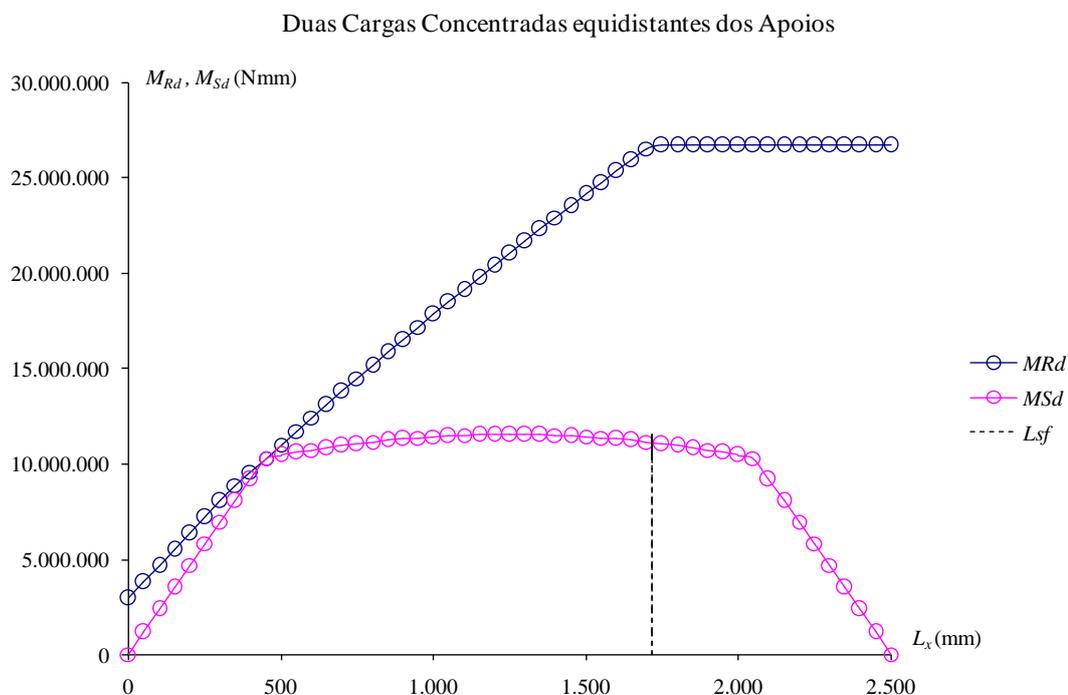


FIGURA 7.7 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (*MIP sem atrito*)

O comprimento mínimo, L_{sf} , para haver interação total entre o aço e concreto, é dado de uma forma geral, considerando-se o atrito, pela Eq. (6.20).

$$L_{sf} = \frac{N_{cf} - \mu V_{l,Rd}}{b \tau_{u,Rd}}$$

Neste exemplo, fazendo-se $\mu = 0$ e tomando-se N_{cf} dado pelo menor dos valores a seguir, determina-se L_{sf} .

$$N_{cf} \leq \begin{cases} \frac{A_{F,ef} f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{1.060,47 \times 280}{1,10} = 269.937 \text{ N} \\ \frac{t_c b 0,85 f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{80 \times 1.000 \times 0,85 \times 20}{1,40} = 971.429 \text{ N} \end{cases}$$

Considerando-se a influência do atrito da região dos apoios - $\mu = 0,50$

A TAB.7.6 a seguir, resume o procedimento de cálculo da carga concentrada sobreposta máxima, P_{sp} , considerando-se $\mu = 0,50$. Na tabela, L_x é a distância da seção considerada ao apoio; N_c é a força de compressão no concreto (Eq. 6.18); a é a altura do bloco de tensão do concreto (Eq. 5.18); y é o braço de alavanca (Eq.5.19); M_{pr} é o momento plástico reduzido da fôrma metálica (Eq. 5.20) e M_{Rd} é o momento resistente de cálculo da laje mista (Eq. 5.21).

TABELA 7.6 – MIP – Duas Cargas concentradas equidistante do apoio - $\mu = 0,50$

Seção	L_x (mm)	$N_c \leq N_{pa}$ (N)	a (mm)	y (mm)	$M_{pr} \leq M_{pa}$ (Nmm)	M_{Rd} (Nmm)	P_{sp} (N)	M_{Sd} (Nmm)
1	0	11.725	0,97	109,52	2.937.500	4.221.580	-	0
2	100	24.536	2,02	108,99	2.937.500	5.611.660	62.501	2.325.664
3	200	37.347	3,08	108,46	2.937.500	6.988.225	25.406	4.612.688
4	300	50.158	4,13	107,93	2.937.500	8.351.273	17.638	6.861.072
5	400	62.969	5,19	107,41	2.815.327	9.578.632	14.323	9.070.816
6	450	69.374	5,71	107,14	2.728.194	10.161.198	13.300	10.161.198
7	500	75.780	6,24	106,88	2.641.062	10.740.384	14.057	10.310.928
8	600	88.591	7,30	106,35	2.466.798	11.888.621	15.603	10.581.408
9	700	101.402	8,35	105,82	2.292.534	13.023.341	17.188	10.813.248
10	800	114.213	9,41	105,30	2.118.269	14.144.546	18.813	11.006.448
11	900	127.024	10,46	104,77	1.944.005	15.252.234	20.478	11.161.008
12	1.000	139.835	11,52	104,24	1.769.740	16.346.407	22.182	11.276.928
13	1.100	152.646	12,57	103,71	1.595.476	17.427.064	23.925	11.354.208
14	1.200	165.457	13,63	103,19	1.421.212	18.494.205	25.708	11.392.848
15	1.250	171.862	14,15	102,92	1.334.080	19.022.707	26.614	11.397.678
16	1.300	178.268	14,68	102,66	1.246.947	19.547.830	27.530	11.392.848
17	1.400	191.079	15,74	102,13	1.072.683	20.587.940	29.390	11.354.208
18	1.500	203.890	16,79	101,60	898.419	21.614.533	31.290	11.276.928
19	1.600	216.701	17,85	101,08	724.154	22.627.611	33.227	11.161.008
20	1.700	229.512	18,90	100,55	549.890	23.627.173	35.203	11.006.448
21	1.800	242.323	19,96	100,02	375.626	24.613.219	37.218	10.813.248
22	1.900	255.134	21,01	99,49	201.361	25.585.749	39.270	10.581.408
23	2.000	267.945	22,07	98,97	27.097	26.544.763	41.360	10.310.928
24	2.100	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	49.456	9.070.816
25	2.200	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	68.761	6.861.072
26	2.300	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	110.845	4.612.688
27	2.400	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	271.069	2.325.664
28	2.500	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	-	0

De acordo com a TAB. 7.6 a carga $P_{sp} = 13,30 \text{ kN}$ foi a de menor valor ao longo do vão L , nas seções indicadas, sendo definida como a carga concentrada sobreposta máxima permitida para este modelo estrutural. Os momentos fletores solicitantes de cálculo, M_{sd} , ao longo dessas seções, foram calculados considerando-se este valor máximo.

A FIG. 7.8 ilustra a relação entre o momento fletor solicitante de cálculo, M_{sd} , e o momento fletor resistente de cálculo, M_{Rd} , mostrando um dimensionamento seguro, uma vez que $M_{sd} \leq M_{Rd}$ em todo o vão da laje mista. A seção transversal crítica é definida pelo ponto no qual a curva de M_{sd} tangencia a curva de M_{Rd} . Como $L_x = 450 \text{ mm} \leq L_{sf} = 2.016 \text{ mm}$, o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal.

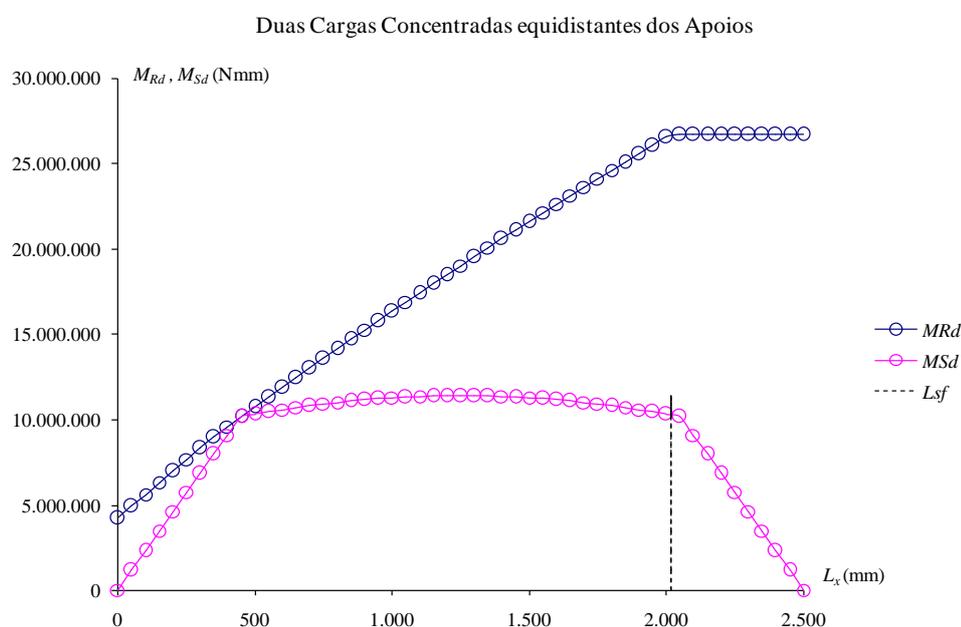


FIGURA 7.8 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (*MIP com atrito*)

A TAB. 7.7 apresenta os resultados das cargas concentradas sobreposta máximas, calculadas pelos métodos “*m-k*”, *MIP sem atrito* e *MIP com atrito*, considerando a verificação quanto ao cisalhamento longitudinal.

TABELA 7.7 – Cargas concentradas sobrepostas máximas

Verificação ao Cisalhamento Longitudinal			
Métodos	“<i>m-k</i>”	<i>MIP sem atrito</i>	<i>MIP com atrito</i>
P_{sp} (kN)	13,74	13,51	13,30

7.3.2 Verificação da Laje Mista quanto ao Deslocamento Vertical (flecha)

Para a laje simplesmente apoiada deste exemplo, com duas cargas concentradas em linha, equidistantes dos apoios, o cálculo da flecha se faz através da Eq. 7.9:

$$\delta_{max} = \frac{P_{sp} L_s}{24 E_c I_{lm}} \left(3L^2 - 4L_s^2 \right) \quad (7.9)$$

Na Eq. (7.9) I_{lm} é o momento de inércia efetivo da seção transversal da laje mista. Neste exemplo, considerando-se os estudos realizados no CAP.4, serão utilizados no cálculo de I_{lm} a média simples (I_{med}) dos momentos de inércia da seção não-fissurada (I_{cf}) e da seção fissurada (I_{II}) e os momentos de inércia efetivos oriundos das propostas 1, 2 e 3.

Considerando-se os dados do exemplo, os momentos de inércia I_{cf} e I_{II} foram calculados com o auxílio das Eq. (4.7) e (4.11), respectivamente, sendo:

$$I_{cf} = 189.277.303 \text{ mm}^4; \quad I_{II} = 95.091.820 \text{ mm}^4$$

a) Média simples (Eq. 4.12)

$$I_{lm} = I_{med} = \frac{I_{cf} + I_{II}}{2} = 142.184.561 \text{ mm}^4$$

Igualando-se a Eq. 7.4 com a Eq. 7.9, tem-se:

$$P_{sp} = \frac{24E_c I_{med} \delta_{adm}}{L_s(3L^2 - 4L_s^2)} = \frac{24 \times 21.287 \times 142.184.561 \times 7,14}{450 \times (3 \times 2.500^2 - 4 \times 450^2)}$$

$$\therefore P_{sp} = 64.272 \text{ N} = 64,27 \text{ kN}$$

b) Proposta 1 (Eq. 4.25)

Quando $M_a \geq M_r$;

$$I_{lm} = I_1 = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \leq I_{cf}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$. Igualando-se a Eq. (7.4) com a Eq. (7.9); utilizando-se as Eq. (4.25) e sabendo-se que $M_a = P_{sp} L_s$, pode-se chegar a determinação da carga sobreposta máxima admissível.

$$P_{sp} = \sqrt[3]{\frac{24 E_c I_{cf} \delta_{adm} M_r^2}{L_s^3 (3L^2 - 4L_s^2)}} \quad (7.10)$$

$$P_{sp} = \sqrt[3]{\frac{24 \times 21.287 \times 189.277.303 \times 7,14 \times 4.992.483^2}{450^3 \times (3 \times 2.500^2 - 4 \times 450^2)}}$$

$$\therefore P_{sp} = 21.919 \text{ N} = 21,92 \text{ kN}$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = 21.919 \times 450 = 9.863.550 \text{ Nmm} > M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_1 = 189.277.303 \times \left(\frac{4.992.483}{9.863.550} \right)^2 = 48.491.456 \text{ mm}^4$$

c) Proposta 2 (Eq. 4.26)

Quando $M_a \geq M_r$;

$$I_{lm} = I_2 = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 + \frac{I_{II}}{10} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \right] \leq I_{cf}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$. Igualando-se a Eq. (7.4) com a Eq. (7.9); utilizando-se as Eq. (4.26) e sabendo-se que $M_a = P_{sp} L_s$, pode-se chegar a determinação da carga concentrada sobreposta máxima admissível, após desenvolvimento algébrico.

$$\therefore P_{sp} = 23.078 \text{ N} = 23,08 \text{ kN}$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = 23.078 \times 450 = 10.385.100 \text{ Nmm} > M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_2 = 189.277.303 \times \left(\frac{4.992.483}{10.385.100} \right)^2 + \frac{95.091.820}{10} \times \left[1 - \left(\frac{4.992.483}{10.385.100} \right)^2 \right] = 51.054.731 \text{ mm}^4$$

d) Proposta 3 (Eq. 4.27)

Quando $M_a \geq M_r$;

$$I_{lm} = I_3 = I_{II} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \leq I_{med}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 7.132.118 \text{ Nmm}$. Igualando-se a Eq. (7.4) com a Eq. (7.9); utilizando-se as Eq. (4.27) e sabendo-se que $M_a = P_{sp} L_s$, pode-se chegar a determinação da carga sobreposta máxima admissível, após desenvolvimento algébrico.

$$\therefore P_{sp} = 22.103 \text{ N} = 22,10 \text{ kN}$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = 22.103 \times 450 = 9.946.350 \text{ Nmm} > M_r = 7.132.118 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_3 = 95.091.820 \times \left(\frac{7.132.118}{9.946.350} \right)^2 = 48.893.680 \text{ mm}^4$$

A TAB. 7.8 apresenta os resultados das cargas sobreposta concentradas máximas, calculadas considerando-se a verificação quanto ao deslocamento vertical utilizando os momentos de inércia efetivo da seção mista conforme a média simples e as propostas 1, 2 e 3 deste trabalho.

TABELA 7.8 – Cargas sobrepostas máximas

Verificação ao Deslocamento Vertical (flecha)				
Propostas	I_{med}	I_1	I_2	I_3
P_{sp} (kN)	64,27	21,92	23,08	22,10

7.4 Uma Carga Concentrada aplicada no meio do vão

A FIG. 7.9 mostra, esquematicamente, o carregamento com uma carga concentrada em linha, aplicada no meio do vão da laje mista simplesmente apoiada, onde P_{sp} é a carga concentrada sobreposta a ser determinada.

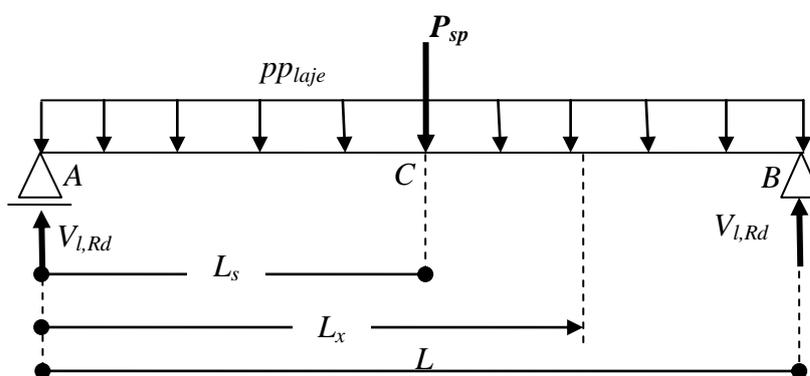


FIGURA 7.9 – Exemplo com uma concentrada no meio do vão

7.4.1 Verificação da Laje Mista quanto ao Cisalhamento Longitudinal

a) Método “m-k”

A resistência ao cisalhamento longitudinal pelo método “m-k” é obtida com auxílio da Eq. (5.4), mostrada a seguir:

$$V_{l,Rd} = \frac{b d_F}{\gamma_{sl}} \left(m \frac{A_{F,ef}}{bL_s} + k \right)$$

onde $V_{l,Rd}$ é a força cortante resistente de cálculo; γ_{sl} é o coeficiente de ponderação da resistência igual a 1,40; L_s é o vão de cisalhamento igual a 1.250 mm.

Logo, aplicando-se os coeficientes de ponderação das ações, γ_f , adequados para os materiais empregados e igualando-se a reação de apoio da FIG. 7.9 com $V_{l,Rd}$ da Eq. (5.4), tem-se:

$$\frac{(\gamma_f PP_{laje})L + (\gamma_f P_{sp})}{2} = \frac{b d_F}{\gamma_{sl}} \left(m \frac{A_{F,ef}}{bL_s} + k \right)$$

$$\frac{(1,4 \times 0,00276 \times 1.000 \times 2.500 + 1,4 \times P_{sp})}{2} = \frac{1.000 \times 110}{1,40} \left(35,172 \times \frac{1.060,47}{1.000 \times 1.250} + 0,2233 \right)$$

$$\therefore P_{sp} = 22.515 \text{ N} = 22,52 \text{ kN}$$

b) Método da interação parcial (MIP)

Novamente, para um dimensionamento seguro, a curva de resistência de cálculo, M_{Rd} , deve ficar sempre acima ou tangenciar o diagrama de momento fletor solicitante de cálculo para o carregamento aplicado, isto é, $M_{Sd} \leq M_{Rd}$, como mostra a FIG. 7.3.

Considerando-se a FIG. 7.9, podem-se identificar dois trechos, A-C e A-B de diferentes equações do momento fletor. Usando-se *funções de descontinuidade* a expressão do momento fletor solicitante de cálculo M_{sd} , pode ser escrita numa única equação dada conforme a Eq. 7.11, onde as barras verticais delimitam os trechos.

$$M_{sd} = V_{l,Rd} L_x - \gamma_f PP_{laje} \frac{L_x^2}{2} \Bigg|_A^C - \gamma_f P_{sp} \left(L_x - \frac{L}{2} \right) \Bigg|_A^B \quad (7.11)$$

Sendo,

$$V_{l,Rd} = \frac{\gamma_f}{2} (P_{sp} + PP_{laje} L) \quad (7.12)$$

Então, para se determinar a carga concentrada máxima sobreposta, deve-se igualar M_{sd} (Eq. 7.11) a M_{Rd} (Eq.5.21).

$$M_{Rd} = N_c y + M_{pr}$$

Desconsiderando-se a influência do atrito da região dos apoios - $\mu = 0$

A TAB.7.9 a seguir, resume o procedimento de cálculo da carga concentrada sobreposta máxima, P_{sp} , considerando-se $\mu = 0$. Na tabela, L_x é a distância da seção considerada ao apoio; N_c é a força de compressão no concreto (Eq. 6.18); a é a altura do bloco de tensão do concreto (Eq. 5.18); y é o braço de alavanca (Eq.5.19); M_{pr} é o momento plástico reduzido da fôrma metálica (Eq. 5.20) e M_{Rd} é o momento resistente de cálculo da laje mista (Eq 5.21).

TABELA 7.9 – MIP – Uma carga concentrada no meio do vão - $\mu = 0$

seção	L_x (mm)	$N_c \leq N_{pa}$ (N)	a (mm)	y (mm)	$M_{pr} \leq M_{pa}$ (Nmm)	M_{Rd} (Nmm)	P_{sp} (N)	M_S (Nmm)
1	0	0	0,00	110,00	2.937.500	2.937.500	-	0
2	100	15.744	1,30	109,35	2.937.500	4.659.115	67.366	1.906.013
3	200	31.488	2,59	108,70	2.937.500	6.360.318	41.269	3.773.386
4	300	47.231	3,89	108,06	2.937.500	8.041.107	32.657	5.602.119
5	400	62.975	5,19	107,41	2.815.238	9.579.223	28.416	7.392.212
6	500	78.719	6,48	106,76	2.601.079	11.005.028	25.923	9.143.665
7	600	94.463	7,78	106,11	2.386.920	12.410.421	24.305	10.856.479
8	700	110.207	9,08	105,46	2.172.761	13.795.401	23.186	12.530.652
9	800	125.951	10,37	104,81	1.958.602	15.159.968	22.379	14.166.185
10	900	141.694	11,67	104,17	1.744.443	16.504.123	21.781	15.763.078
11	1.000	157.438	12,97	103,52	1.530.284	17.827.864	21.328	17.321.331
12	1.100	173.182	14,26	102,87	1.316.125	19.131.194	20.982	18.840.944
13	1.200	188.926	15,56	102,22	1.101.965	20.414.110	20.715	20.321.917
14	1.250	196.798	16,21	101,90	994.886	21.047.914	20.605	21.047.914
15	1.300	204.670	16,86	101,57	887.806	21.676.614	24.505	20.321.917
16	1.400	220.414	18,15	100,92	673.647	22.918.705	28.365	18.840.944
17	1.500	236.157	19,45	100,28	459.488	24.140.384	32.986	17.321.331
18	1.600	251.901	20,74	99,63	245.329	25.341.650	38.625	15.763.078
19	1.700	267.645	22,04	98,98	31.170	26.522.503	45.662	14.166.185
20	1.800	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	52.370	12.530.652
21	1.900	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	60.881	10.856.479
22	2.000	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	72.838	9.143.665
23	2.100	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	90.822	7.392.212
24	2.200	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	120.863	5.602.119
25	2.300	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	181.044	3.773.386
26	2.400	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	361.788	1.906.013
27	2.500	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	-	0

De acordo com a TAB. 7.9 a carga $P_{sp} = 20,61 \text{ kN}$ foi a de menor valor ao longo do vão L , nas seções indicadas, sendo definida como a carga concentrada sobreposta máxima permitida para este modelo estrutural. Os momentos fletores solicitantes de cálculo, M_{sd} , ao longo dessas seções, foram calculados considerando-se este valor máximo.

A FIG. 7.10 ilustra a relação entre o momento fletor solicitante de cálculo, M_{sd} , e o momento fletor resistente de cálculo, M_{Rd} , mostrando um dimensionamento seguro, uma vez que $M_{sd} \leq M_{Rd}$ em todo o vão da laje mista. A seção transversal crítica é definida

pelo ponto no qual a curva de M_{Sd} tangencia a curva de M_{Rd} . Como $L_x = 1.250 \text{ mm} \leq L_{sf} = 1.715 \text{ mm}$, o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal.

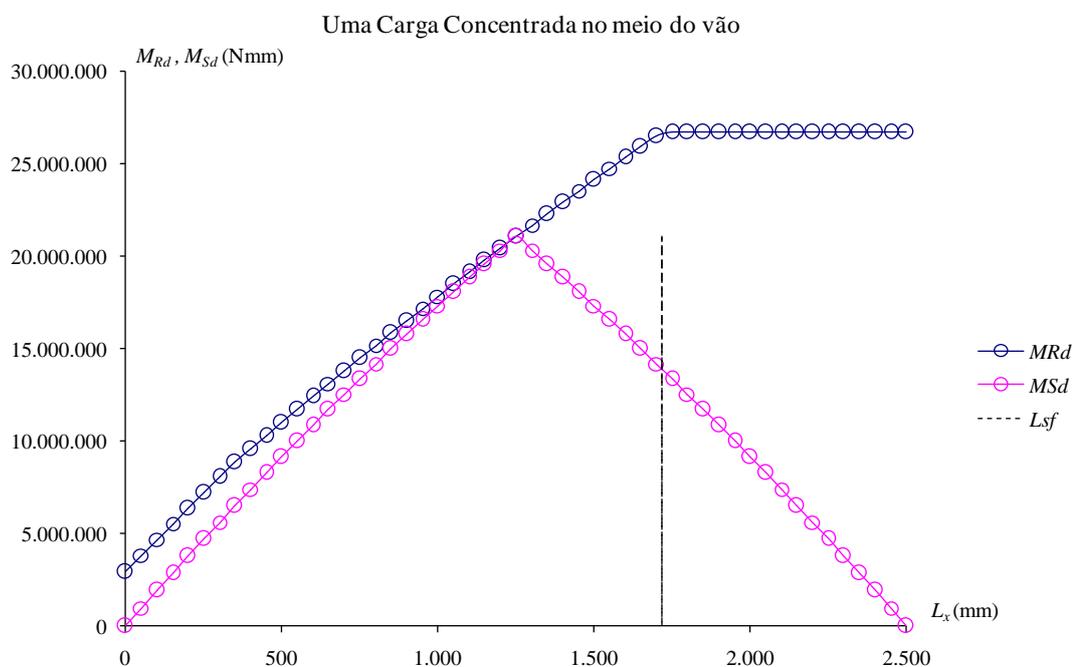


FIGURA 7.10 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (*MIP sem atrito*)

Neste diagrama o comprimento mínimo, L_{sf} , para haver interação total entre o aço e o concreto, é dado de uma forma geral, considerando-se o atrito, pela Eq. (6.20).

$$L_{sf} = \frac{N_{cf} - \mu V_{l,Rd}}{b \tau_{u,Rd}}$$

Neste exemplo, fazendo-se $\mu = 0$ e tomando-se N_{cf} dado pelo menor dos valores a seguir, determina-se L_{sf} .

$$N_{cf} \leq \begin{cases} \frac{A_{F,ef} f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{1.060,47 \times 280}{1,10} = 269.937 \text{ N} \\ \frac{t_c b 0,85 f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{80 \times 1.000 \times 0,85 \times 20}{1,40} = 971.429 \text{ N} \end{cases}$$

Considerando-se a influência do atrito da região dos apoios - $\mu = 0,50$

A TAB.7.10 a seguir, resume o procedimento de cálculo da carga concentrada sobreposta máxima, P_{sp} , considerando-se $\mu = 0,50$. Na tabela, L_x é a distância da seção considerada ao apoio; N_c é a força de compressão no concreto (Eq. 6.18); a é a altura do bloco de tensão do concreto (Eq. 5.18); y é o braço de alavanca (Eq.5.19); M_{pr} é o momento plástico reduzido da fôrma metálica (Eq. 5.20) e M_{Rd} é o momento resistente de cálculo da laje mista (Eq. 5.21).

TABELA 7.10 – MIP – Uma Carga concentrada no meio do vão - $\mu = 0,50$

seção	L_x (mm)	$N_c \leq N_{pa}$ (N)	a (mm)	y (mm)	$M_{pr} \leq M_{pa}$ (Nmm)	M_{Rd} (Nmm)	P_{sp} (N)	M_S (Nmm)
1	0	8.717	0,72	109,64	2.937.500	3.893.295	-	0
2	100	21.528	1,77	109,11	2.937.500	5.286.548	125.003	1.724.179
3	200	34.339	2,83	108,59	2.937.500	6.666.285	50.813	3.409.719
4	300	47.150	3,88	108,06	2.937.500	8.032.507	35.276	5.056.618
5	400	59.961	4,94	107,53	2.856.236	9.303.948	28.647	6.664.878
6	500	72.772	5,99	107,00	2.681.971	10.468.873	25.025	8.234.497
7	600	85.583	7,05	106,48	2.507.707	11.620.282	22.778	9.765.477
8	700	98.394	8,10	105,95	2.333.443	12.758.175	21.275	11.257.816
9	800	111.205	9,16	105,42	2.159.178	13.882.553	20.219	12.711.515
10	900	124.016	10,21	104,89	1.984.914	14.993.415	19.452	14.126.575
11	1.000	136.827	11,27	104,37	1.810.650	16.090.760	18.884	15.502.994
12	1.100	149.638	12,32	103,84	1.636.385	17.174.590	18.458	16.840.774
13	1.200	162.449	13,38	103,31	1.462.121	18.244.904	18.137	18.139.913
14	1.250	168.855	13,91	103,05	1.374.989	18.774.993	18.007	18.774.993
15	1.300	175.260	14,43	102,78	1.287.857	19.301.702	19.439	18.139.913
16	1.400	188.071	15,49	102,26	1.113.592	20.344.985	22.732	16.840.774
17	1.500	200.882	16,54	101,73	939.328	21.374.751	26.744	15.502.994
18	1.600	213.693	17,60	101,20	765.063	22.391.002	31.724	14.126.575
19	1.700	226.504	18,65	100,67	590.799	23.393.736	38.053	12.711.515
20	1.800	239.315	19,71	100,15	416.535	24.382.955	46.337	11.257.816
21	1.900	252.126	20,76	99,62	242.270	25.358.658	57.611	9.765.477
22	2.000	264.937	21,82	99,09	68.006	26.320.845	73.798	8.234.497
23	2.100	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	98.913	6.664.878
24	2.200	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	137.521	5.056.618
25	2.300	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	221.691	3.409.719
26	2.400	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	542.139	1.724.179
27	2.500	269.937	22,23	98,88	0	26.692.669	-	0

De acordo com a TAB. 7.10 a carga $P_{sp} = 18,01 \text{ kN}$ foi a de menor valor ao longo do vão L , nas seções indicadas, sendo definida como a carga concentrada sobreposta máxima permitida para este modelo estrutural. Os momentos fletores solicitantes de cálculo, M_{sd} , ao longo dessas seções, foram calculados considerando-se este valor máximo.

A FIG. 7.11 ilustra a relação entre o momento fletor solicitante de cálculo, M_{sd} , e o momento fletor resistente de cálculo, M_{Rd} , mostrando um dimensionamento seguro, uma vez que $M_{sd} \leq M_{Rd}$ em todo o vão da laje mista. A seção transversal crítica é definida pelo ponto no qual a curva de M_{sd} tangencia a curva de M_{Rd} . Como $L_x = 1.250 \text{ mm} \leq L_{sf} = 2.039 \text{ mm}$, o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal.

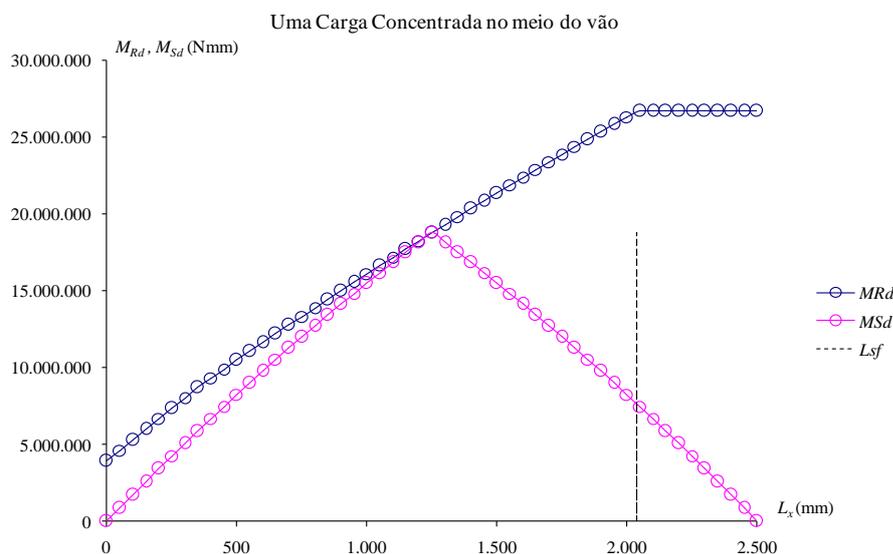


FIGURA 7.11 - Verificação da laje mista ao cisalhamento longitudinal (*MIP com atrito*)

A TAB. 7.11 apresenta os resultados das cargas concentradas sobreposta máximas, calculadas pelos métodos “*m-k*”, *MIP sem atrito* e *MIP com atrito*, considerando a verificação quanto ao cisalhamento longitudinal.

TABELA 7.11 – Cargas concentradas sobrepostas máximas

Verificação ao Cisalhamento Longitudinal			
Métodos	“<i>m-k</i>”	<i>MIP sem atrito</i>	<i>MIP com atrito</i>
P_{sp} (kN)	22,52	20,61	18,07

7.4.2 Verificação da Laje Mista quanto ao Deslocamento Vertical (flecha)

Para a laje simplesmente apoiada deste exemplo, com duas cargas concentradas equidistantes do apoio, o cálculo da flecha se faz através da Eq. 7.13:

$$\delta_{máx} = \frac{P_{sp} L^3}{48 E_c I_{lm}} \quad (7.13)$$

Na Eq. (7.13) I_{lm} é o momento de inércia efetivo da seção transversal da laje mista. Neste exemplo, considerando-se os estudos realizados no CAP.4, serão utilizados no cálculo de I_{lm} a média simples (I_{med}) dos momentos de inércia da seção não-fissurada (I_{cf}) e da seção fissurada (I_{II}) e os momentos de inércia efetivos oriundos das propostas 1, 2 e 3.

Considerando-se os dados do exemplo, os momentos de inércia I_{cf} e I_{II} foram calculados com o auxílio das Eq. (4.7) e (4.11), respectivamente, sendo:

$$I_{cf} = 189.277.303 \text{ mm}^4; \quad I_{II} = 95.091.820 \text{ mm}^4$$

a) Média simples (Eq. 4.12)

$$I_{lm} = I_{med} = \frac{I_{cf} + I_{II}}{2} = 142.184.561 \text{ mm}^4$$

Igualando-se a Eq. 7.4 com a Eq. 7.13, tem-se:

$$P_{sp} = \frac{48 E_c I_{med} \delta_{adm}}{L^3} = \frac{48 \times 21.287 \times 142.184.561 \times 7,14}{2.500^3}$$

$$\therefore P_{sp} = 66.415 \text{ N} = 66,42 \text{ kN}$$

b) Proposta 1 (Eq. 4.25)

Quando $M_a \geq M_r$;

$$I_{lm} = I_1 = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \leq I_{cf}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 4.992.483$ Nmm. Igualando-se a Eq. (7.4) com a Eq. (7.13); utilizando-se as Eq. (4.25) e sabendo-se que $M_a = P_{sp} L_s/2$, pode-se chegar a determinação da carga sobreposta máxima admissível.

$$P_{sp} = \sqrt[3]{\frac{192 E_c I_{cf} \delta_{adm} M_r^2}{L^3 L_s^2}} \quad (7.14)$$

$$P_{sp} = \sqrt[3]{\frac{192 \times 21.287 \times 189.277.303 \times 7,14 \times 4.992.483^2}{2.500^3 \times 1.250^2}}$$

$$\therefore P_{sp} = 17.802 \text{ N} = 17,80 \text{ kN}$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = \frac{17.802 \times 1.250}{2} = 11.126.250 \text{ Nmm} > M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_1 = 189.277.303 \times \left(\frac{4.992.483}{11.126.250} \right)^2 = 38.109.575 \text{ mm}^4$$

c) Proposta 2 (Eq. 4.26)

$$\text{Quando } M_a \geq M_r; \quad I_{lm} = I_2 = I_{cf} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 + \frac{I_{II}}{10} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \right] \leq I_{cf}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 4.992.483$ Nmm. Igualando-se a Eq. (7.4) com a Eq. (7.13); utilizando-se as Eq. (4.26) e sabendo-se que $M_a = P_{sp} L_s/2$, pode-se chegar a determinação da carga concentrada sobreposta máxima admissível, após desenvolvimento algébrico.

$$\therefore P_{sp} = 19.111 \text{ N} = 19,11 \text{ kN}$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = \frac{19.111 \times 1.250}{2} = 11.944.375 \text{ Nmm} > M_r = 4.992.483 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_2 = 189.277.303 \times \left(\frac{4.992.483}{11.944.375} \right)^2 + \frac{95.091.820}{10} \times \left[1 - \left(\frac{4.992.483}{11.944.375} \right)^2 \right] = 40.915.644 \text{ mm}^4$$

d) Proposta 3 (Eq. 4.27)

$$\text{Quando } M_a \geq M_r; \quad I_{lm} = I_3 = I_{II} \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^2 \leq I_{med}$$

Com o auxílio da Eq. (4.14) determina-se $M_r = 7.132.118 \text{ Nmm}$. Igualando-se a Eq (7.4) com a Eq. (7.13); utilizando-se as Eq. (4.27) e sabendo-se que $M_a = P_{sp}L_s/2$, pode-se chegar a determinação da carga sobreposta máxima admissível, após desenvolvimento algébrico.

$$\therefore P_{sp} = 17.951 \text{ N} = 17,95 \text{ kN}$$

Verificando a validade da formulação, tem-se:

$$M_a = \frac{17.951 \times 1.250}{2} = 11.219.375 \text{ Nmm} > M_r = 7.132.118 \text{ Nmm}$$

Portanto,

$$I_3 = 95.091.820 \times \left(\frac{7.132.118}{11.219.375} \right)^2 = 38.427.565 \text{ mm}^4$$

A TAB. 7.12 apresenta os resultados das cargas sobreposta máximas, calculadas considerando-se a verificação quanto ao deslocamento vertical utilizando os momentos de inércia efetivo da seção mista conforme a média simples e as propostas 1, 2 e 3 deste trabalho.

TABELA 7.12 – Cargas sobrepostas máximas

Verificação ao Deslocamento Vertical (flecha)				
Propostas	I_{med}	I_1	I_2	I_3
P_{sp} (kN)	66,42	17,80	19,11	17,95

7.5 Conclusões

A TAB. 7.13 mostra o resumo dos resultados das verificações quanto ao cisalhamento longitudinal feitas nos exemplos com carga uniformemente distribuída, duas cargas concentradas aplicadas equidistantes dos apoios e uma carga concentrada aplicada no meio do vão.

TABELA 7.13 – Resumo dos resultados dos exemplos (ELU) - cargas sobrepostas máximas

Verificação quanto ao Cisalhamento Longitudinal				
Tipos de Carregamentos	Cargas Máximas	Métodos		
		“ <i>m-k</i> ”	<i>MIP sem atrito</i>	<i>MIP com atrito</i>
Carga distribuída	w_{sp} (kN/m ²)	9,95	12,79	12,14
2 Cargas concentradas	P_{sp} (kN)	13,74	13,51	13,30
1 Carga concentrada	P_{sp} (kN)	22,52	20,61	18,07

Observando-se a TAB. 7.13, pode-se concluir que para o caso em que se têm duas cargas aplicadas em linha, o modelo analítico utilizado pelo MIP retrata muito bem as condições de aplicação de carga nos ensaios, uma vez que os resultados de todos os métodos foram muito próximos. Já para o caso com uma carga concentrada em linha,

aplicada no meio do vão, apesar dos resultados obtidos por todos os métodos mostrarem-se satisfatórios, o menor valor apresentado pelo MIP considerando o atrito, confirma a pequena influência do atrito da região dos apoios quando os vãos de cisalhamento, L_s , crescem.

Para o exemplo com carga distribuída, o resultado pelo método “ $m-k$ ” mostrou-se mais conservador em relação ao MIP, o que pode ser atribuído à aproximação utilizada no método “ $m-k$ ”, para transformar a condição do ensaio em laboratório, com duas cargas concentradas, numa condição equivalente de carga uniformemente distribuída, utilizada em projetos, que, segundo a literatura, é conservadora.

A TAB. 7.14 mostra o resumo dos resultados das verificações quanto ao deslocamento vertical feitas nos exemplos com carga uniformemente distribuída, duas cargas concentradas aplicadas equidistantes dos apoios e uma carga concentrada aplicada no meio do vão.

TABELA 7.14 – Resumo dos resultados dos exemplos (ELS) - cargas sobrepostas máximas

Verificação quanto ao Deslocamento Vertical (flecha)					
Tipos de Carregamentos	Cargas Máximas	Inércias Efetivas			
		I_{med}	I_1	I_2	I_3
Carga distribuída	w_{sp} (kN/m ²)	42,51	13,22	14,02	13,33
2 Cargas concentradas	P_{sp} (kN)	64,27	21,92	23,08	22,10
1 Carga concentrada	P_{sp} (kN)	66,42	17,80	19,11	17,95

Pode-se observar na TAB. 7.14, que o uso de I_{med} para o cálculo da flecha resulta em uma rigidez bastante elevada para as lajes mistas que utilizam a fôrma metálica *Deck-60*, como já analisado no CAP. 4, assim não sendo recomendada sua utilização em projetos. Observa-se também, que os resultados obtidos utilizando-se os momentos de inércia efetivos das propostas 1, 2 e 3, mantém uma excelente correlação entre eles. Como analisado no CAP.4, estas propostas representam mais adequadamente o comportamento das lajes mistas, sendo, portanto, recomendadas para o uso em projetos.

8

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DA PESQUISA

8.1 Considerações Iniciais

O objetivo deste trabalho foi analisar o comportamento e a resistência de um sistema de lajes mistas com fôrma de aço incorporada, durante todas as fases do carregamento após a cura do concreto, avaliando criteriosamente o momento de inércia efetivo da seção mista e a influência do atrito da região dos apoios. A fôrma de aço incorporada utilizada foi o “*Deck-60*” fabricado pela USIMINAS S/A.

Para identificar e considerar os vários parâmetros que têm maior influência no comportamento estrutural e na resistência desse sistema misto foi necessário utilizar o programa de ensaios em laboratório realizado por RODRIGUES & LAVALL (2005), com modelos de diferentes combinações de espessuras da laje, vãos de cisalhamento e espessuras da fôrma de aço. Durante a pesquisa foram ensaiados 12 modelos com vão simples e bi-apoiados submetidos à flexão. Dos 12 modelos, 6 foram fabricados com espessura da fôrma de aço igual a 0,80 mm, enquanto os outros 6 tiveram fôrmas com espessura de 0,95 mm.

8.2 Conclusões

As dimensões dos modelos das lajes ensaiadas seguiram as recomendações normativas mais utilizadas na literatura técnica internacional sobre o assunto, permitindo concluir que o trabalho executado adotou uma metodologia adequada para o objetivo proposto. Conseqüentemente pode-se afirmar que os resultados obtidos são confiáveis e seguros.

A análise global dos resultados revelou um comportamento das lajes mistas, fabricadas com “*Deck-60*” e concreto estrutural convencional, bastante similar ao apresentado pelas lajes mistas já estudadas por outros pesquisadores. Inicialmente existe uma interação completa entre o perfil de aço e o concreto; com o aumento das solicitações, ocorre a fissuração da laje acompanhada de acomodações de carga, provocando, conseqüentemente, a quebra da aderência química na ligação “deck - concreto”. A partir daí, como as mossas presentes no perfil de aço são incapazes de transferir o cisalhamento total nessa interface, surge um deslizamento relativo entre a fôrma de aço e o concreto, fazendo com que a interação entre os mesmos, passe a ser parcial. Em todos os casos, a ruptura se deu por cisalhamento longitudinal.

Para o Estado-Limite de Serviço (ELS), onde se estudou o comportamento carga x flecha no meio do vão, foi mostrado que o momento de inércia efetivo das seções mistas, sugerido por algumas normas para a verificação das flechas, não definem bem a realidade do funcionamento do sistema de lajes mistas. Então, através dos resultados dos ensaios deste trabalho e de outros já publicados, estudos foram feitos mostrando o real comportamento da laje mista. As propostas 1, 2 e 3, dadas pelas Eq.(4.25), (4.26) e (4.27), respectivamente, para o cálculo do momento de inércia efetivo em lajes mistas, representam mais adequadamente as curvas carga x flecha com comportamento dúctil.

Os estudos realizados permitiram concluir que, as propostas 1 e 2, são recomendáveis para o uso corrente nas especificações de projeto e construção de lajes mistas com comportamento dúctil, e a proposta 3, pode ser utilizada em lajes mistas que tenham comportamento, tanto dúctil quanto frágil.

Para o Estado-Limite Último (ELU), já com o modo de colapso definido, foram estudados dois métodos recomendados pela EN 1994-1-1:2004 e ABNT NBR 8800:2008 para o cálculo da resistência: método “*m-k*” e método da interação parcial.

O método “*m-k*” é considerado internacionalmente o método padrão para o cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de lajes mistas. A resistência é dada por uma equação que relaciona a resistência nominal ao esforço cortante com os parâmetros dos ensaios.

Na expressão da ABNT NBR 8800:2008 utilizada neste trabalho, as constantes *m* e *k* foram determinadas a partir dos dados experimentais, considerando a reta característica traçada a partir de um modelo estatístico apropriado. As análises realizadas para se definir os valores de *m* e *k* e para determinar o coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal, $\gamma_{sl} = 1,40$, apresentaram boa correlação quando levada em conta a análise comparativa em serviço. Os resultados alcançados, atendendo aos critérios exigidos, quando comparados com outras normas técnicas internacionais, confirmam a consistência e confiabilidade da metodologia adotada.

O método da Interação Parcial (MIP) surge como uma alternativa ao método “*m-k*” para a verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal, explorando melhor o comportamento dúctil das fôrmas com boa ligação mecânica e grandes vãos. Além do mais, esse método permite que se considerem as contribuições do atrito na região dos apoios, das ancoragens de extremidade e das armaduras de reforço, aumentando a resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de laje mista.

Os dois métodos mostraram-se bastante eficazes no cálculo da resistência nominal ao cisalhamento longitudinal dos modelos ensaiados, e apresentaram boa correlação com os resultados obtidos nos ensaios, como se observou na TAB. 6.4. Para os vãos de cisalhamento, L_s , maiores, os resultados obtidos pelos diversos métodos são bastante próximos, permitindo-se concluir que a influência do atrito da região dos apoios é pequena. Para vãos de cisalhamento menores, observou-se que os resultados da formulação do MIP, que considera explicitamente a influência do atrito, apresentaram uma melhor aproximação com os resultados dos ensaios, podendo-se concluir que a

influência do atrito, no caso de vãos menores, é significativa para a determinação da resistência longitudinal das lajes mistas.

A EN 1994-1-1:2004 recomenda que o coeficiente de ponderação da resistência ao cisalhamento longitudinal (γ_{sl}) adotado seja igual a **1,25** tanto para o método “*m-k*” quanto para o MIP. Entretanto, recomenda-se que o valor de cálculo obtido com esse coeficiente para as cargas de serviço não ultrapasse a carga de deslizamento de extremidade inicial, obtida nos ensaios, dividida por 1,2. Verificou-se então, que nesse sistema, *Deck-60*, para que γ_{sl} atenda à condição da norma, ele deve ser tomado igual a **1,40, 1,45 e 1,60** para método “*m-k*”, MIP desconsiderando-se a influência do atrito e o MIP considerando-se a influência do atrito, respectivamente, mostrando que não se pode considerar diretamente o γ_{sl} sem uma avaliação criteriosa.

O exemplo prático de aplicação desenvolvido no CAP. 7 permitiu fazer uma análise comparativa da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal (ELU) através dos dois métodos apresentados. Também permitiu fazer uma análise do deslocamento vertical (ELS) utilizando as propostas de momento de inércia efetivo apresentadas.

As aplicações nos exemplos com cargas concentradas mostraram uma excelente correlação entre os resultados obtidos pelos métodos “*m-k*” e MIP, considerando-se e desconsiderando-se a influência do atrito da região dos apoios, ao se verificar a laje mista quanto ao cisalhamento longitudinal.

Para o exemplo com carga distribuída o resultado pelo método “*m-k*” mostrou-se conservador em relação ao MIP, o que pode ser atribuído à aproximação utilizada no método “*m-k*”, para transformar a condição do ensaio em laboratório, com duas cargas concentradas, numa condição equivalente de carga uniformemente distribuída, utilizada em projetos, que, segundo a literatura, é conservadora.

Já na verificação da laje mista quanto ao deslocamento vertical (flecha), observou-se que a utilização do I_{med} para o cálculo da flecha resultou em uma rigidez bastante elevada para as lajes mistas que utilizam a fôrma metálica *Deck-60*, não sendo, portanto, recomendada sua utilização em projetos. Observou-se também, que os resultados obtidos utilizando-se os momentos de inércia efetivos das propostas 1, 2 e 3,

mantiveram uma excelente correlação entre eles. Uma vez que os momentos de inércia efetivos dados pelas propostas 1, 2 e 3 representam mais adequadamente o comportamento das lajes mistas, são, portanto, recomendados para o uso em projetos.

8.3 Sugestões para continuidade de pesquisa

Após as considerações feitas, algumas propostas para desenvolvimento em estudos posteriores podem ser apresentadas, uma vez que vários aspectos interessantes e relevantes surgiram no decorrer do trabalho, os quais devem ser pesquisados e estudados:

- O uso de conectores de cisalhamento, do tipo *Stud Bolt*, nas extremidades das lajes mistas aumenta a resistência ao cisalhamento longitudinal, uma vez que dificulta o deslizamento horizontal relativo entre o concreto e a fôrma de aço, contribuindo para o aumento do grau de interação ao cisalhamento longitudinal. O efeito desse uso pode ser estudado pelo MIP.
- É importante ressaltar que esse sistema de lajes mistas também pode ser empregado em construções convencionais de concreto armado. Sugere-se, então, a realização de um estudo mais aprofundado da aplicação desse sistema de piso em estruturas de concreto armado, tendo em vista que no Brasil esse sistema tem sido usado, principalmente, em construções com estruturas de aço.
- Considerando que a resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de laje mista depende principalmente da vinculação mecânica entre a fôrma de aço e o concreto, acredita-se que possam ser estudados outros tipos de mossas, com formas e direções diferentes, para se avaliar sua eficiência e influência na resistência do sistema misto.
- Utilização dos ensaios de pequena escala para a determinação ou verificação do coeficiente de atrito e da resistência ao cisalhamento longitudinal, utilizando diversos tipos de fôrmas e mossas, permitindo a utilização em análise numérica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 5739:1960. *Ensaio de Corpos de Prova Cilíndricos de Concreto*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

ABNT NBR 5738:1984. *Concreto: Moldagem e cura de Corpos de Prova Cilíndricos ou Prismáticos*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

ABNT NBR 14323:1999. *Dimensionamento de Estruturas de Aço de Edifícios em Situação de Incêndio*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

ABNT NBR 14762:2001. *Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio – Procedimento*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

ABNT NBR 6355:2003. *Perfis estruturais de aço formados a frio – Padronização*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

ABNT NBR 6118:2003. *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

ABNT NBR 8800:2008. *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

AISI:1996, *Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Member*. Cold-Formed Steel Design Manual - Part V. American Iron and Steel Institute Washington, DC, USA.

ANSI/ASCE 3-91:1992. *Standard for the Structural Design of Composite Slabs*. American Society of Civil Engineers. New York, December.

ARAÚJO, G. S. (2008). *Análise do Comportamento e da Resistência de um Sistema de Lajes Mistas pelo Método da Interação Parcial*. 116p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ASTM A370 – 97a:1997. *Standard Test Methods and Definition for Mechanical Testing of Steel Products*.

BELTRÃO, A. J. N. (2003). *Comportamento Estrutural de Lajes Mistas com Corrugações de Alma de Perfis de chapa Dobrada*. Dissertação de Mestrado - Engenharia de Estruturas, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.

BODE, H. & MINAS, F. (1996). *Composite Slabs with and without End Anchorage under Static and Loading*, p. 265-270.

BRENDOLAN, G. (2007). *Análise do Comportamento e da Resistência de um Sistema de Lajes com Fôrma de Aço Incorporada*. 149 p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

CALIXTO, J. M., LAVALL, A. C., MELO, C. B., PIMENTA, R. J. AND MONTEIRO, R.C. (1998). *Behaviour and Strength of Composite Slabs with Ribbed Decking*, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 46, Ed. Elsevier, England.

CAMPOS, P. C. (2001). *Efeito da Continuidade no Comportamento e na Resistência de Lajes Mistas com Fôrma de Aço Incorporada*. 136 p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Agosto.

CSSBI S2:2008. *Criteria for the testing of Composite Slabs*. Canadian Sheet Steel Building Institute. Willodale, Ontario, Canada.

CSSBI S3:2008. *Criteria for the Design of Composite Slabs*. Canadian Sheet Steel Building Institute. Willodale, Ontario, Canada, November.

CSSBI 12M:2008. *Standard for Composite Steel Deck*. Canadian Sheet Steel Building Institute. Willodale, Ontario, Canada, revised December.

DANIELS, B. J. & CRISINEL, M. (1993). *Composite Slab Behaviour and Strength Analysis*. Journal of Structural Engineering - ASCE, January. Part I: Calculation Procedure. vol. 119, n^o. 1, p. 16-35.

DANIELS, B. J. & CRISINEL, M. (1993). *Composite Slab Behaviour and Strength Analysis*. Journal of Structural Engineering – ASCE, January. Part II: Comparisons with Test Results and Parametric Analysis. vol. 119, no. 1, p. 36-49.

EASTERLING, W. S. & YOUNG, C. S. (1992). *Strength of Composite Slabs*, Journal of Structural Engineering - ASCE. vol. 118, n^o. 9.

EN 1990:2002. *Basic Structural Design*. CEN - European Committee for Standardization.

EN 1992-1-1:2004. *Design of Concrete Structures: General rules and rules for buildings, Part 1-1*. CEN - European Committee for Standardization.

EN 1993-1-1:2005. *Design of Steel Structures: General rules and rules for buildings, Part 1-1*. CEN - European Committee for Standardization.

EN 1993-1-3:2005. *Design of Steel Structures: Cold-formed thin gauge members and sheeting, Part 1-3*. CEN - European Committee for Standardization.

EN 1994-1-1:1993. *Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part 1-1, General rules and rules for building*. CEN - European Committee for Standardization.

EN 1994-1-1:2004. *Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part 1-1, General rules and rules for building*. CEN - European Committee for Standardization.

FERREIRA, H. J. (1999). *Análise do Sistema de Laje Mista com Fôrma de Aço Incorporada (Steel Deck) Aplicado a Estruturas Prediais de Concreto Armado*. Dissertação do Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

GOMES, L. C. (2001). *Estudo do Sistema de Lajes Mistas com Fôrma de Aço Incorporado empregando Concreto Estrutural Leve*. 165 p. Dissertação do Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

JOHNSON, R. P. (1994). *Beams, Slabs, Columns and Frames for Buildings. Composite Structures of Steel and Concrete*. Oxford, 2ª edição, vol. 01, Blackwell Scientific Publications.

LAMPORT, W. B. & PORTER, M. L. (1990). *Deflection Predictions for Concrete Slabs Reinforced with Steel Decking*. *ACI Structural Journal*. September-October 1990 (87-S57): 564 – 570.

MARTINS, A. G. (2001). *Estudo Comparativo de Respostas Estruturais, Após a Cura do Concreto, de Algumas Fôrmas Metálicas Incorporadas às Lajes, Disponíveis nos Mercados Nacional e Internacional*. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MELO, C. B. F. (1999). *Análise do Comportamento e da Resistência do Sistema de Lajes Mistas*. 141 p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

PORTER, M. & EKBERG, F. J. (1976). Design Recommendations for Steel Deck Floor Slabs, *Journal of the Structural Division, ASCE*, vol. 102, no. ST11.

QUEIROZ, G., PIMENTA, J. R. & MATA L. (2001). *Elementos das Estruturas Mistas Aço-Concreto*. Belo Horizonte, -MG, Editora O Lutador. 332p.

RODRIGUES F. C. & LAVALL A. C. C. (2005). *Estudo do comportamento estrutural do sistema de laje mista DECK 60 – USIMINAS*. Relatório técnico, Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

RONDAL, J. & MOUTAFIDOU, A. (1996). *Study of Shear Bond in Steel Composite Slabs*, p. 259-264.

SCHUSTER, R. M. (1976). *Composite Steel Deck Concrete Floor Systems*. *Journal of the Structural Division*. United States of America. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 102, n^o. ST5.

SCHUSTER, R. M. (1984). *Strength and Behaviour of the P - 2430 - 12HB, Composite Slab System (normal weight concrete)*, Report N^o WRI 110-12-02, Department of Civil Engineering, University of Waterloo

SCHUURMAN, R. G. (2001). *The Physical Behaviour of Shear Connection in Composite Slabs*. Netherlands. DUP Science. ISBN 90-407-2199-8.

SILVA, H. J. F. (1999). *Análise do Sistema de Laje Mista com Fôrma de Aço Incorporada aplicado a Estruturas Prediais em Concreto Armado*. 139 p. Dissertação do Mestrado Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SOUZA NETO , A.S. (2001). *Análise do Comportamento e da Resistência de um Sistema de Lajes Mistas com ancoragem de extremidade com considerações sobre a fôrma de aço isolada e o atrito nos apoios*. 211 p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SDI:1995. *Design Manual for Composite Decks, Form Decks and Roof Decks*. Steel Deck Institute. Canton, Ohio, Pub. 29.

TAKEY, T. H. (2001). *Sistema de Laje Mista para Edificações com uso de Perfis de Chapa Metálicas*. Dissertação de Mestrado - Engenharia de Estruturas, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.

TENHOVUORI, A. (1996). Proceedings of an Engineering Foundation Conference. Composite Construction in Steel and Concrete III. *Parameters and Definitions for Classifying the Behaviour of Composite Slabs*. New York: American Society of Civil Engineers – ASCE.

TENHOVUORI, A. & LESKELÄ, M. V. (1996). *Various Tests for Defining the Behaviour of Composite Slabs*, pg. 543-548.

VELJKOVIC', M. (1993). *Development of a New Sheeting Profile for Composite Floor*. Experimental Study and Interpretation - Research Report, Division of Steel Structures - Luleå University of Technology, Tuleå - Swedish.

VELJKOVIC', M. (1996). *Behaviour and Resistance of Composite Slabs. Experiments and Finite Element Analysis*. Doctoral Thesis - Luleå University of Technology, Tuleå, Swedish.

VIANNA, J. C. (2005). *Sistema de Laje Mista para Edificações Residenciais com o uso de Perfis Embossados de Chapa Dobrada*. Dissertação de Mestrado - Engenharia de Estruturas, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.

VIEIRA, D. J. (2003). *Estudo Teórico- Experimental do Comportamento de Lajes Mistas com Perfis Incorporados de Aço*. Dissertação de Mestrado - Engenharia de Estruturas, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.

VIEIRA, S. & HOFFMANN, R. (1989). *Estatística Experimental*. São Paulo. Editora Atlas S.A. 179 p. ISBN 85-224-0449-6.

ANEXO A

APRESENTAÇÃO DOS GRÁFICOS DOS ENSAIOS

A.1 Gráficos de Carga x Deslizamento Relativo de Extremidade

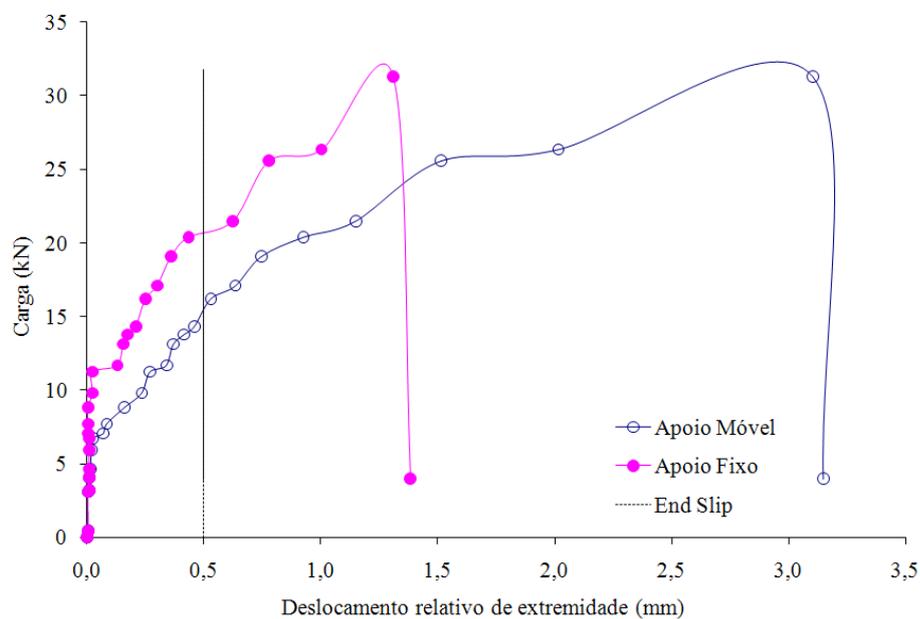


FIGURA A.1 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)

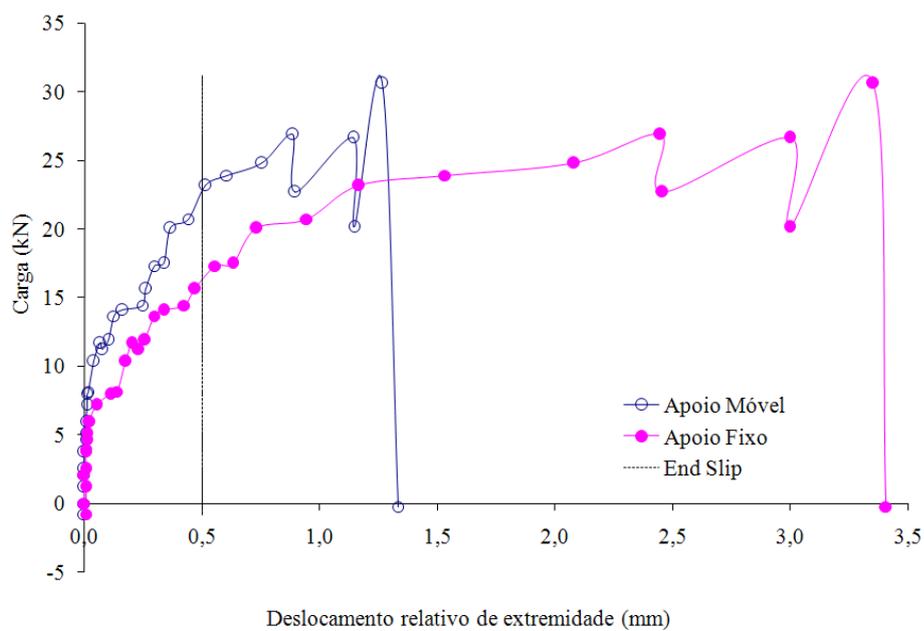


FIGURA A.2 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)

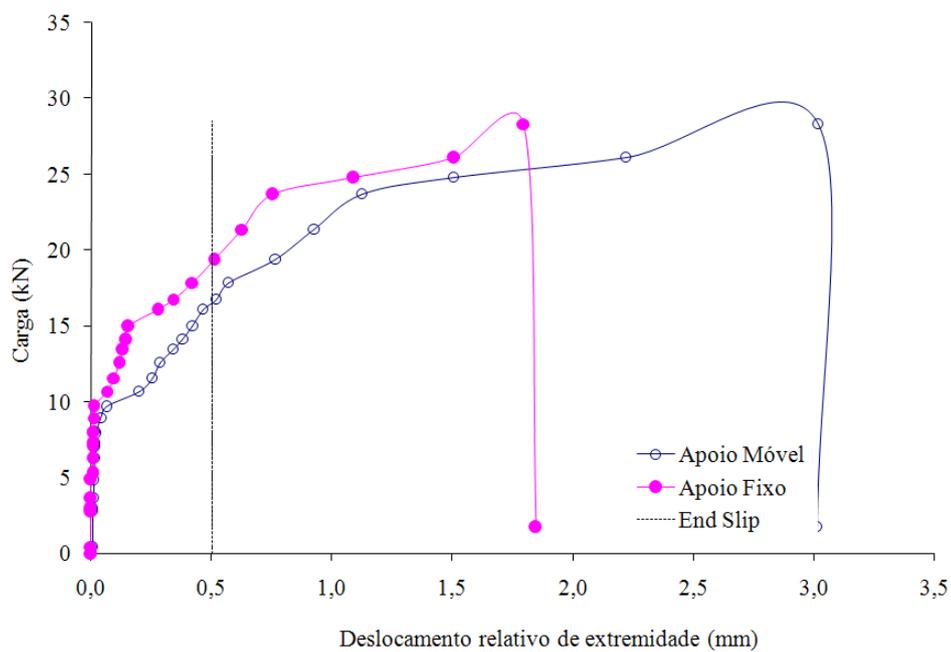


FIGURA A.3 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)

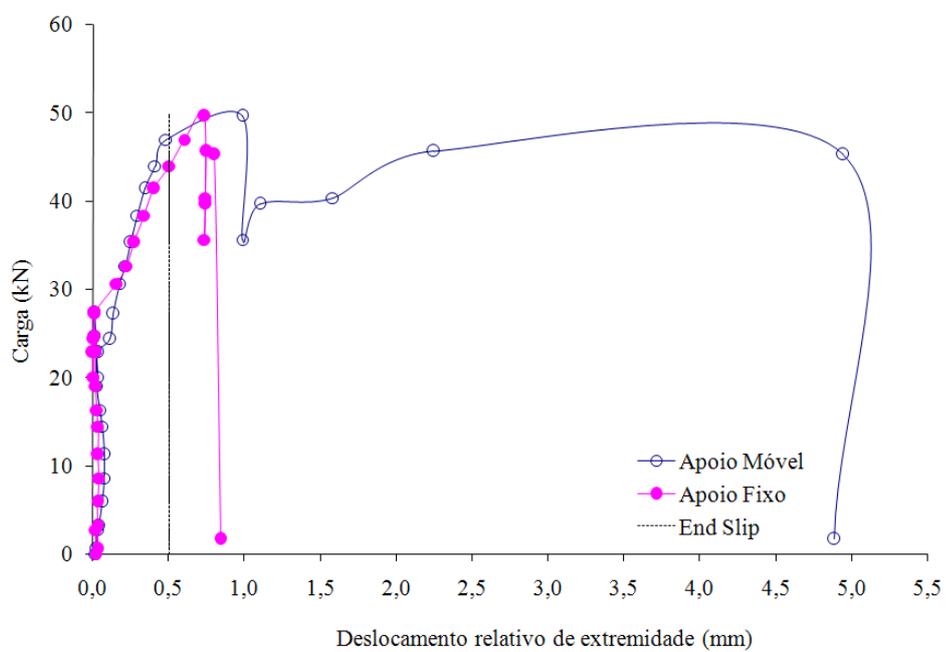
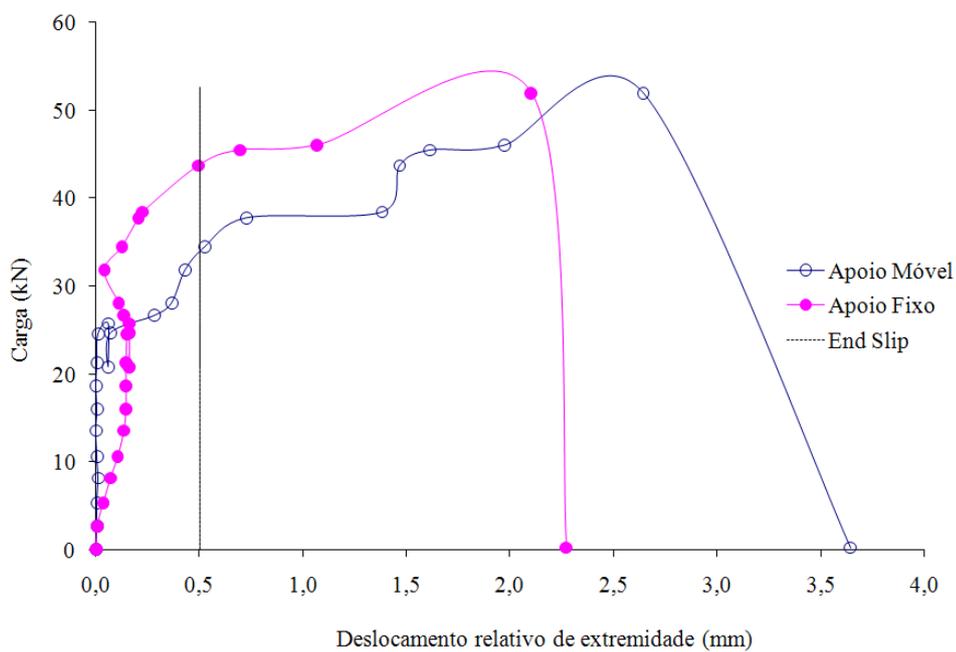
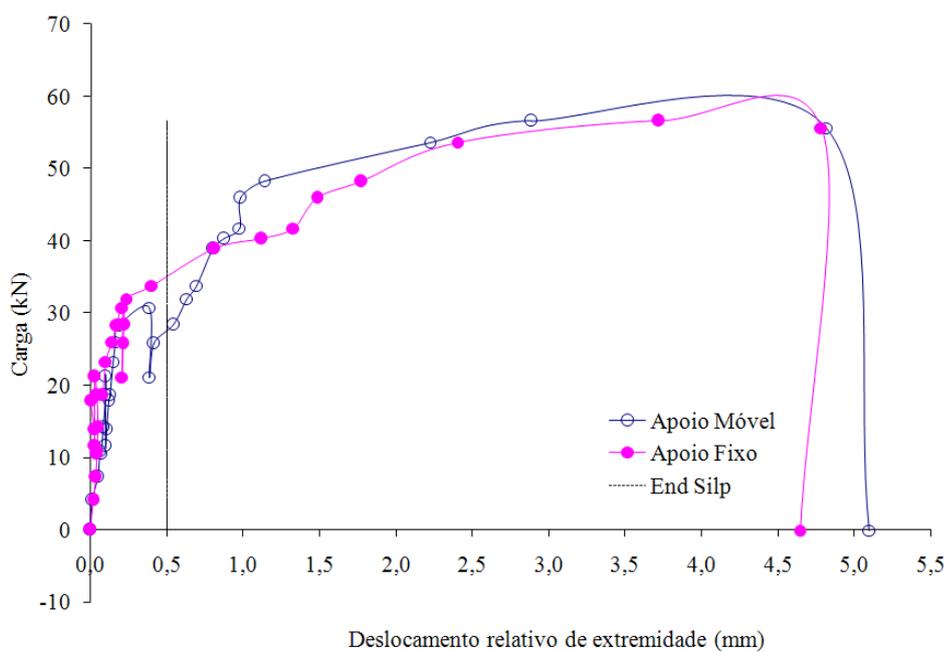


FIGURA A.4 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)

FIGURA A.5 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)FIGURA A.6 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)

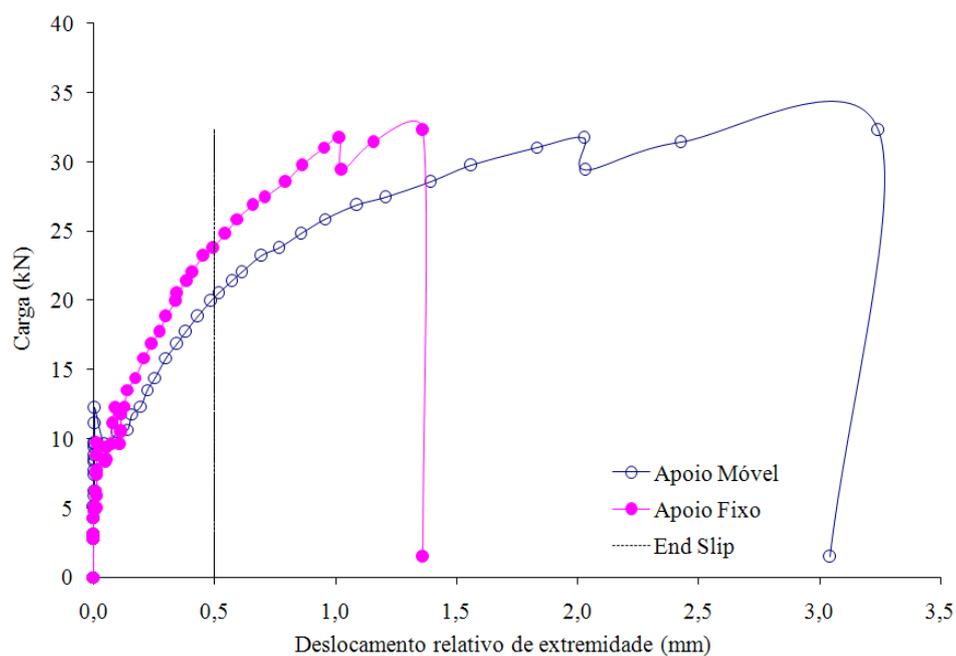


FIGURA A.7 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)

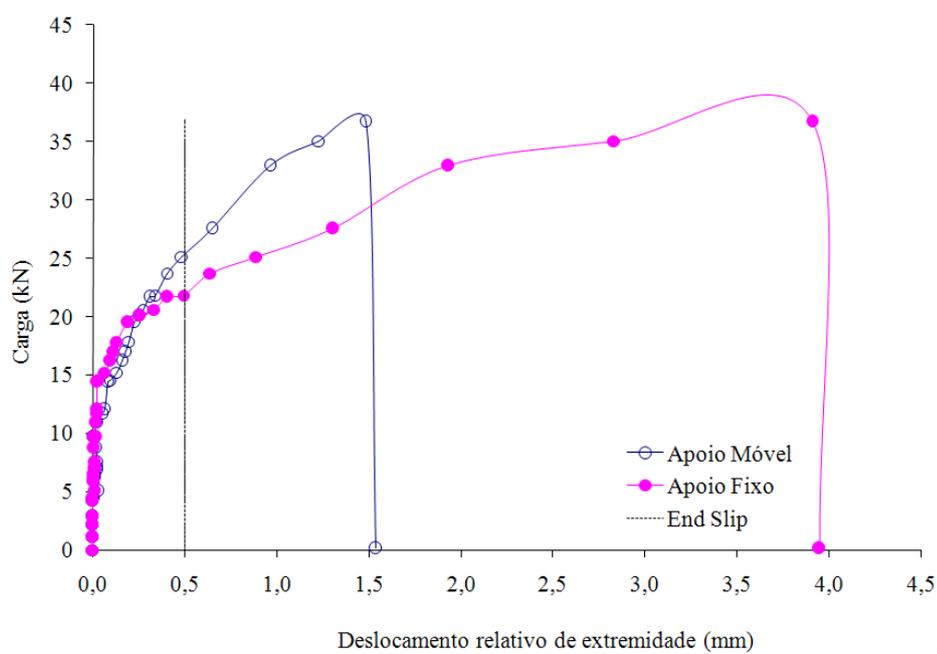


FIGURA A.8 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)

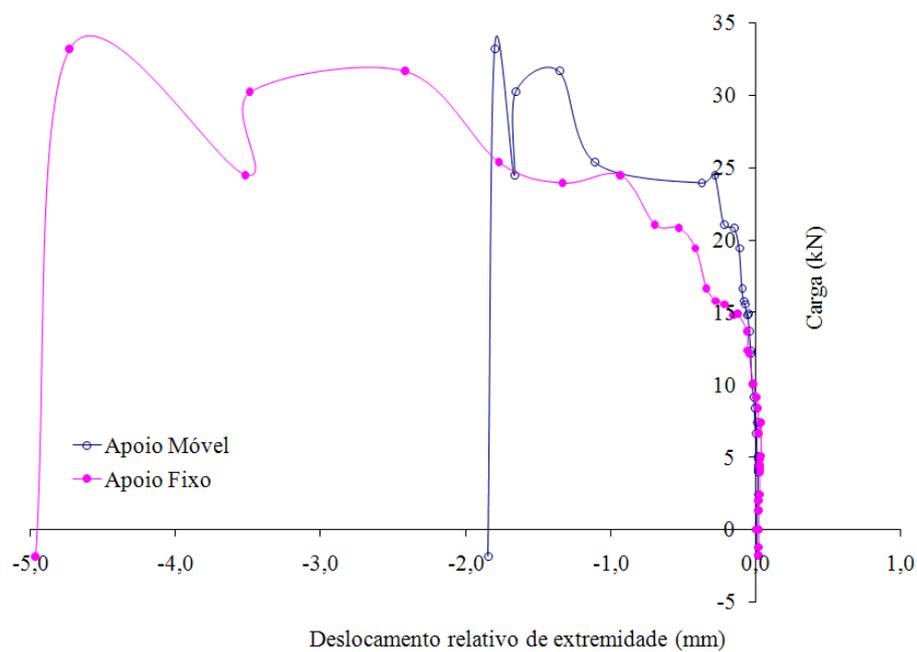


FIGURA A.9 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)

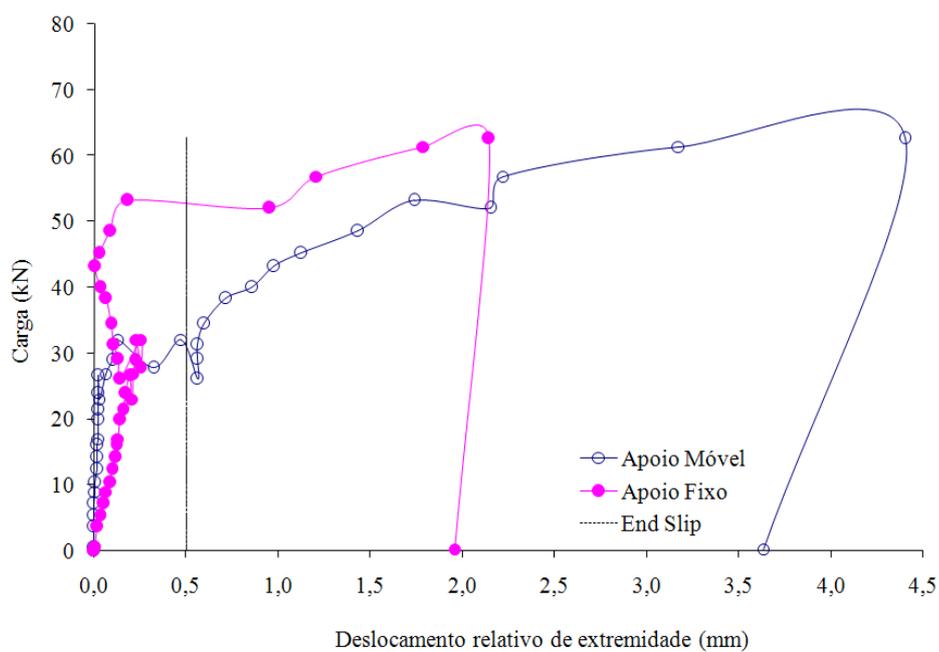


FIGURA A.10 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)

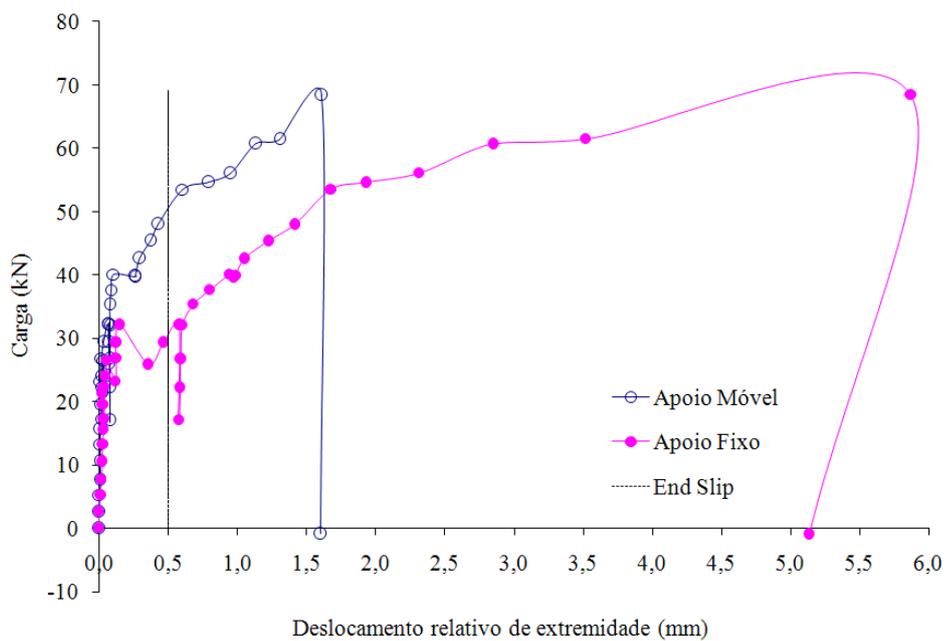


FIGURA A.11 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)

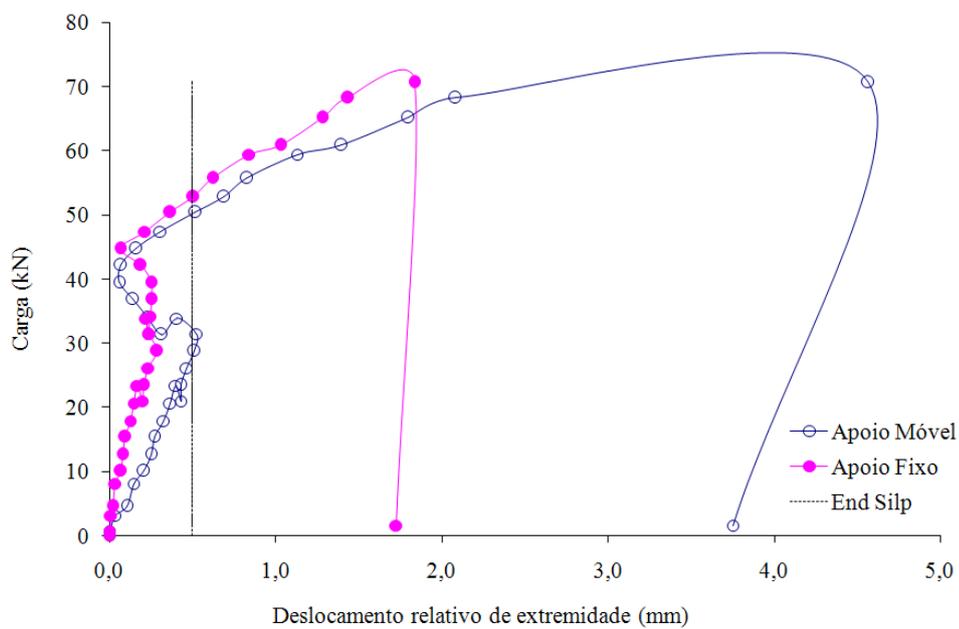


FIGURA A.12 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)

A.2 Gráficos de Carga x Flecha no Meio do Vão

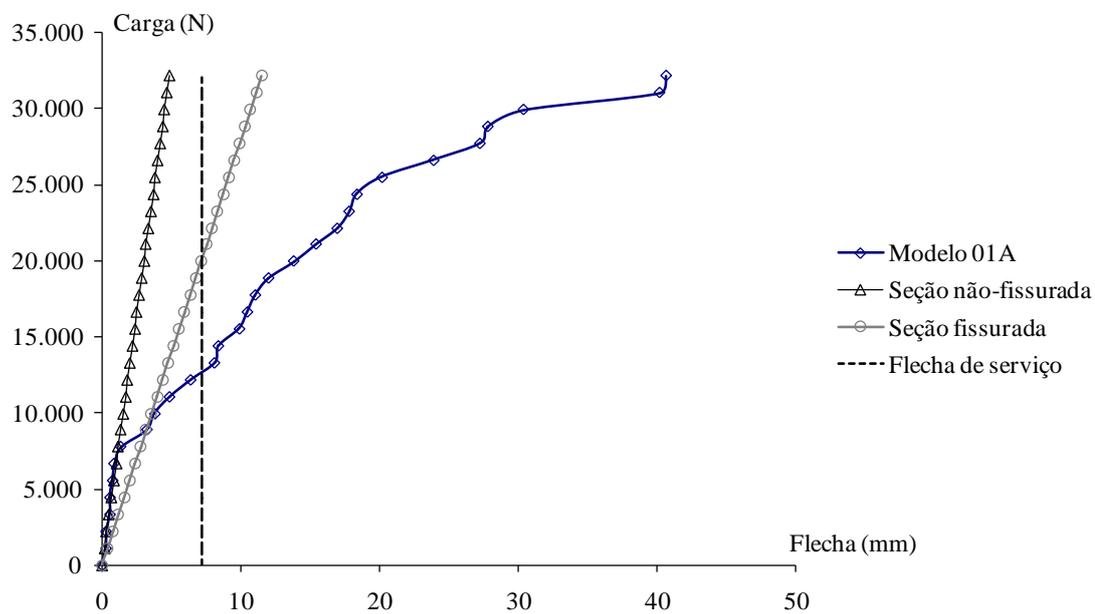


FIGURA A.13 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)

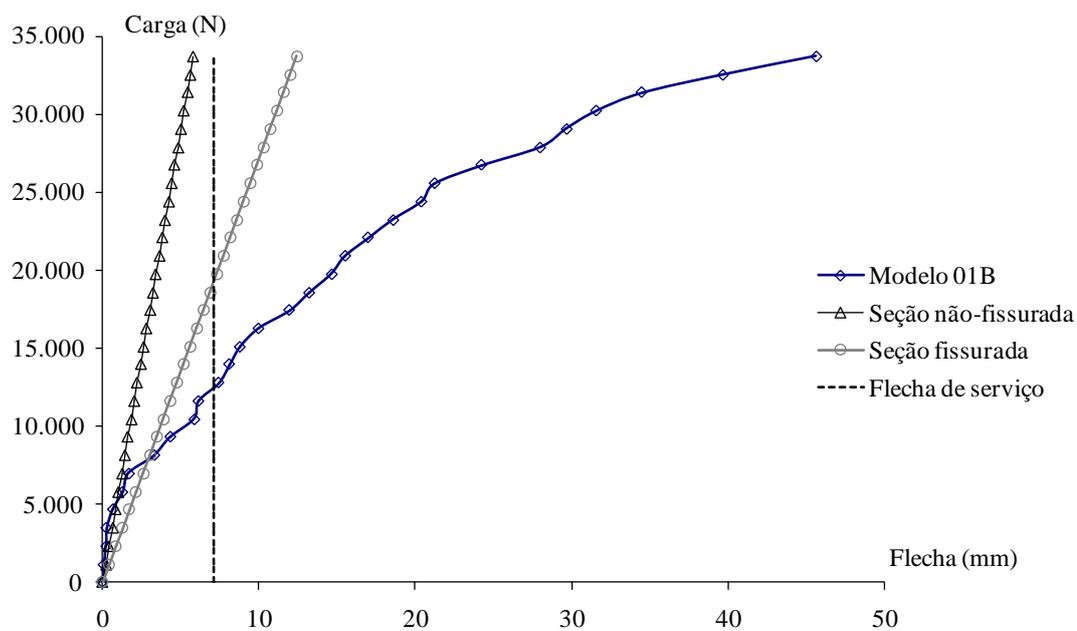
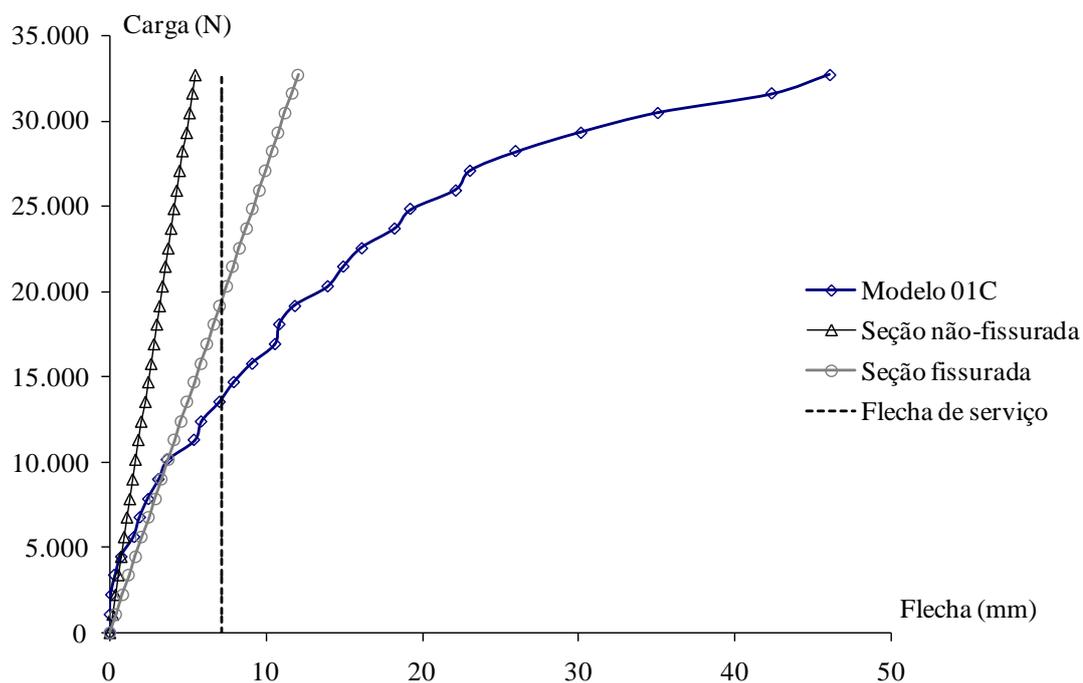
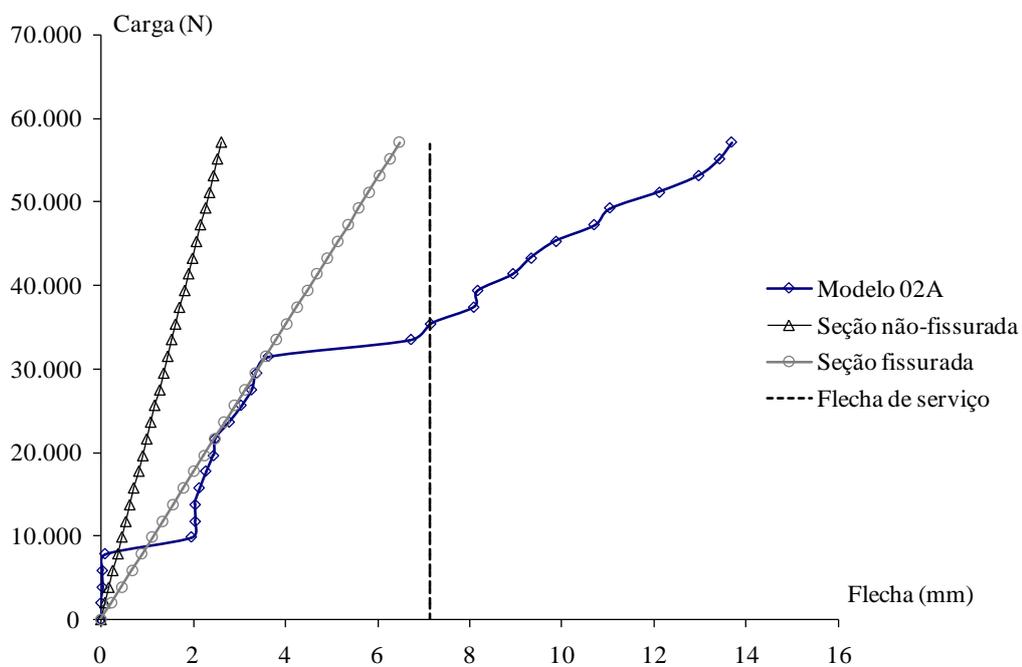
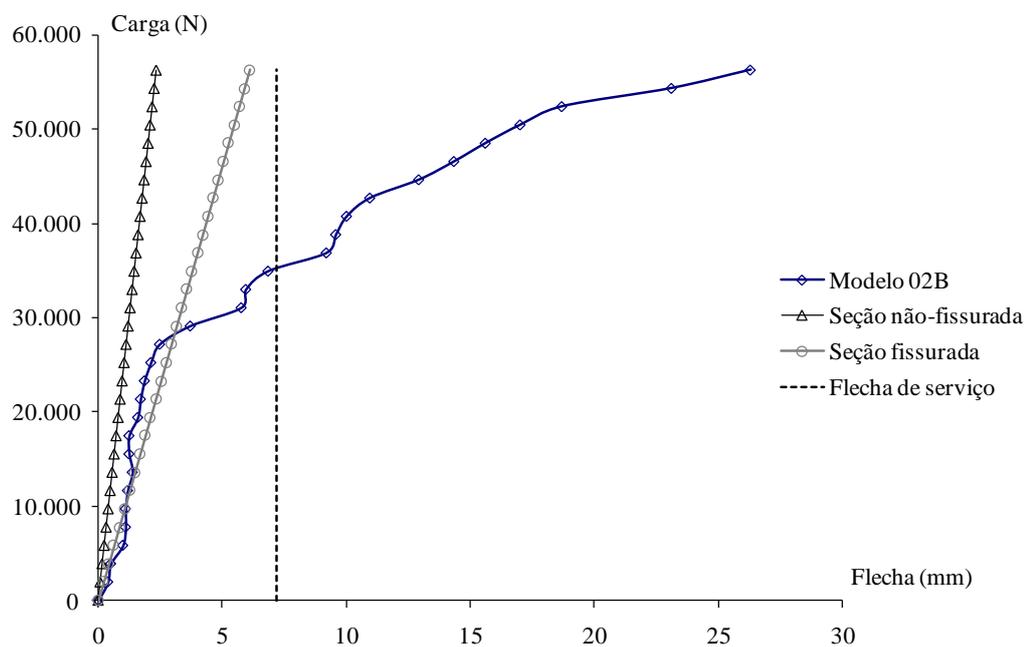
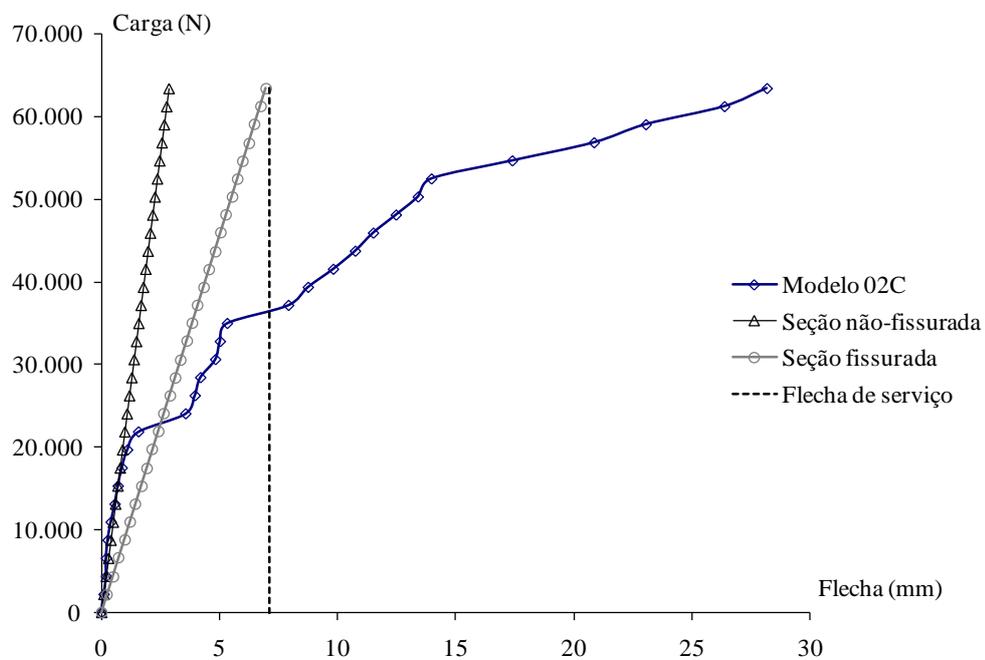
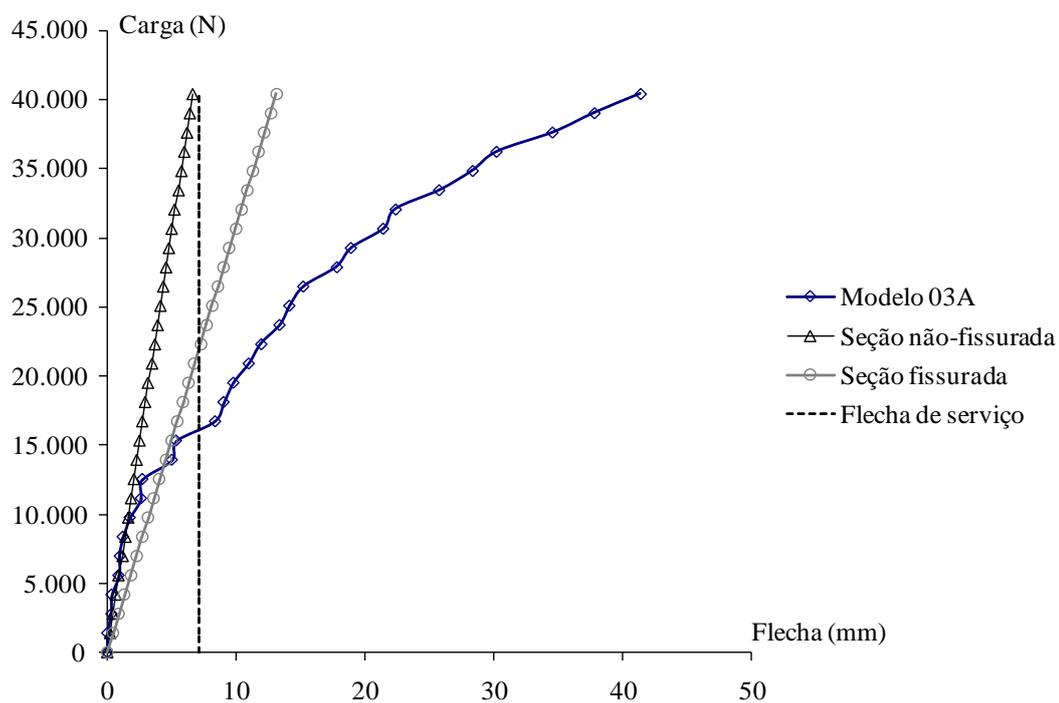
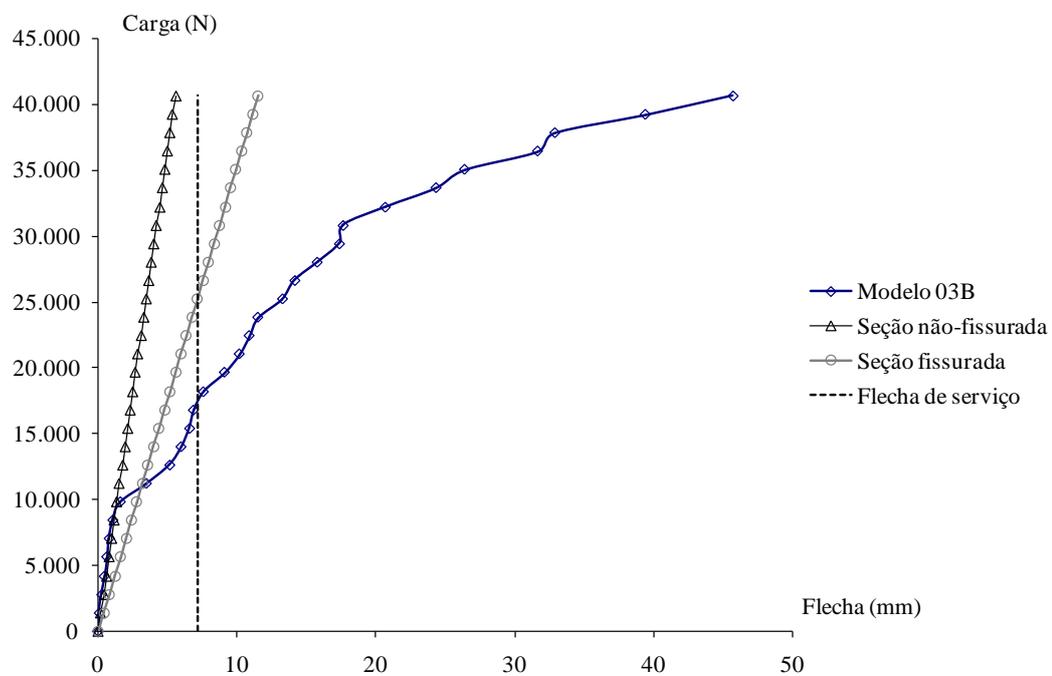
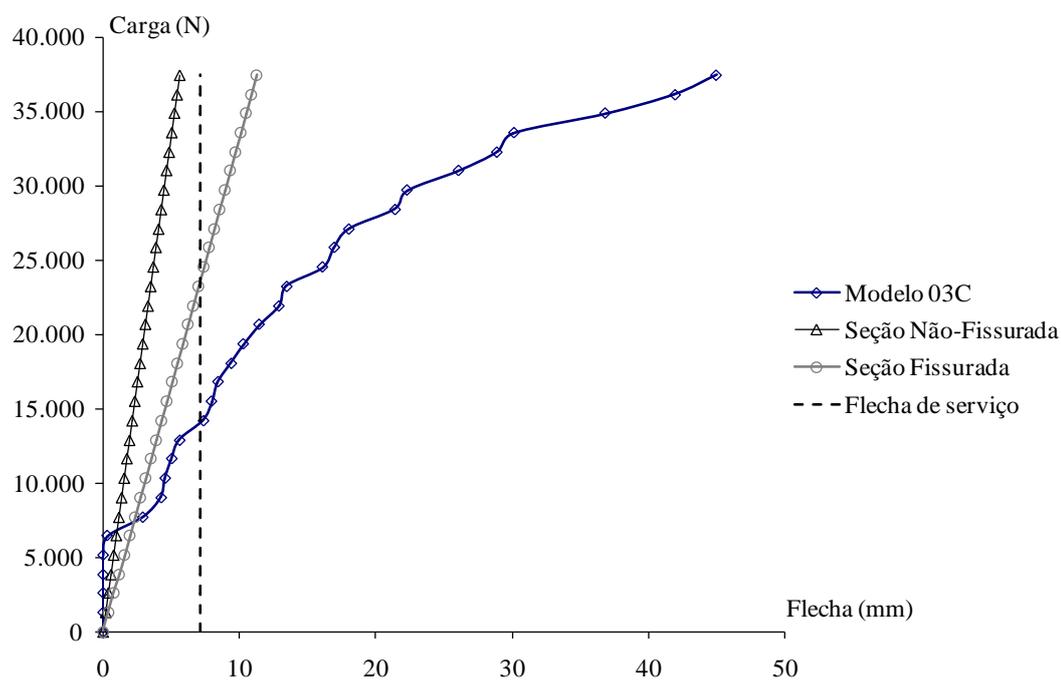
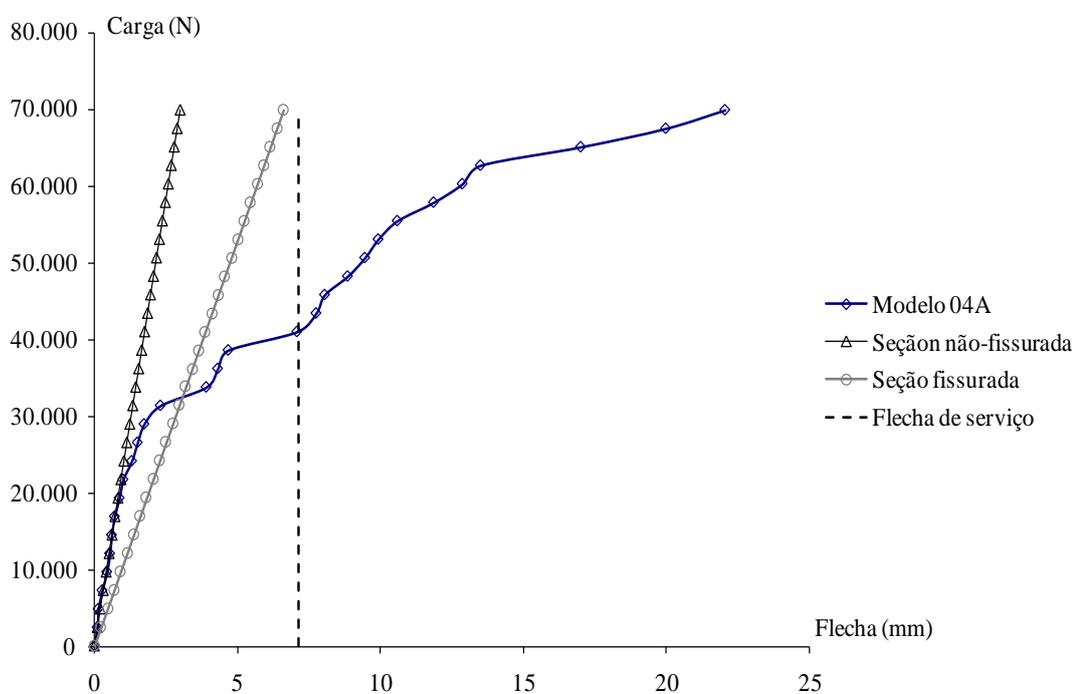


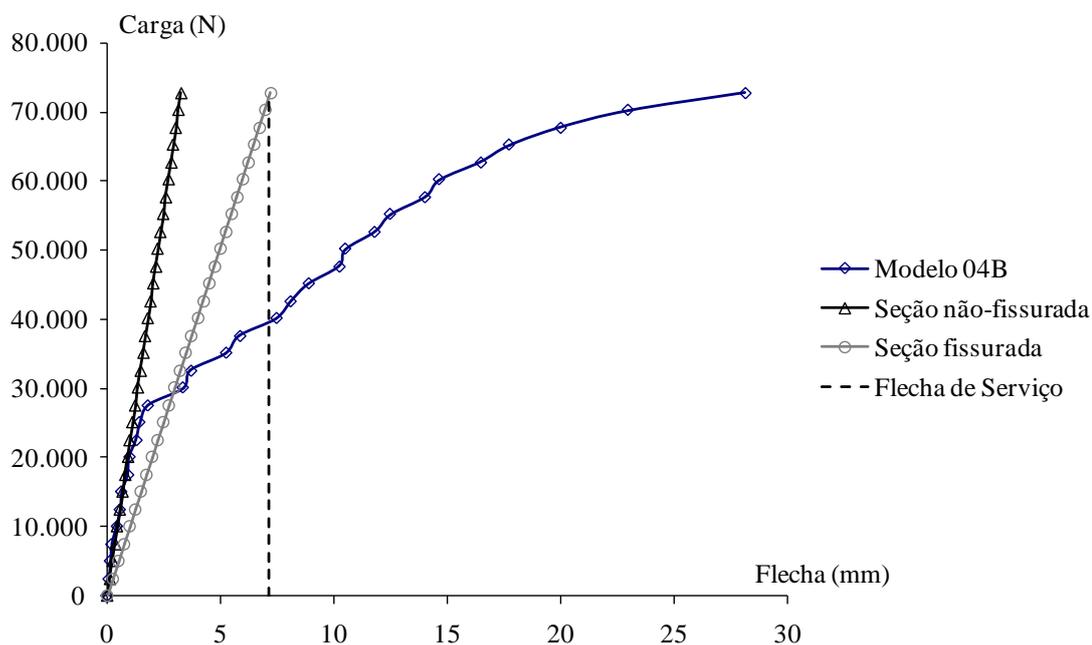
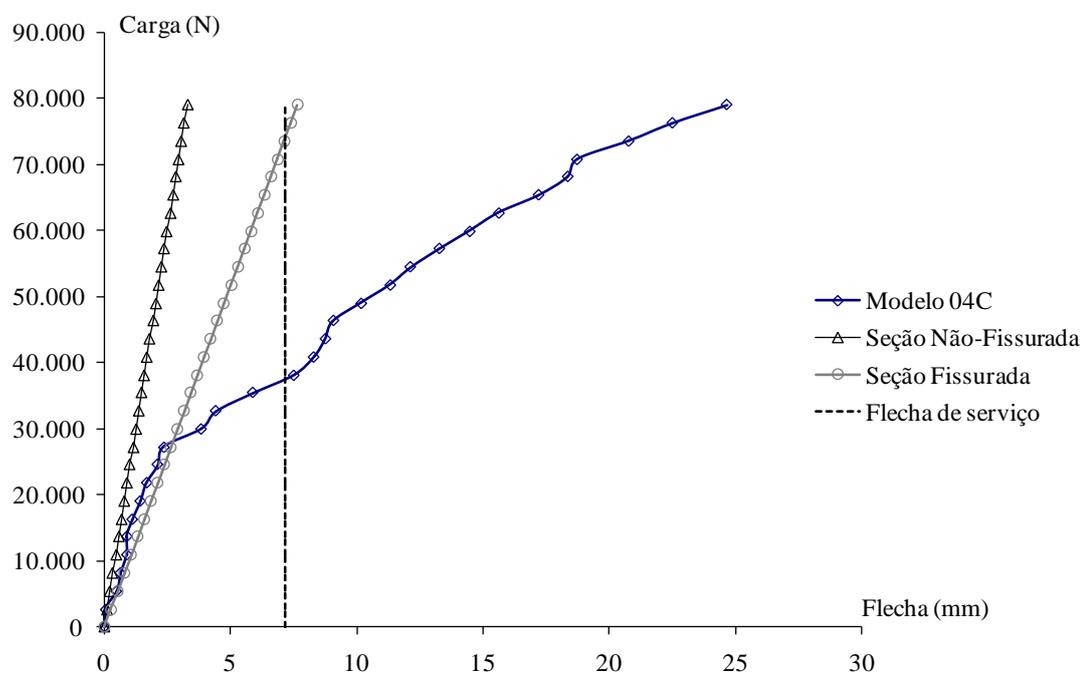
FIGURA A.14 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)

FIGURA A.15 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)FIGURA A.16 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)

FIGURA A.17 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)FIGURA A.18 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)

FIGURA A.19 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)FIGURA A.20 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)

FIGURA A.21 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)FIGURA A.22 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)

FIGURA A.23 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)FIGURA A.24 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)

A.3 Gráficos de Carga x Deformação no Aço

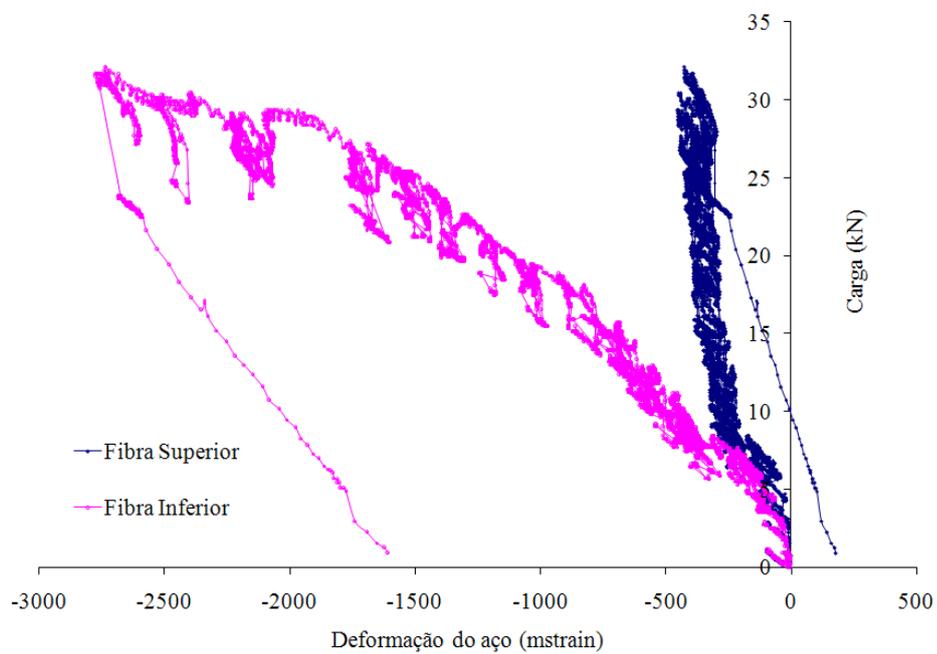


FIGURA A.25 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)

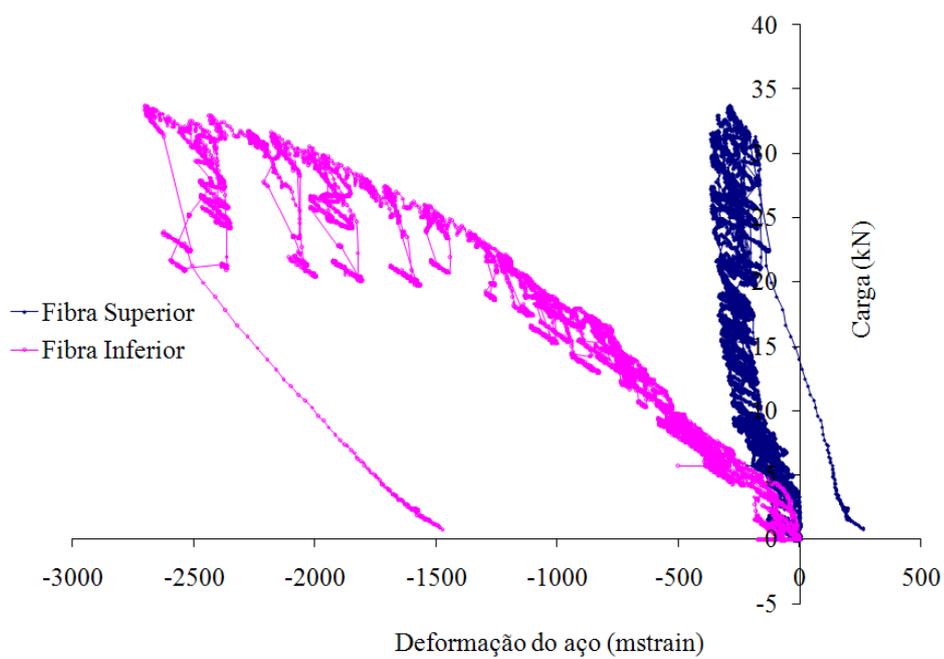
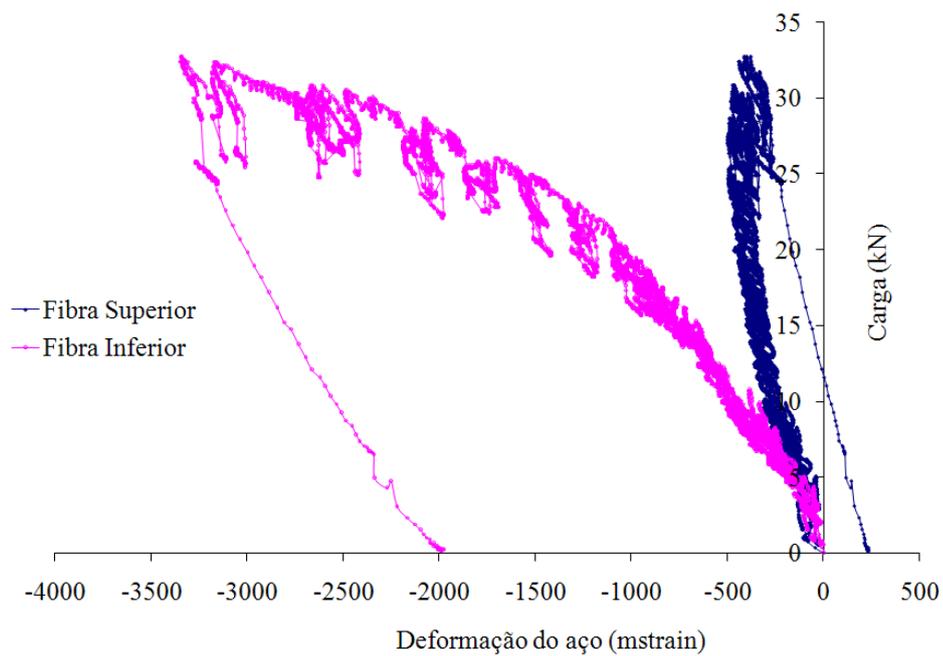
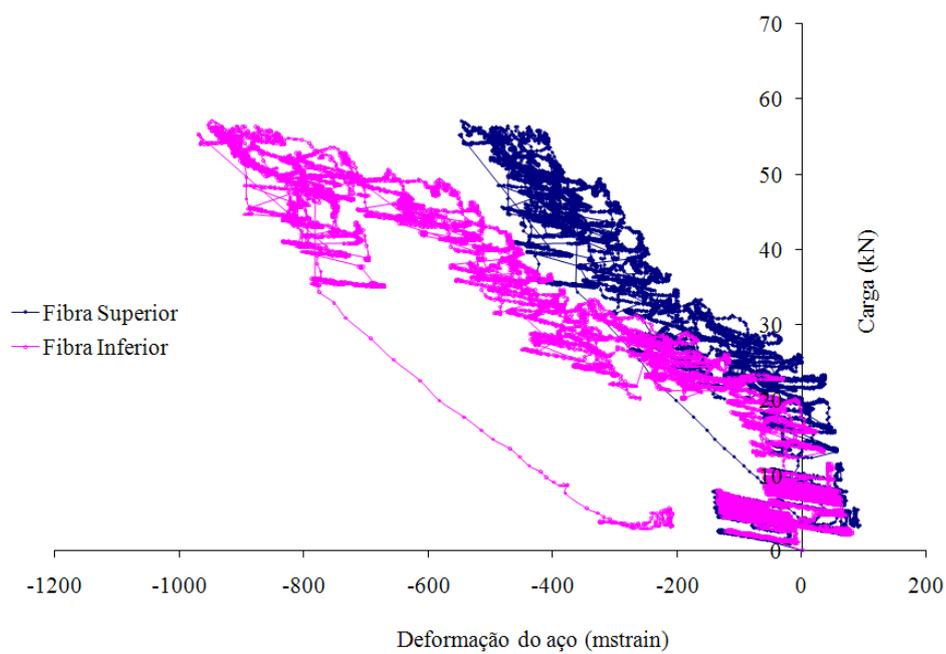
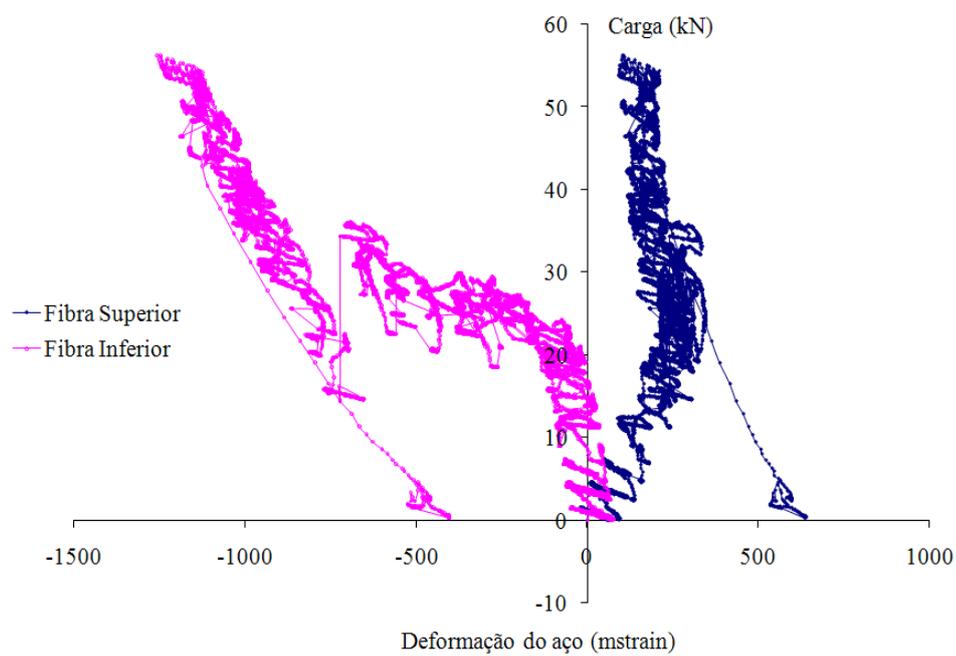
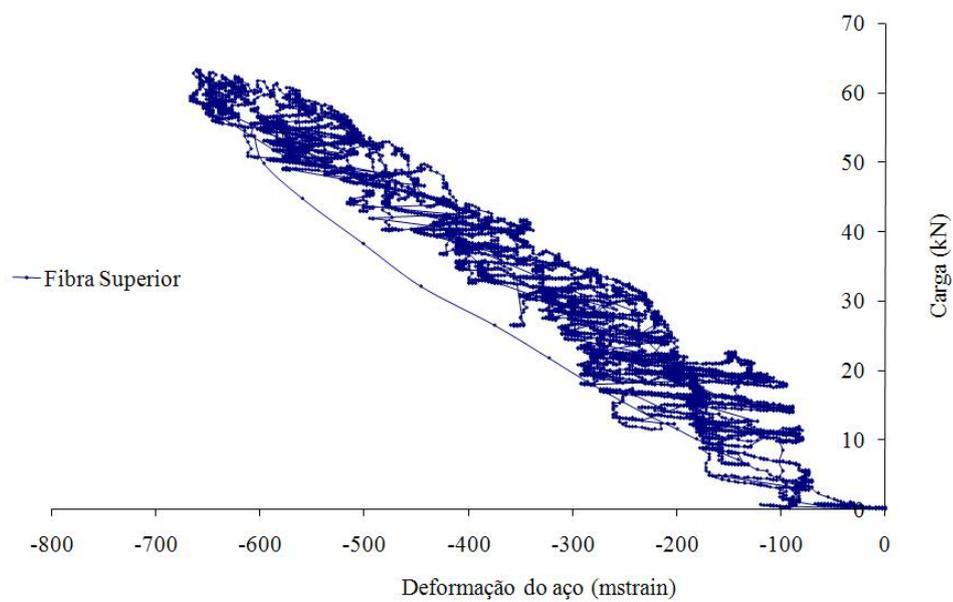
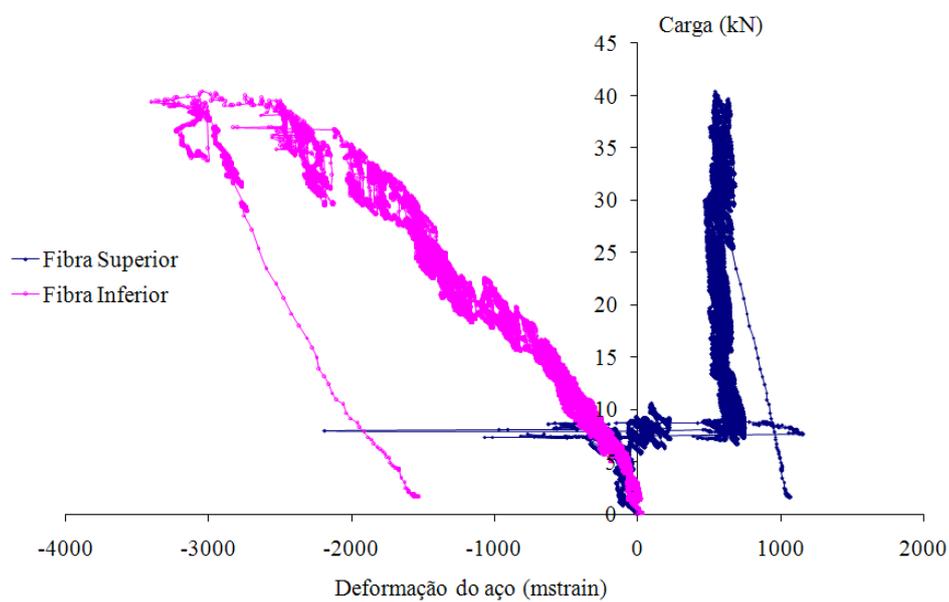
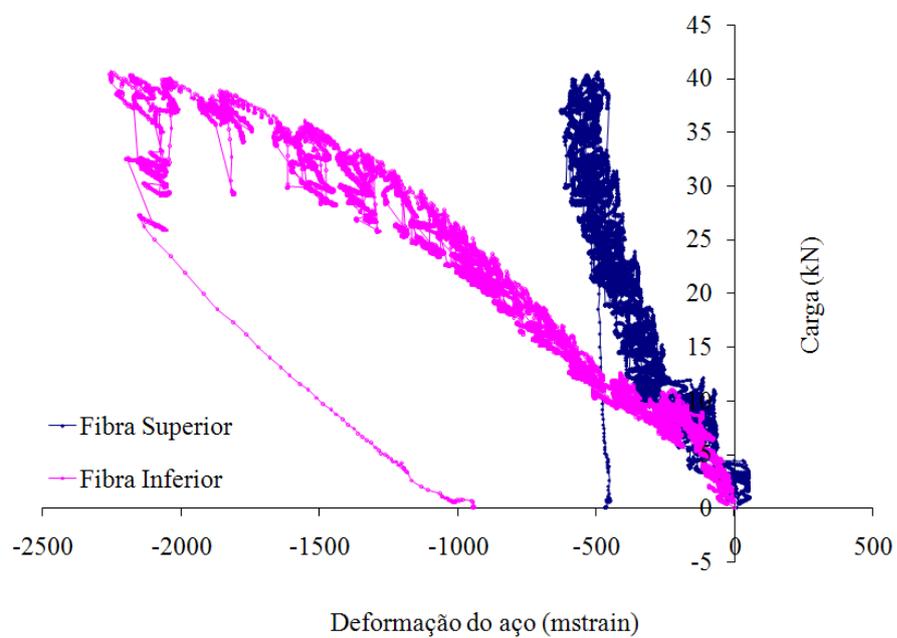
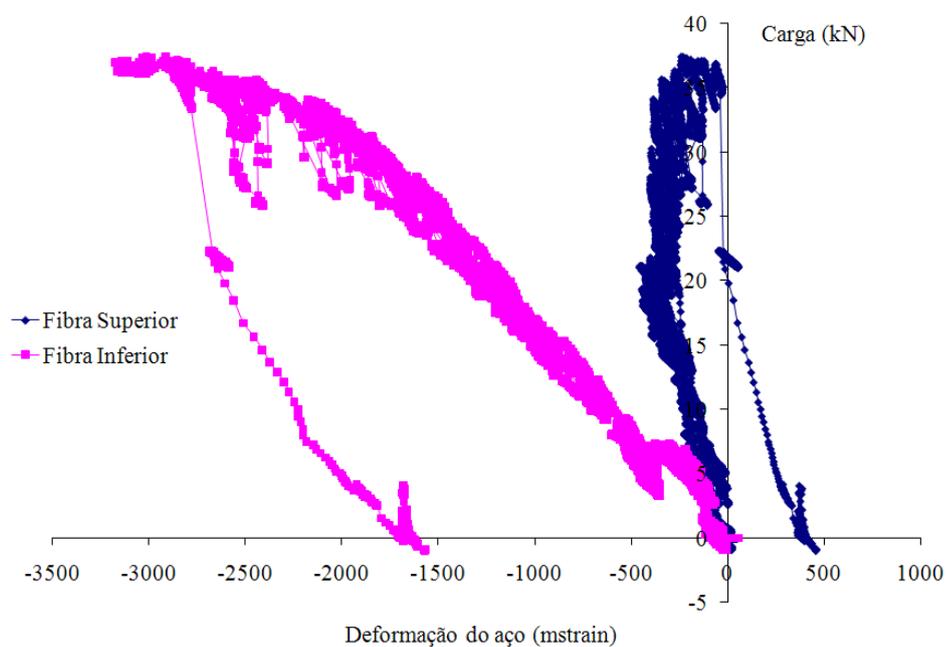
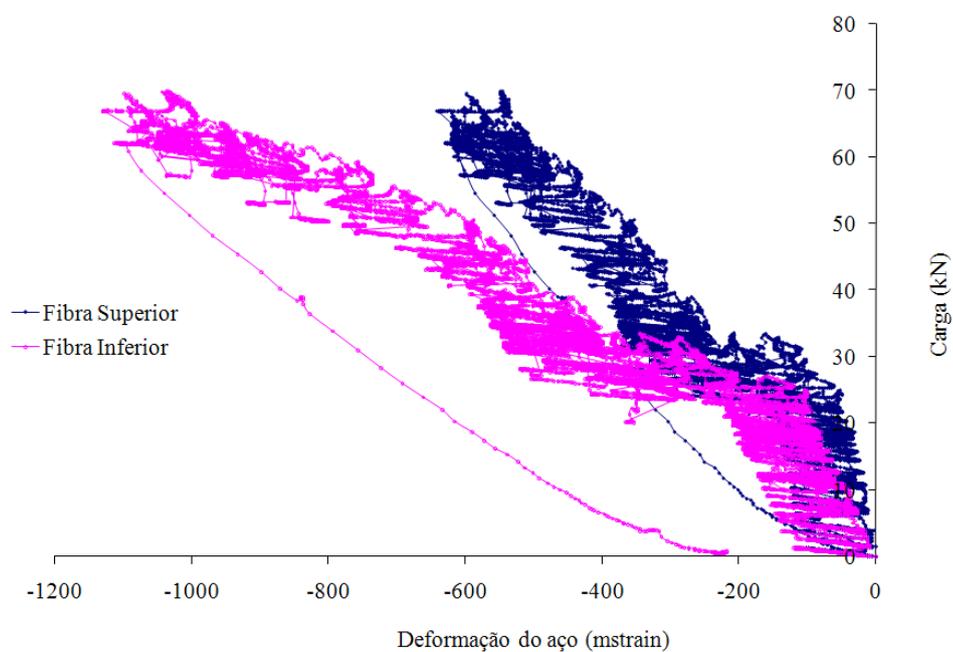


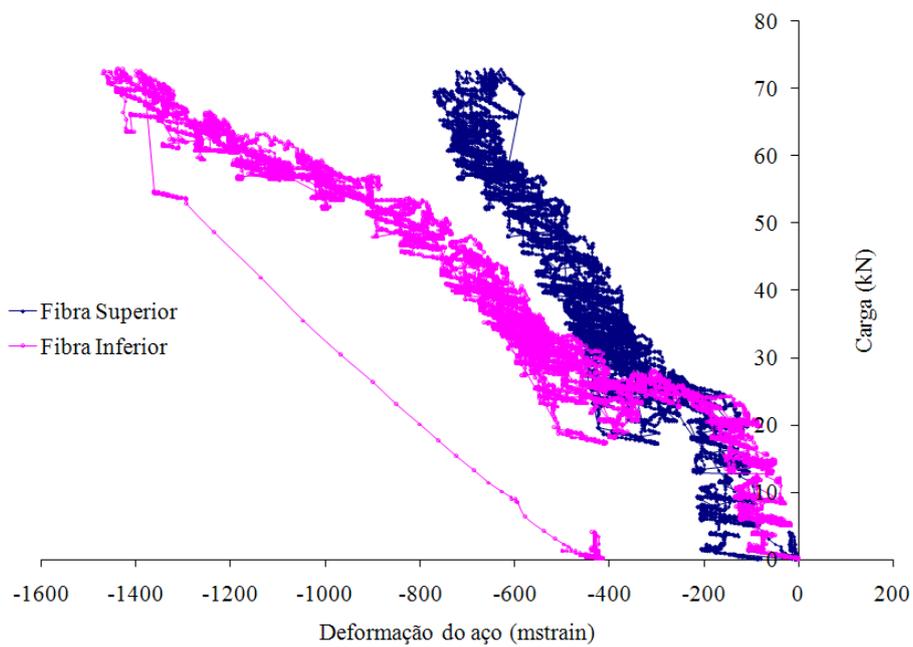
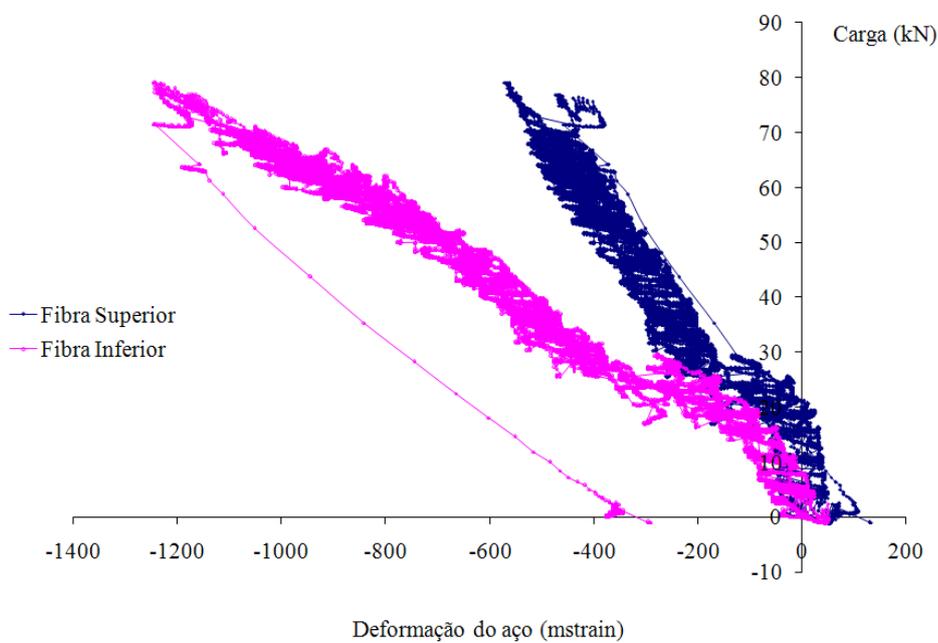
FIGURA A.26 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)

FIGURA A.27 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)FIGURA A.28 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)

FIGURA A.29 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)FIGURA A.30 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)

FIGURA A.31– Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)FIGURA A.32 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)

FIGURA A.33 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)FIGURA A.34 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)

FIGURA A.35 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)FIGURA A.36 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)

ANEXO B

APRESENTAÇÃO DOS GRÁFICOS PARA O ESTUDO DO MOMENTO DE INÉRCIA EFETIVO DA SEÇÃO MISTA

B.1 Gráficos da Variação do Momento de Inércia Efetivo da Seção Mista em função do Momento Fletor

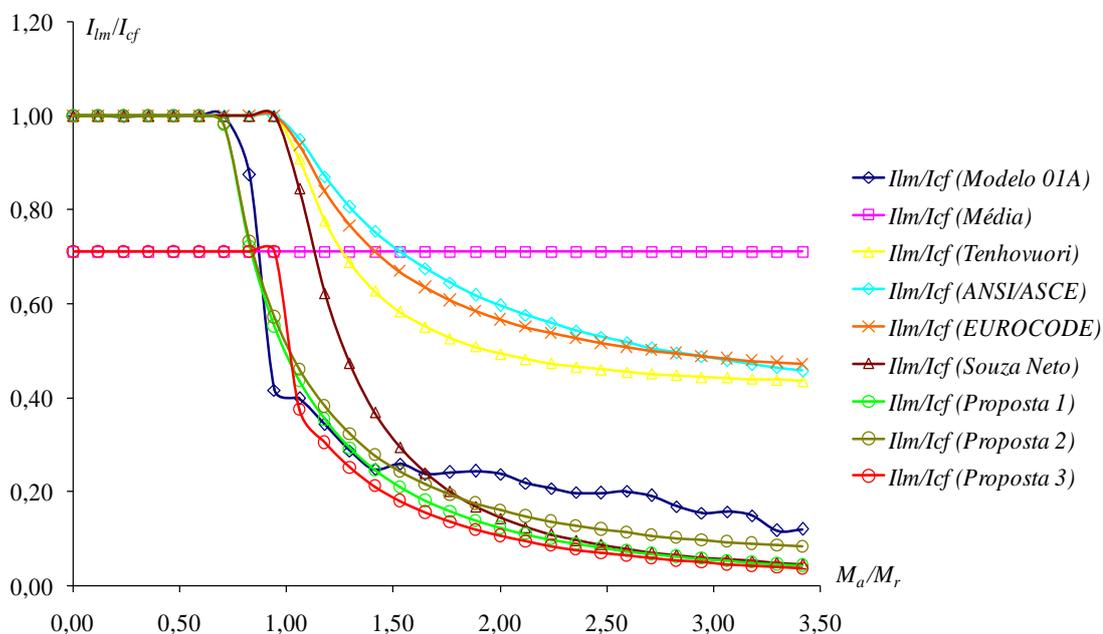


FIGURA B.1 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)

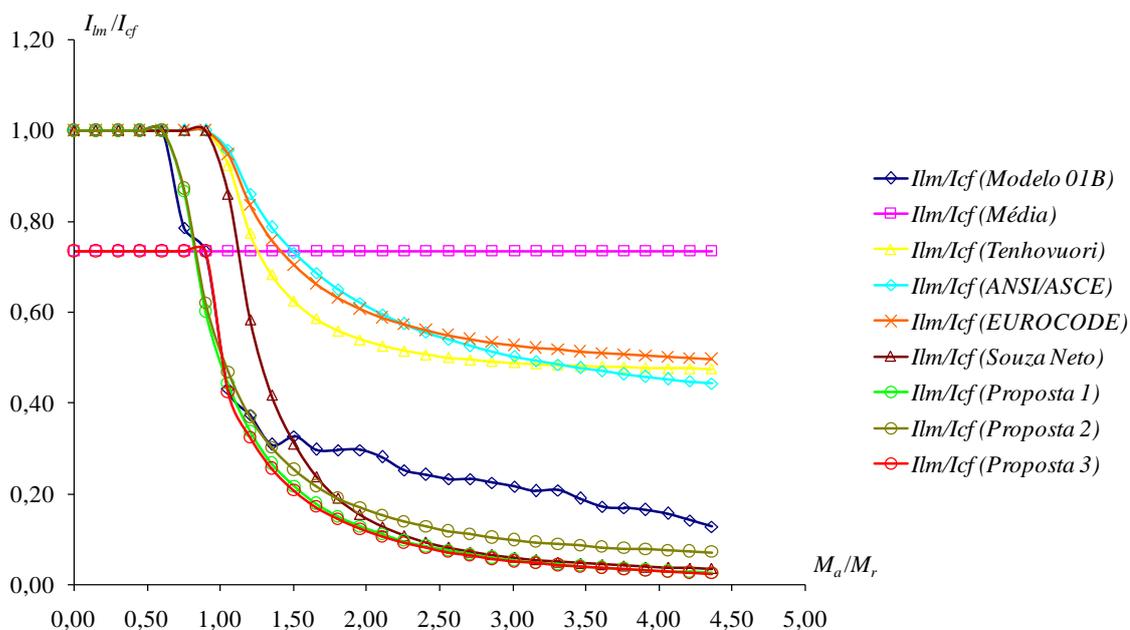
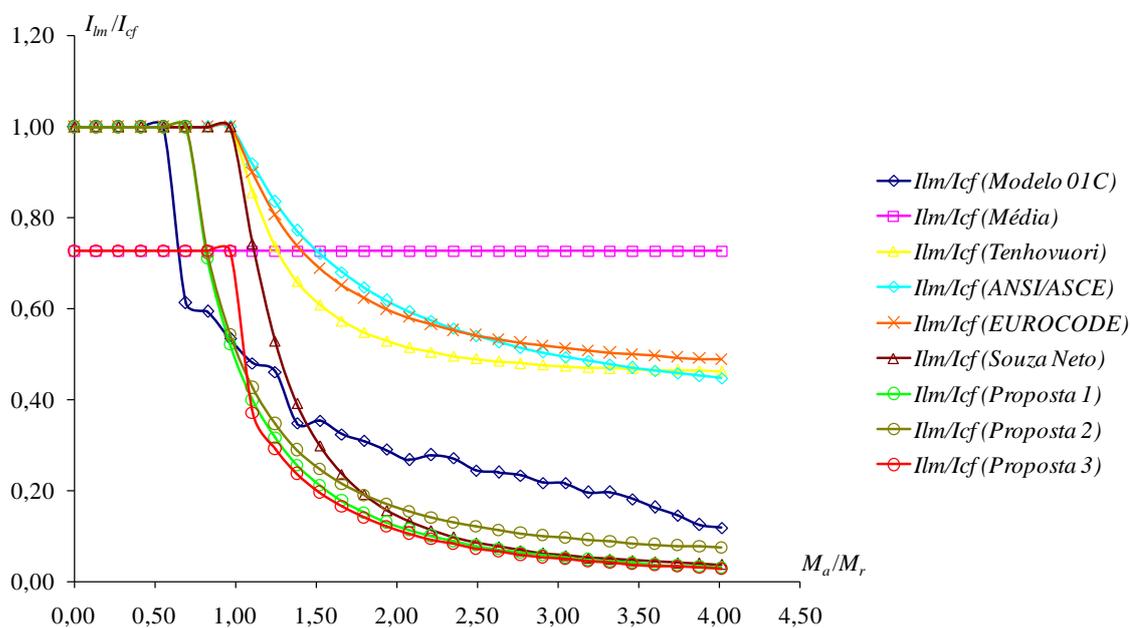
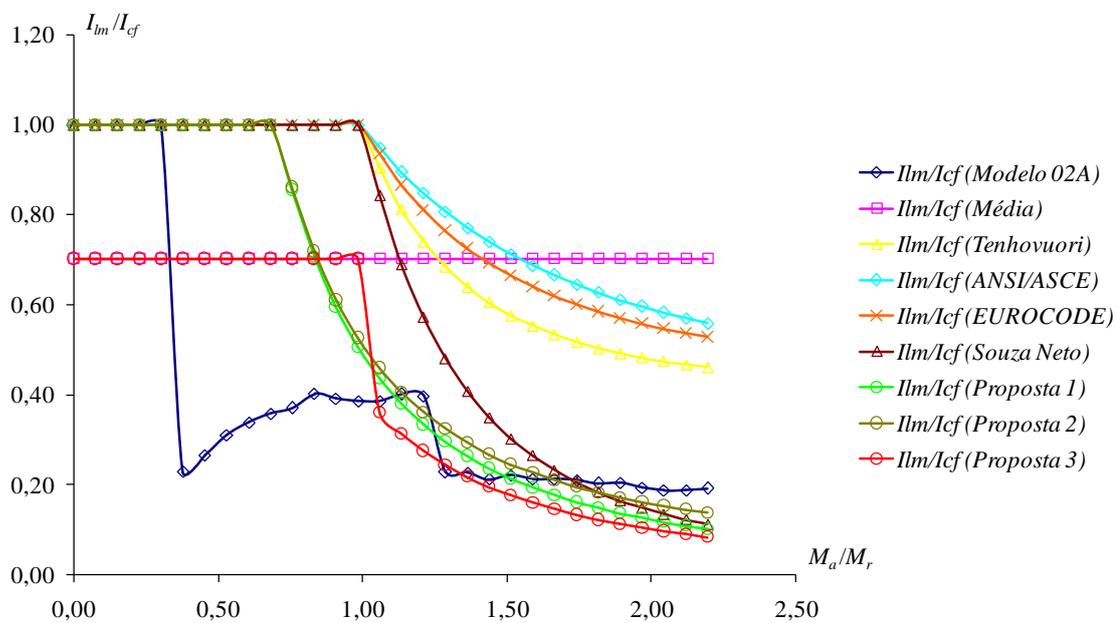
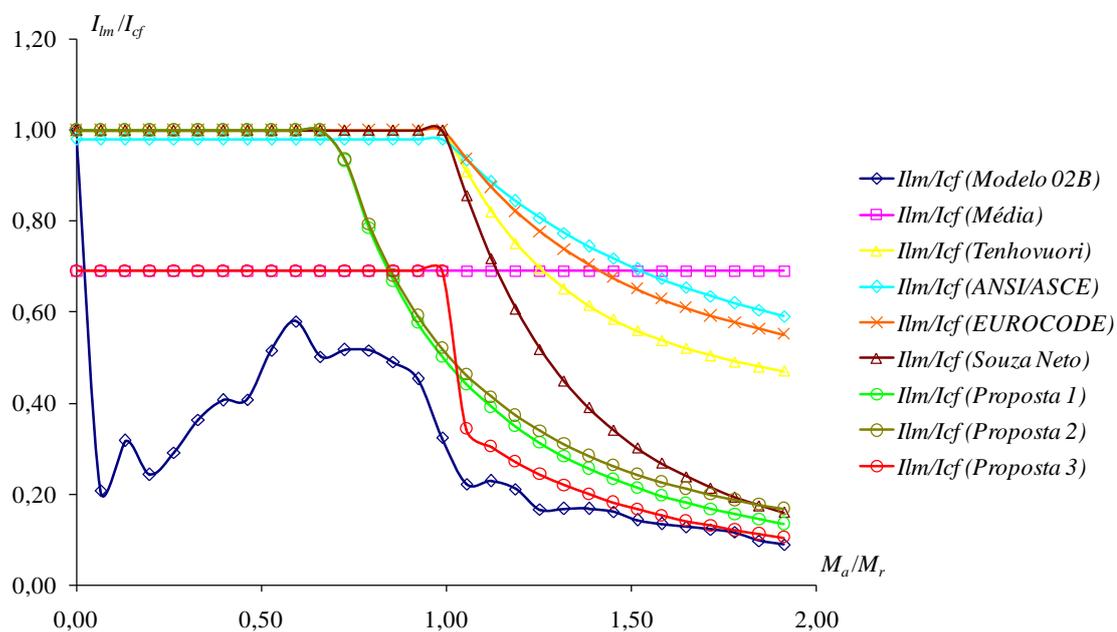
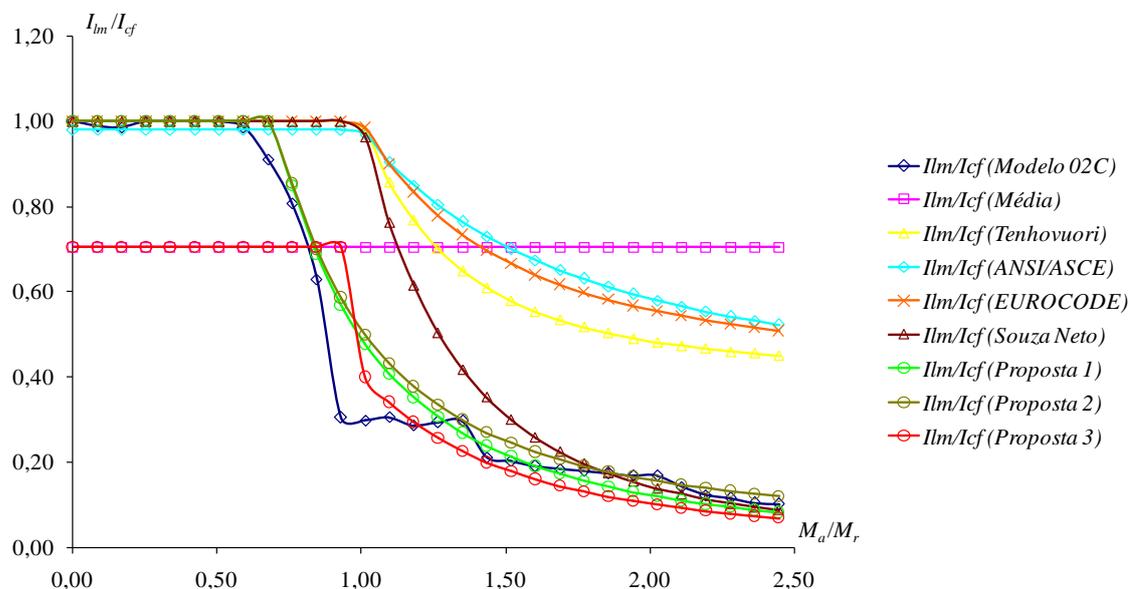
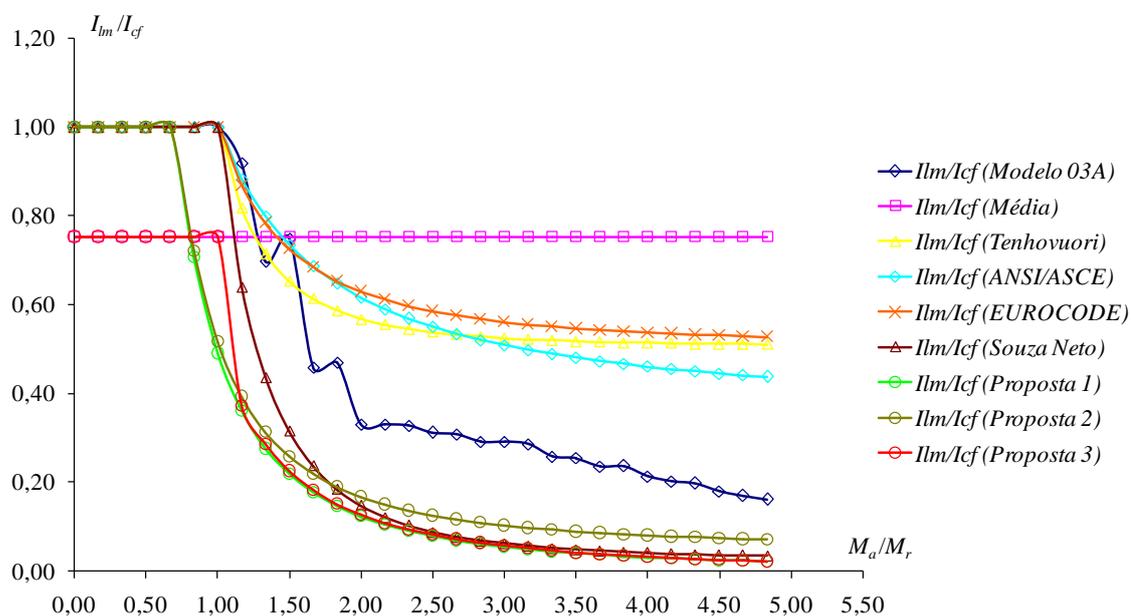
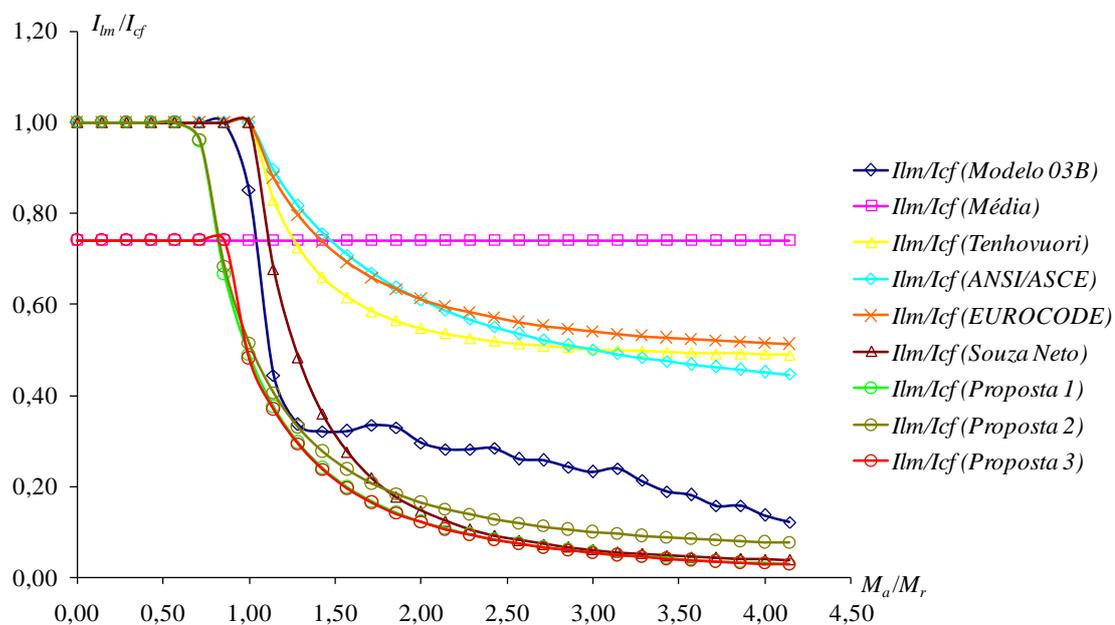
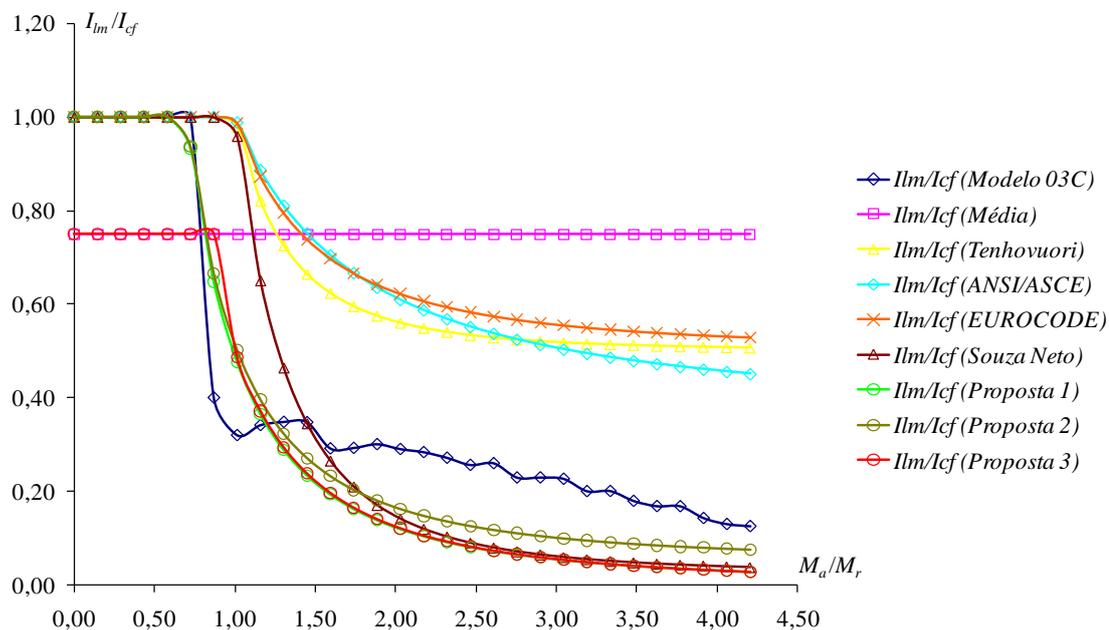
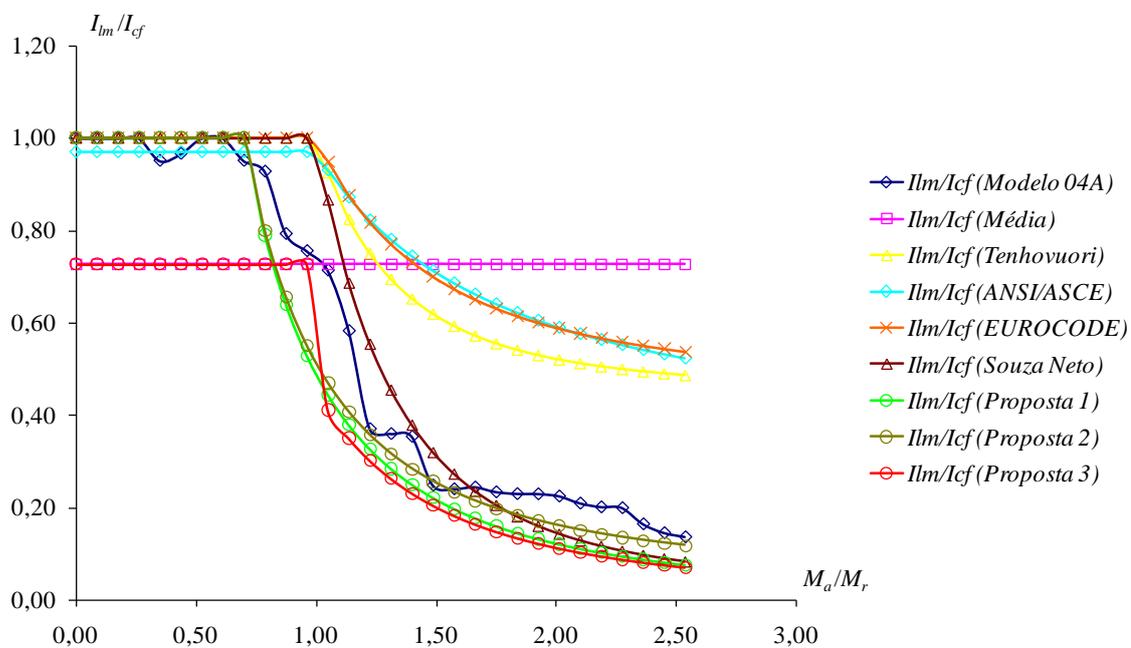


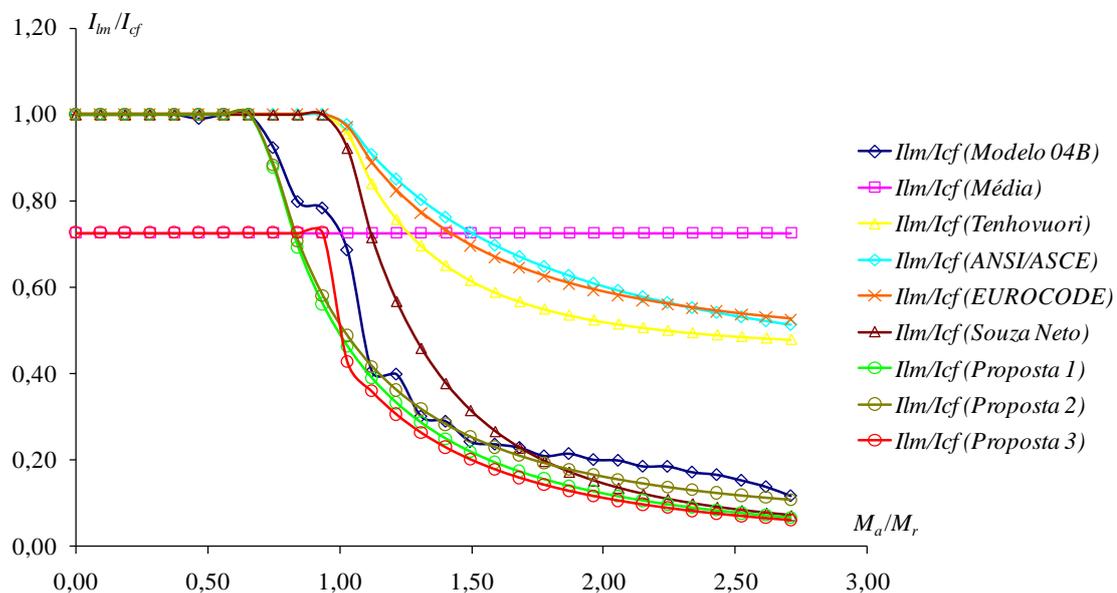
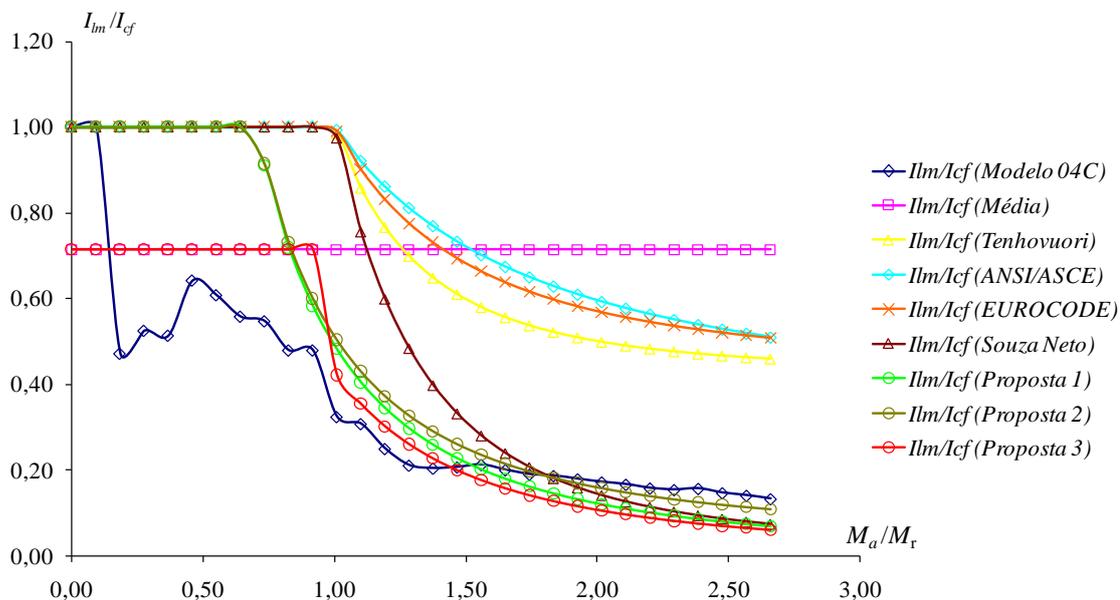
FIGURA B.2 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)

FIGURA B.3 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)FIGURA B.4 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)

FIGURA B.5 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)FIGURA B.6 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)

FIGURA B.7 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)FIGURA B.8 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)

FIGURA B.9 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)FIGURA B.10 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)

FIGURA B.11 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)FIGURA B.12 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)

B.2 Gráficos de Carga x Flecha no Meio do Vão

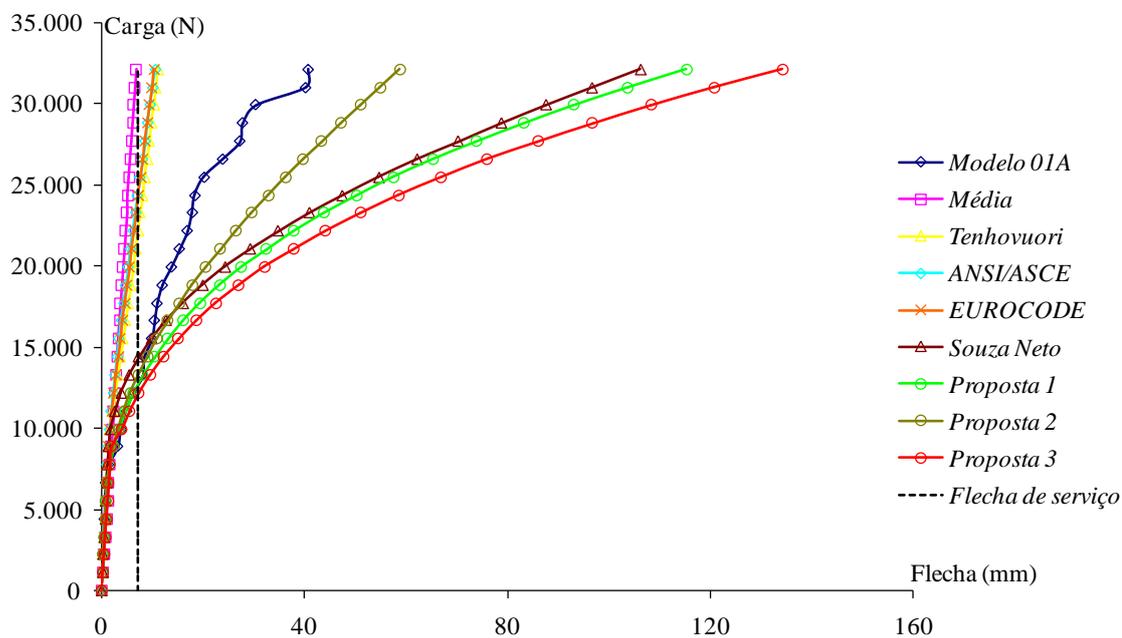


FIGURA B.13 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)

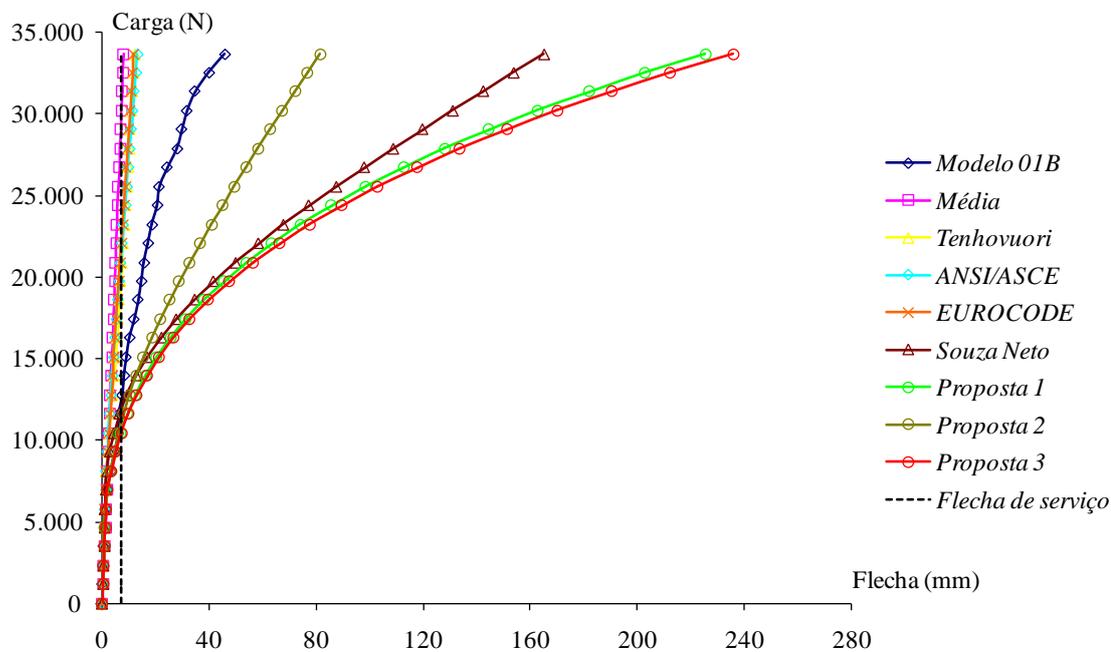
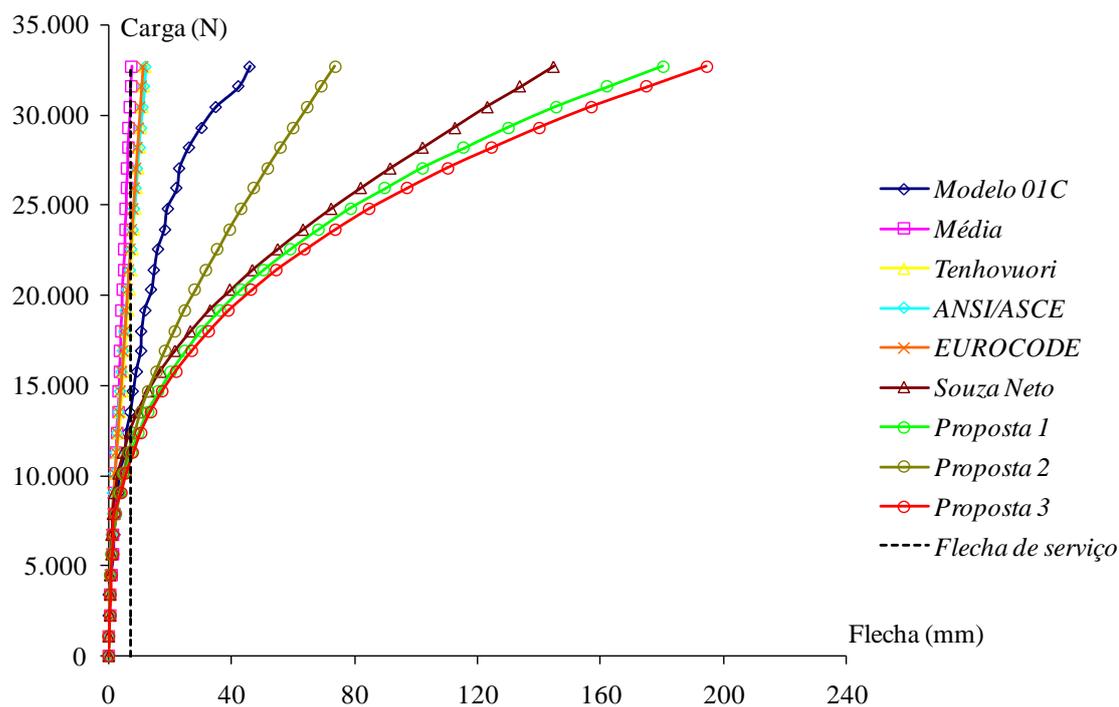
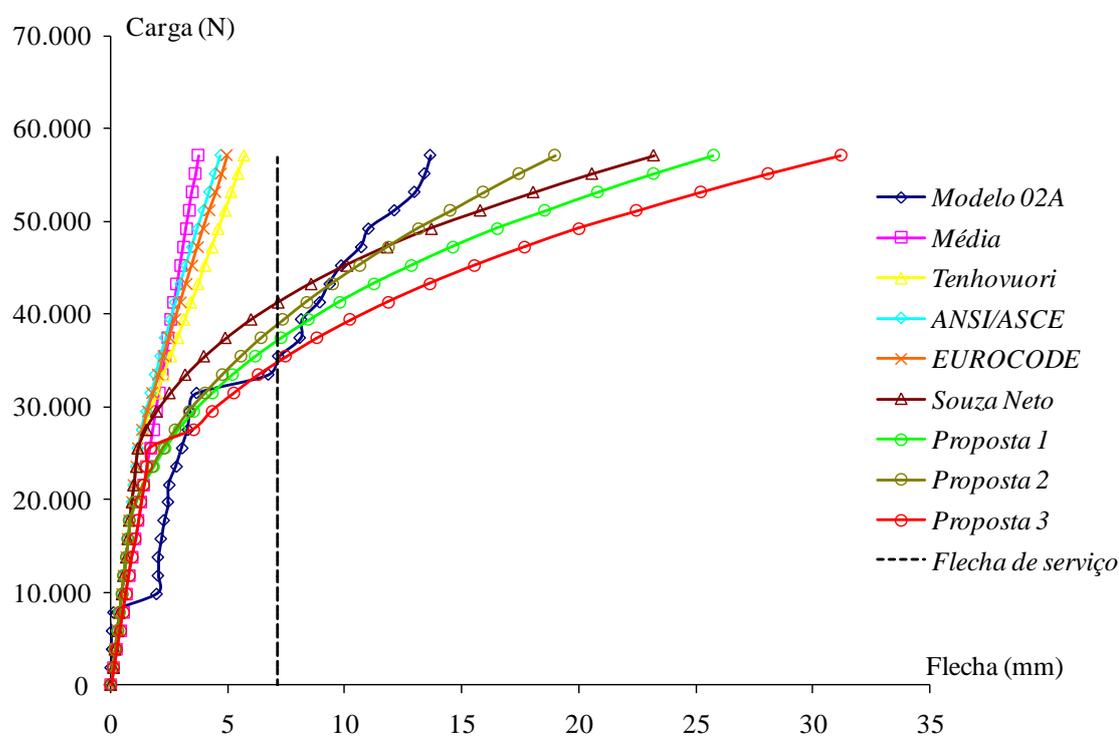
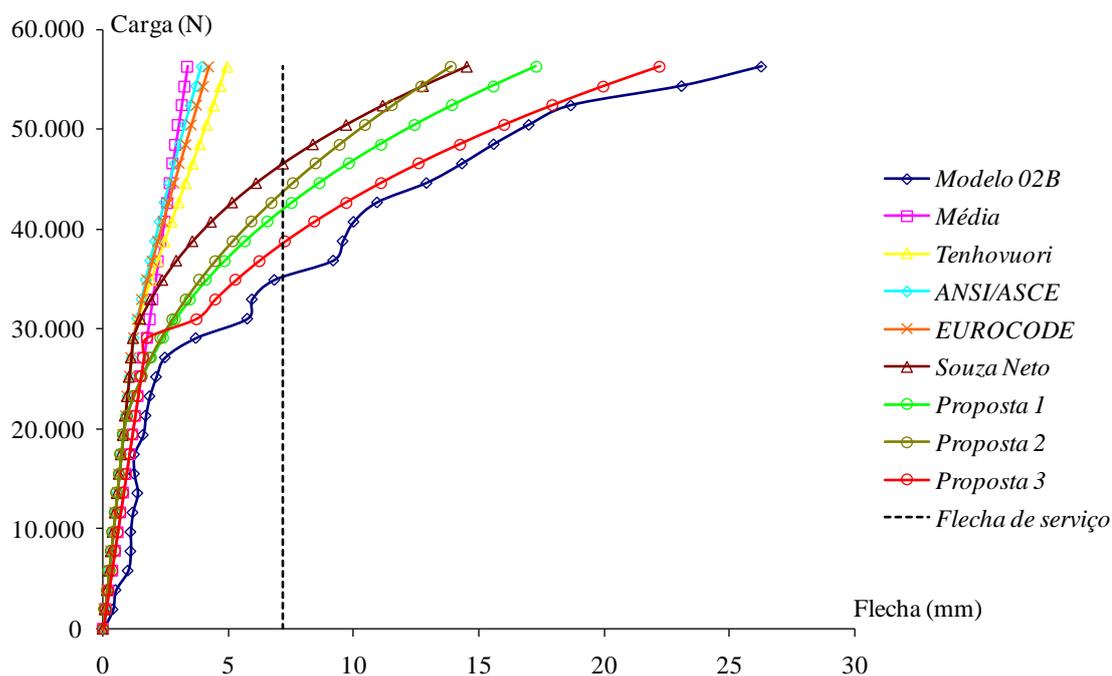
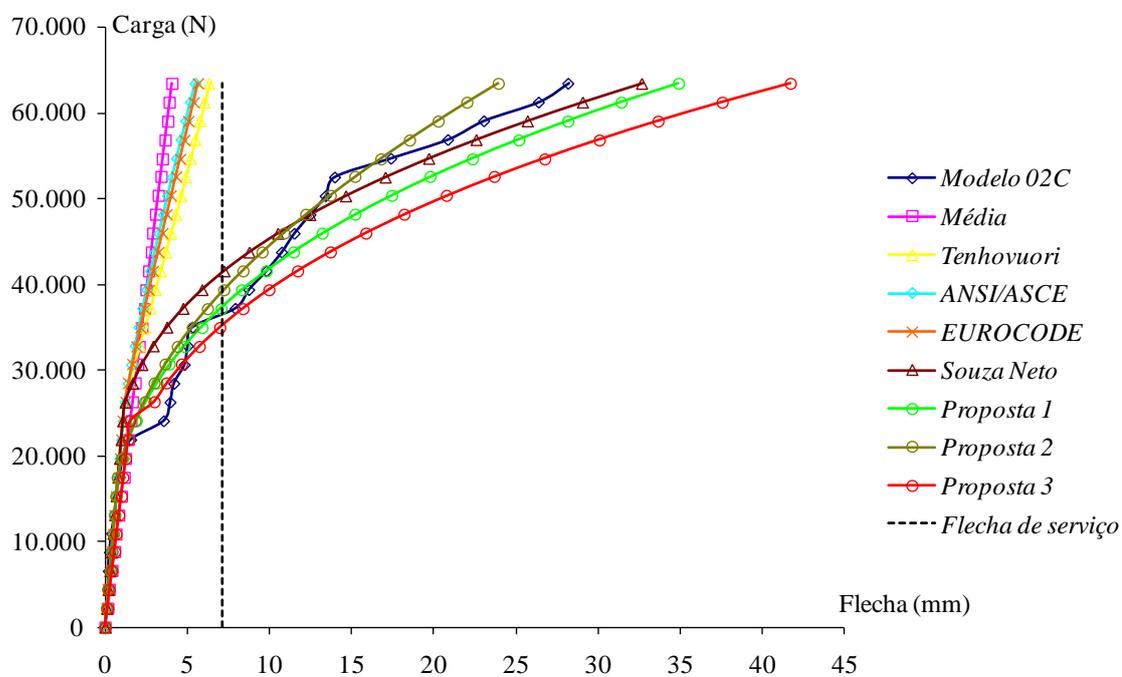
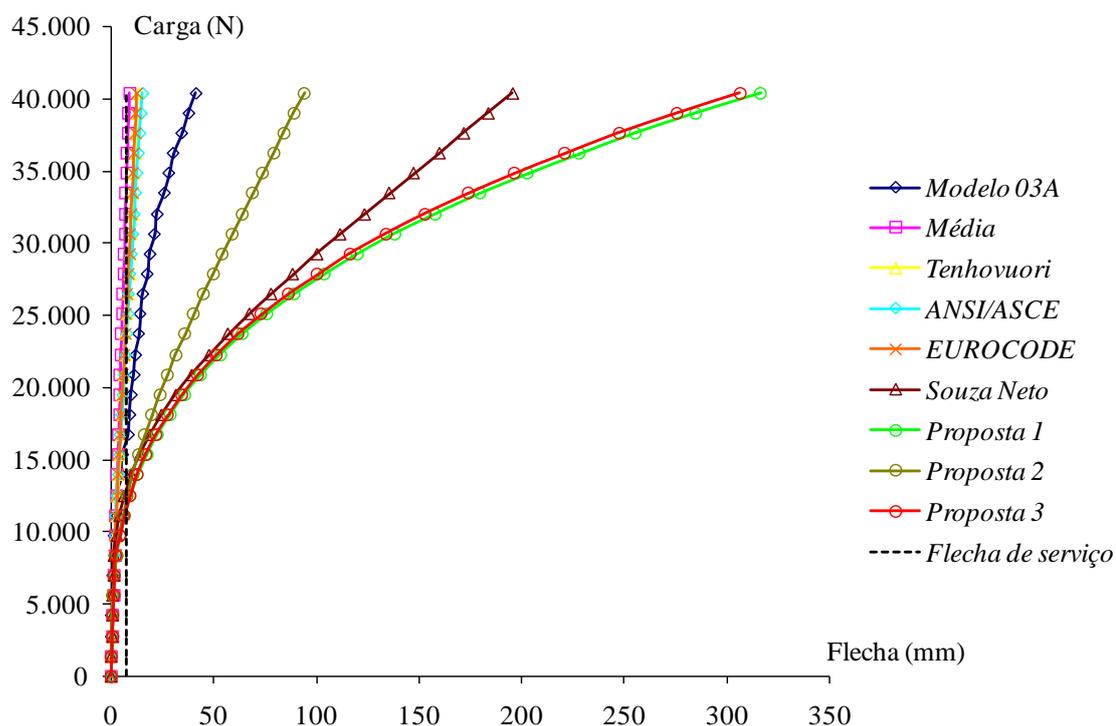
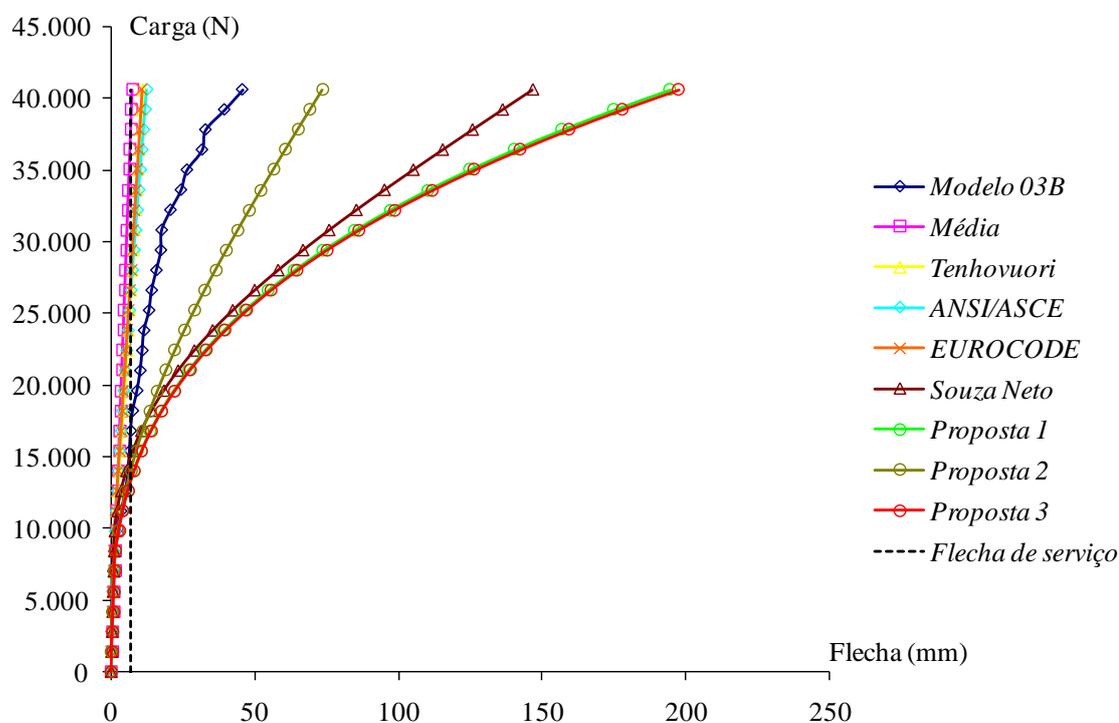
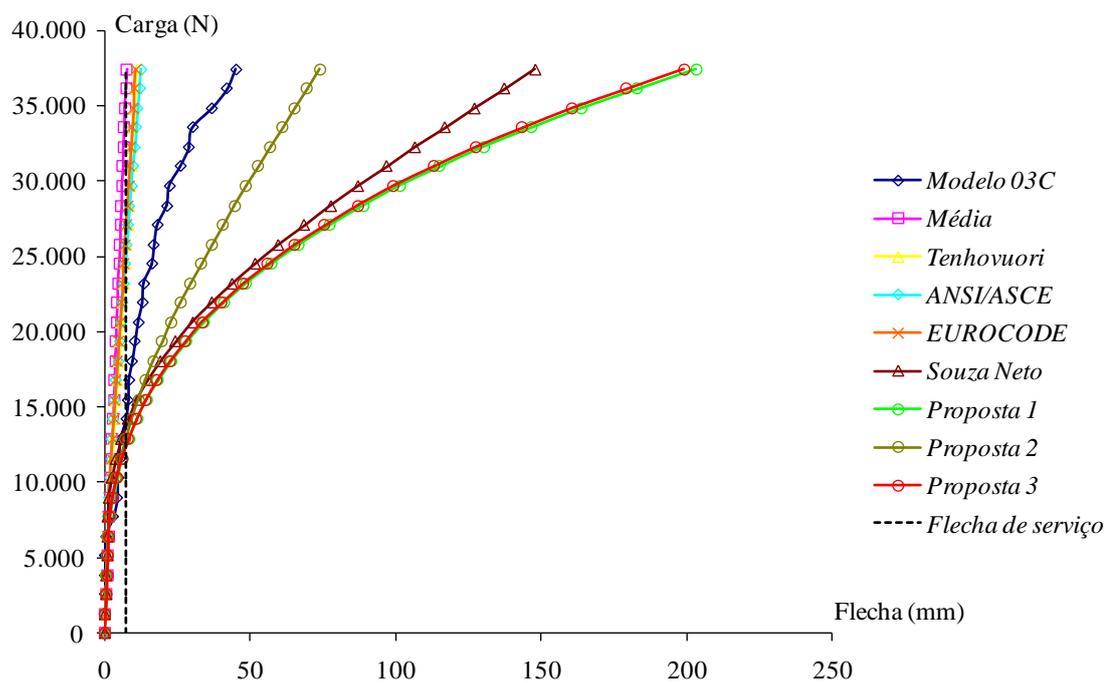
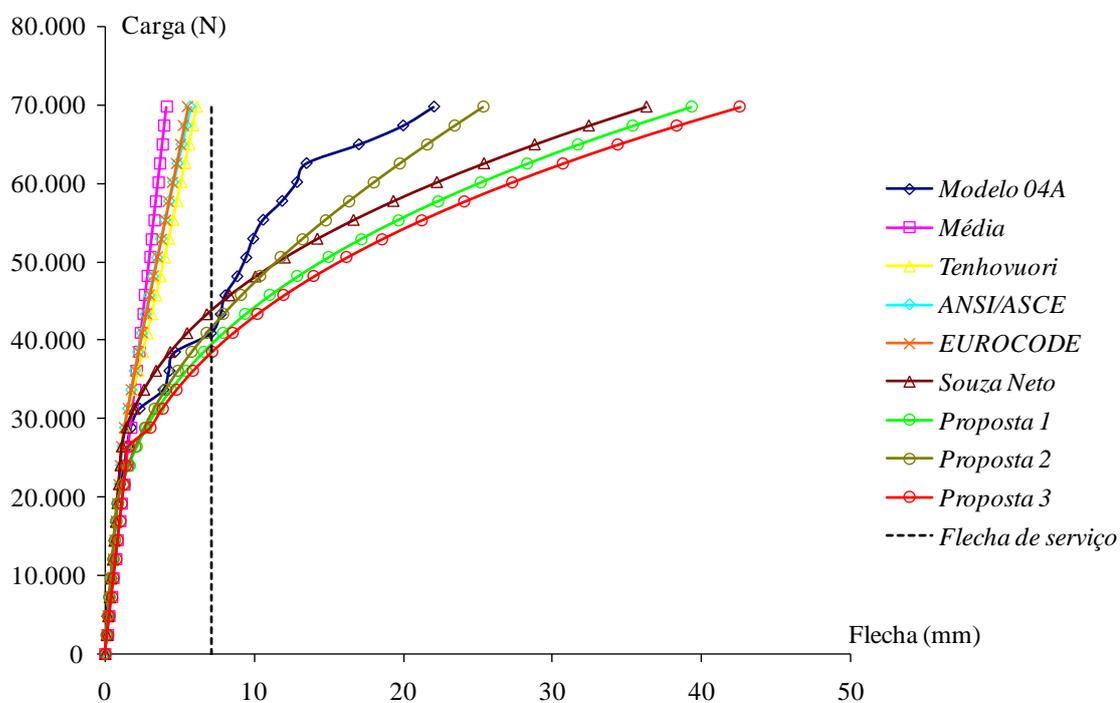


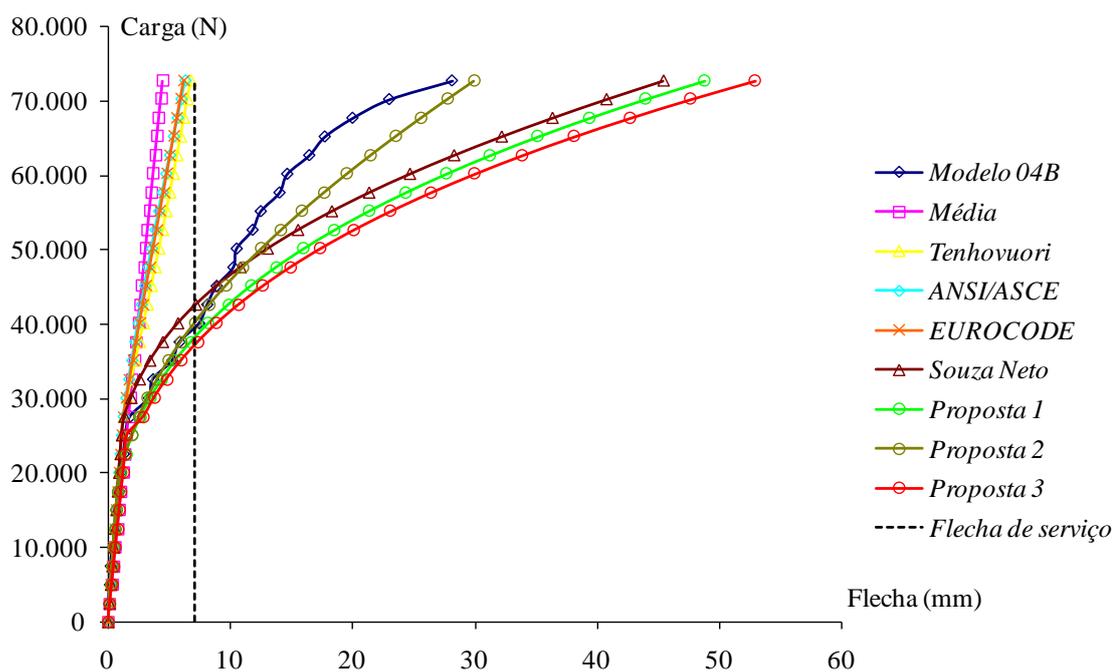
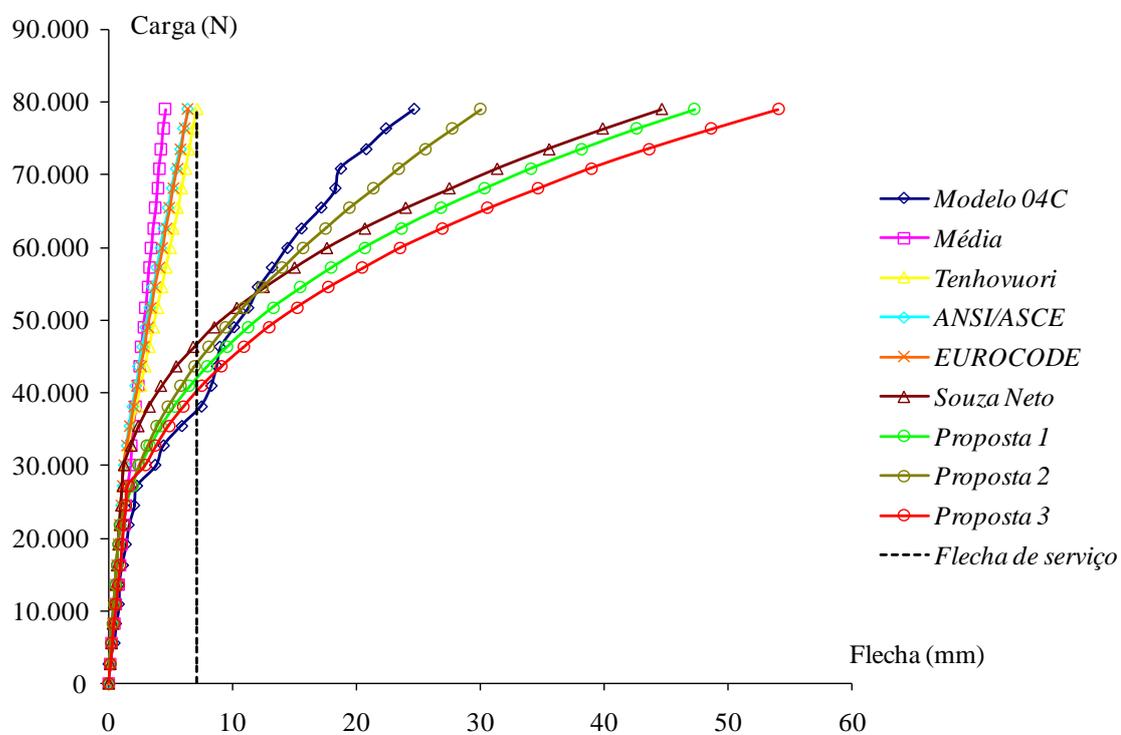
FIGURA B.14 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)

FIGURA B.15 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)FIGURA B.16 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)

FIGURA B.17 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)FIGURA B.18 – Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)

FIGURA B.19 – Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)FIGURA B.20 – Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)

FIGURA B.21 – Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)FIGURA B.22 – Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)

FIGURA B.23 – Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)FIGURA B.24 – Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)

ANEXO C

FORMULAÇÃO ANALÍTICA E DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO PARCIAL PARA DETERMINAÇÃO DO GRAU DE INTERAÇÃO (η) DOS MODELOS ENSAIADOS

C.1 Formulação Analítica para Determinação do Grau de Interação Parcial

Para determinar o grau de interação parcial ao cisalhamento, mostrou-se no item 5.3.3 que deve ser traçado o diagrama de interação parcial de cada modelo ensaiado, o qual relaciona a resistência nominal ao momento fletor, dada pela relação M_{Rp}/M_R com o grau de interação $\eta = N_c/N_{cf}$, conforme ilustra a FIG. C.1.

O diagrama de interação parcial é traçado com o auxílio das Eq. 5.18 a 5.21, utilizando-se as dimensões e resistências do concreto e do aço da fôrma medidas nos ensaios realizados. Segundo a EN 1994-1-1:2004, a resistência do concreto a ser empregada pode ser o valor médio, f_{cm} , das resistências medidas de cada grupo avaliado.

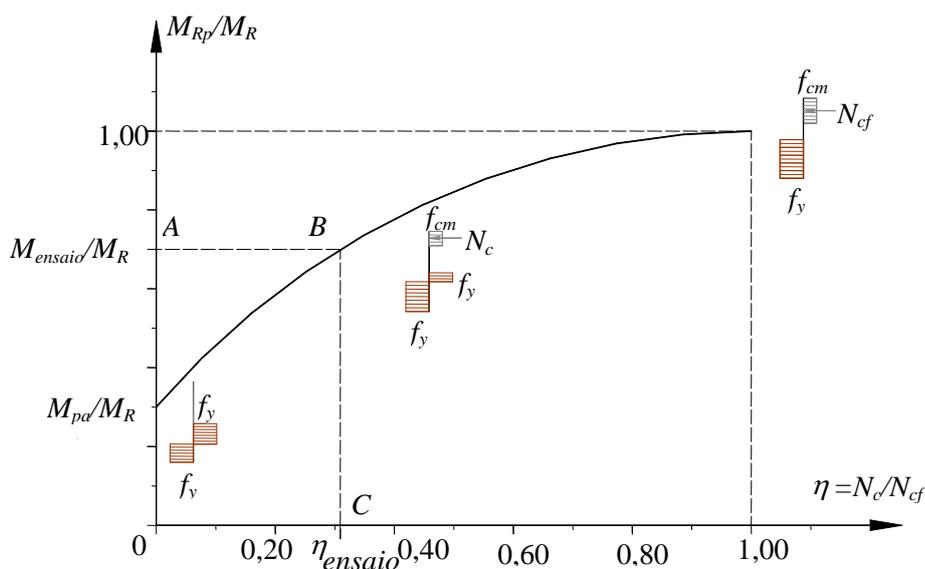


FIGURA C.1 - Diagrama de interação parcial para a determinação do grau de interação

O momento fletor último de ensaio, M_{ensaio} , calculado pela Eq.2.3, é dividido pelo momento fletor resistente nominal da laje, M_R , que considera a interação total, e é calculada pela Eq. 5.11. Seguindo o caminho $A \Rightarrow B \Rightarrow C$ do diagrama de interação parcial, o grau de interação ao cisalhamento longitudinal de um modelo específico, η_{ensaio} , é determinado.

O grau de interação, η , pode ser determinado analiticamente ao se igualar o M_{ensaio} , dado pela Eq. (2.3), ao momento resistente nominal (M_{Rp}), dado pela Eq.(5.21). Dessa forma, tem-se:

$$M_{ensaio} = N_c y + M_{pr} \quad (C.1)$$

Os parâmetros N_c , y e M_{pr} são dados pelas Eq. (5.23), (5.19) e (5.20), respectivamente. Desenvolvendo-se, com auxílio da Eq. (5.18), tem-se:

$$M_{ensaio} = \eta N_{cf} \left(h_t - \frac{0,5\eta N_{cf}}{b f_{cm}} - e_p + (e_p - e) \frac{\eta N_{cf}}{N_{pa}} \right) + 1,25M_{pa} \left(1 - \frac{\eta N_{cf}}{N_{pa}} \right) \quad (C.2)$$

Desenvolvendo-se a Eq. (C.2) tendo em vista as duas equações oriundas da Eq. (5.20) e sabendo-se que $N_{cf} = N_{pa}$ [Eq. (5.9)], tem-se:

Para $\eta \geq 0,20$:

$$M_{ensaio} = \eta^2 N_{cf}^2 \left(\frac{e_p - e}{N_{pa}} - \frac{0,5}{b f_{cm}} \right) + \eta N_{cf} \left(h_t - e_p - \frac{1,25M_{pa}}{N_{pa}} \right) + 1,25M_{pa} \quad (C.3)$$

A Eq. (C.3) é uma equação do segundo grau tendo como incógnita o grau de interação parcial η . Esta equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$i \eta^2 + j \eta + k = 0 \quad (C.4)$$

onde,

$$i = N_{cf}^2 \left(\frac{e_p - e}{N_{pa}} - \frac{0,5}{b f_{cm}} \right) \quad (C.5)$$

$$j = N_{cf} \left(h_t - e_p - \frac{1,25M_{pa}}{N_{pa}} \right) \quad (C.6)$$

$$k = 1,25M_{pa} - M_{ensaio} \quad (C.7)$$

Para $\eta < 0,20$:

$$M_{ensaio} = \eta^2 N_{cf}^2 \left(\frac{e_p - e}{N_{pa}} - \frac{0,5}{b f_{cm}} \right) + \eta N_{cf} (h_t - e_p) + M_{pa} \quad (C.8)$$

Pode-se ver que a Eq.(C.8) também é uma equação do segundo grau em η . Assim, será utilizada novamente a Eq.(C.4), onde as constantes são:

A constante i será calculada pela Eq.(C.5).

$$j = N_{cf} (h_t - e_p) \quad (C.9)$$

$$k = M_{pa} - M_{ensaio} \quad (C.10)$$

O valor positivo e menor que um de η que satisfaz a Eq. (C.4) é o valor procurado do grau de interação parcial ao cisalhamento (η_{ensaio}). Esse η_{ensaio} deve ser calculado para cada modelo de laje ensaiado.

C.2 Diagramas de Resistência à Interação Parcial dos Modelos Ensaiaados

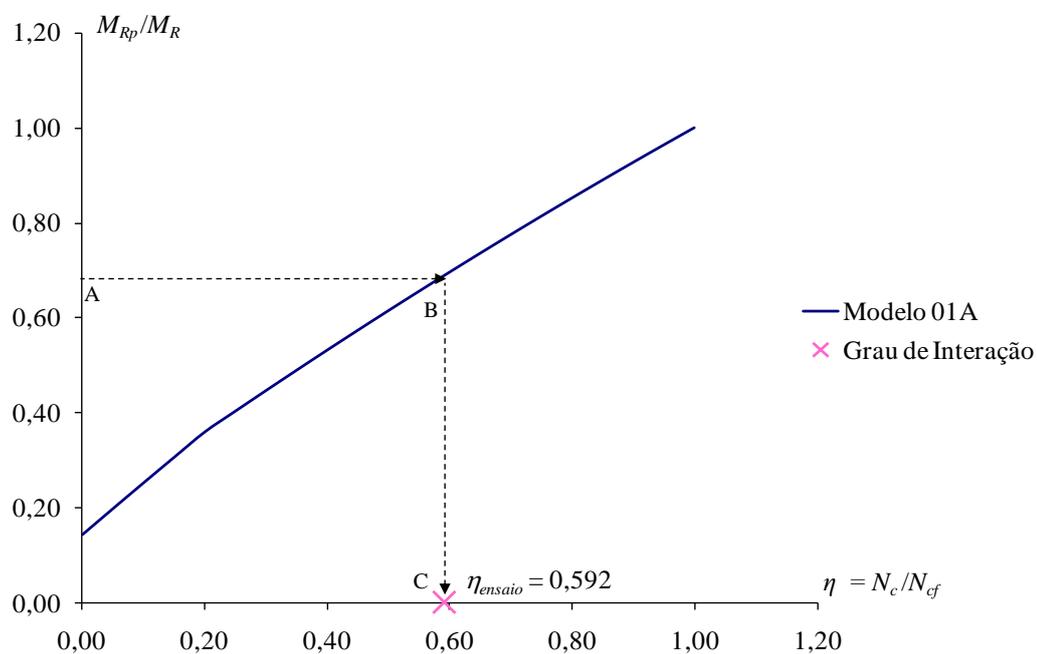


FIGURA C.2 – Modelo 01A ($t = 0,80$ mm)

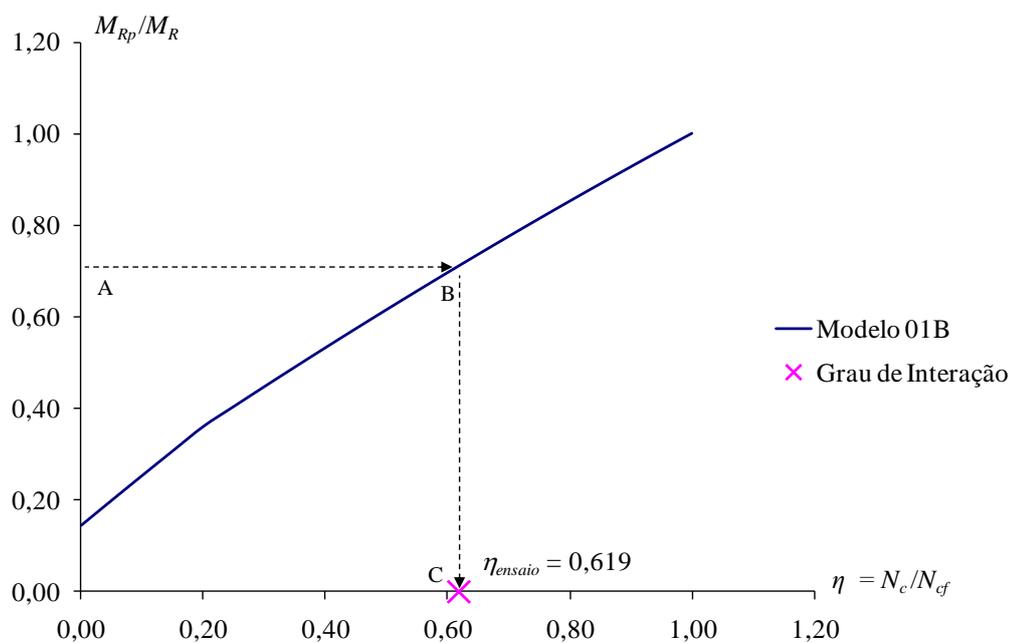
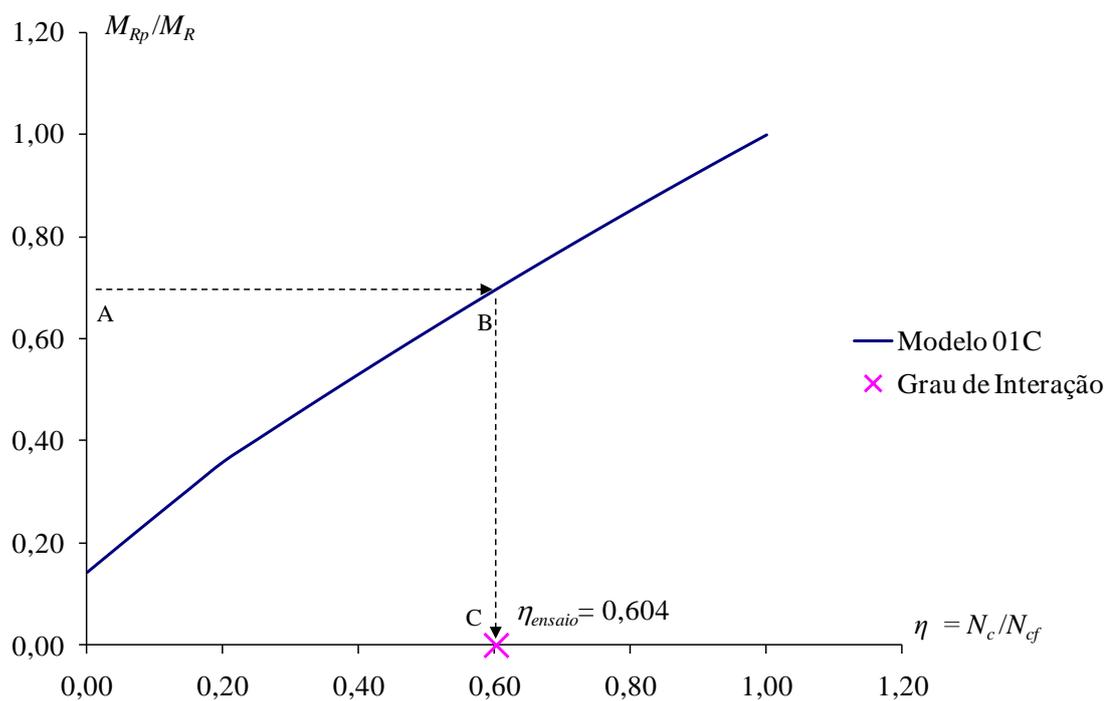
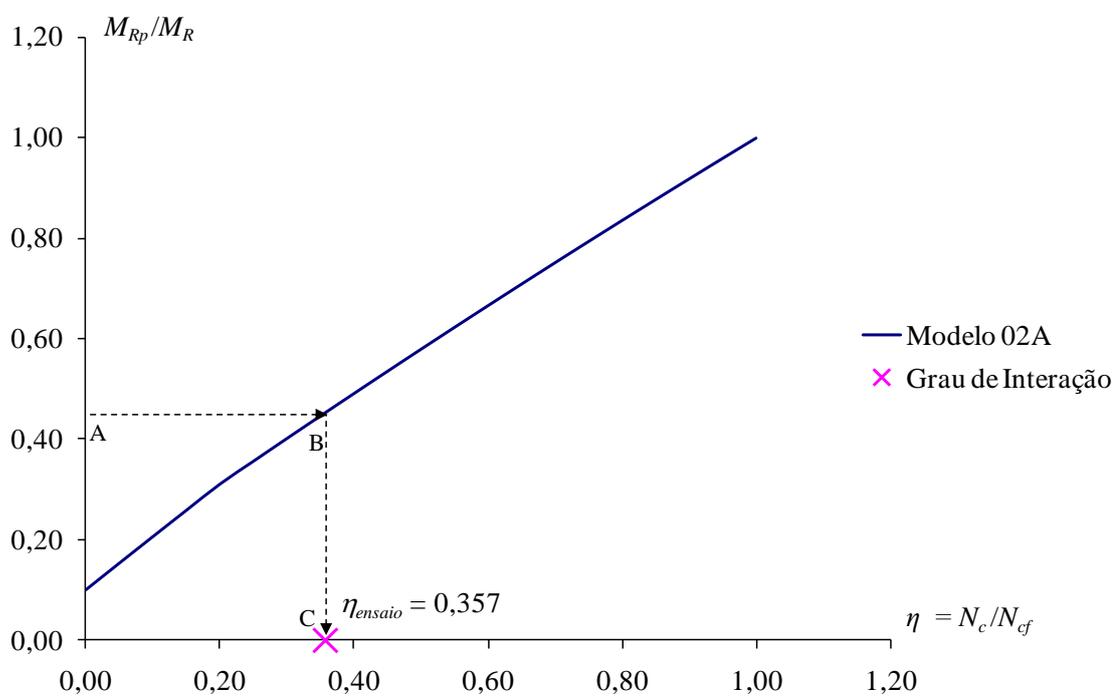
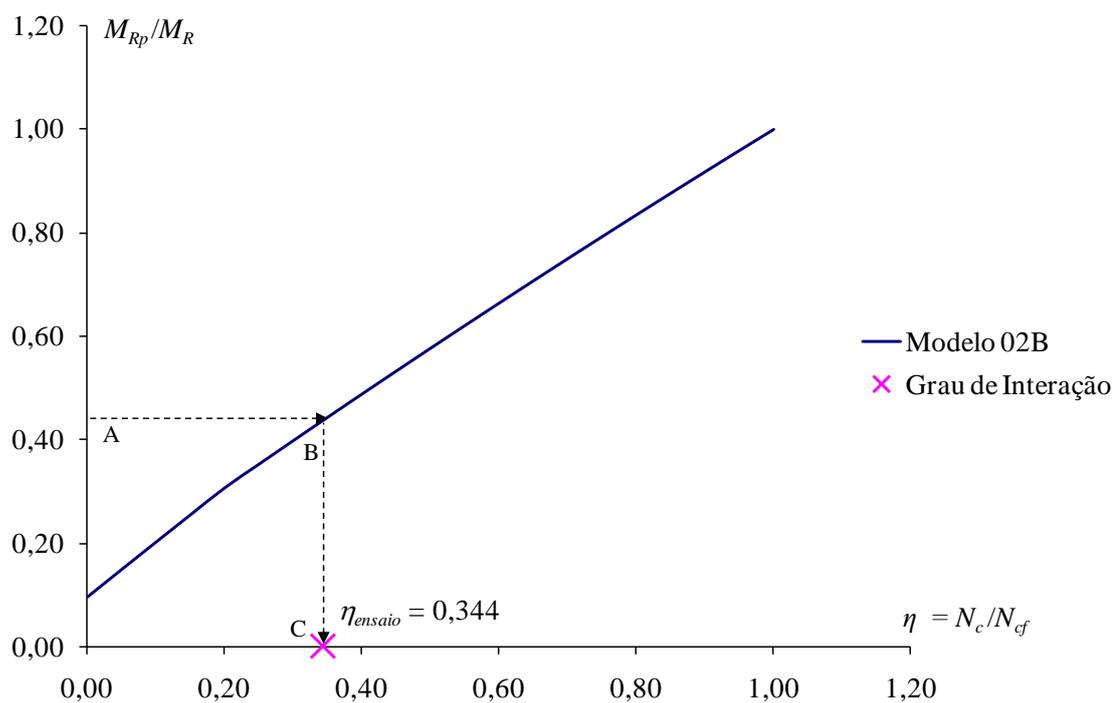
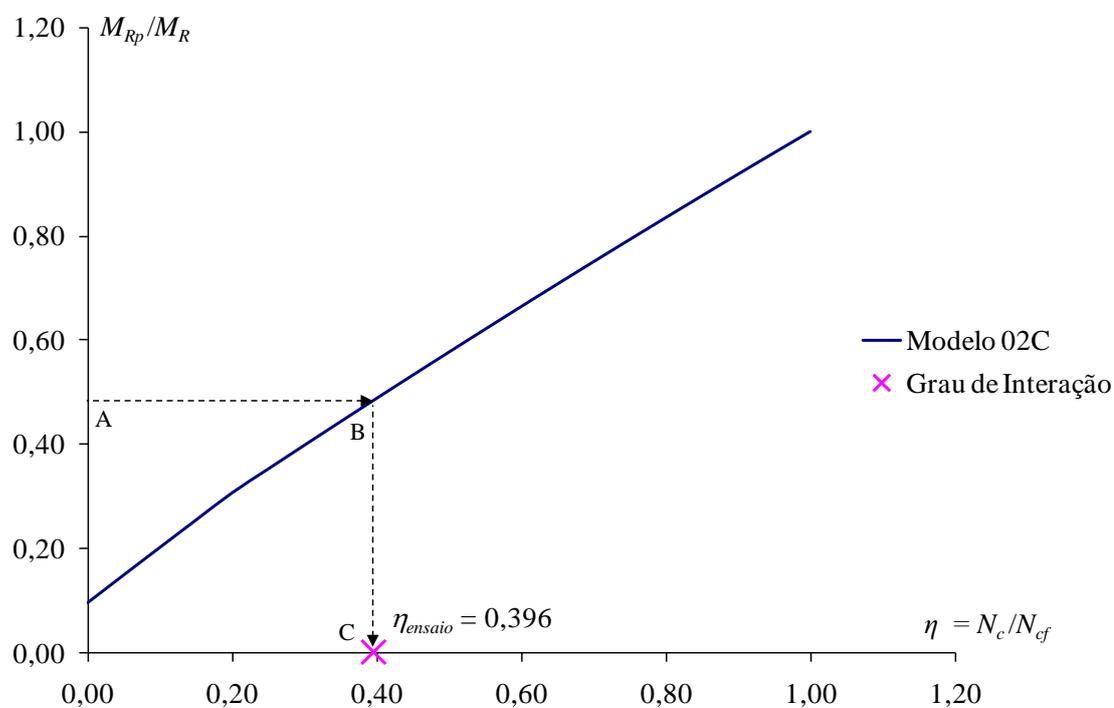
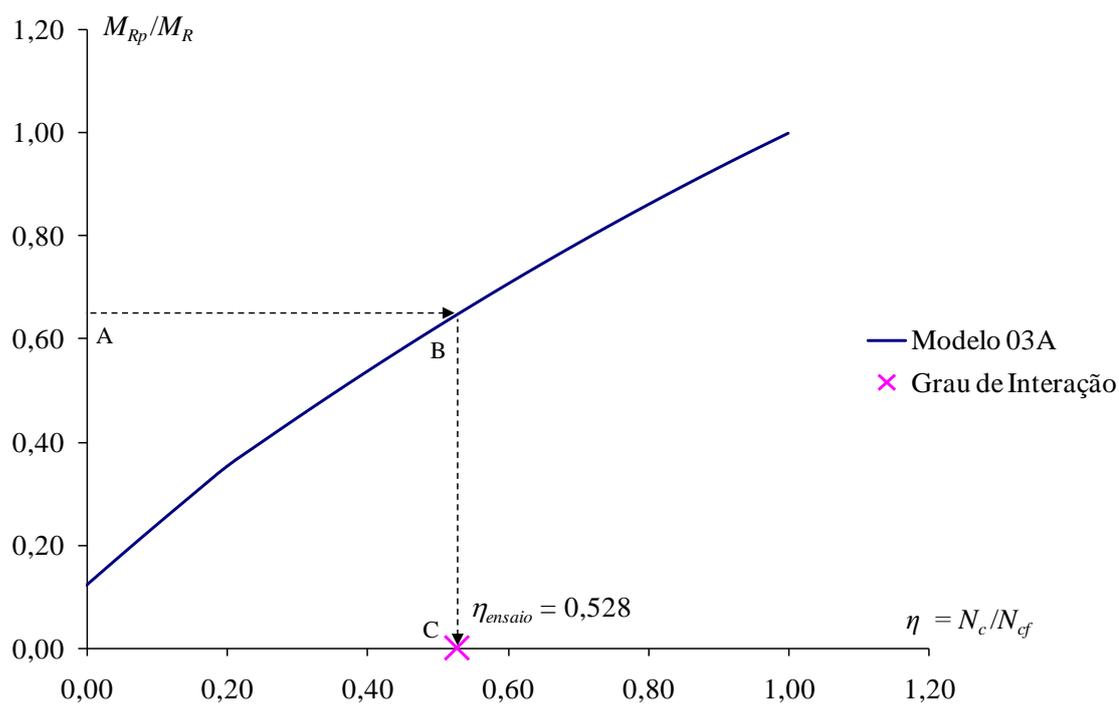
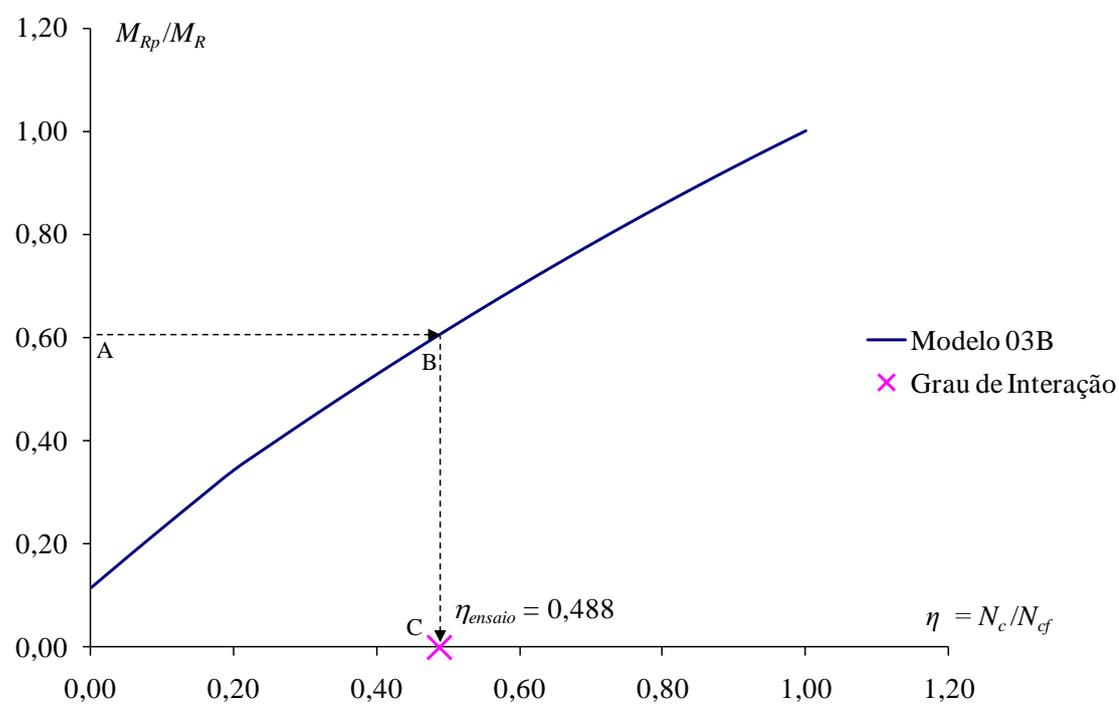
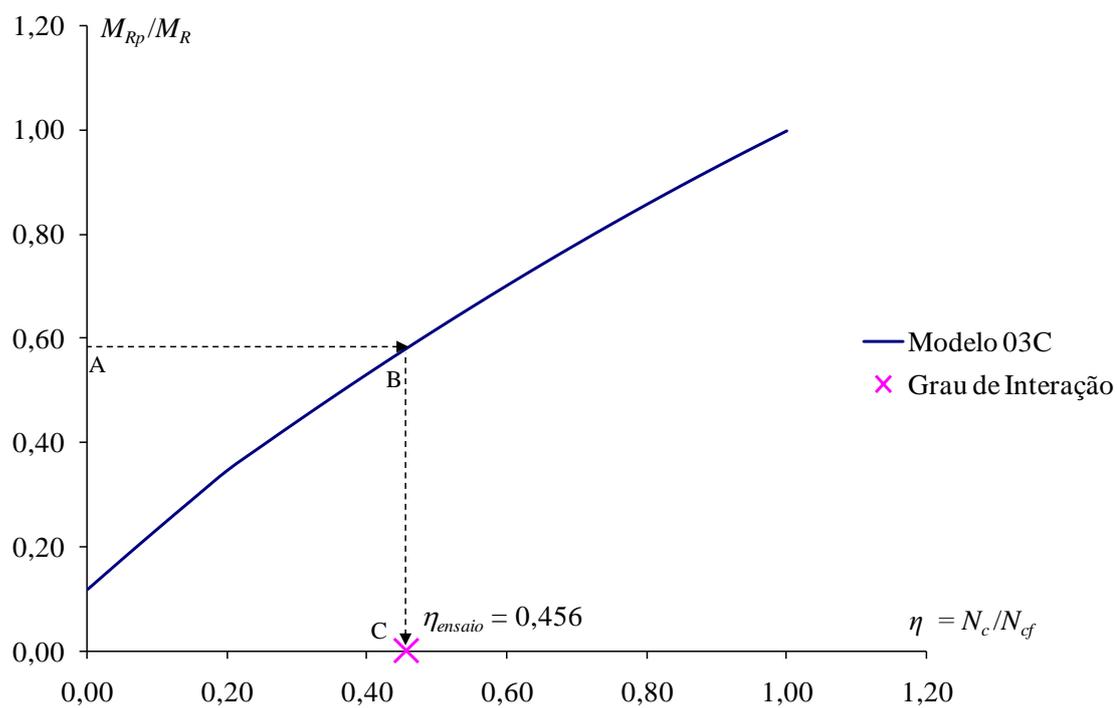
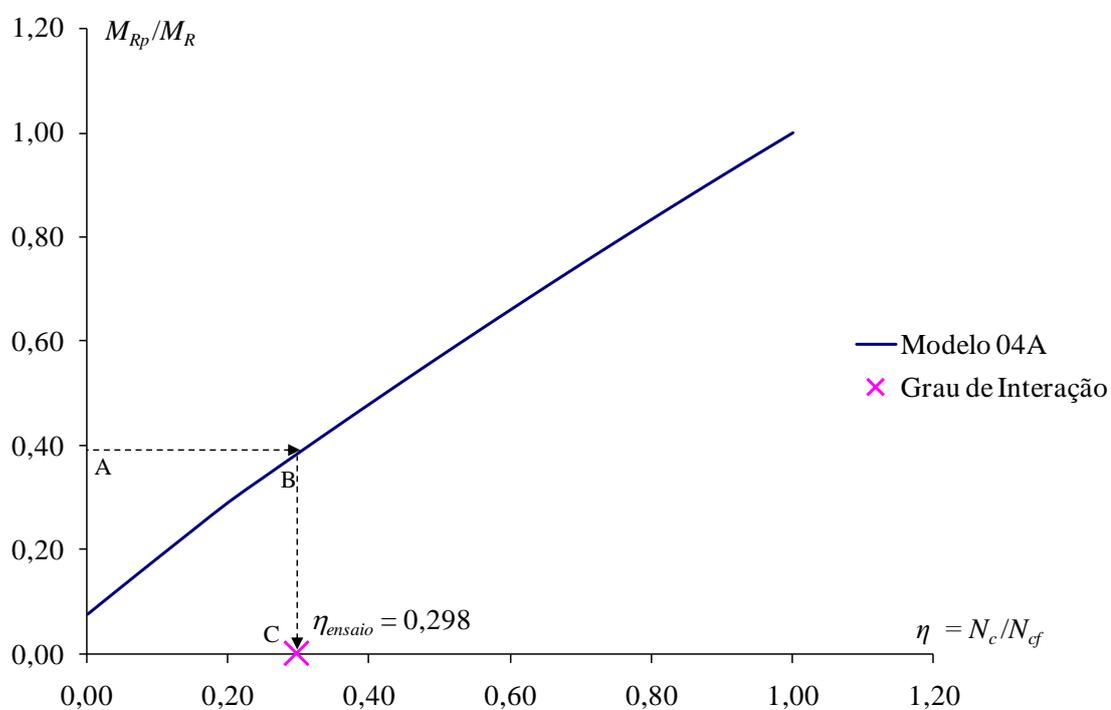


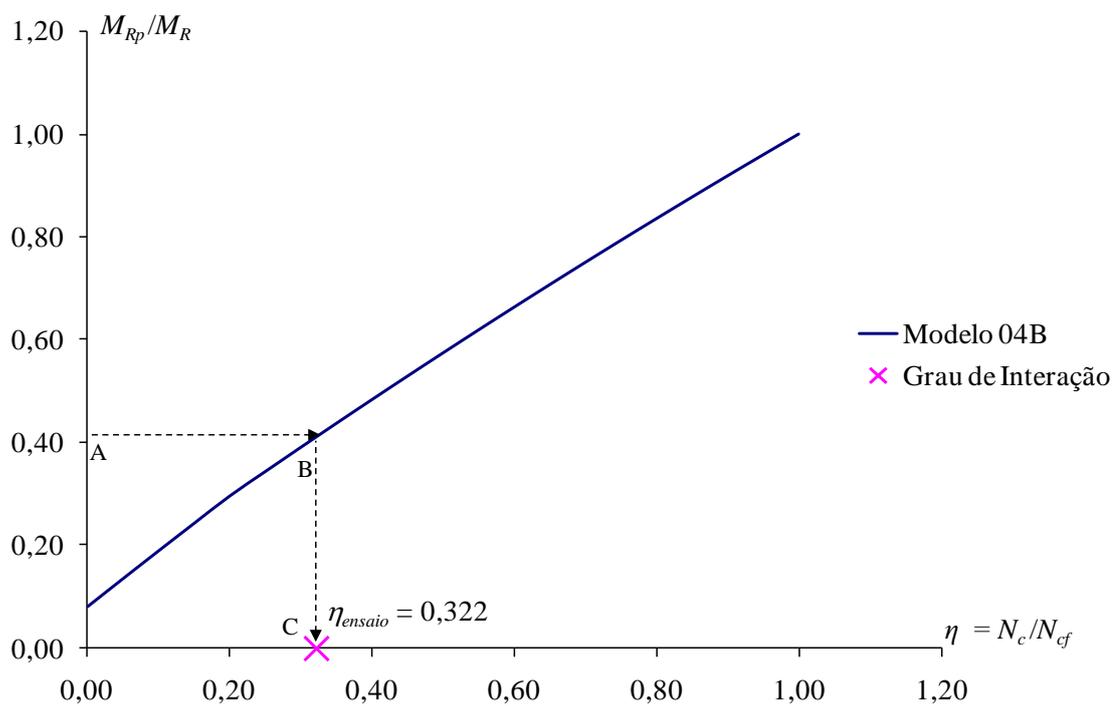
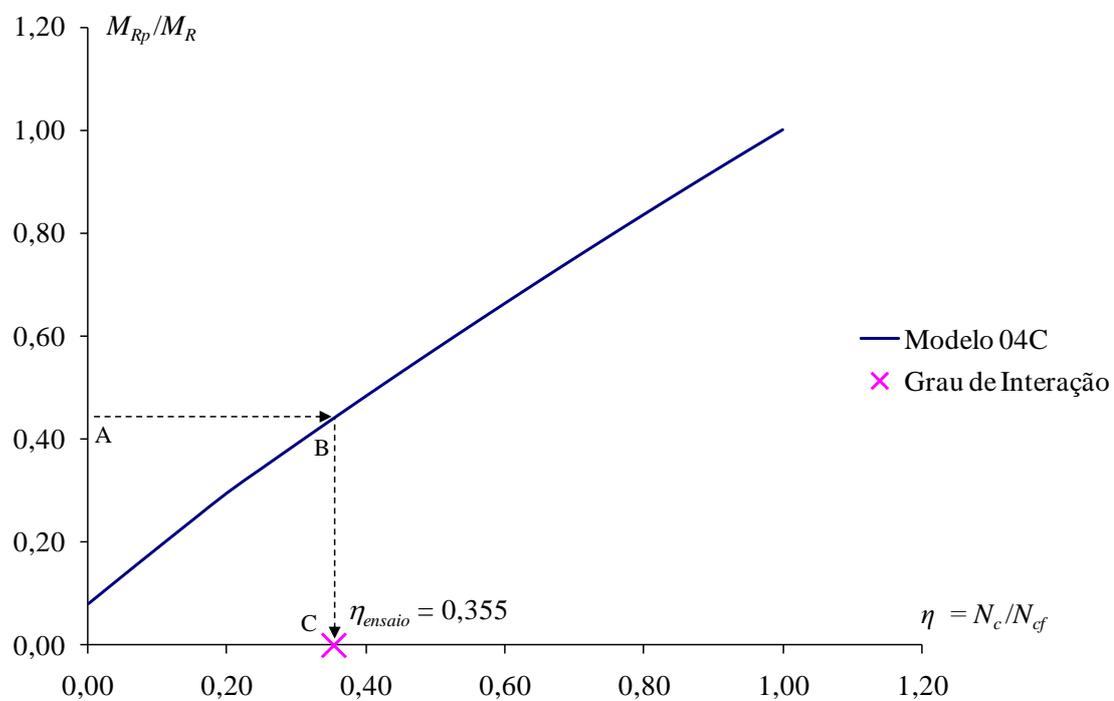
FIGURA C.3 – Modelo 01B ($t = 0,80$ mm)

FIGURA C.4 – Modelo 01C ($t = 0,80$ mm)FIGURA C.5 – Modelo 02A ($t = 0,80$ mm)

FIGURA C.6 – Modelo 02B ($t = 0,80$ mm)FIGURA C.7– Modelo 02C ($t = 0,80$ mm)

FIGURA C.8– Modelo 03A ($t = 0,95$ mm)FIGURA C.9– Modelo 03B ($t = 0,95$ mm)

FIGURA C.10– Modelo 03C ($t = 0,95$ mm)FIGURA C.11– Modelo 04A ($t = 0,95$ mm)

FIGURA C.12– Modelo 04B ($t = 0,95$ mm)FIGURA C.13– Modelo 04C ($t = 0,95$ mm)