

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

ANÁLISE E COMPORTAMENTO DE VIGAS DE AÇO E
VIGAS MISTAS COM ABERTURAS NA ALMA

GUSTAVO DE SOUZA VERÍSSIMO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Comissão julgadora:

Prof. Ricardo Hallal Fakury (orientador), EE-UFGM

Prof. Julio Fruchtengarten, Escola Politécnica da USP

Prof. Gilson Queiroz, EE-UFGM

Prof. Armando Cesar Campos Lavall, EE-UFGM

BELO HORIZONTE, 05 DE JULHO DE 1996

DEDICATÓRIA

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, por ter me dado sabedoria, oportunidade e força, sem as quais eu não poderia realizar este trabalho.

Aos meus pais, pelo exemplo de integridade e coragem.

Ao Prof. Ricardo Hallal Fakury, pela excelente orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho, e pela amizade.

Ao Prof. David Darwin, da Universidade do Kansas, pela presteza e pelas informações de grande utilidade que forneceu.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

Aos colegas do Setor de Estruturas do DEC/UFV, pelo apoio moral.

Ao pessoal da Assessoria de Assuntos Internacionais da UFV, pelo apoio logístico.

Ao Mauro Nacif Rocha pelo auxílio com programação orientada para objeto e programação para Microsoft WindowsTM.

De maneira geral, meus sinceros agradecimentos a todos os que comigo colaboraram: professores, colegas e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG.

Finalmente, agradeço à minha esposa, Lilian, companheira e incentivadora que alegra os meus dias.

RESUMO

VERÍSSIMO, G. S., *Análise e comportamento de vigas de aço e vigas mistas com aberturas na alma*, Belo Horizonte, 1996, 265p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.

Este trabalho consiste de um estudo sobre a análise e o comportamento de vigas de aço e vigas mistas com aberturas na alma. É desenvolvido um procedimento de cálculo para vigas de aço e mistas constituídas de perfis I, com uma ou várias aberturas na alma, utilizando-se o Método dos Estados Limites. Os diversos estados limites últimos relacionados às atuações do momento fletor e da força cortante são descritos e suas correspondentes resistências de cálculo determinadas. Por esse procedimento, torna-se possível identificar as situações em que as aberturas necessitam de reforços, e também projetá-los. As aberturas podem ser retangulares ou circulares, concêntricas ou excêntricas.

É feita uma avaliação crítica do Anexo K da Norma Brasileira NBR 8800 (Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios), editada em 1986, que trata especificamente de aberturas em almas de vigas. Faz-se uma proposta no sentido de tornar o texto desse Anexo mais abrangente, especialmente no que se refere às dimensões, formato e posicionamento das aberturas.

É apresentada uma formulação, baseada no método dos deslocamentos, para determinar a deformação elástica em vigas de aço e mistas com aberturas, utilizando uma matriz de rigidez específica para o elemento de abertura.

Foi desenvolvido um programa computacional, que faz uso da teoria utilizada no presente estudo, para verificação dos estados limites últimos aplicáveis a vigas de aço e vigas mistas com aberturas na alma e para determinação de sua deformação elástica.

Palavras-chave: abertura - aço - alma - estruturas - viga - viga mista

ABSTRACT

VERÍSSIMO, G. S., *Analysis and behavior of steel and composite beams with web openings*, M.S. Thesis, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 1996, 265p..

This work consists of a study about the behavior of steel and composite beams with web openings. A design procedure for I beams with one or more web openings is developed, using the Limit State Method. The various ultimate limit states related to the acting of the bending moment and shear are described and their corresponding design strengths are evaluated. Using this procedure it is possible to identify the situations in which the openings should be reinforced and to design such reinforcements. The openings can be rectangular or circular, concentric or excentric.

It is also included in this work a critical evaluation of the K annexe of the Brazilian Specification for project and execution of building steel structures, NBR 8800, published in 1986, that deals specifically with openings in beam webs. A proposal to make the text of the annexe more extensive, specially in relation to the openings dimensions, shape and positioning is presented.

Design procedures are presented, based on the stiffness method to determinate deflections in composite and noncomposite beams, using a specific stiffness matrix to the opening element.

A computer program has been developed using the theory presented in the work, to design composite and noncomposite beams with web openings and to evaluate their deflections.

key words: beam - composite beam - opening - steel - structures - web

1. ESTADO DA ARTE	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Aberturas reforçadas.....	3
1.3 Aberturas excêntricas.....	4
1.4 Aberturas em almas de vigas mistas	4
1.5 Abordagem unificada	6
1.6 Do presente estudo	6
2. DEFINIÇÕES E NOTAÇÃO.....	8
3. COMPORTAMENTO	14
3.1 Forças atuando na abertura.....	14
3.2 Distribuição de tensões	16
3.2.1 Aberturas Circulares.....	16
3.2.2 Aberturas Retangulares	17
3.3 Relação momento-cortante	20
3.4 Deformação e modos de colapso	21
3.5 Formatos de abertura	24
3.6 Múltiplas aberturas	24
3.7 Reforço de aberturas	24
4. CÁLCULO DE VIGAS COM ABERTURAS NA ALMA	25
4.1 Generalidades.....	25
4.2 Coeficientes de resistência.....	25
4.3 Visão geral do procedimento de cálculo.....	28
4.4 Interação momento-cortante.....	30

4.5 Resistência nominal ao momento fletor	35
4.5.1 Vigas de aço	35
4.5.1.1 Aberturas sem reforço	37
4.5.1.2 Aberturas reforçadas.....	37
4.5.2 Vigas mistas	38
4.5.2.1 Região de momentos positivos, construção escorada.....	39
4.5.2.2 Região de momentos positivos, construção não-escorada.....	44
4.5.2.2.1 Resistência de cálculo da viga de aço	44
4.5.2.2.2 Limitação de tensões de serviço	44
4.6 Resistência nominal à força cortante	45
4.6.1 Equação geral.....	47
4.6.1.1 Solução I.....	48
4.6.1.1.1 Tê superior em vigas mistas	51
4.6.1.1.2 Pré-dimensionamento do reforço para vigas de aço	53
4.6.1.2 Solução II	53
4.6.2 Particularidades para vigas mistas.....	56
5. CRITÉRIOS DE PROJETO.....	57
5.1 Considerações quanto à instabilidade.....	57
5.1.1 Flambagem local da mesa comprimida ou do reforço.....	58
5.1.2 Flambagem da alma	58
5.1.2.1 Abordagem simplificada	58
5.1.2.2 Curvas de flambagem.....	64
5.1.2.3 Enrijecimento da alma.....	69
5.1.3 Flambagem local das chapas de reforço.....	70
5.1.4 Flambagem do tê na zona comprimida (<i>para vigas de aço apenas</i>)	70
5.1.5 Flambagem lateral	71
5.2 Posicionamento e dimensões da abertura	72
5.2.1 Dimensões dos tês e das aberturas	72
5.2.2 Raio mínimo dos cantos das aberturas	72
5.2.3 Cargas concentradas.....	73
5.2.4 Aberturas circulares	74
5.2.5 Reforço das aberturas.....	74
5.2.6 Espaçamento entre aberturas.....	77
5.2.7 Fadiga.....	78

5.3 Orientação para o projeto de vigas mistas.....	79
5.3.1 Disposição dos conectores de cisalhamento.....	79
5.3.2 Armadura de reforço sobre a abertura.....	80
5.3.3 Armadura de reforço transversal.....	80
6. CÁLCULO DA DEFORMAÇÃO ELÁSTICA.....	82
6.1 Generalidades.....	82
6.2 Abordagens de cálculo.....	83
6.3 Procedimento analítico aproximado.....	84
6.3.1 Aberturas concêntricas.....	84
6.3.1.1 Deflexões de Vierendeel devido à flexão.....	86
6.3.1.2 Deflexões de Vierendeel devido ao cisalhamento.....	87
6.3.1.3 Deformação de Vierendeel total.....	88
6.3.2 Aberturas excêntricas.....	89
6.3.3 Vigas simétricas.....	89
6.3.4 Coeficiente de deformação por cisalhamento.....	90
6.4 Procedimento genérico utilizando Análise Matricial.....	93
6.4.1 Matriz de rigidez para vigas com aberturas na alma.....	94
6.4.2 Hipóteses do modelo.....	99
6.4.2.1 Momento de inércia efetivo da seção bruta.....	99
6.4.2.2 Área efetiva ao cisalhamento.....	100
6.4.2.3 Momento de inércia do tê superior.....	100
6.4.2.4 Área efetiva do tê superior.....	100
6.4.3 Equação de Donahey para estimativa da deformação elástica no centro do vão, para vigas com apenas uma abertura na alma.....	101
6.5 Conclusões sobre o cálculo de deformações.....	105
7. UM PROGRAMA PARA O CÁLCULO DE VIGAS DE AÇO E VIGAS MISTAS COM ABERTURAS NA ALMA.	107
7.1 Justificativa para o desenvolvimento do programa.....	107
7.2 Descrição do programa.....	108
7.2.1 Linguagens utilizadas.....	108
7.2.2 O processador.....	108
7.2.3 A interface com o usuário.....	111
7.2.4 Entrada de dados.....	114

7.2.4.1	Características e requisitos do modelo reticulado gerado.....	119
7.2.5	Subprograma de dimensionamento	119
7.2.6	Resultados	119
7.3	Exemplo	120
7.3.1	Identificação do problema.....	120
7.3.2	Opções de cálculo	121
7.3.3	Dados dos materiais	122
7.3.4	Geometria.....	125
7.3.4.1	Geometria do perfil	125
7.3.4.2	Geometria das aberturas	126
7.3.4.3	Geometria da laje.....	127
7.3.4.4	Geometria da viga	127
7.3.5	Carregamento	129
7.3.6	Coefficientes.....	130
7.3.7	Painel interativo	130
7.3.8	Gravando dados e resultados.....	132
7.3.9	Janelas simultâneas	133
7.3.10	Configuração da impressora e impressão dos resultados	135
7.3.11	Listagem de saída.....	136
7.3.12	Peculiaridades e requisitos do programa	144
7.3.12.1	Arquivos utilizados pelo programa	144
7.3.12.2	Limites e restrições do programa.....	145
8.	COMPARAÇÃO ENTRE AS PRESCRIÇÕES DA NBR 8800/86 E O PROCEDIMENTO DE CÁLCULO APRESENTADO.	146
8.1	Comentários.....	146
8.2	Processamentos	147
8.2.1	Metodologia	148
8.2.2	Resultados	150
8.3	Uma proposta para norma.....	153
9.	CONCLUSÃO	156
9.1	Aspectos gerais	156
9.2	Sobre a nova proposta para norma.....	159
BIBLIOGRAFIA		161

REFERÊNCIAS GERAIS.....	167
APÊNDICE A - TRANSFORMAÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTAR PARA O SISTEMA DE COORDENADAS GLOBAL.....	172
A.1 Matriz de rotação para um elemento de barra com seis graus de liberdade.....	172
A.2 Transformação de coordenadas locais para coordenadas globais.....	173
A.3 Matrizes de rigidez local e global, para um elemento de barra no plano com seis graus de liberdade, incluindo as deformações por cisalhamento	175
APÊNDICE B - EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO MATRICIAL	176
B.1 Numeração dos deslocamentos nas extremidades das barras	176
B.2 Equações para a determinação dos esforços nas extremidades das barras	177
B.3 Propriedades geométricas na seção da abertura	178
B.3.1 Altura dos tês.....	178
B.3.2 Área do reforço num tê e área bruta dos tês	179
B.3.3 Área efetiva ao cisalhamento dos tês.....	179
B.3.4 Baricentro do tê superior (<i>em relação ao baricentro da seção bruta</i>)	180
B.3.5 Baricentro do tê inferior (<i>em relação ao baricentro da seção bruta</i>)	180
B.3.6 Momento de inércia dos tês.....	180
B.3.7 Correções para vigasmistas	181
APÊNDICE C - VIGAS DE AÇO COM ABERTURAS - EXEMPLOS DE CÁLCULO	182
C.1 Exemplo 01: Viga de aço com abertura reforçada.....	182
C.1.1 Verificação da seção no centro do vão	183
C.1.2 Verificação da seção adjacente ao apoio	183
C.1.3 Resistência ao momento fletor da seção transversal com abertura sem reforço	183
C.1.4 Resistência ao esforço cortante da seção transversal com abertura sem reforço	184
C.1.5 Verificação da interação momento-cortante	184
C.1.6 Proposição do reforço e verificação da seção reforçada.....	184
C.1.7 Solda das chapas de reforço na alma da viga	185
C.1.8 Cálculo das deformações	187
C.1.8.1 Cálculo da deformação de flexão na viga sem abertura pelo processo analítico exato.....	187
C.1.8.2 Cálculo da deformação pelo processo aproximado de Dougherty.....	187
C.1.8.3 Cálculo da deformação através do procedimento proposto	

utilizando cálculo matricial	190
C.1.8.4 Cálculo da deformação através da equação de Donahey	194
C.1.8.5 Comparação dos resultados do exemplo 1	195
C.2 Exemplo 02: Viga do exemplo 1 com duas aberturas simétricas	195
C.3 Exemplo 03: Viga do exemplo 2 com três aberturas.....	196
C.3.1 Verificação da abertura no centro do vão	197
C.3.1.1 - Verificação do tê na zona comprimida à flambagem	198
C.3.2 Espaçamento entre aberturas	198
C.4 Exemplo 04: Viga de aço com duas aberturas reforçadas.....	200
C.4.1 Verificação da seção no centro do vão	200
C.4.2 Verificação da seção adjacente ao apoio	200
C.4.3 Resistência ao momento fletor da seção transversal com abertura sem reforço	201
C.4.4 Resistência ao esforço cortante da seção transversal com abertura sem reforço	201
C.4.5 Verificação da interação momento-cortante	202
C.4.6 Proposição do reforço e verificação da seção reforçada.....	202
C.4.7 Solda das chapas de reforço para a abertura 1	204
C.4.8 Cálculo das deformações	205
C.4.9 Conclusão	205

APÊNDICE D - VIGAS MISTAS COM ABERTURAS NA ALMA - EXEMPLOS DE CÁLCULO213

D.1 Exemplo D1: Viga mista com laje maciça.....	213
D.1.1 Verificação dos requisitos geométricos das aberturas.....	215
D.1.2 Verificação da seção bruta à força cortante.....	215
D.1.3 Verificação da seção bruta ao momento fletor	216
D.1.4 Número e disposição dos conectores de cisalhamento	217
D.1.5 Nova verificação da seção bruta ao momento fletor, considerando interação parcial.....	217
D.1.6 Verificação da abertura 1	218
D.1.7 Verificação da abertura 2	222
D.1.8 Disposição dos conectores	225
D.1.9 Deformações	225
D.2 Exemplo D2: Viga mista com laje nervurada.....	226
D.2.1 Verificação dos requisitos geométricos das aberturas.....	227
D.2.2 Esbeltez da alma e limite para a força cortante	227
D.2.3 Verificação da viga para as cargas atuantes antes da cura do concreto.....	228
D.2.3.1 Verificação da seção bruta ao momento fletor	228
D.2.3.2 Verificação da seção bruta à força cortante.....	229

D.2.3.3 Verificação da seção na abertura	229
D.2.4 Verificação como viga mista para as cargas após a cura do concreto, considerando interação total	230
D.2.4.1 Verificação da seção bruta à força cortante	230
D.2.4.2 Verificação da seção bruta ao momento fletor	231
D.2.4.3 Cálculo do número de conectores para interação completa.....	232
D.2.4.4 Verificação da seção na abertura	232
D.2.5 Verificação para interação parcial	234
D.2.5.1 Verificação da seção bruta ao momento fletor	234
D.2.5.2 Verificação da seção na abertura para interação parcial.....	235
D.2.6 Cálculo da deformação elástica através da equação de Donahey.....	237
D.2.7 Limitação de tensões (<i>construção não-escorada</i>).....	239
D.2.8 Número e disposição dos conectores.....	240
APÊNDICE E - ÁBACOS.....	241
APÊNDICE F - RESULTADOS DOS PROCESSAMENTOS COM PERFIS METÁLICOS	244

1. ESTADO DA ARTE

1.1 Generalidades

A construção metálica começou a se intensificar a partir do século XIX, com o desenvolvimento dos processos de laminação de perfis e com o progresso do cálculo estrutural. Já no século XX, vários fatores contribuíram para que a construção metálica se estabelecesse de fato como uma alternativa viável dos pontos de vista técnico e econômico. Dentre esses fatores destacam-se, entre outros, a invenção de processos para a produção industrial do aço, o grande aperfeiçoamento da Teoria das Estruturas e a invenção da solda elétrica.

A segunda metade do século XX foi caracterizada por um grande avanço tecnológico em todos os âmbitos, particularmente fomentado pelo desenvolvimento dos computadores, e por uma crise econômica mundial. Dentro desse contexto, a racionalização dos processos construtivos se revestiu de especial importância e, atualmente, pesquisas têm sido desenvolvidas visando a obtenção de soluções econômicas que otimizem o aproveitamento de espaço, materiais, mão-de-obra e recursos diversos.

No Brasil, também observa-se a tendência de substituição da construção artesanal pela construção industrializada, e assim, a otimização em todos os níveis tem se tornado um critério de fundamental importância a ser considerado no processo construtivo. Dentro dessa perspectiva, freqüentemente se impõem limitações à altura do pavimento em edifícios de andares múltiplos, com base em normas, requisitos econômicos, considerações estéticas, etc. A habilidade de lidar com estas restrições pode ser um fator relevante na seleção de um sistema estrutural, e é especialmente importante quando a estrutura é de aço.

Tradicionalmente, o arranjo estrutural em pavimentos de edifícios de estrutura metálica consiste de vigas de aço de alma cheia, as quais podem dificultar a passagem dos dutos de serviços. Uma solução comumente usada é fazer aberturas nas almas das vigas para a passagem dos dutos e, dessa maneira, ajudar a minimizar a altura do pavimento (FIGURA 1.1). Reduzindo a altura do pavimento, diminui-se a altura do edifício e conseqüentemente sua superfície e seu volume. Proporcionalmente, os custos operacionais e de manutenção, bem como os custos de construção, são reduzidos. Como desvantagem, as aberturas na alma podem diminuir significativamente a resistência à flexão e ao cisalhamento das vigas metálicas.

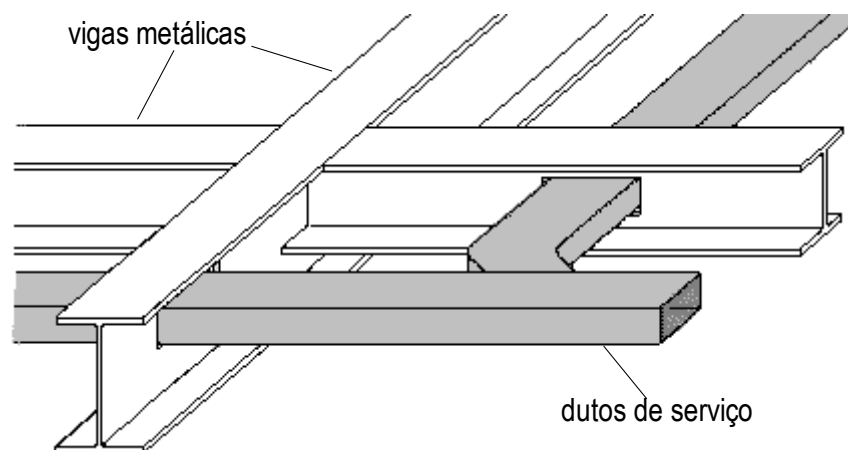


FIGURA 1.1 - Vigas Metálicas com Aberturas na Alma

As vigas estruturais metálicas com aberturas na alma têm sido usadas há muitos anos, devido à necessidade e, ou, a vantagens econômicas, antes mesmo que os

procedimentos de cálculo específicos para esta situação fossem desenvolvidos. Na ausência de métodos comprovados, era adotado um tratamento conservador no projeto.

1.2 Aberturas reforçadas

O desenvolvimento de sistemas sofisticados de instalações e a construção de edifícios cada vez mais altos exigiu, nos anos 60, a utilização de reforços nas aberturas de alma, com altos custos de fabricação. Até esse período ainda não havia sido publicado um critério de cálculo consolidado e havia pouca informação disponível sobre as tensões provocadas por uma abertura na seção de uma viga. Não se sabia com maior certeza se o reforço proposto para uma determinada situação era de fato necessário, ou adequado. Tem-se registros de casos em que os reforços chegaram a representar até 3 % do peso de toda a estrutura e, naturalmente, os custos relacionados representaram uma proporção bastante significativa do seu custo total (Redwood 1983).

Ainda no início da década de 60, o AISC patrocinou uma estudo experimental para a avaliação de vários tipos de reforço em torno de aberturas retangulares (Segner 1963, 1964). Foi realizada uma série de ensaios em vigas com aberturas retangulares na alma, nas quais foram utilizadas várias configurações de reforço, até então usuais. Os esquemas de reforço incluíam tanto enrijecedores horizontais como verticais, ou ainda em toda a periferia da abertura, como mostrado na FIGURA 1.2. Posteriormente os reforços passaram a ser constituídos, na grande maioria dos casos, apenas por enrijecedores longitudinais, como se vê na FIGURA 1.2a e 1.2b. Estudos recentes têm demonstrado que se o reforço for necessário, apenas enrijecedores horizontais acima e abaixo da abertura são suficientes. A colocação de enrijecedores verticais ou em toda a periferia da abertura não se mostra interessante no que se refere à relação entre aumento da resistência e custos.

O uso de serviços similares em cada pavimento e a possibilidade de alterar o leiaute ou a função de um edifício ao longo de sua vida útil, pode, às vezes, resultar na padronização de aberturas e reforço em muitas vigas. A otimização dos detalhes associados a uma abertura é desejável, e pode-se obter economia significativa se as vigas forem dimensionadas de forma que não necessitem de reforço (Redwood 1983).

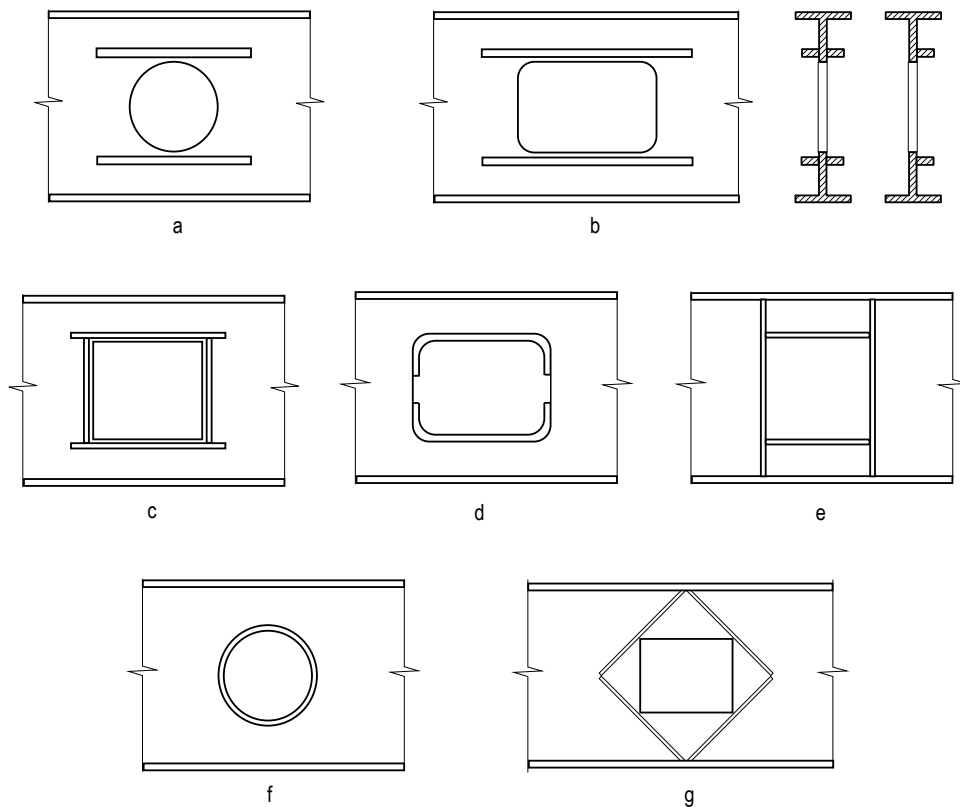


FIGURA 1.2 - Tipos de Reforço para Aberturas na alma (Redwood 1983).

Inicialmente, as aberturas não-reforçadas e reforçadas eram tratadas como problemas distintos, a partir de formulações específicas para cada caso.

1.3 Aberturas excêntricas

Para proporcionar um escoamento apropriado, muitas vezes os tubos e dutos de instalações devem ser levemente inclinados. Concomitantemente, as aberturas de alma não podem estar todas centradas no eixo baricêntrico da viga. Essa situação exigiu a elaboração de formulações que considerassem a excentricidade das aberturas em relação ao eixo da viga (Douglas & Gambrell 1974).

1.4 Aberturas em almas de vigas mistas

O primeiro trabalho experimental importante sobre aberturas em almas de vigas mistas foi desenvolvido por Granade (1968). Todd e Cooper (1980) apresentaram um método para a determinação da resistência última de vigas mistas com aberturas na alma

no qual, conforme os procedimentos tradicionais de cálculo ao cisalhamento para estruturas mistas, assumiram que o esforço cortante é resistido apenas pela alma da seção de aço. A contribuição do concreto só é considerada para a resistência ao momento fletor. Clawson e Darwin (1982) constataram que o modelo proposto por Todd e Cooper subestima significativamente a resistência ao cisalhamento das vigas mistas, baseados em comparações com os resultados experimentais obtidos por Granade. Propuseram então outro método de cálculo no qual a resistência ao cisalhamento da laje de concreto foi considerada. Este modelo forneceu resultados bastante próximos dos obtidos em ensaios.

Nos trabalhos citados acima, o colapso está associado exclusivamente ao escoamento do aço, i.e., flambagem e ruptura não são consideradas. Também não se considerou o acréscimo na resistência do aço devido ao encruamento.

A partir de 1980, vários procedimentos de cálculo têm sido desenvolvidos para vigas mistas com aberturas não-reforçadas (Clawson & Darwin 1980, Redwood & Wong 1982, Redwood & Poubouras 1984, Donahey & Darwin 1988) ou reforçadas (Donoghue 1982). Nos estudos recentes a contribuição do concreto para a resistência ao cisalhamento tem sido sempre considerada.

Um estudo apresentado por Cho e Redwood (1992) demonstrou, através de comparações de resultados de ensaios, que a contribuição da laje de concreto para a resistência ao cisalhamento é surpreendentemente grande. Os ensaios indicam que a contribuição das lajes para a resistência ao cisalhamento de uma viga mista na região da abertura pode ser da ordem de 40%-420% para lajes maciças (Granade 1968; Clawson & Darwin 1982; Cho 1982) e de 30%-260% para lajes de concreto com forma de aço incorporada (Redwood & Wong 1982; Redwood & Poubouras 1983; Donahey & Darwin 1988) em comparação com a resistência da viga de aço isolada, mantida a geometria das aberturas. Como consequência disso, a necessidade de reforço para restaurar a resistência perdida devido às aberturas na alma, pode frequentemente ser eliminada, se a resistência da laje ao cisalhamento for devidamente considerada.

Resultados de ensaios em vigas mistas com aberturas na alma indicam que a contribuição da laje de concreto na resistência ao cisalhamento vertical aumenta à medida que: (1) um número maior de conectores é colocado dentro do comprimento da abertura; (2) a altura da laje de concreto t_c aumenta em relação à altura da viga de aço, d (ver FIGURA 1.3).

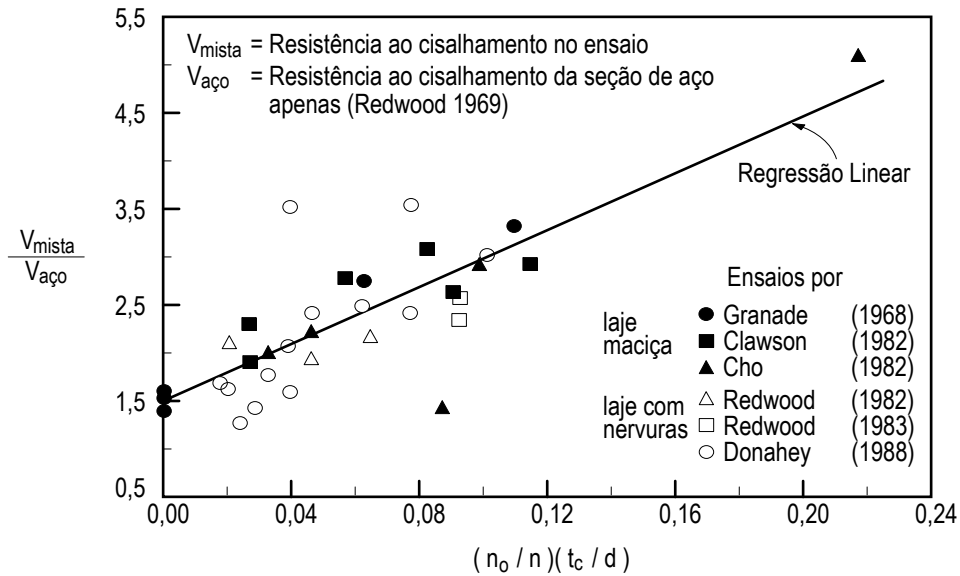


FIGURA 1.3 - Contribuição da laje para a resistência ao cisalhamento de vigas mistas com aberturas na alma (Cho & Redwood 1992).

1.5 Abordagem unificada

Nos últimos anos, grande progresso tem sido feito no cálculo de vigas metálicas com aberturas na alma, particularmente no que diz respeito a aberturas excêntricas, aberturas reforçadas e vigas mistas com aberturas na alma. Entre os benefícios desse progresso está a constatação de que uma única abordagem de cálculo pode ser utilizada para tratar os casos de aberturas com ou sem reforço, com ou sem excentricidade, em vigas simples ou mistas (Darwin e Lucas 1990, ASCE 1992).

1.6 Do presente estudo

Este trabalho fornece recomendações de projeto baseadas em resultados das pesquisas realizadas até agora, relacionadas às situações mais frequentemente encontradas na prática, isto é, aberturas em vigas de alma cheia em estruturas de edifício.

As recomendações de cálculo são dadas da forma mais concisa e simplificada possível. Para isso, algumas vezes foi necessário renunciar a alguma acurácia e restringir a amplitude de aplicação. No entanto, tomou-se o cuidado de que as pequenas

imprecisões estivessem a favor da segurança e acredita-se que os limites de aplicação abrangem a grande maioria das situações práticas.

As expressões de cálculo apresentadas são aplicáveis a vigas de aço e vigas mistas com aberturas individuais ou aberturas múltiplas espaçadas o suficiente para que as aberturas não interajam. Vigas casteladas não são incluídas. Por razões práticas, a altura da abertura é limitada a 70 % da altura da peça. A resistência ao escoamento do aço é limitada a 450 MPa. As seções devem ser do tipo I, e devem atender aos requisitos para seções classe 1 ou 2 conforme a NBR 8800 (ABNT, 1986).

2. DEFINIÇÕES E NOTAÇÃO

Os seguintes termos se aplicam a vigas com aberturas na alma:

tê - região de uma viga acima ou abaixo de uma abertura.

tê inferior - região da viga abaixo de uma abertura

tê superior - região da viga acima de uma abertura.

momento fletor primário - momento fletor em algum ponto numa viga provocado pelo carregamento externo.

momento fletor secundário - momento fletor num tê, induzido pelo esforço cortante suportado pelo tê.

momento alto - momento para o qual a relação $M_d / (V_d \cdot d) > 20$.

extremidade de maior momento - a borda de uma abertura sujeita ao maior momento fletor primário. Nessa extremidade, os momentos fletores primário e secundário atuam na mesma direção.

extremidade de menor momento - a borda de uma abertura sujeita ao menor momento fletor primário. Nessa extremidade, os momentos fletores primário e secundário atuam em direções opostas.

parâmetro de abertura - (p_o) parâmetro usado para limitar o tamanho da abertura e a proporção entre suas dimensões.

reforço - enrijecedores constituídos por chapas de aço longitudinais soldadas acima e abaixo de uma abertura para aumentar a capacidade resistente da seção.

A seguir, apresenta-se a notação adotada:

A	Área da seção transversal
A_f	Área da mesa
A_r	Área da seção transversal do reforço ao longo da borda superior ou inferior da abertura
A_g	Área da seção transversal da viga sem abertura
A_{sn}	Área da seção de aço descontada a abertura e somado o reforço
A_{st}	Área da seção transversal do tê superior
A_T	Área da seção transversal de um tê
A_{vc}	Área efetiva do concreto ao cisalhamento = $3(t_c + h_f)t_c$
C	Resultante de compressão na parte comprimida da seção
D_o	Diâmetro de abertura circular
E	Módulo de elasticidade do aço
G	Módulo de elasticidade transversal do aço
I	Momento de inércia
I_a	Momento de inércia da seção da viga de aço isolada
I_e	Momento de inércia efetivo da seção bruta da viga mista
I_o	Momento de inércia da seção com abertura
I_T	Momento de inércia à torção
L	Vão de uma viga
L_b	Comprimento sem contenção lateral
LNP	Linha Neutra Plástica
M	Momento fletor

M_{bh}, M_{bl}	Momento fletor secundário nas extremidades de maior e menor momento do tê inferior, respectivamente
M_d	Momento fletor de cálculo
M_m	Resistência máxima ao momento fletor da seção no local da abertura, submetida a flexão pura (quando $V_d = 0$).
M_n	Resistência nominal ao momento fletor, considerando a redução da área da seção e a interação momento-cortante
M_{pl}	Momento de plastificação de uma seção sem abertura
M_{th}, M_{tl}	Momento fletor secundário nas extremidades de maior e menor momento do tê superior, respectivamente
P_b	Força axial no tê inferior
P_r	Força axial no reforço da abertura
P_t	Força axial no tê superior
Q_n	$= \Sigma q_n =$ somatório das resistências nominais individuais q_n dos conectores de cisalhamento situados entre a extremidade de maior momento da abertura e o apoio, incluindo o fator de redução para lajes com nervuras
R	Relação entre o esforço de cálculo e a capacidade resistente de projeto de uma seção com abertura $= V_d / \phi V_n = M_d / \phi M_n$
S	Comprimento de alma livre entre duas aberturas adjacentes (espaçamento entre duas aberturas)
R_{wr}	Resistência da solda no reforço
T	Resultante de tração na parte tracionada da seção
V	Força cortante
V_d	Força cortante de cálculo
V_m	Resistência máxima à força cortante da seção no local da abertura, submetida a cisalhamento puro (quando $M_d = 0$).

V_{mb}, V_{mt}	Resistência à força cortante dos tês inferior e superior, respectivamente, sem considerar a interação momento-cortante
V_b	Força cortante atuando no tê inferior numa abertura
V_n	Resistência nominal à força cortante, considerando a seção líquida e a interação momento-cortante
V_p	Força cortante correspondente à plastificação do tê inferior ou superior
V_{pl}	Força cortante correspondente à plastificação da seção sem abertura
V_{pb}, V_{pt}	Força cortante correspondente à plastificação dos tês inferior e superior, respectivamente
V_t	Força cortante atuando no tê superior numa abertura
W	Módulo de resistência elástico da seção transversal
Z	Módulo de resistência plástico da seção transversal
a	Altura da região comprimida em lajes de vigas mistas
a_o	Comprimento de uma abertura
b	Largura em geral
b_{ef}	Largura efetiva da laje de concreto em vigas mistas
b_f	Largura da mesa
d	Altura total da seção de aço
d_r	Distância da face externa da mesa ao centróide do reforço; pode ter valores diferentes nos tês inferior e superior
e	Excentricidade da abertura
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão
f_y	Limite de escoamento do aço
f_{yr}	Limite de escoamento do aço do reforço
f_w	Resistência mínima à tração do metal da solda
f_{MB}	Tensão atuante no metal base da solda do reforço

f_{nMB}	Resistência nominal do metal base da solda do reforço
f_{wr}	Tensão atuante na solda do reforço
f_{mw}	Resistência nominal da solda à tração
h_o	Altura da abertura
h_F	Altura nominal das nervuras em vigas mistas com forma de aço incorporada
k	Coefficiente de deformação por cisalhamento
n	Número de conectores de cisalhamento situados entre a extremidade de maior momento da abertura e o apoio
n_o	Número de conectores de cisalhamento situados sobre a abertura
p_o	Parâmetro de abertura = $\frac{a_o}{h_o} + \frac{6h_o}{d}$
q_n	Resistência nominal de um conector de cisalhamento
s, s_b, s_t	Altura de um tê, do tê inferior e do tê superior, respectivamente
$\bar{s}, \bar{s}_b, \bar{s}_t$	Altura efetiva de um tê, do tê inferior e do tê superior, respectivamente, para levar em conta a movimentação da LNP, quando uma abertura é reforçada; usados somente para calcular ν , quando $\nu \geq \mu$
t	Espessura em geral
t_c	Espessura da laje de concreto em vigas mistas
t_f	Espessura da mesa
t_w	Espessura da alma
z	Braço de alavanca entre as resultantes de força axial que produzem os momentos fletores secundários
Δ	Deformação transversal
ΔA_s	Redução da área da seção transversal devido à presença da abertura e do reforço = $h_o t_w - 2 A_r$
Δ_b	Deformação devido à flexão

Δ_m	Deformação transversal devido à flexão e ao cisalhamento numa viga com aberturas
Δ_s	Deformação devido ao cisalhamento
α_v	Relação entre a resistência máxima ao esforço cortante e o cortante de plastificação de um tê, $\alpha_{vb} = V_{mb} / V_{pb}$ e $\alpha_{vt} = V_{mt} / V_{pt}$
$\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$	Variáveis usadas para calcular V_{mt}
λ	Constante usada na aproximação linear do critério de escoamento de von Mises; valor recomendado = $\sqrt{2}$
μ	Adimensional que relaciona a contribuição do reforço para o momento fletor secundário e o produto do cortante de plastificação de um tê pela sua altura = $\frac{2 P_r d_r}{V_p s}$
v, v_b, v_t	Relação entre o comprimento da abertura e a altura de um tê
τ	Tensão de cisalhamento
ϕ	Coefficiente de resistência

Subscritos:

b	referente ao tê inferior
m	máximo ou médio
n	nominal
t	referente ao tê superior
d	de cálculo

3. COMPORTAMENTO

Uma abertura na alma de uma viga, dependendo de seu tamanho, pode ter um efeito significativo no comportamento da peça. As tensões na viga, sua resistência última, a estabilidade da alma, e a deformação podem ser consideravelmente afetadas. Outros fatores, como a resistência à flambagem lateral com torção e a estabilidade da mesa comprimida, podem ser afetados menos significativamente. Deve ser avaliada a capacidade da viga de suportar cargas concentradas próximas à abertura.

3.1 Forças atuando na abertura

As forças que atuam numa abertura, supondo que sobre esta abertura não atuem cargas transversais concentradas e desprezando a influência da carga distribuída sobre ela, são mostradas na FIGURA 3.1. Em uma abertura situada numa região de momento fletor positivo, o tê inferior está sujeito a uma força de tração P_b , uma força cortante V_b e momentos fletores secundários M_{bl} e M_{bh} . O tê superior está sujeito a uma força de compressão P_t , uma força cortante V_t e momentos fletores secundários, M_{tl} e M_{th} , nas extremidades de menor e maior momento, respectivamente.

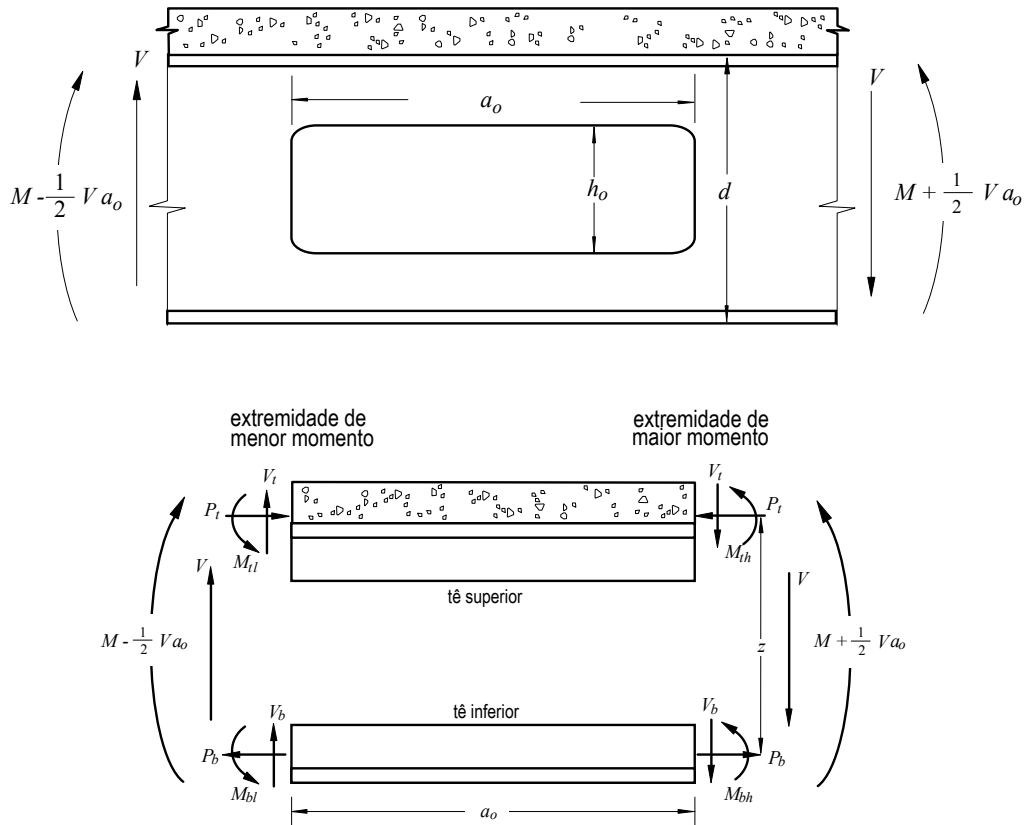


FIGURA 3.1 - Forças que Atuam numa Abertura na Alma Sujeita a Momento Fletor Positivo (Darwin & Donahey, 1988).

No equilíbrio,

$$P_b = P_t = P \quad (3-1)$$

$$V = V_b + V_t \quad (3-2)$$

$$V_b a_o = M_{bl} + M_{bh} \quad (3-3)$$

$$V_t a_o = M_{tl} + M_{th} \quad (3-4)$$

$$M = P z + M_{th} + M_{bh} - \frac{V a_o}{2} \quad (3-5)$$

onde:

V = força cortante atuando na linha central da abertura

M = momento fletor primário atuando na linha central da abertura

a_o = comprimento da abertura

z = braço de alavanca entre as resultantes de força axial, provenientes da força cortante, que produzem os momentos fletores secundários

3.2 Distribuição de tensões

A distribuição de tensões em torno de aberturas em almas de vigas metálicas tem sido estudada desde o início do século. Tuzi(1930) obteve uma formulação aproximada para a distribuição de tensões em torno de uma abertura circular numa viga submetida à flexão pura. Posteriormente sua solução aproximada mostrou-se bastante razoável quando comparada com análises fotoelásticas realizadas por Gibson e Jenkins (1956). Heller(1951) desenvolveu soluções mais analíticas, a partir de um tratamento matemático mais elaborado. A partir da década de 60 vários trabalhos sobre a distribuição de tensões em torno das aberturas foram publicados.

Bower(1966a) desenvolveu duas formulações para o cálculo das tensões em torno de aberturas em vigas de alma cheia biapoiadas. A primeira, baseada na teoria da elasticidade, e a segunda, baseada num método aproximado denominado processo de Vierendeel. Posteriormente, Bower(1966b) realizou uma série de ensaios em vigas com aberturas circulares e retangulares, carregadas com cargas concentradas, e comparou os dados com os resultados obtidos pela análise teórica. Bower(1966a) constatou que, para um ponto genérico da alma, à medida que a distância da abertura aumenta, as tensões totais, normais e de cisalhamento, se aproximam das tensões básicas numa viga sem abertura.

A distribuição de tensões em torno de uma abertura na alma de uma viga depende do tamanho e da forma da abertura e da magnitude da relação momento-cortante no centro da abertura.

A força cortante que atua nos tês superior e inferior produzem tensões de flexão secundárias que atingem valor máximo nas extremidades dos tês. Para efeito de análise essas tensões são adicionadas às tensões de flexão primárias, causadas pelo momento fletor aplicado à viga, obtendo-se assim as tensões de flexão totais.

3.2.1 Aberturas Circulares

De acordo com dados obtidos experimentalmente e através de análise teórica, as tensões de cisalhamento octaédricas máximas na vizinhança de uma abertura circular ocorrem: (1) no contorno da abertura devido às tensões tangenciais ou, (2) nas fibras externas da alma na seção transversal que passa pelo centro da abertura, devido às tensões combinadas de flexão e cisalhamento (Bower 1966b).

3.2.2 Aberturas Retangulares

A análise pela teoria da elasticidade prevê uma distribuição de tensões de flexão não linear nas almas das vigas e altas concentrações de tensões ao longo dos contornos das aberturas, especialmente nos cantos. Entretanto, as concentrações de tensões se atenuam rapidamente à medida que aumenta a distância transversal entre o ponto de análise e a abertura. A concentração de tensões no canto da abertura também se atenua rapidamente à medida que a distância longitudinal do canto aumenta. A análise pelo processo de Vierendeel, ao contrário da teoria da elasticidade, prevê uma distribuição de tensões de flexão linear na alma e não detecta as concentrações de tensões (ver FIGURAS 3.2 e 3.3, Bower 1966b).

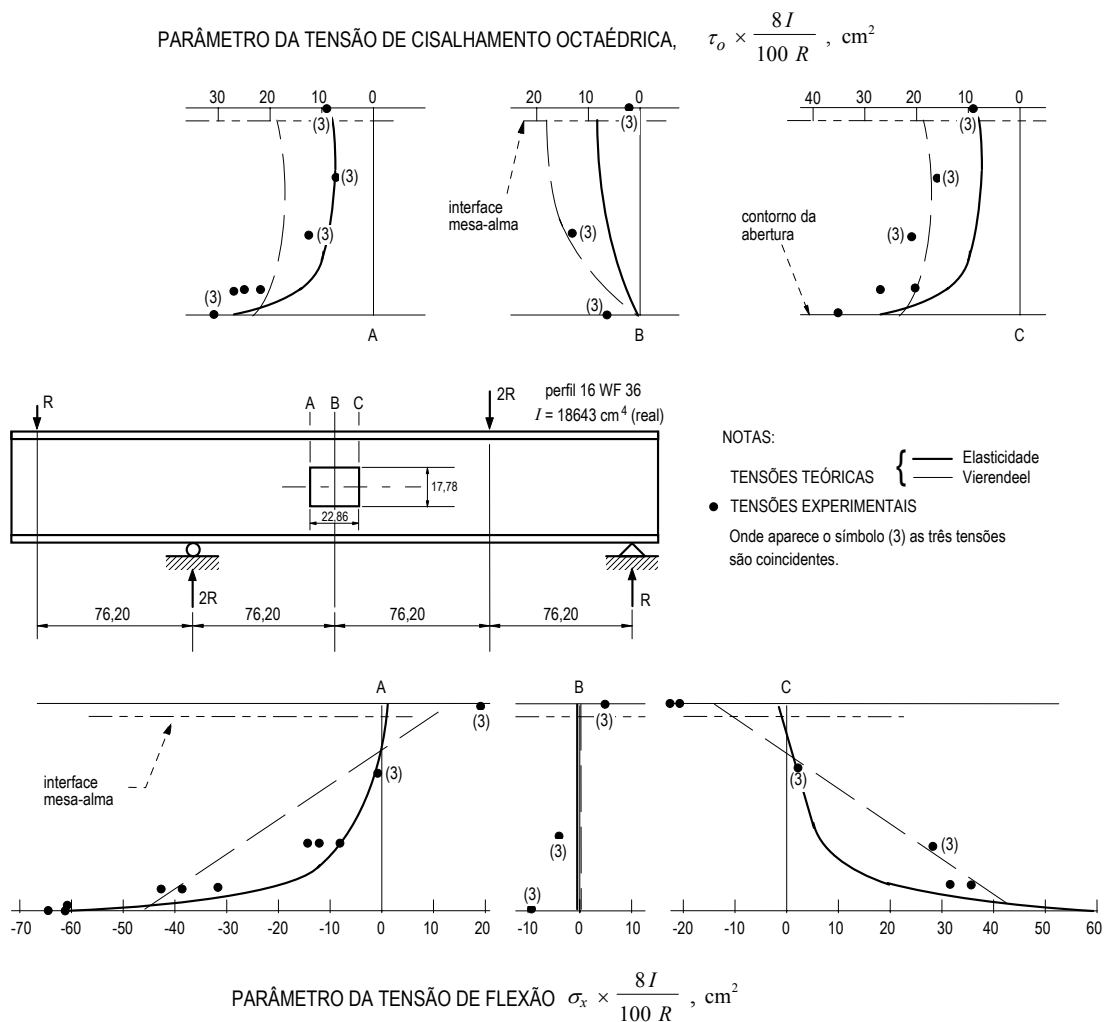


FIGURA 3.2 - Parâmetros de tensão para uma abertura retangular com relação entre as tensões normais e de cisalhamento igual a 0 (Bower 1966b).

Bower (1966b) testou várias vigas biapoimadas constituídas de perfis 16 WF 36 (perfil tipo *wide flange* ASTM A36 com $d = 406,4$ mm, $b_f = 177,4$ mm, $t_f = 10,9$ mm, $t_w = 7,5$ mm, pesando 53,57 kg/m), contendo aberturas circulares e retangulares, sob diversas condições de carregamento, e analisou a influência da relação momento-cortante na distribuição de tensões em regiões próximas às aberturas. As FIGURAS 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 mostram alguns dos modelos ensaiados por Bower com a distribuição de tensões na alma do tê superior em três seções distintas, a saber, nas seções A e C, que passam pelos cantos da abertura, e seção B, na linha central da abertura.

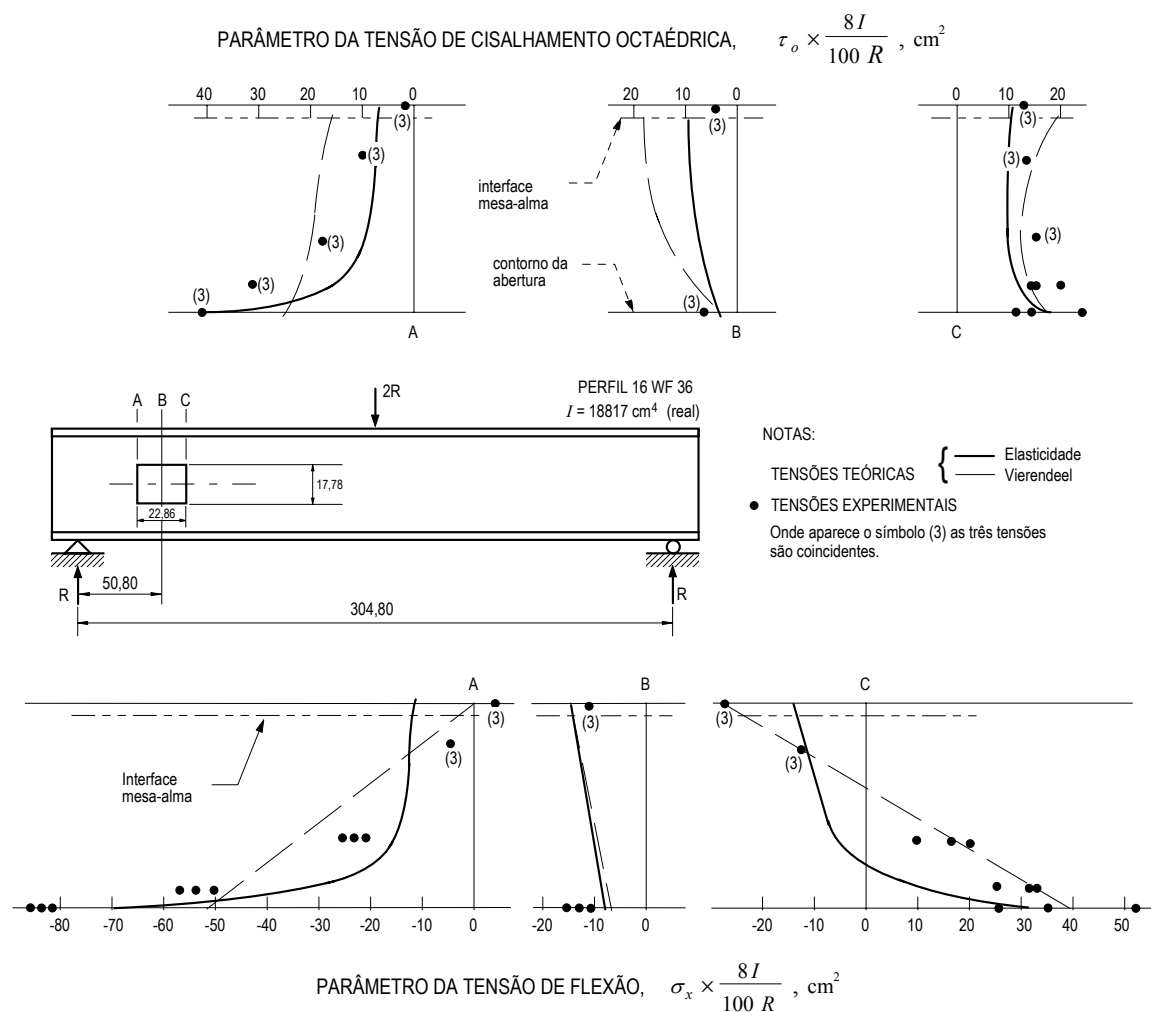


FIGURA 3.3 - Parâmetros de tensão para uma abertura retangular com uma relação entre as tensões normais e de cisalhamento igual a 1,5 (Bower 1966b).

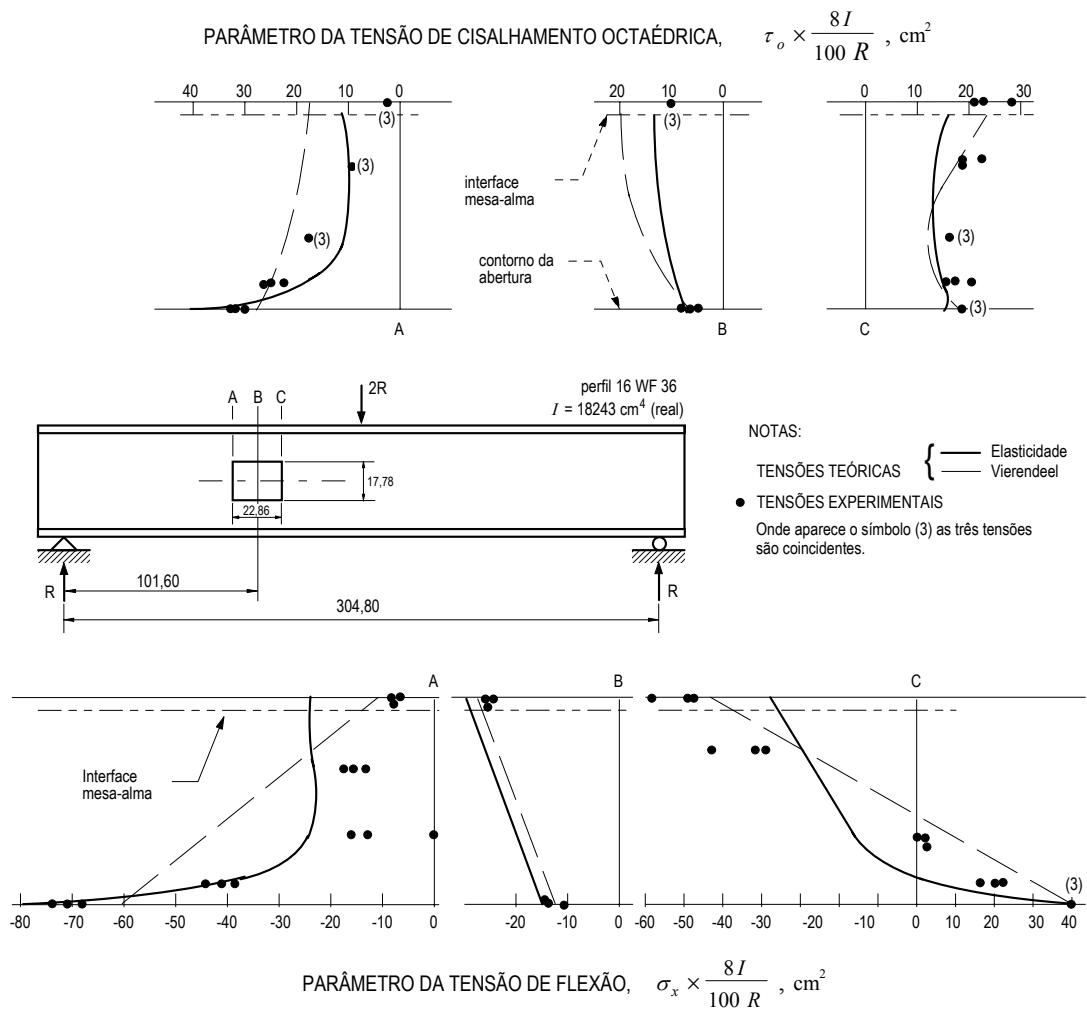


FIGURA 3.3 - Parâmetros de tensão para uma abertura retangular com uma relação entre as tensões normais e de cisalhamento igual a 2,9 (Bower 1966b)

Bower(1966b) concluiu que, para aberturas circulares e retangulares com altura que não exceda 50 % da altura total da viga, a análise pela teoria da elasticidade fornece valores precisos das tensões tangenciais ao longo do contorno das aberturas, e, das tensões de flexão nas seções próximas à abertura, mas não fornece as tensões octaédricas de cisalhamento em pontos fora do contorno. As tensões de cisalhamento octaédricas são importantes porque constituem o critério de escoamento sob tensões combinadas. Para aberturas retangulares, cuja altura não exceda 50 % da altura da viga, a análise pelo processo de Vierendeel fornece valores razoavelmente precisos das tensões de flexão nas seções transversais e valores conservadores das tensões de

cisalhamento octaédrica, mas não prevê as concentrações de tensão nos cantos da abertura.

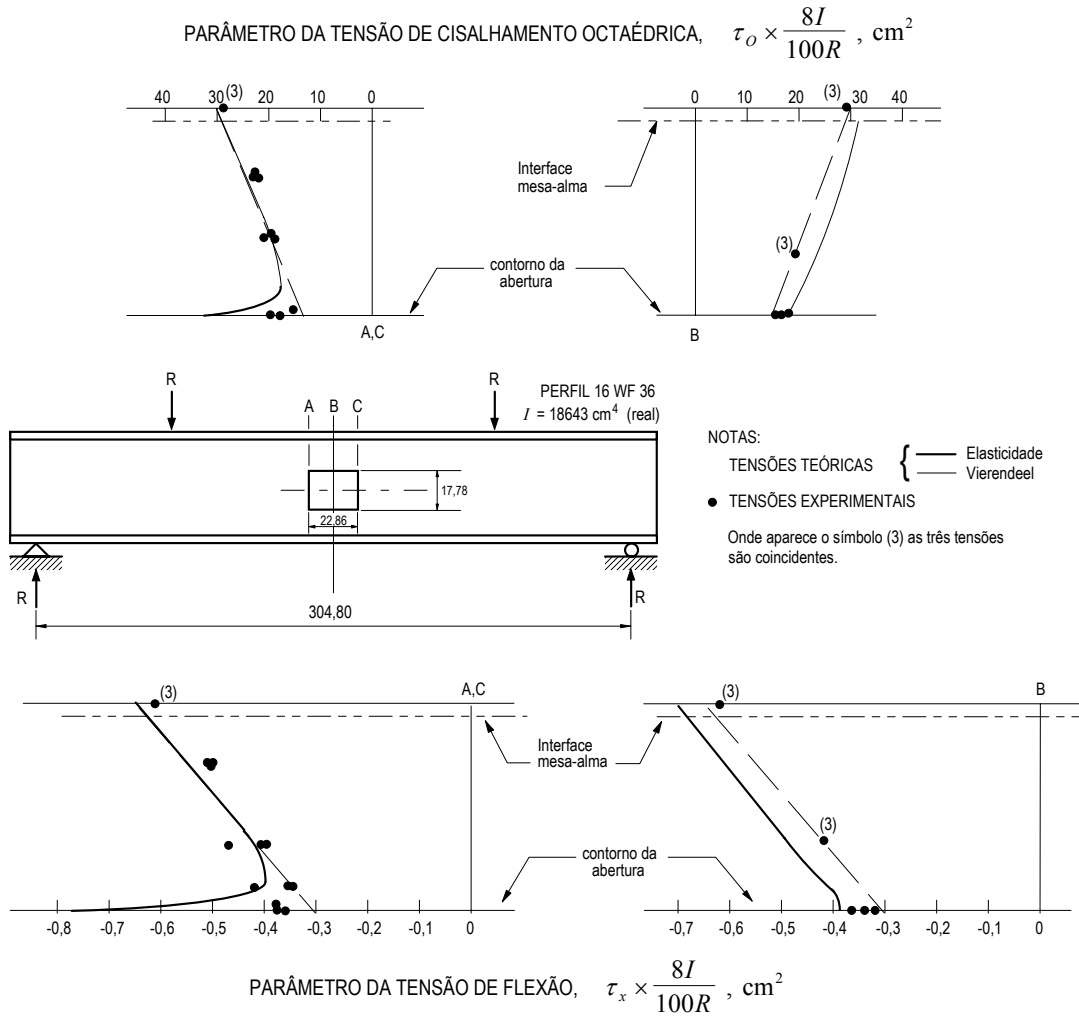


FIGURA 3.4 - Parâmetros de tensão para uma abertura retangular com uma relação entre as tensões normais e de cisalhamento igual a ∞ (Bower 1966b)

3.3 Relação momento-cortante

O comportamento da peça na região da abertura depende da relação momento-cortante M/V (Bower 1968, Granade 1968, Congdon & Redwood 1970, Clawson & Darwin 1980, Cho 1982, Clawson & Darwin 1982, Donahey & Darwin 1986, Donahey & Darwin 1988). À medida que a relação M/V diminui, o cortante e os momentos fletores secundários aumentam, fazendo com que ocorra um aumento de deformação diferencial, ou de Vierendeel, ao longo da abertura (FIGURAS 3.6b, 3.7c e 3.7d). Os tês superior e inferior exibem uma mudança bem definida na curvatura. O escoamento

ocorre primeiro nas almas dos tês e o colapso se dá com a formação de rótulas plásticas nos quatro cantos da abertura.

Nas vigas com baixa relação momento-cortante, como o efeito da flexão secundária pode ser bastante significativo (Bower 1968), partes do tê inferior podem ficar sujeitas à compressão e partes do tê superior sujeitas à tração, mesmo estando a abertura sob a ação de momento fletor positivo.

3.4 Modos de colapso

A colocação de uma abertura na alma altera a distribuição dos esforços na seção, acarretando concentração de tensões nos cantos da abertura. Dependendo das proporções entre os tês superior e inferior, e da abertura em relação às dimensões da peça, o colapso pode se dar pelo escoamento generalizado nos cantos da abertura, seguido de rasgamento da alma na extremidade de maior momento do tê superior e na extremidade de menor momento do tê inferior (Bower 1968, Redwood & McCutcheon 1968, Congdon & Redwood 1970). Em vigas com almas esbeltas, a resistência pode ser governada pela flambagem da alma (Redwood et al. 1978, Redwood & Uenoya 1979).

Em regiões de momento alto é necessário verificar a flambagem por compressão do tê superior (Redwood & Shrivastava 1980). Se a mesa e a alma comprimidas possuem relação b/t inferior a determinados parâmetros definidos pelas especificações de projeto de edifícios de aço, como por exemplo a NBR 8800 (ABNT 1986), não é necessária a verificação de flambagem local.

Tanto em vigas de aço como em vigas mistas, com abertura na alma, o colapso é do tipo dúctil. No caso específico das vigas de aço, sem laje de concreto, a ruína é precedida por grandes deformações na região da abertura e escoamento intenso do aço. Nas vigas mistas, a ruptura é precedida por fendilhamento considerável da laje de concreto, escoamento do aço, e grandes deformações.

O início do escoamento não é uma boa representação da resistência da seção. Resultados de ensaios demonstram que o carregamento que produz o início do escoamento pode variar de 35 a 64 % da carga de ruptura em vigas de aço (Bower 1968, Congdon & Redwood 1970).

Os modos de colapso do modelo adotado para a análise se baseiam em observações de ensaios (Bower 1968, Cho 1982, Clawson & Darwin 1980, Clawson &

Darwin 1982, Congdon & Redwood 1970, Donahey & Darwin 1986, Donahey & Darwin 1988, Granade 1968), e dependem da proporção entre o momento fletor e a força cortante na abertura.

Quando a relação momento-cortante, M/V , é alta, normalmente ocorre o colapso por flexão. Nesse caso, a força cortante e os momentos fletores secundários são pequenos, podendo ocorrer as seguintes situações:

(1) nas vigas de aço (FIGURA 3.6a):

- o aparecimento de quatro rótulas plásticas nas extremidades dos tês formando um mecanismo, no caso de aberturas centradas;
- colapso do tê inferior por tração ou do tê superior por compressão, no caso de aberturas excêntricas, dependendo do sinal da excentricidade;
- colapso do tê superior por instabilidade, devido à força de compressão.

(2) nas vigas mistas o tê inferior rompe primeiro por tração (FIGURA 3.7a);

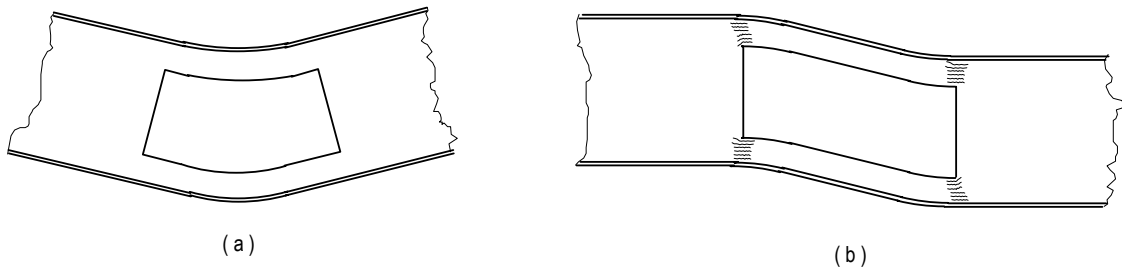


FIGURA 3.6 - Modos de colapso nas aberturas para as vigas de aço. (a) Colapso sob flexão pura, (b) Colapso sob grande força cortante, baixa relação M/V (Darwin 1990).

À medida a relação M/V diminui, a força cortante e os momentos secundários aumentam, fazendo com que ocorra um aumento da deformação diferencial ao longo do comprimento da abertura. Os tês superior e inferior exibem uma mudança bem definida de curvatura. Nessa situação, o colapso nas vigas de aço ocorre com a formação de rótulas plásticas nos quatro cantos da abertura (FIGURA 3.6b).

Nas vigas mistas, quando a relação M/V é baixa, o tê inferior se rompe sob os efeitos combinados de carga axial, cisalhamento e flexão secundária. Formam-se rótulas plásticas em ambas as extremidades do tê. Para o tê superior, os momentos fletores

secundários se subtraem e se somam ao efeito do momento primário nas extremidades de menor e de maior momento da abertura, respectivamente. Por esta razão, somente a extremidade de maior momento do t \hat{e} é cr \hat{i} tica. Se a abertura estiver posicionada numa regi \hat{o} em que a rela \hat{c} o M/V n \hat{a} o \hat{e} muito pequena, a ruptura ocorre devido \hat{a} forma \hat{c} o de um mecanismo de tr \hat{e} s r \hat{o} tulas, como mostrado na FIGURA 3.7b. Quando a rela \hat{c} o M/V \hat{e} baixa e \hat{a} medida que a for \hat{c} a cortante aumenta, o modo de colapso do t \hat{e} inferior se mant \hat{e} m, com a forma \hat{c} o de r \hat{o} tulas pl \hat{a} sticas nas extremidades do t \hat{e} . Para valores altos da for \hat{c} a cortante, pode ocorrer um dos dois modos de colapso poss \hat{i} veis para o t \hat{e} superior: num deles formam-se duas r \hat{o} tulas pl \hat{a} sticas nas extremidades do t \hat{e} que, associadas \hat{a} s do t \hat{e} inferior, produzem um mecanismo que provoca o colapso da pe \hat{c} a (FIGURA 3.7c); no outro, o concreto e o a \hat{c} o se rompem por cisalhamento no ponto de inflex \hat{a} o dentro do comprimento da abertura, caracterizando o colapso por cisalhamento (FIGURA 3.7d). A transi \hat{c} o entre os modos de colapso descritos \hat{e} suave (Clawson & Darwin 1982).

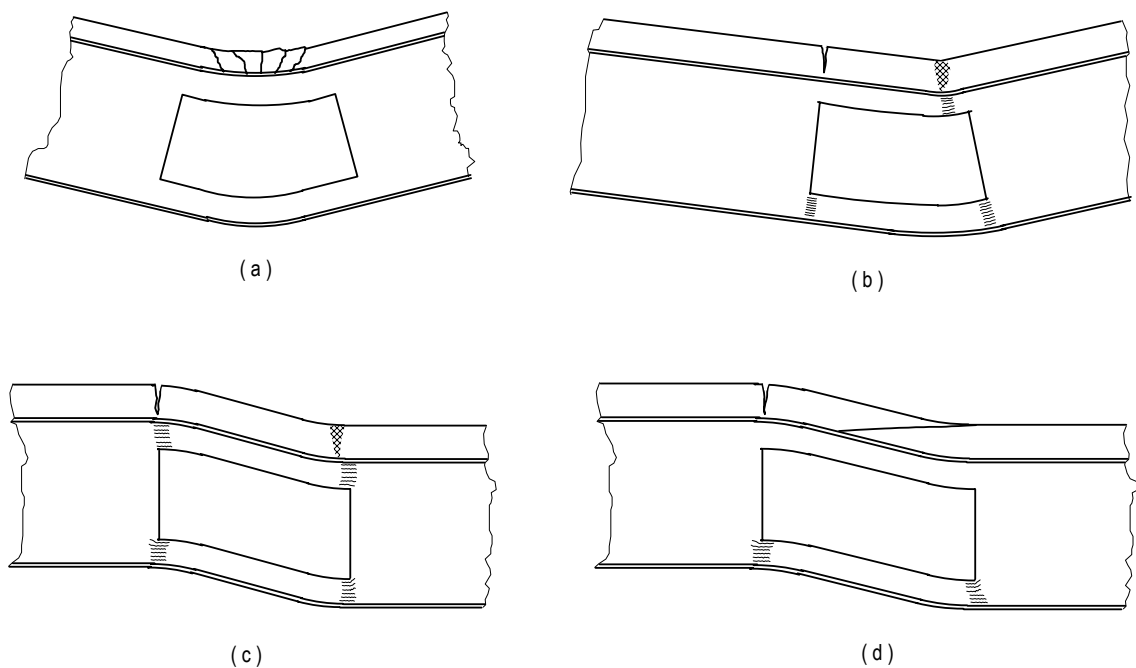


FIGURA 3.7 - Modos de colapso nas aberturas para as vigas mistas. (a) Colapso sob flex \hat{a} o pura, (b) Pe \hat{c} a sujeita a momento fletor e for \hat{c} a cortante combinados, alta rela \hat{c} o M/V ; (c) Colapso sob grande for \hat{c} a cortante, baixa rela \hat{c} o M/V ; (d) Colapso por cisalhamento no t \hat{e} superior (Clawson & Darwin 1982).

3.5 Formatos de abertura

De modo geral, aberturas circulares se comportam melhor que aberturas retangulares de tamanho similar ou um pouco menores (Redwood & Shrivastava 1980). Este desempenho melhor se deve à redução da concentração de tensões na região da abertura e à maior quantidade de material nas almas dos tês para resistir à força cortante.

3.6 Múltiplas aberturas

Se forem usadas várias aberturas numa mesma viga, a resistência da peça pode ficar muito reduzida, caso as aberturas sejam colocadas muito próximas umas das outras (Redwood 1968, Aglan & Redwood 1974, Redwood & Shrivastava 1980, Dougherty 1981). Os fenômenos que podem ocorrer são:

- formação de mecanismo plástico envolvendo interação entre as aberturas;
- instabilidade dos trechos de alma entre duas aberturas;
- escoamento por cisalhamento dos trechos de alma entre duas aberturas.

3.7 Reforço de aberturas

Se a resistência de uma viga na vizinhança de uma abertura na alma não for satisfatória, a capacidade da peça poderá ser melhorada através da colocação de reforço. Como mostrado na FIGURA 1.2b, esse reforço deve ser constituído de barras de aço longitudinais soldadas acima e abaixo da abertura (Redwood & Shrivastava 1980, U.S. Steel 1986). Essas barras servem para melhorar a resistência à flexão da viga tanto ao momento primário quanto ao secundário. Para que o reforço seja eficiente, as barras devem se estender além dos cantos da abertura, para assegurar que a resistência ao escoamento do aço seja inteiramente desenvolvida. Dessa forma as barras do reforço cobrem a região em torno do canto da abertura, onde ocorre concentração de tensões e onde pode, também, ocorrer a formação de rótulas plásticas. Assim, quando essa região atinge a tensão de escoamento, o reforço também a atinge, e sua capacidade resistente é efetivamente aproveitada.

4. CÁLCULO DE VIGAS COM ABERTURAS NA ALMA

4.1 Generalidades

Os procedimentos aqui definidos se prestam ao cálculo de vigas de aço com aberturas na alma, e estão limitados a barras que atendam aos critérios da NBR 8800/86 para seções classes 1 e 2. Este requisito foi imposto a fim de prevenir flambagem local da alma e da mesa comprimida da seção de aço, de modo a permitir que seja atingido o estado limite de plastificação total da seção transversal na região da abertura, aproveitando ao máximo a capacidade resistente da peça. Além disso, as equações apresentadas neste capítulo foram validadas experimentalmente apenas para essas seções.

4.2 Coeficientes de resistência

A NBR 8800 estabelece os seguintes coeficientes de resistência para o cálculo de vigas de aço e vigas mistas:

$\phi_b = 0,90$ coeficiente de resistência ao momento fletor

$\phi_v = 0,90$ coeficiente de resistência à força cortante

O valor de $\phi_v = 0,90$ para vigas mistas foi adotado com base na hipótese de que o esforço cortante é resistido inteiramente pela alma da viga de aço. Nas pesquisas recentes, a contribuição da laje de concreto para a resistência ao cisalhamento das vigas mistas tem sido quase sempre considerada, e, alguns estudos têm sido realizados com o objetivo de determinar os coeficientes de resistência apropriados para essa nova situação.

As expressões de cálculo propostas neste trabalho foram comparadas com um grande número de resultados de ensaios (Lucas & Darwin, 1990). As resistências obtidas através das equações foram comparadas com as resistências de 85 corpos de prova testados: 29 vigas de aço com aberturas não reforçadas [19 com aberturas retangulares (Bower 1968; Redwood & McCutcheon 1968; Congdon & Redwood 1970; Cooper et al. 1977; Redwood et al. 1978; Clawson & Darwin 1980) e 10 com aberturas circulares (Redwood et al. 1978; Redwood & McCutcheon 1968)], 21 vigas de aço com aberturas reforçadas (Congdon & Redwood 1970; Cooper & Snell 1972; Cooper et al. 1977; Lupien & Redwood 1978), 22 vigas mistas com laje com forma de aço incorporada (Redwood & Wong 1982; Redwood & Poubouras 1983; Wiss 1984, Donahey & Darwin 1988), e 13 vigas mistas com laje maciça (Cho 1982; Clawson & Darwin 1982a; Granade 1968). Uma das vigas mistas com laje com forma de aço incorporada (Wiss 1984) e duas com laje maciça (Cho 1982) possuíam aberturas reforçadas. O QUADRO 4.1 apresenta um resumo das comparações feitas incluindo os coeficientes de resistência para cada categoria individual das vigas.

Os coeficientes de resistência globais para vigas de aço e vigas mistas obtidos dessa análise foram 0,929 e 0,876, respectivamente. Os altos valores de ϕ obtidos por Lucas e Darwin (1990) para vigas mistas com laje maciça, aliados à pouca dispersão das relações de resistência ensaio-cálculo, refletem a contribuição considerável da laje para a resistência ao cisalhamento. Esses números atestam os valores recomendados pelo LRFD (*Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings* AISC 1986), a saber, 0,90 para vigas de aço e 0,85 para vigas mistas (Galambos 1978; Hansell et al. 1978). Contudo, a formulação do LRFD para obtenção da resistência da laje considera a tensão no concreto como sendo $0,85 f_{ck}$ enquanto a NBR 8800 utiliza $0,66 f_{ck}$. O coeficiente 0,66 que multiplica f_{ck} , na NBR 8800, corresponde ao produto de 0,85 (efeito de Rüsçh) pela relação entre os coeficientes de

segurança do concreto ($1/1,40 \cong 0,7$) e do aço para este caso (0,90). O LRFD não faz ajuste entre os coeficientes. Portanto, a inovação mais significativa em relação ao processo de cálculo de vigas mistas prescrito na NBR 8800 está em considerar a contribuição da laje na resistência ao cisalhamento e os coeficientes de resistência $\phi_b = \phi_v = 0,90$ podem ser aplicados normalmente ao cálculo das vigas mistas, sem prejuízo da segurança.

QUADRO 4.1 - Coeficientes de resistência e comparações de resultados de ensaios com resistências obtidas pelas expressões de cálculo (Lucas & Darwin 1990)

Tipo de viga	Número de vigas	Relação de resistência ensaio/cálculo		Coef. de Resistência
		Média	Coeficiente de variação	
(a) Vigas de aço				
abertura retangular sem reforço	19	1,250	0,167	0,960
abertura circular sem reforço	10	1,127	0,142	0,895
abertura retangular reforçada	21	1,148	0,122	0,935
todas as vigas de aço	50	1,183	0,150	0,929
(b) Vigas mistas*				
com laje nervurada	22	1,002	0,073	0,860
com laje maciça	13	1,101	0,090	0,930
todas as vigas mistas	35	1,039	0,092	0,876

* *Todas aberturas retangulares*

Os coeficientes de ponderação e fatores de combinação das ações, bem como os coeficientes de resistência para barras em aço estrutural com aberturas na alma, são aqueles recomendados pela NBR 8800/86. As barras devem ser dimensionadas de maneira que os esforços solicitantes de cálculo não ultrapassem as resistências de cálculo, ou seja

$$M_d \leq \phi_b M_n \quad (4-1)$$

$$V_d \leq \phi_v V_n \quad (4-2)$$

4.3 Visão geral do procedimento de cálculo

O procedimento básico de cálculo envolve a determinação da resistência nominal ao momento fletor, da resistência nominal à força cortante, e da interação momento-cortante. A resistência nominal ao momento fletor é calculada através do processo convencional de determinação da resistência de vigas de aço ou vigas mistas, onde o momento máximo é o momento de plastificação M_{pl} , levando-se em conta a redução na área da alma devido à presença da abertura. A resistência nominal à força cortante é determinada com base num modelo simplificado que consiste num mecanismo de quatro rótulas, uma em cada canto da abertura. Pode-se calcular vigas com aberturas reforçadas e não-reforçadas. Alguns critérios adicionais são aplicados para assegurar comportamento dúctil das peças e desempenho coerente com as expressões de cálculo. O método se aplica tanto a aberturas retangulares quanto a circulares. Também são especificados critérios para o posicionamento das aberturas e de cargas concentradas na peça e alguns requisitos quanto às dimensões da abertura.

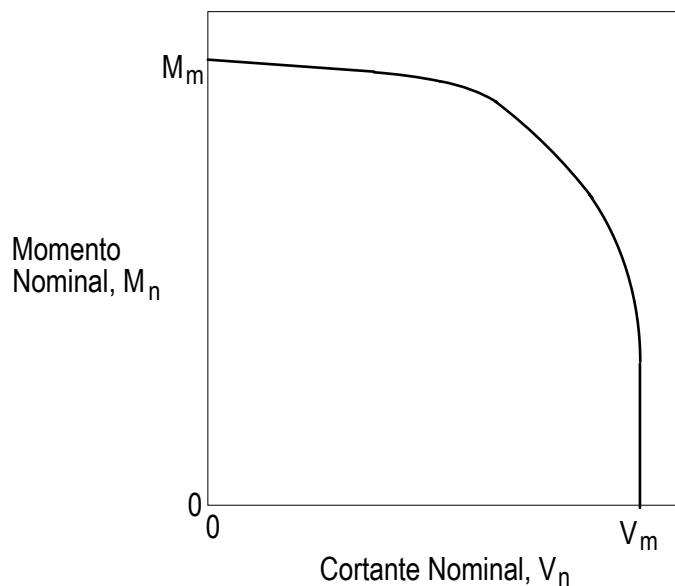


FIGURA 4. **Erro! Argumento de opção desconhecido.** Diagrama de interação momento-cortante genérico (Darwin & Donahey 1988).

Historicamente, o cálculo de aberturas na alma tem consistido da construção de um diagrama de interação momento-cortante. Vários modelos têm sido desenvolvidos para gerar o diagrama momento-cortante ponto a ponto (Wang et al. 1975, Todd & Cooper 1980, Aglan & Qaqish 1982, Clawson & Darwin 1983, Pombouras 1983, Donahey & Darwin 1986). Entretanto, esses modelos foram desenvolvidos primariamente para a pesquisa. Para o cálculo é preferível gerar o diagrama de interação de forma mais simples. Isto é feito calculando-se a resistência ao momento fletor, M_m , e à força cortante, V_m , sem considerar a interação momento-cortante, e conectando estes pontos com uma curva ou uma série de segmentos de reta. Isso tem resultado em vários tipos de diagrama de interação, como ilustrado nas FIGURAS 4.1 e 4.2.

Para construir uma curva, os pontos extremos M_m e V_m têm que ser determinados, qualquer que seja o modelo utilizado. Alguns modelos requerem ainda que se determine um outro parâmetro, M_v , o qual representa o momento máximo que pode ser resistido por uma seção sujeita ao cortante máximo.

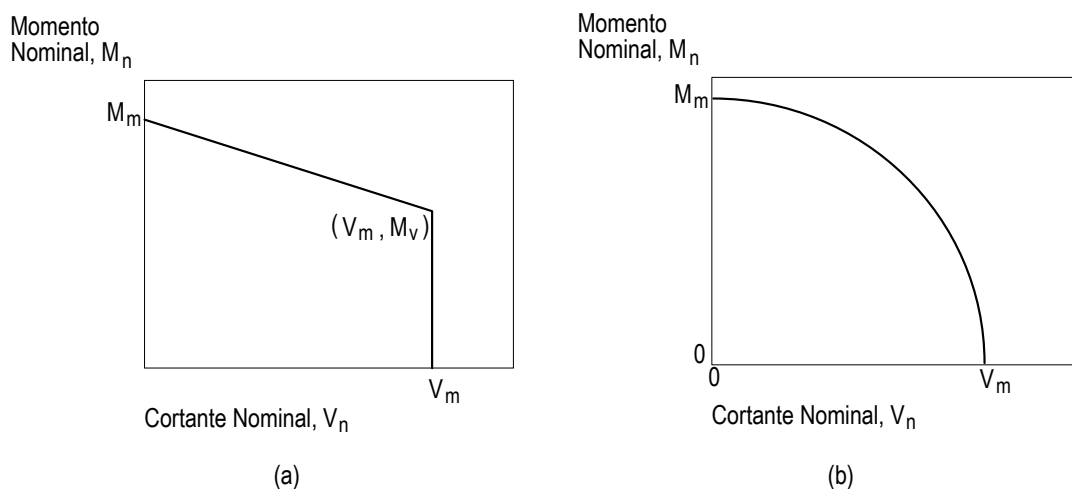


FIGURA 4.2 - Diagramas de interação momento-cortante. (a) Construído usando segmentos de reta, (b) construído usando uma única curva (Clawson & Darwin 1980, Darwin & Donahey 1988).

Virtualmente, todos os procedimentos concordam quanto à resistência máxima ao momento fletor, M_m , que representa a resistência à flexão em uma abertura sujeita a

cortante nulo. Os métodos diferem no que tange ao cálculo da resistência à força cortante e à curva a ser utilizada para completar o diagrama.

Historicamente, a resistência máxima à força cortante, V_m , tem sido calculada para casos específicos, tais como aberturas concêntricas sem reforço, excêntricas sem reforço, excêntricas com reforço, etc. Até recentemente, havia pouca conexão entre as expressões para a resistência à força cortante em aberturas com reforço e sem reforço (Lucas & Darwin 1990). O resultado foi uma série de equações específicas para cada tipo de construção. Lucas e Darwin (1990), adaptaram algumas técnicas desenvolvidas por Donahey e Darwin (1986,1988), e demonstraram que uma única abordagem pode gerar uma família de equações para o cálculo da resistência ao esforço cortante, em aberturas com e sem reforço, tanto em vigas de aço comuns como em vigas mistas.

4.4 Interação momento-cortante

O momento fletor e a força cortante ocorrem simultaneamente em quase todos os pontos de uma viga. Nas regiões em que há aberturas na alma, as barras podem estar sujeitas tanto ao momento fletor como à força cortante, e apresentam, como consequência, resistência menor do que a obtida quando apenas um desses esforços atua isoladamente. Felizmente, no caso de aberturas em almas de perfis I, a interação entre o momento fletor e o esforço cortante é tênue, isto é, nem a resistência ao cortante nem a resistência ao momento diminuem muito quando as aberturas estão sujeitas aos dois esforços combinados.

No cálculo convencional de vigas de aço, geralmente são determinadas, independentemente, a resistência ao momento fletor e a resistência ao esforço cortante. Na grande maioria dos casos de vigas de edifícios, a seção de momento máximo não coincide com a seção de cortante máximo. No caso de uma viga biapoiada sujeita a carregamento distribuído, por exemplo, o cortante máximo ocorre junto aos apoios, onde o momento é nulo, e o momento máximo no centro do vão, onde o cortante é nulo. Nesta situação, a seção do meio do vão está sujeita a tensões normais de flexão apenas. Em contrapartida, a seção do apoio está sujeita a tensões de cisalhamento apenas. Pode-se, portanto, admitir que, localmente, ambas as seções estão sujeitas a um estado uniaxial de tensões. Nessas condições, a resistência nominal do material pode ser obtida diretamente a partir do limite de escoamento f_y , que é obtido para o estado uniaxial de

tensões no aço, uma vez que só existe uma componente de tensão a ser resistida. Por outro lado, numa seção intermediária onde atuam os dois esforços simultaneamente, momento fletor e força cortante, se configura um estado plano de tensões onde existe a componente de tensão normal, oriunda do momento fletor, e a componente de tensão de cisalhamento, decorrente da força cortante. Nessas condições, o material não apresenta o comportamento bem definido observado no ensaio de tração.

Para avaliar o comportamento do material em qualquer estado de tensões em mais de uma dimensão é necessário estabelecer um critério de resistência. Existem vários critérios para os diversos estados de tensão e todos eles são expressos em termos de equações de interação entre as tensões atuantes. Uma teoria comumente aceita é o critério de escoamento de Huber-von Mises-Hencky, ou Teoria da Energia de Distorção (Salmon & Johnson 1980). Esse princípio fornece a tensão de escoamento uniaxial em função das três tensões principais,

$$f_y^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (4-3)$$

onde σ_1 , σ_2 e σ_3 são as tensões de compressão ou tração que atuam nas três direções principais, i.e., as tensões que atuam nos três planos mutuamente perpendiculares nos quais o cisalhamento é nulo.

Na maioria das situações usuais que se apresentam no cálculo de estruturas de edifícios, uma das tensões principais ou é nula ou é pequena o suficiente para ser desprezada. Nesses casos a eq. (4-3) fica reduzida à eq. (4-4) para o caso de estado plano de tensões, todas as tensões atuando num plano:

$$f_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 \quad (4-4)$$

Um ponto qualquer de uma viga sujeita a flexão simples estará sujeito a uma tensão normal σ_x produzida pelo momento fletor e a uma tensão cisalhante τ_{xy} produzida pela força cortante. Para um caso como este em que a tensão normal σ_y é nula, admitindo-se o estado plano de tensões, as tensões principais são dadas por

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-5)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-6)$$

Substituindo as eqs. (4-5) e (4-6) na eq. (4-4) tem-se que

$$\begin{aligned} f_y^2 &= \left[\frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \right]^2 + \\ &\quad - \left[\frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \right] \left[\frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \right] \\ f_y^2 &= \frac{\sigma_x^2}{4} + \sigma_x \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} + \frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2 + \frac{\sigma_x^2}{4} - \sigma_x \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} + \frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2 + \\ &\quad - \left[\frac{\sigma_x^2}{4} - \frac{\sigma_x}{2} \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} + \frac{\sigma_x}{2} \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} - \frac{\sigma_x^2}{4} - \tau_{xy}^2 \right] \end{aligned}$$

e então
$$f_y^2 = \frac{4\sigma_x^2}{4} + 2\tau_{xy}^2 + \tau_{xy}^2 = \sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2$$

ou
$$\sigma_x = \sqrt{f_y^2 - 3\tau_{xy}^2} \quad (4-7)$$

De acordo com a eq. (4-7), σ_x é a máxima tensão normal que um material, com limite de escoamento f_y pode suportar quando atua uma tensão de cisalhamento τ_{xy} .

Historicamente, a fraca interação entre as resistências ao momento fletor e à força cortante, para o caso de vigas, tem sido tratada de diversas formas. Darwin e Donahey (1988) observaram que esta fraca interação pode ser convenientemente representada pela seguinte equação cúbica, que relaciona as resistências nominais ao momento fletor e à força cortante, M_n e V_n , com as resistências máximas a estes dois esforços, M_m e V_m :

$$\left(\frac{M_n}{M_m}\right)^3 + \left(\frac{V_n}{V_m}\right)^3 = R^3, \quad R=1 \quad (4-8a)$$

Esta equação de interação, colocada em termos de solicitações e resistência de cálculo, fica representada por

$$\left(\frac{M_d}{\phi M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{\phi V_m} \right)^3 \leq 1 \quad (4-8b)$$

onde M_d = momento fletor de cálculo na linha central da abertura;

V_d = força cortante de cálculo na linha central da abertura;

M_m = resistência máxima ao momento fletor na abertura; ocorre quando $V_d = 0$ na linha central da abertura;

V_m = resistência máxima à força cortante na abertura; ocorre quando $M_d = 0$ na linha central da abertura;

ϕ = coeficiente de resistência = 0,90.

Se a soma dos termos do primeiro membro da eq. (4-8b) for menor ou igual à unidade o projeto da abertura atende aos requisitos de segurança, ou seja, as condições representadas pelas eqs. (4-1) e (4-2) ficam satisfeitas.

A eq. (4-8) é uma representação consistente e segura da interação entre a flexão e o cisalhamento, em aberturas na alma tanto de vigas simples como em vigas mistas (Donahy & Darwin 1986; Darwin & Donahy 1988; Darwin 1990; Lucas & Darwin 1990), e não apenas fornece boa concordância com resultados de ensaios, mas permite também que M_n e V_n sejam facilmente calculados, para qualquer que seja a relação entre o momento fletor e a força cortante de cálculo, M_d/V_d . Pode-se, ainda, partir de uma razão dada entre momento de cálculo e a resistência máxima ao momento fletor, M_d/M_m , ou entre força cortante de cálculo e a resistência máxima à força cortante, V_d/V_m , como mostram as eqs. (4-9) e (4-10):

$$\phi V_n = \phi V_m \left[\frac{\left(\frac{M_d}{\phi M_m} \right)^3}{\left(\frac{V_d}{\phi V_m} \right)^3} + 1 \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (4-9)$$

$$\phi M_n = \phi V_n \left(\frac{M_d}{V_d} \right) = \phi M_m \left[\frac{\left(\frac{V_d}{\phi V_m} \right)^3}{\left(\frac{M_d}{\phi M_m} \right)^3} + 1 \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (4-10)$$

O ábaco da FIGURA 4.3 representa a eq. (4-8a) com valores de R variando de 0,6 a 1,2. A equação pode ser verificada plotando-se o ponto $(V_d/\phi V_m, M_d/\phi M_m)$. Se o ponto cai para dentro da curva correspondente a $R = 1$, o cálculo é satisfatório. Se o ponto cai para fora da referida curva ($R > 1$), o cálculo não é satisfatório.

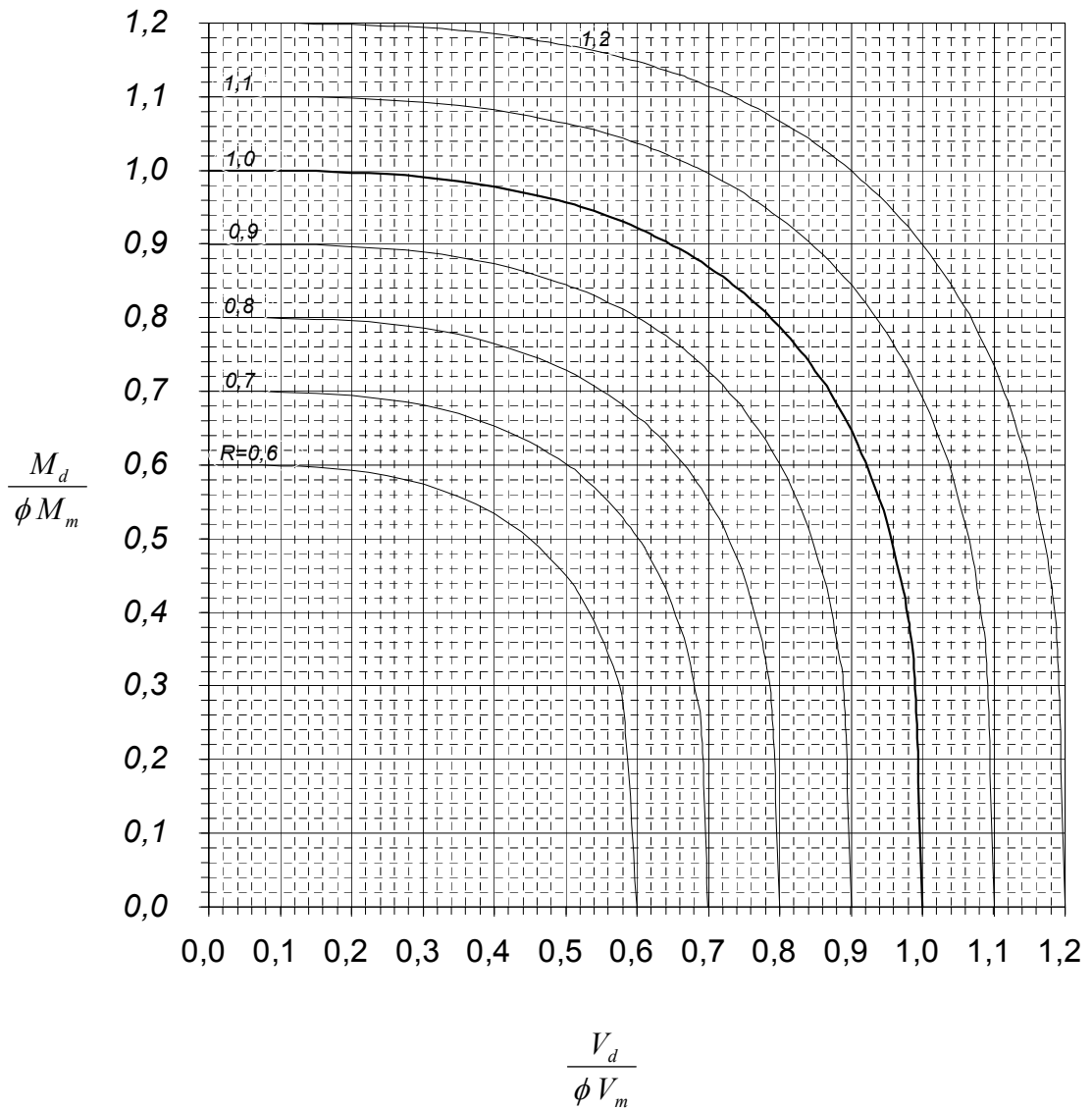


FIGURA 4.3 Curvas de interação momento-cortante. $R = V_d / \phi V_n = M_d / \phi M_n$.

Uma curva de interação baseada numa única função representa uma grande vantagem: como a curva é genérica, pode-se construir um único ábaco, válido para qualquer aço e quaisquer tipos de reforço (FIGURA 4.3).

4.5 Resistência nominal ao momento fletor

A resistência nominal ao momento fletor de uma viga de aço com abertura na alma, M_n , é obtida a partir da resistência máxima ao momento fletor, M_m , calculada sem considerar a interação momento-cortante. No caso de vigas de aço, sem a contribuição da laje de concreto, o momento M_m é o momento de plastificação da seção com abertura (item 4.5.1). Para as vigas mistas o momento M_m é obtido em função de vários parâmetros assumidos, que serão discutidos no item 4.5.2.

4.5.1 Vigas de aço

As aberturas possuem comprimento a_o , altura h_o e excentricidade e , medida a partir do eixo baricêntrico da viga de aço (FIGURA 4.4). No caso de vigas de aço, e é sempre positiva, independente da abertura estar acima ou abaixo do eixo baricêntrico. Para vigas mistas, e é positiva se a abertura estiver acima do eixo baricêntrico da viga de aço. O tê superior tem uma altura s_t , enquanto o tê inferior possui uma altura s_b (FIGURA 4.4a). Se for usado reforço, este deverá ser constituído de chapas acima e abaixo da abertura, soldadas a um ou ambos os lados da mesma. A área da seção do reforço ao longo de cada borda da abertura é A_r (FIGURA 4.4b).

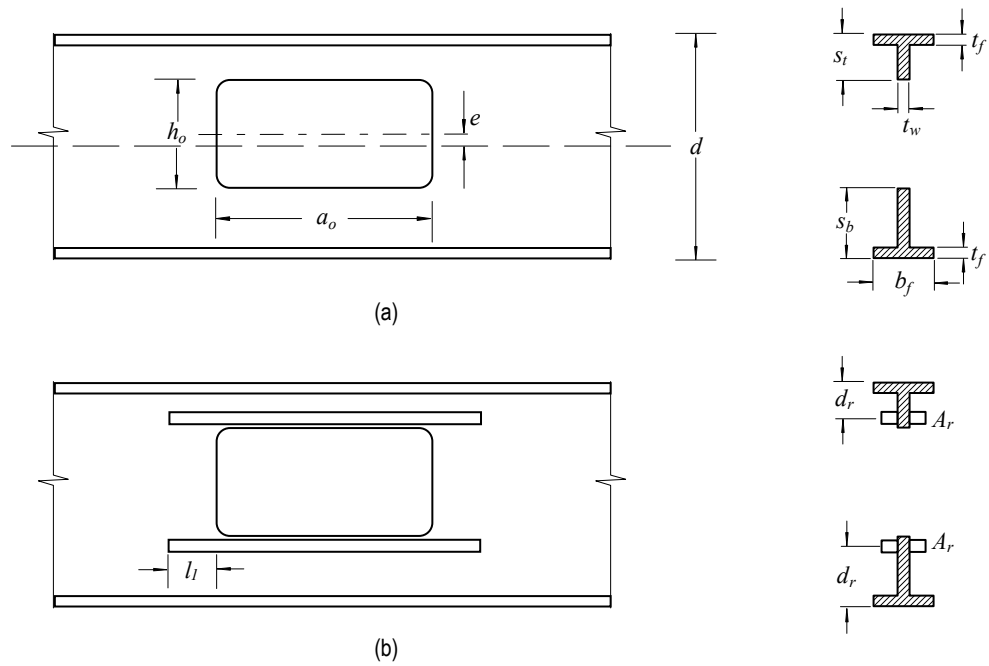


FIGURA 4.4 Configurações de aberturas para vigas de aço. (a) Abertura sem reforço, (b) abertura com reforço.

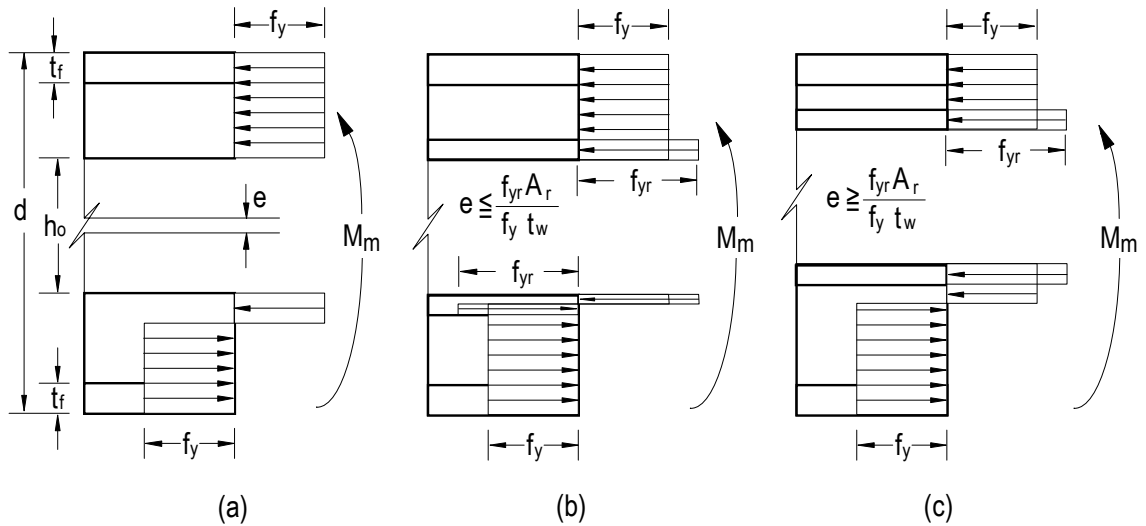


FIGURA 4.5 Distribuição de tensões em vigas de aço com abertura na alma sob momento positivo:

- (a) abertura não-reforçada, LNP na alma;
- (b) abertura reforçada, $e \leq \frac{f_{yr} A_r}{f_y t_w}$, LNP na barra de reforço;
- (c) abertura reforçada, $e \geq \frac{f_{yr} A_r}{f_y t_w}$, LNP na alma do tê.

4.5.1.1 Aberturas sem reforço

Para barras com aberturas não-reforçadas com altura h_o e excentricidade e , tomada sempre positiva (FIGURA 4.4a), a resistência máxima ao momento fletor na abertura é expressa como

$$M_m = M_{pl} - f_y \Delta A_s \left(\frac{h_o}{4} + e \right) \quad (4-11)$$

onde:

$M_{pl} = f_y Z =$ momento de plastificação da seção sem abertura

$\Delta A_s = h_o t_w$

$h_o =$ altura da abertura

$t_w =$ espessura da alma

$e =$ excentricidade da abertura = $|e|$

$Z =$ módulo plástico da seção de uma barra sem abertura

$f_y =$ limite de escoamento do aço

4.5.1.2 Aberturas reforçadas

Para barras com aberturas reforçadas de altura h_o , área do reforço A_r ao longo das bordas superior e inferior da abertura e excentricidade $e \leq f_{yr} A_r / (f_y t_w)$ (FIGURA 4.5b), a resistência máxima ao momento fletor é expressa como

$$M_m = M_{pl} - f_y t_w \left(\frac{h_o^2}{4} + h_o e - e^2 \right) + f_{yr} A_r h_o \leq M_{pl} \quad (4-12a)$$

onde f_{yr} é a resistência ao escoamento do aço do reforço.

Se $f_{yr} = f_y$ pode-se simplificar a eq. (4-12a) e, neste caso, para uma excentricidade $e \leq A_r / t_w$, a resistência máxima ao momento fletor é expressa como

$$M_m = M_{pl} - f_y \left[t_w \left(\frac{h_o^2}{4} + h_o e - e^2 \right) - A_r h_o \right] \leq M_{pl} \quad (4-12b)$$

O desenvolvimento da eq. (4-12) inclui duas simplificações. Primeiro assume-se que o reforço está concentrado ao longo das bordas superior e inferior da abertura e, segundo, assume-se que a espessura do reforço é pequena. Estas hipóteses fornecem um valor conservador para M_m e limitam a posição da LNP, permitindo que as expressões

sejam simplificadas. Para $e \neq 0$, a linha neutra plástica estará localizada dentro da barra de reforço, na borda da abertura mais próxima do centróide da seção de aço original.

Para aberturas com grandes excentricidades (FIGURA 4.5c), $e \geq f_{yr} A_r / (f_y t_w)$, a resistência máxima ao momento fletor é

$$M_m = M_{pl} - f_y \Delta A_s \left(\frac{h_o}{4} + e \right) + f_{yr} \Delta A_s \frac{A_r}{2t_w} \leq M_{pl} \quad (4-13a)$$

onde $\Delta A_s = h_o t_w - 2 A_r f_{yr} / f_y$

Se $f_{yr} = f_y$ pode-se simplificar a eq. (4-13a) e, neste caso, para uma excentricidade $e \geq A_r / t_w$, a resistência máxima ao momento fletor é

$$M_m = M_{pl} - f_y \Delta A_s \left(\frac{h_o}{4} + e - \frac{A_r}{2t_w} \right) \leq M_{pl} \quad (4-13b)$$

A eq. (4-13) é baseada nas mesmas hipóteses citadas para a eq. (4-12). Neste caso, entretanto, a LNP corta a alma do maior tê. Para $A_r = 0$ e desprezando o termo e^2 por ser muito pequeno, as eqs. (4-12) e (4-13) se tornam idênticas à eq. (4-11).

A resistência ao momento fletor de aberturas reforçadas deve ser limitada ao momento de plastificação M_{pl} (Redwood & Shrivastava 1980, Lucas e Darwin 1990).

4.5.2 Vigas mistas

Para o cálculo da resistência última de vigas mistas sem abertura, considerando regiões de momentos positivos, a NBR 8800/86 faz distinção a dois tipos de seções, a saber, seções classes 1 e 2, onde permite-se a plastificação total da seção mista, e seções classe 3, onde a alma pode sofrer flambagem local em regime inelástico. A formulação, que ora se apresenta, para o cálculo de vigas mistas com aberturas na alma é válida apenas para perfis I duplamente simétricos com seções classes 1 e 2, ou seja, com relação $h/t_w \leq 3,5\sqrt{E/f_y}$.

No caso de lajes de concreto com formas de aço incorporadas, para efeito de determinação da resistência da seção, o concreto situado abaixo do topo da forma de aço será desprezado, independentemente da posição das nervuras da laje em relação à viga de aço (NBR 8800/86 itens 6.2.5.2 e 6.2.5.3).

As expressões para a resistência máxima ao momento fletor, M_m , de uma viga mista com abertura na alma aplicam-se a aberturas com ou sem reforço (FIGURA 4.6).

4.5.2.1 Região de momentos positivos, construção escorada

A resistência ao momento fletor, M_m , é determinada como a seguir (ver também FIGURA 4.7 e FIGURA 4.8). O coeficiente 0,66 que multiplica f_{ck} em “a”, “b” e “c”, corresponde ao produto de 0,85 (efeito de Rüsck) pela relação entre os coeficientes de segurança do concreto ($1/1,40 \cong 0,70$) e do aço para este caso (0,90).

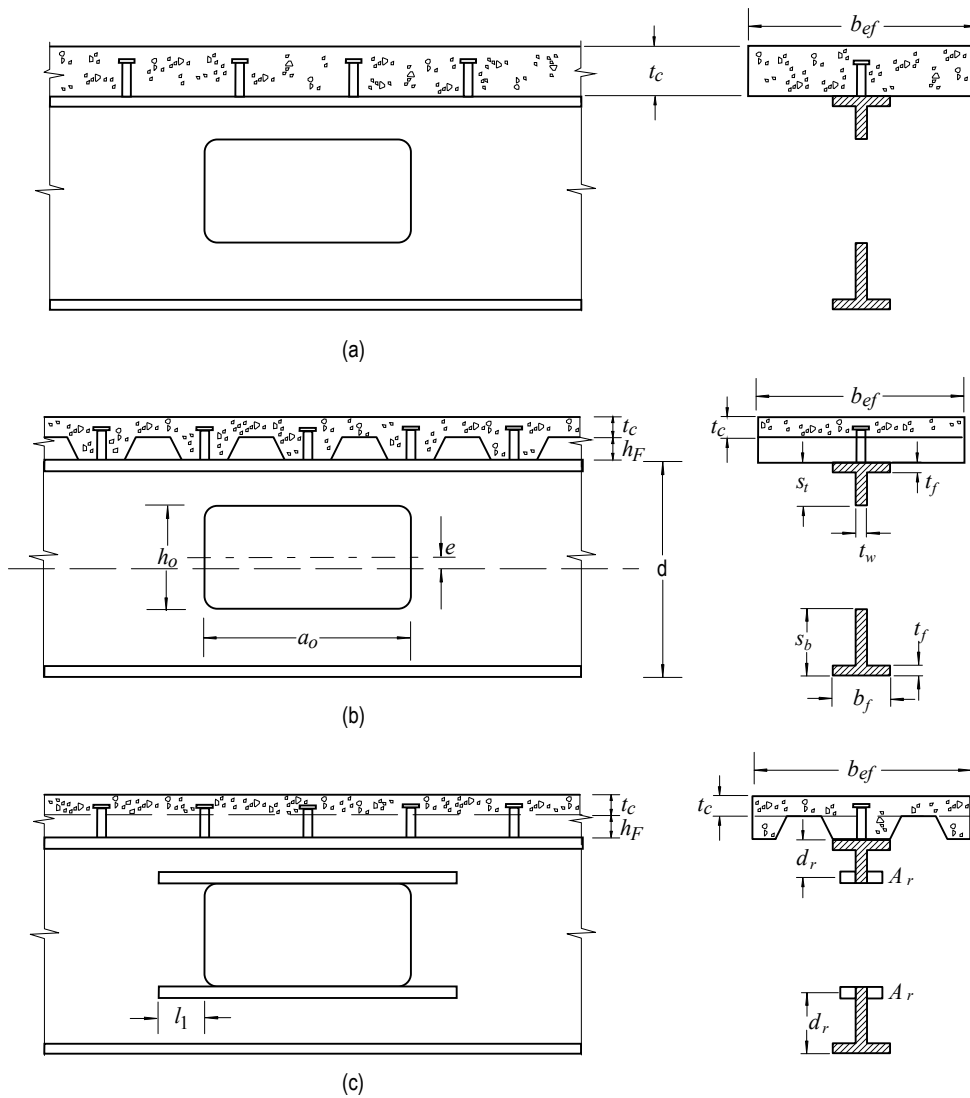


FIGURA 4.6 Configurações de aberturas em vigas mistas. (a) abertura não-reforçada, laje maciça, (b) abertura não-reforçada, laje nervurada com nervuras transversais, (c) abertura reforçada, laje nervurada com nervuras longitudinais.

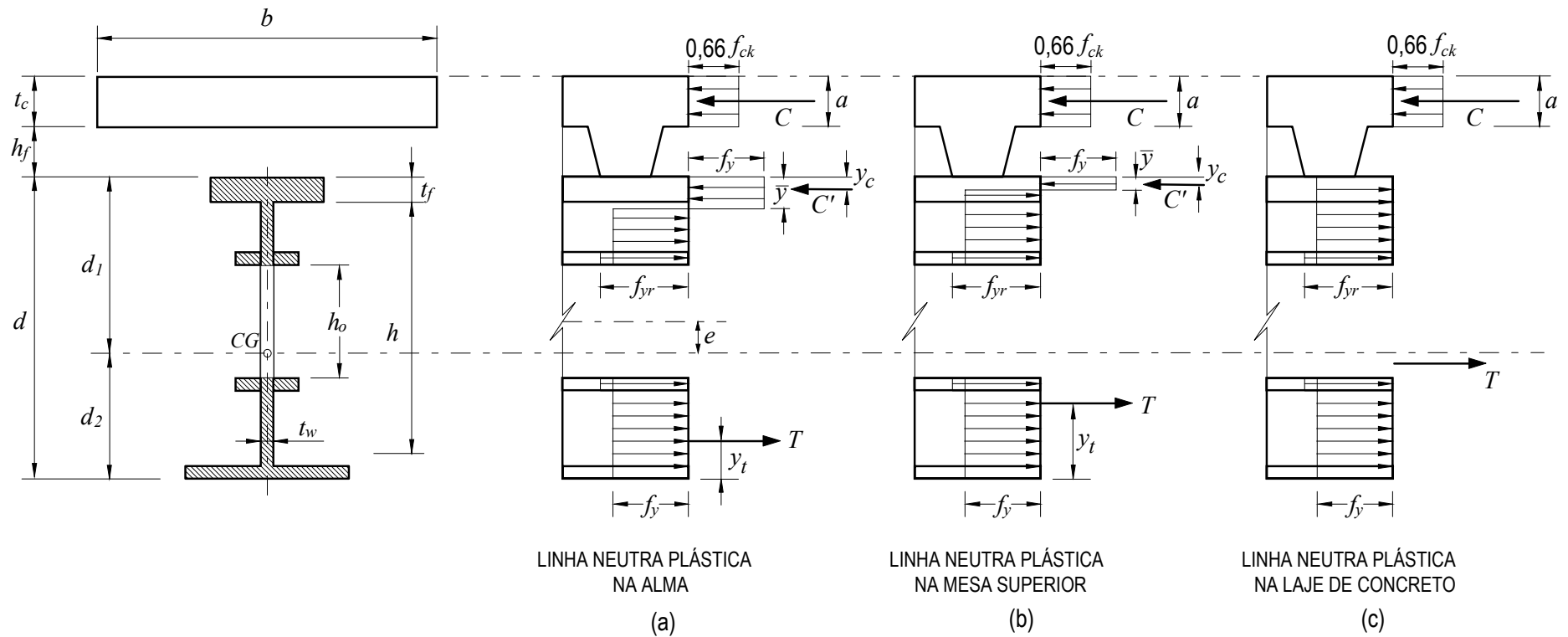


FIGURA 4.7 Distribuição de tensões em vigas mistas com abertura na alma sob momento fletor positivo (Vigas com conectores de cisalhamento, tendo $h/t_w \leq 3,5\sqrt{E/f_y}$ - interação completa)

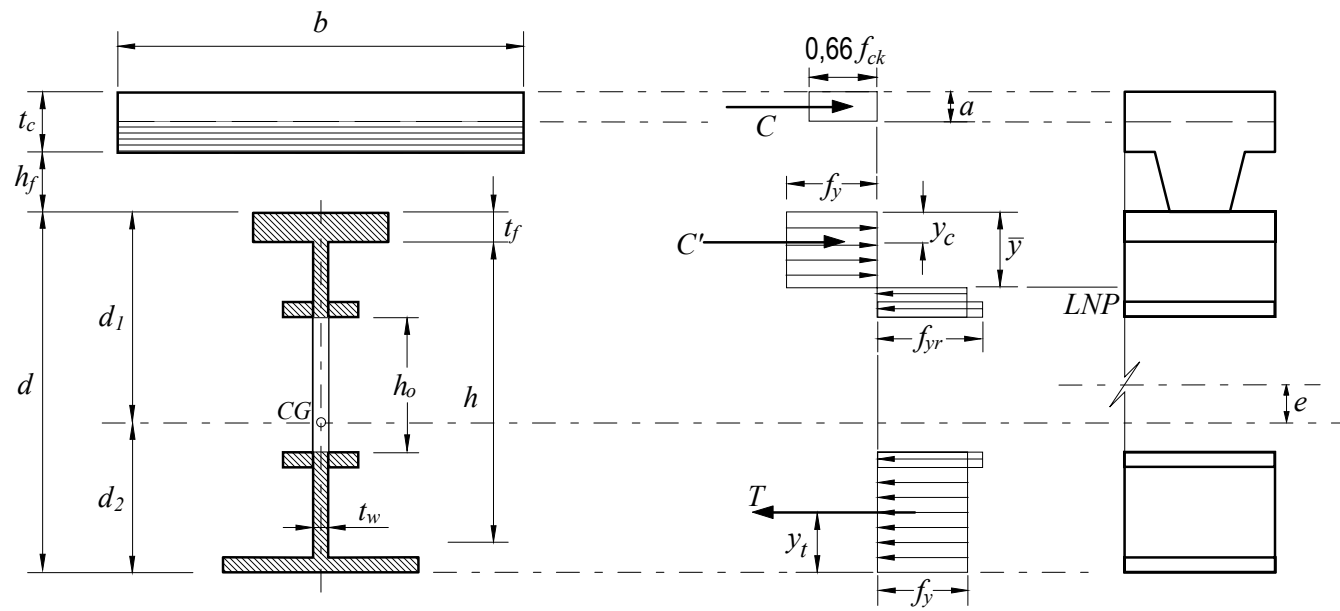


FIGURA 4.8 Distribuição de tensões em vigas mistas com abertura na alma sob momento fletor positivo (Vigas com conectores de cisalhamento, tendo $h/t_w \leq 3,5\sqrt{E/f_y}$ - interação parcial)

a) interação completa e linha neutra da seção plastificada na laje de concreto, isto é:

$$\begin{cases} Q_n \geq A_{sn} f_y \\ 0,66 f_{ck} b t_c \geq A_{sn} f_y \end{cases}$$

cumpridas estas condições:

$$C = 0,66 f_{ck} b a$$

$$T = A_{sn} f_y$$

$$a = \frac{T}{0,66 f_{ck} b} < t_c$$

$$M_m = T \left(d_1 + \frac{\Delta A_s e}{A_{sn}} + h_F + t_c - \frac{a}{2} \right) \quad (4-14)$$

b) interação completa e linha neutra da seção plastificada na viga de aço, isto é:

$$\begin{cases} Q_n \geq 0,85 f_{ck} b t_c \\ A_{sn} f_y \geq 0,66 f_{ck} b t_c \end{cases}$$

cumpridas estas condições:

$$C = 0,66 f_{ck} b t_c$$

$$C' = \frac{1}{2} [A_{sn} f_y - C]$$

$$T = C + C'$$

A posição da linha neutra da seção plastificada medida a partir do topo da viga de aço pode ser determinada como a seguir indicado:

para $C' \leq (A f_y)_{tf}$ - LNP na mesa superior

$$\bar{y} = \frac{C'}{(A f_y)_{tf}} \cdot t_f$$

para $C' > (A f_y)_{tf}$ - LNP na alma

$$\bar{y} = t_f + \frac{C' - (A f_y)_{tf}}{(A f_y)_w} \cdot h$$

$$M_m = C' (d - y_t - y_c) + C \left(\frac{t_c}{2} + h_F + d - y_t \right) \quad (4-15)$$

c) interação parcial, isto é:

$$Q_n < \begin{cases} 0,85 f_{ck} b t_c \\ A_{sn} f_y \end{cases}$$

porém, Q_n não pode ser inferior à metade do menor valor: $A_{sn} f_y$ ou $0,85 f_{ck} b t_c$ ocorrendo estas condições tem-se:

$C = (0,7/0,9)Q_n$ e para a determinação de C' , T e \bar{y} são válidas as expressões dadas no item b), com o novo valor de C .

$$M_m = C'(d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right) \quad (4-16)$$

$$a = \frac{C}{0,66 f_{ck} b}$$

Nas expressões dadas em “a”, “b” e “c”:

b = largura efetiva da laje

t_c = espessura da laje

a = espessura comprimida da laje ou, para interação parcial, espessura considerada efetiva

f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão

$Q_n = \Sigma q_n$ = somatório das resistências nominais individuais q_n dos conectores de cisalhamento situados entre a extremidade de maior momento da abertura e o apoio, incluindo o fator de redução para lajes com nervuras (ver 4.6.2)

h_F, d, h, t_w - conforme FIGURA 4.7 e FIGURA 4.8; $h_F = 0$ quando a face inferior da laje for plana

d_1 = distância do centro de gravidade da seção da viga de aço até a face externa da mesa superior

y_c = distância do centro de gravidade da parte comprimida da seção da viga de aço até a face externa da mesa superior

y_t = distância do centro de gravidade da parte tracionada da seção da viga de aço até a face externa da mesa inferior

\bar{y} = distância da linha neutra da seção plastificada até a face externa da mesa superior da viga de aço

e = excentricidade da abertura

t_f = espessura da mesa superior da viga de aço

$\Delta A_s = h_o t_w - 2A_r f_{yr} / f_y$ = variação da área da seção de aço. Representa a redução da área da seção devido à presença da abertura e o acréscimo de área devido às barras de reforço

$A_{sn} = A_s - \Delta A_s$ = área líquida da seção da viga de aço

$(A f_y)_{tr}$ = produto da área da mesa superior da viga de aço pela tensão de escoamento

$(A f_y)_w$ = produto da área da alma da viga de aço pela sua tensão de escoamento

Por segurança, o valor de M_m nas eqs. (4-14), (4-15) e (4-16) deve ser limitado à capacidade nominal da seção não perfurada, quando é usado reforço (Lucas & Darwin 1990).

4.5.2.2 Região de momentos positivos, construção não-escorada

Além da verificação conforme o item 4.5.2.1, devem ser atendidas as seguintes exigências da NBR 8800:

4.5.2.2.1 Resistência de cálculo da viga de aço

A seção da viga de aço por si só deve ter resistência adequada para suportar todas as cargas de cálculo aplicadas antes do concreto atingir uma resistência igual a $0,75 f_{ck}$. A resistência de cálculo à flexão da viga de aço deve ser determinada, desprezando-se a contribuição do concreto, conforme o Anexo D da NBR 8800.

4.5.2.2.2 Limitação de tensões de serviço

Na mesa inferior da seção mais solicitada da viga deve-se ter:

$$\left(\frac{M_{G'}}{W_a} \right) + \left(\frac{M_L}{W_{ef}} \right) \leq 0,90 f_y \quad (4-17)$$

$M_{G'}$ e M_L = momentos fletores devidos às ações nominais aplicadas, respectivamente, antes e depois da resistência do concreto atingir a $0,75 f_{ck}$

$$W_{ef} = W_a + \sqrt{\frac{Q_n}{V_h}} \left[(W_{tr})_i - W_a \right]$$

W_a = módulo resistente inferior da viga de aço

$(W_{tr})_i$ = módulo resistente inferior da seção mista

Q_n e V_h conforme item 4.5.2.1

4.6 Resistência nominal à força cortante

Dentre os vários métodos desenvolvidos para o cálculo de vigas de aço com aberturas na alma, é o procedimento usado para calcular a resistência máxima à força cortante, V_m , que distingue um método de cálculo dos outros. Os procedimentos apresentados aqui são uma adaptação de técnicas desenvolvidas por Darwin e Donahey (1988,1986) e Lucas e Darwin (1990) que fornecem, como se tem constatado, resultados acurados para uma larga faixa de configurações de vigas.

V_m é calculado considerando-se a condição de carregamento para a qual o momento fletor na linha central da abertura é zero (cisalhamento puro), ou seja, as forças axiais nos tês superior e inferior, P_t e P_b , são nulas (FIGURA 3.1). A resistência ao esforço cortante na abertura é obtida somando-se as resistências individuais de cada tê.

$$V_m = V_{mb} + V_{mt} \quad (4-18)$$

V_{mb} e V_{mt} são calculados usando-se as equações de equilíbrio de momento para os tês, eqs. (3-3) e (3-4), e representações apropriadas para as tensões no aço, bem como no reforço e no concreto, quando presentes. Como os tês estão sujeitos a efeitos combinados de cisalhamento e momento fletor secundários, deve-se considerar a interação entre as tensões normais e de cisalhamento para se obter uma representação acurada da resistência. A maior parte do esforço cisalhante é resistida pela alma dos tês.

Para flexão e cisalhamento simultâneos, a tensão axial reduzida, \bar{f}_y , pode ser expressa em função da tensão de escoamento do aço, f_y , e da tensão de cisalhamento na alma, τ , usando-se o critério do escoamento de von Mises

$$\bar{f}_y = \sqrt{f_y^2 - 3 \tau^2} \quad (4-19)$$

A interação entre as tensões normais e cisalhantes no concreto não é considerada.

Combinando-se as distribuições de tensões mostradas na FIGURA 4.9 com as eqs. (3-3), (3-4) e (4-19), obtém-se equações de terceira ordem para V_{mb} e V_{mt} . Uma

solução para essas equações na forma fechada é difícil de ser obtida (Clawson & Darwin 1980), podendo-se, no entanto, resolvê-las por processos iterativos, o que não é atrativo para as aplicações práticas de cálculo. Para que se tenha um processo de cálculo prático, as soluções na forma fechada são interessantes e podem ser obtidas, desde que sejam adotadas algumas hipóteses simplificadoras adicionais como, por exemplo: (1) utilizar uma versão simplificada do critério de von Mises; (2) limitar a região onde a linha neutra pode estar localizada dentro dos tês; e, ou, (3) ignorar o equilíbrio interno dos tês.

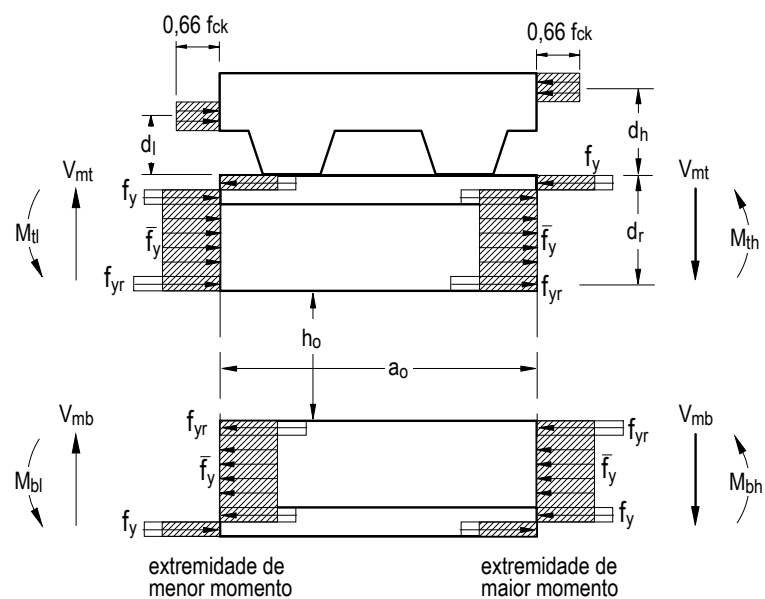


FIGURA 4.9 Distribuição de tensões axiais para abertura sob força cortante máxima

Como demonstrado por Darwin e Donahey (1988), a forma da solução depende das hipóteses adotadas em particular.

Os momentos secundários podem fazer com que parte do tê inferior esteja sujeita à compressão e parte do tê superior à tração, mesmo que na região da abertura atue momento fletor positivo. Nas vigas mistas, ocorre um grande escorregamento entre a laje de concreto e o perfil metálico na região sobre a abertura. Esse escorregamento faz com que a porção inferior da laje fique submetida a compressão na extremidade de menor momento da abertura, embora a seção de aço adjacente esteja sujeita à tração. Os

momentos secundários também produzem tensões de tração na parte superior da laje de concreto na extremidade de menor momento da abertura (FIGURAS 4.9 e 4.11).

4.6.1 Equação geral

Pode-se obter uma expressão geral para a resistência máxima à força cortante de um tê, considerando a configuração mais complexa, qual seja, viga mista com abertura reforçada. As expressões para configurações mais simples podem então ser obtidas simplesmente removendo-se da equação geral os termos correspondentes ao concreto e, ou, ao reforço.

Em seguida serão apresentadas duas soluções na forma fechada para a determinação da resistência nominal à força cortante nos tês. A solução I usa uma versão simplificada do critério de von Mises e ignora alguns aspectos do equilíbrio interno dos tês. Suas equações são mais simples e bastante práticas para o cálculo manual. A solução II também usa uma versão simplificada do critério de von Mises e assume que a LNP nos tês, sob flexão secundária, está situada na mesa. Para a maioria dos casos esta hipótese representa acuradamente o estado de tensão nos tês. Suas equações são mais complexas e convenientes para uso em programação.

O critério de von Mises, eq. (4-19), é simplificado usando-se uma aproximação linear.

$$\bar{f}_y = \lambda f_y - \sqrt{3} \tau \quad (4-20)$$

O termo λ pode ser ajustado de forma a promover uma boa correlação com resultados de ensaios. Darwin e Donahey (1988) usaram $\lambda = (1 + \sqrt{2}) / 2 = 1,207\dots$. Com este valor, a eq. (4-20) se torna a aproximação linear mais uniforme do critério de von Mises. Um estudo mais recente (Lucas & Darwin 1990) indica que o valor $\lambda = \sqrt{2} = 1,414\dots$ produz maior compatibilidade entre os resultados calculados e aqueles obtidos em ensaios.

A FIGURA 4.10 compara o critério de von Mises com a eq. (4-20) para os dois valores de λ . O limite de escoamento ao cisalhamento, de acordo com o critério de von Mises, é $\tau \leq f_y / \sqrt{3}$.

A FIGURA 4.10 também mostra que a tensão axial \bar{f}_y pode ser grandemente superestimada para valores baixos da tensão de cisalhamento τ . Contudo, as restrições

impostas às dimensões da abertura (ver cap. 5) fazem com que pelo menos um dos tês seja robusto o bastante (baixo valor de ν) para que o valor de V_m calculado esteja a favor da segurança. Comparações com resultados de ensaios de vigas de aço mostram que as resistências calculadas são mais conservadoras para aberturas com baixa relação momento-cortante (Lucas & Darwin 1990), justamente nos casos em que a aproximação do critério de von Mises (eq. 4-20) fornece resultados menos precisos.

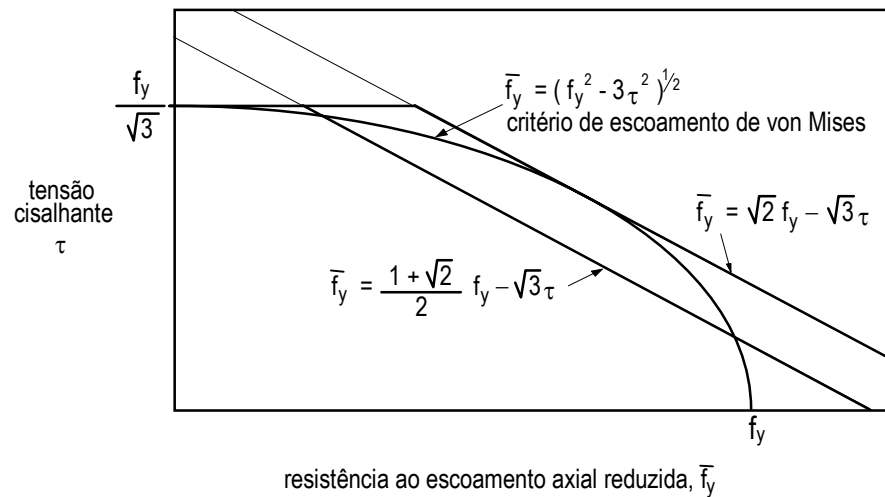


FIGURA 4.10 Funções de escoamento para tensões axiais e cisalhantes combinadas (Darwin, 1990)

4.6.1.1 Solução I

Pode-se fazer uma simplificação adicional na solução das equações de equilíbrio, reconhecendo que: (1) sob cisalhamento puro, a LNP do tê está usualmente na mesa; e (2) a natureza exata das tensões na mesa do tê não tem um papel importante nas equações de equilíbrio, se os momentos são tomados em relação à face externa da mesa. Assim, a contribuição das mesas para o momento secundário é pequena e a adoção da distribuição de tensões mostrada na FIGURA 4.11 redonda num erro pequeno (Darwin & Lucas 1990).

Para a obtenção de equações para V_{mb} e V_{mv} , a distribuição de tensões mostrada na FIGURA 4.11 é usada juntamente com as eqs. (3-3) e (3-4). Esta distribuição representa uma simplificação daquela apresentada na FIGURA 4.9, já que as tensões

nas mesas não são utilizadas no cálculo dos momentos secundários. Usando esta aproximação, assume-se que as tensões normais e cisalhantes na alma têm uma distribuição uniforme ao longo da altura do tê, ignorando-se o equilíbrio interno.

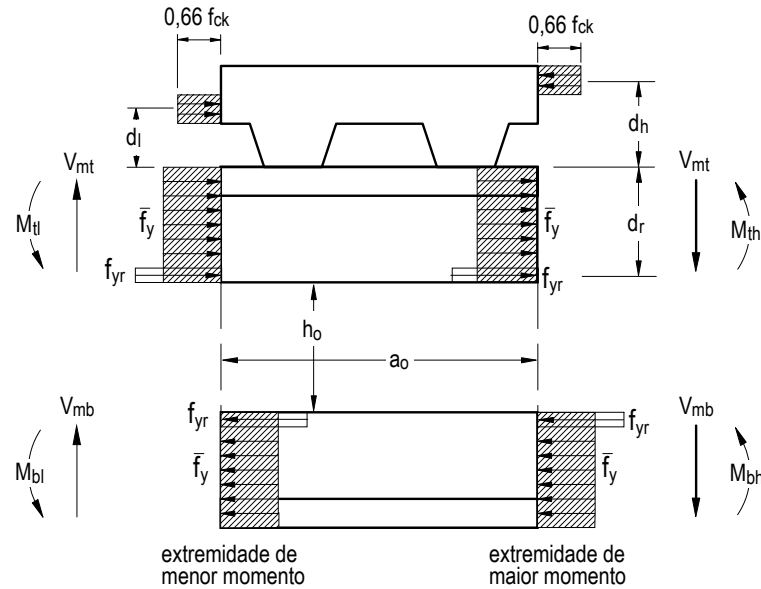


FIGURA 4.11 Distribuição de tensões axiais simplificada para abertura sob força cortante máxima

O tê superior na FIGURA 4.11 é usado, então, para desenvolver uma equação para a resistência máxima à força cortante de um tê na forma geral. Do equilíbrio de momentos em relação a um ponto na face externa da mesa, na extremidade de menor momento da abertura vem que

$$V_{mt} a_o = \bar{f}_y s_t^2 + 2 P_r d_r + C_h d_h - C_l d_l \quad (4-21)$$

onde

s_t = altura do tê superior

a_o = comprimento da abertura

P_r = força no reforço ao longo da borda da abertura = $f_{yr} A_r \leq \frac{f_y t_w a_o}{2\sqrt{3}}$

d_r = distância da face externa da mesa ao centróide do reforço

f_{yr} = resistência ao escoamento do aço da barra de reforço.

C_h = força no concreto na extremidade de maior momento [ver eq. (4-27)]

d_h = distância da face externa da mesa ao centróide da força no concreto na extremidade de maior momento [ver eq. (4-29)]

C_l = força no concreto na extremidade de menor momento [ver eq. (4-28)]

d_l = distância da face externa da mesa ao centróide da força no concreto na extremidade de menor momento [ver eq. (4-30)]

Substituindo a eq. (4-20) para \bar{f}_y , $\tau = V_{mt} / (t_w s_t)$, e $f_y = \sqrt{3} V_{pt} / (t_w s_t)$ na eq. (4-21), obtém-se uma equação linear para V_{mt} cuja solução é:

$$V_{mt} = V_{pt} \left(\frac{\sqrt{6} + \mu}{\nu + \sqrt{3}} \right) = V_{pt} \alpha_v \leq V_{pt} \quad (4-22)$$

onde: $V_{pt} = 0,6 f_y t_w s_t \quad (4-23)$

$$\nu = \frac{a_o}{s_t} \quad (4-24)$$

$$\mu = \frac{2 P_r d_r + C_h d_h + C_l d_l}{V_{pt} s_t} \quad (4-25)$$

A eq. (4-22) fornece a resistência à força cortante do tê superior, inclusive para vigas mistas, quando o termo $\alpha_v = (\sqrt{6} + \mu) / (\nu + \sqrt{3}) \leq 1,0$. Se $\alpha_v > 1$ deve-se utilizar a eq. (4-32) para calcular a resistência do tê superior à força cortante.

É necessária uma modificação na definição de ν , na eq. (4-24), para aberturas reforçadas. Quando o reforço é adicionado, a LNP que cortava a mesa do perfil se move. Este movimento efetivamente reduz o braço de momento das tensões normais na alma, $s_t/2$, e o braço de momento do reforço, d_r . O deslocamento da LNP pode ser razoavelmente estimado simplesmente pela modificação do termo s_t na eq. (4-24):

$$\bar{s}_t = s_t - \frac{A_r f_{yr}}{2 b_f f_y} \quad (4-26)$$

A substituição de s_t por \bar{s}_t no cálculo de ν na eq. (4-24) só deve ser feita para aberturas reforçadas e quando $\alpha_v \leq 1$.

O termo $A_r f_{yr} / (2 b_f f_y)$, na eq. (4-26), dá uma boa aproximação do deslocamento da linha neutra plástica devido à adição do reforço na abertura.

O limite $P_r \leq f_y t_w a_o / (2\sqrt{3})$ está baseado na resistência da alma ao cisalhamento.

A expressão para a resistência à força cortante do tê inferior, V_{mb} , pode ser obtida fazendo-se as substituições apropriadas nas eqs. (4-21) a (4-26).

A expressão (4-22) é geral e pode ser modificada para calcular vigas com aberturas sem reforço e, ou, sem laje de concreto, bastando, para tanto, que os termos correspondentes ao concreto e, ou, ao reforço sejam desprezados. Por exemplo, para uma viga de aço (sem laje de concreto) com abertura não-reforçada, $\bar{s}_t = s_t$ e $\mu = 0$.

4.6.1.1.1 Tê superior em vigas mistas

Para o tê superior em vigas mistas, algumas expressões adicionais são necessárias para calcular as forças no concreto, C_h e C_l , as distâncias d_h e d_l , e para verificar as situações em que a alma do tê atinge o escoamento generalizado.

A força no concreto na extremidade de maior momento da abertura, C_h , é limitada à resistência do concreto, à capacidade dos conectores, ou à resistência à tração do tê de aço

$$C_h \leq 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c \quad (4-27a)$$

$$C_h \leq Q_n \quad (4-27b)$$

$$C_h \leq f_y A_{st} \quad (4-27c)$$

onde:

t_c = espessura do concreto comprimido

b_{ef} = largura efetiva da laje

f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão

$Q_n = \Sigma q_n$ = somatório das resistências nominais individuais q_n dos conectores de cisalhamento situados entre a extremidade de maior momento da abertura e o apoio, incluindo o fator de redução para lajes com nervuras (ver 4.6.2)

A_{st} = área líquida da seção de aço do tê superior.

A força no concreto na extremidade de menor momento da abertura, C_l , depende de C_h e da capacidade dos conectores de cisalhamento sobre a abertura

$$C_l = C_h - n_o q_n \geq 0 \quad (4-28)$$

onde n_o é o número de conectores sobre a abertura. Na eq. (4-28), n_o inclui apenas os conectores completamente dentro do comprimento da abertura. Por exemplo, conectores sobre as bordas da abertura não são incluídos.

As distâncias da face externa da mesa ao centróide das forças que atuam no concreto, nas extremidades de maior e menor momento da abertura respectivamente, d_h e d_l , são calculadas como

$$d_h = t_c + h_F - \frac{0,5 C_h}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = t_c + h_F - \frac{C_h}{1,32 f_{ck} b_{ef}} \quad (4-29)$$

$$d_l = \frac{0,5 C_l}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{C_l}{1,32 f_{ck} b_{ef}} \quad \text{para lajes maciças} \quad (4-30a)$$

$$d_l = h_F + \frac{0,5 C_l}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = h_F + \frac{C_l}{1,32 f_{ck} b_{ef}} \quad \text{para lajes com nervuras} \quad (4-30b)$$

A eq. (4-22) para V_{mt} está baseada na hipótese de que todo o cisalhamento no tê é resistido pela alma do tê. Esta hipótese é satisfatória para tês de aço mas, para vigas mistas, pode subestimar grandemente a resistência do tê ao cisalhamento, por causa da resistência do concreto que não é considerada. Apesar disso, os resultados fornecidos pela eq. (4-22) são razoáveis, a menos que o valor calculado de V_{mt} exceda o limite de plastificação por cisalhamento da alma do tê, V_{pt} . Neste caso, assume-se que a alma do tê superior atingiu completamente o escoamento por cisalhamento ($\bar{f}_y = 0$) e assim, C_h está limitada à resistência axial da mesa e do reforço. O valor de C_h na eq. (4-27) deve então ser comparado a

$$C_h \leq f_y \left[t_f (b_f - t_w) + A_r \right] \quad (4-31)$$

Se a eq. (4-31) controla C_h , ao invés da (4-27), C_l , d_h , d_l e μ devem ser recalculados. Se a alma do tê atingiu o escoamento generalizado por cisalhamento então a resistência à força cortante do tê é obtida resolvendo-se a eq. (4-21) com $\bar{f}_y = 0$.

Assim, se o termo $(\sqrt{6} + \mu) / (\nu + \sqrt{3})$ excede 1,0 na eq. (4-24), a resistência do tê superior à força cortante é dada por:

$$V_{mt} = \frac{2P_r d_r + C_h d_h - C_l d_l}{a_o} \geq V_{pt} \quad (4-32a)$$

$$V_{mt} = V_{pt} \frac{\mu}{\nu} \geq V_{pt} \quad (4-32b)$$

Finalmente, V_{mt} não pode exceder a capacidade da seção mista do tê ao cisalhamento puro, $V_{mt}(sh)$ (Clawson & Darwin 1982b; Donahey & Darwin 1986), de forma que

$$\begin{aligned} V_{pt} &\leq V_{mt} \leq V_{mt}(sh) \\ V_{mt}(sh) &= V_{pt} + 0,0919 \sqrt{f_{ck}} A_{vc} \end{aligned} \quad (4-33)$$

onde A_{vc} = área efetiva do concreto ao cisalhamento = $3(t_c + h_F) t_c$.

t_c e h_F em cm. Em lajes maciças $h_F = 0$.

f_{ck} = resistência do concreto à compressão em kN/cm²

V_{mt} e V_{pt} em kN

4.6.1.1.2 Pré-dimensionamento do reforço para vigas de aço

Pode-se fazer um cálculo direto para estimar o reforço necessário por uma viga de aço, para proporcionar a resistência desejada ao esforço cortante, V_m . O cálculo é baseado na hipótese simplificadora de que $d_r = s$ na eq. (4-25). Como $\mu = 2 P_r d_r / V_{pt} / s$, e P_r é o mesmo, tanto para o tê superior como para o inferior, $\mu_b = \mu_t V_{pt} / V_{pb}$.

Tomando $V_m = V_{mb} + V_{mt}$ e fazendo as substituições apropriadas,

$$\mu_t = \frac{V_m (\nu_b + \sqrt{3})(\nu_t + \sqrt{3}) - \sqrt{6} [V_{pb} (\nu_t \sqrt{3}) + V_{pt} (\nu_b + \sqrt{3})]}{V_{pt} (\nu_b + \nu_t + 2 \sqrt{3})} \quad (4-34)$$

Uma vez μ_t obtido, μ_b , P_r e A_r podem ser calculados.

Uma expressão equivalente para vigas mistas não é fácil de ser obtida. O dimensionamento do reforço por tentativa é simples e direto, tanto para vigas de aço como para vigas mistas, como pode ser visto nos exemplos do Apêndice C.

4.6.1.2 Solução II

Esta solução usa a aproximação linear do critério de von Mises (eq. 4-20) para controlar a interação entre a tensão normal e cisalhante na alma do tê de aço, mas usa uma distribuição de tensão que considera toda a seção do tê trabalhando (FIGURA 4.9), para o desenvolvimento da equação de equilíbrio do momento secundário (eq. 3-4). Em princípio, assume-se que a LNP está situada na mesa do tê de aço; sua localização precisa é determinada na solução de V_{mt} .

Representando os momentos secundários na eq. (3-3) em termos das tensões, f_y na mesa e \bar{f}_y na alma, e usando a eq. (4-20) para \bar{f}_y , com $\tau = V_b/t_w/s_b$, obtém-se uma equação quadrática em V_{mb} com a seguinte solução:

$$V_{mb} = f_y \left(\frac{\beta_b - \sqrt{\beta_b^2 - 4\alpha_b \gamma_b}}{2\alpha_b} \right) \leq V_{pb} \quad (4-35a)$$

$$\text{onde } \alpha_b = 3 + \frac{2\sqrt{3} a_o}{s_b} \quad (4-35b)$$

$$\begin{aligned} \beta_b = & 2\sqrt{3} (b_f - t_w) \left(s_b - t_f + \frac{t_f^2}{s_b} \right) + 2\sqrt{3} \lambda t_w s_b + 2a_o [b_f + (\lambda - 1)t_w] + \\ & + \frac{2\sqrt{3}}{s_t f_y} (2P_r d_r) + \frac{\sqrt{3}}{f_y} (-2P_r) \end{aligned} \quad (4-35c)$$

$$\begin{aligned} \gamma_b = & (b_f - t_w)^2 t_f^2 + \lambda^2 t_w^2 s_b^2 + 2\lambda t_w (b_f - t_w) (s_b^2 - s_b t_f + t_f^2) + \\ & + 2 P_r d_r \frac{2[b_f + (\lambda - 1)t_w]}{f_y} - \frac{P_r^2}{f_y^2} + \\ & - 2 P_r \frac{[(b_f - t_w)t_f + \lambda t_w s_b]}{f_y} + \frac{P_r}{f_y^2} \end{aligned} \quad (4-35d)$$

$$V_{pb} = 0,60 f_y t_w s_b \quad (4-36)$$

V_{pb} é o cortante de plastificação por cisalhamento do tê inferior.

Seguindo o mesmo procedimento com a eq. (4-4) para o t \hat{e} superior, mas incluindo as for \hat{c} as no concreto nas extremidades da abertura, C_h e C_l , obt \hat{e} m-se uma equa \hat{c} o quadr \hat{a} tica para V_{mt} , com a seguinte solu \hat{c} o:

$$V_{mt} = f_y \left(\frac{\beta_t - \sqrt{\beta_t^2 - 4\alpha_t \gamma_t}}{2\alpha_t} \right) \quad (4-37a)$$

$$\text{onde } \alpha_t = 3 + \frac{2\sqrt{3} a_o}{s_t} \quad (4-37b)$$

$$\begin{aligned} \beta_t = & 2\sqrt{3} (b_f - t_w) \left(s_t - t_f + \frac{t_f^2}{s_t} \right) + 2\sqrt{3} \lambda t_w s_t + 2a_o [b_f + (\lambda - 1)t_w] + \\ & + \frac{2\sqrt{3}}{s_t f_y} (2P_r d_r + C_h d_h - C_l d_l) + \frac{\sqrt{3}}{f_y} (C_h - C_l - 2P_r) \end{aligned} \quad (4-37c)$$

$$\begin{aligned} \gamma_t = & (b_f - t_w)^2 t_f^2 + \lambda^2 t_w^2 s_t^2 + 2\lambda t_w (b_f - t_w) (s_t^2 - s_t t_f + t_f^2) + \\ & + \frac{2[b_f + (\lambda - 1)t_w]}{f_y} (2P_r d_r + C_h d_h - C_l d_l) - \frac{2P_r^2 + C_h^2 + C_l^2}{2f_y^2} + \\ & + \frac{[(b_f - t_w)t_f + \lambda t_w s_t]}{f_y} (C_h - C_l - 2P_r) + \frac{P_r(C_h - C_l)}{f_y^2} \end{aligned} \quad (4-37d)$$

C_h , C_l , d_h e d_l s \hat{a} o calculados da mesma forma que na solu \hat{c} o I.

As eqs. (4-35a-d) e (4-37a-d) est \hat{a} o baseadas na hip \hat{o} tese de que todo o cisalhamento no t \hat{e} \acute{e} resistido pela alma do t \hat{e} . Esta hip \hat{o} tese fornece resultados consistentes para o t \hat{e} inferior. Entretanto, pode subestimar grandemente a resist \hat{e} ncia do t \hat{e} superior, por desconsiderar a resist \hat{e} ncia ao cisalhamento do concreto. Deve-se ent \hat{a} o, da mesma forma que na solu \hat{c} o I, comparar o valor calculado de V_{mt} com o limite de plastifica \hat{c} o por cisalhamento da alma do t \hat{e} , V_{pt} (eq. 4-25). Se $V_{mt} > V_{pt}$, assume-se que a alma do t \hat{e} superior atingiu completamente o escoamento por cisalhamento ($\bar{f}_y = 0$) e assim, para que o equil \hat{b} rio de for \hat{c} as seja garantido, \acute{e} necess \hat{a} rio que

$$C_h \leq f_y \left[t_f (b_f - t_w) + A_r \right] \quad (4-31)$$

Se a eq. (4-31) controla C_h , ao inv \hat{e} s da (4-27), C_l , d_h , d_l e μ devem ser recalculados e a solu \hat{c} o para V_{mt} , com $\bar{f}_y = 0$, \acute{e}

$$V_{mt} = \frac{1}{a_o} \left[2P_r d_r + C_h d_h - C_l d_l + \frac{t_f}{2} (C_h - C_l - 2P_r) + \frac{f_y}{2} (b_f - t_w) t_f^2 + \right. \\ \left. + \frac{2P_r(C_h - C_l) - 2P_r^2 - C_h^2 - C_l^2}{4f_y(b_f - t_w)} \right] \geq V_{plt} \quad (4-38)$$

Finalmente, V_{mt} não pode exceder a capacidade da seção mista do tê ao cisalhamento puro, $V_{mt}(sh)$ conforme a eq. (4-33).

4.6.2 Particularidades para vigas mistas

A limitação $C_h \leq f_y A_{st}$, eq. (4-27c), originariamente não foi usada em conjunto com a solução I por ser considerada inconsistente com um modelo (FIGURA 4.11) que ignorava a mesa do tê de aço (Darwin & Donahey 1988; Donahey & Darwin 1986). Lucas e Darwin (1990), entretanto, mostraram que mesmo usando essa limitação em conjunto com a solução I obtém-se bons resultados. Com relação à solução II, que considera a mesa do tê, a limitação é perfeitamente coerente.

A contribuição do concreto para a resistência ao cisalhamento do tê superior na eq. (4-33), foi originariamente estimada para lajes maciças com base no comportamento observado de vigas e lajes de concreto armado ao cisalhamento (Clawson & Darwin 1980; Clawson & Darwin 1983), e posteriormente modificado para lajes com nervuras (Donahey & Darwin 1986; Darwin & Donahey 1988). A eq. (4-33) geralmente governa V_{mt} somente para vigas com aberturas pequenas, usualmente com $a_o < d$.

O número de conectores n usado no cálculo de C_h inclui os conectores entre a extremidade de maior momento da abertura e o apoio, não o ponto de momento nulo. Esta mudança em relação à prática normal leva em conta o escorregamento considerável que ocorre entre a laje de concreto e a viga de aço na região da abertura, que tende a mobilizar a resistência dos conectores de cisalhamento inclusive daqueles situados em regiões de momento negativo (Donahey & Darwin 1986; Darwin & Donahey 1988; Donahey & Darwin 1988). A utilização da abordagem convencional, mais conservadora, subestima consideravelmente a resistência ao cisalhamento de seções com aberturas situadas próximas a um ponto de momento nulo (Donahey & Darwin 1986).

No caso de vigas mistas com forma de aço incorporada e conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça, deve ser considerado o coeficiente de redução da resistência do conector, conforme a NBR 8800 item 6.4.3.1.

5. CRITÉRIOS DE PROJETO

Para assegurar que a resistência oferecida por uma viga com abertura na alma seja consistente com as equações apresentadas no capítulo 4, alguns critérios devem ser seguidos. As prescrições acerca das dimensões e posicionamento dos diversos elementos de uma viga com abertura na alma, apresentadas neste capítulo, são baseadas em considerações teóricas e observações experimentais.

5.1 Considerações quanto à instabilidade

As seções de aço devem possuir dimensões tais que não haja possibilidade de flambagem local da alma ou da mesa comprimida. No caso de aberturas reforçadas, as chapas de reforço também devem possuir esbelteza de forma a não flambar localmente. Isto porque as equações apresentadas neste trabalho são válidas apenas para estas situações, em que não ocorre flambagem local antes da plastificação total da seção transversal. Nos sub-itens a seguir são apresentadas as relações largura/espessura para que não ocorram os estados limites últimos de flambagem local da mesa comprimida e da alma, bem como o processo de verificação à flambagem do tê na zona comprimida e da flambagem lateral com torção.

5.1.1 Flambagem local da mesa comprimida

Para evitar a flambagem local da mesa comprimida por momento fletor, a relação largura/espessura da chapa não deve ultrapassar o limite

$$\frac{b_f}{2t_f} \leq 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5-1)$$

Para seções classes 1 e 2 da NBR 8800, este requisito é sempre atendido e portanto a flambagem local da mesa comprimida não ocorre.

5.1.2 Flambagem da alma

5.1.2.1 Abordagem simplificada

Existem vários estudos sobre vigas de aço com aberturas na alma que tratam da distribuição de tensões e da determinação da resistência última. Esses estudos demonstram que, em muitas situações, é possível fazer uma abertura de tamanho considerável na alma de uma viga sem a necessidade de qualquer reforço, seja para manter as tensões máximas num nível aceitável, seja para manter a resistência última da viga na região da abertura suficientemente alta. Entretanto, pouco se investigou se a alma adjacente à abertura permanece estável até que a peça atinja sua resistência última. À medida que o tamanho das aberturas aumenta, aumenta também a possibilidade de flambagem local da alma pois as bordas da abertura ficam livres e sujeitas a altas tensões.

Normalmente, as vigas de aço em estruturas de edifícios possuem almas com relação h/t_w em torno de 80, e são fabricadas com aços cujo limite de escoamento situa-se entre 25,0 e 34,5 kN/cm². Sob estas circunstâncias, e considerando ainda as concentrações de tensões que surgem em torno das aberturas, é de se esperar que a flambagem local da alma ocorra após a tensão de escoamento ter sido atingida em partes da alma próximas à abertura. Outras regiões podem permanecer em regime elástico. À medida que o escoamento atinge áreas consideráveis da alma próximas à abertura, tem-se a possibilidade da ocorrência de flambagem elasto-plástica numa região com condições de contorno bastante irregulares devido à presença da abertura. Uma análise rigorosa desse fenômeno é bastante trabalhosa. Dessa forma, a consideração da instabilidade elasto-plástica é importante se as vigas são dimensionadas com base em sua resistência última, como frequentemente é o caso. Não obstante, pouca atenção tem sido dada a este problema.

Vigas com almas muito esbeltas foram testadas experimentalmente e analisadas de maneira aproximada por Höglund (1971), mas devido às altas relações entre altura e espessura (200 a 300), essas almas desenvolveram resistência pós-flambagem e seu comportamento foi primariamente elástico, de forma que sua relevância para vigas com dimensões típicas de estruturas de edifício é pequena. Redwood et al. (1978) realizaram um programa experimental onde estudaram vigas com relação entre altura e espessura de alma variando entre 60 e 80, que representam as almas de perfis comumente usados em estruturas de edifícios. Uenoya e Redwood (1978) propuseram um método de análise da estabilidade de almas com aberturas concêntricas não-reforçadas. Posteriormente esse método foi adaptado, generalizado (Redwood & Uenoya, 1979) e combinado com um tratamento empírico da flambagem elasto-plástica para a elaboração de uma formulação para o dimensionamento e verificação de vigas com aberturas concêntricas.

As exigências para prevenir a flambagem da alma estão baseadas no trabalho de Redwood e Uenoya (1979), no qual foram apresentados critérios conservadores, que consideram o tamanho, o formato da abertura e a esbeltez da alma da viga. As recomendações estão baseadas em resultados experimentais (Redwood et al. 1978) e em estudos analíticos (Uenoya & Redwood 1978, Redwood & Uenoya 1979). Os ensaios realizados incluíram aberturas com alturas ou diâmetros na faixa de $0,34d$ a $0,63d$ e relação comprimento/altura de 1 e 2. Os estudos analíticos cobriram aberturas com altura na faixa $0,3d \leq h_o \leq 0,7d$ e relação comprimento/altura de 1 e 2.

Devido à presença da abertura e admitindo que a flambagem da alma ocorre após o início do escoamento, Redwood e Uenoya (1979) assumiram, como hipótese, que a alma não desenvolve resistência pós-flambagem apreciável, e assim, o problema foi tratado unicamente como um caso de bifurcação.

A análise se baseou na estabilidade de uma placa com condições de contorno e carregamentos de borda simplificados. Numa primeira etapa, utilizando o método dos elementos finitos, obteve-se a distribuição de tensões numa placa sob a ação de tensões de cisalhamento uniformes na borda, em todos os lados, e tensões de flexão variando linearmente nos lados menores da placa, conforme mostrado na FIGURA 5.1. O elemento utilizado na análise foi o triângulo de deformação constante. A FIGURA 5.2 mostra as malhas típicas utilizadas.

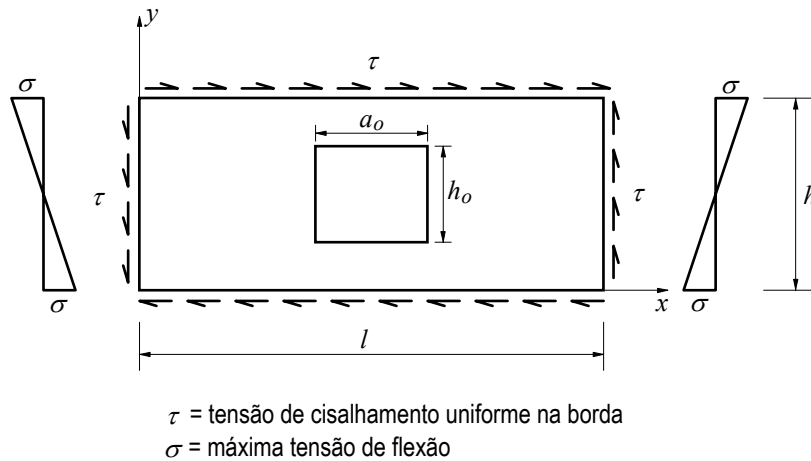


FIGURA 5.1 - Idealização do modelo de placa perfurada (Redwood & Uenoya 1979)

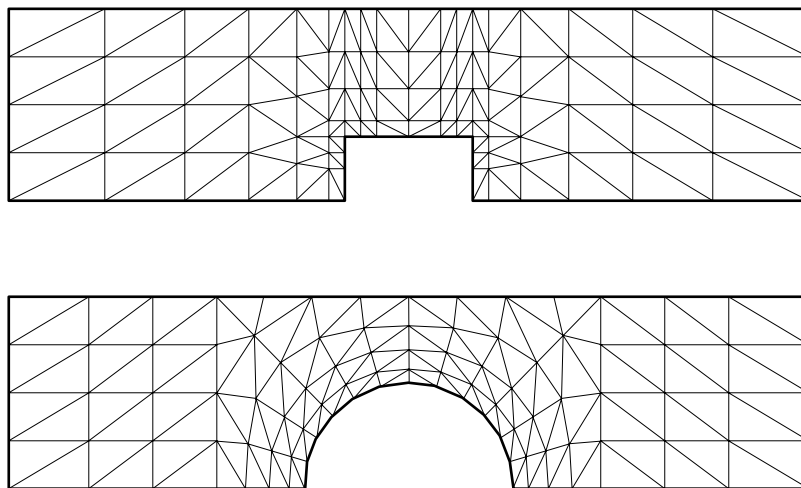


FIGURA 5.2 - Modelagens típicas com elementos finitos mostrando metade da placa

Numa segunda etapa, foi usada uma formulação de energia para estimar a carga de flambagem. A função utilizada para os deslocamentos foi uma série para a qual as condições de contorno são satisfeitas, considerando-se as bordas da placa simplesmente apoiadas, da seguinte forma:

$$w(x, y) = \sum_{m=1,2,\dots} \sum_{n=1,2,\dots} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{h} \quad (5-2)$$

onde l é o comprimento e h a altura da placa.

Os resultados são expressos através de diagramas de interação que relacionam as tensões normais e de cisalhamento (FIGURA 5.3). As tensões críticas de flexão e cisalhamento da placa com a abertura, σ_{cro} e τ_{cro} , são expressas como frações das tensões críticas para a placa sem abertura, σ_{cr} e τ_{cr} , respectivamente. Um resultado inesperado dessas análises, evidente na FIGURA 5.3, é que o valor obtido para a tensão de flambagem em placas com grandes aberturas sujeitas à flexão pura excedeu àquele correspondente a uma placa sem abertura.

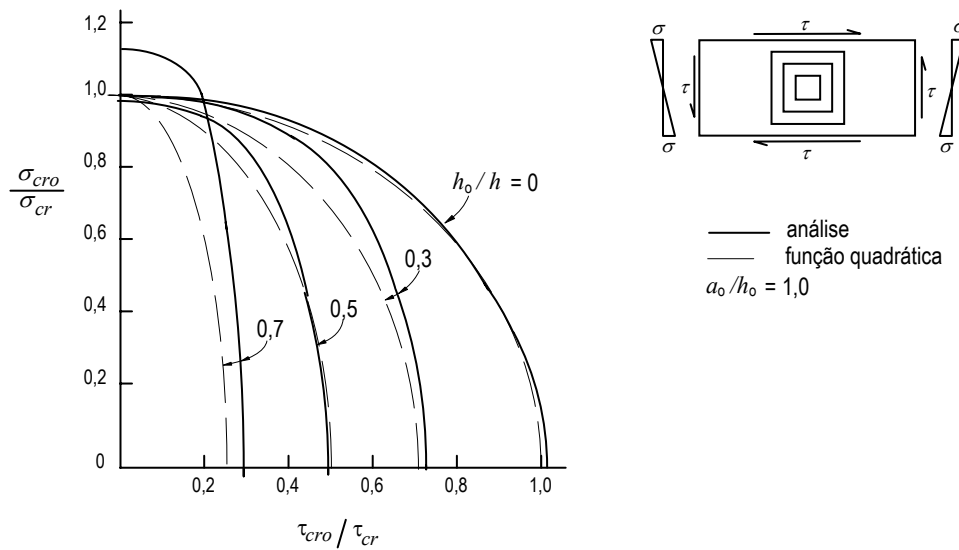


FIGURA 5.3 - Diagramas de interação de flambagem (Redwood & Uenoya, 1979).

A partir do estudo dos resultados obtidos, foram estabelecidas condições tais que para um dado nível de carga, um valor especificado de λ não poderia ser excedido, onde

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (5-3)$$

O nível de carga adotado foi 97 % da carga que produz o colapso por plastificação total da seção. Desta forma, foi possível estabelecer os critérios seguintes para evitar flambagem da alma, devido ao efeito combinado das tensões de cisalhamento e flexão:

- a) A relação largura/espessura da alma, $\frac{h}{t_w}$ não deve exceder $3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

b) Para $\frac{h}{t_w} \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$,

$$a_o / h_o \leq 3,0 ;$$

$V_m \leq 2/3 V_{pl}$ para vigas de aço e vigas mistas em regiões de momentos negativos; e

$V_m \leq 2/3 V_{pl} + V_c$ para vigas mistas em regiões de momentos positivos.

onde:

$V_{pl} = 0,60 f_y h t_w$ (força cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento)

V_c é igual a $V_{pl}(\mu / \nu - 1) \geq 0$ ou $V_{mt}(sh) - V_{pl}$, o que for menor (força cortante absorvida pelo concreto - ver item 4.6.1.1).

Para $2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \leq \frac{h}{t_w} \leq 3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$,

$$a_o / h_o \leq 2,2 ;$$

$V_m \leq 0,45 V_{pl}$ tanto para vigas de aço como para vigas mistas.

Para $3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \leq \frac{h}{t_w} \leq 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$,

$$a_o / h_o \leq 2,2 ;$$

$V_m \leq V_{cr}$ conforme o item 5.1.2.2

c) O parâmetro p_o , função da geometria da abertura, não deve exceder a 5,6 para seções de aço e 6,0 para vigas mistas.

$$p_o = \frac{a_o}{h_o} + \frac{6h_o}{d} \quad (5-4)$$

O limite mais alto para o parâmetro de abertura, p_o , de 6,0 para vigas mistas, contra 5,6 para vigas de aço, foi fixado empiricamente, a partir de resultados de ensaios (Donahey & Darwin 1986, 1988), sem uma análise teórica mais detalhada, e considera a parte da força cortante absorvida pela laje de concreto. Em vigas mistas, o colapso geralmente ocorre com a ruptura da laje de concreto, e tem-se observado nos ensaios que as peças atingem a resistência adequada mesmo quando a flambagem local da alma é observada (Clawson & Darwin, 1980, 1982; Donahey & Darwin, 1986).

Os limites das dimensões da abertura para prevenir flambagem da alma estão resumidos na FIGURA 5.4.

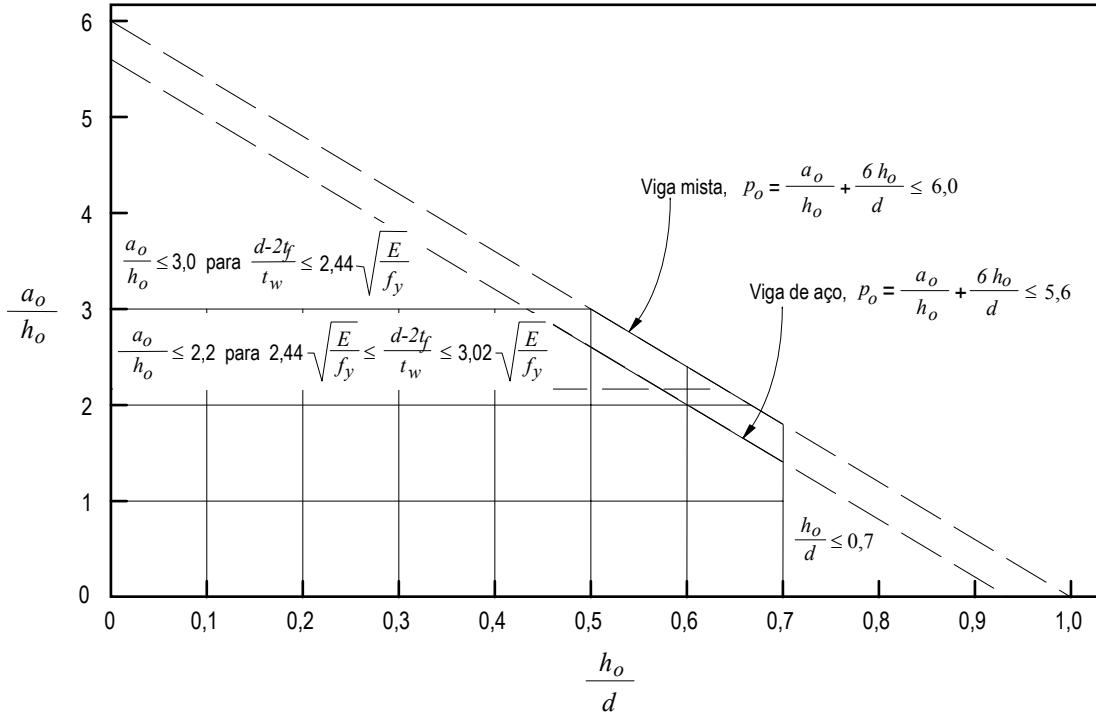


FIGURA 5.4 - Limites para as dimensões da abertura

A limitação para V_m foi imposta para controlar a instabilidade da alma por cisalhamento. Se a força cortante de cálculo exceder este valor, deve-se colocar enrijecedores transversais nas imediações da abertura para garantir a estabilidade da alma, e V_m deve ser calculado por um processo adequado a esta nova situação. Deve-se notar entretanto, que forças cortantes dessa ordem são relativamente raras na prática. Para os perfis laminados americanos, a relação h/t_w da alma é quase sempre menor que 60 e, nesse caso, os limites para V_m não representam restrições severas no dimensionamento. Nas vigas sem abertura, geralmente o problema maior é o momento fletor e não a força cortante e por isso, no Brasil, historicamente tem sido comum a utilização de perfis soldados com almas esbeltas. Quando a esbeltez da alma está na faixa $2,44\sqrt{E/f_y} \leq h/t_w \leq 3,5\sqrt{E/f_y}$ a resistência ao esforço cortante da seção fica bastante limitada, além de não se poder contar com a contribuição da laje de concreto

para a resistência ao cisalhamento, no caso de vigas mistas. Essa é uma situação economicamente desfavorável, que deve ser evitada. Em vigas mistas, portanto, sempre que possível deve-se utilizar perfis cuja alma possua relação $h/t_w \leq 2,44\sqrt{E/f_y}$. Para os perfis com $3,02\sqrt{E/f_y} \leq h/t_w \leq 3,50\sqrt{E/f_y}$, é proposta uma formulação alternativa no item 5.1.2.2.

As prescrições que limitam os valores máximos de V_m podem ser bastante conservadoras, para seções em que a relação h/t_w da alma esteja muito abaixo do limite máximo permitido.

É normal colocar enrijecedores transversais em pontos de apoio de almas com esbeltez maior que $2,44\sqrt{E/f_y}$. Para almas com esbeltez menor que $2,44\sqrt{E/f_y}$, entretanto, dependendo da distância da abertura ao ponto de aplicação da carga ou ao apoio, e do valor da carga, enrijecedores raramente são necessários.

5.1.2.2 Curvas de flambagem

Para uma investigação mais precisa do efeito de uma determinada abertura na estabilidade da alma, pode-se construir uma curva de flambagem para o caso específico e, dessa forma, determinar o valor crítico da força cortante que produz o colapso da alma.

Conforme as análises de Timoshenko e Gere (1961) e Stein e Neff (1947), as tensões críticas de flexão e cisalhamento, σ_{cr} e τ_{cr} , de uma placa sem aberturas sujeita a flexão pura e cisalhamento puro, respectivamente, com razão de aspecto (l/h) igual a 2, são dadas por:

$$\sigma_{cr} = 23,90 \sigma_e \quad (5-5)$$

$$\tau_{cr} = 6,59 \sigma_e \quad (5-6)$$

onde
$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{h} \right)^2 \quad (5-7)$$

E = módulo de elasticidade longitudinal

ν = coeficiente de Poisson

Nas vigas I, a razão de aspecto de um painel de alma entre dois enrijecedores transversais pode assumir valores dentro de uma faixa bastante ampla, e, no caso de um painel sem abertura, a força cortante crítica para a alma sob cisalhamento puro depende essencialmente da razão de aspecto do painel. Entretanto, Uenoya e Redwood (1978) constataram que, para painéis de alma com aberturas, as cargas críticas não são influenciadas por mudanças na razão de aspecto dos painéis, uma vez que para esses casos o modo de flambagem está associado a deformações localizadas nas adjacências das aberturas. Baseados nessa constatação, Redwood e Uenoya (1979) assumiram que, sob cisalhamento puro, a relação entre as tensões de flambagem de um painel de alma com abertura e sem abertura, obtida para $l/h = 2$, é válida também para outras razões de aspecto, apesar de seus estudos terem abrangido um escopo limitado, tratando apenas painéis com razões de aspecto entre 1,5 e 2,5. Para um painel genérico com razão de aspecto l/h , τ_{cr} pode ser escrita como:

$$\tau_{cr} = \left[5,34 + \frac{4}{\left(\frac{l}{h}\right)^2} \right] \sigma_e \leq 6,59 \sigma_e \quad (5-8)$$

Como a flexão não é influenciada pela razão de aspecto do painel, pode-se tomar para σ_{cr} o valor dado pela eq. (5-5). Limitando τ_{cr} ao valor máximo de $6,59\sigma_e$ garante-se que, para painéis curtos com razão de aspecto menor que 2, as tensões críticas associadas com a flambagem localizada governem, ao invés de valores maiores relacionados à flambagem global de todo o painel (Uenoya e Redwood, 1978). Na prática, para vigas metálicas típicas de edifícios com esbelteza de alma na faixa de 80, esses painéis curtos não são relevantes.

Substituindo $l/h = 2,0$ na eq. (5-8) obtém-se um valor diferente de 6,59. Essa diferença ocorre porque o coeficiente entre colchetes na eq. (5-8) é um valor ajustado, enquanto que o coeficiente de flambagem 6,59 usado para painéis com $l/h = 2,0$ na eq. (5-6) é um valor preciso, determinado analiticamente (Stein e Neff, 1947).

Pode-se construir uma curva de flambagem relacionando-se a esbelteza da alma (h/t_w) com a razão entre a força cortante crítica V_{cr} e o cortante de plastificação da alma por cisalhamento V_{pl} (FIGURA 5.5). Para flambagem elástica e fazendo $V_{pl} = h t_w \tau_y$, pode-se escrever:

$$\frac{V_{cr}}{V_{pl}} = \frac{\tau_{cro}}{\tau_y} = 6,59 \sqrt{3} \left(\frac{\tau_{cro}}{\tau_{cr}} \right) \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right) \quad (5-9)$$

onde $\tau_y = \text{limite de escoamento sob cisalhamento} = f_y / \sqrt{3}$

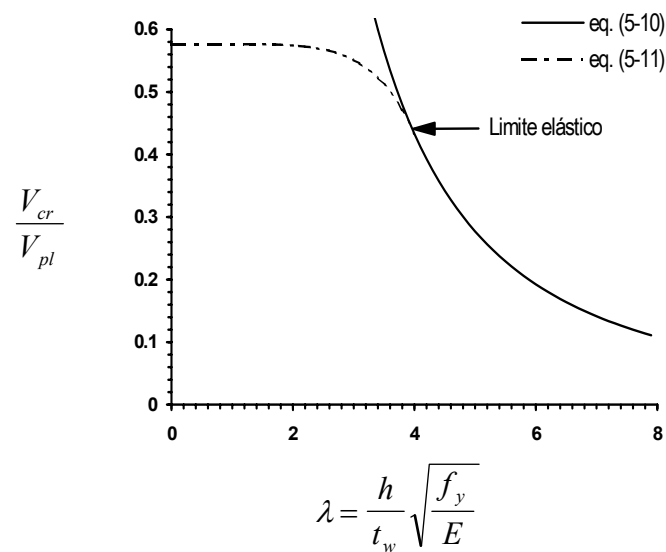


FIGURA 5.5 - Curva de flambagem para uma viga com abertura retangular, ensaiada por Redwood & Uenoya (1979).

Substituindo σ_e pela eq. (5-7), assumindo o coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e escrevendo

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (5-3)$$

transforma-se a eq. (5-9) na forma seguinte:

$$\frac{V_{cr}}{V_{pl}} = \frac{10,316}{\lambda^2} \left(\frac{\tau_{cro}}{\tau_{cr}} \right) \quad (5-10)$$

Para o trecho da curva no qual a flambagem não ocorre em regime elástico Redwood e Uenoya (1979) utilizaram a equação abaixo:

$$V_{cr} = V_{max} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda}{\lambda_y} \right)^6 \right] \quad (5-11)$$

onde λ é o parâmetro de esbeltez da alma, conforme dado pela eq. (5-3), correspondente à força cortante crítica V_{cr} ; e λ_y é o valor de λ no limite do comportamento elástico. De acordo com a eq. (5-11) esse limite ocorre para $V_{cr} = 0,75 V_{max}$. A eq. (5-11) foi ajustada com base em curvas de flambagem obtidas analiticamente para um comportamento totalmente elasto-plástico. Redwood e Uenoya adotaram o valor de λ para o qual $V_{cr} = 0,75 V_{max}$ como sendo o limite entre o regime elástico e o elasto-plástico, a partir de várias comparações entre análises teóricas e resultados de ensaios.

A tensão crítica de cisalhamento para a placa com abertura, τ_{cro} , pode ser obtida a partir de curvas de interação como as mostradas na FIGURA 5.3. Essas curvas podem ser aproximadamente representadas pela equação:

$$\left(\frac{\tau_{cro}}{\tau_{crs}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{cro}}{\sigma_{crb}} \right)^2 = 1,0 \quad (5-12)$$

onde σ_{crb} e τ_{crs} são, respectivamente, as tensões críticas correspondentes à flexão pura e ao cisalhamento puro da placa com abertura.

Para aberturas retangulares:

$$\sigma_{crb} = \left[1,02 - 0,04 \left(\frac{a_o}{h_o} \right) \right] \sigma_{cr} \leq \sigma_{cr} \quad (5-13)$$

$$\tau_{crs} = \left[1,24 - 1,16 \left(\frac{h_o}{h} \right) - 0,17 \left(\frac{a_o}{h_o} \right) \right] \tau_{cr} \leq \tau_{cr} \quad (5-14)$$

Para aberturas circulares:

$$\sigma_{crb} = \sigma_{cr} \quad (5-15)$$

$$\tau_{crs} = \left[1,15 - 1,05 \left(\frac{D_o}{h} \right) \right] \tau_{cr} \leq \tau_{cr} \quad (5-16)$$

Com as equações dadas no capítulo 4 determina-se o momento máximo M_m e o esforço cortante máximo V_m na abertura. Pode-se então calcular σ_{cro} e obter τ_{cro} através da eq. (5-12).

$$\sigma_{cro} = \frac{M_m}{I_o} \times \frac{h}{2} \quad (5-17)$$

$$\tau_{cro} = \tau_{crs} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{cro}}{\sigma_{crb}}\right)^2} \quad (5-18)$$

De posse desses valores, determina-se λ_y através da eq. (5-10) para $V_{cr} = 0,75 V_m$, que fica da seguinte forma:

$$\lambda_y = 3,709 \sqrt{\frac{V_{pl}}{V_m} \left(\frac{\tau_{cro}}{\tau_{cr}}\right)} \quad (5-19)$$

Se $\lambda \leq \lambda_y$ então o V_{cr} deve ser calculado pela eq. (5-11) e caso contrário pela eq. (5-10).

Essa abordagem é considerada bastante conservadora, não somente devido aos resultados numéricos obtidos por Uenoya e Redwood (1978), mas também devido aos resultados de ensaios obtidos por Redwood et. al. (1978). Esses ensaios foram realizados com painéis cuja razão de aspecto média, l/h , era de 2,9, variando desde 2,3 até 6,0 e não foi observado efeito significativo da razão de aspecto.

Nas eqs. (5-13), (5-14) e (5-16) os termos entre colchetes foram limitados à unidade porque a forma linear simples das expressões não reflete a influência de aberturas muito pequenas na estabilidade da placa. Essa limitação visa também ignorar um possível aumento da resistência última, no caso de grandes aberturas, devido à deformação de encruamento, uma vez que esse efeito não é bem definido e sua magnitude provavelmente está associada ao comprimento da alma considerado na análise.

Na análise da flambagem elástica da placa utilizando o processo supracitado pressupõe-se que a tensão de cisalhamento nas bordas da placa é constante ao passo que, devido à presença da abertura na alma, as tensões de cisalhamento entre a mesa e a alma, mesmo numa região em que a força cortante é uniforme, não são constantes ao longo do comprimento da viga (Redwood e Uenoya, 1979). Há que se considerar

também que num perfil I a tensão de cisalhamento sofre uma pequena variação ao longo da altura da alma. Analisando as tensões ao longo do comprimento de uma viga, Redwood e Uenoya (1979) observaram que a diferença na distribuição de tensões na alma, resultante da variação do carregamento nas bordas da placa, foi pequena e a diferença nas cargas críticas também foi pequena.

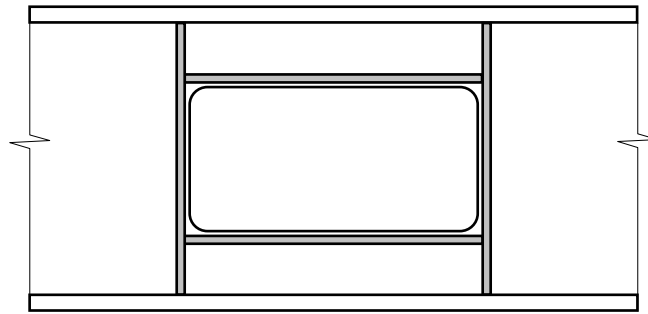
Essa abordagem apresenta uma complexidade maior do que aquela descrita no item 5.1.2.1, e sua utilização no cálculo manual é pouco prática. Em contrapartida, é particularmente interessante porque permite determinar o valor crítico da força cortante para vigas com esbeltez de alma $3,02\sqrt{E/f_y} \leq \lambda \leq 3,5\sqrt{E/f_y}$. O processo proposto no item 5.1.2.1 só pode ser aplicado se $\lambda \leq 3,02\sqrt{E/f_y}$.

De qualquer forma, não é recomendável a utilização de perfis com alma esbelta em vigas com abertura na alma. Se uma viga possui uma abertura numa região em que a força cortante é alta, deve-se sempre que possível utilizar um perfil cuja alma não seja muito esbelta ($\lambda \leq 3,02\sqrt{E/f_y}$), uma vez que sua influência na resistência da peça será bastante significativa.

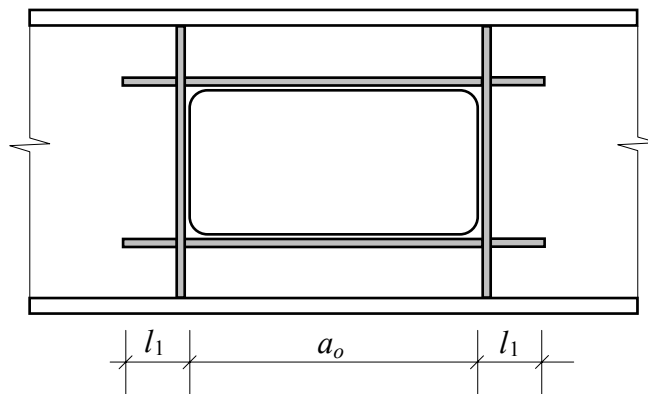
5.1.2.3 Enrijecimento da alma

Podem ocorrer situações em que $V_m > V_d$ e $V_{cr} < V_d$, ou seja, eliminando-se o problema da flambagem local da alma por cisalhamento, a resistência da seção seria suficiente para suportar a força cortante atuante. Isso pode ser conseguido enrijecendo-se a alma de forma a impedir que ela flambe localmente. Devem ser soldados à alma, ao redor da abertura, enrijecedores verticais e horizontais de acordo com as prescrições da NBR8800, conforme os esquemas abaixo:

- se a abertura não for reforçada devem ser soldadas na alma barras horizontais com comprimento igual à distância entre as barras verticais (FIGURA 5.6a);
- caso a abertura seja reforçada, as barras de reforço servem como enrijecedores horizontais (FIGURA 5.6b), e devem ter comprimento igual a $a_o + 2 l_1$ (item 5.2.5).



(a) enrijecimento de alma em abertura sem reforço



(b) enrijecimento de alma em abertura com reforço

FIGURA 5.6 Enrijecedores de alma para evitar flambagem local da alma por cisalhamento.

5.1.3 Flambagem local das chapas de reforço

Para não sofrerem flambagem local, as chapas de reforço também devem atender à condição:

$$\frac{b_r}{t_r} \leq 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5-20)$$

5.1.4 Flambagem do tê na zona comprimida (para vigas de aço apenas)

Para grandes aberturas em regiões de momento alto, deve-se fazer uma verificação para assegurar que não ocorrerá flambagem do tê na zona comprimida da peça, seja acima ou abaixo da abertura (Redwood & Shrivastava 1980).

Para aberturas retangulares não-reforçadas com $M_d/(V_d d) > 20$ no centro da abertura e $\nu > 4$, os tês na zona comprimida da peça devem ser verificados como colunas carregadas axialmente, com um comprimento efetivo igual a a_o , seguindo os procedimentos da NBR 8800/86. O parâmetro $M_d/(V_d d) > 20$ é usado para definir uma região de momento alto. A ocorrência de flambagem num tê reforçado é improvável (Redwood & Shrivastava, 1980).

5.1.5 Flambagem lateral

Os critérios de cálculo para a flambagem lateral estão baseados nas recomendações de Redwood e Shrivastava (1980) e da ASCE *Suggested Design Guides* (Subcommittee 1971, 1973). Aberturas na alma influenciam pouco na estabilidade de seções I. Entretanto, até o presente momento, ainda não foram formuladas expressões de cálculo que forneçam a resistência à flambagem lateral inelástica de uma viga com abertura, e, por segurança, a resistência da barra deve ser governada por um ponto distante da abertura. Para isso, vigas de aço e vigas mistas em regiões de momento negativo, sujeitas à flambagem lateral da mesa comprimida, devem ser dimensionadas de tal forma que a resistência da barra não seja governada pela resistência da seção na abertura, determinada sem considerar a flambagem lateral. Satisfeito esse requisito, o efeito da abertura na flambagem lateral da peça pode ser levado em conta multiplicando-se o momento de inércia à torção, I_T , por

$$\left[1 - \left(\frac{a_o}{L_b} \right) \frac{\Delta A_s}{t_w(d + 2b_f)} \right]^2 \leq 1 \quad (5-21)$$

onde L_b = comprimento do trecho sem contenção lateral

$$\Delta A_s = h_o t_w - 2 A_r$$

Então, com o momento de inércia à torção reduzido, em função da abertura, pode-se fazer a verificação à flambagem lateral com torção, seguindo os procedimentos da NBR 8800/86 para vigas sem abertura. Esse processo pode ser utilizado para vigas com aberturas não-reforçadas ou reforçadas com o reforço colocado em ambos os lados da alma. Em barras com reforço somente de um lado da alma, deve-se considerar $A_r = 0$ para o cálculo de ΔA_s na eq. (5-21). Vigas com reforço em apenas um lado da alma não

devem ser utilizadas em grandes vãos sem contenção lateral. Para vãos menores, o contraventamento lateral próximo da abertura deve ser dimensionado para uma carga adicional igual a 2 % da força atuante na mesa comprimida (Redwood & Shrivastava, 1980).

A eq. (5-21) é uma extensão (Darwin, 1990) das recomendações feitas por Redwood e Shrivastava (1980) e pela ASCE (1973) e podem ser usadas juntamente com as prescrições da NBR 8800 sobre flambagem lateral. Redwood e Shrivastava (1980) recomendam a aplicação da eq. (5-21) somente se o valor daquela expressão for menor que 0,90.

5.2 Posicionamento e dimensões da abertura

5.2.1 Dimensões dos tês e das aberturas

As dimensões da abertura são controladas pelas limitações impostas a p_o e a_o/h_o , dadas em 5.1.2, e pelos seguintes limites adicionais:

- a altura da abertura não deve exceder 70 % da altura total da seção ($h_o \leq 0,7 d$);
- a altura dos tês superior e inferior, não deve ser menor que 15 % da altura total da seção ($s_b \geq 0,15 d$ e $s_t \geq 0,15 d$);
- as relações a_o/s_b e a_o/s_t , também chamadas razão de aspecto do tê respectivo, não devem ser maiores que 12 ($a_o/s_b \leq 12$, $a_o/s_t \leq 12$).

As limitações para as dimensões das aberturas e tês baseiam-se em considerações práticas de projeto. A altura mínima dos tês está baseada na necessidade de transferir o carregamento sobre a abertura para o resto da seção e, também, na ausência de resultados de ensaios para tês mais delgados. O limite de 12 para a relação comprimento/altura dos tês ($\nu = a_o/s$) foi estabelecido devido à falta de resultados de ensaios em barras com razões de aspecto maiores (Darwin, 1990).

5.2.2 Raio mínimo dos cantos das aberturas

Os cantos da abertura devem ter um raio mínimo de duas vezes a espessura da alma, $2t_w$, ou 16 mm, o que for maior. Estas exigências estão baseadas no trabalho de Frost e Leffler (1971), segundo o qual raios que atendem a esses requisitos não afetam desfavoravelmente a resistência à fadiga das barras. Apesar disso, não é recomendável a colocação de aberturas em vigas sujeitas a carregamentos que

produzam oscilações cíclicas significativas de tensões, que podem levar a peça ao colapso por fadiga.

5.2.3 Cargas concentradas

Cargas concentradas não devem ser colocadas sobre uma abertura. O uso de enrijecedores transversais para impedir enrugamento da alma na vizinhança de uma abertura, devido a uma carga concentrada, pode ser evitado desde que:

$$(1) \quad \frac{h}{t_w} \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5-22a)$$

$$\frac{b}{t} \leq 0,31 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5-22b)$$

e a carga esteja aplicada a pelo menos $d/2$ da borda da abertura;

$$(2) \quad \frac{h}{t_w} \leq 3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5-23a)$$

$$\frac{b}{t} \leq 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5-23b)$$

e a carga esteja aplicada a pelo menos d da borda da abertura.

onde b e t representam a largura projetada e a espessura, respectivamente, da mesa ou do reforço. Em qualquer caso a borda de uma abertura não pode distar menos que d do apoio.

A razão de não serem permitidas cargas concentradas sobre a abertura é o fato das expressões de cálculo terem sido desenvolvidas para um valor constante do esforço cortante ao longo da abertura e de não considerarem a flexão e cisalhamento locais, causados por uma carga aplicada no t^o superior. Uma carga uniformemente distribuída (coberturas usuais ou cargas de pavimento) não constitui uma situação muito díspar do comportamento previsto pelas equações. Caso seja necessário colocar uma força concentrada diretamente sobre a abertura, deve-se fazer uma análise adicional para avaliar a resposta do t^o superior e determinar seu efeito na resistência da barra na região da abertura. As limitações impostas à localização de cargas concentradas próximas à abertura, que visam prevenir o enrugamento da alma, são baseadas em critérios elaborados por Redwood e Shrivastava (1980). O requisito das aberturas serem

posicionadas a uma distância não menor que d do apoio visa limitar as tensões de cisalhamento que são transferidas pela alma entre a abertura e o apoio.

5.2.4 Aberturas circulares

Pode-se dimensionar aberturas circulares usando as expressões deduzidas para as aberturas retangulares, fazendo as seguintes substituições para a_o e h_o :

- para aberturas não-reforçadas:

$$h_o = D_o \text{ para o cálculo da resistência ao momento fletor} \quad (5-24a)$$

$$h_o = 0,9 D_o \text{ para o cálculo da resistência à força cortante} \quad (5-24b)$$

$$a_o = 0,45 D_o \quad (5-24c)$$

onde D_o é o diâmetro da abertura circular.

- para aberturas reforçadas:

$$h_o = D_o \text{ para o momento fletor e força cortante} \quad (5-25a)$$

$$a_o = 0,45 D_o \quad (5-25b)$$

Os critérios para converter aberturas circulares em aberturas retangulares equivalentes, que permitem o uso das expressões de cálculo para aberturas retangulares, foram adotados de Redwood & Shrivastava (1980), os quais estão baseados num estudo realizado por Redwood (1969) sobre a localização de rótulas plásticas em relação à linha central da abertura em vigas de aço. Em vigas com aberturas reforçadas, o uso de $h_o = D_o$ está ligado ao fato de o reforço ser colocado adjacente à abertura. Se a altura da abertura retangular equivalente fosse considerada menor que o diâmetro da circular original, o valor de V_m obtido estaria contra a segurança.

5.2.5 Reforço das aberturas

O reforço deve consistir de barras paralelas às bordas da abertura, soldadas continuamente. Deve ser colocado tão perto da abertura quanto possível, deixando espaço suficiente para a execução da solda. Deve-se utilizar solda contínua e em ambos os lados da barra para ligar o reforço à alma. A resistência de cálculo da solda no

comprimento da abertura deve ser adequada para resistir ao dobro da força de cálculo que pode atuar no reforço (Darwin 1990), isto é,

$$R_{wri} = \phi 2P_r \quad (5-26)$$

onde:

R_{wri} = resistência requerida da solda no comprimento da abertura

ϕ = coeficiente de resistência = 0,90

$$P_r = f_y A_r \leq \frac{f_y t_w a_o}{2\sqrt{3}}$$

A_r = área da seção transversal do reforço acima ou abaixo da abertura

O reforço deve se estender além da abertura até uma distância l_l igual a $a_o/4$ ou $A_r\sqrt{3}/(2t_w)$, a que for maior, de cada um dos lados da abertura (FIGURA 4.4). Em cada extensão, a resistência de cálculo da solda é

$$R_{wre} = \phi f_y A_r \quad (5-27)$$

Se forem usadas barras de reforço em apenas um dos lados da alma, a seção deverá atender aos seguintes requisitos adicionais (Lupien e Redwood 1978):

$$A_r \leq \frac{A_f}{3} \quad (5-28)$$

$$\frac{a_o}{h_o} \leq 2,5 \quad (5-29)$$

$$\frac{s_t}{t_w} \text{ or } \frac{s_b}{t_w} \leq 0,81 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5-30)$$

$$\frac{M_d}{V_d d} \leq 20 \quad (5-31)$$

onde A_f é a área da mesa e M_d e V_d são o momento fletor e a força cortante de cálculo na linha central da abertura, respectivamente.

Os requisitos para o dimensionamento do reforço foram elaborados para assegurar a resistência adequada nas extremidades da abertura e para que o reforço esteja devidamente solidarizado à alma. A eq. (5-26) requer que a solda tenha uma resistência $R_{wri} = 2\phi P_r$ no comprimento da abertura. O fator 2 é usado porque os momentos fletores secundários que atuam num tê, na região da abertura, produzem

tensões de tração numa extremidade do tê e de compressão na outra. Para aberturas reforçadas, as barras de reforço resistem a uma parte dessas tensões normais. Dessa forma, o reforço fica tracionado numa extremidade da abertura e comprimido na outra (FIGURAS. 4.9 e 4.11). Considerando que a carga última que a barra de reforço é capaz de resistir é dada por ϕP_r , ao se isolar a barra do resto da viga tem-se a situação ilustrada na FIGURA 5.7.

Para a barra em equilíbrio, a reação na solda é igual ao somatório das forças atuantes na barra, $2\phi P_r$.

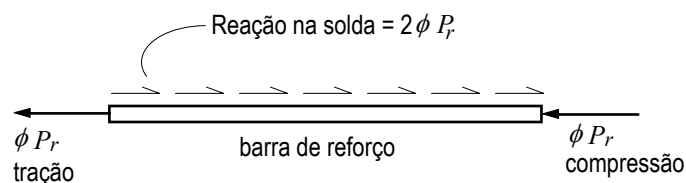


FIGURA 5.7 - Resistência da solda na barra de reforço

As expressões para M_m , eqs. (4-11) a (4-16), se baseiam na hipótese de que as barras de reforço atingem o escoamento generalizado. Para que isso ocorra, as barras devem ser ancoradas numa extensão de comprimento $l_l \geq A_r \sqrt{3} / (2t_w)$. Esse limite está baseado na resistência ao cisalhamento da alma.

O coeficiente de resistência $\phi = 0,90$ é aplicado aos termos $2P_r$ e $A_r f_y$, nas eqs. (5-26) e (5-27), para compatibilizar a força na solda com a força última de cálculo que pode atuar na barra do reforço, igual a ϕP_r .

Os critérios para colocação do reforço em apenas um dos lados da alma são baseados em estudos de Lupien e Redwood (1978), e foram estabelecidos para limitar reduções na resistência, causadas por deslocamentos fora do plano da alma, devido ao carregamento excêntrico no reforço. Os limites impostos à área do reforço, A_r , e à relação a_o/h_o representam os valores extremos utilizados nos ensaios. As limitações para a esbelteza do tê, s/t_w , na eq. (5-30) são primariamente empíricas. O limite para $M_d/(V_d d)$, na eq. (5-31), restringe o uso de reforço assimétrico a regiões sujeitas a um esforço cortante significativo. Para regiões sujeitas a flexão pura ou a cortante muito pequeno, os deslocamentos fora do plano da alma podem ser graves. Sob esforço

cortante, o modo de deformação lateral causado pelo reforço assimétrico se modifica, permitindo que uma maior capacidade resistente seja desenvolvida. Conselhos adicionais sobre o uso de reforço assimétrico em regiões sujeitas à flexão pura ou a pequena força cortante podem ser encontrados no trabalho de Lupien e Redwood (1978).

5.2.6 Espaçamento entre aberturas

As expressões de cálculo fornecidas foram desenvolvidas para aberturas individuais. Para utilizá-las numa situação em que existam múltiplas aberturas, o espaço livre entre duas aberturas adjacentes deve satisfazer às eqs. (5-32) e (5-33), tanto para vigas de aço como para vigas mistas. Para as vigas mistas, especificamente, o espaçamento entre aberturas adjacentes deve satisfazer à eq. (5-34). Em barras que não atendam a esses critérios, a interação entre aberturas deve ser devidamente considerada.

Para aberturas retangulares:

$$S \geq h_o \quad (5-32a)$$

$$S \geq a_o \left[\frac{\frac{V_d}{\phi V_{pl}}}{\left(1 - \frac{V_d}{\phi V_{pl}}\right)} \right] \quad (5-32b)$$

Para aberturas circulares:

$$S \geq 1.5 D_o \quad (5-33a)$$

$$S \geq D_o \left[\frac{\frac{V_d}{\phi V_{pl}}}{\left(1 - \frac{V_d}{\phi V_{pl}}\right)} \right] \quad (5-33b)$$

onde S é o espaço livre entre aberturas e D_o é o diâmetro das aberturas.

Além disso, em vigas mistas, deve-se ter:

$$S \geq a_o \quad (5-34a)$$

$$S \geq 2,0d \quad (5-34b)$$

As eqs. (5-32) e (5-33) foram estabelecidas para assegurar que as aberturas sejam espaçadas o suficiente, de modo que expressões de cálculo deduzidas para aberturas individuais possam ser utilizadas. Especificamente, os critérios que limitam a distância entre aberturas visam evitar a formação de um mecanismo plástico, envolvendo a interação entre aberturas, e que os trechos de alma entre aberturas sofram instabilidade ou escoamento por cisalhamento (Redwood & Shrivastava, 1980). Redwood (1973, 1983) fornece diretrizes para o cálculo de aberturas que não atendem aos requisitos das eqs. (5-32) e (5-33).

As limitações adicionais para vigas mistas nas eqs. (5-34a) e (5-34b) estão baseadas em observações feitas por Donahey e Darwin (1986, 1988) quanto à desconexão entre a laje e o perfil metálico, em vigas mistas com uma única abertura. As expressões foram estabelecidas para limitar o problema potencial da desconexão da laje entre aberturas adjacentes, embora vigas mistas com múltiplas aberturas não tenham sido testadas.

5.2.7 Fadiga

Segundo a NBR 8800/86, quando for previsto que um carregamento será aplicado menos de 20.000 vezes durante a vida útil da estrutura (geralmente 50 anos), não é necessário fazer verificação à fadiga, entretanto, a estrutura deverá ser projetada, detalhada e fabricada de forma a minimizar concentrações de tensões e mudanças abruptas de seção transversal, além de atender a outras restrições. Evidentemente, aberturas na alma não são recomendadas para vigas que estarão sujeitas a solicitações repetitivas com flutuação significativa de tensões ao longo de sua vida útil. Isso se deve a uma série de considerações e à inexistência de dados experimentais sobre o assunto. Todavia, a maioria das vigas usuais de edifícios não está sujeita a um número tão grande de ciclos de carregamento com amplitude tal que requeira cálculo à fadiga.

Uma abertura na alma de uma viga de aço pode criar severas concentrações de tensões, principalmente próximo dos cantos de uma abertura (Clawson & Darwin, 1980). A magnitude das tensões depende de uma série de fatores, incluindo: (1) a geometria e localização da abertura; (2) a qualidade da peça, resultante do processo de fabricação; (3) o raio do canto da abertura; (4) o tipo de carregamento (Frost e Leffler 1971). O reforço da abertura com barras soldadas à alma pode também produzir um

aumento das tensões localizadas. Concentrações de tensão localizadas, numa peça sujeita a carregamento cíclico, podem levar ao aparecimento de fissuras e por fim ao colapso.

O projeto seguro de aberturas na alma para carregamentos cíclicos, que possam ocasionar propensão à fadiga, deve incluir a determinação das tensões na vizinhança da abertura, controle de qualidade rigoroso das peças utilizadas, para reduzir as concentrações de tensão devido a cortes com maçarico e soldagem, e o detalhamento apropriado da geometria dos cantos da abertura e das soldas (ASCE 1992).

5.3 Orientações para o projeto de vigas mistas

A resistência e o desempenho de uma viga mista com aberturas na alma podem ser melhorados através de alguns artifícios construtivos. As orientações dadas aqui se baseiam em recomendações de normas e observação de resultados de ensaios recentes.

5.3.1 Disposição dos conectores de cisalhamento

Os ensaios realizados por Redwood e Poumbouras (1983) e por Donahey e Darwin (1986) indicam que a resistência numa abertura é altamente dependente da capacidade dos conectores de cisalhamento situados sobre a abertura e entre a abertura e o apoio. Assim, pode-se melhorar a resistência da seção na abertura aumentando o número de conectores de cisalhamento e, nas lajes nervuradas, usando o comprimento máximo possível para os conectores. Os procedimentos de cálculo refletem isso.

Em geral, os ensaios indicam que a laje resiste a uma parcela significativa do cisalhamento na região da abertura. Quando a abertura está situada numa região em que a força cortante é alta e a relação M/V é baixa, a deformação diferencial da viga metálica na abertura é grande e a laje, muito rígida, tende a não acompanhar a deformação da viga podendo ocorrer o desligamento entre o concreto e o perfil de aço. Esse fenômeno é mais intenso nas lajes nervuradas e pode ser controlado aumentando-se a densidade de conectores adjacentes à extremidade de maior momento da abertura. Donahey e Darwin (1986), recomendam a utilização de pelo menos dois conectores a cada 30 cm numa distância igual à altura do perfil metálico, d , ou ao comprimento da abertura, a_o , o que for maior, partindo da extremidade de maior momento, na direção em que o momento cresce.

5.3.2 Armadura de reforço sobre a abertura

A deformação diferencial que ocorre na viga de aço, devido à abertura na alma, produz esforços na laje que tendem a fissurá-la tanto na direção longitudinal como na transversal. Assim, na região da abertura, as lajes maciças se comportam melhor que as nervuradas, no que diz respeito à fissuração, devido à presença da armadura distribuída. Em lajes nervuradas com forma de aço incorporada, após a formação da primeira fissura, ao invés de se formarem muitas fissuras de pequena abertura formam-se umas poucas com grande abertura, devido à ausência da armadura convencional distribuída nas duas direções. Nesses casos, portanto, recomenda-se colocar uma armadura de reforço sobre a abertura, constituída de barras longitudinais e transversais. Donahey & Darwin (1986) recomendam a utilização de taxas de armadura, longitudinal e transversal, da ordem de 0,25% da área bruta da laje, na vizinhança da abertura, numa distância de pelo menos a_o . Esse reforço na armadura não previne o aparecimento das fissuras mas limita sua largura e também melhora sua distribuição, ou seja, formam-se mais fissuras com pequena abertura numa região maior em torno da abertura, ao invés de fissuras grandes que podem comprometer o desempenho da laje.

5.3.3 Armadura de reforço transversal

As normas brasileira, canadense e inglesa, para projeto de edifícios em estrutura de aço, recomendam a colocação de armaduras adicionais, transversais à viga, para controlar a fissuração da laje, causada por cisalhamento, na região adjacente ao perfil metálico. A NBR 8800/86 prescreve que a área da seção dessa armadura não pode ser inferior a 0,5% da área da seção de concreto, segundo um corte paralelo à viga. Não obstante, estudos recentes têm demonstrado que esse valor para a taxa de armadura é muito conservador. A norma canadense, CAN-S16.1-M89 (CSA, 1989), recomenda que a área mínima da armadura transversal de reforço deve ser:

- para lajes maciças, 0,2% da área da seção de concreto;
- para lajes com nervuras longitudinais, 0,2% da área da seção de concreto;
- para lajes com nervuras transversais, 0,1% da área da seção de concreto.

Em vigas mistas com nervuras longitudinais, podem se formar grandes fissuras de cisalhamento entre a nervura e a mesa da laje adjacente (ver FIGURA 5.8). Este tipo de ruptura foi observado por Donahey & Darwin (1986) e também em ensaios com vigas mistas sem aberturas na alma (Bjorhovde 1980, Buckner 1981, Kullman 1985). Nesses casos, o comportamento pós-fissura pode ser melhorado se a armadura transversal de reforço traspassar o plano de fissuração. Para isso, a armadura de reforço deve ser adequadamente dobrada de modo a descer dentro da nervura sobre a viga, fazendo uma interseção com o plano de fissuração a 90 graus (FIGURA 5.8), limitando assim o deslizamento ao longo desse plano.

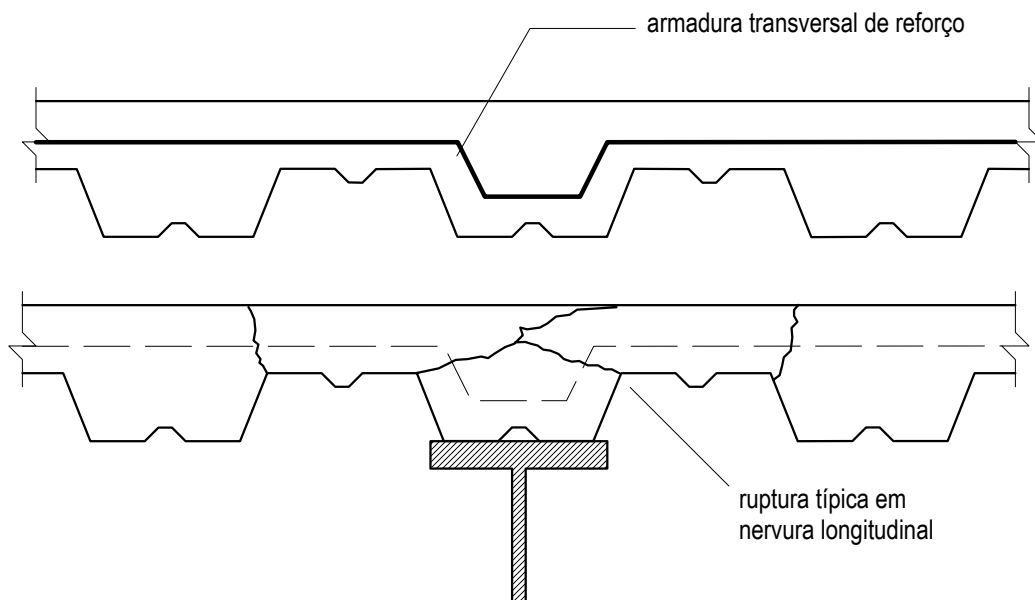


FIGURA 5.8 - Ruptura típica em viga mista com nervuras longitudinais.

6. CÁLCULO DA DEFORMAÇÃO ELÁSTICA

6.1 Generalidades

Uma abertura na alma pode ter efeito significativo nas deformações de uma viga. Na maioria dos casos, entretanto, a influência de uma única abertura na alma é pequena.

A deformação adicional causada por uma abertura na alma depende de seu tamanho, forma e posição ao longo do comprimento da viga. As aberturas circulares têm menos efeito na deformação do que as retangulares, e isto se deve ao fato de permitirem uma melhor distribuição das tensões na seção. A maior deformação provocada por uma abertura ocorrerá quando esta estiver localizada numa região onde a força cortante é grande. Quanto maior a abertura, e quanto mais próxima de um apoio, maior será o aumento na deformação. Aberturas retangulares com uma altura h_o da ordem de 50 % da altura total da viga d , e aberturas circulares com diâmetro D_o da ordem de 60 % de d produzem acréscimo bem pequeno na deformação (Redwood 1983, Donahey 1987). Aberturas múltiplas podem produzir um aumento na deformação bastante pronunciado.

A redução do momento de inércia da seção das vigas devido a aberturas na alma resulta no aumento da deformação máxima das peças. As aberturas produzem também uma diminuição localizada da rigidez ao cisalhamento, influenciando a deformação ao

longo do comprimento da abertura. O primeiro efeito é maior quando a abertura está localizada em regiões de momento alto. O segundo efeito é maior quando a abertura está localizada numa região de esforço cortante alto.

Como regra geral, o aumento na deformação causado por uma única abertura retangular de grandes dimensões é da mesma ordem de magnitude da deformação causada pelo esforço cortante na mesma viga sem abertura. Quanto menor a relação entre o comprimento do vão da viga e a altura do perfil, maior a deformação causada pela abertura em relação àquela produzida pela flexão.

6.2 Abordagens de cálculo

As aberturas na alma causam um aumento na deformação da viga porque diminuem o momento de inércia da seção, eliminam a compatibilidade entre as deformações no material, entre os tês superior e inferior, e reduzem a quantidade de material na seção, que estaria disponível para transferir o esforço cortante (Donahey e Darwin 1986, Donahey 1987). A redução do momento de inércia na seção bruta aumenta a curvatura nas aberturas, enquanto a redução na quantidade de material, que transferiria os esforços de cisalhamento, aumenta a deformação diferencial, ou de Vierendeel, ao longo da abertura. A deformação de Vierendeel é usualmente de maior interesse que o aumento localizado da curvatura.

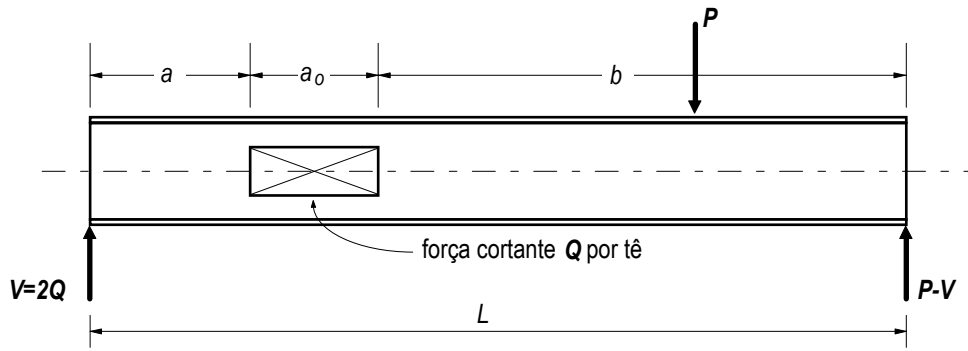
Alguns procedimentos têm sido desenvolvidos para calcular as deformações de vigas fletidas com aberturas na alma. Existem três procedimentos especificamente voltados para vigas de aço (McCormick 1972a, ASCE 1973, Dougherty 1980). Esses procedimentos calculam as deformações devido à abertura na alma, que são posteriormente somadas à deformação da viga sem abertura. Dos três, o processo proposto por Dougherty (1980) é o mais genérico e o que encerra o menor número de simplificações, o qual está descrito no item 6.3. Um quarto procedimento, que cobre também o caso de vigas mistas (Donahey & Darwin 1986, Donahey 1987), calcula a deformação total de barras com abertura na alma, através de análise matricial, e é descrito no item 6.4. Ambos os processos exigem cálculos extensos e sua utilização se torna interessante com o auxílio do computador.

6.3 Procedimento analítico aproximado

Dougherty (1980) desenvolveu um procedimento através do qual pode-se obter os deslocamentos devido ao efeito de Vierendeel para aberturas isoladas ou para duas aberturas posicionadas simetricamente, concêntricas ou excêntricas, em vigas de aço. O processo permite avaliar as deformações devido à flexão e ao cisalhamento secundários, nas seções dos tês acima e abaixo da abertura, considerando a compatibilidade de rotações nas extremidades da abertura, porém não leva em conta o aumento da curvatura sob flexão primária devido ao momento de inércia reduzido na região da abertura. Dougherty constatou que para cargas bem menores que a carga máxima de trabalho os tês acima e abaixo da abertura se deformam inelasticamente; este fenômeno se deve ao escoamento causado pelas concentrações de tensões nos cantos das aberturas. O procedimento foi adaptado para levar em conta essas deformações elasto-plásticas. Verificou-se que os deslocamentos teóricos obtidos são bem próximos de resultados experimentais tanto para aberturas excêntricas como concêntricas.

6.3.1 Aberturas concêntricas

A FIGURA 6.1(a) mostra uma viga contendo uma abertura isolada, submetida a um carregamento tal que a seção com abertura está sujeita a momento fletor e força cortante. Os momentos e deformações na viga são mostrados nas FIGURAS 6.1(b)-6.1(f). A deformação total da viga é uma combinação das deformações primárias da FIGURA 6.1(c), calculada como para uma viga sem abertura, com as deformações de Vierendeel da FIGURA 6.1(f).



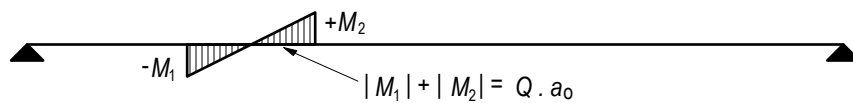
(a) Dimensões e carregamento da viga



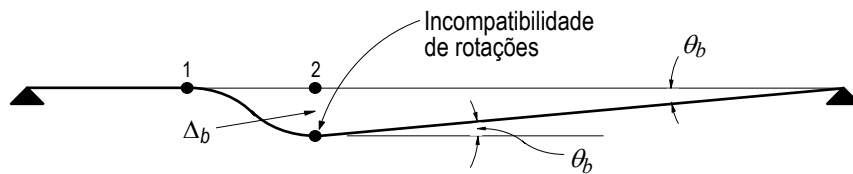
(b) Momento fletor primário



(c) Deformações primárias



(d) Momento de Vierendeel em cada tê



(e) Deformações de Vierendeel (sem compatibilidade de rotações)



(f) Deformações de Vierendeel (com compatibilidade de rotações)

FIGURA 6.1 - Carregamento e deformação numa viga com abertura (Dougherty, 1980).

6.3.1.1 Deformações de Vierendeel devido à flexão

As deformações de Vierendeel ocorrem devido à ação da força cortante Q em cada tê. Para a dedução das equações de deslocamentos, os trechos da viga acima e abaixo da abertura foram considerados como duas barras de seção tê, com comprimento a_o , ligadas rigidamente à viga de seção I em cada extremidade da abertura. Este modelo pareceu razoável em comparação com o modo de deformação observado em ensaios.

Os trechos da viga I de cada lado da abertura constituem um sistema de apoios flexíveis e se somente forem considerados os deslocamentos verticais relativos desses apoios, então a deformação dos tês ocorre como mostrado na FIGURA 6.1(e). A deformação vertical Δ_b , ignorando as deformações por cisalhamento, é expressa por

$$\Delta_b = \frac{Q a_o^3}{12 EI_T} \quad (6-1)$$

onde EI_T é a rigidez à flexão de cada seção tê.

O modo de deformação mostrado na FIGURA 6.1(e) e representado pela eq. (6-1) dá origem a uma incompatibilidade de rotações θ_b entre as seções I e T. Para representar a deformada da FIGURA 6.1(f) com compatibilidade de rotações é necessário que os movimentos relativos das extremidades dos tês tenham uma componente rotacional e outra vertical. Relacionando Δ , θ_1 , θ_2 e os momentos de engastamento nas extremidades dos tês, obtém-se que

$$\Delta = \frac{Q a_o^3}{12 EI_T} + \frac{a_o}{2} (\theta_1 - \theta_2) \quad (6-2)$$

com
$$\theta_1 = \frac{V a_o^2 [2 I_T (2b + a_o) + I_o (2b - a_o)]}{48 E I_o I_T L} \quad (6-3)$$

$$\theta_2 = \frac{V a_o^2 [2 I_T (2a + a_o) + I_o (2a + 3a_o)]}{48 E I_o I_T L} \quad (6-4)$$

onde I_T é o momento de inércia do tê e I_o é o momento de inércia da seção da viga com abertura.

6.3.1.2 Deformações de Vierendeel devido ao cisalhamento

No item 6.3.1.1 apenas as deformações devido à flexão foram consideradas. Contudo, no comprimento da abertura a deformação por cisalhamento devido à flexão secundária é bastante significativa, e seu efeito no deslocamento vertical relativo entre as extremidade do tê de comprimento a_o deve ser avaliado.

O deslocamento relativo Δ_s do tê mostrado na FIGURA 6.2 é

$$\Delta_s = \frac{k Q a_o}{G A_T} \quad (6-5)$$

onde k é o coeficiente de deformação por cisalhamento (ver item 6.3.4), G é o módulo de elasticidade transversal, e A_T é a área da seção do tê.

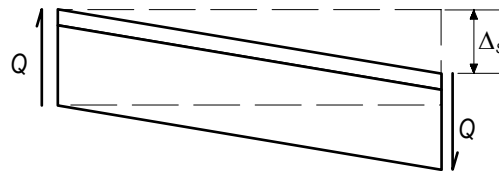


FIGURA 6.2 - Deformação do tê por cisalhamento.

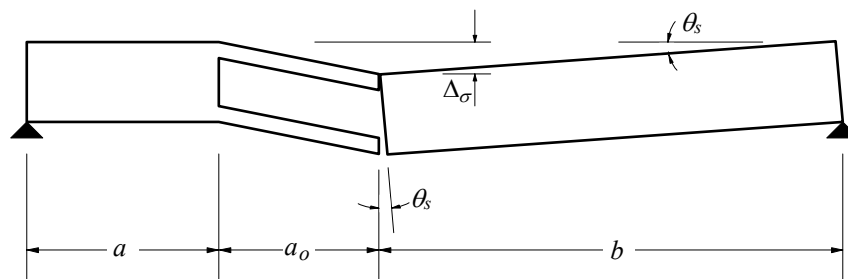


FIGURA 6.3 - Incompatibilidade de rotações devido às deformações por cisalhamento.

A deformação por cisalhamento ao longo de uma abertura isolada dá origem à incompatibilidade de rotações θ_s (FIGURA 6.3). Para forçar a compatibilidade de rotações foi imposta uma flexão adicional da seção com abertura (FIGURA 6.4).

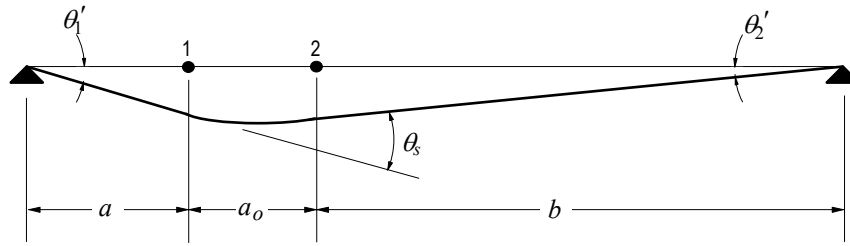


FIGURA 6.4 - Flexão adicional da seção perfurada devido às deformações por cisalhamento.

O deslocamento vertical relativo devido às rotações θ_1' e θ_2' é obtido de maneira análoga àquela utilizada no item 6.3.1.1. Como resultado, o deslocamento relativo total devido ao cisalhamento pode ser expresso por

$$\Delta = \Delta_s + \frac{a_o}{2}(\theta_1' - \theta_2') \quad (6-6)$$

com
$$\theta_1' = \frac{\Delta_s(4b + a_o)}{b(2a + 2b + 1 + a_o)} \quad (6-7)$$

$$\theta_2' = \frac{\Delta_s}{b} - \theta_1' \quad (6-8)$$

6.3.1.3 Deformação de Vierendeel total

Somando os efeitos das deformações de flexão e cisalhamento obtém-se o deslocamento vertical relativo total, Δ_{vt} , ao longo da abertura, expresso por

$$\Delta_{vt} = \Delta_b + \Delta_s + \frac{a_o}{2}(\Theta_1 - \Theta_2) \quad (6-9)$$

onde Δ_b e Δ_s são dados pelas eqs. (6-1) e (6-2), respectivamente e

$$\Theta_1 = \theta_1 + \theta_1' \quad (6-10)$$

$$\Theta_2 = \theta_2 + \theta_2' \quad (6-11)$$

6.3.2 Aberturas excêntricas

Para o cálculo da deformação de vigas com abertura excêntrica pode-se utilizar as eqs. (6-1)-(6-11) substituindo Q por Q_t onde

$$Q_t = \frac{V \left(\frac{a_o^3}{12EI_T} + \frac{k_b a_o}{G A_T} \right)}{\frac{a_o^3}{12E} \left(\frac{1}{I_t} + \frac{1}{I_b} \right) + \frac{a_o}{G} \left(\frac{k_t}{A_t} + \frac{k_b}{A_b} \right)} \quad (6-12)$$

e substituindo, também, I_T por I_{ec} no cálculo de θ_1 e θ_2 , onde

$$I_{ec} = \frac{V I_t}{2 Q_t} \quad (6-13)$$

Os subscritos “ b ” e “ t ” referem-se aos tês inferior e superior, respectivamente. Nas eqs. (6-12) e (6-13) Q_t é a parcela da força cortante resistida pelo tê superior de uma abertura excêntrica, admitindo-se que os deslocamentos verticais dos tês são iguais (Dougherty, 1980).

6.3.3 Vigas simétricas

Uma viga simétrica, neste contexto, é aquela na qual as aberturas e o carregamento estão posicionados simetricamente em relação ao centro da viga (FIGURA 6.5). Neste caso, as extremidades dos tês sofrem deslocamento vertical sem o problema da incompatibilidade de rotações. As deformações de Vierendeel resultantes são mostradas na FIGURA 6.5(b). Assim, para aberturas concêntricas

$$\Delta_{vt} = \frac{Q a_o^3}{12EI_T} + \frac{k Q a_o}{G A_T} \quad (6-14)$$

e para aberturas excêntricas

$$\Delta_{vt} = \frac{Q_t a_o^3}{12EI_t} + \frac{k_t Q_t a_o}{G A_t} \quad (6-15a)$$

$$\Delta_{vb} = \frac{Q_b a_o^3}{12EI_b} + \frac{k_b Q_b a_o}{G A_b} \quad (6-15b)$$

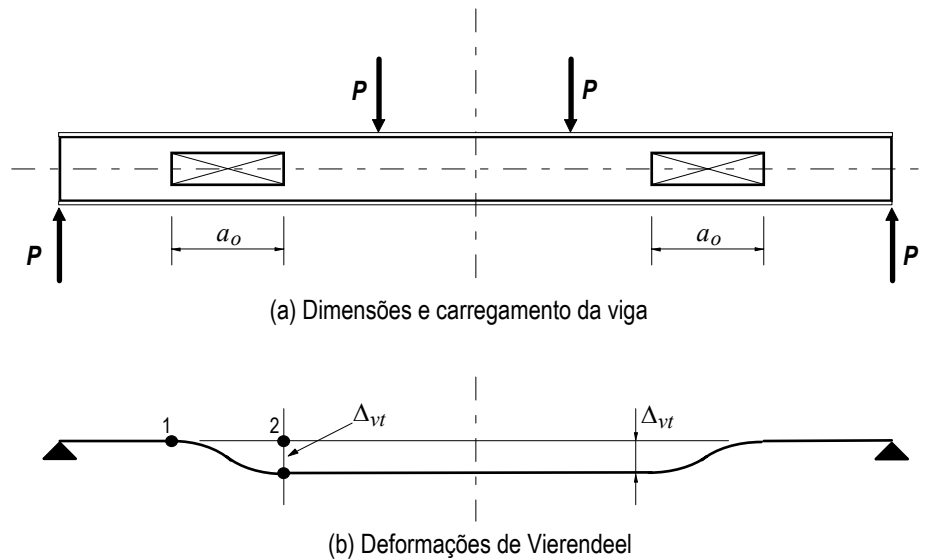


FIGURA 6.5 - Viga simétrica

6.3.4 Coeficiente de deformação por cisalhamento

Para determinar a parcela da força cortante que cada tês resiste, admitindo que os tês sofrem deformações iguais, as deformações causadas pela flexão e pelo cisalhamento devem ser consideradas (Knostrman *et al.*, 1977). Quando é utilizada uma formulação baseada na energia de deformação, um coeficiente de deformação por cisalhamento, k , pode ser usado para simplificar a equação da deformação. Esse coeficiente depende exclusivamente da seção transversal da viga.

Assumindo que as tensões e deformações oriundas do cisalhamento são linearmente proporcionais, a energia de deformação por cisalhamento, U_s , num volume V pode ser escrita em função da tensão cisalhante, τ_{xy} , como

$$U_s = \int_V \frac{\tau_{xy}^2}{2G} dV \quad (6-16)$$

Assumindo que a distribuição de tensões cisalhantes dada pela resistência dos materiais, $\tau_{xy} = V.Q/I/t$, é precisa o suficiente para a aplicação em questão, a energia total de deformação por cisalhamento [eq. (6-16)] fica

$$U_s = \int_0^L \frac{V^2}{2AG} \left[\frac{A}{I^2} \int_A \frac{M_z^2}{t^2} dA \right] dx \quad (6-17)$$

onde t é a espessura e I o momento de inércia. O termo M_z representa o momento estático de área da seção transversal no ponto onde a tensão de cisalhamento está sendo determinada. O termo entre colchetes na eq. (6-17), um adimensional que depende da área da seção, é uma constante para seções de viga prismáticas. Esta constante é referida como coeficiente de deformação por cisalhamento, k , e permite escrever a eq. (6-17) para a energia de deformação por cisalhamento de forma mais simples como

$$U_s = \int_0^L \frac{k V^2}{2AG} dx \quad (6-18)$$

onde

$$k = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{M_z^2}{t^2} dA \quad (6-19)$$

Aplicando o Teorema de Castigliano sobre a energia de deformação, U_s , obtém-se a equação da deformação por cisalhamento num comprimento L sob esforço cortante uniforme,

$$y_s = \frac{k V L}{A G} \quad (6-20)$$

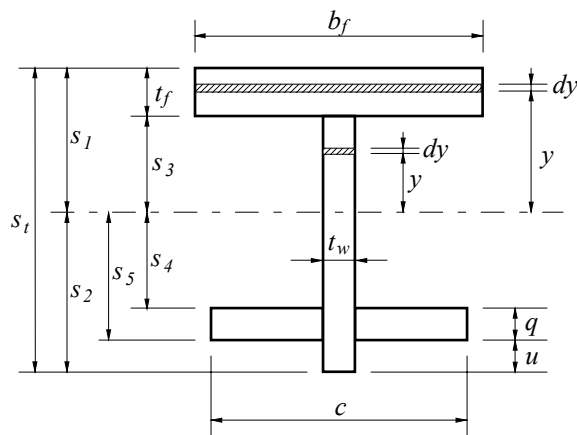


FIGURA 6.6 - Seção tê reforçada

Para avaliar a eq. (6-19) para uma seção tê reforçada a integração da seção transversal pode ser feita em quatro partes separadas: na mesa, no trecho da alma entre a mesa e o reforço, na barra de reforço incluindo a alma naquele nível, e na parte da alma

além do reforço. Ao integrar usando a notação mostrada na FIGURA 6.6, as seguintes equações são obtidas, para uma seção tê reforçada:

$$k = \frac{A}{I^2}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) \quad (6-21)$$

$$\text{onde } k_1 = \frac{b_f}{4} \left[s_1^4 (s_1 - s_3) - \frac{2}{3} s_1^2 (s_1^3 - s_3^3) + \frac{1}{5} (s_1^5 - s_3^5) \right] \quad (6-22a)$$

$$k_2 = \frac{t_w}{4} \left[s_3^4 (s_3 + s_4) - \frac{2}{3} s_3^2 (s_3^3 + s_4^3) + \frac{1}{5} (s_3^5 + s_4^5) \right] + \\ + A_f \bar{y}_f \left[s_3^2 (s_3 + s_4) - \frac{1}{3} (s_3^3 + s_4^3) \right] + (A_f \bar{y}_f)^2 \frac{s_3 + s_4}{t_w} \quad (6-22b)$$

$$k_3 = \frac{c}{4} \left[s_5^4 (s_5 - s_4) - \frac{2}{3} s_5^2 (s_5^3 - s_4^3) + \frac{1}{5} (s_5^5 - s_4^5) \right] + \\ + A_3 \bar{y}_3 \left[s_5^2 (s_5 - s_4) - \frac{1}{3} (s_5^3 - s_4^3) \right] + (A_3 \bar{y}_3)^2 \frac{s_5 - s_4}{c} \quad (6-22c)$$

$$k_4 = \frac{t_w}{4} \left[s_2^4 (s_2 - s_5) - \frac{2}{3} s_2^2 (s_2^3 - s_5^3) + \frac{1}{5} (s_2^5 - s_5^5) \right] \quad (6-22d)$$

$$A_f = b_f t_f ; \quad \bar{y}_f = \frac{s_1 + s_3}{2} \quad (6-22e)$$

$$A_3 = u t_w ; \quad \bar{y}_3 = \frac{s_2 + s_5}{2} \quad (6-22f)$$

A eq. (6-21), na forma apresentada, é bastante adequada para programação em computador. Para têns sem reforço pode-se utilizar as mesmas equações fazendo as dimensões u e q iguais a zero e c igual à espessura da alma, t_w . Vigas com reforço em apenas um dos lados da alma devem ser tratadas da mesma forma que as reforçadas de ambos os lados. Uma verificação de vários exemplos numéricos mostrou que o termo k_2 na equação do coeficiente de deformação por cisalhamento, aquele referente à alma entre a mesa e o reforço, é substancialmente o mais importante.

6.4 Procedimento genérico utilizando Análise Matricial

Para calcular corretamente a deformação de uma viga, o equilíbrio e a compatibilidade devem ser satisfeitos ao longo do vão. Uma análise completa considera a deformação produzida pelos esforços de flexão e cisalhamento. Embora métodos clássicos incorporando todos esses requisitos possam ser desenvolvidos, é mais prático atualmente adotar a abordagem matricial, que é particularmente atrativa porque pode, automaticamente, forçar a compatibilidade de deslocamentos e rotações nas extremidades da abertura.

Donahey e Darwin (1987, 1986) desenvolveram um procedimento para obter a deformação total de vigas mistas com aberturas na alma, utilizando técnicas de análise matricial. O procedimento se aplica a vigas mistas, bem como a vigas de aço. A viga é representada como ilustrado na FIGURA 6.7. As seções acima e abaixo da abertura são representadas usando-se as propriedades dos tês individualmente, incluindo excentricidades do centróide dos tês, e_t e e_b , com respeito ao centróide da seção sem abertura. Os tês inferior e superior são modelados da seguinte forma: para a flexão local na região da abertura considera-se apenas o momento de inércia da seção do tê em questão; para o cisalhamento consideram-se as almas dos tês; e para o cálculo da deformação axial considera-se a área da seção transversal transformada.

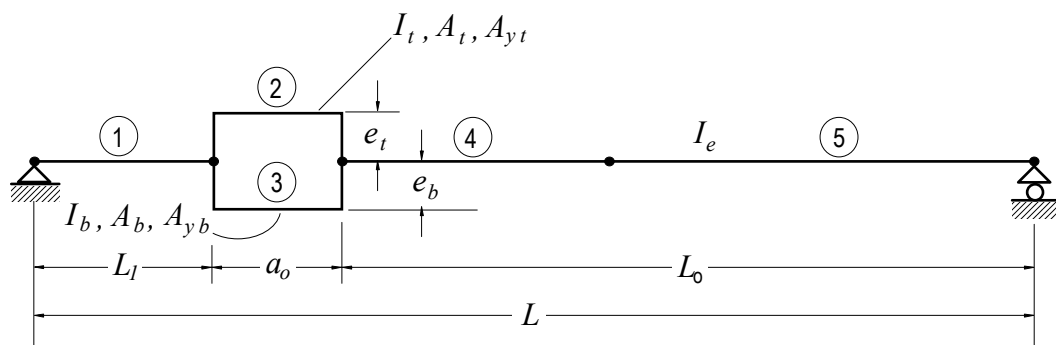


FIGURA 6.7 - Modelo de viga com abertura na alma para análise matricial (Donahey 1987, Darwin 1986).

6.4.1 Matriz de rigidez para vigas com abertura na alma

A FIGURA 6.8 ilustra uma abertura na alma de uma viga mista. A abertura possui comprimento a_o e altura h_o . As dimensões da seção na abertura são mostradas na FIGURA 6.8b.

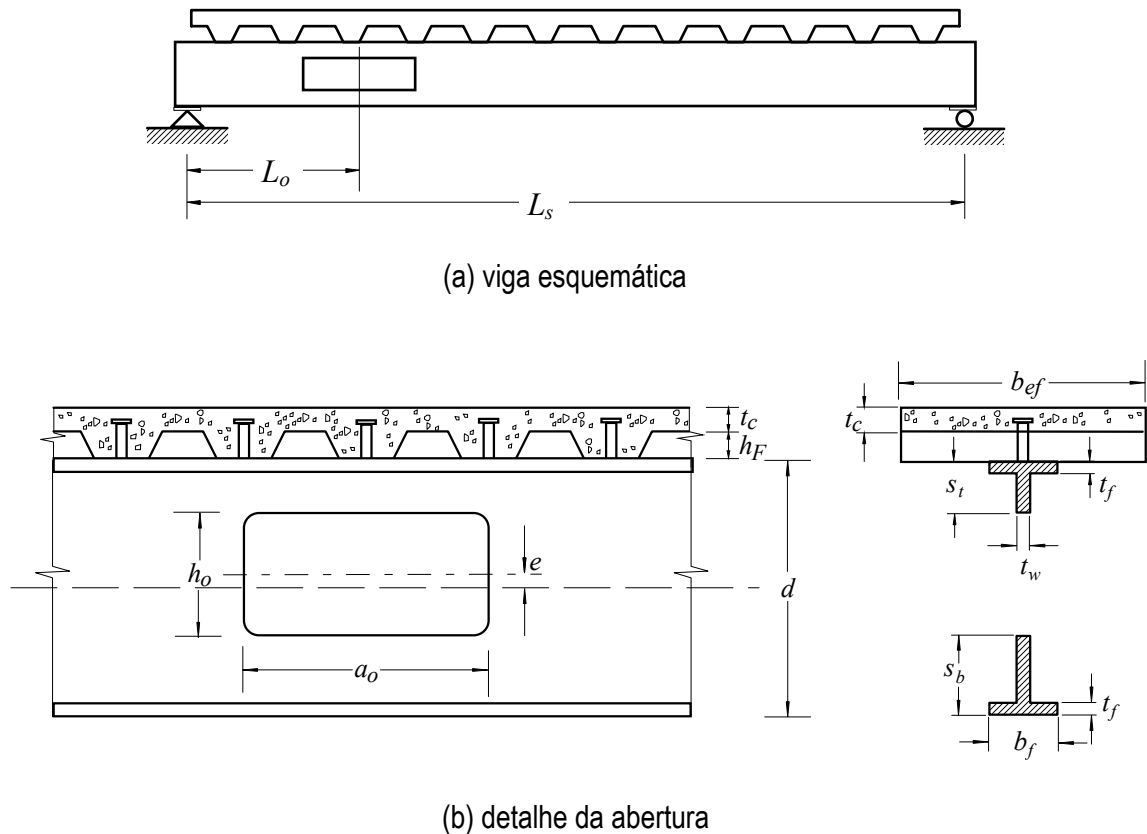


FIGURA 6.8 - Viga Mista com abertura na alma (Donahey, 1987).

Se os tês superior e inferior são modelados como elementos de viga uniformes, pode-se desenvolver um elemento especial para a região da abertura, consistindo de dois elementos de viga conectados por ligações rígidas. Considerando a alma adjacente a uma abertura isolada infinitamente rígida, Donahey (1987) criou um elemento de abertura na alma (FIGURA 6.9) usando quatro ligações rígidas e dois elementos de viga representando os tês superior e inferior. Os nós do elemento de abertura são conectados em suas extremidades por ligações rígidas de comprimento e_t e e_b , respectivamente.

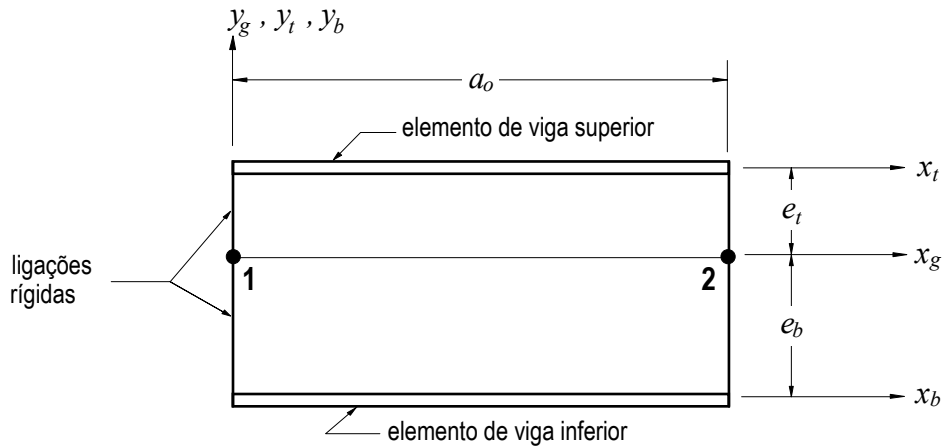


FIGURA 6.9 - Geometria de um elemento de abertura e orientação dos eixos (Donahay, 1987).

Os nós 1 e 2 do elemento de abertura são localizados de forma que o eixo x positivo de coordenadas globais, x_g , passa pelos nós. O eixo x local para os elementos dos tês, x_t e x_b , passa pelos centróides dos respectivos tês. A matriz de rigidez para o elemento de abertura foi desenvolvida admitindo-se três graus de liberdade por nó, usando-se uma transformação de excentricidade proposta por Cook (1981).

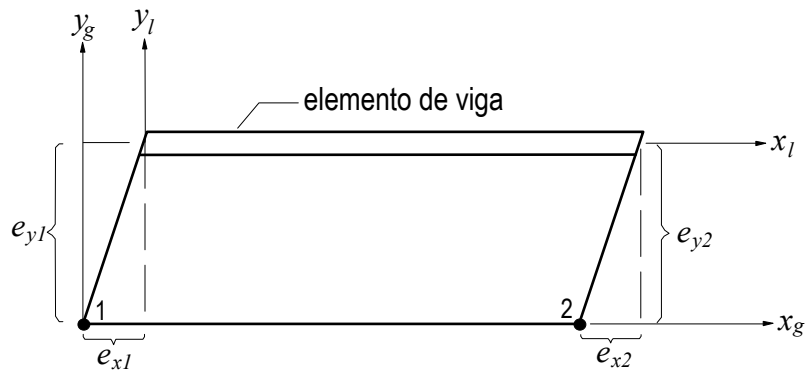
A FIGURA 6.10 mostra um elemento de viga com duas ligações rígidas, representando um tê superior. Os eixos x e y globais e locais são paralelos, e existem excentricidades em ambas as direções x e y em cada nó (FIGURA 6.10a). Os graus de liberdade no sistema local para o elemento de viga, $\{U_l\}$, são dados por

$$\{U_l\}^T = \{u_{l1}, v_{l1}, \theta_{l1}, u_{l2}, v_{l2}, \theta_{l2}\} \quad (6-23)$$

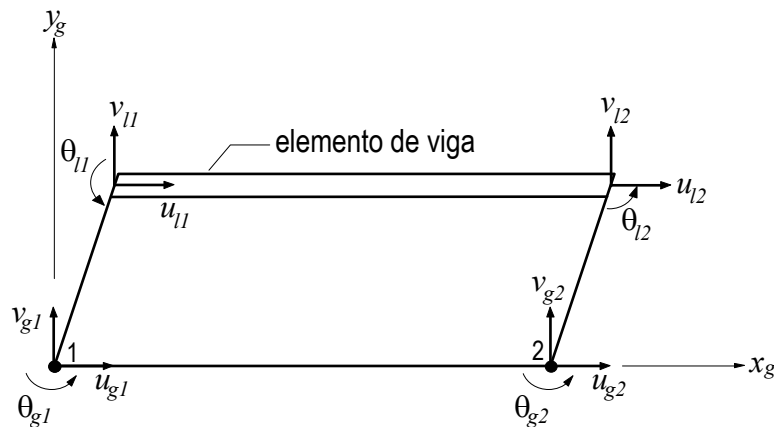
e os graus de liberdade globais para os nós 1 e 2, $\{U_g\}$, são dados por

$$\{U_g\}^T = \{u_{g1}, v_{g1}, \theta_{g1}, u_{g2}, v_{g2}, \theta_{g2}\} \quad (6-23a)$$

como mostrado na FIGURA 6.10b.



(a) Eixos globais e locais



(b) Graus de liberdade globais e locais

FIGURA 6.10 - Elemento de viga com duas ligações rígidas (Donahey 1987)

Uma matriz de transformação de excentricidade, $[\bar{\delta}]$, relaciona os graus de liberdade locais com os globais.

$$\{U_l\} = [\bar{\delta}] \{U_g\} \quad (6-24)$$

$$[\bar{\delta}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e_{y1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & e_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -e_{y2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & e_{x2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6-25)$$

onde e_{y1} e e_{y2} são as excentricidades locais na direção y , e e_{x1} e e_{x2} as excentricidades locais para os nós 1 e 2, respectivamente (FIGURA 6.10).

Para o elemento de abertura, $e_{x1} = e_{x2} = 0$ para cada tê. Para o tê superior $e_{y1} = e_{y2} = e_t$, e para o tê inferior $e_{y1} = e_{y2} = -e_b$ (FIGURA 6.9).

A matriz de rigidez global para cada tê é

$$[K_g] = [\bar{\delta}]^T [K_e] [\bar{\delta}] \quad (6-26)$$

onde $[K_e]$ é a matriz de rigidez elementar para um tê.

A matriz de rigidez $[K_e]$ para um elemento de viga uniforme, incorporando a deformação axial e por cisalhamento, é

$$[K_e] = E\beta/L \begin{bmatrix} A/\beta & 0 & 0 & -A/\beta & 0 & 0 \\ & 1 & L/2 & 0 & -1 & L/2 \\ & & L^2/3 + \eta & 0 & -L/2 & L^2/6 - \eta \\ & & & A/\beta & 0 & 0 \\ & & & & 1 & -L/2 \\ & & & & & L^2/3 + \eta \end{bmatrix} \quad (6-27)$$

simétrica

onde

E = módulo de elasticidade

$\beta = I/(L^2/12 + \eta)$

$\eta = EI/(A_y G)$

A_y = área efetiva para resistência ao cisalhamento

A = área bruta transformada para cálculo da deformação axial

L = comprimento do elemento

I = momento de inércia para a seção transformada

A matriz de rigidez global para o elemento de abertura, $[K_g]_{wo}$, é a soma das matrizes de rigidez globais dos tê superior e inferior. No elemento de abertura os tê possuem comprimento a_o . Assim, substituindo L por a_o e somando as matrizes de rigidez globais para os tê superior e inferior obtém-se $[K_g]_{wo}$ expressa como

$$[\mathbf{K}_g]_{wo} = \frac{E}{a_o} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ & & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ & & & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ & & & & K_{55} & K_{56} \\ & & & & & K_{66} \end{bmatrix} \quad (6-28)$$

onde

$$K_{11} = K_{44} = -K_{14} = (A_b + A_t) \quad (6-29)$$

$$K_{12} = K_{15} = K_{24} = K_{45} = 0 \quad (6-30)$$

$$K_{13} = K_{46} = -K_{16} = -K_{34} = (e_b A_b - e_t A_t) \quad (6-31)$$

$$K_{22} = K_{55} = -K_{25} = (\beta_b + \beta_t) \quad (6-32)$$

$$K_{23} = K_{26} = -K_{35} = -K_{56} = \frac{a_o}{2} (\beta_b + \beta_t) \quad (6-33)$$

$$K_{33} = K_{66} = e_t^2 A_t + e_b^2 A_b + \beta_t \left(\frac{a_o^2}{3} + \eta_t \right) + \beta_b \left(\frac{a_o^2}{3} + \eta_b \right) \quad (6-34)$$

$$K_{36} = -e_t^2 A_t - e_b^2 A_b + \beta_t \left(\frac{a_o^2}{6} - \eta_t \right) + \beta_b \left(\frac{a_o^2}{6} - \eta_b \right) \quad (6-35)$$

$$\beta = I / (a_o^2 / 12 + \eta) \quad (6-36)$$

I = momento de inércia do tê

e = distância do centro de gravidade da viga sem abertura ao centro de gravidade da seção do tê

A_y = área efetiva para resistência ao cisalhamento (ver 6.4.2.2)

A = área bruta transformada para cálculo da deformação axial (ver 6.4.2.4)

Os subscritos "t" e "b" indicam os tês superior e inferior, respectivamente.

A matriz de rigidez global para o elemento de abertura é adicionada à matriz de rigidez da viga, que consiste de elementos de viga uniformes de cada lado do elemento da abertura.

Embora a matriz $[\mathbf{K}_g]_{wo}$ incorpore as deformações por cisalhamento, é possível ignorá-las fazendo $\eta_t = \eta_b = 0$. Isto equivale a admitir $A_{yt} = A_{yb} = \infty$.

Baseados numa análise de dados de ensaios, Donahey e Darwin (1986) concluíram que o efeito da deformação por cisalhamento deve ser incluído para uma avaliação mais rigorosa da deformação elástica máxima.

O modelo, como descrito acima, inclusive considerando as excentricidades e_t e e_b , pode ser facilmente inserido na maioria dos programas genéricos de elementos finitos. Para programas menos genéricos, que não têm a capacidade de manipular as excentricidades do elemento, pode-se utilizar a matriz $[K_g]_{wo}$ para obter as deformações da barra.

Segundo Darwin (1990), este modelo geralmente fornece resultados acurados e a favor da segurança para a deformação máxima em vigas mistas com aberturas na alma. O modelo permite ainda obter aproximações razoáveis para as deformações locais ao longo do comprimento da abertura, também a favor da segurança (Darwin & Donahey, 1986).

6.4.2 Hipóteses do modelo

6.4.2.1 Momento de inércia efetivo da seção bruta em vigas mistas

O momento de inércia efetivo da seção bruta, ou seja, nos pontos da viga fora da abertura, deve ser calculado de acordo com a NBR 8800 item 6.2.1. I_e é dado por

$$I_e = I_a + \sqrt{\frac{Q_n}{V_h}} (I_{tr} - I_a) \quad (6-37)$$

onde I_a = momento de inércia da seção da viga de aço isolada;

I_{tr} = momento de inércia da seção mista homogeneizada;

$Q_n = \Sigma q_n$ = somatório das resistências nominais individuais q_n dos conectores de cisalhamento situados entre a extremidade de maior momento da abertura e o apoio, incluindo o fator de redução para lajes com nervuras (ver 4.6.2)

$$V_h < \begin{cases} 0,85 f_{ck} b t_c \\ A_g f_y \end{cases}$$

6.4.2.2 Área efetiva ao cisalhamento

Fora da abertura, a alma da seção de aço suporta todo o cisalhamento. Assim,

$$A_y = d.t_w \quad \text{para perfis laminados} \quad (6-38)$$

$$A_y = h.t_w \quad \text{para perfis soldados} \quad (6-39)$$

Na abertura, as almas dos tês de aço suportam o esforço cortante. Assim,

$$A_y = s.t_w \quad \text{para perfis laminados} \quad (6-40)$$

$$A_y = (s - tf) . t_w \quad \text{para perfis soldados} \quad (6-41)$$

6.4.2.3 Momento de inércia do tê superior

Os momentos de inércia para os tês individuais na região da abertura são calculados considerando as seções de aço somente. A contribuição do concreto para o momento de inércia do tê superior não é considerada efetiva. Devido à inexistência de estudos, o comportamento de seções mistas à flexão na posição da abertura é imprevisível. Vigas mistas sujeitas a valores moderados ou altos de força cortante apresentam ruptura do concreto sobre a abertura para cargas relativamente baixas (Donahey e Darwin, 1986; Clawson e Darwin, 1980; Redwood et al., 1982, 1983). Fica evidente, através dos ensaios realizados, que na ruptura ocorre um escorregamento muito pronunciado entre a laje de concreto e o tê superior da viga de aço. Sob cargas nominais ocorre um escorregamento pequeno mas suficiente para limitar a interação que se desenvolve entre a viga de aço e a laje de concreto. O concreto contribui, portanto, apenas com uma pequena parcela para a rigidez à flexão do tê superior. Por essa razão utiliza-se o momento de inércia da seção de aço do tê superior, apenas, desprezando-se a contribuição do concreto. Tomando-se então a inércia do tê superior menor que a real, obtém-se um valor conservador para a deformação na região da abertura.

6.4.2.4 Área efetiva do tê superior

A área efetiva do tê superior que resiste à carga axial sobre a abertura, A_t , é calculada usando-se a área do tê de aço superior somada à área transformada da seção de concreto sobre a abertura. Portanto, no cálculo da seção da laje de concreto, deve-se

dividir a largura efetiva da laje, b_{ef} , por $n = E / E_c$, sendo E_c o módulo de elasticidade do concreto, e deve ser ignorada a participação do concreto na zona tracionada. O módulo de elasticidade do concreto é determinado através da equação

$$E_c = 42 \gamma_c^{1,5} \sqrt{f_{ck}} \quad (6-42)$$

dada pela NBR 8800/86, para E_c e f_{ck} em MPa e γ_c em kN/m³.

6.4.3 Equação de Donahey para estimativa da deformação elástica no centro do vão, para vigas com apenas uma abertura na alma submetidas a carregamento uniformemente distribuído

Usando esse modelo, Donahey (1987) realizou um estudo paramétrico, em vigas mistas com apenas uma abertura, no qual comparou as deformações calculadas com os resultados de 25 ensaios (Granade, 1968; Clawson e Darwin, 1980; Redwood et al., 1982, 1983; Donahey e Darwin, 1986). O estudo consistiu da comparação de deformações calculadas com deformações medidas nos ensaios para 30% e 60% da carga última aplicados.

Para avaliar a importância da deformação produzida pelos esforços de cisalhamento na deformação da viga Donahey efetuou os cálculos com dois modelos: (1) considerando as deformações por cisalhamento em todo o vão; (2) ignorando as deformações por cisalhamento. Em todos os casos avaliados o modelo 1 apresentou boa concordância com os resultados de ensaios, enquanto o modelo 2 se mostrou rígido demais fornecendo valores de deformação menores que os medidos nos ensaios. Observou-se que a relação entre a deformação calculada e a mensurada diminui à medida que a carga aplicada aumenta de 30% para 60% da carga última, refletindo o início do escoamento relativamente precoce nas aberturas (Clawson e Darwin, 1980; Redwood et al., 1982, 1983; Donahey e Darwin, 1986). Nos casos práticos a deformação é obtida em função da sobrecarga nominal, geralmente uma fração pequena da carga última. Nessa situação a deformação elástica estimada fornece uma boa representação do deslocamento na estrutura real, pois os níveis de tensão na peça são relativamente baixos e o escoamento, caso tenha iniciado, não atingiu maiores porções da viga ao ponto de afetar significativamente a deformação.

Dentro dos casos avaliados, o procedimento proposto para análise da deformação apresentou boa correlação com os testes, entretanto, os resultados de ensaios foram obtidos de vigas com características geométricas diferentes das vigas típicas usadas em edifícios. A maioria das vigas ensaiadas possuía vãos curtos e todas foram carregadas com cargas concentradas. Por essa razão Donahey realizou um estudo posterior, para determinar o efeito das aberturas em vigas uniformemente carregadas com vãos compatíveis com as vigas de edifícios usuais. Para tanto considerou os seguintes efeitos:

- (1) a espessura da laje em relação ao tamanho da viga;
- (2) o tamanho da abertura;
- (3) a localização da abertura.

O tamanho da abertura é determinado através das relações (h_o / d) e (a_o / h_o) . A localização da abertura é avaliada em função da relação momento/cortante normalizada em relação à altura da seção de aço $(M/V/d)$.

Foram utilizados três perfis laminados nos modelos, a saber W24×55, W18×35, e W14×22. Todas as vigas possuíam uma laje de concreto nervurada com 11,4 cm de espessura total, nervuras de 5 cm e estavam espaçadas de 2,74 m. O QUADRO 6-1 apresenta as seções, os vãos e as cargas dos modelos ensaiados.

Para cada vão considerado foram estudadas três relações h_o / d (0,4 - 0,5 e 0,6), três relações a_o / h_o (1,0 - 1,5 e 2,0), e quatro relações $M/V/d$ (4 - 8 - 16 e 32). Um total de 36 combinações de tamanhos e localizações de aberturas foram idealizados para cada vão. Foram investigadas 108 configurações de vigas no total.

QUADRO 6.1 - Características dos modelos ensaiados por Donahey (1987).

seção	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	vão (mm)	carga (kN/m)
W24×55	598,7	177,9	12,8	10,0	11887	26,19
W18×35	449,6	152,4	10,8	7,6	9144	25,75
W14×22	349,0	127,0	8,5	5,8	6400	25,60

A deformação no centro das vigas foi estimada através da análise matricial e comparada com a deformação por flexão de vigas similares sem aberturas. Com base nessas comparações, Donahey concluiu que a relação entre a deformação no centro do vão para vigas com e sem uma abertura, r_{Δ} , pode ser adequadamente representada por

$$r_{\Delta} = \frac{\Delta_m}{\Delta_b + \Delta_s} = 1,00 + 0,00325 \left(\frac{I_e}{I_t + I_b} \right) \frac{a_o}{L_s} \quad (6-43)$$

ou seja, que pode-se obter uma estimativa precisa da deformação de uma viga com abertura na alma multiplicando-se r_{Δ} por $(\Delta_b + \Delta_s)$, onde

Δ_m = deformação máxima de uma viga com uma abertura devido à flexão e ao cisalhamento

Δ_b = deformação máxima de uma viga sem abertura devido à flexão

$$\Delta_b = \frac{5}{384} \frac{q L_s^4}{E I_e} \quad (6-44)$$

Δ_s = deformação máxima devido ao cisalhamento para uma viga sem abertura, simétrica, uniformemente carregada

$$\Delta_s = \frac{q L_s^2}{8 A_y G} \quad (6-45)$$

q = carregamento uniformemente distribuído

L_s = comprimento do vão da viga

I_t = momento de inércia do tê superior de aço

I_b = momento de inércia do tê inferior de aço

I_e = momento de inércia da viga de aço sem abertura ou momento de inércia efetivo da viga mista sem abertura

Os resultados da análise estão mostrados no QUADRO 6.2. Os dados indicaram que a importância de considerar o cisalhamento e a presença da abertura na análise aumenta à medida que o tamanho relativo da abertura aumenta. A relação Δ_m/Δ_b variou entre 1,045 e 1,098, 1,059 e 1,126 e 1,093 e 1,205 para os perfis W24×55, W18×35, e W14×22, respectivamente. A importância de considerar a presença da abertura na análise também é uma função do tamanho relativo da abertura. A relação $\Delta_m/(\Delta_b + \Delta_s)$ variou entre 1,002 e 1,054, 1,003 e 1,067 e 1,005 e 1,108 para os três respectivos

tamanhos de vigas. Essas relações estão ilustradas na FIGURA 6.11 onde a relação $\Delta_m / (\Delta_b + \Delta_s)$ foi plotada para cada viga como uma função do produto $(I_e / (I_t + I_b)) a_o / L_s$, que fornece uma indicação do tamanho da abertura em relação à viga. O coeficiente de correlação, r , obtido de uma análise de regressão linear dos dados é 0,915.

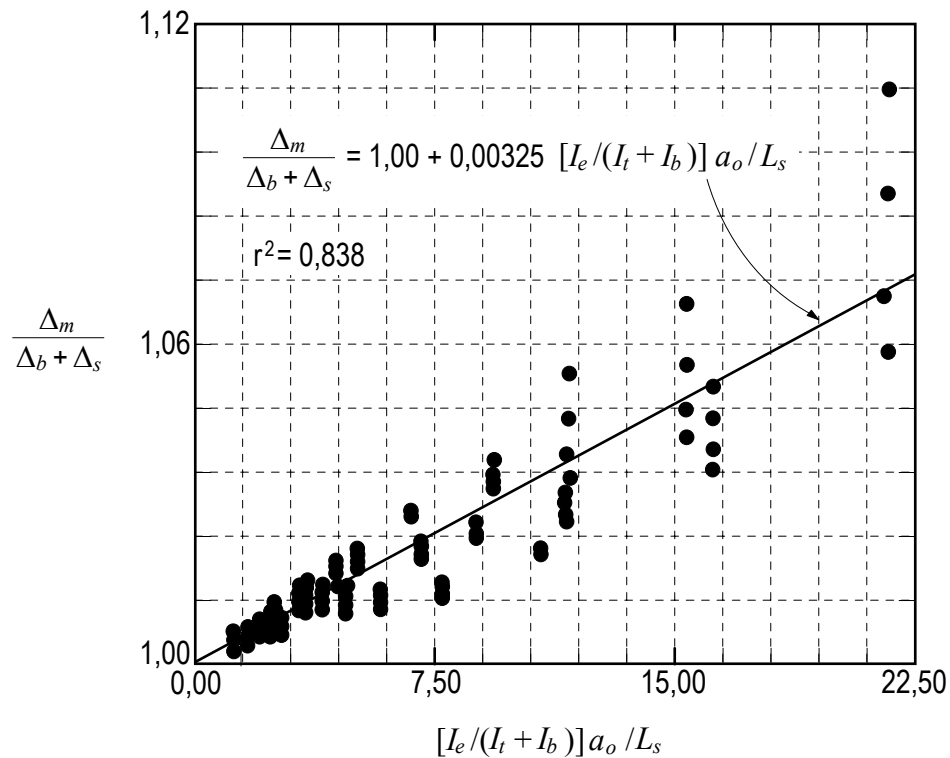


FIGURA 6.11 - $\Delta_m / (\Delta_b + \Delta_s)$ versus o tamanho relativo da abertura, $(I_e / (I_t + I_b)) a_o / L_s$ (Donahy, 1987).

A análise de Donahy indica que para as maiores aberturas avaliadas ($h_o / d = 0,6$ e $a_o / h_o = 2,0$), a deformação devido à abertura é aproximadamente igual à deformação devido ao cisalhamento, que via de regra é desprezada no cálculo convencional de vigas por ser muito pequena. Para aberturas menores, o aumento da deformação em relação à peça sem abertura foi de menos de 4 %. Para vigas com vãos, aberturas e geometria dentro da faixa testada por Donahy, as deformações calculadas multiplicando-se r_Δ por $(\Delta_b + \Delta_s)$ são bem próximas daquelas obtidas através da análise matricial. Nos ensaios a diferença entre as duas ficou entre - 1% e + 3,5%.

Os resultados dos testes indicaram também que a localização da abertura tem influência na deformação total. Esse efeito foi mais pronunciado para as maiores aberturas testadas, entretanto, comparado à influência do tamanho da abertura na deformação é relativamente pequeno. Para o perfil W14×22, por exemplo, a variação na deformação total é de apenas 0,508 mm para $M/V/d$ variando de 4 a 32 (ver QUADRO 6.2).

6.5 Conclusões sobre o cálculo de deformações

O processo analítico aproximado de Dougherty fornece resultados com precisão razoável, mas é aplicável apenas às vigas de aço, nos casos particulares em que só existe uma abertura na peça ou duas aberturas simetricamente posicionadas em relação ao centro do vão.

A análise matricial, utilizando o método dos deslocamentos, fornece resultados razoáveis quando comparados com dados de ensaios. Esses resultados são melhores ainda quando se inclui na análise as deformações produzidas pelos esforços de cisalhamento. Além disso é um processo mais genérico pois contempla tanto os casos de viga de aço como vigas mistas, com aberturas múltiplas e em posições quaisquer.

Comparando os processos simplificados propostos por Dougherty e Donahey para o cálculo da deformação elástica, nos casos em que existir uma única abertura na alma, a equação de Donahey é mais geral, podendo ser utilizada também para vigas mistas, é de aplicação mais simples e fornece resultados mais precisos, sendo portanto a alternativa mais interessante dentre as duas.

No exemplo 1 do apêndice C os três processos são aplicados e seus resultados comparados.

QUADRO 6.2 - Efeitos de aberturas na alma de vigas mistas. Perfis W24×55, W18×35 e W14×22. (Donahy, 1987)

$\frac{h_o}{d}$	$\frac{a_o}{h_o}$	$\frac{M}{V_d}$	W24×55					W18×35					W14×22				
			Δ_m (cm)	$r_{\Delta}(\Delta_b+\Delta_s)$ (cm)	$\frac{\Delta_m}{\Delta_b}$	$\frac{\Delta_m}{\Delta_b+\Delta_s}$	$\frac{\Delta_m}{r_{\Delta}(\Delta_b+\Delta_s)}$	Δ_m (cm)	$r_{\Delta}(\Delta_b+\Delta_s)$ (cm)	$\frac{\Delta_m}{\Delta_b}$	$\frac{\Delta_m}{\Delta_b+\Delta_s}$	$\frac{\Delta_m}{r_{\Delta}(\Delta_b+\Delta_s)}$	Δ_m (cm)	$r_{\Delta}(\Delta_b+\Delta_s)$ (cm)	$\frac{\Delta_m}{\Delta_b}$	$\frac{\Delta_m}{\Delta_b+\Delta_s}$	$\frac{\Delta_m}{r_{\Delta}(\Delta_b+\Delta_s)}$
0,4	1	4	2,446	2,451	1,045	1,002	0,998	1,905	1,910	1,059	1,003	0,998	1,019	1,021	1,093	1,005	0,997
		8	2,449		1,046	1,004	1,000	2,540		1,060	1,004	0,999	1,021		1,095	1,006	0,999
		16	2,454		1,047	1,005	1,001	1,913		1,062	1,006	1,001	1,021		1,097	1,008	1,001
		32	2,454		1,048	1,006	1,002	1,913		1,063	1,007	1,002	1,024		1,098	1,010	1,002
	1,5	4	2,451	2,456	1,047	1,005	0,999	1,910	1,915	1,061	1,006	0,998	1,021	1,024	1,097	1,009	0,998
		8	2,456		1,048	1,006	1,000	1,915		1,063	1,007	0,999	1,024		1,100	1,011	1,000
		16	2,459		1,050	1,008	1,002	1,918		1,065	1,009	1,002	1,026		1,102	1,013	1,003
		32	2,461		1,051	1,009	1,003	1,920		1,067	1,011	1,003	1,029		1,104	1,015	1,004
	2	4	2,459	2,459	1,050	1,008	1,000	1,918	1,920	1,066	1,010	0,999	1,029	1,029	1,105	1,015	1,001
		8	2,464		1,052	1,009	1,001	1,923		1,067	1,011	1,001	1,031		1,106	1,017	1,003
		16	2,466		1,054	1,011	1,003	1,925		1,070	1,013	1,003	1,034		1,109	1,019	1,005
		32	2,471		1,055	1,012	1,004	1,928		1,071	1,015	1,004	1,034		1,110	1,020	1,006
0,5	1	4	2,454		1,047	1,005	0,997	1,920	1,920	1,067	1,011	1,000	1,024	1,029	1,098	1,009	0,994
		8	2,456	2,461	1,049	1,006	0,998	1,923		1,069	1,012	1,001	1,024		1,100	1,011	0,996
		16	2,461		1,050	1,008	1,000	1,928		1,071	1,014	1,003	1,026		1,102	1,013	0,998
		32	2,464		1,052	1,009	1,001	1,930		1,072	1,016	1,005	1,029		1,104	1,015	0,999
	1,5	4	2,466	2,471	1,053	1,010	0,998	1,933	1,930	1,074	1,018	1,001	1,034	1,036	1,110	1,020	0,997
		8	2,469		1,054	1,012	0,999	1,935		1,075	1,019	1,002	1,034		1,111	1,021	0,998
		16	2,474		1,056	1,014	1,001	1,941		1,077	1,021	1,004	1,036		1,112	1,022	1,000
		32	2,477		1,057	1,015	1,002	1,943		1,079	1,022	1,005	1,036		1,113	1,023	1,000
	2	4	2,489	2,482	1,063	1,020	1,003	1,956	1,943	1,086	1,029	1,007	1,052	1,044	1,130	1,039	1,008
		8	2,489		1,063	1,020	1,003	1,956		1,086	1,028	1,007	1,049		1,127	1,036	1,006
		16	2,489		1,063	1,020	1,004	1,956		1,086	1,029	1,007	1,049		1,125	1,035	1,004
		32	2,492		1,064	1,021	1,004	1,956		1,086	1,029	1,007	1,046		1,124	1,033	1,003
0,6	1	4	2,466	2,487	1,053	1,010	0,992	1,925	1,948	1,069	1,013	0,988	1,034	1,049	1,110	1,021	0,986
		8	2,469		1,054	1,011	0,993	1,928		1,070	1,014	0,989	1,034		1,111	1,021	0,986
		16	2,471		1,055	1,013	0,994	1,930		1,071	1,015	0,990	1,036		1,112	1,022	0,987
		32	2,474		1,056	1,014	0,995	1,930		1,072	1,016	0,991	1,036		1,112	1,022	0,988
	1,5	4	2,504	2,510	1,069	1,026	0,998	1,961	1,971	1,090	1,032	0,995	1,067	1,067	1,144	1,052	0,999
		8	2,499		1,067	1,024	0,996	1,956		1,087	1,030	0,992	1,059		1,138	1,046	0,994
		16	2,499		1,067	1,024	0,995	1,953		1,086	1,028	0,991	1,054		1,133	1,041	0,989
		32	2,497		1,066	1,023	0,995	1,951		1,084	1,027	0,990	1,052		1,129	1,037	0,986
	2	4	2,573	2,532	1,098	1,054	1,015	2,027	1,996	1,126	1,067	1,016	1,123	1,085	1,205	1,108	1,035
		8	2,553		1,090	1,046	1,008	2,007		1,115	1,056	1,006	1,102		1,184	1,088	1,017
		16	2,537		1,083	1,040	1,002	1,991		1,106	1,048	0,998	1,085		1,164	1,070	1,000
		32	2,525		1,078	1,035	0,997	1,981		1,101	1,043	0,993	1,072		1,152	1,059	0,989
			$\Delta_b = 2,342$		$\Delta_b + \Delta_s = 2,441$			$\Delta_b = 1,801$		$\Delta_b + \Delta_s = 1,900$			$\Delta_b = 0,932$		$\Delta_b + \Delta_s = 1,013$		

7. UM PROGRAMA PARA O CÁLCULO DE VIGAS DE AÇO E VIGAS MISTAS COM ABERTURAS NA ALMA

7.1 Justificativa para o desenvolvimento do programa

Considerando o número de procedimentos de cálculo envolvidos na verificação e no dimensionamento de vigas metálicas com aberturas na alma, bem como a multiplicidade de configurações possíveis para essas vigas, foi desenvolvido um programa a partir da formulação proposta neste trabalho e das prescrições da NBR8800/86, com os seguintes objetivos:

- viabilizar a obtenção de resultados num curto espaço de tempo;
- criar um meio eficiente e flexível de calcular os esforços e deslocamentos em vários pontos da viga. A análise matricial era uma opção muito interessante;
- minimizar os erros, que normalmente ocorrem no cálculo manual devido à quantidade de transcrições realizadas durante o processo.

Através do programa, foi possível estudar uma grande quantidade de casos num tempo bem menor que o que seria gasto com o cálculo manual. O programa permite também a obtenção praticamente imediata de resultados para um determinado caso em que se deseja testar várias configurações de carregamento, geometria, posição e dimensões das aberturas, parâmetros dos materiais, etc., além de documentar os resultados de forma bastante rica e organizada.

7.2 Descrição do programa

7.2.1 Linguagens utilizadas

Numa primeira etapa foi desenvolvido o processador, ou seja, um algoritmo utilizando análise matricial para a determinação dos esforços, deslocamentos e reações de apoio. Esse algoritmo foi escrito em linguagem Pascal e depurado com o auxílio de um compilador Turbo Pascal[®] 6.0 da Borland International, em ambiente MS-DOS.

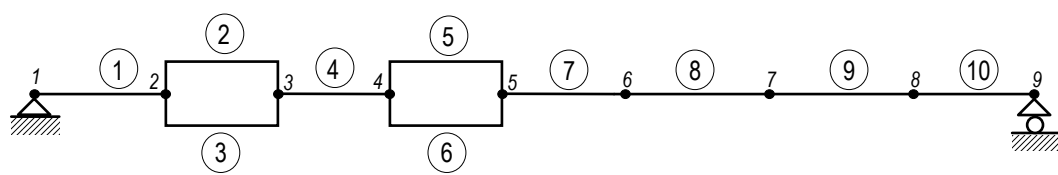
Numa segunda etapa foi desenvolvido um programa no ambiente Windows[™] com o objetivo de aproveitar os recursos que a interface gráfica interativa desse ambiente oferece. Para isso foi utilizado o compilador Delphi[™], também da Borland International. Optou-se pelo Delphi[™], para escrever o programa no ambiente Windows[™], pelas seguintes razões:

- o Delphi[™] utiliza a linguagem Pascal, o que permitiu aproveitar todo o código do processador praticamente sem alterações;
- possui uma interface visual prática que permite elaborar a parte interativa do programa com muita rapidez, aproveitando-se todo o aparato que o Windows oferece em termos de janelas, ícones, gráficos, menus, *help online*, etc.;
- permite usar ou criar DLLs (*dynamic link libraries*), responder a elas e iniciar qualquer evento do Windows[™];
- oferece recursos poderosos para acesso e manipulação de bancos de dados;
- gera um código de máquina muito eficiente.

7.2.2 O processador

Normalmente, um programa de análise matricial para vigas considera apenas dois graus de liberdade por nó, uma vez que somente o momento fletor e a força cortante produzem deslocamentos relevantes. Pode-se desprezar os deslocamentos e esforços axiais. Também no cálculo da matriz de rigidez normalmente ignora-se a parcela referente à deformação por cisalhamento por ser esta, geralmente, muito pequena. Nas vigas com abertura na alma, entretanto, a deformação por cisalhamento na região da abertura pode assumir magnitudes muito significativas, dependendo da força cortante que atua nessa região. Dessa forma, com o objetivo de fazer uma análise completa, foi formulada a matriz de rigidez para um elemento de viga com três graus de liberdade por nó, considerando a deformação axial e a deformação por cisalhamento.

Essa matriz de rigidez está descrita no capítulo 6, no item 6.4 e sua forma final está apresentada no APÊNDICE A. A viga deve ser modelada de forma que o trecho correspondente ao comprimento da abertura constitua um único elemento, chamado elemento de abertura. Na realidade são utilizadas duas matrizes de rigidez distintas. Uma para o elemento comum de viga, i.e. sem abertura na alma, e outra para o elemento de abertura. Ao serem fornecidos os dados das barras para o processador, é informado o número da abertura à qual a barra em questão corresponde. Se a barra não é um elemento de abertura então o número da abertura deve ser zero (FIGURA 7.1).



barra	nó J	nó K	abertura
1	1	2	0
2	2	3	1
3	2	3	1
4	3	4	0
5	4	5	2
6	4	5	2
7	5	6	0
8	6	7	0
9	7	8	0
10	8	9	0

FIGURA 7.1 Modelo reticulado de uma viga com abertura na alma

Assim, o processador identifica se uma determinada barra corresponde a um elemento de abertura ou não, montando a matriz de rigidez elementar apropriada. Essa matriz elementar é então somada à matriz de rigidez global da estrutura, na forma de matriz banda. Uma vez pronta, a matriz de rigidez global é então fatorada e o sistema de equações lineares é resolvido para os diversos casos de carregamento, obtendo-se os deslocamentos e os esforços em cada nó, bem como as reações nos apoios.

Para os casos de viga de aço e viga mista com construção escorada, a estrutura é processada para dois carregamentos, quais sejam, carga permanente e sobrecarga.

No caso de viga mista com construção não-escorada, a viga é processada para três carregamentos: carga permanente antes da cura do concreto, carga permanente após

a cura do concreto e sobrecarga. Além disso, no caso de vigas mistas, o cálculo é executado uma primeira vez considerando interação total, e uma segunda vez considerando interação parcial. Na verificação preliminar para as cargas atuantes antes da cura do concreto são consideradas, na montagem da matriz de rigidez, apenas as propriedades geométricas do perfil de aço. Na verificação para as cargas após a cura do concreto, considerando interação completa, são consideradas as propriedades da seção homogeneizada. Para a verificação da capacidade resistente da seção, considerando interação parcial, o momento de inércia efetivo é determinado em função do número de conectores de cisalhamento existentes. Assim, os deslocamentos são calculados levando-se em conta que apenas uma parcela da força de cisalhamento entre o perfil metálico e a laje é transferida pelos conectores.

Uma rotina de pós-processamento realiza as seguintes operações adicionais:

- a) identifica os valores críticos de momento fletor e força cortante atuantes na seção bruta e verifica a capacidade resistente da peça para estes esforços;
- b) para cada abertura, calcula os esforços na linha central da abertura, verifica a capacidade resistente da seção nesse ponto, considerando flambagem local das mesas, da alma, flambagem lateral com torção, e flambagem global do tê comprimido por compressão;
- c) checa todos os requisitos quanto às dimensões máximas e mínimas, afastamento do apoio, espaçamento entre aberturas e posição de cargas concentradas;
- d) se a abertura for reforçada dimensiona a solda das barras de reforço;
- e) caso esteja sendo considerada interação parcial, verifica e ajusta, se necessário, o número de conectores sobre cada abertura e entre a abertura e o apoio mais próximo, de forma a garantir que a resistência da seção na posição da abertura supera os esforços de cálculo;
- f) verifica e recomenda, se for o caso, a colocação de enrijecedores transversais em almas susceptíveis à flambagem local;
- g) fornece os espaçamentos máximos e mínimos para conectores de cisalhamento, bem como as áreas de armadura transversal de reforço, para vigas mistas.

7.2.3 A interface com o usuário

A interface com o usuário foi projetada para permitir uma grande flexibilidade na alteração dos parâmetros da estrutura permitindo processar uma mesma viga sucessivas vezes sob várias condições de carregamento, com diversas opções de materiais, perfis metálicos, etc. Seguindo o padrão dos programas para Windows™ um conjunto de menus fornece todas as opções disponíveis ao usuário. Uma barra de ferramentas oferece acesso direto às opções de uso mais comum (FIGURA 7.4). A entrada de dados é feita por assunto, com uma janela para cada item de interesse. Em várias janelas, desenhos, modelos e esquemas atualizados em tempo real auxiliam o projetista na modelagem da viga e na verificação da consistência dos dados fornecidos. O usuário tem a opção de ler, gravar e imprimir os dados de entrada e os resultados em arquivos. O programa abre múltiplas janelas simultaneamente, permitindo ao usuário visualizar os dados de entrada, resultados, deformada, etc. (FIGURA 7.3).

A FIGURA 7.2 mostra a tela de apresentação do programa.

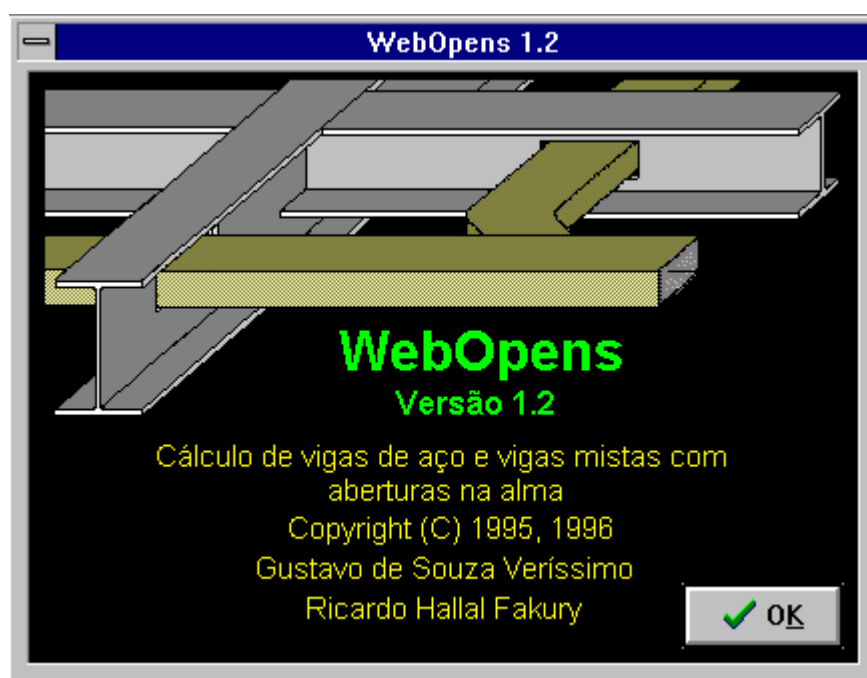


FIGURA 7.2 - Tela de abertura do programa

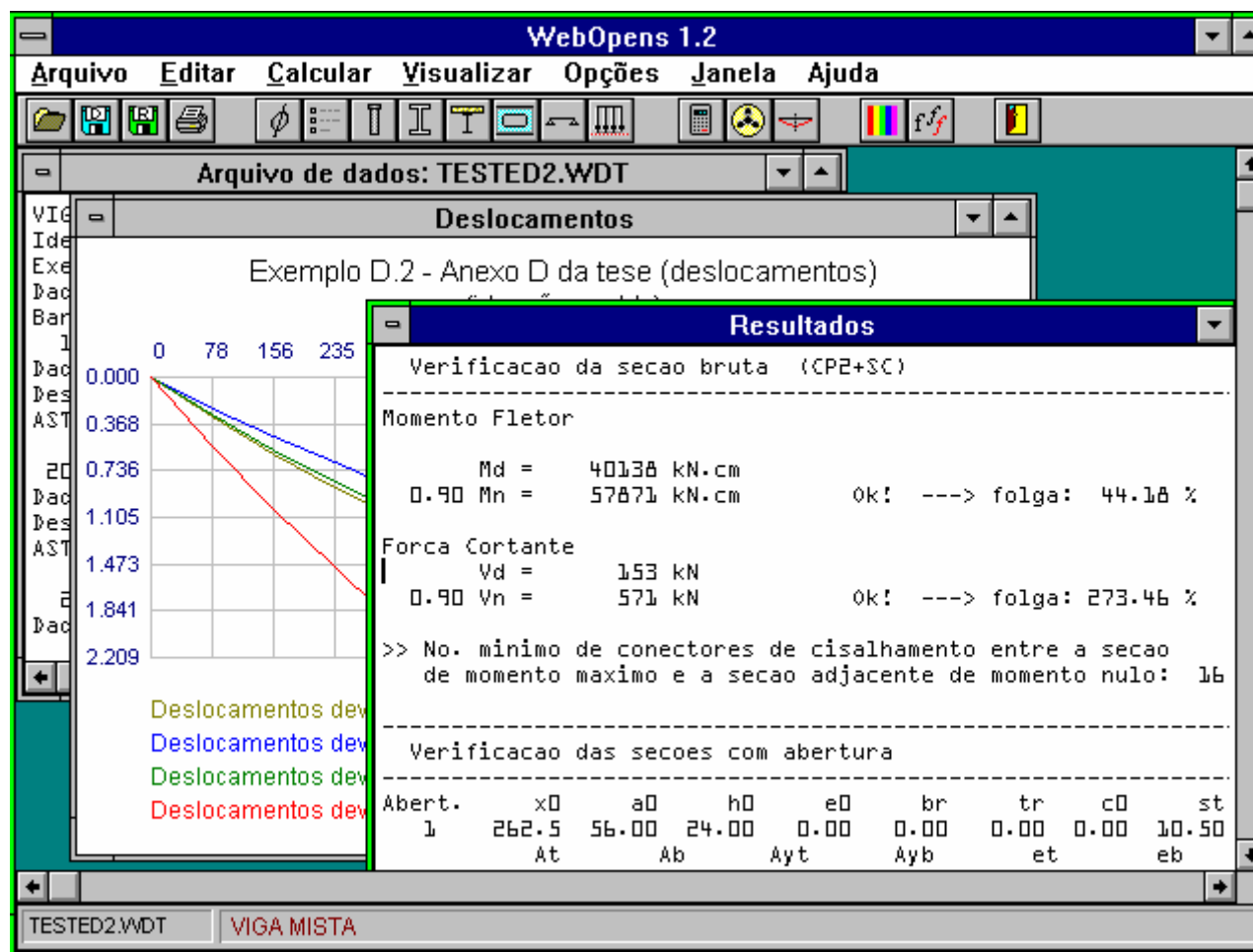


FIGURA 7.3 Aspecto da interface do programa

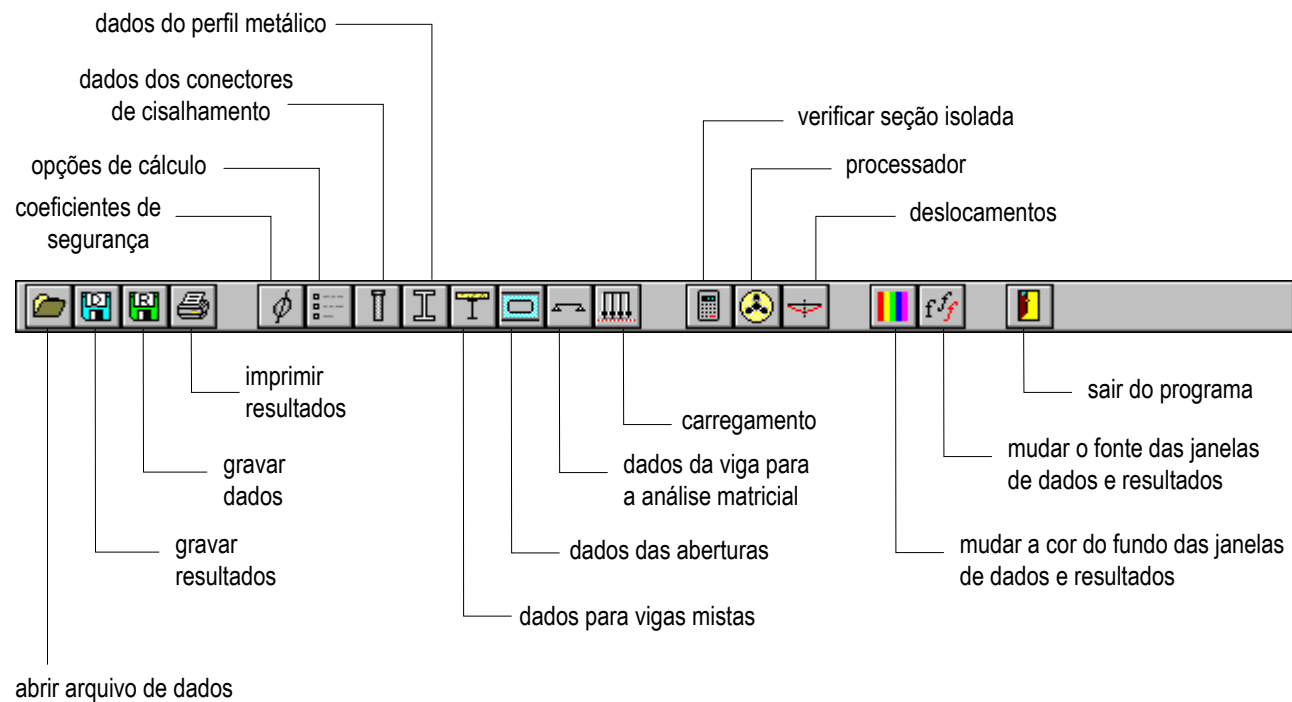


FIGURA 7.4 Funções da barra de ferramentas

7.2.4 Entrada de dados

A entrada de dados foi planejada em função dos elementos constituintes de uma viga com aberturas na alma e da modelagem para a análise matricial. Foram criadas várias janelas para conjuntos específicos de dados. Por exemplo, quando o usuário solicita a entrada de dados do perfil metálico, uma janela específica para esse fim é aberta contendo dispositivos especiais cujo objetivo é facilitar o trabalho do projetista. Várias verificações sobre a consistência e integridade dos dados são realizadas automaticamente, permitindo ao usuário identificar alguns erros durante a digitação dos dados. Também são feitas algumas verificações de ordem técnica, visando fornecer ao usuário informações que podem determinar uma tomada de decisão imediata. No caso da janela de entrada de dados do perfil metálico, por exemplo, um esquema gráfico do perfil é construído e atualizado a cada informação digitada tornando evidente uma possível confusão com as dimensões da seção. Além disso várias propriedades da seção bruta, bem como sua capacidade resistente, são mostradas na tela para que o projetista possa verificar, numa primeira análise, se o perfil atende às necessidades do projeto (FIGURA 7.11).

É possível fornecer as propriedades dos materiais, a saber, do concreto, do aço, da solda, dos conectores de cisalhamento, bem como coeficientes de resistência para os materiais, para a resistência nominal, coeficientes de majoração das ações, permitindo uma grande flexibilidade no que diz respeito à variação de parâmetros de cálculo.

Nos QUADROS 7.1 a 7.12 estão a designação e uma breve descrição dos dados lidos pelo programa.

QUADRO 7.1 - Dados da janela *Identificação*

janela: Identificação	
<i>Informação</i>	<i>comentários</i>
Identificação	É a identificação da estrutura que vai nos relatórios de saída. Ex: VIGA 12A
Comentários	Uma lista de strings onde o usuário pode escrever os comentários que quiser. Esta lista não possui limite de tamanho e é anexada no início do arquivo de dados.

QUADRO 7.2 - Dados da janela *Propriedades da Solda*

janela: Materiais:Solda			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Solda	Eletrodo		Ex: E70-XX
	Resistência mínima à tração do metal da solda	f_w	kN/cm ²

QUADRO 7.3 - Dados da janela *Propriedades do Aço*

janela: Materiais:Aço			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Aço geral	Módulo de elasticidade longitudinal	E	
Aço do perfil	Tipo do aço		Aço constituinte do perfil. Ex: ASTM A36
	limite de escoamento	f_y	kN/cm ²
	limite de resistência à tração	f_u	kN/cm ²
Aço do reforço	Tipo do aço		Aço do reforço. Ex: ASTM A36
	limite de escoamento	f_{yr}	kN/cm ²
	limite de resistência à tração	f_{ur}	kN/cm ²

QUADRO 7.4 - Dados da janela *Conectores de cisalhamento*

janela: Materiais:Conectores			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Geral	Tipo do conector		Ex: pino com cabeça
Pino c/ cabeça	Altura do conector	h_{cs}	cm
	Diâmetro do fuste	d_{cs}	cm
	Aço do conector		Ex: ASTM A108
Perfil U	Tensão de ruptura	f_{ucs}	kN/cm ²
	Espessura da mesa	t_{fu}	cm
	Espessura da alma	t_{wu}	cm
	Comprimento do conector	L_{cs}	cm

QUADRO 7.5 - Dados da janela *Informações do perfil*

janela: Geometria:Perfil			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Perfil	Identificação		Ex: VS 450x80
	Tipo		laminado ou soldado
	Altura total	d	cm
	Largura da mesa	b_f	cm
	Espessura da mesa	t_f	cm
	Espessura da alma	t_w	cm
	Raio na junção mesa-alma	r	cm

QUADRO 7.6 - Dados da janela *Propriedades do Concreto*

janela: Materiais:Concreto			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Concreto	Resistência característica à compressão	f_{ck}	MPa
	Peso específico	γ_c	kN/m ³

QUADRO 7.7 - Dados da janela *Informações das aberturas*

janela: Geometria:aberturas			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Abertura	Número de ordem da abertura	i	
	Coordenada X da linha central	$x_o [i]$	cm
	Comprimento da abertura	$a_o [i]$	cm
	Altura da abertura	$h_o [i]$	cm
	Excentricidade da abertura	$e_o [i]$	cm
	Distância da borda da abertura ao centróide do reforço	$c_o [i]$	cm
	Largura da chapa de reforço	$b_r [i]$	cm
	Espessura da chapa de reforço	$t_r [i]$	cm

QUADRO 7.8 - Dados da janela *Informações da laje*

janela: Geometria:laje			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Laje	Tipo de construção		escorada/não-escorada
	Tipo de laje		maciça/nervurada
	Direção das nervuras		longitudinal/transversal
	Posição do perfil		viga interna/viga de extremidade
	Espessura efetiva da laje	t_c	cm
	Distância entre o perfil e a laje	h_F	cm
	Média das distâncias entre mesas de vigas	$dmem$	cm
	Comprimento do vão	L	cm

QUADRO 7.9 - Dados da janela *Informações da viga*

janela: Geometria:viga			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Coordenadas dos nós	Número do nó	j	
	coordenada X do nó	$x [j]$	cm
	coordenada Y do nó	$y [j]$	cm
Restrições nodais	Número do nó restringido	i	
	Restrição na direção do grau de liberdade 1	$JRL[3*i-2]$	
	Restrição na direção do grau de liberdade 1	$JRL[3*i-1]$	
	Restrição na direção do grau de liberdade 1	$JRL[3*i]$	
Informações das barras	Número da barra	i	
	nó J da barra i	$JJ [i]$	
	nó K da barra i	$JK [i]$	
	Área da seção da barra	$AX [i]$	cm ²
	Inércia da seção da barra	$ZI [i]$	cm ⁴

QUADRO 7.10 - Dados da janela *Carregamento*

janela: Carregamento			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>comentários</i>
Ações nos nós	Número do nó	j	
	Carga permanente 1	$NCP1 [j]$	kN
	Carga permanente 2	$NCP2 [j]$	kN
	Sobrecarga	$NSC [j]$	kN
Ações nas barras	Número da barra	i	
	Carga permanente 1	$BCP1 [i]$	kN/m
	Carga permanente 2	$BCP2 [i]$	kN/m
	Sobrecarga	$BSC [i]$	kN/m

QUADRO 7.11 - Dados da janela *Opções de cálculo*

janela: Opções de cálculo	
<i>Informação</i>	<i>comentários</i>
Calcular como viga mista	sim/não
Considerar a resistência do concreto ao cisalhamento	sim/não
Considerar interação parcial	sim/não

QUADRO 7.12 - Dados da janela *Coefficientes*

janela: Coeficientes			
<i>item</i>	<i>Informação</i>	<i>variável</i>	<i>default</i>
Viga simples	Coef. de resist. para momento fletor	ϕ_{bva}	0,90
	Coef. de resist. para força cortante	ϕ_{vva}	0,90
Viga mista	Coef. de resist. para momento fletor	ϕ_{bvm}	0,90
	Coef. de resist. para força cortante	ϕ_{vvm}	0,90
materiais	Coef. de resistência do aço	ϕ_a	0,90
	Coef. de resistência do concreto	ϕ_c	0,70
cargas	Coef. de majoração da carga permanente	γ_g	1,4
	Coef. de majoração da sobrecarga	γ_q	1,5

7.2.4.1 Características e requisitos do modelo reticulado gerado

O modelo reticulado gerado possui algumas características impostas por sua própria concepção, quais sejam:

- a) um elemento de abertura deve, necessariamente, ser delimitado por dois nós, um em cada extremidade do elemento. Não é permitida a definição de um nó dentro do comprimento da abertura;
- b) pode-se definir uma viga sem aberturas. Nesse caso o programa verifica a viga, seja ela de aço ou mista, considerando apenas a seção bruta da mesma;
- c) com relação ao carregamento, são previstas cargas uniformemente distribuídas e cargas concentradas, sendo que as cargas concentradas devem, necessariamente, estar aplicadas num nó;
- d) os nós devem ser numerados em ordem crescente, da esquerda para a direita;
- e) os números de ordem dos nós, nós restringidos, barras e aberturas são considerados chaves únicas, ou seja, não pode haver mais de um elemento na mesma tabela com número igual.

7.2.5 Sub-programa para dimensionamento

Foi implementado um sub-programa com o objetivo de auxiliar o projetista no dimensionamento das aberturas, ajustando suas dimensões e o reforço eventualmente necessário de forma interativa, monitorando as variações na capacidade resistente da seção em função das dimensões da abertura. Assim, é possível estabelecer as dimensões de uma abertura para um perfil previamente adotado com a garantia de que, pelo menos do ponto de vista da resistência, a seção suporta aos esforços atuantes. As dimensões adotadas são então passadas ao processador que calcula os deslocamentos para a nova situação e executa verificações adicionais quanto à estabilidade, posicionamento e espaçamento das aberturas, etc.

7.2.6 Resultados

Após o processamento, o programa apresenta uma listagem dos resultados bem detalhada, contendo os dados de entrada, os deslocamentos em cada nó nos três graus de liberdade, os esforços nas extremidades das barras, as reações nos apoios, e uma série de verificações de resistência, estabilidade e critérios de projeto que variam em função

da configuração da viga em questão. Toda essa informação é mostrada numa janela que possui os recursos de um editor de textos, permitindo ao projetista fazer acréscimos ou cortes nas informações fornecidas pelo programa. Essa facilidade permite eliminar informações geradas pelo programa que sejam consideradas desnecessárias num determinado contexto, e, em paralelo, acrescentar comentários e justificativas aos resultados elaborando uma memória de cálculo consistente.

Os deslocamentos, esforços, reações e verificação da seção bruta para os esforços críticos são sempre fornecidos pelo programa.

Caso haja aberturas, o programa verifica a capacidade resistente da seção no centro de cada abertura, para os esforços atuantes naquele ponto. Além disso, verifica os requisitos de dimensões máximas e mínimas, flambagem local, e dimensiona a solda para as barras de reforço se for o caso.

No caso de vigas mistas, além dos resultados já mencionados também é fornecido o número mínimo de conectores de cisalhamento necessários em cada abertura e no resto da viga. Primariamente a viga mista é processada e verificada considerando-se interação total. O usuário pode optar pelo cálculo para interação parcial. Se assim for, a quantidade de conectores e as propriedades da seção são ajustadas, a viga é novamente processada e todas as verificações cabíveis são executadas para esta nova situação. O resultado final é um relatório bastante completo, que fornece ao projetista uma visão global da resposta da estrutura sob as diversas condições possíveis.

No item 7.3 são descritos alguns exemplos que permitem uma visualização da entrada de dados, da interface do programa e dos resultados gerados.

7.3 Exemplo

Para efeito de ilustração, são apresentadas em seguida uma série de figuras mostrando as diversas etapas da entrada de dados e alguns recursos especiais do programa. Para isso serão utilizados os dados do exemplo D2 do ANEXO D.

7.3.1 Identificação do problema

Usualmente, ao se fazer o cálculo de um elemento estrutural, é normal identificar o elemento em questão para que este não seja confundido com outro, já que num projeto vários elementos são manipulados em conjunto. O programa oferece,

então, a possibilidade de identificação da viga que será calculada e também permite que o usuário escreva os comentários que achar pertinentes àquele problema especificamente. Essas informações irão constituir o cabeçalho dos arquivos de dados e resultados. Dessa forma pode-se documentar o cálculo de modo bem detalhado. A FIGURA 7.5 mostra a tela na qual o usuário entra com a identificação e os comentários relativos à viga que será calculada, selecionando a opção **Editar-Identificação da viga**.

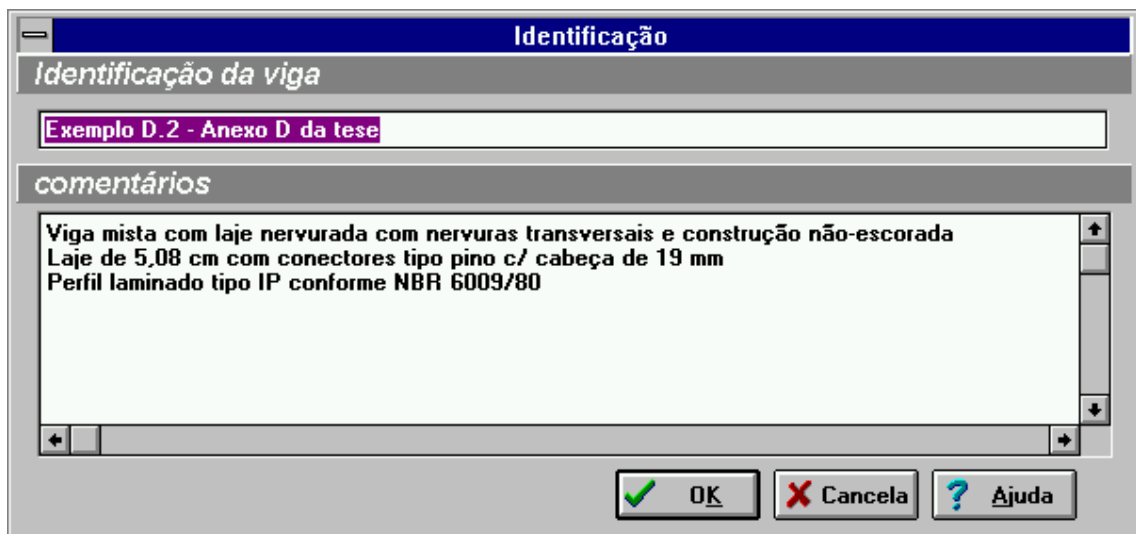


FIGURA 7.5 - Tela para identificação da viga

7.3.2 Opções de cálculo

As opções do menu **Editar** foram colocadas numa sequência adequada para que o programa possa ir preparando os dados à medida que estes são informados. Essa sequência não é rígida, permitindo que o usuário altere os dados aleatoriamente.

A opção **Editar-Opções de cálculo** ativa a janela onde o usuário determina se o cálculo será feito para viga mista. Uma vez selecionado o cálculo como viga mista o programa coloca disponíveis mais duas opções, através das quais o projetista pode habilitar o programa a considerar a contribuição do concreto para a resistência da peça e, ainda, a verificação da viga mista para interação parcial (FIGURA 7.6).

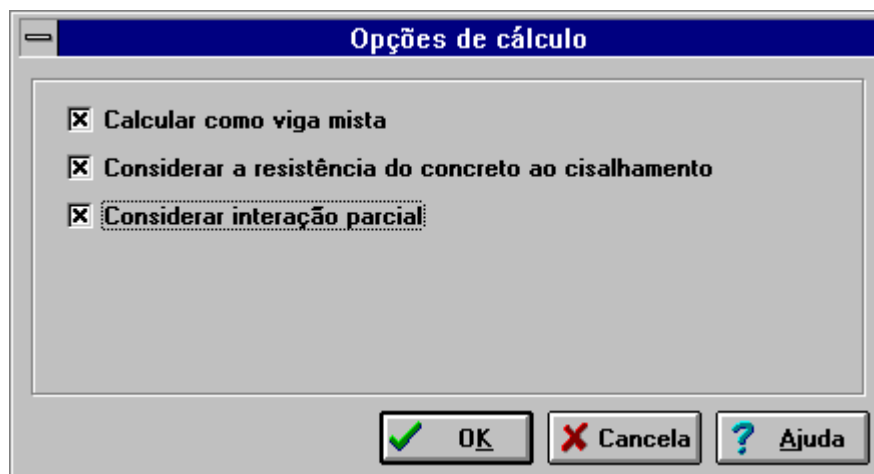


FIGURA 7.6 - Tela de controle das opções de cálculo

7.3.3 Dados dos materiais

As opções do menu **Editar** foram colocadas numa sequência adequada para que o programa possa ir preparando os dados à medida que estes são informados. Essa sequência não é rígida, permitindo que o usuário altere os dados aleatoriamente.

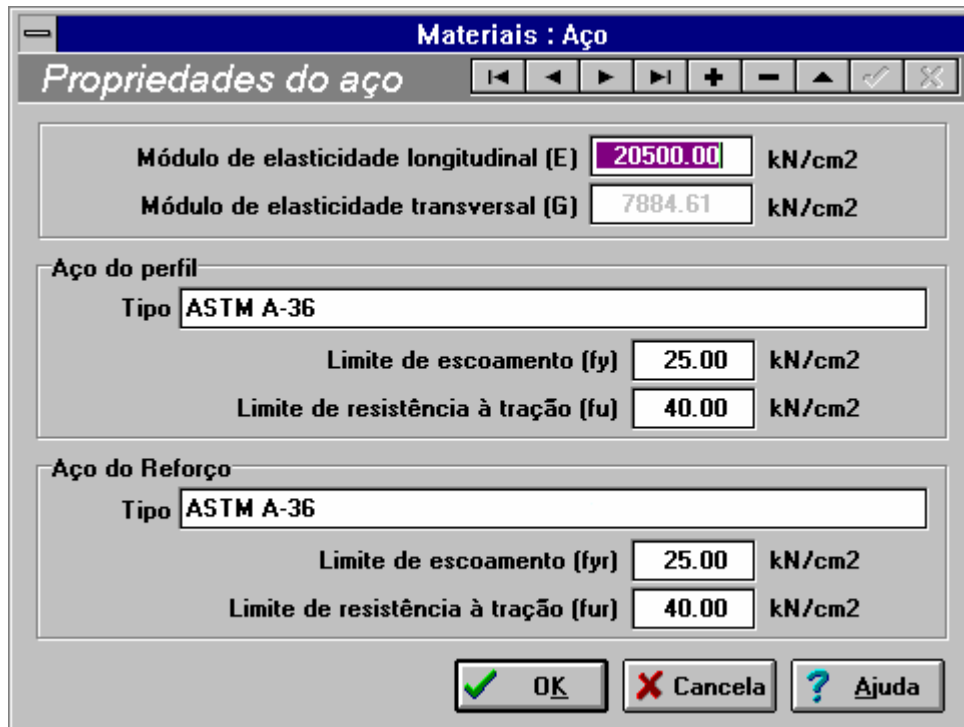


FIGURA 7.7 - Tela para entrada dos dados do aço

Na opção **Editar-Materiais** o usuário pode informar as características dos aços utilizados, do eletrodo para a solda, se for o caso, e, no caso de vigas mistas, do concreto e dos conectores de cisalhamento.

Selecionando a opção **Editar-Materiais-Aço**, o programa abre uma tela onde o usuário informa o módulo de elasticidade longitudinal, o limite de escoamento e a resistência à ruptura do aço do perfil e do aço do reforço, caso este último seja diferente do aço do perfil (FIGURA 7.7). O módulo de elasticidade transversal é automaticamente calculado pelo programa a partir do E fornecido e considerando o coeficiente de Poisson igual a 0,3 para o aço, qualquer que seja.

Selecionando a opção **Editar-Materiais-Solda**, o programa ativa a tela onde o usuário informa o eletrodo a ser utilizado na soldagem das barras de reforço, caso a viga venha a ser reforçada, e a resistência mínima à tração do metal da solda (FIGURA 7.8).

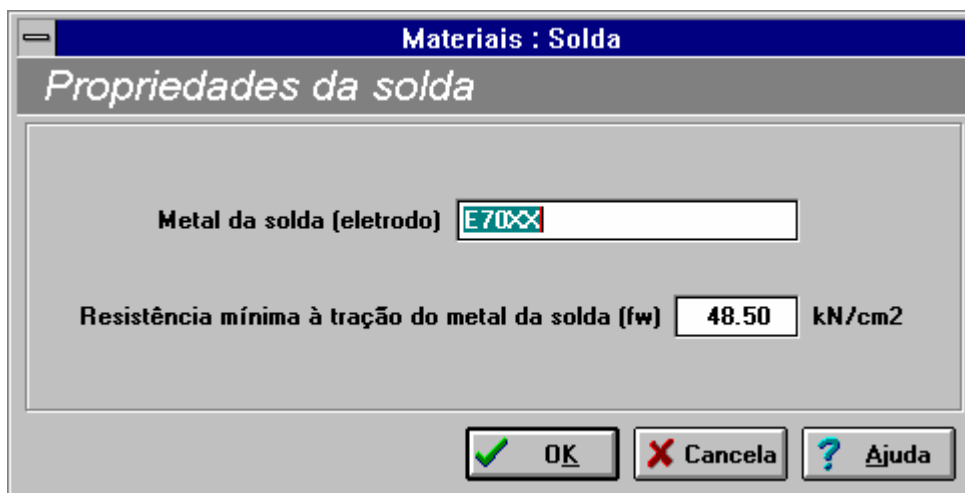


FIGURA 7.8 - Tela para entrada dos dados da solda das barras de reforço

Ao ser selecionada a opção **Editar-Materiais-Concreto**, o programa abre a janela onde o usuário informa a resistência e o peso específico do concreto (FIGURA 7.9). O módulo de elasticidade do concreto é calculado automaticamente através da equação

$$E_c = 42 \gamma_c^{1,5} \sqrt{f_{ck}} \quad (7-1)$$

dada pela NBR 8800/86.

Materiais : Concreto

Propriedades do concreto

Resistência característica à compressão (fck) MPa

Peso específico (γc) kN/m³

Módulo de elasticidade (Ec) kN/cm²

FIGURA 7.9 - Tela para entrada dos dados do concreto

Essa opção só fica disponível se o usuário ativou a opção *Calcular como Viga Mista* em **Editar-Opções de cálculo**.

Materiais: Conectores

Conectores de cisalhamento

Tipo do conector

Pino c/ cabeça

Perfil U

Aço

Limite de escoamento (fy) kN/cm²

Limite de resistência (fuc) kN/cm²

Pino com cabeça

Diâmetro do fuste (dcs) cm

Altura (hcs) cm

Perfil U

Esessura da mesa (tfu) cm

Esessura da alma (twu) cm

Comprimento do conector (Lcs) cm

FIGURA 7.10 - Tela para entrada dos dados dos conectores de cisalhamento

A opção **Editar-Materiais-Conectores** abre a janela onde o usuário informa as características dos conectores de cisalhamento (FIGURA 7.10). O programa permite trabalhar com conectores tipo pino com cabeça e também perfil U laminado.

7.3.4 Geometria

O item Geometria engloba todas as opções referentes à informação de dimensões, coordenadas, posição e propriedades geométricas dos elementos que constituem a viga, a saber: perfil metálico, laje de concreto, aberturas, nós e barras.

7.3.4.1 Geometria do perfil

Para entrar com as dimensões do perfil, bem como outras características, basta selecionar a opção **Editar-Geometria-Perfil** no menu principal ou acionar o botão apropriado na barra de ferramentas. A FIGURA 7.11 mostra a tela de entrada de dados do perfil.

Geometria : Perfil

Perfil

Identificação: **IP 450**

Tipo do Perfil: Laminado Soldado

Dimensões:

altura (d)	45.00	cm
largura da mesa (bf)	19.00	cm
espessura da mesa (tf)	1.46	cm
espessura da alma (tw)	0.94	cm
raio na junção mesa-alma (r)	2.10	cm

Propriedades:

área bruta (Ag)	98.83	cm ²
momento de inércia (Ix)	33746.03	cm ⁴
módulo elástico (Wx)	1499.82	cm ³
módulo plástico (Zx)	1701.94	cm ³

IP 450

Ag = 98.83 cm²
Ix = 33746.03 cm⁴
Wx = 1499.82 cm³
Zx = 1701.94 cm³
Mpl = 42549 kNcm
Mn = 42549 kNcm
Vpl = 635 kN
Vn = 635 kN
λw = 44.77

OK Cancela Ajuda

FIGURA 7.11 - Tela para entrada dos dados do perfil de aço

7.3.4.2 Geometria das aberturas

A tela de entrada de dados das aberturas é ativada através da sequência **Editar-Geometria-Aberturas** do menu principal. Os dados são digitados numa planilha onde cada abertura é identificada através de um número de ordem. O programa trata aberturas circulares e retangulares. Para aberturas retangulares deve-se informar o comprimento a_o e a altura h_o da abertura. O diâmetro D_o deve ser mantido igual a zero. Se o diâmetro é diferente de zero o programa assume que a abertura é circular. A planilha de dados está conectada a uma tabela Paradox[®] no disco e portanto, a edição de suas linhas é similar à edição dos registros de um banco de dados. Quando o cursor muda de linha, as eventuais alterações no último registro são atualizadas no disco. Assim, quando uma informação numa das linhas da planilha é alterada, deve-se forçar sua atualização no disco utilizando uma das duas alternativas seguintes: (1) fazendo o cursor mudar de linha na planilha; (2) acionando o botão de gravação no controlador da tabela. Um desenho indica a qual elemento da abertura cada campo da planilha se refere (FIGURA 7.12).

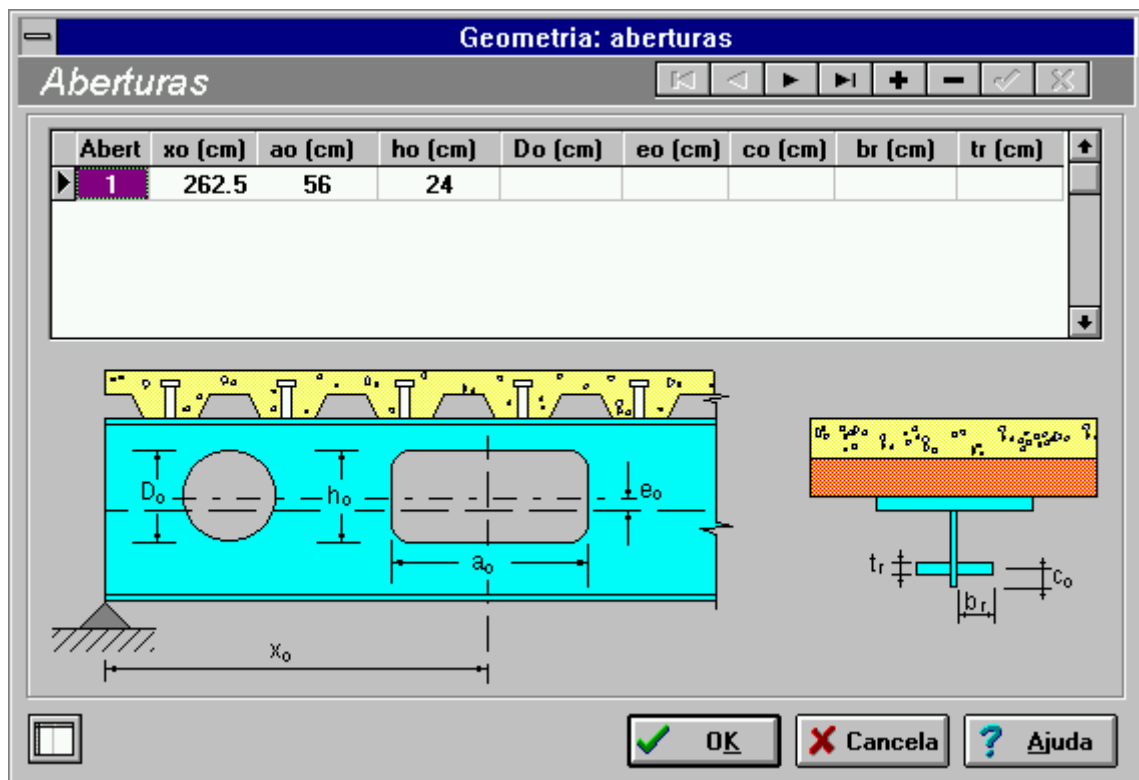


FIGURA 7.12 - Tela de entrada dos dados das aberturas

7.3.4.3 Geometria da laje

A sequência **Editar-Geometria-Laje_de_concreto** ativa a tela para entrada dos dados da laje. Nessa tela o usuário informa se a construção é escorada ou não, se a laje é maciça ou nervurada, a direção das nervuras, em caso de laje nervurada, e se a viga é interna ou de extremidade. Além disso são informados o vão da viga mista, a espessura da laje, a distância entre o perfil metálico e a laje e a distância média entre mesas de vigas adjacentes. Com essas informações o programa calcula a largura efetiva da laje de concreto e mostra seu valor na barra de status na parte de baixo da tela (FIGURA 7.13).

The screenshot shows a software window titled "Geometria: laje" with a subtitle "Laje". The interface is organized into several sections:

- Tipo de construção:** Radio buttons for "Escorada" and "Não-escorada" (selected).
- Tipo de laje:** Radio buttons for "Maciça" and "Nervurada" (selected).
- Direção das nervuras:** Radio buttons for "Longitudinal" and "Transversal" (selected).
- Viga:** Radio buttons for "Viga interna" (selected) and "Viga de extremidade". Below each is a diagram showing a cross-section of a slab on a beam.
- Input fields:**
 - Espessura da laje (tc): 5.00 cm
 - Altura das nervuras (hF): 5.00 cm
 - Média das distâncias entre mesas de vigas: 225.00 cm
 - Comprimento do vão (L): 1050.00 cm
- Buttons:** "OK", "Cancela", "Ajuda", and "Esquema" (with a hard hat icon).

FIGURA 7.13 - Tela de entrada dos dados da laje de concreto

7.3.4.4 Geometria da viga

Selecionando as opções **Editar-Geometria-Viga**, abre-se a tela onde são definidas as características do modelo reticulado (FIGURA 7.14). Essa tela possui três planilhas, cujo funcionamento é análogo ao descrito para a planilha de aberturas. Na primeira planilha são informados os nós e suas coordenadas X e Y. Na segunda são informadas

as restrições nos apoios. Na terceira são editados os dados das barras. Uma vez preenchidas as planilhas de nós e de restrições nos apoios, pode-se gerar a planilha das barras automaticamente, através de um botão especial na tela. Para isto o programa consulta as informações existentes nas planilha de aberturas, de nós e de restrições de apoio. Por essa razão os dados referentes às aberturas devem ser informados antes. Caso contrário o modelo gerado não será uma representação fiel da viga em questão. Por fim, uma janela gráfica permite ao usuário visualizar o aspecto final do modelo reticulado. Esse recurso é muito útil para a identificação visual de eventuais erros de digitação. Para compatibilizar a matriz de rigidez global da viga com a estrutura de dados utilizada pelo programa, os nós devem ser numerados da esquerda para a direita e em ordem crescente.

Um recurso adicional para a planilha de barras permite ao usuário suprimir a edição das propriedades geométricas das barras. Nesse caso o próprio programa controla as propriedades em função da geometria do perfil metálico e da laje de concreto. Essa facilidade é interessante sempre que a seção é constante ao longo do vão.

Geometria : Viga

Viga [Navigation icons]

Coordenadas dos nós				Restrições nodais			
Nó	X (cm)	Y (cm)	↑	Nó	JR1	JR2	JR3
2	78.17			1	1	1	0
3	156.33			15	0	1	0
4	234.5						
5	290.5						

Referencial da barra

Informações das barras					
Barra	nó J	nó K	Área (cm ²)	Inércia (cm ⁴)	Abertura
1	1	2	207.07	80846	0
2	2	3	207.07	80846	0
3	3	4	207.07	80846	0
4	4	5			1

Nós: 15
Barras: 15
Aberturas: 1

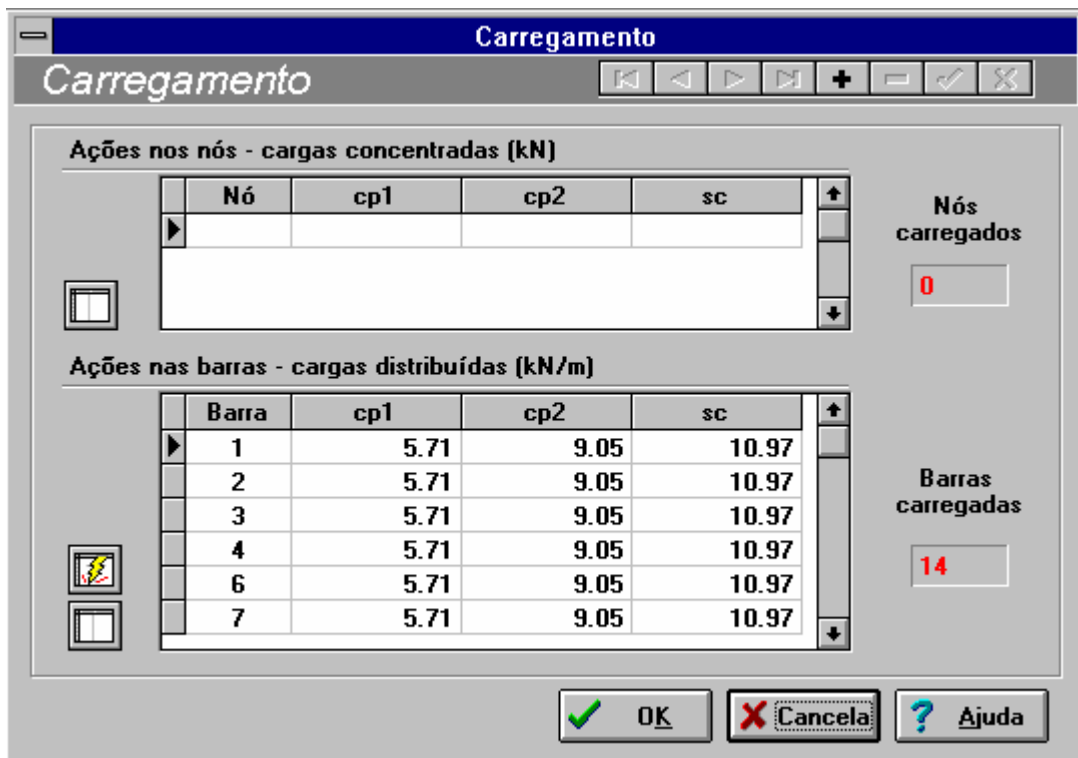
[Modelo] [OK] [Cancela] [Ajuda]

FIGURA 7.14 - Tela de entrada dos dados do modelo reticulado

7.3.5 Carregamento

O programa trata com dois tipos de cargas, a saber, cargas concentradas e cargas uniformemente distribuídas. A tela de entrada dos dados do carregamento é ativada através da sequência **Editar-Carregamento** e possui duas planilhas, uma para as cargas nodais e outra para as cargas distribuídas nas barras (FIGURA 7.15). Se o usuário opta por viga de aço, ou, viga mista com construção escorada, as planilhas permitem a edição de um valor para a carga permanente e outro para a sobrecarga. Já no caso de viga mista com construção não-escorada, as planilhas permitem a edição de dois valores para a carga permanente: um para a carga atuante antes da cura do concreto e outro para a carga após a cura do concreto.

Os valores de cargas digitados nas planilhas de carregamento devem ser nominais. Os coeficientes de majoração apropriados são aplicados pelo programa durante o processamento. Os esforços, reações e deslocamentos são primariamente calculados para as cargas nominais. Posteriormente os coeficientes de majoração do carregamento são aplicados conforme a situação.



Carregamento

Ações nos nós - cargas concentradas (kN)

Nó	cp1	cp2	sc

Nós carregados
0

Ações nas barras - cargas distribuídas (kN/m)

Barra	cp1	cp2	sc
1	5.71	9.05	10.97
2	5.71	9.05	10.97
3	5.71	9.05	10.97
4	5.71	9.05	10.97
6	5.71	9.05	10.97
7	5.71	9.05	10.97

Barras carregadas
14

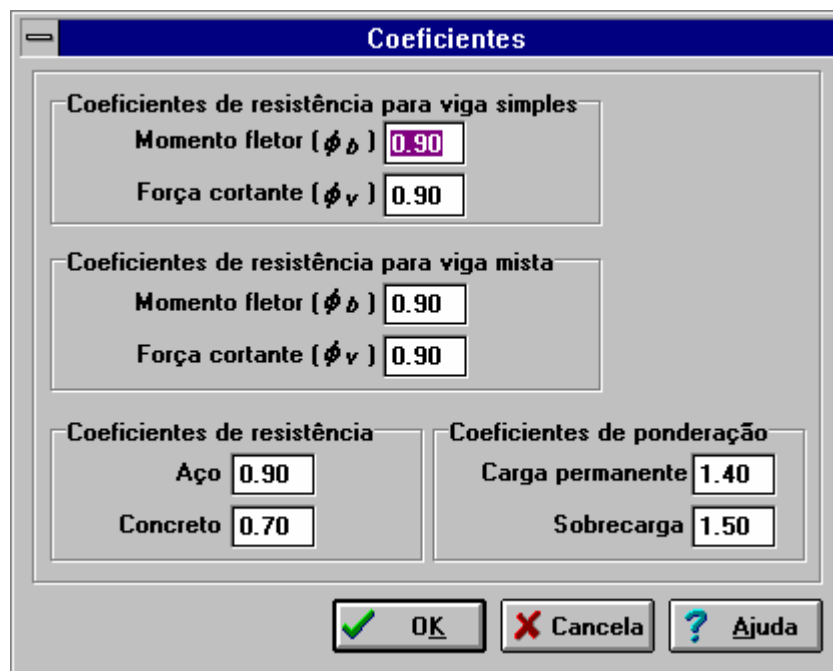
OK Cancela Ajuda

FIGURA 7.15 - Tela de entrada dos dados do carregamento

7.3.6 Coeficientes

A opção **Editar-Coeficientes** oferece ao usuário a possibilidade de modificar os coeficientes de resistência para o cálculo da capacidade da seção ao momento fletor e à força cortante. Pode-se dar um tratamento diferenciado para as vigas mistas, em relação às vigas de aço, se o calculista desejar.

Também nesta tela são informados os coeficientes de resistência dos materiais e os coeficientes de majoração das cargas. A tela de entrada dos coeficientes é mostrada na FIGURA 7.16, com os valores *default* do programa.



A imagem mostra uma janela de software intitulada "Coeficientes". Ela contém três seções de entrada de dados:

- Coeficientes de resistência para viga simples:**
 - Momento fletor (ϕ_b): 0.90
 - Força cortante (ϕ_v): 0.90
- Coeficientes de resistência para viga mista:**
 - Momento fletor (ϕ_b): 0.90
 - Força cortante (ϕ_v): 0.90
- Coeficientes de resistência:**
 - Aço: 0.90
 - Concreto: 0.70
- Coeficientes de ponderação:**
 - Carga permanente: 1.40
 - Sobrecarga: 1.50

Na base da janela, há três botões: "OK" (com um ícone de checkmark verde), "Cancela" (com um ícone de X vermelho) e "Ajuda" (com um ícone de ponto de interrogação azul).

FIGURA 7.16 - Tela de entrada dos coeficientes de segurança e de resistência

7.3.7 Painel interativo

Foi implementado um painel interativo que permite ao calculista testar várias dimensões e posições para aberturas num determinado perfil. Esse painel (FIGURA 7.17) fornece imediatamente a capacidade resistente da seção para determinados valores das dimensões de uma abertura fornecidos pelo usuário. Os dados de entrada são:

- momento fletor atuante na seção analisada;
- esforço cortante atuante na seção analisada;

- posição da abertura;
- comprimento da abertura;
- altura da abertura;
- excentricidade da abertura;
- distância do centróide do reforço à borda da abertura;
- largura das chapas de reforço;
- espessura das chapas de reforço;
- comprimento sem contenção para verificação à flambagem lateral.

FIGURA 7.17 - Painel interativo para verificação de seções com abertura

Essas informações são então processadas e o usuário pode avaliar:

1. se a seção atende aos requisitos de resistência;
2. as reduções na resistência ao momento fletor em função de fenômenos de instabilidade local das chapas do perfil e, ou, de flambagem lateral com torção;
3. qual a magnitude do déficit ou da sobra de resistência;

4. se os requisitos relativos à geometria da abertura são atendidos;
5. a necessidade de barras de reforço;
6. a eficiência das barras de reforço, se utilizadas;
7. se o comprimento destravado limita significativamente a resistência da seção.

Quando os valores testados atendem aos requisitos do projeto, o usuário pode catalogá-los automaticamente na planilha de aberturas que posteriormente será utilizada na modelagem da viga. O modelo gerado é então processado e obtêm-se os deslocamentos, esforços e reações de apoio. Essas informações são então devidamente manipuladas de maneira que todos os pontos críticos da viga são verificados através de critérios de resistência, critérios de estabilidade e critérios de projeto.

Ressalta-se que, no caso de viga mista, as verificações do painel interativo são efetuadas sempre admitindo interação completa. Se o usuário desejar fazer a verificação para interação parcial deve processar a viga toda.

7.3.8 Gravando dados e resultados

Após a entrada dos dados, pode-se gravá-los num arquivo selecionando o botão apropriado na barra de ferramentas ou a opção **Arquivo-Salvar arquivo de dados** no menu principal. Uma caixa de diálogo aparece permitindo que o usuário informe a localização e o nome do arquivo de dados (FIGURA 7.18).

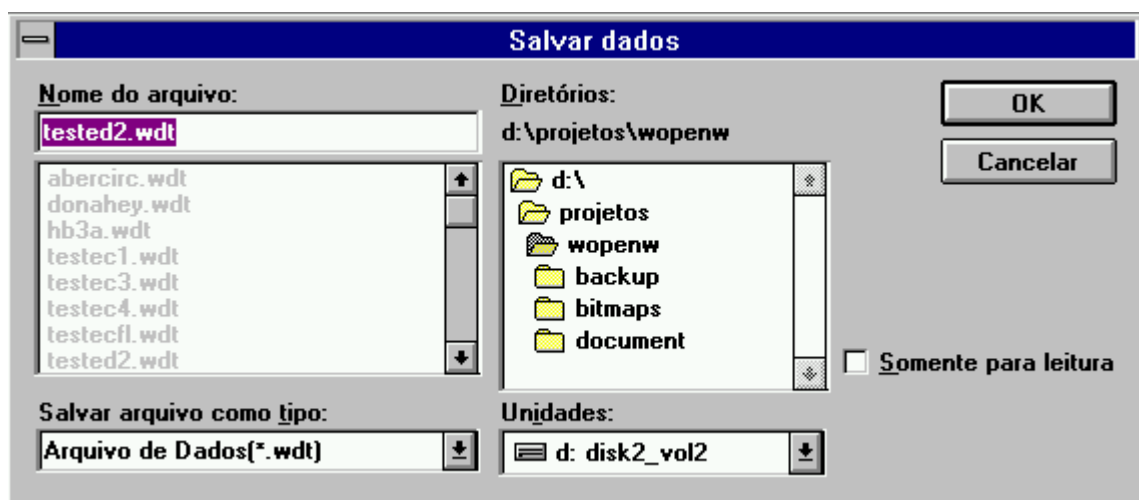
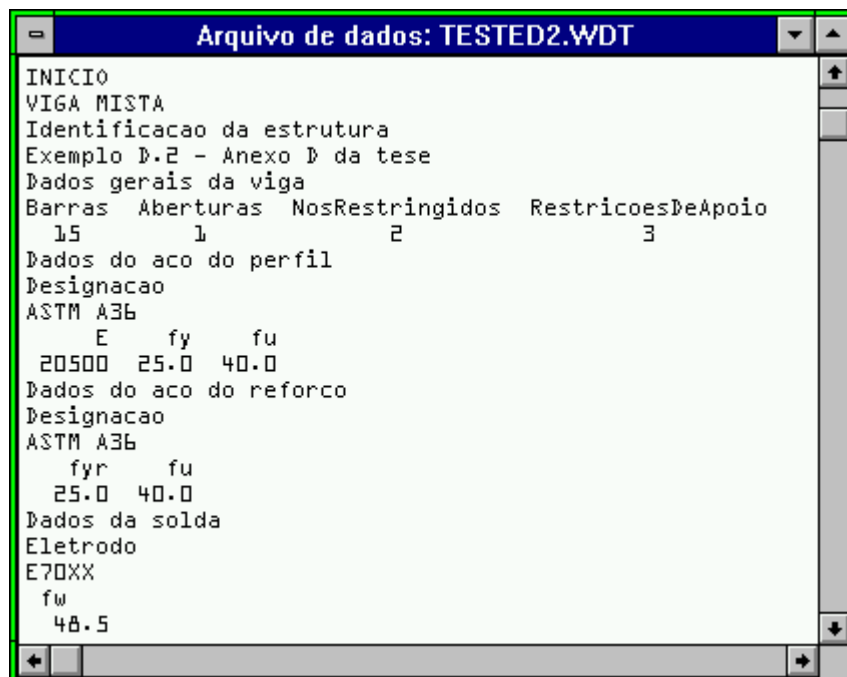


FIGURA 7.18 - Caixa de diálogo para gravação do arquivo de dados

Os resultados podem ser gravados de forma similar. O programa assume as extensões *.WDT para os arquivos de dados e *.OUT para os arquivos de resultados. Tanto o arquivo de dados como o de resultados são gravados no formato texto comum podendo ser lidos, impressos e transferidos para outros ambientes com facilidade.

7.3.9 Janelas simultâneas

O programa WebOpens foi implementado como o que se chama em programação para Windows™ de aplicação MDI (*multiple document interface*), ou seja, uma aplicação cuja interface permite a edição de várias janelas simultaneamente. Quando o usuário solicita a gravação dos dados o programa abre uma janela na qual o arquivo de dados pode ser visualizado (FIGURA 7.19). Se, em seguida, o usuário comanda o processamento da viga, são abertas automaticamente mais duas janelas: uma delas exibe a listagem de resultados (FIGURA 7.20) e a outra um gráfico das deformações na viga (FIGURA 7.21). As três janelas podem coexistir na área útil da tela principal. O menu **Janela** oferece alguns recursos especiais para a manipulação das janelas.



```
Arquivo de dados: TESTED2.WDT
INICIO
VIGA MISTA
Identificacao da estrutura
Exemplo D.2 - Anexo D da tese
Dados gerais da viga
Barras  Aberturas  NosRestringidos  RestricoesDeApoio
  15      1          2              3
Dados do aço do perfil
Designacao
ASTM A36
      E      fy      fu
20500  25.0  40.0
Dados do aço do reforco
Designacao
ASTM A36
      fyr     fu
      25.0   40.0
Dados da solda
Eletrodo
E70XX
fw
48.5
```

FIGURA 7.19 - Janela do arquivo de dados

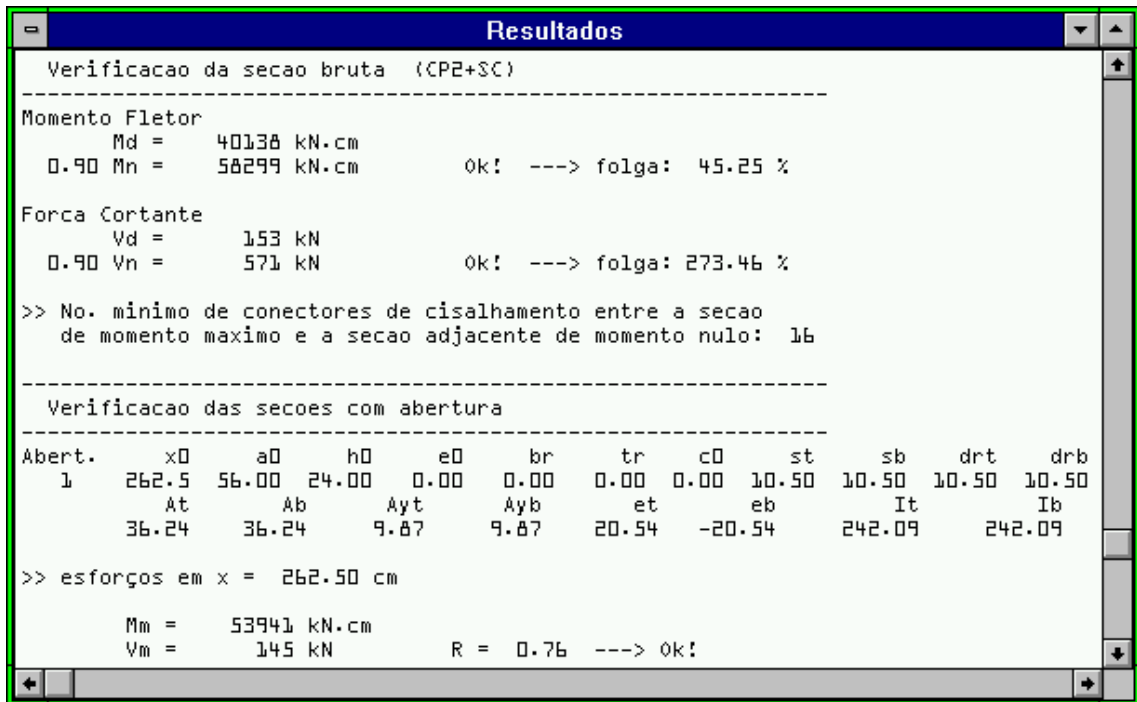


FIGURA 7.20 - Janela dos resultados

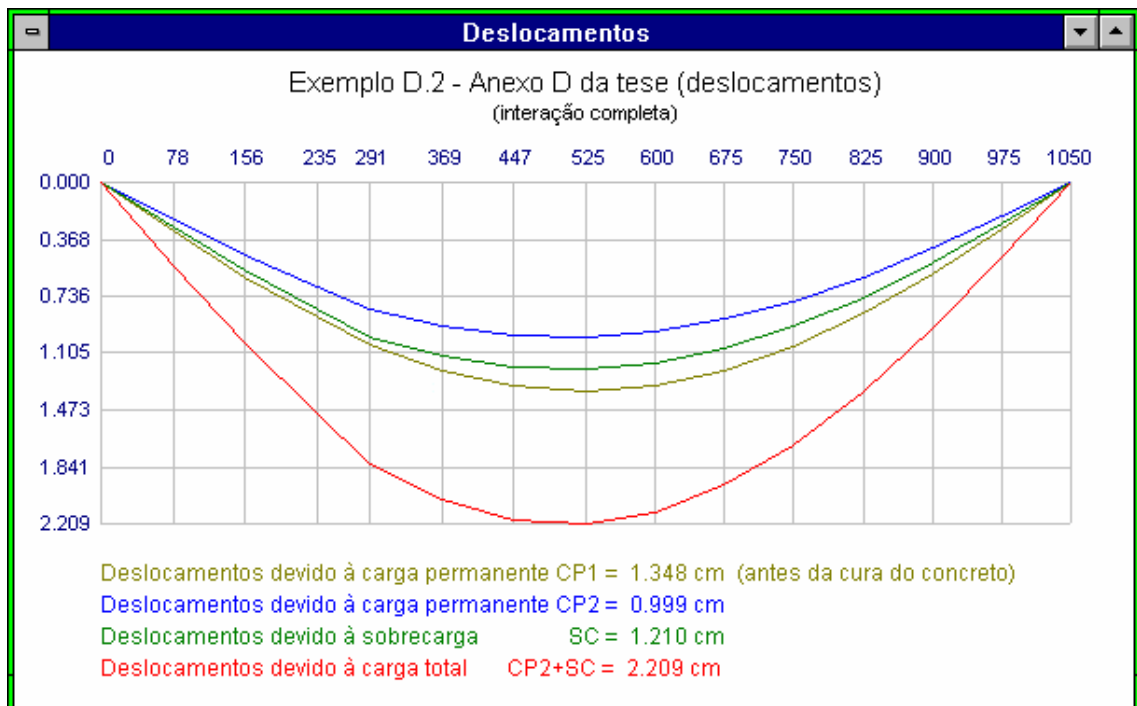


FIGURA 7.21 - Janela das deformações

A janela de resultados é um editor de textos e permite que usuário modifique a listagem de saída como melhor lhe aprouver. É possível também alterar as cores e os fontes das janelas de dados e resultados.

A janela das deformações possui um menu instantâneo que pode ser acionado através do botão direito do *mouse*. Nesse menu estão as opções de visualização das deformações para interação completa ou parcial, no caso de viga mista, bem como opções para imprimir o gráfico com as deformações e alterar as cores do desenho.

7.3.10 Configuração da impressora e impressão dos resultados

A caixa de diálogo para a impressão (FIGURA 7.22) dá acesso a outra caixa de diálogo que permite configurar a impressora (FIGURA 7.23). Assim, é possível selecionar a impressora, o formato do papel, a orientação e a qualidade da impressão, a origem do papel, a resolução da impressora, etc. Também é possível selecionar o número de cópias do que será impresso e solicitar a impressão num arquivo em disco.

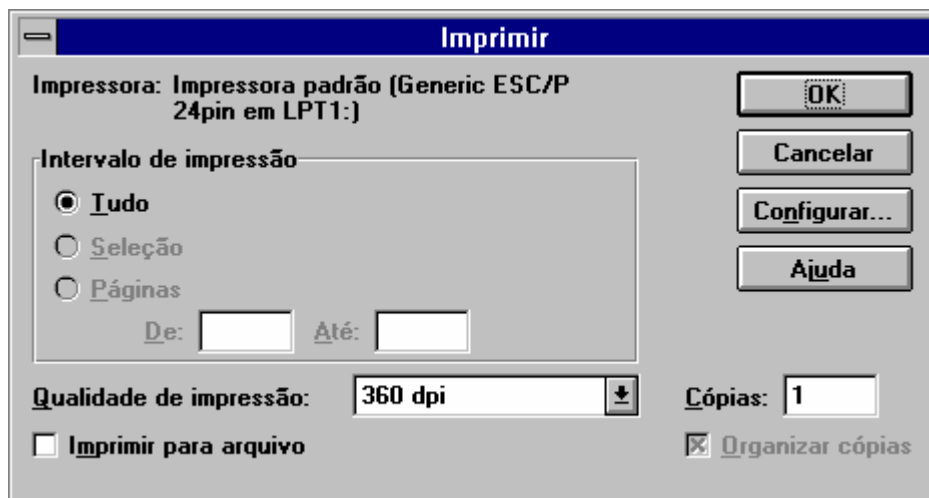


FIGURA 7.22 - Caixa de diálogo para impressão dos resultados

A rotina de impressão reconhece automaticamente se a impressora aceita cores e envia os gráficos a cores ou em preto e branco, dependendo do caso.

Os resultados são impressos com o mesmo leiaute com que aparecem na tela: fonte, tamanho, espaçamento, etc.

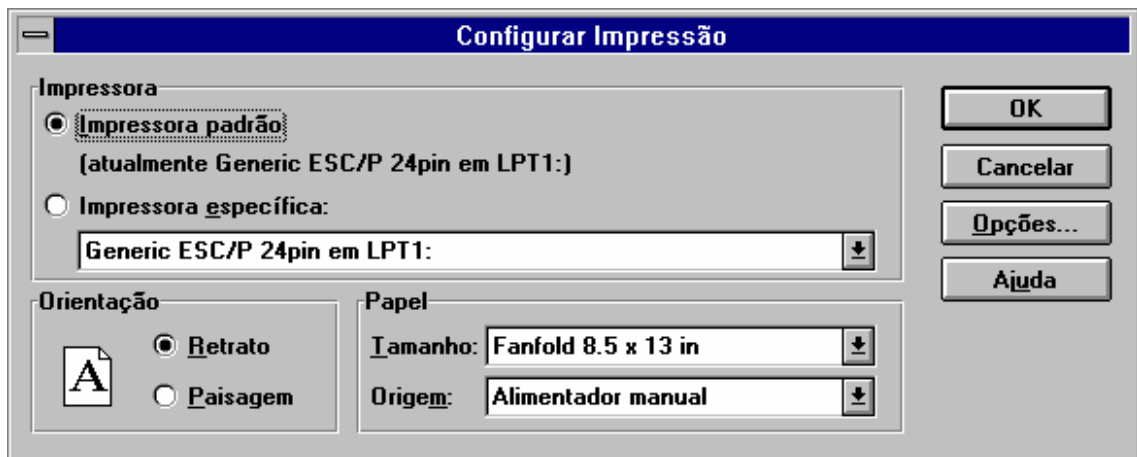


FIGURA 7.23 - Caixa de diálogo para configuração da impressora

7.3.11 Listagem de saída

Neste item é apresentada a listagem de saída para o problema do exemplo D2 do APÊNDICE D.

WEBOPENS 1.2 24/06/1996 22:06:34

 Exemplo D.2 - Anexo D da tese

Calculo como Viga Mista
 Unidades: kN e cm

 Parametros da estrutura

M	NA	N	NJ	NR	NRJ
15	1	42	15	3	2

Dados do Aco

	tipo	fy	fu	E	G
perfil	ASTM A-36	25.00	40.00	20500	7885
reforco	ASTM A-36	25.00	40.00		

Dados do Perfil

d	bf	tf	tw	r	tipo
45.00	19.00	1.46	0.94	2.10	LAMINADO - IP 450

Dados da Solda

Eletrodo E70XX fw = 48.50

Dados do concreto

fck	peso especifico	Ec
2.10	25.0	2405.85

Dados dos conectores

Tipo: Pino com cabeca

Aco: ASTM A-108

fycs	fucs	hcs	dcsc
34.50	41.50	9.00	1.90

Dados da laje

Tipo: Nervurada
 Direcao das nervuras: Transversal
 Construcao: Nao escorada
 Viga interna
 tc hF dmem vao
 5.0 5.0 225.0 1050.0

Dados das aberturas
 No. xo ao ho Do eo br tr co
 1 262.50 56.00 24.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Coordenadas dos nos
 No X Y
 1 0.00 0.00
 2 78.17 0.00
 3 156.33 0.00
 4 234.50 0.00
 5 290.50 0.00
 6 368.67 0.00
 7 446.83 0.00
 8 525.00 0.00
 9 600.00 0.00
 10 675.00 0.00
 11 750.00 0.00
 12 825.00 0.00
 13 900.00 0.00
 14 975.00 0.00
 15 1050.00 0.00

Informacoes das barras
 Barra JJ JK A L I Cx Cy Abert
 1 1 2 98.83 78.17 33746.03 1.000 0.000 0
 2 2 3 98.83 78.16 33746.03 1.000 0.000 0
 3 3 4 98.83 78.17 33746.03 1.000 0.000 0
 4 4 5 36.24 56.00 242.09 1.000 0.000 1
 5 4 5 36.24 56.00 242.09 1.000 0.000 1
 6 5 6 98.83 78.17 33746.03 1.000 0.000 0
 7 6 7 98.83 78.16 33746.03 1.000 0.000 0
 8 7 8 98.83 78.17 33746.03 1.000 0.000 0
 9 8 9 98.83 75.00 33746.03 1.000 0.000 0
 10 9 10 98.83 75.00 33746.03 1.000 0.000 0
 11 10 11 98.83 75.00 33746.03 1.000 0.000 0
 12 11 12 98.83 75.00 33746.03 1.000 0.000 0
 13 12 13 98.83 75.00 33746.03 1.000 0.000 0
 14 13 14 98.83 75.00 33746.03 1.000 0.000 0
 15 14 15 98.83 75.00 33746.03 1.000 0.000 0

Restricoes nos nos
 No JR1 JR2 JR3
 1 1 1 0
 15 0 1 0

Cargas aplicadas nas barras
 Barra CP1 CP2 SC
 1 5.71 9.05 10.97
 2 5.71 9.05 10.97
 3 5.71 9.05 10.97
 4 5.71 9.05 10.97
 6 5.71 9.05 10.97
 7 5.71 9.05 10.97
 8 5.71 9.05 10.97
 9 5.71 9.05 10.97
 10 5.71 9.05 10.97
 11 5.71 9.05 10.97
 12 5.71 9.05 10.97
 13 5.71 9.05 10.97
 14 5.71 9.05 10.97
 15 5.71 9.05 10.97

Solução para carga permanente 1 - antes da cura do concreto
 Deslocamentos dos nos
 No DJ1 DJ2 DJ3
 1 0.000000 0.000000 0.003989

2	0.000000	0.314979	0.003863
3	0.000000	0.609976	0.003512
4	0.000000	0.868992	0.002975
5	0.000000	1.048549	0.002456
6	0.000000	1.213934	0.001692
7	0.000000	1.315177	0.000849
8	0.000000	1.347682	-0.000034
9	0.000000	1.312782	-0.000881
10	0.000000	1.214458	-0.001694
11	0.000000	1.056628	-0.002436
12	0.000000	0.845821	-0.003075
13	0.000000	0.591177	-0.003574
14	0.000000	0.304449	-0.003899
15	0.000000	0.000000	-0.004015

Esforços nas extremidades das barras

Barra	AM1	AM2	AM3	AM4	AM5	AM6
1	0.000	-38.971	-0.000	0.000	33.168	-2819.551
2	0.000	-33.168	2819.551	0.000	27.366	-5185.241
3	0.000	-27.366	5185.241	0.000	21.564	-7097.678
4	0.000	-21.564	7097.678	0.000	17.407	-8188.859
5	0.000	-21.564	7097.678	0.000	17.407	-8188.859
6	0.000	-17.407	8188.859	0.000	11.604	-9322.766
7	0.000	-11.604	9322.766	0.000	5.803	-10003.029
8	0.000	-5.803	10003.029	0.000	0.000	-10229.822
9	0.000	0.000	10229.822	0.000	-5.567	-10021.050
10	0.000	5.567	10021.050	0.000	-11.135	-9394.734
11	0.000	11.135	9394.734	0.000	-16.702	-8350.875
12	0.000	16.702	8350.875	0.000	-22.269	-6889.472
13	0.000	22.269	6889.472	0.000	-27.836	-5010.525
14	0.000	27.836	5010.525	0.000	-33.403	-2714.034
15	0.000	33.403	2714.034	0.000	-38.971	0.000

Reacoes de apoio

No	AR1	AR2	AR3
1	0.000	-38.971	0.000
15	0.000	-38.971	0.000

Verificacao da secao bruta (CP1)

Momento Fletor

Md = 10230 kN.cm
0.90 Mn = 38294 kN.cm Ok! ---> folga: 274.33 %

Forca Cortante

Vd = 39 kN
0.90 Vn = 571 kN Ok! ---> folga: 1365.33 %

Verificacao das secoes com abertura

Abert.	x0	a0	h0	e0	br	tr	c0	st	sb	drt	drb
1	262.5	56.00	24.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	10.50	10.50	10.50
	At	Ab	Ayt	Ayb	et	eb	lt	lb			
	36.24	36.24	9.87	9.87	20.54	-20.54	242.09	242.09			

>> esforços em x = 262.50 cm

Mm = 39165 kN.cm
Vm = 103 kN R = 0.27 ---> Ok!

Md = 7672 kN.cm Mn = 28417 kN.cm
Vd = 19 kN Vn = 72 kN

a0/h0 = 2.33 <= 3.0 Ok!
h0/d = 0.53 <= 0.7 d Ok!
a0/st = 5.33 <= 12 Ok!
a0/sb = 5.33 <= 12 Ok!
st = 10.50 >= 0.15 d Ok!

sb = 10.50 >= 0.12 d Ok!
 p0 = 5.53 <= 6.0 Ok!

Propriedades da secao homogeneizada

Barra	Atr	Itr
1	203.86	79791.67
2	203.86	79791.67
3	203.86	79791.67
4	0.00	0.00
5	0.00	0.00
6	203.86	79791.67
7	203.86	79791.67
8	203.86	79791.67
9	203.86	79791.67
10	203.86	79791.67
11	203.86	79791.67
12	203.86	79791.67
13	203.86	79791.67
14	203.86	79791.67
15	203.86	79791.67

Solução para carga permanente 2 - apos a cura do concreto (Interacao total)

Deslocamentos dos nos

No	DJ1	DJ2	DJ3
1	0.000000	0.000000	0.003008
2	0.000000	0.243182	0.002923
3	0.000000	0.472009	0.002688
4	0.000000	0.675764	0.002328
5	0.000000	0.826690	0.001506
6	0.000000	0.928974	0.000994
7	0.000000	0.987308	0.000429
8	0.000000	0.998607	-0.000163
9	0.000000	0.964250	-0.000731
10	0.000000	0.886498	-0.001276
11	0.000000	0.767978	-0.001774
12	0.000000	0.613066	-0.002201
13	0.000000	0.427889	-0.002536
14	0.000000	0.220324	-0.002754
15	0.000000	0.000000	-0.002832

Esforcoss nas extremidades das barras

Barra	AM1	AM2	AM3	AM4	AM5	AM6
1	0.000	-66.517	-0.000	0.000	56.613	-4812.570
2	0.000	-56.613	4812.570	0.000	46.710	-8850.466
3	0.000	-46.710	8850.466	0.000	36.806	-12114.721
4	0.000	-36.806	12114.721	0.000	29.711	-13977.211
5	0.000	-36.806	12114.721	0.000	29.711	-13977.211
6	0.000	-29.711	13977.211	0.000	19.807	-15912.629
7	0.000	-19.807	15912.629	0.000	9.904	-17073.740
8	0.000	-9.904	17073.740	0.000	-0.000	-17460.844
9	0.000	0.000	17460.844	0.000	-9.503	-17104.500
10	0.000	9.502	17104.500	0.000	-19.005	-16035.469
11	0.000	19.005	16035.469	0.000	-28.507	-14253.750
12	0.000	28.507	14253.750	0.000	-38.010	-11759.344
13	0.000	38.010	11759.344	0.000	-47.512	-8552.250
14	0.000	47.512	8552.250	0.000	-57.015	-4632.469
15	0.000	57.015	4632.469	0.000	-66.517	-0.000

Reacoes de apoio

No	AR1	AR2	AR3
1	0.000	-66.517	0.000
15	0.000	-66.517	0.000

Solução para sobrecarga (Interacao total)

Deslocamentos dos nos

No	DJ1	DJ2	DJ3
1	0.000000	0.000000	0.003646
2	0.000000	0.294774	0.003543

3	0.000000	0.572148	0.003258
4	0.000000	0.819131	0.002822
5	0.000000	1.002076	0.001826
6	0.000000	1.126060	0.001205
7	0.000000	1.196770	0.000520
8	0.000000	1.210467	-0.000198
9	0.000000	1.168820	-0.000886
10	0.000000	1.074573	-0.001546
11	0.000000	0.930908	-0.002150
12	0.000000	0.743131	-0.002668
13	0.000000	0.518667	-0.003074
14	0.000000	0.267067	-0.003338
15	0.000000	0.000000	-0.003432

Esforços nas extremidades das barras

Barra	AM1	AM2	AM3	AM4	AM5	AM6
1	0.000	-86.389	-0.000	0.000	73.526	-6250.263
2	0.000	-73.526	6250.263	0.000	60.665	-11494.429
3	0.000	-60.665	11494.429	0.000	47.802	-15733.839
4	0.000	-47.802	15733.839	0.000	38.587	-18152.724
5	0.000	-47.802	15733.839	0.000	38.587	-18152.724
6	0.000	-38.587	18152.724	0.000	25.724	-20666.322
7	0.000	-25.724	20666.322	0.000	12.863	-22174.301
8	0.000	-12.863	22174.301	0.000	-0.000	-22677.047
9	0.000	-0.000	22677.047	0.000	-12.341	-22214.250
10	0.000	12.341	22214.250	0.000	-24.682	-20825.859
11	0.000	24.682	20825.859	0.000	-37.024	-18511.875
12	0.000	37.024	18511.875	0.000	-49.365	-15272.297
13	0.000	49.365	15272.297	0.000	-61.706	-11107.125
14	0.000	61.706	11107.125	0.000	-74.047	-6016.359
15	0.000	74.047	6016.359	0.000	-86.389	-0.000

Reações de apoio

No	AR1	AR2	AR3
1	0.000	-86.389	0.000
15	0.000	-86.389	0.000

Verificação da secção bruta (CP2+SC)

Momento Fletor

Md = 40138 kN.cm
 0.90 Mn = 57871 kN.cm Ok! ---> folga: 44.18 %

Força Cortante

Vd = 153 kN
 0.90 Vn = 571 kN Ok! ---> folga: 273.46 %

>> No. mínimo de conectores de cisalhamento entre a secção de momento máximo e a secção adjacente de momento nulo: 16

Verificação das secções com abertura

Abert.	x0	a0	h0	e0	br	tr	c0	st	sb	drt	drb
1	262.5	56.00	24.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	10.50	10.50	10.50
	At	Ab	Ayt	Ayb	et	eb	lt	lb			
	36.24	36.24	9.87	9.87	20.54	-20.54	242.09	242.09			

>> esforços em x = 262.50 cm

Mm = 53560 kN.cm
 Vm = 143 kN R = 0.77 ---> Ok!

Md = 30103 kN.cm Mn = 39096 kN.cm
 Vd = 76 kN Vn = 99 kN

>> No. mínimo de conectores entre a extremidade de maior momento da abertura e o apoio 9

>> No. mínimo de conectores sobre a abertura 2

$a_0/h_0 = 2.33 \leq 3.0$ Ok!
 $h_0/d = 0.53 \leq 0.7$ d Ok!
 $a_0/st = 5.33 \leq 12$ Ok!
 $a_0/sb = 5.33 \leq 12$ Ok!
 $st = 10.50 \geq 0.15$ d Ok!
 $sb = 10.50 \geq 0.12$ d Ok!
 $p_0 = 5.53 \leq 6.0$ Ok!

Verificacoes para interacao parcial

Verificacao da secão bruta (CP2+SC)

Momento Fletor

Md = 40138 kN.cm
 0.90 Mn = 52238 kN.cm Ok! ---> folga: 30.15 %

Força Cortante

Vd = 153 kN
 0.90 Vn = 571 kN Ok! ---> folga: 273.46 %

>> No. minimo de conectores de cisalhamento entre a secão de momento maximo e a secão adjacente de momento nulo: 8

Verificacao das secões com abertura

Abert.	x0	a0	h0	e0	br	tr	c0	st	sb	drt	drb
1	262.5	56.00	24.00	0.00	0.00	0.00	0.00	10.50	10.50	10.50	10.50
	At	Ab	Ayt	Ayb	et	eb	lt	lb			
	36.24	36.24	9.87	9.87	20.54	-20.54	242.09	242.09			

>> esforços em x = 262.50 cm

Mm = 42608 kN.cm
 Vm = 117 kN R = 0.95 ---> Ok!

Md = 30103 kN.cm Mn = 31688 kN.cm
 Vd = 76 kN Vn = 80 kN

>> No. minimo de conectores entre a extremidade de maior momento da abertura e o apoio 2

>> No. minimo de conectores sobre a abertura 2

Propriedades da secão homogeneizada (interacao parcial)

Barra	Atr	Ief
1	203.86	66454.37
2	203.86	66454.37
3	203.86	66454.37
4	0.00	0.00
5	0.00	0.00
6	203.86	66454.37
7	203.86	66454.37
8	203.86	66454.37
9	203.86	66454.37
10	203.86	66454.37
11	203.86	66454.37
12	203.86	66454.37
13	203.86	66454.37
14	203.86	66454.37
15	203.86	66454.37

Solução para carga permanente 2 - apos a cura do concreto

Deslocamentos para Interacao Parcial

Deslocamentos dos nos

No	DJ1	DJ2	DJ3
1	0.000000	0.000000	0.003495
2	0.000000	0.280843	0.003394
3	0.000000	0.544783	0.003111
4	0.000000	0.778952	0.002679
5	0.000000	0.949537	0.001857
6	0.000000	1.075332	0.001242
7	0.000000	1.148688	0.000563
8	0.000000	1.165904	-0.000147
9	0.000000	1.128464	-0.000829
10	0.000000	1.039227	-0.001483
11	0.000000	0.901345	-0.002081
12	0.000000	0.720074	-0.002594
13	0.000000	0.502770	-0.002996
14	0.000000	0.258892	-0.003258
15	0.000000	0.000000	-0.003351

Solução para sobrecarga

Deslocamentos para Interacao Parcial

Deslocamentos dos nos

No	DJ1	DJ2	DJ3
1	0.000000	0.000000	0.004237
2	0.000000	0.340425	0.004114
3	0.000000	0.660362	0.003771
4	0.000000	0.944210	0.003247
5	0.000000	1.150986	0.002251
6	0.000000	1.303469	0.001506
7	0.000000	1.392388	0.000683
8	0.000000	1.413256	-0.000178
9	0.000000	1.367873	-0.001005
10	0.000000	1.259704	-0.001797
11	0.000000	1.092570	-0.002522
12	0.000000	0.872841	-0.003145
13	0.000000	0.609435	-0.003632
14	0.000000	0.313817	-0.003949
15	0.000000	0.000000	-0.004062

Recomendacoes:

>> raio minimo dos cantos da abertura: 18.8 mm
>> Espacamento transversal minimo para os conectores: 7.60 cm
>> Espacamento longitudinal minimo para os conectores: 11.40 cm
>> **Espacamento longitudinal maximo para os conectores: 80.00 cm**
>> Armadura transversal de reforço: 0.500 cm²/m

7.3.12 Peculiaridades e requisitos do programa

O código fonte do programa possui aproximadamente 7.000 linhas escritas em Delphi™ e o tamanho do código executável é de cerca de 1.100 kbytes.

O *WebOpens* trabalha com tabelas Paradox® 5.0 e para ser executado necessita de acesso ao *run-time* do BDE® (*Borland Database Engine*). No caso de um computador isolado, o BDE® deve ser instalado no disco rígido. No caso de rede, o BDE® deve ser instalado de forma a poder ser acessado pelo *WebOpens*.

Instalado o BDE[®], deve-se criar, através do *Database Engine Configuration*, um *alias* de nome WOPENWDB cujo *path* deve apontar para o diretório que contém as tabelas *.DB necessárias ao *WebOpens*.

O espaço em disco requerido é de cerca de 5,3 megabytes sendo:

- 2,0 megabytes para o programa *WebOpens*;
- 3,3 megabytes para o *Borland Database Engine*[®].

7.3.12.1 Arquivos utilizados pelo programa

Os QUADROS 7.13 e 7.14 contém uma lista dos arquivos utilizados pelo programa *WebOpens* com sua respectiva descrição. No APÊNDICE F estão as descrições das estruturas dos arquivos *.DB.

QUADRO 7.13 - Arquivos criados pelo programa WebOpens

arquivo	descrição
WOPENW12.TMP	Arquivo de resultados temporário
*.WDT	Arquivos de dados
*.OUT	Arquivos de resultados

QUADRO 7.14 - Arquivos utilizados pelo programa WebOpens

arquivo	descrição
WOPENW12.EXE	Programa WebOpens 1.2
BAR.DB	Informações das barras (tabela Paradox 5.0)
NODE.DB	Informações dos nós (tabela Paradox 5.0)
OPENINGS.DB	Informações das aberturas (tabela Paradox 5.0)
RESTRIC.DB	Restrições de apoio (tabela Paradox 5.0)
BLOADS.DB	Cargas nas barras (tabela Paradox 5.0)
JLOADS.DB	Cargas nos nós (tabela Paradox 5.0)
*.PX	Índices primários dos arquivos *.DB

7.3.12.2 Limites e restrições do programa

As limitações impostas ao programa no que diz respeito à quantidade e qualidade dos elementos manipuláveis estão discriminadas no QUADRO 7.15.

QUADRO 7.15 - Limitações e restrições do programa WebOpens

Número máximo de barras permitido	100
Número máximo de nós permitido	101
Número máximo de aberturas permitido	20
Número máximo de carregamentos permitido	2
Formatos de abertura permitidos	circular retangular
Tipos de laje permitidos	maciça nervurada
Tipos de viga permitidos	viga de aço viga mista
Tipo de conectores permitidos	pino com cabeça perfil U
Tipos de perfil permitidos	laminado soldado
O perfil de aço deve ser duplamente simétrico O algoritmo só é válido para vigas biapoiadas Cargas concentradas só são permitidas quando aplicadas num nó	

8. AVALIAÇÃO DAS PRESCRIÇÕES DA NBR 8800/86 E UMA NOVA PROPOSTA PARA NORMA

8.1 Comentários

O anexo K da NBR 8800 (ABNT, 1986), que trata de aberturas em almas de vigas, indica que podem ser feitas aberturas circulares sem reforço nas almas de vigas biapoiadas, prismáticas, cujos elementos não apresentam flambagem local por momento fletor, sem considerar a seção líquida da viga, quando (FIGURA 8.1):

- a) o carregamento que age na viga for uniformemente distribuído;
- b) a seção possuir dois eixos de simetria, um no plano de flexão;
- c) as aberturas estiverem situadas dentro do terço médio da altura da alma e nos 2 quartos centrais do vão da viga;
- d) a distância entre os centros de duas aberturas adjacentes, medida paralelamente ao eixo longitudinal da viga for, no mínimo, 2,5 vezes o diâmetro da maior dessas duas aberturas;
- e) a força cortante de cálculo no apoio não for maior que 50 % da resistência de cálculo à força cortante da seção da viga.

Em qualquer outra situação, a NBR 8800 prescreve apenas que a redução de resistência da viga devido à presença das aberturas deve ser levada em consideração, através de métodos previstos pela literatura técnica.

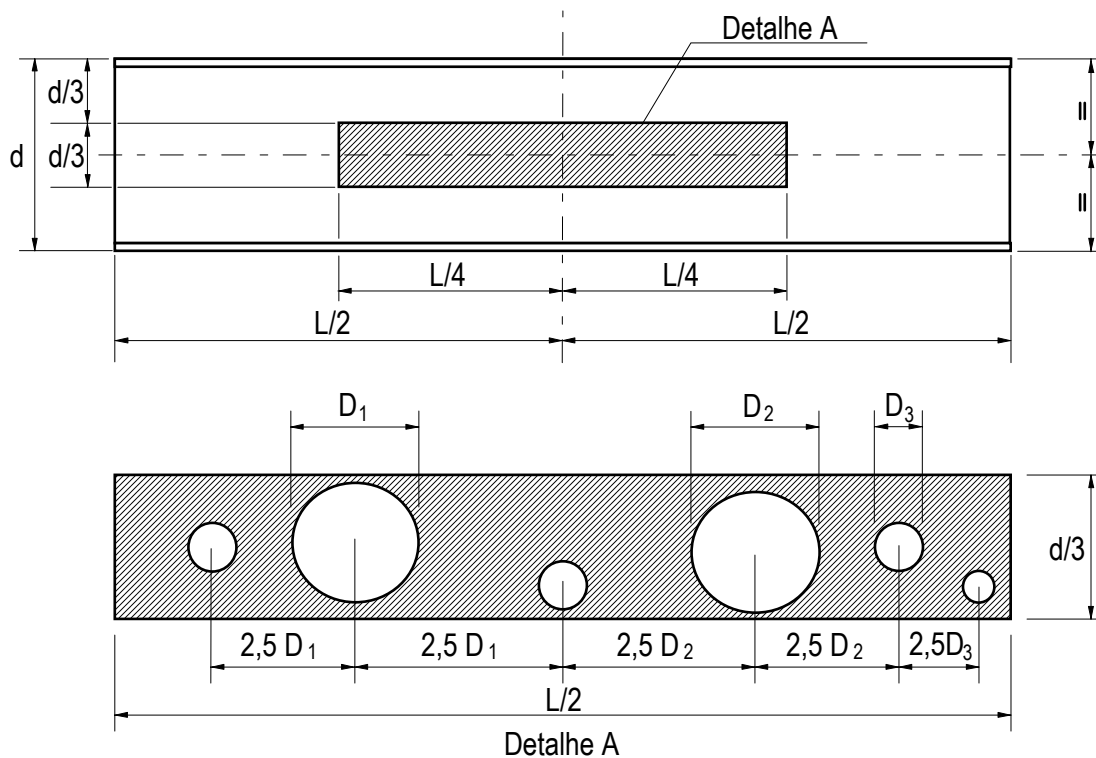


FIGURA 8.1 - Posições e tamanho de aberturas conforme a NBR 8800/86.

8.2 PROCESSAMENTOS

Utilizando a formulação proposta nos capítulos 4, 5 e 6 e com o auxílio do programa descrito no capítulo 7, foram realizados mais de 1200 processamentos em perfis metálicos. Esses processamentos envolveram os perfis laminados IP300, IP400, IP500 e IP600, previstos na norma NBR 6009/80, e ainda todos os perfis soldados da série VS com altura entre 400 mm e 800 mm, previstos na norma NBR 5884/80. Esse estudo visa não somente avaliar as atuais prescrições da NBR 8800/86 mas também estabelecer novos limites que proporcionem uma abrangência maior no que diz respeito às diversas configurações possíveis de aberturas em almas de vigas de edifícios. Os resultados revelaram que, analisando os perfis segundo certas faixas de características tais como esbeltez de alma e relação comprimento/altura, é possível estabelecer condições e critérios bem mais detalhados e menos restritivos que os da atual NBR 8800/86.

O objetivo foi determinar quais os tamanhos, formatos e posições de aberturas em almas de vigas que não afetam significativamente a resistência última e a deformação elástica, de forma que o cálculo possa ser efetuado sem considerar a presença da abertura na peça.

8.2.1 Metodologia

Para os testes realizados, os perfis foram divididos em três faixas de esbeltez da alma, de acordo com os critérios para flambagem local dados no capítulo 5, quais sejam:

1. perfis com $\lambda_w \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
2. perfis com $2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
3. perfis com $3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Além disso os perfis mencionados no item 8.2 foram testados para relações comprimento/altura de: $d = L/10$, $d = L/15$, $d = L/20$ e $d = L/25$. Foram avaliadas vigas com vãos desde 3,00 m até 20,00 m de comprimento.

Foi estabelecido que a altura das aberturas seria de no máximo um terço da altura da viga. Esse valor é particularmente interessante porque praticamente não causa redução da resistência ao momento fletor da seção no centro do vão. Esse parâmetro facilita a delimitação de uma região da alma, que se origina no centro do vão e se estende em direção aos apoios da viga, na qual uma abertura com determinadas características não afeta significativamente a resistência à força cortante e ao momento fletor. Uma vez fixado que $h_o \leq d/3$ foram testados três formatos de abertura, a saber:

- a) abertura retangular com $a_o = 2 h_o$;
- b) abertura quadrada com $a_o = h_o$;
- c) abertura circular com $D_o \leq d/3$.

Foi estabelecido, a priori, que o carregamento de cálculo, q_d , atuante na viga é uniformemente distribuído e produz o momento máximo de cálculo no centro do vão.

Para a delimitação da região na qual uma dada abertura pode ser feita na alma da viga sem que seja necessário considerar sua existência efetivamente no cálculo, considerou-se como ponto crítico aquele no qual o esforço de cálculo chega a superar em 5% a resistência última da seção. Essa tolerância foi admitida em concordância com as prescrições do Anexo K da NBR 8800 que permitem que o momento último, no centro do vão, supere em até 5% a resistência do perfil.

A partir da relação comprimento/altura, por exemplo $d = L/10$, foram escolhidos perfis para vigas com vãos entre 3,00 m e 20,00 m. Para cada perfil escolhido, conhecendo-se o momento de plastificação da seção transversal, M_{pl} , foi determinada a carga distribuída de cálculo q_d que produz um momento de cálculo no centro do vão $M_o = 0,9 M_{pl}$. De posse de q_d foi obtida a força cortante no apoio, V_o , e foram calculados os esforços de cálculo $M_d(x_o)$ e $V_d(x_o)$ em 40 seções intermediárias igualmente espaçadas ao longo do vão.

$$M_{pl} = Z_x f_y \quad (\text{momento de plastificação da seção bruta})$$

$$M_o = 0,9 M_{pl} \quad (\text{momento no centro do vão})$$

$$q_d = \frac{8 M_o}{L^2} \quad (\text{carga distribuída que produz o momento último})$$

$$V_o = \frac{q_d L}{2} \quad (\text{cortante no apoio})$$

$$M_d = V_o x_o - \frac{q_d x_o^2}{2} \quad (\text{momento fletor na seção de coordenada } x_o)$$

$$V_d = V_o \frac{L - 2x_o}{L} \quad (\text{cortante na seção de coordenada } x_o)$$

Considerou-se então uma abertura posicionada em cada uma das 40 seções e foram determinadas as resistências máximas ao momento fletor, M_m , e à força cortante, V_m , para o quê foram usadas as expressões do capítulo 4. Numa etapa seguinte foi obtido o parâmetro R de interação momento-cortante, conforme dado no cap. 4.

8.2.2 Resultados

No QUADRO 8.1 são apresentados os resultados obtidos para o perfil soldado VS 400×49, da norma NBR 5884/80, com $h_o = d / 3$, $a_o = 2 h_o$, e $L = 10 d$, com uma abertura retangular. Esse mesmo perfil foi submetido à mesma análise mais duas vezes, uma considerando a abertura quadrada e outra considerando a abertura circular. Os valores de R obtidos foram plotados em gráficos para facilitar a visualização do ponto a partir do qual a redução da resistência provocada pela presença da abertura se torna inadmissível. As FIGURAS 8.2 a 8.4 apresentam, num gráfico, a variação de R nos perfis soldados da série VS com 400 mm de altura, para abertura retangular, quadrada e circular, respectivamente. Diversos outros resultados são apresentados no APÊNDICE G.

A partir dos resultados obtidos da análise, foi possível delimitar, para cada caso, a região ao longo do vão da viga na qual o efeito da abertura pode ser ignorado. Novos critérios podem então ser estabelecidos. No item 8.3 são apresentadas algumas sugestões visando nova proposta para um anexo relacionando a viga e a abertura, que poderia vir a substituir o atual Anexo K da NBR 8800/86.

QUADRO 8.1 - Resultados para o perfil VS400x49 para uma abertura retangular com $h_o = d / 3$, $a_o = 2 h_o$, e $L = 10 d$.

perfil	d (cm)	bf (cm)	tf (cm)	tw (cm)	Zx (cm ³)	xo (cm)	ao (cm)	ho (cm)	Mpl (kN.cm)	Mm (kN.cm)	Vm (kN)	0.9Mpl (kN.cm)	qd (kN/cm)	Vo (kN)	Md (kN.cm)	Vd (kN)	R
VS400x49	40	20	0,95	0,63	970,58	10,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	2129,21	207,46	1,501
	40	20	0,95	0,63	970,58	20,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	4149,22	196,54	1,423
	40	20	0,95	0,63	970,58	30,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	6060,05	185,62	1,347
	40	20	0,95	0,63	970,58	40,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	7861,69	174,70	1,274
	40	20	0,95	0,63	970,58	50,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	9554,13	163,79	1,206
	40	20	0,95	0,63	970,58	60,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	11137,39	152,87	1,144
	40	20	0,95	0,63	970,58	70,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	12611,46	141,95	1,089
	40	20	0,95	0,63	970,58	80,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	13976,33	131,03	1,044
	40	20	0,95	0,63	970,58	90,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	15232,02	120,11	1,009
	40	20	0,95	0,63	970,58	100,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	16378,51	109,19	0,984
	40	20	0,95	0,63	970,58	110,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	17415,82	98,27	0,970
	40	20	0,95	0,63	970,58	120,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	18343,94	87,35	0,965
	40	20	0,95	0,63	970,58	130,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	19162,86	76,43	0,968
	40	20	0,95	0,63	970,58	140,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	19872,60	65,51	0,976
	40	20	0,95	0,63	970,58	150,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	20473,14	54,60	0,987
	40	20	0,95	0,63	970,58	160,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	20964,50	43,68	0,999
	40	20	0,95	0,63	970,58	170,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	21346,66	32,76	1,011
	40	20	0,95	0,63	970,58	180,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	21619,64	21,84	1,021
	40	20	0,95	0,63	970,58	190,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	21783,42	10,92	1,027
	40	20	0,95	0,63	970,58	200,00	26,67	13,33	24264,46	23564,46	153,61	21838,02	1,09	218,38	21838,02	0,00	1,030

ho = 1/3 d

ao = 2 ho

L = 10 d = 400 cm

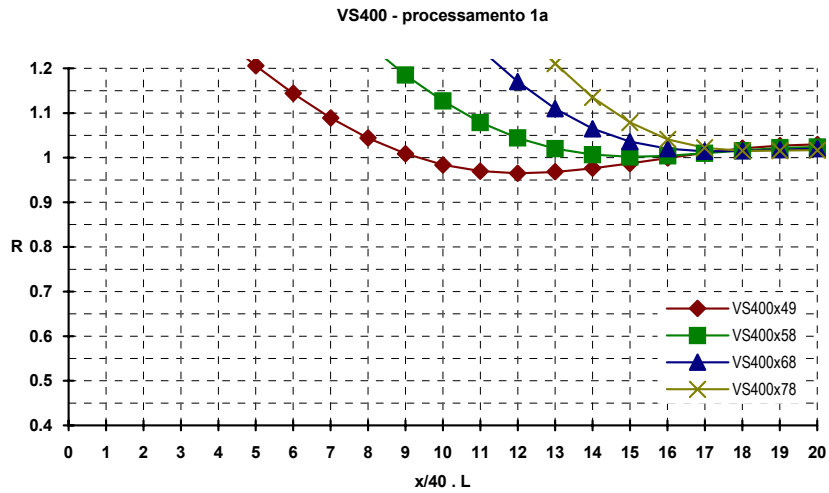


FIGURA 8.2 - Processamento 1a para os perfis série VS400 (abertura retangular, $L = 10 d$)

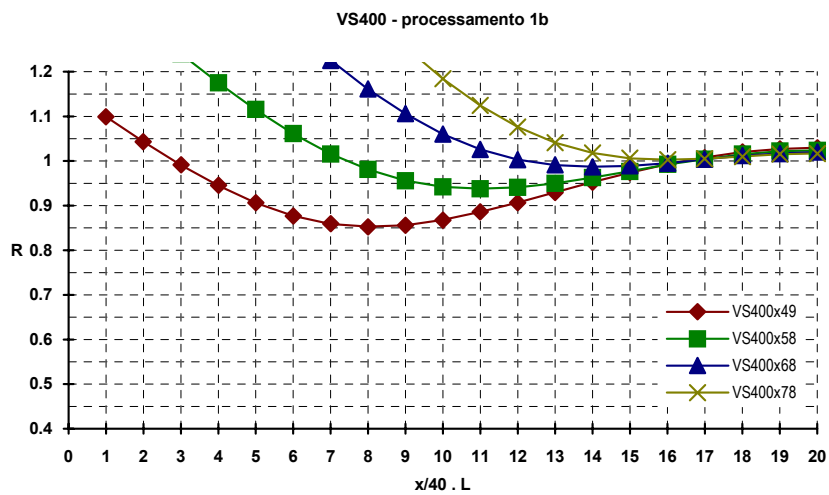


FIGURA 8.3 - Processamento 1b para os perfis série VS400 (abertura quadrada, $L = 10 d$)

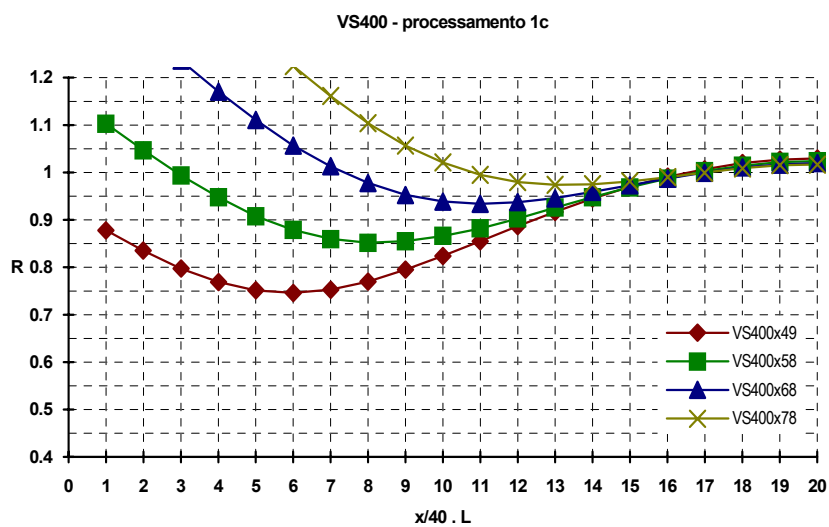


FIGURA 8.4 - Processamento 1c para os perfis série VS400 (abertura circular, $L = 10 d$)

8.3 UMA PROPOSTA PARA NORMA

Vigas biapoiadas, prismáticas, classe 1 ou 2, contendo aberturas na alma, podem ser calculadas sem considerar a seção líquida da viga desde que os requisitos a seguir sejam atendidos:

- a viga deve estar sujeita apenas à flexão simples;
- o carregamento que age na viga deve ser uniformemente distribuído;
- a seção deve possuir dois eixos de simetria, um no plano de flexão;
- o vão da viga não deve ser menor que 3,0 m nem maior que 20,0 m;
- a força cortante de cálculo na linha central da abertura não deve ser maior que V_{max} dado no QUADRO 8.2 .
- a linha central da abertura deve se situar dentro do intervalo indicado no QUADRO 8.3 para o caso específico;
- a altura da abertura não pode superar 1/3 da altura total do perfil;
- os formatos de abertura para efeito dessas recomendações são aqueles indicados no QUADRO 8.3;
- o espaço livre entre duas aberturas adjacentes deve atender aos seguintes requisitos (capítulo 5 item 5.2.6):

Para aberturas retangulares	Para aberturas circulares
$S \geq h_o$ $S \geq a_o \left[\frac{\frac{V_d}{\phi V_{pl}}}{\left(1 - \frac{V_d}{\phi V_{pl}}\right)} \right]$	$S \geq 1.5 D_o$ $S \geq D_o \left[\frac{\frac{V_d}{\phi V_{pl}}}{\left(1 - \frac{V_d}{\phi V_{pl}}\right)} \right]$

onde S é o espaço livre entre aberturas, D_o é o diâmetro das aberturas e V_d é a força cortante de cálculo na linha central da abertura.

Além disso, em vigas mistas, deve-se ter:

$$S \geq a_o$$

$$S \geq 2,0d$$

QUADRO 8.2 - Limites para a força cortante na linha central da abertura em função da esbeltez da alma.

$\lambda_w \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
$2/3 V_{pl}$	$0,45 V_{pl}$	V_{cr}

onde:

$$V_{pl} = 0,60 f_y h t_w$$

$$\text{para } \lambda < \lambda_y \Rightarrow V_{cr} = V_{max} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda}{\lambda_y} \right)^6 \right]$$

$$\text{para } \lambda > \lambda_y \Rightarrow V_{cr} = V_{pl} \frac{10,316}{\lambda^2} \left(\frac{\tau_{cro}}{\tau_{cr}} \right)$$

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$$

$$\lambda_y = 3,709 \sqrt{\frac{V_{pl}}{V_m} \left(\frac{\tau_{cro}}{\tau_{cr}} \right)}$$

$$\sigma_{cro} = \frac{M_m}{I_o} \times \frac{h}{2}$$

$$\tau_{cro} = \tau_{crs} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{cro}}{\sigma_{crb}} \right)^2}$$

$$\tau_{cr} = \left[5,34 + \frac{4}{\left(\frac{l}{h} \right)^2} \right] \sigma_e \leq 6,59 \sigma_e$$

$$\sigma_{crb} = \left[1,02 - 0,04 \left(\frac{a_o}{h_o} \right) \right] \sigma_{cr} \leq \sigma_{cr}$$

$$\tau_{crs} = \left[1,24 - 1,16 \left(\frac{h_o}{h} \right) - 0,17 \left(\frac{a_o}{h_o} \right) \right] \tau_{cr} \leq \tau_{cr}$$

$$\sigma_{cr} = 23,90 \sigma_e ; \quad \sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{h} \right)^2$$

QUADRO 8.3 - Parâmetros para a localização de aberturas na alma

aberturas retangulares com $a_o = 2 h_o$			
	$\lambda_w \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
$d = \frac{L}{10}$	$0,40 L \leq x_o \leq 0,60 L$	$0,38 L \leq x_o \leq 0,62 L$	$0,38 L \leq x_o \leq 0,62 L$
$d = \frac{L}{15}$	$0,30 L \leq x_o \leq 0,70 L$	$0,25 L \leq x_o \leq 0,75 L$	$0,20 L \leq x_o \leq 0,80 L$
$d = \frac{L}{20}$	$0,18 L \leq x_o \leq 0,82 L$	$0,13 L \leq x_o \leq 0,87 L$	$0,10 L \leq x_o \leq 0,90 L$
$d \geq \frac{L}{25}$	$0,10 L \leq x_o \leq 0,90 L$	$0,10 L \leq x_o \leq 0,90 L$	$0,10 L \leq x_o \leq 0,90 L$
aberturas retangulares com $a_o = h_o$			
	$\lambda_w \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
$d = \frac{L}{10}$	$0,33 L \leq x_o \leq 0,67 L$	$0,30 L \leq x_o \leq 0,70 L$	$0,25 L \leq x_o \leq 0,75 L$
$d = \frac{L}{15}$	$0,20 L \leq x_o \leq 0,80 L$	$0,15 L \leq x_o \leq 0,85 L$	$0,10 L \leq x_o \leq 0,90 L$
$d \geq \frac{L}{20}$	$0,10 L \leq x_o \leq 0,90 L$	$0,10 L \leq x_o \leq 0,90 L$	$0,10 L \leq x_o \leq 0,90 L$
aberturas circulares			
	$\lambda_w \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_w \leq 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
$d = \frac{L}{10}$	$0,25 L \leq x_o \leq 0,75 L$	$0,20 L \leq x_o \leq 0,80 L$	$0,15 L \leq x_o \leq 0,85 L$
$d \geq \frac{L}{15}$	$0,05 L \leq x_o \leq 0,95 L$	$0,05 L \leq x_o \leq 0,95 L$	$0,05 L \leq x_o \leq 0,95 L$
<i>Para valores intermediários pode ser feita interpolação.</i>			

9. CONCLUSÃO

9.1 ASPECTOS GERAIS

Considerando que para as vigas comuns, sem aberturas na alma, o momento fletor geralmente é o fator determinante no dimensionamento, a alma figura quase que como elemento de ligação apenas, ficando as mesas do perfil responsáveis por resistir à maior parte das tensões normais. Por essa razão, no Brasil, os fabricantes de perfis soldados tradicionalmente utilizam, nas almas de perfis I, chapas com espessura bem pequena sob o pretexto, algumas vezes verdadeiro, de economizar aço. Todavia, esses perfis com almas esbeltas muitas vezes requerem uma série de detalhes e elementos adicionais, tais como enrijecedores, para controlar problemas de instabilidade local da alma. Com a evolução das tecnologias e dos processos construtivos, está ocorrendo uma mudança na perspectiva da indústria e dos construtores de estruturas metálicas no sentido de optar por perfis constituídos de chapas mais espessas que dispensam a colocação de enrijecedores e outros artifícios. Dessa forma, pretende-se, apesar do consumo maior de aço, ganhar em produtividade e poupar custo com a mão-de-obra, de valor significativo nos países desenvolvidos.

A utilização de vigas de edifício com aberturas na alma tem se tornado cada vez mais frequente, principalmente devido à sofisticação das instalações prediais e à tendência de otimização do espaço vertical. Nessas vigas, se ocorre da abertura estar situada num ponto em que a força cortante é grande, a alma assume um papel muito importante em contraposição à situação da viga sem abertura. Praticamente todo o cisalhamento será resistido pelas faixas de alma acima e abaixo da abertura. Além disso, a presença da abertura altera a distribuição dos esforços na seção acarretando grandes concentrações de tensões, principalmente próximo às bordas da abertura, tornando essa região potencialmente susceptível a fenômenos de instabilidade. Isto posto, a não ser que a abertura esteja situada numa região em que o cisalhamento seja praticamente desprezível, fica evidente a importância de se utilizar perfis com chapas mais espessas, tanto nas mesas como na alma. Dessa forma elimina-se a possibilidade de flambagem local e aproveita-se melhor a capacidade resistente da seção. Sob esse ponto de vista é importante ressaltar os seguintes fatores:

- é interessante dimensionar a viga de forma a eliminar a necessidade das barras de reforço na abertura. Isto diminui o tempo de fabricação e os custos com mão-de-obra;
- no caso de ser necessário o reforço, sua seção estará limitada em função da resistência ao cisalhamento da chapa da alma. Assim, se a alma for muito fina, a seção do reforço pode ficar limitada a um valor inferior ao necessário para garantir a resistência da viga na abertura, sendo necessário novo dimensionamento;
- se a esbeltez da alma for tal que a flambagem por cisalhamento se dê em regime elástico, a resistência última da viga à força cortante pode ficar extremamente prejudicada. Esse problema deve ser levado em conta principalmente no caso de vigas mistas pois pode eliminar a possibilidade de se considerar a contribuição da laje de concreto na resistência ao cisalhamento;
- se a abertura está situada em região de esforço cortante alto e se a inércia da seção na abertura diminui muito em relação à inércia da seção bruta, a rotação da seção nessa região é maior e conseqüentemente a deformação diferencial, ou de Vierendeel. O uso de uma chapa mais espessa na alma minora esse fenômeno e conseqüentemente seus efeitos. A deformação diferencial pode produzir fissuração considerável tanto da laje como da alvenaria sobre a viga. No caso de viga mista pode causar o colapso

da peça.

A formulação proposta neste trabalho, se baseia em resultados de ensaios realizados principalmente no Canadá e nos Estados Unidos. Nesses ensaios, em 100 % dos casos, foram usados perfis laminados sempre constituídos de chapas espessas tanto na mesa como na alma. A esbeltez da alma raramente ultrapassou 60. A ausência total de testes específicos em perfis soldados, que permitam estabelecer parâmetros adequados ao contexto brasileiro, implica em alguma restrição na aplicabilidade e no uso da formulação para perfis soldados com alma esbelta. Não obstante, para a grande maioria dos casos práticos, ela se apresenta como alternativa de cálculo viável e segura.

O conhecimento do comportamento das vigas com aberturas na alma, obtido através dos vários estudos experimentais e teóricos já realizados, é de grande importância também por evidenciar pontos de interesse para a realidade brasileira. Um deles, já mencionado, diz respeito à utilização de perfis I soldados com esbeltez de alma na faixa de $2,44\sqrt{E/f_y}$ a $3,5\sqrt{E/f_y}$. Os estudos existentes sobre o assunto ainda são bastante limitados e fornecem resultados muito conservadores. Outro ponto de interesse para o contexto brasileiro é a utilização de perfis I monossimétricos nas vigas mistas. Ainda não foram realizados estudos experimentais sobre o comportamento deste tipo de viga com aberturas na alma. As equações apresentadas nesse trabalho foram validadas experimentalmente apenas para perfis duplamente simétricos.

Alguns pontos ainda merecem um estudo mais aprofundado. Ressalta-se a questão da flambagem local da alma que ainda pode ser bastante explorada. Os estudos existentes são poucos e sua abrangência limitada, o que conduz o calculista a restrições às vezes rigorosas e muito conservadoras. Não existem ainda estudos avaliando a influência do reforço na estabilidade da alma. Esse dado pode vir a ser bastante significativo para a determinação da resistência nominal da viga à força cortante. Outro ponto de interesse é a flambagem lateral com torção de vigas com aberturas na alma. Os estudos sobre esse assunto são poucos e a maioria deles já são bastante antigos.

Existe também pouca ou nenhuma referência a vigas esbeltas com aberturas. Uns poucos estudos foram realizados mas visando problemas de barras com aberturas em outras áreas da engenharia, como engenharia naval por exemplo, cuja faixa de esbeltez não é compatível com as vigas esbeltas por vezes utilizadas em edifícios.

As expressões de cálculo propostas neste trabalho foram compatibilizadas com a esquemática da NBR 8800/86 podendo ser utilizadas em conjunto com a norma.

9.2 SOBRE A NOVA PROPOSTA PARA NORMA

Os testes demonstraram que a orientação da NBR 8800, em geral, não conduz a resultados contrários à segurança. Para vigas submetidas à carga máxima e com aberturas nas seções sujeitas a valores altos de momento fletor, a resistência obtida ignorando-se o efeito da abertura chega a superar em até 4 % a resistência fornecida pelo cálculo mais preciso, o que não pode ser tomado como preocupante.

A orientação da NBR 8800 para dispensar a verificação da viga com a seção líquida baseia-se na suposição de que a interação momento-cortante nunca é crítica e que, dessa maneira, a resistência da peça é sempre governada pelo momento fletor.

O procedimento de cálculo apresentado neste trabalho pode servir como complemento às prescrições da NBR 8800, devendo ser utilizado nos casos em que a dispensa da consideração da seção líquida não é permitida. Apresenta uma série de aspectos positivos, a saber:

- é de fácil emprego;
- utiliza o método dos estados limites e toda a sistemática básica de dimensionamento de barras fletidas da NBR 8800;
- permite a utilização de aberturas retangulares além da circular;
- permite tratar aberturas com altura correspondente a até 70 % da altura total do perfil;
- permite grande liberdade quanto ao posicionamento das aberturas na seção transversal ao longo do vão;
- permite verificar peças submetidas a cargas concentradas;
- permite o dimensionamento do reforço adequado para seções com abertura cuja resistência não suporte aos esforços, incluindo sua solda de ligação à alma da viga.

As sugestões para norma, apresentadas no capítulo 8, ampliam bastante o espectro de casos que podem ser verificados sem considerar a seção líquida da viga.

Dependendo do caso, permitem a utilização de aberturas com outros formatos, com dimensões maiores e também mais possibilidades no que diz respeito à localização das aberturas. As recomendações do atual Anexo K são bastante restritivas, em parte porque foram propostas para o caso geral de uma viga de aço. Dando um tratamento mais refinado aos perfis de uso comum no mercado nacional é possível estabelecer limites adequados às vantagens ou desvantagens que cada perfil oferece.

Finalmente, considera-se que este estudo atingiu os objetivos inicialmente propostos, significando uma contribuição bastante importante para o cálculo de estruturas metálicas no Brasil, principalmente dentro do escopo dos edifícios de andares múltiplos estruturados em aço.



BIBLIOGRAFIA

1. ABNT (1986) Associação Brasileira de Normas Técnicas, "Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios", *NBR 8800/86*, Rio de Janeiro.
2. AISC (1986a) American Institute of Steel Construction *Load and Resistance Factor Design Manual of Steel Construction*. 1st Ed., Chicago, Ill.
3. AISC (1986b) American Institute of Steel Construction *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*. Chicago, Ill.
4. ASCE (1992) Task Committee on Design Criteria for Concrete Structures in Steel and Concrete, "Proposed Specification for Structural Steel Beams with Web Openings." *ASCE Journal of the Structural Division* 118:No.ST12: 3315-3324.
5. ASCE (1992) Task Committee on Design Criteria for Composite Structures in Steel and Concrete, "Commentary on Proposed Specification for Structural Steel Beams with Web Openings." *ASCE Journal of the Structural Division* 118:No.ST12: 3325-3349.
6. Aglan, Ahmed A., and Redwood, R. G, (1974) "Web Buckling in Castelated Beams," *Proceedings*, Part 2, Institution of Civil Engineering (Londres), 57: 307-320.

7. Aglan, Ahmed A., and Samih Qaquish, (1982) "Plastic Behavior of Beams with Mid-Depth Web Openings," *AISC Engineering Journal* 19:No.1: 20-26.
8. Benitez, Manuel A., Darwin, David, and Donahey, Rex C., (1990) "Deflections of Composite Beams with Web Openings," *Structural Engineering and Engineering Materials SL Report 90-3*, University of Kansas Center for Research, Lawrence, Kansas.
9. Bjorhovde, R., and Zimmerman, T. J., (1980) "Some Aspects of Stub Girder Design", *Engineering Journal*, AISC, Vol. 17, No. 3, 3rd Quarter, pp. 54-69.
10. Bower, John E., (1966a) "Elastic Stresses Around Holes in Wide-Flange Beams," *ASCE Journal of the Structural Division* 92:No.ST2: 85-101.
11. Bower, John E., (1966b) "Experimental Stresses in Wide-Flange Beams with Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 92:No.ST5: 167-86.
12. Bower, John E., (1968) "Ultimate Strength of Beams with Rectangular Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 94:No.ST6:1315-1337.
13. BSI, (1979), British Standards Institution, BS 5400 *Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 5: Code for Practice for Design of Composite Bridges*, London.
14. Buckner, C. D., Deville, D. J., and McKee D. C., (1981) "Shear Strength of Slabs in Stub Girders", *ASCE Journal of the Structural Division* 107:No.ST2: 273-280.
15. Cho, Soon H., (1982) "An Investigation on the Strength of Composite Beams with Web Openings." M.S. Arch. Eng. Thesis, Hanyong University, Seoul, Korea.
16. Cho, Soon. H., and Redwood, R.G., (1992) "Slab Behavior in Composite Beams at Openings. I: Analysis" *ASCE Journal of the Structural Division* 118:No.ST9:2287-2303.
17. Cho, Soon. H., and Redwood, R.G., (1992) "Slab Behavior in Composite Beams at Openings. II: Tests and Verification" *ASCE Journal of the Structural Division* 118:No.ST9:2304-2322.
18. Clawson, William C., and Darwin, David, (1980) "The Design of Composite Beams with Web Openings," *Structural Engineering and Engineering Materials SM Report No. 4*, University of Kansas, Lawrence, Kansas.

19. Clawson, W. C., and Darwin, David, (1982a) "Tests of Composite Beams with Web Openings," *ASCE Journal of the Structural Division* 108:No.ST1:145-162; Discussão por Richard G. Redwood, 109:No.ST5 (1983):1307-1309.
20. Clawson, W. C., and Darwin, David, (1982b) "Strength of Composite Beams with Web Openings," *ASCE Journal of the Structural Division* 108:No.ST3:623-641.
21. Congdon, Judith G., and Redwood, R. G., (1970) "Plastic Behavior of Beams with Reinforced Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 96:No.ST9:1933-1955.
22. Cook, R. D., (1981) "Concepts and Applications of Finite Element Analysis," 2nd ed. John Wiley and Sons, New York, NY.
23. Darwin, David; (1990) "Steel and Composite Beams with Web Openings", American Institute of Steel Construction AISC, Chicago.
24. Darwin, D., and Lucas, W. C., (1990) "LFRD for Steel and Composite Beams with Web Openings," *ASCE Journal of Structural Engineering* 116:No.6:1579-1593.
25. Donahey, Rex C., and David Darwin, (1986) "Performance and Design of Composite Beams with Web Openings," *Structural Engineering and Engineering Materials SM Report No. 18*, University of Kansas Center for Research, Lawrence, Kansas.
26. Donahey, Rex C., and David Darwin, (1988) "Web Openings in Composite Beams with Ribbed Slabs," *ASCE Journal of Structural Engineering* 114:No.3:518-534.
27. Donoghue, C. Michael, (1982) "Composite Beams with Web Openings, Design," *ASCE Journal of the Structural Division* 108:No.ST12:2652-2667.
28. Dougherty, Brian K., (1981) "Buckling of Web Posts in Perforated Beams," *ASCE Journal of the Structural Division* 107:No.ST3: 507-519.
29. Douglas, Terry R., and Gambrell, Samuel C., (1974) "Design of Beams with Off-Center Web Openings," *ASCE Journal of the Structural Division* 100:No.ST6: 1189-1203

30. Frost, Ronald W., and Robert E. Leffler, (1971) "Fatigue Tests of Beams with Rectangular Web Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 97:No.ST2: 509-527.
31. Galambos, T. V. (1978). "Proposed criteria for load and resistance factor design of steel building structures." *Steel Res. for Constr. Bulletin*, 27, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C.
32. Gibson, J. E., and W. M. Jenkins, (1956) "The Stress Distribution in a Simply Supported Beam with Circular Holes," *Structural Engineer* (Londres) 34:No.12: 443-49.
33. Granade, Charles J., (1968) "An Investigation of Composite Beams Having Large Rectangular Openings in Their Webs," Master thesis, University of Alabama, at University, Alabama.
34. Hansell, W. C., et al. (1978). "Composite beam criteria in LRFD." *Journal of the Structural Division.*, ASCE, 104(9), 1409-1426.
35. Heller, S. R. Jr., (1951) "The Stresses Around a Small Opening in a Beam Subjected to Bending with Shear," *Proceedings. 1st U. S. Nat. Congress of Applied Mathematics*, ASME, Chicago: 239-245.
36. Höglund, T.; (1971) "Strength of Thin Plate Girders with Circular or Rectangular Web Holes without Web Stiffeners", Reports of the Working Comissions, Vol. II, International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE) Symposium. London, England, pp. 353-365.
37. Kullman, R. B., Hosain, M. U., (1985) "Shear capacity of Stub-girders: Full Scale Tests", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 1:56-75.
38. Lucas, Warren K., and David Darwin, (1990) "Steel and Composite Beams with Web Openings," *SM Report No. 23* (Lawrence, Kansas: University of Kansas Center for Research).
39. Lupien, Roger, and Richard G. Redwood, (1978) "Steel Beams with Web Openings Reinforced on One Side," *Canadian Journal of Civil Engineering* 5:No.4: 451-461.
40. Poubouras, George; (1983) "Modification of a Theory Predicting the Shear Strength of Composite Beams with Large Web Openings", *Project Report No.*

U83-20 (Montreal: McGill University, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics).

41. Redwood, Richard G., (1968) "Design of Beams with Web Holes," Canadian Steel Industries Construction Council, Don Mills, Ontario, Canadá.
42. Redwood, Richard G.; (1983) "Design of I-Beams with Web Perforations", cap. 4 em *Beams and Beam Columns: Stability and Strength*, R. Narayanan, ed., Londres e Nova York: Applied Science Publishers: 95-133
43. Redwood, Richard G., Hernan Baranda, and Michael J. Daly, (1978) "Tests of Thin-Webbed Beams with Unreinforced Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 104:No.ST3: 577-595
44. Redwood, Richard G., and John O. McCutcheon, (1968) "Beam Tests with Unreinforced Web Openings," *ASCE Journal of the Structural Division* 94:No.ST1:1-17.
45. Redwood, Richard G., and Pombouras, George, (1983) "Tests of Composite Beams with Web Holes," *Canadian Journal of Civil Engineering* 10:No.4:713-721.
46. Redwood, Richard G., and Pombouras, George, (1984) "Analysis of Composite Beams with Web Openings," *ASCE Journal of Structural Engineering* 110:No.ST9:1949-1958.
47. Redwood, Richard G., and Shrivastava, Suresh, (1980) "Design Recommendations for Steel Beams with Web Holes," *Canadian Journal of Civil Engineering* 7:No.4: 642-650.
48. Redwood, Richard G., and Uenoya, Minoru, (1979) "Critical Loads for Webs with Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 105:No.ST10:2053-2076.
49. Redwood, Richard G., and Wong, Patrick K., (1982) "Web Holes in Composite Beams with Steel Deck," *Proceedings, Eighth Canadian Structural Engineering Conference* (Willowdale, Ontario: Canadian Steel Construction Council).
50. Salmon, C. G., and Johnson, J. E.; (1980) "Steel Structures, Design and Behavior", Ed. Harper & Row, New York.
51. Segner, Edmund P. Jr.; (1963) "An Investigation of the Requirements for Reinforcement Around Large Rectangular Openings in the Webs of Wide-Flange

Beams Subject to Bending Moment and Shear,” Report No. E-81-62, Engrg. Experiment Sta., Texas A & M Coll., College Station, Texas.

52. Segner, Edmund P. Jr.; (1964) “Reinforcement Requirements for Girder Web Openings,” *ASCE Journal of Structural Division* 90:No.ST3:147-164.
53. Stein, M., and Neff, J.; (1947) “Buckling Stresses on Simply Supported Rectangular Flat Plates in Shear,” *Technical Note No. 1222*, National Advisory Committee for Aeronautics.
54. Timoshenko, S., and Gere, J. M.; (1961) *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y.
55. Todd, David M., and Peter B. Cooper, (1980) "Strength of Composite Beams with Web Openings," *ASCE Journal of Structural Engineering* 106:No.ST2: 431-44.
56. Tuzi, (1930) “Effect of a Circular Hole on the Stress Distribution in a Beam under Uniform Bending Moment,” *Phil. Mag., Vol. IX*.
57. Uenoya, Minoru, and Richard G. Redwood, (1978) "Buckling of Webs with Openings," *Computers and Structures* 9:No.2: 191-199.
58. U.S. Steel Corp., (1986) *Rectangular, Concentric and Eccentric Reinforced Web Penetrations in Steel Beams - A Design Aid*, rev. ed., ADUSS 27-8482-02 (Pittsburg, Penn.: U.S. Steel Corp.).
59. Wang, Tsong-Miin, Robert R. Snell, and Peter B. Cooper, (1975) "Strength of Beams with Eccentric Reinforced Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 101:No.ST9: 1783-1799.
60. Wiss, Janney, Elstner Associates, (1984) *Structural Investigation of a Typical Floor Beam at the 200 West Adams Building, Chicago*, WJE No. 840795 (Northbrook, Ill.: W.J.E. Assoc. Inc.)

REFERÊNCIAS GERAIS

1. Aglan, Ahmed A., and Redwood, R. G. (1973) "Elastic and Inelastic Instability of Webs between Holes". McGill University Structural Mechanics Series No. 73-5. Montreal, P. Q.
2. Ahmad, S. H., (1975) "Elastic Tests of Steel Beams with Eccentric Rectangular Web Openings," thesis presented to Kansas State University, at Manhattann Kansas, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master Science.
3. Borland International, Inc., (1995) "Delphi User's Guide," Scotts Valley, CA, U.S.A.
4. Bower, J. E., (1970) "Analysis and Experimental Verification of Steel Beams with Unreinforced Web Openings," Applied Research Laboratory, U. S. Steel Corporation, Monroeville, Pa.
5. Bower, John E., *et al.* (1971) "Suggested Guidelines for Beams with Web Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 97:No.ST11:2707-2728.
6. Brice-Nash, R. L., (1974) "Shear Force Distribution in Beams with Eccentric Rectangular Web Openings by the Finite Element Method," thesis presented to Kansas State University, at Manhattann Kansas, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master Science.
7. Canadian Standards Association. (1978) "Steel Structures for Buildings - Limit States Design", Standard No. CAN3-S16.1-M78, CSA, Rexdale, Ontario.
8. Cato, S. L. (1964) "Web Buckling failure of Built-up Girders with Rectangular Holes", M.Sc. thesis, Oregon State University, Corvallis, OR.
9. Chan, Peter W., and Richard G. Redwood, (1974) "Stresses in Beams with Circular Eccentric Web Holes," *ASCE Journal of the Structural Division* 100:No.ST1:231-48
10. Cho, Soon. H., and Redwood, R.G., (1986) "The Design of composite beams with web openings." *Structural Engineering Series* No. 86-2 McGill University, Montreal, Quebec, Canadá.
11. Cooper, Peter B., and Robert R. Snell, (1972) "Tests on Beams with Reinforced Web Openings", *ASCE Journal of the Structural Division* 98:No.ST3:611-632.

12. Cooper, Peter B., Robert R. Snell, and Harry D. Knostman, (1977) "Failure Tests on Beams with Eccentric Web Holes", *ASCE Journal of the Structural Division* 103:No.ST9:1731-1737.
13. Cowper, G. R., (1966) "The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory," *Transactions*, American Society of Mechanical Engineers, Series E, Vol. 33.
14. Darwin, David, Rex C. Donahey, (1988) "LFRD for Composite Beams with Unreinforced Web Openings," *ASCE Journal of Structural Engineering* 114:No.3: 535-552.
15. Darwin, David; (1988) "Behavior and Design of Composite Beams with Web Openings", cap. 3 em *Steel-Concrete Composite Structures: Stability and Strength*, R. Narayanan, ed. (London e New York: Applied Science Publishers): 53-78.
16. Darwin, David; (1985) "Composite Beams with Web Openings", *Proceedings*, National Engineering Conference, AISC, Chicago, 1984), também *ASCE Journal of the Boston Society of Civil Engineers Section 71:Nos.1&2: 67-83*.
17. Darwin, David; (1990) "Steel and Composite Beams with Web Openings", American Institute of Steel Construction AISC (Chicago).
18. Donahey, Rex C., (1987) "Deflections of Composite Beams with Web Openings," *Building Structures, Proceedings*, ASCE Structures Congress, D. R. Sherman, ed., Orlando, Florida: 404-417.
19. Dougherty, Brian K., (1980) "Elastic Deformation of Beams with Web Openings," *ASCE Journal of the Structural Division* 106:No.ST1: 301-312.
20. Frost, R. W., (1973) "Behavior of Steel Beams with Eccentric Web Holes," *Technical Report 46.019-400 (1)*, Research Laboratory, U. S. Steel Corporation, Monroeville, Pa.
21. Höglund, T., and Johansson, B., Chapter 5 in "Steifenlose Stahlskelettragwerke und dünnwandige Vollwandträger" *Edited by F. Reinitzhuber*, Verlag von Wilhelm Ernst, Berlin.
22. Johnson, B. B., (1964) "A Method of Reinforcing Wide-Flange Beams With Rectangular Web Openings Without Limitation as to Vertical Position," thesis presented to the Texas A&M University, at College Station, Texas, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

23. Kupfer, H., Hilsdorf, H. K., and Rüsç, H., (1969) "Behavior of Concrete Under Biaxial Stress," *Journal of the American Concrete Institute, Proceedings*, Vol. 66, No. 8: 656-666.
24. Kussman, Richard L., and Peter B. Cooper; (1976) "Design Example for Beams with Web Openings," *AISC Engineering Journal* 13:No.2: 48-56.
25. Larson, M. A., and Shah, K. N.; (1976) "Plastic Design of Web Openings in Steel Beams", *ASCE Journal of the Structural Division* 102:No.ST5: 1031-1041.
26. Malite, Maximiliano, e Nimir, W. A., (1990) "Sobre o Cálculo de Vigas Mistas Aço-Concreto: Ênfase em Edifícios", dissertação de mestrado, EESC/USP.
27. McCormick, Michael M., (1972a) "Open Web Beams - Behavior, Analysis, and Design," *BHP Report, MRL 17/18* (Clayton, Victoria, Australia: Melbourne Research Laboratories, The Broken Hill Proprietary Company Limited).
28. McNew, J. L., (1974) "Experimental Tests of Beams with Eccentric Web Openings," thesis presented to Kansas State University, at Manhattann Kansas, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master Science.
29. Microsoft Press (1993) "Microsoft Windows 3.1: técnicas de programação," Editora Campus, Rio de Janeiro.
30. Petzold, Charles (1993) "Programando para Windows 3.1," Makron Books, São Paulo.
31. Redwood, Richard G., (1978a) "Analyse et Dimensionnement des Poutres Ayant des Ouvertures dans les Âmes," *Construction Métallique*, 1978(3), pp. 15-27.
32. Redwood, Richard G., (1978b) " Dimensionnement du renfort d'âme de poutres comportant une ouverture," CRIF (Centre de recherches scientifiques et techniques de l'industrie des fabrications métalliques), Bruxeles, Note Technique No. 16.
33. Redwood, Richard G., (1983) "Design of I-beams with Web Perforations," *Beams and beam-columns: stability and strength*, R. Narayanan, ed., (London and New York: Applied Science Publishers): 95-133.
34. Redwood, Richard G., (1968) "Plastic Behavior and Design of Beams with Web Openings," *Proceedings*, First Canadian Structural Engineering Conference (Toronto: Canadian Steel Industries Construction Council):127-138.

35. Redwood, Richard G., (1971) "Simplified Plastic Analysis for Reinforced Web Holes," *AISC Engineering Journal* 8:No.3: 128-131.
36. Redwood, Richard G., (1969) "The Strength of Steel Beams with Unreinforced Web Holes," *Civil Engineering and Public Works Review* , Londres:64(755), 559-562.
37. Redwood, Richard G., (1968) "Ultimate Strength Design of Beams with Multiple Openings," *American Society of Civil Engineers National Meeting*, Pittsburg, PA, Preprint 757.
38. Redwood, Richard G.; (1983) "Design of I-Beams with Web Perforations", cap. 4 em *Beams and Beam Columns: Stability and Strength*, R. Narayanan, ed. (Londres e Nova York: Applied Science Publishers): 95-133.
39. Rubenking, N. J. (1995) "Programação em Delphi para leigos" Berkeley Brasil Editora, São Paulo.
40. Salmon, M., Berke, L., and Sandhu, R., (1968) "An Application of the Finite Element Method to Elastic-Plastic Problems of Plane Stress," Illinois Institute of Technology Research Institute and the Air Force Flight Dynamics Laboratory, *Project No. 1467*, "Structural Analysis Methods".
41. Savin, G. N., (1961) "Stress Concentration Around Holes," Pergamon Press.
42. Sherbourne, A. N., and Van Oostrom, J., (1972) "Plastic Analysis of Castellated Beams - I. Interaction of Moment, Shear, and Axial Force," *Computers and Structures* 2:No.1/2: 79-109.
43. Shrivastava, S. C., and Redwood R. G., (1979) "Shear Carried by Flanges at Unreinforced Web Holes," *ASCE Journal of the Structural Division*, 105:No.ST8:1706-1711.
44. Shrivastava, S. C., and Redwood R. G., (1977) "Web Instability Near Reinforced Rectangular Holes." *Proceedings*, International Association for Bridge and Structural Engineering, pp. 6-77.
45. Slutter, R. G., and Driscoll, G. C., (1965) "Flexural Strength of Steel-Concrete Composite Beams," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 91, No. ST2: 71-99.
46. Steel Corp., (1986) *Rectangular, Concentric and Eccentric Reinforced Web Penetrations in Steel Beams - A Design Aid*, rev. ed., ADUSS 27-8482-02 (Pittsburg, Penn.: U.S. Steel Corp.).

47. Steel Corp., (1984) *Rectangular, Concentric and Eccentric Unreinforced Web Penetrations in Composite Steel Beams - A Design Aid*, ADUSS 27-8482-01 (Pittsburg, Penn.: U.S. Steel Corp.).
48. Steel Corp., (1981) *Rectangular, Concentric and Eccentric Unreinforced Web Penetrations in Steel Beams - A Design Aid*, ADUSS 27-7108-01 (Pittsburg, Penn.: U.S. Steel Corp.).
49. Swartz, S. E., and Eliufoo, K. S., (1980) "Composite Beams with Web Openings," *ASCE Journal of the Structural Division* 106:No.ST5: 1203-1208.
50. Thevendran, V., and Shanmugam, N. E., (1991) "Lateral Buckling of Doubly Symmetric Beams Containing Openings," *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 117:No.7: 1427-1441.
51. Timoshenko, S. P., e Goodier, J. N., (1980) "Teoria da Elasticidade", Ed. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 3a. edição.
52. Uenoya, M., and Ohmura, H., (1972) "Finite Element Method for Elastic Plastic Analysis of Beams with Holes," paper presented at Japan Society of Civil Engineers, National Meeting, Fukuoka, Japan.
53. Van Oostrom, J., and Sherbourne, A. N., (1972) "Plastic Analysis of Castellated Beams - II. Analysis and Tests," *Computers and Structures* 2:No.1/2: 11-40.
54. Veríssimo, G. S., e Fakury, R. H., (1994) "Cálculo de Vigas de Aço com Aberturas na Alma", *Relatório final da disciplina "Estudos Especiais em Engenharia de Estruturas"*, EE-UFGM.
55. Weaver, W., and Gere, J. M., (1990) "Matriz Analysis of Framed Structures", 3rd ed., Van Nostrand Reinhold, New York, NY.
56. Weiskamp, Keith (1992) "Turbo Pascal 6.0" Livros Técnicos e Científicos Ed., Rio de Janeiro.

APÊNDICE A

TRANSFORMAÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTAR PARA O SISTEMA DE COORDENADAS GLOBAL.

A.1 - Matriz de rotação para um elemento de barra com seis graus de liberdade

Para transformar uma matriz de rigidez elementar do sistema de coordenadas local para o sistema global, deve-se fazer uma transformação de coordenadas. Essa transformação pode ser efetuada através de um processo matricial, utilizando uma matriz de rotação \mathbf{R} constituída dos cossenos diretores da barra. Para um elemento de barra plano, com seis graus de liberdade (FIGURA A.1), pode-se escrever os cossenos diretores λ dos eixos da barra em termos do ângulo γ e então substituir os cossenos diretores por C_x e C_y , obtendo-se assim a matriz de rotação \mathbf{R} na seguinte forma:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & C_y & 0 \\ -C_y & C_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{a-1})$$

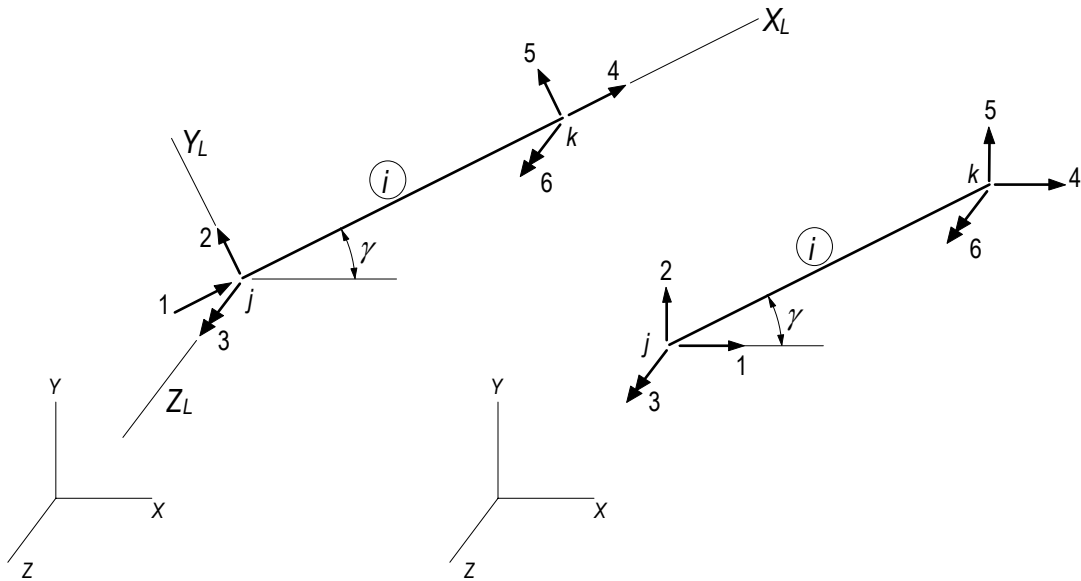


FIGURA A.1 - Sistema de numeração para os graus de liberdade da barra.

A matriz de transformação \mathbf{R}_T para um elemento de barra plano, com seis graus de liberdade, é montada da seguinte forma:

$$\mathbf{R}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_X & C_Y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_Y & C_X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_X & C_Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_Y & C_X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{a-2})$$

Na eq. (a-2) a submatriz \mathbf{R} é a matriz de rotação 3×3 dada na eq. (a-1) e \mathbf{O} é a matriz nula.

A.2 - Transformação de coordenadas locais para coordenadas globais

Obtida a matriz de transformação, pode-se obter a matriz de rigidez elementar no sistema de coordenadas global através da seguinte operação matricial:

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{R}_T^T \mathbf{K}_L \mathbf{R}_T \quad (\text{a-3})$$

Considerando uma matriz de rigidez \mathbf{K} genérica para um elemento de barra com seis graus de liberdade, da forma

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$

e desenvolvendo a eq. (a-3) obtém-se:

$$\mathbf{R}_T^T \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11}C_X - k_{21}C_Y & k_{12}C_X - k_{22}C_Y & k_{13}C_X - k_{23}C_Y & k_{14}C_X - k_{24}C_Y & k_{15}C_X - k_{25}C_Y & k_{16}C_X - k_{26}C_Y \\ k_{11}C_Y - k_{21}C_X & k_{12}C_Y + k_{22}C_X & k_{13}C_Y + k_{23}C_X & k_{14}C_Y + k_{24}C_X & k_{15}C_Y - k_{25}C_X & k_{16}C_Y - k_{26}C_X \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41}C_X - k_{51}C_Y & k_{42}C_X - k_{52}C_Y & k_{43}C_X - k_{53}C_Y & k_{44}C_X - k_{54}C_Y & k_{45}C_X - k_{55}C_Y & k_{46}C_X - k_{56}C_Y \\ k_{41}C_Y + k_{51}C_X & k_{42}C_Y + k_{52}C_X & k_{43}C_Y + k_{53}C_X & k_{44}C_Y + k_{54}C_X & k_{45}C_Y + k_{55}C_X & k_{46}C_Y + k_{56}C_X \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{a-4})$$

Considerando a simetria da matriz e omitindo os termos nulos, tem-se que

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{R}_T^T \mathbf{K} \mathbf{R}_T = \begin{bmatrix} k_{11}C_X^2 + k_{22}C_Y^2 & (k_{11} - k_{22})C_X C_Y & -k_{23}C_Y & k_{14}C_X^2 + k_{25}C_Y^2 & (k_{14} - k_{25})C_X C_Y & -k_{26}C_Y \\ & k_{11}C_Y^2 + k_{22}C_X^2 & k_{23}C_X & (k_{14} - k_{25})C_X C_Y & k_{14}C_Y^2 + k_{25}C_X^2 & k_{26}C_X \\ & & k_{33} & -k_{35}C_Y & k_{35}C_X & k_{36} \\ & & & k_{44}C_X^2 + k_{55}C_Y^2 & (k_{44} - k_{55})C_X C_Y & -k_{56}C_Y \\ & & & & k_{44}C_Y^2 + k_{55}C_X^2 & k_{56}C_X \\ & & & & & k_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{a-5})$$

A.3 - Matrizes de rigidez, local e global, para um elemento de barra no plano com seis graus de liberdade, incluindo as deformações por cisalhamento.

$$\mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ & E\beta/L & E\beta/2 & 0 & -E\beta/L & E\beta/2 \\ & & E\beta(L^2/3+\eta)/L & 0 & -E\beta/2 & E\beta(L^2/6-\eta)/L \\ & & & EA/L & 0 & 0 \\ & & & & E\beta/L & -E\beta/2 \\ & & & & & E\beta(L^2/3+\eta)/L \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} C_x^2 + \frac{E\beta}{L} C_y^2 & \left(\frac{EA}{L} - \frac{E\beta}{L}\right) C_x C_y & -\frac{E\beta}{2} C_y & -\left(\frac{EA}{L} C_x^2 + \frac{E\beta}{L} C_y^2\right) & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{E\beta}{L}\right) C_x C_y & -\frac{E\beta}{2} C_y \\ \frac{EA}{L} C_y^2 + \frac{E\beta}{L} C_x^2 & \frac{E\beta}{2} C_x & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{E\beta}{L}\right) C_x C_y & -\left(\frac{EA}{L} C_y^2 + \frac{E\beta}{L} C_x^2\right) & -\left(\frac{EA}{L} - \frac{E\beta}{L}\right) C_x C_y & \frac{E\beta}{2} C_x \\ & \frac{E\beta}{L} \left(\frac{L^2}{3} + \eta\right) & \frac{E\beta}{2} C_y & & -\frac{E\beta}{2} C_x & \frac{E\beta}{L} \left(\frac{L^2}{6} - \eta\right) \\ & & \frac{EA}{L} C_x^2 + \frac{E\beta}{L} C_y^2 & \left(\frac{EA}{L} - \frac{E\beta}{L}\right) C_x C_y & \frac{E\beta}{2} C_y & \\ & & & \frac{EA}{L} C_y^2 + \frac{E\beta}{L} C_x^2 & -\frac{E\beta}{2} C_x & \\ & & & & \frac{E\beta}{L} \left(\frac{L^2}{3} + \eta\right) & \end{bmatrix}$$

APÊNDICE B

EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO MATRICIAL

B.1 - Numeração dos deslocamentos nas extremidades das barras.

O elemento de barra plano utilizado para o cálculo das deformações em vigas com aberturas permite levar em conta tanto as deformações axiais como as de flexão, possibilitando assim, três deslocamentos independentes em cada nó (FIGURA B.1). Esses deslocamentos são as translações do nó nas direções x e y e a rotação em torno do eixo z .

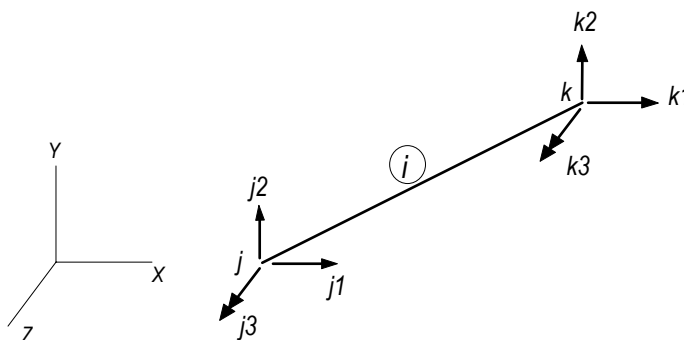


FIGURA B.1 - Deslocamentos nas extremidades de uma barra

Pode-se então designar os possíveis deslocamentos do nó j da seguinte forma:

$$3j - 2 = \text{índice para a translação na direção } x$$

$$3j - 1 = \text{índice para a translação na direção } y$$

$$3j = \text{índice para a rotação em torno de } z$$

Os índices para os possíveis deslocamentos dos nós de uma barra qualquer, como a mostrada na FIGURA B.1, são calculados como segue:

$$\begin{array}{lll} j_1 = 3j - 2 & j_2 = 3j - 1 & j_3 = 3j \\ k_1 = 3k - 2 & k_2 = 3k - 1 & k_3 = 3k \end{array}$$

B.2 - Equações para a determinação dos esforços nas extremidades das barras.

Resolvendo o sistema de equações

$$\mathbf{D}_J = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F} \quad (\text{b-1})$$

onde \mathbf{D}_J é o vetor de deslocamentos, \mathbf{K} é a matriz de rigidez da estrutura e \mathbf{F} o vetor de cargas, obtém-se os deslocamentos \mathbf{D}_{Ji} , e então é possível determinar os esforços nas extremidades de cada barra a partir dos coeficientes de rigidez, através da seguinte equação matricial:

$$\mathbf{A}_{Mi} = \mathbf{A}_{MLi} + \mathbf{K}_e \mathbf{R}_{Ti} \mathbf{D}_{Ji} \quad (\text{b-2})$$

onde \mathbf{R}_T é a matriz de transformação de coordenadas dada pela eq. (a-2). Substituindo \mathbf{K}_e pela matriz de rigidez (ver item A.3 do apêndice A) e \mathbf{R}_T pela matriz de rotação de um elemento de barra plano com seis graus de liberdade, considerando as deformações por cisalhamento, obtém-se as seguintes expressões para os esforços nas extremidades das barras:

$$(A_M)_{1,i} = (A_{ML})_{1,i} + k_{11} \left\{ \left[(D_J)_{j_1} - (D_J)_{k_1} \right] C_X + \left[(D_J)_{j_2} - (D_J)_{k_2} \right] C_Y \right\} \quad (\text{b-3a})$$

$$\begin{aligned} (A_M)_{2,i} = & (A_{ML})_{2,i} - k_{22} \left\{ \left[(D_J)_{j_1} - (D_J)_{k_1} \right] C_Y - \left[(D_J)_{j_2} - (D_J)_{k_2} \right] C_X \right\} + \\ & + k_{23} \left[(D_J)_{j_3} + (D_J)_{k_3} \right] \end{aligned} \quad (\text{b-3b})$$

$$(A_M)_{3,i} = (A_{ML})_{3,i} + k_{23} \left\{ -[(D_J)_{j1} - (D_J)_{k1}] C_Y + [(D_J)_{j2} - (D_J)_{k2}] C_X \right\} + k_{33} (D_J)_{j3} + k_{36} (D_J)_{k3} \quad (\text{b-3c})$$

$$(A_M)_{4,i} = (A_{ML})_{4,i} - k_{11} \left\{ [(D_J)_{j1} - (D_J)_{k1}] C_X + [(D_J)_{j2} - (D_J)_{k2}] C_Y \right\} \quad (\text{b-3d})$$

$$(A_M)_{5,i} = (A_{ML})_{5,i} + k_{22} \left\{ [(D_J)_{j1} - (D_J)_{k1}] C_Y - [(D_J)_{j2} - (D_J)_{k2}] C_X \right\} + k_{35} [(D_J)_{j3} + (D_J)_{k3}] \quad (\text{b-3e})$$

$$(A_M)_{6,i} = (A_{ML})_{6,i} + k_{13} \left\{ [(D_J)_{j1} - (D_J)_{k1}] C_Y - [(D_J)_{j2} - (D_J)_{k2}] C_X \right\} + k_{36} (D_J)_{j3} + k_{66} (D_J)_{k3} \quad (\text{b-3f})$$

Ressalta-se que essas expressões diferem das expressões convencionais em que são consideradas somente as deformações de flexão. Comumente, para o cálculo de vigas são consideradas apenas as deformações devido aos esforços de flexão, uma vez que as deformações oriundas do cisalhamento são desprezíveis. Nesse caso em particular, o elemento k_{36} da matriz de rigidez elementar é metade do elemento k_{33} , o que permite algumas simplificações adicionais nas equações acima. Não obstante as eqs. (b-3) são mais genéricas podendo inclusive ser utilizadas quando se considera apenas as deformações de flexão.

B.3 - Propriedades geométricas na seção da abertura

B.3.1 Altura dos tês

$$s_t = \frac{(d - h_o)}{2} - e_o \quad (\text{b-4a})$$

$$s_b = \frac{(d - h_o)}{2} + e_o \quad (\text{b-4b})$$

* Os subscritos "t" e "b" referem-se aos tês superior e inferior, respectivamente.

** A excentricidade da abertura, e_o , é positiva se para cima do eixo baricêntrico da viga.

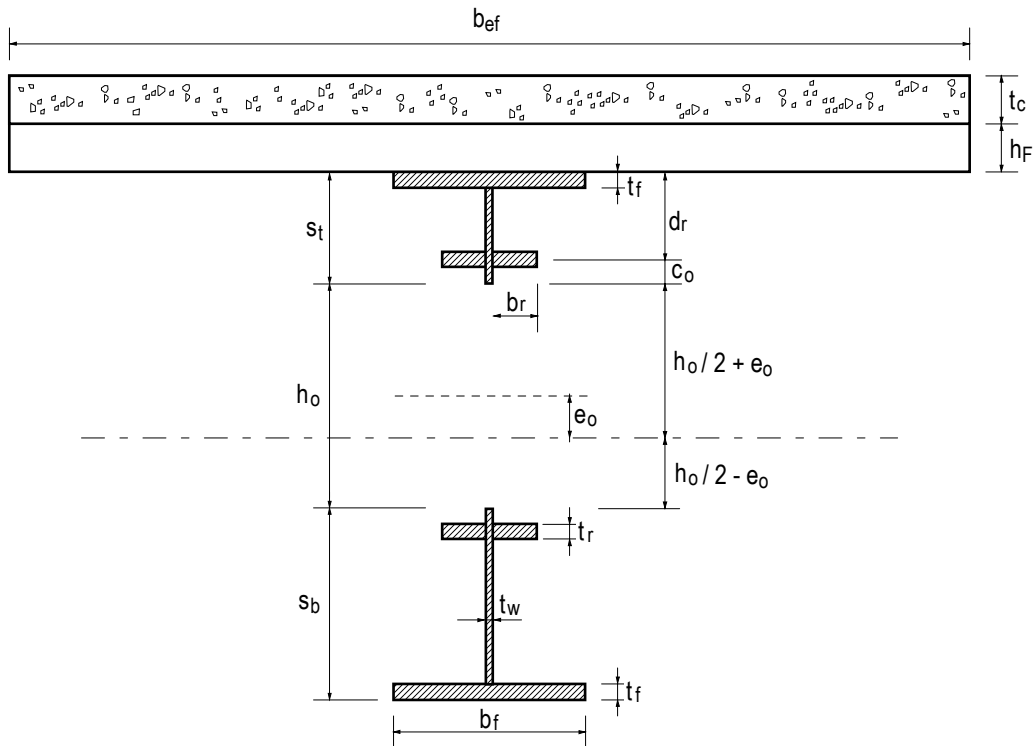


FIGURA B.2 - Seção mista com abertura

B.3.2 Área do reforço num tê e área bruta dos tês:

$$A_r = 2 b_r \cdot t_r \quad (b-5)$$

$$A_t = b_f \cdot t_f + (s_t - t_f) t_w + A_r \quad (\text{ver item B.3.7 para vigas mistas}) \quad (b-6a)$$

$$A_b = b_f \cdot t_f + (s_b - t_f) t_w + A_r \quad (b-6b)$$

B.3.3 Área efetiva ao cisalhamento dos tês:

para perfil laminado

$$A_{yt} = s_t \cdot t_w \quad (b-7a)$$

$$A_{yb} = s_b \cdot t_w \quad (b-7b)$$

para perfil soldado

$$A_{yt} = (s_t - t_f) t_w \quad (b-8a)$$

$$A_{yb} = (s_b - t_f) t_w \quad (b-8b)$$

B.3.4 Baricentro do t \hat{e} superior (em rela \hat{c} o ao baricentro da se \hat{c} o \hat{a} o bruta):

$$SyA_t = b_f t_f \left(\frac{d}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + (s_t - t_f) t_w \left[\frac{(s_t - t_f)}{2} + \frac{h_o}{2} + e_o \right] + A_r \left(\frac{d}{2} - d_{rt} \right)$$

$$e_t = \frac{SyA_t}{A_t} \quad (\text{b-9})$$

B.3.5 Baricentro do t \hat{e} inferior(em rela \hat{c} o ao baricentro da se \hat{c} o \hat{a} o bruta):

$$SyA_b = - b_f t_f \left(\frac{d}{2} - \frac{t_f}{2} \right) - t_w (s_b - t_f) \left[\frac{(s_b - t_f)}{2} + \frac{h_o}{2} - e_o \right] - A_r \left(\frac{d}{2} - d_{rb} \right)$$

$$e_b = \frac{SyA_b}{A_b} \quad (\text{b-10})$$

B.3.6 Momento de in \hat{e} rcia dos t \hat{e} s:

$$I_t = \frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + b_f \cdot t_f \left(\frac{d}{2} - e_t - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (s_t - t_f)^3}{12} +$$

$$+ \frac{t_w (s_t - t_f)}{4} (2e_t - h_o - 2e_o - s_t + t_f)^2 +$$

$$+ \frac{b_r \cdot t_r^3}{6} + A_r \left(d_{rt} - \frac{d}{2} + e_t \right)^2 \quad (\text{b-11})$$

$$I_b = \frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + b_f \cdot t_f \left(\frac{d}{2} - \text{abs}(e_b) - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (s_b - t_f)^3}{12} +$$

$$+ \frac{t_w (s_b - t_f)}{4} (2 \text{abs}(e_b) - h_o - 2e_o - s_b + t_f)^2 +$$

$$+ \frac{b_r \cdot t_r^3}{6} + A_r \left(d_{rb} - \frac{d}{2} + \text{abs}(e_b) \right)^2 \quad (\text{b-12})$$

B.3.7 Correções para vigas mistas

Para vigas mistas, o I_t deve ser calculado sem considerar a mesa de concreto, conforme dado nas eqs. (b-11) e (b-12). Para isso, deve-se usar os valores de A_t e e_t dados pelas eqs. (b-6a) e (b-9), respectivamente, calculados sem considerar a área de concreto. Após o cálculo de I_t deve-se atualizar a área do tê superior, somando à área da seção do perfil metálico a área de concreto homogeneizada. Também as posições dos baricentros dos tês devem ser expressas em função do eixo baricêntrico da seção bruta transformada, conforme as equações abaixo:

$$A_t = A_t + \frac{b_{ef} \cdot t_c}{E/E_c} \quad (b-13)$$

$$y_o = A_g \frac{d}{2} + A_c \left(d + h_F + \frac{t_c}{2} \right) \quad (b-14)$$

$$e_t = e_t - (y_o - d/2) \quad (b-15a)$$

$$e_b = e_b - (y_o - d/2) \quad (b-15b)$$

onde A_t , e_t e e_b no lado direito das equações correspondem aos valores calculados conforme B.3.2, B.3.4 e B.3.5.

Quando a viga não for mista ou, quando não houver reforço, basta ignorar os termos correspondentes ao concreto e, ou, ao reforço nas equações em que aparecerem.

APÊNDICE C

VIGAS DE AÇO COM ABERTURAS - EXEMPLOS DE CÁLCULO

C.1 - Exemplo 01: viga de aço com abertura reforçada

Deseja-se colocar uma abertura centrada de 510×280 mm a 2,0 m do apoio numa viga biapoiada de seção VS 450×80 com 9,00 m de vão (FIGURA C.1). A carga permanente, suposta de grande variabilidade, é 14,77 kN/m e a sobrecarga 8,0 kN/m. A viga é contida lateralmente ao longo de todo o seu comprimento e a seção transversal tem dimensões tais que não apresenta problemas de flambagem local. Assumir $f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$. Caso seja necessário reforço, efetuar o seu dimensionamento.

Carga de cálculo:

$$q_d = 1,4 \times \text{CP} + 1,5 \times \text{SC} = 1,4 \times 14,77 + 1,5 \times 8,0 = 32,68 \text{ kN/m}$$

Propriedades do perfil:

$$d = 450,0 \text{ mm}; \quad b_f = 200,0 \text{ mm}; \quad t_f = 19,0 \text{ mm}; \quad t_w = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_g = 102 \text{ cm}^2; \quad I_x = 38989 \text{ cm}^4; \quad Z_x = 1905 \text{ cm}^3$$

Dimensões dos tês e da abertura e verificação da geometria da abertura:

$$a_o = 510 \text{ mm}; \quad e = 0,0 \text{ mm}$$

$$h_o = 280 \text{ mm} < 0,7d = 315 \text{ mm}$$

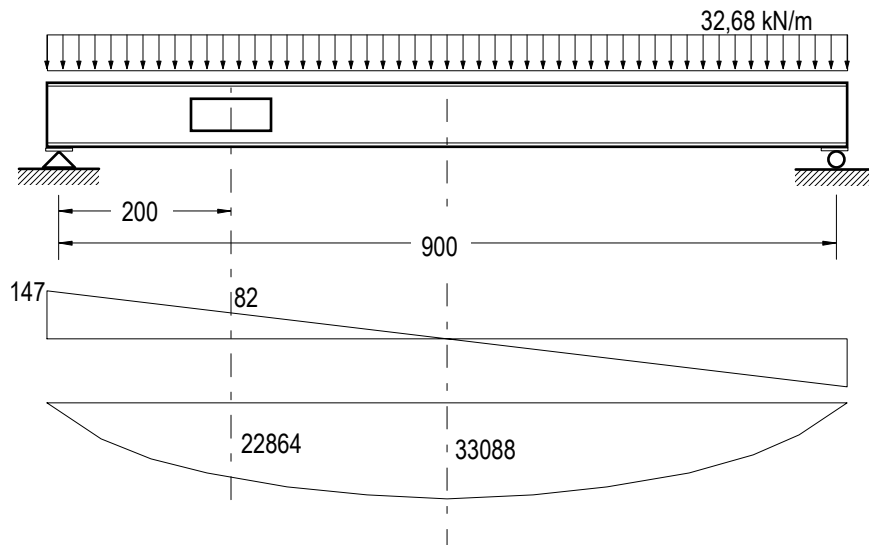


FIGURA C.1 - Viga de aço com abertura para o exemplo 1

$$s_b = s_t = 85 \text{ mm} > 0,15d = 67,5 \text{ mm}$$

$$v = a_o/s_b = a_o/s_t = 6,00 < 12$$

$$p_o = \frac{a_o}{h_o} + \frac{6h_o}{d} = 5,55 < 5,6$$

$$\Delta A_s = h_o \cdot t_w = 17,64 \text{ cm}^2$$

C.1.1 - Verificação da seção no centro do vão:

$$M_n = M_{pl} = f_y \cdot Z = 25 \times 1905 = 47625 \text{ kN.cm}$$

$$M_d = 33088 \text{ kN.cm} \leq 0,9 M_n = 42862,50 \text{ kN.cm} \quad \Rightarrow \text{Ok!}$$

C.1.2 - Verificação da seção adjacente ao apoio:

$$V_n = V_{pl} = 0,60 \cdot A_w \cdot f_y = 0,60 \times (45 - 2 \times 1,9) \times 0,63 \times 25 = 389,34 \text{ kN}$$

$$V_d = 147,00 \text{ kN} \leq 0,9 V_n = 350,41 \text{ kN} \quad \Rightarrow \text{Ok!}$$

C.1.3 - Resistência ao momento fletor da seção transversal com abertura sem reforço:

$$M_m = M_{pl} - f_y \Delta A_s \left(\frac{h_o}{4} + e - \frac{A_r}{2 t_w} \right) = 47625 - 25 \times 17,64 \left(\frac{28}{4} + 0 \right) =$$

$$M_m = 44538 \text{ kN.cm} \leq M_{pl}$$

C.1.4 - Resistência ao esforço cortante da seção transversal com abertura sem reforço:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{45 - 2 \times 1,9}{0,63} = 65,40 \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 69,87 \Rightarrow V_{máx} = \frac{2}{3} V_{pt}$$

$$V_{máx} = \frac{2}{3} \times 389,34 = 259,56 \text{ kN}$$

$$V_{pt} = V_{pb} = 0,6 \times f_y \times t_w \times (s_t - t_f) = 0,6 \times 25 \times 0,63 \times (8,5 - 1,9) = 62,37 \text{ kN}$$

$$\mu_t = 0,0$$

$$V_{mb} = V_{mt} = V_{pt} \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{V_t + \sqrt{3}} \right) = 62,37 \times \left(\frac{\sqrt{6} + 0,0}{6,0 + \sqrt{3}} \right) = 19,76 \text{ kN}$$

$$V_m = V_{mb} + V_{mt} = 2 \times 19,76 = 39,52 \text{ kN} < V_{máx} = 259,56 \text{ kN}$$

C.1.5 - Verificação da interação momento-cortante:

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{22864}{0,9 \times 44538} \right)^3 + \left(\frac{82}{0,9 \times 39,52} \right)^3 \right]^{1/3} = 2,32$$

$R > 1,0$, portanto a resistência não é suficiente. Será necessário colocar reforço na abertura.

C.1.6 - Proposição do reforço e verificação da seção reforçada:

Admitindo chapas horizontais de reforço de 19×19 mm:

$$A_r = 2 \times 1,9 \times 1,9 = 7,22 \text{ cm}^2$$

$$\frac{b_r}{t_r} = \frac{1,9}{1,9} = 1,0 \leq 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 10,88 \Rightarrow \text{Ok!}$$

$$l_1 \geq \begin{cases} a_o / 4 = 51 / 4 = 12,75 \text{ cm} \Leftarrow \\ A_r \sqrt{3} / 2 / t_w = 7,22 \times \sqrt{3} / 2 / 0,63 = 9,92 \text{ cm} \end{cases}$$

comprimento das barras de reforço = $a_o + 2 \times l_1 = 510 + 2 \times 127,5 = 765$ mm

$$P_r \leq \begin{cases} f_y \cdot A_r = 25 \times 7,22 = 180,50 \text{ kN} \Leftarrow \\ f_y \cdot t_w \cdot a_o / 2 / \sqrt{3} = 25 \times 0,63 \times 51 / 2 / \sqrt{3} = 231,88 \text{ kN} \end{cases}$$

$$d_{rt} = s_t - 0,7 - t_r / 2 = 8,5 - 0,7 - 1,9 / 2 = 6,85 \text{ cm}$$

$$M_m = 47625 - 25 \left[0,63 \left(\frac{28^2}{4} \right) - 7,22 \times 28 \right] = 49592 \text{ kN.cm} > M_{pl} = 47625 \text{ kN.cm}$$

$$\text{abertura com reforço} \Rightarrow \bar{s}_t = s_t - \frac{A_r}{2b_f} = 8,5 - \frac{7,22}{2 \times 20} = 8,32 \text{ cm}$$

$$v_t = \frac{a_o}{\bar{s}_t} = \frac{51}{8,32} = 6,13$$

$$\mu_t = \frac{2 P_r d_r}{V_{pt} s_t} = \frac{2 \times 180,50 \times 6,85}{62,37 \times 8,5} = 4,66$$

$$V_{mb} = V_{mt} = V_{pt} \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{v_t + \sqrt{3}} \right) = 62,37 \times \left(\frac{\sqrt{6} + 4,66}{6,13 + \sqrt{3}} \right) = 56,44 \text{ kN}$$

$$V_m = V_{mb} + V_{mt} = 2 \times 56,44 = 112,87 \text{ kN} \leq V_{max} = 259,56 \text{ kN}$$

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{22864}{0,9 \times 47625} \right)^3 + \left(\frac{82}{0,9 \times 112,87} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,88$$

$R < 1,0$. A resistência é suficiente.

Nota: O aumento da resistência ao momento fletor, produzido pelo reforço, é de 6,93 %, enquanto que para a resistência à força cortante o aumento é de 185 %. Como o reforço é soldado à alma da viga, praticamente a principal responsável pela resistência às tensões de cisalhamento, o acréscimo de resistência que ele produz é muito mais significativo no que se refere à força cortante do que ao momento fletor.

C.1.7 - Solda das chapas de reforço na alma da viga:

Usar filete de lado 5 mm, de ambos os lados das chapas, e eletrodo com resistência mínima à tração de 485 MPa.

- resistência requerida:

$$\text{no comprimento } a_o: R_{wri} = 2 \phi P_r = 2 \times 0,90 \times 180,50 = 324,90 \text{ kN}$$

$$\text{no comprimento } l_l: R_{wre} = \phi f_y A_r = 0,90 \times 25 \times 7,22 = 162,45 \text{ kN}$$

- Resistência de cálculo (em 4 cordões de solda, 2 em cada chapa de reforço)

De acordo com o item 7.2.5 da NBR 8800:

$$\phi R_n = 0,75 \times 0,6 \times 4 \times 0,707 \times 0,5 \times 48,5 = 30,86 \text{ kN/cm}$$

$$\phi R_n = 0,90 \times 0,60 \times 4 \times 0,5 \times 25 = 27,00 \text{ kN/cm}$$

⇒ Prevalece $\phi R_n = 27,00 \text{ kN/cm}$

no comprimento a_o : $\phi R_n = 27,00 \times 51,0 = 1377,00 \text{ kN} > R_{wri} = 324,90 \text{ kN}$ Ok!

no comprimento l_j : $\phi R_n = 27,00 \times 12,75 = 344,25 \text{ kN} > R_{wre} = 162,45 \text{ kN}$ Ok!

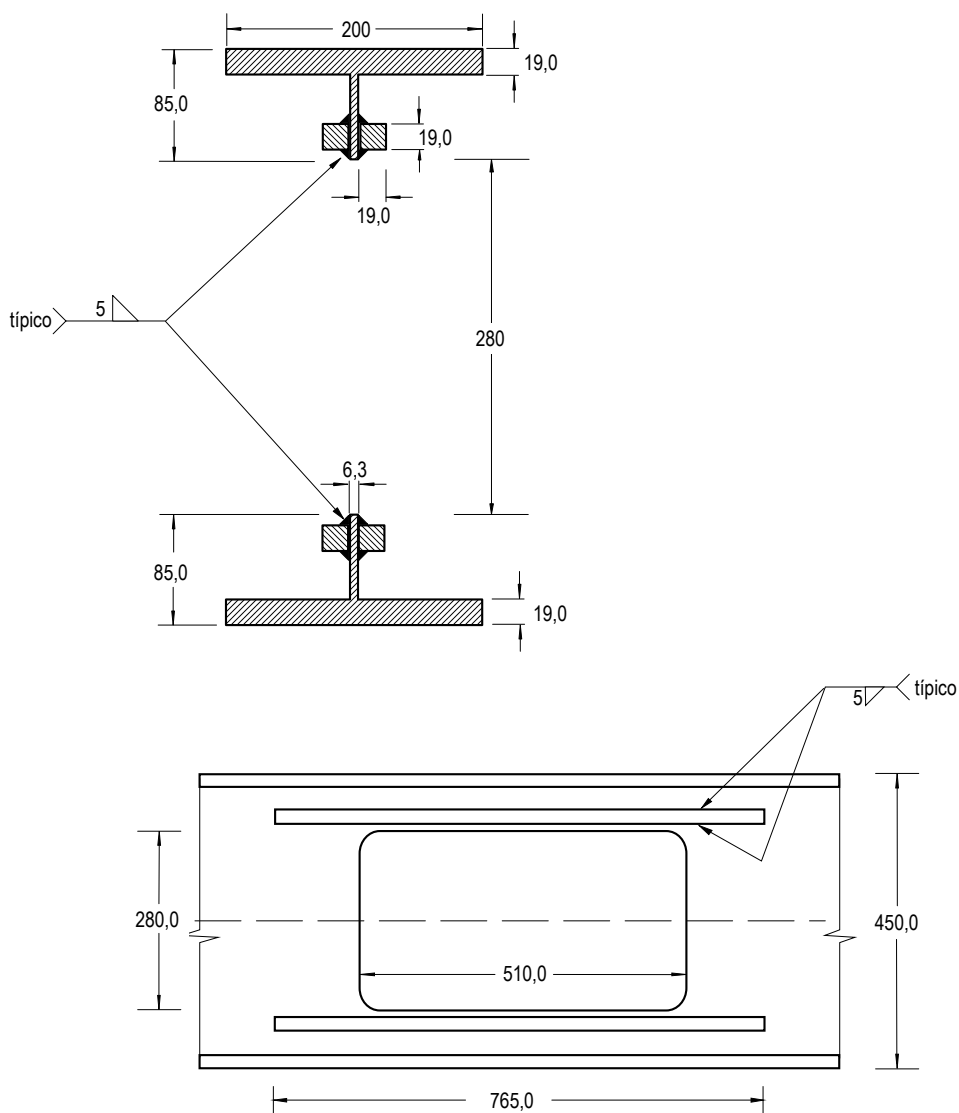


FIGURA C.2 Detalhe da solda do reforço

C.1.8 - Cálculo das deformações

Será calculada a deformação de flexão considerando-se a viga sem abertura.

Posteriormente serão calculadas as deformações na viga com abertura:

- pelo processo aproximado de Dougherty;
- através do procedimento proposto utilizando cálculo matricial;
- através da equação de Donahey.

C.1.8.1 - Cálculo da deformação de flexão na viga sem abertura pelo processo analítico exato.

$$y = \frac{q}{24EI} (L^3x - 2Lx^3 + x^4)$$

- flecha devido à carga permanente (CP = 14,77 kN/m):

$$\text{em } x = \frac{L}{2} \rightarrow y_{\text{máx}} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{0,1477 \times 900^4}{20500 \times 38989} = 1,58 \text{ cm}$$

$$y(225,5) = \frac{0,1477}{24 \times 20500 \times 38989} (900^3 \times 225,5 - 2 \times 900 \times 225,5^3 + 225,5^4) = 1,13 \text{ cm}$$

- flecha devido à sobrecarga (SC = 8,0 kN/m):

$$\text{em } x = \frac{L}{2} \rightarrow y_{\text{máx}} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{0,08 \times 900^4}{20500 \times 38989} = 0,86 \text{ cm}$$

$$y(225,5) = \frac{0,08}{24 \times 20500 \times 38989} (900^3 \times 225,5 - 2 \times 900 \times 225,5^3 + 225,5^4) = 0,61 \text{ cm}$$

C.1.8.2 - Cálculo da deformação pelo processo aproximado de Dougherty.

- baricentro do tê:

$$e_t = \frac{b_f t_f \left(\frac{d}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + (s_t - t_f) t_w \left[\frac{(s_t - t_f)}{2} + \frac{h_o}{2} + e_o \right] + A_r \left(\frac{d}{2} - d_{rt} \right)}{A_t}$$
$$= \left\{ 20 \times 1,9 \times \left(\frac{45}{2} - \frac{1,9}{2} \right) + (8,5 - 1,9) \times 0,63 \times \left[\frac{(8,5 - 1,9)}{2} + \frac{28}{2} + 0 \right] + 7,22 \times \left(\frac{45}{2} - 6,85 \right) \right\} \div 49,38 = 20,33 \text{ cm}$$

- momento de inércia:

$$\begin{aligned}
 I_t &= \frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + b_f \cdot t_f \left(\frac{d}{2} - e_t - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (s_t - t_f) (2e_t - h_o - 2e_o - s_t + t_f)^2}{4} + \\
 &\quad + \frac{t_w (s_t - t_f)^3}{12} + \frac{b_r \cdot t_r^3}{6} + A_r \left(d_{rt} - \frac{d}{2} + e_t \right)^2 \\
 &= \frac{20 \times 1,9^3}{12} + 20 \times 1,9 \times \left(\frac{45}{2} - 20,33 - \frac{1,9}{2} \right)^2 + \\
 &\quad + \frac{0,63 \times (8,5 - 1,9) (2 \times 20,33 - 28 - 2 \times 0 - 8,5 + 1,9)^2}{4} + \frac{0,63 (8,5 - 1,9)^3}{12} + \\
 &\quad + \frac{1,9 \times 1,9^3}{6} + 7,22 \times \left(6,85 - \frac{45}{2} + 20,33 \right)^2 = 281,57 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

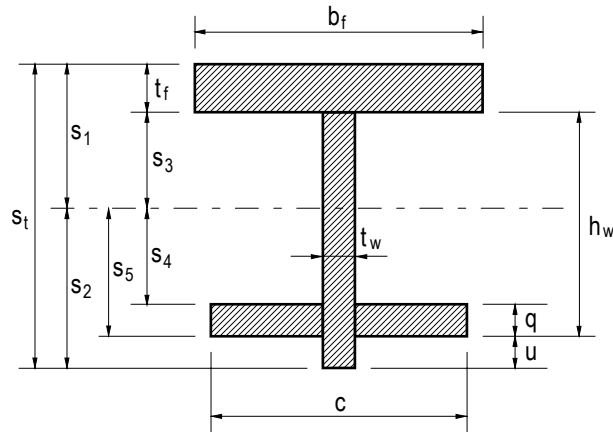


FIGURA C.3 - Seção do tê superior reforçado

- coeficiente de deformação por cisalhamento:

$$c = 2b_r + t_w = 4,43 \text{ cm}$$

$$s_2 = e_t - h_o/2 = 6,33 \text{ cm}$$

$$s_1 = s_t - s_2 = 2,17 \text{ cm}$$

$$s_3 = s_1 - t_f = 0,27 \text{ cm}$$

$$s_5 = s_2 - u = 5,63 \text{ cm}$$

$$s_4 = s_5 - t_r = 3,73 \text{ cm}$$

$$A_f = b_f \cdot t_f = 38 \text{ cm}^2$$

$$y_f = (s_1 + s_3) / 2 = 1,22 \text{ cm}$$

$$A_3 = u \cdot t_w = 0,44 \text{ cm}^2$$

$$y_3 = (s_2 + s_5) / 2 = 5,98 \text{ cm}$$

$$k_1 = \frac{b_f}{4} \left[s_1^4 (s_1 - s_3) - \frac{2}{3} s_1^2 (s_1^3 - s_3^3) + \frac{1}{5} (s_1^5 - s_3^5) \right] = 98,69$$

$$k_2 = \frac{t_w}{4} \left[s_3^4 (s_3 + s_4) - \frac{2}{3} s_3^2 (s_3^3 + s_4^3) + \frac{1}{5} (s_3^5 + s_4^5) \right] +$$

$$+ A_f \bar{y}_f \left[s_3^2 (s_3 + s_4) - \frac{1}{3} (s_3^3 + s_4^3) \right] + (A_f \bar{y}_f)^2 \frac{s_3 + s_4}{t_w} = 12879,64$$

$$k_3 = \frac{c}{4} \left[s_5^4 (s_5 - s_4) - \frac{2}{3} s_5^2 (s_5^3 - s_4^3) + \frac{1}{5} (s_5^5 - s_4^5) \right] +$$

$$+ A_3 \bar{y}_3 \left[s_5^2 (s_5 - s_4) - \frac{1}{3} (s_5^3 - s_4^3) \right] + (A_3 \bar{y}_3)^2 \frac{s_5 - s_4}{c} = 146,79$$

$$k_4 = \frac{t_w}{4} \left[s_2^4 (s_2 - s_5) - \frac{2}{3} s_2^2 (s_2^3 - s_5^3) + \frac{1}{5} (s_2^5 - s_5^5) \right] = 2,65$$

$$k = \frac{A_t}{I_T^2} (k_1 + k_2 + k_3 + k_4) = \frac{49,38}{281,57^2} (98,69 + 12879,64 + 146,79 + 2,65) = 8,18$$

- momento de inércia da seção perfurada da viga:

$$I_o = 2 [I_t + A_t \cdot e_t^2] = 41381 \text{ cm}^4$$

Deformação de Vierendeel:

$$\Delta_{vt} = \Delta_b + \Delta_s + \frac{a_o}{2} (\Theta_1 - \Theta_2)$$

$$\Theta_1 = \theta_1 + \theta_1'$$

$$\Theta_2 = \theta_2 + \theta_2'$$

A força cortante na abertura devido à sobrecarga é $V = 20,00 \text{ kN}$

$$\Delta_b = \frac{Q a_o^3}{12 E I_T} = \frac{20/2 \times 51^3}{12 \times 20500 \times 281,57} = 0,02 \text{ cm}$$

$$\Delta_s = \frac{k Q a_o}{G A_T} = \frac{8,18 \times 20/2 \times 51}{7892,5 \times 49,38} = 0,01 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \frac{V a_o^2 [2I_T(2b+a_o) + I_o(2b-a_o)]}{48 E I_o I_T L} = \\ &= \frac{20 \times 51^2 [2 \times 281,57(2 \times 674,50 + 51) + 41381(2 \times 674,50 - 51)]}{48 \times 20500 \times 41381 \times 281,57 \times 900} = \\ &= 274,757 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_2 &= \frac{V a_o^2 [2I_T(2a+a_o) + I_o(2a+3a_o)]}{48 E I_o I_T L} = \\ &= \frac{20 \times 51^2 [2 \times 281,57(2 \times 174,50 + 51) + 41381(2 \times 174,50 + 3 \times 51)]}{48 \times 20500 \times 41381 \times 281,57 \times 900} = \\ &= 105,861 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_1' &= \frac{\Delta_s(4b+a_o)}{b(2a+2b+1+a_o)} = \\ &= \frac{0,01(4 \times 674,50 + 51)}{674,50(2 \times 174,50 + 2 \times 674,50 + 1 + 51)} = 23,289 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

$$\theta_2' = \frac{\Delta_s}{b} - \theta_1' = -8,463 \times 10^{-6}$$

$$\Theta_1 = \theta_1 + \theta_1' = 274,757 \times 10^{-6} + 23,289 \times 10^{-6} = 298,046 \times 10^{-6}$$

$$\Theta_2 = \theta_2 + \theta_2' = 105,861 \times 10^{-6} - 8,463 \times 10^{-6} = 97,398 \times 10^{-6}$$

$$\Delta_{vt} = 0,02 + 0,01 + \frac{51}{2} (298,046 \times 10^{-6} - 97,398 \times 10^{-6}) = 0,04 \text{ cm}$$

em $x = 225,50 \text{ cm} \rightarrow y(225,50) = 0,61 \text{ cm}$

$$f(225,50) = 0,61 + \Delta_{vt} = 0,65 \text{ cm}$$

$$\frac{\text{deformacao de Vierendeel}}{\text{flecha maxima}} = \frac{0,04}{0,86} = 4,65 \%$$

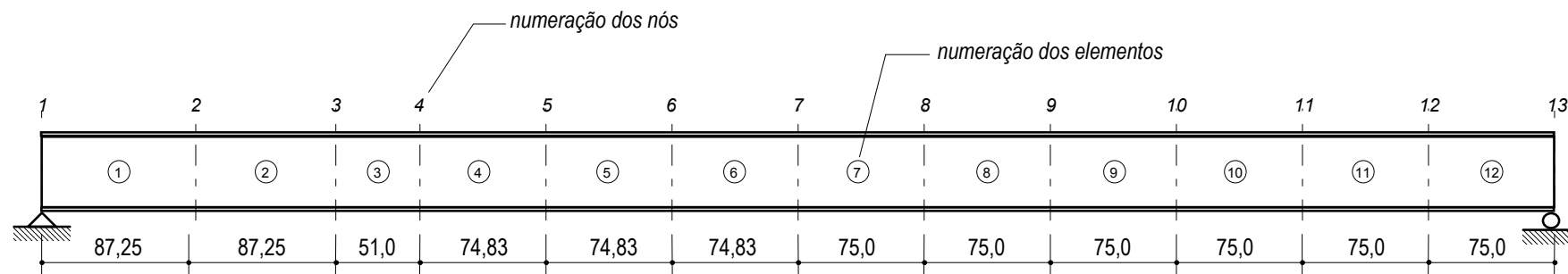
C.1.8.3 - Cálculo da deformação através do procedimento proposto utilizando cálculo matricial;

Foram processados, para comparação de resultados, os três casos abaixo:

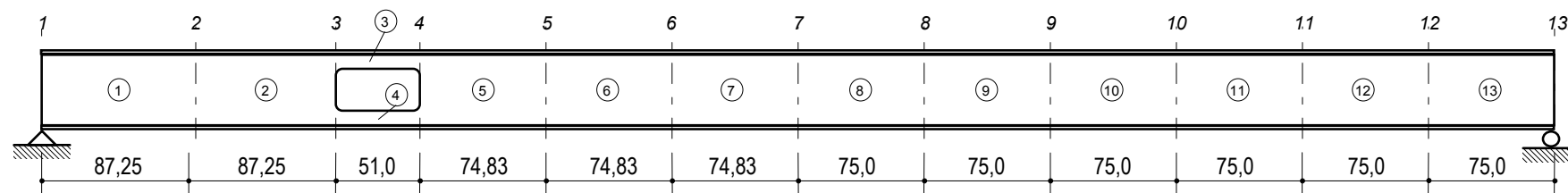
Modelo I - Deformações de flexão na viga sem abertura;

Modelo II - Deformações por flexão e cisalhamento na viga sem abertura;

Modelo III - Deformação por flexão e cisalhamento na viga com abertura.



(a) Viga de aço biapoçada sem abertura na alma (modelos I e II)



(b) Viga de aço biapoçada com abertura na alma (modelo III)

FIGURA C.4 - Modelos para o exemplo 1.

TABELA C.1 - Deslocamentos devido à carga permanente

Nó	x	Modelo I	Modelo II	Modelo III
1	0,000	0,000000	0,000000	0,000000
2	87,250	-0,481146	-0,487652	-0,498476
3	174,500	-0,913293	-0,924910	-0,942469
4	225,500	-1,127127	-1,141085	-1,220680
5	300,330	-1,373455	-1,389983	-1,472822
6	375,170	-1,527067	-1,545137	-1,628185
7	450,000	-1,579226	-1,597809	-1,678073
8	525,000	-1,526825	-1,544891	-1,619339
9	600,000	-1,372554	-1,389072	-1,454678
10	675,000	-1,125189	-1,139126	-1,192867
11	750,000	-0,799353	-0,809676	-0,848528
12	825,000	-0,415517	-0,421195	-0,442132
13	900,000	0,000000	0,000000	0,000000

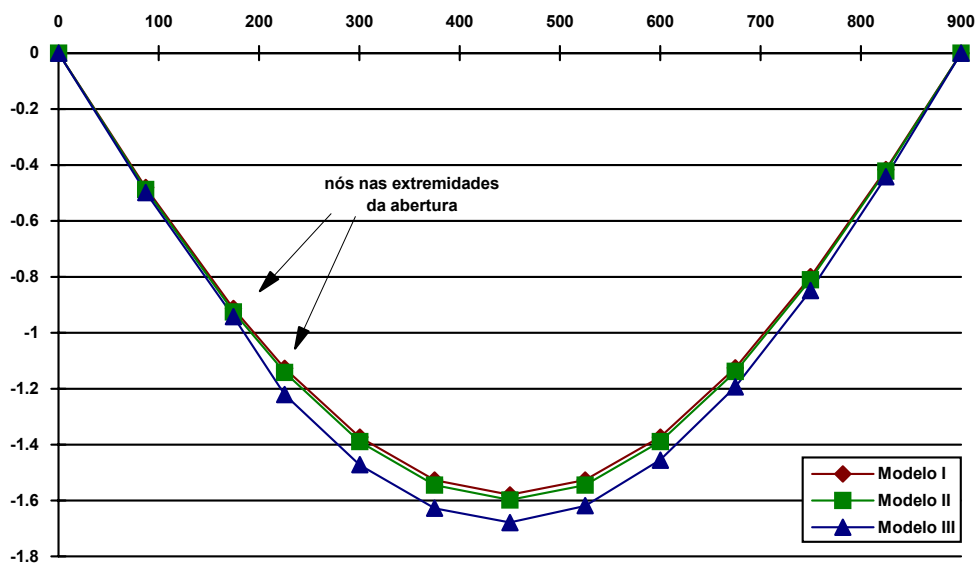


FIGURA C.5 - Deslocamentos devido à carga permanente.

TABELA C.2 - Deslocamentos devido à sobrecarga

Nó	x	Modelo I	Modelo II	Modelo III
1	0,000	0,000000	0,000000	0,000000
2	87,250	-0,260411	-0,263933	-0,269794
3	174,500	-0,494300	-0,500588	-0,510094
4	225,500	-0,610032	-0,617585	-0,660653
5	300,330	-0,743352	-0,752296	-0,797119
6	375,170	-0,826496	-0,836275	-0,881213
7	450,000	-0,854735	-0,864793	-0,908227
8	525,000	-0,826385	-0,836163	-0,876452
9	600,000	-0,742896	-0,751837	-0,787344
10	675,000	-0,609017	-0,616561	-0,645648
11	750,000	-0,432660	-0,438248	-0,459277
12	825,000	-0,224905	-0,227979	-0,239312
13	900,000	0,000000	0,000000	0,000000

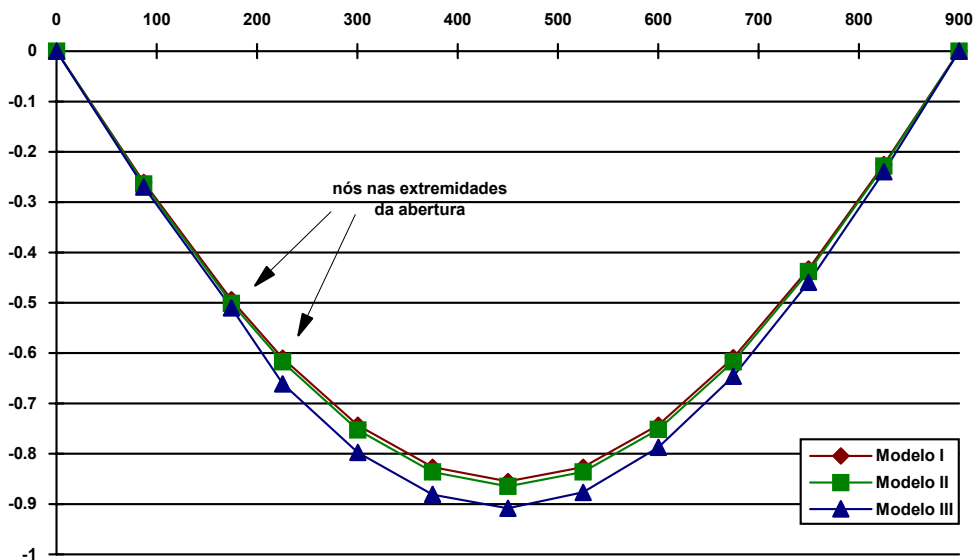


FIGURA C.6 - Deslocamentos devido à sobrecarga.

C.1.8.4 - Cálculo da deformação através da equação de Donahey

Estimativa da flecha no centro do vão:

$$\Delta_m = (\Delta_b + \Delta_s) \left[1,00 + 0,00325 \left(\frac{I_e}{I_t + I_b} \right) \frac{a_o}{L} \right]$$

- devido à carga permanente:

$$\Delta_b = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{EI} = \frac{5}{384} \times \frac{0,1477 \times 900^4}{20500 \times 38989} = 1,58 \text{ cm}$$

$$\Delta_s = \frac{q L^2}{8 A_y G} = \frac{0,1477 \times 900^2}{8 \times 25,956 \times 7892,5} = 0,07 \text{ cm}$$

$$\Delta_m = (1,58 + 0,07) \left[1,00 + 0,00325 \left(\frac{38989}{248,71 + 248,71} \right) \frac{51}{900} \right] = 1,68 \text{ cm}$$

- devido à sobrecarga:

$$\Delta_b = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{EI} = \frac{5}{384} \times \frac{0,08 \times 900^4}{20500 \times 38989} = 0,86 \text{ cm}$$

$$\Delta_s = \frac{q L^2}{8 A_y G} = \frac{0,08 \times 900^2}{8 \times 25,956 \times 7892,5} = 0,04 \text{ cm}$$

$$\Delta_m = (0,86 + 0,04) \left[1,00 + 0,00325 \left(\frac{38989}{248,71 + 248,71} \right) \frac{51}{900} \right] = 0,91 \text{ cm}$$

TABELA C.3 - Comparação dos resultados para as deformações - exemplo 1

caso	x (cm)	carga permanente	sobrecarga	diferença em relação à análise matricial
analítico	225,5	1,13	0,61	-7,72 %
	450,0	1,58	0,86	-5,84 %
Dougherty	225,5	-	0,65	-1,66 %
	450,0	-	0,89	-2,35 %
Análise matricial	225,5	1,221	0,661	0,0 %
	450,0	1,678	0,908	0,0 %
Donahey	225,5	-	-	-
	450,0	1,68	0,91	0,22 %

C.1.8.5 - Comparação dos resultados do exemplo 1.

Os resultados demonstram que o acréscimo de deformação produzido pela abertura, em relação à deformação na mesma viga sem a abertura, é pequeno (ver TABELA C.3). Os processos aproximados de Dougherty e Donahey fornecem resultados bem próximos da análise matricial, contudo a equação de Donahey é de aplicação mais simples.

C.2 - Exemplo 2: Viga do exemplo C.1 com duas aberturas simétricas

As verificações de resistência são as mesmas do exemplo C.1.

- Espaçamento entre aberturas:

$$S = 500 \text{ cm}$$

de acordo com 5.2.6, para aberturas retangulares:

$$S \geq h_o \Rightarrow 500 \geq 28 \Rightarrow \text{Ok!}$$

$$S \geq a_o \left(\frac{\frac{V_d}{\phi V_{pl}}}{1 - \frac{V_d}{\phi V_{pl}}} \right) \Rightarrow 500 \geq 51 \left(\frac{\frac{82}{0,9 \times 389,34}}{1 - \frac{82}{0,9 \times 389,34}} \right) = 15,58 \Rightarrow \text{Ok!}$$

A FIGURA C.2 mostra a disposição das aberturas na viga. A TABELA C.4 e a FIGURA C.6 apresentam os resultados dos exemplos 1 e 2.

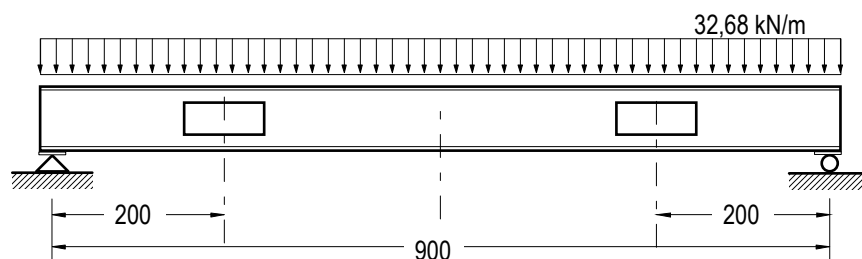


FIGURA C.7 - Viga de aço com aberturas simétricas para o exemplo 2

TABELA C.4 - Deslocamentos devido à sobrecarga - exemplos 1 e 2

Nó	x	viga sem abertura	viga com 1 abertura (ex.: 1)	viga com 2 aberturas (ex.: 2)
1	0,000	0,000000	0,000000	0,000000
2	87,250	-0,263840	-0,269701	-0,272408
3	174,500	-0,500408	-0,509913	-0,515327
4	225,500	-0,617361	-0,660414	-0,667411
5	300,333	-0,752021	-0,796824	-0,806142
6	375,167	-0,835952	-0,880876	-0,892516
7	450,000	-0,864452	-0,907868	-0,921830
8	524,833	-0,835952	-0,876232	-0,892516
9	599,667	-0,752021	-0,787536	-0,806142
10	674,500	-0,617361	-0,646483	-0,667411
11	725,500	-0,500408	-0,524239	-0,515327
12	812,750	-0,263840	-0,276864	-0,272408
13	900,000	0,000000	0,000000	0,000000

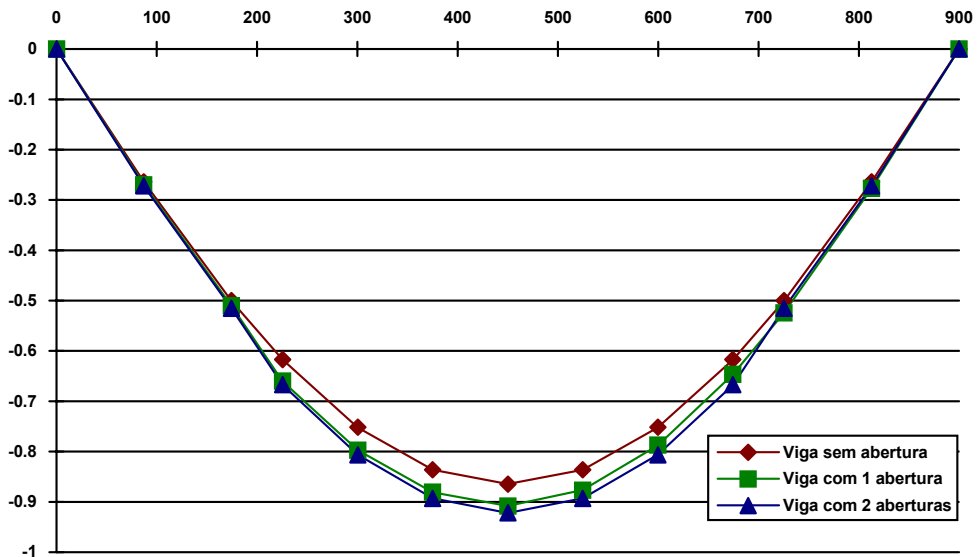


FIGURA C.8 - Deslocamentos devido à sobrecarga - exemplos 1 e 2.

C.3 - Exemplo 3: Viga do exemplo C.2 com três aberturas

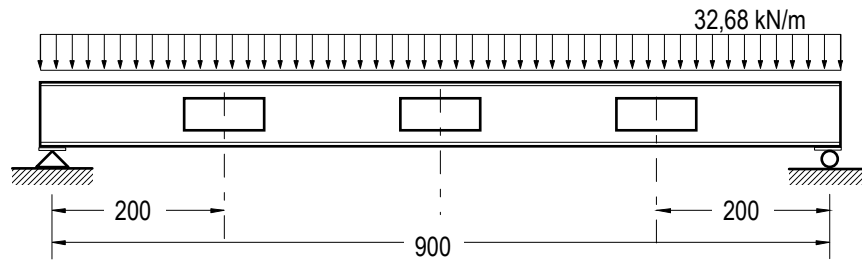


FIGURA C.9 - Viga de aço com 3 aberturas - exemplo 3

C.3.1 - Verificação da abertura no centro do vão:

$$M_d = 33088 \text{ kN.cm}$$

$$V_d = 0 \text{ kN}$$

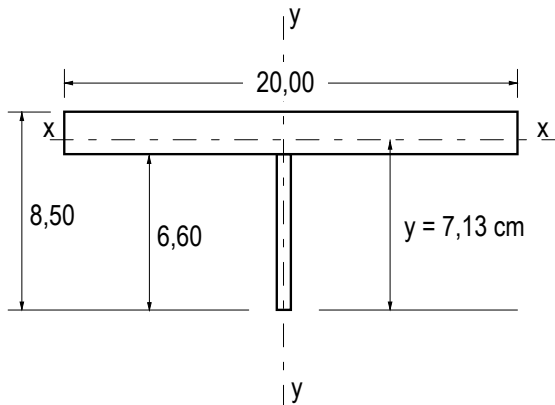
$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{33088}{0,9 \times 47625} \right)^3 + \left(\frac{0}{0,9 \times 39,52} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,77 < 1,0$$

Nota: É interessante comparar o resultado acima ($R = 0,77$ no centro do vão) com o exemplo 1 ($R = 2,31$ em $1/4$ do vão) e observar como o comportamento de uma seção sujeita a momento fletor e força cortante é pior devido aos efeitos dos dois esforços combinados.

No caso aqui, $R < 1,0$. A análise da interação momento cortante revela que a seção com abertura no centro do vão não necessita de reforço. Para aberturas retangulares não-reforçadas com $M_d/(V_d d) > 20$ no centro da abertura e $\nu > 4$, os tês na zona comprimida da peça devem ser verificados como colunas carregadas axialmente, com um comprimento efetivo igual a a_o , seguindo os procedimentos da NBR 8800/86. Assim, é necessário verificar a estabilidade do tê comprimido da abertura no centro do vão.

C.3.1.1 - Verificação do tê na zona comprimida à flambagem:

Propriedades do tê superior:



$$A_{gt} = 42,16 \text{ cm}^2$$

$$I_{xt} = 94,22 \text{ cm}^4$$

$$I_{yt} = 1266,80 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_{xt}}{A_{gt}}} = \sqrt{\frac{94,22}{42,16}} = 1,49 \text{ cm}$$

$$P_d = \frac{M_d}{z} = \frac{33088}{2 \times 7,13 + 28} = 783 \text{ kN}$$

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{20}{2 \times 1,9} = 5,26 \leq 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 10,88$$

$$\frac{s_t}{t_w} = \frac{8,5}{0,63} = 13,49 \leq 0,74 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 21,19$$

$$Q = 1,0$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{Kl}{r} \sqrt{\frac{Qf_y}{E}} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{51}{1,49} \sqrt{\frac{1 \times 25}{20500}} = 0,38 \Rightarrow \text{curva } c \Rightarrow \rho = 0,91$$

$$N_n = \rho Q A_g f_y = 0,91 \times 1,0 \times 42,16 \times 25 = 959 \text{ kN}$$

$$\phi N_n = 0,90 \times 959 = 863 \text{ kN} > P_d = 783 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok!}$$

C.3.2 - Espaçamento entre aberturas:

$$S = 250 \text{ cm}$$

de acordo com 5.2.6, para aberturas retangulares:

$$S \geq h_o \Rightarrow 250 \geq 28 \Rightarrow \text{Ok!}$$

$$S \geq a_o \left(\frac{\frac{V_d}{\phi V_{pl}}}{1 - \frac{V_d}{\phi V_{pl}}} \right) \Rightarrow 250 \geq 51 \left(\frac{\frac{82}{0,9 \times 389,34}}{1 - \frac{82}{0,9 \times 389,34}} \right) = 15,58 \Rightarrow \text{Ok!}$$

TABELA C.5 - Deslocamentos devido à sobrecarga. Comparação de resultados.

Nó	x	viga com 1 abertura (ex.: 1)	viga com 2 aberturas (ex.: 2)	viga com 3 aberturas (ex.: 3)
1	0,000	0,000000	0,000000	0,000000
2	87,250	-0,269703	-0,272410	-0,273151
3	174,500	-0,509917	-0,515331	-0,516814
4	225,500	-0,660419	-0,667416	-0,669332
5	291,830	-0,783848	-0,792903	-0,795383
6	358,170	-0,866683	-0,877796	-0,880840
7	424,500	-0,905252	-0,918423	-0,922030
8	475,500	-0,903669	-0,918423	-0,922030
9	541,830	-0,860984	-0,877796	-0,880840
10	608,170	-0,774033	-0,792903	-0,795383
11	674,500	-0,646488	-0,667416	-0,669332
12	725,500	-0,524243	-0,515331	-0,516814
13	812,750	-0,276866	-0,272410	-0,273151
14	900,000	0,000000	0,000000	0,000000

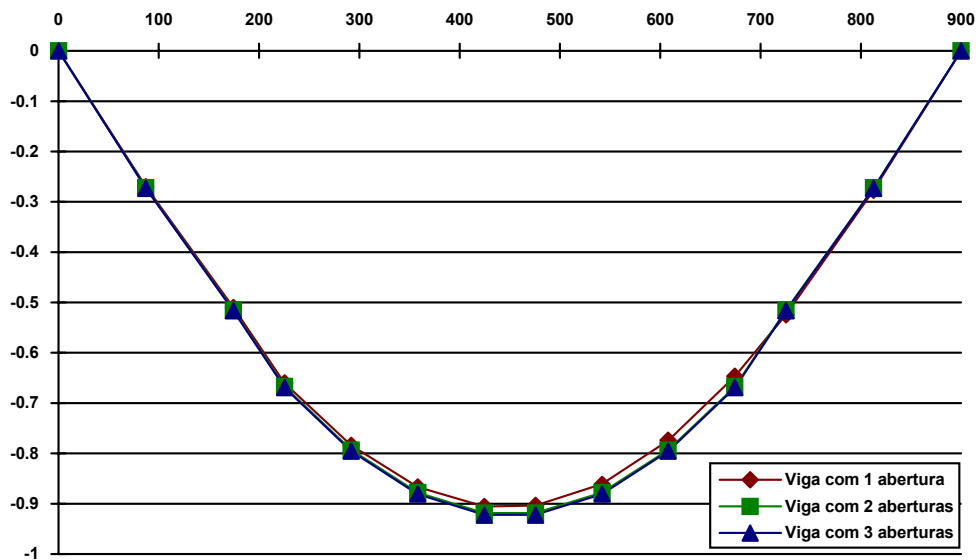


FIGURA C.10 - Deslocamentos devido à sobrecarga - exemplo 3.

C.4 - Exemplo 04: Viga de aço com duas aberturas excêntricas reforçadas

Deseja-se colocar duas aberturas de 600×300 mm, com 30 mm de excentricidade, numa viga biapoiada de seção VS 600×111, com 12,00 m de vão (FIGURA C.9). A carga permanente, suposta de grande variabilidade, é 15 kN/m e a sobrecarga 8,00 kN/m. A viga é contida lateralmente ao longo de todo o seu comprimento e a seção transversal tem dimensões tais que não apresenta problemas de flambagem local. Assumir $f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$. Caso seja necessário reforço, efetuar o seu dimensionamento.

Carga de cálculo:

$$q_d = 1,4 \times CP + 1,5 \times SC = 1,4 \times 15 + 1,5 \times 8 = 33 \text{ kN/m}$$

Propriedades do perfil:

$$d = 600,0 \text{ mm}; \quad b_f = 300,0 \text{ mm}; \quad t_f = 16,0 \text{ mm}; \quad t_w = 8,0 \text{ mm}$$
$$A_g = 141,4 \text{ cm}^2; \quad I_x = 94091 \text{ cm}^4; \quad Z_x = 3448 \text{ cm}^3$$

Dimensões dos tês e da abertura e verificação da geometria da abertura:

$$a_o = 600 \text{ mm}$$

$$e = 30,0 \text{ mm}$$

$$h_o = 300 \text{ mm} < 0,7d = 420 \text{ mm}$$

$$s_t = 120 \text{ mm} \geq 0,15d = 90 \text{ mm}$$

$$s_b = 180 \text{ mm} > 0,15d = 90 \text{ mm}$$

$$v_t = a_o/s_t = 5,0 < 12$$

$$v_b = a_o/s_b = 3,33 < 12$$

$$p_o = \frac{a_o}{h_o} + \frac{6h_o}{d} = 5,0 \leq 5,6$$

$$\Delta A_s = h_o \cdot t_w = 24,0 \text{ cm}^2$$

C.4.1 - Verificação da seção no centro do vão:

$$M_n = M_{pl} = f_y \cdot Z = 25 \times 3448 = 86200 \text{ kN.cm}$$

$$M_d = 59400 \text{ kN.cm} \leq 0,9 M_n = 77580 \text{ kN.cm} \quad \Rightarrow \text{Ok!}$$

C.4.2 - Verificação da seção adjacente ao apoio:

$$V_n = V_{pl} = 0,60 \cdot A_w \cdot f_y = 0,60 \times 45,44 \times 25 = 681,60 \text{ kN}$$

$$V_d = 198,00 \text{ kN} \leq 0,9 V_n = 613,44 \text{ kN} \quad \Rightarrow \text{Ok!}$$

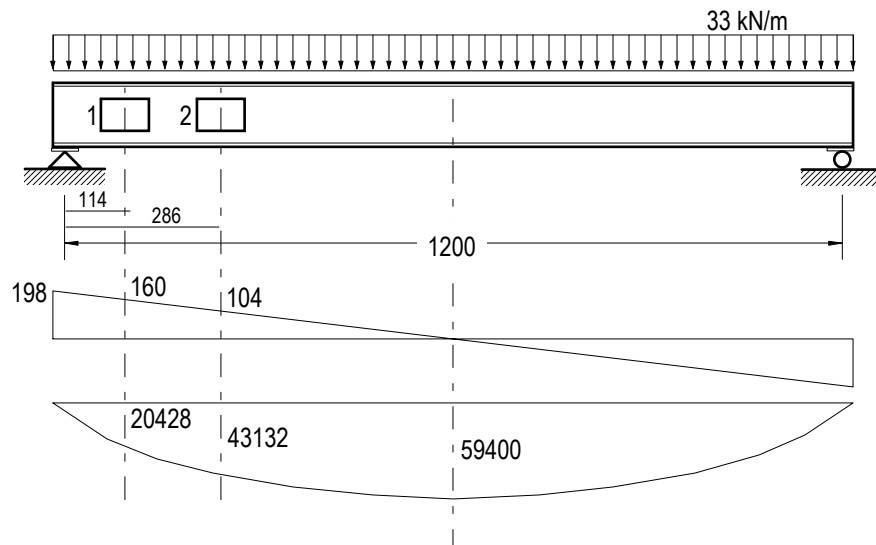


FIGURA C.11 - Viga de aço com duas aberturas

C.4.3 - Resistência ao momento fletor da seção com abertura sem reforço:

$$M_m = M_{pl} - f_y \Delta A_s \left(\frac{h_o}{4} + e - \frac{A_r}{2 t_w} \right) = 86200 - 25 \times 45,44 \left(\frac{40}{4} + 1 \right) =$$

$$M_m = 79900 \text{ kN.cm} \leq M_{pl}$$

C.4.4 - Resistência ao esforço cortante da seção com abertura sem reforço:

$$2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 69,87 \leq \frac{h}{t_w} = 71,00 \leq 3,02 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 86,48$$

$$\Rightarrow V_{max} = 0,45 V_{pl} = 0,45 \times 681,60 = 306,72 \text{ kN}$$

$$a_o/h_o = 60/30 = 2,0 \leq 2,2 \quad \Rightarrow \text{Ok!}$$

Resistência à força cortante do tê superior:

$$V_{pt} = 0,6 \times f_y \times t_w \times (s_t - t_f) = 0,6 \times 25 \times 0,8 \times (12,0 - 1,6) = 124,80 \text{ kN}$$

$$\mu_t = 0,0 ; \quad v_t = 5,0$$

$$V_{mt} = V_{pt} \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{v_t + \sqrt{3}} \right) = 124,80 \times \left(\frac{\sqrt{6} + 0,0}{5,0 + \sqrt{3}} \right) = 45,41 \text{ kN}$$

Resistência à força cortante do tê inferior:

$$V_{pb} = 0,6 \times f_y \times t_w \times (s_b - t_f) = 0,6 \times 25 \times 0,8 \times (18,0 - 1,6) = 196,80 \text{ kN}$$

$$\mu_b = 0,0 ; \quad v_b = 3,33$$

$$V_{mb} = V_{pb} \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{v_t + \sqrt{3}} \right) = 112,80 \times \left(\frac{\sqrt{6} + 0,0}{3,33 + \sqrt{3}} \right) = 95,23 \text{ kN}$$

Resistência à força cortante dos dois tês:

$$V_m = V_{mb} + V_{mt} = 95,23 + 45,41 = 140,64 \text{ kN} < V_{m\acute{a}x} = 306,72 \text{ kN}$$

C.4.5 - Verificação da interação momento-cortante:

- abertura 1:

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{20428}{0,9 \times 79900} \right)^3 + \left(\frac{160}{0,9 \times 140,64} \right)^3 \right]^{1/3} = 1,27$$

$R > 1,0$, portanto a resistência não é suficiente. Será necessário reforçar a abertura.

- abertura 2:

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{43132}{0,9 \times 79900} \right)^3 + \left(\frac{104}{0,9 \times 140,64} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,92$$

$R < 1,0$. Não é necessário reforçar a abertura.

C.4.6 - Proposição do reforço e verificação da seção reforçada:

Admitindo chapas horizontais de reforço de $16 \times 16 \text{ mm}$:

$$A_r = 2 \times 1,6 \times 1,6 = 5,12 \text{ cm}^2$$

$$\frac{b_r}{t_r} = \frac{1,6}{1,6} = 1 \leq 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 10,88 \Rightarrow \text{Ok}$$

$$l_1 \geq \begin{cases} a_o / 4 = 60 / 4 = 15,00 \text{ cm} \Leftarrow \\ A_r \sqrt{3} / 2 / t_w = 5,12 \times \sqrt{3} / 2 / 0,8 = 5,54 \text{ cm} \end{cases}$$

comprimento das barras de reforço = $a_o + 2 \times l_1 = 640 + 2 \times 160 = 960 \text{ mm}$

$$P_r \leq \begin{cases} f_y \cdot A_r = 25 \times 5,12 = 128,00 \text{ kN} \Leftarrow \\ f_y \cdot t_w \cdot a_o / 2 / \sqrt{3} = 25 \times 0,8 \times 60 / 2 / \sqrt{3} = 346,41 \text{ kN} \end{cases}$$

$$d_{rt} = s_t - 0,7 - t_r / 2 = 12,0 - 0,7 - 1,6 / 2 = 10,50 \text{ cm}$$

$$d_{rb} = s_b - 0,7 - t_r/2 = 18,0 - 0,7 - 1,6 / 2 = 16,50 \text{ cm}$$

Resistência ao momento fletor:

$$M_m = 86200 - 25 \left[0,8 \left(\frac{30^2}{4} + 30 \times 3 - 3^2 \right) - 5,12 \times 30 \right] =$$

$$M_m = 83920 \text{ kN.cm} \leq M_{pl} = 86200 \text{ kN.cm}$$

Resistência à força cortante do tê superior:

$$\mu_t = \frac{2 P_r d_{rt}}{V_{pt} s_t} = \frac{2 \times 128 \times 10,50}{124,80 \times 12,0} = 1,79$$

$$v_t = \frac{a_o}{s_t - \frac{A_r}{2 b_f}} = \frac{60}{12,0 - \frac{5,12}{2 \times 30}} = 5,04$$

$$V_{mt} = V_{pt} \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{v_t + \sqrt{3}} \right) = 124,80 \times \left(\frac{\sqrt{6} + 1,79}{5,04 + \sqrt{3}} \right) = 78,18 \text{ kN}$$

Resistência à força cortante do tê inferior:

$$\mu_b = \frac{2 P_r d_{rb}}{V_{pb} s_b} = \frac{2 \times 128 \times 16,50}{196,80 \times 18,0} = 1,19$$

$$v_b = \frac{a_o}{s_b - \frac{A_r}{2 b_f}} = \frac{60}{18,0 - \frac{5,12}{2 \times 30}} = 3,35$$

$$V_{mb} = V_{pb} \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{v_t + \sqrt{3}} \right) = 196,80 \times \left(\frac{\sqrt{6} + 1,19}{3,35 + \sqrt{3}} \right) = 140,96 \text{ kN}$$

Resistência à força cortante dos dois tê:

$$V_m = V_{mb} + V_{mt} = 140,96 + 78,18 = 219,14 \text{ kN} < V_{m\acute{a}x} = 306,72 \text{ kN}$$

Verificação da interação momento-cortante:

- abertura 1:

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{20428}{0,9 \times 83920} \right)^3 + \left(\frac{160}{0,9 \times 219,14} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,82$$

A seção na abertura 1 portanto, reforçada com barras de 16×16 mm, atende aos requisitos de resistência.

C.4.7 - Solda das chapas de reforço para a abertura 1:

Usar filete de lado 6 mm, de ambos os lados das chapas, e eletrodo com resistência mínima à tração de 485 Mpa.

- Resistência requerida:

no comprimento a_o : $R_{wri} = 2 \phi P_r = 2 \times 0,90 \times 128,00 = 230,40 \text{ kN}$

no comprimento l_l : $R_{wre} = \phi f_y A_r = 0,90 \times 25 \times 5,12 = 115,20 \text{ kN}$

- Resistência de cálculo (em 4 cordões de solda, 2 em cada chapa de reforço)

De acordo com o item 7.2.5 da NBR 8800:

$$\phi R_n = 0,75 \times 0,6 \times 4 \times 0,707 \times 0,6 \times 48,5 = 37,03 \text{ kN/cm}$$

$$\phi R_n = 0,90 \times 0,60 \times 4 \times 0,6 \times 25 = 32,40 \text{ kN/cm}$$

⇒ Prevalece $\phi R_n = 32,40 \text{ kN/cm}$

no comprimento a_o : $\phi R_n = 32,40 \times 60,0 = 1944,00 \text{ kN} > R_{wri} = 230,40 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok!}$

no comprimento l_l : $\phi R_n = 32,40 \times 15,0 = 486,00 \text{ kN} > R_{wre} = 115,20 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok!}$

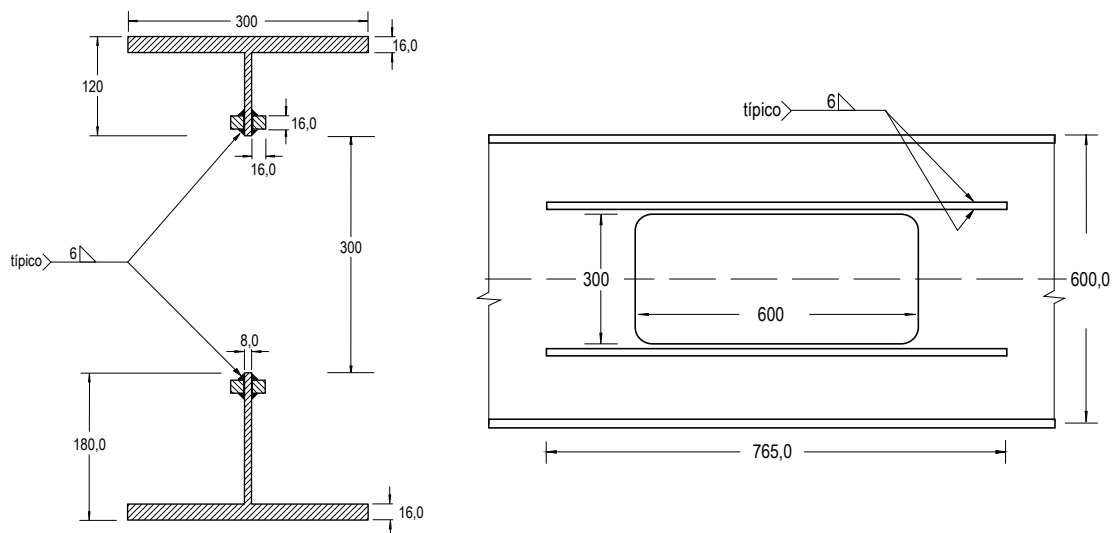


FIGURA C.12 Detalhe da solda do reforço

C.4.8 - Espaçamento entre aberturas e distância da abertura ao apoio

$$S = 112 \text{ cm}$$

de acordo com 5.2.6, para aberturas retangulares:

$$S \geq h_o \Rightarrow 112 \geq 30 \Rightarrow \text{Ok!}$$

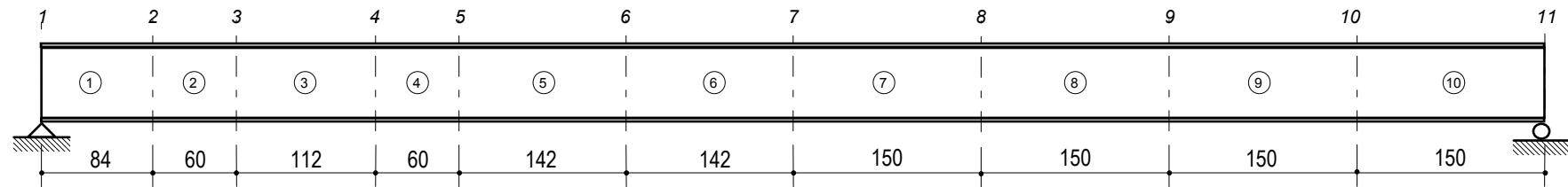
$$S \geq a_o \left(\frac{\frac{V_d}{\phi V_{pl}}}{1 - \frac{V_d}{\phi V_{pl}}} \right) \Rightarrow 112 \geq 60 \left(\frac{\frac{160}{0,9 \times 681,60}}{1 - \frac{160}{0,9 \times 681,60}} \right) = 21,17 \Rightarrow \text{Ok!}$$

$$\text{distância da abertura ao apoio} = 84 \text{ cm} > d = 60 \text{ cm} \Rightarrow \text{Ok!}$$

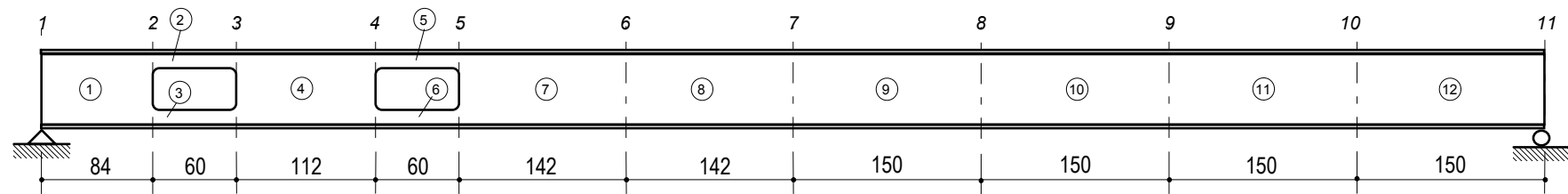
C.4.9 - Cálculo das deformações

Será calculada a deformação de flexão considerando-se a viga sem abertura. Posteriormente serão calculadas as deformações na viga com abertura através do procedimento proposto utilizando cálculo matricial. Neste caso, a equação de Donahey não se aplica porque a viga possui mais de uma abertura.

A deformação máxima admissível, devido à sobrecarga, é de $L/360 = 3,33 \text{ cm}$.



(a) Viga de aço biapoiada sem abertura na alma - exemplo 4



(b) Viga de aço biapoiada com duas aberturas na alma - exemplo 4

FIGURA C.13 - Modelos para análise matricial - exemplo 4.

TABELA C.6 - Deslocamentos devido à carga permanente - exemplo 4.

Nó	x	viga sem aberturas exemplo4	viga com aberturas exemplo4	acréscimo %
1	0,000	0,000000	0,000000	0,00
2	84,000	-0,258937	-0,255786	-1,22
3	144,000	-0,435352	-0,452131	3,85
4	256,000	-0,729292	-0,741943	1,73
5	316,000	-0,861193	-0,902123	4,75
6	458,000	-1,083210	-1,117566	3,17
7	600,000	-1,160026	-1,187807	2,39
8	750,000	-1,074402	-1,095237	1,94
9	900,000	-0,828026	-0,841916	1,68
10	1050,000	-0,452395	-0,459340	1,54
11	1200,000	0,000000	0,000000	0,00

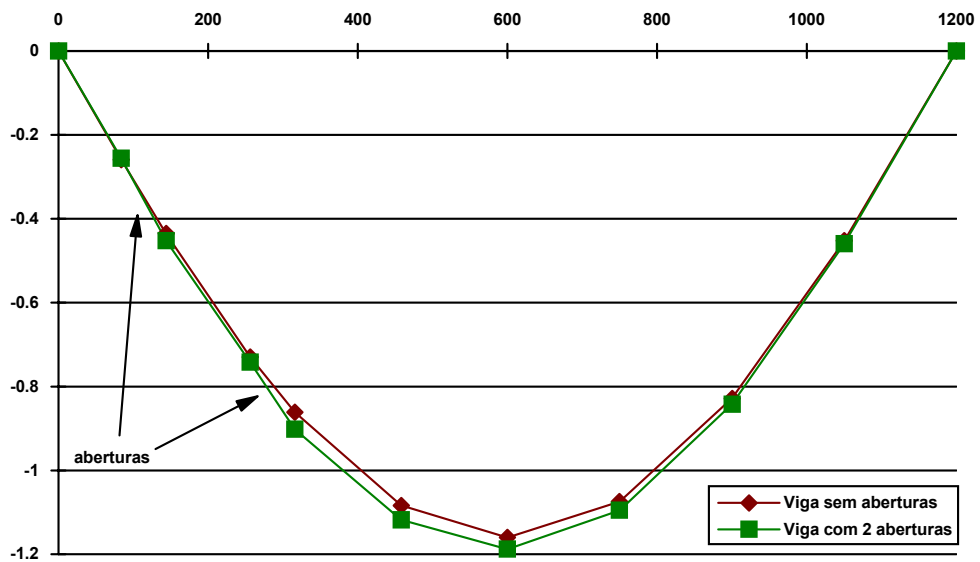


FIGURA C.14 - Deslocamentos devido à sobrecarga - exemplo 4.

Resultado da análise matricial - saída do programa

Estrutura No. 4 - EXEMPLO 4: VIGA COM DUAS ABERTURAS

Unidades: kN e cm

Parametros da estrutura

M	NA	N	NJ	NR	NRJ
12	2	30	11	3	2

Dados do Aço

	tipo	fy	fu	E	G
perfil	ASTM A36	25.00	40.00	20500	7885
reforço	ASTM A36	25.00	40.00		

Dados do Perfil

d	bf	tf	tw	tipo
60.00	30.00	1.60	0.80	SOLDADO - VS 600x111

Dados da Solda

Eletrodo E70-XX fw = 48.50

Dados das aberturas

No.	x0	a0	h0	e0	br	tr	c0
1	114.00	60.00	30.00	3.00	1.60	1.60	1.50
2	286.00	60.00	30.00	3.00	0.00	0.00	0.00

Coordenadas dos nos

No	X	Y
1	0.00	0.00
2	84.00	0.00
3	144.00	0.00
4	256.00	0.00
5	316.00	0.00
6	458.00	0.00
7	600.00	0.00
8	750.00	0.00
9	900.00	0.00
10	1050.00	0.00
11	1200.00	0.00

Informacoes das barras

Barra	JJ	JK	A	L	I	Cx	Cy	Abert
1	1	2	141.44	84.00	94090.62	1.000	0.000	0
2	2	3	61.44	60.00	706.17	1.000	0.000	1
3	2	3	66.24	60.00	1562.59	1.000	0.000	1
4	3	4	141.44	112.00	94090.62	1.000	0.000	0
5	4	5	56.32	60.00	340.50	1.000	0.000	2
6	4	5	61.12	60.00	498.42	1.000	0.000	2
7	5	6	141.44	142.00	94090.62	1.000	0.000	0
8	6	7	141.44	142.00	94090.62	1.000	0.000	0
9	7	8	141.44	150.00	94090.62	1.000	0.000	0
10	8	9	141.44	150.00	94090.62	1.000	0.000	0
11	9	10	141.44	150.00	94090.62	1.000	0.000	0
12	10	11	141.44	150.00	94090.62	1.000	0.000	0

Restricoes nos nos

No	JR1	JR2	JR3
1	1	1	0
11	0	1	0

Cargas aplicadas nas barras

Barra	CP1	CP2	SC
1	15.00	0.00	8.00
2	15.00	0.00	8.00
3	15.00	0.00	8.00
4	15.00	0.00	8.00
5	15.00	0.00	8.00

6	15.00	0.00	8.00
7	15.00	0.00	8.00
8	15.00	0.00	8.00
9	15.00	0.00	8.00
10	15.00	0.00	8.00
11	15.00	0.00	8.00
12	15.00	0.00	8.00

Solução para carga permanente

Deslocamentos dos nos

No	DJ1	DJ2	DJ3	
1	0.000000	0.000000	0.005529	
2	0.000000	0.479600	0.005372	
3	0.000000	0.847746	0.005085	
4	0.000000	1.391143	0.004219	
5	0.000000	1.691481	0.003592	
6	0.000000	2.095436	0.001864	
7	0.000000	2.227139	-0.000087	<<< flecha máxima
8	0.000000	2.053570	-0.002143	
9	0.000000	1.578593	-0.003936	
10	0.000000	0.861262	-0.005205	
11	0.000000	0.000000	-0.005686	

Esforços nas extremidades das barras

Barra	AM1	AM2	AM3	AM4	AM5	AM6
1	0.000	-126.000	0.000	0.000	108.360	-9843.120
2	0.000	-108.360	9843.120	0.000	95.760	-15966.720
3	0.000	-108.360	9843.120	0.000	95.760	-15966.720
4	0.000	-95.760	15966.720	0.000	72.240	-25374.720
5	0.000	-72.240	25374.720	0.000	59.640	-29331.120
6	0.000	-72.240	25374.720	0.000	59.640	-29331.120
7	0.000	-59.640	29331.120	0.000	29.820	-35682.780
8	0.000	-29.820	35682.780	0.000	-0.000	-37800.000
9	0.000	-0.000	37800.000	0.000	-31.500	-35437.500
10	0.000	31.500	35437.500	0.000	-63.000	-28350.000
11	0.000	63.000	28350.000	0.000	-94.500	-16537.500
12	0.000	94.500	16537.500	0.000	-126.000	-0.000

Reacoes de apoio

No	AR1	AR2	AR3
1	0.000	-126.000	0.000
11	0.000	-126.000	0.000

Solução para sobrecarga

Deslocamentos dos nos

No	DJ1	DJ2	DJ3	
1	0.000000	0.000000	0.002949	
2	0.000000	0.255786	0.002865	
3	0.000000	0.452131	0.002712	
4	0.000000	0.741943	0.002250	
5	0.000000	0.902123	0.001916	
6	0.000000	1.117566	0.000994	
7	0.000000	1.187807	-0.000046	<<< flecha máxima
8	0.000000	1.095237	-0.001143	
9	0.000000	0.841916	-0.002099	
10	0.000000	0.459340	-0.002776	
11	0.000000	0.000000	-0.003033	

Esforços nas extremidades das barras

Barra	AM1	AM2	AM3	AM4	AM5	AM6
1	0.000	-72.000	0.000	0.000	61.920	-5624.640
2	0.000	-61.920	5624.640	0.000	54.720	-9123.840
3	0.000	-61.920	5624.640	0.000	54.720	-9123.840
4	0.000	-54.720	9123.840	0.000	41.280	-14499.840
5	0.000	-41.280	14499.840	0.000	34.080	-16760.640
6	0.000	-41.280	14499.840	0.000	34.080	-16760.640
7	0.000	-34.080	16760.640	0.000	17.040	-20390.160

8	0.000	-17.040	20390.160	0.000	-0.000	-21600.000
9	0.000	-0.000	21600.000	0.000	-18.000	-20250.000
10	0.000	18.000	20250.000	0.000	-36.000	-16200.000
11	0.000	36.000	16200.000	0.000	-54.000	-9450.000
12	0.000	54.000	9450.000	0.000	-72.000	-0.000

Reacoes de apoio

No	AR1	AR2	AR3
1	0.000	-72.000	0.000
11	0.000	-72.000	0.000

Verificacao da secao bruta (CP1+SC)

Momento Fletor

Md = 59400 kN.cm
0.90 Mn = 77590 kN.cm Ok! ---> folga: 30.62 %

Forca Cortante

Vd = 198 kN
0.90 Vn = 613 kN Ok! ---> folga: 209.82 %

Verificacao das secoes com abertura

Abert.	x0	a0	h0	e0	br	tr	c0	st	sb	drt	drb	
1	114.0	60.00	30.00	3.00	1.60	1.60	1.50	12.00	18.00	18.00	10.50	16.50
	At	Ab	Ayt	Ayb	et	eb	lt	lb				
	61.44	66.24	8.32	13.12	27.58	-26.20	706.17	1562.59				

>> esforços em x = 114.00 cm

Mm = 83931 kN.cm
Vm = 238 kN R = 0.76 ---> Ok!

Md = 20428 kN.cm Mn = 26879 kN.cm
Vd = 160 kN Vn = 211 kN

a0/h0 = 2.00 <= 2.2 Ok!
h0/d = 0.50 <= 0.7 d Ok!
a0/st = 5.04 <= 12 Ok!
a0/sb = 3.35 <= 12 Ok!
st = 12.00 >= 0.15 d Ok!
sb = 18.00 >= 0.15 d Ok!
p0 = 5.00 <= 5.6 Ok!

>> comprimento das barras de reforco: 90.00 cm

espessura do filete de solda: 6.00 mm

>> raio minimo dos cantos da abertura: 16.0 mm

Abert.	x0	a0	h0	e0	br	tr	c0	st	sb	drt	drb
2	286.0	60.00	30.00	3.00	0.00	0.00	0.00	12.00	18.00	12.00	18.00
	At	Ab	Ayt	Ayb	et	eb	lt	lb			
	56.32	61.12	8.32	13.12	28.31	-27.27	340.50	498.42			

>> esforços em x = 286.00 cm

Mm = 86211 kN.cm
Vm = 162 kN R = 0.81 ---> Ok!

Md = 43132 kN.cm Mn = 53250 kN.cm
Vd = 104 kN Vn = 128 kN

a0/h0 = 2.00 <= 2.2 Ok!
h0/d = 0.50 <= 0.7 d Ok!
a0/st = 5.00 <= 12 Ok!
a0/sb = 3.33 <= 12 Ok!
st = 12.00 >= 0.15 d Ok!
sb = 18.00 >= 0.15 d Ok!
p0 = 5.00 <= 5.6 Ok!

>> raio mínimo dos cantos da abertura: 16.0 mm

Nota: Os resultados gerados pelo programa para resistência à força cortante e para o parâmetro R são um pouco melhores que os obtidos manualmente porque o programa utiliza a formulação apresentada na solução II para o cálculo da resistência ao cisalhamento (capítulo 4, item 4.6.1.2).

CONCLUSÃO

O acréscimo que as aberturas produzem na deformação no centro do vão é pequeno, em torno de 3 a 5 % para as vigas usuais de edifícios. No gráfico da FIGURA C.14 é possível observar como é pequeno o acréscimo na deformação da viga para a introdução de uma nova abertura na alma. A viga do exemplo 4 foi dimensionada para um carregamento típico de edifícios de andares múltiplos, e para as aberturas foram fixadas dimensões consideravelmente grandes. Mesmo sob essas condições a introdução das aberturas na alma produziu um acréscimo relativamente pequeno nas deformações, em comparação com a mesma viga sem aberturas.

APÊNDICE D

VIGAS MISTAS COM ABERTURAS NA ALMA - EXEMPLOS DE CÁLCULO

D.1 - Exemplo D1 - Viga mista com laje maciça

Dimensionar a viga V1 do piso de escritório esquematizado na FIGURA D.1.

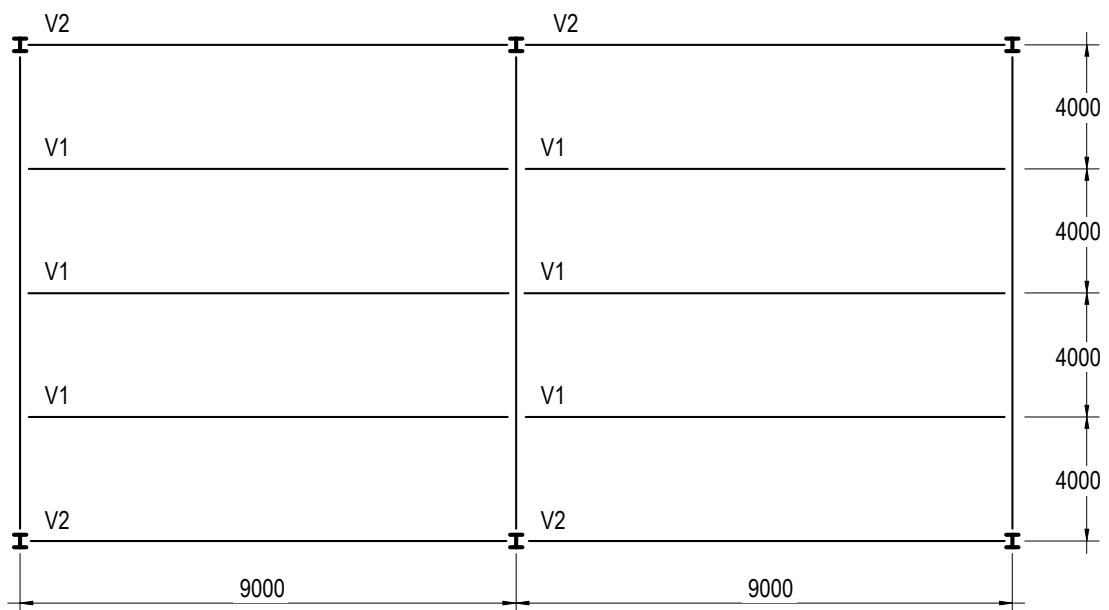


FIGURA D.1 - Esquema do pavimento para o exemplo 01

O aço utilizado é ASTM A36. O concreto possui $f_{ck} = 18$ MPa. A laje é maciça com espessura constante de 10 cm. A construção é escorada.

Perfil escolhido:

VS 400x58	$d = 40,00$ cm	$A_g = 73,625$ cm ²
	$b_f = 20,00$ cm	$I_x = 21544,6$ cm ⁴
	$t_f = 1,25$ cm	$Z_x = 1190,23$ cm ³
	$t_w = 0,63$ cm	

- cargas atuantes:

carga permanente:

laje	$25 \text{ kN/m}^3 \times 0,1 \text{ m} \times 4 \text{ m}$	$= 10,00$ kN/m
aço		$= 0,58$ kN/m
revestimento do piso	$= 0,50 \text{ kN/m}^2 \times 4 \text{ m}$	$= 2,00$ kN/m
forro falso de gesso	$= 0,25 \text{ kN/m}^2 \times 4 \text{ m}$	$= 1,00$ kN/m
paredes + divisórias	$= 0,30 \text{ kN/m}^2 \times 4 \text{ m}$	$= 1,20$ kN/m

$$CP = 14,78 \text{ kN/m}$$

$$V_{CP} = \frac{CP \times L}{2} = \frac{14,78 \times 9}{2} = 66,51 \text{ kN}$$

$$M_{CP} = \frac{CP \times L^2}{8} = \frac{14,78 \times 9^2}{8} = 149,65 \text{ kN.m} = 14965 \text{ kN.cm}$$

sobrecarga:

conforme NBR 6120 $\rightarrow 2,00 \text{ kN/m}^2$

$$SC = 2,00 \text{ kN/m}^2 \times 4 \text{ m} = 8,0 \text{ kN/m}$$

$$V_{SC} = \frac{SC \times L}{2} = \frac{8,00 \times 9}{2} = 36,00 \text{ kN}$$

$$M_{SC} = \frac{SC \times L^2}{8} = \frac{8,00 \times 9^2}{8} = 81,00 \text{ kN.m} = 8100 \text{ kN.cm}$$

- aberturas na alma:

abertura	x_o (cm)	a_o (cm)	h_o (cm)	e_o (cm)
1	100,00	50,0	25,0	0
2	450,00	50,0	25,0	0

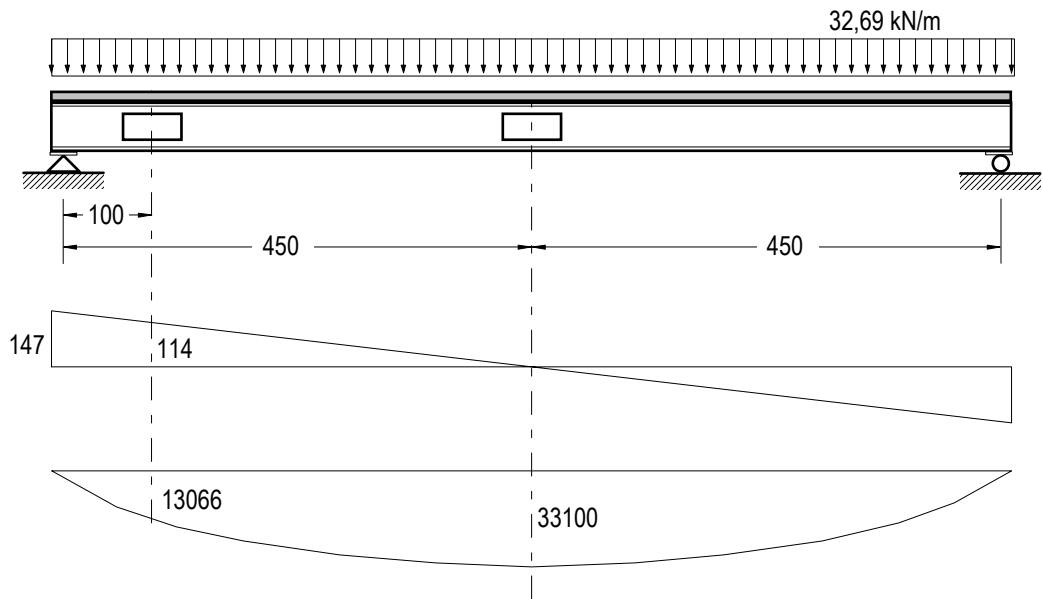


FIGURA D.2 - Viga do exemplo 1

D.1.1 Verificação dos requisitos geométricos das aberturas

$$h_o = 250 \text{ mm} < 0,7 d = 280 \text{ mm} \quad \Rightarrow \text{Ok}$$

$$s_b = s_t = 75 \text{ mm} > 0,15 d = 60 \text{ mm} \quad \Rightarrow \text{Ok}$$

$$v = a_o/s_b = a_o/s_t = 6,67 < 12 \quad \Rightarrow \text{Ok}$$

$$p_o = \frac{a_o}{h_o} + \frac{6h_o}{d} = 5,75 < 6,0 \quad (\text{viga mista}) \Rightarrow \text{Ok}$$

D.1.2 Verificação da seção bruta à força cortante

$$V_d = 1,4 \times 66,51 + 1,5 \times 36,00 = 147 \text{ kN}$$

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{40 - 2 \times 1,25}{0,63} = 59,52$$

$$\text{viga sem enrijecedores} \Rightarrow k = 5,34 \Rightarrow \lambda_p = 1,08 \sqrt{\frac{k \cdot E}{f_y}} = 71,47$$

$$\lambda < \lambda_p \Rightarrow V_n = V_{pl} = 0,6 A_w f_y = 0,6 \times 37,5 \times 0,63 \times 25 = 354,38 \text{ kN}$$

$$0,9 V_n = 0,9 \times 354,38 = 318,94 \text{ kN} > V_d = 147 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok}$$

- limite para a força cortante nas seções com abertura:

$$\lambda = 59,52 \leq 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 69,87$$

$$V_{máx} = \frac{2}{3} V_{pl} + V_c = \frac{2}{3} \times 701 + V_c = 467,33 + V_c$$

- limite para a razão de aspecto da abertura em função da esbeltez da alma:

$$a_o/h_o = 2,0 \leq 3,0 \Rightarrow \text{Ok}$$

D.1.3 Verificação da seção bruta ao momento fletor

$$M_d = 1,4 \times 14965 + 1,5 \times 8100 = 33100 \text{ kN}$$

- cálculo da largura efetiva da laje de concreto:

$$\frac{1}{4} L = \frac{900}{4} = 225 \text{ cm}$$

$$16 t_c + b_f = 16 \times 10 + 20 = 180 \text{ cm}$$

$$\text{distância média entre mesas} = 400 - 20 = 380 \text{ cm}$$

$$b_{ef} = 180 \text{ cm}$$

- determinação da posição da LNP:

$$C = 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,66 \times 1,8 \times 180 \times 10 = 2138,40 \text{ kN}$$

$$T = A_g f_y = 73,63 \times 25 = 1840,75 \text{ kN}$$

$$C > T \Rightarrow \text{LNP na laje de concreto}$$

- considerando interação completa:

$$a = \frac{T}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{1840,75}{0,66 \times 1,8 \times 180} = 8,61 \text{ cm}$$

$$d_1 = \frac{d}{2} = 20 \text{ cm}$$

$$M_n = T \left(d_1 + t_c - \frac{a}{2} \right) = 1840,75 \left(20 + 10 - \frac{8,61}{2} \right) = 47299,85 \text{ kN.cm}$$

$$\phi_b M_n = 0,9 \times 47299,85 = 42570 \text{ kN.cm} > M_d = 33100 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok}$$

$$\frac{\phi M_n}{M_d} = 1,29$$

Como o momento resistente é 29 % maior que o momento de cálculo, é possível economizar no número de conectores, fazendo o cálculo para interação parcial.

D.1.4 Número e disposição dos conectores de cisalhamento

Usar conectores tipo pino com cabeça (aço ASTM A108 $\Rightarrow f_{ucs} = 41,5 \text{ kN/cm}^2$)

$$t_c = 10 \text{ cm} \geq 4 d_{cs} \Rightarrow d_{cs} \leq 25 \text{ mm} \Rightarrow \begin{cases} \text{adotar conectores} \\ \phi = 16 \text{ mm}, h_{cs} = 70 \text{ mm} \end{cases}$$

$$E_c = 42 \gamma_c^{1,5} \sqrt{f_{ck}} = 42 \times 25^{1,5} \times \sqrt{18} = 22273 \text{ MPa} = 2227 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{cs} = \pi \frac{d_{cs}^2}{4} = \pi \frac{1,6^2}{4} = 2,01 \text{ cm}^2$$

$$q_n \leq \begin{cases} 0,5 A_{cs} \sqrt{f_{ck} \cdot E_c} = 0,5 \times 2,01 \sqrt{1,8 \times 2227} = 63,63 \text{ kN} \leftarrow \\ A_{cs} \cdot f_{ucs} = 2,01 \times 41,5 = 83,42 \text{ kN} \end{cases}$$

- quantidade de conectores entre o apoio e o centro da viga:

$$Q_n \leq \begin{cases} 0,85 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,85 \times 1,8 \times 180 \times 10 = 2754 \text{ kN} \\ A_g \cdot f_y = 73,63 \times 25 = 1840,75 \text{ kN} \end{cases}$$

$$Q_n = 1840,75 \text{ kN} \text{ (resistência dos conectores para interação completa)}$$

$$Q_n \geq \frac{1840,75}{2} = 920,38 \text{ kN} \Rightarrow 920,38 \text{ kN} \leq Q_n \leq 1840,75 \text{ kN}$$

Adotando $Q_n = 920,38 \text{ kN}$ (mínimo possível):

$$n = \frac{Q_n}{q_n} = \frac{920,38}{63,63} \cong 15 \text{ conectores}$$

Se os conectores forem dispostos numa única fileira:

$$S_q = \frac{L/2}{n} = \frac{900}{2 \times 15} = 30 \text{ cm} \leq \begin{cases} 8t_c = 80 \text{ cm} \\ 80 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.1.5 Nova verificação da seção bruta ao momento fletor, considerando interação parcial.

$$Q_n = 16 \times 63,63 = 1018,08 \text{ kN}$$

$$C = (0,7/0,9) Q_n = 791,84 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{T - C}{2} = \frac{1840,75 - 791,84}{2} = 512,83 \text{ kN}$$

$$(A f_y)_{tf} = 20 \times 1,25 \times 25 = 625 \text{ kN} > C' \Rightarrow \text{LNP na mesa superior}$$

$$\bar{y} = \frac{C'}{A_f f_y} \cdot t_f = \frac{512,83}{625} \times 1,25 = 1,03 \text{ cm}$$

$$a = \frac{C}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{791,84}{0,66 \times 1,8 \times 180} = 3,703 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{\bar{y}}{2} = 0,51 \text{ cm}$$

	A	\bar{y}	$\bar{y} \cdot A$	
A_1	4,48	38,862	174,102	$y_t = \frac{662,227}{53,105} = 12,47 \text{ cm}$
A_2	23,625	20,00	472,50	
A_3	25,00	0,625	15,625	
Σ	53,105		662,227	

$$M_n = C' (d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right) = 512,83 \times (40 - 12,47 - 0,51) + 791,84 \times \left(10 - \frac{3,703}{2} + 40 - 12,47 \right) = 42106,79 \text{ kN.cm}$$

$$0,9 \times M_n = 37896 \text{ kN.cm} > M_d = 33100 \text{ kN.cm} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.1.6 Verificação da abertura 1

- cálculo de V_m :

$$s_t = s_b = 7,5 \text{ cm}$$

$$v_t = v_b = \frac{a_o}{s} = \frac{50,0}{7,5} = 6,67$$

- tê inferior:

$$\mu_b = 0$$

$$\alpha_b = \left(\frac{\sqrt{6} + \mu}{v + \sqrt{3}} \right) = \left(\frac{\sqrt{6} + 0}{6,67 + \sqrt{3}} \right) = 0,29$$

$$V_{pb} = V_{pt} = 0,6 \times f_y \times t_w \times s_b = 70,88 \text{ kN}$$

$$V_{mb} = \alpha_b V_{pb} = 0,29 \times 70,88 = 20,67 \text{ kN}$$

- tê superior:

- distância da extremidade de momento alto da abertura até ao apoio:

$$x = x_o + a_o / 2 = 100 + 50 / 2 = 125 \text{ cm}$$

$$n_1 = \frac{x}{S_q} = \frac{125}{30} \cong 4,17 \Rightarrow \text{admitindo 5 conectores nesse trecho}$$

$$Q_n = n_1 \times q_n = 5 \times 63,63 = 318,15 \text{ kN}$$

$$C_h \leq \begin{cases} 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c = 2138,40 \text{ kN} \\ Q_n = 318,15 \text{ kN} \quad \Leftarrow \\ f_y \times A_{st} = 25 \times 28,94 = 723,44 \text{ kN} \end{cases}$$

$$C_h \leq f_y [t_f (b_f - t_w) + A_r] = 25 [1,25 (20 - 0,63) + 0] = 605,31 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok}$$

- número de conectores sobre a abertura:

$$n_o = \frac{a_o}{S_q} = \frac{50,00}{30,00} = 1,67 \cong 2 \text{ conectores}$$

$$C_l = C_h - n_o q_n = 318,15 - 2 \times 63,63 = 190,89 \text{ kN}$$

$$d_h = t_c + h_F - \frac{C_h}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = 10,0 + 0 - \frac{318,15}{1,32 \times 1,8 \times 180} = 9,26 \text{ cm}$$

$$d_l = \frac{C_l}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = \frac{190,89}{1,32 \times 1,8 \times 180} = 0,45 \text{ cm}$$

$$\mu_t = \frac{2 P_r d_r + C_h d_h + C_l d_l}{V_{pt} s_t} = \frac{0 + 318,15 \times 9,26 + 190,89 \times 0,45}{70,88 \times 7,5} = 5,70$$

$$\alpha_{vt} = \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{v_t + \sqrt{3}} \right) = \left(\frac{\sqrt{6} + 5,70}{6,67 + \sqrt{3}} \right) = 0,97$$

$$\text{Como } \alpha_v < 1 \Rightarrow V_{mt} = \alpha_{vt} V_{pt} = 0,97 \times 70,88 = 68,78 \text{ kN}$$

$$V_m = V_{mt} + V_{mb} = 68,78 + 20,66 = 89,44 \text{ kN}$$

- cálculo de M_m :

\Rightarrow admitindo 5 conectores entre a abertura e o apoio:

$$Q_n = n_1 \times q_n = 5 \times 63,63 = 318,15 \text{ kN}$$

para interação parcial:

$$C = (0,7/0,9) Q_n = 0,7/0,9 \times 318,15 = 247,45 \text{ kN}$$

$$T = A_{sn} f_y = A_g - h_o t_w = (73,63 - 25 \times 0,63) 25 = 1447 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{T - C}{2} = \frac{1447 - 247,45}{2} = 599,78 \text{ kN}$$

$$(A f_y)_{if} = 20 \times 1,25 \times 25 = 625 \text{ kN} > C' \Rightarrow \text{LNP na mesa superior}$$

$$\bar{y} = \frac{C'}{A_f f_y} \cdot t_f = \frac{599,78}{625} \times 1,25 = 1,20 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{\bar{y}}{2} = 0,60 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{211,90}{33,88} = 6,26 \text{ cm}$$

$$a = \frac{C}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{247,45}{0,66 \times 1,8 \times 180} = 1,16 \text{ cm}$$

$$M_m = C' (d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right) = 599,78 \times (40 - 6,26 - 0,60) + \\ + 247,45 \times \left(10 - \frac{1,16}{2} + 40 - 6,26 \right) = 30556,65 \text{ kN.cm}$$

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{13065}{0,9 \times 30556} \right)^3 + \left(\frac{114}{0,9 \times 89,44} \right)^3 \right]^{1/3} = 1,43$$

$R > 1,0$, a resistência não é suficiente. Considerando que a resistência dos 5 conectores (318 kN) ficou bem aquém da resistência do tê de aço (923 kN) pode-se aumentar o número de conectores entre a abertura e o apoio. Uma outra alternativa seria reforçar a abertura.

⇒ admitindo 10 conectores entre a abertura 1 e o apoio:

- cálculo de V_m :

$$Q_n = n_1 \times q_n = 10 \times 63,63 = 636,30 \text{ kN}$$

$$C_h \leq \begin{cases} 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c = 2138,40 \text{ kN} \\ Q_n = 636,30 \text{ kN} \quad \Leftarrow \\ f_y \times A_{st} = 25 \times 28,94 = 723,44 \text{ kN} \end{cases}$$

$$C_h > f_y [t_f (b_f - t_w) + A_r] = 605,31 \text{ kN} \Rightarrow C_h = 605,31 \text{ kN}$$

- número de conectores sobre a abertura = 2

$$C_l = C_h - n_o q_n = 605,31 - 2 \times 63,63 = 478,05 \text{ kN}$$

$$d_h = t_c + h_F - \frac{C_h}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = 10,0 + 0 - \frac{605,31}{1,32 \times 1,8 \times 180} = 8,58 \text{ cm}$$

$$d_l = \frac{C_l}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = \frac{478,05}{1,32 \times 1,8 \times 180} = 1,12 \text{ cm}$$

$$\mu_t = \frac{2 P_r d_r + C_h d_h + C_l d_l}{V_{pt} s_t} = \frac{0 + 605,31 \times 8,58 + 478,05 \times 1,12}{70,88 \times 7,5} = 10,78$$

$$\alpha_{vt} = \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{V_t + \sqrt{3}} \right) = \left(\frac{\sqrt{6} + 10,78}{6,67 + \sqrt{3}} \right) = 1,57$$

Como $\alpha_v > 1 \Rightarrow V_{mt} = \frac{\mu}{v} V_m = \frac{10,78}{6,67} \times 70,88 = 114,56 \text{ kN}$

$$V_m = V_{mt} + V_{mb} = 114,56 + 20,66 = 135,22 \text{ kN} < V_{max} = 236,25 + V_c$$

- cálculo de M_m :

$$C = (0,7/0,9) Q_n = 0,7/0,9 \times 636,30 = 494,90 \text{ kN}$$

$$T = 1447 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{T - C}{2} = \frac{1447 - 494,90}{2} = 476,05 \text{ kN}$$

$$(A f_y)_{tf} = 20 \times 1,25 \times 25 = 625 \text{ kN} > C' \Rightarrow \text{LNP na mesa superior}$$

$$\bar{y} = \frac{C'}{A_f f_y} t_f = \frac{476,05}{625} \times 1,25 = 0,95 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{\bar{y}}{2} = 0,48 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{406,58}{38,88} = 10,46 \text{ cm}$$

$$a = \frac{C}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{494,9}{0,66 \times 1,8 \times 180} = 2,31 \text{ cm}$$

$$M_n = C' \left(d - y_t - y_c \right) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right) = 476,05 \times (40 - 10,46 - 0,48) +$$

$$+ 494,90 \times \left(10 - \frac{2,31}{2} + 40 - 10,46 \right) = 32830,75 \text{ kN.cm}$$

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{13065}{0,9 \times 32830,75} \right)^3 + \left(\frac{114}{0,9 \times 135,22} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,97$$

$R \leq 1,0$, a resistência é suficiente. A seção na abertura 1 atende.

D.1.7 Verificação da abertura 2

- cálculo de V_m :

$$s_t = s_b = 7,5 \text{ cm}$$

$$v_t = v_b = 6,67$$

- tê inferior:

Não muda nada em relação à abertura 1. Então:

$$V_{mb} = \alpha_b V_{pb} = 0,29 \times 70,88 = 20,67 \text{ kN}$$

- tê superior:

- distância da extremidade de momento alto da abertura até ao apoio:

$$x = x_o + a_o/2 = 450 + 50/2 = 475 \text{ cm}$$

$$n_1 = \frac{x}{S_q} = \frac{475}{30} \cong 15,83 \Rightarrow \text{admitindo 16 conectores nesse trecho}$$

$$Q_n = n_1 \times q_n = 16 \times 63,63 = 1018,08 \text{ kN}$$

$$C_h \leq \begin{cases} 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c = 2138,40 \text{ kN} \\ Q_n = 1018,08 \text{ kN} \\ f_y \times A_{st} = 25 \times 28,94 = 723,44 \text{ kN} \quad \Leftarrow \end{cases}$$

$$C_h \leq f_y [t_f (b_f - t_w) + A_r] = 25 \times [1,25 \times (20 - 0,63) + 0] = 605,31 \text{ kN}$$

- número de conectores sobre a abertura:

$$n_o = \frac{a_o}{S_q} = \frac{50,00}{30,00} = 1,67 \cong 2 \text{ conectores}$$

$$C_l = C_h - n_o q_n = 605,31 - 2 \times 63,63 = 478,05 \text{ kN}$$

$$d_h = t_c + h_f - \frac{C_h}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = 10,0 + 0 - \frac{605,31}{1,32 \times 1,8 \times 180} = 8,58 \text{ cm}$$

$$d_l = \frac{C_l}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = \frac{478,05}{1,32 \times 1,8 \times 180} = 1,12 \text{ cm}$$

$$\mu_t = \frac{2 P_r d_r + C_h d_h + C_l d_l}{V_{pt} s_t} = \frac{0 + 605,31 \times 8,58 + 478,05 \times 1,12}{70,88 \times 7,5} = 10,78$$

$$\Rightarrow V_{mt} = V_{pt} \frac{\mu_t}{v_t} = 70,88 \times \frac{10,78}{6,67} = 114,52 \text{ kN}$$

$$V_m = V_{mt} + V_{mb} = 114,52 + 20,66 = 135,18 \text{ kN} \leq V_{max} = 467,33 + V_c \Rightarrow \text{Ok}$$

- cálculo de M_m :

⇒ admitindo 16 conectores entre a abertura e o apoio:

$$Q_n = n_1 \times q_n = 16 \times 63,63 = 1018,08 \text{ kN}$$

para interação parcial:

$$C = (0,7/0,9) Q_n = 0,7/0,9 \times 1018,08 = 791,84 \text{ kN}$$

$$T = A_{sn} f_y = A_g - h_o t_w = (73,63 - 25 \times 0,63) 25 = 1447 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{T - C}{2} = \frac{1447 - 791,84}{2} = 327,58 \text{ kN}$$

$$(A f_y)_{tf} = 20 \times 1,25 \times 25 = 625 \text{ kN} > C' \Rightarrow \text{LNP na mesa superior}$$

$$\bar{y} = \frac{C'}{A_f f_y} t_f = \frac{327,58}{625} \times 1,25 = 0,66 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{\bar{y}}{2} = 0,33 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{633,93}{44,68} = 14,19 \text{ cm}$$

$$a = \frac{C}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{791,84}{0,66 \times 1,8 \times 180} = 3,70 \text{ cm}$$

$$M_n = C' (d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right) = 327,58 \times (40 - 14,19 - 0,33) + 791,84 \times \left(10 - \frac{3,70}{2} + 40 - 14,19 \right) = 35237,62 \text{ kN.cm}$$

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{33100}{0,9 \times 35237,62} \right)^3 + \left(\frac{0}{0,9 \times 135,18} \right)^3 \right]^{1/3} = 1,04$$

$R > 1,0$, a resistência não é suficiente. É necessário aumentar o número de conectores. Serão admitidos 22 conectores entre a abertura 2 e o apoio. Esse acréscimo de conectores, neste caso, não afeta em nada a resistência à força cortante pois esta é limitada pela resistência do tê de aço, porém, a resistência ao momento fletor será melhorada.

- cálculo de $M_m \Rightarrow$ admitindo 22 conectores entre a abertura 2 e o apoio:

$$Q_n = n_1 \times q_n = 22 \times 63,63 = 1399,86 \text{ kN}$$

para interação parcial:

$$C = (0,7/0,9) Q_n = 0,7/0,9 \times 1399,86 = 1088,78 \text{ kN}$$

$$T = A_{sn} f_y = A_g - h_o t_w = (73,63 - 25 \times 0,63) 25 = 1447 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{T - C}{2} = \frac{1447 - 1088,78}{2} = 179,11 \text{ kN}$$

$(A f_y)_{if} = 20 \times 1,25 \times 25 = 625 \text{ kN} > C' \Rightarrow$ LNP na mesa superior

$$\bar{y} = \frac{C'}{A_f f_y} t_f = \frac{179,11}{625} \times 1,25 = 0,36 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{\bar{y}}{2} = 0,18 \text{ cm}$$

$$y_t = \frac{870,88}{50,68} = 17,18 \text{ cm}$$

$$a = \frac{C}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{1088,78}{0,66 \times 1,8 \times 180} = 5,09 \text{ cm}$$

$$M_n = C' (d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right) = 179,11 \times (40 - 17,18 - 0,18) + \\ + 1088,78 \times \left(10 - \frac{5,09}{2} + 40 - 17,18 \right) = 37017,01 \text{ kN.cm}$$

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{33100}{0,9 \times 37017} \right)^3 + \left(\frac{0}{0,9 \times 135} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,99$$

$R \leq 1,0$, a resistência é suficiente. A seção atende.

D.1.8 Disposição dos conectores

Usar 21 conectores entre o apoio e o centro da viga, na disposição abaixo:

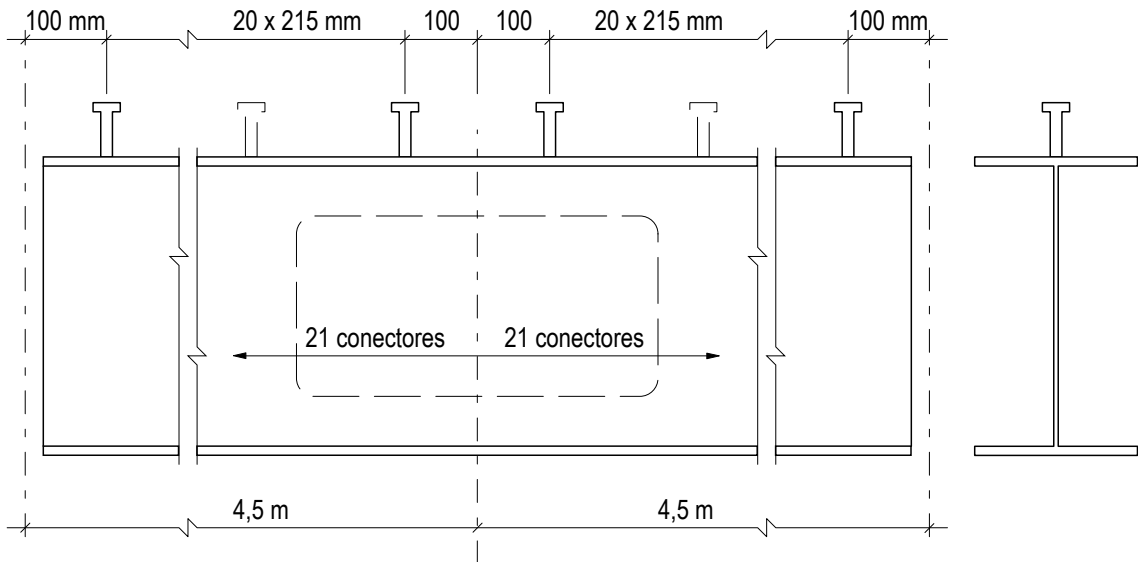


FIGURA D.3 - Disposição dos conectores de cisalhamento para a viga do exemplo D1

D.1.9 Deformações

Como a viga possui mais de uma abertura não é possível usar a equação de Donahey, que seria o meio mais simples para calcular a deformação. Assim, é necessário utilizar um programa para determinar com precisão a deformação no centro do vão.

Para as cargas nominais e considerando o dimensionamento para interação parcial, a deformação no centro do vão é:

- para a carga permanente:

$$f(450) \cong 1,57 \text{ cm}$$

- para a sobrecarga:

$$f(450) \cong 0,85 \text{ cm} \leq L/360 = 2,50 \text{ cm} \quad \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2 - Exemplo 02 - Viga mista com laje nervurada

Dimensionar a viga mista biapoiada de um pavimento de edifício comercial, com vão de 1050,0 cm. A distância entre eixos de vigas é 244,0 cm. Uma abertura de 56,0×24,0 cm deve estar situada a um quarto do vão. A laje possui espessura total de 10,0 cm, fundida sobre forma metálica com nervuras de altura igual a 5,0 cm e largura igual a 6,35 cm. O espaçamento entre nervuras é de 15,24 cm. O concreto possui $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ e $f_{ck} = 21 \text{ MPa}$. O aço utilizado é o ASTM A36. A máxima deformação permitida durante a construção é $L/300 = 3,50 \text{ cm}$ e após a cura do concreto $L/360 = 2,92 \text{ cm}$.

cargas:

laje	2,00 kN/m ²	
aço	0,34 kN/m ²	(assumido)
divisórias	0,98 kN/m ²	
forro	0,39 kN/m ²	
sobrecarga	4,50 kN/m ²	

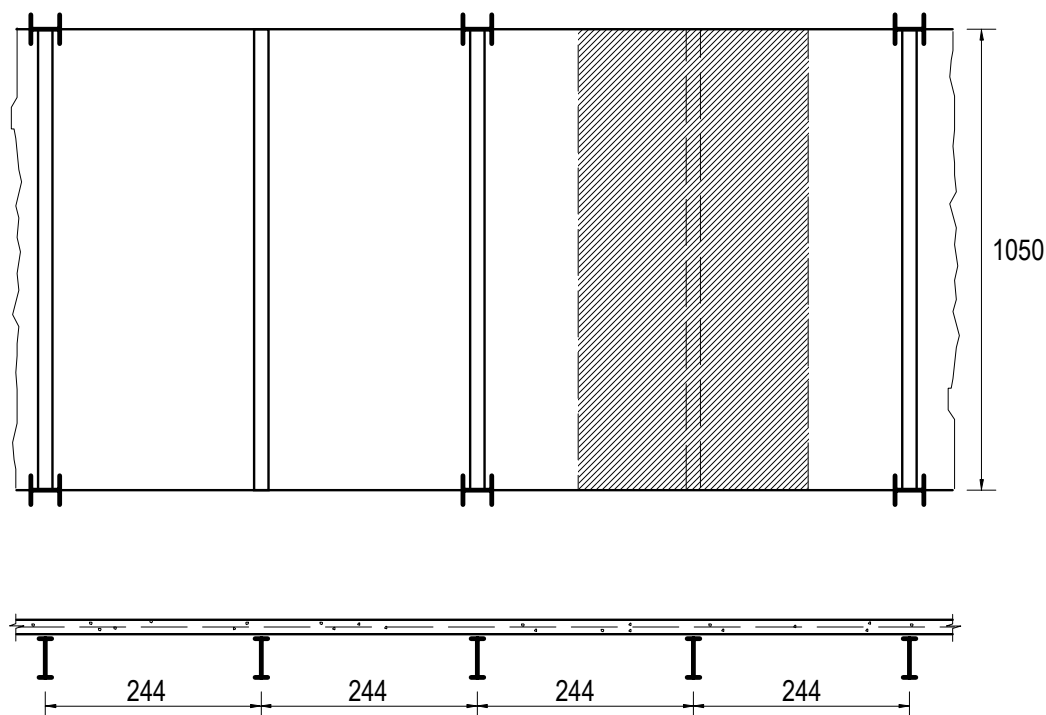


FIGURA D.1 - Esquema do pavimento para o exemplo D2

Perfil escolhido:

laminado IP 450

$$d = 45,00 \text{ cm}$$

$$A_g = 98,83 \text{ cm}^2$$

$$b_f = 19,00 \text{ cm}$$

$$I_x = 33746 \text{ cm}^4$$

$$t_f = 1,46 \text{ cm}$$

$$Z_x = 1702 \text{ cm}^3$$

$$t_w = 0,94 \text{ cm}$$

Abertura na alma:

$$x_o = 262,50 \text{ cm}$$

$$a_o = 56,00 \text{ cm}$$

$$h_o = 24,00 \text{ cm}$$

$$e_o = 0$$

D.2.1 Verificação dos requisitos geométricos das aberturas

$$h_o = 240,0 \text{ mm} < 0,7 d = 315,0 \text{ mm} \quad \Rightarrow \text{ Ok}$$

$$s_b = s_t = 105,0 \text{ mm} > 0,15 d = 67,5 \text{ mm} \quad \Rightarrow \text{ Ok}$$

$$v = a_o/s_b = a_o/s_t = 5,33 < 12 \quad \Rightarrow \text{ Ok}$$

$$p_o = \frac{a_o}{h_o} + \frac{6h_o}{d} = 5,53 < 5,6 \quad \Rightarrow \text{ Ok}$$

(no caso de viga mista com construção não escorada $p_o \leq 5,6$)

D.2.2 Esbeltez da alma e limite para força cortante

$$\frac{h}{t_w} = \frac{42,08}{0,94} = 44,77 < 2,44 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 69,87$$

$$V_{pl} = 0,6 A_w f_y = 0,60 \times 42,08 \times 0,94 \times 25 = 635 \text{ kN}$$

$$V_{máx} = \frac{2}{3} V_{pl} + V_c = \frac{2}{3} \times 635 + V_c = 423 + V_c$$

- limite para a razão de aspecto da abertura em função da esbeltez da alma:

$$a_o/h_o = 2,33 \leq 3,0 \quad \Rightarrow \text{ Ok}$$

D.2.3 - Verificação da viga para as cargas atuantes antes da cura do concreto

carga permanente:

$$\text{laje} \dots\dots\dots 2,00 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{aço} \dots\dots\dots 0,34 \text{ kN/m}^2$$

$$G = 2,34 \times 2,44 = 5,71 \text{ kN/m} \quad (\gamma_g = 1,3)$$

$$q_d = 1,3 \times 5,71 = 7,42 \text{ kN/m}$$

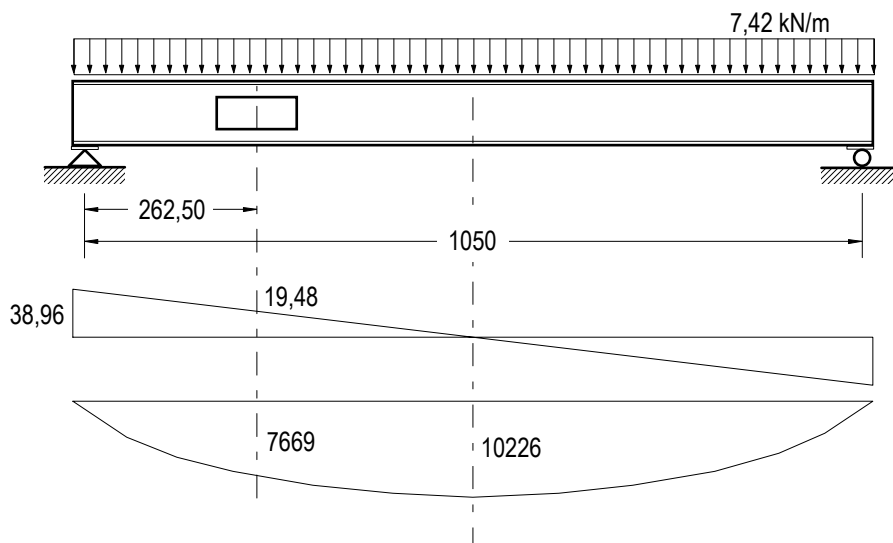


FIGURA D.2 - Viga do exemplo D1 antes da cura do concreto

D.2.3.1 - Verificação da seção bruta ao momento fletor

$$M_{pl} = Z_x f_y = 1702 \times 25 = 42550 \text{ kN.cm}$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{mesa}} = \frac{19,00}{2 \times 1,46} = 6,51 < 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 10,88 \Rightarrow \text{Ok}$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{alma}} = \frac{42,08}{0,94} = 44,77 < 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 100,22 \Rightarrow \text{Ok}$$

$$M_n = M_{pl}$$

$$0,9 \times M_n = 38295 \text{ kN.cm} > M_d = 10226 \text{ kN.cm} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2.3.2 - Verificação da seção bruta à força cortante

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{45 - 2 \times 1,46}{0,94} = 44,77$$

$$\text{viga sem enrijecedores} \Rightarrow k = 5,34 \Rightarrow \lambda_p = 1,08 \sqrt{\frac{k \cdot E}{f_y}} = 71,47$$

$$\lambda < \lambda_p \Rightarrow V_n = V_{pl} = 635 \text{ kN}$$

$$0,9 V_n = 572 \text{ kN} > V_d = 38,96 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2.3.3 - Verificação da seção na abertura

- momento fletor:

$$\Delta A_s = h_o t_w = 24 \times 0,94 = 22,56 \text{ cm}^2$$

$$M_m = M_{pl} - f_y \Delta A_s \left(\frac{h_o}{4} + e \right) = 42550 - 25 \times 22,56 \left(\frac{24}{4} + 0 \right) =$$

$$M_m = 39166 \text{ kN.cm}$$

- força cortante:

$$s_t = s_b = 10,5 \text{ cm}$$

$$v_t = v_b = 5,33$$

$$\mu = 0$$

$$\alpha = \left(\frac{\sqrt{6} + \mu}{v + \sqrt{3}} \right) = \left(\frac{\sqrt{6} + 0}{5,33 + \sqrt{3}} \right) = 0,35$$

$$V_{pt} = 0,6 f_y t_w s_t = 0,6 \times 25 \times 0,94 \times 10,5 = 148 \text{ kN}$$

$$V_{mt} = \alpha V_{pt} = 0,35 \times 148 = 52 \text{ kN}$$

$$V_m = V_{mt} + V_{mb} = 2 \times 52 = 104 \text{ kN}$$

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{7669}{0,9 \times 39166} \right)^3 + \left(\frac{19,48}{0,9 \times 104} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,27$$

$R < 1,0$, portanto a resistência é suficiente. A seção atende.

D.2.4 - Verificação como viga mista para as cargas após a cura do concreto, considerando interação total.

carga permanente ($\gamma_g = 1,4$):

laje	2,00 kN/m ²
aço	0,34 kN/m ²
divisórias	0,98 kN/m ²
<u>forro</u>	<u>0,39 kN/m²</u>
total	3,71 kN/m ²

sobrecarga ($\gamma_q = 1,5$): 4,50 kN /m²

$$G = 3,71 \times 2,44 = 9,05 \text{ kN/m}$$

$$Q = 4,50 \times 2,44 = 10,98 \text{ kN/m}$$

$$q_d = 1,4 \times 9,05 + 1,5 \times 10,98 = 29,14 \text{ kN/m}$$

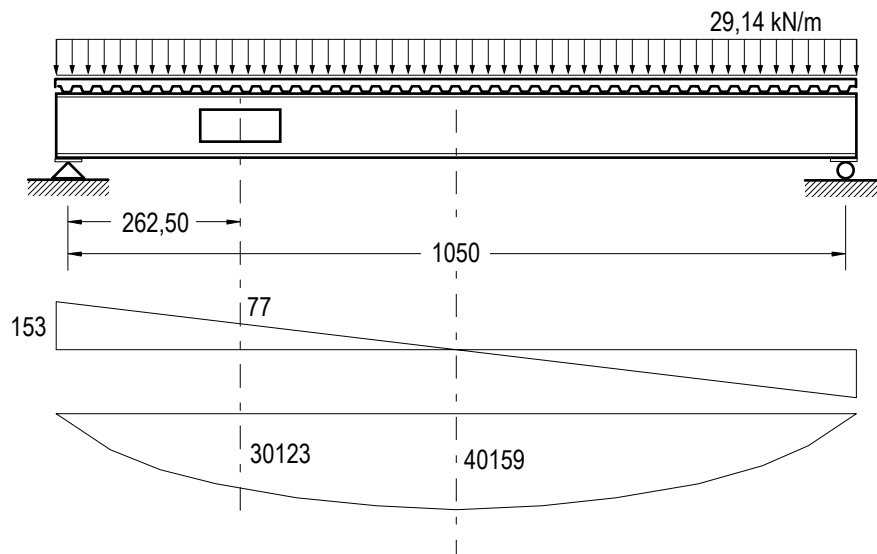


FIGURA D.3 - Viga do exemplo D1 após a cura do concreto

D.2.4.1 - Verificação da seção bruta à força cortante

$$0,9 V_{pl} = 572 \text{ kN} > V_d = 153 \text{ kN} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2.4.2 - Verificação da seção bruta ao momento fletor

- largura efetiva da laje de concreto (viga interna):

$$\begin{cases} \frac{1}{4} L = 262,5 \text{ cm} \\ 16(t_c + h_F) + b_f = 179,0 \text{ cm} \\ \text{distância média entre mesas} = 225 \text{ cm} \end{cases}$$

$$b_{ef} = 179,0 \text{ cm}$$

- determinação da posição da LNP:

$$C = 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,66 \times 2,1 \times 179 \times 5 = 1240 \text{ kN}$$

$$T = A_g f_y = 98,83 \times 25 = 2471 \text{ kN}$$

$$T > C \rightarrow \text{LNP no perfil}$$

$$C' = \frac{T - C}{2} = \frac{2471 - 1240}{2} = 615,50 \text{ kN}$$

$$T = C + C' = 1855,50 \text{ kN}$$

$$A_f f_y = 19 \times 1,46 \times 25 = 693,50 \text{ kN}$$

$$C' \leq A_f f_y \rightarrow \text{LNP na mesa superior}$$

$$\bar{y} = \frac{C'}{A_f f_y} t_f = \frac{615,50}{693,50} \times 1,46 = 1,30 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{\bar{y}}{2} = 0,65 \text{ cm}$$

$$y_t = 14,83 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} M_n &= C' (d - y_t - y_c) + C \left(\frac{t_c}{2} + h_F + d - y_t \right) = 615,50 \times (45 - 14,83 - 0,65) + \\ &+ 1240 \times \left(\frac{5}{2} + 5 + 45 - 14,83 \right) = 64880 \text{ kN.cm} \end{aligned}$$

$$0,9 M_n = 58392 \text{ kN.cm} > M_d = 40159 \text{ kN.cm} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2.4.3 - Cálculo do número de conectores para interação completa

Adotar conectores tipo pino com cabeça com diâmetro do fuste igual a 19 mm e comprimento de 90 mm.

- resistência do conector:

$$E_c = 42 \gamma_c^{1,5} \sqrt{f_{ck}} = 42 \times 25^{1,5} \times \sqrt{21} = 24058,5 \text{ MPa} = 2405,85 \text{ kN / cm}^2$$

$$A_{cs} = \pi \frac{d_{cs}^2}{4} = \pi \frac{1,9^2}{4} = 2,84 \text{ cm}^2$$

$$q_n \leq \begin{cases} 0,5 A_{cs} \sqrt{f_{ck} \cdot E_c} = 0,5 \times 2,84 \sqrt{2,1 \times 2405,85} = 100,93 \text{ kN} \Leftarrow \\ A_{cs} \cdot f_{ucs} = 2,84 \times 41,5 = 117,86 \text{ kN} \end{cases}$$

$$Q_n = 0,85 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,85 \times 2,1 \times 179 \times 5 = 1597,58 \text{ kN}$$

$$n = \frac{Q_n}{q_n} = \frac{1597,58}{101} \cong 16 \text{ conectores}$$

Como o conector utilizado é do tipo pino com cabeça e a laje é nervurada, é necessário calcular o coeficiente de redução da resistência do conector, conforme a NBR 8800 item 6.4.3.1. Para nervuras perpendiculares à viga de aço, tem-se que:

$$C_{red} = \frac{0,85}{\sqrt{n_{cs}}} \left(\frac{b_F}{h_F} \right) \left(\frac{h_{cs}}{h_F} - 1,0 \right) \leq 1,0$$

espaçamento entre nervuras: $S_r = 15,24 \text{ cm}$

largura da nervura: $b_F = 6,35 \text{ cm}$

altura da nervura: $h_F = 5,00 \text{ cm}$

$$\text{número de nervuras: } n_r = \frac{L}{S_r} = \frac{1050}{15,24} = 68$$

O número de nervuras é maior que o número de conectores ($n=16 < n_r=68/2$).

Logo, o número máximo de conectores por nervura $n_{cs} = 1$. Daí:

$$C_{red} = \frac{0,85}{\sqrt{1}} \left(\frac{6,35}{5,00} \right) \left(\frac{9,00}{5,00} - 1,0 \right) = 0,864$$

$$n = \frac{Q_n}{C_{red} \times q_n} = \frac{1597,58}{0,864 \times 101} \cong 19 \text{ conectores}$$

$$S_q = \frac{L/2}{n} = \frac{1050}{2 \times 19} = 27,63 \text{ cm} \leq \begin{cases} 8(t_c + h_F) = 81,28 \text{ cm} \\ 80 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2.4.4 - Verificação da seção na abertura

- momento fletor:

$$C = 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,66 \times 2,1 \times 179 \times 5 = 1240 \text{ kN}$$

$$T = A_{sn} f_y = (A_g - \Delta A_s) f_y = (98,83 - 22,56) \times 25 = 1907 \text{ kN}$$

$$T > C \rightarrow \text{LNP no perfil}$$

$$C' = \frac{T - C}{2} = \frac{1907 - 1240}{2} = 333,50 \text{ kN}$$

$$T = C + C' = 1573,50 \text{ kN}$$

$$A_f f_y = 19 \times 1,46 \times 25 = 693,50 \text{ kN}$$

$$C' \leq A_f f_y \rightarrow \text{LNP na mesa superior}$$

$$\bar{y} = \frac{C'}{A_f f_y} t_f = \frac{333,50}{693,50} \times 1,46 = 0,70 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{\bar{y}}{2} = 0,35 \text{ cm}$$

$$y_t = 18,90 \text{ cm}$$

$$M_m = C' (d - y_t - y_c) + C \left(\frac{t_c}{2} + h_F + d - y_t \right) = 333,50 \times (45 - 18,90 - 0,35) + \\ + 1240 \times \left(\frac{5}{2} + 5 + 45 - 18,90 \right) = 50252 \text{ kN.cm}$$

- força cortante:

- tê superior - é necessário calcular o número de conectores entre a extremidade de momento alto da abertura e o apoio:

$$n_1 = \frac{x_o + a_o/2}{S_q} = \frac{262,50 + 56/2}{27,63} = 10,51 \cong 11 \text{ conectores}$$

$$Q_{n1} = n_1 (C_{red} \cdot q_n) = 11 (0,864 \times 101) = 960 \text{ kN}$$

$$C_h \leq \begin{cases} 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c = 1240 \text{ kN} \\ Q_{n1} = 960 \text{ kN} \\ f_y A_{st} = 25 \times 36,24 = 906 \text{ kN} \quad \Leftarrow \end{cases}$$

$$C_h > f_y [t_f (b_f - t_w) + A_r] = 25 [1,46 (19 - 0,94) + 0] = 659,19 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow C_h = 659 \text{ kN}$$

- número de conectores sobre a abertura:

$$n_o = \frac{a_o}{S_q} = \frac{56}{27,63} = 2,03 \cong 2 \text{ conectores}$$

$$C_l = C_h - n_o (C_{red} \cdot q_n) = 659 - 2 (0,864 \times 101) = 484 \text{ kN}$$

$$d_h = t_c + h_F - \frac{C_h}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = 5 + 5 - \frac{659}{1,32 \times 2,1 \times 179} = 8,67 \text{ cm}$$

$$d_l = h_F + \frac{C_l}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = 5 + \frac{484}{1,32 \times 2,1 \times 179} = 5,98 \text{ cm}$$

$$V_{pt} = 0,60 f_y t_w s_t = 0,60 \times 25 \times 0,94 \times 10,50 = 148 \text{ kN}$$

$$v_t = \frac{a_o}{s_t} = \frac{56}{10,5} = 5,33$$

$$\mu_t = \frac{2 P_r d_r + C_h d_h + C_l d_l}{V_{pt} s_t} = \frac{0 + 659 \times 8,67 + 484 \times 5,98}{148 \times 10,5} = 5,54$$

$$\alpha_{vt} = \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{v_t + \sqrt{3}} \right) = \left(\frac{\sqrt{6} + 5,54}{5,33 + \sqrt{3}} \right) = 1,13$$

Como $\alpha_v > 1 \Rightarrow V_{mt} = \frac{\mu_t}{v_t} V_{pt} = \frac{5,54}{5,33} \times 148 = 153,83 \text{ kN}$

- t \hat{e} inferior:

$$v_b = v_t = 5,33$$

$$\mu_b = 0$$

$$\alpha_{vb} = \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_b}{v_b + \sqrt{3}} \right) = \left(\frac{\sqrt{6} + 0}{5,33 + \sqrt{3}} \right) = 0,35$$

$$V_{mb} = \alpha_{vb} V_{pb} = 0,35 \times 148 = 52 \text{ kN}$$

$$V_m = V_{mb} + V_{mt} = 52 + 153,83 = 205,83 \text{ kN}$$

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{30123}{0,9 \times 52855} \right)^3 + \left(\frac{77}{0,9 \times 205,83} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,69$$

$R < 1,0$, portanto a resist \hat{e} ncia \acute{e} suficiente. A se \hat{c} o \tilde{a} o passa com folga.

D.2.5 Verifica \tilde{c} o \tilde{a} o para intera \tilde{c} o \tilde{a} o parcial

$$Q_n = 0,85 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,85 \times 2,1 \times 179 \times 5 = 1598 \text{ kN}$$

$$\frac{Q_n}{2} = \frac{1598}{2} = 799 \text{ kN}$$

$$n = \frac{Q_n/2}{C_{red} \times q_n} = \frac{799}{0,864 \times 101} \cong 10 \text{ conectores}$$

$$S_q = \frac{L/2}{n} = \frac{1050}{2 \times 10} = 52,50 \text{ cm} \leq \begin{cases} 8(t_c + h_F) = 81,28 \text{ cm} \\ 80 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2.5.1 - Verificação da seção bruta ao momento fletor

- determinação da posição da LNP:

$$Q_n = n \times C_{red} \times q_n = 10 \times 0,864 \times 101 = 873 \text{ kN}$$

$$C = (0,7 / 0,9) \times 873 = 679 \text{ kN}$$

$$T = A_g f_y = 98,83 \times 25 = 2470,75 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{T - C}{2} = \frac{2470,75 - 679}{2} = 896 \text{ kN}$$

$$T = C + C' = 679 + 896 = 1575 \text{ kN}$$

$$A_f f_y = 19 \times 1,46 \times 25 = 693,50 \text{ kN}$$

$$C' > A_f f_y \rightarrow \text{LNP na alma}$$

$$\bar{y} = t_f + \frac{C' - A_f f_y}{A_w f_y} h = 1,46 + \frac{896 - 693,50}{42,08 \times 0,94 \times 25} \times 42,08 = 9,93 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{19 \times 1,46 \times 1,46 / 2 + 8,47 \times 0,94 \times (8,47 / 2 + 1,46)}{19 \times 1,46 + 8,47 \times 0,94} = 1,84 \text{ cm}$$

$$y_t = 10,07 \text{ cm}$$

$$a = \frac{C}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{679}{0,66 \times 2,1 \times 179} = 2,74 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} M_n &= C' (d - y_t - y_c) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right) = \\ &= 896 \times (45 - 10,07 - 1,84) + \\ &\quad + 679 \times \left(5,0 - \frac{2,74}{2} + 5,0 + 45 - 10,07 \right) = 59226 \text{ kN.cm} \end{aligned}$$

$$0,9 M_n = 53303 \text{ kN.cm} > M_d = 40159 \text{ kN.cm} \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2.5.2 - Verificação da seção na abertura para interação parcial

- força cortante:

- tê superior - é necessário calcular o número de conectores entre a extremidade de momento alto da abertura e o apoio:

$$n_1 = \frac{x_o + a_o/2}{S_q} = \frac{262,5 + 56/2}{52,50} = 5,53 \cong 6 \text{ conectores}$$

$$Q_{n1} = n_1 (C_{red} \cdot q_n) = 6 \times 0,864 \times 101 = 524 \text{ kN}$$

$$C_h \leq \begin{cases} 0,66 f_{ck} b_{ef} t_c = 1278 \text{ kN} \\ Q_{n1} = 524 \text{ kN} \quad \leftarrow \\ f_y A_{st} = 25 \times 36,24 = 906 \text{ kN} \end{cases}$$

$$C_h < f_y [t_f (b_f - t_w) + A_r] = 659,19 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \text{Ok}$$

- número de conectores sobre a abertura:

$$n_o = \frac{a_o}{S_q} = \frac{56}{52,50} = 1,07 \cong 2 \text{ conectores}$$

$$C_l = C_h - n_o \cdot C_{red} \cdot q_n = 524 - 2 \times 0,864 \times 101 = 349 \text{ kN}$$

$$d_h = t_c + h_F - \frac{C_h}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = 5 + 5 - \frac{524}{1,32 \times 2,1 \times 179} = 8,94 \text{ cm}$$

$$d_l = h_F + \frac{C_l}{1,32 f_{ck} b_{ef}} = 5 + \frac{349}{1,32 \times 2,1 \times 179} = 5,70 \text{ cm}$$

$$V_{pt} = 0,60 f_y t_w s_t = 0,60 \times 25 \times 0,94 \times 10,50 = 148 \text{ kN}$$

$$v_t = 5,33$$

$$\mu_t = \frac{2 P_r d_r + C_h d_h + C_l d_l}{V_{pt} s_t} = \frac{0 + 524 \times 8,94 + 349 \times 5,70}{148 \times 10,50} = 4,29$$

$$\alpha_{vt} = \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_t}{v_t + \sqrt{3}} \right) = \left(\frac{\sqrt{6} + 4,29}{5,33 + \sqrt{3}} \right) = 0,95$$

$$\text{Como } \alpha_v < 1 \Rightarrow V_{mt} = \alpha_{vt} V_{pt} = 0,95 \times 148 = 141 \text{ kN}$$

- tê inferior:

$$v_b = v_t = 5,33$$

$$\mu_b = 0$$

$$\alpha_{vb} = \left(\frac{\sqrt{6} + \mu_b}{v_b + \sqrt{3}} \right) = \left(\frac{\sqrt{6} + 0}{5,33 + \sqrt{3}} \right) = 0,35$$

$$V_{mb} = \alpha_{vb} V_{pb} = 0,35 \times 148 = 51,80 \text{ kN}$$

$$V_m = V_{mb} + V_{mt} = 51,80 + 141 = 193 \text{ kN}$$

- momento fletor:

$$0,85 f_{ck} b_{ef} t_c = 0,85 \times 2,1 \times 179 \times 5 = 1597,58 \text{ kN}$$

$$A_{sn} f_y = (A_g - \Delta A_s) f_y = (98,83 - 22,56) \times 25 = 1906,75 \text{ kN}$$

$$Q_n = 6 \times 0,864 \times 101 = 523,58 \text{ kN}$$

$$C = (0,7/0,9) Q_n = 407 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{A_{sn} f_y - C}{2} = \frac{1906,75 - 407}{2} = 750 \text{ kN}$$

$$A_f f_y = 19 \times 1,46 \times 25 = 693,50 \text{ kN}$$

$C' > A_f f_y \rightarrow$ LNP na alma

$$\bar{y} = t_f + \frac{C' - A_f f_y}{A_w f_y} h = 1,46 + \frac{750 - 693,50}{42,08 \times 0,94 \times 25} \times 42,08 = 3,86 \text{ cm}$$

$$y_c = 0,88 \text{ cm}$$

$$y_t = 12,53 \text{ cm}$$

$$a = \frac{C}{0,66 f_{ck} b_{ef}} = \frac{407}{0,66 \times 2,1 \times 179} = 1,64 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} M_m &= C' \left(d - y_t - y_c \right) + C \left(t_c - \frac{a}{2} + h_F + d - y_t \right) = \\ &= 750 \times (45 - 12,53 - 0,88) + \\ &\quad + 407 \times \left(5 + \frac{1,64}{2} + 5 + 45 - 12,53 \right) = 41312 \text{ kN.cm} \end{aligned}$$

$$R = \left[\left(\frac{M_d}{0,9 M_m} \right)^3 + \left(\frac{V_d}{0,9 V_m} \right)^3 \right]^{1/3} = \left[\left(\frac{30123}{0,9 \times 41312} \right)^3 + \left(\frac{77}{0,9 \times 193} \right)^3 \right]^{1/3} = 0,85$$

$R < 1,0$, portanto a resistência é suficiente. A seção atende com folga.

D.2.6 - Cálculo da deformação elástica através da equação de Donahey

Estimativa da flecha no centro do vão (considerando interação parcial):

$$\Delta_m = \left(\Delta_b + \Delta_s \right) \left[1,00 + 0,00325 \left(\frac{I_e}{I_t + I_b} \right) \frac{a_o}{L} \right]$$

- conectores entre o centro do vão e o apoio: $n = 10$

$$I_e = I_x + \sqrt{\frac{Q_n}{V_h}} (I_{tr} - I_x)$$

$$I_x = 33746 \text{ cm}^4$$

$$Q_n = n \times C_{red} \times q_n = 10 \times 0,864 \times 101 = 873 \text{ kN}$$

$$V_h = 0,85 \times b_{ef} \times t_c \times f_{ck} = 0,85 \times 179 \times 5 \times 2,1 = 1598 \text{ kN}$$

$$I_{tr} = I_x + A_g \left(y_{tr} - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{b_{tr} t_c^3}{12} + A_{c1} \left(d + h_F + \frac{t_c}{2} - y_{tr} \right)^2$$

$$b_{tr} = b_{ef} \frac{E_c}{E} = 179 \times \frac{2405,85}{20500} = 21,01 \text{ cm}$$

$$A_{c1} = b_{tr} t_c = 21,01 \times 5 = 105,05 \text{ cm}^2$$

$$y_{tr} = \frac{A_g d/2 + A_{c1} (d + h_F + t_c/2)}{A_g + A_{c1}} =$$

$$= \frac{98,83 \times 45/2 + 105,05 (45 + 5 + 5/2)}{98,83 + 105,05} = 37,96 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = 33746 + 98,83 \left(37,96 - \frac{45}{2} \right)^2 + \frac{21,01 \times 5^3}{12} +$$

$$+ 105,05 \left(45 + 5 + \frac{5}{2} - 37,96 \right)^2 = 80148 \text{ cm}^4$$

$$I_e = 33746 + \sqrt{\frac{873}{1598}} (80148 - 33746) = 68043 \text{ cm}^4$$

$$I_t = \frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + b_f \cdot t_f \left(\frac{d}{2} - e_t - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (s_t - t_f)^3}{12} +$$

$$+ \frac{t_w (s_t - t_f)}{4} (2e_t - h_o - 2e_o - s_t + t_f)^2 + \frac{b_r \cdot t_r^3}{6} + A_r \left(d_{rt} - \frac{d}{2} + e_t \right)^2$$

$$SyA_t = b_f t_f \left(\frac{d}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + (s_t - t_f) t_w \left[\frac{(s_t - t_f)}{2} + \frac{h_o}{2} + e_o \right] + A_r \left(\frac{d}{2} - d_{rt} \right)$$

$$e_t = \frac{SyA_t}{A_t} = 20,54 \text{ cm}$$

$$I_t = I_b = 242,09 \text{ cm}^4$$

$$A_y = d t_w = 45 \times 0,94 = 42,30 \text{ cm}^2 \quad (\text{perfil laminado})$$

- devido à carga permanente antes da cura do concreto:

$$\Delta_b = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{E I_x} = \frac{5}{384} \times \frac{0,0571 \times 1050^4}{20500 \times 33746} = 1,31 \text{ cm}$$

$$\Delta_s = \frac{q L^2}{8 A_y G} = \frac{0,0571 \times 1050^2}{8 \times 42,30 \times 7892,5} = 0,02 \text{ cm}$$

$$\Delta_m = (1,31 + 0,02) \left[1,00 + 0,00325 \left(\frac{33746}{249,09 + 249,09} \right) \frac{56}{1050} \right] = 1,35 \text{ cm}$$

$$\Delta_m = 1,35 \text{ cm} < 3,50 \text{ cm} \Rightarrow \text{Ok}$$

\Rightarrow Resultado reportado pelo programa: $\Delta_m = 1,348 \text{ cm}$ (*diferença* = 0,15 %)

- devido à carga permanente após a cura do concreto:

$$\Delta_b = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{E I_e} = \frac{5}{384} \times \frac{0,0905 \times 1050^4}{20500 \times 68043} = 1,03 \text{ cm}$$

$$\Delta_s = \frac{q L^2}{8 A_y G} = \frac{0,0905 \times 1050^2}{8 \times 42,30 \times 7892,5} = 0,04 \text{ cm}$$

$$\Delta_m = (1,03 + 0,04) \left[1,00 + 0,00325 \left(\frac{68043}{249,09 + 249,09} \right) \frac{56}{1050} \right] = 1,10 \text{ cm}$$

\Rightarrow Resultado reportado pelo programa: $\Delta_m = 1,064 \text{ cm}$ (*diferença* = 3,27 %)

- devido à sobrecarga:

$$\Delta_b = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{E I} = \frac{5}{384} \times \frac{0,1097 \times 1050^4}{20500 \times 68043} = 1,24 \text{ cm}$$

$$\Delta_s = \frac{q L^2}{8 A_y G} = \frac{0,1097 \times 1050^2}{8 \times 42,30 \times 7892,5} = 0,05 \text{ cm}$$

$$\Delta_m = (1,24 + 0,05) \left[1,00 + 0,00325 \left(\frac{68043}{249,09 + 249,09} \right) \frac{56}{1050} \right] = 1,32 \text{ cm}$$

$$\Delta_m = 1,32 \text{ cm} < L/360 = 2,92 \text{ cm} \Rightarrow \text{Ok}$$

\Rightarrow Resultado reportado pelo programa: $\Delta_m = 1,291 \text{ cm}$ (*diferença* = 2,20 %)

D.2.7 - Limitação de tensões (construção não escorada)

$$\frac{M_{G'}}{W_a} + \frac{M_L}{W_{ef}} \leq 0,90 f_y$$

$$W_a = 1500 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef} = W_a + \sqrt{\frac{Q_n}{V_h}} [(W_{tr})_i - W_a]$$

$$(W_{tr})_i = \frac{I_{tr}}{y_{tr}} = \frac{80148}{37,96} = 2111,38 \text{ cm}^3$$

$$W_{ef} = 1500 + \sqrt{\frac{873}{1598}} [2111,38 - 1500] = 1952 \text{ cm}^3$$

- para vigas com $\frac{h}{t_w} \leq 3,5 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ usar ações nominais:

$$M_{G'} = 8594 \text{ kN.cm}$$

$$M_L = 24637 \text{ kN.cm}$$

$$\frac{8594}{1500} + \frac{24637}{1952} = 18,35 \leq 0,90 f_y = 22,50 \Rightarrow \text{Ok}$$

D.2.8 - Número e disposição dos conectores

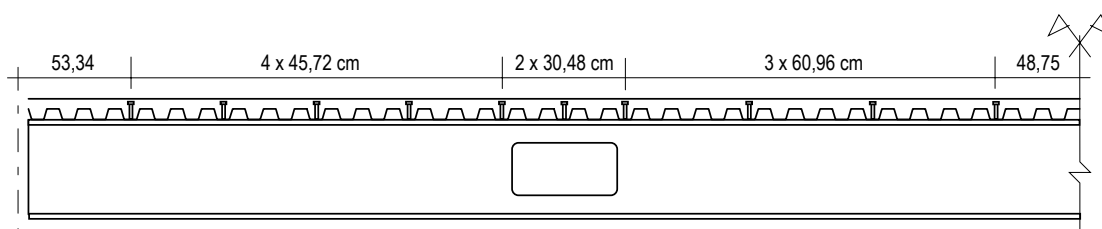


FIGURA D.4 - Disposição dos conectores de cisalhamento para a viga do exemplo D2

Nota: Na verificação para interação parcial foram determinados 10 conectores entre o centro do vão e o apoio. Apesar do espaçamento longitudinal para esta situação estar de acordo com as exigências da NBR 8800/86, existe uma recomendação

para que, na região sobre a abertura, seja colocado um conector a cada 30 cm pelo menos com o objetivo de evitar a perda de contato entre a laje e o perfil metálico devido à deformação diferencial que ocorre na abertura. Daí a disposição proposta para os conectores sobre a abertura.

APÊNDICE E
ÁBACOS

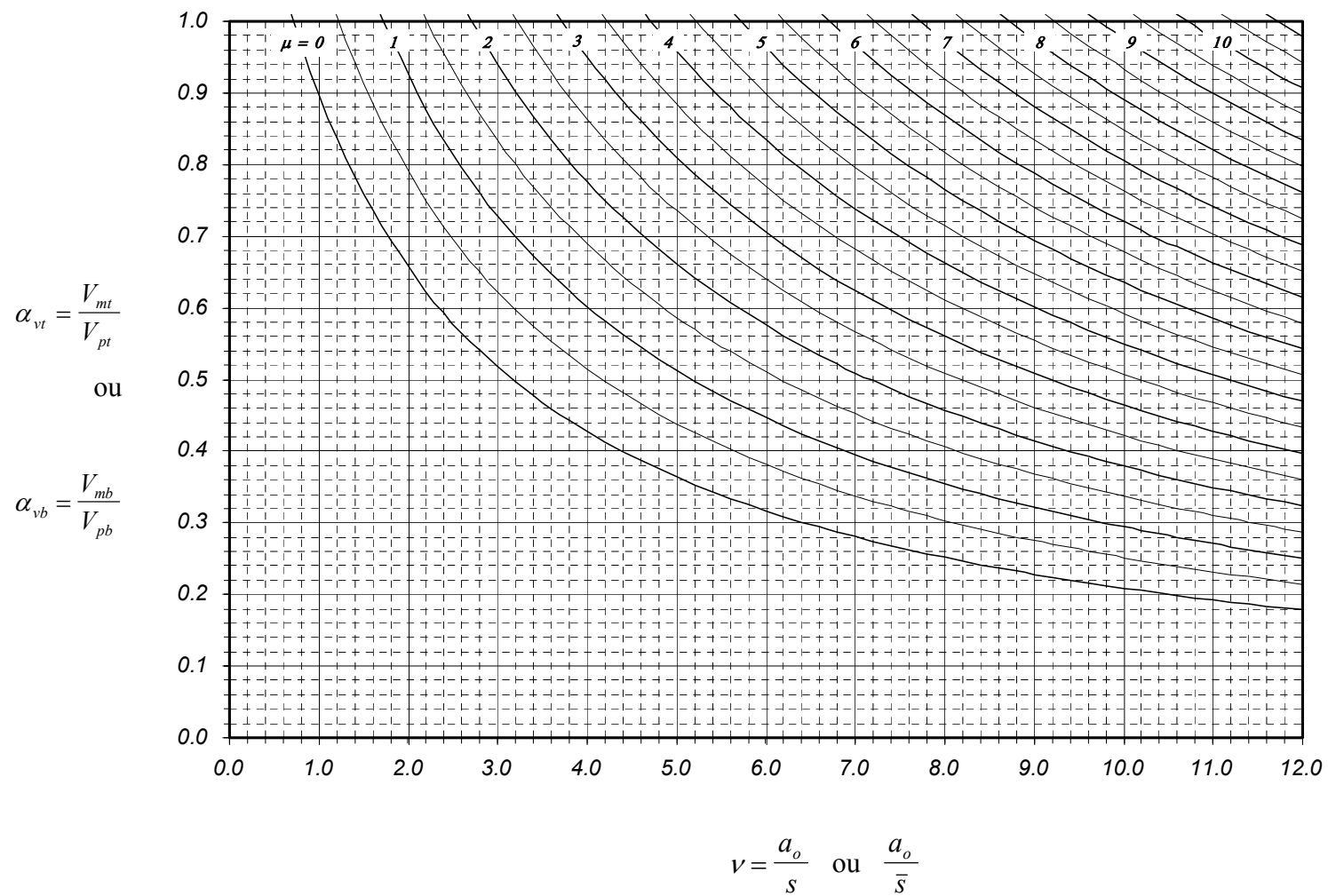


FIGURA E.1 - Relação entre a resistência nominal e o esforço cortante de plastificação dos tês *versus* a razão de aspecto dos tês ($V_{mt}/V_{pt} \leq 1$).

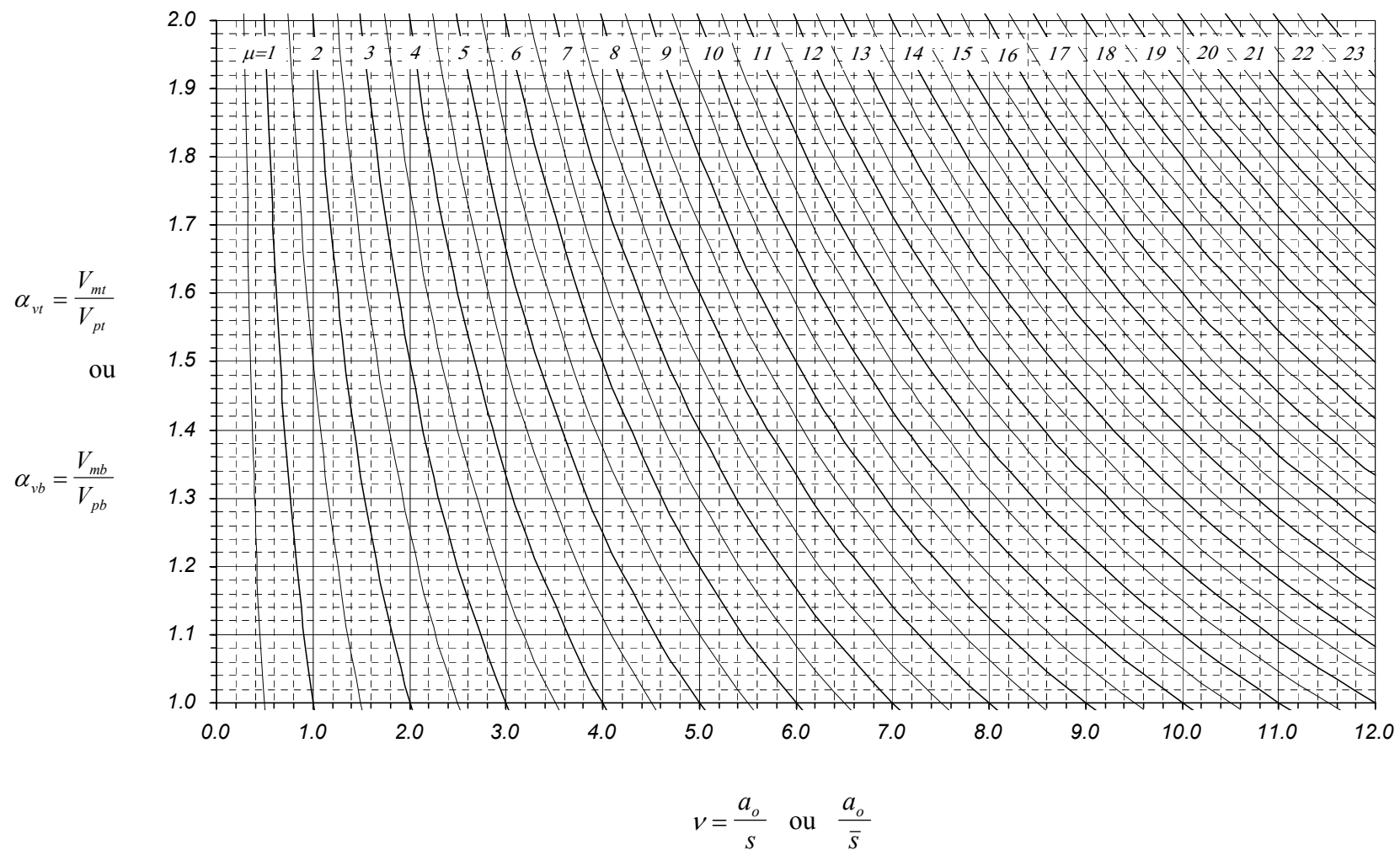


FIGURA E.2 - Relação entre a resistência nominal e o esforço cortante de plastificação dos tês *versus* a razão de aspecto dos tês ($1 \leq V_{mt}/V_{pt} \leq 2$).

APÊNDICE F

RESULTADOS DOS PROCESSAMENTOS COM PERFIS METÁLICOS

Os processamentos foram catalogados conforme a convenção abaixo:

1 - relação comprimento/altura $L = 10 d$

2 - relação comprimento/altura $L = 15 d$

3 - relação comprimento/altura $L = 20 d$

4 - relação comprimento/altura $L = 25 d$

a - abertura retangular com $a_o = 2 h_o$

b - abertura quadrada com $a_o = h_o$

c - abertura circular com $D_o = h_o$

Exemplo: **VS400 - processamento 4c**

Processamento com perfil VS400 com abertura circular e $L = 25 d$.

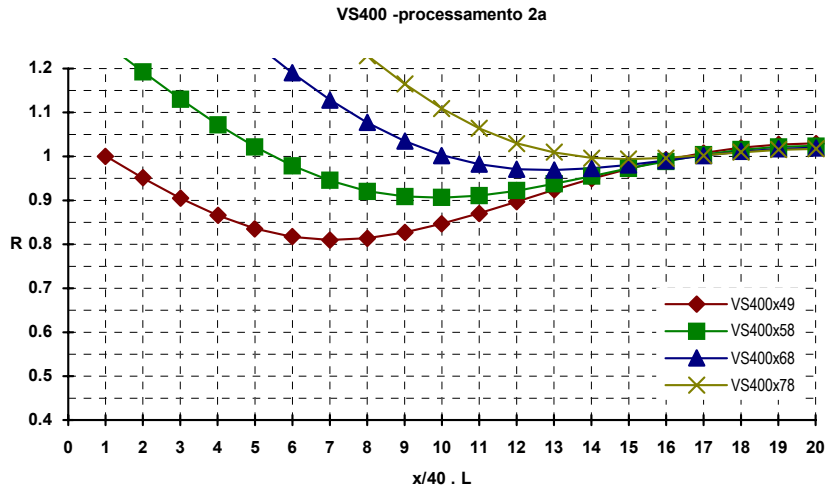


FIGURA F.1 - Processamento 2a para os perfis série VS400 (abertura retangular, $L = 15 d$)

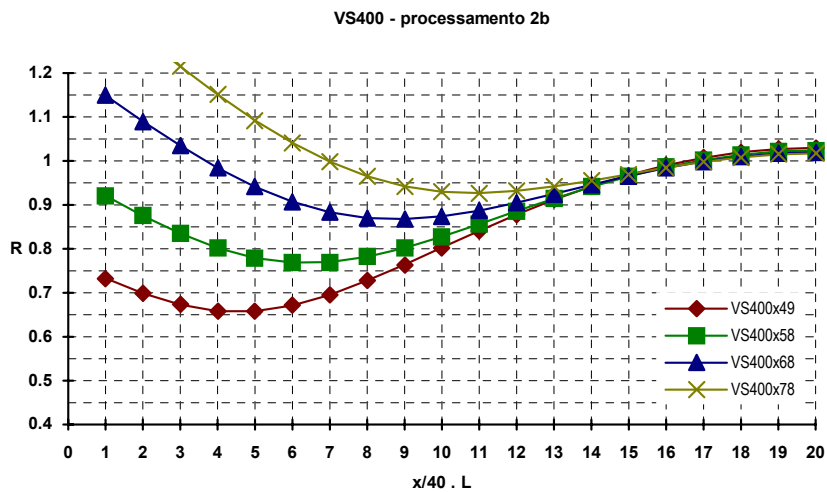


FIGURA F.2 - Processamento 2b para os perfis série VS400 (abertura quadrada, $L = 15 d$)

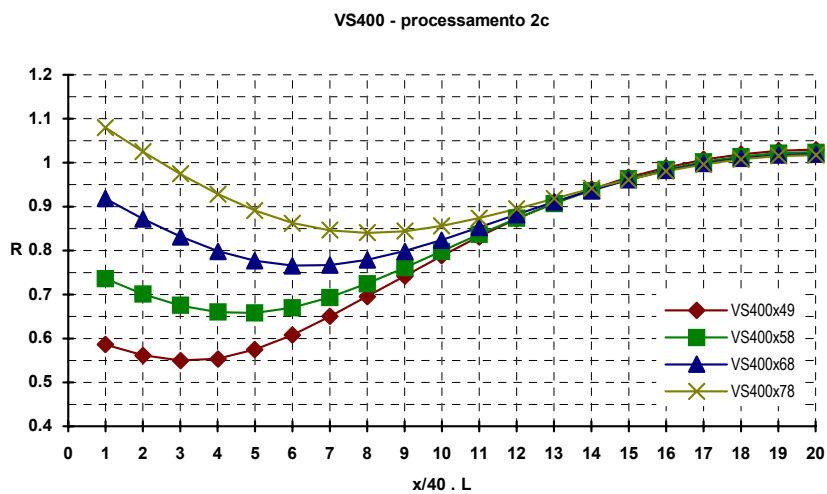


FIGURA F.3 - Processamento 2c para os perfis série VS400 (abertura circular, $L = 15 d$)

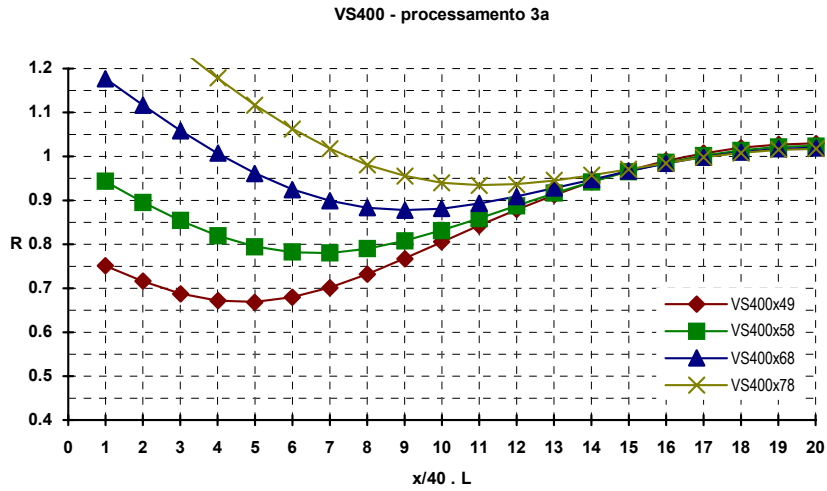


FIGURA F.4 - Processamento 3a para os perfis série VS400 (abertura retangular, $L = 20 d$)

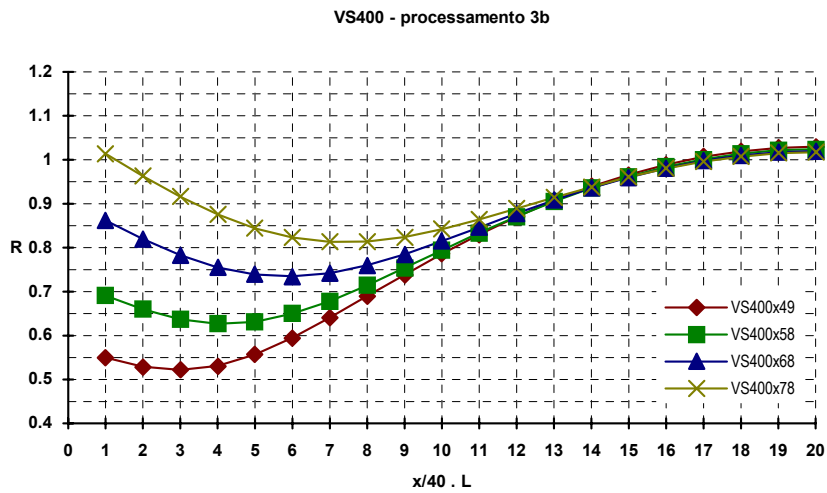


FIGURA F.5 - Processamento 3b para os perfis série VS400 (abertura quadrada, $L = 20 d$)

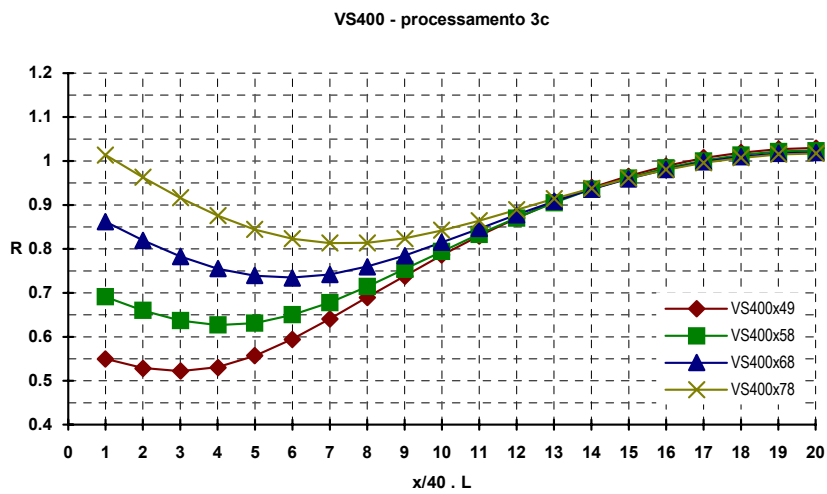


FIGURA F.6 - Processamento 3c para os perfis série VS400 (abertura circular, $L = 20 d$)

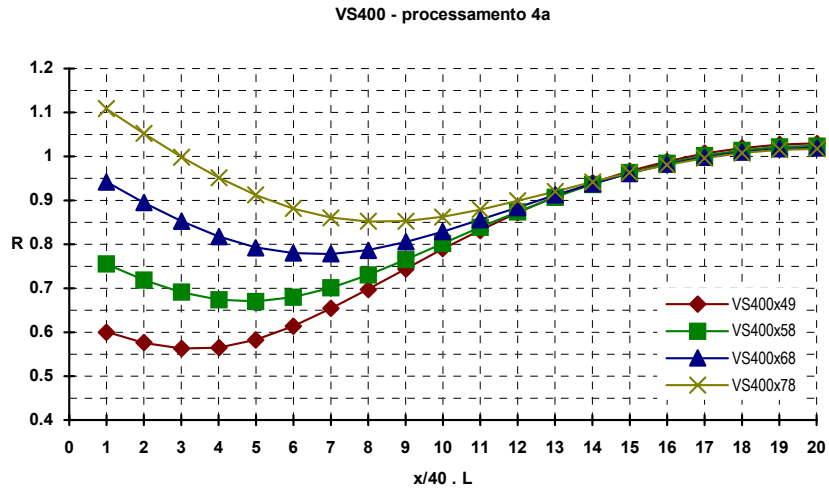


FIGURA F.7 - Processamento 4a para os perfis série VS400 (abertura retangular, $L = 25 d$)

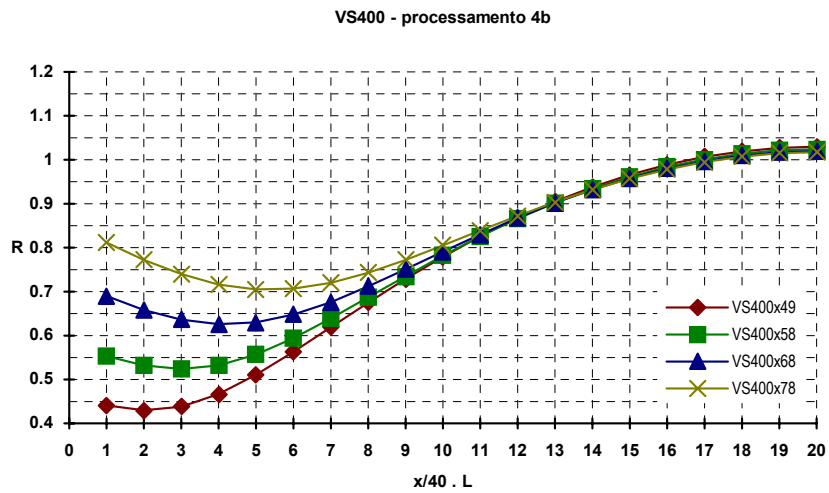


FIGURA F.8 - Processamento 4b para os perfis série VS400 (abertura quadrada, $L = 25 d$)

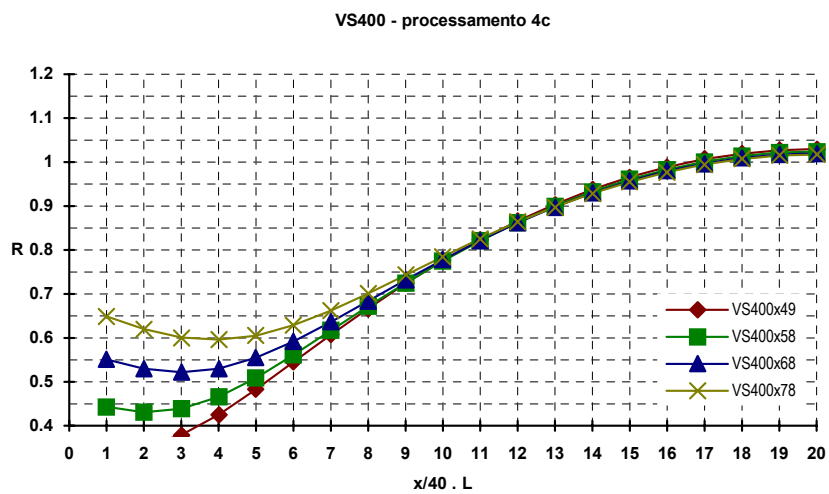


FIGURA F.9 - Processamento 4c para os perfis série VS400 (abertura circular, $L = 25 d$)

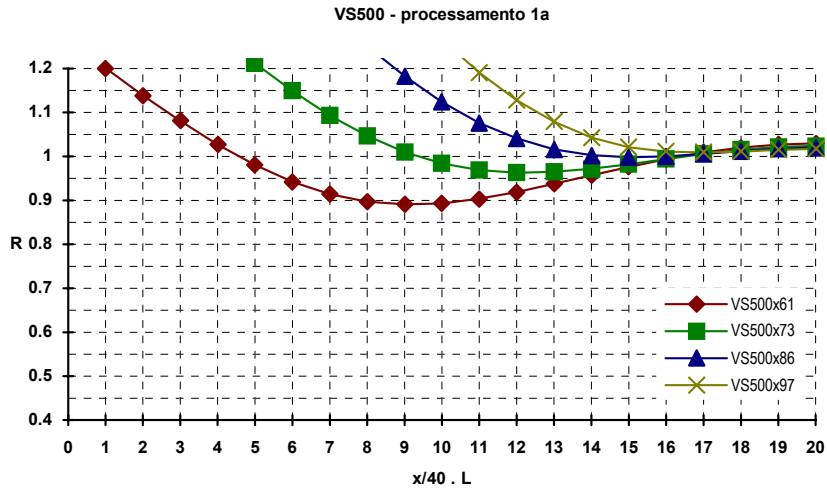


FIGURA F.10 - Processamento 1a para os perfis série VS500 (abertura retangular, $L = 10 d$)

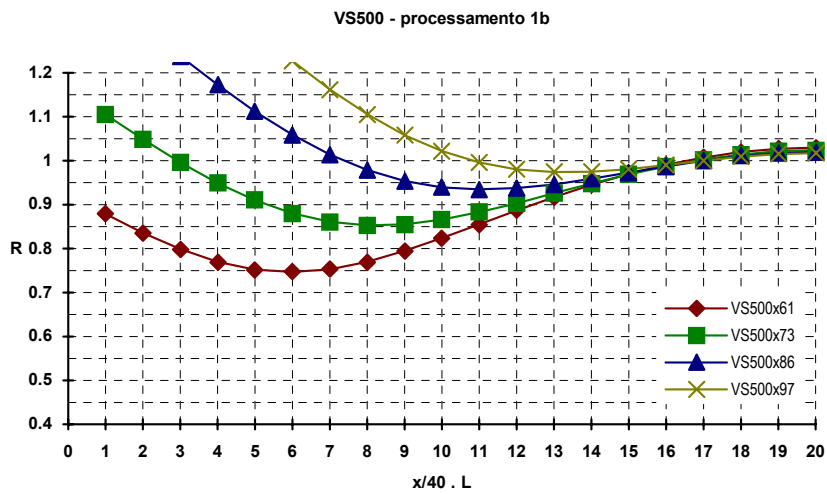


FIGURA F.11 - Processamento 1b para os perfis série VS500 (abertura quadrada, $L = 10 d$)

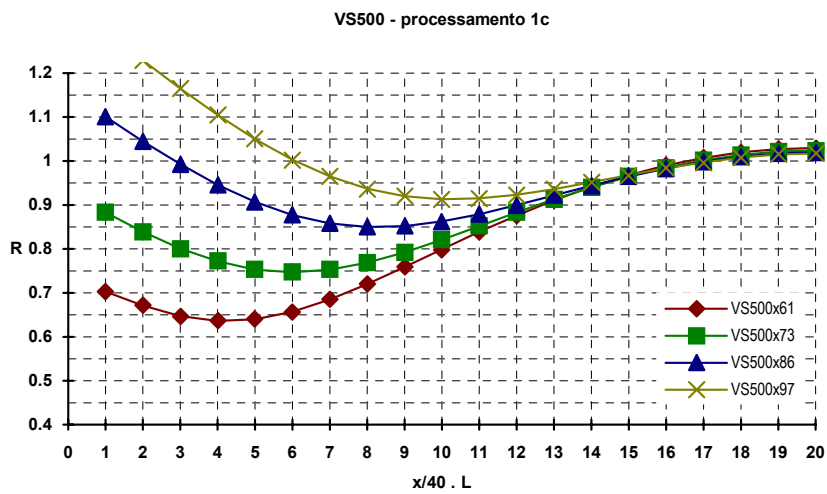


FIGURA F.12 - Processamento 1c para os perfis série VS500 (abertura circular, $L = 10 d$)

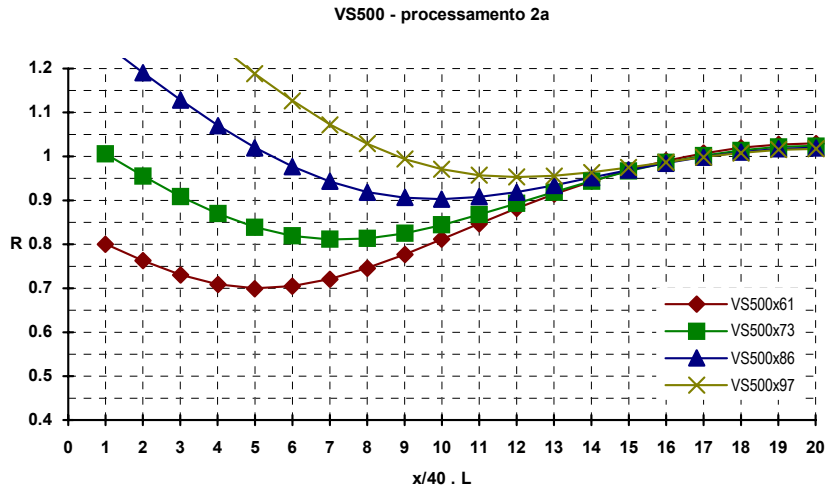


FIGURA F.13 - Processamento 2a para os perfis série VS500 (abertura retangular, $L = 15 d$)

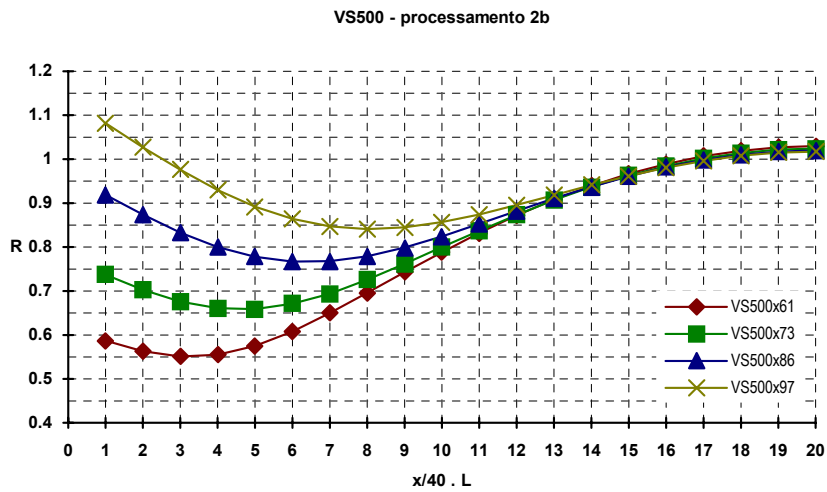


FIGURA F.14 - Processamento 2b para os perfis série VS500 (abertura quadrada, $L = 15 d$)

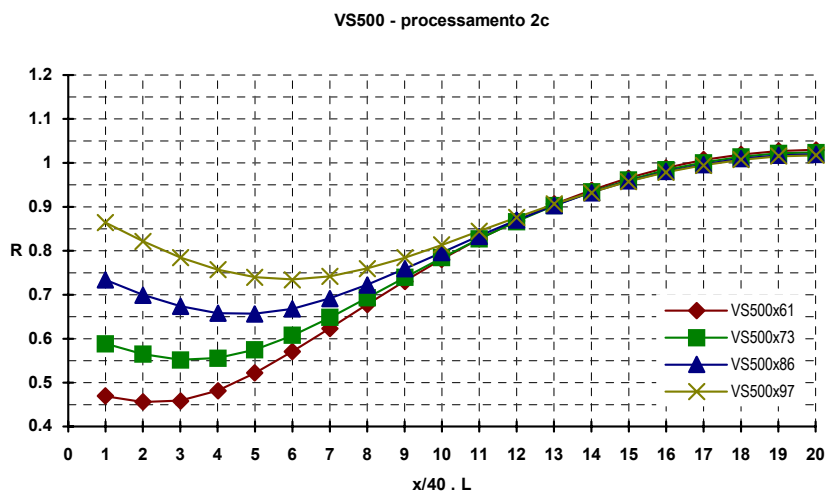


FIGURA F.15 - Processamento 2c para os perfis série VS500 (abertura circular, $L = 15 d$)

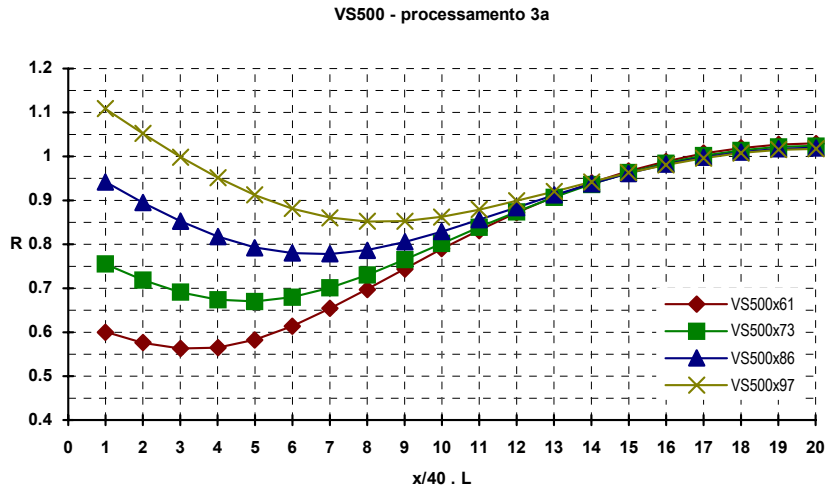


FIGURA F.16 - Processamento 3a para os perfis série VS500 (abertura retangular, $L = 20 d$)

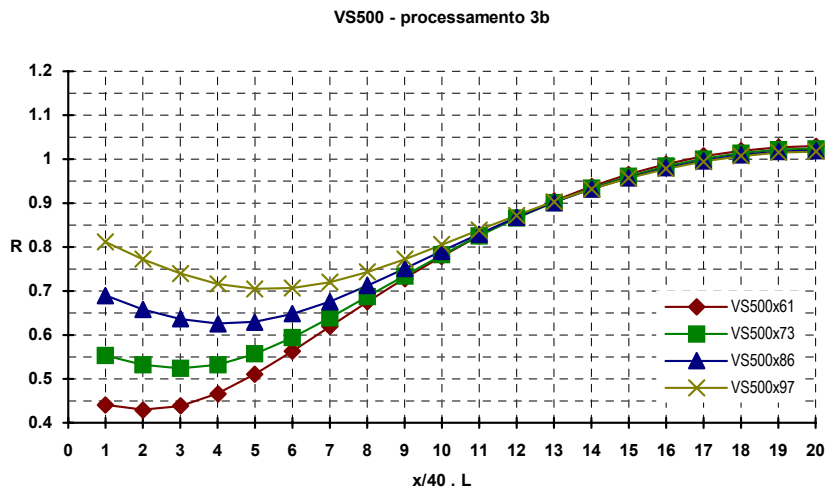


FIGURA F.17 - Processamento 3b para os perfis série VS500 (abertura quadrada, $L = 20 d$)

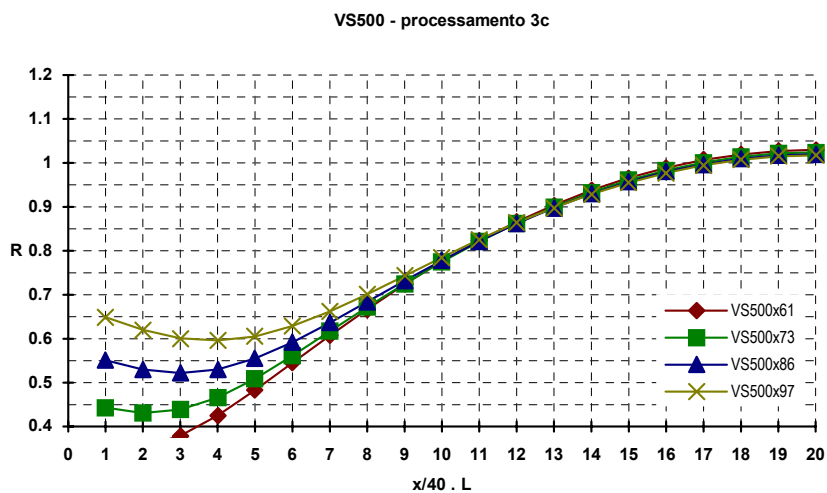


FIGURA F.18 - Processamento 3c para os perfis série VS500 (abertura circular, $L = 20 d$)

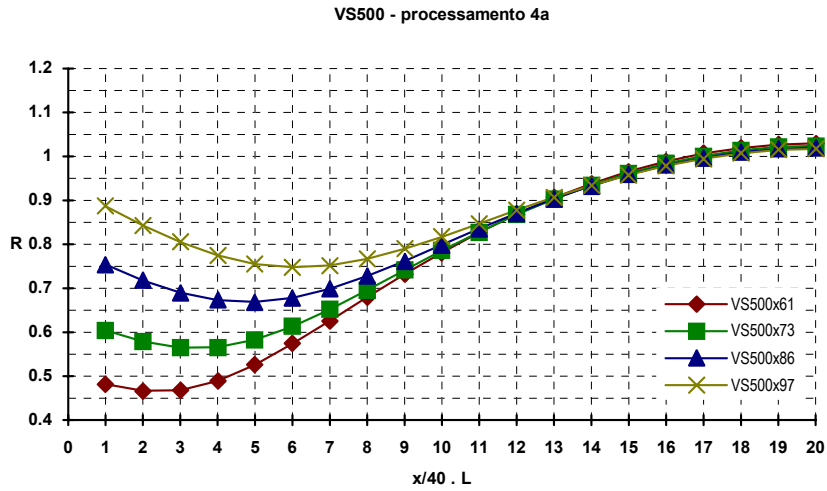


FIGURA F.19 - Processamento 4a para os perfis série VS500 (abertura retangular, $L = 25 d$)

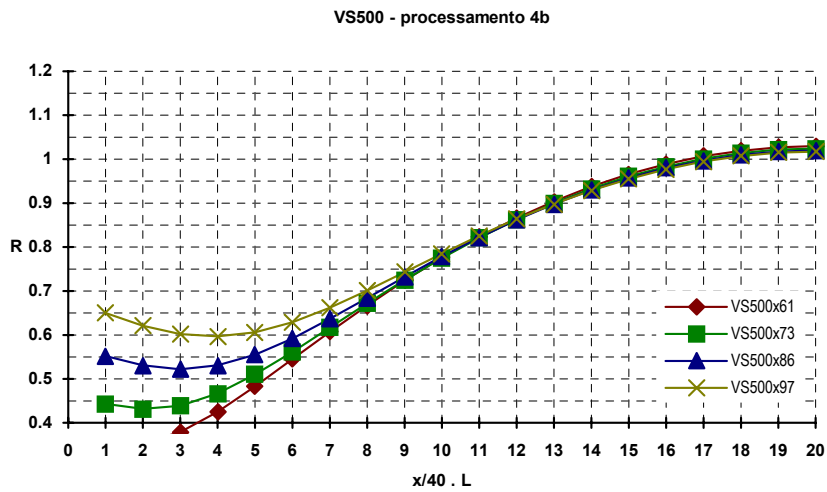


FIGURA F.20 - Processamento 4b para os perfis série VS500 (abertura quadrada, $L = 25 d$)

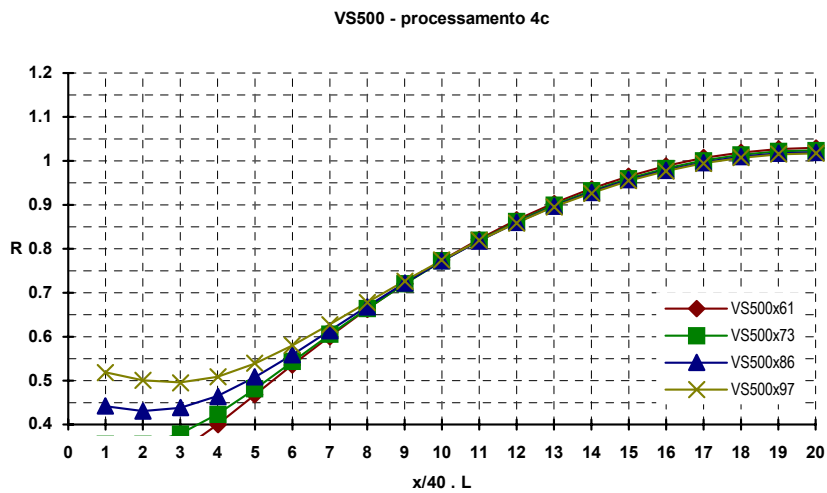


FIGURA F.21 - Processamento 4c para os perfis série VS500 (abertura circular, $L = 25 d$)

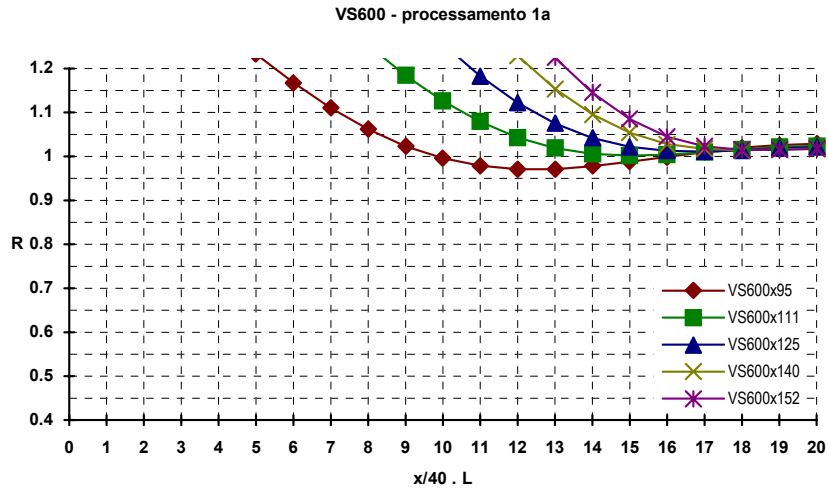


FIGURA F.22 - Processamento 1a para os perfis série VS600 (abertura retangular, $L = 10 d$)

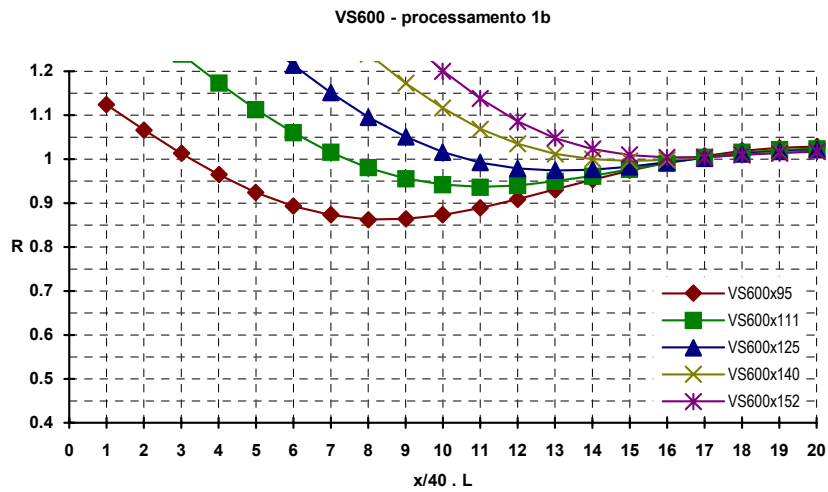


FIGURA F.23 - Processamento 1b para os perfis série VS600 (abertura quadrada, $L = 10 d$)

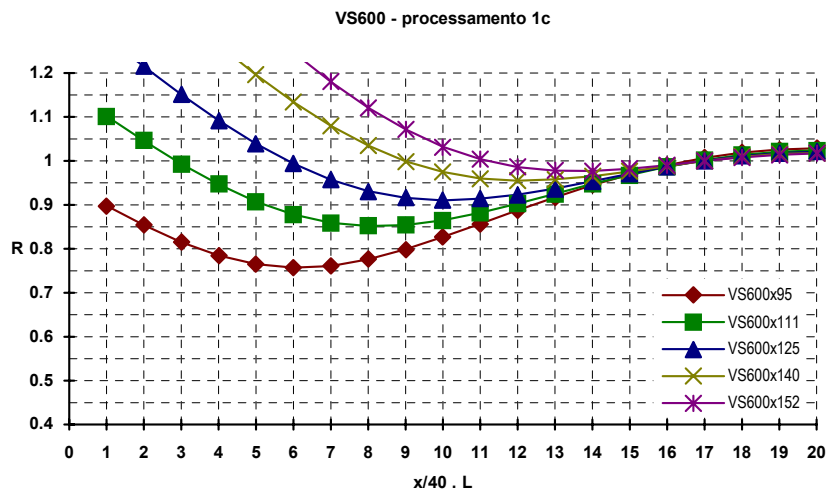


FIGURA F.24 - Processamento 1c para os perfis série VS600 (abertura circular, $L = 10 d$)

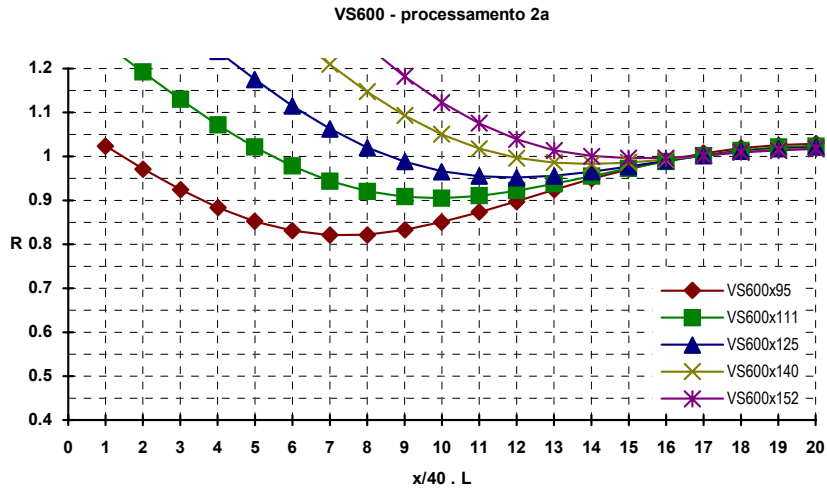


FIGURA F.25 - Processamento 2a para os perfis série VS600 (abertura retangular, $L = 15 d$)

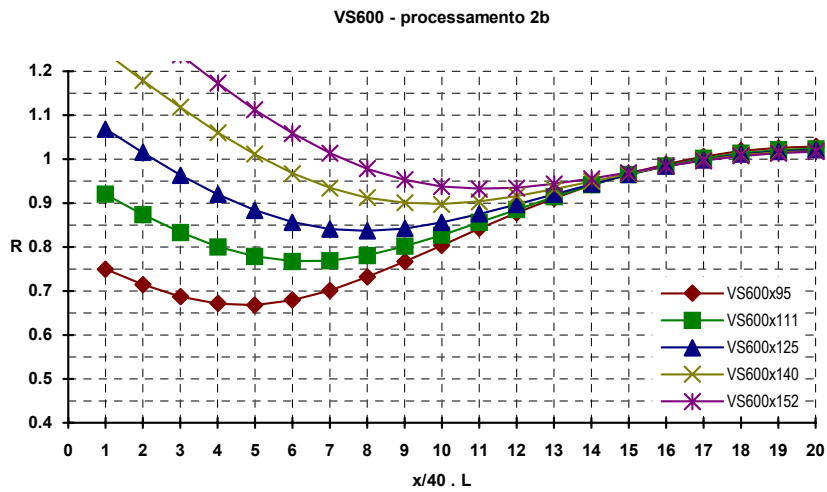


FIGURA F.26 - Processamento 2b para os perfis série VS600 (abertura quadrada, $L = 15 d$)

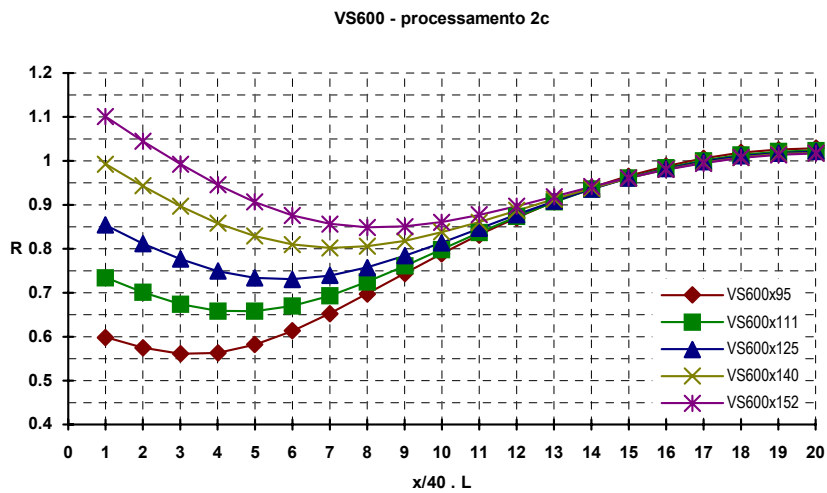


FIGURA F.27 - Processamento 2c para os perfis série VS600 (abertura circular, $L = 15 d$)

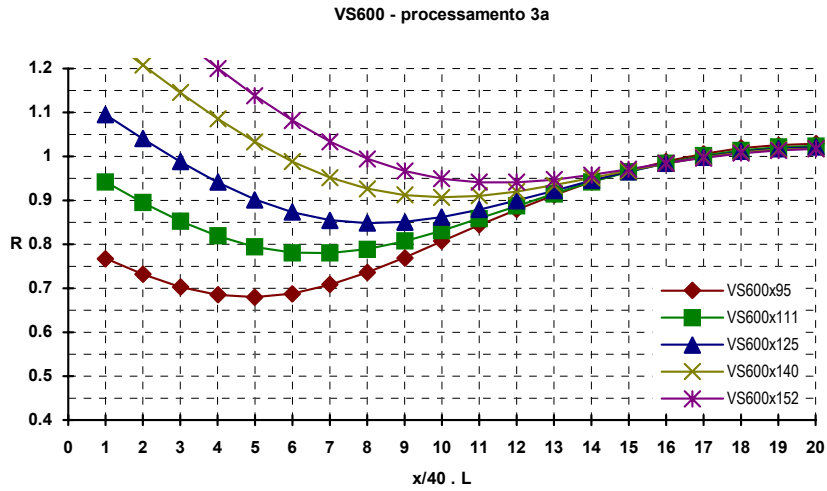


FIGURA F.28 - Processamento 3a para os perfis série VS600 (abertura retangular, $L = 20 d$)

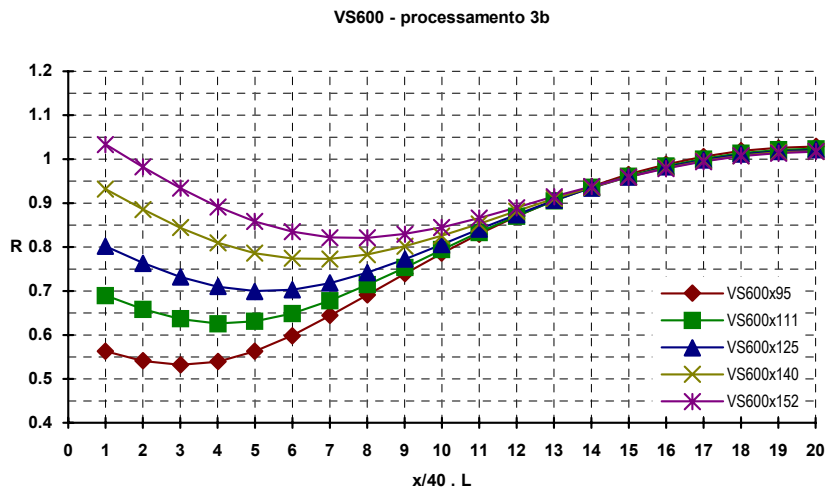


FIGURA F.29 - Processamento 3b para os perfis série VS600 (abertura quadrada, $L = 20 d$)

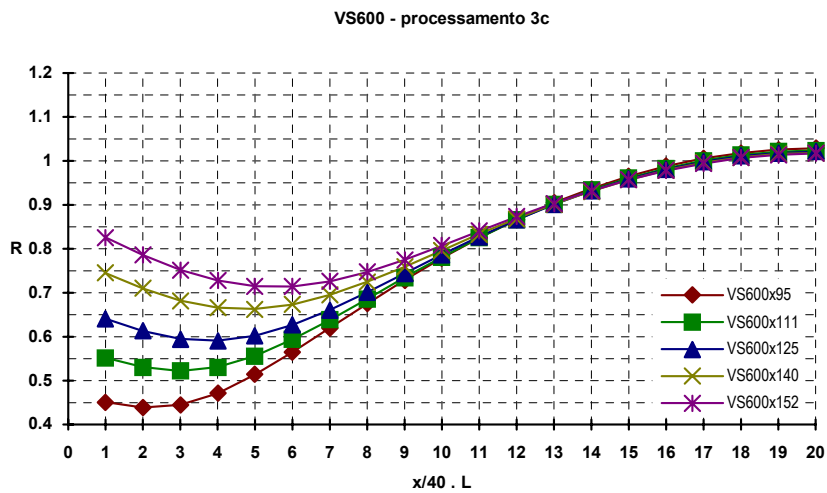


FIGURA F.30 - Processamento 3c para os perfis série VS600 (abertura circular, $L = 20 d$)

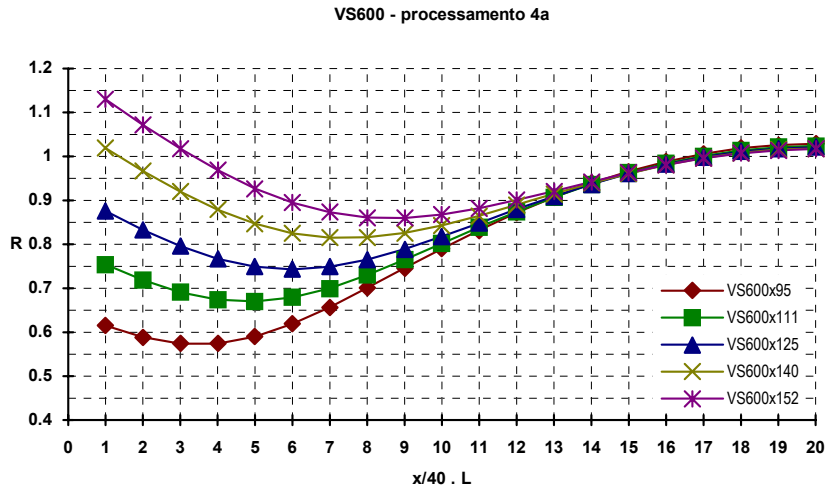


FIGURA F.31 - Processamento 4a para os perfis série VS600 (abertura retangular, $L = 25 d$)

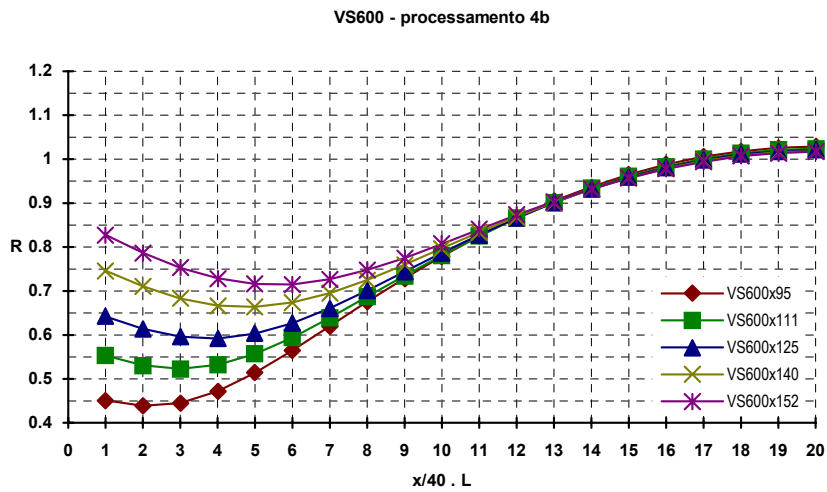


FIGURA F.32 - Processamento 4b para os perfis série VS600 (abertura quadrada, $L = 25 d$)

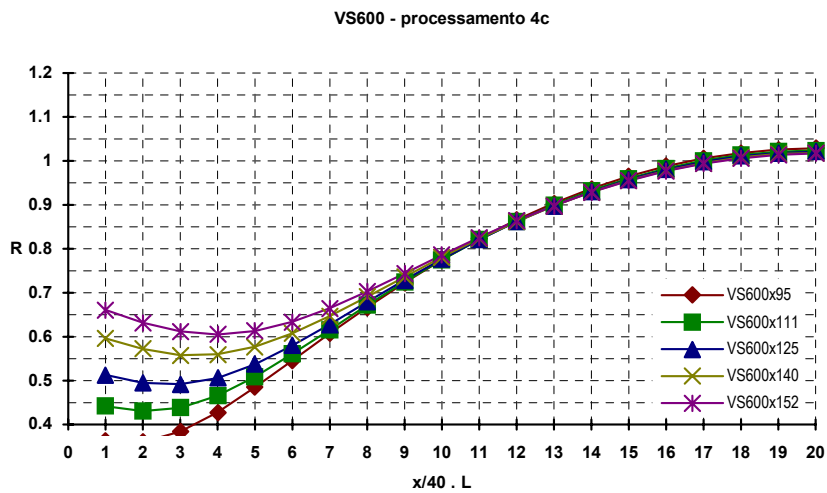


FIGURA F.33 - Processamento 4c para os perfis série VS600 (abertura circular, $L = 25 d$)

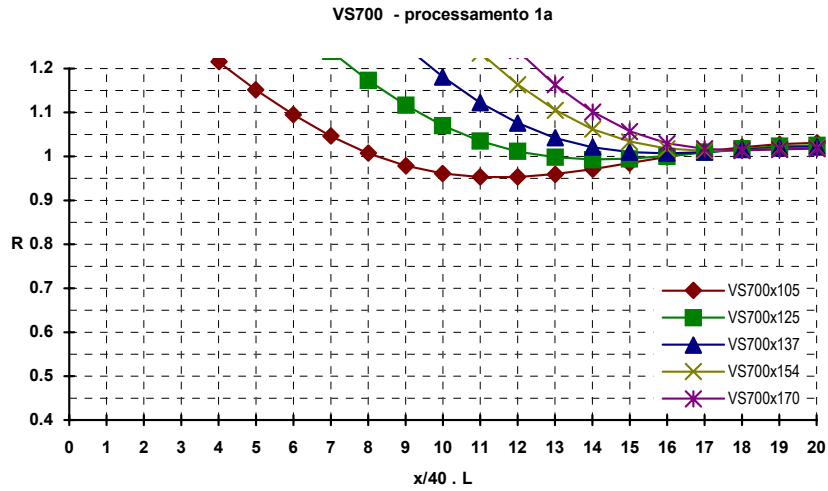


FIGURA F.34 - Processamento 1a para os perfis série VS700 (abertura retangular, $L = 10 d$)

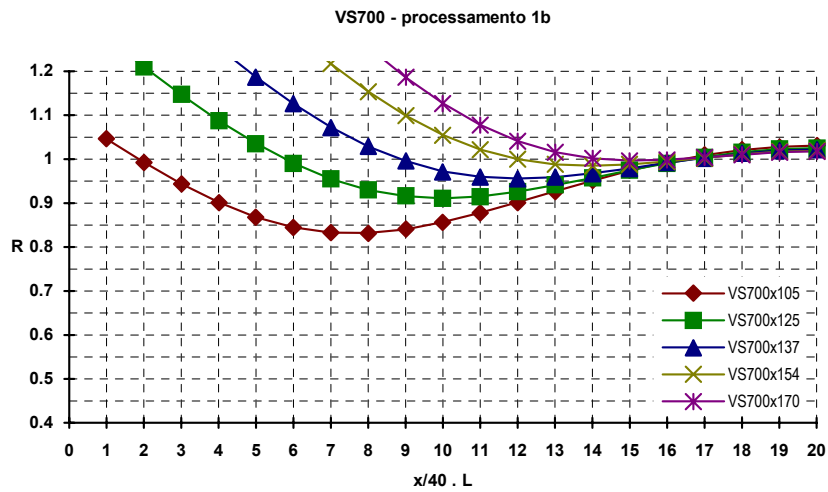


FIGURA F.35 - Processamento 1b para os perfis série VS700 (abertura quadrada, $L = 10 d$)

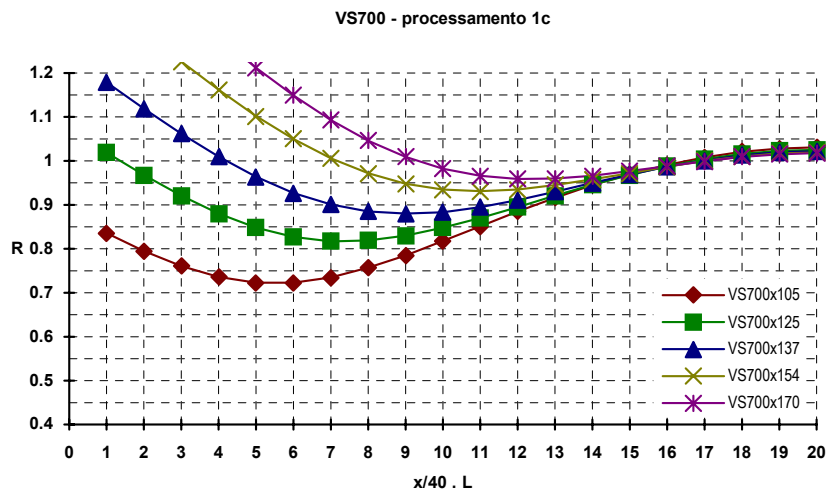


FIGURA F.36 - Processamento 1c para os perfis série VS700 (abertura circular, $L = 10 d$)

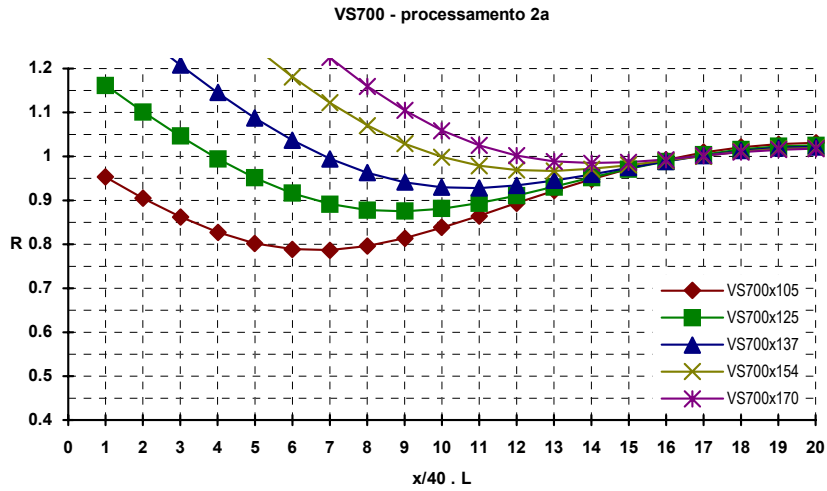


FIGURA F.37 - Processamento 2a para os perfis série VS700 (abertura retangular, $L = 15 d$)

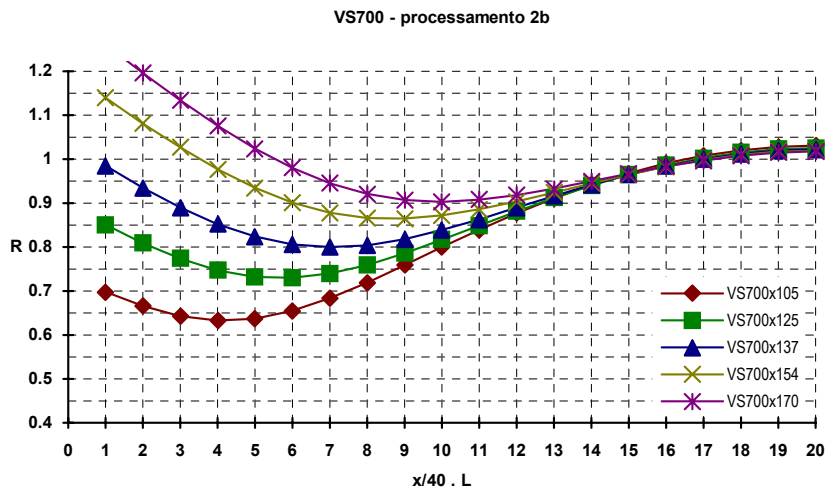


FIGURA F.38 - Processamento 2b para os perfis série VS700 (abertura quadrada, $L = 15 d$)

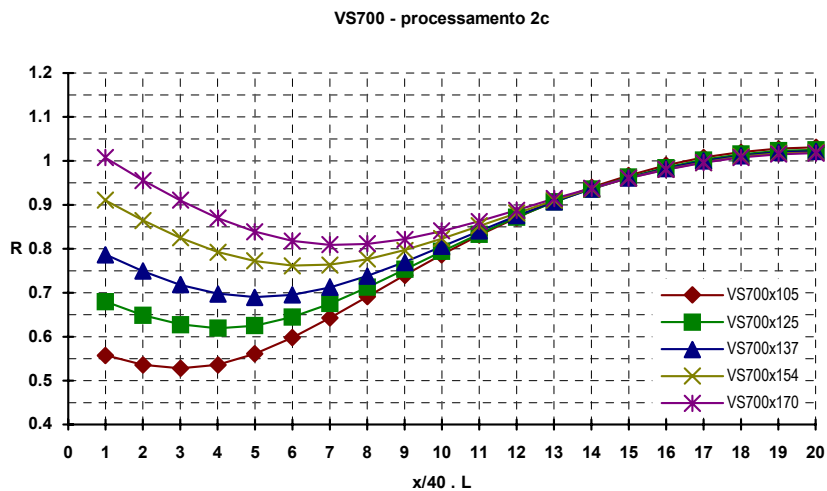


FIGURA F.39 - Processamento 2c para os perfis série VS700 (abertura circular, $L = 15 d$)

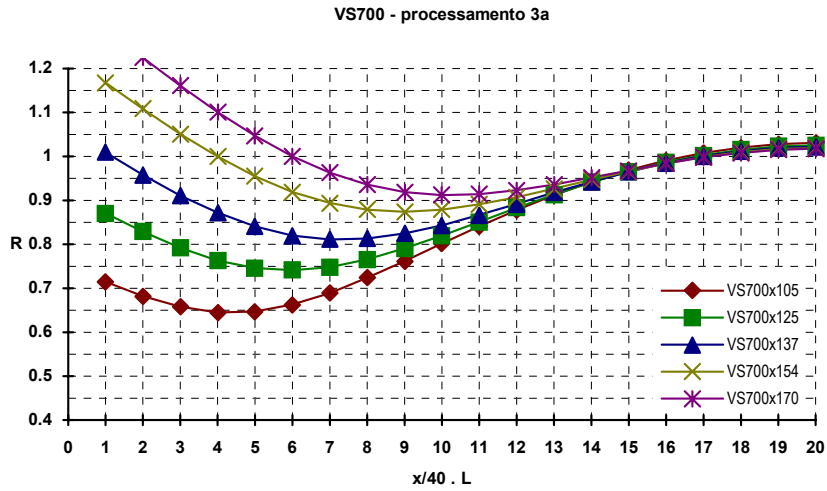


FIGURA F.40 - Processamento 3a para os perfis série VS700 (abertura retangular, $L = 20 d$)

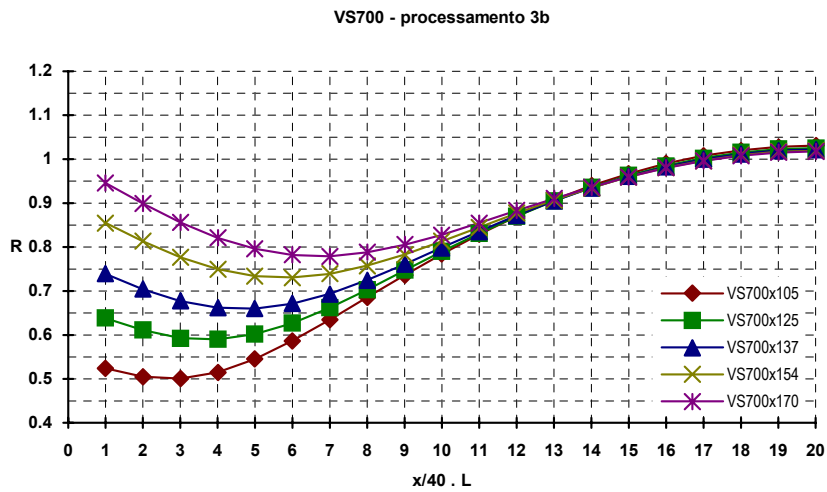


FIGURA F.41 - Processamento 3b para os perfis série VS700 (abertura quadrada, $L = 20 d$)

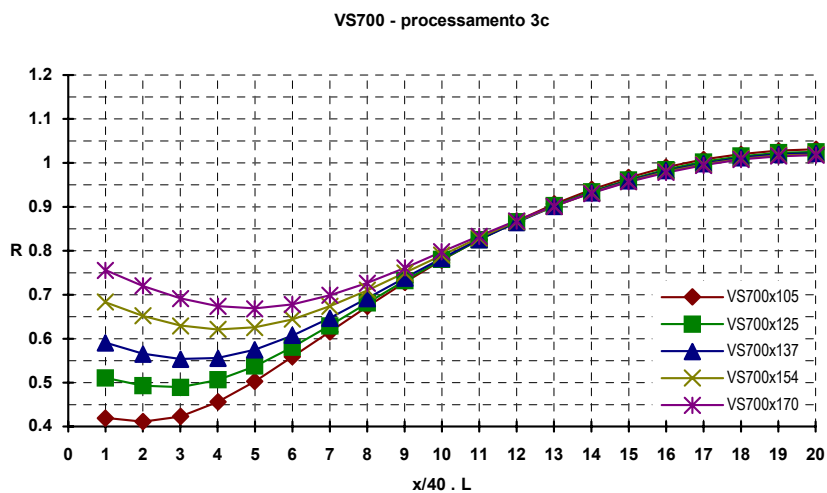


FIGURA F.42 - Processamento 3c para os perfis série VS700 (abertura circular, $L = 20 d$)

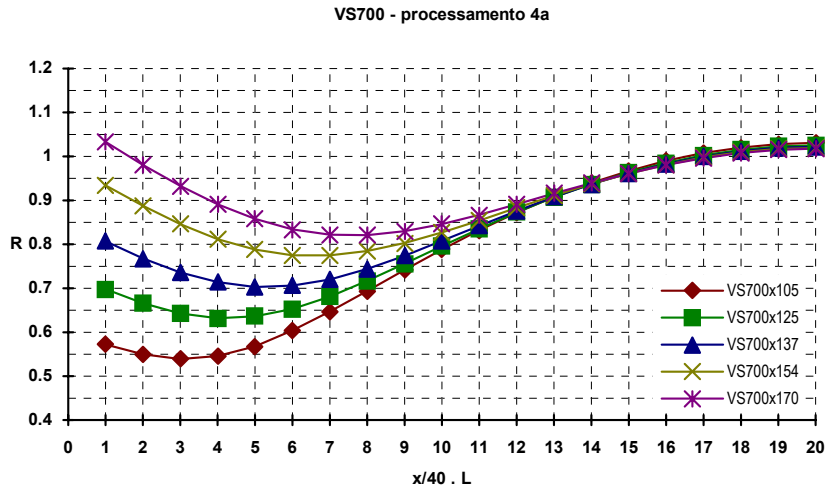


FIGURA F.43 - Processamento 4a para os perfis série VS700 (abertura retangular, $L = 25 d$)

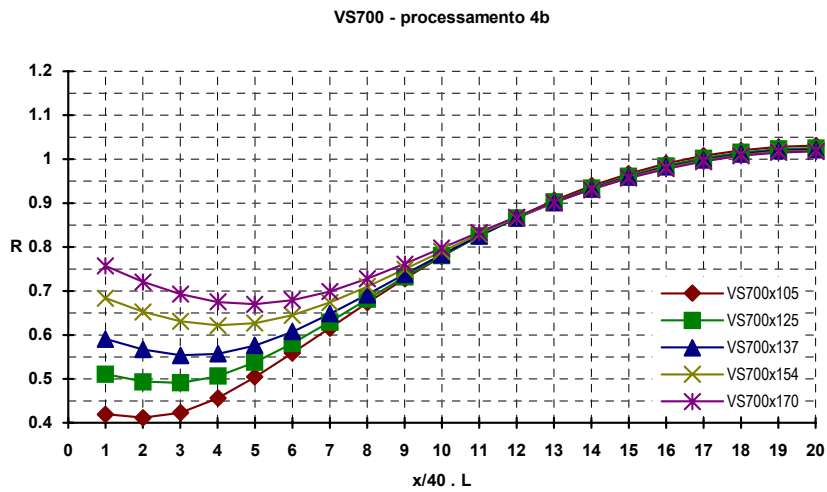


FIGURA F.44 - Processamento 4b para os perfis série VS700 (abertura quadrada, $L = 25 d$)

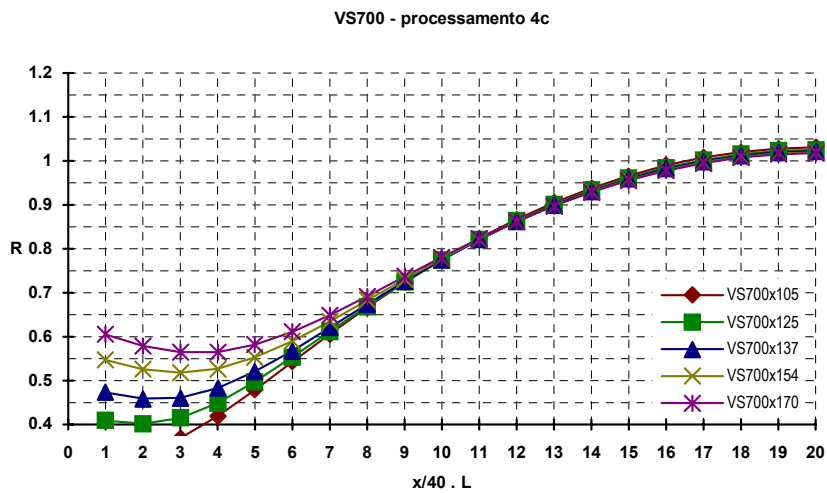


FIGURA F.45 - Processamento 4c para os perfis série VS700 (abertura circular, $L = 25 d$)

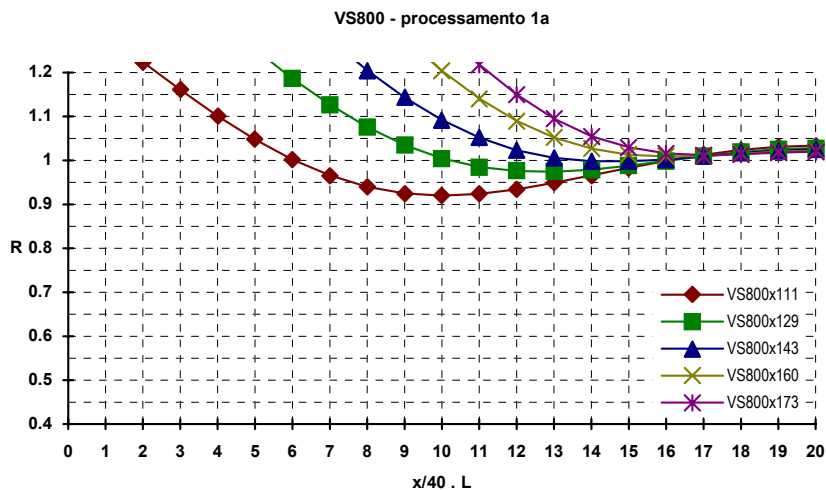


FIGURA F.46 - Processamento 1a para os perfis série VS800 (abertura retangular, $L = 10 d$)

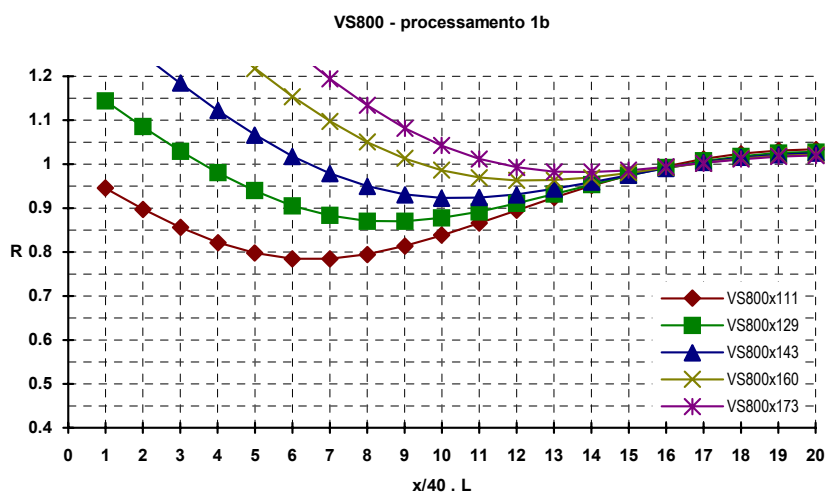


FIGURA F.47 - Processamento 1b para os perfis série VS800 (abertura quadrada, $L = 10 d$)

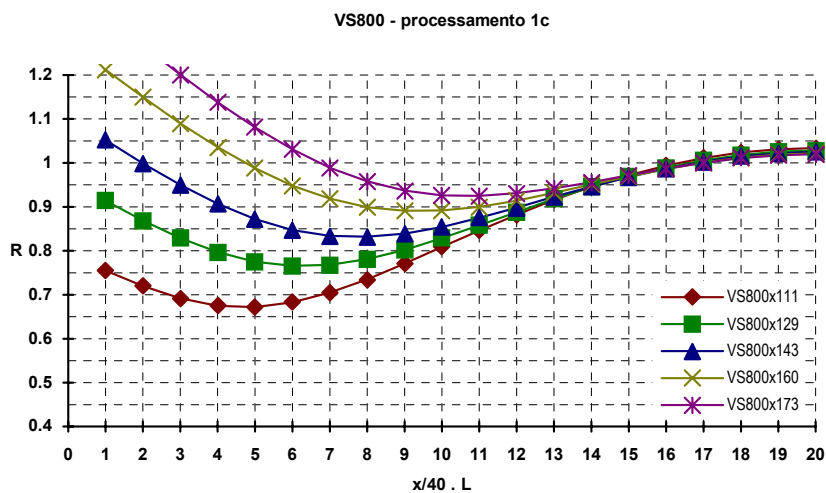


FIGURA F.48 - Processamento 1c para os perfis série VS800 (abertura circular, $L = 10 d$)

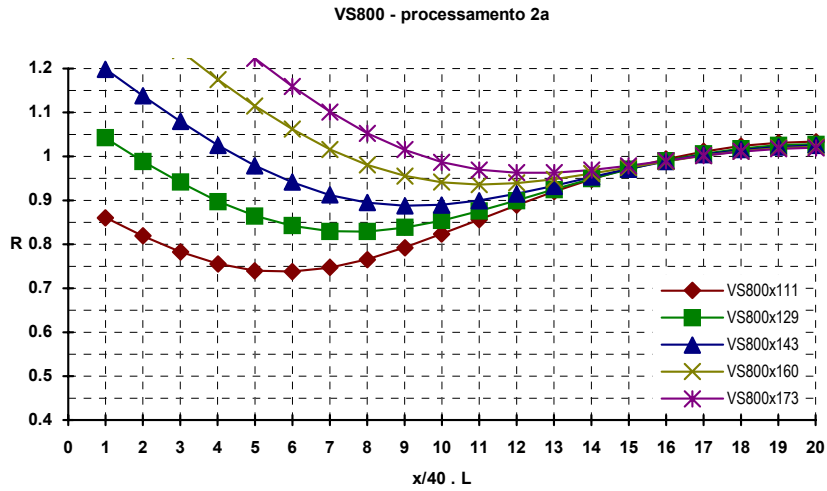


FIGURA F.49 - Processamento 2a para os perfis série VS800 (abertura retangular, $L = 15 d$)

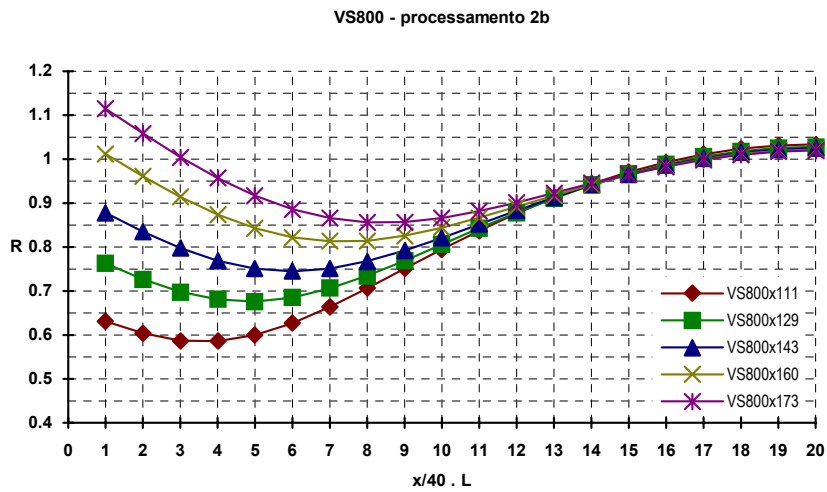


FIGURA F.50 - Processamento 2b para os perfis série VS800 (abertura quadrada, $L = 15 d$)

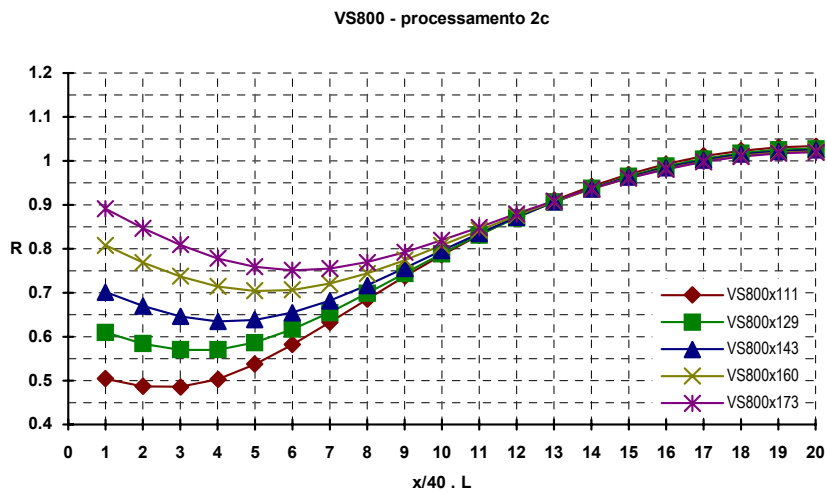


FIGURA F.51 - Processamento 2c para os perfis série VS800 (abertura circular, $L = 15 d$)

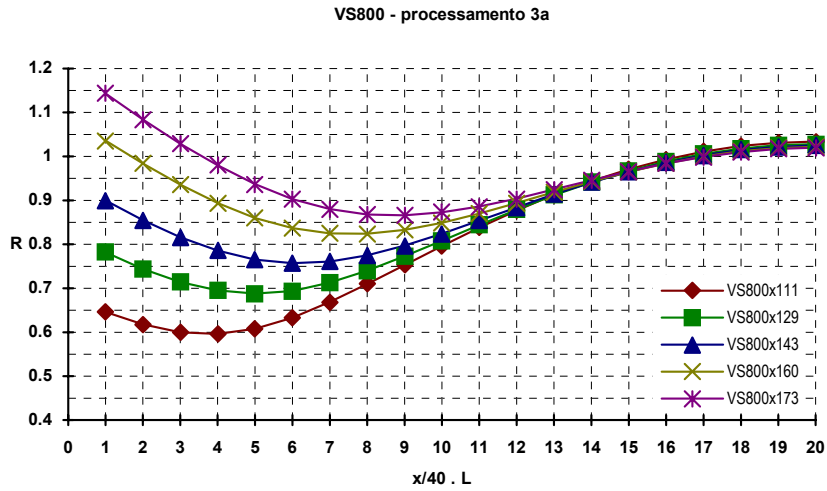


FIGURA F.52 - Processamento 3a para os perfis série VS800 (abertura retangular, $L = 20 d$)

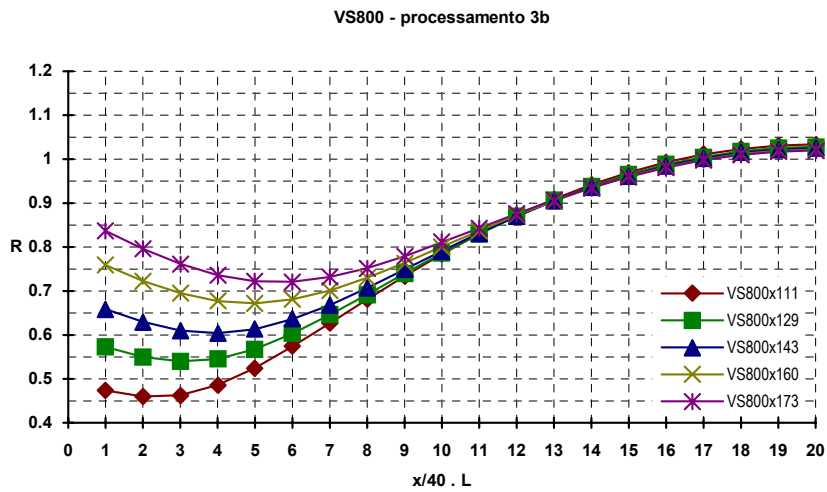


FIGURA F.53 - Processamento 3b para os perfis série VS800 (abertura quadrada, $L = 20 d$)

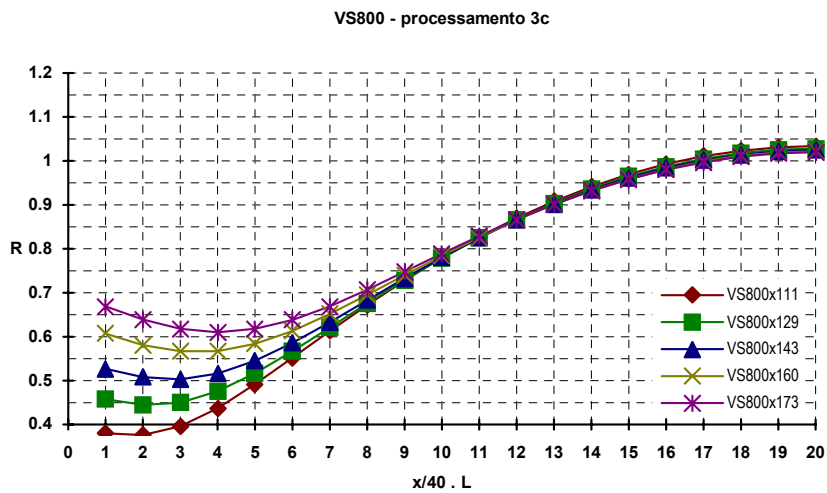


FIGURA F.54 - Processamento 3c para os perfis série VS800 (abertura circular, $L = 20 d$)

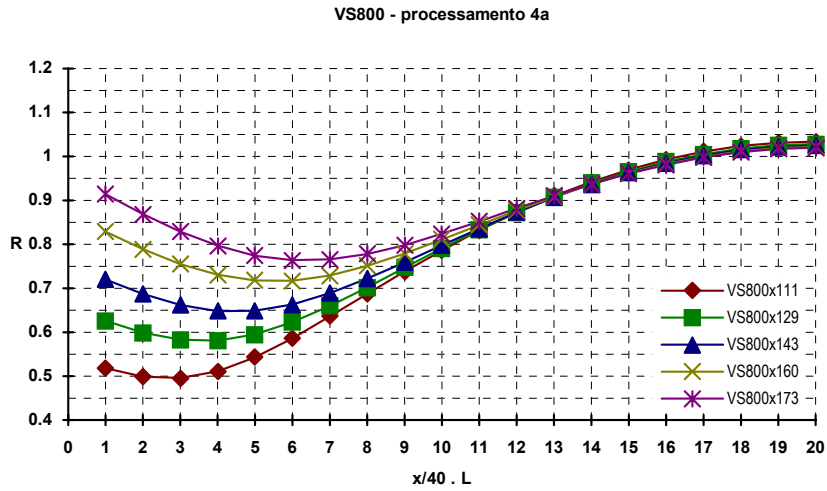


FIGURA F.55 - Processamento 4a para os perfis série VS800 (abertura retangular, $L = 25 d$)

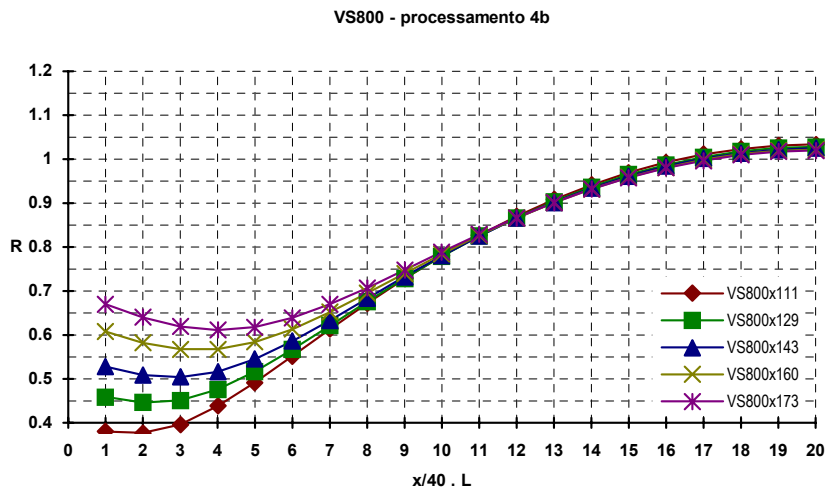


FIGURA F.56 - Processamento 4b para os perfis série VS800 (abertura quadrada, $L = 25 d$)

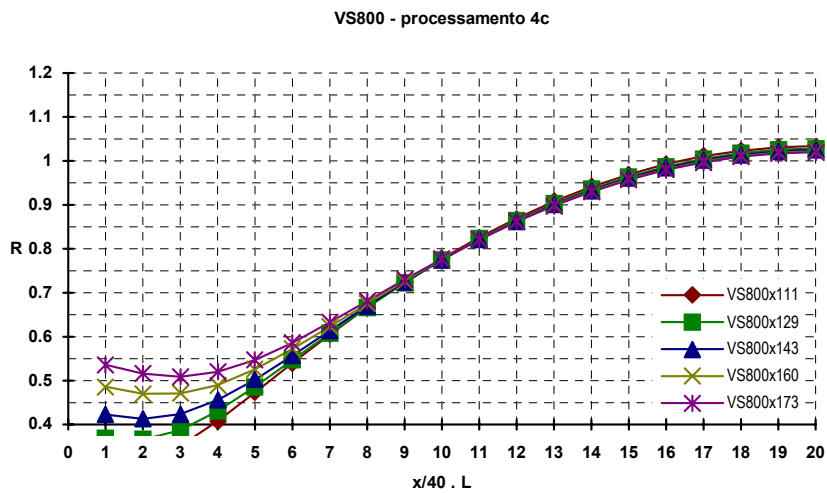


FIGURA F.57 - Processamento 4c para os perfis série VS800 (abertura circular, $L = 25 d$)

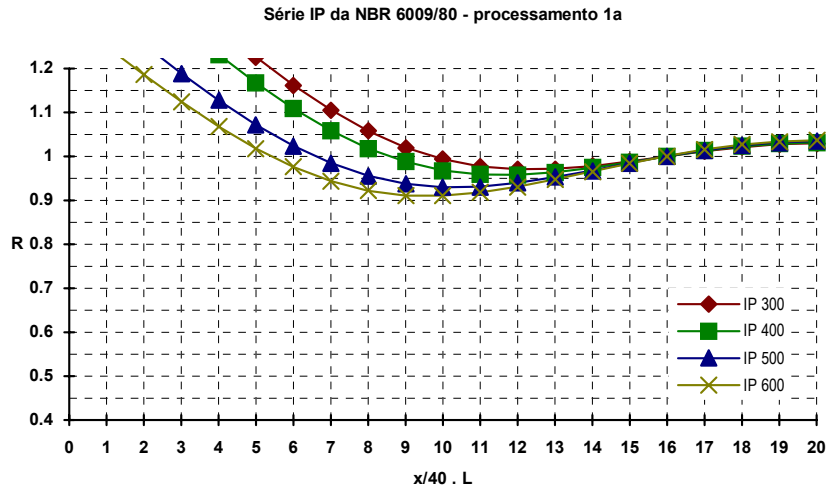


FIGURA F.58 - Processamento 1a para perfis série IP (abertura retangular, $L = 10 d$)

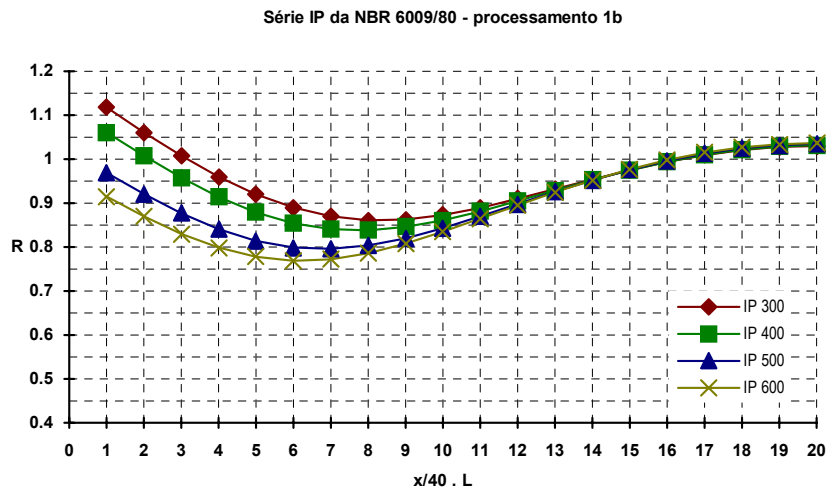


FIGURA F.59 - Processamento 1b para perfis série IP (abertura quadrada, $L = 10 d$)

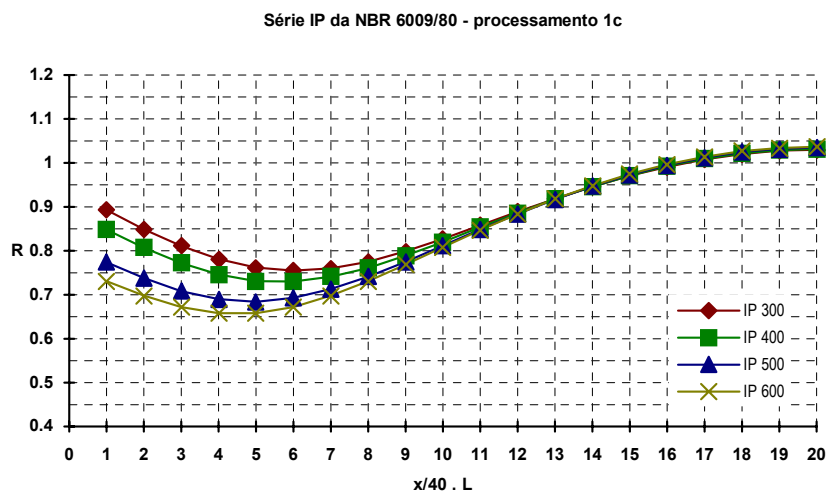


FIGURA F.60 - Processamento 1c para perfis série IP (abertura circular, $L = 10 d$)

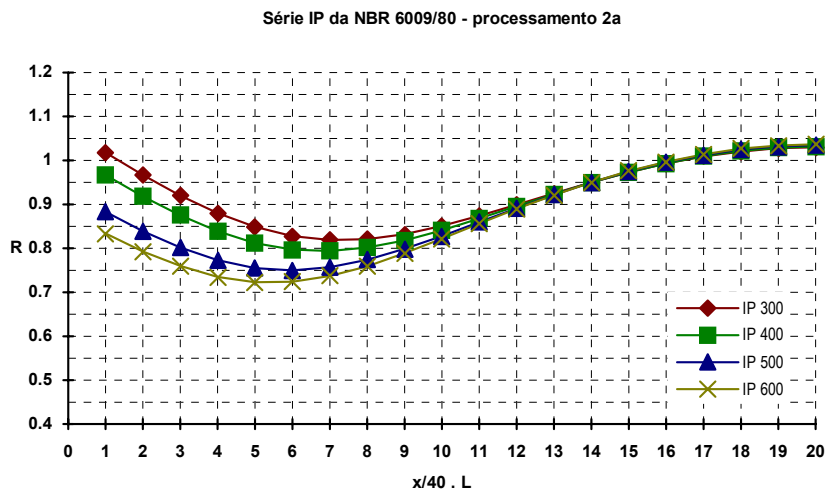


FIGURA F.61 - Processamento 2a para perfis série IP (abertura retangular, $L = 15 d$)

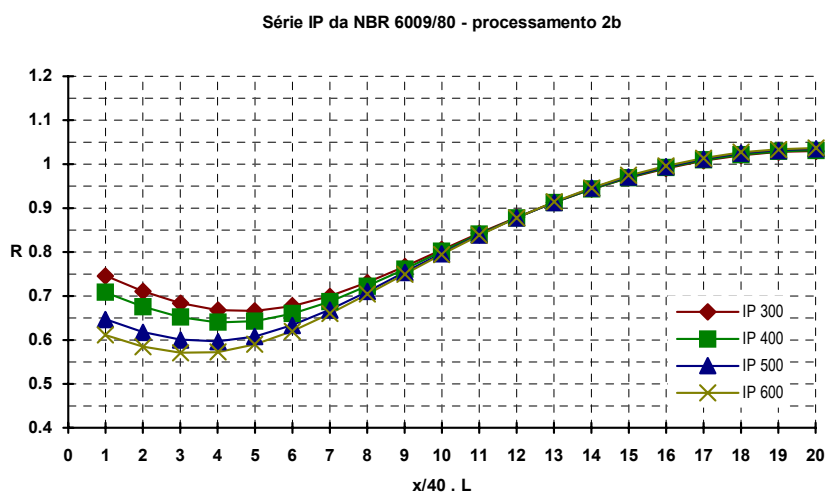


FIGURA F.62 - Processamento 2b para perfis série IP (abertura quadrada, $L = 15 d$)