

**ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE VIGAS DE  
CONCRETO ARMADO COM PLÁSTICO  
REFORÇADO POR FIBRAS**

**Sidnea Eliane Campos Ribeiro**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM  
PLÁSTICO REFORÇADO POR FIBRAS"**

Sidnea Eliane Campos Ribeiro

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Doutor em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

---

Profa. Dra. Sofia Maria Carrato Diniz  
DEES - UFMG - (Orientadora)

---

Prof. Dr. Luiz Eloy Vaz  
UFRJ

---

Prof. Dr. Américo Campos Filho  
UFRGS

---

Prof. Dr. Roque Luiz da Silva Pitangueira  
DEES - UFMG

---

Prof. Dr. Roberto Márcio da Silva  
DEES - UFMG

Belo Horizonte, 27 de março de 2009

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha mãe, Theresinha Maria Campos, a minha filha, Bruna Campos Ribeiro, a meu marido, Eugênio José Ribeiro e a memória de meu Pai, José Ferreira Campos.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela grande oportunidade de ter vivido até aqui.

A meus pais, pela minha vida.

À professora Sofia Maria Carrato Diniz, pelo apoio e orientação durante a elaboração deste trabalho.

Aos professores, colegas e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas pelo suporte dado durante o curso.

À Bruna Campos Ribeiro pelo apoio e colaboração na realização deste trabalho.

Ao Eugênio pelo incentivo e paciência.

## RESUMO

Os últimos anos têm assistido a um interesse crescente em relação a materiais de alto desempenho, tais como o concreto de alta resistência e materiais compósitos, dentre outros. Este interesse visa à obtenção de resistências mais elevadas e maior durabilidade, e conseqüentemente possíveis ganhos em relação aos custos ao longo da vida útil da estrutura. Um dos grandes problemas associados à durabilidade do concreto armado é a corrosão das armaduras de aço. Desta maneira o plástico reforçado por fibras (PRF) apresenta uma perspectiva promissora para utilização como armadura para o concreto armado.

Embora a utilização do PRF como armadura estrutural possa apresentar grandes promessas em termos de durabilidade, as características particulares deste material têm conduzido a novos desafios em relação ao projeto de componentes estruturais em concreto armado com PRF (CA-PRF). Algumas recomendações para projeto já foram desenvolvidas, tendo em comum o fato de serem baseadas em normas de projeto para vigas em concreto armado com aço (CA). No projeto de vigas de CA, a falha é ditada pelo escoamento do aço, daí resultando em uma falha dúctil. Já o projeto de vigas de CA-PRF envolve dois materiais de comportamento frágil; assim uma falha frágil é inevitável. Assim, uma mudança no paradigma anterior faz-se necessário.

Portanto, devido à crescente utilização do PRF e também às diferenças apresentadas entre os dois materiais (aço e PRF), a confiabilidade de vigas em CA-PRF deve ser avaliada. A maior parte das sugestões propostas para o projeto de vigas em CA-PRF tem sido feita a partir de um ponto de vista determinístico. Entretanto, dado que a maioria das variáveis envolvidas no projeto (propriedades mecânicas, características geométricas, cargas, etc.) é aleatória, neste trabalho métodos de confiabilidade estrutural, isto é, métodos probabilísticos são empregados para avaliação da confiabilidade de vigas em CA-PRF. Neste trabalho a simulação de Monte Carlo é utilizada na determinação da probabilidade de falha de oitenta e uma vigas em CA-PRF. O efeito de diversos parâmetros nos níveis de confiabilidade implícitos em normas técnicas é discutido.

Palavras chaves: PRF, concreto armado com PRF, compósitos.

## ABSTRACT

Recent years have seen a growing interest for high performance materials such as concrete and high strength composite materials, among others. This interest aims to obtain higher resistance and greater durability, and therefore potential gains to the costs over the life of the structure. A major problem associated with the durability of reinforced concrete is the corrosion of reinforcement steel. Thus the plastic reinforced by fiber (FRP) provides a promising prospect for use as reinforcement for reinforced concrete.

Although the use of FRP as structural reinforcement can show great promise in terms of durability, the particular characteristics of this material have led to new challenges in the design of structural components in reinforced concrete with FRP (FRP-RC). Some design recommendations have been developed; they have in common the fact of being based on existing recommendations for traditional steel reinforced concrete (RC). In the design of RC beams, failure is dictated by the yielding of steel, resulting in a ductile failure. In the case of FRP-RC beams, involving two fragile materials, a fragile failure is inevitable. Thus, a change in the RC beam design paradigm (underreinforced beams) is necessary.

Therefore, due to increased use of FRP and also the differences between the two materials (steel and FRP), the reliability of FRP-RC beams shall be evaluated. Most of the suggestions proposed for the design of FRP-RC beams is based on a deterministic point of view. However, since most of the variables involved in the project (mechanical properties, geometric characteristics, loads, etc.) is random, in this work, methods of structural reliability, i.e., probabilistic methods are used to assess the reliability of FRP-RC beams. Monte Carlo simulation is used in the computation of the probability of failure of 81 FRP-RC beams designed according to ACI-440 (2006). The effect of various parameters in the implicit reliability levels is discussed.

Keywords: FRP, FRP internal reinforcement, composite, reinforced concrete

# ÍNDICE

INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Natureza do Problema.....	1
1.2. Objetivos da Pesquisa .....	3
1.3. Organização .....	4
PLÁSTICO REFORÇADO COM FIBRAS - PRF.....	7
2.1. Histórico .....	7
2.2. Propriedades Mecânicas dos PRF's.....	10
2.2.1. Comportamento anisotrópico das barras de PRF .....	10
2.2.2. Peso específico .....	11
2.2.3. Expansão térmica .....	11
2.2.4. Comportamento do PRF na tração .....	12
2.2.5. Comportamento do PRF na compressão .....	14
2.2.6. Comportamento do PRF no cisalhamento.....	14
2.2.7. Aderência .....	14
2.2.8. Efeitos da temperatura.....	15
2.2.9. Comportamento dependente do tempo.....	16
2.2.9.1. Fadiga .....	16
2.2.9.2. Durabilidade .....	16
2.2.10. Comportamento do PRF quando exposto às intempéries.....	18
2.3. Bitolas comerciais de PRF.....	19
2.4. Propriedades Mecânicas: Resumo .....	19
PROJETO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO .....	21
3.1. Dimensionamento de Peças de Concreto Armado sob Flexão Normal Simples .....	21
3.1.1. Concreto de Resistência Normal (CRN).....	23
3.1.2. Concreto de alta resistência (CAR).....	25
3.1.3. Cargas atuantes nas estruturas.....	29
3.1.3.1. Cálculo das cargas atuantes nas estruturas segundo a NBR 8681: 2003.....	29
3.1.3.2. Cálculo das cargas atuantes nas estruturas segundo o ACI 318-08.....	32
3.1.4. NBR 6118: 2003 – Norma de projeto de estruturas de concreto.....	33
3.1.5. Recomendações técnicas internacionais para concretos de resistência normal e alta resistência .....	35
3.2. Concreto Armado com PRF.....	36
3.2.1. Recomendações de projeto de vigas em CA-PRF .....	37
3.2.1.1. ACI 440.1R-06 .....	37
3.2.1.1.1. Fator de minoração da resistência .....	41
3.2.1.1.2. Armadura mínima de PRF .....	42
3.2.1.1.3. Considerações especiais .....	42
3.2.1.2. JSCE (1997).....	43
3.2.1.3. CSA S806 .....	43
3.2.1.4. Norma Egípcia.....	43
3.2.1.5. IStructE, 1999.....	43
3.2.1.6. Clarke et. al (1996) e Euro-Projects (1997).....	44
3.3. Resumo do Capítulo .....	44
CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	46
4.1. Introdução.....	46
4.2. Níveis dos Métodos de Confiabilidade.....	47
4.3. Métodos de Análise de Confiabilidade.....	50
4.3.1. Problema Básico .....	50

4.3.2.	Margem de Segurança .....	52
4.3.3.	Fator de Segurança .....	54
4.3.4.	Formulação de Primeira Ordem e Segundo Momento .....	56
4.3.5.	Método de Confiabilidade de Primeira Ordem.....	59
4.3.6.	Simulação de Monte Carlo .....	61
4.3.6.1	Geração de Números Aleatórios.....	62
4.3.6.2	Erro Associado ao Tamanho da Amostra .....	64
4.4.	Resumo do Capítulo .....	64
<b>SIMULAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO DE VIGAS EM CA-PRF .....</b>		<b>66</b>
5.1.	Configuração Estrutural.....	67
5.2.	Estatísticas das Variáveis Básicas .....	70
5.2.1.	Variabilidade da Resistência.....	70
5.2.1.1.	Variabilidade das Dimensões da Seção Transversal.....	70
5.2.1.2.	Variabilidade da Resistência à Compressão do Concreto.....	70
5.2.1.3.	Variabilidade nas Propriedades Mecânicas do PRF .....	72
5.2.2.	Variabilidade das Cargas .....	73
5.2.3.	Estatísticas das Variáveis básicas: Resumo .....	78
5.3.	Simulação da Resistência .....	79
5.3.1.	Procedimento Determinístico .....	79
5.3.2.	Simulação de Monte Carlo .....	81
5.3.2.1.	Estatísticas do Momento Resistente .....	81
5.3.2.2.	Estatísticas da Deformação Última.....	84
5.3.2.3.	Estatísticas do Modo de Falha .....	85
<b>AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS EM CA-PRF.....</b>		<b>87</b>
6.1.	Função de Desempenho .....	87
6.2.	Simulação de Monte Carlo .....	88
6.3.	Discussão dos Resultados.....	93
6.3.1.	Influência da resistência à compressão do concreto.....	93
6.3.2.	Influência da resistência à tração do PRF .....	96
6.3.3.	Influência da taxa de armadura de PRF .....	97
6.3.4.	Influência da razão do carregamento .....	102
6.4.	Resumo do Capítulo .....	105
<b>SUMÁRIO, CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>		<b>107</b>
7.1.	Sumário.....	107
7.2.	Conclusões.....	109
7.3.	Sugestões para Estudos Futuros.....	115
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>116</b>
<b>APÊNDICE 1 – Programa SIMCAPRF .....</b>		<b>121</b>
<b>APÊNDICE 2 – ANÁLISE DE CONFIABILIDADE PARA A VIGA C50-P2-R2-SP: EXEMPLO.....</b>		<b>128</b>



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Peso específico - AÇO, VPRF, CPRF e APRF.....	11
Tabela 2.2 - Coeficiente de expansão térmica - AÇO, VPRF, CPRF e APRF .....	11
Tabela 2.3 - Propriedades mecânicas - AÇO, VPRF, CPRF e APRF.....	12
Tabela 2.4 - Resistência à tração do PRF como função do diâmetro das barras.....	13
Tabela 2.5 - Fator de redução para efeito ambiental para vários tipos de fibras e condições de exposição.....	18
Tabela 2.6 - Bitolas comerciais de PRF (ACI Committee 440, 2006).....	19
Tabela 2.7 - Resumo das propriedades mecânica do PRF (ACI Committee 440, 2003). .....	19
Tabela 3.1 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \gamma_{f3}$ - (NBR 6118: 2003).....	31
Tabela 3.2 - Coeficiente $\gamma_{f2}$ - (NBR 6118: 2003). .....	31
Tabela 3.3 - Fatores parciais de segurança propostos para PRF para estruturas de concreto dado por Clarke et al. (1996).....	44
Tabela 5.1 - Características geométricas e propriedades mecânicas dos materiais.....	69
Tabela 5.2 - Estatísticas do carregamento (Galambos et. al., 1982). .....	73
Tabela 5.3 - Momento resistente, $M_d$ , média da sobrecarga, $\mu_{SC}$ , e.....	77
Tabela 5.4 - Estatísticas das variáveis básicas. ....	78
Tabela 5.5 - Estatísticas do momento resistente obtido via simulação de Monte Carlo, .....	83
Tabela 5.6 - Estatísticas da deformação última, $\varepsilon_{ult}$ , obtidas via simulação de Monte Carlo.....	86
Tabela 6.1 - Momento resistente, $M_R$ (média e desvio padrão), momento atuante, $M_A$ , (média e desvio padrão), probabilidades de falha e índices de confiabilidade (R5). .....	90
Tabela 6.2 - Momento resistente, $M_R$ (média e desvio padrão), momento atuante, $M_A$ , (média e desvio padrão), probabilidades de falha e índices de confiabilidade (R1). .....	91
Tabela 6.3 - Momento resistente, $M_R$ (média e desvio padrão), momento atuante, $M_A$ , (média e desvio padrão), probabilidades de falha e índices de confiabilidade (R2). .....	92

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Representação esquemática de um compósito (Machado, 2002).	2
Figura 2.1 - Gráfico comparativo de soluções estruturais utilizadas em projetos de estruturas de pontes no período de 1998 a 2001 pelo The Innovative Bridge Research & Construction Program (IBRC, 2005).	9
Figura 2.2 - Distribuição por aplicação de PRF (IBRC, 2005).	10
Figura 2.3 - Diagramas tensão - deformação (aço, VPRF, APRF e CPRF).	13
Figura 3.1 - Diagramas tensão - deformação idealizado (NBR 6118: 2003).	23
Figura 3.2 - Diagrama tensão-deformação para concreto de diferentes resistências	26
Figura 3.3 - Deformação última como função da resistência à compressão do concreto (ACI 363, 1984).	28
Figura 3.4 - Domínios de estado limite último de uma seção transversal (ABNT, 2003).	34
Figura 3.5 - Distribuição de tensões em uma seção sujeita a flexão.	36
Figura 4.1 - Funções densidade de probabilidade $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ .	51
Figura 4.2 - Função densidade de probabilidade da margem de segurança.	53
Figura 4.3- Função densidade de probabilidade do fator de segurança.	55
Figura 4.4- Estado seguro e estado de falha no espaço das variáveis reduzidas.	58
Figura 5. 1 – Diagrama <i>Momento x Deformação</i> .	80
Figura 5. 2 – Momento resistente obtido via simulação de Monte Carlo, $M_{R-SMC}$ e momento resistente nominal, $M_n$ .	84
Figura 6.1 – Probabilidade de falha das vigas a) Subarmada (SB) b) Transição (TR) e c) Superarmada(SP).	94
Figura 6.2 – Índice de confiabilidade das vigas a) Subarmada (SB) b) Transição (TR) e c) Superarmada(SP).	94
Figura 6.3 – Probabilidade de falha das vigas a) C30 b) C50 e c) C70.	98
Figura 6.4 – Índice de confiabilidade das vigas a) C30 b) C50 e c) C70.	99
Figura 6.5 – Probabilidade de falha das vigas a) C30 b) C50 e c) C70.	100
Figura 6.6 – Índice de confiabilidade das vigas a) C30 b) C50 e c) C70.	101
Figura 6.7 – Probabilidade de falha das vigas a) P1 b) P2 e c) P3.	103
Figura 6.8 – Índice de confiabilidade das vigas	104
Figura A2.1 - Histograma da altura da viga C50-P2-R2-SP.	128
Figura A2.2 - Histograma da largura da viga C50-P2-R2-SP.	129
Figura A2.3 - Histograma do cobrimento da viga C50-P2-R2-SP.	129
Figura A2.4 - Histograma da resistência à compressão, $f_c = 50$ MPa.	130
Figura A2.5 - Histograma da resistência do PRF da viga C50-P2-R2-SP, $f_{tu}^* = 850$ MPa.	131
Figura A2.6 - Histograma do módulo de elasticidade do VPRF.	131
Figura A2.7 - Curva momento – deformação.	132
Figura A2.8 - Histograma do momento resistente da viga C50-P2-R2-SP.	133
Figura A2-9 - Histograma da sobrecarga atuante na viga C50-P2-R2-SP.	135
Figura A2-10 - Histograma da carga permanente atuante na viga C50-P2-R2-SP.	135
Figura A2-11 - Histograma do momento atuante sobre a viga C50-P2-R2-SP.	136
Figura A2-12 - Histograma do momento resistente e do momento atuante na viga C50-P2-R2-SP.	137

## NOTAÇÕES

$A_f$	Área total das seções transversais das barras de PRF;
$A_{f,min}$	Área mínima das seções transversais das barras de PRF;
$AAR$	Aço de alta resistência;
$APRF$	Plástico reforçado por fibras de aramida;
$b$	Largura da seção transversal;
$c$	Profundidade da linha neutra no bloco de tensões;
$C30$	Nomenclatura utilizada para o concreto com $f_{ck}$ de 30 MPa;
$C50$	Nomenclatura utilizada para o concreto com $f_{ck}$ de 50 MPa;
$C70$	Nomenclatura utilizada para o concreto com $f_{ck}$ de 70 MPa;
$CA$	Concreto armado com aço;
$CA-PRF$	Concreto armado com plástico reforçado por fibras;
$CAR$	Concreto de alta resistência;
$c_f$	Custo;
$CP$	Carga Permanente;
$CPRF$	Plástico reforçado por fibras de carbono;
$cs$	Coefficiente de segurança;
$d$	Distância da fibra comprimida mais extrema até o centróide da armadura de tração;
$E_c$	Módulo de elasticidade do concreto;
$E_{ci}$	Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto;
$E_{cs}$	Módulo de elasticidade secante para concreto;
$E_{ct}'$	Módulo de elasticidade secante na tensão $f'_c$ , é dado por $E_{ct}' = \frac{f'_c}{\varepsilon_0}$ ;
$E_f$	Módulo de elasticidade do PRF;
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço;
$f_{cd}$	Resistência de cálculo do concreto;
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto, segundo NBR;
$f'_c$	Resistência característica à compressão do concreto, segundo ACI;
$f_{cm}$	Resistência média à compressão do concreto, segundo NBR;
$f_f$	Tensão atuante;
$f_{fu}^*$	Resistência característica à tração do PRF;
$f_{fu}$	Resistência reduzida característica à tração do PRF;
$f_{yd}$	Resistência de cálculo do aço;
$F_X(x)$	Função de distribuição acumulada de $X$ ;
$f_X(x)$	Função densidade de probabilidade de $X$ ;
$f_{X,Y(x,y)}$	Função densidade de probabilidade conjunta de $X$ e $Y$ ;
$h$	Altura da seção transversal;
$k$	Fator para controlar a inclinação dos trechos ascendentes e descendentes da curva tensão - deformação;
$M_A$	Momento atuante;
$M_{CP}$	Momento fletor resultante da carga permanente atuante;
$M_n$	Momento fletor nominal resistente;
$M_R$	Momento resistente;

$M_{SC}$	Momento fletor resultante da sobrecarga atuante;
$M_u$	Momento fletor, resultado do carregamento atuante majorado;
$n$	Fator de ajuste da curva tensão-deformação para concreto de alta resistência é dado por $n = \frac{E_{ci}}{(E_{ci} - E_{ct}')} ;$
$P1$	Nomenclatura para o PRF com resistência à tração de 425 MPa;
$P2$	Nomenclatura para o PRF com resistência à tração de 850 MPa;
$P3$	Nomenclatura para o PRF com resistência à tração de 1275 MPa;
$P_F$	Probabilidade de falha;
$P_{Fadm}$	Probabilidade de falha admissível;
$PRF$	Plástico reforçado por fibras;
$Q_{in}$	Cargas nominais;
$R5$	Nomenclatura para a razão $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ de 0,5;
$R1$	Nomenclatura para a razão $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ de 1,0;
$R2$	Nomenclatura para a razão $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ de 2,0;
$R_d$	Resistência de cálculo;
$R_n$	Resistência nominal;
$s$	Desvio padrão;
$SC$	Sobrecarga;
$S_d$	Solicitação ou carga de cálculo;
$S_k$	Valor característico da solicitação ou da carga;
$S_n$	Valor nominal da solicitação ou da carga;
$T_g$	Temperatura de transição vítrea;
$V$	Coefficiente de variação;
$VPRF$	Plástico reforçado por fibras de vidro;
$x$	Profundidade da linha neutra;
$X'$	Variável reduzida de $X$ ;
$Y'$	Variável reduzida de $Y$ ;
$\alpha_1$	Fator de relação da tensão média no concreto para a resistência do concreto;
$\alpha_L$	Coefficiente de expansão térmica na direção longitudinal;
$\alpha_T$	Coefficiente de expansão térmica na direção transversal;
$\beta$	Índice de confiabilidade;
$\beta_{SMC}$	Índice de confiabilidade obtida via simulação de Monte Carlo;
$\beta_{adm}$	Índice de confiabilidade admissível;
$\beta_1$	Razão da profundidade do bloco de tensão retangular equivalente à profundidade do eixo neutro;
$\gamma$	Coefficiente de majoração das cargas;
$\gamma_c$	Coefficiente de minoração do concreto;
$\gamma_f$	Coefficientes de ponderação das cargas;
$\gamma_{f1}$	Coefficiente de ponderação que considera a variabilidade das ações;
$\gamma_{f2}$	Coefficiente de ponderação que considera a simultaneidade de atuação das ações;
$\gamma_{f3}$	Coefficiente de ponderação que considera os desvios gerados nas construções, não explicitamente considerados, e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações;

$\gamma_{PRF}$	Fator parcial de segurança do PRF;
$\gamma_M$	Coefficiente de minoração da resistência;
$\delta$	Covariância;
$\varepsilon$	Deformação específica;
$\varepsilon_0$	Deformação na máxima tensão;
$\varepsilon_{cu}$	Deformação máxima alcançada;
$\varepsilon_{util}$	Deformação última admissível no concreto (NBR 6118);
$\varepsilon_y$	Deformação do aço correspondente à tensão de escoamento;
$\varepsilon_{yd}$	Deformação de cálculo do aço correspondente à tensão de escoamento;
$\mu$	Média;
$\mu_{CP}$	Valor médio da carga permanente;
$\mu_{ffu}$	Resistência média à tração do PRF;
$\mu_{R-SMC}$	Momento resistente médio obtido via simulação de Monte Carlo;
$\mu_{R-ACI}$	Momento resistente médio obtido via recomendações do ACI 440.1R-06;
$\mu_{sc}$	Valor médio da sobrecarga;
$\rho_f$	Taxa de armadura longitudinal em PRF;
$\rho_b$	Taxa de armadura de PRF balanceada;
$\sigma$	Tensão;
$\sigma_{adm}$	Tensão admissível;
$\sigma_{lim}$	Tensão limite;
$\sigma_Q$	Desvio padrão das cargas;
$\Psi_0$	Coefficiente de ponderação associado à ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis de naturezas diferentes;
$\Psi_1$	Coefficiente de ponderação associado à ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis de naturezas diferentes para combinações freqüentes;
$\Psi_2$	Coefficiente de ponderação associado à ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis de naturezas diferentes para combinações quase permanentes;
$\phi$	Fator de minoração da resistência.

# 1.

## INTRODUÇÃO

### 1.1. Natureza do Problema

Os últimos vinte e cinco anos têm assistido a um interesse crescente em relação a materiais de alto desempenho, tais como o concreto de alta resistência, aço de alta resistência e materiais compósitos, dentre outros. Este interesse, inicialmente, estava concentrado na obtenção de resistências mais elevadas, e daí possíveis ganhos em relação a custos iniciais. Porém, é sabido que a durabilidade de um material e/ ou de uma estrutura é fator crucial na determinação do custo total de uma estrutura ao longo de sua vida útil, assim a durabilidade vem ganhando destaque nas pesquisas relativas ao concreto armado.

Um dos grandes problemas associados à durabilidade do concreto armado é a corrosão das armaduras de aço, quando expostas a ambientes marinhos ou a sais descongelantes como nos países de clima frio. Desta maneira, várias alternativas vem sendo investigadas, tais como o cobrimento das barras de aço com resina epóxi e também a utilização de outros materiais para armadura. Dentre os novos materiais que apresentam uma perspectiva promissora para utilização como armadura para o concreto armado está o plástico reforçado por fibras (PRF). Este fato é facilmente compreensível na medida em que o PRF não apresenta os problemas de durabilidade associados à corrosão das armaduras de aço, não é magnético e nem condutor elétrico.

O PRF é um material compósito constituído por (1) fibras utilizadas como reforço (usualmente fibras de vidro - VPRF, aramida - APRF ou carbono - CPRF) e (2) matriz constituída por polímero. A figura 1.1 mostra uma representação esquemática deste

compósito. As fibras, dispostas unidirecionalmente dentro das matrizes poliméricas, absorvem as tensões de tração decorrentes dos esforços atuantes. A matriz polimérica, à qual cabe a função de manter as fibras coesas, deve também propiciar a transferência das tensões de cisalhamento entre os dois elementos estruturais, o concreto e a fibra. A grande variedade de resinas e fibras propicia a utilização adequada a cada tipo de aplicação. É possível, para cada aplicação, selecionar a resina com propriedades adequadas ao meio ambiente, à resistência à corrosão, ao fogo e à variação de temperatura. (Machado, 2002)

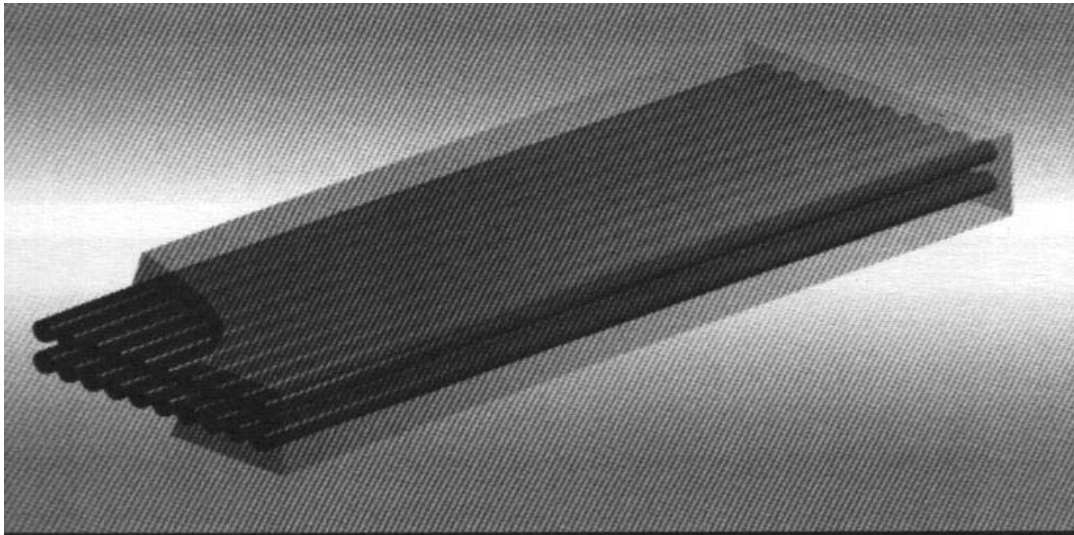


Figura 1.1 - Representação esquemática de um compósito (Machado, 2002).

Devido às características particulares deste material o PRF tem encontrado aplicação na construção civil basicamente como: 1) reforço de estruturas existentes, e 2) armadura interna. A experiência nacional tem se concentrado basicamente na utilização do PRF como reforço de estruturas existentes (Machado, 2002).

Embora a utilização do PRF como armadura estrutural possa apresentar grandes promessas em termos de durabilidade, as características particulares deste material têm conduzido a novos desafios em relação ao projeto de componentes estruturais em concreto armado com PRF (CA-PRF). As pesquisas na área de CA-PRF são relativamente recentes, entretanto uma primeira geração de recomendações para projeto já foi desenvolvida, tendo em

comum o fato de serem baseadas em normas de projeto para vigas em concreto armado com aço (CA). No projeto de vigas de CA, o paradigma a ser seguido é o dimensionamento destes componentes de tal maneira que resulte em vigas sub-armadas. Neste caso, a falha é ditada pelo escoamento do aço, daí resultando em uma falha dúctil. Já o projeto de vigas de CA-PRF envolve dois materiais de comportamento frágil; assim uma falha frágil é inevitável. Conseqüentemente, uma mudança no paradigma anterior faz-se necessário, sendo que no projeto de vigas em CA-PRF a falha do concreto é considerada mais desejável que a falha do PRF (Nanni, 1993).

Portanto, devido à crescente utilização do PRF e também às diferenças apresentadas entre os dois materiais (aço e PRF), a confiabilidade de vigas em CA-PRF deve ser avaliada. A maior parte das sugestões propostas para o projeto de vigas em CA-PRF tem sido feita a partir de um ponto de vista determinístico. Entretanto, dado que a maioria das variáveis envolvidas no projeto (propriedades mecânicas, características geométricas, cargas, etc.) são aleatórias, neste trabalho métodos de confiabilidade estrutural, isto é, métodos probabilísticos serão empregados para avaliação da confiabilidade de vigas em CA-PRF. Deve-se observar que as pesquisas nacionais relativas à avaliação da confiabilidade de estruturas em concreto armado que utilizam o PRF têm se concentrado nos casos de reforço estrutural, veja-se como exemplo os trabalhos de Paliga (2008) e Lopes (2007). Já quanto às estruturas em CA-PRF a avaliação da confiabilidade de vigas para o estado limite último de flexão, objeto deste trabalho, as pesquisas nacionais são inexistentes.

## **1.2. Objetivos da Pesquisa**

Pelo exposto, os principais objetivos da pesquisa desenvolvida neste trabalho são:

- Estudar os critérios para projeto de vigas em concreto armado e também em concreto armado com PRF;
- Modelar computacionalmente a capacidade resistente de vigas em CA-PRF sujeitas à flexão;
- Estudar os métodos de análise de confiabilidade estrutural;



- Selecionar o método de análise para a avaliação da confiabilidade de vigas em CA-PRF;
- Implementar procedimento computacional para avaliação da confiabilidade de vigas em CA-PRF;
- Avaliar a confiabilidade de vigas em CA-PRF projetadas segundo recomendações da ACI 440 (2006);
- Avaliar a influência de diversos fatores, tais como, a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração do PRF, a taxa de armadura longitudinal e a razão do carregamento na confiabilidade de vigas em CA-PRF;
- Identificar valores adequados para o índice de confiabilidade a ser adotado na calibração de fatores parciais de segurança no projeto de vigas em CA-PRF.

### **1.3. Organização**

Este estudo está dividido em 7 capítulos e dois anexos. No capítulo 1 são apresentados o significado da pesquisa, seus principais objetivos e uma breve descrição dos capítulos subsequentes.

O capítulo 2 apresenta as principais características dos PRF's e um histórico do desenvolvimento e utilização destes materiais em uma diversificada gama de aplicações incluindo a indústria da construção civil. Este capítulo também discute as principais características e propriedades mecânicas das barras de PRF de interesse no projeto de vigas em CA-PRF.

O capítulo 3 sumariza informações relevantes ao projeto de vigas de concreto armado. Nele são apresentados procedimentos para o dimensionamento de peças de concreto armado tradicional usando o método dos estados limites, com destaque para a NBR 6118 (2003) e ACI-318 (2008). Neste capítulo também são discutidas as ações atuantes nas vigas: classificação, valores de cálculo, tipos de carregamento e critérios de combinação. Recomendações para projeto de vigas em CA-PRF são apresentadas, em especial a ACI 440.1R-06 (2006).

No capítulo 4 é apresentada uma introdução à Confiabilidade Estrutural. O capítulo começa com uma discussão dos níveis dos métodos de confiabilidade e sua relação com critérios para projeto atuais e também perspectivas futuras. Na seqüência é apresentado o problema básico da confiabilidade (confiabilidade de componente estrutural), o método de primeira ordem e segundo momento (*FOSM – First Order Second Moment*), o método de confiabilidade de primeira ordem (*FORM – First Order Reliability Method*) e a Simulação de Monte Carlo. Este capítulo não pretende ser exaustivo, mas sim apresentar as principais características dos diversos métodos de maneira a fornecer subsídios para a escolha daquele que melhor se aplica ao problema em questão.

O capítulo 5 descreve a simulação da resistência à flexão de vigas em CA-PRF. Inicialmente a configuração estrutural das diversas vigas analisadas é descrita. Este capítulo também sumariza as estatísticas das variáveis básicas relativas à resistência da viga (dimensões da seção transversal, cobrimento, resistência à compressão do concreto, resistência à tração do PRF e módulo de elasticidade do PRF) e aquelas relativas às cargas atuantes (permanentes e sobrecargas). Na seqüência é apresentado o procedimento determinístico para o cálculo do momento resistente das vigas em CA-PRF. Este capítulo conclui com a simulação de Monte Carlo do momento resistente (e de outras grandezas de interesse) e discussão dos resultados obtidos.

No capítulo 6 é avaliada a confiabilidade de 81 (oitenta e uma) vigas em CA-PRF para o estado limite último de flexão simples. Este capítulo começa com a formulação da função de desempenho e apresentação dos procedimentos de cálculo. Os diversos resultados obtidos para a probabilidade de falha (e/ou índice de confiabilidade) são apresentados em gráficos e tabelas para a visualização e discussão dos efeitos de diversos parâmetros (resistência à compressão do concreto, resistência à tração do PRF, taxa de armadura longitudinal do PRF e razão carga permanente/sobrecarga) sobre os níveis de confiabilidade obtidos.

No capítulo 7 são apresentados o sumário e as conclusões acerca do trabalho realizado, e também sugestões para estudos futuros.

No apêndice 1 é apresentado o programa SIMCAPRF para a análise de confiabilidade de vigas em CA-PRF para o estado limite último de flexão. Este programa, desenvolvido a partir do software Matlab, versão 7.0.1 (e ferramentas do *Statistics toolbox*) utiliza a simulação de Monte Carlo para o cálculo da probabilidade de falha. No apêndice 2 é desenvolvido um exemplo completo da análise de confiabilidade para uma das vigas estudadas nesta pesquisa.

# 2.

## **PLÁSTICO REFORÇADO COM FIBRAS - PRF**

O desenvolvimento dos PRF's possibilitou a utilização destes materiais em uma diversificada gama de aplicações industriais. Por diversos anos esses materiais têm sido empregados nas indústrias aeroespaciais e de defesa, na construção naval, na indústria automotiva, na indústria química, nas pistas de aeroportos, nos laboratórios eletrônicos e até mesmo na indústria de equipamentos esportivos (Machado, 2002).

O alto custo inicial de produção desses materiais, aliado a poucas pesquisas e informações técnicas inadequadas, limitou e inibiu, por longo tempo, a utilização dos PRF's na indústria da construção civil. Contudo, o barateamento das matérias-primas e dos custos industriais de manufatura acabou tornando esses materiais mais competitivos relativamente àqueles tradicionalmente utilizados para a recuperação de estruturas e também para a armadura das vigas de concreto. Essa viabilização econômica, por sua vez, serviu como incentivo para a realização de uma grande variedade de pesquisas e de testes visando à utilização dos PRF's na indústria da construção civil. Essas atividades, finalmente, permitiram a formação de um conhecimento básico, como os relatados no ACI 440 (2006). Estas atividades possibilitaram, ainda, o estabelecimento de uma avaliação teórica específica para o projeto e o detalhamento das armaduras em PRF nas estruturas de concreto armado.

### **2.1. Histórico**

Segundo Machado (2002) um dos maiores impulsos para o desenvolvimento das técnicas para a utilização dos materiais compósitos na construção civil adveio da decisão do governo japonês de desenvolver processos destinados não somente a recuperar

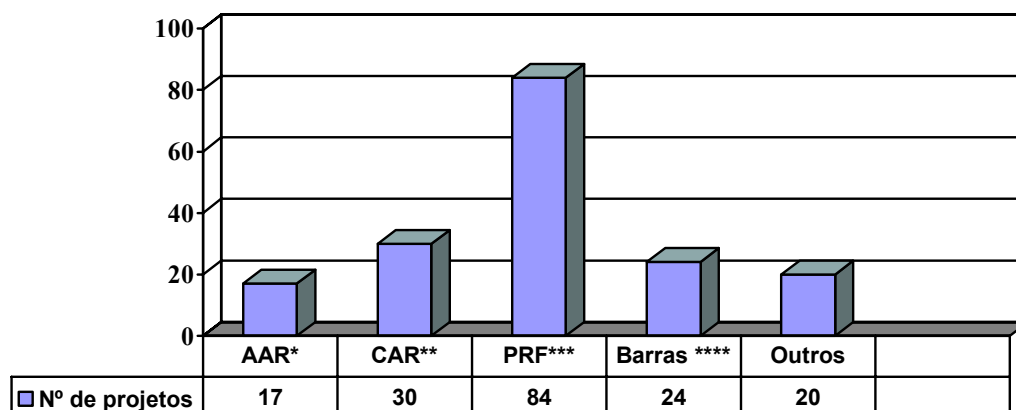
rapidamente estruturas danificadas, como também prevenir, através de reforço estrutural, as seqüelas resultantes de abalos sísmicos. O governo japonês visava com isso garantir que importantes estruturas do sistema viário permanecessem utilizáveis em situações de emergência, como também, caso fossem ainda assim danificadas, pudessem ser recuperadas rapidamente. Do Japão essas técnicas ganharam a Europa e os Estados Unidos, e hoje, os sistemas compósitos PRF têm tido a sua aplicação disseminada por todos os continentes.

A expansão dos sistemas rodoviários nos anos cinquenta nos Estados Unidos e a necessidade de utilização destes sistemas durante todo o ano fez com que se tornasse comum aplicar sais descongelantes em rodovias e pontes durante o inverno. Como resultado, as armaduras das estruturas das pontes experimentaram corrosão extensa e assim este problema se tornou uma fonte de preocupação. Várias soluções foram investigadas, mas, naquela época, as barras de PRF não foram consideradas uma solução viável ou comercialmente disponível. Em 1983, o Departamento de Transportes dos Estados Unidos (USDOT) começou a usar a tecnologia dos compósitos para projetos e construção de pontes, devido à maior durabilidade que este material tem em comparação a armadura de aço (Plecnik e Ahmad, 1988).

O uso da armadura de PRF na Europa começou na Alemanha, com a construção de uma ponte rodoviária em concreto protendido com PRF em 1986 (Meier, 1992). Desde a construção de tal ponte, foram implementados programas para aumentar a pesquisa e o uso de armadura de PRF na Europa. O “European BRITE/EURAM Project, Fiber Composite Elements and Techniques as Nonmetallic Reinforcement” conduziu testes e análises destes materiais no período de 1991 a 1996 (Taerwe, 1997). Mais recentemente, o programa EUROCRETE começou também a realizar pesquisas e testes.

O número crescente de projetos de pesquisa e também da utilização dos compósitos em projetos são indicadores dos possíveis ganhos que esta nova tecnologia possa gerar. O interesse pela incorporação de PRF como armadura tem crescido muito nos últimos anos. A figura 2.1 apresenta um gráfico comparativo de projetos estruturais de pontes realizados pelo Innovative Bridge Research & Construction Program (IBRC), nos EUA, entre os anos

de 1998 a 2001 (IBRC, 2005). Como pode ser verificado nesta figura, dos 175 projetos de pontes realizados pelo IBRC entre os anos de 1998 a 2001, 84 foram projetados utilizando-se o PRF, o que demonstra a grande utilização deste material em relação a outros materiais, incluindo materiais de alta resistência como aço de alta resistência (17 projetos) e concreto de alta resistência (30 projetos).



\* AAR – Aço de alta resistência;

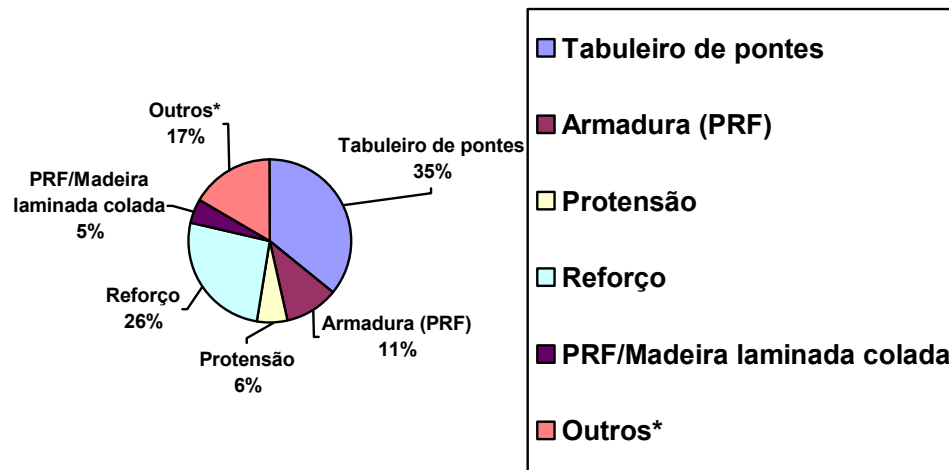
\*\* CAR – Concreto de alta resistência;

\*\*\* PRF – Plástico reforçado por fibras;

\*\*\*\* Barras – Barras de armadura de aço;

Figura 2.1 - Gráfico comparativo de soluções estruturais utilizadas em projetos de estruturas de pontes no período de 1998 a 2001 pelo The Innovative Bridge Research & Construction Program (IBRC, 2005).

A distribuição por aplicações dos 84 projetos desenvolvidos pelo IBRC com PRF é mostrada na figura 2.2 (IBRC, 2005). Como pode ser verificado nesta figura, dos 84 projetos executados com PRF, 35 % foram de projetos de tabuleiro de pontes, 26 % para reforço de estruturas e 11 % como armadura. Tais números demonstram a grande atenção que a utilização do PRF como armadura vem recebendo no meio técnico e, em especial, o seu potencial inovador.



\*Outros incluem superestruturas de vigas e pilares.

Figura 2.2 - Distribuição por aplicação de PRF (IBRC, 2005).

## 2.2. Propriedades Mecânicas dos PRF's

As propriedades mecânicas dos PRF's podem variar significativamente de um produto para outro, dependendo da natureza das fibras, da natureza das resinas, das características geométricas, do processo de fabricação deste material e do controle de qualidade durante a fabricação. As barras de PRF podem ser fabricadas usando uma grande variedade de técnicas. As principais características e propriedades mecânicas das barras de PRF são discutidas nos itens seguintes.

### 2.2.1. Comportamento anisotrópico das barras de PRF

As barras de PRF são anisotrópicas, tendo resistência à tração alta na direção longitudinal das fibras. Este comportamento anisotrópico afeta a resistência de cisalhamento, bem como a aderência das barras de PRF ao concreto (ACI Committee 440, 2006).

## 2.2.2. Peso específico

Geralmente, os PRF's têm um peso específico baixo, sendo cerca de 4 a 6 vezes mais leves do que o aço (tabela 2.1). Essa característica favorece o transporte e o manuseio dos compósitos, facilitando o trabalho de instalação do PRF na obra e conseqüentemente diminuindo o tempo gasto com sua instalação, sendo uma característica interessante que deve sempre ser levada em consideração em qualquer avaliação de viabilidade para armaduras estruturais (Machado, 2002).

Tabela 2.1 - Peso específico - AÇO, VPRF, CPRF e APRF  
(ACI Committee 440, 2006).

AÇO (g / cm <sup>3</sup> )	VPRF (g / cm <sup>3</sup> )	CPRF (g / cm <sup>3</sup> )	APRF (g / cm <sup>3</sup> )
7,9	1,25 a 2,10	1,50 a 1,60	1,25 a 1,40

## 2.2.3. Expansão térmica

O coeficiente de expansão térmica de barras de PRF varia da direção longitudinal para a direção transversal, pois depende dos tipos de fibra, da resina e da relação volumétrica das fibras. O coeficiente de expansão térmica longitudinal é afetado pelas propriedades das fibras, enquanto o coeficiente transversal é afetado pelas propriedades das resinas. A tabela 2.2 lista os coeficientes de expansão térmica nas direções longitudinais e transversais para PRF e para o aço.

Tabela 2.2 - Coeficiente de expansão térmica - AÇO, VPRF, CPRF e APRF  
(ACI Committee 440, 2006).

Direção	Constante, x 10 <sup>-6</sup> / °C*			
	Aço	VPRF	CPRF	APRF
Longitudinal, $\alpha_L$	11,7	6,0 a 10,0	-9,0 a 0,0	-6,0 a -2,0
transversal, $\alpha_T$	11,7	21,0 a 23,0	74,0 a 104,0	60,0 a 80,0

\* Valores típicos para uma relação volumétrica das fibras variando de 0,5 a 0,7



## 2.2.4. Comportamento do PRF na tração

O PRF normalmente apresenta uma resistência à tração maior do que aço usado tradicionalmente como armadura no concreto armado e módulo de elasticidade menor, exceto no caso da fibra de carbono, que pode apresentar módulo de elasticidade mais alto do que o concreto, como pode ser verificado na tabela 2.3 (ACI Committee 440, 2003).

Tabela 2.3 - Propriedades mecânicas - AÇO, VPRF, CPRF e APRF  
(ACI Committee 440, 2006).

	Aço	VPRF	CPRF	APRF
Tensão de escoamento nominal (MPa)	276 a 517	N/A	N/A	N/A
Resistência à tração (MPa)	483 a 690	483 a 1600	600 a 3690	1720 a 2540
Módulo de elasticidade (GPa)	200	35 a 51	120 a 580	41 a 125
Deformação no escoamento (%)	0,14 a 0,25	N/A	N/A	N/A
Deformação na ruptura (%)	6,0 a 12,0	1,2 a 3,1	0,5 a 1,7	1,9 a 4,4

\* Valores típicos para uma relação volumétrica das fibras variando de 0,5 a 0,7

\*\* N/A: Não apresenta

Como pode ser verificado na tabela 2.3 as barras de PRF não exibem comportamento plástico (escoamento) antes da ruptura. O comportamento sob tração das barras de PRF é caracterizado por uma relação elástica linear de tensão-deformação até a ruptura. O diagrama, apresentado na figura 2.3, representa as relações existentes entre tensões e deformações específicas do aço, VPRF, APRF e CPRF. Deste diagrama pode ser observado que enquanto o aço apresenta um comportamento elasto-plástico (dúctil), o PRF apresenta um comportamento elasto-frágil. Assim, o PRF é caracterizado por uma ruptura que ocorre sem nenhuma mudança sensível no modo de deformação.

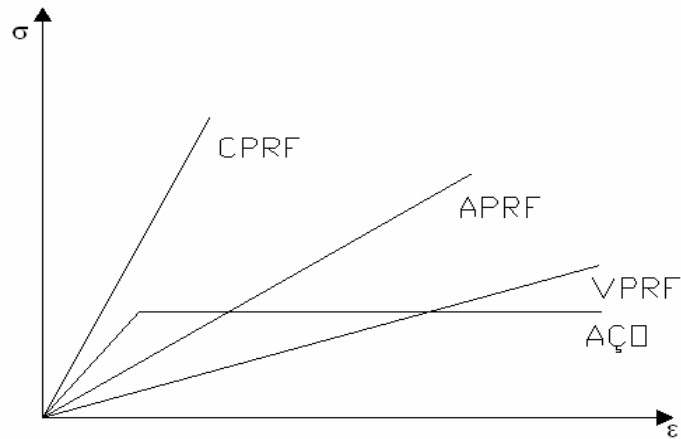


Figura 2.3 - Diagramas tensão - deformação (aço, VPRF, APRF e CPRF).

A resistência à tração e rigidez de uma barra de PRF depende de vários fatores; variações de resistência e rigidez podem ocorrer em barras com relação volumétrica de fibras diferentes, até mesmo em barras com o mesmo diâmetro, aparência e componentes. A taxa de cura, o processo de fabricação e o controle de qualidade industrial também afetam as características mecânicas da barra (Wu, 1990).

É conveniente ressaltar que conforme observado pelo ACI 440 (2008) a resistência à tração do PRF é função do diâmetro da barra, sendo que aos menores diâmetros correspondem as maiores resistências. Este fato pode ser verificado pelos dados apresentados na tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Resistência à tração do PRF como função do diâmetro das barras

Conversão métrica	Resistência à tração mínima	
	VPRF, MPa	CPRF, MPa
No. 6	760	1450
No. 10	760	1310
No. 13	690	1170
No. 16	655	1100
No. 19	620	1100
No. 22	586	N/A
No. 25	550	N/A
No. 29	517	N/A
No. 32	480	N/A

Nota: N/A indica que barras de CPRF destas dimensões não estão atualmente disponíveis.

As propriedades mecânicas de uma barra de PRF devem ser obtidas através do fabricante; ademais, o ACI Committee 440 (2006) comenta que uma distribuição Normal (Gaussiana) normalmente é assumida para representar a resistência de um grupo de barras.

### **2.2.5. Comportamento do PRF na compressão**

A resistência à compressão das barras de PRF é menor que sua resistência à tração. O ACI Committee 440 (2006) comenta os resultados obtidos em estudos feitos por Mallick (1988) e Wu (1990) onde foi constatado que a resistência à compressão é aproximadamente 55 %, 78 % e 20 % da resistência à tração para VPRF, CPRF e APRF, respectivamente. Por esta razão, não é recomendado utilizar barras de PRF para resistir à compressão.

O modo de falha para barras de PRF sujeitas à compressão longitudinal pode incluir falha transversal à tração, microflambagem da fibra, ou falha por cisalhamento. O modo de falha depende do tipo de fibra, da relação volumétrica das fibras e do tipo de resina.

O módulo de elasticidade na compressão do PRF é menor que seu módulo de elasticidade de tração. O ACI Committee 440 (2006) comenta que os resultados obtidos em estudos feitos por Mallick (1988) e Ehsani (1993) quanto ao módulo de elasticidade de compressão é aproximadamente 80 %, 85 % e 100 % do módulo de elasticidade à tração para VPRF, CPRF e APRF, respectivamente.

### **2.2.6. Comportamento do PRF no cisalhamento**

O ACI Committee 440 (2006) destaca que geralmente as barras de PRF apresentam pouca resistência ao cisalhamento e esta resistência é governada pela matriz do polímero.

### **2.2.7. Aderência**

A aderência da barra de PRF é dependente do processo industrial, das propriedades mecânicas da própria barra, das condições ambientais e das propriedades da superfície da

barra. Ao ancorar uma barra no concreto, a força de aderência pode ser transferida por resistência de adesão da interface, - também conhecida como aderência química -, resistência de atrito na interface e por travamento devido à irregularidade da interface. Outro fato a se observar é que nas barras de PRF, a resistência de aderência é transferida da resina para as fibras, e uma falha de aderência na resina é possível.

### **2.2.8. Efeitos da temperatura**

O uso de armadura de PRF não é recomendado para estruturas que estão expostas a altas temperaturas, aonde é essencial manter a integridade estrutural. A armadura não irá queimar devido à falta de oxigênio; porém, haverá redução da rigidez dos polímeros devido ao calor excessivo. A temperatura à qual um polímero perde a rigidez é conhecida como temperatura de transição vítrea das resinas dos compósitos,  $T_g$ . Além desta temperatura, o módulo elástico de um polímero é reduzido significativamente devido às mudanças em sua estrutura molecular. O valor de  $T_g$  depende do tipo de resina, mas normalmente está na faixa de 65 a 120 °C. Em um material compósito, as fibras, que exibem propriedades térmicas melhores que a resina, podem continuar a suportar a carga na direção longitudinal; porém, a resistência de tração do compósito como um todo, será reduzida devido a uma redução de transferência de força entre as fibras e a resina. O ACI Committee 440 (2006) comenta que os testes feitos por Kumahara et al. (1993) indicaram que em temperaturas de 250°C, temperatura muito mais elevada que  $T_g$ , a resistência à tração de barras de VPRF e CPRF reduziram em mais de 20 %. O ACI Committee 440 (2006) destaca também que outras propriedades, tais como, a resistência ao cisalhamento e a resistência à flexão são também reduzidas significativamente em temperaturas acima de  $T_g$ .

As propriedades da superfície das barras de PRF são essenciais para manter a aderência entre o PRF e o concreto. A uma temperatura perto de  $T_g$ , as propriedades mecânicas dos polímeros são significativamente reduzidas, e os polímeros não transferirão tensões do concreto para as fibras. O ACI Committee 440 (2006) comenta também os estudos realizados por Katz et al. (1998 e 1999) com barras que têm  $T_g$  de 60°C a 124°C, e destaca

que os estudos realizados por estes pesquisadores mostraram uma redução na aderência de 20 % a 40 % a uma temperatura de aproximadamente 100°C, e uma redução de 80 % a 90 % a uma temperatura de 200°C.

## **2.2.9. Comportamento dependente do tempo**

Com o passar do tempo, estruturas de CA tradicional podem se deteriorar devido à fadiga e à corrosão. As estruturas em CA-PRF também apresentam tal deterioração, porém em escala menor que o CA tradicional como será discutido nos itens apresentados a seguir.

### **2.2.9.1. Fadiga**

Das barras de PRF, a barra de CPRF é considerada a menos propensa a falha por fadiga. A um milhão de ciclos de carregamento, a resistência de fadiga está geralmente entre 50 % e 70 % da resistência inicial e não é afetada por exposição à umidade e altas temperaturas, a menos que a resina ou interface de fibra/resina seja degradada substancialmente pelo ambiente.

Fatores ambientais têm importante influência no comportamento à fadiga de fibras de vidro devido à suscetibilidade destas fibras quanto à umidade, soluções alcalinas e ácidas. Já as fibras de aramida tem um comportamento excelente sob tensão de fadiga.

### **2.2.9.2. Durabilidade**

As barras de PRF têm resistência e rigidez diferentes sob condições ambientais diferentes e também antes, durante e depois da construção. Estas condições ambientais podem incluir exposição à radiação ultravioleta, água, temperatura elevada, soluções alcalinas ou ácidas e soluções salinas.

As soluções aquosas com valores altos de PH, temperatura alta e tempos de exposição longos podem degradar a resistência à tração e a rigidez de barras de PRF. Alguns estudos realizados e suas conclusões foram comentados pelo ACI Committee 440 (2006):

- Porter e Barnes (1998) estudaram as barras de VPRF e concluíram que houve redução da resistência à tração que variam de 0% a 75% da resistência à tração inicial e redução da rigidez elástica entre 0% e 20% da rigidez inicial;
- Estudos realizados por Takewaka e Khin (1996), Rostasy (1997) e Sen et al. (1998) em barras de APRF apresentaram reduções de resistência à tração que variam de 10 a 50 % e reduções de rigidez de 0 a 20 % dos valores iniciais;
- Takewaka e Khin (1996) estudaram as barras de CPRF e observaram que houve redução da resistência à tração e redução da rigidez de 0 a 20 % dos valores iniciais.

A exposição das barras de PRF a raios ultravioleta e umidade antes de sua colocação no concreto pode afetar a resistência à tração devido à degradação dos componentes do polímero. O ACI Committee 440 (2006) cita alguns testes de exposição à radiação ultravioleta e à umidade realizados por Sasaki et al (1997) e Uomoto (2000), nestes testes estes pesquisadores observaram uma redução da resistência inicial de até 20 %, 35 % e 40 % para CPRF, APRF e VPRF, respectivamente.

Estudos sobre a aderência entre PRF e concreto relacionam este fenômeno ao ambiente úmido e alcalino encontrado no concreto. A aderência da barra de PRF depende da transferência de cisalhamento entre a barra e o concreto, e entre fibras individuais dentro da barra. Ambientes que degradam a resina do PRF ou a interface da fibra/resina também degradam a aderência da barra de PRF. O ACI Committee 440 (2006) comenta os testes de arrancamento feitos por Clarke e Sheard (1998) e Sen et al. (1998a) em amostras de barras de CPRF e VPRF nas condições ambientais e não indicaram diminuições significativas na aderência para períodos de tempo entre 1 e 2 anos.

## 2.2.10. Comportamento do PRF quando exposto às intempéries

As propriedades materiais fornecidas pelo fabricante, como a resistência à tração, são consideradas propriedades iniciais por que não incluem os efeitos de exposição a longo prazo às intempéries, esta exposição pode reduzir a resistência à tração e a resistência à fadiga de barras de PRF, sendo assim, em equações de projeto, as propriedades dos materiais devem ser reduzidas em função do tipo e nível de exposição às intempéries.

O ACI Committee 440 (2006) utiliza a equação 2.1 para reduzir a resistência a tração da barra de PRF:

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (2.1)$$

onde:

$f_{fu}$  é a resistência à tração de projeto do PRF, considerando a redução por exposição às intempéries;

$C_E$  é o fator de redução ambiental para vários tipos de fibra e vários tipos de exposição, dado pela tabela 2.5 abaixo;

$f_{fu}^*$  é a resistência à tração nominal do PRF.

Tabela 2.5 - Fator de redução para efeito ambiental para vários tipos de fibras e condições de exposição.

Condição ambiental	Tipo de fibra	Fator de redução para efeito ambiental ( $C_E$ )
Ambiente interno	Carbono	1,0
	Vidro	0,8
	Aramida	0,9
Ambiente externo	Carbono	0,9
	Vidro	0,7
	Aramida	0,8

A deformação última de projeto também deve ser alterada e o ACI Committee 440 (2006) utiliza a equação 2.2:

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \quad (2.2)$$

onde:

$\varepsilon_{fu}$  é a deformação última de projeto do PRF;

$\varepsilon_{fu}^*$  é a deformação última nominal do PRF.

### 2.3. Bitolas comerciais de PRF

As barras de PRF estão disponíveis comercialmente no mundo em diversos tamanhos conforme pode ser visto na tabela 2.6 abaixo:

Tabela 2.6 - Bitolas comerciais de PRF (ACI Committee 440, 2006).

Nomenclaturas das barras		Diâmetro nominal (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )
Padrão	Conversão métrica		
No. 2	No. 6	6,4	31,6
No. 3	No. 10	9,5	71
No. 4	No. 13	12,7	129
No. 5	No. 16	15,9	199
No. 6	No. 19	19,1	284
No. 7	No. 22	22,5	387
No. 8	No. 25	25,4	510
No. 9	No. 29	28,7	645
No. 10	No. 32	32,3	819
No. 11	No. 36	35,8	1006

### 2.4. Propriedades Mecânicas: Resumo

As principais propriedades mecânicas do PRF são apresentadas na tabela 2.7.

Tabela 2.7 - Resumo das propriedades mecânica do PRF (ACI Committee 440, 2003).

PROPRIEDADES MECÂNICAS
Alta resistência à tração;
Baixa resistência à compressão;
Comportamento anisotrópico;
Módulo de elasticidade mais baixo do que o do aço, exceto para a fibra de carbono;



Comportamento elasto-frágil;
Baixo peso específico ( $1,25 \text{ g/cm}^3$ a $2,1 \text{ g/cm}^3$ ) – cerca de 4 a 6 vezes mais leve que o aço;
CPRF quimicamente inerte em ambiente alcalino;
CPRF sensível à radiação ultravioleta;
Redução da resistência à tração em ambiente de alta temperatura;
Redução da resistência ao cisalhamento em ambiente de alta temperatura;
Redução da resistência à flexão em ambiente de alta temperatura;
Redução da aderência do PRF/concreto em ambiente de alta temperatura;
Coefficiente de expansão térmica varia da direção longitudinal para a transversal.

# 3.

## **PROJETO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Neste capítulo serão descritos os procedimentos de projeto para dimensionamento de peças de concreto armado tradicional e também para CA-PRF. No item 3.1 será descrito o procedimento de dimensionamento de peças de concreto armado sob flexão normal simples, as propriedades mecânicas do concreto e do aço. Uma distinção será feita entre o concreto de resistência normal (CRN) e o concreto de alta resistência (CAR). Como a aplicabilidade da norma brasileira está limitada a concretos da classe C50, além da apresentação dos procedimentos sugeridos pela NBR 6118: 2003, serão também citados os procedimentos adotados pelo ACI 318-08. O item 3.2 apresenta algumas recomendações e normas para o dimensionamento de estruturas em CA-PRF. Dado a inexistência de documentos nacionais para tal finalidade, serão discutidas algumas recomendações internacionais nesta área, em particular as orientações do ACI 440 (2006).

### **3.1. Dimensionamento de Peças de Concreto Armado sob Flexão Normal Simples**

As normas de dimensionamento de concreto armado trabalham com requisitos de que as estruturas de concreto, durante a sua construção e ao longo de toda a vida útil que lhe for prevista, devem comportar-se adequadamente, com nível apropriado de qualidade quanto a todas as influências ambientais e ações que produzam efeitos significativos na construção e em circunstâncias excepcionais, sem apresentar ruptura frágil, ou falso alarme, ou ainda danos desproporcionais às causas de origem. Estas exigências de qualidade são classificadas em três grupos distintos:

1. Exigências relativas à capacidade resistente da estrutura ou de seus componentes (segurança à ruptura);
2. Exigências relativas a um bom desempenho na sua utilização (limitação de fissuração, deformações e vibrações);
3. Exigências relativas à sua durabilidade, sob as influências ambientais previstas (segurança à deterioração prematura);

Qualquer solução estrutural adotada em projeto deve atender a estes requisitos de qualidade estabelecidos nas normas técnicas relativos à capacidade resistente, ao desempenho em serviço e à durabilidade da estrutura.

As normas existentes para dimensionamento de peças de concreto armado, tais como a NBR 6118 (2003), o ACI 318 (2008), o EUROCODE (1992 e 1994), usam o método dos estados limites. A metodologia de dimensionamento começa com a observância dos critérios de estado limite último seguido de verificações dos estados limite de serviço.

No método dos estados limites a capacidade limite da estrutura (ou componente estrutural) é calculada e reduzida levando-se em conta a probabilidade de que a resistência seja menor do que a calculada a partir de valores nominais das resistências dos materiais constituintes, das dimensões nominais das peças e do modelo de cálculo.

As condições analíticas de segurança estabelecem que as resistências não devem ser menores que as solicitações e devem ser verificadas em relação a todos os estados limites e todos os carregamentos especificados para o tipo de construção considerada, ou seja, em qualquer caso deve ser respeitada a condição dada por:

$$R_d \geq S_d \quad (3.1)$$

onde:

$R_d$  : resistência de cálculo;

$S_d$  : solicitação ou carga de cálculo.

O método dos estados limites examina a condição da estrutura a falha, comparando a capacidade reduzida com o efeito de carga ampliado para a verificação da segurança. Nesta verificação é analisada a condição da estrutura ficar inútil. Uma verificação adicional para serviço também deve ser executada. Várias combinações de cargas devem ser analisadas e a verificação pode ter que incluir uma variedade de efeitos não-lineares.

Os valores de cálculo dos esforços resistentes são determinados a partir dos valores nominais das resistências dos materiais adotados no projeto ou das tensões resistentes de cálculo, como será definido em 3.1.2. Os valores de cálculo dos esforços atuantes são determinados a partir dos valores nominais das ações adotados no projeto como será definido em 3.1.3.

### 3.1.1. Concreto de Resistência Normal (CRN)

Para análises no estado limite último do concreto de resistência normal (CRN), segundo a NBR 6118: 2003, pode ser empregado o diagrama tensão-deformação idealizado mostrado na figura 3.1:

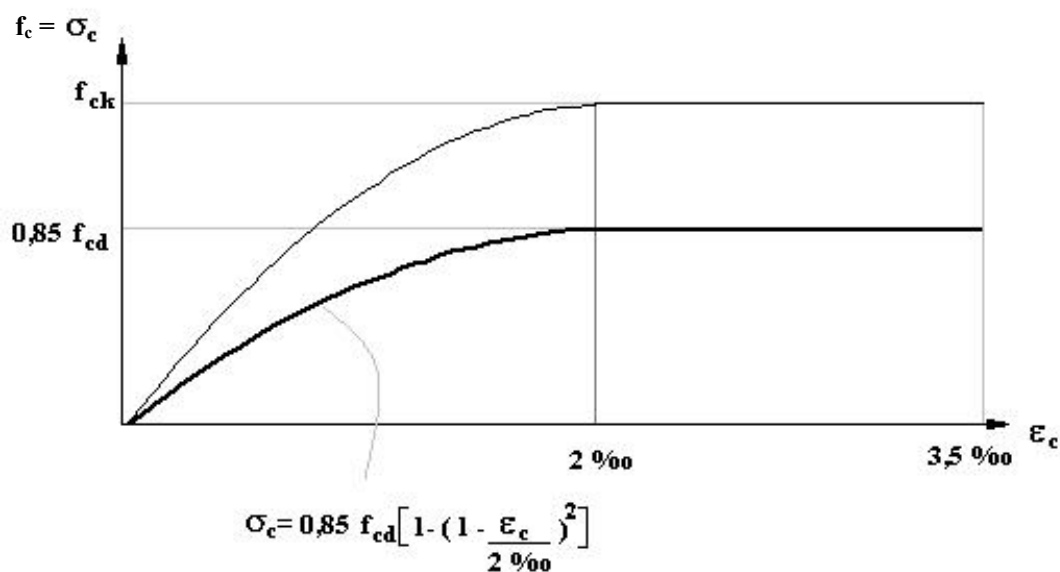


Figura 3.1 - Diagramas tensão - deformação idealizados (NBR 6118: 2003).

Onde  $\varepsilon_c$  é a deformação específica do concreto à compressão e  $f_{cd}$  representa a resistência de cálculo do concreto e é obtido pela equação:

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c \quad (3.2)$$

Sendo  $f_{ck}$  a resistência característica do concreto à compressão e  $\gamma_c$ , o coeficiente de minoração da resistência do concreto. A contribuição do concreto tracionado é desprezada.

O ACI 318-08 adota um diagrama tensão deformação similar a este, porém utiliza-se deformação máxima de 3,0 ‰.

O módulo de elasticidade inicial do concreto pode ser obtido do ensaio do cilindro padrão e quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial usando expressões numéricas.

A NBR 6118: 2003 recomenda que se utilize a expressão 3.3 para se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial.

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (3.3)$$

onde,  $E_{ci}$  é o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto e  $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto, ambos em MPa.

Já o ACI 318-08 recomenda que se utilize a expressão 3.4 para se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial.

$$E_{ci} = 4750 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad (3.4)$$

onde,  $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto e  $f'_c$  é a resistência característica à compressão do concreto.

### **3.1.2. Concreto de alta resistência (CAR)**

Nos últimos anos aumentou muito o interesse em relação ao concreto de alta resistência e com isto o limite superior da resistência à compressão do concreto vem aumentando gradualmente. A definição de concretos de alta resistência (CAR) varia com o tempo e localização geográfica. Em 1984 o ACI 363 definiu CAR como sendo concretos com resistência característica acima de 42 MPa. Já em 1996 o ACI 441 definiu CAR como aquele tendo resistência característica superior a 70 MPa.

Algumas normas técnicas já se ajustaram a esta nova realidade tais como a CSA A23.3 (1994), o ACI 318 (2008), a NZS 3101 (1995), dentre outras. No caso brasileiro, a NBR 6118:2003 ainda não se ajustou a esta situação, e esta norma aborda apenas os concretos de resistência normal, visto que tal norma tem os concretos de classe C50 como limite de aplicação. Entretanto, a utilização de concretos de resistência superior a este limite já vem sendo feita com sucesso em território nacional e a inexistência de documentos normativos que atendam a esta nova realidade representa um empecilho para a utilização segura e econômica deste material.

Por falta de normas nacionais relativas ao CAR, nesta seção serão utilizadas informações de documentos técnicos internacionais, tais como o ACI 363.2R-98 (1998), Thorenfeldt et al. (1987), Collins e Mitchell (1991), dentre outros relativos ao CAR.

O diagrama tensão-deformação e o módulo de elasticidade para o CAR é distinto daquele apresentado pelos concretos usuais. As curvas mostradas na figura 3.2 representam diagramas tensão-deformação para concretos de diferentes resistências.

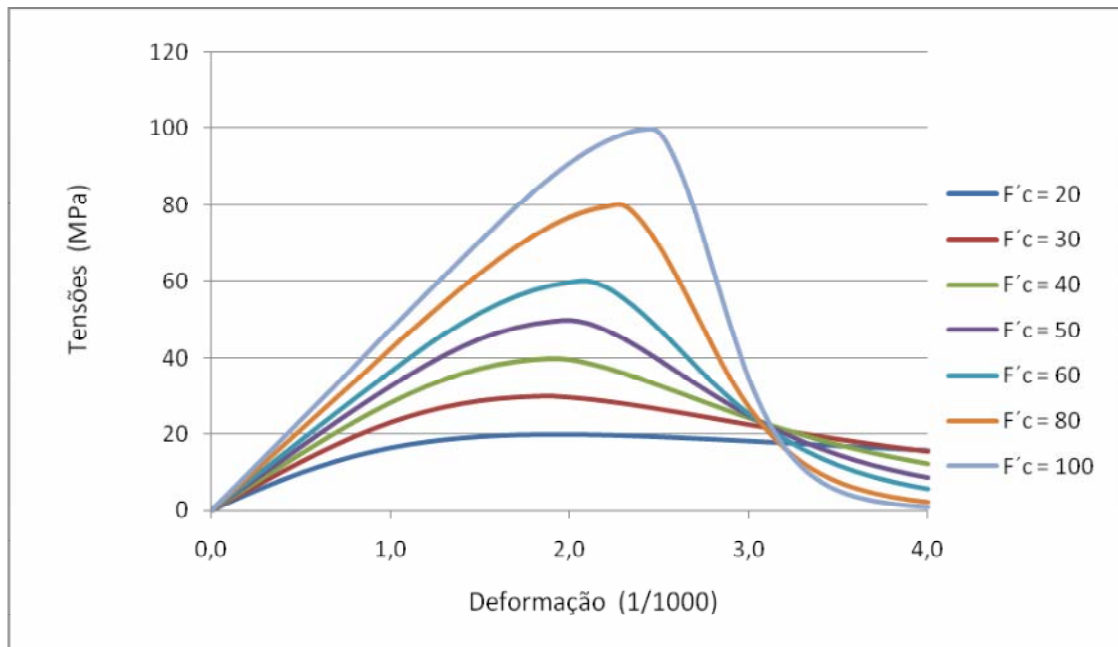


Figura 3.2 - Diagrama tensão-deformação para concreto de diferentes resistências (equação 3.6).

Da figura 3.2, observa-se que:

- A resistência máxima ocorre para uma deformação entre 0,002 e 0,003 seguidos por um trecho descendente na curva tensão-deformação;
- A inclinação inicial das curvas (módulo de elasticidade inicial) aumenta com o aumento da resistência à compressão do concreto;
- O módulo de elasticidade secante para concretos de alta resistência pode ser estimado pela seguinte equação (ACI 363R-92, 1992):

$$E_{cs} = 3320\sqrt{f'_c} + 6900 \text{ (MPa)} \quad (3.5)$$

sendo  $f'_c$  a tensão máxima obtida no teste do cilindro padrão, ou seja, a tensão de pico do diagrama tensão-deformação;

- O módulo de elasticidade tangente inicial pode ser assumido como cerca de 10 % maior que  $E_{cs}$ ;

- O trecho ascendente da curva tensão-deformação se parece com uma parábola com seu vértice na tensão máxima. À medida que a resistência do concreto aumenta o trecho ascendente tende a apresentar maior linearidade;
- A deformação na máxima tensão,  $\varepsilon_o$ , aumenta com o aumento da resistência do concreto;
- A inclinação da parte descendente da curva aumenta com o aumento da resistência do concreto;
- A deformação máxima alcançada decresce com o aumento da resistência do concreto.

Thorenfeldt et al. (1987) sugerem uma expressão, para a curva tensão-deformação do concreto, aplicável a concretos de resistências na faixa de 15 a 125 MPa. A relação proposta entre a tensão,  $f_c$ , e a correspondente deformação  $\varepsilon_c$ , é:

$$\frac{f_c}{f'_c} = \frac{n(\varepsilon_c/\varepsilon_o)}{n-1 + (\varepsilon_c/\varepsilon_o)^{nk}} \quad (3.6)$$

onde:  $f'_c$  = tensão máxima obtida no teste do cilindro padrão;

$\varepsilon_o$  = deformação no ponto de tensão máxima;

$n$  = fator de ajuste da curva igual a  $E_{ci} / (E_{ci} - E_{ct}')$ ;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade inicial;

$E_{ct}' = f'_c / \varepsilon_o$  = módulo de elasticidade secante na tensão  $f'_c$ ;

$k$  = fator para controlar a inclinação dos trechos ascendente e descendente da curva tensão-deformação.

Os quatro parâmetros  $\varepsilon_o$ ,  $E_{ci}$ ,  $n$  e  $k$  podem ser obtidos diretamente da curva tensão-deformação do concreto se ela estiver disponível. Se não, estes valores podem ser calculados pelas equações apresentadas a seguir propostas por Collins e Mitchell (1991).

Para concretos de densidade normal pode-se obter o valor de  $n$  pela seguinte expressão:

$$n = 0,8 + (f'_c / 17,2369) \text{ (MPa)} \quad (3.7)$$

O valor do parâmetro  $k$  pode ser obtido do seguinte modo:



Para  $\varepsilon_c / \varepsilon_o \leq 1,0$  (trecho ascendente), tem-se:

$$k = 1,0 \quad (3.8)$$

Para  $\varepsilon_c / \varepsilon_o > 1,0$  (trecho descendente), tem-se:

$$k = 0,67 + (f'_c / 62,0528) \geq 1,0 \quad (3.9)$$

Se  $n, f'_c$  e  $E_{ci}$  são conhecidos, a deformação no ponto de tensão máxima pode ser calculada por:

$$\varepsilon_0 = \frac{f'_c}{E_{ci}} \left( \frac{n}{n-1} \right) \quad (3.10)$$

Em todas as equações apresentadas acima, os valores de  $f'_c$  e  $E_{ci}$ , estão em MPa.

Um conceito de interesse no projeto de estruturas em CA é o de deformação última,  $\varepsilon_{cu}$ . A figura 3.3 apresenta a deformação última como função da resistência à compressão do concreto. Através desta figura pode ser visto que à medida em que a resistência do concreto aumenta a deformação última tende a diminuir.

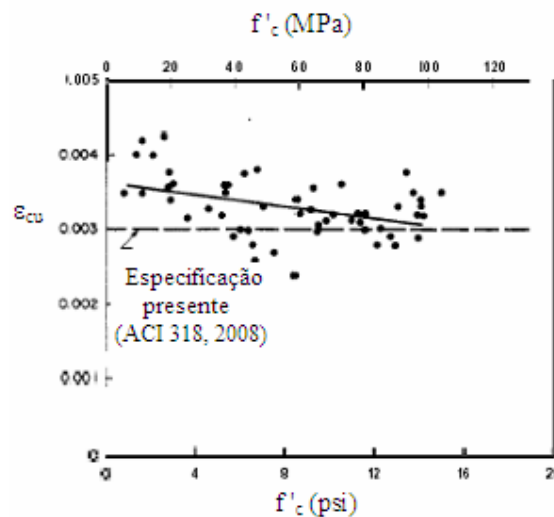


Figura 3.3 - Deformação última como função da resistência à compressão do concreto (ACI 363, 1984).

### **3.1.3. Cargas atuantes nas estruturas**

As ações ou cargas são classificadas como permanentes, variáveis e excepcionais.

As ações permanentes são as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção e também aquelas ações que crescem no tempo tendendo a um valor limite constante. Estas ações permanentes podem ser classificadas como diretas ou indiretas. As diretas são constituídas pelo peso próprio da estrutura, pesos dos elementos construtivos fixos e das instalações permanentes e empuxos permanentes. As indiretas são constituídas pelas deformações impostas por retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão. Estas ações devem ser consideradas com seus valores representativos mais desfavoráveis para a segurança.

As ações variáveis também podem ser classificadas em diretas e indiretas, as diretas são constituídas pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção, ações variáveis durante a construção, ação do vento e ação da água, as indiretas são constituídas pelas variações uniformes e não uniformes de temperatura, ações dinâmicas e ações excepcionais.

#### **3.1.3.1. Cálculo das cargas atuantes nas estruturas segundo a NBR 8681: 2003**

Segundo a Norma Brasileira de Ações e Segurança nas Estruturas – Procedimento (NBR 8681:2003) os valores característicos,  $S_k$ , das ações permanentes e variáveis são estabelecidos em função da variabilidade de suas intensidades, sendo definidos em normas específicas. As ações são quantificadas por seus valores representativos, que podem ser:

- os valores característicos;
- os valores convencionais excepcionais, que são os valores arbitrados para as ações excepcionais,

- os valores reduzidos, em função da combinação de ações, tais como nas verificações de estados limites últimos pela NBR 6118:2003, quando a ação considerada combina com a ação principal. Os valores reduzidos são determinados a partir dos valores característicos pela expressão  $\psi_o S_k$ , que considera muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais ações variáveis de naturezas diferentes.  $S_k$  são os valores característicos das ações permanentes e variáveis e  $\psi_o$  é o coeficiente de minoração das cargas acidentais de edifícios, vento e temperatura. Nas verificações de estados limites de serviço, estes valores reduzidos são determinados a partir de valores característicos pelas expressões  $\psi_1 S_k$  e  $\psi_2 S_k$ , que estimam valores freqüentes e quase permanentes, respectivamente, de uma ação que acompanha a ação principal.  $S_k$  são os valores característicos das ações permanentes,  $\psi_1$  coeficiente de minoração das cargas relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga e  $\psi_2$  é o coeficiente de minoração das cargas acidentais de edifícios, vento e temperatura.

Os valores de cálculo das ações,  $S_d$ , são obtidos a partir dos valores representativos, multiplicando-os pelos respectivos coeficientes de ponderação  $\gamma_f = \gamma_{f1} \gamma_{f2} \gamma_{f3}$ , sendo que  $\gamma_{f1}$  considera a variabilidade das ações,  $\gamma_{f2}$  considera a simultaneidade de atuação das ações e  $\gamma_{f3}$  considera os desvios gerados nas construções, não explicitamente considerados, e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações. Os coeficientes de ponderação das ações no estado limite último são os apresentados nas tabela 3.1 para  $\gamma_{f1}$ ,  $\gamma_{f3}$  e tabela 3.2, para  $\gamma_{f2}$ .

Tabela 3.1 - Coeficiente  $\gamma_f = \gamma_{f1} \gamma_{f3}$  - (NBR 6118: 2003).

Combinações de ações	AÇÕES							
	Permanentes		Variáveis		Protensão		Recalques de apoio	
	D <sup>1)</sup>	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

D = desfavorável, F = favorável, G = geral, T = temporária.

<sup>1)</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Tabela 3.2 - Coeficiente  $\gamma_{f2}$  - (NBR 6118: 2003).

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\psi_0$	$\psi_1^{1)}$	$\psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas. <sup>2)</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas. <sup>3)</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens.	0,8	--	0,6
Vento	Pressão dinâmica dos ventos nas estruturas em geral.	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local.	0,6	0,5	0,3

<sup>1)</sup> Para os valores de  $\psi_1$  relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23 da NBR 6118 – 2003.

<sup>2)</sup> Edifícios residenciais.

<sup>3)</sup> Edifícios comerciais e escritórios.

### 3.1.3.2. Cálculo das cargas atuantes nas estruturas segundo o ACI 318-08

Segundo o ACI 318-08 as cargas majoradas atuantes devem ser calculadas considerando a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais cargas, sendo assim as cargas atuantes podem ser obtidas considerando as várias combinações de carregamento citadas nas equações 3.11 a 3.17:

$$S_d = 1,4(D + F) \quad (3.11)$$

$$S_d = 1,2(D + F + T) + 1,6(L + H) + 0,5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) \quad (3.12)$$

$$S_d = 1,2(D) + 1,6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1,0L \text{ or } 0,8W) \quad (3.13)$$

$$S_d = 1,2(D) + 1,6W + 1,0L + 0,5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) \quad (3.14)$$

$$S_d = 1,2(D) + 1,0E + 1,0L + 0,2S \quad (3.15)$$

$$S_d = 0,9D + 1,6W + 1,6H \quad (3.16)$$

$$S_d = 0,9D + 1,0E + 1,6H \quad (3.17)$$

onde

$S_d$  é o valor de cálculo das ações;

$D$  é a carga permanente nominal atuante na estrutura;

$E$  é a carga de terremoto;

$F$  é a carga devido ao peso próprio e pressão de fluidos;

$H$  é a carga devido a pressão e empuxo de terra

$L$  é a sobrecarga nominal atuante na estrutura;

$L_r$  é o peso próprio de telhado;

$R$  é a carga devido à chuva;

$S$  é a carga devido à neve;

$T$  é o efeito combinado da deformação lenta, fluência do concreto, temperatura e recalque diferencial;

$W$  é carga de vento;

### 3.1.4. NBR 6118: 2003 – Norma de projeto de estruturas de concreto

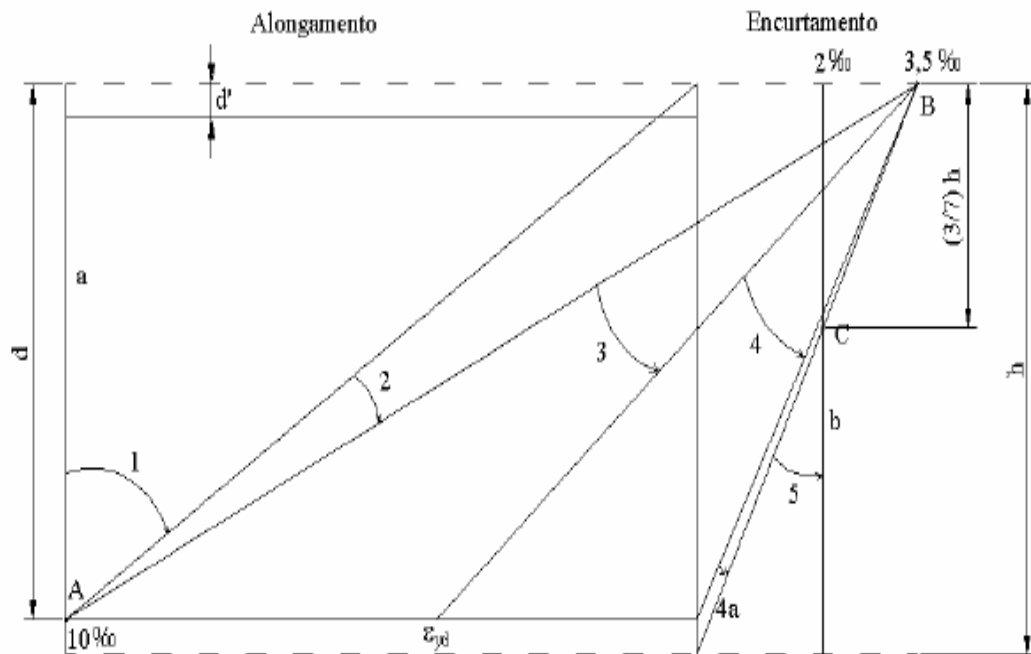
A NBR 6118 (2003) estabelece critérios para a determinação dos esforços resistentes das seções de vigas, pilares e tirantes submetidas à força normal e momentos fletores para concreto de resistência normal. O dimensionamento das armaduras longitudinais deve conduzir a um conjunto de esforços resistentes que constituam a envoltória dos esforços solicitantes. Na análise dos esforços resistentes de uma seção de viga ou pilar, devem ser consideradas algumas hipóteses básicas, dentre elas:

- 1) As seções transversais planas se mantêm planas após deformação;
- 2) A distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama retangular de altura  $0,8 x$  (onde  $x$  é a profundidade da linha neutra) com a seguinte tensão:
  - $0,85 f_{cd}$  no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
  - $0,80 f_{cd}$  no caso contrário;
- 3) O estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertence a um dos domínios definidos na figura 3.4.

Nas vigas é importante garantir boas condições de ductilidade, sendo adotada, se necessário, armadura de compressão que garanta a posição adequada da linha neutra.

A introdução da armadura de compressão para garantir o atendimento de valores menores da profundidade da linha neutra, que estejam nos domínios 2 ou 3 (figura 3.4), não conduz a elementos estruturais com ruptura frágil (usualmente chamados de super armados). A ruptura frágil está associada a posições da linha neutra no domínio 4 (figura 3.4), com ou sem armadura de compressão.

Para se ter ductilidade deve haver escoamento da armadura tracionada antes da deformação do concreto atingir o valor  $\epsilon_{util}$ , isto é possível desde que a seguinte condição seja atendida:



Ruptura convencional por deformação plástica excessiva:

- reta a: tração uniforme;
- domínio 1: tração não uniforme, sem compressão;
- domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ( $\varepsilon_c < 3,5 \text{‰}$  e com o máximo alongamento permitido);

Ruptura convencional por encurtamento limite do concreto:

- domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ( $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ );
- domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ( $\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$ );
- domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- domínio 5: compressão não uniforme, sem tração;
- reta b: compressão uniforme

Figura 3.4 - Domínios de estado limite último de uma seção transversal (ABNT, 2003).

$$\frac{\varepsilon_y}{(d-x)} \leq \frac{\varepsilon_{util}}{x} \quad (3.18)$$

onde:

$$\varepsilon_{util} = 0,0035;$$

$\varepsilon_y = \varepsilon_{yd}$  (função do tipo de aço)

$$\text{Aço com patamar de escoamento: } \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s};$$

Para se ter uma ruptura dúctil, o máximo momento interno resistido pelo concreto deve assegurar que o valor  $(x/d)_{lim}$  não seja ultrapassado.

### **3.1.5. Recomendações técnicas internacionais para concretos de resistência normal e alta resistência**

As informações contidas nesta seção baseiam-se em documentos técnicos internacionais. Isto ocorre devido ao fato da NBR 6118:2003 ter sua abrangência limitada a concretos com resistência característica máxima de 50 MPa.

Para elaboração de projetos de peças de concreto, visando a simplificação dos cálculos, várias normas internacionais (ACI, CSA, dentre outras), permitem o uso do bloco de tensões retangular simplificado (ver figura 3.5).

O termo  $f_c'$  aparece freqüentemente em documentos técnicos internacionais e pode assumir dois significados distintos. O primeiro significado é a tensão de pico da curva tensão-deformação obtida no teste do cilindro padrão. Por outro lado, pode também representar a resistência do concreto especificada em projeto (similar a resistência característica  $f_{ck}$  usada na NBR 6118:2003).

Para o CAR, será mantida toda a nomenclatura internacional, visando assim destacar que os parâmetros apresentados não são os das normas brasileiras.

A norma americana, ACI 318-08, admite uma deformação última do concreto a compressão,  $\varepsilon_{cu}$ , limitada em 0,003, enquanto a norma canadense e a brasileira admite uma deformação última do concreto a compressão,  $\varepsilon_{cu}$ , limitada em 0,0035.



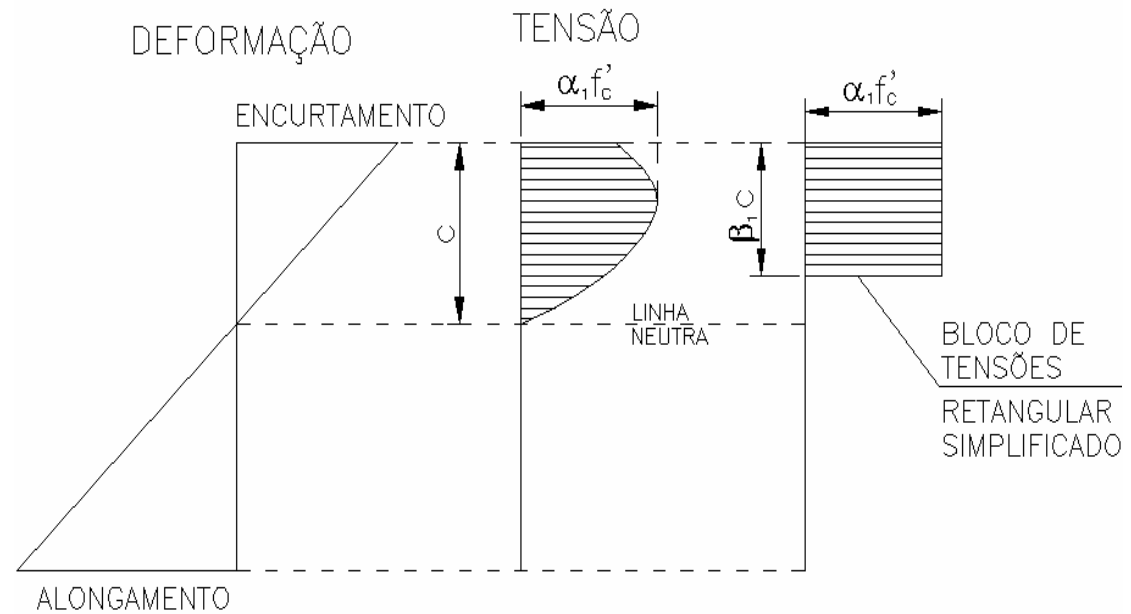


Figura 3.5 – Distribuição de tensões em uma seção sujeita a flexão.

### 3.2. Concreto Armado com PRF

Conforme demonstra a figura 2.2, o plástico reforçado por fibras (PRF) vem ganhando uma crescente aceitação como armadura estrutural para o concreto, isto ocorre devido ao fato deste material apresentar grandes promessas em termos de durabilidade e resistência, porém as características particulares deste material fazem necessária a criação de uma metodologia que considere as características particulares deste tipo de armadura. Vários países, como o Japão (Japan Society of Civil Engineers – JSCE, 1997) e os Estados Unidos (ACI 440.1 R-03) geraram recomendações para projeto de estruturas em CA-PRF. O Canadá foi o primeiro país a formalizar uma norma de projeto, no lugar de recomendações, o Canadá publicou o CSA S806, esta norma é muito consistente com a norma de projeto de concreto armado tradicional, o CSA A23.3. No item 3.2.1 serão relatadas as principais orientações e normas já existentes.

### **3.2.1. Recomendações de projeto de vigas em CA-PRF**

As recomendações existentes têm em comum o fato de serem baseadas em normas de projeto para estruturas em concreto armado com aço (CA). As modificações são influenciadas pelas propriedades mecânicas não convencionais da armadura de PRF e equações empíricas são baseadas em alguns trabalhos experimentais dos elementos de CA com PRF. Embora o comportamento elástico linear do PRF seja um importante fator, o impacto da mudança do modo de falha não é tratado em detalhes nestas recomendações já existentes. Nos itens 3.2.1.1 a 3.2.1.4 são citadas algumas orientações mundiais já desenvolvidas.

#### **3.2.1.1. ACI 440.1R-06**

As recomendações de projeto do comitê 440 (ACI 440) seguem o método dos estados limites e é semelhante ao projeto de barras de concreto armado. Porém no caso do concreto armado tradicional, geralmente o escoamento do aço ocorre antes do esmagamento do concreto, daí resultando uma falha dúctil. Já no caso do CA-PRF a falha da barra é súbita e catastrófica, então os modos de falha (ruptura do PRF e esmagamento do concreto) são frágeis, porém aceitáveis, desde que a resistência e critérios de serviços estejam satisfeitos. Para compensar a falta de ductilidade, o ACI 440 (2006) prescreve uma margem de segurança maior do que a usada para o concreto armado tradicional, de forma que a barra tenha uma reserva mais alta de resistência.

O ACI Committee 440 (2006) comenta os resultados experimentais de ensaios realizados por Nanni (1993), Jaeger et al (1997), GangaRao e Vijay (1997), Theriault e Benmokrane (1998), que indicaram que quando as barras de armadura PRF falham à tração, a falha é súbita e conduz ao colapso da barra. Uma falha mais progressiva, menos catastrófica, com maior deformabilidade foi observada quando a viga falha devido ao esmagamento do concreto. O uso de concreto de alta resistência permite o melhor uso das propriedades de alta resistência da barras de PRF e pode aumentar a rigidez da seção fissurada.

Segundo o comitê ACI 440 (2006) o cálculo da resistência das seções transversais deve ser executado baseado nas seguintes hipóteses:

- a deformação no concreto e no PRF deve ser proporcional à distância do eixo neutro (quer dizer, uma seção plana antes do carregamento, permanece plana após o carregamento);
- é assumido que a deformação máxima de compressão no concreto é de 0.003;
- a resistência à tração do concreto é ignorada;
- o comportamento à tração do PRF é linearmente elástico até falha e
- existe aderência perfeita entre o concreto e o PRF.

O ACI 440 (2006) estabelece que a resistência à flexão (resistência minorada -  $\phi M_n$ ) de uma viga deve exceder ao momento fletor oriundo das cargas atuantes (cargas majoradas), ou seja, em qualquer caso deve ser respeitada a condição dada por:

$$\phi M_n \geq M_u \quad (3.19)$$

onde:

$\phi$  = fator de minoração da resistência;

$M_n$  = valor nominal do momento fletor resistente;

$M_u$  = momento fletor, resultado do carregamento atuante majorado. (Nas recomendações do ACI 440 os coeficientes de majoração das cargas são aqueles definidos na norma ACI 318-2008).

A resistência nominal de uma viga em CA-PRF pode ser determinada a partir da compatibilidade de deformação, do equilíbrio das forças internas e do modo de falha. O modo de falha pode ser governado pelo esmagamento do concreto ou pela ruptura do PRF. Este modo de falha pode ser determinado comparando a taxa de armadura em PRF com a taxa de armadura balanceada (isto é, uma relação onde o esmagamento do concreto ocorre simultaneamente à ruptura do PRF). Já que o PRF não escoar, a taxa de armadura balanceada é calculada usando a resistência à tração de projeto, a taxa de armadura pode

ser obtida da equação (3.20), e a taxa de armadura balanceada pode ser calculada pela equação (3.21).

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} \quad (3.20)$$

onde:

$\rho_f$  = taxa de armadura longitudinal em PRF;

$A_f$  = área total das seções transversais das barras de PRF;

$b$  = largura da seção transversal;

$d$  = distância da fibra comprimida mais extrema até a centróide da armadura de tração.

$$\rho_{fb} = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_{fu}} \left( \frac{E_f \varepsilon_{cu}}{E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \right) \quad (3.21)$$

onde:

$\rho_{fb}$  = taxa de armadura de PRF balanceada;

$\beta_1$  = fator tomado como 0,85 para a resistência do concreto ( $f'_c$ ) até 27,6 MPa. Para resistência acima de 27,6 MPa, este fator é continuamente reduzido a uma taxa de 0,05 para cada 6,9 MPa de resistência a mais de 27,6 MPa, mas nunca menor que 0,65;

$f'_c$  = resistência característica à compressão do concreto;

$f_{fu}$  = resistência à tração de projeto do PRF, considerando a redução para condição de serviço;

$E_f$  = módulo de elasticidade do PRF definido como a média dos valores obtidos em testes;

$\varepsilon_{cu}$  = deformação última do concreto;

Se a taxa de armadura está abaixo da taxa de armadura balanceada ( $\rho_f < \rho_{fb}$ ), o modo de falha é a ruptura de PRF; caso contrário, ( $\rho_f > \rho_{fb}$ ) o esmagamento do concreto governa a falha.

Quando  $\rho_f < 1,4\rho_{fb}$  a falha da estrutura é iniciada pelo esmagamento do concreto, e a distribuição de tensões no concreto pode ser obtida através do bloco retangular de tensões

do ACI 318-08, baseado no equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações, a resistência nominal então pode ser obtida por:

$$M_n = A_f f_f \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (3.22)$$

Sendo que a profundidade do bloco de tensões,  $a$ , é dada por:

$$a = \frac{A_f f_f}{0,85 f'_c b} \quad (3.23)$$

E  $f_f$  é dado por:

$$f_f = E_f \varepsilon_{cu} \frac{\beta_1 d - a}{a} \quad (3.24)$$

Substituindo a Eq. 3.23 na Eq. 3.24, obtém-se:

$$f_f = \left( \sqrt{\frac{(E_f \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \beta_1 f'_c}{\rho_f} E_f \varepsilon_{cu} - 0,5 E_f \varepsilon_{cu}} \right) \leq f_{fu} \quad (3.25)$$

À resistência à flexão também pode ser expressa através da taxa de armadura em PRF como dado na Eq. 3.26 em substituição a Eq. 3.22.

$$M_n = \rho_f f_f \left( 1 - 0,59 \frac{\rho_f f_f}{f'_c} \right) b d^2 \quad (3.26)$$

Quando  $\rho_f < \rho_{fb}$ , a falha da barra é iniciada pela ruptura do PRF, e o bloco de tensão da ACI 318-08 não é aplicável porque a deformação máxima do concreto (0.003) pode não ser atingida. Neste caso, um bloco equivalente de tensões precisa ser usado para aproximar a distribuição de tensões no concreto ao nível de deformação particular alcançado. A análise incorpora duas incógnitas: a deformação de compressão do concreto na falha,  $\varepsilon_c$ , e a profundidade do eixo neutro,  $c$ . Além disso, os fatores do bloco retangular de tensões,  $\alpha_1$  e

$\beta_1$  são desconhecidos. O fator  $\alpha_1$  é a relação da tensão média no concreto para a resistência do concreto.  $\beta_1$  é a razão da profundidade do bloco de tensão retangular equivalente à profundidade do eixo neutro. A análise que envolve todas estas incógnitas é muito complexa. A resistência à flexão pode ser calculada por:

$$M_n = A_f f_{fu} \left( d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad (3.27)$$

Para uma dada seção, o produto  $\beta_1 c$  da equação acima varia dependendo das propriedades materiais e da taxa de armadura em PRF. O valor máximo de  $\beta_1 c$  é alcançado quando a deformação máxima (0,003) do concreto é atingida. O cálculo da resistência nominal à flexão da barra pode ser feito de modo simplificado e conservador através das Eqs. 3.28 e 3.29 a seguir:

$$M_n = A_f f_{fu} \left( d - \frac{\beta_1 c_b}{2} \right) \quad (3.28)$$

$$c_b = \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \right) d \quad (3.29)$$

### 3.2.1.1.1. Fator de minoração da resistência

Devido ao fato das barras de PRF não exibirem comportamento dúctil deve-se adotar um fator de minoração de resistência conservador para fornecer uma maior margem de segurança.

O ACI 440 (2006) sugere os seguintes fatores de minoração da resistência:

$$\phi = 0,55 \text{ para } \rho_f \leq \rho_{fb} \quad (3.30a)$$

$$\phi = 0,3 + 0,25 \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} \text{ para } \rho_{fb} < \rho_f < 1,4\rho_{fb} \quad (3.30b)$$

$$\phi = 0,65 \text{ para } \rho_f \geq 1,4\rho_{fb} \quad (3.30c)$$

onde  $\rho_{fb}$  é dado pela Equação (3.21).

### 3.2.1.1.2. Armadura mínima de PRF

O ACI 440 (2006) limita a armadura mínima de PRF, no caso da estrutura ser projetada para falha por ruptura do PRF, ou seja, quando  $\rho_f < \rho_{fb}$ , deve-se adotar uma área mínima de PRF dada por:

$$A_{f,min} = \frac{4,9\sqrt{f'_c}}{f_{fu}} bd \geq \frac{360}{f_{fu}} b d \text{ (in}^2\text{)} \quad (3.31)$$

onde:

$A_{f,min}$  = área mínima necessária de PRF;

$f'_c$  = resistência característica à compressão do concreto;

$f_{fu}$  = resistência à tração de projeto do PRF, considerando a redução para condição de serviço;

$b$  = largura da seção transversal;

$d$  = distância da fibra comprimida mais extrema até o centróide da armadura de tração.

### 3.2.1.1.3. Considerações especiais

O ACI 440 (2006) faz algumas considerações especiais em diversos outros casos, como:

- Uso de camadas múltiplas de armadura;
- Uso de diferentes tipos de PRF para armadura de uma mesma estrutura;
- Redistribuição de momentos;
- Armadura de compressão;
- Dimensionamento para estado limite de serviço;
- Controle de flechas;
- Fadiga e ruptura por deformação lenta;

- Cisalhamento;
- Controle de fissuras.

### **3.2.1.2. JSCE (1997)**

As recomendações de projeto japonesas para CA - PRF (JSCE 1997) são baseadas nas modificações das normas de CA com aço (JSCE 1986). Estas recomendações tratam do estado limite de serviço e do estado limite último.

### **3.2.1.3. CSA S806**

O Canadá foi o primeiro país a formalizar uma norma para dimensionamento de estruturas de concreto armado com PRF, esta norma é baseada e é muito consistente com a norma canadense de concreto armado tradicional, CSA A23.3. O CSA S806 fornece fatores parciais de resistência material ao invés de fatores de redução de resistência, a norma não considera a ruptura do PRF como um modo de falha válido, permite apenas o esmagamento do concreto.

### **3.2.1.4. Norma Egípcia**

O Egito também já formalizou uma norma para dimensionamento de estruturas de concreto armado com PRF (Egyptian Ministry of Housing, Utilities, and Urban Development 2005). Esta norma é consistente com a norma egípcia de CA (2001).

### **3.2.1.5. IStructE, 1999**

Na Grã-Bretanha, as recomendações para o uso de CA-PRF (IStructE 1999) foram feitas através de alterações da norma britânica BS8110.



### 3.2.1.6. Clarke et. al (1996) e Euro-Projects (1997)

As recomendações de projeto Européias são baseadas em modificações da norma britânica e outras normas européias de CA, tal como Eurocode 2 (Europa 1992, 1994). Estas recomendações incluem um conjunto de fatores de segurança parciais para a resistência material e rigidez (tabela 3.3) que levam em consideração o comportamento estrutural de curto e longo prazo. Eles não fornecem indicações claras sobre a falha predominante que resultará na aplicação de fatores de redução parciais. A ação mista dos fatores de redução na resistência e rigidez leva a resultados muito conservadores – em particular, quando usando armadura de cisalhamento.

Tabela 3.3 - Fatores parciais de segurança propostos para PRF para estruturas de concreto dado por Clarke et al. (1996).

Parâmetro	Material	Fator parcial de segurança $\gamma_{PRF}$ (Curto e longo prazo)
Resistência	PRF - Plástico reforçado com de fibra de vidro	3,6
	PRF - Plástico reforçado com de fibra de aramida	2,2
	PRF - Plástico reforçado com de fibra de carbono	1,8
Rigidez	PRF - Plástico reforçado com de fibra de vidro	1,8
	PRF - Plástico reforçado com de fibra de aramida	1,1
	PRF - Plástico reforçado com de fibra de carbono	1,1

## 3.3. Resumo do Capítulo

Conforme descrito neste trabalho as normas existentes para dimensionamento de peças de concreto armado tradicional e também concreto armado com PRF utilizam o método dos estados limites. No método dos estados limites a capacidade resistente da estrutura é

reduzida e a solicitação atuante na estrutura é aumentada, de forma a garantir que a estrutura não falhe.

As condições de seguranças das normas existente estabelecem que a resistência de cálculo deverá ser superior ou igual a solicitação de cálculo, ou seja,  $R_d \geq S_d$ .

Para execução de projetos, visando simplificar os cálculos, as normas existentes permitem o uso do bloco de tensões equivalentes similar ao diagrama tensão-deformação real, mas neste estudo optou-se por utilizar o diagrama proposto pela figura 3.2 e pela equação 3.6 ao invés do diagrama tensão deformação simplificado, pois estaria sendo incluído as suposições consideradas quando do desenvolvimento do diagrama, o que influenciaria nos índices de confiabilidade.

Neste diagrama percebe-se claramente que a resistência máxima ocorre para uma deformação entre 0,002 e 0,003 e, logo após, tem-se um trecho descendente na curva tensão-deformação. Percebe-se também que a inclinação inicial das curvas (módulo de elasticidade inicial) aumenta com o aumento da resistência à compressão do concreto.

Como não se têm recomendações brasileiras para o uso de CA-PRF optou-se por utilizar a ACI, sendo assim todos os parâmetros de projetos utilizados neste trabalho estarão de acordo com a ACI, e não com a NBR. Para majoração das cargas utilizou-se os fatores sugeridos pela ACI, para a carga permanente fator de 1,2 e para a sobrecarga 1,6.

# 4.

## CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

### 4.1. Introdução

No desenvolvimento de projetos de engenharia, frequentemente engenheiros tomam decisões considerando as informações disponíveis, e utilizando-se de métodos de análise e avaliação que incluem modelagem e análise matemática sofisticada, como, simulação numérica em computadores e as técnicas de otimização. Porém, independente do nível de sofisticação dos modelos, inclusive os modelos de laboratório experimental, eles são previsões, suposições ou condições idealizadas; conseqüentemente, as informações obtidas destes modelos podem ou não refletir a realidade. Então, sempre existe uma probabilidade, por menor que seja, de uma estrutura falhar.

Esta probabilidade pode ser pequena ou grande, dependendo da qualidade das informações obtidas, pois tais informações são deduzidas freqüentemente a partir de circunstâncias semelhantes (ou até mesmo diferentes) ou deduzidas a partir de modelos. Assim, vários graus de imperfeição podem estar presentes; muitos problemas na engenharia envolvem processos naturais e fenômenos que são inerentemente aleatórios. Os estados de tais fenômenos são naturalmente indeterminados e assim não podem ser descritos com precisão.

Por estas razões, decisões de engenharia normalmente são tomadas sob condições de incerteza; portanto envolvendo riscos e conseqüentemente demandando a avaliação da relação riscos / benefícios dentro do contexto da probabilidade aplicada. Para serem mais precisas, as ferramentas de análise na engenharia devem incluir métodos e conceitos para

avaliar as incertezas envolvidas nos projeto e desempenho de sistemas. Neste caso, os princípios da probabilidade, estatística e teoria da decisão oferecem a base matemática para a modelagem de incertezas e análise de seus efeitos sobre o projeto de engenharia.

## 4.2. Níveis dos Métodos de Confiabilidade

O problema fundamental da confiabilidade estrutural é o da garantia de que a resistência de uma estrutura (ou componente estrutural) seja superior ao carregamento (ou seus efeitos) ao longo de toda a vida útil da estrutura. Devido às incertezas presentes tanto na resistência quanto no carregamento, existe, sempre, uma probabilidade de falha associada a cada projeto. Assim tal garantia pode ser estabelecida apenas em termos probabilísticos; ou seja, a confiabilidade de uma estrutura deve ser medida em termos da probabilidade da resistência ser superior ao carregamento. Os métodos de confiabilidade podem ser classificados em cinco níveis, de acordo com a quantidade de informação usada e disponível sobre o problema estrutural. Os diversos níveis são citados a seguir (Madsen et al, 1986; Galambos, 1992; Diniz, 2006).

**Nível 0** – Métodos que usam o formato das tensões admissíveis. No método das tensões admissíveis todas as cargas são tratadas similarmente e as tensões elásticas são reduzidas por um fator de segurança. A condição dada pela equação 4.1 deve ser atendida.

$$\sigma \leq \sigma_{adm}; \quad \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{lim}}{CS} \quad (4.1)$$

onde:

$\sigma$ : tensão obtida pela teoria linear para as cargas máximas que podem ser esperadas durante a vida útil da estrutura;

$\sigma_{adm}$ : tensão admissível;

$\sigma_{lim}$ : tensão limite;

$CS$ : coeficiente de segurança.

**Nível 1** – Métodos que empregam um valor característico para cada valor “incerto”. Correspodem aos formatos do tipo LRFD (Load and Resistance Factor Design) ou método

dos estados limites. Segundo este critério, a segurança das estruturas de concreto deve ser verificada em relação aos seguintes estados limites últimos:

- Estado limite último de perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- Estado limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais, admitindo-se a redistribuição de esforços internos desde que seja respeitada a capacidade de adaptação plástica, e admitindo-se, em geral, as verificações separadas das solicitações normais e tangenciais;
- Estado limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- Estado limite último provocado por solicitações dinâmicas;
- Outros estados limites últimos que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.

Adicionalmente, estados limites de serviço, aqueles relacionados à durabilidade das estruturas, aparência, conforto dos usuários e a boa utilização funcional da mesma, também devem ser verificados.

Em linha gerais, este método pode ser representado pela equação 4.2 a seguir:

$$\phi R_n \geq \sum \gamma_i Q_{in} \quad (4.2)$$

onde:

- $\phi$ : fator de minoração da resistência;
- $R_n$ : resistência nominal;
- $\gamma_i$ : coeficiente de majoração da  $i$ -ésima carga (ou seu efeito);
- $Q_{in}$ : Valor nominal da  $i$ -ésima carga (ou seu efeito).

**Nível 2** – Métodos do índice de confiabilidade. Estes métodos empregam dois valores para cada parâmetro “incerto” (usualmente média e variância) e uma medida da correlação entre parâmetros (usualmente covariância). A condição dada pela equação 4.3 deve ser atendida.

$$\beta \geq \beta_{adm} \quad (4.3)$$

onde:

$\beta$ : índice de confiabilidade (ver item 4.3.4, “First Order Second Moment”);

$\beta_{adm}$ : índice de confiabilidade admissível;

**Nível 3** – Métodos que empregam a probabilidade de falha da estrutura ou componente estrutural como medida de sua confiabilidade. A Função densidade de probabilidade das variáveis básicas é requerida. A condição dada pela equação 4.4 deve ser respeitada.

$$P_F \leq P_{Fadm} \quad (4.4)$$

onde:

$P_F$ : probabilidade de falha associada (ver item 4.3.4, First Order Reliability Method);

$P_{Fadm}$ : probabilidade de falha admissível.

**Nível 4** – Este nível envolve elementos de confiabilidade e otimização (minimizar o custo total ou maximizar o benefício auferido ao longo da vida útil da estrutura). O custo total é dado por:

$$\text{Custo total} = c_i + c_{insp} + c_m + \sum P_F \times c_f \quad (4.5)$$

onde:

$c_i$ : custo inicial;

$c_{insp}$ : custo de inspeção;

$c_m$ : custo de manutenção;

$P_F$ : probabilidade de falha associada ao  $i$ -ésimo modo de falha;

$c_f$ : custo associado ao  $i$ -ésimo modo de falha.

As normas atuais de projeto de estruturas em CA (por exemplo, NBR 6118:2003, ACI 318-08, Eurocode) seguem o método dos estados limites, ou seja, nível 1. Normas e recomendações de projeto desenvolvidas segundo o nível 1 devem ser calibradas a partir de níveis superiores, ou seja, níveis 2, 3 ou 4. Neste trabalho a avaliação da confiabilidade de

vigas em CA-PRF será feita com vistas a fornecer subsídios para o ajuste de recomendações de projeto segundo o método dos estados limites. Assim, nos itens a seguir serão enfatizados o método de análise de confiabilidade de primeira ordem e segundo momento (*FOSM – First Order Second Moment*), o método de confiabilidade de primeira ordem (*FORM – First Order Reliability Method*) e a Simulação de Monte Carlo.

### **4.3. Métodos de Análise de Confiabilidade**

#### **4.3.1. Problema Básico**

Os problemas de confiabilidade de sistemas de engenharia podem ser formulados como um problema de suprimento versus demanda. Como exemplo típico, em termos de engenharia estrutural, o suprimento pode ser a resistência de um sistema (ou componente) estrutural e a demanda os efeitos do carregamento. Na consideração da segurança de uma estrutura deve-se garantir que a resistência da mesma seja suficiente para resistir aos efeitos do carregamento ao longo de sua vida útil. Entretanto, esta garantia é possível apenas em termos da probabilidade de que a resistência  $X$  seja superior aos efeitos do carregamento  $Y$ , ou seja, a probabilidade  $P(X > Y)$ . Esta probabilidade, portanto, representa a medida da confiabilidade da estrutura; e a probabilidade do evento complementar  $P(X < Y)$  é a probabilidade de falha (Ang e Tang, 1990).

Em termos de confiabilidade estrutural, deve-se fazer a distinção entre confiabilidade de sistemas e confiabilidade de componentes. Como confiabilidade de componentes, entende-se que apenas um modo de falha é considerado. Por exemplo, uma viga pode apresentar distintos modos de falha, a saber, falha por flexão, falha por cisalhamento ou falha por deslocamentos excessivos. Esta viga, sob o ponto de vista da confiabilidade estrutural, corresponderá a um sistema e deverá ser analisada pelos métodos da confiabilidade de sistemas. Conforme descrito na literatura (Ang e Tang, 1990; Melchers, 1999), o tratamento do problema de confiabilidade de sistemas passa pelo problema básico da confiabilidade de seus componentes.

Assumindo-se que a distribuição de probabilidade de  $X$  ( $F_X(x)$  ou  $f_X(x)$ ) e  $Y$  ( $F_Y(y)$  ou  $f_Y(y)$ ) são conhecidas e que as variáveis aleatórias  $X$  (resistência) e  $Y$  (efeito do carregamento) sejam contínuas, estatisticamente independentes e um único modo de falha, então a probabilidade de falha,  $P_F$  é dada por:

$$P_F = \int_0^{\infty} F_X(y) f_Y(y) dy \quad (4.6)$$

A Eq. (4.6) é conhecida como convolução em relação a  $y$  e pode ser explicada a partir da figura 4.1 como se descreve a seguir. Se  $Y = y$ , a probabilidade condicional de falha é  $F_X(y)$ . Entretanto, em termos de variáveis contínuas, a probabilidade de que  $Y$  esteja no intervalo  $y$  e  $y + dy$  é igual a  $f_Y(y) dy$ . Assim, para o cálculo de  $P_F$ , a probabilidade condicional  $F_X(y)$  deve ser ponderada por  $f_Y(y) dy$  e integrada para todos os valores de  $Y$ .

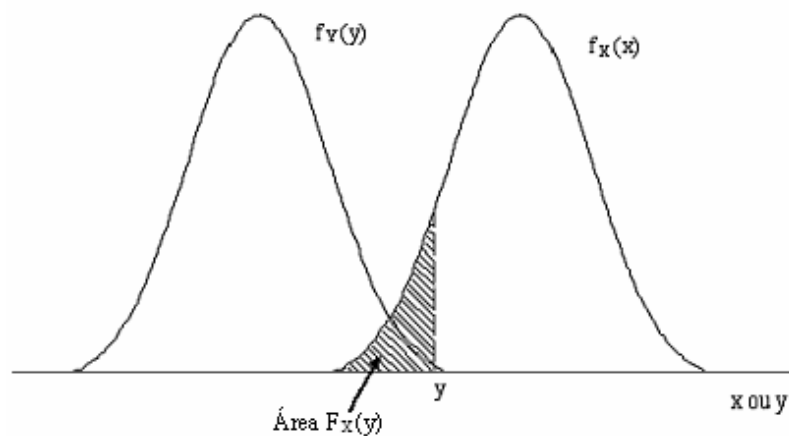


Figura 4.1 - Funções densidade de probabilidade  $f_X(x)$  e  $f_Y(y)$ .

A probabilidade complementar, ou seja, a probabilidade de sobrevivência,  $P_S$ , é dada por:

$$P_S = 1 - P_F \quad (4.7)$$

Como verificado através da figura 4.1, a região de sobreposição das curvas  $f_X(x)$  e  $f_Y(y)$  representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha  $P_F$ .



No caso mais geral de variáveis aleatórias estatisticamente dependentes, a probabilidade de falha pode ser expressa em termos da função densidade de probabilidade conjunta de  $X$  e  $Y$ ,  $f_{X,Y}(x,y)$ , a saber (Ang e Tang, 1990):

$$P_F = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^y f_{X,Y}(x,y) dx \right] dy \quad (4.8)$$

e a probabilidade de sobrevivência é dada por:

$$P_s = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^x f_{X,Y}(x,y) dy \right] dx \quad (4.9)$$

O cálculo da probabilidade de falha via equação 4.6 (variáveis aleatórias estaticamente independentes) ou equação 4.8 (variáveis correlacionadas) requer o conhecimento das funções densidade de probabilidade  $f_X(x)$  e  $f_Y(y)$  (variáveis estaticamente independentes) ou  $f_{X,Y}(x,y)$  (variáveis correlacionadas). Na prática,  $X$  e  $Y$  são funções de uma série de outras variáveis aleatórias e apenas em poucos casos, a probabilidade de falha é obtida diretamente a partir da integração da equação 4.6 (variáveis estaticamente independentes) ou 4.8 (variáveis correlacionadas). Nos itens seguintes serão apresentados dois casos particulares em que a probabilidade de falha pode ser calculada de forma exata. No caso mais geral, contudo, procedimentos numéricos serão requeridos. Neste trabalho serão discutidos a Formulação de Primeira Ordem e Segundo Momento (conhecido na literatura como First Ordem Second Moment, FOSM), o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (First Ordem Reliability Method, FORM) e a Simulação de Monte Carlo.

### 4.3.2. Margem de Segurança

O problema suprimento versus demanda pode ser formulado em termos da margem de segurança,  $M = X - Y$ . Sendo  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias,  $M$  também é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade  $F_M(m)$ . Neste caso, a falha corresponde ao evento ( $M < 0$ ), e assim a probabilidade de falha é dada pela seguinte expressão:

$$P_F = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = F_M(0) \quad (4.10)$$

Graficamente a probabilidade de falha é dada pela área sob a curva  $f_M(m)$  para valores de  $M$  inferiores a zero, como mostrado na figura 4.2.

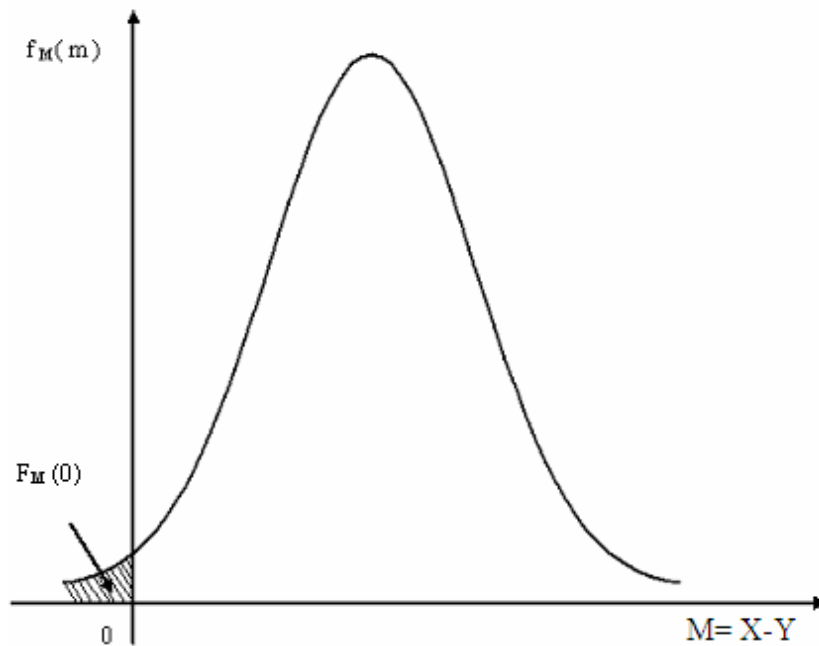


Figura 4.2 - Função densidade de probabilidade da margem de segurança.

No caso de uma estrutura em que a resistência  $R$  e o efeito do carregamento  $Q$  são variáveis aleatórias Gaussianas e estaticamente independentes, isto é,  $N(\mu_R, \sigma_R)$  e  $N(\mu_Q, \sigma_Q)$ , respectivamente, a margem de segurança  $M = R - Q$  também será uma variável Gaussiana,  $N(\mu_M, \sigma_M)$ . A notação  $N(\mu, \sigma)$  representa uma variável Normal com parâmetros média,  $\mu$ , e desvio padrão,  $\sigma$ . A média e o desvio padrão da margem de segurança são dados por (Ang e Tang, 1990):

$$\mu_M = \mu_R - \mu_Q \quad (4.11)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2} \quad (4.12)$$

A probabilidade de falha pode ser obtida pela seguinte equação:

$$P_F = F_M(0) = \Phi\left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (4.13)$$

onde  $\Phi$  é a função de distribuição acumulada da variável Normal padrão,  $N(0,1)$ .

A probabilidade de sobrevivência é dada por:

$$P_S = 1 - P_F = \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (4.14)$$

Pela equação 4.14 pode ser observado que a confiabilidade é função da razão  $\mu_M / \sigma_M$ , conhecida na literatura como índice de confiabilidade,  $\beta$ , ou seja:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \quad (4.15)$$

Vale ressaltar que neste caso a probabilidade de sobrevivência  $P_S$  é calculada de forma exata, e em termos do índice de confiabilidade, é dada por:

$$P_S = \Phi(\beta) \quad (4.16)$$

e a probabilidade complementar, probabilidade de falha  $P_F$  é:

$$P_F = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta) \quad (4.17)$$

### 4.3.3. Fator de Segurança

O problema suprimento versus demanda também pode ser formulado em termos do fator de segurança, definido como:

$$\Theta = X/Y \quad (4.18)$$

Se o suprimento  $X$  e/ou a demanda  $Y$  são variáveis aleatórias, o fator de segurança  $\Theta$  também será uma variável aleatória. A função de distribuição de  $\Theta$  pode ser deduzida a partir das funções de distribuição de  $X$  e  $Y$ . Neste caso a falha corresponde ao evento ( $\Theta < 1$ ). Neste caso a probabilidade de falha é dada por:

$$p_F = \int_0^1 f_{\Theta}(\theta) d\theta = F_{\Theta}(1.0) \quad (4.19)$$

sendo representada pela área da curva  $f_{\Theta}(\theta)$  entre 0 e 1, como mostrado na figura 4.3.

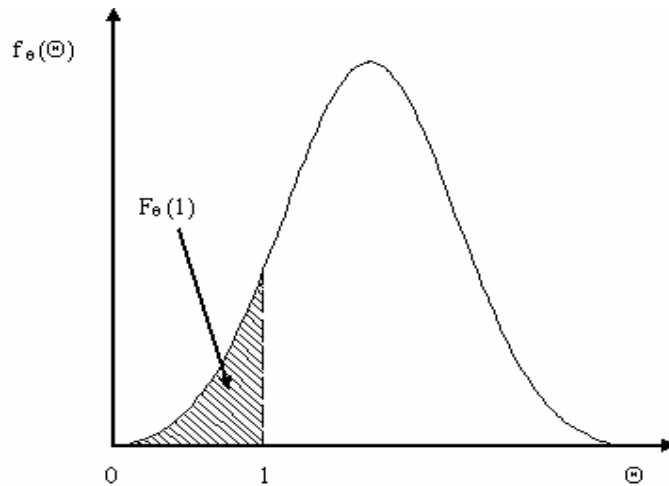


Figura 4.3- Função densidade de probabilidade do fator de segurança.

No caso de uma estrutura em que a resistência  $R$  e o efeito do carregamento  $Q$  são variáveis aleatórias Lognormais e estaticamente independentes, isto é,  $LN(\lambda_R, \zeta_R)$  e  $L(\lambda_Q, \zeta_Q)$ , respectivamente, o fator de segurança  $\Theta = R / Q$  também será uma variável Lognormal,  $LN(\lambda_{\Theta}, \zeta_{\Theta})$ , onde  $\lambda_{\Theta}$  e  $\zeta_{\Theta}$  são dados por (Ang e Tang, 1990):

$$\zeta_{\Theta} = \sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2} \quad (4.20)$$

A notação  $LN(\lambda, \zeta)$  representa uma variável Lognormal com parâmetros  $\lambda$ , e  $\zeta$ .

A probabilidade de falha pode ser obtida pela seguinte equação:

$$P_F = F_{\theta}(1,0) = \Phi\left(\frac{\ln 1,0 - \lambda_{\theta}}{\zeta_{\theta}}\right) = \Phi\left(\frac{-\lambda_{\theta}}{\zeta_{\theta}}\right) \quad (4.21)$$

Pela equação 4.21 pode ser observado que a confiabilidade é função da razão  $\lambda_{\theta} / \zeta_{\theta}$ , ou seja neste caso o índice de confiabilidade é dado por:

$$\beta = \frac{\lambda_{\theta}}{\zeta_{\theta}} \quad (4.22)$$

Novamente, vale ressaltar que neste caso particular a probabilidade de falha  $P_F$  é calculada de forma exata.

#### 4.3.4. Formulação de Primeira Ordem e Segundo Momento

O cálculo da probabilidade de sobrevivência (ou da probabilidade de falha) requer o conhecimento das distribuições  $f_X(x)$  e  $f_Y(y)$ , ou da distribuição conjunta  $f_{X,Y}(x,y)$ . Na prática, esta informação nem sempre está disponível ou é de difícil obtenção. Frequentemente, as informações disponíveis podem ser suficientes apenas para avaliar o primeiro e segundo momentos; isto é, a média e a variância das respectivas variáveis aleatórias (e as covariâncias entre pares de variáveis). Nestes casos, uma medida prática da confiabilidade, baseada apenas nos dois primeiros momentos, deve ser desenvolvida. A seguir será apresentada a formulação conhecida na literatura como método de análise de confiabilidade de primeira ordem e segundo momento (First Order Second Moment, FOSM).

O suprimento e a demanda podem ser funções de várias outras variáveis. Para tais casos, o problema de suprimento versus demanda deve ser generalizado. No sentido mais amplo, a confiabilidade de um sistema (ou componente) pode ser definida como a probabilidade de desempenhar adequadamente a função planejada. O nível de desempenho dependerá obviamente das propriedades do mesmo. Neste contexto define-se a função de desempenho:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4.23)$$

onde  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  é o vetor das variáveis básicas (ou de projeto), e a função  $g(\mathbf{X})$  determina o desempenho ou estado do sistema (ou componente). A condição limite pode ser definida como  $g(\mathbf{X}) = 0$ ; segue, portanto, que  $[g(\mathbf{X}) > 0]$  é o estado de segurança e  $[g(\mathbf{X}) < 0]$  é o estado de falha. Geometricamente, a equação do estado limite,  $g(\mathbf{X}) = 0$  é uma superfície  $n$ -dimensional (ou hipersuperfície) denominada “superfície de falha”.

Considerando-se um problema definido por  $n$  variáveis de projeto estatisticamente independentes, então as variáveis reduzidas são representadas por:

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.24)$$

Neste caso, a equação do estado limite em função das variáveis reduzidas torna-se:

$$g(\sigma_{x_1} X'_1 + \mu_{x_1}, \dots, \sigma_{x_n} X'_n + \mu_{x_n}) = 0 \quad (4.25)$$

A figura 4.4 apresenta o estado de segurança e o estado de falha no espaço das variáveis reduzidas,  $X'_1$  e  $X'_2$ , (ou seja,  $n = 2$ ). Através desta figura pode ser observado que quando a superfície de falha se aproxima ou se afasta da origem no espaço das variáveis reduzidas, a região de segurança (ou de falha) aumenta (ou diminui) correspondentemente. Shinozuka (1983) destacou que o ponto na superfície de falha com a menor distância à origem no espaço das variáveis reduzidas é o ponto mais provável de falha. Assim esta distância mínima pode ser usada como uma medida da confiabilidade.

A distância de um ponto  $\mathbf{X}' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$  à origem no espaço das variáveis reduzidas é dada por:

$$D = \sqrt{X'^2_1 + \dots + X'^2_n} = (\mathbf{X}'^T \mathbf{X}')^{1/2} \quad (4.26)$$

O índice de confiabilidade,  $\beta$ , ou seja a distância do ponto de projeto  $\mathbf{X}' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$  à origem no espaço das variáveis reduzidas é a solução do problema de minimização da

função  $D$ , sujeita à restrição  $g(\mathbf{X}) = 0$ , ou seja, o ponto de projeto está na superfície de falha.

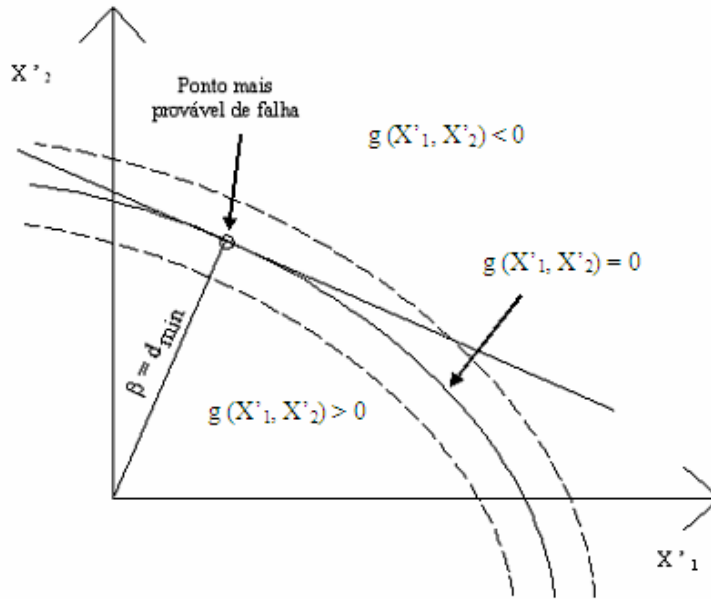


Figura 4.4- Estado seguro e estado de falha no espaço das variáveis reduzidas.

Pode-se demonstrar que o índice de confiabilidade,  $\beta$ , é dado por (Ang e Tang, 1990; Melchers, 1999):

$$\beta = \frac{-\mathbf{G}^{*T} \mathbf{X}'^*}{(\mathbf{G}^{*T} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (4.27)$$

onde  $\mathbf{G}$  é o vetor gradiente dado por:

$$\mathbf{G} = \left( \frac{\partial g}{\partial X'_1}, \frac{\partial g}{\partial X'_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X'_n} \right) \quad (4.28)$$

e  $\mathbf{G}^*$  é o vetor gradiente no ponto mais provável de falha  $(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$ . Na forma escalar, a equação 4.27 pode ser representada como:

$$\beta = \frac{-\sum x'_i \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*}{\sqrt{\sum \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*^2}} \quad (4.29)$$

Na expressão acima as derivadas  $(\partial g / \partial X_i)_*$  são avaliadas em  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ ; o ponto mais provável de falha é dado pela expressão (Ang e Tang, 1990):

$$\mathbf{X}'^* = \frac{-\mathbf{G}^* \beta}{(\mathbf{G}^{*T} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (4.30)$$

Na forma escalar, o componente  $X_i'^*$ , da equação 4.30 pode ser representado por:

$$x_i'^* = -\alpha_i^* \beta; \quad i=1,2,\dots,n; \quad (4.31)$$

Onde  $\alpha_i^*$  é o cosseno diretor em relação do eixo  $x_i'^*$  e é dado por:

$$\alpha_i^* = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_*}{\sqrt{\sum \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_*^2}} \quad (4.32)$$

Portanto o ponto mais provável de falha (ou ponto de projeto, como também é conhecido) é o ponto na superfície de falha com a distância mínima até a origem no espaço das variáveis reduzidas (ver figura 4.4 para o caso de duas variáveis básicas). Pode-se mostrar que o procedimento que conduz à menor distância, ou seja, ao índice de confiabilidade  $\beta$ , definido pela equação 4.27 (forma matricial) ou equação 4.29 (forma escalar), corresponde a uma linearização da função de desempenho no ponto mais provável de falha (Ang e Tang, 1990; Melchers, 1999). Pela linearização da função de desempenho e pela utilização de informações apenas até o segundo momento das variáveis envolvidas, esta formulação é denominada método de análise de confiabilidade de primeira ordem e segundo momento (First Order Second Moment, FOSM).

### 4.3.5. Método de Confiabilidade de Primeira Ordem

Conforme visto no item anterior, o FOSM usa apenas informações relativas ao primeiro e segundo momentos das variáveis envolvidas; isto é, a média e a variância das respectivas



variáveis aleatórias (e as covariâncias entre pares de variáveis). Assim, a medida de confiabilidade obtida através deste procedimento é o índice de confiabilidade  $\beta$  definido pela equação 4.27 (forma matricial) ou equação 4.29 (forma escalar). Pode-se concluir portanto que o FOSM corresponde a um método de nível 2.

O cálculo da probabilidade de sobrevivência (ou da probabilidade de falha) requer o conhecimento das distribuições  $f_X(x)$  e  $f_Y(y)$ , ou da distribuição conjunta  $f_{X,Y}(x,y)$ . No caso de variáveis básicas Normais, estatisticamente independentes e função de desempenho linear, pode-se mostrar (Ang e Tang, 1990) que a probabilidade de falha pode ser calculada de forma exata a partir do índice de confiabilidade  $\beta$  definido via equação 4.27 ou 4.29, ou seja:

$$P_F = \Phi(-\beta) \quad (4.33)$$

Os resultados obtidos pelo FOSM são consistentes com variáveis Normais. Para o caso mais geral, variáveis não normais devem ser transformadas em distribuições normais equivalentes e variáveis correlacionadas devem ser transformadas em variáveis estatisticamente independentes. Nestes casos mais gerais a probabilidade de falha é calculada de forma aproximada através de procedimentos iterativos (Ang e Tang, 1990).

Quando as distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas são conhecidas e utilizadas no cálculo da probabilidade de falha via obtenção da distância mínima do ponto na superfície de falha até a origem no espaço das variáveis reduzidas, este procedimento é denominado Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (First Ordem Reliability Method, FORM). Aqui entende-se que esta distância mínima é obtida através dos procedimentos apresentados no item anterior, que conforme visto correspondem à linearização da função de desempenho no ponto mais provável de falha. Como pode ser concluído o FORM corresponde a um método de nível 3.

### **4.3.6. Simulação de Monte Carlo**

Simulação é o processo de representação do mundo real baseado em um conjunto de hipóteses e modelos concebidos da realidade. Este processo pode ser executado teoricamente ou experimentalmente. A simulação teórica é normalmente executada numericamente, tendo se tornado uma ferramenta muito mais prática com o advento dos computadores. Assim como os métodos experimentais, a simulação numérica pode ser usada para a obtenção de dados que representem uma situação do mundo real (Ang e Tang 1990).

Para os propósitos de engenharia, a simulação pode ser usada para estudar a eficácia de um projeto. A partir de um conjunto de valores prescritos para os parâmetros (ou variáveis de projeto), o processo de simulação produz uma medida específica do desempenho da estrutura. Por meio de repetidas simulações a avaliação do desempenho da estrutura se torna mais precisa. Este procedimento de simulação pode ser usado para definir alternativas de projeto (Ang e Tang 1990).

A simulação de Monte Carlo envolve a repetição do processo de simulação, usando em cada simulação um conjunto particular de valores das variáveis aleatórias geradas de acordo com a correspondente distribuição de probabilidade. Repetindo-se o processo, uma amostra de soluções, cada uma correspondendo a um conjunto diferente de valores das variáveis aleatórias é obtida. Uma amostra obtida via simulação de Monte Carlo é similar a uma amostra de observações experimentais. Os resultados da simulação de Monte Carlo podem ser tratados estatisticamente e podem ser apresentados na forma de histogramas (Ang e Tang 1990).

Geralmente as soluções obtidas através de simulação de Monte Carlo não são exatas (a menos que o tamanho de amostra seja infinitamente grande). Por se tratar de uma técnica de amostragem, ela está sujeita a erros de amostragem, portanto, para que seus resultados sejam mais precisos e confiáveis é necessário a utilização de amostras com grande número

de elementos. Uma discussão relativa ao erro associado a estimativa da probabilidade de falha com função do tamanho da amostra é apresentada no item 4.3.6.2.

Dois itens são necessários para a realização da Simulação de Monte Carlo: (i) uma relação determinística para descrever a resposta da estrutura; (ii) as distribuições de probabilidade de todas as variáveis envolvidas no cálculo da resposta.

O uso da simulação de Monte Carlo na avaliação de um desempenho estrutural pode ser feito para:

- calcular as estatísticas (média, desvio padrão e tipo de distribuição) da resposta do sistema. Neste caso, primeiro é obtida uma amostra da resposta e uma distribuição de probabilidade é ajustada aos dados desta amostra; ou
- calcular a probabilidade de desempenho insatisfatório (probabilidade de falha). Neste caso uma função de desempenho é estabelecida e uma amostra dos possíveis cenários (falha ou sobrevivência) é obtida. O número de desempenhos insatisfatórios é contado e a probabilidade de falha é calculada como a taxa de desempenhos insatisfatórios, ou seja, o número de desempenhos insatisfatórios dividido pelo número de simulações. Por exemplo, se 10.000 simulações forem feitas e forem verificados desempenhos insatisfatórios (falha) em 10 casos, então a probabilidade de falha estimada é de 0,001.

#### **4.3.6.1 Geração de Números Aleatórios**

Uma tarefa básica na simulação de Monte Carlo é a geração de números aleatórios segundo a distribuição de probabilidade prescrita. A geração automática de números aleatórios segundo uma distribuição de probabilidade específica pode ser feita a partir da geração de números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1,0. Por transformações apropriadas obtêm-se então os números aleatórios correspondentes à distribuição de probabilidade prescrita. Esta é a base do método conhecido como método da transformação inversa. Este método pode ser compreendido através da figura 4.5, onde  $U$  são números

aleatórios com distribuição de probabilidade  $F_U(u)$  e  $X$  é a variável aleatória com distribuição de probabilidade prescrita  $F_X(x)$ .

Assim, se  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  é um conjunto de valores de  $U$ , o conjunto correspondente de números aleatórios para  $X$  é dado por:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i); \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.34)$$

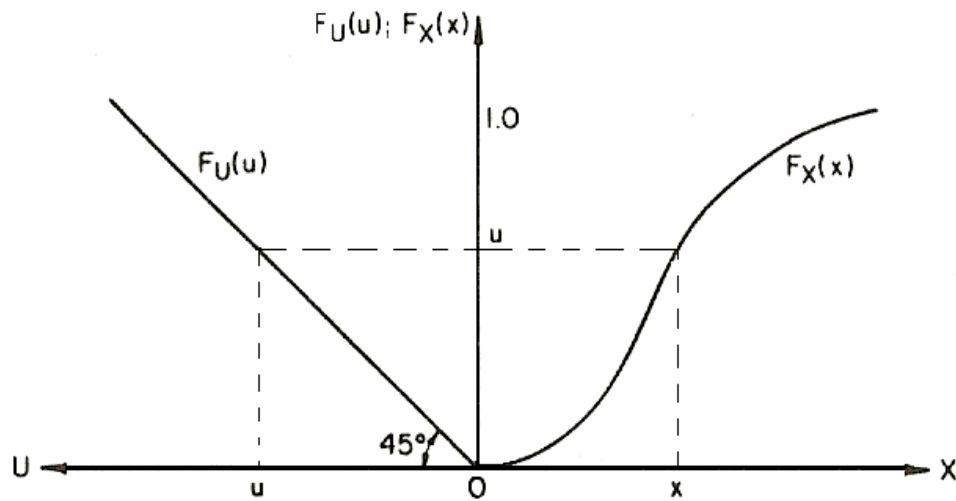


Figura 4.5 - Relação entre  $u$  e  $x$ .

Nos dias atuais, programas comerciais, como por exemplo o Matlab v. 7.0.1 (2004), oferecem funções específicas para a geração de números aleatórios segundo diversos tipos de distribuição de probabilidade. A disponibilidade de tais funções facilitam em muito a implementação de procedimentos computacionais relativos à simulação de Monte Carlo. Para maiores detalhes recomenda-se a consulta à documentação pertinente a tais programas.

### 4.3.6.2 Erro Associado ao Tamanho da Amostra

A simulação de Monte Carlo é freqüentemente usada para estimar a probabilidade de falha de um sistema. É desejável conhecer o erro sob uma probabilidade estimada, ou ainda, é desejável saber quantas simulações (tamanho da amostra) são requeridas para se obter certa segurança. Por aproximação da distribuição binomial com a distribuição normal, Shooman (1968) desenvolveu a seguinte expressão para o erro percentual:

$$\%erro = 200 \sqrt{\frac{1 - P_F}{n P_F}} \quad (4.35)$$

Onde  $P_F$  é a probabilidade de falha estimada e  $n$  é o tamanho da amostra. Existe uma chance de 95% de que o erro percentual na probabilidade estimada esteja abaixo do valor obtida pela equação 4.35. Por exemplo, supondo que em 10.000 simulações foi obtida uma probabilidade de falha igual a 0,01, para esta probabilidade de falha a equação 4.35 fornece um erro percentual de 20%, isto é, a probabilidade de falha esta compreendida no intervalo 0,01 +/- 0,002. Se for desejado um intervalo mais estreito, por exemplo, 0,01 +/- 0,001, a operação inversa deve ser efetuada resultando em  $n$  igual a 39.600 simulações.

## 4.4. Resumo do Capítulo

Neste capítulo foi feita uma breve revisão dos conceitos e métodos da Confiabilidade Estrutural. Estes métodos foram classificados em cinco níveis distintos de acordo com a quantidade de informação usada e disponível sobre o problema estrutural. Atualmente as normas técnicas para projeto são de nível 1, sendo usualmente calibradas pelos níveis 2 e 3. Para uma melhor compreensão do problema, neste capítulo foram apresentados e discutidos métodos de nível 2 (FOSM) e nível 3 (FORM e simulação de Monte Carlo).

Como já existe uma literatura considerável sobre este tema, veja-se por exemplo, Ang e Tang (1990) e Melchers (1999), não se procurou aqui apresentar o problema em sua totalidade, mas sim de forma a permitir a compreensão dos requisitos básicos para a

utilização de cada método, suas premissas e limitações. O foco da revisão aqui apresentada foi nortear a escolha do método de análise de confiabilidade mais adequado ao tratamento do problema em questão, ou seja, a análise de confiabilidade de vigas em CA-PRF.

Como será visto no capítulo 5, as estatísticas das variáveis básicas envolvidas no projeto de vigas em CA-PRF podem ser estabelecidas, assim, métodos do nível 3 podem ser utilizados neste problema. Também no capítulo 5 será visto que o critério de desempenho utilizado é definido a partir de um procedimento computacional, ou seja a função de desempenho é definida de forma implícita. Neste caso a simulação de Monte Carlo apresenta vantagens em sua utilização se comparada ao FORM.

Vale lembrar que na aplicação do FORM em sua forma direta, o cálculo do índice de confiabilidade requer a definição do vetor gradiente (ver equações 4.27-4.29). É fato bastante conhecido e reportado na literatura que o tratamento de funções implícitas, como aquele correspondente à definição do momento resistente utilizado neste trabalho, é bastante facilitado pela utilização da simulação de Monte Carlo. Adicionalmente, uma série de aproximações são necessárias na utilização do FORM (funções normais equivalentes, transformação de variáveis correlacionadas em estatisticamente independentes, etc.).

# 5.

## **SIMULAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO DE VIGAS EM CA-PRF**

Neste estudo será utilizada a Simulação de Monte Carlo para a análise de confiabilidade de vigas em CA-PRF para o estado limite último de flexão. As vigas analisadas foram projetadas segundo as recomendações do ACI 440 (2006). Conforme apresentado no capítulo 4, para a utilização da Simulação de Monte Carlo é necessário que sejam conhecidas as distribuições de probabilidade de todas as variáveis aleatórias envolvidas no problema e também a relação determinística entre estas variáveis que define o desempenho das vigas aqui analisadas. Vale ressaltar que dentre as diversas variáveis pertinentes ao problema foram tomadas como variáveis aleatórias: as dimensões da seção transversal, a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração do PRF, o módulo de elasticidade do PRF, a carga permanente e a sobrecarga.

Assim este capítulo é iniciado com a apresentação da configuração estrutural das 81 vigas em CA-PRF que serão analisadas, na sequência é feita a descrição estatísticas das variáveis básicas envolvidas no problema (variabilidade da resistência e variabilidade do carregamento) e o procedimento computacional para o cálculo do momento resistente da viga em CA-PRF. Especial atenção é dada ao desenvolvimento de um procedimento computacional para o cálculo do momento resistente da viga em CA-PRF.

Vale ressaltar que a análise de confiabilidade apresentada neste trabalho será desenvolvida em duas etapas: (i) simulação do momento resistente, e (ii) avaliação da confiabilidade. Este desdobramento permitiu uma maior clareza quantos aos procedimentos envolvidos e

também uma apresentação modular do problema. O primeiro módulo, simulação do momento resistente, independe da norma técnica em questão; já o segundo módulo, avaliação da confiabilidade demanda a verificação de uma determinada norma/recomendação de projeto.

## 5.1. Configuração Estrutural

Conforme apresentado no capítulo 1, dentre os objetivos deste trabalho está a avaliação da influência de diversos parâmetros na confiabilidade de vigas de CA-PRF. Estes parâmetros são: a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração do PRF, as dimensões da seção transversal, a taxa de armadura longitudinal e a razão do carregamento ( $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ ).

Serão analisadas três resistências à compressão do concreto (resistências características de 30 MPa, 50 MPa e 70 MPa), três resistências à tração do PRF (resistências características de 425 MPa, 850 MPa e 1275 MPa), uma seção transversal (200x300mm<sup>2</sup>), taxas de armadura longitudinal de PRF na faixa de 0,82 a 1,66  $\rho_{fb}$ , correspondendo a seções subarmadas e superarmadas e três razões de carregamento, média da carga permanente / média da sobrecarga ( $\mu_{CP} / \mu_{SC} = 0,5, 1$  e  $2$ ). Devido ao menor custo dentre os três tipos de fibras mais utilizadas na construção civil (carbono, aramida e vidro), foi considerado que todas as vigas analisadas são armadas com VPRF.

A fim de facilitar a análise dos dados e resultados, cada viga receberá uma identificação constituída por 4 grupos de letras e números. O primeiro grupo representa a resistência à compressão do concreto (resistência característica) e consiste da letra C seguida de 30, 50 ou 70, onde C30, C50 e C70 correspondem às resistências de 30 MPa, 50 MPa e 70 MPa, respectivamente. O segundo grupo representa a resistência à tração do PRF e consiste da letra P seguida de 1, 2 ou 3 onde P1, P2 e P3 correspondem às resistências de 425 MPa, 850 MPa e 1275 MPa, respectivamente. Estas resistências estão dentro da faixa de resistência à tração do VPRF (ACI 440, 2006). O terceiro grupo representa a razão do carregamento,  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ , e consiste da letra R seguida de 5, 1 ou 2 onde R5, R1 e R2 correspondem às razões de carregamento de 0,5, 1 e 2, respectivamente. O quarto grupo



representa a taxa de armadura e consiste das letras SB, TR ou SP, correspondendo a seções subarmadas, região de transição e superarmadas, respectivamente (regiões definidas pela equação 3.30).

Foram escolhidas três resistências à compressão do concreto (resistência característica, ver equação 5.3): 30, 50 e 70 MPa. O primeiro valor representa concretos usuais, o segundo valor representa um limite superior para concretos usuais e o último valor representa uma tendência mundial em se utilizar concretos com maior resistência e melhor desempenho. Deve-se observar também que a utilização de concretos de alta resistência permitem uma melhor utilização da alta resistência mecânica das barras de PRF (ACI 440, 2006).

Neste estudo foram escolhidas barras de PRF com diâmetros de 6,3 a 25 mm. De acordo com o ACI 440 (2006) estas são bitolas comercialmente disponíveis no mundo e preferência foi dada, sempre que possível, para as barras de menor diâmetro. A tabela 5.1 apresenta as características geométricas, as propriedades mecânicas e a razão entre estas taxas,  $\rho_f/\rho_{fb}$ , utilizadas nas vigas analisadas. As áreas das armaduras utilizadas conduziram a razão taxa de armadura longitudinal / taxa de armadura balanceada na faixa de 0,82 (C70-P2-R\*-SB) a 1,66 (C30-P1-R\*-SP). As vigas SB apresentam razão  $\rho_f/\rho_{fb}$  inferior a 1,0; as vigas TR apresentam razão  $1,0 < \rho_f/\rho_{fb} < 1,4$  e as vigas SP apresentam razão  $\rho_f/\rho_{fb} > 1,4$ . Estas tabelas indicam razão de carregamento R\*, ou seja, todas as vigas apresentam as mesmas características geométricas e propriedades mecânicas dos materiais para os grupos R5, R1 e R2.

Tabela 5.1 - Características geométricas e propriedades mecânicas dos materiais.

Identificação	Seção transversal (cm <sup>2</sup> )	$f'_c$ (MPa)	$f^*_{fu}$ (MPa)	$A_f$ (cm <sup>2</sup> )	Razão $\rho_f / \rho_b$
C30-P1-R*-SB	20 x 30	30	425	3 $\phi$ 16	0,83
C30-P1-R*-TR	20 x 30	30	425	3 $\phi$ 19	1,18
C30-P1-R*-SP	20 x 30	30	425	3 $\phi$ 22,5	1,66
C30-P2-R*-SB	20 x 30	30	850	3 $\phi$ 9,5	0,86
C30-P2-R*-TR	20 x 30	30	850	4 $\phi$ 9,5	1,16
C30-P2-R*-SP	20 x 30	30	850	3 $\phi$ 12,5	1,51
C30-P3-R*-SB	20 x 30	30	1275	4 $\phi$ 6,3	0,93
C30-P3-R*-TR	20 x 30	30	1275	5 $\phi$ 6,3	1,15
C30-P3-R*-SP	20 x 30	30	1275	3 $\phi$ 9,5	1,56
C50-P1-R*-SB	20 x 30	50	425	3 $\phi$ 19	0,85
C50-P1-R*-TR	20 x 30	50	425	3 $\phi$ 22,5	1,20
C50-P1-R*-SP	20 x 30	50	425	4 $\phi$ 22,5	1,61
C50-P2-R*-SB	20 x 30	50	850	4 $\phi$ 9,5	0,84
C50-P2-R*-TR	20 x 30	50	850	3 $\phi$ 12,5	1,09
C50-P2-R*-SP	20 x 30	50	850	4 $\phi$ 12,5	1,44
C50-P3-R*-SB	20 x 30	50	1275	5 $\phi$ 6,3	0,84
C50-P3-R*-TR	20 x 30	50	1275	3 $\phi$ 9,5	1,14
C50-P3-R*-SP	20 x 30	50	1275	4 $\phi$ 9,5	1,54
C70-P1-R*-SB	20 x 30	70	425	4 $\phi$ 19	0,86
C70-P1-R*-TR	20 x 30	70	425	4 $\phi$ 22,5	1,22
C70-P1-R*-SP	20 x 30	70	425	4 $\phi$ 25	1,51
C70-P2-R*-SB	20 x 30	70	850	3 $\phi$ 12,5	0,82
C70-P2-R*-TR	20 x 30	70	850	4 $\phi$ 12,5	1,09
C70-P2-R*-SP	20 x 30	70	850	6 $\phi$ 12,5	1,64
C70-P3-R*-SB	20 x 30	70	1275	3 $\phi$ 9,5	0,86
C70-P3-R*-TR	20 x 30	70	1275	4 $\phi$ 9,5	1,16
C70-P3-R*-SP	20 x 30	70	1275	3 $\phi$ 12,5	1,51

## **5.2. Estatísticas das Variáveis Básicas**

### **5.2.1. Variabilidade da Resistência**

#### **5.2.1.1. Variabilidade das Dimensões da Seção Transversal**

As imperfeições geométricas nas peças de concreto armado surgem durante diferentes fases da construção e provocam variações nas dimensões da seção transversal. Estas variações nas dimensões e no formato dependem, por exemplo, do tamanho, da forma e da qualidade das fôrmas usadas, além das operações de concretagem e vibração. Por estas razões, imperfeições geométricas variam de país para país, de região para região e até, de estrutura para estrutura, dependendo da qualidade, das técnicas de construção, dos equipamentos e do treinamento do pessoal local Mirza e MacGregor (1979).

Mirza e MacGregor (1979) recomendam o uso de distribuições normais para os modelos de probabilidade da variabilidade das dimensões devido à sua simplicidade e versatilidade.

Neste trabalho, foi considerado que a variabilidade dos desvios em relação aos valores nominais da altura,  $\Delta_h$ , e da largura,  $\Delta_b$ , seguem uma distribuição normal com média 1,59 mm e desvio padrão igual a 6,35 mm. Foi assumido que o recobrimento também é uma variável aleatória cujo desvio,  $\Delta_c$ , em relação ao valor nominal, é dado por (Mirza e MacGregor (1979):

$$\Delta_c = 6,35 + 0,004 h \quad (5.1)$$

e o desvio padrão é 4,22 mm.

#### **5.2.1.2. Variabilidade da Resistência à Compressão do Concreto**

No projeto semi-probabilístico de estruturas em concreto armado um conceito importante é o valor característico. Entretanto, a resistência à compressão do concreto na estrutura difere de sua resistência característica, especificada em projeto, devido aos procedimentos

correntes nas fases de projeto, produção, testes e controle de qualidade. As principais fontes da variabilidade na resistência do concreto são as variações nas propriedades dos materiais, nas proporções da mistura de concreto, nos métodos de mistura, transporte, lançamento e cura, nos procedimentos de teste e nas variações devido ao concreto estar em uma estrutura e não em corpos-de-prova.

A determinação do valor característico da resistência à compressão do concreto decorrerá do tratamento estatístico dos resultados de ensaios feitos sobre um número suficiente de corpos de prova. A NBR 6118 (1990) define o valor característico,  $f_{ck}$ , como aquele correspondente ao quantil de 5% da respectiva distribuição dada pela equação 5.2.

$$f_{ck} = \mu(1 - 1,65 V) \quad (5.2)$$

Já o ACI 318 (2008) define o valor característico,  $f'_c$ , pela equação 5.3.

$$f'_c = \mu(1 - 1,34 V) \quad (5.3)$$

onde  $\mu$  é a resistência média do concreto à compressão e  $V$  é o coeficiente de variação, ou seja,  $V = s / \mu$  ( $s$  é o desvio padrão).

Para uma determinada resistência característica, a média e o desvio padrão correspondentes podem ser obtidos caso o coeficiente de variação seja conhecido. Segundo Mirza e MacGregor (1979), o coeficiente de variação pode ser tomado como praticamente constante para valores de resistência à compressão do concreto abaixo de 28 MPa, assumindo valores de 0,10, 0,15 e 0,20 para classes de controle de qualidade excelente, médio e baixo, respectivamente. Pesquisas mais recentes indicam que a evolução dos controles de qualidade em todo o mundo conduz a coeficientes de variação próximos a 0,10 para uma ampla de faixa de resistências (Azevedo e Diniz, 2008; Szerszen e Nowak, 2003).

A NBR 12655 (1996) e o ACI 318 (2008) usam a distribuição Normal como modelo analítico para descrição da variabilidade da resistência à compressão do concreto;

entretanto, outros estudos apontam a distribuição Lognormal como um modelo mais adequado para descrição desta variabilidade (Azevedo e Diniz, 2008; Diniz e Frangopol, 1997).

Pelo exposto, neste estudo, a distribuição Lognormal foi assumida como modelo analítico para a descrição da variabilidade da resistência à compressão do concreto. A resistência característica do concreto foi tomado como 30 MPa, 50MPa e 70 MPa e o coeficiente de variação igual a 0,10; assim, para este coeficiente de variação a resistência média pode ser determinada segundo a equação 5.3. Foram analisadas 54 vigas para cada classe de resistência à compressão do concreto.

Cumprе ressaltar que estas informações são referentes à resistência do concreto avaliada a partir de corpos-de-prova cilíndricos. Para a transformação da resistência medida em corpos de provas para a resistência *in situ*, neste trabalho, usou-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0,85 \text{ para } f'_c \leq 55 \text{ MPa} \\ \alpha_1 &= 0,85 - 0,004 (f'_c - 55) \geq 0,75 \text{ para } f'_c > 55 \text{ MPa} \end{aligned} \tag{5.4}$$

### 5.2.1.3. Variabilidade nas Propriedades Mecânicas do PRF

Conforme ACI 440 (2006) são várias as fontes de variação da resistência à tração do PRF, entre elas, variação na própria resistência do material, no diâmetro e nas propriedades das barras e o ACI 440 (2006) recomenda a adoção de uma distribuição Normal para a resistência à tração das barras de PRF. Pilakoutas et al. (2002) também recomenda uma distribuição Normal para a resistência à tração das barras de PRF e sugere um coeficiente de variação de 0,05.

Pelo exposto, neste estudo a distribuição Normal foi assumida como modelo analítico para a descrição da variabilidade da resistência à tração do PRF. A resistência média do PRF foi tomada como 500 MPa, 1000MPa e 1500 MPa e o coeficiente de variação igual a 0,05; assim, para este coeficiente de variação a resistência média pode ser determinada segundo

a equação 5.5 (ACI 440, 2006). Foram analisadas 54 vigas para cada nível de resistência à tração do PRF.

$$\mu_{f_{tu}} = f_{fu} - 3s \quad (5.5)$$

onde:

$f_{fu}$  é a resistência característica à tração do PRF;

$\mu_{f_{tu}}$  é a resistência média à tração do PRF;

$s$  é o desvio padrão.

Neste trabalho também foi assumido que o módulo de elasticidade do PRF é uma variável aleatória, com média de 35 GPa, 42,5 GPa e 50 GPa para as resistências de 425, 850 e 1275 MPa, respectivamente. Foi assumido que esta variável segue uma distribuição normal e apresenta coeficiente de variação de 0,05 (Pilakoutas et al., 2002). Foi assumido também que o módulo de elasticidade e a resistência à tração do PRF são perfeitamente correlacionados.

## 5.2.2. Variabilidade das Cargas

Em uma análise de confiabilidade é necessário o conhecimento das estatísticas do carregamento considerado, isto é, do tipo de distribuição de probabilidade e parâmetros correspondentes. Um resumo das estatísticas (razão média/valor característico,  $\mu_v / U_n$ , coeficiente de variação e tipo de distribuição sugeridas por Galambos et al. (1982) para a variabilidade do peso próprio e da sobrecarga é apresentado na tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Estatísticas do carregamento (Galambos et. al., 1982).

Tipo de Carga	$\mu_v / U_m$	Coefficiente de variação	Tipo de distribuição de probabilidade
Carga Permanente	1,05	0,10	Normal
Sobrecarga	1,00	0,25	Valores extremos Tipo I

Neste estudo foram adotados três valores para a razão carga permanente / sobrecarga  $\mu_{CP} / \mu_{SC} = 0,5$ ,  $\mu_{CP} / \mu_{SC} = 1,0$  e  $\mu_{CP} / \mu_{SC} = 2,0$ . As estatísticas descritas na tabela 5.2 foram utilizadas na representação da variabilidade da carga permanente e da sobrecarga.

Os valores adotados para as ações a serem consideradas nos projetos estruturais são os chamados valores característicos ou nominais. Estes valores podem ser diferentes dos correspondentes valores médios. Além disso, a ação de cálculo é obtida com a aplicação de fatores de majoração de cargas, cujos valores dependem do tipo de carga e se o efeito correspondente é favorável ou não. Em uma análise de confiabilidade é necessário o conhecimento das estatísticas do carregamento considerado, isto é, média, coeficiente de variação e tipo de distribuição. Os valores do coeficiente de variação e o tipo de distribuição para o carregamento considerado no presente estudo são apresentados na tabela 5.4; assim as médias para cada tipo de carregamento foram calculadas conforme descrito a seguir.

Neste trabalho as vigas em análise foram projetadas segundo as recomendações do ACI 440 (2006). Ademais foi considerado que a resistência de cálculo,  $R_d$ , é igual à solicitação de cálculo,  $S_d$ , ou seja:

$$R_d = S_d \quad (5.6)$$

Para o caso de flexão de vigas, a equação 5.6 equivale a:

$$\phi M_n = M_d \quad (5.7)$$

onde:

$\phi$  é o fator de minoração do momento resistente nominal;

$M_n$  é o momento resistente nominal;

$M_d$  é o momento atuante de cálculo.

Neste trabalho será considerado que a viga está sujeita apenas a cargas permanentes ( $CP$ ) e a sobrecarga ( $SC$ ), assim o momento atuante é obtido por:

$$M_d = \gamma_D M_{Dn} + \gamma_L M_{Ln} \quad (5.8)$$

onde:

$M_{Dn}$ : Momento atuante nominal devido à carga permanente;

$\gamma_D$ : Coeficiente de majoração da carga permanente;

$M_{Ln}$ : Momento atuante nominal devido à sobrecarga;

$\gamma_L$ : Coeficiente de majoração da sobrecarga;

Então, pela equação 5.7 e 5.8:

$$\phi M_n = \gamma_D M_{Dn} + \gamma_L M_{Ln} \quad (5.9)$$

Considerando uma viga biapoiada de vão  $L$ , e que as cargas atuantes são uniformemente distribuídas, os momentos  $M_{Dn}$  e  $M_{Ln}$  são dados por:

$$M_{Dn} = \frac{CP L^2}{8} \quad (5.10)$$

$$M_{Ln} = \frac{SC L^2}{8} \quad (5.11)$$

Substituindo as equações 5.10 e 5.11 em 5.9 é obtido:

$$\phi M_n = \gamma_D \frac{CP L^2}{8} + \gamma_L \frac{SC L^2}{8} \quad (5.12)$$

Usando as informações contidas na tabela 5.2 para a relação  $\mu_U/U_n$ , obtém-se:

$$CP = \frac{\mu_{CP}}{1,05} \quad (5.13)$$

e

$$SC = \mu_{SC} \quad (5.14)$$

onde  $\mu_{CP}$  e  $\mu_{SC}$  são as médias da carga permanente e da sobrecarga, respectivamente.



Substituindo as equações 5.13 e 5.14 na equação 5.12 tem-se:

$$\phi M_n = \frac{L^2}{8} \left( \gamma_D \frac{\mu_{CP}}{1,05} + \gamma_L \mu_{SC} \right) \quad (5.15)$$

Para a razão do carregamento ( $r = \mu_{CP} / \mu_{SC}$ ), a equação 5.15 pode ser reescrita como:

$$\phi M_n = \frac{L^2}{8} \mu_{SC} \left( \gamma_D \frac{r}{1,05} + \gamma_L \right) \quad (5.16)$$

A média da sobrecarga,  $\mu_{SC}$ , pode então ser obtida:

$$\mu_{SC} = \frac{8 \phi}{L^2} \frac{M_n}{\left( \gamma_D \frac{r}{1,05} + \gamma_L \right)} \quad (5.17)$$

A utilização deste procedimento para as 81 vigas analisadas neste trabalho conduz aos resultados apresentados na tabela 5.3. Nesta tabela a segunda coluna corresponde ao momento de projeto,  $M_d$ , a terceira e a quarta, à média da sobrecarga,  $\mu_{SC}$ , e média da carga permanente,  $\mu_{CP}$ , das vigas R5, respectivamente, a quinta e a sexta, à média da sobrecarga,  $\mu_{SC}$ , e média da carga permanente,  $\mu_{CP}$ , das vigas R1, respectivamente e a sétima e a oitava, à média da sobrecarga,  $\mu_{SC}$ , e média da carga permanente,  $\mu_{CP}$ , das vigas R2, respectivamente.

Tabela 5.3 - Momento resistente,  $M_d$ , média da sobrecarga,  $\mu_{SC}$ , e média da carga permanente,  $\mu_{CP}$ .

Viga	$M_d$ (kN.m)	R5		R1		R2	
		$\mu_{SC}$ (kN)	$\mu_{CP}$ (kN)	$\mu_{SC}$ (kN)	$\mu_{CP}$ (kN)	$\mu_{SC}$ (kN)	$\mu_{CP}$ (kN)
C30-P1-R*-SB	25,17	10,31	5,16	8,16	8,16	5,76	11,52
C30-P1-R*-TR	34,47	14,11	7,06	11,17	11,17	7,89	15,78
C30-P1-R*-SP	42,26	17,30	8,65	13,70	13,70	9,67	19,34
C30-P2-R*-SB	18,63	7,63	3,82	6,04	6,04	4,26	8,52
C30-P2-R*-TR	24,48	10,02	5,01	7,93	7,93	5,60	11,20
C30-P2-R*-SP	29,94	12,25	6,13	9,70	9,70	6,85	13,70
C30-P3-R*-SB	16,71	6,84	3,42	5,42	5,42	3,82	7,64
C30-P3-R*-TR	20,61	8,44	4,22	6,68	6,68	4,71	9,42
C30-P3-R*-SP	25,72	10,53	5,27	8,34	8,34	5,88	11,76
C50-P1-R*-SB	35,95	14,72	7,36	11,65	11,65	8,22	16,44
C50-P1-R*-TR	48,84	19,99	10,00	15,83	15,83	11,17	22,34
C50-P1-R*-SP	58,88	24,10	12,05	19,08	19,08	13,47	26,94
C50-P2-R*-SB	25,15	10,29	5,15	8,15	8,15	5,75	11,50
C50-P2-R*-TR	32,16	13,17	6,59	10,42	10,42	7,36	14,72
C50-P2-R*-SP	41,27	16,89	8,45	13,37	13,37	9,44	18,88
C50-P3-R*-SB	21,09	8,63	4,32	6,84	6,84	4,83	9,66
C50-P3-R*-TR	28,24	11,56	5,78	9,15	9,15	6,46	12,92
C50-P3-R*-SP	35,36	14,47	7,24	11,46	11,46	8,09	16,18
C70-P1-R*-SB	48,17	19,72	9,86	15,61	15,61	11,02	22,04
C70-P1-R*-TR	65,40	26,77	13,39	21,20	21,20	14,96	29,92
C70-P1-R*-SP	75,75	31,01	15,51	24,55	24,55	17,33	34,66
C70-P2-R*-SB	32,56	13,33	6,67	10,55	10,55	7,45	14,90
C70-P2-R*-TR	42,99	17,60	8,80	13,93	13,93	9,84	19,68
C70-P2-R*-SP	57,76	23,64	11,82	18,72	18,72	13,21	26,42
C70-P3-R*-SB	28,67	11,73	5,87	9,29	9,29	6,56	13,12
C70-P3-R*-TR	37,74	15,45	7,73	12,23	12,23	8,63	17,26
C70-P3-R*-SP	46,12	18,88	9,44	14,95	14,95	10,55	21,10

### 5.2.3. Estatísticas das Variáveis básicas: Resumo

A tabela 5.4 apresenta um resumo das estatísticas das variáveis básicas consideradas neste trabalho (média, desvio padrão, coeficiente de variação e tipo de distribuição de probabilidade).

Tabela 5.4 - Estatísticas das variáveis básicas.

Variável Básica	Média ( $\mu$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )	Coeficiente de variação	Distribuição de probabilidade
Dimensões				
$\Delta_h, \Delta_b$	1,524 mm	6,35 mm	0,0417	Normal
$\Delta_c$	$6,35 + 0,004 h$ (mm)	4.22 mm	---	Normal
Resistência à compressão do concreto*				
$f'_c = 30$ MPa	34,64 MPa	3,46 MPa	0,10	Lognormal
$f'_c = 50$ MPa	54,74 MPa	5,77 MPa	0,10	Lognormal
$f'_c = 70$ MPa	80,83 MPa	8,08 MPa	0,10	Lognormal
Resistência à tração do VPRF				
$f_{tu} = 425$ MPa	500 MPa	25 MPa	0,05	Normal
$f_{tu} = 850$ MPa	1000 MPa	50 MPa	0,05	Normal
$f_{tu} = 1275$ MPa	1500 MPa	75 MPa	0,05	Normal
Módulo de elasticidade do VPRF				
$E_{PRF} = 35$ GPa	35 GPa	1750 MPa	0,05	Normal
$E_{PRF} = 42,5$ GPa	42,5 GPa	2125 MPa	0,05	Normal
$E_{PRF} = 50$ GPa	50 GPa	12500 MPa	0,05	Normal
Cargas				
Carga Permanente	Ver tabela 5.6 a 5.12		0,10	Normal
Sobrecarga	Ver tabela 5.6 a 5.12		0,25	Tipo I

\* Valores para a resistência do corpo-de-prova cilíndrico.

### **5.3. Simulação da Resistência**

Neste estudo será utilizada a Simulação de Monte Carlo para a análise de confiabilidade de vigas em CA-PRF para o estado limite último de flexão. Conforme apresentado no capítulo 4, para a utilização da Simulação de Monte Carlo é necessário que sejam conhecidas as distribuições de probabilidade de todas as variáveis aleatórias envolvidas no problema e também a relação determinística entre estas variáveis que define o desempenho das vigas. As estatísticas das variáveis básicas foram descritas no item anterior; neste item será apresentado o procedimento determinístico para o cálculo do momento resistente da viga em CA-PRF.

#### **5.3.1. Procedimento Determinístico**

Neste trabalho, especial atenção foi dada ao desenvolvimento de um procedimento computacional para o cálculo do momento resistente da viga em CA-PRF. Neste desenvolvimento as seguintes hipóteses foram feitas:

- Seções transversais planas permanecem planas depois da deformação;
- As deformações seguem uma distribuição linear sobre a seção transversal;
- A resistência à tração do concreto pode ser desprezada;
- O diagrama tensão-deformação do concreto é aquele representado pela equação 3.6;
- O PRF apresenta um comportamento elasto-frágil, ver figura 2.3;
- Existe perfeita aderência entre as barras de PRF e o concreto (Benmokrane et al., 1996).

O momento resistente da viga em CA-PRF é obtido através do seguinte procedimento iterativo:

1. A deformação da fibra mais comprimida é assumida;
2. A posição da linha neutra é assumida;
3. O trecho da seção transversal correspondente ao concreto comprimido é discretizado em faixas horizontais;
4. A tensão no concreto correspondente à deformação no centro de cada faixa é obtida a partir das equações 3.6 a 3.10 (ver item 3.1.2);

5. A força resultante no concreto,  $R_C$ , é calculada;
6. Para esta posição da linha neutra, a deformação correspondente ao PRF é obtida;
7. A tensão no PRF correspondente a esta deformação é calculada;
8. A força resultante no PRF,  $R_{PRF}$ , é calculada pela multiplicação da tensão no PRF pela área total das barras de PRF;
9. A força resultante no concreto,  $R_C$ , é comparada à força resultante no PRF,  $R_{PRF}$ ;
10. Se o equilíbrio não é obtido, a posição da linha neutra é iterada até que o equilíbrio seja estabelecido, ou seja,  $R_C = R_{PRF}$ , dentro da tolerância  $|(R_C - R_{PRF})/R_C| \leq 0,001$ ;
11. Se o equilíbrio é obtido, a tensão nas barras de PRF é comparada com a resistência à tração do PRF;
12. Se a resistência do PRF não for ultrapassada, o momento resistente correspondente a esta deformação (deformação na fibra mais comprimida) é calculado. Esta deformação e este momento correspondem a um ponto na curva *momento x deformação* (Figura 5.1). A deformação das fibras extremas do concreto é incrementada e os passos anteriores são repetidos para a geração de toda a curva *momento x deformação*;
13. Se a resistência à tração do PRF for ultrapassada, o modo de falha da viga é por ruptura do PRF e toda a curva *momento x deformação* já foi obtida;
14. O momento resistente da viga é o máximo obtido através da curva *momento x deformação*.

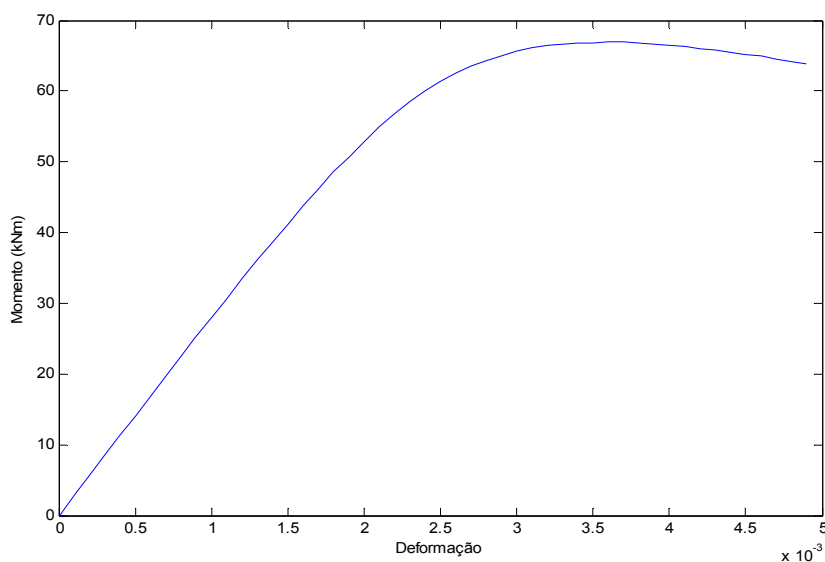


Figura 5. 1 – Diagrama *Momento x Deformação*.

### 5.3.2. Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo foi utilizada para a obtenção das estatísticas do momento resistente para cada uma das 81 vigas em CA-PRF. Para tal: (i) o procedimento determinístico apresentado no item 5.3.1 e (ii) a geração de números aleatórios consistente com as estatísticas apresentadas no item 5.2.3 foram utilizados. Este procedimento computacional foi implementado a partir do software Matlab, versão 7.0.1. e as ferramentas do *Statistics toolbox*.

Para cada viga (ver tabelas 5.3) foi gerada uma amostra constituída por 100.000 elementos (ou seja, 100.000 realizações do momento resistente). Vale ressaltar que o módulo de elasticidade do concreto,  $E_C$ , foi tomado como uma variável aleatória derivada da variável resistência à compressão do concreto,  $F_C$ , ou seja  $E_C = 4750\sqrt{F_C}$  (MPa) (ver equação 3.4). Todas as variáveis, com exceção do módulo de elasticidade do PRF, apresentadas na tabela 5.4 foram consideradas como estatisticamente independentes. Algumas variáveis foram assumidas como determinísticas, a saber, o vão da viga ( $L = 3000$  mm) e a área da armadura do PRF. Conforme visto na seção 5.2.1.3, as características geométricas da seção transversal da barra de PRF influenciam a variabilidade da resistência à tração do PRF; neste trabalho será considerado que o efeito de uma possível variabilidade da área da seção transversal está incluído na variabilidade das propriedades mecânicas do PRF. Assim, a área das barras de PRF será tomada como uma variável determinística, de valor igual ao valor nominal das mesmas. Os valores nominais da largura e altura são 200 e 300 mm, respectivamente.

#### 5.3.2.1. Estatísticas do Momento Resistente

As estatísticas do momento resistente (mínimo, máximo, média e desvio padrão) para as vigas analisadas estão apresentadas na tabela 5.5. Esta tabela também apresenta o valor do momento resistente nominal,  $M_n$  (calculado segundo as recomendações do ACI 440 (2006)) e a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$ . Uma comparação entre o momento resistente nominal,  $M_n$ , e

o momento resistente médio,  $\mu_{MR-SMC}$ , para cada viga é apresentada na figura 5.2. A análise dos resultados apresentados na tabela 5.5 e figura 5.2 mostra que a resistência à compressão do concreto é o fator de maior influência no momento resistente, o que pode ser constatado através dos valores correspondentes a coluna  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  da tabela 5.5.

Quando o  $f'_c$  adotado é de 30 MPa, a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  alcança os maiores valores (1,0464 a 1,2151); já quando o  $f'_c$  é de 50 MPa a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  encontra-se na faixa de 1,0076 a 1,1542 e quando o  $f'_c$  é de 70 MPa a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  alcança os menores valores (0,9434 a 1,0813). Desta maneira pode-se antecipar que a resistência à compressão do concreto tem uma influência significativa nos níveis de confiabilidade de vigas em CA-PRF, o que será discutido no capítulo 6. Outro fator que também apresenta grande influência no momento resistente é a taxa de armadura de PRF (vigas subarmadas, transição e superarmada), o que pode ser constatado através dos valores correspondentes a coluna  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  da tabela 5.5.

Quando a viga é subarmada a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  alcança os maiores valores (1,0304 a 1,2151); já quando a viga está na região de transição a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  encontra-se na faixa de 0,9470 a 1,1204 e quando a viga é superarmada a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  alcança os menores valores (0,9434 a 1,1093). Desta maneira pode-se antecipar que a taxa de armadura de PRF também tenha uma influência significativa nos níveis de confiabilidade de vigas em CA-PRF, o que será discutido no capítulo 6.

Tabela 5.5 - Estatísticas do momento resistente obtido via simulação de Monte Carlo,

$M_{R-SMC}$ , momento resistente nominal,  $M_n$ , e razão  $\mu_{R-SMC} / M_n$ .

Vigas	Momento Resistente, $M_{R-SMC}$ (kN m)				$M_n$	$\mu_{R-SMC} / M_n$
	Mínimo	Média	Máximo	Desvio padrão		
C30-P1-R*-SB	41,1	55,4	72,7	13,6	45,8	1,2114
C30-P1-R*-TR	45,5	61,7	81,8	4,1	58,1	1,0627
C30-P1-R*-SP	49,8	68,0	91,1	4,7	65,0	1,0464
C30-P2-R*-SB	30,7	41,2	53,3	2,6	33,9	1,2151
C30-P2-R*-TR	34,3	46,1	59,8	2,9	41,7	1,1044
C30-P2-R*-SP	37,4	50,3	65,7	3,2	46,1	1,0933
C30-P3-R*-SB	26,7	35,8	46,1	2,2	30,4	1,1770
C30-P3-R*-TR	29,3	39,2	50,6	2,4	35,0	1,1204
C30-P3-R*-SP	32,7	43,9	56,9	2,8	39,6	1,1093
C50-P1-R*-SB	53,6	73,4	96,5	4,9	65,4	1,1226
C50-P1-R*-TR	59,6	82,3	109,0	5,6	81,3	1,0129
C50-P1-R*-SP	65,7	91,3	121,6	6,4	90,6	1,0076
C50-P2-R*-SB	39,3	52,8	68,3	3,3	45,7	1,1542
C50-P2-R*-TR	43,1	58,2	75,6	3,7	56,2	1,0349
C50-P2-R*-SP	48,1	65,3	85,2	4,2	63,5	1,0285
C50-P3-R*-SB	32,6	43,5	56,0	2,7	38,4	1,1341
C50-P3-R*-TR	37,4	50,1	64,7	3,1	48,0	1,0436
C50-P3-R*-SP	42,0	56,4	73,1	3,6	54,4	1,0374
C70-P1-R*-SB	67,2	91,4	123,6	6,4	87,6	1,0435
C70-P1-R*-TR	75,1	102,7	139,8	7,4	108,4	0,9470
C70-P1-R*-SP	80,1	109,9	150,5	8,1	116,5	0,9434
C70-P2-R*-SB	47,6	64,0	85,0	4,3	59,2	1,0813
C70-P2-R*-TR	53,6	72,2	96,3	4,9	74,9	0,9640
C70-P2-R*-SP	62,8	85,1	114,4	5,9	88,9	0,9573
C70-P3-R*-SB	40,2	53,7	70,8	3,5	52,1	1,0304
C70-P3-R*-TR	46,2	62,0	82,2	4,1	63,9	0,9704
C70-P3-R*-SP	50,9	68,5	91,3	4,6	71,0	0,9659



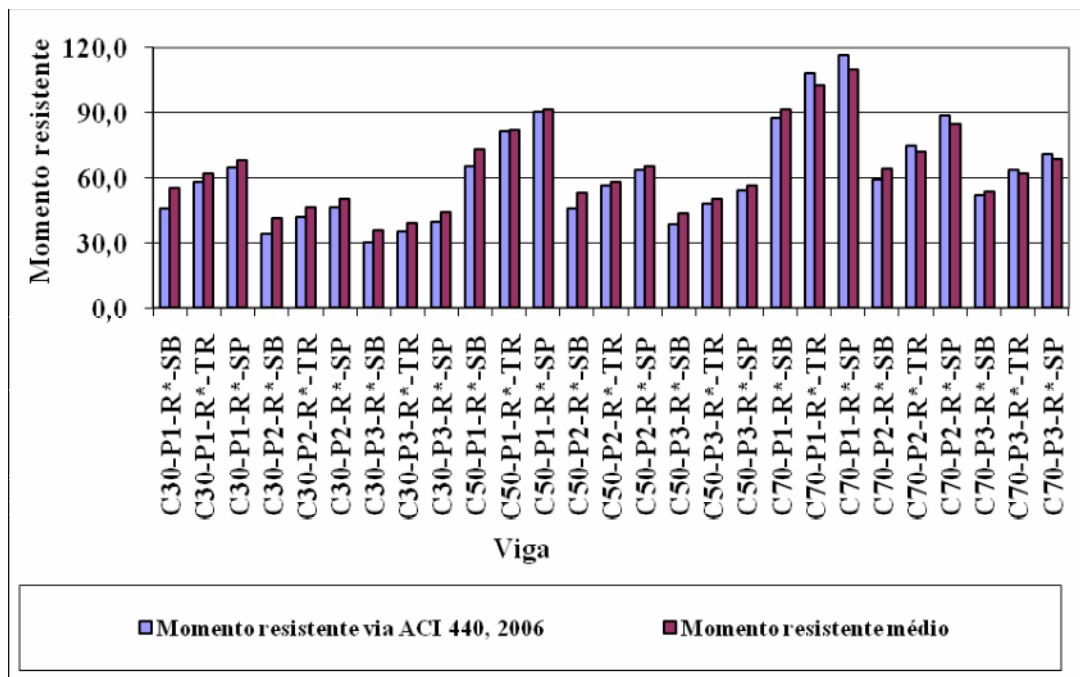


Figura 5. 2 – Momento resistente médio,  $M_{R-SMC}$  e momento resistente nominal,  $M_n$ .

### 5.3.2.2. Estatísticas da Deformação Última

O estudo anterior também permite a obtenção de resultados de interesse quanto à deformação última,  $\epsilon_{ult}$ . A tabela 5.6 apresenta as estatísticas da deformação última,  $\epsilon_{ult}$  (mínimo, média, máximo e desvio padrão) para as vigas analisadas. Através desta tabela e da figura 3.2, pode-se observar que enquanto a deformação correspondente à tensão máxima no concreto aumenta à medida que a resistência à compressão do concreto aumenta, a tendência oposta é observada em relação a deformação última,  $\epsilon_{ult}$ . Por exemplo, as médias da deformação última para as vigas C30-P2-R\*-SB, C50-P2-R\*-SB e C70-P2-R\*-SB são 0,0049, 0,0038 e 0,0034, respectivamente. Estes resultados confirmam a tendência observada na figura 3.3 (ACI 363, 1984) de menores deformações últimas para resistências do concreto mais elevadas. Com relação ao coeficiente de variação da deformação última, para estas mesmas vigas, os valores correspondentes são 1,4 %, 1,33 % e 1,26 %, indicando uma menor dispersão dos resultados à medida que a resistência à compressão do concreto aumenta.

### 5.3.2.3. Estatísticas do Modo de Falha

As vigas em CA-PRF podem falhar por ruptura do PRF ou por esmagamento do concreto, e, conforme visto no capítulo 3 o esmagamento do concreto é mais desejável que a ruptura do PRF. É de interesse portanto o conhecimento do modo de falha caso a viga em CA-PRF venha a falhar. Tal informação está lançada na última coluna da tabela 5.6. A análise desta tabela permite observar que, em linhas gerais, quando a resistência do concreto aumenta a probabilidade de ruptura do PRF tende a diminuir. Para as vigas analisadas (taxa de armadura na faixa de 0,82 a 1,66  $\rho_b$ ), realizações de falha do PRF foram observadas apenas para os casos de vigas subarmadas. A maior probabilidade de ruptura do PRF encontrada corresponde à viga C30-P1-R\*-SB, sendo igual a  $5,26 \times 10^{-3}$ . Pode-se concluir que tais probabilidades de falha via ruptura do PRF são aceitáveis.

Tabela 5.6 - Estatísticas da deformação última,  $\varepsilon_{ult}$ , obtidas via simulação de Monte Carlo.

Vigas	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão	Probabilidade de ruptura do PRF
C30-P1-R*-SB	0,0031	0,0048	0,0049	1,95E-04	5,26E-03
C30-P1-R*-TR	0,0036	0,0046	0,0049	2,67E-04	*
C30-P1-R*-SP	0,0035	0,0044	0,0049	3,00E-04	*
C30-P2-R*-SB	0,0035	0,0049	0,0049	4,41E-05	1,64E-03
C30-P2-R*-TR	0,0039	0,0049	0,0049	5,89E-05	*
C30-P2-R*-SP	0,0037	0,0049	0,0049	1,24E-04	*
C30-P3-R*-SB	0,0043	0,0049	0,0049	1,74E-05	8,00E-05
C30-P3-R*-TR	0,0042	0,0049	0,0049	2,83E-05	*
C30-P3-R*-SP	0,0040	0,0049	0,0049	5,81E-05	*
C50-P1-R*-SB	0,0032	0,0035	0,0044	1,29E-04	1,00E-05
C50-P1-R*-TR	0,0031	0,0034	0,0043	1,28E-04	*
C50-P1-R*-SP	0,0030	0,0033	0,0041	1,02E-04	*
C50-P2-R*-SB	0,0033	0,0038	0,0044	1,80E-04	4,00E-05
C50-P2-R*-TR	0,0033	0,0037	0,0044	1,49E-04	*
C50-P2-R*-SP	0,0033	0,0036	0,0044	1,41E-04	*
C50-P3-R*-SB	0,0033	0,0040	0,0044	2,16E-04	5,00E-05
C50-P3-R*-TR	0,0033	0,0039	0,0044	1,95E-04	*
C50-P3-R*-SP	0,0033	0,0038	0,0044	1,60E-04	*
C70-P1-R*-SB	0,0030	0,0032	0,0036	5,47E-05	*
C70-P1-R*-TR	0,0030	0,0031	0,0034	7,41E-05	*
C70-P1-R*-SP	0,0030	0,0031	0,0033	6,30E-05	*
C70-P2-R*-SB	0,0031	0,0034	0,0039	8,95E-05	*
C70-P2-R*-TR	0,0031	0,0033	0,0037	6,42E-05	*
C70-P2-R*-SP	0,0031	0,0032	0,0036	7,18E-05	*
C70-P3-R*-SB	0,0031	0,0035	0,0050	1,96E-04	*
C70-P3-R*-TR	0,0031	0,0034	0,0040	9,51E-05	*
C70-P3-R*-SP	0,0031	0,0033	0,0038	7,42E-05	*

\* Probabilidade inferior  $10^{-5}$

# 6.

## AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS EM CA-PRF

Neste capítulo é avaliada a confiabilidade de 81 (oitenta e uma) vigas em CA-PRF para o estado limite último de flexão simples, projetadas segundo as recomendações do ACI 440 (2006). O procedimento utilizado para a análise de confiabilidade é a Simulação de Monte Carlo. Conforme visto no capítulo 4 a Simulação de Monte Carlo requer o conhecimento das distribuições de probabilidade de todas as variáveis envolvidas no problema e a relação determinística entre estas variáveis que define o desempenho da estrutura. No capítulo 5 foram apresentadas as estatísticas das variáveis básicas envolvidas no projeto de vigas em CA-PRF; ademais foram obtidas as estatísticas do momento resistente atuante sobre a viga. No desenvolvimento a seguir serão discutidos a função de desempenho, a Simulação de Monte Carlo e os resultados obtidos (probabilidades de falha e índices de confiabilidade correspondentes). Em particular, serão avaliadas as influências dos seguintes parâmetros nos níveis de confiabilidade obtidos: a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração do PRF, a taxa de armadura longitudinal do PRF e a razão carga permanente/sobrecarga.

### 6.1. Função de Desempenho

A função de desempenho, em sua forma mais geral, pode ser representada por  $g(\mathbf{X})=R - S$ , onde  $R$  é a resistência e  $S$  o efeito do carregamento. No problema em questão a resistência correspondente ao momento resistente da viga de CA-PRF é  $M_R$  e o efeito do carregamento

é o momento atuante sobre a viga,  $M_A$ , ou seja, a função de desempenho neste caso é dada por:

$$g(M_R, M_A) = M_R - M_A \quad (6.1)$$

O momento atuante,  $M_A$ , é a soma das parcelas do momento devido à carga permanente e da sobrecarga, ou seja:

$$g(M_R, M_{CP}, M_{SC}) = M_R - M_{CP} - M_{SC} \quad (6.2)$$

Na equação acima o momento resistente,  $M_R$ , é função de uma série de variáveis aleatórias, a saber: largura da seção transversal, altura da seção transversal, resistência à compressão do concreto, resistência à tração do PRF, módulo de elasticidade do PRF e módulo de elasticidade do concreto. As parcelas do momento fletor devido à carga permanente,  $M_{CP}$ , e à sobrecarga,  $M_{SC}$ , por sua vez, são função da carga permanente,  $CP$ , e da sobrecarga,  $SC$ , respectivamente. Vale ressaltar que na equação 6.2, o momento resistente não é definido explicitamente em termos das variáveis pertinentes ao problema e sim através de um procedimento numérico (ver item 5.3.1). Assim, o estado limite que separa as regiões de segurança e de falha é representado pela condição:

$$g(M_R, M_{CP}, M_{SC}) = M_R - M_{CP} - M_{SC} = 0 \quad (6.3)$$

## 6.2. Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo foi utilizada para a obtenção da probabilidade de falha para cada uma das 81 vigas em CA-PRF. Para tal: (i) o procedimento determinístico apresentado no item 5.3.1 e (ii) a geração de números aleatórios consistente com as estatísticas apresentadas no item 5.2.3 foram utilizados. Este procedimento computacional foi implementado a partir do software Matlab, versão 7.0.1. e as ferramentas do *Statistics toolbox*, no programa SIMCAPRF listado no Apêndice 1. Para cada viga (ver tabela 5.3) foi gerada uma amostra constituída por 100.000 elementos (ou seja, 100.000 realizações da função de desempenho, equação 6.2).

É sabido que os resultados obtidos via Simulação de Monte Carlo são afetados por erros amostrais; desta forma uma questão importante é a estimativa de erro associado aos valores da probabilidade de falha obtidos. Segundo Ang e Tang (1990), o erro (em termos percentuais) pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$erro (\%) = 200 \sqrt{\frac{1 - P_F}{n P_F}} \quad (6.4)$$

onde  $P_F$  é a probabilidade de falha estimada *a priori* e  $n$  é o número de simulações utilizadas. Uma dificuldade na utilização desta expressão é a definição desta probabilidade de falha. Neste trabalho foi considerado que, em consonância com os níveis de confiabilidade (probabilidade de falha) implícitos no projeto de vigas em concreto armado, da ordem de  $10^{-3}$ , este será o valor utilizado na expressão acima. Esta estimativa foi confirmada pelos níveis de confiabilidade obtidos neste trabalho conforme descrito a seguir (ver tabelas 6.1 a 6.3). Para 100.000 simulações e uma probabilidade de falha estimada de  $10^{-3}$  o percentual de erro é de 20%, ou seja, probabilidade de falha é de  $0,001 \pm 0,0002$ . É interessante notar que tal margem de erro é plenamente satisfatória para a avaliação de níveis de confiabilidade implícitos em projetos semiprobabilísticos.

As tabelas 6.1 a 6.3 apresentam os resultados encontrados via Simulação de Monte Carlo para a probabilidade de falha associada a cada viga e outras grandezas de interesse, correspondendo às vigas R5, R1 e R2, respectivamente. Para facilidade da análise destes resultados, nestas tabelas também estão apresentados a média,  $\mu_{R-SMC}$ , e o desvio padrão,  $\sigma_{R-SMC}$ , do momento resistente,  $M_R$ , e a média,  $\mu_{A-SMC}$ , e o desvio padrão,  $\sigma_{A-SMC}$ , do momento atuante,  $M_A$ . Adicionalmente, os índices de confiabilidade associados a estas probabilidades de falhas,  $\beta_{SMC}$ , também foram calculados. Para efeitos comparativos, uma vez que os índices de confiabilidade calculados segundo a equação 4.15 muitas vezes são utilizados na prática (Szczeszen e Nowak, 2003) visto a sua simplicidade de cálculo, estes índices de confiabilidade, aqui denominados como  $\beta$ , também foram calculados. Deve-se observar a grande discrepância entre estes dois índices, o que já poderia ser esperado visto que este último índice seria válido apenas para as condições discutidas no item 4.3.2.

Tabela 6.1 - Momento resistente,  $M_R$  (média e desvio padrão), momento atuante,  $M_A$ , (média e desvio padrão), probabilidades de falha e índices de confiabilidade (R5).

VIGAS	$M_R$ (kN m)		$M_A$ (kN m)		Probabilidade de falha	$\beta_{SMC}$	$\beta$
	$\mu_{MR-SMC}$	$\sigma_{MR-SMC}$	$\mu_{MA}$	$\sigma_{MA}$			
C30-P1-R5-SB	55,4	3,6	25,2	4,7	1,80E-04	3,5678	5,1277
C30-P1-R5-TR	61,7	4,1	34,5	6,4	3,03E-03	2,7445	3,5824
C30-P1-R5-SP	68,0	4,7	42,3	7,8	1,12E-02	2,2825	2,8158
C30-P2-R5-SB	41,2	2,6	18,6	3,5	1,60E-04	3,5985	5,2261
C30-P2-R5-TR	46,1	2,9	24,5	4,5	1,47E-03	2,9739	4,0072
C30-P2-R5-SP	50,3	3,2	29,9	5,6	6,52E-03	2,4827	3,1828
C30-P3-R5-SB	35,8	2,2	16,7	3,1	2,40E-04	3,4917	5,0036
C30-P3-R5-TR	39,2	2,4	20,6	3,8	1,30E-03	3,0115	4,0968
C30-P3-R5-SP	43,9	2,8	25,7	4,8	5,32E-03	2,5543	3,2966
C50-P1-R5-SB	73,4	4,9	36,0	6,7	4,50E-04	3,3201	4,5245
C50-P1-R5-TR	82,3	5,6	48,8	9,1	6,79E-03	2,4682	3,1370
C50-P1-R5-SP	91,3	6,4	58,9	10,9	1,64E-02	2,1345	2,5619
C50-P2-R5-SB	52,8	3,3	25,1	4,7	3,10E-04	3,4227	4,8279
C50-P2-R5-TR	58,2	3,7	32,2	6,0	2,58E-03	2,7969	3,6984
C50-P2-R5-SP	65,3	4,2	41,3	7,7	1,29E-02	2,2286	2,7481
C50-P3-R5-SB	43,5	2,7	21,1	3,9	4,00E-04	3,3528	4,7281
C50-P3-R5-TR	50,1	3,1	28,2	5,2	3,34E-03	2,7124	3,5780
C50-P3-R5-SP	56,4	3,6	35,4	6,6	1,16E-02	2,2695	2,8222
C70-P1-R5-SB	91,4	6,4	48,2	8,9	1,46E-03	2,976	3,9216
C70-P1-R5-TR	102,7	7,4	65,4	12,1	1,46E-02	2,1802	2,6198
C70-P1-R5-SP	109,9	8,1	75,8	14,1	3,08E-02	1,8696	2,1077
C70-P2-R5-SB	64,0	4,3	32,6	6,0	8,80E-04	3,128	4,2420
C70-P2-R5-TR	72,2	4,9	43,0	8,0	6,89E-03	2,4629	3,1176
C70-P2-R5-SP	85,1	5,9	57,8	10,7	2,62E-02	1,9397	2,2342
C70-P3-R5-SB	53,7	3,5	28,7	5,3	1,63E-03	2,9421	3,9261
C70-P3-R5-TR	62,0	4,1	37,7	7,0	8,88E-03	2,3706	2,9815
C70-P3-R5-SP	68,5	4,6	46,1	8,6	2,39E-02	1,9797	2,3026

\* Probabilidade inferior a  $10^{-5}$ ;

\*\* Índice de confiabilidade superior a 4,7534.

Tabela 6.2 - Momento resistente,  $M_R$  (média e desvio padrão), momento atuante,  $M_A$ , (média e desvio padrão), probabilidades de falha e índices de confiabilidade (R1).

VIGAS	$M_R$ (kN m)		$M_A$ (kN m)		Probabilidade de falha	$\beta_{SMC}$	$\beta$
	$\mu_{MR-SMC}$	$\sigma_{MR-SMC}$	$\mu_{MA}$	$\sigma_{MA}$			
C30-P1-R1-SB	55,4	3,6	25,2	3,8	2,00E-05	4,1075	5,7742
C30-P1-R1-TR	61,7	4,1	34,5	5,2	7,60E-04	3,1708	4,1024
C30-P1-R1-SP	68,0	4,7	42,3	6,4	4,36E-03	2,6228	3,2423
C30-P2-R1-SB	41,2	2,6	18,6	2,8	2,00E-05	4,1075	5,9043
C30-P2-R1-TR	46,1	2,9	24,5	3,7	3,30E-04	3,4057	4,5954
C30-P2-R1-SP	50,3	3,2	29,9	4,5	2,05E-03	2,8704	3,6783
C30-P3-R1-SB	35,8	2,2	16,7	2,5	2,00E-05	4,1075	5,6686
C30-P3-R1-TR	39,2	2,4	20,6	3,1	2,80E-04	3,4503	4,6997
C30-P3-R1-SP	43,9	2,8	25,7	3,9	1,57E-03	2,9537	3,8086
C50-P1-R1-SB	73,4	4,9	36,0	5,4	1,00E-04	3,719	5,1210
C50-P1-R1-TR	82,3	5,6	48,9	7,4	2,08E-03	2,8658	3,6023
C50-P1-R1-SP	91,3	6,4	58,9	8,9	7,46E-03	2,4343	2,9596
C50-P2-R1-SB	52,8	3,3	25,2	3,8	7,00E-05	3,8082	5,4742
C50-P2-R1-TR	58,2	3,7	32,2	4,9	5,60E-04	3,2585	4,2536
C50-P2-R1-SP	65,3	4,2	41,3	6,2	5,14E-03	2,5663	3,1902
C50-P3-R1-SB	43,5	2,7	21,1	3,2	8,00E-05	3,775	5,3752
C50-P3-R1-TR	50,1	3,1	28,2	4,3	8,70E-04	3,1314	4,1267
C50-P3-R1-SP	56,4	3,6	35,4	5,3	4,51E-03	2,6113	3,2760
C70-P1-R1-SB	91,4	6,4	48,2	7,3	3,20E-04	3,4141	4,4447
C70-P1-R1-TR	102,7	7,4	65,4	9,9	6,35E-03	2,4921	3,0121
C70-P1-R1-SP	109,9	8,1	75,8	11,5	1,72E-02	2,1163	2,4380
C70-P2-R1-SB	64,0	4,3	32,6	4,9	1,80E-04	3,5678	4,8157
C70-P2-R1-TR	72,2	4,9	43,0	6,5	2,23E-03	2,8437	3,5878
C70-P2-R1-SP	85,1	5,9	57,8	8,7	1,39E-02	2,2007	2,5926
C70-P3-R1-SB	53,7	3,5	28,7	4,3	3,60E-04	3,3818	4,4813
C70-P3-R1-TR	62,0	4,1	37,7	5,7	3,15E-03	2,7317	3,4424
C70-P3-R1-SP	68,5	4,6	46,1	7,0	1,23E-02	2,2489	2,6755

\* Probabilidade inferior a  $10^{-5}$ ;

\*\* Índice de confiabilidade superior a 4,7534.



Tabela 6.3 - Momento resistente,  $M_R$  (média e desvio padrão), momento atuante,  $M_A$ , (média e desvio padrão), probabilidades de falha e índices de confiabilidade (R2).

VIGAS	$M_R$ (kN m)		$M_A$ (kN m)		Probabilidade de falha	$\beta_{SMC}$	$\beta$
	$\mu_{MR-SMC}$	$\sigma_{MR-SMC}$	$\mu_{MA}$	$\sigma_{MA}$			
C30-P1-R2-SB	55,4	3,6	25,2	3,0	*	**	6,4781
C30-P1-R2-TR	61,7	4,1	34,5	4,1	8,00E-05	3,775	4,6985
C30-P1-R2-SP	68,0	4,7	42,3	5,0	6,70E-04	3,2073	3,7498
C30-P2-R2-SB	41,2	2,6	18,6	2,2	*	**	6,6601
C30-P2-R2-TR	46,1	2,9	24,5	2,9	2,00E-05	4,1075	5,2719
C30-P2-R2-SP	50,3	3,2	29,9	3,5	2,80E-04	3,4503	4,2697
C30-P3-R2-SB	35,8	2,2	16,7	2,0	*	**	6,4355
C30-P3-R2-TR	39,2	2,4	20,6	2,4	1,00E-05	4,2649	5,4081
C30-P3-R2-SP	43,9	2,8	25,7	3,0	1,70E-04	3,5827	4,4363
C50-P1-R2-SB	73,4	4,9	35,9	4,2	*	**	5,7847
C50-P1-R2-TR	82,3	5,6	48,8	5,8	2,90E-04	3,4408	4,1525
C50-P1-R2-SP	91,3	6,4	58,9	7,0	1,70E-03	2,929	3,4339
C50-P2-R2-SB	52,8	3,3	25,1	3,0	*	**	6,2075
C50-P2-R2-TR	58,2	3,7	32,2	3,8	4,00E-05	3,9444	4,8928
C50-P2-R2-SP	65,3	4,2	41,3	4,9	8,80E-04	3,128	3,7238
C50-P3-R2-SB	43,5	2,7	21,1	2,5	*	**	6,1174
C50-P3-R2-TR	50,1	3,1	28,2	3,3	8,00E-05	3,775	4,7739
C50-P3-R2-SP	56,4	3,6	35,4	4,2	6,80E-04	3,203	3,8318
C70-P1-R2-SB	91,4	6,4	48,2	5,7	1,00E-05	4,2649	5,0271
C70-P1-R2-TR	102,7	7,4	65,4	7,7	1,27E-03	3,0185	3,4789
C70-P1-R2-SP	109,9	8,1	75,8	9,0	5,60E-03	2,5364	2,8341
C70-P2-R2-SB	64,0	4,3	32,6	3,9	1,00E-05	4,2649	5,4538
C70-P2-R2-TR	72,2	4,9	43,0	5,1	3,00E-04	3,4316	4,1328
C70-P2-R2-SP	85,1	5,9	57,7	6,8	3,91E-03	2,6597	3,0330
C70-P3-R2-SB	53,7	3,5	28,7	3,4	2,00E-05	4,1075	5,1186
C70-P3-R2-TR	62,0	4,1	37,7	4,5	4,20E-04	3,3393	3,9931
C70-P3-R2-SP	68,5	4,6	46,1	5,5	3,29E-03	2,7174	3,1351

\* Probabilidade inferior a  $10^{-5}$ ;

\*\* Índice de confiabilidade superior a 4,7534.

## 6.3. Discussão dos Resultados

Neste item são discutidos os resultados da análise de confiabilidade das oitenta e uma vigas em concreto armado com PRF sob flexão simples utilizadas neste estudo (ver tabelas 6.1 a 6.3). Para facilidade na análise, esta se fará através da verificação da influência da resistência à compressão do concreto, da resistência à tração do PRF, da taxa de armadura longitudinal e da razão do carregamento nos níveis de confiabilidade obtidos. Os resultados apresentados nas tabelas 6.1 a 6.3 também serão apresentados em gráficos como função da probabilidade de falha (ou índice de confiabilidade,  $\beta_{SMC}$ ) a fim de permitir uma melhor interpretação dos mesmos.

### 6.3.1. Influência da resistência à compressão do concreto

A influência da resistência à compressão do concreto nos níveis de confiabilidade obtidos pode ser visualizada através da figura 6.1 (apresentada em termos da probabilidade de falha) e da figura 6.2 (apresentada em termos do índice de confiabilidade). Nestas figuras, as vigas representadas com as mesmas cores indicam vigas em que características geométricas e as propriedades mecânicas dos materiais são as mesmas, exceto a resistência à compressão do concreto. Por exemplo, na figura 6.1 as vigas C30-P2-R5-SP, C50-P2-R5-SP e C70-P2-R5-SP têm os diagramas de barras correspondentes com a cor verde, indicando que a primeira tem uma resistência à compressão do concreto 30 MPa, a segunda 50 MPa e a terceira de 70 MPa, ou seja, diferem apenas na resistência à compressão do concreto. As figuras 6.1a, b, c correspondem as vigas subarmadas, na região de transição e superarmadas, respectivamente. Similarmente as figuras 6.2a, b, c apresentam os resultados em termos do índice de confiabilidade para as vigas subarmadas, na região de transição e superarmadas, respectivamente. Vale ressaltar que para as vigas onde a probabilidade de falha é inferior a  $10^{-5}$  nenhum resultado é lançado no diagrama de barras correspondente. Similarmente, nestes casos, o índice de confiabilidade é lançado como 4,75.

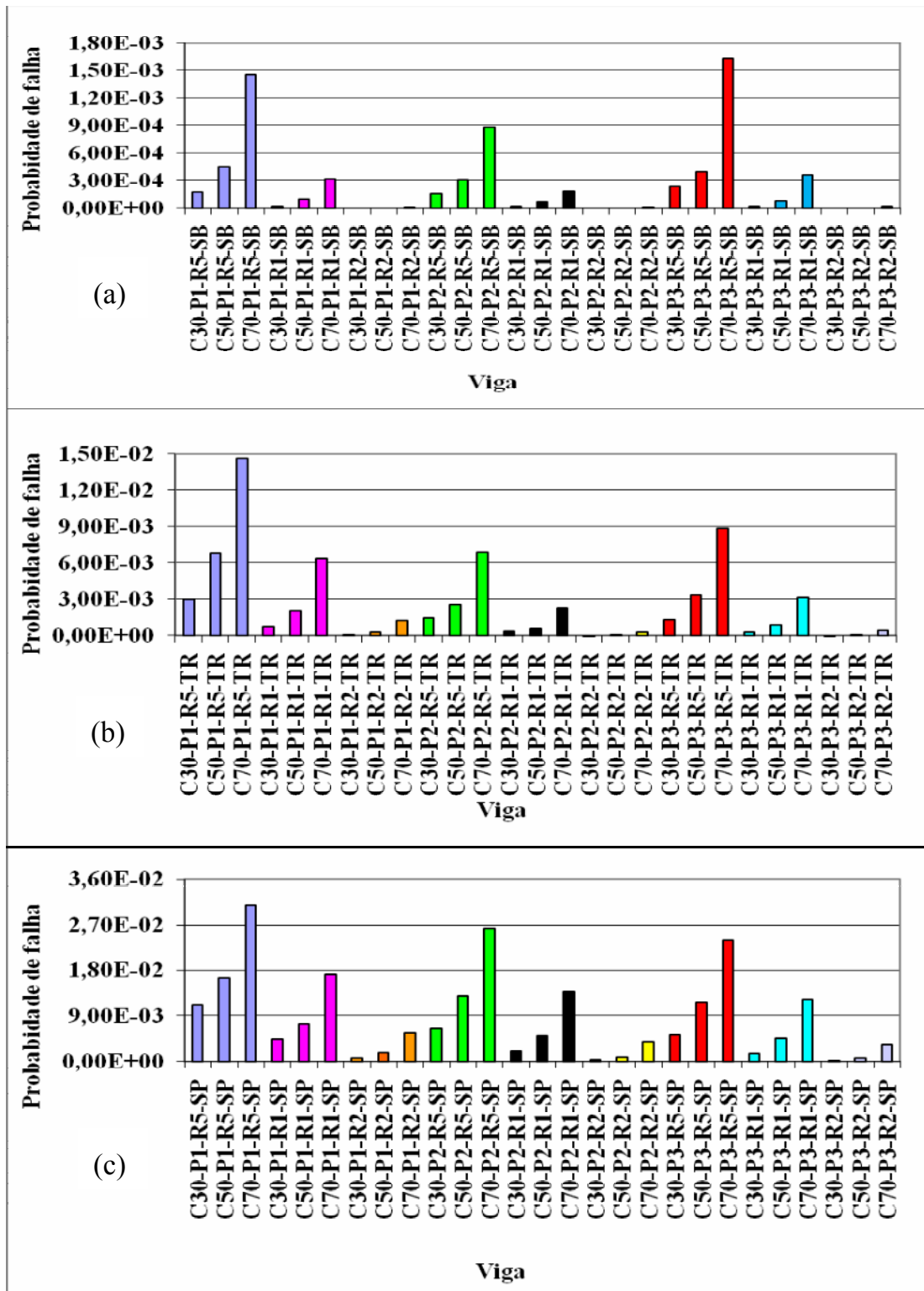


Figura 6.1 – Probabilidade de falha das vigas  
a) Subarmada (SB) b) Transição (TR) e c) Superarmada(SP).

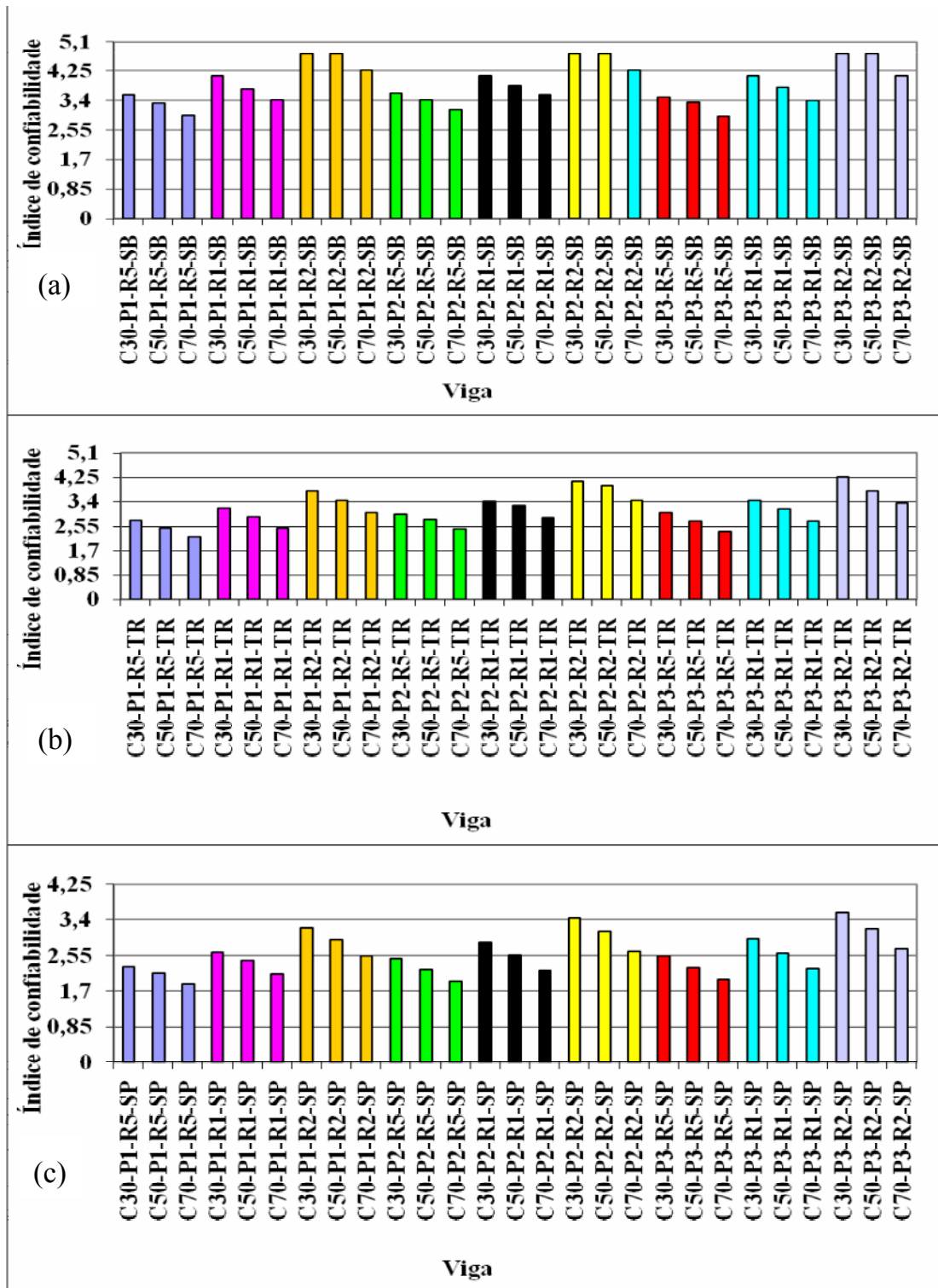


Figura 6.2 – Índice de confiabilidade das vigas  
a) Subarmada (SB) b) Transição (TR) e c) Superarmada (SP).

Como pode ser verificado nas tabelas 6.1 a 6.3 (seção 6.2) e nos gráficos das figuras 6.1 e 6.2 a resistência à compressão do concreto da viga tem grande influência nos resultados. Pode-se observar que a medida em que a resistência à compressão do concreto aumenta há um aumento significativo na probabilidade de falha e conseqüentemente uma redução no índice de confiabilidade. Tal resultado pode ser atribuído a um comportamento mais linear do diagrama tensão-deformação do concreto de resistências mais elevadas, o qual se traduz nos parâmetros do bloco de tensões. Deve-se observar que neste trabalho, a resistência à compressão *in situ* foi obtida a partir da resistência medida em corpos de prova cilíndricos e um fator variável foi utilizado nesta conversão (fator  $\alpha_l$ , equação 5.4). Já o ACI 440 (2006) que utiliza o bloco de tensões do ACI 318-08, este parâmetro é tomado como fixo e igual a 0,85.

### **6.3.2. Influência da resistência à tração do PRF**

A influência da resistência à tração do PRF nos níveis de confiabilidade obtidos pode ser visualizada através da figura 6.3 (apresentada em termos da probabilidade de falha) e da figura 6.4 (apresentada em termos do índice de confiabilidade). Nestas figuras, as vigas representadas com as mesmas cores indicam vigas em que características geométricas e as propriedades mecânicas dos materiais são as mesmas, exceto a resistência à tração do PRF. Por exemplo, na figura 6.3 as vigas C70-P1-R5-TR, C70-P2-R5-TR e C70-P3-R5-TR têm os diagramas de barras correspondentes com a cor verde, indicando que a primeira tem uma resistência à tração do PRF 425 MPa, a segunda 850 MPa e a terceira de 1275 MPa, ou seja, diferem apenas na resistência à tração do PRF. As figuras 6.3a, b, c correspondem as vigas C30, C50 e C70, respectivamente. Similarmente as figuras 6.4a, b, c apresentam os resultados em termos do índice de confiabilidade para as vigas C30, C50 e C70, respectivamente. Vale ressaltar que para as vigas onde a probabilidade de falha é inferior a  $10^{-5}$  nenhum resultado é lançado no diagrama de barras correspondente. Similarmente, nestes casos, o índice de confiabilidade é lançado como 4,75.

Como pode ser verificado nas tabelas 6.1 a 6.3 (seção 6.2) e nos gráficos das figuras 6.3 e 6.4 a resistência à tração do PRF tem grande influência nos resultados para os casos de vigas na região de transição e vigas superarmadas. Nestes casos pode-se observar que a medida em que a resistência à tração do PRF aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e conseqüentemente um aumento no índice de confiabilidade. Tal resultado pode ser atribuído ao efeito conjunto da resistência à tração e do módulo de elasticidade do PRF. Neste estudo foi assumido que P1 corresponde a um VPRF com a menor resistência e menor módulo de elasticidade, enquanto que P2 corresponde a valores intermediário destas grandezas e P3 corresponde aos maiores valores. Vê-se assim que uma maior resistência do PRF, associada a um maior módulo de elasticidade, resulta em níveis de confiabilidade mais elevados.

### **6.3.3. Influência da taxa de armadura de PRF**

A influência da taxa de armadura de PRF da viga nos níveis de confiabilidades obtidos pode ser visualizada através da figura 6.5 (apresentadas em termos da probabilidade de falha) e da figura 6.6 (apresentadas em termos do índice de confiabilidade). Nestas figuras, as vigas representadas com as mesmas cores indicam vigas em que características geométricas e as propriedades mecânicas dos materiais são as mesmas, exceto a taxa de armadura de PRF. Por exemplo, na figura 6.5 as vigas C70-P2-R5-SB, C70-P2-R5-TR e C70-P2-R5-SP têm os diagramas de barras correspondentes com a cor verde, indicando que a primeira é uma viga subarmada, a segunda encontra-se na região de transição e a terceira é uma viga superarmada, ou seja, diferem apenas na taxa de armadura de PRF. As figuras 6.5a, b, c correspondem as vigas C30, C50 e C70, respectivamente. Similarmente as figuras 6.6a, b, c apresentam os resultados em termos do índice de confiabilidade para as vigas C30, C50 e C70, respectivamente. Vale ressaltar que para as vigas onde a probabilidade de falha é inferior a  $10^{-5}$  nenhum resultado é lançado no diagrama de barras correspondente. Similarmente, nestes casos, o índice de confiabilidade é lançado como 4,75.

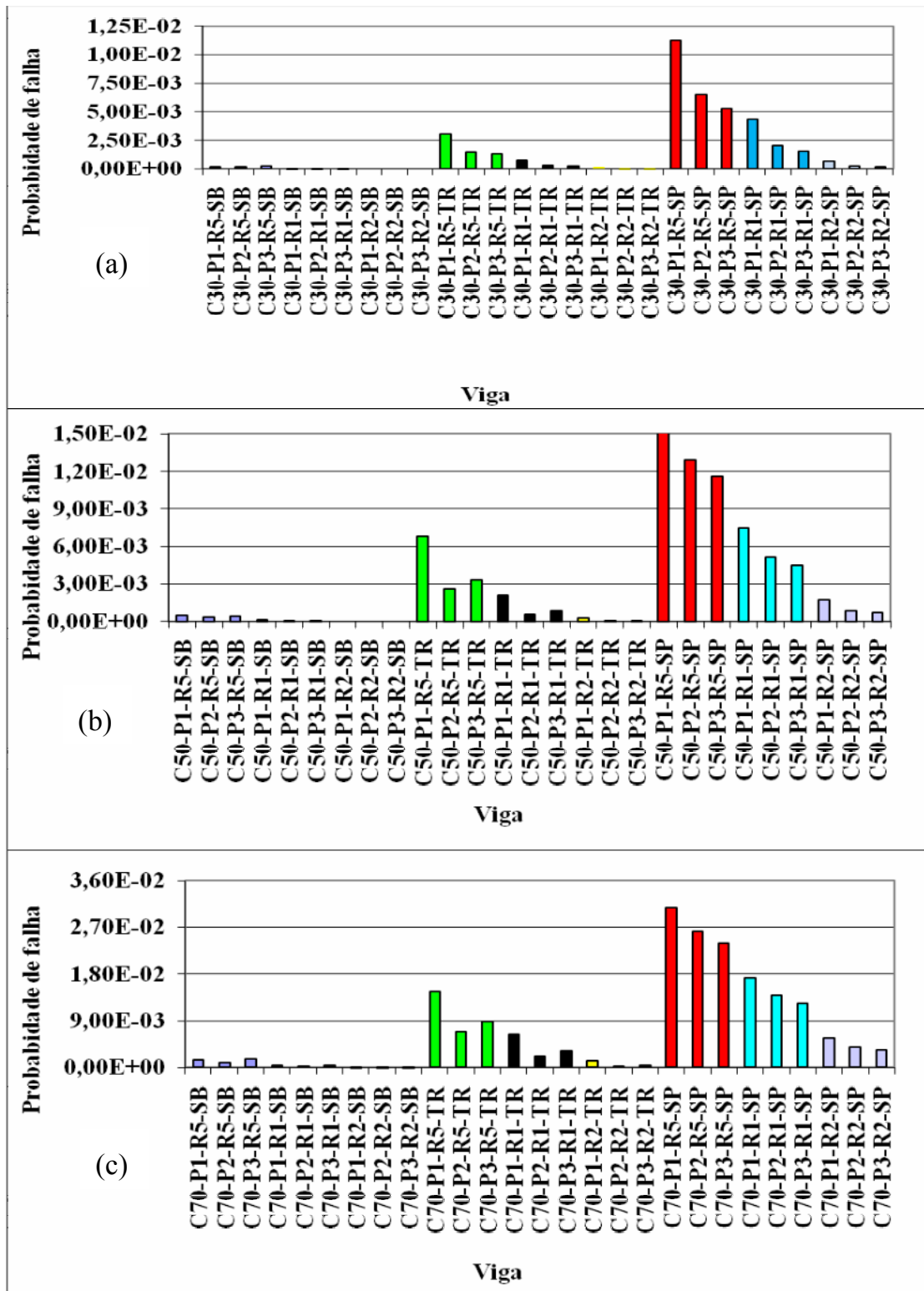


Figura 6.3 – Probabilidade de falha das vigas

a) C30 b) C50 e c) C70.

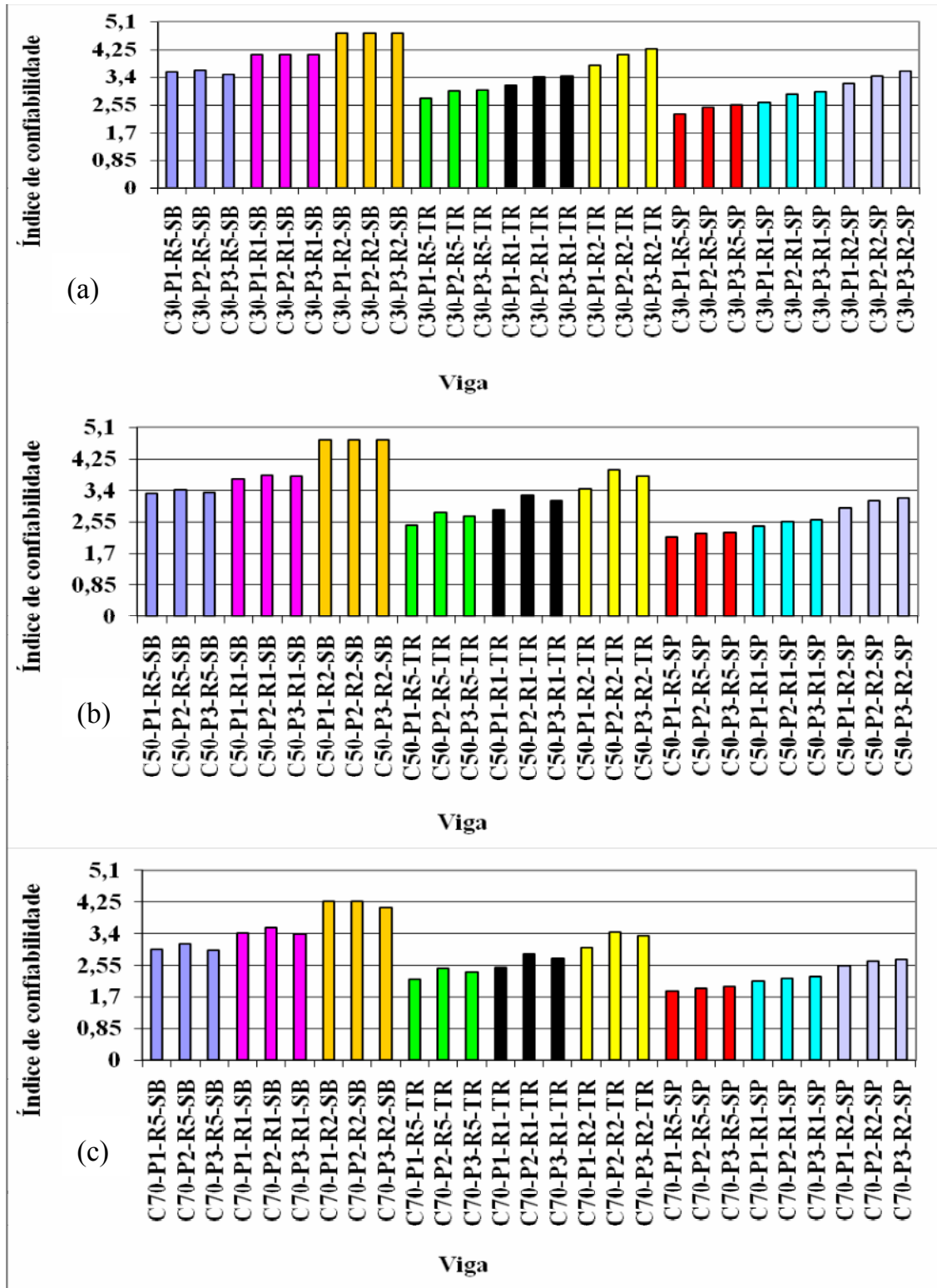


Figura 6.4 – Índice de confiabilidade das vigas  
a) C30 b) C50 e c) C70.



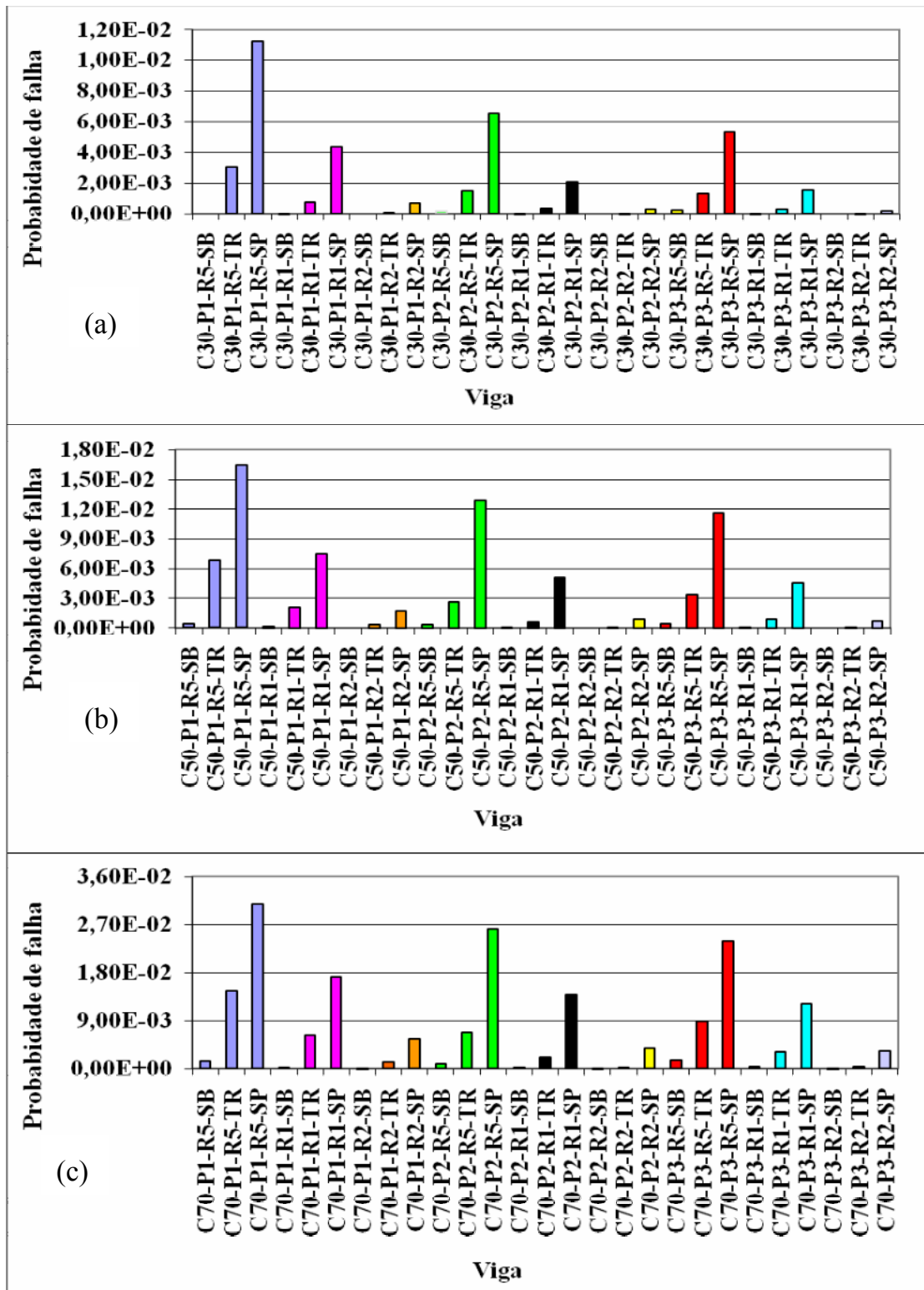


Figura 6.5 – Probabilidade de falha das vigas  
a) C30 b) C50 e c) C70.

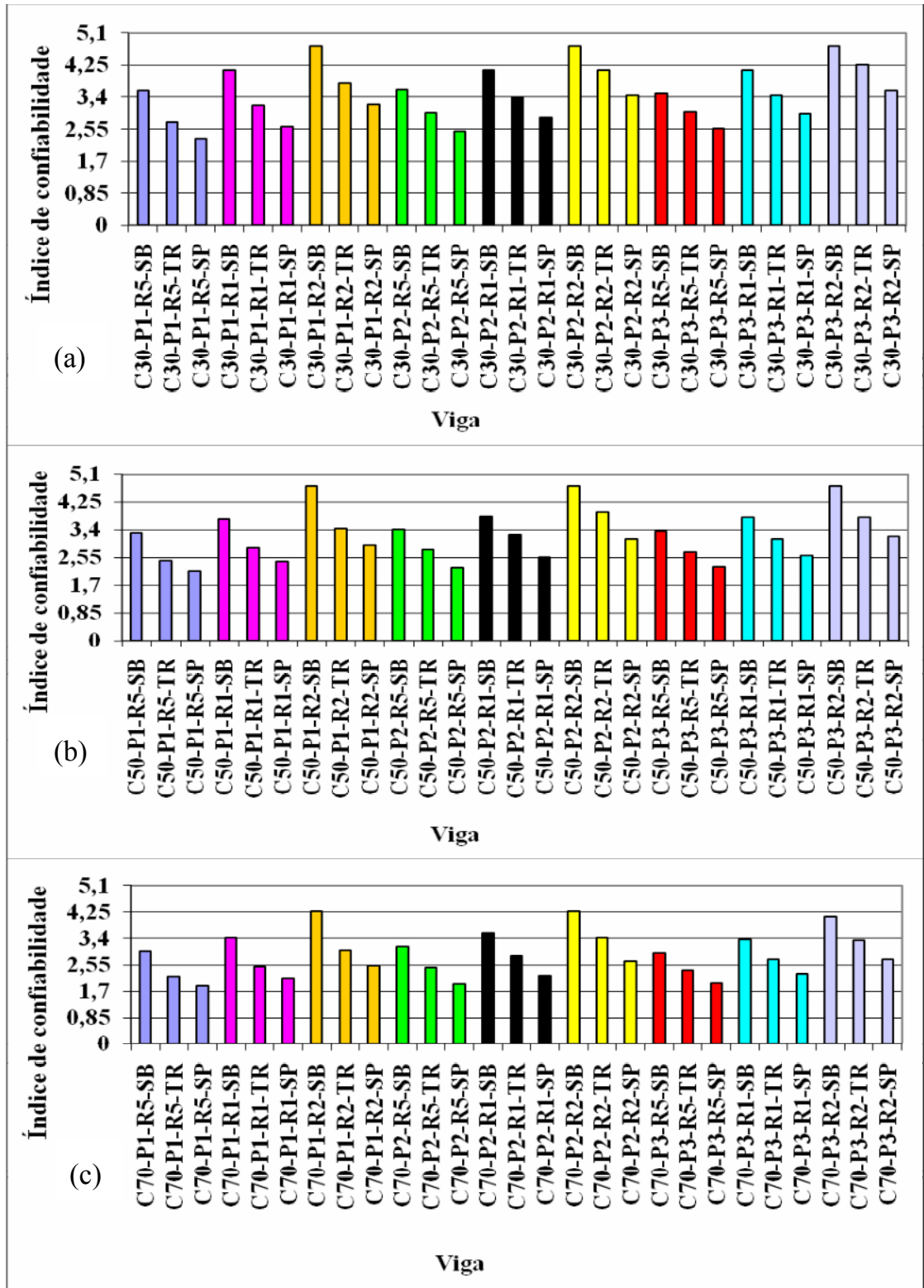


Figura 6.6 – Índice de confiabilidade das vigas  
a) C30 b) C50 e c) C70.

Como pode ser verificado nas tabelas 6.1 a 6.3 (seção 6.2) e nos gráficos das figuras 6.5 e 6.6, a taxa de armadura de PRF tem grande influência nos resultados. Estes resultados indicam que as vigas subarmadas apresentam índices de confiabilidade razoavelmente superiores àqueles apresentados pelas vigas na região de transição e superarmadas. Este fato é facilmente compreensível visto que, segundo o ACI 440 (2006) o fator de minoração da resistência é menor para as vigas subarmadas do que para as demais (ver equações 3.30a, b e c). A utilização de fatores de minoração diferenciados visa a tratar dos distintos modos de falha que podem ser apresentados pelas vigas sub e superarmadas. Vê-se assim que o objetivo de prover mais segurança para o modo de falha correspondente à ruptura do PRF é atingido.

### **6.3.4. Influência da razão do carregamento**

A influência da razão do carregamento,  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ , nos níveis de confiabilidades obtidos pode ser visualizada através da figura 6.7 (apresentadas em termos da probabilidade de falha) e da figura 6.8 (apresentadas em termos do índice de confiabilidade). Nestas figuras, as vigas representadas com as mesmas cores indicam vigas em que características geométricas e as propriedades mecânicas dos materiais são as mesmas, exceto a razão do carregamento. Por exemplo, na figura 6.7 as vigas C50-P2-R5-SP, C50-P2-R1-SP e C50-P2-R2-SP têm os diagramas de barras correspondentes com a cor amarela, indicando que a primeira tem uma razão do carregamento,  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ , igual a 0,5, a segunda 1,0 e a terceira de 2,0, ou seja, diferem apenas na razão do carregamento,  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ . As figuras 6.7a, b, c correspondem às vigas P1, P2 e P3, respectivamente. Similarmente as figuras 6.8a, b, c apresentam os resultados em termos do índice de confiabilidade para as vigas P1, P2 e P3, respectivamente. Vale ressaltar que para as vigas onde a probabilidade de falha é inferior a  $10^{-5}$  nenhum resultado é lançado no diagrama de barras correspondente. Similarmente, nestes casos, o índice de confiabilidade é lançado como 4,75.

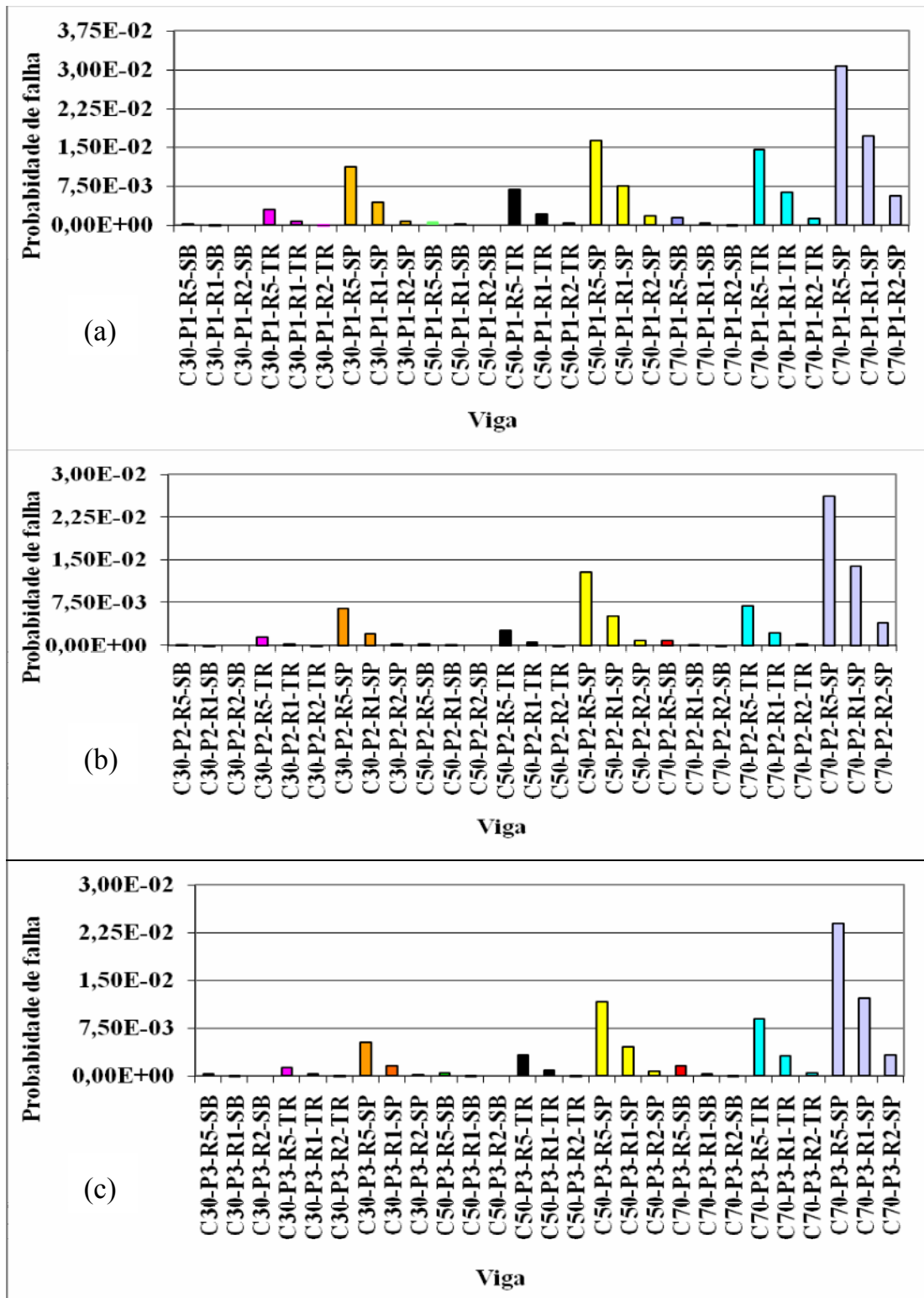


Figura 6.7 – Probabilidade de falha das vigas  
a) P1 b) P2 e c) P3.

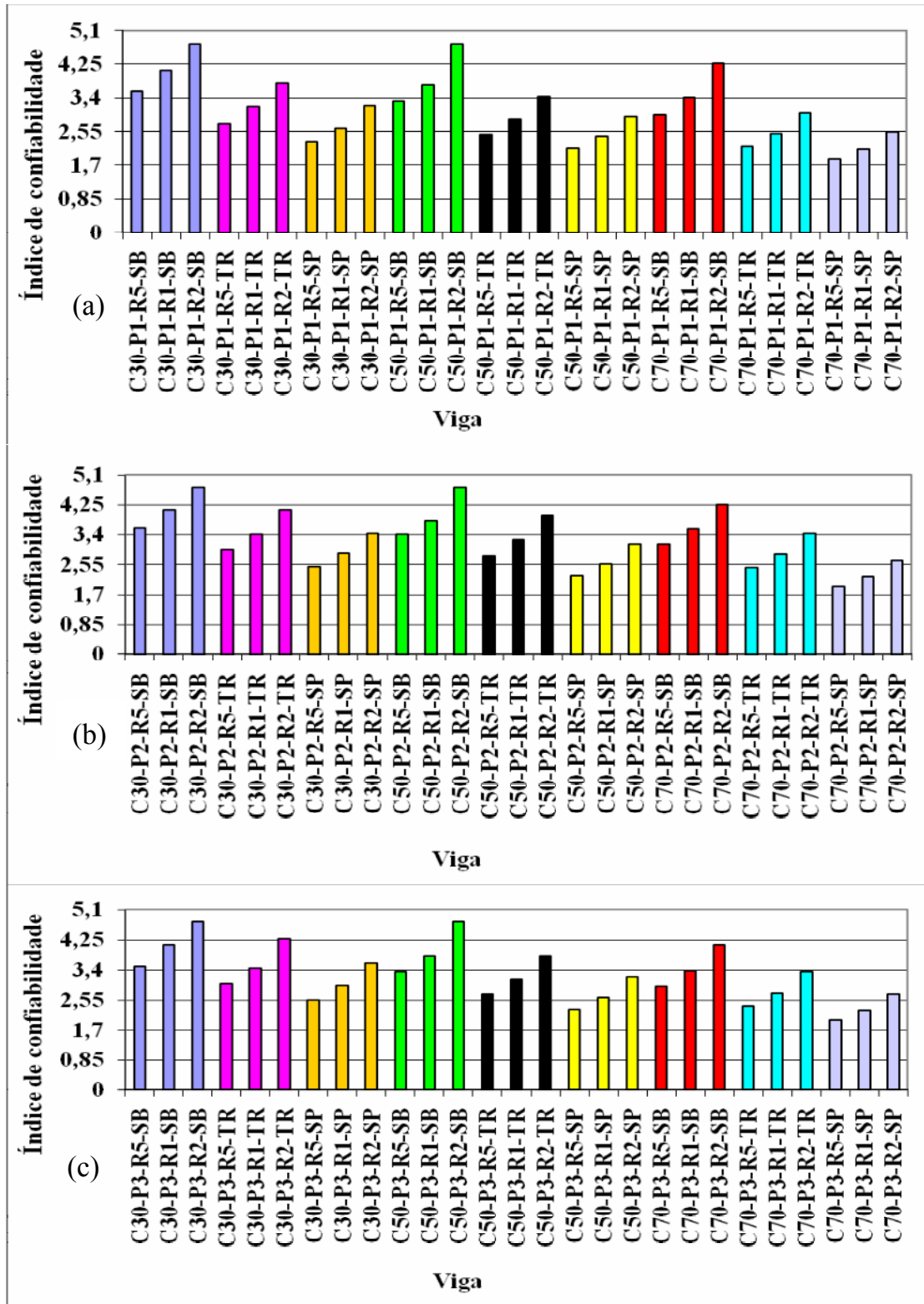


Figura 6.8 – Índice de confiabilidade das vigas  
a) P1 b) P2 e c) P3.

Como pode ser verificado nas tabelas 6.1 a 6.3 (seção 6.2) e nos gráficos das figuras 6.7 e 6.8, a razão entre os carregamentos tem grande influência nos resultados. Nestes casos pode-se observar que a medida em que a razão,  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$  aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e conseqüentemente um aumento no índice de confiabilidade. Tal resultado pode ser facilmente entendido lembrando-se que o coeficiente de variação da sobrecarga é bem superior àquele para a carga permanente (cov = 0,25 para a sobrecarga e 0,10 para a carga permanente, ver tabela 5.2). Adicionalmente a sobrecarga é modelada como uma distribuição de valores extremos tipo I, ou seja, apresentando uma cauda superior pronunciada.

#### **6.4. Resumo do Capítulo**

Neste capítulo foram obtidos a probabilidade de falha e o correspondente índice de confiabilidade para as 81 vigas analisadas neste trabalho. Para tal foi utilizada a simulação de Monte Carlo implementada no programa SIMCAPRF. Foi avaliada a influência dos seguintes parâmetros nos níveis de confiabilidade implícitos nas recomendações do ACI 440 (2006): a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração do PRF, a taxa de armadura longitudinal do PRF e a razão carga permanente/sobrecarga. Vários resultados importantes foram obtidos, a saber:

- A medida em que a resistência à compressão do concreto aumenta há um aumento significativo na probabilidade de falha e conseqüentemente uma redução no índice de confiabilidade;
- A resistência à tração do PRF tem grande influência nos resultados para os casos de vigas na região de transição e vigas superarmadas. Nestes casos pode-se observar que a medida em que a resistência à tração do PRF aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e conseqüentemente um aumento no índice de confiabilidade;
- As vigas subarmadas apresentam índices de confiabilidade razoavelmente superiores àqueles apresentados pelas vigas na região de transição e superarmadas;

- A razão entre os carregamentos tem grande influência nos resultados. Nestes casos pode-se observar que a medida em que a razão,  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$  aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e conseqüentemente um aumento no índice de confiabilidade;
- A maior probabilidade de falha obtida corresponde a viga C70-P1-R5-SP,  $P_F = 3.08 \times 10^{-2}$  ( $\beta_{SMC} = 1,8696$ );
- As menores probabilidades de falha correspondem a combinação menor resistência à compressão do concreto, maior resistência a tração do PRF, maior razão de carregamento e vigas subarmadas. Nestes casos probabilidades de falha inferiores à  $10^{-5}$  podem ser obtidas;
- O procedimento utilizado, ou seja, a simulação de Monte Carlo apresentou grandes vantagens visto que uma série de simplificações que seriam necessárias em outros procedimentos puderam ser evitadas, tais como, a utilização de funções normais equivalentes, transformação de variáveis correlacionadas em estatísticas independentes, conforme requerido pelo FORM. Ademais o tratamento de funções implícitas, como aquele correspondente à definição do momento resistente, conforme descrito na literatura é bastante facilitado pela utilização da simulação de Monte Carlo;
- Uma comparação entre os índices de confiabilidade calculados segundo a equação 4.15 e aqueles correspondentes aos resultados obtidos via simulação de Monte Carlo indicam uma grande discrepância entre estes dois índices. Deve-se ressaltar que os primeiros (ou seja, o índice  $\beta$ ), em muitas vezes são utilizados na prática visto a sua simplicidade de cálculo. Entretanto, conforme pode ser observado neste estudo tais índices podem resultar em valores superestimados para a confiabilidade da estrutura em questão. Compare-se, por exemplo, os resultados obtidos para a viga C30-P1-R1-TR, para a qual  $\beta_{SMC} = 3,1708$  e  $\beta = 4,1024$ .

# 7.

## SUMÁRIO, CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 7.1. Sumário

Os últimos vinte e cinco anos têm assistido a um interesse crescente em relação a materiais de alto desempenho, tais como o concreto de alta resistência, aço de alta resistência e materiais compósitos, dentre outros. Este interesse, inicialmente, estava concentrado na obtenção de resistências mais elevadas, e daí possíveis ganhos em relação a custos iniciais. Porém, é sabido que a durabilidade de um material e/ ou de uma estrutura é fator crucial na determinação do custo total de uma estrutura ao longo de sua vida útil; assim a durabilidade vem ganhando destaque nas pesquisas relativas ao concreto armado.

Um dos grandes problemas associados à durabilidade do concreto armado é a corrosão das armaduras de aço quando expostas a ambientes marinhos ou a sais descongelantes, como nos países de clima frio. Desta maneira, várias alternativas vêm sendo investigadas, sendo que o plástico reforçado por fibras (PRF) apresenta uma perspectiva promissora para utilização como armadura para o concreto armado. Este fato é facilmente compreensível na medida em que o PRF não apresenta os problemas de durabilidade associados à corrosão das armaduras de aço, não é magnético e nem condutor elétrico.

Embora a utilização do PRF como armadura estrutural possa apresentar grandes promessas em termos de durabilidade e potencial para redução de custos ao longo da vida útil de uma estrutura, as características particulares deste material têm conduzido a novos desafios em relação ao projeto de componentes estruturais em CA-PRF. Uma primeira geração de recomendações para projeto já desenvolvida, tem em comum o fato de que tais



recomendações foram baseadas em normas de projeto para vigas em CA. Conforme visto neste trabalho o projeto de vigas em CA-PRF envolve dois materiais de comportamento frágil; assim uma falha frágil é inevitável. Consequentemente, uma mudança no paradigma (seções subarmadas) faz-se necessária, sendo que no projeto de vigas em CA-PRF a falha do concreto é considerada mais desejável que a falha do PRF.

Portanto, devido à crescente utilização do PRF e também às diferenças apresentadas entre os dois materiais (aço e PRF), a confiabilidade de vigas em CA-PRF deve ser avaliada, tendo sido este o objetivo central deste trabalho. Para a consecução deste objetivo os seguintes passos foram seguidos:

- as características e propriedades mecânicas do PRF foram estudadas;
- critérios para projeto de vigas em CA e também em CA-PRF foram revistos;
- a capacidade resistente de vigas em CA-PRF sujeitas à flexão foi modelada computacionalmente;
- métodos de análise de confiabilidade estrutural foram estudados, selecionando-se aquele mais adequado para a avaliação da confiabilidade de vigas em CA-PRF. Visto que o momento resistente é definido via procedimento computacional, a simulação de Monte Carlo foi selecionada como o método a ser utilizado devido às suas vantagens no tratamento de critérios de desempenho definidos implicitamente;
- a definição das variáveis básicas de projeto (resistência à compressão do concreto, resistência à tração do PRF, módulo de elasticidade do PRF, geometria da seção transversal, carga permanente e sobrecarga) e suas estatísticas (média, coeficiente de variação e tipo de distribuição) foi feita;
- um procedimento computacional para avaliação da confiabilidade de vigas em CA-PRF foi implementado. Tal método utilizado corresponde ao nível 3, ou seja, as distribuições de probabilidade das variáveis básicas foram utilizadas neste processo daí resultando o cálculo da probabilidade de falha correspondente;
- 81 vigas em CA-PRF foram projetadas segundo as recomendações do ACI 440 (2006) representando distintas faixas de resistência à compressão do concreto, resistência e rigidez do PRF, vigas subarmadas, vigas superarmadas e razão carga

permanente/sobrecarga. Neste particular a utilização do concreto de alta resistência também foi verificada visto que tem sido sugerido que a combinação CAR/PRF possa ser vantajosa. Na falta de documentos nacionais que orientem o projeto de estruturas em CA-PRF, e também pela limitação da aplicabilidade da NBR 6118 a concretos de classe superior a C50, neste trabalho optou-se pela utilização das orientações do ACI 440 (2006) para o projeto de vigas em CA-PRF;

- a confiabilidade de 81 vigas em CA-PRF projetadas segundo recomendações da ACI 440 (2006) foi avaliada;
- a influência de diversos fatores, tais como, a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração do PRF, a taxa de armadura longitudinal e a razão do carregamento na confiabilidade de vigas em CA-PRF foi avaliada.

## 7.2. Conclusões

Neste trabalho a simulação de Monte Carlo foi utilizada na avaliação da confiabilidade de vigas em CA-PRF. Este procedimento foi implementado de forma modular; inicialmente a modelagem do momento resistente foi feita para que em seguida esta informação pudesse ser utilizada no critério de desempenho correspondente. Este procedimento permitiu um maior entendimento do comportamento das vigas em CA-PRF sujeitas à flexão conforme descrito a seguir.

Uma comparação entre o momento resistente nominal,  $M_n$ , e o momento resistente médio,  $\mu_{MR-SMC}$ , mostrou que a resistência à compressão do concreto é o fator de maior influência no momento resistente. Quando o  $f'_c$  adotado é de 30 MPa, a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  alcança os maiores valores (1,0464 a 1,2151); já quando o  $f'_c$  é de 50 MPa a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  encontra-se na faixa de 1,0076 a 1,1542 e quando o  $f'_c$  é de 70 MPa a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  alcança os menores valores (0,9434 a 1,0813). Outro fator que também apresenta grande influência no momento resistente é a taxa de armadura de PRF (vigas subarmadas, transição e superarmadas). Para as vigas subarmadas analisadas neste trabalho (taxa de armadura de PRF entre 0,82 e 0,93  $\rho_b$ ) a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  alcançou os maiores valores (1,0304 a 1,2151); já para as vigas na região de transição a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  encontra-se

na faixa de 0,9470 a 1,1204 e para as vigas superarmadas a razão  $\mu_{MR-SMC}/M_n$  alcança os menores valores (0,9434 a 1,1093).

A simulação do momento resistente também permitiu a obtenção de estatísticas da deformação última,  $\varepsilon_{ult}$  (mínimo, média, máximo e desvio padrão) para as vigas analisadas. Neste estudo pôde ser verificado que enquanto a deformação correspondente à tensão máxima no concreto aumenta à medida em que a resistência à compressão do concreto aumenta, a tendência oposta é observada em relação a deformação última,  $\varepsilon_{ult}$ . Por exemplo, as médias da deformação última para as vigas C30-P2-R\*-SB, C50-P2-R\*-SB e C70-P2-R\*-SB são 0,0049, 0,0038 e 0,0034, respectivamente. Deve-se observar que embora este fato seja relatado na literatura (ACI 363, 2001), nas normas técnicas o valor de  $\varepsilon_{ult}$  é tomado como constante (por exemplo, na NBR 6118:2003,  $\varepsilon_{ult} = 0,0035$ ; na ACI 318-08,  $\varepsilon_{ult} = 0,003$ ).

A simulação do momento resistente também permitiu a obtenção da probabilidade de falha associada aos modos de falha “ruptura do PRF” e “esmagamento do concreto”. Cabe ressaltar que esta é uma probabilidade condicional, ou seja, a probabilidade de “ruptura do PRF” ou probabilidade do “esmagamento do concreto” caso a falha venha ocorrer (ou seja, efeitos do carregamento superiores à resistência da viga). Conforme discutido neste trabalho, o esmagamento do concreto é mais desejável que a ruptura do PRF (Nanni, 1993). É de interesse portanto, o conhecimento da probabilidade de ocorrência associada ao modo de falha “ruptura do PRF”. Os resultados obtidos permitiram observar que, em linhas gerais, quando a resistência do concreto aumenta, a probabilidade de falha por ruptura do PRF tende a diminuir. Para as vigas analisadas (taxas de armadura na faixa de 0,82 a 1,66  $\rho_{fb}$ ), realizações de falha do PRF foram observadas apenas para os casos de vigas subarmadas. A maior probabilidade associada ao modo de falha “ruptura do PRF” encontrada corresponde à viga C30-P1-R\*-SB, sendo igual a  $5,26 \times 10^{-3}$ . Pode-se concluir que tais probabilidades associadas a este modo de falha são aceitáveis.

Os resultados da análise de confiabilidade permitiram observar que:

- a medida em que a resistência à compressão do concreto aumenta há um aumento significativo na probabilidade de falha e conseqüentemente uma redução no índice de confiabilidade;
- a resistência à tração do PRF tem grande influência nos resultados para os casos de vigas na região de transição e vigas superarmadas. Nestes casos pode-se observar que a medida em que a resistência à tração do PRF aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e conseqüentemente um aumento no índice de confiabilidade;
- as vigas subarmadas apresentam índices de confiabilidade razoavelmente superiores àqueles apresentados pelas vigas na região de transição e superarmadas;
- a razão entre os carregamentos tem grande influência nos resultados. Nestes casos pode-se observar que a medida em que a razão,  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ , aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e conseqüentemente um aumento no índice de confiabilidade;
- as maiores probabilidades de falha correspondem à combinação maior resistência à compressão do concreto, menor resistência à tração do PRF, menor razão de carregamento e vigas superarmadas. A maior probabilidade de falha obtida corresponde à viga C70-P1-R5-SP, para a qual  $P_F = 3,08 \times 10^{-2}$  ( $\beta_{SMC} = 1,8696$ );
- as menores probabilidades de falha correspondem à combinação menor resistência à compressão do concreto, maior resistência à tração do PRF, maior razão de carregamento e vigas subarmadas. Nestes casos probabilidades de falha inferiores a  $10^{-5}$  podem ser obtidas.

Quanto ao procedimento utilizado neste trabalho para a análise de confiabilidade de vigas em CA-PRF:

- a simulação de Monte Carlo apresentou grandes vantagens visto que uma série de simplificações que seriam necessárias em outros procedimentos, tais como, a utilização de funções normais equivalentes, transformação de variáveis correlacionadas em estatisticamente independentes, conforme requerido pelo FORM, puderam ser evitadas. Ademais, o tratamento de funções implícitas, como

aquele correspondente à definição do momento resistente utilizado neste trabalho, é bastante facilitado pela utilização da simulação de Monte Carlo;

- uma comparação entre os índices de confiabilidade calculados segundo a equação 4.15 e aqueles correspondentes aos resultados obtidos via simulação de Monte Carlo indicam uma grande discrepância entre estes dois índices. Deve-se ressaltar que os primeiros (ou seja, o índice  $\beta$ ), são frequentemente utilizados na prática visto a sua simplicidade de cálculo, veja-se, por exemplo, Szerszen e Nowak (2003). Entretanto, conforme observado neste estudo tais índices podem resultar em valores superestimados para a confiabilidade da estrutura em questão. Compare-se, por exemplo, os resultados obtidos para a viga C30-P1-R1-TR, para a qual  $\beta_{SMC} = 3,1708$  e  $\beta = 4,1024$ . Esta grande discrepância pode ser atribuída ao comportamento da distribuição dos efeitos do carregamento, os quais podem ser modelados como uma distribuição de extremos tipo I e conseqüentemente com cauda superior pronunciada. Este fato pode ser observado através da figura A2.12.

Quanto à adequação das recomendações do ACI 440 (2006) para projeto de vigas em CA-PRF pode-se dizer que:

- Os resultados encontrados neste estudo apontaram para a possibilidade de que níveis reduzidos de confiabilidade possam ser obtidos, em especial para a combinação de maiores resistências à compressão do concreto, menores resistências à tração do PRF e menor relação  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ . Tal resultado pode ser atribuído a uma menor resistência à compressão do concreto *in situ* relativamente àquela medida em corpos-de-prova cilíndricos. Neste trabalho um fator variável foi utilizado nesta conversão; já no ACI 440 (2006), que utiliza o bloco de tensões do ACI 318-08, este parâmetro é tomado como fixo e igual a 0,85. É interessante notar que no caso de vigas em CA, sendo usualmente projetadas como vigas subarmadas, tal consideração resulta em um efeito de menor importância. Entretanto, no caso de vigas em CA-PRF, sendo que no mais das vezes tais vigas são projetadas como superarmadas, a resistência do concreto é de fundamental importância. Assim, a

utilização dos procedimentos da ACI 440 para concretos de resistência mais elevada deve ser feita com cautela;

- a utilização de PRF de menor resistência e menor módulo de elasticidade (vigas P1) conduziu a índices de confiabilidade reduzidos. Desta maneira a utilização de materiais com estas características deve ser evitada;
- a taxa de armadura de PRF tem grande influência nos níveis de confiabilidade implícitos nas recomendações do ACI 440. Os resultados obtidos indicaram que as vigas subarmadas apresentam índices de confiabilidade razoavelmente superiores àqueles apresentados pelas vigas na região de transição e superarmadas. Vê-se assim que o objetivo de prover mais segurança para o modo de falha correspondente à ruptura do PRF é atingido;
- a razão entre os carregamentos tem grande influência nos níveis de confiabilidade implícitos nas recomendações do ACI 440. Neste estudo pôde ser observado que a medida em que a razão  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$  aumenta há uma redução significativa na probabilidade de falha e consequentemente um aumento no índice de confiabilidade. Este fato, já observado por outros autores (Nogueira e Diniz, 2007 e Pilakoutas et al., 2002), é de difícil tratamento dentro do contexto do projeto semiprobabilístico.

O tratamento modular utilizado nesta pesquisa permitirá uma fácil utilização dos procedimentos aqui implementados no desenvolvimento de uma norma brasileira para projeto de estruturas em CA-PRF. Vale ressaltar que o módulo “modelagem computacional da resistência da viga” é independente de critérios normativos. No procedimento implementado para a análise de confiabilidade, tais critérios estão presentes na definição das estatísticas do carregamento. Assim, a análise de confiabilidade para uma possível norma brasileira para projeto de estruturas em CA-PRF demandará adaptação dos procedimentos apresentados no item 5.2.2 que conduziram à equação 5.17. Como pode ser concluído, tais alterações poderão ser feitas com grande facilidade.

Segundo os estudos que conduziram à calibração do ACI 318-08 (Szerszen e Nowak, 2003), os valores utilizados para o índice de confiabilidade objetivo são de 3,5 (faixa 3,4 a

3,6) para vigas em CA (flexão) e 4,0 (faixa 3,8 a 4,1) para pilares em CA. Deve-se observar que no caso de vigas em CA, tais vigas são projetadas para uma falha dúctil (escoamento do aço). No caso de vigas em CA-PRF deve-se prover tais componentes de níveis mais elevados de confiabilidade. Assim um  $\beta$  objetivo tal como aquele sugerido para pilares em CA poderia ser tomado como referência. Uma comparação direta dos índices de confiabilidade obtidos neste trabalho ( $\beta_{SMC}$ ) com aqueles sugeridos por Szerszen e Nowak (2003) não procede visto a diferença entre os procedimentos que conduziram a tais índices. Assim uma comparação mais realista seria a utilização dos índices  $\beta$  obtidos neste trabalho e listados na última coluna das tabelas 6.1 a 6.3 com aqueles sugeridos por Szerszen e Nowak.

Conforme mencionado anteriormente a utilização de PRF de menor resistência e menor módulo de elasticidade conduziu a índices de confiabilidade reduzidos, tendo sido recomendado neste trabalho que PRF de menor resistência e menor módulo de elasticidade, com características similares àqueles das vigas P1 sejam evitados. Ademais, neste estudo, três razões de carregamento,  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$ , foram utilizadas. Os níveis de confiabilidade mais elevados são obtidos para a razão  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$  igual a 2; já os menores são obtidos para a razão  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$  igual a 0,5. Entretanto deve-se esperar que os casos usuais correspondam a razões na faixa de 1 a 2, sendo a razão  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$  igual a 0,5 pouco representativa. Assim, as observações apresentadas a seguir correspondem às vigas P2 e P3 e razão  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$  igual a 1.

Uma análise dos níveis de confiabilidade obtidos (via índice de confiabilidade  $\beta$ ) para vigas em CA-PRF projetadas segundo as recomendações do ACI 440 (2006), indica que os maiores níveis de confiabilidades correspondem às vigas subarmadas, seguidas das vigas de transição e finalmente as superarmadas. Vê-se assim que o objetivo de prover mais segurança para o modo de falha correspondente à ruptura do PRF é atingido. Pode ser observado também que para a razão  $\mu_{CP} / \mu_{SC}$  igual a 1, a condição  $\beta_{\text{objetivo}} \geq 4,0$  é satisfeita para a maioria dos casos de vigas subarmadas e de transição (exceção feita para vigas C70-P2-R1-TR ( $\beta = 3,5878$ ) e C70-P3-R1-TR ( $\beta = 3,4424$ )). Já para as vigas superarmadas a

condição  $\beta_{\text{objetivo}} \geq 4,0$  não é satisfeita, sendo que para as vigas C70-P2-R1-SP e C70-P3-R1-SP valores bastantes reduzidos são obtidos ( $\beta = 2,5926$  e  $\beta = 2,6755$ , respectivamente). A utilização de PRF como armadura interna em vigas de concreto, em se tratando de uma tecnologia relativamente nova, fica a questão da escolha do valor a ser adotado para  $\beta_{\text{objetivo}}$ . Em linhas gerais pode-se observar que uma alteração nos procedimentos relativos ao dimensionamento de vigas em CA-PRF superarmadas seria desejável. Esta é uma questão que deverá ser discutida no contexto dos comitês normativos pertinentes.

### **7.3. Sugestões para Estudos Futuros**

Este trabalho se concentrou na análise de confiabilidade de vigas em CA-PRF para o estado limite último de flexão simples. Assim, a despeito do vulto das conclusões obtidas, esta é uma pequena parte do problema do projeto econômico e seguro de estruturas em CA-PRF. Desta maneira um grande número de questões ainda devem ser abordadas, tais como o cisalhamento, a aderência, a deformabilidade e a durabilidade de tais estruturas, dentre outras.

É sabido que a NBR 6118 está passando por um processo de revisão, que dentre outras questões deverá incluir em sua faixa de aplicação o concreto de alta resistência. Espera-se também que procedimentos relativos ao projeto de estruturas em CA-PRF também venham a ser desenvolvidos em documentos nacionais. Conforme mencionado anteriormente o trabalho aqui desenvolvido fornece um arcabouço para que estudos de confiabilidade possam ser realizados em conexão ao desenvolvimento de tais documentos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Committee 318. *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary*. Farmington Hills, Michigan, 2005.

ACI Committee 318. *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary*. Farmington Hills, Michigan, 2008.

ACI Committee 363. State-of-the-Art on High-Strength Concrete, *ACI Journal*, Vol.81, No. 4, pp. 364-411, 1984.

ACI Committee 363, ACI 363R-92 (Reapproved 1997) State-of-the-art report on highstrength concrete. ACI TE Manual of Concrete Practice 2001. ACI, Detroit (USA), 55p, 2001.

ACI Committee 440. *State-of-the-Arte Report on Fiber Reinforced Plastic (FRP) Reinforcement for concrete Structures*. ACI 440R-96, 2002.

ACI Committee 440. *Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars*. ACI 440.1R-03, 2003.

ACI Committee 440. *Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars*. ACI 440.1R-06, 2006.

ACI – ASCE Committee 441. *High-strength concrete columns: State-of-the-Art*, ACI 441R-96, 1997.

Adimi, R.; Rahman, H.; Benmokrane, B.; e Kobayashi, K., 1998, “Effect of Temperature and Loading Frequency on the Fatigue Life of a CFRP Bar in Concrete,” *Proceedings of the Second International Conference on Composites in Infrastructure (ICCI-98)*, Tucson, Ariz., V. 2, pp. 203-210.

Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, *Projeto de Estruturas de Concreto (NBR 6118)*. 2003.

Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, *Ações e Segurança nas Estruturas (NBR 8681)*. 2003.

Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT. *Preparo, Controle e Recebimento de concreto (NBR 12655)*. 1996.

Ang, A. H-S. e Tang, W. H. *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Basic Principles*. John Wiley & Sons, V. I, pp 1 – 215, 1990.

Azevedo, C.P.B. e Diniz, S.M.C. Estudo Probabilístico da Resistência à Compressão de Concretos Utilizados em Fundações. *50<sup>o</sup> Congresso Brasileiro do Concreto*, 5 a 9 de setembro, Salvador, 2008.

Benmokrane, B., Chaallal, O. e Masmoudi, R., Flexural Response of Concrete Beams Reinforced with FRP Reinforcing Bars, *ACI Structural Journal*, V. 93, No. 1, Jan.-Feb., pp. 46-55, 1996.

British Standards Institution, "Structural Use of Concrete," BS8110, London, 172 pp., 1997.

Canadian Standards Association. "CSA Standard-A23.3-94 – Design of Concrete Structures". Ontario: Rexdale, 1994.

Canadian Standards Association (CSA S806). *Canadian highways bridge design code, section 16- Fibre reinforced structures*. Final draft, 1996.

Clarke, J. e Sheard, P. Designing Durable PRF Reinforced Concrete Structures. *Proceedings for the First International Conference on Durability of Composites for Construction*, B. Benmokrane, and H. Rahman, eds., Sherbrooke, Quebec, pp 13-24, 1998.

Clarke, J. L., O'Regan, D. P. e Thirugnanenedran, C. *Eurocrete project: Modification of design rules to incorporate nonferrous reinforcement*. Sir William Halcrow & Partners, London, 1996.

Collins, M. P. e Mitchell, D., *Prestressed Concrete Structures*, Prendice Hall, Englewood Cliffs, 766pp, 1991.

Diniz, S.M.C. A Confiabilidade Estrutural e a Evolução das Normas Técnicas, VI, Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, 8 a 11 de abril de 2006 (CD-ROM), 2006.

Diniz, S. M. C. e Frangopol, D. M., "Reliability Bases for High-Strength Concrete Columns", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 123, número 10, 1997.

Egyptian Ministry of Housing, Utilities, and Urban Development, "Egyptian Code for Design and Construction of Concrete Structures," Giza, Egypt, 217 pp., 2001.

Egyptian Ministry of Housing, Utilities, and Urban Development, 2005, "Egyptian Code for the Use of Fiber Reinforced Polymers (FRP) in the Construction Fields," Egyptian Housing and Building National Research Center, Giza, Egypt, 2005.

Ehsani, M. R. Glass-Fiber Reinforcing Bars. *Alternative Materials for the Reinforcement and Prestressing of Concrete*, J. L. Clarke, Blackie Academic & Professional, London, England, pp 35-54, 1993.

European Committee for Standardization (CEN). *Design of Concrete Structures, Part 1-6: General Rules and Rules for Buildings*. EUROCODE 2, Bruxelles, 1992.

Euro-Projects (LTTC). *The development of non-ferrous reinforcement for concrete structures, Eurocrete project Final Rep., Loughborough, U.K., 1997.*

Galambos, T. V., Ellingwood, B., MacGregor, J. G., e Cornell, C. A., “Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice”, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 108, número 5, 1982.

Galambos, T. V. Design Codes. In: Blockley, D. *Engineering Safety*. McGraw-Hill, capítulo 3, pp 47 – 71, 1992.

GangaRao, H. V. S. e Vijay, p. V. Design of Concrete Members Reinforced with VPRF Bars. *Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (PRF) Reinforcement for Concrete Structures (PRFRCS-3)*, Japan Concrete Institute, Sapporo, Japan, V.1, pp 143-150, 1997.

IStructE, Interim Guidance on the Design of Reinforced Concrete Structures using Fibre Composite Reinforcement, Institution of Structural Engineers, London, 116 pp, 1999.

Jaeger, L. G.; Mufti, A. e Tadros, G. The Concept of the Overall Performance Factor in Rectangular-Section Reinforced Concrete Beams. *Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (PRF) Reinforcement for Concrete Structures (PRFRCS-3)*, Japan Concrete Institute, Sapporo, Japan, V.2, pp. 551-558, 1997.

Japan Society of Civil Engineers (JSCE). Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials. *Concrete engineering series 23*, Tokyo, 1997.

Katz, A.; Berman, N. e Bank, L. C. Effect of Cyclic Loading and Elevated Temperature on the Bond Properties of PRF Rebars. *International Conference on the Durability of Fiber Reinforced Polymer (PRF) Composites for Construction*, Sherbrooke, Canada, pp 403-413, 1998.

Katz, A.; Berman, N. e Bank, L.C. Effect of High Temperature on the Bond Strength of PRF Rebars. *Journal of Composites for Construction*, N° 2, Vol. 3, pp 73-81, 1999.

Kumahara, S.; Masuda, Y. e Tanano, Y. Tensile Strength of Continuous Fiber Bar under High Temperature. *International Symposium on Fiber-Reinforced-Plastic Reinforcement for Concrete Structures*, SP-138, A. Nanni and C. W. Dolan, eds., American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., pp.731-742, 1993.

Lopes, M. T. A., *Análise de Confiabilidade de Estruturas Aplicada ao Projeto de Reforço à Força Cortante de Vigas em Concreto Armado com Compósitos de Fibras de Carbono*, Tese de Doutorado, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.

- Machado, A. P. *Reforço de Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono*. São Paulo: Pini, 282 p. 2002.
- Madsen, H. O., Krenk, S., e Lind, N. C., *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall, New Jersey, 403 p, 1986.
- Meier, U. Carbon Fiber Reinforced Polymers: Modern Materials in Bridge Engineering. *Structural Engineering International, Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering*, N° 1, V.2, , pp 7-12, 1992.
- Melchers, R. E. *Structural Reliability Analysis and Prediction*, John Wiley & Sons, 1999.
- Mirza, S. A. e MacGregor, J. G. (1979), “Variability of Mechanical Properties of reinforced Bars”, *J. Struct. Div.*, ASCE, 105(5), pp 921-937, 1979.
- Nanni, A. Flexural Behavior and Design of Reinforc Concrete Using PRF Rods. *Journal of Structures Engineering*, N° 11, V. 119, pp 3344-3359, 1993.
- New Zealand Standard. Concrete structures standard. Part 1 – the design of concrete structures. NZS-3101 Part 1. Wellington: Standards New Zealand, 1995.
- Nogueira, H.A.T. e Diniz, S.M.C. A NBR 6118 e o concreto de alta resistência: projetando com segurança além dos 50 MPa, *49<sup>o</sup> Congresso Brasileiro do Concreto*, 1 a 5 de setembro de 2007, Bento Gonçalves, 2007.
- Nowak, A. e Szerszen, M. Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical Models for Resistance. *ACI Structural Journal*, American Concrete Institute, 100(3), pp 377-382, 2003.
- Paliga, C. M., Análise Probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do Método de Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 221 p., 2008.
- Pilakoutas, K., Neocleous, K. e Guadagnini, M. Design Philosophy Issues of Fiber Reinforced Polymer Reinforced Concrete Structures. *Journal of Composites for Construction*, ASCE, 6(3), pp 154-161, 2002.
- Plecnik, J. e Ahmad, S. H. Transfer of Composite Technology to Design and Construction of Bridges. *Final Report to USDOT*, Contract N° DTRS 5683-C00043, 1988.
- Porter, M. L. e Barnes, B. A. Accelerated Aging Degradation of Glass Fiber Composites, *2<sup>nd</sup> International Conference on Composites in Infrastructure*, V. II, H. Saadatmanesh e M. R. Eshani, eds., University of Arizona, Tucson, Ariz., pp 446-459, 1998.
- Rostasy, F. S. On Durability of PRF in Aggressive Environments. *Non-Metallic (PRF) Reinforcement for Concrete Structures (PRFRCS-3)*, V.2, Japan Concrete Institute, Tokyo, pp 107-114, 1997.

Sasaki, I.; Nishizaki, I.; Sakamoto, H.; Katawaki, K.; e Kawamoto, Y., 1997, “Durability Evaluation of FRP Cables by Exposure Tests,” *Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3)*, V. 2, Japan Concrete Institute, Tokyo, Japan, pp. 131-137.

Sen, R.; Shahawy, M.; Sukumar, S.; e Rosas, J., 1998a, “Effect of Tidal Exposure on Bond of CFRP Rods,” *Second International Conference on Composites in Infrastructure*, V. II, H. Saadatmanesh e M. R. Eshani, eds., University of Arizona, Tucson, Ariz., pp. 512-523.

Sen, R.; Shahawy, M.; Rosas, J.; e Sukumar, S., 1998b, “Durability of Aramid Pretensioned Elements in a Marine Environment,” *ACI Structural Journal*, V. 95, No. 5, Sept.- Oct., pp. 578-587.

Szerszen, M. e Nowak, A. Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 – Reliability Analysis and Resistance Factors. *ACI Structural Journal*, American Concrete Institute, 100(3), pp 383-391, 2003.

Taerwe, L. PRF Activities in Europe: Survey of Research and Applications. *Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (PRF) Reinforcement for Concrete Structures (PRFPRCS-3)*, Sapporo, Japan, V.1, pp 59-74, 1997.

Theriault, M. e Benmokrane, B. Effects of PRF Reinforcement Ratio and Concrete Strength on Flexural Behavior of Concrete Beams. *Journal of Composites for Construction*, N° 1, V 2, pp 7-16, 1998.

Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A. e Jensen, J.J., “Mechanical Properties of High Strength Concrete and Application to Design”, *Proceedings of the Symposium: 121 Utilization of High-Strength Concrete*”, Stavanger, Norway, Tapir, Trondheim, pp. 149-159, 1987.

Uomoto, T. Durability of PRF as Reinforcement for Concrete Structures. *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Advanced Composite Materials in Bridges and Structures, ACMBS-3*, J. L. Humar and A. G. Razaqpur, eds., Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, Quebed, pp 3-17, 2000.

Wu, W. P. *Thermomechanical Properties of Fiber Reinforced Plastic (PRF) Bars*. 1990, 292 páginas, PhD dissertation, West Virginia University, Morgantown, W.Va. 1990,



```

% Coeficiente de Variação de 0,10
% Quociente média/carga característica = 1,05
% Relação CP/SC = 0,5, 1 E 2

%=====
=
%Entrada de dados

amostras=input('Digite o número de simulações desejado: ');

sc05= input('Digite a média da sobrecarga para r = 0,5: ');
sc1= input('Digite a média da sobrecarga para r = 1: ');
sc2= input('Digite a média da sobrecarga para r = 2: ');
L = input('Digite o comprimento da viga em mm: ');
de= 9.5;
dprf= input('Digite o diametro do PRF em mm: ');
c1= input('Digite o número de barras de PRF na primeira camada: ');
c2= input('Digite o número de barras de PRF na segunda camada: ');
H= input('Digite a altura adotada para a viga em mm: ');
B= input('Digite a largura adotada para a viga em mm: ');
resPRF=input('Digite a resistência do PRF em MPa: ');
E=input('Digite o módulo de elasticidade do PRF em MPa : ');
aa = input('Digite a resistência característica do concreto (fck) em MPa: ');
');

%=====
=
% Geração de números aleatórios (Resistência da viga)

% Altura da viga, h,mm
randn('seed',1)
deltaH=0.06*25.4;
desviopadrao=0.25*25.4;
cv=desviopadrao/deltaH;
deltah=deltaH+cv*deltaH*randn(1,amostras);
h=H+deltah;

% Cobrimento da armadura, dcv, mm
randn('seed',2)
deltaR=6.35+0.004*H;
desviopadrao=4.22;
cv=desviopadrao/deltaR;
deltar=deltaR+cv*deltaR*randn(1,amostras);
dcv=35+deltar;

% Largura da viga, b, mm
randn('seed',3)
deltaB=0.06*25.4;
desviopadrao=0.25*25.4;
CV=desviopadrao/deltaB;
deltab=deltaB+CV*deltaB*randn(1,amostras);
b=B+deltab;

```

```

% Resistência do PRF, RPRF, MPa
randn('seed',4)
rPRF=resPRF/10;
RPRF=rPRF+0.05*rPRF*randn(1,amostras);

% Módulo de elasticidade do PRF, EPRF, MPa
EP=E/10;
randn('seed',4)
EPRF=EP+0.05*EP*randn(1,amostras);

% Resistência do concreto, fccilindro, MPa
rand('seed',5)
cv = 0.10;
a=aa/(1-1.34*cv);
mu = log((a^2)/sqrt((cv*a)^2+a^2));
sigma = sqrt(log((cv*a)^2/(a^2)+1));
fccilindro=lognrnd(mu,sigma,1,amostras);

%
=====
% Cálculo do momento resistente, Mres, para o j-esimo elemento da amostra
% de tamanho "amostras"

Aprf = (c1+c2)*pi*dprf^2/(4*100); % Aprf é a área de PRF, cm^2
FalhasPRF=0;
j=1;
while j<amostras+1
    ecmx=0.0028;
    fcci=fccilindro(1,j);
    if fcci < 55
        alfa = 0.85;
        fcc=fcci*alfa;
    else
        alfa1 = (0.85-0.004*(fcci-55));
        if alfa1 < 0.75
            alfa=0.75;
        else
            alfa = alfa1;
        end
        fcc=fcci*alfa;
    end
    bv=b(1,j);
    hv=h(1,j);
    dc=dcv(1,j);
    Rprf=RPRF(1,j);
    Eprf=EPRF(1,j);

    CG=(c1*(dc+de+dprf/2)+c2*(dc+de+dprf/2))/(c1+c2); % Cálculo do Centro
de gravidade

    d= hv - CG; % Cálculo da altura livre
    n=0.8+fcc/(17.2369); % n é um fator de ajuste da curva de tensão
    E=4750*sqrt(fcc); % E é Módulo elástico do concreto em MPa
    nfcc=fcc*n;

```



```

=====
=
% Geração da curva momento - deformação para deformações exmax no
intervalo
% [0.002, 0.005]
ii=1;
while ecmax < 0.005
    defmax=(fcc/E)*(n / (n-1));
    %
    k2p= 0.67 + fcc/62.0528;
    if k2p >= 1.0 k2=k2p;
    else k2= 1.0;
    end

=====
=
% Verificação do equilíbrio entre a força no concreto, Fc, e a força
no PRF, Fprf
% Equilíbrio satisfeito para uma tolerância, tol = 0.001

    tol=1;
    p=0.1; % p é o passo para obter a posição da linha neutra

    while tol>0.001
        Fc=0;
        M=0;
        faixa=1;
        faixas=10;

        % Iteração da posicao da linha neutra e cálculo da Força resultante
no concreto, Fc
        while faixa <= faixas
            h0 = p*d; % h0 é a altura da linha neutra
            hf=h0/faixas; % hf é a altura de cada faixa dentro da linha
neutra
            x=faixa*hf;
            hf_m=hf/2;
            y=(h0-x+hf_m)/h0;
            def=ecmax*y;
            ee = def/defmax;
            if ee <= 1.0 k = 1.0;
            else k = k2;
            end
            tensaoC=nfcc*(ee)/(n-1+(ee)^(n*k));
            A=bv*hf/100; % área da faixa de concreto
            F=A*tensaoC/10; % Força atuante no concreto para a
i-esima faixa, em kN
            Fc=Fc+F; % Força resultante no concreto
            Mom=F*(d-x+hf_m)/1000; % Momento da força no concreto
correspondente a i-esima faixa
            M=M+Mom; % Momento resultante
            faixa=faixa+1;

```

```

end % Fim do cálculo de forças e momentos
para LN igual a h0

    eprf=ecmax*(d-h0)/h0; % deformação no PRF correspondente a
posicao assumida para a LN
    tensaoPRF=Eprf*eprf; % tensão no PRF correspondente a
posicao assumida para a LN
    Fprf=Aprf*tensaoPRF; % força resultante no PRF
correspondente a posição assumida para a LN
    tol=abs((Fprf-Fc)/Fc);
    if Fc > Fprf
        p=p-0.0001;
    else
        p=p+0.0001;
    end % Iteração da LN
end % Fim da verificação do equilíbrio de forças

% Verificação da tensão no PRF
if tensaoPRF < Rprf
    Mc(ii)=M;
    ec(ii)=ecmax;
    ii=ii+1;
    ecmax=ecmax+0.0001;
else FalhasPRF = FalhasPRF+1;
    Mc(ii)=0;
    ec(ii)=ecmax;
    ecmax=0.0050; % Fim da geração da curva momento-deformação
end
end % Fim da geração da curva momento-deformação

% Geração dos vetores momento resistente, M_R e deformação última, Ep_max

[Mres,ep]=max(Mc);
Ep=0.0028+0.0001*(ep-1);
M_R(j)=Mres;
Ep_max(j)=Ep;
j=j+1

end % Fim da simulação do momento resistente

%
=====
% Estatísticas do Momento Resistente

Min_Momento_resistente=min(M_R)
Media_Momento_resistente=mean(M_R)
Max_Momento_resistente=max(M_R)
Desvio_padrao_Momento_resistente=std(M_R)

%
=====
% Modo de falha
FalhasPRF

%
=====

```

```

% Estatísticas da deformação última

Min_Deformacao=min(Ep_max)
Media_Deformacao=mean(Ep_max)
Max_Deformacao=max(Ep_max)
Desvio_Padrao_Deformacao=std(Ep_max)

%
=====
% Geração de números aleatórios (carga permanente, CP e sobrecarga, SC)

r=0.5

% Sobrecarga em kN/m
rand('seed',6)
sd= 0.25*sc05;
sig=sqrt(6)*sd/pi;
mu=sc05-0.5772*sig;
u=rand(1,amostras);
SC=mu-sig.*(log(-log(u)));

% Carga Permanente em kN/m
randn('seed',7)
c = r*sc05;
CP = c+0.1*c*randn(1,amostras);

% Carga total e momento atuante
C= 1.2/1.05*CP+1.6*SC;
Matuante= (C*(L/1000)^2)/8;

% Resultados para a razão carga permanente / sobrecarga, r = 0,5

Media_Momento_atuanteR5=mean(Matuante)
Desvio_padrao_Momento_atuanteR5=std(Matuante)
falha=M_R<Matuante;
TotalDeFalhaR5=sum(falha(:))
IndiceDeConfiabilidadeR5=-norminv(TotalDeFalhaR5/amostras)

%
=====
r=1.0

% Sobrecarga em kN/m
rand('seed',6)
sd= 0.25*sc1;
sig=sqrt(6)*sd/pi;
mu=sc1-0.5772*sig;
u=rand(1,amostras);
SC=mu-sig.*(log(-log(u)));

% Carga Permanente em kN/m
randn('seed',7)
c = r*sc1;

```

```

CP = c+0.1*c*randn(1,amostras);

% Carga total e momento atuante
C= 1.2/1.05*CP+1.6*SC;
Matuante= (C*(L/1000)^2)/8;

% Resultados para a razao carga permanente / sobrecarga, r = 1,0

Media_Momento_atuanteR1=mean(Matuable)
Desvio_padrao_Momento_atuanteR1=std(Matuable)
falha=M_R<Matuable;
TotalDeFalhaR1=sum(falha(:))
IndiceDeConfiabilidadeR1=-norminv(TotalDeFalhaR1/amostras)

%
=====
r=2.0

% Sobrecarga em kN/m
rand('seed',6)
sd= 0.25*sc2;
sig=sqrt(6)*sd/pi;
mu=sc2-0.5772*sig;
u=rand(1,amostras);
SC=mu-sig.*(log(-log(u)));

% Carga Permanente em kN/m
randn('seed',7)
c = r*sc2;
CP = c+0.1*c*randn(1,amostras);

% Carga total e momento atuante
C= 1.2/1.05*CP+1.6*SC;
Matuable= (C*(L/1000)^2)/8;

% Resultados para a razao carga permanente / sobrecarga, r = 2,0

Media_Momento_atuanteR2=mean(Matuable)
Desvio_padrao_Momento_atuanteR2=std(Matuable)
falha=M_R<Matuable;
TotalDeFalhaR2=sum(falha(:))
IndiceDeConfiabilidadeR2=-norminv(TotalDeFalhaR2/amostras)

```

## APÊNDICE 2 – ANÁLISE DE CONFIABILIDADE PARA A VIGA C50-P2-R2-SP: EXEMPLO

### A2.1. Características Geométricas e Propriedades Mecânicas dos Materiais

Será utilizada a viga C50-P2-R2-SP para efeito de ilustração do procedimento adotado na análise de confiabilidade de viga em CA-PRF. As características desta viga são:

1. Vão livre: 3000 mm;
2. Armadura longitudinal: 4 barras de VPRF, diâmetro de 12,5mm (4,91 cm<sup>2</sup>);
3. Módulo de elasticidade do VPRF: 42,5 GPa;
4. Resistência à tração do VPRF,  $f_{fu}^*$ : 850 MPa;
5. Estribos: diâmetro de 9,5 mm;
6. Recobrimento: 35 mm;
7. Seção transversal da viga: 20 x 30 cm<sup>2</sup>;
8. Resistência à compressão do concreto,  $f_{ck}$ : 50 MPa (resistência característica);
9. Razão do carregamento  $\mu_{CP} / \mu_{SC} = 2$ ;
10. Ambiente interno.

### A2.2. Cálculo do Momento Resistente, $M_{R-ACI}$

#### A2.2.1 Cálculo da tensão de ruptura do PRF

A tensão de ruptura garantida,  $f_{fu}$ , é calculada usando-se a equação 2.1, sendo que o fator de redução para efeito ambiental,  $C_e$ , é igual a 0,8 (ambiente interno - ver tabela 2.5), sendo assim a tensão de ruptura garantida,  $f_{fu} = 0,8 \times 800 \text{ MPa} = 680 \text{ MPa}$ .

#### A2.2.2 Cálculo da taxa de armadura balanceada

A taxa de armadura balanceada é obtida pela equação 3.21, sendo igual a 0,0068.

### *A2.2.3 Cálculo da taxa de armadura utilizada*

A distância das fibras comprimidas até o centróide das armaduras de PRF,  $d$ , é de 259,25 e sendo assim, a taxa de armadura utilizada, obtida através da equação 3.20, é igual a  $\rho_f=0,0098$ , portanto, a razão  $\rho_f/\rho_{fb}$  desta viga é de 1,45.

### *A2.2.4 Definição do modo de falha*

Conforme visto acima a razão  $\rho_f/\rho_{fb}$  é de 1,45 e portanto superior a 1,4, ou seja, segundo o ACI 440 (2006) esta viga é superarmada. O modo de falha previsto é por esmagamento do concreto.

### *A2.2.5 Cálculo do momento resistente nominal*

A tensão no PRF, obtida pela equação 3.25, é de  $f_f= 554,71$  MPa. Desta tensão obtém-se o momento resistente nominal da viga utilizando a equação 3.26,  $M_n = 63,49$  kN.m.

### *A2.2.6 Cálculo do momento resistente de projeto*

O momento resistente de projeto é obtido multiplicando-se o momento resistente nominal pelo fator de minoração da resistência correspondente ao modo de falha em questão (definido no item A2.2.4). Para razão  $\rho_f/\rho_{fb} > 1,4$ , o ACI 440 (2006) recomenda o fator de minoração da resistência igual a 0,65 como dado na equação 3.30c, então,  $M_d= 41,27$  kN.m

## **A2.3. Simulação de Monte Carlo**

### **A2.3.1 Simulação do momento resistente**

Na simulação do momento resistente são necessários: (i) as estatísticas das variáveis aleatórias associadas à resistência, (ii) o procedimento determinístico para o cálculo do momento resistente. As estatísticas das variáveis aleatórias associadas à resistência estão listadas na Tabela 5.4; o procedimento determinístico utilizado está descrito no item 5.3.1.

A simulação da resistência foi implementada no programa **SIMCAPRF**, desenvolvido a partir do software Matlab, versão 7.0.1. Foram utilizadas 100.000 simulações. Conforme

observado no item 6.2, para 100.000 simulações e uma probabilidade de falha estimada de  $10^{-3}$  o percentual de erro correspondente é de 20%, ou seja, probabilidade de falha é de  $0,001 \pm 0,0002$ .

#### *A2.3.1.1 Geração de números aleatórios*

##### *A2.3.1.1.1 Geração de números aleatórios para a altura*

A altura é uma variável aleatória sendo tomada como a soma da altura nominal acrescida do desvio caracterizado segundo a tabela 5.4. A figura A2.1 mostra o histograma para a altura da viga C50-P2-R2-SP de altura nominal igual a 300 mm.

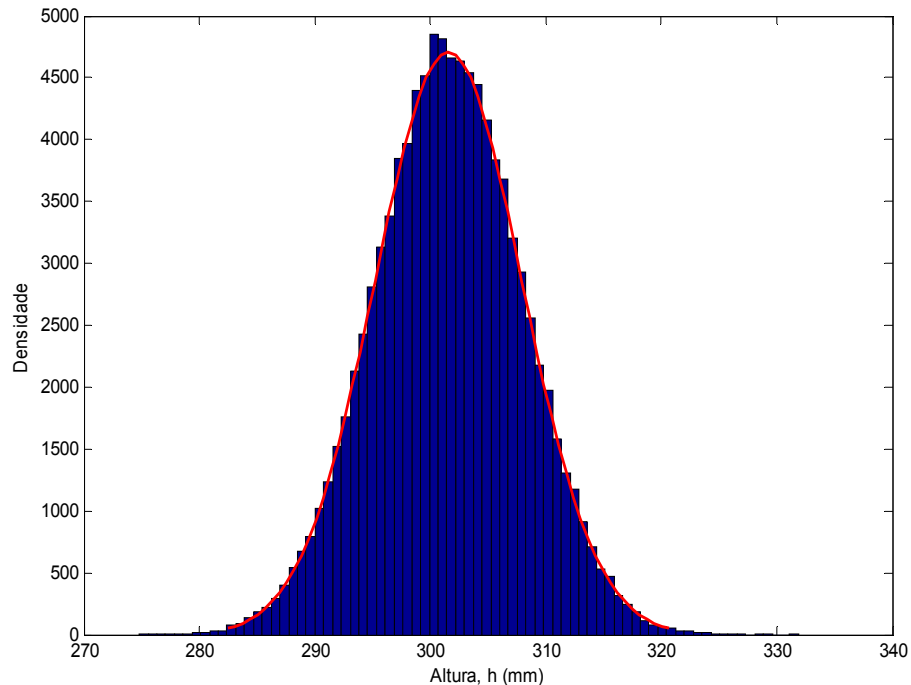


Figura A2.1 - Histograma da altura da viga C50-P2-R2-SP.

##### *A2.3.1.1.2 Geração de números aleatórios para a largura*

A largura é uma variável aleatória sendo tomada como a soma da largura nominal acrescida do desvio caracterizado segundo a tabela 5.4. A figura A2.2 mostra o histograma para a largura da viga C50-P2-R2-SP de largura nominal igual a 200 mm.

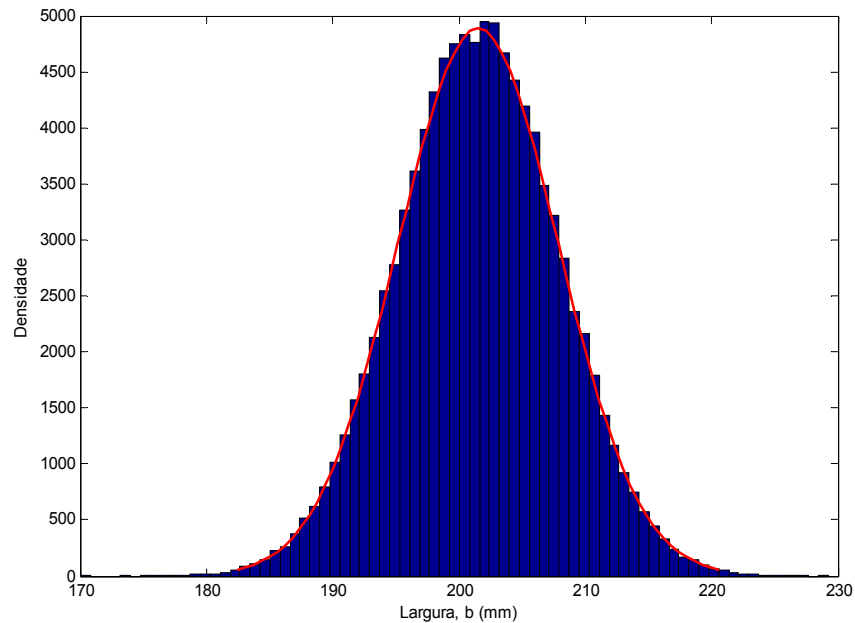


Figura A2.2 - Histograma da largura da viga C50-P2-R2-SP.

#### A2.3.1.1.3 Geração de números aleatórios para o cobrimento

O cobrimento é uma variável aleatória sendo tomado como a soma do cobrimento nominal acrescida do desvio caracterizado segundo a tabela 5.4. Para  $H = 300$  mm, a média será igual a  $\mu = (6,35 + 0,004 \times 300) = 7,55$  mm e desvio padrão,  $\sigma = 4,22$  mm. A figura A2.3 mostra o histograma para o cobrimento da viga C50-P2-R2-SP de cobrimento nominal igual a 35 mm.

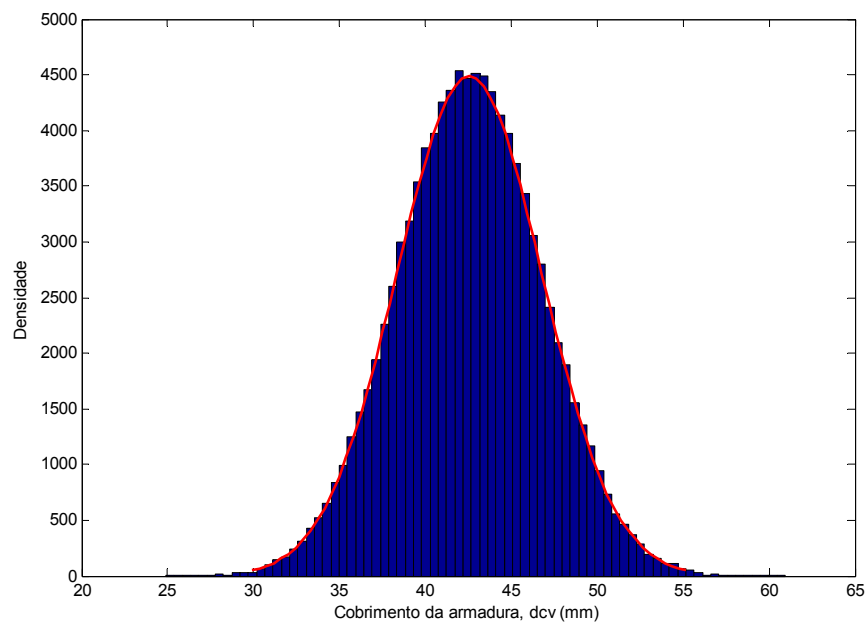


Figura A2.3 - Histograma do cobrimento da viga C50-P2-R2-SP.



#### A2.3.1.1.4 Geração de números aleatórios para a resistência do concreto

A figura A2.4 mostra o histograma para a resistência à compressão do concreto, considerando a resistência obtida em corpos de prova cilíndricos,  $f'_c = 50$  MPa. A resistência à compressão do concreto *in situ* é obtida a partir da resistência do concreto avaliada a partir do corpo-de-prova multiplicada pelo fator  $\alpha_l$  definido na equação 5.4.

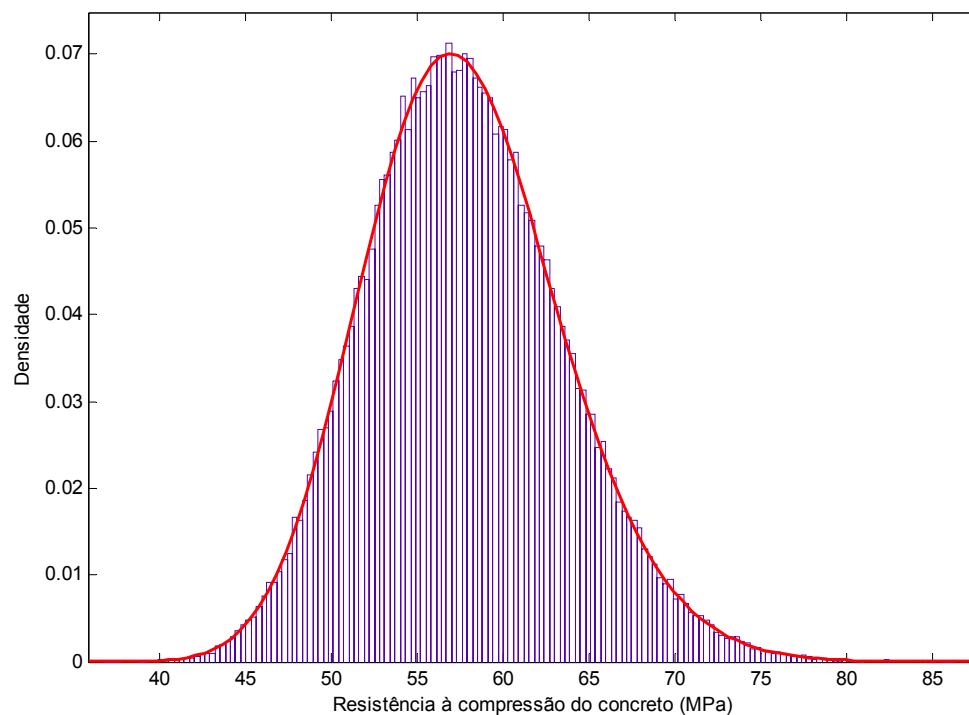


Figura A2.4 - Histograma da resistência à compressão,  $f'_c = 50$  MPa.

#### A2.3.1.1.5 Geração de números aleatórios para a resistência à tração do VPRF

A figura A2.5 mostra o histograma para a resistência à tração do VPRF considerando a resistência  $f^*_{fu} = 850$  MPa. A resistência efetiva será tomada como resistência do PRF multiplicada pelo fator de redução ambiental,  $f_{fu}$ .

#### A2.3.1.1.6 Geração de números aleatórios para o módulo de elasticidade do PRF

A figura A2.6 mostra o histograma para o módulo de elasticidade do VPRF.

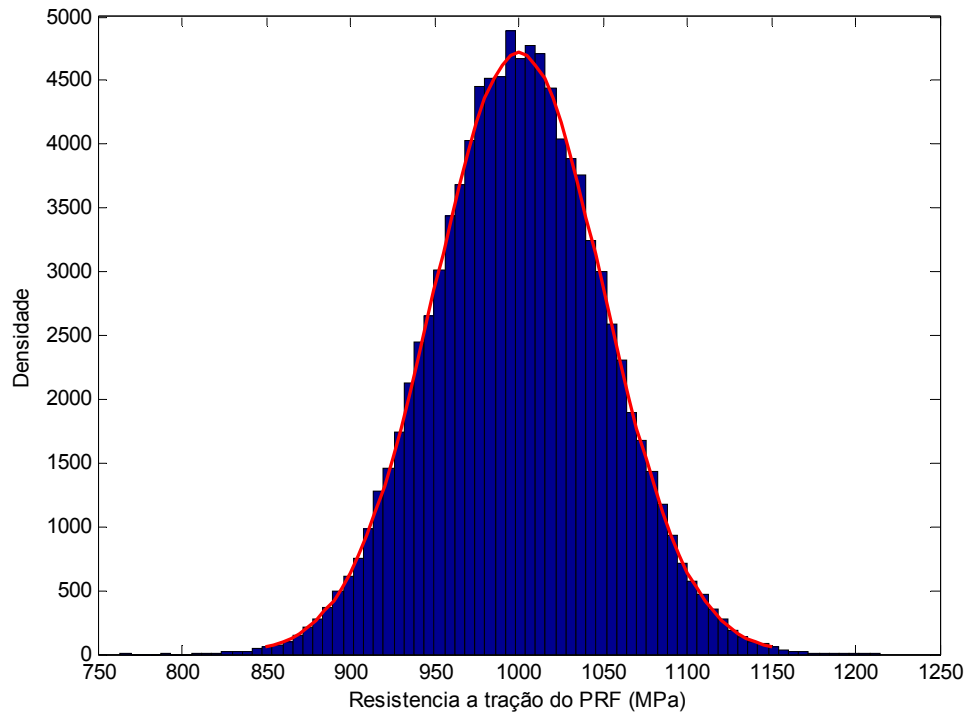


Figura A2.5 - Histograma da resistência do PRF da viga C50-P2-R2-SP,  $f_{t,PRF}^* = 850$  MPa.

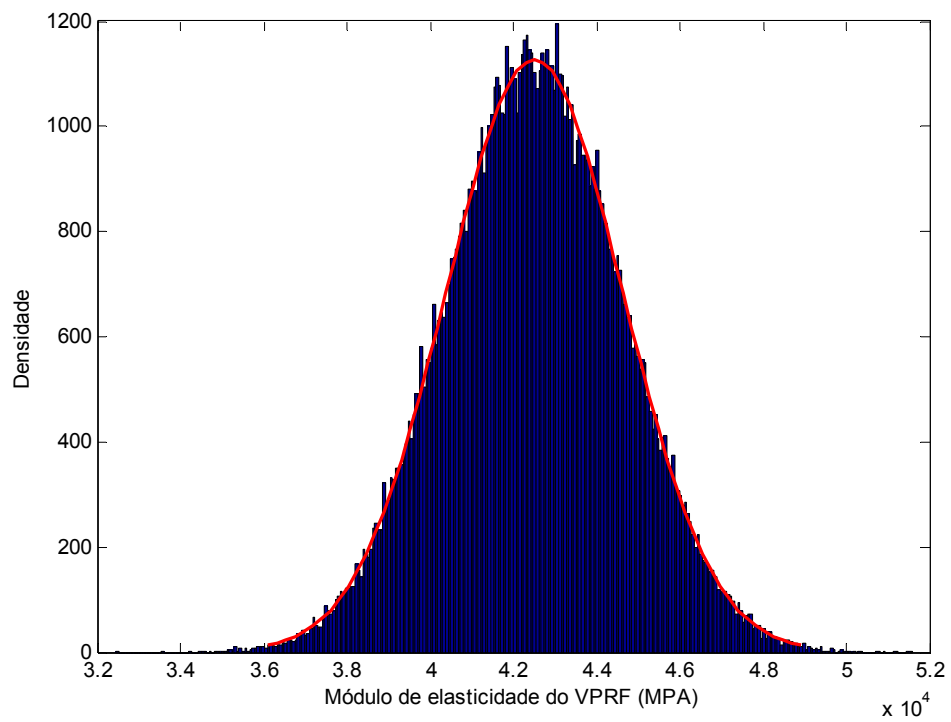


Figura A2.6 - Histograma do módulo de elasticidade do VPRF.

#### A2.3.1.1.7 Cálculo do momento resistente para o $j$ -ésimo elemento da amostra

O cálculo do momento resistente para o  $j$ -ésimo elemento da amostra utiliza o procedimento determinístico detalhado no item 5.3.1 e o conjunto de valores correspondentes à  $j$ -ésima posição para as variáveis descritas nos itens anteriores. A curva *momento x deformação* correspondente a estes valores está apresentada na figura A2.7. O momento resistente é aquele correspondente ao máximo momento obtido nesta curva.

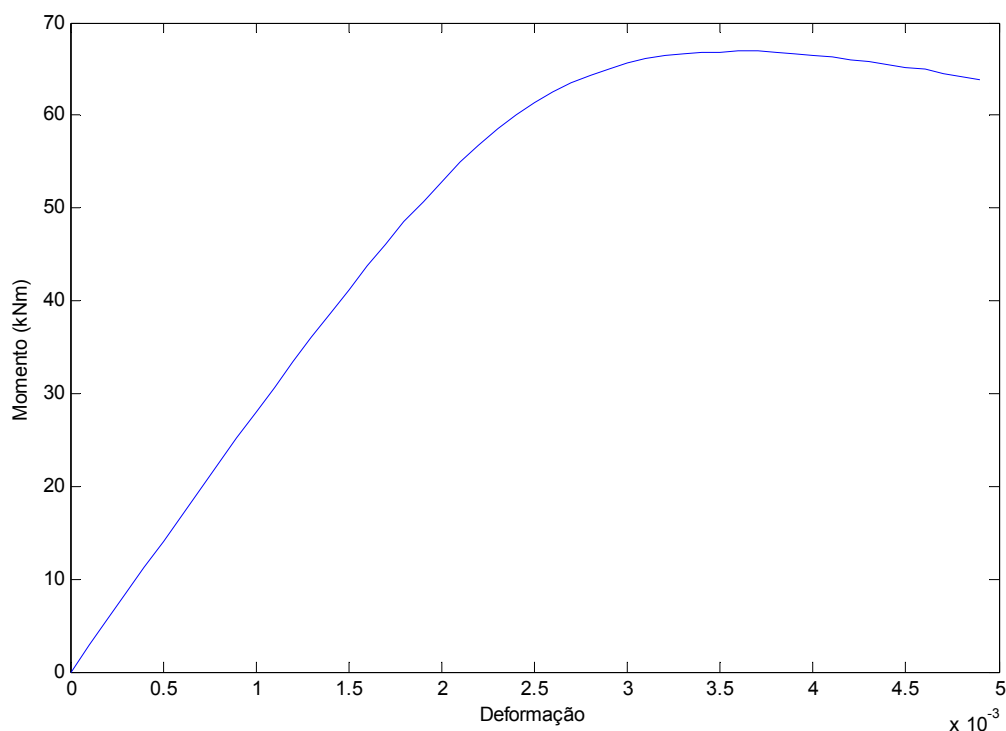


Figura A2.7 – Curva momento – deformação.

#### A2.3.1.1.8 Estatísticas do momento resistente, $M_{R-SMC}$ e da deformação última, $\epsilon_{ult}$

A repetição do procedimento descrito no item anterior para 100.000 simulações permite a obtenção das estatísticas do momento resistente,  $M_{R-SMC}$ , e da deformação última,  $\epsilon_{ult}$ . Estas estatísticas estão apresentadas na tabela A2.1. A figura A2.8 mostra o histograma para o momento resistente da viga C50-P2-R2-SP. A curva sobreposta corresponde a uma distribuição normal.

Tabela A2.1 - Estatísticas do momento resistente e da deformação última, ( $\epsilon_{ult}$ ) obtido via simulação de Monte Carlo da viga C50-P2-R2-SP.

	$M_{R-SMC}$ (kN m)	$\epsilon_{ult}$
Mínimo	48,1	0,0033
Médio	65,3	0,0036
Máximo	85,2	0,0044
Desvio padrão	4,2251	$1,41 \times 10^{-4}$

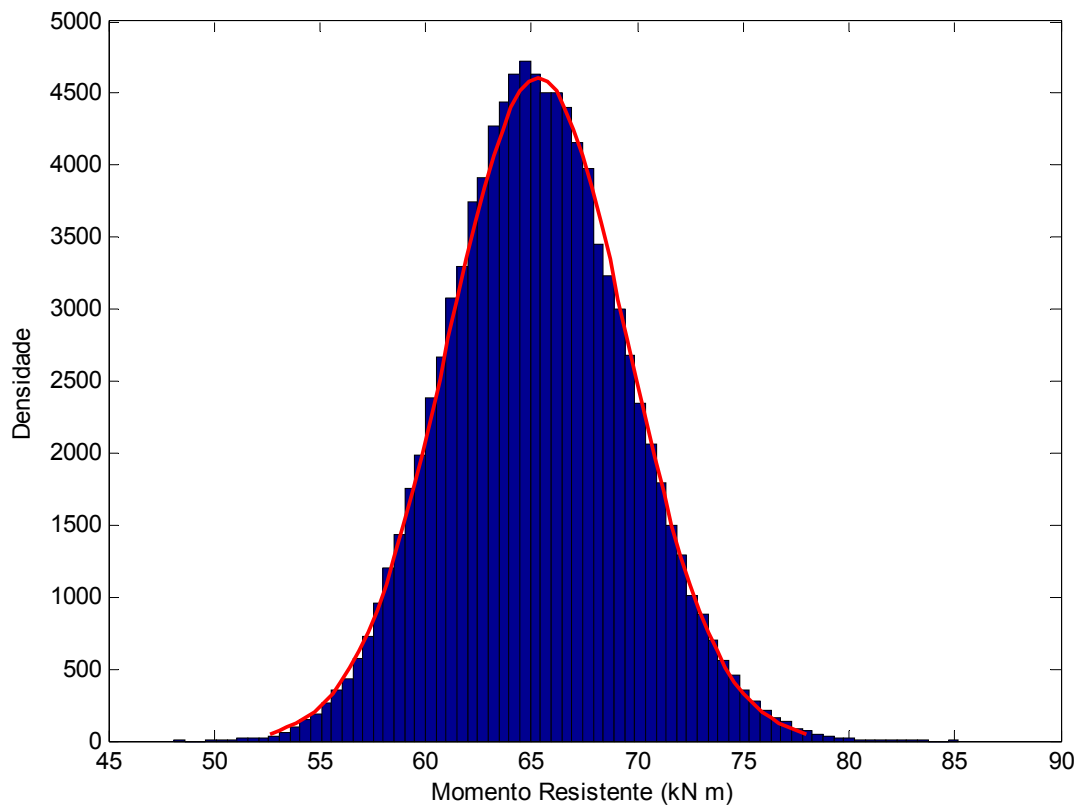


Figura A2.8 - Histograma do momento resistente da viga C50-P2-R2-SP.

Outra informação de interesse é a razão  $M_{R-SMC} / M_n$ , que para a viga em questão é igual a 1,0285.

### *A2.3.2 Simulação do momento atuante*

O momento atuante,  $M_A$ , corresponde a soma das parcelas do momento devido à carga permanente,  $M_D$  e do momento devido à sobrecarga,  $M_L$ . As estatísticas da carga permanente e da sobrecarga atuantes sobre a viga serão obtidas segundo o procedimento descrito a seguir.

#### *A2.3.2.1 Estatísticas da carga permanente e da sobrecarga*

As estatísticas da carga permanente e da sobrecarga correspondentes à viga em questão estão listadas na tabela 5.3. Para obtenção destas estatísticas foi necessário o conhecimento de seus valores médios e das informações contidas na tabela 5.2. Para o cálculo da média é utilizado o procedimento descrito no item 5.2.2. Conforme descrito naquele item a média da sobrecarga,  $\mu_{sc}$ , é calculada pela seguinte expressão:

$$\mu_{sc} = \frac{8 \phi}{L^2} \frac{M_n}{\left( \gamma_D \frac{r}{1,05} + \gamma_L \right)} \quad (\text{A.1})$$

Nesta expressão  $\phi = 0,65$  (item A.2.2.6),  $\gamma_D = 1,2$ ,  $\gamma_L = 1,6$ ,  $r = 2$  e  $M_n = 63,49$  kNm (item A.2.2.5), daí resultando uma sobrecarga média,  $\mu_{sc}$ , de 9,44 kN/m. Obtida a média da sobrecarga, e para a razão  $r = 2$ , a média da carga permanente é de 18,88 kN/m. Utilizando-se as informações da tabela 5.2 para os coeficientes de variação os respectivos desvios padrão,  $\sigma_{sc}$  e  $\sigma_{cp}$  podem ser obtidos.

##### *A2.3.2.1.1 Geração de números aleatórios para a sobrecarga, SC*

A figura A2.9 mostra o histograma para a sobrecarga atuante na viga C50-P2-R2-SP. A curva sobreposta corresponde a uma distribuição de valores extremos tipo I (Gumbel).

##### *A2.3.2.1.2 Geração de números aleatórios para a carga permanente, CP*

A figura A2.10 mostra o histograma para a carga permanente atuante na viga C50-P2-R2-SP. A curva sobreposta corresponde a uma distribuição normal.

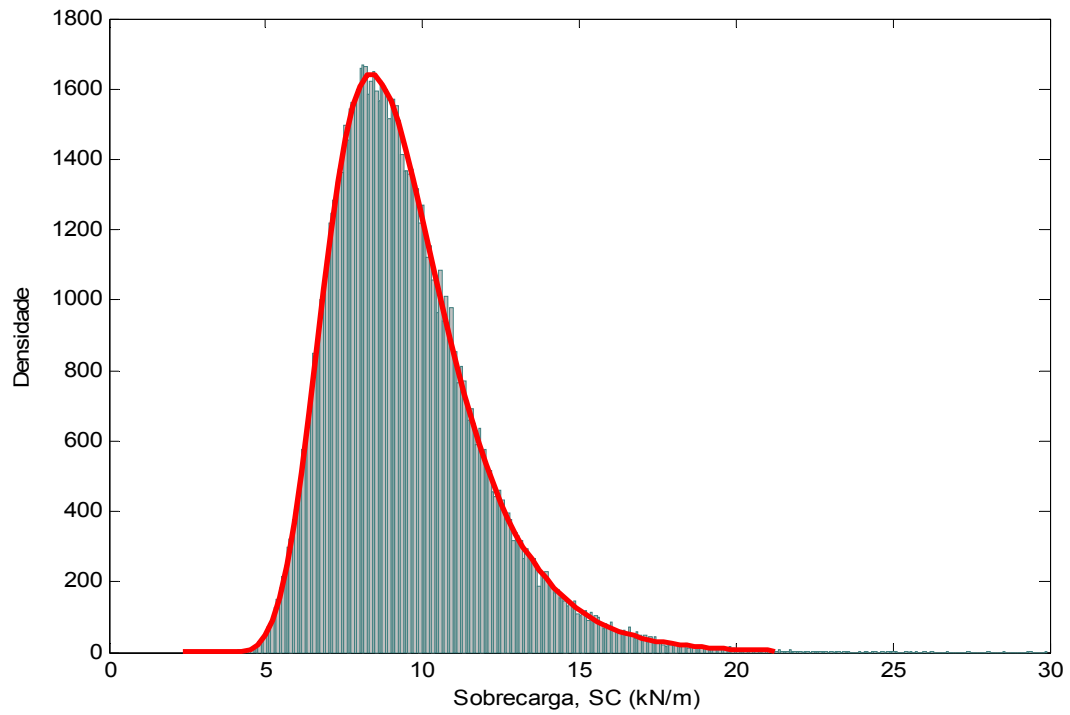


Figura A2.9 - Histograma da sobrecarga atuante na viga C50-P2-R2-SP.

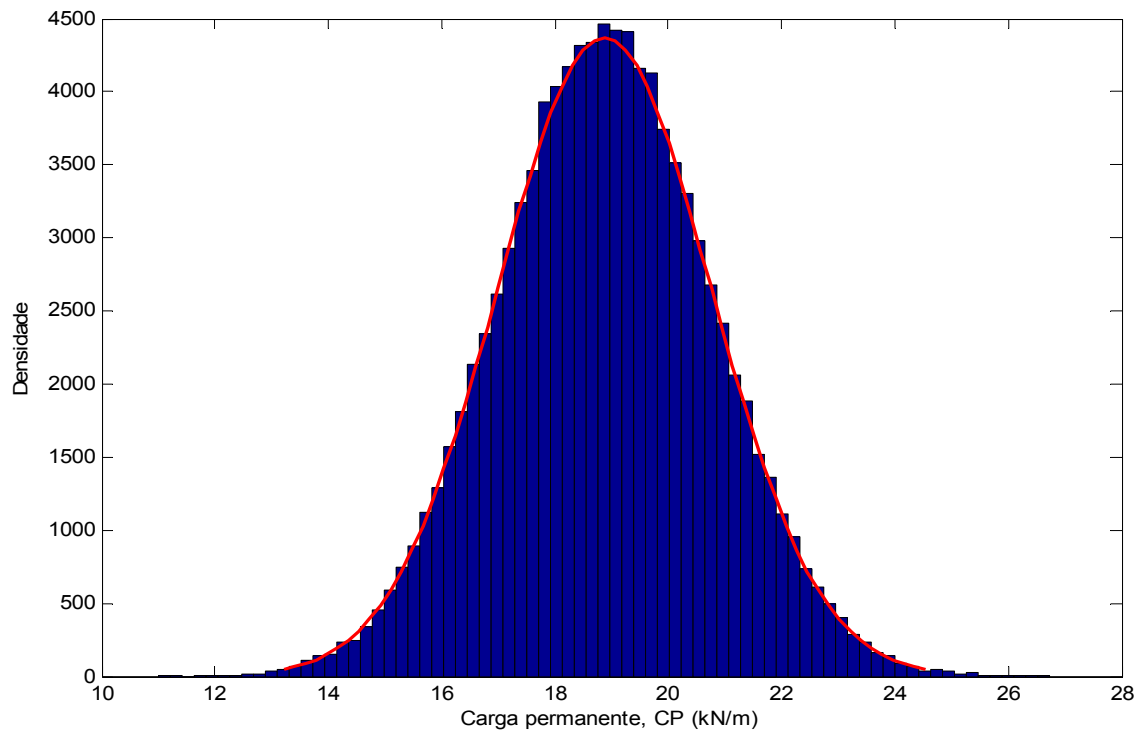


Figura A2.10 - Histograma da carga permanente atuante na viga C50-P2-R2-SP.

### A2.3.2.2 *Histograma do momento atuante*

Com os valores para a sobrecarga e carga permanente, obteve-se os valores para a carga total atuante e para o momento atuante. A figura A2.11 apresenta o histograma do momento atuante. A curva sobreposta corresponde a uma distribuição de valores extremos tipo I (Gumbel), indicando um bom ajuste deste modelo ao momento atuante.

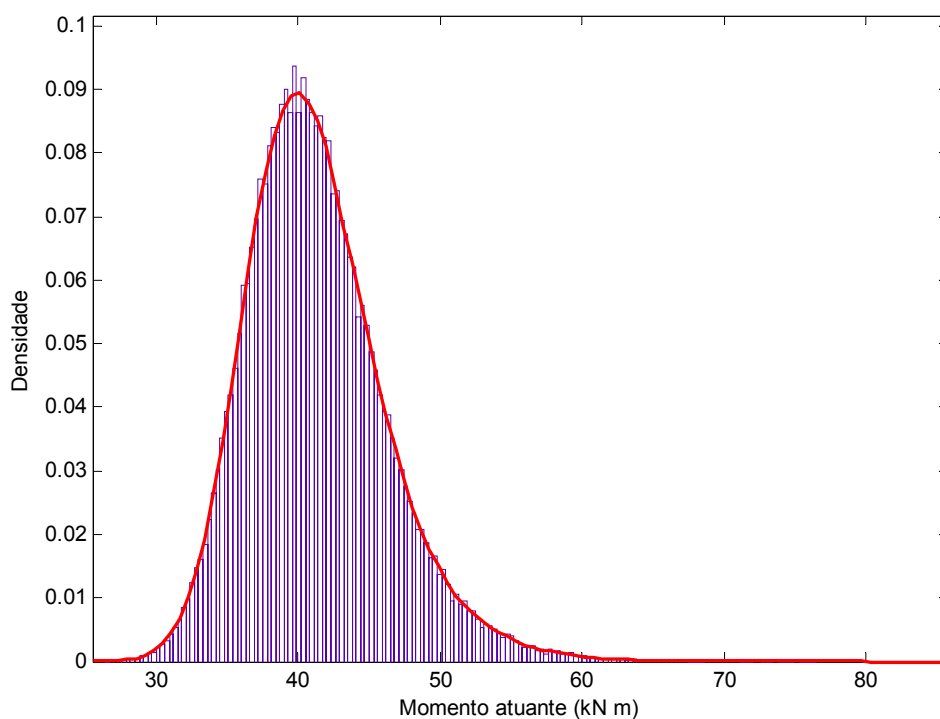


Figura A2.11 - Histograma do momento atuante sobre a viga C50-P2-R2-SP.

### A2.3.3 Cálculo da probabilidade de falha

A figura A2.12 apresenta os histogramas do momento resistente e do momento atuante. Nesta figura pode-se observar a superposição destes histogramas em uma pequena região. A probabilidade de falha obtida está associada a esta região de superposição.

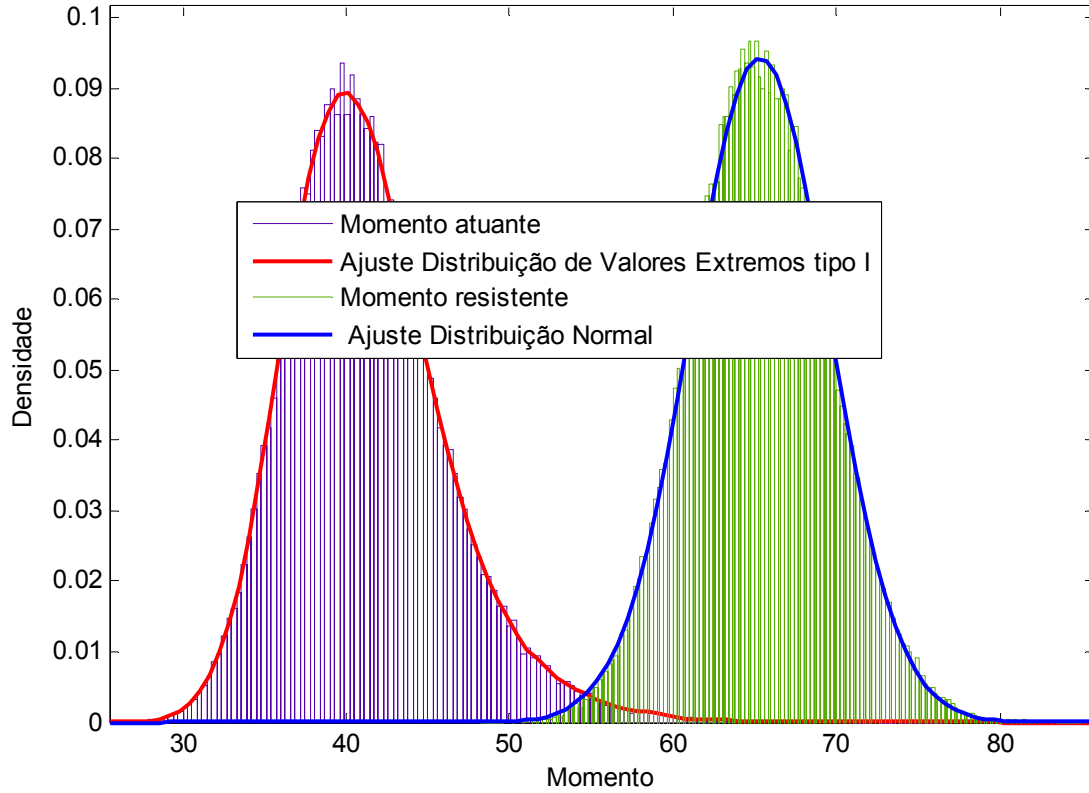


Figura A2.12 - Histograma do momento resistente e do momento atuante na viga C50-P2-R2-SP.

Calculando o momento resistente e o momento atuante na viga, pode-se, então calcular a probabilidade de falha desta viga, e foi obtido uma probabilidade de falha igual a  $P_F = 8,80 \times 10^{-4}$ . Para efeitos comparativos o índice de confiabilidade associada a esta probabilidade de falha também foi calculado sendo igual a  $\beta_{SMC} = 3,128$ . Também para efeitos comparativos, uma vez que o índice de confiabilidade calculado segundo a equação 4.15 muitas vezes é utilizado na prática, visto a sua simplicidade de cálculo, este índice de confiabilidade também foi calculado resultado em  $\beta = 3,7238$ . Deve-se observar a grande discrepância entre os dois, o que já poderia ser esperado visto que este último índice seria válido apenas para as condições discutidas no item 4.3.2. Por exemplo, vê-se pela figura A2.11 que o momento atuante pode ser descrito por uma distribuição de valores extremos tipo I (Gumbel), e conseqüentemente pode-se esperar uma maior probabilidade de falha do que aquela quando uma distribuição normal fosse assumida para descrever esta variável.