

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**PROPOSIÇÃO DE UMA CURVA DE FLAMBAGEM PARA PERFIS I
SOLDADOS FORMADOS POR CHAPAS CORTADAS A MAÇARICO**

AUTOR: ROBERVAL JOSÉ PIMENTA
ORIENTADOR: PROF. DR. RICARDO HALLAL FAKURY

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"PROPOSIÇÃO DE UMA CURVA DE FLAMBAGEM PARA PERFIS
I SOLDADOS FORMADOS POR CHAPAS CORTADAS A
MAÇARICO"**

Roberval José Pimenta

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Ricardo Hallal Fakury
DEES/ UFMG - (Orientador)

Prof. Julio Fruchtengarten
EPUSP

Prof. Armando César Campos Lavall
DEES/UFMG

Prof. Gilson Queiroz
DEES/UFMG

Belo Horizonte, 02 de abril de 1997

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"PROPOSIÇÃO DE UMA CURVA DE FLAMBAGEM PARA PERFIS
I SOLDADOS FORMADOS POR CHAPAS CORTADAS A
MAÇARICO"**

Roberval José Pimenta

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Ricardo Hallal Fakury
DEES/ UFMG - (Orientador)

Prof. Julio Fruchtengarten
EPUSP

Prof. Armando César Campos Lavall
DEES/UFMG

Prof. Gilson Queiroz
DEES/UFMG

Belo Horizonte, 02 de abril de 1997

À CODEME, razão de ser deste trabalho,
aos meus pais, Vicente e Donana,
às minhas filhas, Mariana, Izabella e Ludmila e
a Maristela, esposa e companheira,
com muito amor, dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury, pela orientação segura e eficiente e pela amizade e confiança demonstradas na realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall, pela co-orientação na análise de resistência última utilizando o programa PPLANLEP, gentilmente cedido na execução deste trabalho.

Ao engenheiro João Nogueira de Rezende Neto, pela inestimável colaboração, ao executar os programas de pré e pós-processamento e de análise estatística, e na participação efetiva no processamento dos dados e execução dos desenhos e da digitação.

Aos familiares e amigos, pelo apoio e incentivo recebidos durante a elaboração desta dissertação.

Aos professores e funcionários do Departamento de Estruturas da E.E.UFMG pela amizade e calorosa acolhida.

A Heloísa, pela valiosa colaboração na revisão do texto.

À CODEME, pela confiança e oportunidade.

Aos engenheiros Leônidas Pinto Pires Júnior e Ronildo Guimarães de Oliveira, pela inestimável participação na execução dos desenhos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SIGLAS	xiii
LISTA DE SÍMBOLOS	xv
RESUMO	xxi
<i>ABSTRACT</i>	xxiii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Colocação do Problema.....	1
1.2 Descrição Resumida dos Capítulos	4
2 RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PERFIS SOLDADOS	7
2.1 Histórico	7
2.1.1 Generalidades	7
2.1.2 Flambagem Elástica ou de Euler	8
2.1.3 Flambagem Inelástica. Teoria do Módulo Tangente e do Módulo Reduzido.....	13
2.1.4 Flambagem Inelástica - Modelo de Shanley	20
2.2 Fatores que Influenciam a Resistência de Colunas	26
2.2.1 Tensões Residuais.....	26
2.2.1.1 Considerações Iniciais	26
2.2.1.2 Efeito das Tensões Residuais na resistência de colunas	27
2.2.1.3 Tensões Residuais em Perfis Laminados a Quente ...	34
2.2.1.4 Tensões Residuais em Perfis Soldados.....	36
2.2.2 Curvatura Inicial	44
2.2.3 Restrições de Extremidade	52
2.3 Projeto de Colunas - Curvas de Flambagem	56
2.3.1 Curva do CRC - Curva do AISC/ASD	56

2.3.2 Conceito de Resistência Última de Colunas - Curvas Múltiplas de Flambagem	63
2.3.3 Curvas de Flambagem do SSRC - Curvas do CSA e do AISC/LRFD	67
2.3.4 Curvas de Flambagem da ECCS - Curvas do ENV. 1993-1.1 - Curvas da NBR 8800.....	73
3 ANÁLISE DA RESISTÊNCIA ÚLTIMA DOS PERFIS	90
3.1 Introdução.....	90
3.2 O Método de Análise - Elemento Finito de Pórtico Plano para Análise Não Linear Incluindo Imperfeições Iniciais	95
3.2.1 Definições - Deformações e Tensões	95
3.2.2 Relações Constitutivas - Aproximações para o Aço	97
3.2.3 Sistema de Coordenadas.....	100
3.2.4 Teoria Estrutural	102
3.2.5 Equilíbrio Estático do Elemento.....	103
3.3 O Programa.....	106
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	112
4.1 Considerações Iniciais.....	112
4.2 Apresentação dos Resultados	117
4.3 Proposição da Curva.....	126
4.4 Análise Comparativa - Exemplos de Aplicação.....	130
5 CONCLUSÃO	140
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	145

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Flambagem de Euler.....	9
Figura 2.2 - Modelos de flambagem em teoria de pequenos e grandes deslocamentos.....	11
Figura 2.3 - Teoria do Módulo Tangente.....	14
Figura 2.4 - Construção da curva de flambagem pela teoria do módulo tangente - adaptação da referência [50]	15
Figura 2.5 - Tensões após a ocorrência da flambagem	16
Figura 2.6 - Descarregamento do aço na fase inelástica	17
Figura 2.7 - Teoria do Duplo Módulo - adaptação da referência [42].....	18
Figura 2.8 - (a) Distribuição de deformação obtida no ensaio, (b) Deformações em faces opostas da coluna obtidas no ensaio - adaptação da referência [53].....	21
Figura 2.9 - Modelo de Shanley - Adaptação da referência [53].....	21
Figura 2.10 - Comportamento pós-flambagem de colunas de acordo com a teoria de Shanley	24
Figura 2.11 - Deformação calculada × Carga aplicada para	

uma coluna hipotética - adaptação da referência [53]	25
Figura 2.12 - Resistência última de colunas sem imperfeição inicial	26
Figura 2.13 - (a) Comparação de resistência de perfis laminados com e sem tensões residuais, (b) tensões na fibra a uma distância x do eixo neutro de flexão - adaptação da referência [50]	28
Figura 2.14 - Efeito da tensão residual na resistência das colunas - adaptação da referência [50]	30
Figura 2.15 - Curvas de resistência pela teoria do Módulo Tangente considerando distribuição linear de tensões residuais - adaptação da referência [50]	31
Figura 2.16 - Efeito das tensões residuais na resistência de colunas pela teoria do Módulo Tangente no perfil 12H79: (a) flambagem em torno do eixo de menor inércia; (b) flambagem em torno do eixo de maior inércia - adaptação da referência [40]	33
Figura 2.17 - Efeito das tensões residuais na resistência de colunas pela teoria do Módulo Tangente no perfil 14H202: (a) flambagem em torno do eixo de menor inércia; (b) flambagem em torno do eixo de maior inércia - adaptação da referência [40]	34
Figura 2.18 - Distribuição de tensões residuais em perfis laminados -	

adaptação da referência [28]	35
Figura 2.19 - Comparação entre tensões residuais de perfis laminados leves e pesados	35
Figura 2.20 - Curvas de carga crítica e de resistência última para os perfis laminados indicados - adaptação da referência [34]	36
Figura 2.21 - Comparação qualitativa de tensões residuais em chapas com bordas laminadas (a), e bordas cortadas a maçarico (b)	37
Figura 2.22 - Comparação de tensões residuais medidas nos perfis 12H79 e 14H202 - adaptação da referência [40]	38
Figura 2.23 - Tensões residuais médias em chapas antes da soldagem - adaptação da referência [40]	39
Figura 2.24 - Tensões residuais no perfil 15H290 (UM) - aço A-36, solda de filete - adaptação da referência [1]	39
Figura 2.25 - Tensões residuais no perfil 15H290 (UM) - aço A-36, solda de entalhe - adaptação da referência [1]	40
Figura 2.26 - Tensões residuais no perfil 15H290 (FC) - aço A-36, solda de filete - adaptação da referência [1]	41
Figura 2.27 - Tensões residuais no perfil 15H290 (FC) - aço A-36, solda de entalhe - adaptação da referência [1]	41

Figura 2.28 - Diagrama de isotensões para um perfil soldado WW 23×681 (FC) - adaptado da referência [28]	42
Figura 2.29 - Comparação de curvas de resistência última de perfis soldados FC e UM: (a) leves, (b) pesados - adaptação da referência [8]	43
Figura 2.30 - Comparação de cargas críticas e resistências últimas de perfis FC e UM com e sem alívio de tensões.....	44
Figura 2.31 - Coluna com imperfeição inicial.....	45
Figura 2.32 - Comportamento elástico de uma coluna com imperfeição inicial.....	47
Figura 2.33 - Comportamento inelástico de uma coluna com imperfeição inicial.....	47
Figura 2.34 - Comparação de resistências últimas de colunas para diversas combinações de tensões residuais e curvaturas iniciais - adaptação da referência [6]	49
Figura 2.35 - Resistência última de colunas de aço (flambagem em torno do eixo de menor inércia) - adaptação da referência [6].....	50
Figura 2.36 - Curvaturas iniciais de colunas medidas em laboratório - adaptação da referência [36]	51
Figura 2.37 - Curvas envoltórias baseadas nas curvaturas iniciais	

indicadas - adaptação da referência [28]	52
Figura 2.38 - Exemplos de ligações flexíveis mais utilizadas	53
Figura 2.39 - Curvas momento \times rotação de algumas ligações flexíveis típicas - adaptação da referência [28]	54
Figura 2.40 - Curvas típicas carga-deslocamento de colunas com restrição de extremidades - adaptação da referência [28]	54
Figura 2.41 - Comparação de resistências últimas de colunas com e sem restrições de extremidade mostrando-se a diferença entre os respectivos coeficientes de flambagem - adaptação da referência [28]	55
Figura 2.42 - Curvas de resistência pela teoria do Módulo Tangente para diversas distribuições de tensões residuais e a curva do CRC - adaptação da referência [34]	57
Figura 2.43 - Curva de flambagem do AISC/ASD	62
Figura 2.44 - Resultado de 1251 ensaios de colunas comparados com a curva do CRC - adaptação da referência [27]	62
Figura 2.45 - Análise de resistência última de colunas. (a) Coluna com imperfeição inicial, (b) distribuição de deformação na seção transversal - adaptação da referência [6]	64

Figura 2.46 - Construção da curva de flambagem a partir das curvas carga × deslocamento.....	66
Figura 2.47 - Curvas de resistência última que serviram de base para a determinação das curvas de flambagem do SSRC - adaptação da referência [8]	68
Figura 2.48 - Representação das três curvas do SSRC com respectivas envoltórias e percentis 2,5 e 97,5 - adaptação da referência [8]	69
Figura 2.49 - Estudo da influência da curvatura inicial - adaptação da referência [7]	76
Figura 2.50 - Estudo da influência das tensões residuais - adaptação da referência [7]	76
Figura 2.51 - Estudo da influência da variação da tensão de escoamento em conjunto com as tensões residuais - adaptação da referência [7]	77
Figura 2.52 - Influência das tensões residuais - adaptação da referência [7]	77
Figura 2.53 - Elaboração de curva de flambagem de uma dada coluna - adaptação da referência [7]	78
Figura 2.54 - Tensões residuais assumidas no desenvolvimento das curvas iniciais <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> da ECCS - adaptação da referência [7].....	78

Figura 2.55 - Curvas a , b e c da ECCS - adaptação da referência [7].....	79
Figura 2.56 - Comparação da curva a com resultados de ensaios de tubos sem costura - adaptação da referência [7]	80
Figura 2.57 - Comparação da curva b com resultados de ensaios de perfis caixa - adaptação da referência [7]	80
Figura 2.58 - Comparação da curva b com resultados de ensaios de perfis I laminados - adaptação da referência [7]	81
Figura 2.59 - Curvas da ENV 1993 - 1.1	83
Figura 2.60 - Comparação entre as fórmulas da ENV 1993 - 1.1 e da NBR 8800 com os pontos pertinentes à curva b	89
Figura 3.1 - Perfis escolhidos para análise de resistência última	91
Figura 3.2 - Diagrama real e simplificado tensão × deformação	93
Figura 3.3 - Configurações de uma fibra de material.....	95
Figura 3.4 - Comportamento elastoplástico e elástico-perfeitamente plástico de uma fibra	98
Figura 3.5 - Elemento de pórtico plano com imperfeições iniciais em sua configuração de referência e em sua configuração corrigida	100

Figura 3.6 - Elemento diferencial de barra curva, (a) configuração de referência, (b) configuração corrigida.....	102
Figura 3.7 - Fluxograma geral do programa para análise não linear incremental-iterativa	107
Figura 3.8 - Divisão em fatias da seção transversal dos perfis	109
Figura 4.1 - Linearização das tensões residuais	113
Figura 4.2 - Comparação de resistências do perfil CS 330×310 para tensão de escoamento nominal e tensão de escoamento médio.....	114
Figura 4.3 - Variação probabilística das tensões residuais para o perfil CS 315×120 - adaptação da referência [9]	115
Figura 4.4 - Curvas de resistência considerando variações de tensões residuais, tensão de escoamento, curvatura inicial e dimensões da seção transversal para o perfil CS 315×120 - adaptação da referência [9]	115
Figura 4.5 - Envoltórias superior e inferior das curvas geradas.....	118
Figura 4.6 - Histograma para $\bar{\lambda} = 0,3$	121
Figura 4.7 - Histograma para $\bar{\lambda} = 0,5$	121

Figura 4.8 - Histograma para $\bar{\lambda} = 0,9$	121
Figura 4.9 - Histograma para $\bar{\lambda} = 1,2$	121
Figura 4.10 - Histograma para $\bar{\lambda} = 1,8$	121
Figura 4.11 - Histograma para $\bar{\lambda} = 1,9$	121
Figura 4.12 - Histograma para $\bar{\lambda} = 2,3$	121
Figura 4.13 - Histograma para $\bar{\lambda} = 2,5$	121
Figura 4.14 - Curvas média, envoltórias e de percentis 2,5 e 97,5 das curvas geradas.....	123
Figura 4.15 - Comparação de resistências para flambagem em torno dos eixos de maior e menor inércia	124
Figura 4.16 - Comparação de resistências para flambagem de perfis executados com chapa maior e menor que 40 mm.....	125
Figura 4.17 - Plotagem da Curva Proposta 1 baseada na curva média aritmética	128
Figura 4.18 - Plotagem da Curva Proposta 2 baseada na Curva Proposta 1	129
Figura 4.19 - Comparação da Curva Proposta 2 com diversas curvas	

e com resultados de ensaios	131
Figura 4.20 - Pórtico contraventado de dois pavimentos.....	133
Figura 4.21 - Coluna C_2 do Exemplo 2	135
Figura 4.22 - Pórtico contraventado de múltiplos andares.....	137

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Valores teóricos e práticos recomendados de k para colunas ideais.....	13
Tabela 2.2 - Classificação dos perfis nas curvas do SSRC - extraída da referência[11]	72
Tabela 2.3 - Perfis utilizados nos ensaios que deram origem às curvas da ECCS - extraído da referência [31]	75
Tabela 2.4 - Classificação dos perfis nas curvas originais da ECCS - extraído da referência [7]	82
Tabela 2.5 - Classificação dos perfis nas atuais curvas da ECCS - extraída da referência [27]	83
Tabela 2.6 - Classificação dos perfis nas curvas da ENV 1993 - 1.1.....	86
Tabela 2.7 - Classificação dos perfis nas curvas da NBR 8800.....	87
Tabela 2.8 - Valores de ρ das curvas da NBR 8800.....	88
Tabela 4.1 - Valores estatísticos da tensão de escoamento dos aços indicados - adaptação da referência [9]	113
Tabela 4.2 - Comparação entre as resistências últimas calculadas e as obtidas nos ensaios.....	117

Tabela 4.3 - Perfis utilizados na análise de resistência última	118
Tabela 4.4 - Valores de ρ para as 24 curvas geradas na análise de resistência última utilizando-se os programas.....	119
Tabela 4.5 - Valores dos índices de assimetria (α_3) e curtose (α_4).....	122
Tabela 4.6 - Propriedades estatísticas da curva média aritmética	126
Tabela 4.7 - Valores dos fatores de imperfeição α_{ot} e α_{ef}	127
Tabela 4.8 - Comparação entre os valores de ρ da Curva Proposta 1 e da Curva Proposta 2	130

LISTA DE SIGLAS

ABNT	-	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AISC	-	American Institute of Steel Construction
ASD	-	Allowable Stress Design
ASTM	-	American Society for Testing and Materials
CRC	-	Column Research Council
CSA	-	Canadian Standards Association
ECCS	-	European Convention for Constructional Steelwork
ENV 1993 - 1.1	-	Norma Europeia para o Cálculo de Estruturas Metálicas
FC	-	Flame Cut Plate
LRFD	-	Load and Resistance Factor Design
MG	-	Multigrade
NBR 8800/86	-	Norma Brasileira para Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios

- SSRC - Structural Stability Research Council
- UM - Universal Mill Plates
- PPLANLEP - Programa utilizado na análise de resistência última de colunas
- DIN 4114 - Norma alemã para o cálculo de estruturas de Aço.

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Maiúsculas

A	=	área da seção transversal
A_c, A_r	=	área da seção transversal de uma fibra na configuração de referência e na configuração corrigida respectivamente
C_c	=	índice de esbeltez correspondente à tensão de proporcionalidade
C_m	=	coeficiente de correção do momento fletor
$D = D_{1/2}$	=	módulo de rigidez definido em função das tensões e deformações de engenharia
D_m	=	família de módulos de rigidez
D_m^e	=	módulo de rigidez elástica
D_m^{ep}	=	módulo de rigidez elastoplástica
$D_{\alpha,\beta}$	=	matriz de rigidez constitutiva do elemento no sistema corrotacional
E	=	módulo de elasticidade longitudinal
E'	=	módulo de elasticidade efetivo
E_r	=	módulo reduzido ou duplo módulo
E_t	=	módulo tangente
F_i	=	forças nodais
$H_{\alpha,\beta}$	=	matriz de rigidez geométrica do elemento no sistema corrotacional
I	=	momento de inércia da seção transversal
I_1, I_2	=	momentos de inércia das áreas à esquerda e à direita do eixo neutro
I_e	=	momento de inércia da parte da seção que permanece elástica

K_{ij}	=	componentes da matriz de rigidez tangente no sistema global
L	=	comprimento de uma barra
M	=	momento fletor
M_0	=	resultante de momento fletor numa barra
M_d	=	momento fletor de cálculo
M_e, M_i	=	momento externo e interno, respectivamente
N_0	=	resultante de força normal numa barra
N_d	=	força normal de cálculo
N_{ex}	=	carga de flambagem de Euler em torno do eixo x
N_n	=	resistência nominal ao esforço normal
N_y	=	carga de escoamento da seção bruta
P	=	força axial de compressão numa coluna
P_1, P_2	=	forças em cada mesa do modelo da Shanley
$P_{cr} = P_e$	=	carga crítica de flambagem ou carga de Euler
P_i	=	forças nodais internas de um elemento no sistema global de coordenadas cartesianas
P_u	=	carga última de uma barra considerando imperfeições iniciais
P_r	=	carga do módulo reduzido
P_t	=	carga do módulo tangente
P_y	=	carga de escoamento da barra
Q	=	fator de redução que leva em conta o coeficiente de imperfeição da coluna
Q_α	=	vetor dos esforços internos naturais no sistema corrotacional
R	=	relação entre as resistências calculada e experimental de uma coluna
R_r, R_c	=	raio de curvatura da barra nas configurações de referência
V_c, V_r	=	volume de uma fibra de elemento nas configurações de referência e corrigida, respectivamente
W_x	=	módulo de resistência de uma barra em torno do eixo x

Z_x = módulo plástico de uma barra em torno do eixo x

Letras Romanas Minúsculas

b = dimensão da seção transversal

c = distância da seção transversal ao eixo neutro

d = dimensão da seção transversal

e_1, e_2 = deslocamento das mesas do modelo de Shanley

f_u = tensão de ruptura do aço

f_y = tensão de escoamento do aço

k, k_x, k_y = coeficientes de flambagem de uma coluna

l_b = comprimento relativo à flambagem lateral por torção

l_r, l_c = comprimento de uma fibra da corda entre os nós da extremidade de uma barra ou elemento nas configurações de referência e corrigida respectivamente

l_x, l_y = comprimento destravado de uma barra em relação aos eixos x e y , respectivamente

m = média aritmética

p_i = deslocamentos nodais

p_i^T = vetor que contém os graus de liberdade cartesianos $u_a, v_a, \theta_a, u_b, v_b, \theta_b$

q_α^T = vetor que contém os graus de liberdade naturais ou corrotacionais q_1, q_2 e q_3

r, r_x, r_y = raio de giração de uma barra

r = distância entre o eixo de um elemento de barra curva e uma fibra paralela a este eixo

s = desvio padrão

t	=	espessura de um elemento da seção transversal
u	=	deslocamento da barra ao longo do eixo z
v	=	deslocamento da barra ao longo do eixo y
v_o	=	deslocamento inicial de uma seção da barra
$v_{máx}$	=	flecha máxima da barra
\bar{y}	=	distância do centro de gravidade à extremidade da seção
y_o	=	distância do eixo neutro à parte escoada da seção
y_l	=	distância do eixo neutro à extremidade da seção

Letras Gregas

α_3	=	coeficiente de medida da assimetria de uma distribuição
α_4	=	coeficiente de medida de curtose de uma distribuição
α	=	relação entre o módulo tangente e o módulo elástico; coeficiente de imperfeição das colunas
$\alpha+\beta$	=	ângulo entre a corda do elemento deformado e a tangente no eixo do elemento.
α_{ob}, α_{ef}	=	coeficiente de imperfeição das colunas considerando todo o espectro de índices de esbeltez e apenas a faixa de utilização, respectivamente
β	=	fator de redução que leva em conta o coeficiente de imperfeição da coluna
β	=	ângulo que define uma curvatura inicial para a barra descarregada.
ΔF_i	=	forças residuais
δ_0	=	flecha inicial no meio da barra
δ_ε	=	deformação virtual de uma fibra

δ_{pi}	=	vetor dos deslocamentos nodais virtuais do elemento
δ_{oi}	=	trabalho virtual interno de um elemento
ε	=	deformação de uma fibra, elemento ou barra
ε_m	=	família de deformações
$\dot{\varepsilon}_m = \frac{d\varepsilon_m}{dt}$	=	família de taxas de deformação
$\varepsilon_L, \varepsilon_U$	=	deformação de uma fibra em carregamento e descarregamento, respectivamente.
ε_{sh}	=	deformação de encruamento do aço
ϕ	=	ângulo de rotação de uma seção
ϕ_r, ϕ_c	=	ângulo entre eixo de referência global x e a corda entre os nós de extremidade do elemento nas configurações de referência e corrigida, respectivamente
ϕ_b, ϕ_c	=	coeficiente de segurança ao momento fletor e à carga normal, respectivamente
λ	=	estiramento de uma fibra
$\bar{\lambda}$	=	estiramento de uma fibra do eixo de uma barra
$\bar{\lambda}$	=	$\frac{1}{\pi} \frac{l}{r} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}$ = índice (parâmetro) de esbeltez
$\bar{\lambda}_x, \bar{\lambda}_y$	=	índices (parâmetros) de esbeltez em torno dos eixos x e y , respectivamente
ρ, ρ_e	=	$\frac{P}{P_y}$ = coeficiente adimensional relacionado à instabilidade global de uma barra de cálculo e experimental, respectivamente
θ_0	=	ângulo entre o eixo e a barra do modelo de Shanley
σ	=	tensão normal ou tensão de engenharia
σ_c	=	tensão de Cauchy
$\sigma_{cr} = \sigma_e$	=	tensão crítica de flambagem ou de Euler

σ_{kt}	=	tensão de Kirchhoff-Treffz
σ_L, σ_U	=	tensão de um elemento da seção em carregamento e descarregamento, respectivamente
σ_m	=	família de tensões
σ_N	=	tensão engenharia
σ_p	=	tensão limite de proporcionalidade
σ_r	=	tensão residual
σ_t	=	tensão calculada pela teoria do módulo tangente
σ_y	=	tensão de escoamento

RESUMO

O presente trabalho objetiva desenvolver uma nova curva de flambagem que possa representar, de maneira mais adequada que as atuais curvas da NBR 8800, a resistência à flambagem de colunas fabricadas com perfis I soldados de chapa cortada a maçarico. São feitas considerações sobre a resistência à compressão de perfis soldados, a partir de uma visão histórica da evolução dos estudos sobre a estabilidade até aos atuais critérios de curvas múltiplas de flambagem, adotados pelas normas modernas de projeto e cálculo de estruturas de aço, passando pelo estudo dos principais fatores que influenciam a resistência das colunas. É dada ênfase às tensões residuais, cujo padrão de distribuição, devido ao processo de fabricação que induz o aparecimento de tensões de tração nas bordas das mesas dos perfis formados com chapa cortada a maçarico, provoca um considerável aumento da resistência à compressão destes perfis. A NBR 8800, entretanto, a exemplo da ENV 1993 - 1.1, classificou todos os perfis I soldados na mesma curva, independente do processo de fabricação, não permitindo assim que se levasse em conta o padrão mais favorável de tensões residuais exibidos pelos perfis formados com chapas cortadas a maçarico. Um programa de computador capaz de executar análise não linear física e geométrica pelo M.E.F. é utilizado para gerar, juntamente com programas auxiliares de pré e pós-processamento, curvas de resistência última de perfis selecionados para representar uma gama de variedades de dimensões de seção transversal, tipos de aço e eixos em torno dos quais ocorre a flambagem. Apresenta-se o desenvolvimento da teoria geral utilizada na confecção do programa, que leva em conta imperfeições iniciais e a presença das tensões residuais auto-equilibradas nas equações de equilíbrio do elemento, dentro de uma formulação Lagrangiana consistente. Com os resultados obtidos na análise numérica, é realizada uma análise estatística, baseada no procedimento determinístico recomendado pelo

SSRC, com o objetivo de desenvolver a nova curva de flambagem. É realizada também uma série de comparações com as atuais curvas da NBR 8800, juntamente com exemplos numéricos de utilização, com a intenção de demonstrar que a nova curva é capaz de representar, de maneira racional e econômica, a resistência à flambagem de perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico.

ABSTRACT

This dissertation proposes a new buckling curve that is able to predict flame-cut column strength better than the present NBR 8800. A historical review about the evolution of stability theories is developed, from Euler's first works until the modern multiple curve criteria. An investigation of the factors that most influence the column strength is made, emphasizing the residual stresses, resulted from the fabrication process. Due to flame-cutting, flame-cut welded wide-flange shapes have tensile stress at the flange tips, that remains after welding. Flame-cut shapes, therefore, exhibit column strength greater than those manufactured from universal mill plates. However, like ENV 1993-1.1, NBR 8800 has classified all welded wide-flange shapes in the same curves, regardless the manufacturing process. The NBR 8800 curves, therefore, do not permit taking into account the favorable residual stress pattern exhibited by flame-cut shapes. A consistent numerical analysis, which takes into account residual stress and initial imperfection, is performed with a software that allows physical and geometrical nonlinearities using the Finite Element Method. Several maximum strength curves, representing many different combinations of steel grade, size of shapes and buckling axes, are generated by the main software together with pre and post-processors. A general theory, that was used in the main software development, is presented, based on a consistent Lagrangean formulation, using corrotational technique to obtain the tangent stiffness matrix. Based on the deterministic procedure recommended by SSRC, a statistical analysis is performed, in order to develop the new buckling curve. Several comparisons between the present NBR 8800 curves and the new curve, together with numerical examples, are developed, showing that a more reliable and economical design can be achieved with the new proposed buckling curve.

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

A NBR 8800[5], Norma Brasileira para Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios, publicada em 1986 pela ABNT, representou um grande avanço no cálculo e projeto de estruturas de aço no Brasil. No capítulo referente ao dimensionamento de colunas, ao adotar as curvas de flambagem da ECCS[25,26], a NBR 8800 optou por uma solução moderna, abandonando definitivamente a teoria do módulo tangente, de bifurcação do equilíbrio, inadequado ao conceito de projeto por estados limites. A adoção do conceito de múltiplas curvas contribuiu para um projeto de estruturas mais racional, onde cada tipo de perfil é classificado na curva de flambagem adequada, de acordo com suas características.

Na construção em aço no Brasil, devido à pouca ou nenhuma produção de perfis laminados adequados à utilização como colunas, estas são constituídas na sua maioria de perfis I soldados. Os perfis I soldados podem ser de três tipos :

- perfis I formados com chapas com bordas laminadas, doravante denominados UM, de *Universal Mill Plates*;
- perfis I formados com chapas cortadas a frio;

– perfis I formados com chapas cortadas a maçarico, doravante denominados FC, de *Flame-Cut Plates*.

As chapas cortadas a frio são raramente encontradas formando perfis I soldados, restringindo-se a perfis de pequeno calibre, de espessuras reduzidas e pouca aplicação na prática. Os perfis UM não são normalmente fabricados no Brasil, devido à carência de chapas de pequena largura à disposição do mercado. Assim sendo, a quase totalidade das colunas de edifícios em aço é construída com perfis formados por chapas cortadas a maçarico, fabricadas a partir de chapas de grande largura. O processo de fabricação começa com o corte a maçarico das tiras nas dimensões que irão constituir as mesas e a alma do perfil, que têm normalmente larguras e espessuras diferentes. Por meio de dispositivos próprios, normalmente hidráulicos, as chapas são posicionadas para serem soldadas nas junções entre as mesas e a alma. Para compensar a deformação causada pelo processo de soldagem, é normalmente necessário que se faça uma pré-deformação nas mesas no sentido contrário à deformação provocada pela solda. O processo de solda mais utilizado é a soldagem automática por arco submerso, sendo possível o uso de solda de filete ou de entalhe.

À semelhança da norma européia ENV 1993-1.1[18], a NBR 8800 não fez qualquer distinção entre os tipos de perfis I soldados, classificando-os conservadoramente na curva **b** para flambagem em torno do eixo de maior inércia e na curva **c** para flambagem em torno do eixo de menor inércia, para perfis com espessuras de mesas até *40 mm*. Para perfis com espessuras de mesas superiores a *40 mm*, a NBR 8800 considera uma resistência ainda menor, indicando as curvas **c** e **d** para flambagem em torno dos eixos de maior e menor inércia, respectivamente.

Como se verá no capítulo 2 deste trabalho, os perfis FC são consideravelmente mais resistentes do que os perfis UM. Pode-se argumentar que o procedimento de classificação de colunas da ENV 1993-1.1 é satisfatório, devido à pouca utilização de perfis soldados nos países europeus, não sendo necessário complicar a classificação com a inclusão de mais um tipo de perfil. Entretanto, no Brasil, onde os perfis soldados FC constituem a maioria absoluta dos perfis utilizados como colunas nos edifícios em aço, o procedimento da NBR 8800 não nos parece adequado por onerar sensível e injustificadamente nossas estruturas.

A comparação de testes de resistência de colunas constituídas de perfis FC com as curvas de flambagem até então desenvolvidas e adotadas pelas normas internacionais não mostra bons resultados em toda a gama de variação dos índices de esbeltez utilizados na prática[27]. Enquanto que para índices de esbeltez na faixa de médio a alto, as curvas **b** da NBR 8800 e **2** da SSRC[28] representam de maneira adequada a resistência dos perfis FC, o mesmo não se pode dizer para índices de esbeltez mais baixos, onde ocorre uma tendência de proximidade com a curva **c** da NBR 8800. Esta tendência de diminuição relativa de resistência em comparação com perfis laminados para índices de esbeltez de médio a baixo tem comprovação teórica e experimental e deve ser levado em conta no cálculo e dimensionamento destes perfis[25,27].

O objetivo deste trabalho é, portanto, desenvolver uma nova curva de flambagem, específica para perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico. Uma análise numérica consistente, levando em conta imperfeições iniciais e tensões residuais, foi feita com o auxílio de um programa de computador desenvolvido por Lavall[37,38], para se obter a resistência última de colunas bi-rotuladas.

Seguindo o procedimento determinístico sugerido pelo SSRC[8,9,28], as curvas de resistências últimas de vários tipos diferentes de perfis I soldados FC foram desenvolvidas. Estes perfis representam uma variedade de combinações mais encontradas na prática de tipos de aço, dimensões da seção transversal e eixos de flambagem em torno dos quais ocorre a flambagem.

As resistências últimas calculadas teoricamente foram comparadas com resultados de testes executados em colunas, mostrando que podem prever o comportamento real com uma aproximação de 5%. Os dados determinísticos da resistência de colunas foram então analisados, buscando-se detectar as influências dos fatores mais significativos, com o objetivo principal de se encontrar uma curva que possa representar adequadamente, e de maneira prática e econômica, a resistência à flambagem de perfis I soldados FC.

1.2 - DESCRIÇÃO RESUMIDA DOS CAPÍTULOS

Baseado na referência [42], o segundo capítulo trata da resistência de colunas, enfatizando aquelas fabricadas com perfis I soldados. Primeiramente descreve a história da evolução dos conceitos utilizados para representar a resistência de colunas de aço, iniciando com a evolução das pesquisas sobre a estabilidade clássica das colunas, a partir dos trabalhos iniciais de Euler[24], o primeiro a reconhecer a resistência de colunas como um problema de estabilidade. Passa-se depois aos trabalhos de Engesser[21,22] e posteriores correções sugeridas por Considère-Jasinsky[19,32] sobre os fenômenos de estabilidade no regime inelástico, donde surgiram os conceitos de resistência do módulo tangente e do duplo módulo ou módulo reduzido. Chega-

se finalmente aos trabalhos desenvolvidos por Shanley[52,53], que esclareceram o paradoxo criado entre as teorias do módulo tangente e do duplo módulo. Em seguida é dada uma visão global sobre os fatores que influenciam a resistência de colunas, tecendo considerações sobre as tensões residuais, imperfeições iniciais (ou curvatura inicial) e restrições de extremidade, dando ênfase aos perfis soldados. Busca-se mostrar as diferenças de tensões residuais que ocorrem nos perfis FC e UM e sua participação significativa na diferença de resistência entre estes perfis. Na seqüência, discorre-se sobre a evolução dos critérios de representação de resistências usados na prática, desde os primeiros, baseados na bifurcação do equilíbrio (teoria do módulo tangente) até aos mais modernos critérios de múltiplas curvas de flambagem. Estes têm por base a resistência última de colunas, que levam em conta além das tensões residuais, as imperfeições iniciais, sempre presentes nas estruturas. Mostra também como as normas de diversos países foram incorporando estas evoluções à medida que avançavam em direção ao conceito de projeto por estados limites.

No terceiro capítulo são apresentadas as hipóteses básicas adotadas no cálculo das resistências últimas de colunas, bem como uma descrição sucinta de cada uma e sua implicação no comportamento da barra. A seguir é dada uma visão geral sobre o método de análise, utilizando o método dos elementos finitos. Esta parte do capítulo se baseia em uma adaptação resumida do trabalho desenvolvido por Lavall[37,38], em especial os itens referentes à definição do elemento finito de pórtico plano utilizado na análise, que inclui imperfeições iniciais e tensões residuais e à formulação adotada no programa. Em seguida, é apresentado de maneira sucinta o programa principal PPLANLEP[37] e são abordados os programas auxiliares desenvolvidos para tornar sua implementação mais rápida e eficiente.

No quarto capítulo são analisados os resultados obtidos pelos programas. Mostram-se, primeiramente, as simplificações extras que tiveram de

ser introduzidas no decorrer do trabalho. A seguir, é feita uma comparação das resistências últimas obtidas teoricamente com os resultados experimentais disponíveis, buscando-se verificar a validade das hipóteses e simplificações adotadas. A boa qualidade dos resultados pôde ser verificada ao se mostrar que podem simular o comportamento real com uma variação da ordem de 5%. Apresentam-se, logo após, as curvas de flambagem desenvolvidas para cada perfil bem como os resultados da análise estatística executada. Na seqüência é realizado um estudo onde se busca verificar a importância de se considerar fatores tais como espessura das chapas componentes e eixo em torno do qual se dá a flambagem. Os estudos demonstram que estes fatores não influenciam significativamente a resistência de colunas executadas com perfis FC, não sendo, portanto, necessário considerar mais de uma curva para representar a resistência destes perfis. Em seguida são propostas duas alternativas de curvas: a primeira tomando por base, com pequenos ajustes, a média aritmética das curvas e a segunda levando-se em conta o aumento de resistência em baixos índices de esbeltez, causado pelo efeito de encruamento do aço, não considerado na análise de resistência última. Esta segunda alternativa está de acordo com as modernas curvas de flambagem adotadas pelas normas atuais. Seguindo-se o procedimento proposto por Rondal e Maquoi[47,49] e as observações de Rodrigues[45,46], foram desenvolvidas expressões analíticas para as curvas propostas. A partir daí é apresentada uma análise comparativa entre a curva proposta e as atuais curvas da NBR 8800 e outras curvas adotadas por normas internacionais. Mostra-se em seguida como o uso da nova curva conduz a resultados consistentes, proporcionando um dimensionamento racional e econômico de colunas utilizando perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico.

2 - RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PERFIS SOLDADOS _____

2.1 - HISTÓRICO

2.1.1 - GENERALIDADES

O comportamento, resistência e projeto de barras submetidas à compressão constituem a área que, provavelmente, tem recebido, ao longo do tempo, a maior atenção por parte dos pesquisadores da engenharia estrutural. Conhecidos normalmente como colunas, estes elementos estruturais são raramente encontrados suportando apenas carga axial já que, fazendo parte da estrutura como um todo, estão ligados a elementos que induzem o aparecimento de outras solicitações, tais como flexão e torção, por exemplo. Entretanto, quando o sistema estrutural for de tal modo arranjado que a restrição à rotação das extremidades da coluna seja desprezível e o carregamento seja simetricamente aplicado por meio dos outros elementos que estão ligados às suas extremidades, a barra poderá ser projetada como elemento sujeito apenas à carga axial.

A solução do problema de resistência de colunas é significativamente mais complicada se a barra for considerada como parte do sistema estrutural. As dimensões das barras componentes, os tipos de ligações

entre as vigas e as colunas, a presença ou não de deslocabilidade e a forma do carregamento são fatores que influenciam significativamente a resistência das colunas. Entretanto, as colunas com carga centrada são um ponto limite no espaço matemático definindo a interação entre os esforços axiais e momentos fletores de uma barra em uma estrutura. O estudo da resistência de colunas isoladas é, portanto, essencial ao desenvolvimento de critérios de projeto para barras reais submetidas à compressão. Tradicionalmente, as colunas bi-rotuladas, como elementos submetidos apenas à compressão axial, têm sido usadas como referência com as quais as colunas reais são comparadas e dimensionadas. Esta tem sido uma ferramenta bastante conveniente por causa de sua simplicidade e do extenso conhecimento de seu comportamento e resistência.

É sabido da Resistência dos Materiais que somente colunas muito curtas podem ser carregadas até o escoamento. Nas situações usuais as barras perdem estabilidade e flambam antes que a resistência plena do material seja alcançada. Desta forma, o estudo e o conhecimento da estabilidade das barras submetidas à compressão axial é condição indispensável ao dimensionamento de colunas executadas com perfis de aço estrutural.

2.1.2 - FLAMBAGEM ELÁSTICA OU DE EULER

Considere-se a barra prismática axialmente carregada da figura 2.1. Com a aplicação da carga, a barra encurta-se e, para pequenos valores de P , essa forma reta de equilíbrio é estável. Ao se aumentar o valor da carga P , pode-se atingir um valor no qual a forma reta torna-se instável, a barra se encurva e adquire então uma outra forma de equilíbrio estável. À carga que corresponde a essa passagem dá-se o nome de Carga Crítica de Flambagem, Carga de

Bifurcação ou Carga de Euler, em homenagem à Leonhard Euler que, em 1744, formulou sua teoria de flambagem elástica[24], sendo o primeiro a reconhecer a resistência de colunas como um problema de estabilidade.

Usando o cálculo diferencial e integral então recentemente desenvolvido, Euler desenvolveu as equações de equilíbrio da barra em flambagem, bem como das cargas associadas a essa configuração, partindo das seguintes hipóteses:

- a) a barra é perfeitamente reta, prismática, engastada em uma extremidade e livre na outra;
- b) o material é infinitamente elástico, perfeitamente homogêneo e isótropo;
- c) a carga é aplicada lentamente, perfeitamente centrada e não muda de direção durante sua aplicação (campo conservativo);
- d) os deslocamentos laterais da barra são pequenos (teoria dos pequenos deslocamentos);
- e) as seções permanecem planas após a flambagem.

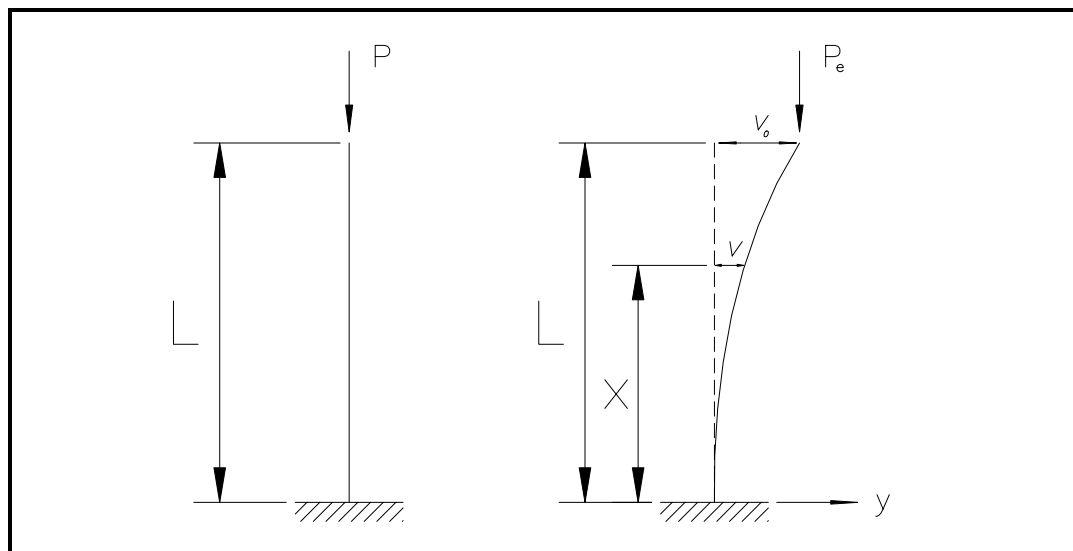


Figura 2.1 - Flambagem de Euler.

Partindo-se da forma deslocada da fig. 2.1, tem-se que[54]:

$$v'' = -\frac{M}{EI} = \frac{P}{EI}(v_0 - v) \quad (2.1)$$

que é a equação diferencial da linha elástica para essa forma de equilíbrio.

Colocando-se $k^2 = P/EI$, vem:

$$v'' + k^2v = k^2v_0 \quad (2.2)$$

cuja solução é:

$$v = A.\text{sen } kx + B.\text{cos } kx + v_0 \quad (2.3)$$

Usando as condições de contorno $v(0) = 0$ e $v''(0) = 0$, vem:

$$v = v_0(1 - \cos kx) \quad (2.4)$$

mas para $x = L$, tem-se $v = v_0$, então:

$$v_0 \cos kL = 0 \quad (2.5)$$

Para se satisfazer a equação 2.5, duas situações são passíveis de ocorrer:

- a) $v_0 = 0$, isto é, não existe flambagem; a barra permanece reta;
- b) $\cos kL = 0$.

Somente a situação *b* apresenta interesse; tem-se então:

$$\cos kL = \cos \frac{\pi}{2} \therefore kL = \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad \text{e} \quad k^2 = \left(\frac{(2n-1)\pi}{2L} \right)^2 = \frac{P}{EI}$$

Chega-se então a:

$$P_{cr} = \frac{(2n-1)^2 \pi^2 EI}{(2L)^2} \quad (2.6)$$

O modo fundamental de flambagem ocorrerá quando $n=1$. Desta forma a carga crítica de Euler será:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(2L)^2} \quad (2.7)$$

Nestas condições, para $P < P_{cr}$ a barra permanece reta e para $P = P_{cr}$ pode-se mostrar[44] que o equilíbrio torna-se indiferente e para $P > P_{cr}$ a forma reta torna-se instável, isto é, a barra flamba, adquirindo a forma curva.

É interessante notar que a teoria adotada (pequenos deslocamentos) permitiu determinar a carga P de flambagem e somente a forma da curva; a flecha v permaneceu indeterminada (ver figura 2.2).

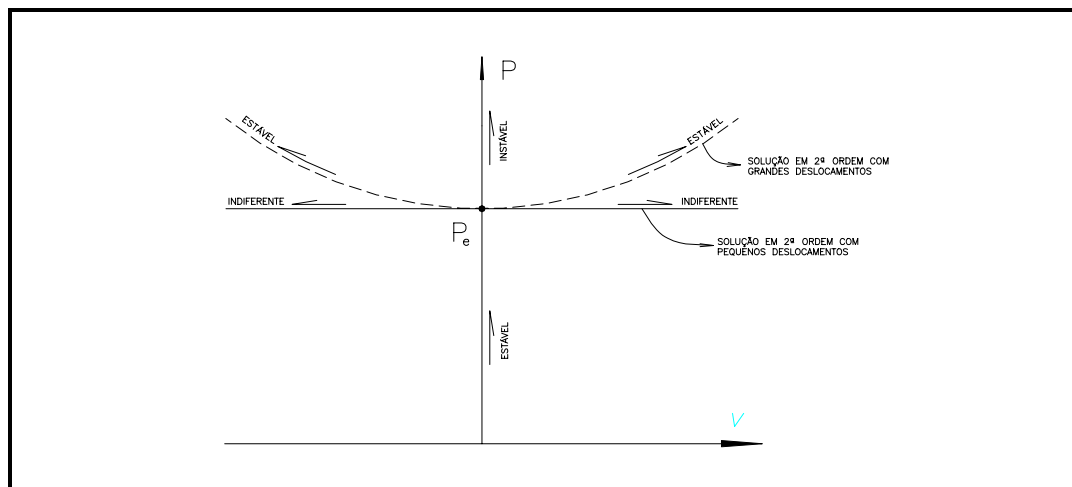


Figura 2.2 - Modelos de flambagem em teoria de pequenos e grandes deslocamentos.

É oportuno observar que um cálculo em teoria de grandes deslocamentos[44] não mudaria o essencial do diagrama, apenas tornaria

matematicamente possível se ter $P > P_{cr}$ com equilíbrio estável, conforme curva tracejada na figura 2.2. Chegar-se-ia, de maneira aproximada, à seguinte equação:

$$v \cong 1,8L \sqrt{\left(\frac{P}{P_{cr}}\right) - 1} \quad (2.8)$$

Daí resulta $v = 0$ para $P = P_{cr}$ mas, ultrapassada a carga crítica, as flechas aumentam muito rapidamente. Para:

$$P = 1,01P_{cr} \rightarrow v = 0,18L$$

$$P = 1,05P_{cr} \rightarrow v = 0,40L$$

ou seja, os deslocamentos tornam-se excessivamente grandes. Este é o motivo pelo qual se diz que a carga crítica é o limite superior de resistência que uma barra axialmente carregada pode suportar.

Para outras condições de extremidade, pode-se mostrar[54] que:

$$P_{cr} = P_e = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (2.9)$$

onde: $kL =$ comprimento de flambagem.

Para a situação indicada na figura 2.1, $k = 2$ e a equação 2.9 torna-se idêntica à equação 2.7. Para a barra bi-rotulada, $k = 1$ e $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$. Para outras situações de restrição de extremidade, são dados, na tabela 2.1, os valores de k correspondentes.

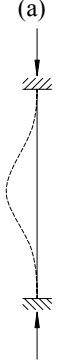
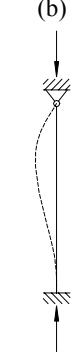








A LINHA ELÁSTICA DE FAMBAGEM DA COLUNA É REPRESENTADA PELA LINHA TRACEJADA	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
						
VALORES TEÓRICOS DE K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
VALORES PRÁTICOS DE K RECOMENDADOS PARA DIMENSIONAMENTO	0,65	0,80	1,2	1,0	2,10	2,0
CONDIÇÕES DE VINCULAÇÃO NAS EXTREMIDADES		ROTAÇÃO E TRANSLAÇÃO IMPEDIDAS				
		ROTAÇÃO LIVRE E TRANSLAÇÃO IMPEDIDA				
		ROTAÇÃO IMPEDIDA E TRANSLAÇÃO LIVRE				
		ROTAÇÃO E TRANSLAÇÃO LIVRES				

Tabela 2.1 - Valores teóricos e práticos recomendados de k para colunas ideais.

A teoria de Euler, entretanto, já que não coincidia com os resultados dos testes. As colunas de comprimento usual na prática não apresentavam resistência tão elevada como a equação 2.9 parecia indicar.

2.1.3 - FLAMBAGEM INELÁSTICA. TEORIA DO MÓDULO TANGENTE E DO MÓDULO REDUZIDO

Em 1889, Engesser[21] percebeu que, antes da ocorrência da perda da estabilidade, alguns trechos da seção transversal das colunas tornavam-

se inelásticos. Desta forma, uma das hipóteses impostas por Euler (material perfeitamente elástico) não se verificava. Engesser propôs então que se substituísse na equação 2.9 o valor do módulo elástico E pelo módulo tangente E_t ; ter-se-ia então:

$$P_{cr} = P_t = \frac{\pi^2 E_t I}{(kL)^2} \quad (2.10)$$

onde:

E_t = inclinação $d\sigma/d\varepsilon$ da curva tensão \times deformação da figura 2.3

P_t = carga crítica pela teoria do módulo tangente

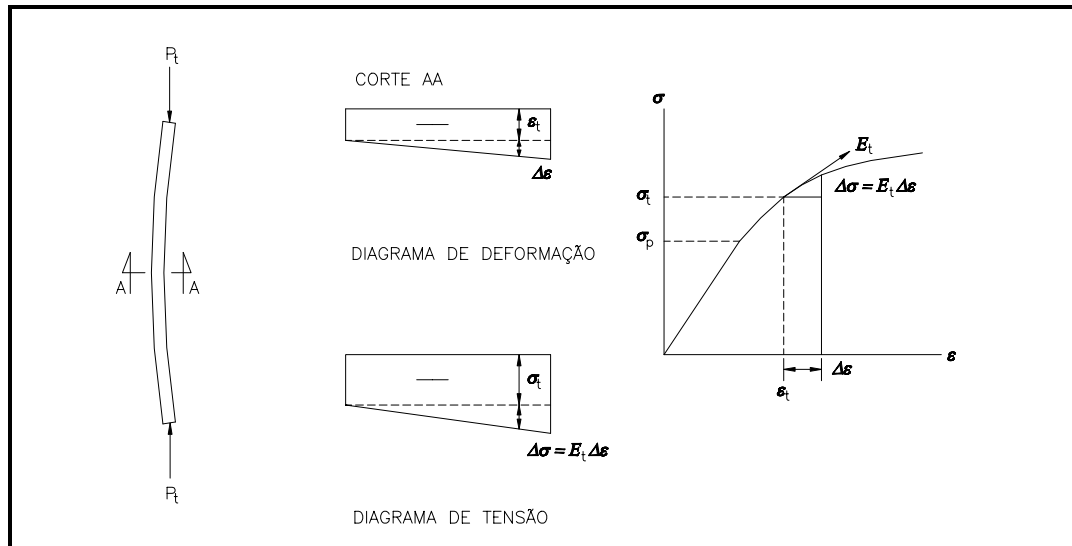


Figura 2.3 - Teoria do Módulo Tangente.

As equações 2.9 e 2.10 também podem ser escritas em função das tensões de compressão:

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{(kL/r)^2} \quad (2.11)$$

$$\sigma_t = \frac{\pi^2 E_t}{(kL/r)^2} \quad (2.12)$$

Na equação 2.12 a tensão não pode mais ser calculada diretamente, uma vez que E_t é também função de σ . Experimentalmente, determina-se a curva $\sigma \times \varepsilon$ (figura 2.4a); em cada ponto calcula-se o valor da tangente e traça-se a curva $\sigma \times d\sigma/d\varepsilon$ (figura 2.4b). A curva $\sigma \times kL/r$ (figura 2.4c) é então construída, calculando-se para cada valor de σ , o valor de kL/r correspondente, de acordo com a seguinte equação:

$$\left(\frac{kL}{r}\right) = \pi \sqrt{\frac{E_t}{\sigma}} \quad (2.13)$$

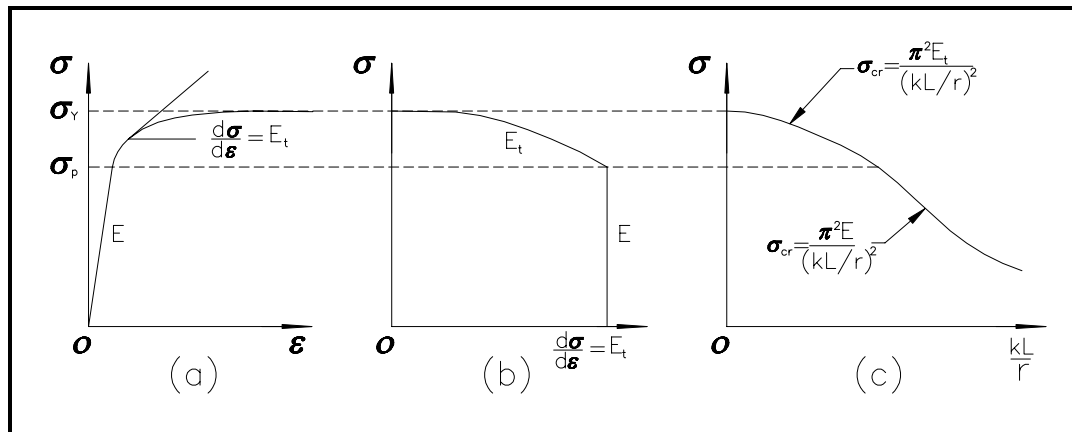


Figura 2.4 - Construção da curva de flambagem pela teoria do módulo tangente - adaptação da referência [50].

Em 1895, entretanto, Jasinsky[32], chamando a atenção para um trabalho recém-apresentado por Considère[19], mostrou que, de acordo com a teoria de estabilidade clássica, a teoria de Engesser estava incorreta. A bifurcação do equilíbrio deveria ocorrer sem mudança do valor da carga, ou seja, a força axial deveria se manter constante no momento em que ocorresse a flambagem.

Por esta hipótese, portanto, o momento fletor $P.v$ (figura 2.5), que existiria após a ocorrência da flambagem, causaria um aumento da tensão de compressão de um lado da seção transversal e a reduziria do outro lado (deformação reversa). Se a bifurcação ocorresse na faixa elástica, o carregamento e o descarregamento das fibras seriam governados pelo módulo elástico. Porém, na faixa inelástica, a teoria de Engesser considerava que o descarregamento também seria governado pelo módulo tangente, quando na realidade, o aço descarrega-se de acordo com o módulo elástico (não-reversibilidade do diagrama tensão \times deformação; ver figura 2.6). Desta forma, as colunas reais deveriam ser mais resistentes do que o previsto pela teoria do módulo tangente.

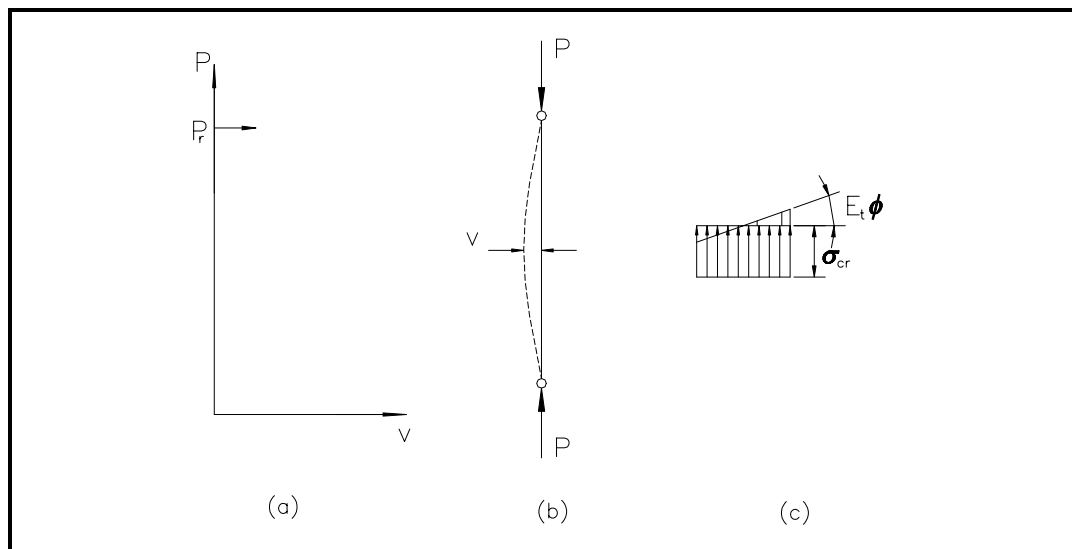


Figura 2.5 - Tensões após a ocorrência da flambagem.

Em 1898, Engesser corrigiu sua teoria, passando a considerar o efeito da não-reversibilidade do diagrama tensão \times deformação em regime inelástico, surgindo daí a chamada Teoria do Módulo Reduzido ou do Duplo Módulo[22].

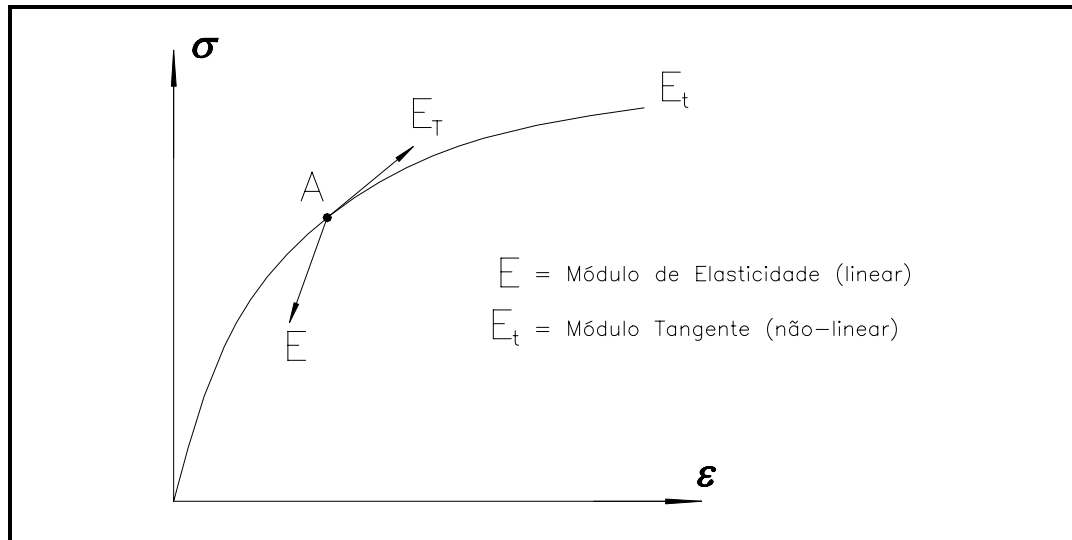


Figura 2.6 - Descarregamento do aço na fase inelástica

Referindo-se à figura 2.7, para uma seção da coluna na posição deslocada (em flambagem; figura 2.7d), tem-se:

$d\sigma_L = E_t d\varepsilon_L$ para a parte da seção onde haverá aumento da compressão (carregamento);

$d\sigma_U = E d\varepsilon_U$ para a parte da seção onde haverá diminuição da compressão (descarregamento).

Pela geometria, encontra-se (figura 2.7c):

$$d\varepsilon_L = [y + (\bar{y} - y_1)]d\phi \quad \text{e} \tag{2.14}$$

$$d\varepsilon_U = [y - (\bar{y} - y_1)]d\phi$$

Porém, $d\phi = -v''$ e, desta forma, as tensões são:

$$d\sigma_L = -v''E_t(\bar{y} - y_1 + y) \quad e \quad (2.15)$$

$$d\sigma_U = -v''E(y - \bar{y} + y_1)$$

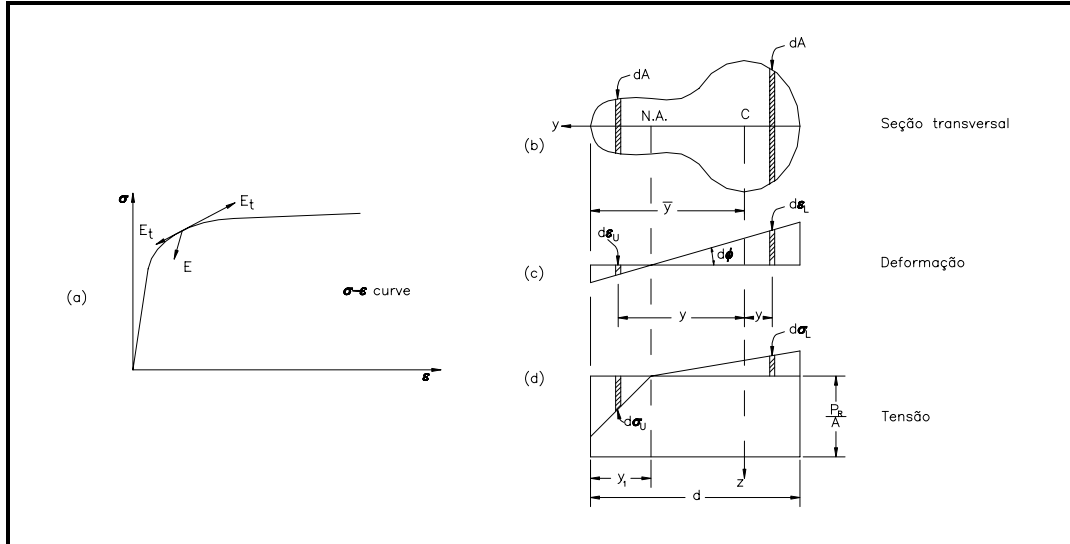


Figura 2.7 - Teoria do Duplo Módulo - adaptação da referência [42].

Entretanto, a flambagem deveria ocorrer sem mudanças no valor da carga e então:

$$dP = 0 = \int_{\bar{y}-y_1}^{\bar{y}} d\sigma_U dA - \int_{-(d-\bar{y})}^{\bar{y}-y_1} d\sigma_L dA \quad (2.16)$$

Substituindo as equações 2.15 na equação 2.16, vem:

$$E \int_{\bar{y}-y_1}^{\bar{y}} (y - \bar{y} + y_1) dA - E_t \int_{-(d-\bar{y})}^{\bar{y}-y_1} (\bar{y} - y_1 + y) dA = 0 \quad (2.17)$$

onde as integrais representam os momentos estáticos das áreas à esquerda e à direita do eixo neutro (NA) da fig. 2.7b. A equação 2.17 permite determinar a posição do eixo neutro das tensões de flexão.

O equilíbrio dos momentos devido às tensões de flexão em relação ao eixo neutro é dado pela seguinte expressão:

$$M = P.v = \int_{\bar{y}-y_1}^{\bar{y}} d\sigma_U (y - \bar{y} + y_1) dA + \int_{-(d-\bar{y})}^{\bar{y}-y_1} d\sigma_L (\bar{y} - y_1 + y) dA \quad (2.18)$$

Substituindo as equações 2.15 na equação 2.18, chega-se a:

$$P.v = -v''(EI_1 + E_r I_2) \quad (2.19)$$

onde:

$$I_1 = \int_{\bar{y}-y_1}^{\bar{y}} (y - \bar{y} + y_1)^2 dA \quad (2.20)$$

$$I_2 = \int_{-(d-\bar{y})}^{\bar{y}-y_1} (\bar{y} - y_1 + y)^2 dA$$

são, respectivamente, os momentos de inércia das áreas à esquerda e à direita do eixo neutro da figura 2.7b.

Rearranjando a equação 2.19 e diferenciando-a duas vezes, chega-se à seguinte equação diferencial:

$$v^{iv} + k^2 v'' = 0 \quad (2.21)$$

onde:

$$k^2 = \frac{P}{E_r I}$$

$$E_r = \frac{EI_1}{I} + \frac{EI_2}{I} \quad (\text{chamado de módulo reduzido ou duplo módulo}) \quad (2.22)$$

A solução é:

$$v = A \cdot \text{sen } kx + B \cos kx + Cx + D \quad (2.23)$$

Aplicando-se as condições de contorno, chega-se a $A \text{sen } kl = 0$, que, para ser satisfeita, deve-se ter $\text{sen } kl = 0$ e portanto:

$$P_r = \frac{\pi^2 E_r I}{L^2} \quad (2.24)$$

A carga P_r é chamada de Carga do Módulo Reduzido e como $E_t < E_r < E$, será sempre maior que a carga P_t e menor que a carga P_e .

Pelo conceito teórico da estabilidade clássica, a teoria do módulo reduzido era mais correta; todavia, os resultados obtidos em laboratório mostravam que as barras flambavam com cargas bem mais próximas da carga do módulo tangente. O aparente paradoxo veio a ser solucionado somente em 1947, com o trabalho de Shanley[52,53].

2.1.4 - FLAMBAGEM INELÁSTICA - MODELO DE SHANLEY

Acreditava-se que as discrepâncias entre a teoria e o resultado dos testes eram devidas à curvatura inicial da barra e à excentricidade de aplicação das cargas, que não podiam ser totalmente evitadas durante a execução dos testes.

Para confirmar esta suposição, Shanley[53] testou cuidadosamente pequenas colunas de alumínio. Foi detectado que os deslocamentos laterais iniciavam-se com cargas muito próximas à do módulo tangente, mas que eram acompanhadas de acréscimo de carga axial e que havia reversão da deformação, sendo que em nenhum caso atingiu-se a carga do módulo reduzido (figura 2.8).

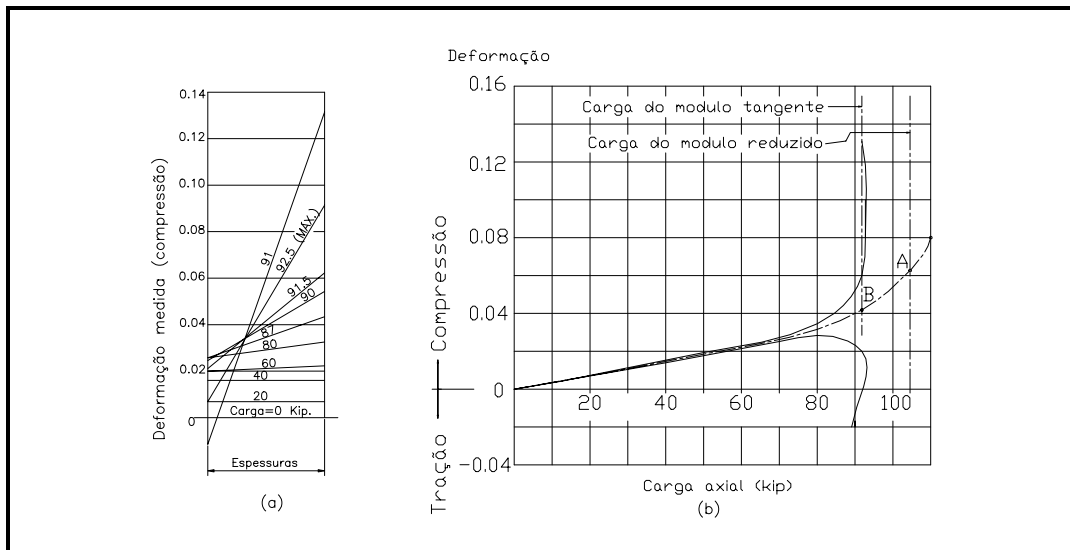


Figura 2.8 - (a) Distribuição de deformação obtida no ensaio, (b) Deformações em faces opostas da coluna obtidas no ensaio - adaptação da referência [53] (1 kip = 4,45 KN).

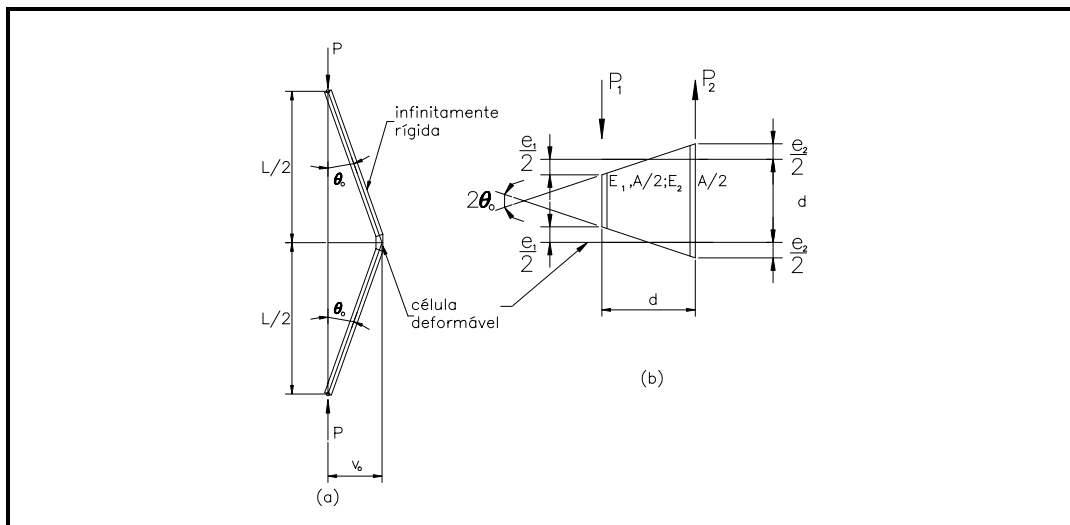


Figura 2.9 - Modelo de Shanley - Adaptação da referência [53].

Buscando explicar o fenômeno, Shanley usou o modelo mostrado na figura 2.9. Na posição deformada, pela geometria da figura 2.9b, tem-se a seguinte relação entre o ângulo de giro θ_o , a flecha v_o ($v_o \ll d$) e os deslocamentos e_1 e e_2 das mesas:

$$v_o = \frac{\theta_o L}{2} \quad \text{e} \quad \theta_o = \frac{(e_1 + e_2)}{2d} \quad (2.25)$$

Combinando as duas equações acima, pode-se calcular o momento externo na meia altura da barra:

$$M_e = P \cdot v_o = \frac{(e_1 + e_2)PL}{4d} \quad (2.26)$$

As forças nas duas mesas após o deslocamento são:

$$P_1 = \frac{E_1 e_1 A}{2d} \quad \text{e} \quad P_2 = \frac{E_2 e_2 A}{2d} \quad (2.27)$$

e o momento interno é:

$$M_i = \frac{dP_1}{2} + \frac{dP_2}{2} = \frac{(E_1 e_1 + E_2 e_2)A}{4} \quad (2.28)$$

Como $M_e = M_i$, tem-se para a carga P :

$$P = \frac{Ad}{L} \left(\frac{E_1 e_1 + E_2 e_2}{e_1 + e_2} \right) \quad (2.29)$$

No caso do comportamento ser elástico:

$$E_1 = E_2 = E \quad \text{e} \quad P_e = \frac{AEd}{L} \quad (2.30)$$

Pela teoria do módulo tangente:

$$E_1 = E_2 = E_t \quad \text{e} \quad P_t = \frac{AE_t d}{L} \quad (2.31)$$

A carga P_r do módulo reduzido é obtida com a consideração de que $P_1 - P_2 = 0$ nas equação 2.27 e com a substituição das equações 2.25 na equação 2.28. Usando-se a equação 2.31 e a notação $\alpha = E/E_t$, tem-se:

$$P_r = P_t \left(1 + \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right) \quad (2.32)$$

Para o caso geral, usando-se as equações 2.25, 2.27 e 2.29, chega-se finalmente à expressão:

$$P = P_t \left[1 + \frac{1}{\frac{d}{2\nu_o} + \frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \right] \quad (2.33)$$

Fazendo-se os limites: $\nu_o/d \rightarrow 0$ e $\nu_o/d \rightarrow \infty$, chega-se, respectivamente, a $P = P_T$ e $P = P_R$, conforme fig. 2.10 (supondo α constante), ou seja, a carga P_T é a carga limite na qual a barra pode permanecer reta. Uma vez atingida a carga P_T , os deslocamentos laterais deverão ser acompanhados simultaneamente de aumentos de cargas. A carga P_R somente será atingida no limite da deformação, pois, como se pode ver na fig. 2.10, a carga P tende assintoticamente à carga P , com o valor de α permanecendo constante. Na realidade, α varia com a

deformação e à medida que P vai crescendo, o valor de α vai progressivamente diminuindo, de tal forma que a curva atingirá um máximo, após o que começa a diminuir. Esta curva está representada pela linha pontilhada da fig. 2.10. O valor máximo estará compreendido entre P_t e P_R .

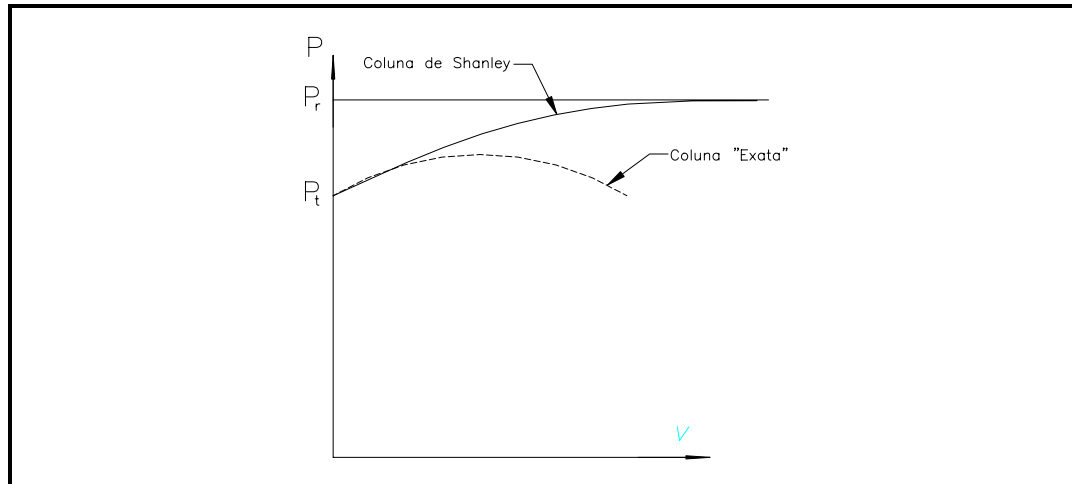


Figura 2.10 - Comportamento pós-flambagem de colunas de acordo com a teoria de Shanley.

Embora o modelo de Shanley seja bastante simplificado, as conclusões acima são também aplicáveis às estruturas reais, conforme trabalhos posteriores[20,29,33] que, juntamente com a teoria de Shanley, permitiram o desenvolvimento de uma análise racional para as peças submetidas à compressão axial.

Com o auxílio do modelo de Shanley, pode-se chegar às seguintes conclusões (figura 2.11):

- a) a teoria do módulo tangente fornece a máxima carga na qual ainda a barra permanece reta;
- b) a carga máxima real excede a carga do módulo tangente P_T e é inferior à carga do módulo reduzido P_R ;
- c) as cargas $P > P_T$ provocam deslocamentos laterais nas barras.

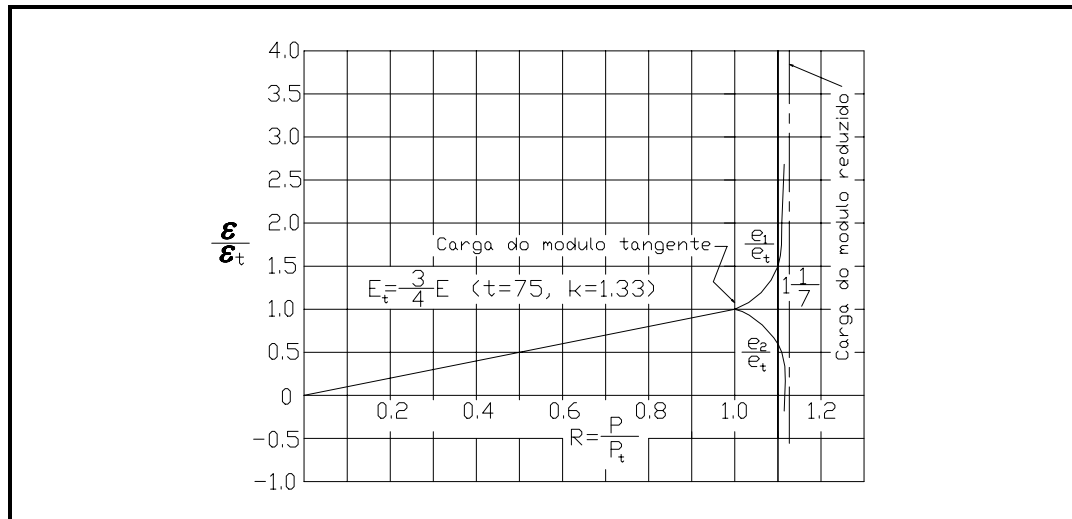


Figura 2.11 - Deformação calculada \times Carga aplicada para uma coluna hipotética - adaptação da referência [53].

Estudos teóricos em colunas supostas perfeitamente retas na fase inelástica[20] mostram que suas resistências últimas usualmente se encontram mais próximas da carga do módulo tangente do que da carga do módulo reduzido. A diferença em relação ao módulo tangente depende da seção transversal da coluna e principalmente das características do diagrama tensão \times deformação do aço, relativas à taxa de diminuição do módulo tangente E_t , na fase inelástica. Quanto maior for a taxa de diminuição do módulo tangente, mais próxima a carga última se encontra da carga do módulo tangente. Enquanto colunas constituídas de aço inoxidável apresentam resistência significativamente superior à da teoria do módulo tangente, esta diferença é bastante pequena para colunas fabricadas com aços comuns ao carbono de baixa e média resistência que constituem a maioria das colunas encontradas na prática[20]. A figura 2.12 mostra claramente o comportamento diferenciado destes dois tipos de aço. Os diagramas tensão \times deformação dos aços comuns ao carbono aproximam-se bastante do idealizado elastoplástico, com uma diminuição bastante rápida do módulo de rigidez tangente, com a conseqüente aproximação das cargas últimas e do módulo tangente. Por isso e pelo fato da maior simplicidade de se trabalhar com a teoria do módulo tangente, esta tem sido usualmente adotada na prática

para representar a resistência última de colunas axialmente carregadas, supostas inicialmente retas.

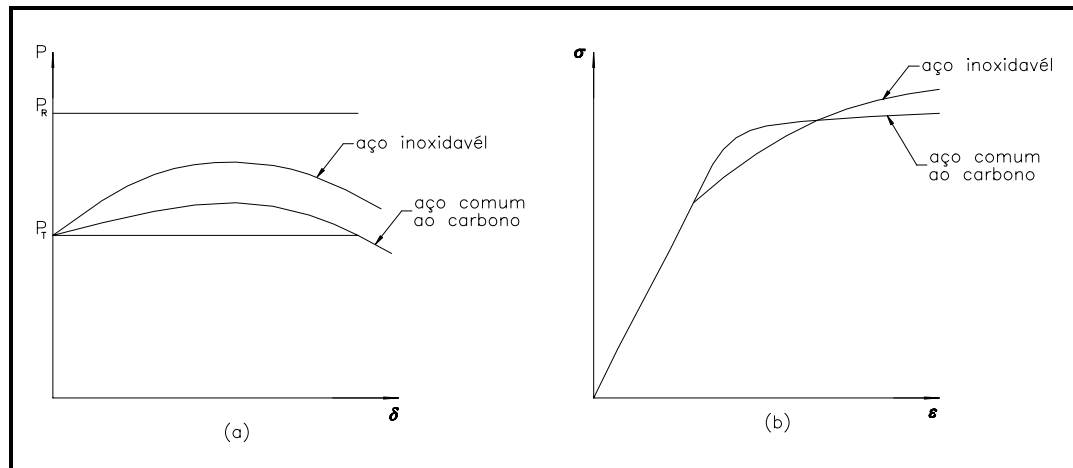


Figura 2.12 - Resistência última de colunas sem imperfeição inicial.

2.2 - FATORES QUE INFLUENCIAM A RESISTÊNCIA DE COLUNAS

2.2.1 - TENSÕES RESIDUAIS.

2.2.1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Perfis estruturais e chapas de aço contêm tensões que surgem e permanecem durante a transformação do aço em um produto acabado. Tais tensões, chamadas de tensões residuais, são derivadas de deformações plásticas que resultam essencialmente do resfriamento não-uniforme da peça.

Sendo de origem essencialmente térmica, as tensões residuais são influenciadas pelo módulo de elasticidade, pelo coeficiente de dilatação linear do material e pelo gradiente de temperatura[28,56]. Desta forma, a magnitude e a distribuição das tensões residuais dependem do tipo de seção transversal, da temperatura de laminação, corte ou soldagem, das condições de resfriamento, métodos de retificação das peças e das propriedades inerentes ao tipo de metal. A tensão de escoamento, entretanto, não afeta significativamente as tensões residuais, de acordo com Tall[55,56]. Acreditava-se inicialmente que a não-linearidade de parte do diagrama tensão \times deformação de barras axialmente comprimidas fosse inteiramente devida à curvatura inicial e à excentricidade acidental de carga. Huber e Beedle[30], entretanto, verificaram que as tensões residuais são a principal causa da não-linearidade do diagrama enquanto que os outros efeitos têm influência relativamente menor neste fenômeno.

2.2.1.2 - EFEITO DAS TENSÕES RESIDUAIS NA RESISTÊNCIA DE COLUNAS

O desenvolvimento a seguir, apresentado por Huber e Beedle[30] tem por objetivo mostrar a influência das tensões residuais na resistência das colunas.

Partindo da figura 2.13b, considere-se uma fibra a uma distância y do eixo neutro à flexão. A contribuição do momento fletor é dada por:

$$dM = \phi E_t y dA y \quad (2.34)$$

que, para a seção inteira, torna-se:

$$M = \int_A \phi E_t y^2 dA = \phi \int_A E_t y^2 dA \quad (2.35)$$

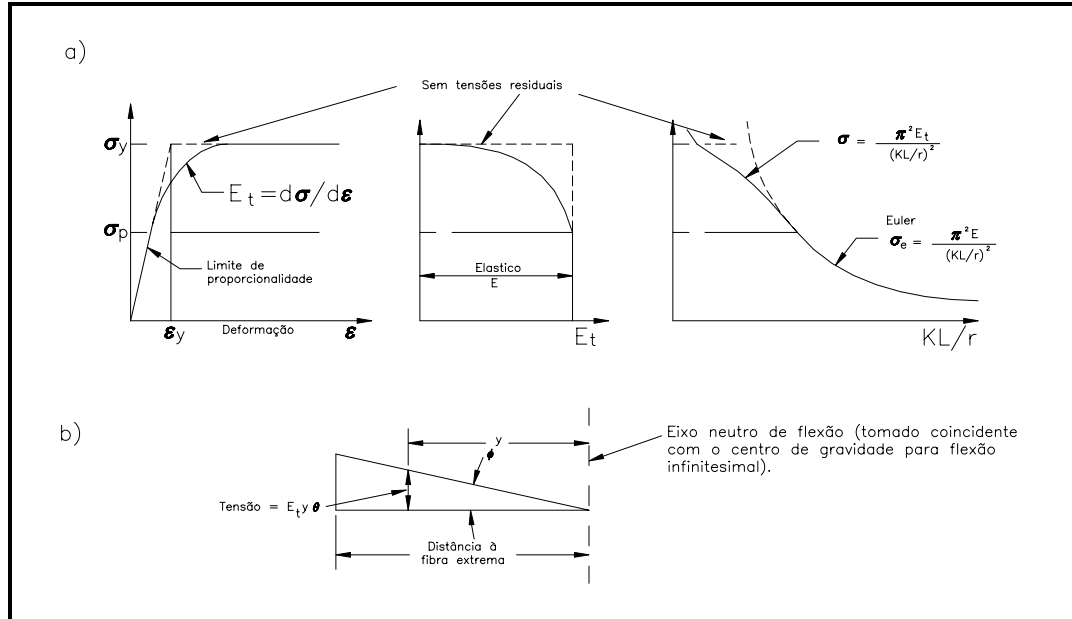


Figura 2.13 - (a) Diagramas tensão \times deformação e curvas de flambagem de perfis com e sem tensões residuais, (b) tensões na fibra a uma distância y do eixo neutro de flexão - adaptação da referência [50].

Da Resistência dos Materiais:

$$\phi = \frac{M}{(EI)_{ef}} = \frac{M}{E'I} \quad (2.36)$$

onde: $(EI)_{ef}$ = rigidez efetiva à flexão .

Substituindo a equação 2.36 na equação 2.35 e rearranjando, tem-se:

$$E' = \frac{1}{I} \int_A E_t y^2 dA \quad (2.37)$$

que pode ser chamado de módulo efetivo e ser usado na equação 2.10 como um valor equivalente para E_t .

Se a curva tensão \times deformação idealizada elastoplástica é usada (curva tracejada na figura 2.13a), a resistência à flexão das partes escoadas é zero. Para a parte que permanece elástica, a equação 2.37 torna-se:

$$E' = \frac{E}{I} \int_{A(\text{parte elástica})} y^2 dA = E \frac{I_e}{I} \quad (2.38)$$

onde:

$$I_e = \int_{A(\text{parte elástica})} y^2 dA = \text{momento de inércia da parte da seção que permanece elástica.} \quad (2.39)$$

Da equação 2.38 e 2.12 vem:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E (I_e / I)}{(kL/r)^2} \quad (2.40)$$

Para a distribuição de tensões residuais dada na figura 2.14[50] e flambagem em torno do eixo de menor inércia, tem-se(desprezando-se a alma):

$$\frac{I_e}{I} = \frac{2(2y_o)^3 t}{12} \times \frac{12}{2b^3 t} = \frac{8y_o^3}{b^3} \quad (2.41)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{8\pi^2 E (y_o/b)^3}{(kL/r)^2} \quad (2.42)$$

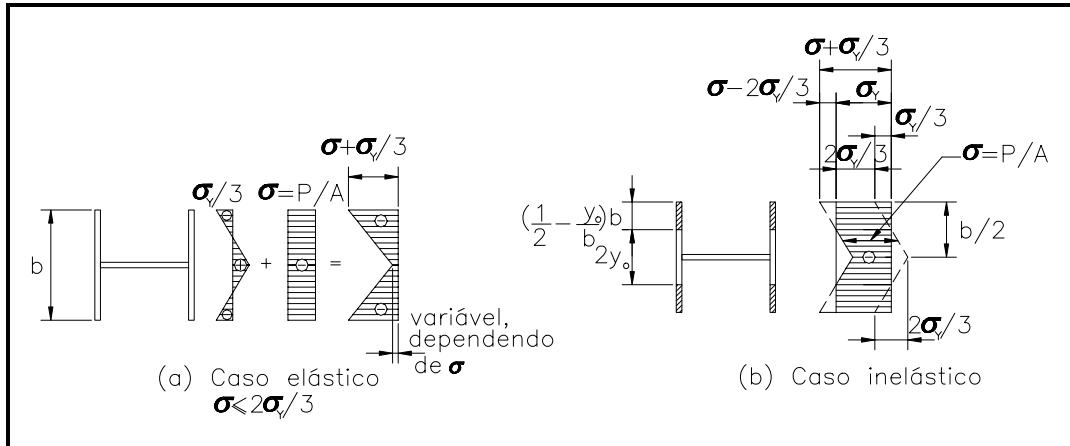


Figura 2.14 - Efeito da tensão residual na resistência das colunas - adaptação da referência [50].

A carga total durante o estágio elastoplástico é dada por:

$$P_{cr} = 2 \left[\sigma b t - 2 \left(\frac{1}{2} \right) \left(\sigma - \frac{2\sigma_y}{3} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{y_o}{b} \right) b t \right] \quad (2.43)$$

que é a área hachurada do diagrama de tensões da figura 2.14b. Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\left(\sigma - \frac{2\sigma_y}{3} \right)}{\left(\frac{1}{2} - \frac{y_o}{b} \right) b} = \frac{2\sigma_y}{3 \left(\frac{b}{2} \right)} \quad (2.44)$$

Resolvendo para σ :

$$\sigma = \left(1 - \frac{y_o}{b} \right) \times 4 \times \left(\frac{\sigma_y}{3} \right) \quad (2.45)$$

Substituindo a equação 2.45 na equação 2.43 e arranjando:

$$P_{cr} = A\sigma_y \left(1 - \frac{4}{3}\right) \left(\frac{y_o}{b}\right)^2 \quad \text{e} \quad (2.46)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \sigma_y \left[1 - \frac{4}{3}\left(\frac{y_o}{b}\right)^2\right] \quad (2.47)$$

Utilizando-se as equações 2.42 e 2.47, pode-se traçar o diagrama $\sigma_{cr} \times kL/r$ [50] mostrado na figura 2.15, para $\sigma_y = 36$ ksi (250 MPa) e $\sigma_y = 100$ ksi (700 MPa).

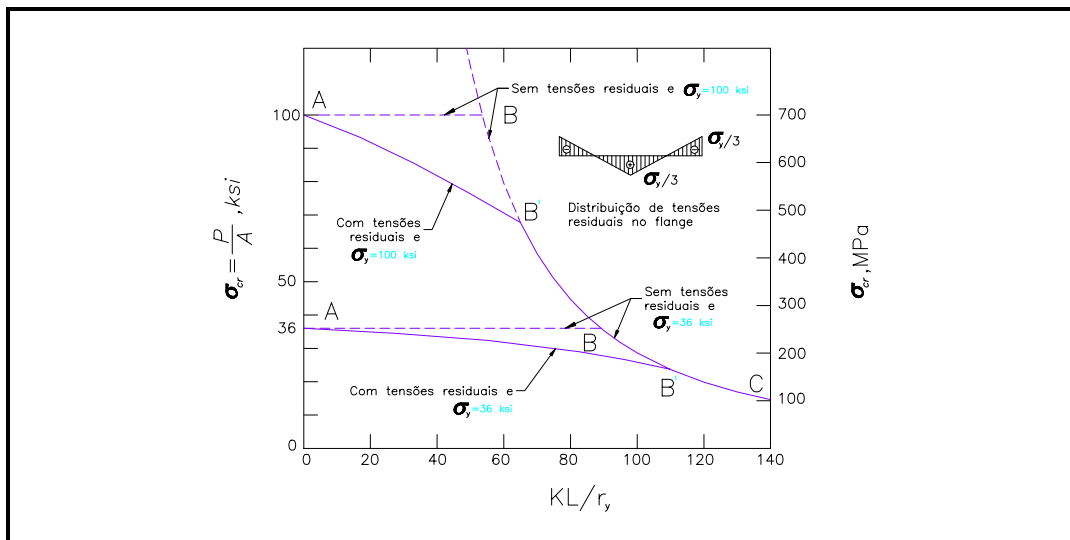


Figura 2.15 - Curvas de resistência pela teoria do Módulo Tangente considerando distribuição linear de tensões residuais - adaptação da referência [50] (1 ksi = 6,895 MPa).

Se não houvesse tensões residuais, o diagrama da figura 2.15 seria dado por ABC . A presença de tensões residuais diminui a resistência das colunas a partir do ponto B' , onde a flambagem deixa de ser totalmente elástica. A diferença entre as duas curvas ABC e $AB'C$ representa numericamente a influência das tensões residuais na resistência de colunas supostas perfeitamente retas. Como se pode ver, a influência é mais pronunciada na região de média esbeltez.

Estudar-se-á, a seguir, como a resistência das colunas (teoria do módulo tangente) é influenciada pela distribuição das tensões residuais[40]. Quatro tipos foram selecionados, representando as distribuições de tensões residuais de perfis tipo H devidas aos diversos métodos de fabricação comumente usados. Os tipos 1 e 2 representam as distribuições comumente encontradas nos perfis soldados formados por chapas cortadas a maçarico. No tipo 3, uma pequena parte das bordas das mesas possui tensões residuais de compressão enquanto o restante das mesas contém tensões residuais de tração. Este tipo de distribuição é característico dos perfis laminados a quente. O tipo 4 contém tensões residuais de compressão em pouco mais da metade da largura da mesa e é geralmente encontrado em perfis soldados formados por chapas com bordas laminadas.

Para cada tipo de distribuição foram traçadas as curvas $P/P_y \times L/r$ para flambagem em torno dos eixos de menor e maior inércia, conforme mostrado na figura 2.16 para o perfil 12H79 (CS 315×120) e na figura 2.17 para o perfil 14H202 (CS 400×300), respectivamente (ver tabela 4.3).

Eixo de menor inércia - 12H79 - O tipo 1 representa a distribuição real medida no perfil 12H79. No tipo 2 as tensões de tração das bordas das mesas são mais elevadas. A carga do módulo tangente correspondente indica que esta mudança na tensão residual aumenta a resistência da coluna para baixos valores de L/r . A curva para a distribuição tipo 3 situa-se abaixo das curvas dos tipos 1 e 2, indicando uma menor resistência em todas as faixas de L/r para flambagem em torno do eixo de menor inércia. A distribuição tipo 4 reduz a resistência das colunas, conforme indicado pela curva inferior da figura 2.16a.

Eixo de maior inércia - 12H79 - Já para a flambagem em torno do eixo de maior inércia, a posição relativa das quatro curvas é diferente (figura 2.16b). A

distribuição tipo 3 possui a resistência mais elevada enquanto que as outras três curvas localizam-se em uma estreita faixa abaixo. A resistência mais elevada da distribuição tipo 3 é resultado da grande faixa de tensões residuais de tração em cada mesa e da posição afastada desta faixa em relação ao eixo neutro. Outro ponto importante é que, para baixas relações L/r , as curvas de flambagem indicam quase a mesma resistência, enquanto que, para o eixo de menor inércia, as curvas são bem separadas. Desta forma, pode-se concluir que o efeito das tensões residuais é mais preponderante na flambagem em torno do eixo de menor inércia do que na flambagem em torno do eixo de maior inércia.

Eixo de menor inércia - 14H202 - As quatro distribuições correspondem às usadas para o perfil 12H79 mas variam um pouco devido às chapas mais espessas do perfil 14H202. As quatro curvas têm a mesma posição relativa que as da figura 2.16a. Há entretanto duas diferenças. Primeiro, para o perfil 14H202, o aumento da resistência da distribuição tipo 1 comparado à distribuição tipo 3 é maior do que para o perfil 12H79. Segundo, a curva de distribuição tipo 2 mostra um aumento maior na resistência em relação à distribuição tipo 1 em uma maior gama de relação L/r . Donde se pode concluir que, aparentemente, o efeito das tensões residuais não é reduzido em colunas mais pesadas.

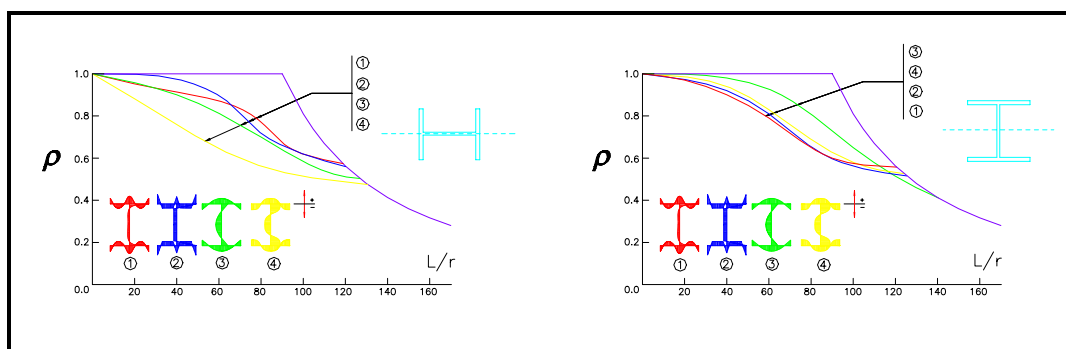


Figura 2.16 - Efeito das tensões residuais na resistência de colunas pela teoria do Módulo Tangente no perfil 12H79: (a) flambagem em torno do eixo de menor inércia; (b) flambagem em torno do eixo de maior inércia - adaptação da referência [40].

Eixo de maior inércia - 14H202 - Pode-se notar que a posição relativa das curvas é idêntica em relação às curvas do perfil 12H79 da figura 2.16b. Novamente, fica evidenciado que o efeito das tensões residuais é mais pronunciado na flambagem em torno do eixo de menor inércia.

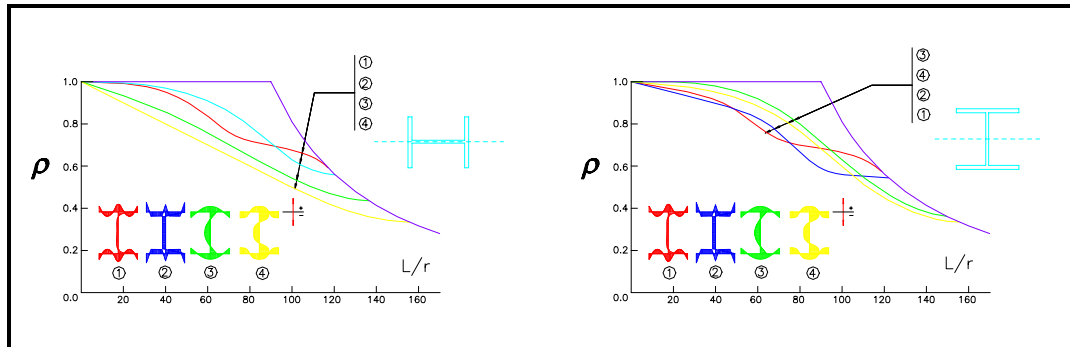


Figura 2.17 - Efeito das tensões residuais na resistência de colunas pela teoria do Módulo Tangente no perfil 14H202: (a) flambagem em torno do eixo de menor inércia; (b) flambagem em torno do eixo de maior inércia - adaptação da referência [40].

2.2.1.3 - TENSÕES RESIDUAIS EM PERFIS LAMINADOS A QUENTE.

Em perfis laminados a quente, as mesas, sendo a parte mais espessa, resfriam-se mais lentamente do que a região das almas. Da mesma forma, a parte central das mesas resfria-se mais lentamente do que as bordas. Em conseqüência, aparecerão tensões residuais de compressão nas regiões de resfriamento mais rápido e tensões residuais de tração onde o resfriamento for mais lento. Isto se dá, respectivamente, nas bordas das mesas e na porção central da alma e na junção entre a alma e as mesas, conforme se pode perceber na figura 2.18[28]. Deve-se observar o aumento das tensões residuais, notadamente as tensões de compressão nas mesas, à medida que se aumenta o tamanho do perfil.

A figura 2.19 evidencia este fato ao mostrar as tensões residuais em dois perfis laminados, um leve e outro pesado.

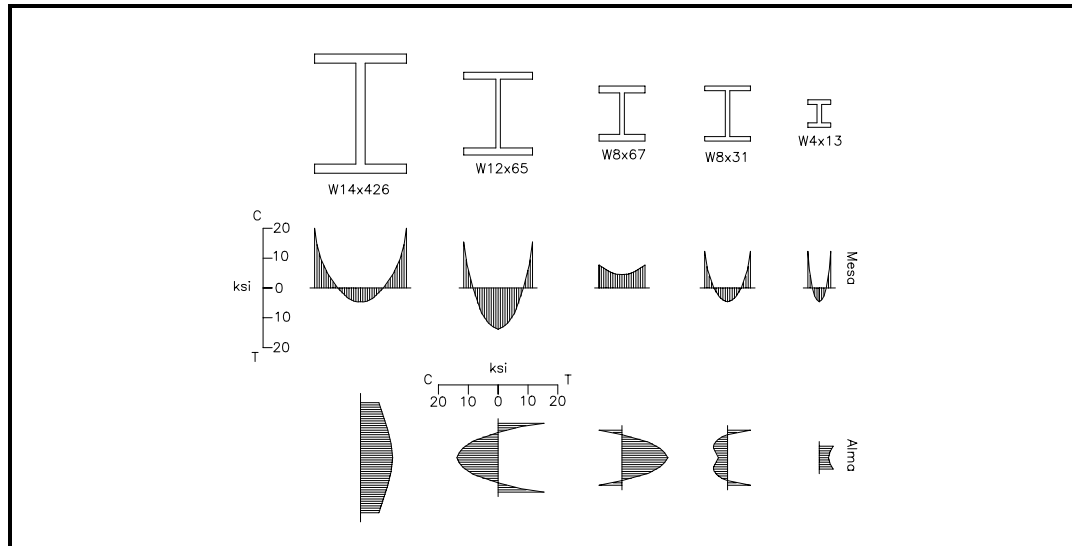


Figura 2.18 - Distribuição de tensões residuais em perfis laminados - adaptação da referência [28] (1 ksi = 6,895 MPa).

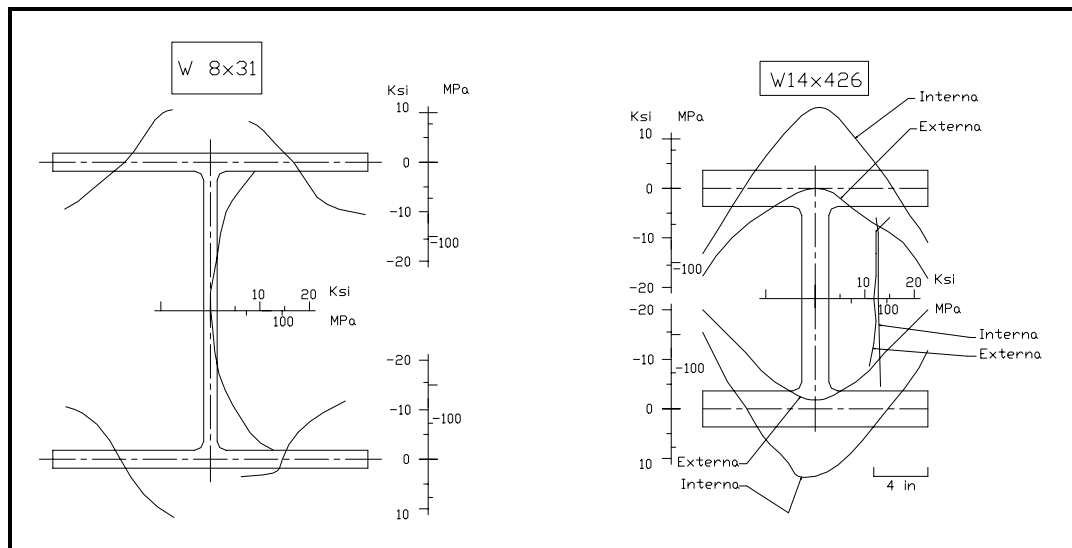


Figura 2.19 - Comparação entre tensões residuais de perfis laminados leves e pesados - adaptação das referências [25,56].

As curvas de cargas críticas, calculadas com base nas tensões residuais dos cinco tipos particulares de perfis da figura 2.18, são dadas na figura

2.20 para flambagem em torno do eixo de menor inércia. Observa-se a diminuição das resistências à medida que se aumenta o tamanho do perfil.

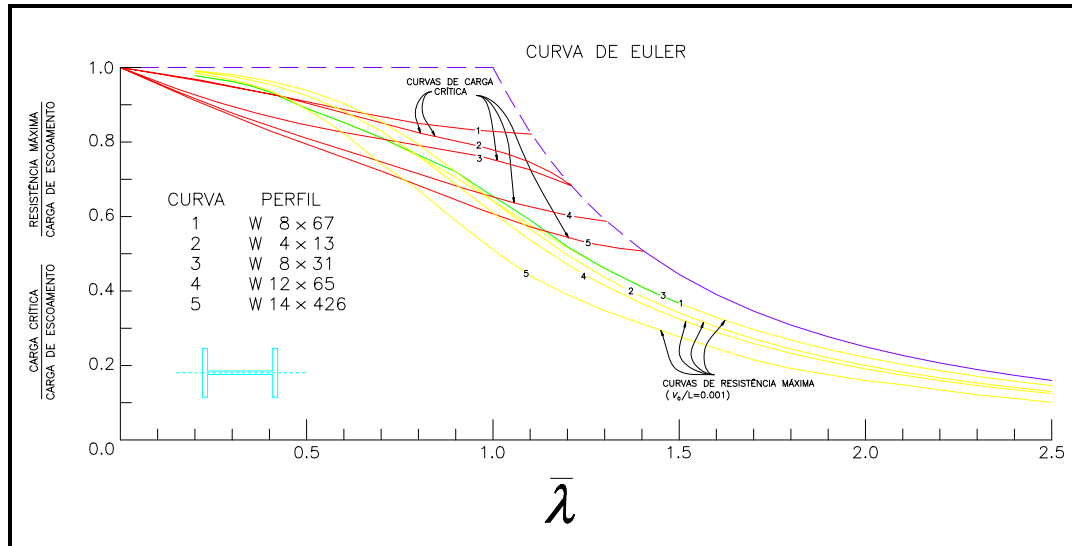


Figura 2.20 - Curvas de carga crítica e de resistência última para os perfis laminados indicados - adaptação da referência [34].

2.2.1.4 - TENSÕES RESIDUAIS EM PERFIS SOLDADOS

Para os perfis soldados serão considerados dois casos:

Perfis formados com chapas de bordas laminadas - As chapas por si só já apresentam tensões residuais resultantes do resfriamento desigual após a laminação. Ao se executar a solda de união das mesas com a alma, o aquecimento e o posterior resfriamento não-uniforme da seção introduzirão tensões que aumentarão a intensidade e a largura da região das tensões residuais de compressão nas mesas. O valor dessas tensões é significativamente maior que o das tensões dos perfis laminados a quente, com conseqüente diminuição na resistência à flambagem dos perfis soldados UM[56].

Perfis formados com chapas cortadas a maçarico - Nestes perfis, o corte a maçarico introduz tensões de tração nas bordas das chapas que agem favoravelmente na resistência à compressão[56]. A figura 2.21 mostra qualitativamente a comparação entre as tensões residuais das chapas UM e FC antes e após a soldagem, juntamente com valores médios das tensões antes da soldagem.

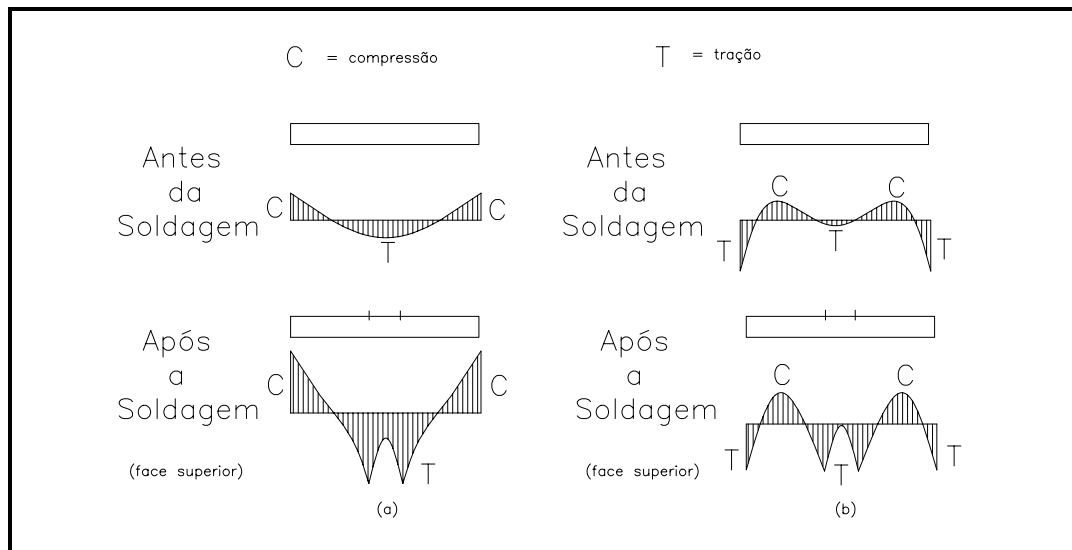


Figura 2.21 - Comparação qualitativa de tensões residuais em chapas com bordas laminadas (a), e bordas cortadas a maçarico (b).

Diversos estudos foram realizados para se determinar o efeito das dimensões da seção transversal dos perfis nas tensões residuais. Foi demonstrado[1,12,41,56] que a soldagem tem uma maior influência na distribuição e magnitude das tensões residuais de perfis pequenos e médios do que de perfis pesados. Na figura 2.22 pode-se notar a grande diferença entre as tensões residuais para os perfis 12H79 e 14H202 de massas $118,5 \text{ kg/m}$ e $322,4 \text{ kg/m}$, respectivamente. Na junção entre a mesa e a alma, o efeito da solda nas chapas mais finas do perfil 12H79 é claramente evidenciado pela presença de maior tensão residual de tração. Pode-se geralmente dizer que, para perfis mais pesados, a solda representa uma menor percentagem da área total. O calor

imposto por unidade de volume é reduzido e desta forma a magnitude das tensões residuais será menor. Na figura 2.23 pode-se ver a tensão residual das chapas do perfil 12H79 antes da execução da solda. Comparando-se as figuras 2.22a e 2.23, o efeito da solda nas tensões residuais finais pode ser notado. Na junção da mesa com a alma, o calor introduzido pela soldagem resulta em altas e localizadas tensões de tração após o resfriamento. Isto, por outro lado, causa um aumento nas tensões residuais de compressão na mesa para que o auto-equilíbrio interno seja mantido.

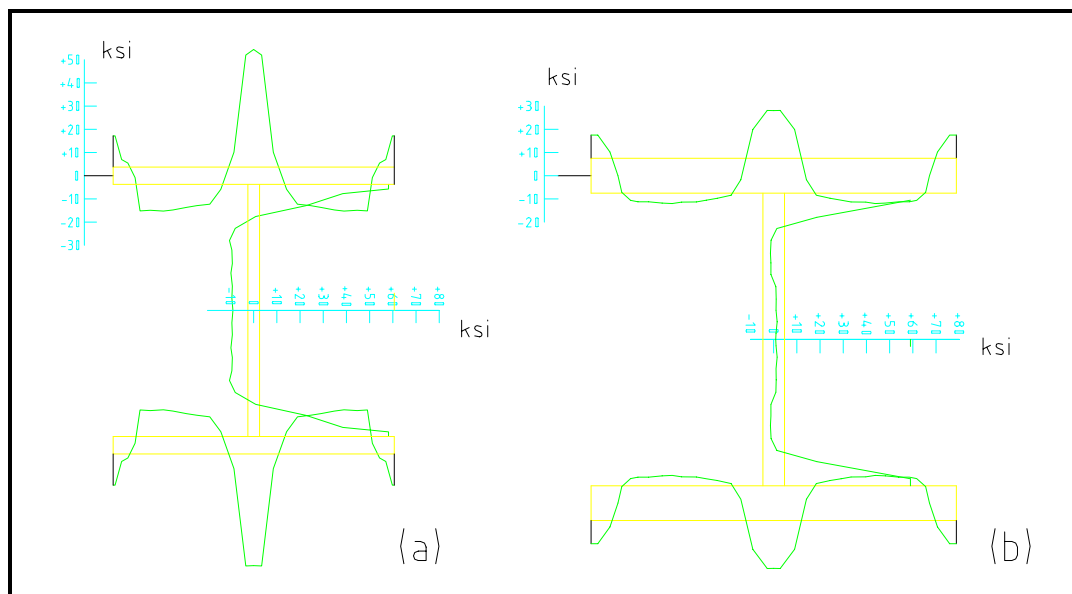


Figura 2.22 - Comparação de tensões residuais medidas nos perfis 12H79 (a) e 14H202 (b) (1 ksi = 6,895 MPa) - adaptação da referência [40].

Estudos comparativos[1,41] demonstram que o tipo de solda utilizada não é um fator significativo na formação de tensões residuais em perfis soldados. A comparação das tensões residuais nas figuras 2.24 e 2.26 para soldas de filete e nas figuras 2.25 e 2.27 para soldas de entalhe indica diferenças insignificantes. Isto ocorre, provavelmente, porque o calor introduzido na execução é da mesma ordem de grandeza para ambos os tipos de solda.

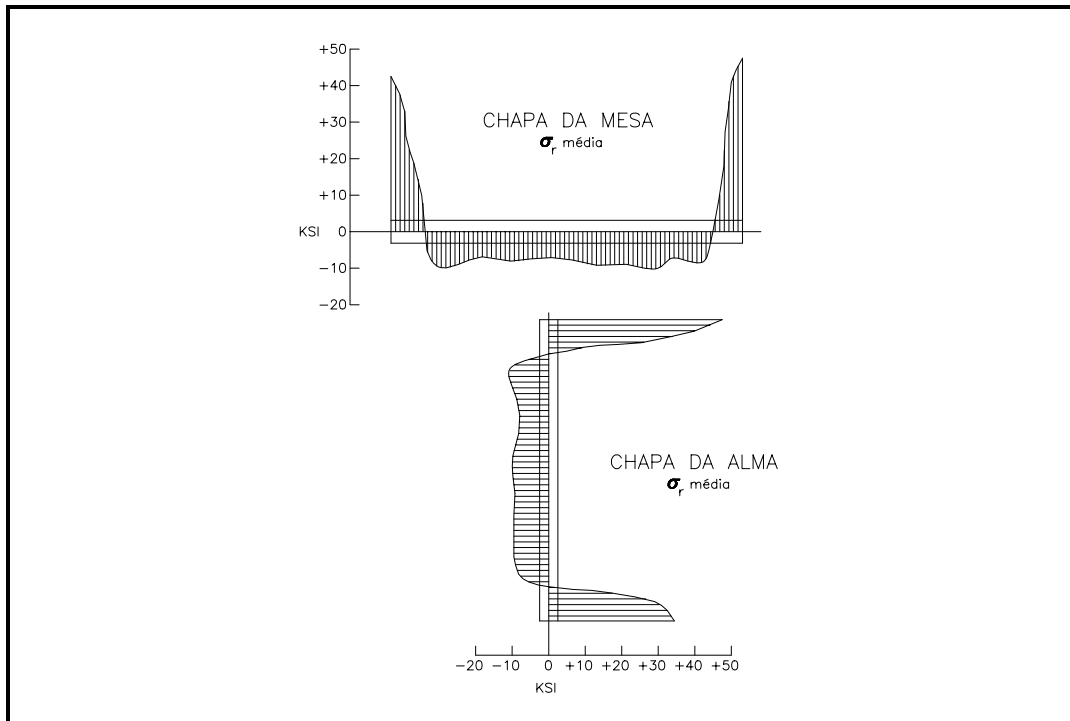


Figura 2.23 - Tensões residuais médias em chapas antes da soldagem (1 ksi = 6,895 MPa) - adaptado da referência [40].

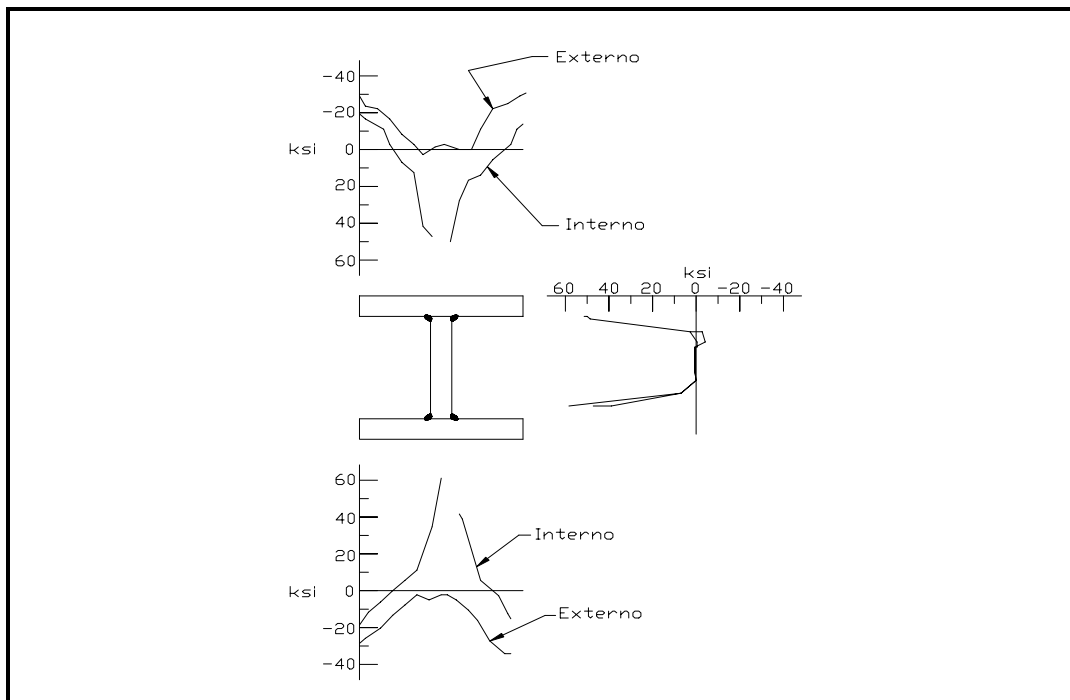


Figura 2.24 - Tensões residuais no perfil 15H290 (UM) - aço A-36, solda de filete (1 ksi = 6,895 MPa) - adaptação da referência [1].

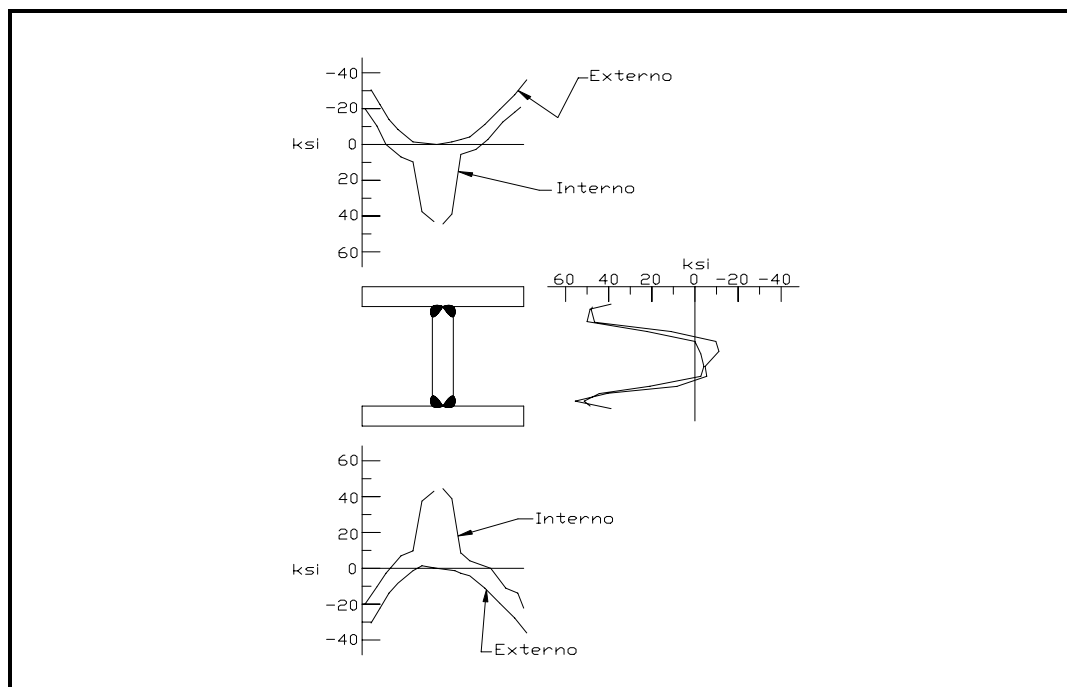


Figura 2.25 - Tensões residuais no perfil 15H290 (UM) - aço A-36, solda de entalhe (1 ksi = 6,895 MPa) - adaptação da referência [1].

Como foi visto, os perfis FC apresentam uma distribuição com altas tensões de tração nas bordas cortadas a maçarico, contrabalançadas por tensões de compressão na parte central das semi-mesas. O valor da tensão de tração nas bordas usualmente ultrapassa a tensão de escoamento do material virgem. Isto é possível porque as propriedades mecânicas do material próximo às bordas são alteradas pelo rápido resfriamento após o corte[28,56]. Outro fator que influencia é que a peça fica submetida a um estado triplo de tensões. Como as tensões locais nas zonas termicamente afetadas são normalmente de tração, isto é, de igual sinal nas três direções principais, o material pode sustentar uma tensão mais elevada do que a tensão de escoamento de um estado de tensão uniaxial[28]. Basicamente, estas condições prevalecem também na região das soldas e podem explicar as altas tensões de tração invariavelmente ali encontradas. Nesta região, tem-se um outro fator de grande importância. Ao se realizar a soldagem, ocorre a mistura do eletrodo e do metal base. As propriedades mecânicas dos eletrodos comumente usados são de melhor

qualidade do que as do metal base. Tem-se então três fatores que explicam a ocorrência de tensões de tração tão elevadas na região das soldas[28,56]:

- aumento da resistência devido à mistura do eletrodo com o metal base;
- aumento da resistência devido ao rápido resfriamento;
- estado triplo de tensões.

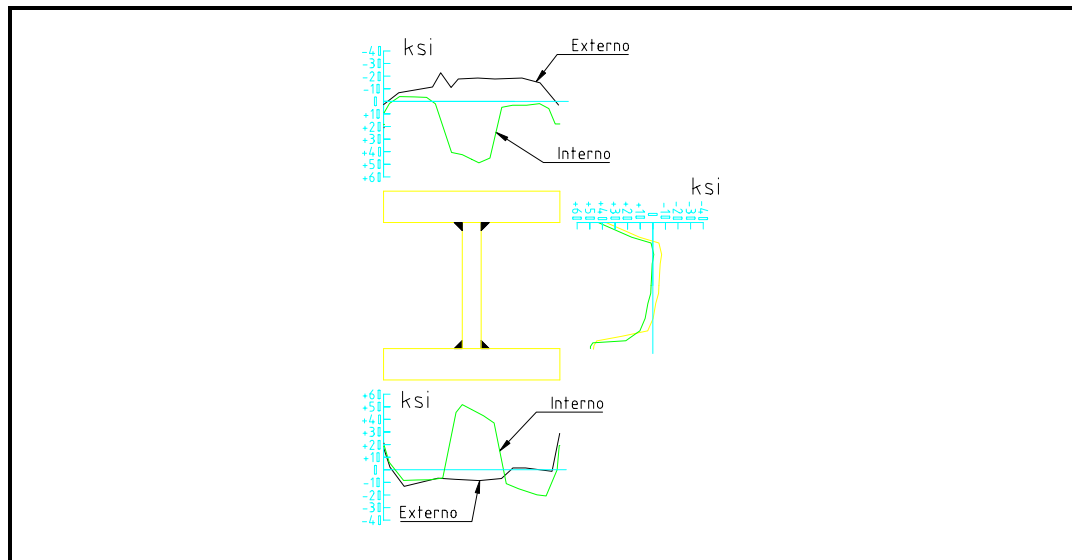


Figura 2.26 - Tensões residuais no perfil 15H290 (FC) - aço A-36, solda de filete (1 ksi = 6,895 MPa) - adaptação da referência [1].

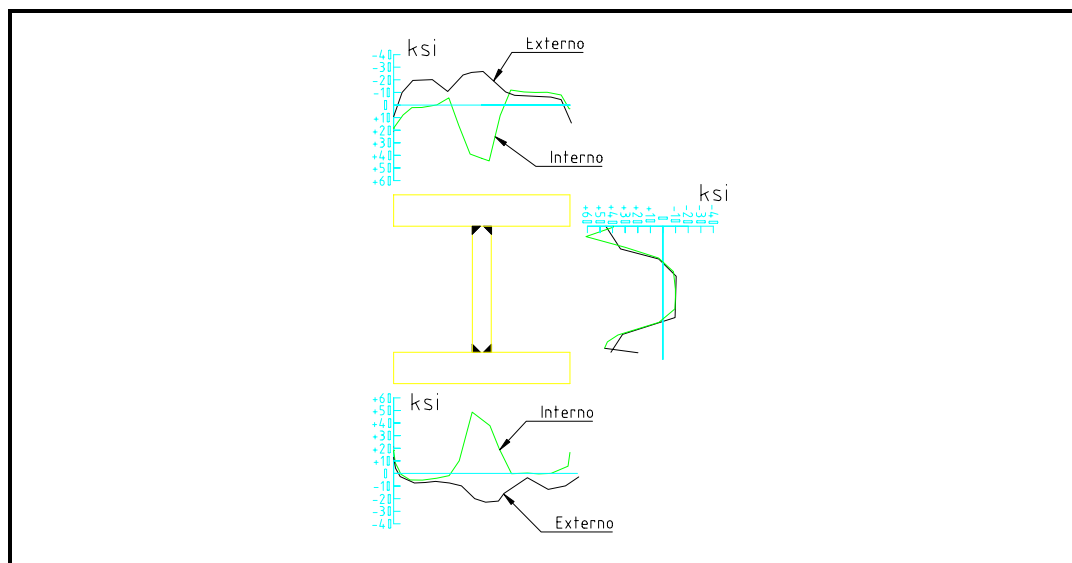


Figura 2.27 - Tensões residuais no perfil 15H290 (FC) - aço A-36, solda de entalhe (1 ksi = 6,895 MPa) - adaptação da referência [1].

A distribuição das tensões residuais em perfis e chapas pesadas não é uniforme através da espessura. À medida que a espessura aumenta, a diferença entre as tensões residuais das duas faces também aumenta, podendo atingir valores superiores a 70 MPa [28]. Como exemplo, a figura 2.28 mostra um diagrama de isotensões para um perfil soldado pesado formado com chapas cortadas a maçarico. Constatou-se[8,9], entretanto, que as cargas críticas e as resistências últimas de colunas calculadas baseando-se na distribuição completa das tensões residuais, são apenas levemente inferiores àquelas calculadas assumindo-se tensões residuais constantes através da espessura e tomadas iguais à média das tensões medidas nas faces superior e inferior das chapas.

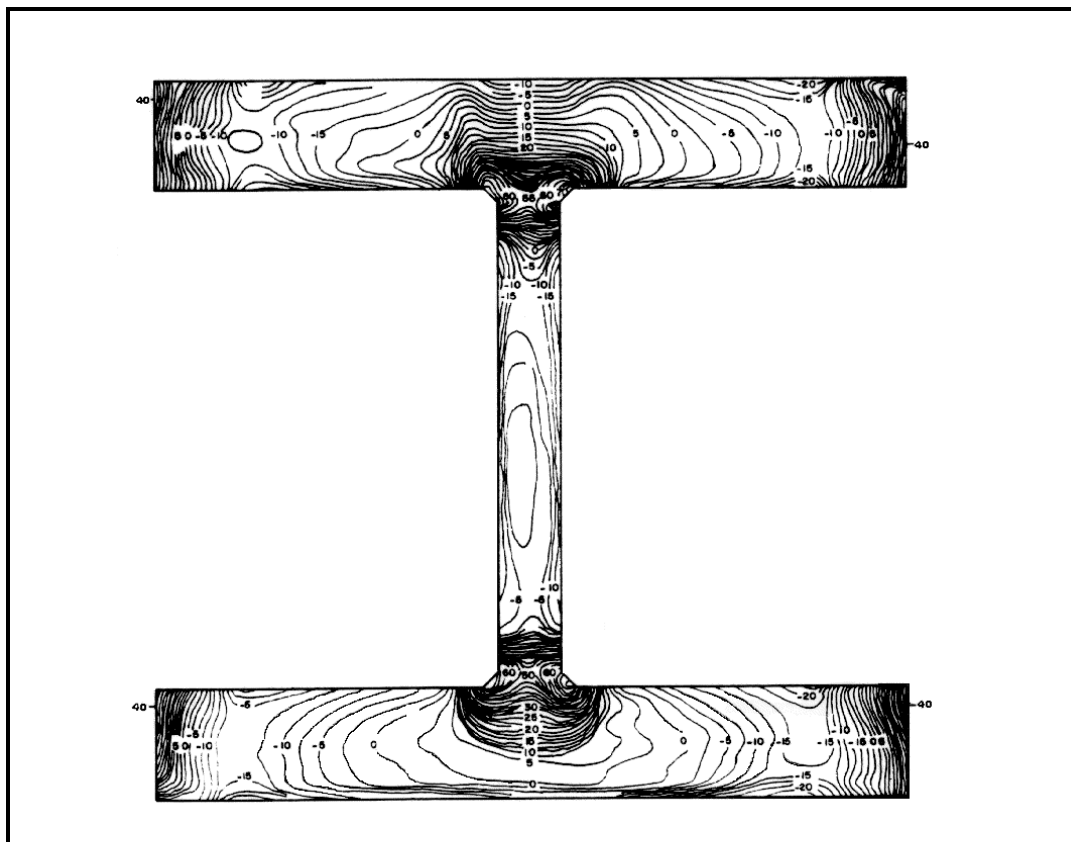


Figura 2.28 - Diagrama de isotensões para um perfil soldado WW 23×681 (FC) (Tensões em ksi, 1 ksi = 6,895 MPa) - adaptado da referência [28].

Em geral, os perfis soldados FC exibem resistência bem mais elevada do que os perfis soldados UM[7,8,9,28,56], conforme demonstrado pelos estudos apresentados no item 2.1.1.2 e pelas curvas da figura 2.29. Pode-se em geral dizer que os perfis soldados FC apresentam resistência similar aos perfis laminados de mesmas proporções enquanto que os perfis UM tendem a ser comparativamente menos resistentes[8,9,56]. Esta é a razão pela qual a CSA (Canadian Standard Association)[15,16] exige que os perfis soldados sejam executados somente por chapas cortadas a maçarico. Para os perfis UM esta norma indica uma curva de menor resistência.

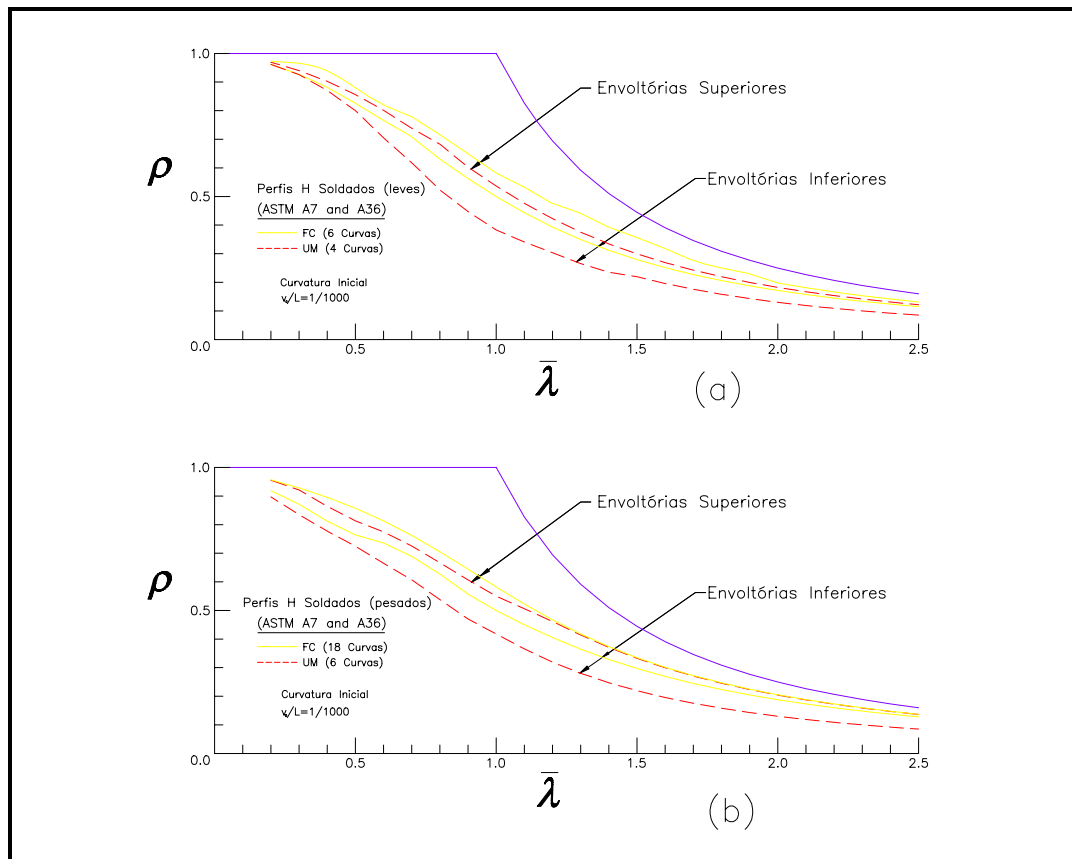


Figura 2.29 - Comparação de curvas de resistência última de perfis soldados FC e UM: (a) leves, (b) pesados - adaptação da referência [8].

O alívio de tensões por recozimento e normalização das chapas componentes antes da soldagem dos perfis aumenta bastante a resistência das

colunas mais pesadas, por reduzir a magnitude das tensões residuais[7,8,9,28,56]. A figura 2.30 compara as curvas de resistência de perfis FC e UM com as curvas do mesmo perfil com alívio de tensões.

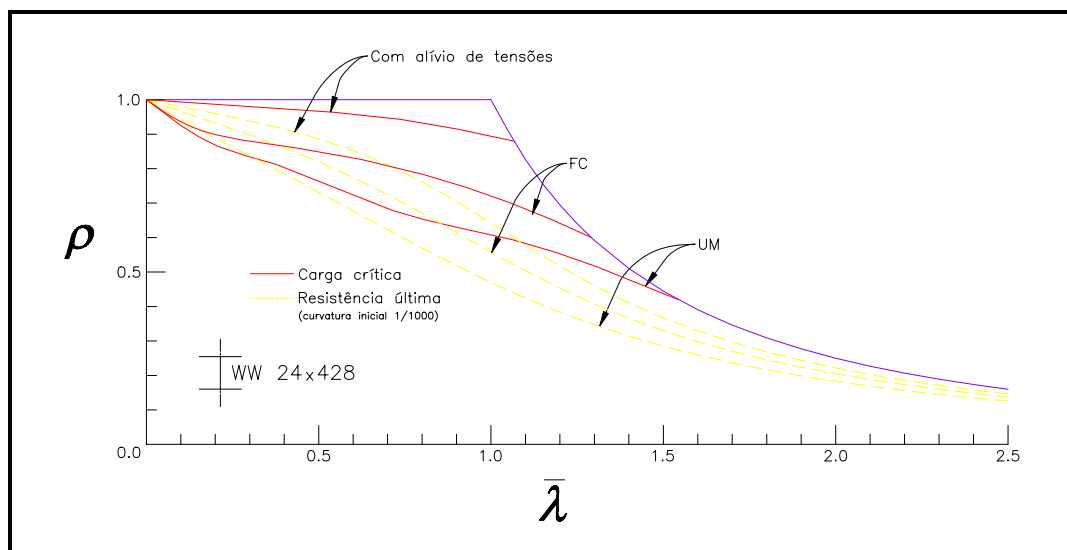


Figura 2.30 - Comparação de cargas críticas e resistências últimas de perfis FC e UM com e sem alívio de tensões - adaptação da referência [28].

2.2.2 - CURVATURA INICIAL

Outro fator que influencia significativamente a resistência das colunas é a curvatura inicial[7,8,9,28]. A presença de imperfeições geométricas como a curvatura inicial das barras transforma o problema de flambagem em um problema do tipo carga-deslocamento, opondo-se ao problema de bifurcação do equilíbrio, típico da estabilidade clássica[44]. Para que se possa estudar como isso ocorre, considere-se a situação disposta na figura 2.31, supondo o regime elástico. Suponha-se que a curvatura inicial seja da forma senoidal descrita por:

$$v = v_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.48)$$

onde v_o é a amplitude da curva no meio do vão.

Para se considerar o equilíbrio num segmento da coluna, deve-se ter:

$$M = P \cdot v = \text{momento em um ponto qualquer da coluna} \quad (2.49)$$

Da Resistência dos Materiais, vem que $M = -EI \cdot (v'' - v_o'')$ e substituindo-se na equação 2.49 e usando-se a derivada segunda da equação 2.48 chega-se a:

$$EIv'' + Pv = -v_o \frac{\pi^2}{L^2} \text{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) EI \quad (2.50)$$

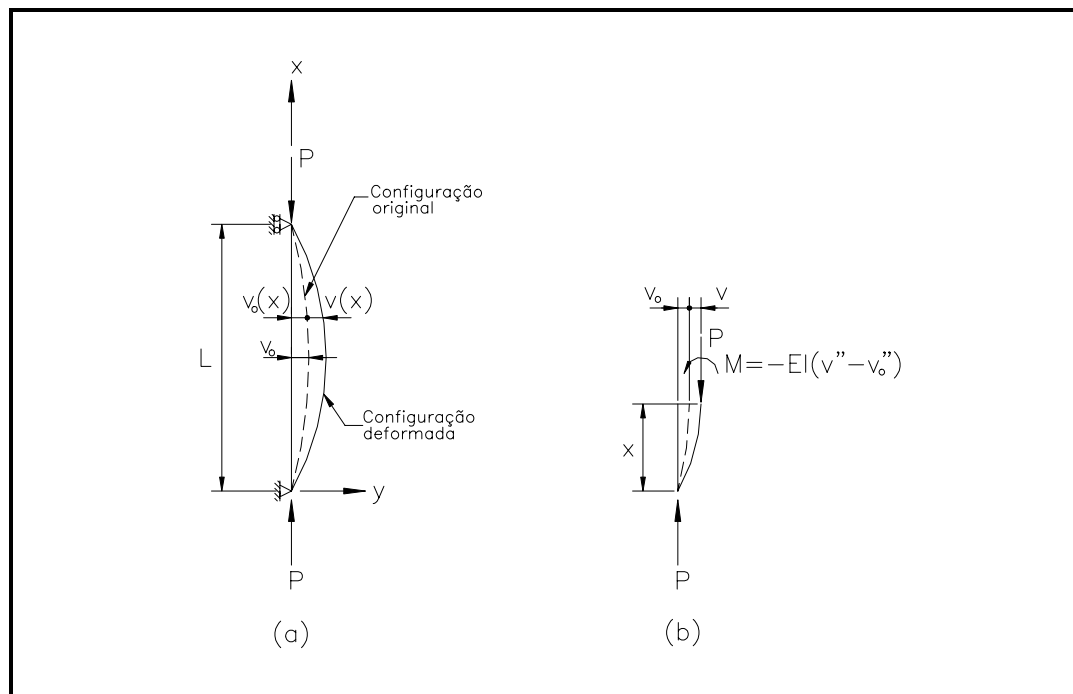


Figura 2.31 - Coluna com imperfeição inicial

Usando-se a notação $k^2 = P/EI$, a equação 2.50 torna-se:

$$v'' + k^2 v = -v_o \frac{\pi^2}{L^2} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L} \quad (2.51)$$

cuja solução geral é:

$$v = A \operatorname{sen} kx + B \cos kx + \frac{v_o}{\left(1 - \frac{k^2 L^2}{\pi^2}\right)} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.52)$$

As condições de contorno $v = 0$ para $x = 0$ e $x = L$ conduzem a:

$$v = \frac{v_o}{\left(1 - \frac{k^2 L^2}{\pi^2}\right)} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi x}{L}\right) = \frac{v_o}{1 - \frac{P}{P_E}} \times \operatorname{sen} \left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.53)$$

onde $P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2} =$ Carga de Euler .

A flecha máxima se dá no meio do vão ($x=L/2$) pela expressão:

$$v_{max} = \frac{v_o}{\left(1 - P/P_E\right)} \quad (2.54)$$

Traçando-se um gráfico $P \times v_{max}$, tem-se o que se apresenta na figura 2.32.

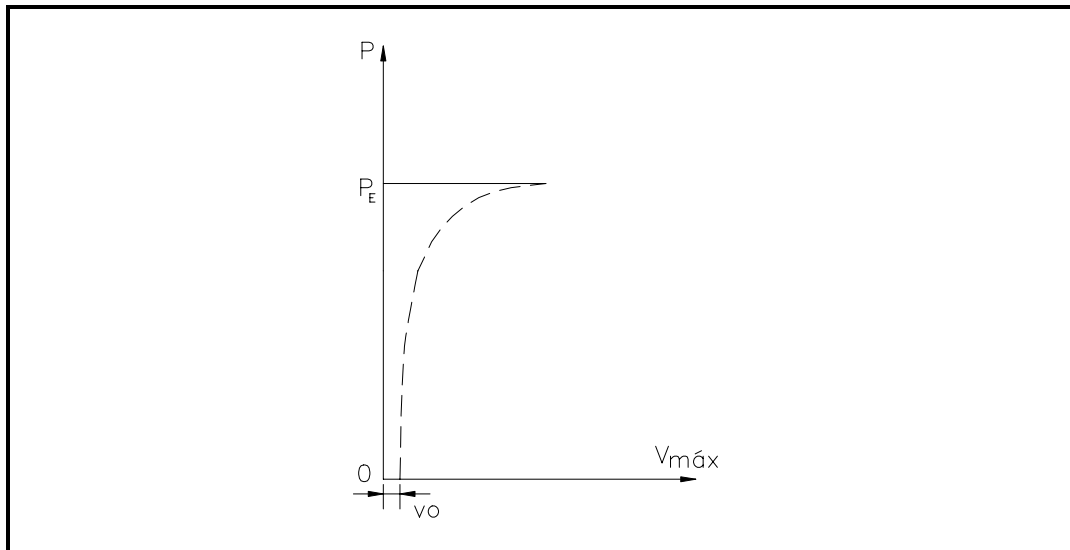


Figura 2.32 - Comportamento elástico de uma coluna com imperfeição inicial

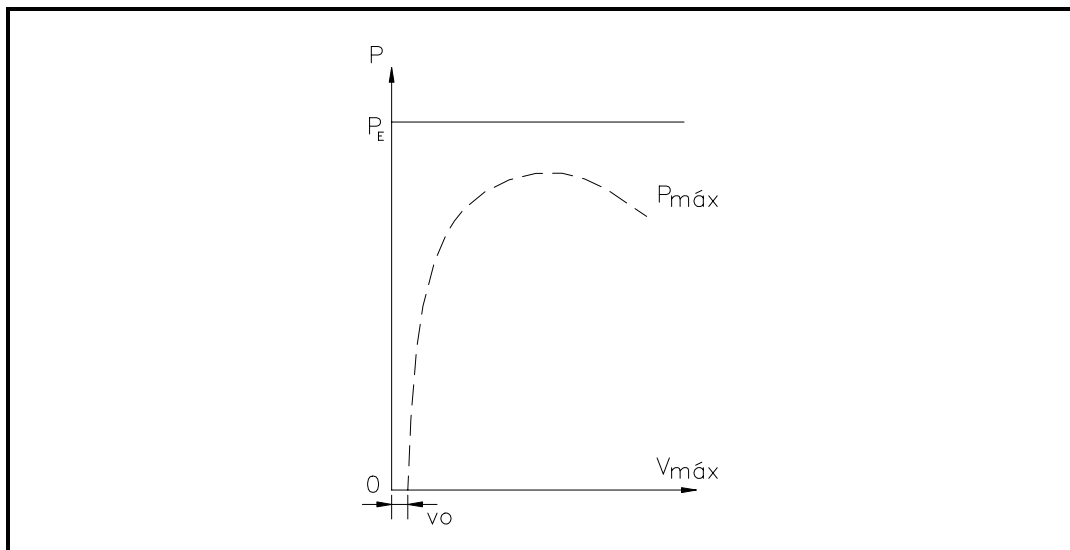


Figura 2.33 - Comportamento inelástico de uma coluna com imperfeição inicial.

Como se vê, o problema já não é mais um caso de bifurcação de equilíbrio, pois desde a primeira aplicação de carga se tem deslocamento lateral da barra. Pelo gráfico da figura 2.32 percebe-se que, quando a carga P tende ao valor da carga P_E , os deslocamentos tendem a crescer indefinidamente, isto é, a carga P tende assintoticamente à carga P_E .

Entretanto, o disposto acima é válido apenas para o regime elástico. Para o regime inelástico, como foi visto para as colunas supostas inicialmente retas, a rigidez da coluna é reduzida pelo escoamento precoce de parte da seção devido à presença de tensões residuais de compressão. Desta forma é atingido um máximo de resistência (ver figura 2.33) quando o momento externo causado pelo produto da carga P pelo deslocamento v é equilibrado pelo máximo momento interno que a barra pode produzir, ou seja quando a seção crítica estiver totalmente plastificada[6,28].

Para barras cujos índices de esbeltez fazem com que a flambagem ocorra no regime inelástico, os efeitos da curvatura inicial são fenômenos de grande complexidade[6]. Os efeitos isolados não podem simplesmente ser somados para se obter os efeitos combinados na determinação da resistência última das colunas, como se verá a seguir[6].

Na figura 2.34 são traçadas as curvas obtidas pela divisão da resistência de colunas de aço com imperfeições iniciais (isoladas ou combinadas) pela resistência de colunas idealizadas perfeitas, ou seja, sem a presença de tensões residuais ou curvatura inicial, em função do índice de esbeltez L/r . A resistência de tais colunas perfeitas é dada pela carga de escoamento ($A \cdot \sigma_y$) para índices de esbeltez inferiores a $\pi\sqrt{E/\sigma_y}$ e pela carga de Euler (P_E) para índices de esbeltez superiores a $\pi\sqrt{E/\sigma_y}$. A figura 2.34 é baseada em flambagem em torno do eixo de menor inércia mas as curvas para flambagem em torno do eixo de maior inércia são similares.

As curvas A mostram os efeitos das tensões residuais isoladas, não sendo considerados os efeitos da curvatura inicial ou seja, as colunas são inicialmente perfeitamente retas. Para valores de L/r superiores a $\pi\sqrt{E/(\sigma_y - \sigma_r)}$,

o regime é perfeitamente elástico e a relação entre as resistências passa a ser constante e igual a 1,0. As curvas *B* mostram os efeitos da curvatura inicial isolados. Os efeitos isolados da curvatura inicial e da tensão residual atingem um máximo quando a esbeltez L/r é dada pela relação $\pi\sqrt{E/\sigma_y}$. As curvas *C* mostram as resistências últimas teóricas calculadas com a consideração simultânea das tensões residuais e da curvatura inicial, enquanto que as curvas *D* representam as resistências obtidas subtraindo-se da soma das resistências (considerando-se os efeitos isolados), as resistências das colunas perfeitas, isto é, representam a soma: $A + B - I$. Nas imediações de $L/r = \pi\sqrt{E/\sigma_y}$, as curvas *C* estão colocadas acima das correspondentes curvas *D* mas, para L/r em torno de dois terços de $\pi\sqrt{E/\sigma_y}$, as curvas são praticamente coincidentes. Já para colunas mais esbeltas (valores de L/r elevados) as curvas *C* localizam-se abaixo das curvas *D*. Como se pode perceber, o comportamento é altamente não-linear, não sendo mais válido o princípio da superposição dos efeitos.

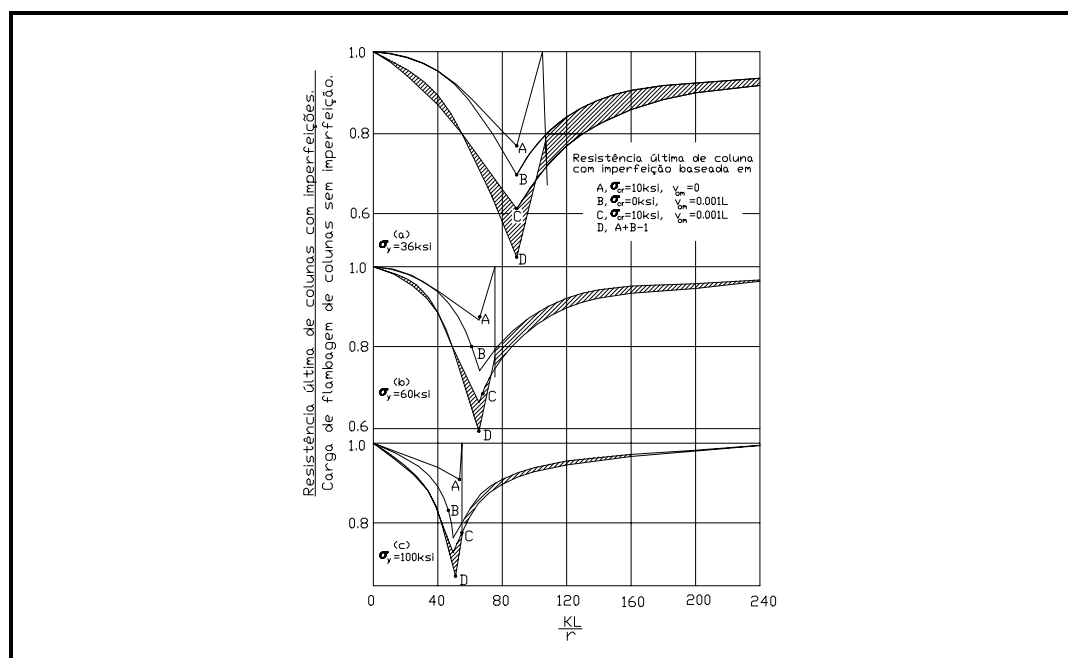


Figura 2.34 - Comparação de resistências últimas de colunas para diversas combinações de tensões residuais e curvaturas iniciais - adaptação da referência [6] (1 ksi = 6,895 MPa).

Na fig. 2.35 são traçadas as curvas das resistências adimensionais (P_u/P_y) em função de diversos valores de curvaturas iniciais (v_o/L). Estas curvas mostram[6], com maior clareza, como o aumento na tensão de escoamento tende a diminuir os efeitos das tensões residuais e das curvaturas iniciais. Pode-se mostrar também que os efeitos máximos das curvaturas iniciais que ocorrem para um índice de esbeltez elevado (entre 100 e 120) para os aços com $\sigma_y = 250 MPa$, passam a ocorrer para índices de esbeltez inferiores à medida que se aumenta a tensão de escoamento (em torno de 80 e 60 respectivamente para $\sigma_y = 420 MPa$ e $\sigma_y = 700 MPa$). Estas curvas mostram também que os efeitos das tensões residuais são quase insignificantes para aços de grande resistência. Para estes aços, a curvatura inicial é muito mais importante do que a tensão residual.

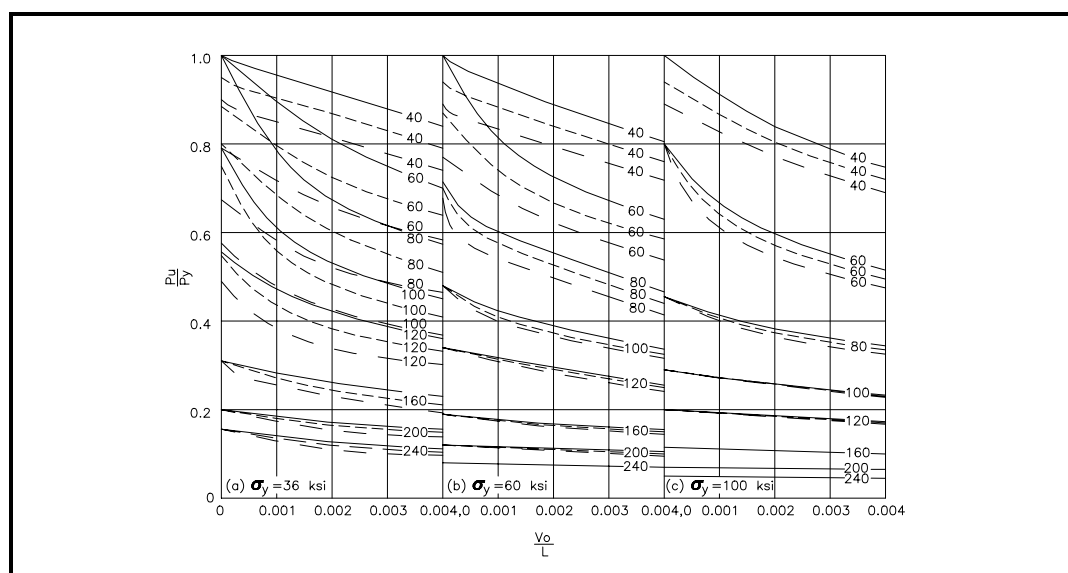


Figura 2.35 - Resistência última de colunas de aço (flambagem em torno do eixo de menor inércia) - adaptação da referência [6] (1 ksi = 6,895 MPa).

A configuração real da curvatura inicial de uma coluna pode ser muito complicada, quase sempre expressa por curvatura em ambas as direções principais da seção transversal, como se pode ver na figura 2.36. Medidas sistemáticas têm sido feitas em laboratório[8,9,36], mas muito poucos dados são

disponíveis para colunas em estruturas reais. Por simplicidade de análise, é comum adotar-se a forma senoidal (conforme a equação 2.48) como curvatura inicial que se mantém senoidal à medida que se aumenta a carga. Estudos comparativos[7,8,9] foram feitos, considerando-se esta hipótese simplificadora e considerando-se hipóteses mais realistas em que a forma real da coluna é determinada iterativamente a cada incremento de carga na faixa inelástica. A resistência última, assim determinada, difere muito pouco da resistência quando se considera a hipótese simplificadora.

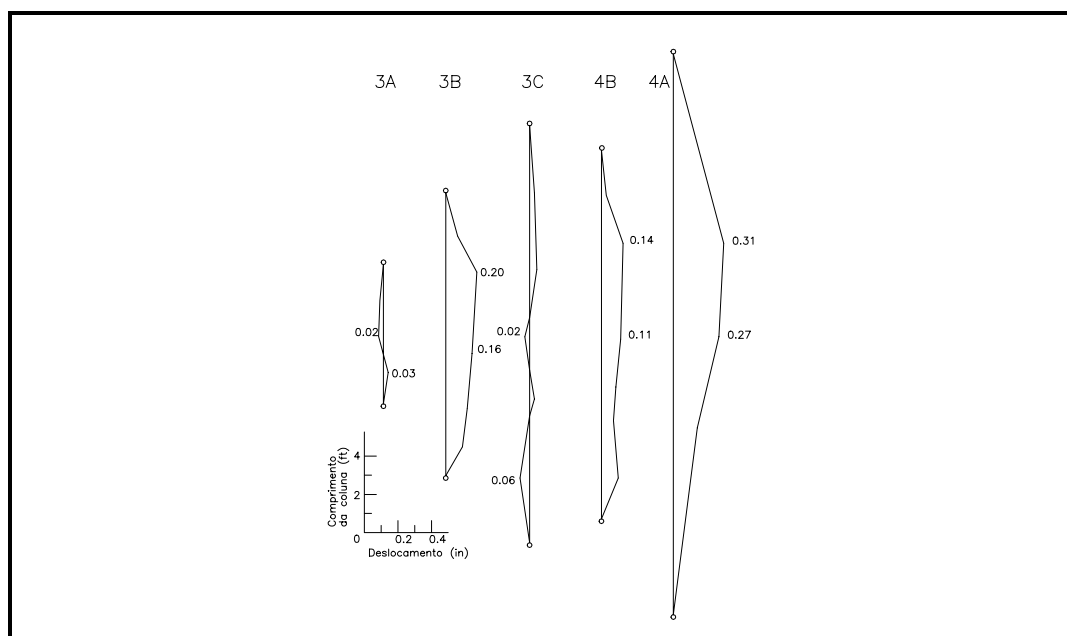


Figura 2.36 - Curvaturas iniciais de colunas medidas em laboratório - adaptação da referência [36].

A amplitude da curvatura inicial é limitada pelas especificações de fabricação dos perfis estruturais, normalmente expressa como uma fração do comprimento da barra. Para perfis I e H, é exigido que tenham uma curvatura inicial máxima da ordem de $L/1000$. As medições disponíveis mostram que a maioria dos perfis tendem a um valor de curvatura menor que o máximo permitido com a média variando em torno de $L/1500$ [9]. De qualquer forma, é incomum encontrar-se colunas que tenham curvatura inicial maior que o máximo

permitido, já que tais peças são rejeitadas ou reparadas durante o processo de fabricação da estrutura[5].

Inúmeros estudos[7,8,9,37] foram realizados para se avaliar a influência da forma e amplitude da curvatura inicial na resistência de colunas de aço. Na figura 2.37 são mostradas as envoltórias de curvas de flambagem de vários perfis, usando-se curvaturas iniciais de $L/2000$, $L/1000$, e $L/500$, cujos estudos serviram de base para a determinação das curvas de flambagem do SSRC[8,9], conforme se verá adiante no item 2.3.3.

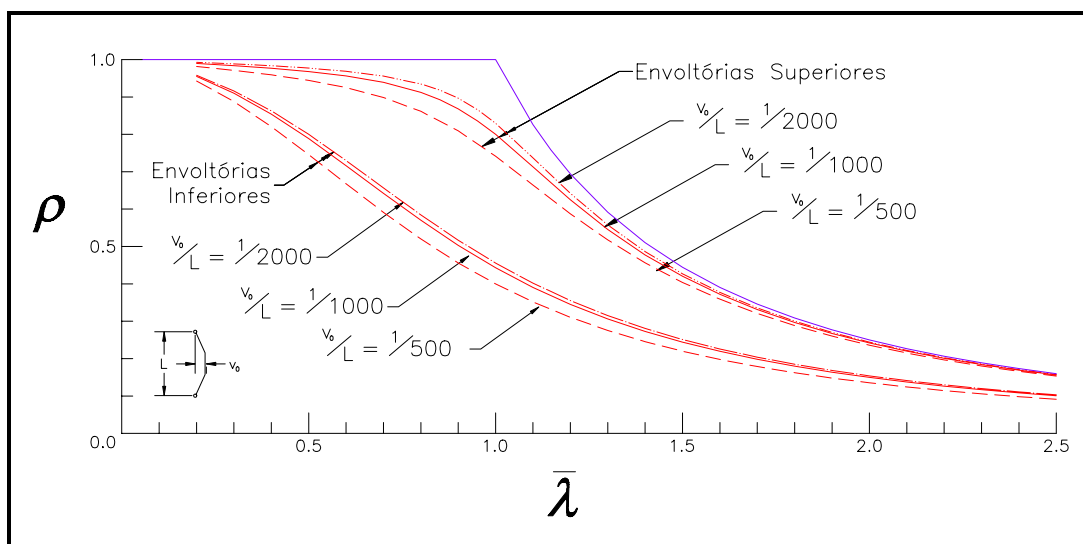


Figura 2.37 - Curvas envoltórias baseadas nas curvaturas iniciais indicadas - adaptação da referência [28].

2.2.3 - RESTRIÇÕES DE EXTREMIDADE

Estudos extensivos da influência das restrições de extremidade na resistência e comportamento de colunas têm sido conduzidos por Chen e diversos outros autores[10,17], sabendo-se que a hipótese de rótulas perfeitas não se verifica na prática.

Os principais parâmetros são:

- a) tipo de ligação viga-coluna;
- b) comprimento da coluna;
- c) magnitude e distribuição das tensões residuais;
- d) amplitude da curvatura inicial.

Por exemplo, quanto mais rígida a ligação viga-coluna, maior o correspondente aumento na resistência da coluna. Na figura 2.38 estão relacionadas as ligações comumente utilizadas como rotuladas[28]. Na realidade, a hipótese de que tais ligações comportam-se como rótulas perfeitas não é correta, haja vista que podem desenvolver momentos últimos na ordem de 5% a 20% dos momentos de engastamento perfeito, ou mesmo ainda maiores, dependendo do tipo e do tamanho da ligação, conforme demonstrado[28] pelas curvas momento \times rotação ($M \times \theta$) da figura 2.39. De fato, tais ligações, possuindo alguma resistência à rotação, contribuem para aumentar a capacidade de carga da coluna. (ver figura 2.40)

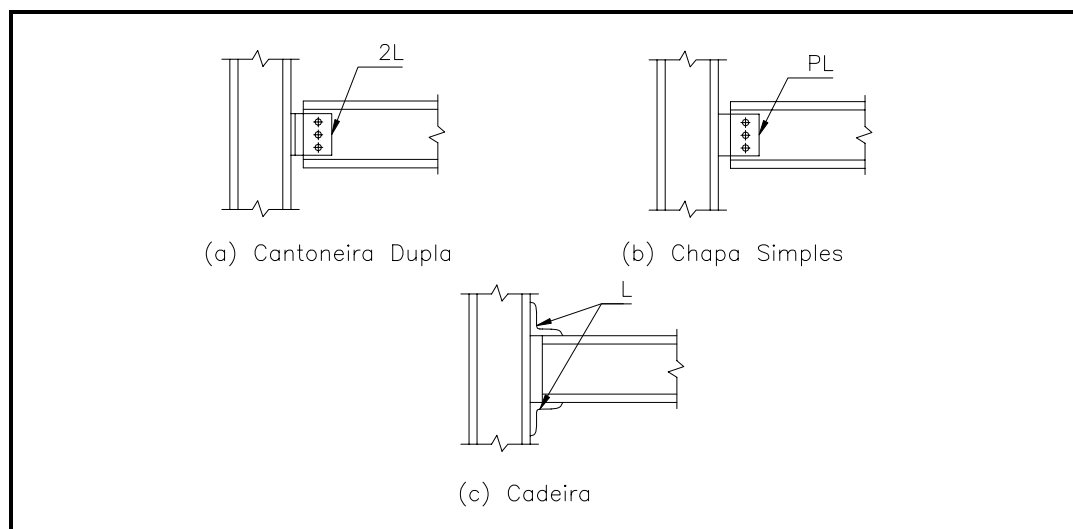


Figura 2.38 - Exemplos de ligações flexíveis mais utilizadas.

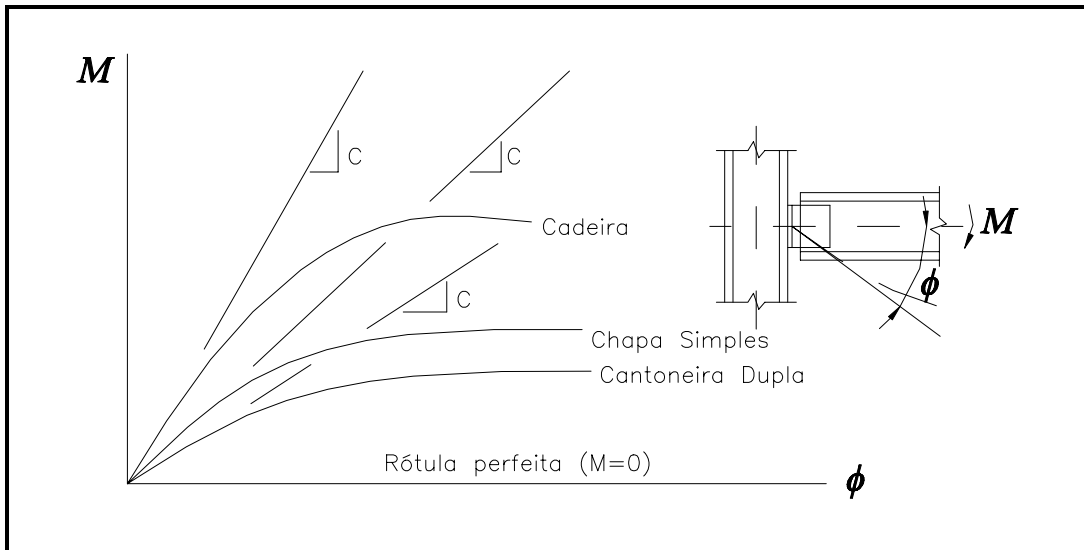


Figura 2.39 - Curvas momento \times rotação de algumas ligações flexíveis típicas - adaptação da referência [28].

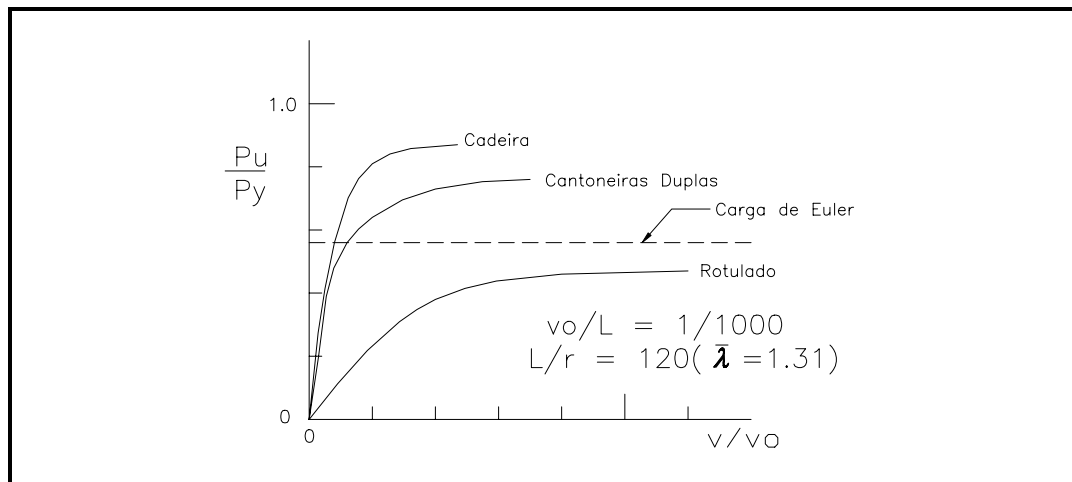


Figura 2.40 - Curvas típicas carga-deslocamento de colunas com restrição de extremidades - adaptação da referência [28].

Tem-se ainda que, quanto maior for o comprimento da coluna, mais significantes tornam-se os efeitos devidos às restrições à rotação nas suas extremidades, como se pode perceber pela relação P_u/P_y das duas curvas da figura 2.41. Finalmente, a presença de tensões residuais e curvatura inicial reduz os efeitos de uma dada ligação de extremidade.

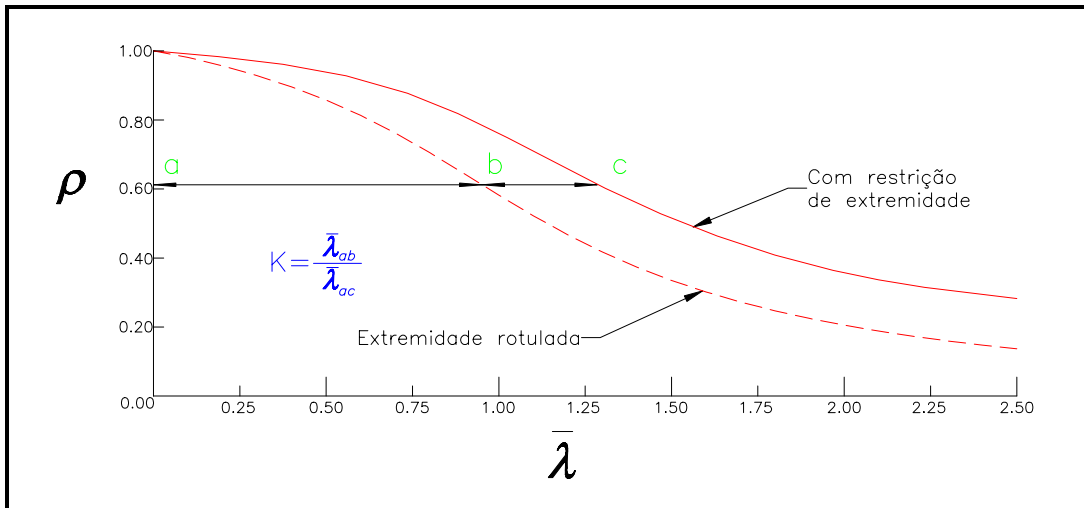


Figura 2.41 - Comparação de resistências últimas de colunas com e sem restrições de extremidade mostrando-se a diferença entre os respectivos coeficientes de flambagem - adaptação da referência [28].

Resumindo, as principais conclusões que podem ser tiradas dos estudos são:

- a) comparando com colunas bi-rotuladas, a máxima capacidade de carga de uma coluna com restrições nas extremidades aumenta à medida que o grau de restrições (medido pela rigidez à rotação das ligações entre vigas e colunas) aumenta;
- b) o aumento da capacidade de carga de uma coluna com restrições nas extremidades é mais pronunciado para colunas mais esbeltas;
- c) os efeitos de restrição na resistência de colunas são maiores para flambagem em torno do eixo de menor inércia;
- d) enquanto que tensões residuais e curvaturas iniciais provocam diminuição da resistência de colunas, as restrições à rotação nas extremidades produzem um efeito de majoração da resistência. Porém, o grau de influência deste efeito favorável é altamente dependente da esbeltez da coluna.

Todavia, a implementação prática de projeto de colunas com restrição parcial nas extremidades ainda é motivo de controvérsia e debates entre

os pesquisadores, devido à grande variabilidade das características de respostas das diversas ligações. Por isso, a maioria das normas de projeto continua a usar a coluna elementar bi-rotulada como base de cálculo, levando-se em conta as restrições nas extremidades nos métodos pelos quais as colunas são projetadas como parte de um dado sistema estrutural (comprimentos de flambagem, por exemplo).

2.3 - PROJETO DE COLUNAS - CURVAS DE FLAMBAGEM

2.3.1 - CURVA DO CRC - CURVA DO AISC/ASD

Por causa dos diversos fatores que influenciam a resistência das colunas na fase inelástica, qualquer fórmula simples para projeto envolve um apreciável grau de empirismo. Uma interpretação semi-racional dos resultados de testes na fase inelástica pode ser alcançada pelo uso da teoria do módulo tangente. No Memorando Técnico nº 1 de 1952 do CRC[28] (Column Research Council), antigo nome do atual SSRC (Structural Stability Research Council) se diz que: *“É a firme opinião do CRC que a fórmula do módulo tangente deve ser a base apropriada para o estabelecimento de fórmulas de dimensionamento para cargas de serviço”*.

A curva do CRC[34], inicialmente publicada em 1960 e utilizada posteriormente como base de curvas de projeto em diversas normas em todo o mundo, introduziu o conceito de que as tensões residuais são o fator primordial na determinação da resistência de colunas axialmente carregadas. Definiu também o limite efetivo de proporcionalidade como :

$$\sigma_p = \sigma_y - \sigma_r \quad (2.55)$$

onde: σ_p é a tensão limite de proporcionalidade,
 σ_y é a tensão de escoamento,
 σ_r a máxima tensão residual de compressão da seção transversal.

Curvas típicas[34] de resistência de colunas pela teoria do módulo tangente, para distribuição linear e parabólica de tensões residuais nas mesas, são mostradas na figura 2.42. Para perfis tipo “Wide-Flange” de aço-carbono de média resistência o valor médio da máxima tensão residual de compressão é de 70 a 90 MPa, correspondendo aproximadamente a $0,3\sigma_y$. Para aços de alta resistência, a tensão residual geralmente é uma fração menor da tensão de escoamento.

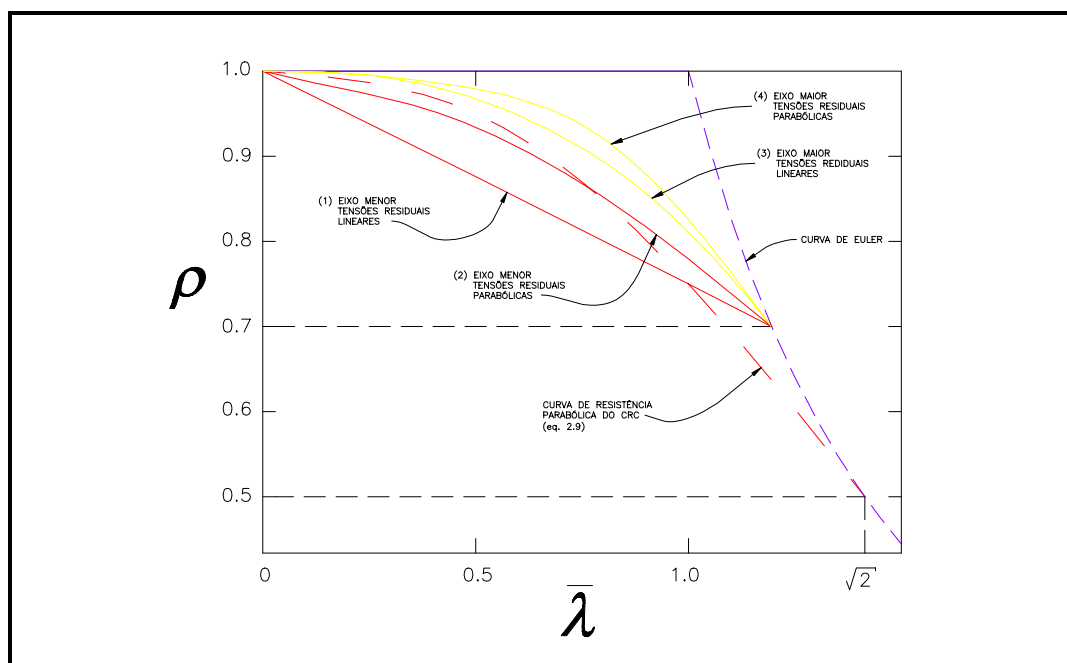


Figura 2.42 - Curvas de resistência pela teoria do Módulo Tangente para diversas distribuições de tensões residuais e a curva do CRC - adaptação da referência [34].

A curva básica de resistência de colunas adotada pelo CRC é baseada na equação parabólica proposta por Bleich[13,34], dada por:

$$\sigma_{cr} = \sigma_y - \left(\frac{\sigma_p}{\pi^2 E} \right) (\sigma_y - \sigma_p) \left(\frac{kL}{r} \right)^2 \quad (2.56)$$

Utilizando-se a definição de σ_p pelo CRC, dada pela equação 2.55, tem-se que:

$$\sigma_{cr} = \sigma_y \left[1 - \frac{\sigma_r}{\pi^2 E} \left(\frac{\sigma_y - \sigma_r}{\sigma_y} \right) \left(\frac{kL}{r} \right)^2 \right] \quad (2.57)$$

Para o regime elástico, a resistência das colunas é representada pela curva de Euler. Conservadoramente, para melhor representar a resistência à flambagem em torno dos eixos de maior e menor inércia e para permitir uma transição suave entre a curva parabólica representando flambagem inelástica, o CRC optou por adotar $\sigma_r = 0,5 \sigma_y$. A curva do CRC torna-se então:

$$\sigma_{cr} = \left[1 - \frac{\sigma_y}{4\pi^2 E} \left(\frac{kL}{r} \right)^2 \right] \sigma_y \quad (2.59)$$

O índice de esbeltez que corresponde ao ponto de transição entre o regime elástico e inelástico, dado por $\sigma_{cr} = 0,5 \sigma_y$, é designado como C_c , no qual:

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_y}} \quad (2.59)$$

Assim, para colunas com índice de esbeltez menor ou igual a C_c , a curva do CRC assume a forma de uma parábola e, para índices de esbeltez maiores que C_c , a curva toma a forma da hipérbole de Euler, ou seja:

$$\sigma_{cr} = \begin{cases} \sigma_y \left[1 - \frac{(kL/r)^2}{(2C_c)^2} \right] & \text{para } \frac{kL}{r} \leq C_c \\ \frac{\pi^2 E}{(kL/r)^2} & \text{para } \frac{kL}{r} > C_c \end{cases} \quad (2.60)$$

ou, na forma adimensional:

$$\rho = \frac{P}{P_y} = \begin{cases} 1 - 0,25\bar{\lambda}^2 & \text{para } \bar{\lambda} \leq \sqrt{2} \\ \bar{\lambda}^{-2} & \text{para } \bar{\lambda} > \sqrt{2} \end{cases} \quad (2.61)$$

onde:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \frac{kL}{r} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (2.62)$$

Na figura 2.42, onde a curva do CRC é comparada com outras curvas em que se definem o padrão de tensões residuais e eixos de flambagem, percebe-se que a curva do CRC situa-se muito acima da curva 1 na maior parte do espectro de variação da esbeltez. Todavia, quando se percebe que, tipicamente, o padrão de tensões residuais de perfis laminados situa-se entre o linear e o parabólico, a curva real de resistência à flambagem em torno do eixo de menor inércia situa-se na verdade muito mais próxima da curva do CRC.

A curva básica de resistência do CRC, dada pelas equações 2.60 ou 2.61 divididas por um coeficiente de segurança, é usada pelo AISC[2] desde 1961, em suas versões de tensões admissíveis (AISC/ASD de “Allowable Stress Design”). Uma vez que todas as colunas realmente contêm alguma curvatura inicial e excentricidade accidental, o fator de segurança deve refletir tal situação pois, embora as tensões residuais tenham sido explicitamente levadas em conta, a curva do CRC foi desenvolvida, como foi visto, baseada no conceito de bifurcação em que se postula que a coluna é perfeitamente reta. Desta forma, os efeitos de imperfeições geométricas devem ser levados em conta implicitamente pela aplicação de um coeficiente de segurança variável. Para colunas curtas onde são negligenciáveis os efeitos provocados pelas imperfeições geométricas, o fator de segurança não necessita ser maior do que o utilizado para peças tracionadas sob a especificação do AISC/ASD, isto é $5/3=1,67$. Para índices de esbeltez superiores, o AISC/ASD prescreve um aumento de 15% no fator de segurança (vale dizer, $23/12=1,92$) para índices de esbeltez superiores a C_c . Arbitrariamente, para se obter uma transição suave entre o $FS=1,67$ para $kL/r = 0$ e o $FS=1,92$ para $kL/r = C_c$, uma equação cúbica aproximadora de uma curva senoidal de um quarto de onda foi usada:

$$FS = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} \frac{kL/r}{C_c} - \frac{1}{8} \left(\frac{kL/r}{C_c} \right)^3 \quad (2.63)$$

Resumindo, a curva de flambagem do AISC na forma adimensional torna-se (figura 2.43):

$$\rho = \begin{cases} \frac{1 - 0,25\bar{\lambda}^2}{\frac{5}{3} + \frac{3}{8}\frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{8}\left(\frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{2}}\right)^3} & \text{para } \bar{\lambda} \leq \sqrt{2} \\ \frac{12}{23}\bar{\lambda}^{-2} & \text{para } \bar{\lambda} > \sqrt{2} \end{cases} \quad (2.64)$$

Finalmente, é preciso lembrar que a curva do AISC/ASD e a curva básica do CRC são baseadas em estudos usando-se padrões de tensões residuais típicas de perfis “Wide Flange” laminados a quente e calibrados com resultados de testes nestes perfis, de tamanhos pequenos e médios. Para outros tipos, como perfis soldados (especialmente os soldados UM) e perfis laminados mais pesados, a curva do AISC/ASD deve ser usada com restrições pois, como foi visto, o padrão de tensões residuais destes perfis é bastante diferente do daqueles. Como ilustração desta afirmativa apresenta-se, na figura 2.44, uma sistematização de 1251 testes realizados em colunas em todo o mundo, processados por Fukumoto[27]. Nesta figura os resultados dos testes são comparados com a curva de flambagem do CRC, onde se pode perceber que esta curva representa razoavelmente a média da resistência das colunas sobre todo o espectro dos índices de esbeltez. Entretanto, deve-se notar o grande número de testes que se localizam bastante abaixo da curva do CRC, especialmente aqueles realizados em perfis laminados mais pesados, perfis H soldados (especialmente os tipo UM), perfis caixa e perfis T.

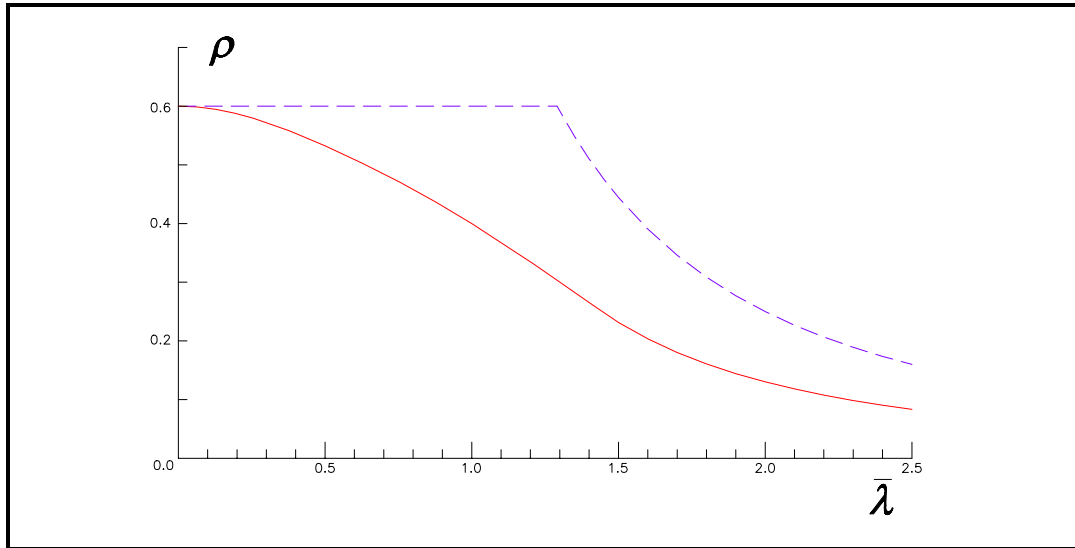


Figura 2.43 - Curva de flambagem do AISC/ASD.

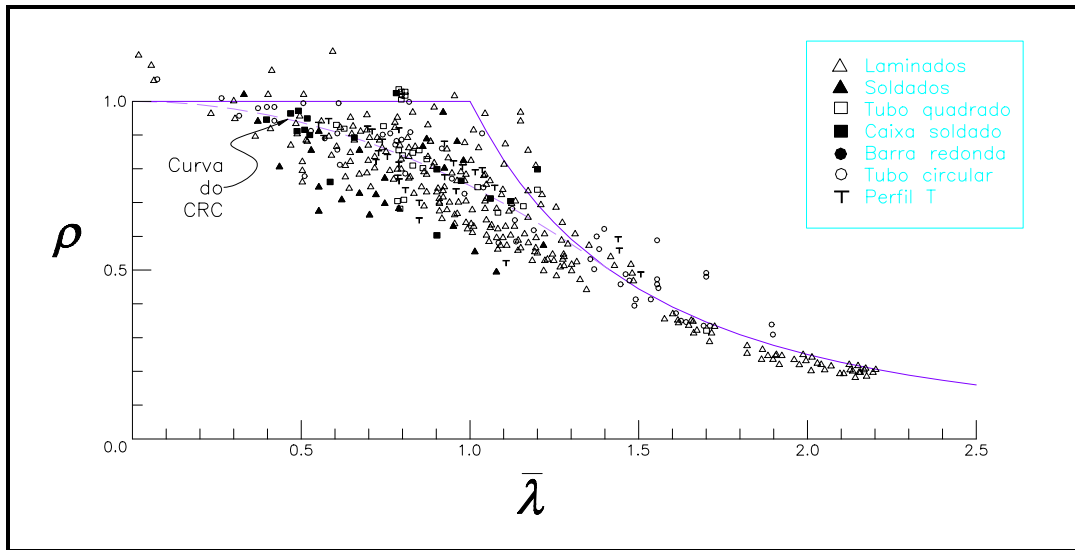


Figura 2.44 - Resultado de 1251 ensaios de colunas comparados com a curva do CRC - adaptação da referência [27].

2.3.2 - CONCEITO DE RESISTÊNCIA ÚLTIMA DE COLUNAS

CURVAS MÚLTIPLAS DE FLAMBAGEM

Com as curvas de flambagem baseadas na teoria do módulo tangente pode-se racionalmente determinar a carga de bifurcação de colunas perfeitamente retas, mas nenhuma informação é dada no que concerne à resistência última das colunas. Se os efeitos das imperfeições são tais que reduzem a resistência última das colunas a um valor próximo da resistência calculada pela teoria do módulo tangente, esta formulação tem justificação empírica. Todavia, a posição atual do SSRC é estabelecida no Memorando Técnico nº 5 de 1981[28]: *“A resistência última, determinada levando-se em conta aqueles efeitos que influenciam significativamente a capacidade de carga de um pórtico, barra ou elemento, é a base apropriada para o estabelecimento de um critério de projeto”*. Deve-se enfatizar que o modelo apropriado para o cálculo de resistência de colunas é aquele que incorpora a curvatura inicial além das tensões residuais.

Uma representação conceitual das colunas com imperfeições iniciais é mostrada[6] na figura 2.45. Como resultado da curvatura inicial o eixo de gravidade da coluna é deslocado de uma distância $v_0(x)$ da linha de ação das cargas. À medida que a carga é aplicada, deslocamentos adicionais $v(x)$ ocorrem como resultado das deformações de flexão induzidas em virtude da curvatura inicial. Em um estágio qualquer de carregamento, a carga, o momento e o deslocamento são relacionados em equilíbrio por:

$$M(x) = P[v_0(x) + v(x)] \quad (2.65)$$

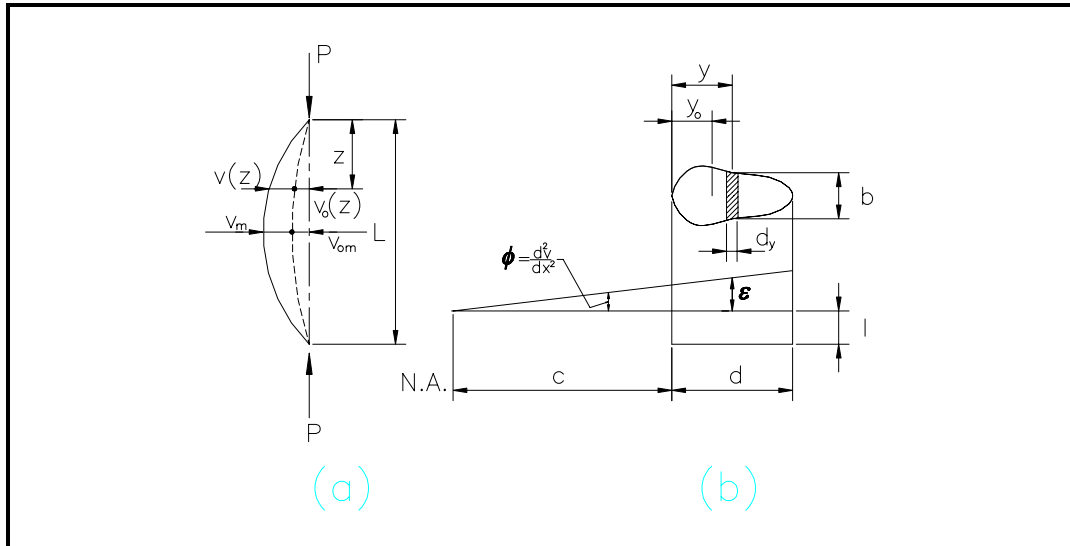


Figura 2.45 - Análise de resistência última de colunas. (a) Coluna com imperfeição inicial, (b) distribuição de deformação na seção transversal - adaptação da referência [6].

Referindo-se à figura 2.45b, um segmento típico de comprimento unitário da coluna é submetido a uma distribuição de deformação causada por flexão. A deformação é considerada variando linearmente através da seção, proporcional à distância ao eixo neutro (N.A.)

$$\varepsilon = \frac{d^2v}{dx^2}(y - c) \quad (2.66)$$

Para uma relação geral tensão-deformação, $\sigma(\varepsilon)$, a carga P e o momento resistente M podem ser expressos por:

$$P = \int_0^d \sigma(\varepsilon)b dy \quad (\text{constante ao longo do comprimento}) \quad (2.67)$$

$$M = \int_0^d \sigma(\varepsilon)(y - y_0)b dy \quad (2.68)$$

Substituindo a equação 2.66 nas equações 2.67 e 2.68 e estas na equação 2.65 tem-se:

$$\int_0^d \sigma \left[\frac{d^2 v}{dz^2} (y-c) \right] (y-y_0) b dy = (v_0 + v) \int_0^d \sigma \left[\frac{d^2 y}{dz^2} (y-c) \right] b dy \quad (2.69)$$

Na fase inelástica, a tensão é uma função complexa da história do carregamento e da tensão residual σ_R no ponto em questão. Isto é verdade não apenas por causa do aspecto não linear da relação tensão \times deformação, mas também por causa da natureza irreversível desta relação com respeito ao descarregamento (não-reversibilidade do diagrama tensão \times deformação). Para a solução deste problema, devido às dificuldades matemáticas, somadas à necessidade de se estudar diversas funções $v_o(x)$, $d(x)$, $b(x,y)$, $\sigma_R(y)$ e $\sigma(\varepsilon)$, recorre-se à análise numérica, utilizando-se um procedimento incremental e iterativo. O procedimento detalhado da computação da resistência última de colunas foi dado por Batterman e Johnston[6] e Bjorhovde[8,9]. Para efeitos práticos, a solução do problema incremental e iterativo da resistência última das colunas não foi obtido até o advento dos computadores digitais.

O procedimento acima conduz ao desenvolvimento da curva carga \times deslocamento de um perfil para um dado índice de esbeltez. Para se obter a curva completa, o procedimento deve se repetir para toda a faixa de esbeltez utilizada na prática, conforme figura 2.46.

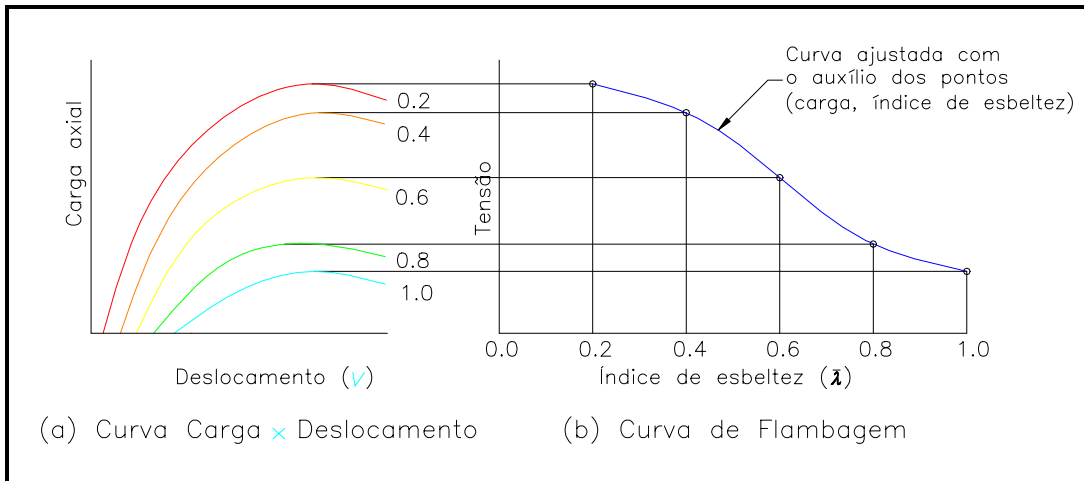


Figura 2.46 - Construção da curva de flambagem a partir das curvas carga \times deslocamento.

Para que sejam desenvolvidas as curvas de flambagem baseadas na resistência última das colunas, os seguintes dados são necessários :

- tipo de aço e suas propriedades (tensão de escoamento, relações constitutivas, módulo de elasticidade, etc.);
- distribuição e magnitude das tensões residuais na seção transversal;
- variação da tensão de escoamento ao longo da seção transversal, especialmente para perfis soldados que têm sua tensão de escoamento alterada em diversos pontos;
- forma e amplitude da curvatura inicial, etc.

É evidente, pelo resultados de testes e estudos, que a resistência de diferentes tipos de colunas de aço resultantes de diferentes processos de fabricação e construção, diferentes tamanhos de perfis e tipos de aço e diferentes eixos de flambagem, podem variar consideravelmente de tal modo que uma única curva não seja suficiente para representar toda essa gama de variação, surgindo daí o conceito de “múltiplas curvas de flambagem”. De acordo com este conceito, cada tipo de perfil é classificado na curva de flambagem mais adequada, conforme suas características.

A norma alemã DIN 4114 foi a primeira a reconhecer a necessidade de se utilizar mais de uma curva de flambagem ao introduzir, em 1954, uma curva especial de flambagem para tubos. As pesquisas básicas para o desenvolvimento de múltiplas curvas iniciaram-se ainda na década de 60 na Universidade de Lehigh[1,8,9,12,14,23,35,36,40,41,55,56] e no ECCS (European Convention for Constructional Steelwork)[7,31,51], surgindo daí as curvas de flambagem do SSRC e da ECCS, respectivamente.

2.3.3 - CURVAS DE FLAMBAGEM DO SSRC - CURVAS DO CSA E DO AISC/LRFD

No desenvolvimento das curvas de flambagem do SSRC, análises computadorizadas de resistências últimas foram realizadas por Bjorhovde[8], primeiramente comparando-as com os dados básicos de testes criteriosamente executados na Universidade de Lehigh, demonstrando que o método de análise numérica é capaz de prever com boa precisão as resistências das colunas obtidas nos ensaios. Em seguida, foi gerada uma série de 112 curvas de resistência de colunas, cujas distribuições de tensões residuais medidas em laboratório estavam disponíveis. Assumiu-se que a curvatura inicial era da forma senoidal tendo uma amplitude máxima de $1/1000$ do comprimento da coluna e que não havia qualquer restrição de extremidade relativa à rotação. Estes perfis deveriam representar a maioria dos perfis usados como colunas, incluindo os laminados a quente e os soldados, de pequenas e grandes dimensões. As curvas assim obtidas teriam o objetivo de representar essencialmente todo o espectro de comportamento das colunas de aço[8,9]. As curvas geradas são mostradas esquematicamente na figura 2.47.

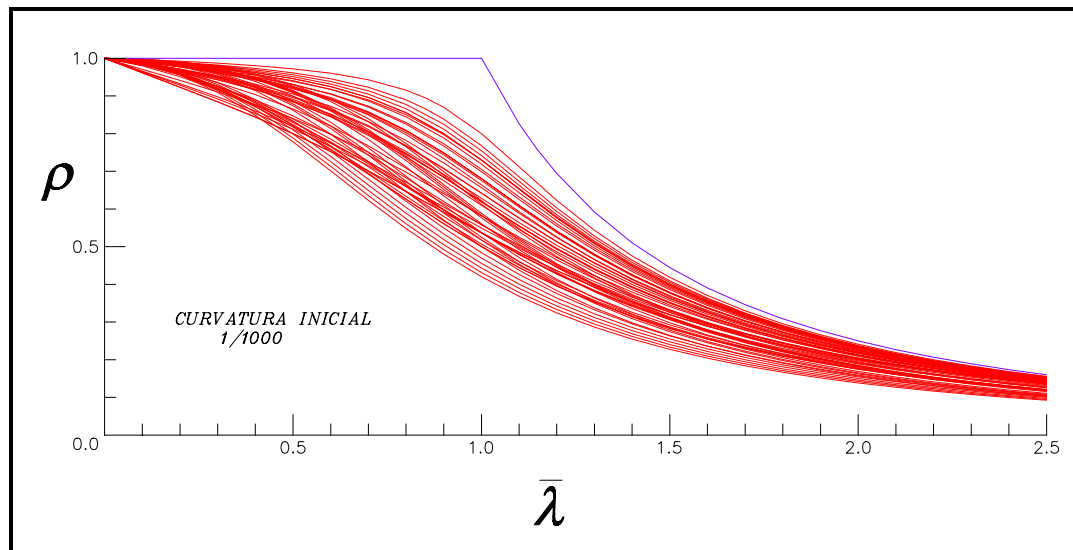


Figura 2.47 - Curvas de resistência última que serviram de base para a determinação das curvas de flambagem do SSRC - adaptação da referência [8].

Bjorhovde[8] observou que havia certas semelhanças entre algumas famílias de curvas e daí três subgrupos foram identificados, cada um representado por uma curva média. Estas três curvas médias foram então ajustadas e deram origem às curvas conhecidas como “curvas de flambagem do SSRC”[8,28], reproduzidas nas figuras 2.48. Cada uma destas figuras contém:

- o número de curvas usadas como base pela análise estatística e a largura de cada “faixa tributária”;
- as curvas de percentil 2,5 e 97,5 para cada série particular de curvas;
- os tipos de colunas relacionadas para cada uma das três curvas.

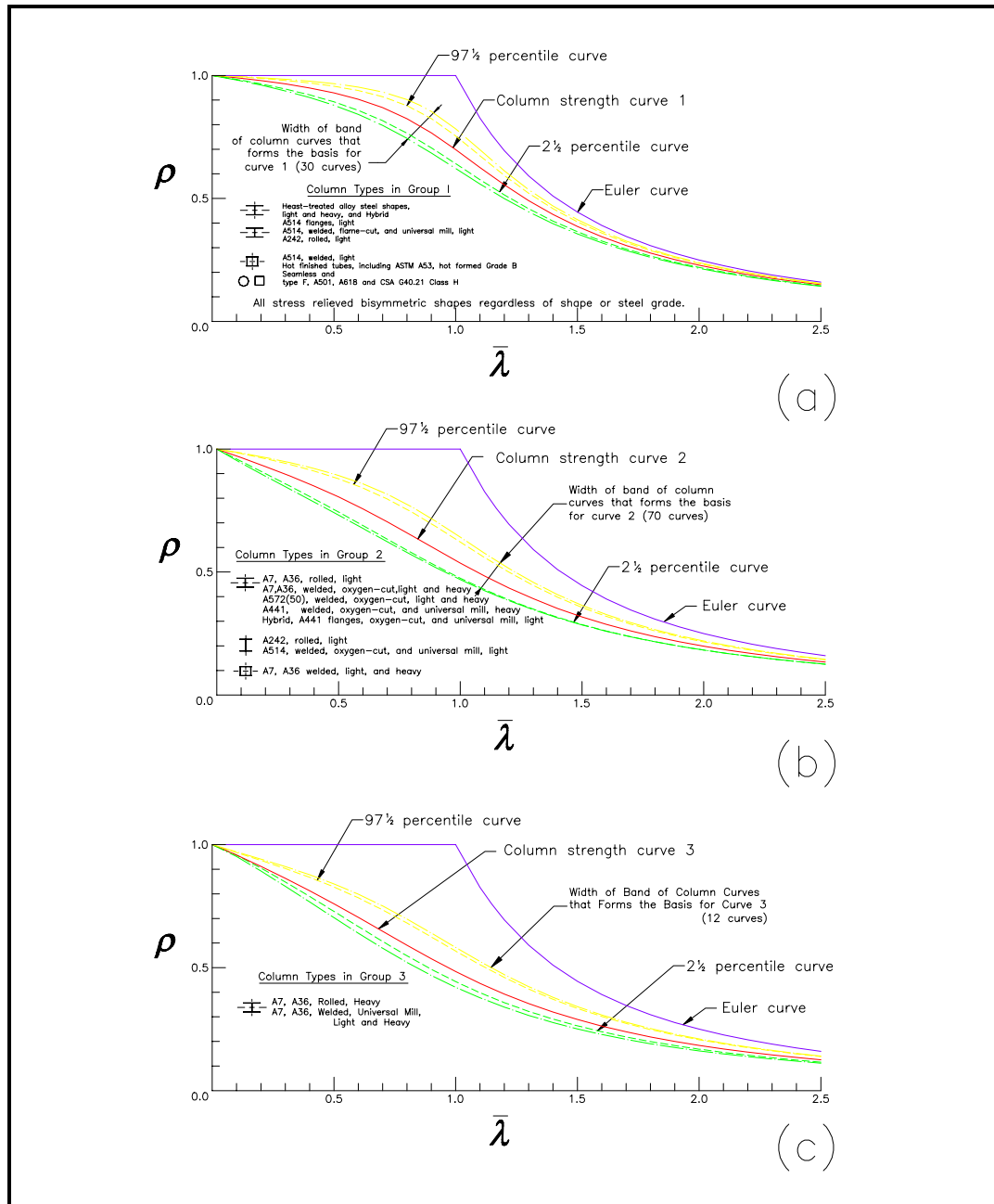


Figura 2.48 - Representação das três curvas do SSRC com respectivas envoltórias e percentis 2,5 e 97,5 - extraída da referência [28].

As representações analíticas das três curvas foram então determinadas, cujas equações são dadas abaixo[8,9,28]:

Curva 1 / SSRC

$$\begin{aligned}
0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15 &\rightarrow \sigma = \sigma_y \\
0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 1,20 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (0,990 + 0,122\bar{\lambda} - 0,367\bar{\lambda}^2) \\
1,20 \leq \bar{\lambda} \leq 1,80 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (0,051 + 0,801\bar{\lambda}^{-2}) \\
1,80 \leq \bar{\lambda} \leq 2,80 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (0,008 + 0,942\bar{\lambda}^{-2}) \\
2,80 \leq \bar{\lambda} &\rightarrow \sigma = \sigma_y \bar{\lambda}^{-2}
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Curva 2 / SSRC

$$\begin{aligned}
0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15 &\rightarrow \sigma = \sigma_y \\
0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 1,00 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (1,035 - 0,202\bar{\lambda} - 0,222\bar{\lambda}^2) \\
1,00 \leq \bar{\lambda} \leq 2,00 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (-0,111 + 0,636\bar{\lambda}^{-1} + 0,087\bar{\lambda}^{-2}) \\
2,00 \leq \bar{\lambda} \leq 3,60 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (0,009 + 0,877\bar{\lambda}^{-2}) \\
3,60 \leq \bar{\lambda} &\rightarrow \sigma = \sigma_y \bar{\lambda}^{-2}
\end{aligned} \tag{2.71}$$

Curva 3 / SSRC

$$\begin{aligned}
0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15 &\rightarrow \sigma = \sigma_y \\
0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 0,80 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (1,093 - 0,622\bar{\lambda}) \\
0,80 \leq \bar{\lambda} \leq 2,20 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (-0,128 + 0,707\bar{\lambda}^{-1} - 0,102\bar{\lambda}^2) \\
2,20 \leq \bar{\lambda} \leq 5,00 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (0,008 + 0,792\bar{\lambda}^{-2}) \\
5,00 \leq \bar{\lambda} &\rightarrow \sigma = \sigma_y \bar{\lambda}^{-2}
\end{aligned} \tag{2.72}$$

Uma representação mais sintética destas equações foi proposta por Rondal and Maquoi[48] em 1979, com pequenos desvios da ordem de 2,1% a 3,6% :

$$\sigma = \frac{\sigma_y}{2\bar{\lambda}^2} \left(Q - \sqrt{Q^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right) \leq \sigma_y \quad (2.73)$$

onde:

$$Q = 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,15) + \bar{\lambda}^2 \quad (2.74)$$

$$a = \begin{cases} 0,103 & \text{para curva 1} \\ 0,293 & \text{para curva 2} \\ 0,622 & \text{para curva 3} \end{cases}$$

Baseado em análises probabilísticas, Bjorhovde também desenvolveu[9] outras curvas nas quais a amplitude da curvatura inicial era igual ao valor médio de 1/1470 do comprimento da coluna, cujas expressões matemáticas são:

Curva 1P / SSRC

$$\begin{aligned} 0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15 & \rightarrow \sigma = \sigma_y \\ 0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 1,20 & \rightarrow \sigma = \sigma_y (0,979 + 0,205\bar{\lambda} - 0,423\bar{\lambda}^2) \\ 1,20 \leq \bar{\lambda} \leq 1,80 & \rightarrow \sigma = \sigma_y (0,030 + 0,842\bar{\lambda}^{-2}) \\ 1,80 \leq \bar{\lambda} \leq 2,60 & \rightarrow \sigma = \sigma_y (0,018 + 0,881\bar{\lambda}^{-2}) \\ 2,60 \leq \bar{\lambda} & \rightarrow \sigma = \sigma_y \bar{\lambda}^{-2} \end{aligned} \quad (2.75)$$

Curva 2P / SSRC

$$\begin{aligned} 0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15 & \rightarrow \sigma = \sigma_y \\ 0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 1,00 & \rightarrow \sigma = \sigma_y (1,030 - 0,158\bar{\lambda} - 0,206\bar{\lambda}^2) \\ 1,00 \leq \bar{\lambda} \leq 1,80 & \rightarrow \sigma = \sigma_y (-0,193 + 0,803\bar{\lambda}^{-1} + 0,056\bar{\lambda}^{-2}) \\ 1,80 \leq \bar{\lambda} \leq 3,20 & \rightarrow \sigma = \sigma_y (0,018 + 0,815\bar{\lambda}^{-2}) \\ 3,20 \leq \bar{\lambda} & \rightarrow \sigma = \sigma_y \bar{\lambda}^{-2} \end{aligned} \quad (2.76)$$

Curva 3P / SSRC

$$\begin{aligned}
 0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15 &\rightarrow \sigma = \sigma_y \\
 0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 0,80 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (1,091 - 0,608 \bar{\lambda}) \\
 0,80 \leq \bar{\lambda} \leq 2,00 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (0,021 + 0,385 \bar{\lambda}^{-1} + 0,066 \bar{\lambda}^{-2}) \\
 2,00 \leq \bar{\lambda} \leq 4,50 &\rightarrow \sigma = \sigma_y (0,005 + 0,900 \bar{\lambda}^{-2}) \\
 4,50 \leq \bar{\lambda} &\rightarrow \sigma = \sigma_y \bar{\lambda}^{-2}
 \end{aligned} \tag{2.77}$$

Para facilitar o uso das curvas de flambagem do SSRC, Bjorhovde construiu uma Tabela de Seleção de Curvas[11], em que se pode determinar a curva apropriada a ser usada para cada tipo de perfil. Baseada em trabalhos anteriores[8,9] e modificada para se levar em conta mudanças nas práticas de fabricação e construção, a tabela 2.2 foi construída com numerosos dados de avaliação de tensões residuais, simulações computadorizadas de resistências últimas e resultados de testes.

Fabrication Details		Axis	Specified Minimum Yield Stress of Steel (ksi)				
			≤ 36	37 to 49	50 to 59	60 to 89	≥ 90
Hot -rolled W-shapes	Light and medium W-shapes	Major Minor	2 2	2 2	1 2	1 1	1 1
	Heavy W-shapes (flange over 2 in.)	Major Minor	3 3	2 3	2 2	2 2	2 2
Welded Built-up H-shape	Flame cut plates	Major Minor	2 2	2 2	2 2	1 2	1 1
		Major Minor	3 3	3 3	2 3	2 2	2 2
	Universal mill plates	Major Minor	2 2	2 2	2 2	1 1	1 1
Welded Box Shapes	Flame-cut and universal mill plates	Major Minor	2 2	2 2	2 2	1 1	1 1
		Major Minor	N/A N/A	2 2	2 2	2 2	2 2
Squared and Rectangular Tubes	Cold-formed	Major Minor	N/A N/A	2 2	2 2	2 2	2 2
	Hot-formed and cold-formed heat-treated	Major Minor	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1
Circular Tubes	Cold-formed	N/A	2	2	2	2	2
	Hot-formed	N/A	1	1	1	1	1
All Stress-relieved Shapes		Major and Minor	1	1	1	1	1

Tabela 2.2 - Classificação dos perfis nas curvas do SSRC - extraída da referência[11].

A curva 2 de SSRC foi adotada pela CSA (Canadian Standards Association)[15,16], após 1974, em suas versões de estados limites como curva

básica de projeto. Em 1980, a CSA adotou a curva 1 do SSRC para perfis tubulares (conformados a quente ou a frio com alívio de tensões). Na classificação dos perfis que devem ser projetados de acordo com a curva básica, os perfis soldados UM foram excluídos juntamente com as barras redondas com diâmetros superiores a 50 mm , sem alívio de tensões. Para estes perfis e para perfis com seções muito pesadas, a norma canadense sugere a curva 3 do SSRC.

No desenvolvimento da especificação da nova versão de estados limites do AISC, o chamado LRFD (Load and Resistance Factor Design)[3,4], o Comitê de Especificação, após muita controvérsia, decidiu continuar a usar apenas uma curva de flambagem para o projeto de colunas de aço, baseada em uma imperfeição inicial de $L/1500$. A Curva 2P do SSRC foi então escolhida para representar a resistência das colunas, modificando-se a expressão matemática que passou a ter uma forma mais simples. A equação para colunas longas é basicamente a equação de Euler modificada pelo fator $1,67/1,92$ para efeito de consistência com a tradicional especificação do AISC/ASD. A curva de flambagem adotada pelo AISC/LRFD é dada pela seguinte expressão:

$$\rho = \frac{\sigma}{\sigma_y} = \begin{cases} e^{-0,419\bar{\lambda}^2} & \text{para } \bar{\lambda} \leq 1,50 \\ 0,877\bar{\lambda}^{-2} & \text{para } \bar{\lambda} > 1,50 \end{cases} \quad (2.78)$$

2.3.4. - CURVAS DE FLAMBAGEM DA ECCS

CURVAS DO ENV 1993-1.1 - CURVAS DA NBR 8800

Na tentativa[7,31,51] de se preparar as Recomendações para o Cálculo e Construção de Estruturas Metálicas, que deveriam ser válidas para toda

a Europa, a ECCS inicialmente supôs que um apanhado das normas nacionais existentes poderia fornecer o material necessário para estabelecer regras que seriam aceitáveis para todos os países membros. Esta tentativa foi rapidamente abandonada por duas razões principais:

- as curvas de flambagem dos diversos regulamentos apresentavam divergências e dispersões inaceitáveis;
- quase todas as normas eram fundamentadas em tensões admissíveis, com coeficientes de segurança arbitrariamente fixados e variáveis conforme a esbeltez da barra.

Rejeitando desde o início o princípio da bifurcação do equilíbrio, pela constatação de que nas estruturas reais as colunas possuem imperfeições como curvatura inicial, excentricidade de carga e restrições nas extremidades, a ECCS resolveu que os trabalhos de pesquisa deveriam estar fundamentados no comportamento das barras levando-se em conta tais imperfeições. Desenvolveu-se então um grande programa de ensaios, cujos resultados deveriam constituir a base essencial para a determinação das novas curvas de flambagem.

Foram realizados então 1067 ensaios assim distribuídos: 57 na Alemanha, 111 na Bélgica, 414 na França, 46 na Grã-Bretanha, 29 na Itália, 41 na Holanda e 369 na Iugoslávia. Diversos tipos de perfis sob os mais diversos índices de esbeltez e diferentes processos de fabricação foram ensaiados, seguindo-se os princípios preconizados[31] por J. Dutheil:

- as barras deveriam possuir as imperfeições normalmente produzidas durante o processo de fabricação (falta de retilinidade e centragem, variações nas dimensões das seções, tensões residuais, etc);
- as barras deveriam ser ensaiadas em número suficiente para permitir a determinação estatística das cargas de flambagem.

Estes perfis, mostrados na tabela 2.3, devendo representar toda a gama de produção e imperfeições encontradas na prática industrial europeia, foram escolhidos aleatoriamente entre as diversas empresas de construção metálica de diferentes países da Europa.

Type de profils	$h \times e_a$ ou $\varnothing \times e$ mm	$b \times e$ mm	Section nominale S_n mm ²	i_y mm	nombre d'essais 1067
1. Profils I :					
IAP 150	150 × 5,3	75 × 8,5	2042	17,1	516
IPE 160	160 × 5	82 × 7,4	2010	18,4	238
IPE 200	200 × 5,6	100 × 8,5	2850	22,4	231
IPN 160	160 × 9,5	74 × 9,5	2280	15,5	11
					36
2. Profils I et H :					
RSJ 5" × 3"	127 × 4,5	76,2 × 7,6	1706	17,2	54
DIE 20	190 × 7	197 × 11	5703	49,6	10
DIR 20	220 × 16	206 × 26	13594	52,8	11
I reconstitué soudé	190 × 7	197 × 11	5703	49,6	11
					22
3. Profils tubes ronds :					
Tube sans soudure	121 × 5,5		1996	40,9	139
BS 15 soudé	114,3 × 6,35		2154	38,1	29
Tube sans soudure	88,9 × 5		1320	29,7	40
Tube sans soudure	88,9 × 8		2028	28,7	60
					10
4. Profils tubes carrés :					
BS 15 sans soudure	127 × 4,76		2370	49,8	188
BS 15 sans soudé	88,9 × 6,35		1990	32,0	67
BS 15 sans soudé	76,2 × 4,88		1329	28,7	40
					81
5. Profils en T :					
½ IPN 200	100 × 7,5	90 × 11,3	1872	18,8	94
T 4" × 3"	76,2 × 12,7	101,2 × 12,7	2102	21,6	40
TB 60	60 × 10	120 × 10	1700	14,8	10
cornières L rivées	70 × (2×7)	(2×70) × 7	1872	21,2	30
					14
6. Profils en caisson :					
caisson carré soudé	150 × 10	150 × 10	5600	52,3	76
2 cornières soudées	50 × 5	50 × 5	982	20,0	22
					54

Tabela 2.3 - Perfis utilizados nos ensaios que deram origem às curvas da ECCS - extraída da referência [31].

Sabendo-se que somente os ensaios não poderiam constituir base suficiente para se desenvolver as novas curvas de flambagem, inúmeros estudos e pesquisas[7,51] foram realizados, buscando-se determinar as diversas influências exercidas pelas imperfeições na resistência última das colunas. As pesquisas e estudos foram conduzidas até o ponto em que foram considerados suficientes para se elaborar uma combinação racional que se apresentasse satisfatória do ponto de vista estatístico e probabilístico (ver figuras 2.49 a 2.52).

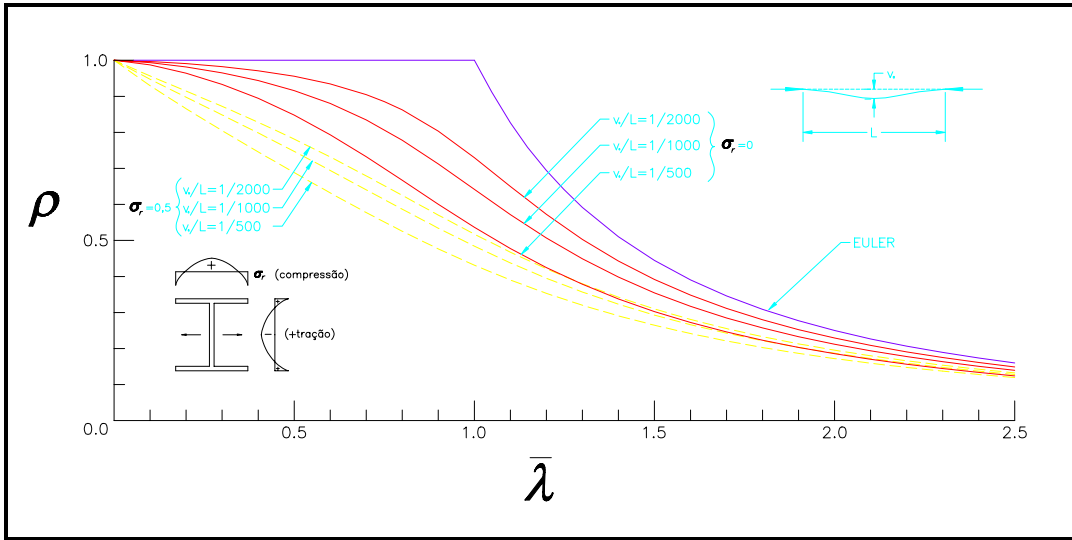


Figura 2.49 - Estudo da influência da curvatura inicial - adaptação da referência [7].

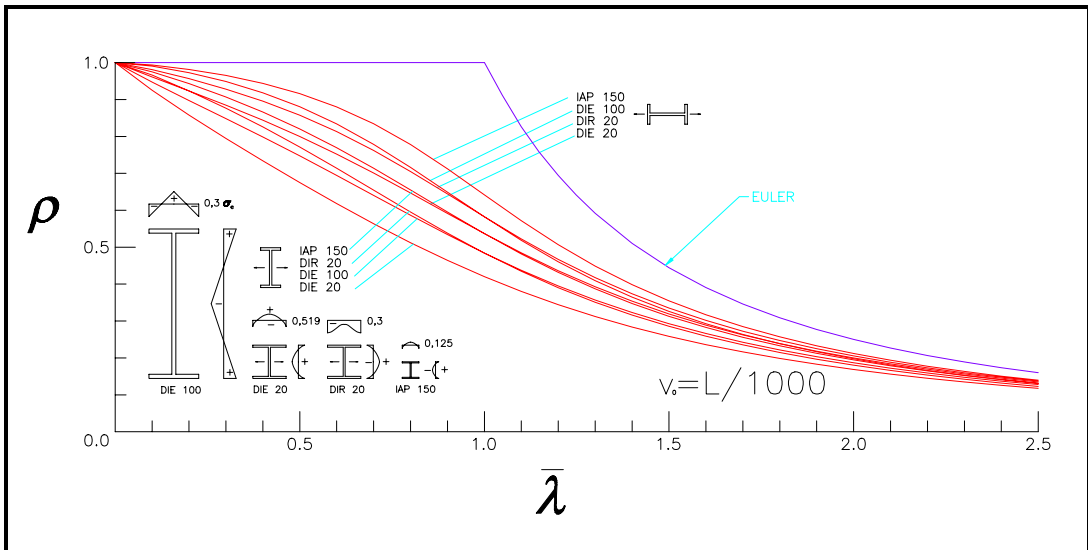


Figura 2.50 - Estudo da influência das tensões residuais - adaptação da referência [7].

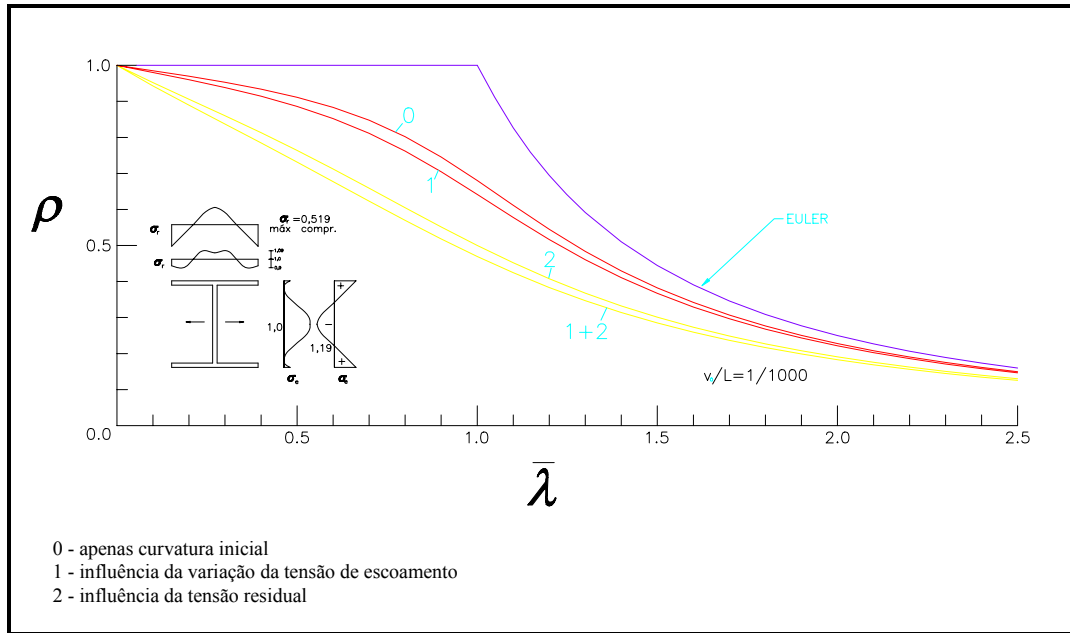


Figura 2.51 - Estudo da influência da variação da tensão de escoamento em conjunto com as tensões residuais - adaptação da referência [7].

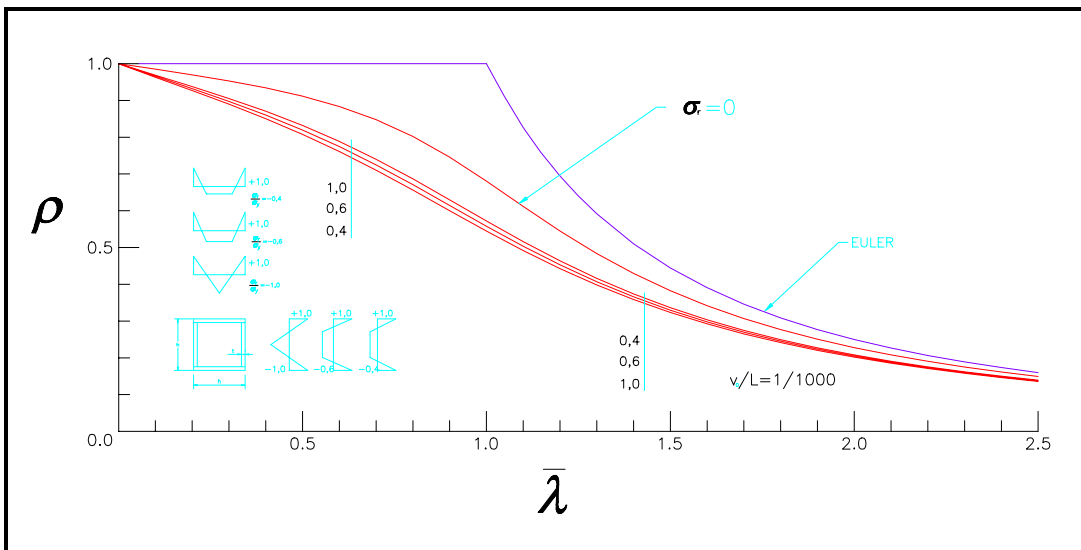


Figura 2.52 - Influência das tensões residuais - adaptação da referência [7].

Percebeu-se, desde o início, que o estabelecimento de uma só curva iria prejudicar inutilmente grande parte dos perfis utilizados na prática. Foi então proposto o estabelecimento de múltiplas curvas de flambagem, limitando-

se a três na proposição inicial (1970), número que foi posteriormente aumentado para cinco em 1976[25,26].

Há de se observar que o método de obtenção das curvas de resistência última utilizado pelo ECCS é exatamente o mesmo descrito nos itens anteriores. O cálculo é baseado em um procedimento incremental e iterativo onde o equilíbrio é estabelecido para cada nível de carga e deslocamento (figura 2.53). A forma da curvatura inicial adotada pode ser expressa por uma senóide, com uma amplitude máxima de $1/1000$ do comprimento da barra. Também não foi considerada qualquer restrição de extremidade relativa à rotação. Entretanto, foram adotados padrões simplificados e valores arbitrários de tensões residuais ao invés de valores realmente medidos em laboratório (figura 2.54).

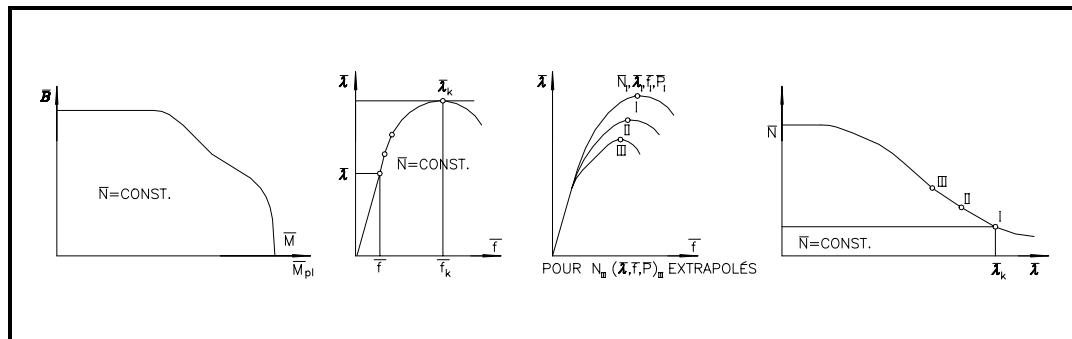


Figura 2.53 - Elaboração de curva de flambagem de uma dada coluna - extraída da referência [7].

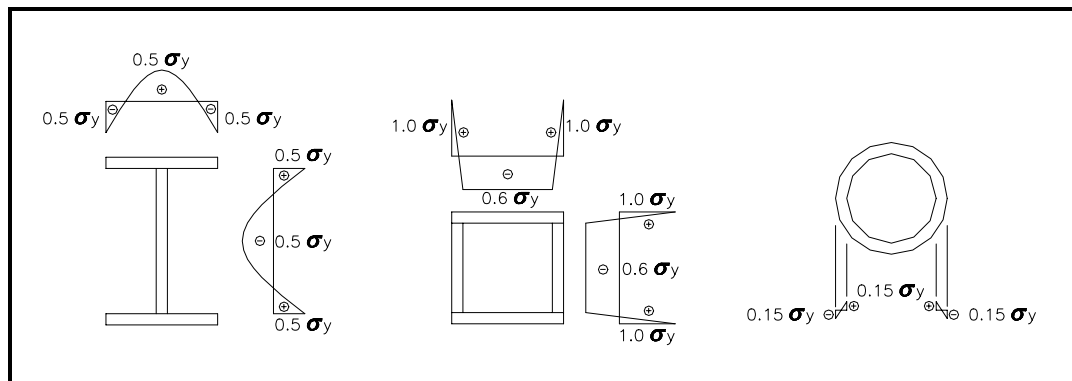


Figura 2.54 - Tensões residuais assumidas no desenvolvimento das curvas iniciais *a*, *b* e *c* da ECCS - adaptação da referência [7].

As três curvas iniciais foram desenvolvidas[7] baseando-se no comportamento de três formas representativas de perfis utilizados na prática. A **curva dos tubos (a)** foi calculada para os tubos circulares; a **curva dos perfis caixa (b)** corresponde à carga de flambagem dos perfis caixa soldados de seção retangular; e a **curva dos perfis I (c)** refere-se aos perfis I laminados a quente, com flambagem em torno do eixo de menor inércia (figura 2.55).

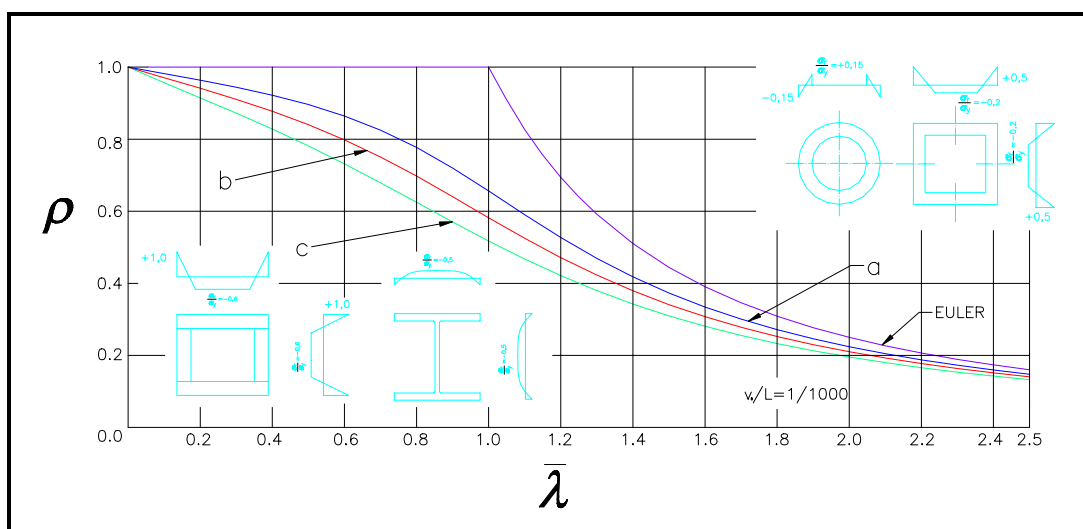


Figura 2.55 - Curvas **a**, **b** e **c** da ECCS - adaptação da referência [7].

No caso dos tubos, a figura 2.56 mostra a comparação entre os resultados dos testes em tubos laminados sem costura (valor médio \pm duas vezes o desvio padrão) e a curva **a** para três valores de tensão de escoamento.

Os ensaios em perfis caixa foram executados somente para um valor de índice de esbeltez ($L/r = 90$). A curva dos perfis caixas (**b**) cobre de maneira satisfatória o resultado dos ensaios, conforme mostra a figura 2.57.

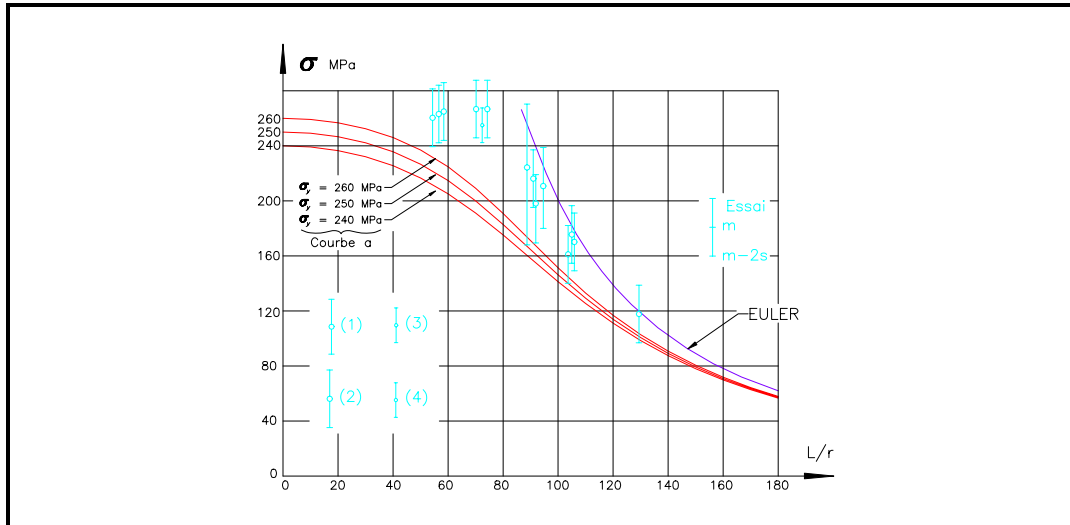


Figura 2.56 - Comparação da curva **a** com resultados de ensaios de tubos sem costura - adaptação da referência [7].

No caso de perfis I, os resultados (média \pm duas vezes o desvio padrão) são mostrados na figura 2.58. Uma forte dispersão dos resultados experimentais é visível na faixa de esbeltez 50 a 100; contudo, a curva limite inferior pode ser representada com uma precisão surpreendente pela curva dos perfis caixa (**b**). Por conseguinte, a curva **b** é a representativa para os perfis I laminados referente à flambagem em torno do eixo de menor inércia.

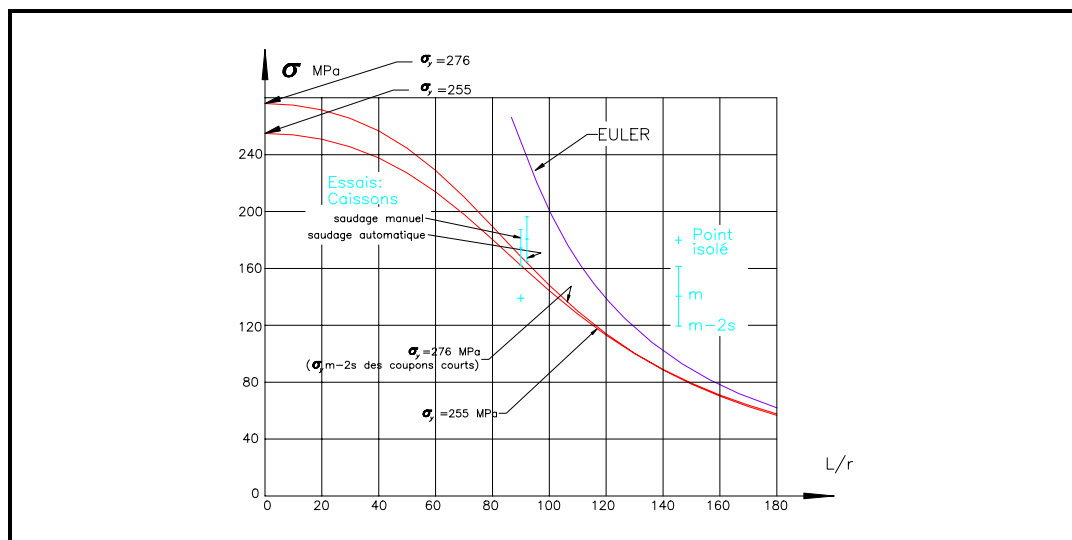


Figura 2.57 - Comparação da curva **b** com resultados de ensaios de perfis caixa - adaptação da referência [7].

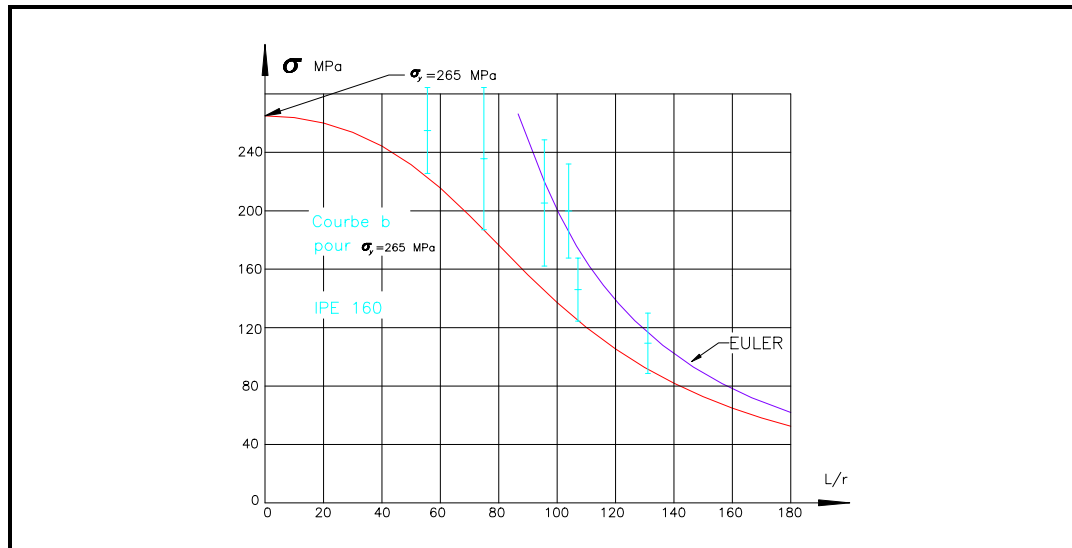


Figura 2.58 - Comparação da curva *b* com resultados de ensaios de perfis I laminados - adaptação da referência [7].

A classificação de outras formas de perfis foi feita levando-se em conta as imperfeições suscetíveis de serem produzidas. Em todos os casos, a teoria constituiu um meio indispensável e os ensaios uma confirmação necessária para se estabelecer, para cada perfil, a sua correspondente curva de flambagem, de acordo com a tabela 2.4.

Estas curvas iniciais não estavam, entretanto, isentas de críticas, uma delas referindo-se à parte das curvas cobrindo baixos valores de esbeltez. De fato, nestas regiões, o efeito do encruamento é significativo[29] e requer, pelo menos, a adoção de curvas apresentando um platô até certos valores de esbeltez. Seguindo este critério, a ECCS finalmente adotou, em 1976[25,26], uma série de cinco novas curvas, apresentando um platô para valores de esbeltez inferiores a 0,2. As duas novas curvas criadas (**a**₀ e **d**) representam, respectivamente, o comportamento das colunas com pouca presença relativa de tensões residuais, como os perfis termicamente tratados para alívio de tensões, formados com aço de alta resistência ($\sigma_y > 430$ MPa), e as colunas apresentando fortes valores de tensões residuais, como por exemplo os perfis H pesados (espessura maior que

40 mm) laminados ou soldados UM (ver figura 2.59). A tabela 2.5 mostra o esquema de classificação adotado pela ECCS.

N ^o	Forme du profilé	Curve
1	Tubes laminés	A
2	Tubes soudés	A
3	Caissons soudés	B
4	Profilés I et H laminés: - Flambement à l'âme $h/b > 1,2$ $h/b \leq 1,2$	A B
	- Flambement aux semelles $h/b > 1,2$ $h/b \leq 1,2$	B C
5	Profilés I et H soudés: - Flambement à l'âme: a) semelles oxycoupées b) semelles en larges-plats	A B
	- Flambement aux semelles: a) semelles oxycoupées b) semelles en larges-plats	B C
6	Profilés I et H laminés, avec semelles additional soudées: - Flambement aux semelles - Flambement à l'âme	A B
7	Caissons ayant subi un recuits de détent	A
8	Profilés I et H recuits: - Flambement à l'âme - Flambement aux semelles	A B
9	Profilés en T ou $\frac{1}{2}$ I	C
10	Profilés U	C

Tabela 2.4 - Classificação dos perfis nas curvas originais da ECCS - extraído da referência [7].

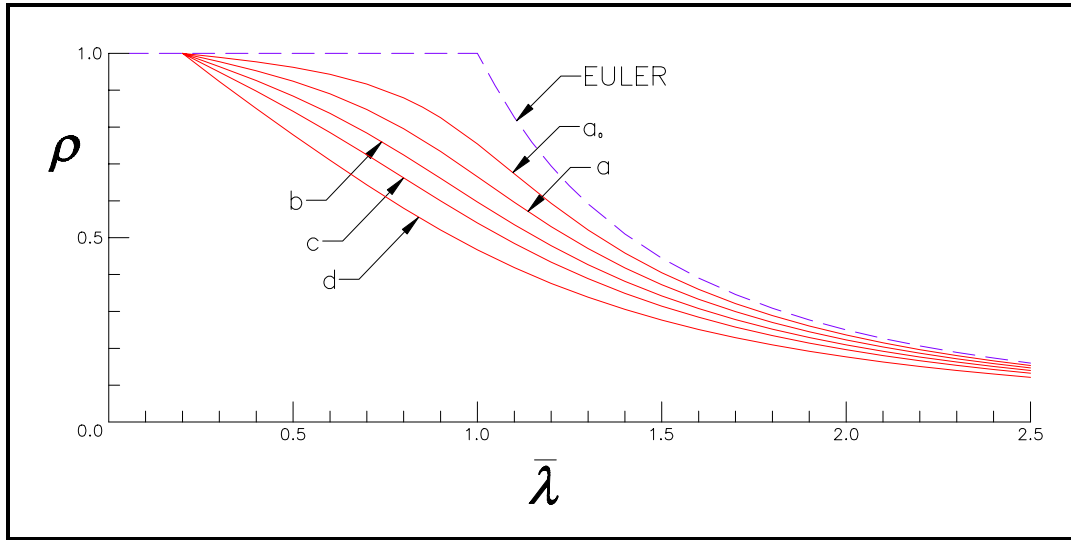


Figura 2.59 - Curvas da ENV. 1993 - 1.1.

Selection parameter			DL	DH	AL	AH
Rolled H	light	major	$h/b > 1.2$	a	a	a_0
		minor	$h/b \leq 1.2$	b	a	a
	heavy	major	$h/b > 1.2$	b	b	a
		minor	$h/b \leq 1.2$	c	b	b
Welded H	light	flame-cut	major	b	a	a_0
		minor	major	b	a	a
	heavy	universal mill	major	b	a	b
		minor	major	c	b	b
	heavy	flame-cut	major	c		
		minor	major	c		
Circular	massive	solid				
		rolled		a	a	a
	tube	welded		a	a	a
T-shape			c			
Welded box	flame-cut	universal mill		a	a	a_0
		universal mill		a	a	a_0

D=as-delivered, A=annealed, L= $\sigma_y \leq 400$ MPa, H= $\sigma_y > 400$ MPa

Tabela 2.5 - Classificação dos perfis nas atuais curvas da ECCS - extraída da referência [27].

A representação destas cinco curvas por uma única equação foi proposta por Rondal e Maquoi[39]:

$$\rho = \frac{\sigma}{\sigma_y} = \frac{Q - \sqrt{Q^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2} \leq 1,0 \quad (2.79)$$

onde,

$$Q = 1 + \alpha\sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04} + \bar{\lambda}^2 \quad (2.80)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0,093 & \text{para curva } a_0 \\ 0,158 & \text{para curva } a \\ 0,281 & \text{para curva } b \\ 0,384 & \text{para curva } c \\ 0,587 & \text{para curva } d \end{cases}$$

ou arranjando de outra maneira,

$$\rho = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}^2}} \quad (2.81)$$

$$\beta = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left(1 + \alpha\sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04} + \bar{\lambda}^2 \right) \quad (2.82)$$

Os valores de α dados acima foram aferidos[39] para que a mínima diferença entre os valores reais e os valores da equação de Rondal e Maquoi fosse obtida na faixa de trabalho usual, ou seja $0,6 < \bar{\lambda} < 2,1$. Estas diferenças encontram-se nas seguintes faixas: curva **a₀** $\pm 0,53\%$; curva **a** $\pm 0,43\%$; curva **b** $\pm 2,58\%$; curva **c** $\pm 1,79\%$; e curva **d** $\pm 1,87\%$.

A norma europeia para cálculo e projeto de estruturas de aço ENV 1993-1.1[18] adotou as curvas **a** , **b**, **c** e **d** desenvolvidas pela ECCS,

utilizando, porém, uma equação um pouco diferente para o fator de imperfeição Q [47,49]. As equações são as seguintes:

$$\rho = \frac{1}{Q + (Q^2 - \bar{\lambda}^2)^{0,5}} \leq 1,00 \quad (2.83)$$

onde:

$$Q = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.84)$$

As equações acima podem ser escritas também no seguinte formato:

$$\rho = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\lambda^2}} \leq 1,00 \quad (2.85)$$

onde,

$$\beta = \frac{1}{2\lambda^2} \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.86)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0,21 & \text{para curva a} \\ 0,34 & \text{para curva b} \\ 0,49 & \text{para curva c} \\ 0,76 & \text{para curva d} \end{cases}$$

Segundo Rodrigues[45,46], a formulação adotada pela norma européia foi modificada da originalmente proposta por Rondal e Maquoi por ajustar-se melhor aos pontos das curvas da ECCS. A proposição original, de acordo com este autor, seria mais apropriada às curvas de flambagem de colunas executadas com ligas de alumínio.

A tabela 2.6 apresenta a seleção de curvas para cada tipo de perfil. Deve-se observar que a ENV 1993-1.1 não faz distinção entre os tipos de

perfis I soldados FC e UM, classificando-os conservadoramente conforme as curvas do perfil UM, de menor resistência.

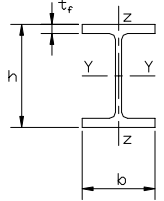
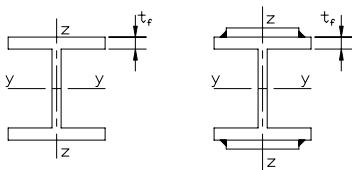
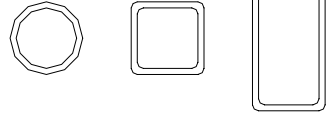
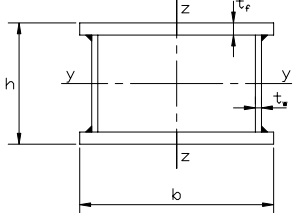
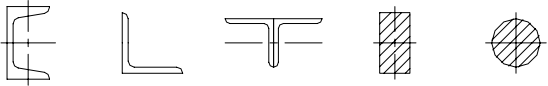
	CROSS SECTION	LIMITS	BUCKLING ABOUT AXIS	BUCKLING CURVE
ROLLED "I" SECTIONS		$h/b > 1,2:$ $t_f \leq 40\text{mm}$	$y - y$ $z - z$	a b
		$40\text{mm} < t_f < 100\text{mm}$	$y - y$ $z - z$	b c
		$h/b > 1,2:$ $t_f \leq 100\text{mm}$ $t_f > 100\text{mm}$	$y - y$ $z - z$ $y - y$ $z - z$	b c d d
WELDED "I" SECTIONS		$t_f \leq 40\text{mm}$	$y - y$ $z - z$	b c
		$t_f > 40\text{mm}$	$y - y$ $z - z$	c d
HOLLOW SECTIONS		HOT ROLLED	ANY	a
		COLD FORMED -USING f_{yb})	ANY	b
		COLD FORMED -USING f_{ya})	ANY	c
WELDED BOX SECTIONS		GENERALLY (EXCEPT AS BELOW)	ANY	b
		THICK WELDS AND $h/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	$y - y$ $z - z$	c c
U-, L-, T-, AND SOLID SECTIONS			ANY	c

Tabela 2.6 - Classificação dos perfis nas curvas da ENV 1993 - 1.1. - extraída da referência [18].

A NBR 8800, a exemplo da norma européia, adotou as curvas **a**, **b**, **c**, e **d** da ECCS para representar a resistência à flambagem de colunas de aço. A NBR 8800 também não fez qualquer diferenciação entre os tipos de perfis I soldados, classificando-os nas mesmas curvas, conforme se pode observar na tabela 2.7. Na tabela 2.8 estão os valores de ρ para as quatro curvas adotadas.

SEÇÃO TRANSVERSAL			FLAMBAGEM EM TORNO DO EIXO	CURVA DE FLAMBAGEM (A)	
PERFIL TUBULAR			x - x y - y	a	
PERFIL CAIXÃO SOLDADO		SOLDAS DE GRANDE ESPESSURA	$b/t_1 < 30$	x - x	c
			$d/t_2 < 30$	y - y	
		OUTROS CASOS	x - x y - y	b	
PERFIS "I" ou "H" LAMINADOS		$d/b > 1,2$ $t \leq 40$ mm	x - x y - y	a b (a)	
		$d/b \leq 1,2$ $t \leq 40$ mm	x - x y - y	b (a) c (b)	
		$t > 40$ mm	x - x y - y	d d	
PERFIS "I" ou "H" SOLDADOS		$t_i \leq 40$ mm	x - x y - y	b c	
		$t_i > 40$ mm	x - x y - y	c d	
"U", "L", "I" E PERFIS DE SEÇÃO CHEIA			x - x y - y	c	

Tabela 2.7 - Classificação dos perfis nas curvas da NBR 8800 - extraída da referência [5].

$\bar{\lambda}$	a	b	c	d
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	1.000	1.000	1.000	1.000
0.2	1.000	1.000	1.000	1.000
0.3	0.978	0.965	0.951	0.917
0.4	0.954	0.925	0.900	0.840
0.5	0.923	0.885	0.844	0.769
0.6	0.884	0.838	0.783	0.698
0.7	0.845	0.785	0.719	0.632
0.8	0.796	0.727	0.654	0.572
0.9	0.739	0.663	0.593	0.517
1.0	0.675	0.599	0.573	0.468
1.1	0.606	0.537	0.486	0.424
1.2	0.542	0.480	0.438	0.385
1.3	0.480	0.429	0.395	0.350
1.4	0.427	0.383	0.357	0.318
1.5	0.381	0.343	0.323	0.290
1.6	0.341	0.307	0.293	0.265
1.7	0.306	0.277	0.265	0.242
1.8	0.277	0.250	0.241	0.222
1.9	0.251	0.227	0.220	0.203
2.0	0.228	0.207	0.202	0.187
2.1	0.208	0.190	0.186	0.173
2.2	0.191	0.175	0.172	0.160
2.3	0.175	0.161	0.159	0.148
2.4	0.162	0.148	0.147	0.138
2.5	0.149	0.138	0.137	0.128

Tabela 2.8 - Valores de ρ das curvas da NBR 8800.

As expressões matemáticas que representam as curvas da NBR 8800 são as mesmas propostas inicialmente por Rondal e Maquoi[39]. Para ilustrar o que foi observado por Rodrigues[45,46], na figura 2.60 tem-se a plotagem de três curvas: a primeira (em pontos) representa a curva **b** da ECCS, traçada com os valores de ρ extraídos da tabela 2.8; a segunda representa a curva traçada de acordo com a expressão 2.79 da NBR 8800, tomando $\alpha = 0,281$ e a terceira representa a curva traçada de acordo com a expressão 2.83 da ENV 1993-1.1 com $\alpha = 0,34$. Pode-se observar como a expressão da norma européia representa melhor os valores de ρ do que a expressão da norma brasileira, especialmente para valores de $\bar{\lambda}$ inferiores a 0,8.

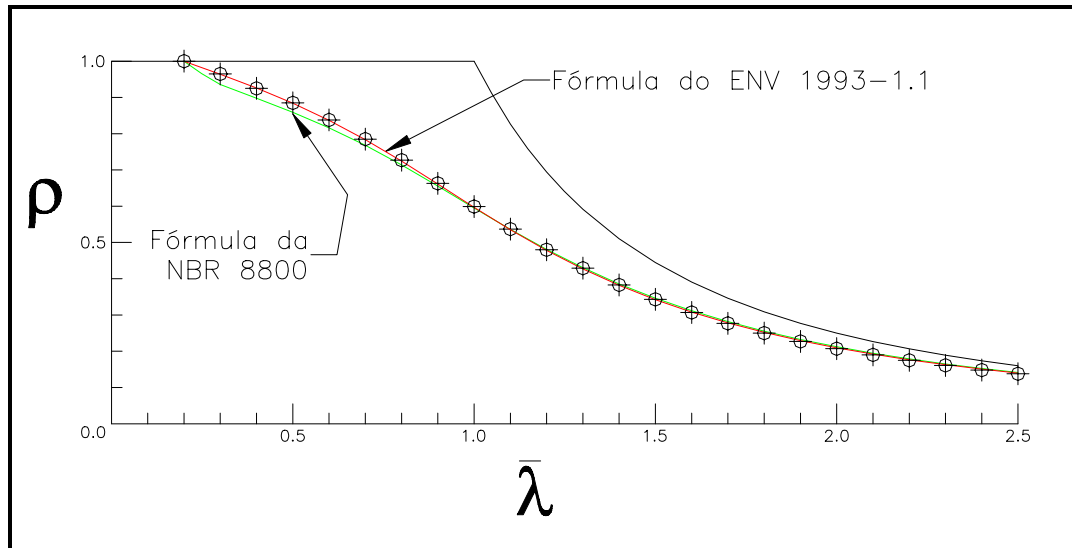


Figura 2.60 - Comparação entre as fórmulas da ENV 1993 - 1.1 e da NBR 8800 com os pontos pertinentes à curva b .

3 - ANÁLISE DA RESISTÊNCIA ÚLTIMA DOS PERFIS

3.1 - INTRODUÇÃO

A principal dificuldade com que nos deparamos no início deste trabalho foi a falta de dados experimentais sobre a distribuição e magnitude das tensões residuais e a tensão de escoamento de perfis soldados disponíveis no Brasil. Através de contatos com o Fritz Engineering Laboratory da Universidade de Lehigh nos Estados Unidos, tivemos acesso a diversos dados[1,8,9,12,14,23,35,36,40,41,55,56] que foram utilizados nos estudos que deram origem às curvas de flambagem do SSRC. Destes dados, selecionamos aqueles que se encaixavam no escopo deste estudo, ou seja, dados relacionados aos perfis soldados formados for chapas cortadas a maçarico. Foram então escolhidos 12 perfis (figura 3.1), representando diferentes combinações de tipos de aço e dimensões da seção transversal dos quais dispúnhamos dos dados necessários para se calcular suas resistências últimas.

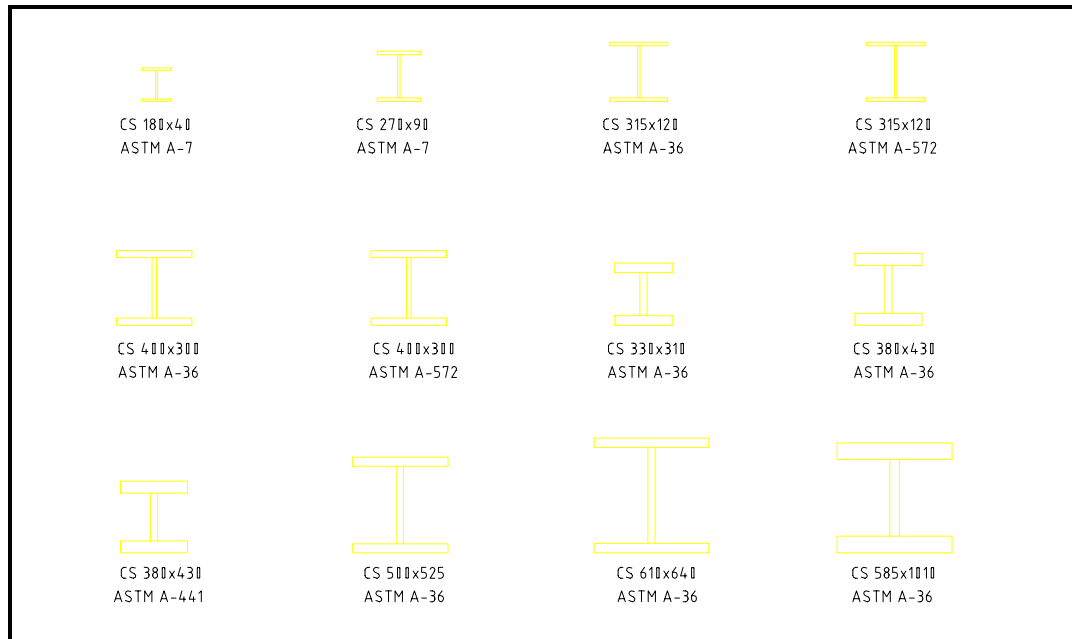


Figura 3.1 - Perfis escolhidos para análise de resistência última (ver tabela 4.3).

As equações de Euler, do módulo tangente e do módulo reduzido são problemas de auto-valor, típicos da estabilidade clássica, onde a resistência à flambagem pode ser encontrada por soluções fechadas, de um só passo, de uma equação diferencial baseada em princípios mecânicos. Por outro lado, reconhecendo-se que as colunas reais não são perfeitamente retas, estas imperfeições devem ser levadas em conta para que se possa determinar adequadamente sua resistência. Tais imperfeições (curvatura inicial, tensões residuais e restrições de extremidade) requerem que um procedimento de análise incremental e iterativo seja feito para se determinar o equilíbrio entre os esforços internos e externos à medida que se aumenta o valor da carga axial. O procedimento foi executado com um programa de computador desenvolvido por Lavall[37], que permite análises não lineares física e geométrica. Maiores detalhes sobre o método de análise aplicado e o programa serão apresentados adiante, nos itens 3.2 e 3.3, respectivamente.

As seguintes hipóteses, baseadas nas referências [8,9] foram adotadas na análise:

- a) o material é linearmente elástico, perfeitamente plástico;
- b) as tensões residuais são constantes ao longo do comprimento da coluna e uniformes através da espessura;
- c) as fibras escoadas da seção transversal descarregam-se elasticamente;
- d) a tensão de escoamento pode variar na seção transversal, mas é constante ao longo do comprimento da coluna e através da espessura das chapas componentes;
- e) a curvatura inicial pode ser descrita por uma senóide com amplitude inicial de $l/1000$ do comprimento da coluna;
- f) as seções originalmente planas permanecem planas após a deformação em toda a faixa de esbeltez considerada.

O efeito provocado ao se assumir um diagrama tensão \times deformação elastoplástico depende do tipo de aço considerado e pode ser esquematicamente ilustrado pela figura 3.2. A discrepância entre o diagrama real e o elastoplástico para os tipos de aço com diagramas semelhantes ao da figura 3.2a é muito pequena para deformações inferiores ao valor da deformação de encruamento ϵ_{sh} . O principal efeito ao se assumir esta hipótese será, portanto, a não consideração de qualquer contribuição do encruamento, o que provavelmente resultará numa resistência um pouco inferior ao real para colunas com índices de esbeltez bastante baixos. Para as demais colunas, é sabido que o encruamento não influencia significativamente sua resistência última. Para colunas fabricadas com aço de alta resistência, com diagramas semelhantes ao da figura 3.2b, os efeitos destacados acima são mais pronunciados. Os resultados teóricos serão então permeados de mais ou menos conservadorismo, dependendo de como é definido o valor da tensão de escoamento deste tipo de aço.

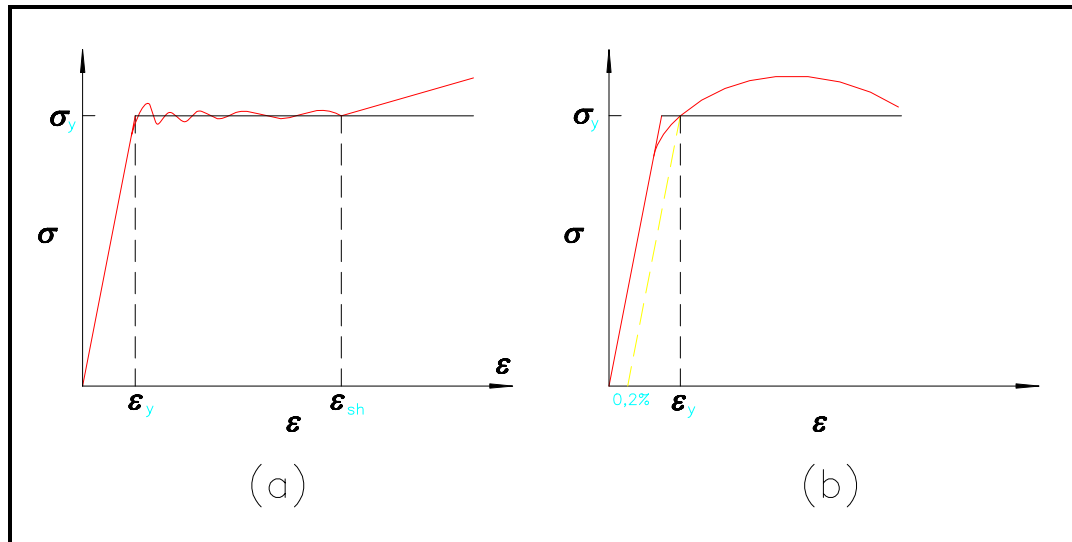


Figura 3.2 - Diagrama real e simplificado tensão \times deformação.

Tensões residuais consideradas constantes ao longo do comprimento da coluna representam uma boa aproximação da realidade, apesar de alguma variação ter sido detectada em alguns estudos. Da mesma forma, a distribuição das tensões residuais considerada uniforme através da espessura das chapas componentes também é uma suposição razoável para chapas com espessura até 25 mm [8,9,56]. A variação torna-se maior à medida que a espessura aumenta. Entretanto, para perfis executados com chapas de até 50 mm de espessura, as cargas de flambagem calculadas de acordo com a teoria do módulo tangente, considerando a distribuição real das tensões residuais, são apenas cerca de 2% inferiores àquelas calculadas assumindo-se as tensões residuais constantes através da espessura[8,9]. Supõe-se que em análises de resistência última, esta diferença seja ainda menor, por saber-se que, nessa análise, as tensões residuais têm um papel menos preponderante do que nas análises pela teoria do módulo tangente. Somente a partir de espessuras superiores a 125 mm , as discrepâncias tornam-se mais significativas[8,9].

O descarregamento elástico das fibras escoadas da seção transversal é uma suposição razoável, normalmente utilizada em análises não lineares, comprovada teórica e experimentalmente.

A consideração de variação da tensão de escoamento na seção transversal é de grande importância devido ao fato de que, para perfis soldados FC, a tensão de escoamento e as tensões residuais nas bordas cortadas a maçarico e na região da solda assumem valores significativamente maiores do que a tensão de escoamento do material virgem[28,56].

Por simplicidade de análise, considera-se que a curvatura inicial pode ser representada por uma senóide, embora sua forma real possa ser bastante diferente, normalmente expressa por curvaturas nas duas direções[36] (ver figura 2.36 do capítulo 2). É, normalmente, um procedimento a favor da segurança.

A validade da hipótese de Bernoulli-Euler, segundo a qual as seções transversais originalmente planas e ortogonais permanecem planas indeformáveis e ortogonais após a deformação, pode ser questionada para colunas com baixíssimo índice de esbeltez, mas é uma hipótese bastante realista para as demais colunas. Devido à esta hipótese, a resistência calculada de colunas com índice de esbeltez bastante baixo será, provavelmente, inferior à sua capacidade real[8,9].

3.2 - O MÉTODO DE ANÁLISE - ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO PLANO PARA ANÁLISE NÃO LINEAR INCLUINDO IMPERFEIÇÕES INICIAIS [37,38]

3.2.1 - DEFINIÇÕES - DEFORMAÇÕES E TENSÕES

Considere-se a fibra de volume V_r , área da seção transversal A_r e comprimento l_r na configuração inicial da figura 3.3. Na configuração deformada, o volume, a área da seção transversal e o comprimento são designados respectivamente por V_c , A_c e l_c , onde atua uma força normal N .

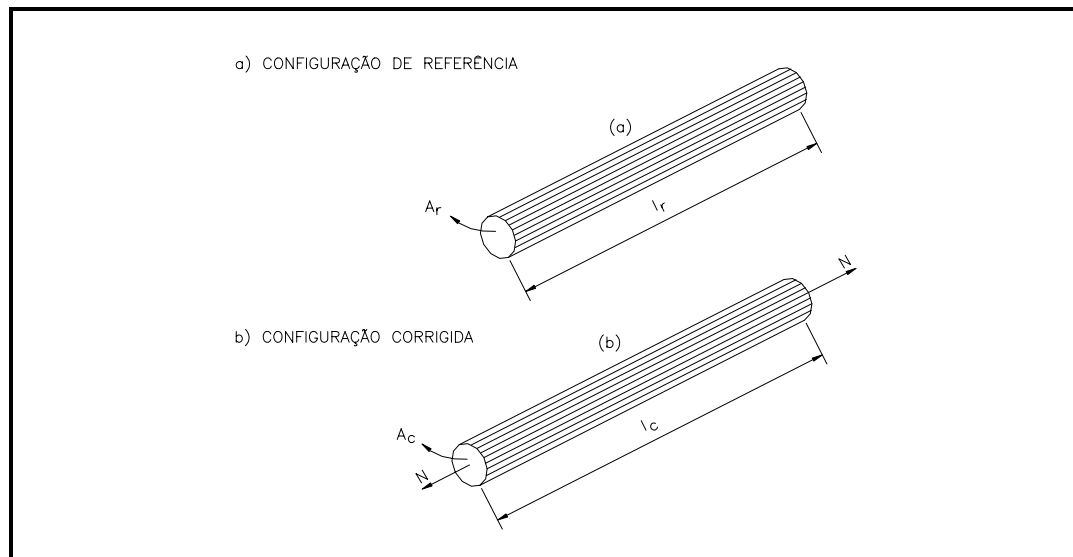


Figura 3.3 - Configurações de uma fibra de material.

Uma medida de deformação é definida como qualquer grandeza que compare os comprimentos da fibra nas configurações inicial e deformada. Uma família de medidas de deformação pode ser definida por:

$$\varepsilon_m = \begin{cases} \frac{\lambda^{2m} - 1}{2m} & \text{para } m \neq 0 \\ \ln \lambda & \text{para } m = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

onde $\lambda = l_c/l_r$ é uma medida básica de deformação, denominada estiramento da fibra.

Para cada valor de m está associado um membro da família, interessando, neste trabalho, a deformação linear ou de engenharia, para a qual se tem $m=1/2$:

$$\varepsilon_{1/2} = \lambda - 1 = \frac{l_c}{l_r} - 1 = \frac{l_c - l_r}{l_r} = \frac{\Delta l}{l_r} \quad (3.2)$$

A tensão de Cauchy e a tensão de engenharia da fibra são definidas, respectivamente, por:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c} \quad \text{e} \quad \sigma_N = \frac{N}{A_r} \quad (3.3)$$

Definindo-se a tensão de Kirchhoff-Treffz como:

$$\sigma_{kt} = \frac{V_c}{V_r} \sigma_c \quad (3.4)$$

e usando-se o Princípio das Potências Virtuais para definir medidas de tensão e deformação conjugadas, chega-se a:

$$\sigma_m = \lambda^{-2m} \sigma_k \quad (3.5)$$

que representa a família de tensões σ_m conjugada à família de deformações ε_m , equação 3.1.

Da mesma forma, para cada valor de m está associado um membro da família de tensões. Após algumas substituições, chega-se a:

$$\sigma_m = \lambda^{(1-2m)} \sigma_N \quad (3.6)$$

Fazendo-se $m=1/2$, chega-se à tensão de engenharia, dada por:

$$\sigma_{1/2} = \sigma_N \quad (3.7)$$

3.2.2 - RELAÇÕES CONSTITUTIVAS - APROXIMAÇÕES PARA O AÇO

Considere-se a relação tensão \times deformação, expressa por:

$$\sigma_m = \sigma_m(\varepsilon_m) \quad (3.8)$$

Derivando-se em relação ao tempo, tem-se:

$$\dot{\sigma}_m = D_m \dot{\varepsilon}_m \quad (3.9)$$

onde:

$$D_m = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m} \quad (3.10)$$

é o módulo de rigidez do material da fibra. Após algumas substituições e fazendo $m=1/2$ e $D_{1/2}=D$, chega-se a:

$$D_m = \lambda^{2-4m} D + (1-2m)\lambda^{1-4m} \sigma_N \quad (3.11)$$

que representa uma família de módulos de rigidez.

Neste trabalho foi adotado o modelo constitutivo elastoplástico, apropriado para o estudo de colunas de aço. A figura 3.4 mostra dois modelos teóricos simplificados (elastoplástico e elástico-perfeitamente plástico) de um diagrama tensão \times deformação de um corpo de prova de aço submetido a um estado de tensão unidimensional. No segundo modelo, ao atingir a tensão de escoamento σ_y , o material torna-se perfeitamente plástico, isto é, deforma-se indefinidamente sem aumento de tensão.

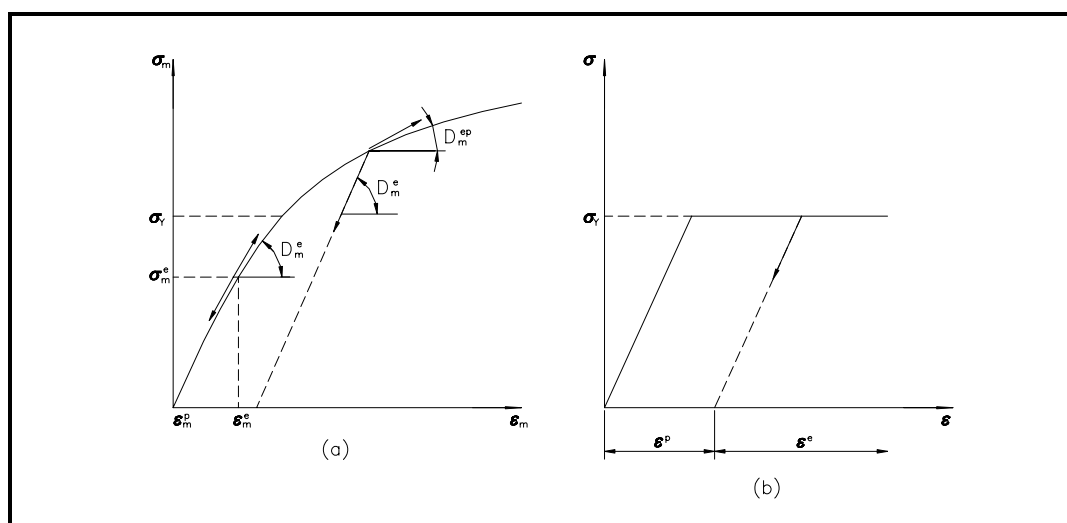


Figura 3.4 - Comportamento elastoplástico e elástico-perfeitamente plástico de uma fibra.

Considerando-se a figura 3.4a, tem-se duas regiões distintas: uma região elástica onde σ_m é menor do que σ_y e uma região elastoplástica onde σ_m é maior que σ_y . Diz-se que uma fibra está em regime elástico se existe uma

relação que associa cada deformação a uma só tensão. Considerando a equação 3.10 para o regime elástico, o módulo de rigidez elástico:

$$D_m^e = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m} \quad (3.12)$$

é único, função apenas de ε_m e independente de $\dot{\varepsilon}_m$. Assim, se $(\sigma_m - \sigma_y) < 0$ a fibra está na fase elástica, tanto em carga ($\varepsilon_m \cdot \dot{\varepsilon}_m > 0$) quanto em descarga ($\varepsilon_m \cdot \dot{\varepsilon}_m < 0$).

Diz-se que uma fibra está em regime elastoplástico se :

$$\dot{\sigma}_m = \begin{cases} D_m^e \dot{\varepsilon}_m, & \text{se } \varepsilon_m \dot{\varepsilon}_m < 0 \\ D_m^{ep} \dot{\varepsilon}_m, & \text{se } \varepsilon_m \dot{\varepsilon}_m > 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

onde D_m^{ep} é o módulo de rigidez elastoplástico. Então, se $(\sigma_m - \sigma_y) > 0$, a fibra está na fase elastoplástica e, se estiver em descarga ($\varepsilon_m \cdot \dot{\varepsilon}_m < 0$), $D_m = D_m^e$. Porém, se a fibra estiver em carga ($\varepsilon_m \cdot \dot{\varepsilon}_m > 0$), $D_m = D_m^{ep}$. No caso em estudo, elástico-perfeitamente plástico (figura 3.4b), tem-se evidentemente $D_m^{ep} = 0$.

3.2.3 - SISTEMA DE COORDENADAS

Seja um pórtico plano formado por elementos com imperfeições iniciais (curvaturas iniciais) em sua configuração inicial, de acordo com a figura

3.5. No sistema global de referência, descrito pelas coordenadas x e y , os nós do pórtico possuem 3 graus de liberdade: duas translações u e v nas direções x e y , respectivamente, e uma rotação θ , considerada positiva quando medida no sentido anti-horário.

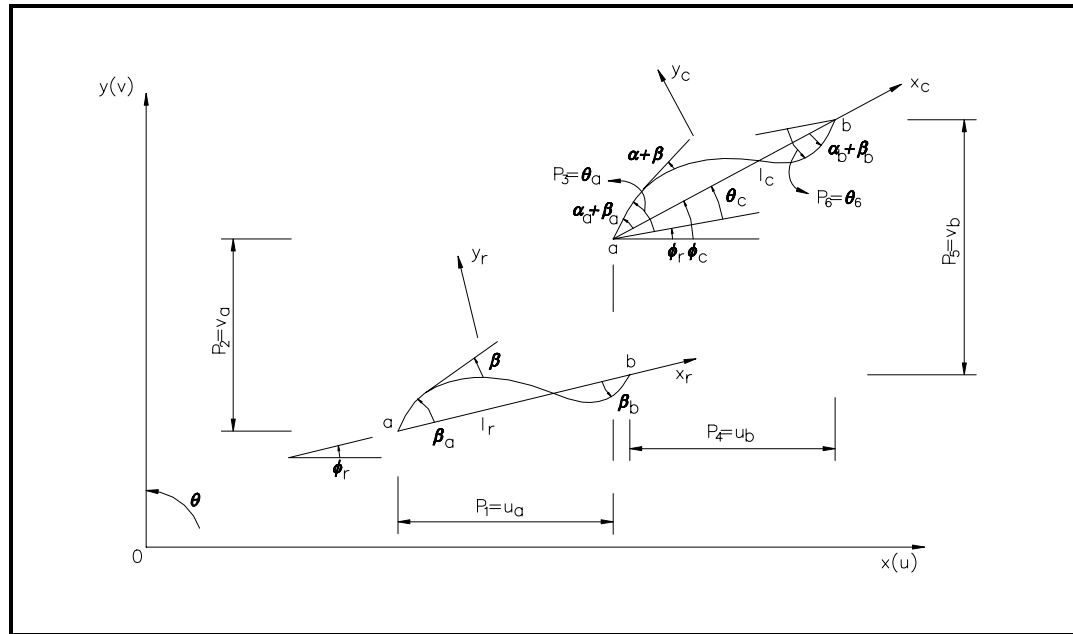


Figura 3.5 - Elemento de pórtico plano com imperfeições iniciais em sua configuração de referência e em sua configuração corrigida.

Considere-se agora, para um elemento qualquer, um sistema local de coordenadas corrotacional (x_r, y_r) com origem no centro do elemento. O comprimento da corda do elemento entre os seus nós de extremidade é l_r , cujo ângulo com o eixo de referência global é ϕ_r . O ângulo β , formado pela corda e a tangente ao eixo do elemento, define a curvatura inicial para a barra descarregada.

Para um determinado nível de carregamento, o elemento encontra-se deformado na posição atualizada ou corrigida. Da mesma forma, introduz-se um sistema local de coordenadas corrotacional (x_c, y_c) , sendo ϕ_c o ângulo entre a corda e o eixo global x . Nesta posição deformada, o ângulo entre a corda e a tangente é $(\alpha + \beta)$.

Assim definido, vem:

$$\lambda = \frac{l_c}{l_r} \quad \text{e} \quad \varepsilon = \lambda - 1 \quad (3.14)$$

para o estiramento da corda e sua deformação de engenharia, respectivamente.

Os graus de liberdade denominados naturais ou corrotacionais podem ser agrupados no vetor 3×1 , definido por:

$$q_\alpha^T = \{q_1, q_2, q_3\} \quad (3.15)$$

sendo:

$$q_1 = l_c - l_r, \quad q_2 = \alpha_a \quad \text{e} \quad q_3 = \alpha_b$$

Os graus de liberdade cartesianos podem ser agrupados em um vetor 6×1 , dado por:

$$p_i^T = \{u_a, v_a, \theta_a, u_b, v_b, \theta_b\} \quad (3.16)$$

As relações entre os graus de liberdade corrotacionais e os graus de liberdade cartesianos, bem como suas derivadas são estudados com mais detalhes na referência [37].

3.2.4 - TEORIA ESTRUTURAL

Considere-se o elemento da figura 3.6 nas configurações inicial e atualizada. De acordo com a hipótese de Bernoulli-Euler, é possível se obter:

$$\lambda = \frac{\bar{\lambda} - r \frac{d(\alpha + \beta)}{d\bar{s}_r}}{1 - r \frac{d\beta}{d\bar{s}_r}} \quad (3.17)$$

onde:

r = distância de uma fibra em relação ao eixo

$$\lambda = \frac{ds_c}{ds_r}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{d\bar{s}_c}{d\bar{s}_r}$$

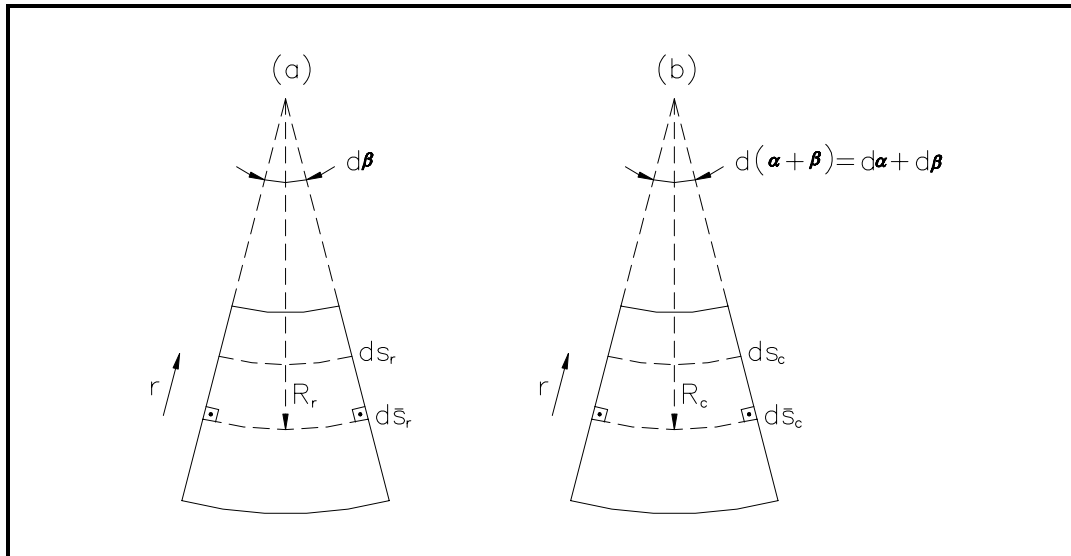


Figura 3.6 - Elemento diferencial de barra curva, (a) configuração de referência, (b) configuração corrigida.

Sendo $\varepsilon = \lambda - 1$ e $\bar{\varepsilon} = \bar{\lambda} - 1$ a deformação da fibra a uma distância r do eixo e a deformação da fibra do eixo, respectivamente, usando-se as derivadas em relação a x_r , e com auxílio da regra da cadeia, chega-se a:

$$\varepsilon = \frac{\bar{\varepsilon} \bar{s}'_r - r \alpha'}{\bar{s}'_r - r \beta'} \quad (3.18)$$

que caracteriza analiticamente a hipótese sobre o campo de deformação para barras com eixo inicialmente curvo, consistente com a teoria estrutural adotada.

Após alguns arranjos e substituições chega-se a:

$$\varepsilon = \frac{(1 + \bar{u}'_c) \sec(\alpha + \beta) - \sec \beta - r\alpha'}{\sec \beta - r\beta'} \quad (3.19)$$

que é a expressão analítica do campo de deformação para barras com imperfeições iniciais, em função do deslocamento \bar{u}_c e α .

3.2.5 - EQUILÍBRIO ESTÁTICO DO ELEMENTO

Uma vez conhecido o campo de deformação do elemento, o equilíbrio estático pode ser formulado, usando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais, como se segue:

$$\int_{V_r} \sigma \delta \varepsilon dV_r = P_i \delta p_i \quad (3.20)$$

onde:

V_r = volume do elemento na configuração de referência

σ = tensão normal da fibra

$\delta \varepsilon$ = deformação virtual da fibra

P_i = forças nodais internas do elemento

δp_i = deslocamento virtual nodal do elemento

A deformação virtual da fibra é dada por:

$$\delta\varepsilon = \varepsilon_{,\alpha} q_{\alpha,i} \delta p_i \quad (3.21)$$

sendo que $q_{\alpha,i}$ representa uma transformação de coordenadas do sistema corrotacional para o sistema cartesiano, ainda em coordenadas locais e faz uma rotação de eixos, colocando-o no sistema global.

A equação de equilíbrio do elemento é dada, portanto, por:

$$P_i = \left(\int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha} dV_r \right) q_{\alpha,i} \quad (3.22)$$

Chamando $Q_\alpha = \int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha} dV_r$, em notação indicial temos:

$$P_i = Q_\alpha \cdot q_{\alpha,i} \quad (3.23)$$

Os componentes da matriz de rigidez tangente do elemento são obtidos das derivadas de P_i em relação às coordenadas cartesianas p_j . Derivando a equação 3.23, tem-se:

$$\frac{\partial P_i}{\partial p_j} = K_{ij} = q_{\alpha,i} Q_{\alpha,\beta} q_{\beta,j} + Q_\alpha q_{\alpha,ij} \quad (3.24)$$

Finalmente, a matriz tangente para o elemento é dada por (em notação indicial):

$$K_{i,j} = \underbrace{q_{\alpha,i} (D_{\alpha,\beta} + H_{\alpha,\beta}) q_{\beta,j}}_{\text{parcela objetiva}} + \underbrace{Q_{\alpha} \cdot q_{\alpha,ij}}_{\text{parcela do movimento de corpo r\u00edgido}} \quad (3.25)$$

ou ent\u00e3o por:

$$K_{i,j} = \underbrace{q_{\alpha,i} \cdot D_{\alpha,\beta} \cdot q_{\beta,j}}_{\text{parcela constitutiva}} + \underbrace{q_{\alpha,i} H_{\alpha,\beta} q_{\beta,j} + Q_{\alpha} \cdot q_{\alpha,ij}}_{\text{parcela geom\u00e9trica}} \quad (3.26)$$

onde:

$$D_{\alpha,\beta} = \int_{V_r} \varepsilon_{,\alpha} D \varepsilon_{,\beta} dV_r \quad (3.27)$$

$$H_{\alpha,\beta} = \int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha\beta} dV_r$$

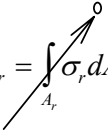
Admite-se, neste trabalho, que a tens\u00e3o normal σ seja a soma de duas parcelas:

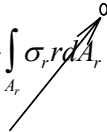
$$\sigma = \sigma_r + D\varepsilon \quad (3.28)$$

onde σ_r \u00e9 a tens\u00e3o residual da fibra que, como vimos, aparece nos perfis de a\u00e7o devido ao processo de fabrica\u00e7\u00e3o. As tens\u00f5es residuais s\u00e3o evidentemente auto-equilibradas ou seja, as resultantes de for\u00e7as e momentos fletores na se\u00e7\u00e3o transversal dos perf\u00eds s\u00e3o nulas:

$$N_0 = \int \sigma_r dA_r = 0, \quad M_0 = - \int_{A_r} \sigma_r \cdot r dA_r = 0 \quad (3.29)$$

onde dA_r é o elemento de área da seção transversal na configuração de referência A_r . Assim, tem-se que a força normal N e o momento fletor M , resultantes na seção, são dados por:

$$N = \int_{A_r} (\sigma_r + D_\varepsilon) dA_r = \int_{A_r} \sigma_r dA_r + \int_{A_r} D_\varepsilon dA_r \quad (3.30)$$


$$M = - \int_{A_r} (\sigma_r + D_\varepsilon) r dA_r = - \int_{A_r} \sigma_r r dA_r - \int_{A_r} D_\varepsilon r dA_r \quad (3.31)$$


Chega-se então a:

$$N = \int_{A_r} D_\varepsilon dA_r \quad \text{e} \quad M = - \int_{A_r} D_\varepsilon r dA_r \quad (3.32)$$

3.3 - O PROGRAMA

Apresenta-se na figura 3.7 o fluxograma geral do programa principal PPLANLEP[37], utilizado para se fazer a análise não linear elastoplástica de pórticos planos. Este programa, escrito em linguagem Fortran, foi desenvolvido utilizando a metodologia apresentada no item 3.2 deste trabalho.

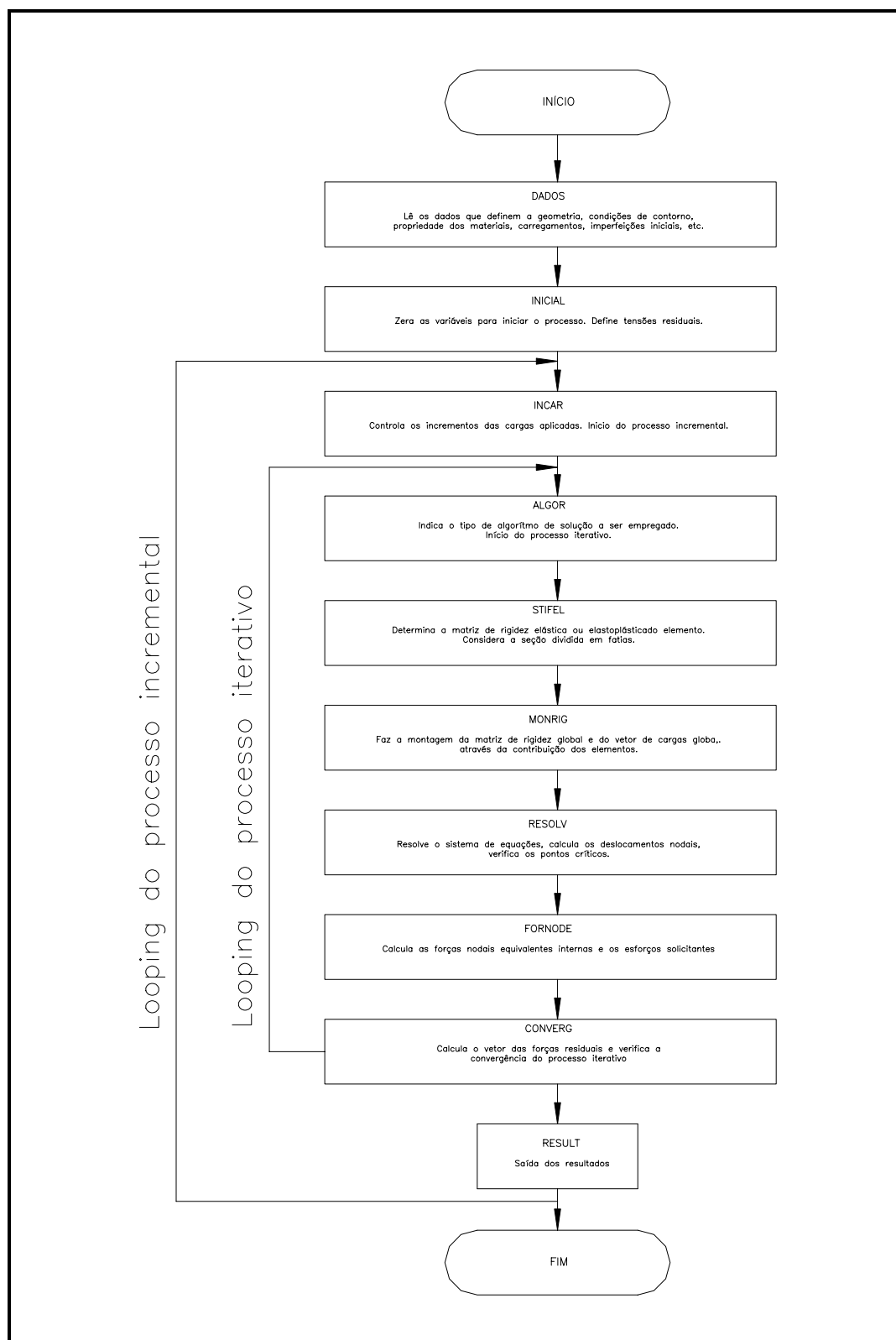


Figura 3.7 - Fluxograma geral do programa para análise não linear incremental-iterativa - adaptação da referência [37].

Observa-se que num processo incremental e iterativo dois “loopings” são necessários[37]: um para incrementar o carregamento aplicado e o outro para iterar a solução até à convergência.

Para a solução numérica das equações não lineares, utilizou-se o método Newton-Raphson puro, que tem provado ser uma das mais eficientes técnicas de solução para análise não linear via MEF.

No programa foram implementados dois critérios de convergência, sendo um baseado nos deslocamentos e o outro baseado nas forças residuais, aplicados isoladamente.

No critério relativo aos deslocamentos, emprega-se a verificação da convergência global. O processo numérico é considerado convergente se:

$$\frac{\sqrt{\left\| \sum_{i=1}^n (p_i^j)^2 - \sum_{i=1}^n (p_i^{j-1})^2 \right\|}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i^1)^2}} \times 100 \leq \text{Toler} \quad (3.33)$$

onde p_i são os deslocamentos nodais, n é o número total de incógnitas do problema e $j-1$ e j são as iterações sucessivas. Nos cálculos utilizando-se este programa foi adotado $\text{Toler}=1$.

No critério baseado nas forças nodais residuais, o processo converge se:

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta F_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (F_i)^2}} \times 100 \leq \text{Toler} \quad (3.34)$$

onde ΔF_i são as forças residuais, F_i são as forças totais aplicadas, n é o número total de incógnitas do problema e j denota o número da iteração. Também neste caso, foi adotado Toler=1.

Para que sejam determinados os esforços N e M , dados de uma forma geral pelas equações 3.32, é necessário realizar integração sobre toda a seção transversal da barra. Para tanto, adotou-se no programa o modelo de fatias, onde a seção transversal é dividida em um grande número de fatias retangulares, buscando captar as variações de tensões e a propagação do escoamento na seção transversal. A figura 3.8 mostra um exemplo típico de uma seção transversal de um perfil I subdividida em fatias. Observa-se que as chapas componentes são fatiadas na direção da espessura das mesmas.

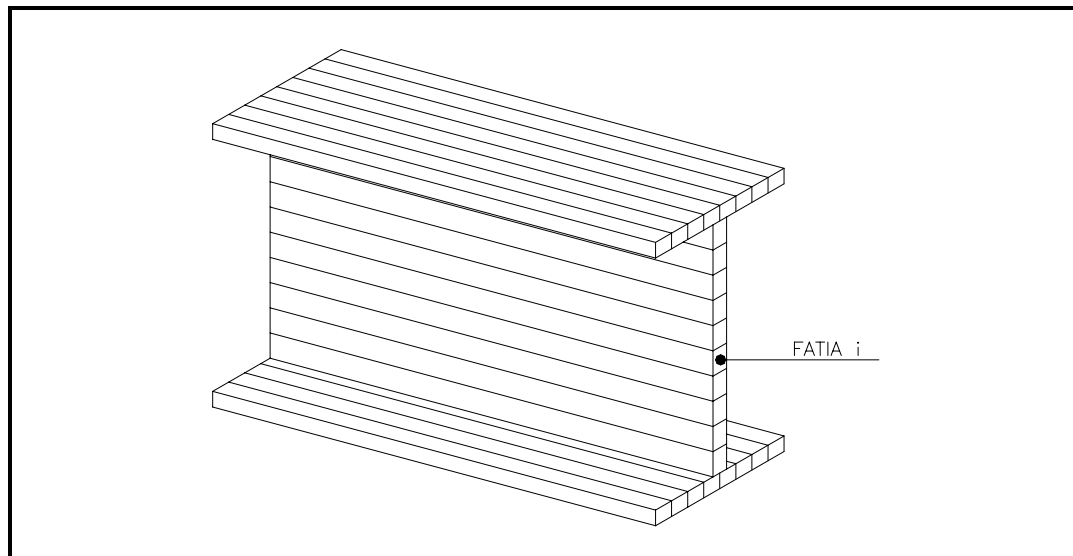


Figura 3.8 - Divisão em fatias dos perfis - adaptação da referência [37].

Na implementação da formulação por fatias, considera-se que o estado de tensão no centro da fatia é representativo de toda ela. Assim, admite-se que tão logo a tensão no centro de uma fatia alcance o valor da tensão local de escoamento, toda a fatia se torna plástica, enquanto que aquelas com tensão inferior à tensão de escoamento local permanecem elásticas.

Para a determinação da curva de flambagem de um determinado perfil, torna-se necessário, como vimos no capítulo anterior, o cálculo da resistência última para os diversos índices de esbeltez mais utilizados na prática. Neste trabalho, a faixa de esbeltez considerada vai de $\bar{\lambda} = 0,1$ até $\bar{\lambda} = 2,5$. Foram utilizados 12 tipos diferentes de perfis com duas curvas para cada perfil, uma para o eixo de maior inércia e outra para o eixo de menor inércia. Portanto, foram processados 600 cálculos de resistência última utilizando-se o programa. Para tornar mais eficiente sua implementação, foram desenvolvidos programas auxiliares de pré e pós-processamento, utilizando-se a linguagem Turbo Pascal. Estes pré e pós-processadores foram desenvolvidos por Rezende Neto[43], assim como os programas com os quais foram feitos os cálculos estatísticos.

O principal programa de pré-processamento realiza um “encapsulamento” do programa PPLANLEP. Inicialmente faz a leitura dos dados de entrada do perfil do qual se calcularão as resistências últimas e, de acordo com as propriedades geométricas da seção transversal, calcula os comprimentos equivalentes aos índices de esbeltez adotados na análise. Os dados de entrada são os seguintes:

- descrição do perfil, altura da alma, largura da mesa e respectivas espessuras;
- tipo do aço;
- valores das tensões de escoamento;
- valores das tensões residuais;

- número de elementos em que é dividida a barra (na presente análise foram utilizados 20 elementos);
- forma e magnitude da curvatura inicial.

Uma vez calculados os comprimentos equivalentes, os pré-processadores iniciam a divisão automática das fatias. As mesas e as almas são divididas não-uniformemente em 80 e 40 fatias, respectivamente. A não-uniformidade da divisão tem por finalidade captar, com maior precisão, a variação das tensões residuais, ou seja, onde houver maior variação da tensão residual, deverá haver um maior número de fatias. Em seguida são calculadas as coordenadas de cada elemento, considerando-se a forma e a magnitude da curvatura inicial, tomada neste trabalho como uma senóide com amplitude de $L/1000$. Uma vez definidas as entradas de dados para o programa principal, tem início o “looping” de processamento do programa principal, iniciando-se com o comprimento equivalente ao índice de esbeltez igual a 0,10 até se atingir o comprimento equivalente ao índice de esbeltez igual a 2,50, com variação de 0,10. Após cada processamento, os programas de pós-processamento, de posse dos dados calculados, convertem-nos em relações P_u/P_y , onde P_u é a carga última e P_y é a carga de escoamento, organizando-as em tabelas e gráficos para cada perfil analisado.

4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Além das hipóteses descritas no capítulo 3, outras simplificações foram adotadas na análise, devido à falta de dados relativos à tensão de escoamento realmente medidas de cada fatia da seção transversal de alguns perfis. Nestes casos, onde o valor medido da tensão de escoamento não estava disponível, o valor nominal da tensão de escoamento do aço em questão foi assumido como sendo a tensão de escoamento do perfil. Porém, nas fatias onde a tensão residual é maior do que a tensão de escoamento nominal, o valor da tensão residual foi tomado para representar a tensão de escoamento para a fatia em questão.

A título de simplicidade, para cada perfil analisado, uma distribuição simétrica de tensões residuais foi calculada, considerando-se metade das mesas e metade da alma como unidades independentes. Ou seja, a tensão de cada fatia da mesa e da alma representa a média de tensões residuais realmente medidas de quatro semi-mesas e duas semi-almas, respectivamente. Desta forma, fica garantido o auto-equilíbrio de momentos na seção transversal. A partir desta distribuição simétrica, foi feita uma linearização[43] da distribuição das tensões residuais, buscando-se com isto obter o auto-equilíbrio relativo à força axial (figura 4.1).

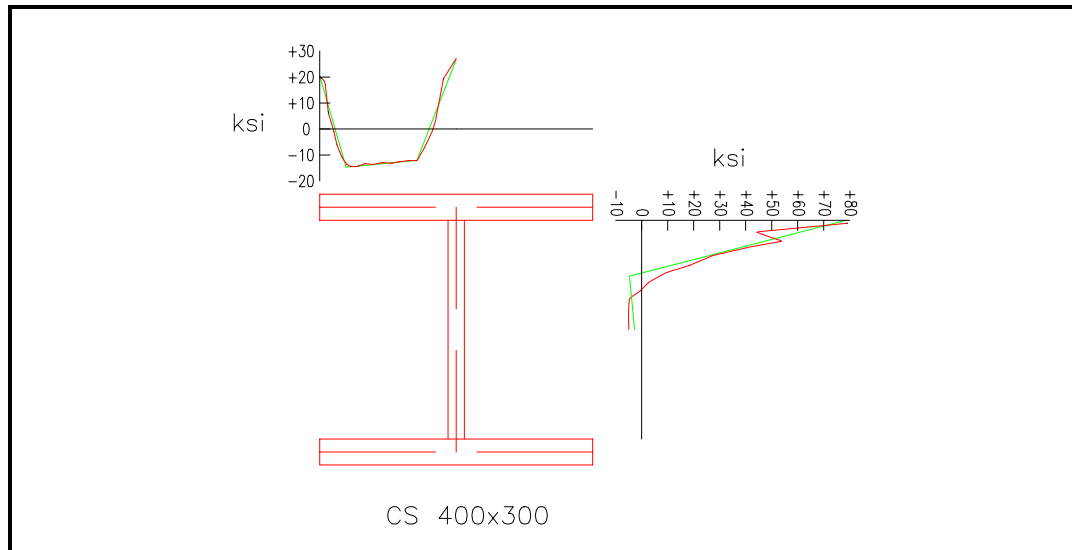


Figura 4.1 - Linearização das tensões residuais (1 ksi = 6,895 MPa).

Será visto a seguir a influência que a adoção das simplificações acima poderia acarretar na resistência última das colunas,. A tabela 4.1, adaptada da referência [9] mostra alguns dados característicos estatísticos de alguns tipos de aço. Pode-se observar que o valor nominal fica apenas ligeiramente inferior à média (cerca de 5%) e que o desvio padrão assume valores bastante baixos. Na figura 4.2 é mostrada uma comparação entre as resistências últimas de um perfil, considerando dois valores de tensões de escoamento para o aço ASTM A-36: o valor nominal e o valor médio conforme tabela 4.1. Observa-se que a diferença de resistência é muito pequena, donde se conclui que a adoção dos valores nominais para representar a tensão de escoamento do perfil é uma hipótese razoável e conservadora, não introduzindo erros significativos nos valores calculados.

Tipo do Aço	Tensão de Escoamento σ_y	Moda	Média m	$\sigma_{y,max}$	Desvio Padrão s	Fator de Dispersão
A36	36	37.6	38.3	42	1.54	0.83
A441	50	52.1	53.0	58	2.05	0.63
A572 (50)	50	52.1	53.0	58	2.05	0.63

Tabela 4.1 - Valores estatísticos da tensão de escoamento dos aços indicados. Valores em ksi (1 ksi = 6,895 MPa)- adaptação da referência [9].

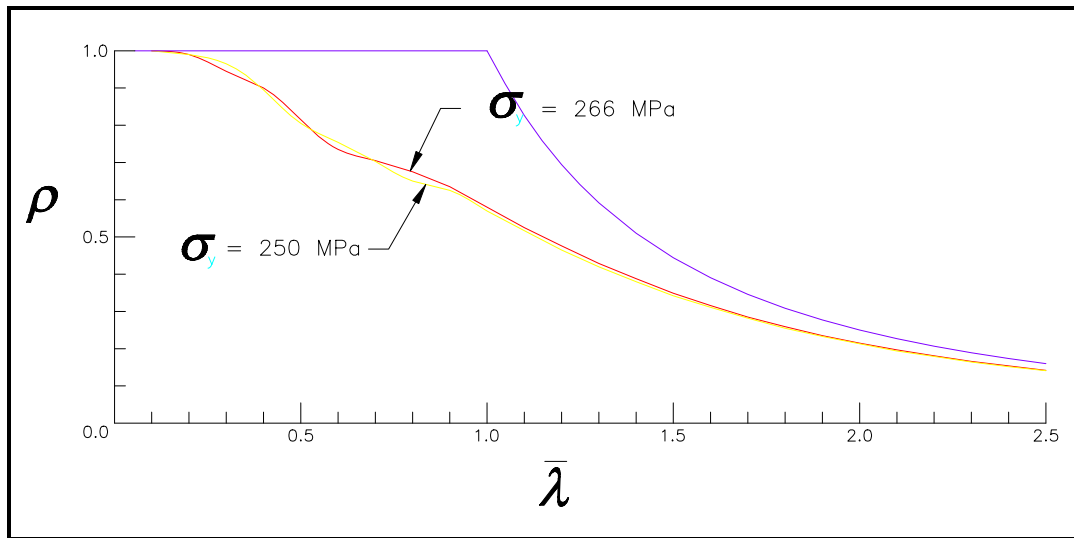


Figura 4.2 - Comparação de resistências do perfil CS 330×310 para tensão de escoamento nominal e tensão de escoamento média.

Segundo Bjorhovde[9], estudos estatísticos das tensões residuais indicam variação de aproximadamente 20 a 35 MPa em torno da média, correspondendo a um coeficiente de variação de cerca de 5 a 10%. Na figura 4.3, mostra-se a variação da distribuição das tensões residuais para o perfil CS 315×120 (12H79) de aço ASTM A-572 grau 50, ilustrada pela média e a faixa onde se encontram 95% dos valores. A figura 4.4 apresenta curvas de flambagem do mesmo perfil, considerando as variações de todos os fatores estudados, ou seja, tensões residuais, tensão de escoamento, curvatura inicial e dimensões da seção transversal. De acordo com Bjorhovde[9], a variação da curvatura inicial é a principal responsável pela variação da resistência última, enquanto que a variação das tensões residuais de um dado perfil com um método específico de fabricação é relativamente pequena e não interfere de maneira significativa na variação da resistência da coluna. A linearização não introduzindo, portanto, grande variação nas tensões residuais, também não introduzirá erros de maior significância na presente análise.

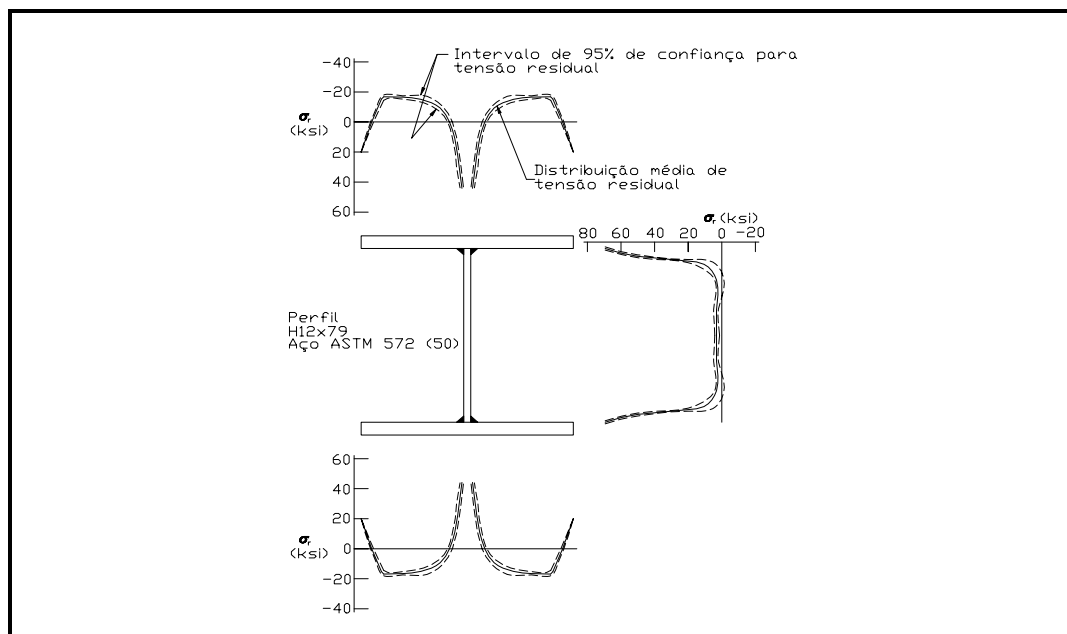


Figura 4.3 - Variação probabilística das tensões residuais para o perfil CS 315×120 - adaptação da referência [9].

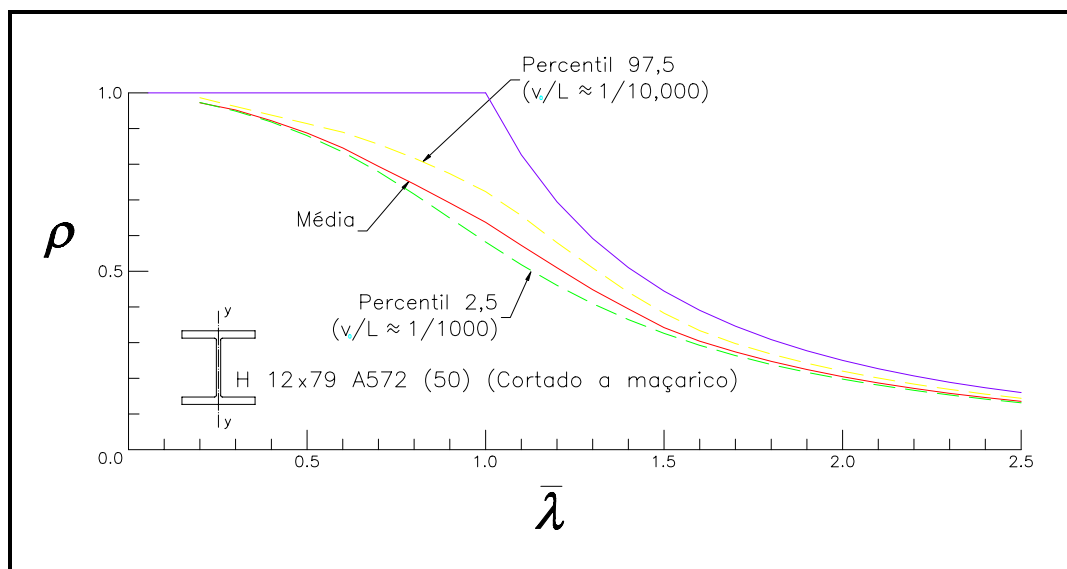


Figura 4.4 - Curvas de resistência considerando variações de tensões residuais, tensão de escoamento, curvatura inicial e dimensões da seção transversal para o perfil CS 315×120 - adaptação da referência [9].

A validade das hipóteses e simplificações adotadas e a qualidade dos resultados da presente análise podem ser verificadas ao compará-los com

alguns ensaios disponíveis, obtidos do Fritz Engineering Laboratory[8,9]. A tabela 4.2 fornece os dados desta análise comparativa, juntamente com os parâmetros utilizados. Encontram-se também na tabela 4.2 os valores da relação

$$R = \frac{\rho}{\rho_e}$$

onde R representa o desvio entre a teoria e o ensaio. Pode-se observar que, exceto para um só caso em que o resultado do teste é de certa forma questionável, as resistências últimas teóricas (calculadas) aproximam-se razoavelmente dos resultados dos ensaios, apesar das simplificações introduzidas. A média aritmética e o desvio padrão de R são $0,96$ e $0,05$ respectivamente. O valor absoluto médio da diferença entre a resistência teórica e a resistência dos ensaios é de $0,04$. Valores semelhantes foram encontrados em trabalhos anteriores, demonstrando que os resultados teóricos podem prever os resultados obtidos dos ensaios com uma variação de aproximadamente 5% . Segundo as referências [8,9], o fato de que um dos testes não dá a impressão de total confiabilidade pode ser atribuída à influência de fatores como excentricidade acidental e pequenos valores de restrição de extremidade durante a execução do teste. Como foi visto, mesmo um pequeno valor de restrição de extremidade pode levar a valores significativamente superiores àqueles obtidos com uma coluna teoricamente bi-rotulada. Esta pode ser considerada a razão do elevado valor de resistência reportado[35,36] para o perfil CS 400×300 (14H202) executado com aço ASTM A-572 grau 50.

Perfil	Aço	Eixo	Resistência obtida dos ensaios			Resistência Calculada	R
			$v_0/L \times 10^{-3}$	$\bar{\lambda}$	ρ_e	ρ	
CS 315×120	A36	Menor Inércia	0.16	0.35	0.97	0.96	0.99
			0.33	0.70	0.76	0.70	0.92
			0.02	1.05	0.68	0.66	0.97
CS 400×300	A36	Menor Inércia	0.90	0.34	0.97	0.91	0.94
			0.60	0.68	0.84	0.80	0.95
			0.19	1.02	0.64	0.68	1.06
CS 315×120	A572(50)	Menor Inércia	0.22	0.41	0.90	0.85	0.94
			0.88	0.82	0.76	0.71	0.93
			0.07	1.23	0.60	0.62	1.03
CS 400×300	A572(50)	Menor Inércia	0.45	0.82	0.80	0.75	0.94
			0.74	1.23	0.61	0.53	0.87

Notações:
 v_0/L = Curvatura inicial
 ρ_e = Valor de ρ relativo ao ensaio
 ρ = Valor de ρ relativo ao cálculo
 $R = \rho/\rho_e$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \frac{L}{r} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}$$

Tabela 4.2 - Comparação entre as resistências últimas calculadas e as obtidas nos ensaios.

4.2 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Por meio do programa apresentado no capítulo 3, utilizando-se a metodologia descrita neste trabalho e baseado nas hipóteses e simplificações apresentadas nos itens anteriores, foram desenvolvidas 24 curvas de flambagem para os perfis descritos na tabela 4.3. A tabela 4.4 apresenta os resultados com os valores de ρ para cada índice de esbeltez de cada curva.

Perfil	Tipo do Aço	Dimensões (mm)			
		d	b_f	t_f	t_w
CS 315×120	A36, A572(50)	314	308	19.0	12.7
CS 400×300	A36, A572(50)	397	400	38.1	23.8
CS 270×90	A7	267	229	19.0	12.7
CS 180×40	A7	178	152	12.7	9.5
CS 330×310	A36	330	305	50.8	38.1
CS 380×430	A36, A441	381	356	63.5	38.1
CS 500×525	A36	508	508	50.8	38.1
CS 610×640	A36	610	610	50.8	38.1
CS 585×1010	A36	584	610	88.9	50.4

Tabela 4.3 - Perfis utilizados na análise de resistência última

A figura 4.5 mostra as envoltórias superior e inferior de todas as 24 curvas geradas. A largura da faixa, como se pode ver, é maior na região de baixo a médio índice de esbeltez, confirmando o anteriormente descrito no capítulo 2, ou seja, que a tensão residual e a curvatura inicial têm sua máxima influência nesta faixa de esbeltez.

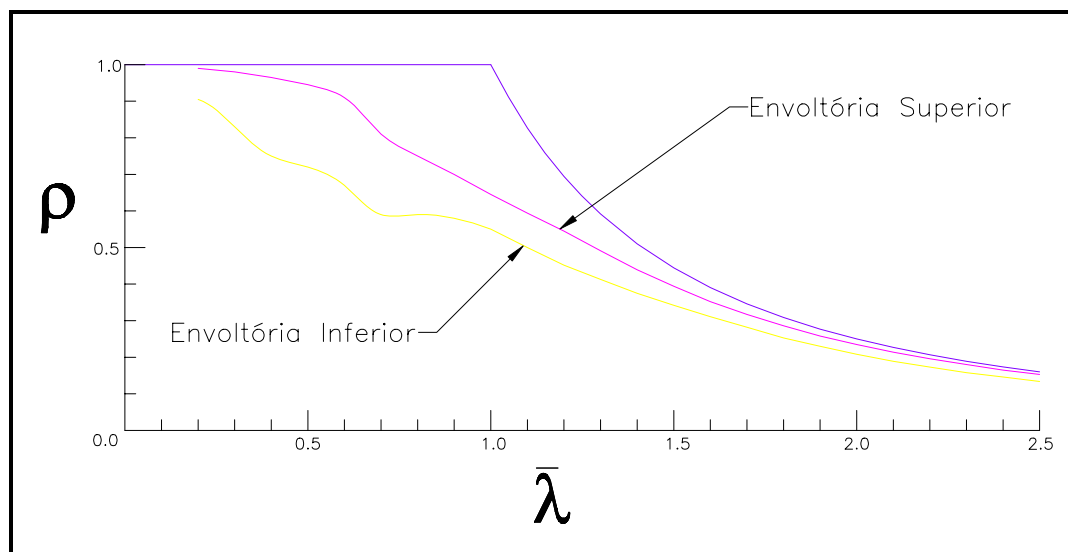
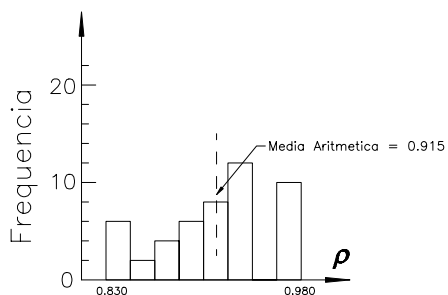
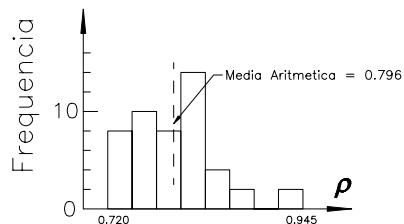
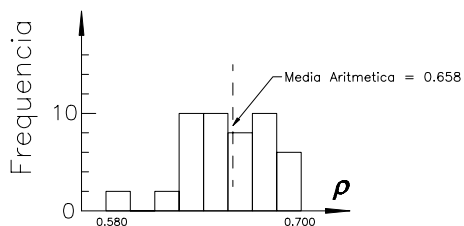
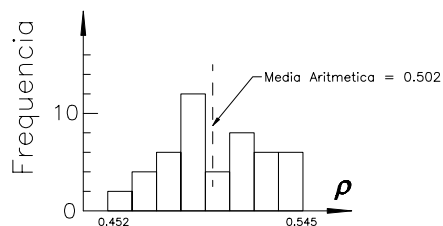
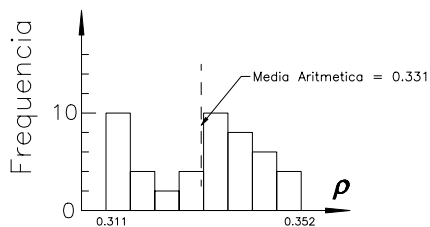
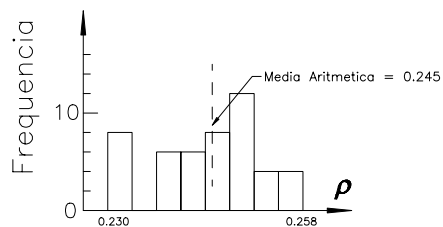
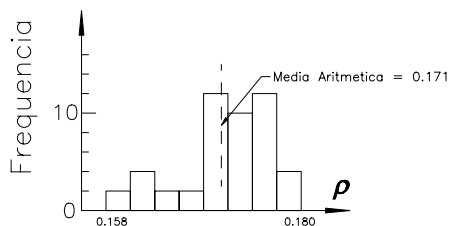
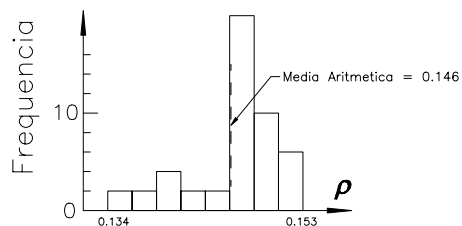


Figura 4.5 - Envoltórias superior e inferior das curvas geradas.

$\bar{\lambda}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0.1	0.995	0.980	0.980	0.965	0.985	0.965	0.980	0.970	0.990	0.990	0.995	0.985	0.985	0.955	0.990	0.970	0.995	1.000	1.000	0.915	1.000	1.000	1.000	0.995
0.2	0.970	0.970	0.960	0.950	0.960	0.945	0.960	0.950	0.950	0.970	0.945	0.965	0.975	0.905	0.955	0.915	0.985	0.990	0.990	0.910	0.990	0.990	0.975	0.980
0.3	0.930	0.935	0.930	0.895	0.900	0.915	0.935	0.920	0.910	0.900	0.885	0.925	0.935	0.845	0.920	0.885	0.970	0.980	0.965	0.850	0.980	0.980	0.840	0.830
0.4	0.840	0.835	0.785	0.855	0.855	0.830	0.830	0.845	0.855	0.830	0.790	0.880	0.870	0.810	0.865	0.835	0.940	0.965	0.895	0.835	0.930	0.860	0.750	0.775
0.5	0.720	0.810	0.760	0.815	0.780	0.745	0.740	0.845	0.810	0.770	0.765	0.795	0.785	0.795	0.805	0.815	0.865	0.945	0.805	0.825	0.835	0.730	0.770	0.765
0.6	0.710	0.800	0.785	0.810	0.705	0.680	0.702	0.835	0.810	0.725	0.780	0.785	0.750	0.775	0.810	0.795	0.785	0.910	0.754	0.815	0.850	0.730	0.760	0.775
0.7	0.715	0.785	0.770	0.785	0.675	0.590	0.665	0.795	0.785	0.715	0.750	0.775	0.760	0.755	0.765	0.770	0.710	0.795	0.703	0.770	0.810	0.735	0.745	0.755
0.8	0.695	0.740	0.720	0.740	0.680	0.590	0.630	0.750	0.735	0.705	0.700	0.725	0.705	0.710	0.715	0.725	0.700	0.710	0.650	0.720	0.750	0.700	0.700	0.700
0.9	0.640	0.685	0.665	0.695	0.630	0.580	0.635	0.700	0.685	0.650	0.650	0.675	0.645	0.670	0.665	0.680	0.650	0.670	0.625	0.675	0.690	0.635	0.640	0.650
1.0	0.590	0.640	0.610	0.645	0.575	0.550	0.575	0.645	0.635	0.595	0.600	0.620	0.595	0.620	0.615	0.635	0.590	0.615	0.570	0.625	0.635	0.580	0.585	0.595
1.1	0.542	0.588	0.562	0.594	0.525	0.500	0.518	0.590	0.579	0.543	0.554	0.567	0.541	0.570	0.562	0.583	0.533	0.550	0.517	0.570	0.579	0.525	0.534	0.545
1.2	0.498	0.539	0.514	0.545	0.477	0.452	0.471	0.534	0.528	0.495	0.507	0.515	0.493	0.517	0.510	0.528	0.483	0.490	0.465	0.514	0.524	0.476	0.487	0.497
1.3	0.451	0.486	0.468	0.491	0.430	0.413	0.425	0.479	0.473	0.449	0.459	0.466	0.447	0.467	0.459	0.473	0.435	0.438	0.420	0.462	0.470	0.429	0.439	0.450
1.4	0.410	0.437	0.422	0.439	0.389	0.375	0.385	0.429	0.426	0.408	0.413	0.420	0.406	0.418	0.413	0.423	0.393	0.390	0.380	0.413	0.421	0.388	0.394	0.403
1.5	0.372	0.392	0.381	0.394	0.355	0.343	0.349	0.384	0.380	0.366	0.374	0.377	0.364	0.376	0.371	0.380	0.353	0.349	0.342	0.371	0.376	0.349	0.354	0.364
1.6	0.335	0.351	0.343	0.352	0.322	0.314	0.316	0.344	0.342	0.332	0.336	0.339	0.328	0.338	0.334	0.340	0.320	0.314	0.311	0.332	0.338	0.315	0.317	0.328
1.7	0.304	0.316	0.309	0.317	0.292	0.287	0.289	0.310	0.308	0.299	0.303	0.306	0.298	0.304	0.301	0.306	0.289	0.282	0.282	0.299	0.303	0.282	0.286	0.296
1.8	0.274	0.285	0.279	0.286	0.265	0.262	0.262	0.279	0.278	0.272	0.273	0.276	0.269	0.275	0.272	0.276	0.262	0.253	0.255	0.270	0.272	0.256	0.258	0.269
1.9	0.249	0.257	0.253	0.258	0.241	0.240	0.240	0.252	0.251	0.247	0.248	0.250	0.244	0.249	0.247	0.251	0.238	0.230	0.233	0.245	0.245	0.231	0.233	0.244
2.0	0.226	0.235	0.231	0.234	0.220	0.220	0.219	0.229	0.229	0.224	0.225	0.228	0.223	0.228	0.225	0.229	0.216	0.208	0.213	0.224	0.223	0.211	0.212	0.221
2.1	0.206	0.213	0.210	0.214	0.202	0.202	0.201	0.209	0.209	0.204	0.205	0.208	0.203	0.207	0.205	0.209	0.198	0.189	0.194	0.204	0.203	0.193	0.194	0.203
2.2	0.189	0.195	0.193	0.196	0.185	0.186	0.184	0.191	0.191	0.187	0.188	0.191	0.186	0.190	0.188	0.191	0.182	0.173	0.179	0.188	0.185	0.177	0.177	0.186
2.3	0.173	0.179	0.177	0.180	0.170	0.171	0.170	0.176	0.175	0.172	0.173	0.176	0.171	0.175	0.173	0.176	0.167	0.158	0.164	0.173	0.170	0.162	0.163	0.171
2.4	0.159	0.165	0.163	0.165	0.157	0.158	0.157	0.162	0.161	0.158	0.160	0.162	0.157	0.161	0.160	0.162	0.155	0.146	0.152	0.160	0.156	0.149	0.150	0.158
2.5	0.147	0.152	0.151	0.153	0.146	0.147	0.146	0.150	0.149	0.146	0.147	0.149	0.146	0.150	0.147	0.150	0.142	0.134	0.141	0.147	0.144	0.138	0.139	0.146

Tabela 4.4 - Valores de ρ para as 24 curvas geradas na análise de resistência última utilizando-se os programas.

Uma análise estatística das curvas obtidas foi executada, considerando-se toda a gama de esbeltez adotada, cujos resultados estão mostrados nas figuras 4.6 a 4.13 e na tabela 4.5. À medida que cresce o índice de esbeltez, os histogramas vão alternando curtose positiva (distribuição leptocúrtica), denotada pelo índice $\alpha_4 > 3.0$ e curtose negativa (distribuição platicúrtica), denotada pelo índice $\alpha_4 < 3.0$. A partir do índice de esbeltez $\bar{\lambda} = 0,9$, o valor de α_4 passa a diminuir gradualmente até o índice de esbeltez $\bar{\lambda} = 1,6$, onde atinge seu valor mínimo ($\alpha_4 = 1,892$). Neste ponto, ocorre uma inversão na variação de α_4 , que passa a crescer progressiva e continuamente. De forma semelhante, o fator α_3 , que mede a assimetria da distribuição, vai assumindo valores negativos cada vez maiores, com o aumento do índice de esbeltez. Pode-se dizer então que, para índices elevados de esbeltez, os histogramas exibem curtose positiva e assimetria negativa, denotando um afastamento de uma distribuição normal. Isto é uma indicação clara da influência decrescente das imperfeições (tensões residuais e curvatura inicial) e da tensão de escoamento em altos índices de esbeltez[9]. De fato, a resistência última de colunas muito esbeltas aproximam-se da carga de Euler, como se pode notar pela aproximação cada vez maior das curvas geradas da hipérbole de Euler, à medida que se aumenta o índice de esbeltez.

Figura 4.6 – Histograma para $\tilde{\lambda}=0,3$.Figura 4.7 – Histograma para $\tilde{\lambda}=0,5$.Figura 4.8 – Histograma para $\tilde{\lambda}=0,9$.Figura 4.9 – Histograma para $\tilde{\lambda}=1,2$.Figura 4.10 – Histograma para $\tilde{\lambda}=1,6$.Figura 4.11 – Histograma para $\tilde{\lambda}=1,9$.Figura 4.12 – Histograma para $\tilde{\lambda}=2,3$.Figura 4.13 – Histograma para $\tilde{\lambda}=2,5$.

Figuras 4.6 a 4.13 - Histogramas para alguns índices de esbeltez.

$\bar{\lambda}$	α_3	α_4	$\bar{\lambda}$	α_3	α_4
0.200	-0.844	3.089	1.400	-0.146	2.031
0.300	-0.299	2.373	1.500	-0.110	1.974
0.400	0.407	3.227	1.600	-0.102	1.892
0.500	1.074	4.990	1.700	-0.139	2.024
0.600	0.019	2.885	1.800	-0.224	2.240
0.700	-1.300	4.011	1.900	-0.378	2.349
0.800	-1.498	5.351	2.000	-0.426	2.472
0.900	-0.733	3.817	2.100	-0.576	2.824
1.000	-0.164	2.096	2.200	-0.634	2.936
1.100	-0.154	2.059	2.300	-0.769	3.125
1.200	-0.158	2.219	2.400	-0.855	3.220
1.300	-0.140	2.087	2.500	-0.936	3.540

Tabela 4.5 - Valores dos índices de assimetria (α_3) e curtose (α_4).

Na figura 4.14 estão dadas, além das envoltórias inferior e superior, a média e os percentis 2,5 e 97,5 das curvas geradas. Estes percentis, entre os quais estão localizadas 95% de todas as curvas, foram usados[8,9] no lugar das comumente utilizadas quantidades $m-2s$ e $m+2s$, onde m é a média aritmética e s o desvio padrão. Ambas as expressões apresentam resultados similares aos percentis, mas são baseadas numa distribuição de Gauss. Todavia, como evidenciado pelos histogramas das figuras 4.6 a 4.13 e pela tabela 4.5, a distribuição de resistência última não apresenta características da distribuição normal ou gaussiana ($\alpha_3 = 0,0$ e $\alpha_4 = 3,0$)[9].

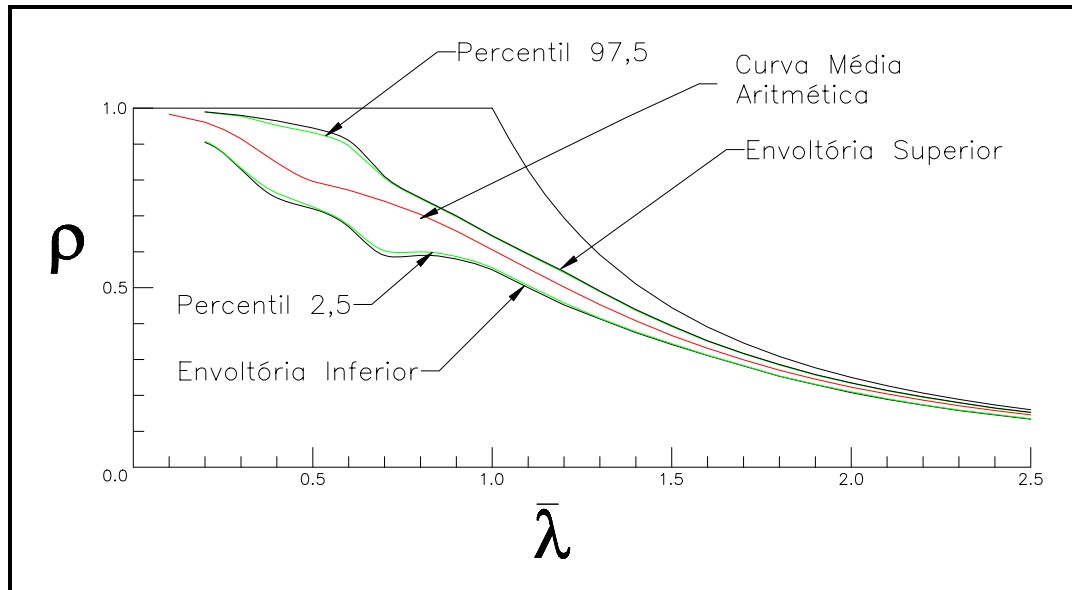


Figura 4.14 - Curvas média, envoltórias e de percentis 2,5 e 97,5 das curvas geradas.

Na tabela de classificação da NBR 8800, dois parâmetros são utilizados na seleção de curvas para perfis soldados: o eixo em torno do qual ocorre a flambagem e a espessura das chapas componentes. Para perfis I soldados, a NBR 8800 indica a curva **b** e **c** para flambagem em torno do eixo de maior e menor inércia, respectivamente, para perfis com espessuras de chapas até 40 mm. Porém, para perfis com chapas superiores a 40 mm, a NBR 8800 indica, respectivamente, as curvas **c** e **d**. O estudo a seguir tem por finalidade verificar se estes dois parâmetros são realmente necessários e determinantes na seleção da curva de flambagem apropriada para perfis FC.

Primeiramente, observe-se a figura 4.15, que contém as curvas das médias aritméticas das curvas de flambagem em torno do eixo de maior e menor inércia, separadamente. Pode-se notar que não há diferenças significativas entre as duas curvas, havendo inclusive interseção e mudança de posição das curvas ao longo da variação da esbelteza. Pode-se então dizer que o eixo em torno do qual ocorre a flambagem não é um fator significativo ou determinante na resistência de perfis I soldados FC.

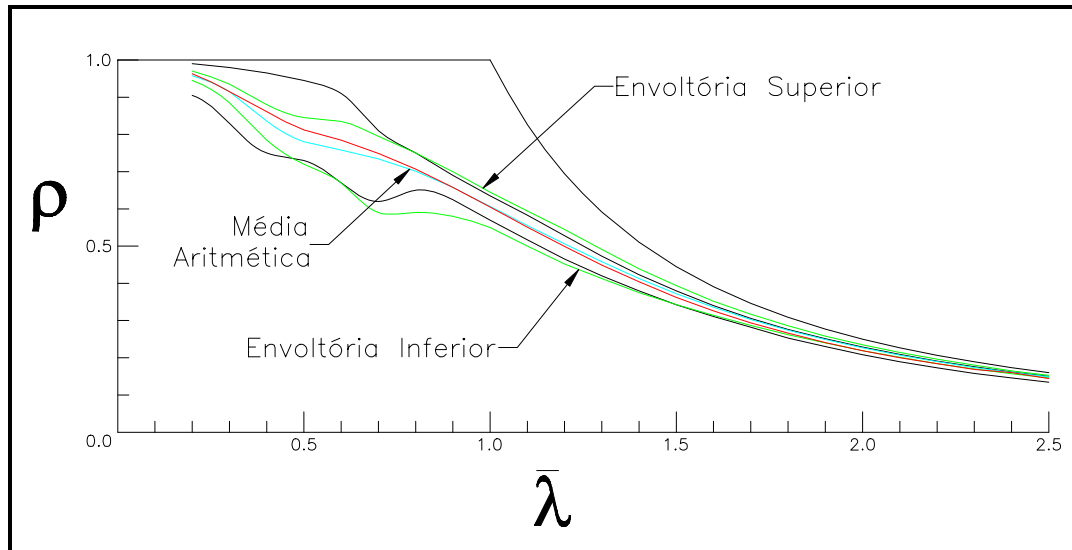


Figura 4.15 - Comparação de resistências para flambagem em torno dos eixos de maior e menor inércia.

Observe-se agora a figura 4.16, onde estão mostradas as curvas médias aritméticas das curvas de resistência última de colunas fabricadas com chapas de espessura maior e menor do que 40 mm , separadamente. Similarmente à figura 4.15, também aqui não há diferenças significativas entre as duas curvas. Há também interseção e mudança de posição das curvas, ilustrando a afirmação de Bjorhovde, na referência [8]: “...as dimensões das chapas componentes não desempenham um papel importante (na resistência última), haja vista que as faixas de envoltórias das curvas para os perfis leves e pesados praticamente se superpõem”.

Assim sendo, torna-se desnecessário ter-se mais de uma curva para representar adequadamente a resistência de perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico, confirmando-se o disposto nas referências [8,9] e respectivas tabelas de classificação de perfis nas curvas de flambagem apropriadas.

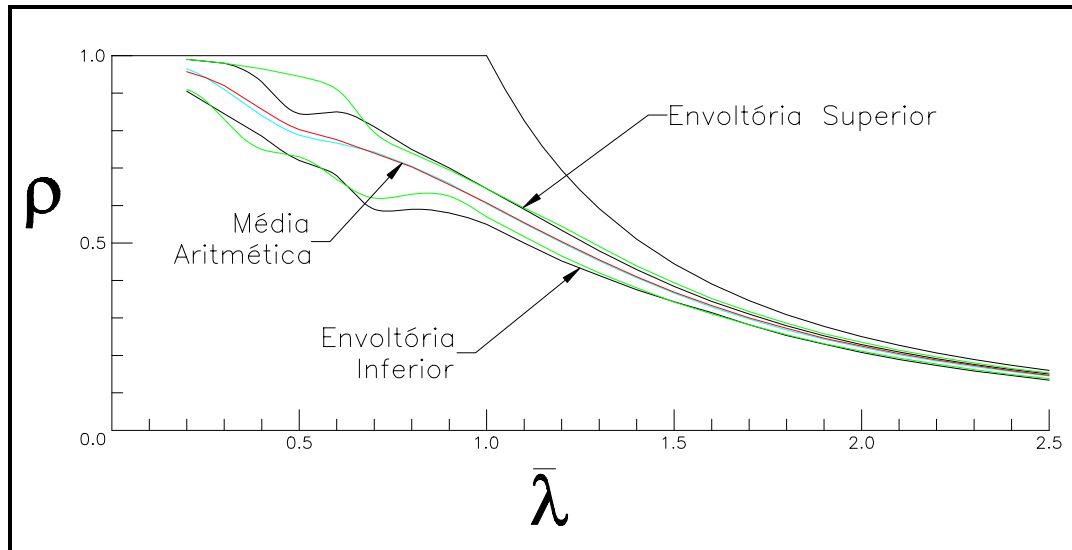


Figura 4.16 - Comparação de resistências para flambagem de perfis executados com chapa maior e menor que 40 mm.

A tabela 4.6 mostra as propriedades estatísticas da curva média aritmética de todas as curvas em conjunto. O desvio padrão e o coeficiente de variação são similares àqueles da referência [8], porém com valores um pouco inferiores. Dentre as mais notáveis características encontradas na tabela 4.6, destaca-se a praticamente coincidência entre a média aritmética e a mediana, representada aqui pelo percentil 50,0.

O coeficiente de variação situa-se na faixa de 2% a 7,5%, sendo que o maior valor ocorre para o índice de esbeltez $\bar{\lambda} = 0,6$. Para a maior parte dos índices de esbeltez, entretanto, o coeficiente de variação situa-se em torno de 4%.

$\bar{\lambda}$	Média Aritmética	Percentis					Desvio Padrão	Coef. de Variação
		0.0	2.5	50.0	97.5	100.0		
0.100	0.983	0.915	0.920	0.987	0.999	1.000	0.019	1.92
0.200	0.961	0.900	0.908	0.965	0.989	0.990	0.024	2.48
0.300	0.915	0.830	0.833	0.916	0.978	0.980	0.043	4.71
0.400	0.848	0.750	0.763	0.840	0.952	0.965	0.049	5.81
0.500	0.796	0.720	0.725	0.791	0.932	0.945	0.047	5.95
0.600	0.772	0.670	0.675	0.778	0.896	0.910	0.058	7.45
0.700	0.741	0.590	0.603	0.759	0.806	0.810	0.055	7.35
0.800	0.704	0.590	0.600	0.708	0.748	0.750	0.036	5.14
0.900	0.658	0.580	0.587	0.652	0.698	0.700	0.027	4.06
1.000	0.606	0.550	0.556	0.607	0.643	0.645	0.026	4.26
1.100	0.553	0.500	0.506	0.552	0.592	0.594	0.025	4.60
1.200	0.502	0.452	0.458	0.499	0.542	0.545	0.024	4.78
1.300	0.453	0.413	0.415	0.452	0.489	0.491	0.021	4.59
1.400	0.408	0.375	0.377	0.410	0.437	0.439	0.018	4.30
1.500	0.367	0.342	0.344	0.370	0.392	0.394	0.015	4.02
1.600	0.331	0.311	0.312	0.334	0.351	0.352	0.012	3.62
1.700	0.299	0.282	0.283	0.300	0.316	0.317	0.010	3.44
1.800	0.270	0.253	0.254	0.271	0.285	0.286	0.009	3.30
1.900	0.245	0.230	0.231	0.247	0.257	0.258	0.008	3.11
2.000	0.223	0.208	0.210	0.224	0.234	0.235	0.007	3.14
2.100	0.204	0.189	0.191	0.204	0.213	0.214	0.006	3.04
2.200	0.187	0.173	0.174	0.187	0.195	0.196	0.006	3.01
2.300	0.171	0.158	0.159	0.172	0.179	0.180	0.005	3.10
2.400	0.158	0.146	0.147	0.159	0.164	0.165	0.005	3.00
2.500	0.146	0.134	0.135	0.147	0.152	0.153	0.004	3.06

Tabela 4.6 - Propriedades estatísticas da curva média aritmética.

4.3 - PROPOSIÇÃO DA CURVA

Com todos estes dados obtidos da análise estatística, torna-se natural a escolha da média aritmética como base de escolha de uma alternativa de curva de flambagem específica para representar a resistência de perfis I soldados FC. Utilizando-se a formulação de Ayrton-Perry proposta por Rondal e Maquoi[47,49], uma equação pode ser encontrada para esta curva. De acordo com o recomendado por Rodrigues[45,46], utilizaremos as expressões adotadas pela ENV 1993-1.1, porém com modificação do fator β para que a família de curvas tenha início no ponto $\bar{\lambda} = 0,0$. As expressões são as seguintes:

$$\rho = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \quad (2.85)$$

onde:

$$\beta = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} [1 + \alpha\bar{\lambda} + \bar{\lambda}^2] \quad (4.1)$$

O valor do fator de imperfeição $\alpha_{ot} = 0,280$ foi encontrado com a ajuda de um programa de ajuste de curvas de forma a minimizar em 25 valores (correspondentes aos índices de esbeltez $\bar{\lambda} = 0,1$ a $\bar{\lambda} = 2,5$), a soma dos quadrados das diferenças $((\Delta\rho)^2)$ entre os valores calculados pelas equações acima e os valores dados na tabela 4.6. O valor de α_{ot} calculado desta forma significa que, considerando todo o espectro de variação dos índices de esbeltez adotados na análise, a curva assim gerada é a mais próxima possível da média aritmética[47,48,49].

Todavia, os valores dos índices de esbeltez mais utilizados na prática, considerando colunas fabricadas com perfis I soldados, encontram-se na faixa de $\bar{\lambda} = 0,4$ a $\bar{\lambda} = 1,3$. Assim sendo, seria mais interessante realizarmos o cálculo do valor de α_{ef} que minimizasse as diferenças quadráticas dentro deste intervalo. Encontramos então o valor de $\alpha_{ef} = 0,295$, mostrado na tabela 4.7 ao lado do valor de α_{ot} , juntamente com a soma dos quadrados das diferenças, as variações máximas e as variações dentro do intervalo de trabalho, para cada valor do fator de imperfeição calculado.

$\frac{\sum(\Delta\rho)^2}{N}$, $\bar{\lambda} = 0,1$ a $\bar{\lambda} = 2,5$		$\frac{\sum(\Delta\rho)^2}{N}$, $\bar{\lambda} = 0,4$ a $\bar{\lambda} = 1,3$	
$\alpha_{ot} = 0,280$	$\alpha_{ef} = 0,295$	$\alpha_{ot} = 0,280$	$\alpha_{ef} = 0,295$
$4,131 \times 10^{-4}$	$4,345 \times 10^{-4}$	$7,563 \times 10^{-4}$	$7,107 \times 10^{-4}$

Tabela 4.7 - Valores dos fatores de imperfeição α_{ot} e α_{ef} .

A figura 4.17, mostra a curva média aritmética e a curva gerada pelas equações 2.85 e 4.1 com o fator $\alpha_{ef} = 0,295$ que denominaremos **Curva Proposta 1** ou simplesmente **Curva 1**. Como se pode perceber, as duas curvas aproximam-se bastante, sendo que a **Curva Proposta 1** não apresenta as irregularidades apresentadas pela curva média aritmética, na região de baixos índices de esbeltez.

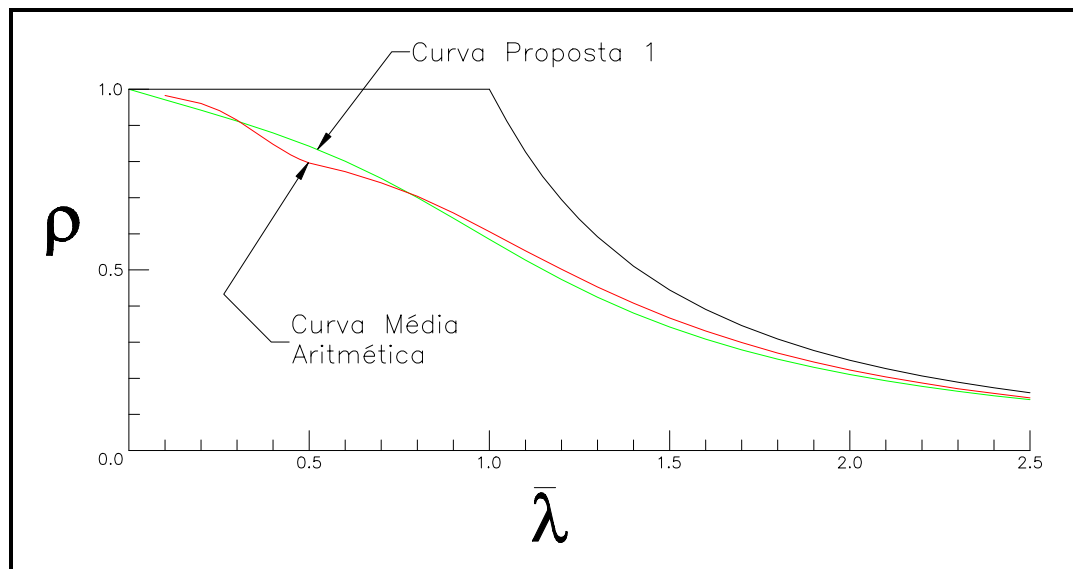


Figura 4.17 - Plotagem da **Curva Proposta 1** baseada na curva média aritmética.

Na presente análise, todavia, foi adotado[37] o diagrama elástico-perfeitamente plástico para o aço, que não leva em conta o efeito do encruamento ($D_m^{ep} = 0$). Conforme visto nos capítulos anteriores, na região de baixos índices de esbeltez, o efeito do encruamento é significativo e requer que se tenha, pelo menos, curvas apresentando um platô até um dado índice de esbeltez, a exemplo das modernas curvas de flambagem. A ECCS e por conseguinte a ENV 1993-1.1 e a NBR 8800 apresentam o platô para valores de esbeltez inferiores a 0,20, enquanto que o SSRC e o CSA optaram pelo valor 0,15. Para fins de consistência com a NBR 8800, adotaremos o valor de esbeltez $\bar{\lambda} = 0,20$ como o início da **Curva Proposta 2** ou simplesmente **Curva 2**, que leva

em conta “...o efeito de majoração da resistência de colunas curtas devido ao encruamento, onde não ocorre flambagem global” (traduzido da referência [8]). Adotando-se as equações 2.85 e 2.86 pode-se desenvolver uma família de curvas que se iniciam no ponto $\bar{\lambda} = 0,20$. A **Curva Proposta 2** deverá se encontrar o mais próximo possível da **Curva Proposta 1** em índices de esbeltez médios e elevados e se afastar gradativamente em direção ao ponto $\bar{\lambda} = 0,20$ em baixos índices de esbeltez. O valor de $\alpha = 0,385$ foi então encontrado minimizando-se a soma dos quadrados das diferenças entre os valores das duas curvas entre os índices de esbeltez $\bar{\lambda} = 0,5$ e $\bar{\lambda} = 2,50$.

A figura 4.18 e a tabela 4.8 contêm a curva e os pontos gerados pelas equações 2.85 e 2.86, considerando $\alpha = 0,385$, denominada **Curva Proposta 2**, juntamente com a **Curva Proposta 1**, a título de comparação. Observa-se que o aumento do valor da resistência ocorre para índices de esbeltez $\bar{\lambda} = 0,20$ até em torno de $\bar{\lambda} = 0,7$, aproximadamente o mesmo valor adotado na determinação das curvas da ECCS e do SSRC. É interessante notar que o valor de $\alpha = 0,385$ encontra-se entre o valor de $\alpha = 0,340$ e $\alpha = 0,490$ para as curvas **b** e **c** da ECCS, respectivamente.

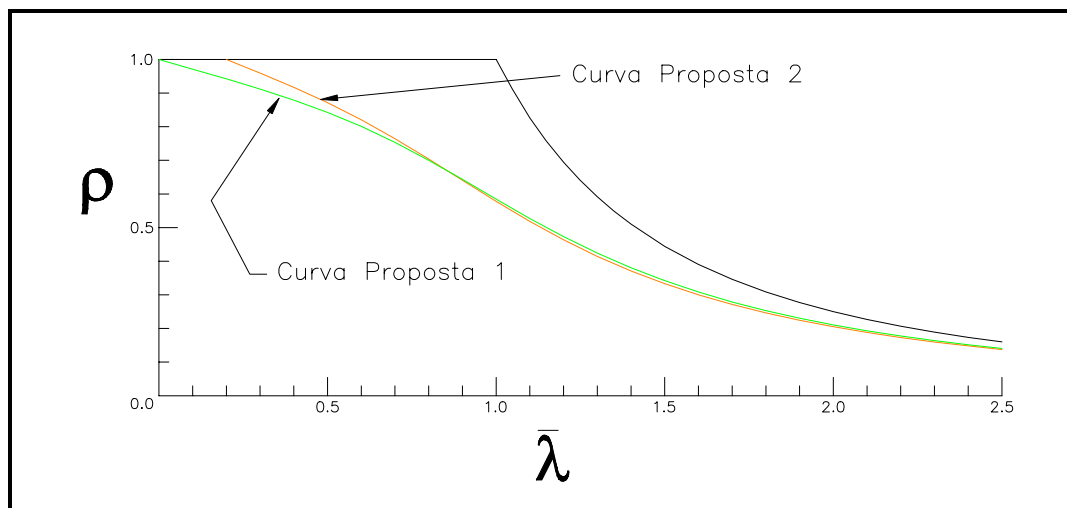


Figura 4.18 - Plotagem da **Curva Proposta 2** baseada na **Curva Proposta 1**.

$\bar{\lambda}$	Curva 1	Curva 2	$\bar{\lambda}$	Curva 1	Curva 2
0.0	1.000	1.000	1.3	0.424	0.414
0.1	0.971	1.000	1.4	0.381	0.371
0.2	0.942	1.000	1.5	0.342	0.333
0.3	0.912	0.960	1.6	0.308	0.300
0.4	0.879	0.917	1.7	0.279	0.272
0.5	0.843	0.871	1.8	0.253	0.246
0.6	0.801	0.821	1.9	0.230	0.225
0.7	0.753	0.765	2.0	0.211	0.205
0.8	0.700	0.704	2.1	0.193	0.188
0.9	0.643	0.641	2.2	0.178	0.173
1.0	0.585	0.578	2.3	0.164	0.160
1.1	0.527	0.518	2.4	0.152	0.148
1.2	0.473	0.463	2.5	0.141	0.137

Tabela 4.8 - Comparação entre os valores de ρ da **Curva Proposta 1** e da **Curva Proposta 2**.

4.4 - ANÁLISE COMPARATIVA - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Neste item serão apresentadas algumas comparações entre a **Curva Proposta 2**, as curvas **b**, **c** e **d** da NBR 8800[5], a curva **2** do SSRC[28] e a curva do AISC/LRFD[4], juntamente com os resultados dos testes de colunas executados pelo Fritz Engineering Laboratory no contexto das curvas de flambagem, conforme figura 4.19.

A primeira observação a ser feita se refere à boa correlação entre as curvas **b** da NBR 8800 e **2** do SSRC em quase toda a faixa de variação dos índices de esbeltez. A curva do AISC/LRFD encontra-se acima das outras curvas na faixa dos índices de esbeltez superiores a $\bar{\lambda} = 0,3$ enquanto que as curvas **c** e **d** encontram-se bem abaixo. A **Curva Proposta 2**, em altos índices de esbeltez, se aproxima bastante das curvas **b** da NBR 8800 e na maior parte do diagrama, coloca-se próxima à média entre as curvas **b** e **c**.

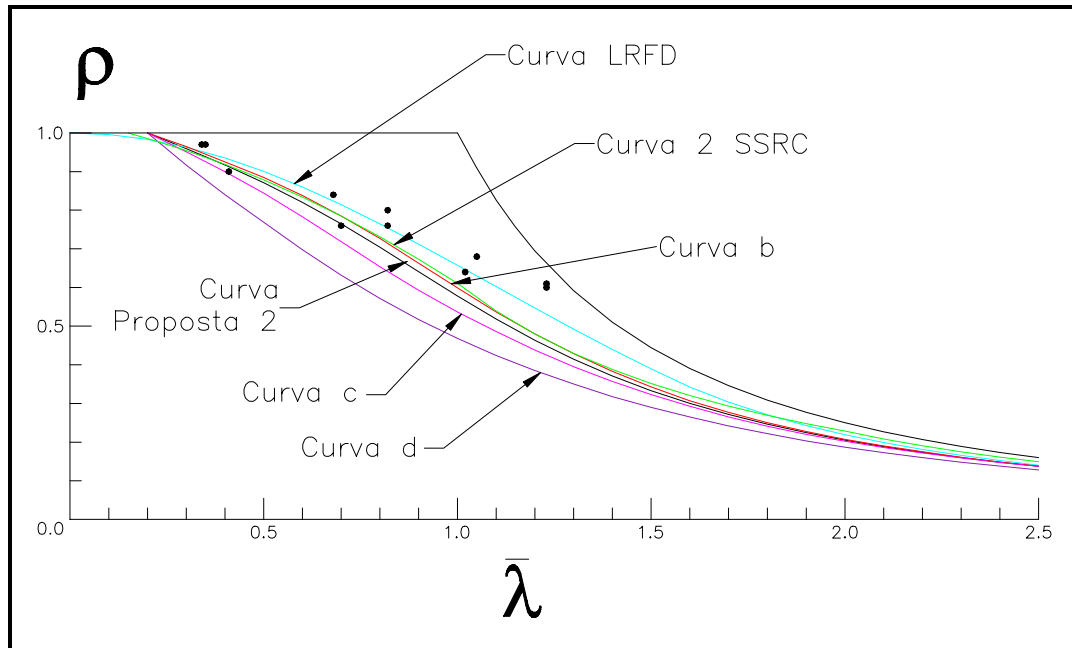


Figura 4.19 - Comparação da **Curva Proposta 2** com diversas curvas e com resultados de ensaios.

A mais notável característica da **Curva Proposta 2** que pode ser observada na figura 4.19 se refere à sua gradual mudança de direção, afastando-se da curva **b** em direção à curva **c** em índices médios de esbeltez, para aproximar-se novamente da curva **b** em índices de esbeltez baixos. Esta tendência dos perfis I soldados FC, de diminuição relativa de resistência em comparação com perfis laminados em índices de esbeltez de médio a baixo, foi também observada em estudos anteriores[25,27] e pode ser verificada ao se comparar os testes com as curvas adotadas pelas normas. Enquanto que para os testes com índices de esbeltez médios a mais elevados, todas as curvas são capazes de avaliar suas resistências de maneira razoável e conservadora, o mesmo não se pode dizer para os testes com índices de esbeltez baixos. Neste caso, somente as curvas **c** e **d** podem ser consideradas adequadas para representar a resistência de perfis FC em baixos índices de esbeltez. Entretanto, para colunas com índices de esbeltez médio e grande, estas curvas mostram-se excessivamente conservadoras. A comparação dos testes com a nova curva proposta mostra bons resultados em toda a faixa de esbeltez, com exceção de apenas um teste, cujo

resultado é considerado de certa forma questionável (ver item 4.1), e de um outro no qual a imperfeição inicial foi praticamente zero (ambos com $\bar{\lambda} = 1,23$, ver tabela 4.2).

É interessante observar a possibilidade de economia propiciada pela nova curva, especialmente para colunas de média esbeltez com espessura não superior a 40 mm e de qualquer esbeltez com espessura superior a este valor. No primeiro caso, podemos chegar a um aumento de resistência de cerca de 8%, nas proximidades do índice de esbeltez $\bar{\lambda} = 0,90$. Para este índice, a curva **c** (indicada pela NBR 8800 para flambagem em torno do eixo de menor inércia) fornece o valor de $\rho = 0,593$, enquanto a nova curva indica um valor de $\rho = 0,641$. No segundo caso, a diferença é ainda maior, podendo chegar a valores superiores a 24%, como se pode perceber pelo grande afastamento entre as curvas **d** e a **Curva Proposta 2** na maior parte do diagrama. Estas comparações ilustram com bastante eloquência o bom desempenho da **Curva Proposta 2** em representar, de maneira racional e econômica, a resistência à flambagem de colunas fabricadas com perfis FC.

Serão apresentados, a seguir, alguns exemplos numéricos utilizando a nova curva proposta para calcular as resistências de colunas com perfis FC e comparando-as com as resistências obtidas com as curvas indicadas pela NBR 8800.

Exemplo 1: No pórtico contraventado de dois pavimentos, mostrado na figura 4.20, será feita a verificação à compressão pela NBR 8800 da coluna C1 e da diagonal D1, sabendo-se que as cargas de cálculo (N_d) são 1005 kN e 350 kN respectivamente. Será feita também a verificação utilizando a **Curva Proposta 2**. Não será considerado o efeito da flambagem local.

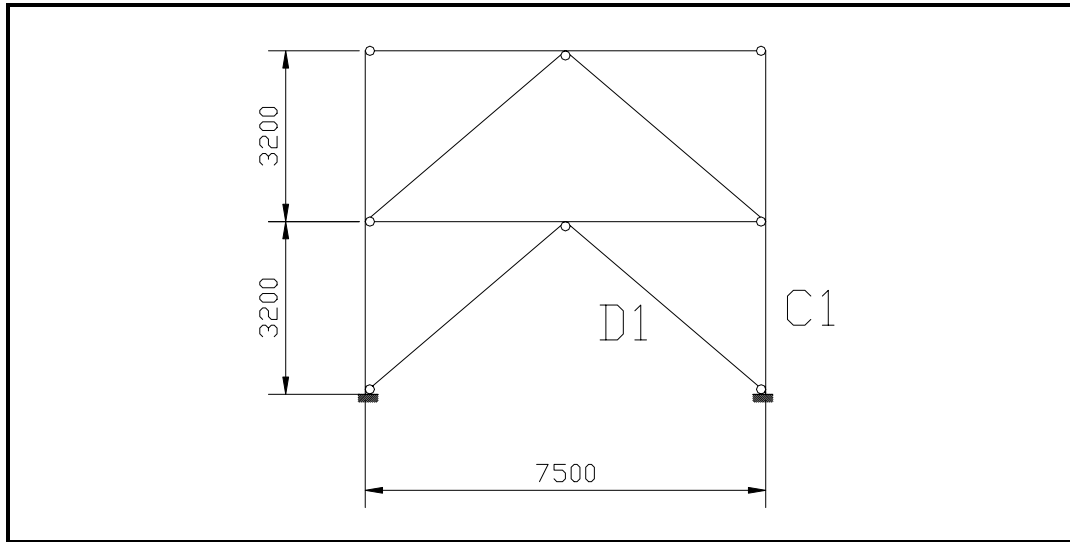


Figura 4.20 - Pórtico contraventado de dois pavimentos.

a) Verificação da coluna C_1 pela NBR 8800:

Dados:

$$k_x l_x = k_y l_y = 3200 \text{ mm}$$

$$\text{Aço: ASTM A - 36 (M.G.)} \begin{cases} f_y = 300 \text{ MPa} \\ f_u = 410 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$I - 250 \times 200 \times 12,5 \times 6,3 \begin{cases} A = 6418 \text{ mm}^2 \\ r_x = 109,2 \text{ mm} \\ r_y = 51,0 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\bar{\lambda}_x = \frac{k_x l_x}{r_x} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{3200}{109,2} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{300}{205000}} = 0,36$$

Com $\bar{\lambda} = 0,36$, da curva **b** obtém-se $\rho = 0,941$.

$$\phi_c N_n = 0,9 \times \rho \times A \times F_y = \frac{0,9 \times 0,941 \times 6418 \times 300}{1000} = 1630,6 \text{ kN} > N_d \quad \text{OK!}$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{k_y l_y}{r_y} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{3200}{51,0} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{300}{205000}} = 0,76$$

Com $\bar{\lambda} = 0,76$, da curva **c** obtém-se $\rho = 0,680$.

$$\phi_c N_n = 0,9 \times \rho \times A \times F_y = \frac{0,9 \times 0,680 \times 6418 \times 300}{1000} = 1178,3 \text{ kN} > N_d \quad \text{OK!}$$

b) Verificação da coluna C_1 utilizando a **Curva Proposta 2**:

Com $\bar{\lambda} = 0,76$, da **Curva Proposta 2** obtem-se $\rho = 0,729$.

$$\phi_c N_n = 0,9 \times \rho \times A \times F_y = \frac{0,9 \times 0,729 \times 6418 \times 300}{1000} = 1263,2 \text{ kN}$$

Corresponde a um aumento de 7,21%. Para esta coluna seria possível a redução do perfil para $I - 250 \times 200 \times 9,5 \times 6,3$, utilizando-se a **Curva Proposta 2**:

$$I - 250 \times 200 \times 9,5 \times 6,3 \quad \begin{cases} A = 5255 \text{ mm}^2 \\ r_y = 49,1 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{3200}{49,1} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{300}{205000}} = 0,79 \xrightarrow{\text{Curva Proposta 2}} \rho = 0,710$$

$$\phi_c N_n = \frac{0,9 \times 0,710 \times 5255 \times 300}{1000} = 1007,4 \text{ kN} > N_d \text{ OK!}$$

Esta substituição significa uma economia de cerca de 18% em peso da coluna.

c) Verificação da diagonal D_1 pela NBR 8800:

Dados:

$$k_x l_x = k_y l_y = 4930 \text{ mm}$$

$$\text{Aço: ASTM A - 36 (M.G.)} \quad \begin{cases} f_y = 300 \text{ MPa} \\ f_u = 410 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$I - 200 \times 200 \times 6,3 \times 4,75 \quad \begin{cases} A = 3410 \text{ mm}^2 \\ r_x = 87,7 \text{ mm} \\ r_y = 49,6 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\bar{\lambda}_x = \frac{4930}{87,7} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{300}{205000}} = 0,68 \xrightarrow{\text{Curva b}} \rho = 0,796$$

$$\phi_c N_n = 732,9 \text{ kN} > N_d \text{ OK!}$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{4930}{49,6} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{300}{205000}} = 1,21 \xrightarrow{\text{Curva c}} \rho = 0,434$$

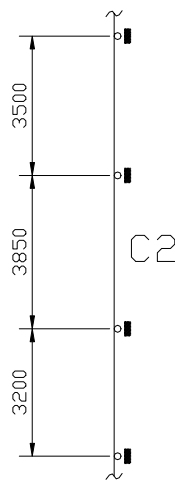
$$\phi_c N_n = 399,6 \text{ kN} > N_d \text{ OK!}$$

d) Verificação da diagonal D₁ utilizando **Curva Proposta 2**:

$$\bar{\lambda}_y = 1,21 \xrightarrow{\text{Curva Proposta 2}} \rho = 0,458$$

$$\phi_c N_n = 421,7 \text{ kN} > N_d \text{ OK!}, \text{ correspondente a um aumento de } 5,53\%.$$

Exemplo 2: Idem para a coluna C2 da figura 4.21, com $N_d = 3023 \text{ kN}$.



Dados:

$$k_x l_x = k_y l_y = 3850 \text{ mm}$$

$$\text{Aço: USI-SAC 41 (M.G.)} \quad \begin{cases} f_y = 300 \text{ MPa} \\ f_u = 410 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$I - 300 \times 300 \times 19 \times 12,5 \quad \begin{cases} A = 14675 \text{ mm}^2 \\ r_x = 129,0 \text{ mm} \\ r_y = 76,3 \text{ mm} \end{cases}$$

Pela NBR 8800:

Figura 4.21 - Coluna C₂ do Exemplo 2

$$\bar{\lambda}_y = \frac{3850}{76,3} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{300}{205000}} = 0,61 \xrightarrow{\text{Curva c}} \rho = 0,776$$

$$\phi_c N_n = \frac{0,9 \times 0,776 \times 14675 \times 300}{1000} = 3074,7 \text{ kN} > N_d \text{ OK!}$$

Com a **Curva Proposta 2**:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{3850}{76,3} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{300}{205000}} = 0,61 \xrightarrow{\text{Curva Proposta 2}} \rho = 0,815$$

$\phi_c N_n = 3229,2 \text{ kN} > N_d$ OK!, cerca de 5,03% superior.

Substituindo o perfil acima por $I - 300 \times 300 \times 19 \times 9,5$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 13889 \text{ mm}^2 \\ r_y = 78,5 \text{ mm} \end{array} \right.$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{3850}{78,5} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{300}{205000}} = 0,60 \xrightarrow{\text{Curva Proposta 2}} \rho = 0,821$$

$\phi_c N_n = 3078,8 \text{ kN} > N_d$ OK! Uma economia de 5,36% em peso foi obtida com a utilização da nova curva.

Exemplo 3: No pórtico da figura 4.22, será calculada a resistência da coluna C3 pela NBR 8800. Será também verificada a possibilidade de reduzir o perfil com a utilização da **Curva Proposta 2**.

Dados:

$$N_d = 19450 \text{ kN}$$

$$M_d = 120 \text{ kN.m}$$

$$C_{mx} = 0,79$$

$$k_x l_x = k_y l_y = l_b = 6300 \text{ mm}$$

$$\text{Aço: ASTM A-36} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_y = 250 \text{ MPa} \\ f_u = 410 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$I - 600 \times 600 \times 75 \times 50 \quad \left\{ \begin{array}{l} A = 112500 \text{ mm}^2 \\ W_x = 22078000 \text{ mm}^3 \\ Z_x = 26156000 \text{ mm}^3 \\ r_x = 242,6 \text{ mm} \\ r_y = 154,9 \text{ mm} \end{array} \right.$$

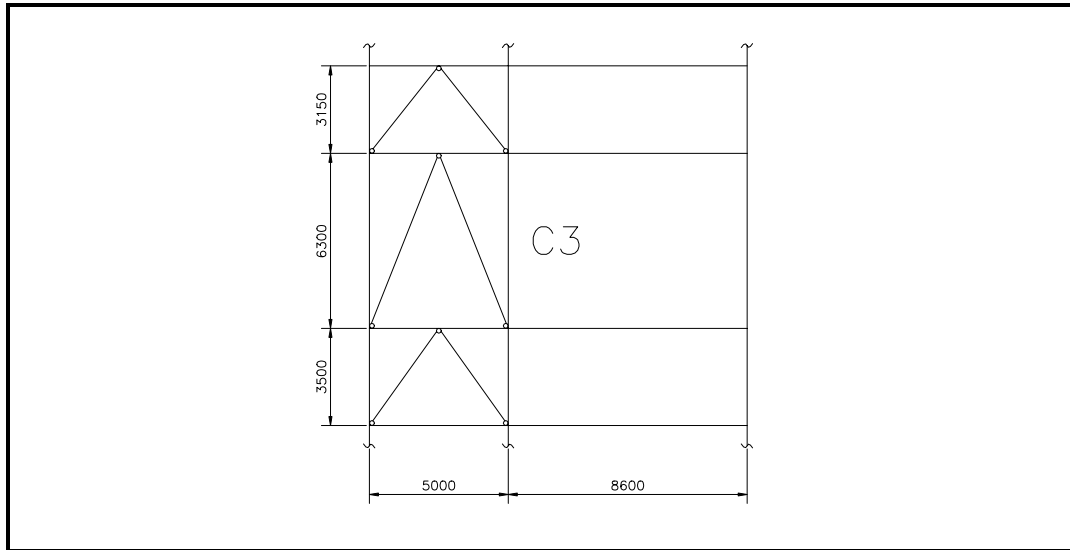


Figura 4.22 - Pórtico contraventado de múltiplos andares.

a) Verificação pela NBR 8800:

Resistência ao esforço normal de compressão:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{6300}{154,9} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{250}{205000}} = 0,45 \xrightarrow{\text{Curva d}} \rho = 0,804$$

$$\phi_c N_n = \frac{0,9 \times 0,804 \times 112500 \times 250}{1000} = 20351,2 \text{ kN} > N_d \text{ OK!}$$

Resistência ao momento fletor: $\phi_b M_n = 5885,1 \text{ kN.m} > M_d \text{ OK!}$

Verificação das equações de iteração:

$$N_y = 28125,0 \text{ kN}$$

$$N_{ex} = 337641,6 \text{ kN}$$

$$\frac{N_d}{\phi_c N_y} + \frac{M_d}{\phi_b M_n} \leq 1,00 \Rightarrow \frac{19450}{0,9 \times 28125,0} + \frac{120}{5885,1} = 0,79 \leq 1,00 \text{ OK!}$$

$$\frac{N_d}{\phi_c N_n} + \frac{c_{mx} M_d}{\left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ex}}\right) \phi_b M_n} \leq 1,00$$

$$\frac{19450}{20351,2} + \frac{0,79 \times 120}{\left(1 - \frac{19450}{0,73 \times 337641,76}\right) \times 5885,1} = 0,97 \leq 1,00 \text{ OK!}$$

b) Verificação do perfil *I*- 600×600×75×25 com a **Curva Proposta 2**:

$$I - 600 \times 600 \times 75 \times 25 \quad \left\{ \begin{array}{l} A = 101250 \text{ mm}^2 \\ W_x = 21445000 \text{ mm}^3 \\ Z_x = 24890000 \text{ mm}^3 \\ r_x = 252,1 \text{ mm} \\ r_y = 163,3 \text{ mm} \end{array} \right.$$

Resistência ao esforço normal de compressão:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{6300}{163,3} \times \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{250}{205000}} = 0,43 \xrightarrow{\text{Curva Proposta 2}} \rho = 0,904$$

$$\phi_c N_n = \frac{0,9 \times 0,904 \times 101250 \times 250}{1000} = 20594,3 \text{ kN} > N_d \text{ OK!}$$

Resistência ao momento fletor:

$$\phi_b M_n = 5600,4 \text{ kN.m} > M_d \text{ OK!}$$

Verificação das equações de iteração:

$$N_y = 25312,5 \text{ kN}$$

$$N_{ex} = 327963,9 \text{ kN}$$

$$\frac{19450}{0,9 \times 25312,5} + \frac{120}{5600,4} = 0,88 \leq 1,00 \text{ OK!}$$

$$\frac{19450}{20594,3} + \frac{0,79 \times 120}{\left(1 - \frac{19450}{0,73 \times 327963,9}\right) \times 5600,4} = 0,96 \leq 1,00 \text{ OK!}$$

Foi possível reduzir-se em 10% o peso do perfil, utilizando-se a **Curva Proposta**

2.

5 - CONCLUSÃO

A principal meta deste trabalho foi desenvolver uma curva de flambagem que pudesse representar, de maneira mais adequada que as atuais curvas da NBR-8800, a resistência à flambagem de colunas executadas com perfis I soldados FC. Estes perfis constituem a maioria absoluta das colunas de aço construídas no Brasil e por isto devem receber, em nossa opinião, tratamento especial por parte das normas de cálculo e projeto. Com a nova curva proposta, a chamada **Curva 2**, torna-se possível um dimensionamento mais racional e econômico de colunas construídas com perfis FC.

Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre a resistência à compressão de colunas, enfatizando aquelas fabricadas com perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico. Um breve histórico sobre a evolução dos estudos de flambagem de colunas precedeu uma pesquisa sobre os fatores mais importantes que influenciam a resistência de colunas. Foi dada ênfase naquele que determina a diferença de resistência entre os perfis soldados FC e os perfis soldados UM, ou seja, as tensões residuais, cujo padrão de distribuição, devido ao processo de fabricação que induz o aparecimento de tensões de tração nas bordas dos perfis FC, provoca um considerável aumento de resistência destes perfis.

Uma análise de resistência última de 12 diferentes tipos de perfis FC, representando uma variedade de combinações mais encontradas na prática,

foi realizada com o objetivo de desenvolver uma série de curvas de flambagem. Baseado no procedimento determinístico desenvolvido inicialmente por Bjorhovde e recomendado pelo SSRC, um estudo estatístico foi realizado buscando-se desenvolver uma curva de flambagem específica para os perfis FC. Utilizou-se na análise o programa PPLANLEP e outros programas auxiliares de pré e pós-processamento. O programa principal foi desenvolvido dentro de uma formulação consistente lagrangiana, utilizando a técnica corrotacional para a dedução da matriz tangente do elemento de pórtico plano com imperfeições iniciais. Considerou-se também a presença de tensões residuais auto-equilibradas na determinação das equações de equilíbrio do elemento.

Finalmente, a validade do procedimento foi avaliada através da comparação dos resultados obtidos teoricamente com os resultados de testes de laboratório disponíveis de alguns perfis. Boa correlação foi encontrada demonstrando que a teoria é capaz de prever o experimento com uma variação de 5%. A partir daí, com os dados obtidos, chegou-se finalmente a uma proposição de curva que leva em conta o efeito de aumento de resistência decorrente do efeito de encruamento do aço.

Uma série de comparações envolvendo a nova curva proposta foi desenvolvida, demonstrando sua capacidade de representar os perfis soldados FC de forma mais adequada do que as atuais curvas da NBR 8800 e as curvas adotadas pelas normas internacionais. Conforme visto no capítulo 2, à medida que se aumentam as dimensões dos perfis e conseqüentemente as espessuras das chapas, as tensões residuais provenientes da soldagem das chapas componentes diminuem de intensidade. Embora não se possa afirmar que os efeitos das tensões residuais diminuam de intensidade quando se aumentam as espessuras das chapas, também não se pode concluir que afetem a resistência dos perfis mais pesados de forma mais negativa do que nos perfis leves. Ao contrário, ficou

evidente neste estudo, confirmando estudos anteriores, que as espessuras das chapas componentes não afetam significativamente a resistência de perfis FC.

Também concluiu-se, neste trabalho, que o eixo em torno do qual ocorre a flambagem não é um parâmetro importante para ser levado em conta na classificação dos perfis FC na curva de flambagem apropriada. Como visto no item 2.2.1.2 e segundo as referências [8,9,40], a resistência à flambagem em torno do eixo de menor inércia pode ser até maior que a resistência à flambagem em torno do eixo de maior inércia, considerando-se o mesmo índice de esbeltez $\bar{\lambda}$. Esta constatação pode ser facilmente verificada comparando-se, na tabela 4.4, os valores de ρ das curvas de números 1 a 12 (maior inércia) com os das curvas 13 a 24 (menor inércia). Para perfis bastante pesados isto é ainda mais pronunciado, haja vista que o único ensaio disponível destes perfis apresenta flambagem em torno do eixo de maior inércia[25]. Para os perfis laminados e soldados UM, ao contrário, a resistência à flambagem em torno do eixo de maior inércia é significativamente maior que a resistência à flambagem em torno do eixo de menor inércia.

Alguns exemplos foram apresentados, com a intenção de demonstrar o potencial de economia que pode ser alcançado com a nova curva. Os exemplos foram tirados de estruturas realmente executadas e calculadas de acordo com as prescrições da NBR 8800. Em algumas situações particulares, pode-se atingir economias superiores a 30%, dependendo das dimensões da seção transversal, do índice de esbeltez e dos esforços solicitantes.

As seguintes conclusões podem ser retiradas dos estudos:

1 - as imperfeições dos perfis (curvatura inicial e tensões residuais) têm sua máxima influência na região de média esbeltez, fato demonstrado pela maior largura da faixa de envoltórias das curvas nesta região;

- 2 - à medida que cresce o índice de esbeltez, as resistências última são cada vez menos influenciadas pelas imperfeições, aproximando-se progressivamente da resistência de Euler;
- 3 - na resistência à flambagem de perfis FC, não é necessário considerar fatores tais como o eixo em torno do qual ocorre a flambagem e a espessura das chapas componentes. Verificou-se que não há diferenças significativas nas curvas de flambagem que ressaltam estes fatores, não sendo portanto necessário considerar mais de uma curva para representar a resistência destes perfis;
- 4 - baseado na análise estatística, a média aritmética das curvas pode ser tomada como base para o estabelecimento da nova curva;
- 5 - todavia, deve-se considerar também o efeito de encruamento do aço, por meio do desenvolvimento da curva apresentando um platô para índices de esbeltez inferiores a $\bar{\lambda} = 0,20$, a exemplo das modernas curvas de flambagem;
- 6 - as expressões de Rondal e Maquoi utilizadas pela norma européia são mais apropriadas para descrever a nova curva do que as utilizadas pela NBR 8800, confirmando a colocação de Rodrigues;
- 7 - um dimensionamento mais confiável e econômico pode ser alcançado com a nova curva, que é capaz de prever a resistência de colunas executadas com perfis FC melhor do que as curvas da norma brasileira.

Finalizando este trabalho, apresentamos a seguir algumas propostas para serem desenvolvidas em trabalhos posteriores.

A incorporação do efeito de encruamento diretamente na análise poderá trazer uma confirmação do valor do aumento de resistência arbitrariamente adotado na formulação da **Curva 2** para valores de esbeltez inferiores a $\bar{\lambda} = 0,7$. A implementação do módulo de rigidez elastoplástico diferente de zero no programa não apresenta dificuldades adicionais e poderá trazer resultados interessantes no futuro.

Uma análise probabilística, conforme desenvolvida por Bjorhovde, poderá trazer contribuições significativas no entendimento e na elaboração de métodos de representação de resistência de colunas executadas com perfis FC.

Também um estudo que levasse em conta as restrições de extremidade, provocadas pelas ligações entre as colunas e as vigas seria de grande interesse. Conforme vimos, mesmo as ligações consideradas rotuladas provocam um significativo aumento na capacidade de carga das colunas. Este procedimento estaria de acordo com a atual tendência das pesquisas de se considerar o comportamento real das ligações e sua influência na resistência da estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Alpsten, G. A. ; Tall, L. Residual stresses in heavy welded shapes. *Welding Journal/ AWS*, p.93-105, March, 1970.
- [2] American Institute of Steel Construction (AISC). *Specification for structural steel buildings - Allowable stress design*. 9.ed., 1979.
- [3] American Institute of Steel Construction (AISC). *Load and resistance factor design - Specification for structural steel building*. 1.ed., 1986.
- [4] American Institute of Steel Construction (LRFD). *Load and resistance factor design - Specification for structural steel building*. 2.ed., 1994.
- [5] Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios. Método dos estados limites - NBR 8800/86* - Rio de Janeiro, 2.ed., 1986 e errata n.1 Julho, 1988.
- [6] Batterman, R. H. ; Johnston, B. G. Behavior and maximum strength of metal columns. *Journal of the Structural Division (ASCE)*, v. 93, n. St 2, p. 205-230, April, 1967.
- [7] Beer, H. ; Schulz, G. Bases théoriques des courbes européennes de flambement. *Construction Métallique*, n. 3, p. 37-57, 1970.
- [8] Bjorhovde, R. and Tall, L., Maximum Column Strength and the Multiple Column Curve Concept, Fritz Engineering Laboratory Report No. 337.29, Lehigh University, Bethlehem, 1971.
- [9] Bjorhovde, R. *Deterministic and probabilistic approaches to the strength of steels columns*. Bethlehem, 1972. Thesys (Ph. D.) - Department of Civil Engineering , Lehigh University.Bethlehem.
- [10] Bjorhovde, R. Effect of end restraint on column strength - Practical applications. *Engineering Journal (AISC)*, v. 21, n. 1, 1st Quarter, p.1-13, 1984.
- [11] Bjorhovde, R. Columns: from theory to practice. *Engineering Journal (AISC)*, v. 25, n. 1, 1st Quarter, p. 21-34, 1988.
- [12] Bjorhovde, R. ; Brozzetti, J. ; Alpsten, G. A. ; Tall, L. Residual stresses in thick welded plates. *Welding Journal (AWS)*, v.51, n. 51, p. 329-405, August, 1972.

- [13] Bleich, F. *Buckling strength of metal structures*. New York, Mc Graw Hill, 1952.
- [14] Brozzetti, S., Alpsten, G.A., Tall L. - Welding parameters thick plates and columns strength, Fritz Engineering Laboratory Reprint No. 71-29 of *Welding Journal (AWS)*, vol. 50, August 1971.
- [15] Canadian Standards Association (CSA): *Steel structures for building - Limit States Design*, 1984.
- [16] Canadian Standards Association (CSA): *Steel structures for building - Limit States Design*, 1989.
- [17] Chen , W. F. ; Lui , E. M. Columns with end restraint and bending in load and resistance design factor. *Engineering Journal (AISC)*, v. 22, n. 3, 3rd Quarter, p. 105-131, 1985.
- [18] ENV 1993 - 1.1, *Design of Steel Structures-General Rules and Rules for Buildings*, CEN Bruxelles April 1992.
- [19] Considère, A. Resistance des pièces comprimées. In: *Congrès International des Procédés de Construction*, Paris, 1891. v. 3, p.371.
- [20] Duberg, J.E. and Wilden, T.W. - Column Behaviour in the Plastic Strength Range- *Journal of Aero Science*, vol. 17 No. 6, 1950, p.323.
- [21] Engesser, F. *Zeitschrift fur Architektin und Ingluieurwesen*, v. 35, p.455 , 1889.
- [22] Engesser, F. - Veber knickfragen - *Schweizerische Bauzeitung*, vol. xxvi, No. 4 July, 1895.
- [23] Estuar, F.R., and Tall , L. - Experimental Investigation of Welded Built-up Columns - *AWS Welding Journal* - vol 42, 1963.
- [24] Euler, L. Sur les forces des colonnes. *Memoires de L'Academie Royale des Sciences et Belles Lettres* , v. 13. Berlin, 1759.
- [25] European Convention for Constructional Steelwork (ECCS). *Manual on the stability of steel structures*. 2 ed., Brussels, 1976.
- [26] European Convention for Constructional Steelwork (ECCS). Introductory Report - *2nd International Colloquium on Stability* - Liège, April 1977.

- [27] Fukumoto, Y. ; Itoh, Y. Evaluation of multiple column curves using the experimental data-base approach. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 3, n. 3, p. 1-19, 1983.
- [28] Galambos, T. V. *Guide to stability design criteria for metal structures*. 4th ed. New York, John Willey & Sons, 1988.
- [29] Haaijer, G. and Thürliman, B. - Inelastic Buckling in Steel - *Transactions ASCE*, vol 125, 1960, p.308.
- [30] Huber, A.W., and Beedle, L.S. - Residual Stress and the Compressive Strength of Steel - *AWS Welding Journal*, vol 33, 1954, p.589s.
- [31] Jacquet, J. Essais de flambement et exploitation statistique. *Construction Métallique*, n. 3, p. 13-36, 1970.
- [32] Jasinsky, F., Noch ein wort zee den knickfragen - *Schweizerische Bauzeitung*, vol. xxv, No. 25 June, 1895.
- [33] Johnston, B.G - Buckling Behaviour above the Tangent Modulus Load - *Transactions ASCE*, vol 125, 1960, p308.
- [34] Johnston, B. G. *Guide to stability design criteria for metal structures*. New York, 3.ed., Structural Stability Research Council - John Willey & Sons, 1976.
- [35] Kishima, Y., Alpsten, G.A., Tall, L. - Residual stresses in welded shapes of flame-cut plates in ASTM A572(50) Steel. Fritz Engineerig Laboratory Report No. 321.2 Lehigh University - Bethlehem, Pa. June 1969.
- [36] Kishima, Y., *The Strength of Welded Flame-Cut Columns of ASTM A572(50) Steel*, Master Degree Thesis, Lehigh University, Bethlehem, 1969.
- [37] Lavall, A. C. C., *Uma Formulação Consistente para Análise não Linear de Pórticos Planos de Aço Considerando Imperfeições Iniciais e Tensões Residuais*, Tese de Doutorado, EESC-USP, São Carlos, 1996.
- [38] Lavall, A.C.C., Antunes, H.M.C.C. - A Plane Frame Finite Element for Non-linear Analisis Including Initial Imperfections. *5th International Colloquium on Structural Stability* - Rio de Janeiro - August 1996.
- [39] Maquoi, R. and Rondal, J. - Analytical Formulation of the New European Buckling Curves - *Acier-Stahl-Steel* - 1/1978, p.23.

- [40] Mc Falls, R. K. ; Tall, L. A study of welded columns manufactured from flama-cut plates. *Welding Journal/AWS*, p.141-153, Abril, 1969.
- [41] Nagaraja Rao, N.R., Estuar, F.L. and Tall, L. - Residual Stresses in Welded Shapes - *AWS Welding Journal*, July 1964, p.295s.
- [42] Pimenta, R. J. Resistência à compressão de perfis soldados formados por chapa cortada à maçarico. Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG, Belo Horizonte, 1988.
- [43] Pimenta, R. J., Rezende Neto, J.N., Fakury, R.H., Lavall, A.C.C. - Proposal of a Specific Buckling Curve for Welded Wide-Flange Shapes Manufactured from Flame-Cut Plates. *5th International Colloquium on Strutural Stability* - Rio de Janeiro, August 1996.
- [44] Rachid,M. ; Mori, D.D. *Instabilidade: conceitos - aplicação na flambagem por flexão*. São Carlos, EESC-USP, 1989.
- [45] Rodrigues, F.C., Batista, E.M. - Calibração de uma Curva de Flambagem para Dimensionamento de Colunas Constituidas de Perfis de Chapa Dobrada. *XXV Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estrutural* - Porto Alegre - Novembro 1991.
- [46] Rodrigues, F.C. - *Estudo Teórico - Experimental de Perfis de Chapa Dobrada Submetidos à Compressão* - Tese de doutorado - COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro - 1993.
- [47] Rondal, J. and Maquoi, R., Formulations d'Airton-Perry Pour le Flambement de Barres Métalliques, *Construction Métallique*, No. 4, 1979.
- [48] Rondal, J. ; Maquoi, R. Single equation for SSRC columns strength curves. *Journal fo the structural division (ASCE)*. v. 105, n. St 1, p.247-250, January, 1979.
- [49] Rondal, J. *Contribution à l'Étude de la Stabilité des Profils Creux à Parois Minces*. Collection des Publication de la Faculté des Sciences Appliquées n^o 93. Université de Liège. Liège 1984.
- [50] Salmon, C. G. ; Johnson, J. E. *Steel structures: design and behavior, emphasizing load and resistance factor design*. Harper & Row Publishers, Inc., 3.ed., 1990.
- [51] Sfintesco, D. Fondement expérimental des courbes européennes de flambement. *Construction Métallique*, n.3, p. 5-12, 1970.

- [52] Shanley, F.R. - The Column Paradox - *Journal of Aero Science* - vol 13 No 5 1946 p. 678.
- [53] Shanley, F.R. - Inelastic Column Theory - *Journal of Aero Science* - vol 14 No 5 1946 p. 261-268..
- [54] Silva Jr., J. F. *Resistência dos Materiais*. Belo Horizonte, 4.ed.,
- [55] Tall, L. - Recent Development in the Study of Column Behaviour - *Journal of the Institute of Engineers* - vol. 36, No. 12, Dec. 1964.
- [56] Tall, L. - *Welded Built-up Columns*. - Fritz Engineering Laboratory Report No. 321.2 Lehigh University - Bethlehem, Pa. April 1966.