

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ESCOLA DE ENGENHARIA

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS DA UFMG

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**"DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA CARGA DE FLAMBAGEM E DA
EXCENTRICIDADE ACIDENTAL DE PILARES COMPOSTOS DE MADEIRA"**

AUTORIA: FLÁVIA CAETANO CARVALHAR

ORIENTAÇÃO: EDUARDO CHAHUD

JULHO / 2001

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA DA UFMG
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA CARGA DE FLAMBAGEM E DA
EXCENTRICIDADE ACIDENTAL DE PILARES COMPOSTOS DE MADEIRA"**

Flávia Caetano Carvalhar

Dissertação apresentada ao Curso de Pós Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Eduardo Chahud
DEES – UFMG - (Orientador)

Prof. Dr. Edgar Vladimiro Mantilla Carrasco
DEES - UFMG

Prof. Dr. Francisco Antônio Rocco Lahr
EESC - USP

Belo Horizonte, 18 de Julho de 2001

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me amparou, iluminou em todos os momentos de minha vida e por mais esta oportunidade que me proporcionou.

Ao Luiz Antônio Machado, meu marido, pelo amor, incentivo e paciência a mim dedicados em todas as fases da realização deste trabalho.

Aos meus pais José Carlos Carvalho e Maria José Caetano Carvalho, pelo amor, pela dedicação e incentivo que me deram em toda minha vida.

Aos familiares e amigos, que acompanharam de perto minha trajetória e dos quais recebi apoio e carinho em momentos decisivos.

À minha irmã, Gisele Caetano Carvalho, pelo incentivo e positivismo transmitidos nas etapas que precisei.

Ao Professor Dr. Eduardo Chahud, pela orientação segura, assim como pela amizade e incentivo.

Aos funcionários do DEES, pela amizade e calorosa acolhida; e a todos os professores do DEES pelos ensinamentos transmitidos.

Aos funcionários do LAEES, pela ajuda e atenção que viabilizaram os ensaios desta pesquisa.

Ao Professor Dr. Luís Eustáquio Moreira, pelo auxílio e sugestões dadas.

À todos os amigos da UFMG que de alguma maneira contribuíram nesta caminhada.

“Se queres progredir não deves repetir a história, mas fazer uma história nova.”
Gandhi

**Ao Luiz Antônio, esposo e companheiro,
com muito amor dedico este trabalho.**

RESUMO

Este trabalho envolve o estudo experimental da flambagem de pilares de madeira de seção composta. Tem como objetivo comparar os resultados experimentais com os resultados analíticos estabelecidos pela Norma brasileira. Foram ensaiados cinco pilares de seção composta, executados com duas peças de madeira solidarizadas por cinco espaçadores igualmente distribuídos ao longo do pilar. Em seguida, foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos nos ensaios experimentais e os resultados da Norma Brasileira (NBR 7190/1997).

ABSTRACT

This work involves the experimental study of the buckling of composed section timber columns. The objective is to compare the experimental results with the analytical results established by the Brazilian Norm. Five columns of composed sections were tested and it was conducted through two timber parts nailed by five spacers equally distributed along the columns. Then, it was made a comparison between the obtained results in the experimental tests and the results described in the Brazilian Norm (NBR 7190/1997).

SUMÁRIO

RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	2
LISTA DE TABELAS	3
INTRODUÇÃO	5
OBJETIVO DO TRABALHO	7
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
ENSAIOS PRELIMINARES.....	43
ENSAIOS PRINCIPAIS	54
DETERMINAÇÃO DA CARGA TEÓRICA SEGUNDO NBR 7190/1997	59
DETERMINAÇÃO DA EXCENTRICIDADE ACIDENTAL EXPERIMENTAL	66
CONCLUSÕES.....	79
BIBLIOGRAFIA	80
ANEXO A Resultado Experimental dos Deslocamentos Perpendicular ao Plano de Carregamento dos Pilares	86
ANEXO B Resultado Experimental da Resistência à Compressão Paralela às Fibras, Módulo de Elasticidade à Compressão Paralela às Fibras, Densidade e Umidade das peças dos Pilares Compostos.....	89

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Comportamento da Coluna de Euler.....	12
Figura 2 – Gráfico de Southwell.....	16
Figura 3 – Pilar Composto - NBR 7190/1997.....	30
Figura 4– Peças Compostas - NBR 7190/1997.....	31
Figura 5 - Análise Gráfica da Excentricidade.....	40
Figura 6 – Modelo Corpo de Prova para Determinação do Teor de Umidade e Densidade Aparente segundo NBR 7190/1997.	44
Figura 7 – Modelo Corpo de Prova para Determinação do Módulo de Elasticidade segundo NBR 7190/1997.....	46
Figura 8 – Pilar Composto modelo.....	48
Figura 9 – Pilar Composto Posicionado para ensaio.....	50
Figura 10 – Pilar Composto 01.....	51
Figura 11 – Esquema dos Pilares Compostos Principais.....	54
Figura 12 – Flambagem do Pilar Composto 02.....	57
Figura 13 – Flambagem do Pilar Composto 04.....	58
Figura 14 – Excentricidade Envolvida no Sistema.....	66
Figura 15 – Posicionamento dos Relógios Comparadores.....	67
Figura 16 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 01.....	73
Figura 17 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 02.....	74
Figura 18 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 03.....	75
Figura 19 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 04.....	76
Figura 20 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 05.....	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Percentagem de Estudantes de Engenharia Civil nos Diversos Cursos de Engenharia de Estruturas	9
Tabela 2 - Coeficiente de Flambagem “ ω ” (DIN – 1052).....	41
Tabela 3 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar Composto 01	52
Tabela 4 – Ensaio Pilar Composto 01 - Leitura dos Relógios Comparadores .	53
Tabela 5 – Ensaio Pilar Composto 02 - Leitura dos Relógios Comparadores .	56
Tabela 6 – Cargas de flambagem	56
Tabela 7 - Dimensões dos Pilares Compostos Ensaçados.....	59
Tabela 8 - Propriedades Geométricas dos Pilares Compostos em torno do Eixo X.....	60
Tabela 9 - Propriedades Geométricas dos Pilares Compostos em torno do Eixo Y.....	60
Tabela 10 - Excentricidade Teórica.....	61
Tabela 11 - Valores Característicos da Resistência e Módulo de Elasticidade	61
Tabela 12 - Valores das Cargas Críticas de Euler e das Cargas Teóricas sem Considerar Coeficientes	63
Tabela 13 - Valores das Cargas Críticas de Euler e das Cargas Teóricas Considerando Coeficientes	64
Tabela 14 - Quadro Comparativo das Cargas Teóricas e Experimentais	64
Tabela 15 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 01	69
Tabela 16 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 02	69
Tabela 17 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 03	70
Tabela 18 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 04	71
Tabela 19 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 05	71
Tabela 20 – Quadro comparativos das Excentricidades Acidentais.....	72
Tabela 21 – Deslocamento do Pilar Composto 01	73
Tabela 22 – Deslocamento do Pilar Composto 02.....	74
Tabela 23 – Deslocamento do Pilar Composto 03.....	75

Tabela 24 – Deslocamento do Pilar Composto 04	76
Tabela 25 – Deslocamento do Pilar Composto 05	77
Tabela 26 – Ensaio Pilar Composto 01 - Leitura dos Relógios Comparadores	87
Tabela 27 – Ensaio Pilar Composto 03 - Leitura dos Relógios Comparadores	87
Tabela 28 – Ensaio Pilar Composto 04 - Leitura dos Relógios Comparadores	88
Tabela 29 – Ensaio Pilar Composto 05 - Leitura dos Relógios Comparadores	88
Tabela 30 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar Composto 02	90
Tabela 31 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar Composto 03	91
Tabela 32 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar Composto 04	91
Tabela 33 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar Composto 05	91

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A madeira tem sido utilizada como importante material construtivo desde as primeiras construções da humanidade, sejam elas abrigos ou transposições de rios.

O emprego da madeira como material estrutural, no Brasil, tem aumentado nos últimos anos de forma lenta, mas constante. O uso da madeira em estruturas pressupõe um perfeito conhecimento de suas características físicas, mecânicas e do completo domínio do seu comportamento à solicitações mecânicas, entre outros.

As pesquisas em andamento no país, com relação à aplicação racional da madeira, estão fundamentadas na certeza da existência de espécies alternativas, que irão substituir as espécies consagradas na construção civil.

Esse aumento da demanda têm possibilitado o desenvolvimento e a utilização de produtos, sistemas construtivos e até sistemas estruturais pouco ou nunca utilizados no Brasil, mas que são alternativas eficazes no processo de industrialização das estruturas, permitindo assim a competitividade no mercado da construção civil.

A Norma Brasileira, NBR 7190/1997 “Projetos de Estruturas de Madeira”, fixa as condições gerais que devem ser seguidas no projeto, na execução e no controle das estruturas correntes de madeira. No caso das peças submetidas à compressão paralela, os modelos estruturais adotados nos projetos sofreram grandes modificações em relação a NBR 7190/1982 - “Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira”, a qual utilizava o Método das Tensões Admissíveis. Atualmente esse tipo de estrutura deve ser estudado pelo Método dos Estados Limites.

As peças solicitadas à compressão paralela estão sujeitas na maioria dos casos ao fenômeno da instabilidade. O fenômeno da instabilidade pode manifestar-se de forma repentina e até violenta, mesmo quando o acréscimo das ações não ocorrerem com grande intensidade.

Atualmente, muitas peças estruturais estão sujeitas à solicitação de compressão paralela às fibras, caso dos pilares de madeira executados, tanto com seção simples como seção composta e peças de estruturas treliçadas.

Esses pilares são muito sensíveis à imperfeições geométricas e à excentricidade do carregamento, que na maioria dos casos torna-se inevitável.

Este trabalho se justifica, pois muitas das considerações da NBR 7190/1997 ainda necessitam de uma comprovação experimental mais aprofundada.

CAPÍTULO 2

OBJETIVO DO TRABALHO

O presente trabalho tem como objetivos:

- Determinar experimentalmente a carga de flambagem de pilares compostos de madeira;
- Determinar experimentalmente a excentricidade acidental de pilares compostos de madeira.

CAPÍTULO 3

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 - Introdução

Em relação a pilares compostos de madeira, não existe uma grande quantidade de trabalhos na literatura, tanto nacional como internacional. Os trabalhos existentes se concentram em detalhes da composição e comportamento da peça estrutural.

Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica elaborada durante a primeira fase dessa dissertação. As publicações e trabalhos abordados a seguir, estão diretamente relacionados com o assunto estudado e foram subdivididos em 03 itens: Introdução, Comportamento de Peças Comprimidas de Madeira e Normalização.

A história e desenvolvimento das estruturas de madeira é um tópico bastante extenso. A madeira vem sendo utilizada nas construções de edifícios, pontes, maquinarias, trabalhos em engenharia civil, barcos, etc.. A engenharia de hoje procura aperfeiçoar as estruturas de madeira pelo refinamento de métodos de cálculos teóricos e experimentais.

Provavelmente, a primeira construção de abrigo foi executada de armação e cobertura de galhos de árvores para servir de proteção tanto de animais quanto intempéries. Os “Teepee”, nativos Norte Americanos, são um exemplo do uso de uma simples estrutura, pois utilizavam varas de árvores para as armações curvas nas coberturas dos abrigos.

A indústria da construção tem observado um significativo aumento da demanda de estruturas de madeira nos últimos anos, principalmente no Brasil. Tal fato se

deve ao aumento da confiabilidade dos clientes nesses produtos, resultado do grande esforço de pesquisadores, engenheiros, arquitetos e empresas que investiram na melhoria da qualidade dessas estruturas. Além disso, a grande valorização estética da madeira, por parte dos arquitetos, nos últimos anos, tem contribuído para o aquecimento da indústria de construção em madeira.

MARX, em 1996, constatou que a Engenharia de Estruturas de Madeira estava inserida em 10% dos programas do ensino formal das universidades americanas, enquanto que a Engenharia de Estruturas de Aço e Concreto ocupava 75% dos mesmos programas. A principal razão desta pequena porcentagem, segundo o autor, é a falta de espaços nos currículos. A indústria madeireira suplementava esta deficiência promovendo atividades e eventos que auxiliavam os docentes e discentes das universidades, na atualização e aquisição de novas informações. A tabela 1 seguinte ilustra o artigo.

Matéria	1978	1984	1989	1994
Projeto Madeira	14%	13%	14%	9%
Projeto Concreto	79%	82%	78%	77%
Projeto Aço	79%	77%	93%	73%
Análise Estrutural	95%	98%	43%	89%
Concreto/ Materiais Betuminosos	64%	63%	75%	71%

Tabela 1 – Percentagem de Estudantes de Engenharia Civil nos Diversos Cursos de Engenharia de Estruturas

BLASS, em 1996, constatou que aproximadamente 50 autores contribuíram para o Programa Educacional de Estruturas de Madeira (STEPS), que serviu

como documento de referência para o Eurocode 5. Sua versão mais atualizada deverá sair após a publicação do Eurocode 5 na sua redação final, incentivando, assim, cada vez mais a utilização da madeira na Engenharia de Estruturas.

3.2 – Comportamento de Peças Comprimidas de Madeira

A preocupação atual dos pesquisadores está no estabelecimento de processos baseados em uma conceituação mais ampla, aplicáveis aos diversos tipos de estruturas. As considerações ligadas à estabilidade e instabilidade do equilíbrio das estruturas são motivos de grande preocupação, pois são de fundamental importância para o projeto.

Praticamente todas as estruturas não têm capacidade de aviso de ruína iminente para este estado limite último, o que deve inclusive ser levado em conta na responsabilidade da estrutura e, conseqüentemente, na segurança que deve ser imposta ao projeto. As ruínas produzidas por instabilidade quase sempre produzem grandes danos.

Fica assim evidenciada a importância do estudo da estabilidade estrutural. Essa preocupação já vem desde épocas remotas, dentro da relatividade dos conceitos de cada época. A seguir será apresentado um histórico, segundo Dermazzo, em 1990.

No século XV, Leonardo da Vinci já abordava o problema da estabilidade de pilares em seus estudos sobre a resistência dos materiais, onde relacionava a capacidade de carga de um pilar com sua esbeltez, em um conceito intuitivo.

Os primeiros experimentos com barras prismáticas comprimidas onde se observou o aparecimento do fenômeno da flambagem foi feito pelo pesquisador experimental P. Van Musschenbroek. Ele publicou suas observações em 1729

através do trabalho “Introductis ad cohaeretiam corporum firmorum”. O seu grande mérito foi ter concluído, através de seus testes e desarmado de qualquer teoria matemática, que a carga de flambagem era inversamente proporcional ao quadrado do comprimento da coluna.

Ainda no século XVIII, com o desenvolvimento da ciência matemática, os estudos de Jacob Bernoulli sobre a curvatura de barras elásticas fletidas, levaram Leonard Euler à pesquisa teórica sobre flambagem de pilares.

Leonard Euler apresentou pela primeira vez o estudo teórico das linhas elásticas de barras fletidas, publicando “De curvis elasticus” como apêndice de seu livro “Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes”, em 1744.

Euler publicou em 1759, “Sur la force de colonnes”, inserido nas Memórias da Academia de Berlim a análise do comportamento de uma barra. Foi escolhida por Euler uma barra engastada em uma extremidade e livre na outra.

A coluna de Euler, sob os valores de carga dados por: $P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2}$, poderá

ficar em equilíbrio, em formas ligeiramente fletidas. A menor carga sob a qual o estado neutro de equilíbrio é possível, conhecida como “carga de Euler”, é

obtida fazendo-se $n = 1$: $P_{EULER} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$. O comportamento da coluna ideal de

Euler pode ser visualizada através de um gráfico, conforme ilustra a figura 1, tendo como abscissa a amplitude A da senoide e como ordenada, a carga P . Suposta a crescer a partir de zero, enquanto a carga P permanece abaixo da carga de Euler, a coluna mantém sua forma reta. No ponto correspondente à carga de Euler existe a bifurcação do equilíbrio, isto é, a coluna pode permanecer reta ou pode assumir uma forma fletida de amplitude indeterminada. A carga de Euler acima obtida é algumas vezes denominada como “carga crítica” e outras, como “carga de flambagem”.

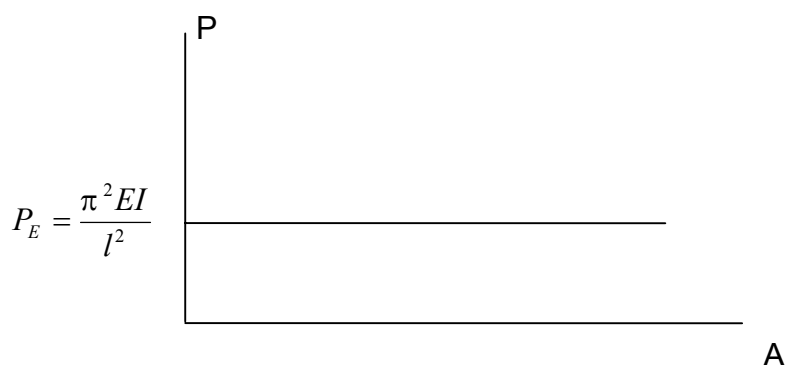


Figura 1 – Comportamento da Coluna de Euler.

No século XIX os problemas de instabilidade vieram a ser mais amplamente considerados, o que desencadeou na intensa utilização dos estudos de Euler sobre flambagem.

DULEAU, em 1820, constatou que as teorias sobre flambagem tiveram pouco sucesso nessa época porque as experiências empreendidas para verificá-las desapareceram quase que completamente por falta de métodos precisos. Os ensaios de flambagem são sempre delicados devido, principalmente, às dificuldades de centragem da carga e dos vínculos mal definidos nas extremidades. Outro problema foi devido às experiências feitas com colunas cujo comprimento não era suficientemente grande em relação à menor dimensão transversal, fazendo com que o limite de elasticidade do material aparecesse antes da flambagem elástica. A rica teoria de Euler sobre a flambagem elástica trouxe grandes embaraços para a época, onde pouco se conhecia sobre a plasticidade na flambagem.

Bauschinger (1887) verificou que a fórmula de Euler era exata quando a flambagem se produzia ao longo da fase elástica de deformação. Engesser (1898) e Considère foram os primeiros a reconhecer o problema da flambagem inelástica.

HODGKINSON, em 1840, e LAMARLE, em 1845, constataram a existência de um limite acima do qual a fórmula de Euler poderia ser utilizada e abaixo do qual seria necessário apelar para a experimentação e o empirismo (tendo em vista o diagrama tensão x esbeltez).

BAUSCHINGER, em 1887, efetuou as primeiras experiências precisas. Realizou experimentos com as extremidades das barras sob a forma cônica para se libertar das impertinentes indeterminações devido às condições de apoio. Verificou, ao fornecer uma melhor centragem das cargas, que a fórmula de Euler era exata quando a flambagem se produzia ao longo da fase elástica da deformação.

RANKINE, em 1898, colocou um pouco de ordem na questão entre 1855 e 1872. Estabelecida por Navier e estudada pelo engenheiro inglês Rankine, a “fórmula de Rankine” ficou também conhecida por vários outros nomes. Pertencia ao tipo das semi-empíricas, porque, baseada de início teórica, entraria em seguida com um coeficiente numérico experimental.

ENGESSER e CONSIDÉRE, em 1898, foram os primeiros a reconhecer o problema de flambagem inelástica. Mesmo nos dias de hoje a carga na qual a coluna falha por flambagem inelástica é ainda uma questão em aberto. ENGESSER propôs a extensão das teorias de Euler pela introdução de um módulo tangencial definido pela tangente à curva de deformação. Ele estudou, de uma maneira aprofundada, a flambagem de colunas engastadas, a influência do efeito cortante, a integração de equações diferenciais da flambagem sob a forma de aproximações sucessivas por meio de métodos analíticos e gráficos, a flambagem de postes, etc.

SOUTHWELL, em 1931, propôs um método com o qual os dados obtidos em testes de colunas com curvatura inicial poderiam ser analisados para determinar a carga crítica de flambagem da coluna caso ela fosse perfeitamente reta. A capacidade era estimada a partir da medida da deflexão

lateral e da força axial aplicada. O método provou ser muito prático e eficiente em muitas aplicações (Donnell, 1938; Horton, et al., 1971). Este é essencialmente útil em testes não destrutivos para demonstrar propriedades de resistência e rigidez de um componente de uma estrutura real desde que a coluna seja solicitada com carregamento dentro do limite elástico.

Entretanto, a precisão da capacidade de flambagem estimada e as associadas propriedades de rigidez geram pobres resultados se a curvatura inicial for pequena. A razão, entre outras, é que a deflexão real assume valores dentro da faixa de imprecisão dos aparelhos de medições empregados.

Erros introduzidos pelas incertezas nas medidas obtidas dos equipamentos de leitura resultaram no fator dominante das medidas tomadas durante o teste. Isso não é surpresa uma vez que o método não é aplicável a uma coluna perfeitamente reta. A dificuldade em obter-se um resultado preciso para uma coluna de pequena curvatura inicial foi também reconhecida por Donnell (1938).

A seguir estão demonstradas as equações apresentadas por Southwell.

Considerando uma coluna de curvatura inicial, de comprimento projetado (l), sob uma carga axial (P), esta é carregada e a deflexão inicial (δ) em um ponto conveniente qualquer, como por exemplo o meio do vão, é obtida em vários estágios de carga.

Se a inércia é variável, a equação da curva inicial, seria por exemplo uma série de senos do tipo:

$$y_0 = \delta_0 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l} + \delta_1 \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{l} + \dots \quad (\text{equação 01})$$

Após o carregamento tem-se a equação da curva, dada por:

$$y = \alpha \left(\frac{\delta_0}{1-\alpha} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l} + \frac{\delta_1}{2^2-\alpha} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{l} + \dots \right) \quad (\text{equação 02})$$

O valor da equação no ponto médio do elemento, quando se pode dizer que esta coluna possui inércia e módulo de elasticidade (E) constantes, vale:

$$\delta = \frac{\delta_0}{\left(\frac{P_E}{P}\right)^{-1}}. \quad (\text{equação 03})$$

Desde que $\alpha = P/P_E$, é sempre menor que 1 e aproxima-se da unidade quando a carga P aproxima-se de P_E , o primeiro termo desta série é usualmente predominante sobre os demais e portanto pode-se rearranjar as fórmulas e obtêm-se:

$$\frac{\delta}{P} P_E - \delta = \delta_0, \quad (\text{equação 04})$$

a qual mostra que se ter plotada a razão δ/P contra a deflexão medida δ , os pontos descreverão uma linha reta. Esta linha cortará o eixo das abscissas ($\delta/P = 0$) a uma distância δ_0 da origem, e a ordenada a uma distância δ_0/P_E , como mostra a figura 2 abaixo:

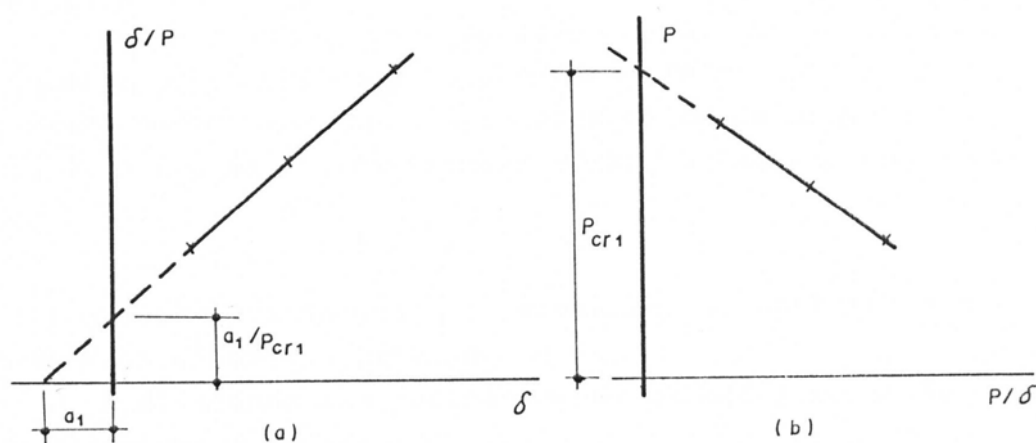


Figura 2 – Gráfico de Southwell

Para determinar a carga crítica basta obter o inverso da inclinação desta reta. Se o valor aproximado da carga crítica é conhecido, o carregamento pode ser encerrado antes de que seja atingido, salvando o mesmo da ruína. Esse procedimento é conhecido como Diagrama de Southwell.

Se ao invés de assumir a curvatura inicial, admitir-se que a flexão da barra é devida a uma excentricidade inicial da carga P , a deflexão medida no centro da barra pode ser representada com suficiente precisão por:

$$\delta = \frac{4e}{\pi} \frac{1}{\left(\frac{P_E}{P}\right)^{-1}} \quad (\text{equação 05})$$

Considerando-se, portanto, o caso geral, em que combina-se alguma excentricidade inicial "e" na aplicação da carga, com imperfeição inicial δ_0 , encontramos que a deflexão do meio da coluna, medida durante o ensaio, é igual a:

$$\delta = \left(\delta_0 + \frac{4e}{\pi} \right) \frac{1}{\left(\frac{P_E}{P} \right)^{-1}} \quad (\text{equação 06})$$

A equação pode ser colocada na forma:

$$\frac{\delta}{P} P_E - \delta = \delta_0 + \frac{4e}{\pi} \quad (\text{equação 07})$$

E a deflexão total será dada por:

$$\delta_t = \delta_0 + \delta = \left(\delta_0 + \frac{4e}{\pi} \right) \frac{1}{1 - \left(\frac{P}{P_E} \right)} \quad (\text{equação 08})$$

SHANLEY, em 1946, reconheceu o paradoxo na teoria do módulo reduzido da flambagem inelástica e mostrou que a carga prevista pela teoria poderia não ser obtida na realidade. Ele concluiu que a teoria do módulo tangente estava correta para prever a máxima carga sob a qual uma coluna perfeita, carregada axialmente, permanece reta.

CHRISTOPHERSON, em 1951, faz comentários sobre o Método de Southwell, "O Método de Southwell, de plotar resultados de testes com colunas, pelo qual a carga crítica de Euler pode ser obtida sem destruir a coluna, é agora bem conhecido e largamente empregado". Observações são feitas da deflexão ω da coluna quando submetida a uma carga de compressão P e se a quantidade ω/P é plotada contra ω uma linha aproximadamente reta é obtida. A equação para essa linha reta é:

$$P_1 \left(\frac{\omega}{P} \right) = \omega + \omega_1 \dots \quad (\text{equação 09})$$

onde ω_1 é o coeficiente do primeiro termo na expansão de Fourier para a “imperfeição inicial” da coluna quando sem carga e P_1 é a carga crítica de Euler, a qual é então dada pela inclinação da linha plotada.

HOFF, em 1954, propôs que a carga sob a qual uma coluna imperfeita real se curvasse repentinamente fosse referida como carga de flambagem, reservando-se o termo carga crítica para a qual o equilíbrio neutro é possível em uma barra perfeita ideal, de acordo como uma análise linear. Em outras palavras, ele sugere que “flambagem” é alguma coisa que pode ser observada quando uma coluna real é carregada durante um teste em laboratório, enquanto que o termo “carga crítica” refere-se à solução de uma análise teórica idealizada. Sob esse critério a carga de Euler demonstrada anteriormente seria denominada “carga crítica” da coluna.

TIMOSHENKO & GERE, em 1961, comentaram sobre a excentricidade equivalente, citando inclusive outros autores. Ali se encontrava que SALMON recomendava, considerando o comprimento da coluna fosse igual a l :

$$e = 0,001l \quad \text{para excentricidade da carga}$$

$$a = l/750 \quad \text{para a deflexão inicial}$$

Comentaram ainda que, em adição ao efeito da excentricidade na aplicação da carga e curvatura inicial, o efeito da não homogeneidade do material e variações inevitáveis na área da seção transversal deveriam ser considerados. Todas as precedentes imperfeições podem ser substituídas por uma deflexão equivalente inicial da coluna. Considerando que as imperfeições crescem em proporção ao comprimento da coluna e levando em conta as duas expressões de SALMON, os autores propõe:

$$a = l/400 \quad \text{(equação 10)}$$

como deflexão inicial e que consideram suficientes para compensar todas as prováveis imperfeições em uma coluna.

TIMOSHENKO & GERE, em 1961 mostraram que o Método de Southwell poderia ser aplicado a uma coluna carregada excêntrica. A expressão aproximada que é obtida para o caso de curvatura inicial e alguma excentricidade do ponto de aplicação da carga é:

$$\delta_c = \left(a_1 + \frac{4}{\pi} e\right) \frac{1}{(P_{CR} / P) - 1} \quad (\text{equação 11})$$

onde: δ_c – deflexão no meio do vão referido à posição inicial,

a_1 – deflexão inicial no meio do vão,

e – excentricidade da carga que pode surgir por um erro de centralização da carga e não homogeneidade do material.

GORDON, em 1966, modificou a “Fórmula de Rankine” variando o coeficiente experimental e tomando, em vez do índice de esbeltez, a relação entre o comprimento da barra e a menor dimensão transversal.

RONDELET, na mesma época, 1966, ensaiando vários corpos de prova de madeira de seção transversal quadrada e retangular determinou a relação entre a altura e a menor dimensão desta seção e a carga de ruptura. Esta tentativa prática recebeu o nome de “Regra de Rondelet”.

GURFINKEL, em 1973, propôs que as colunas de madeira deveriam ser projetadas com alguma excentricidade, uma vez que o conceito de coluna carregada axialmente, sem deflexão, é uma idealização que raramente ocorre na prática. Segundo o autor, as colunas de madeira devem ser projetadas com uma excentricidade “ e ” correspondente ao momento máximo que possa acompanhar o carregamento, mas não menor que uma excentricidade mínima específica que deve ser:

$$\text{excentricidade mínima} > \begin{cases} (1'' = 2,54 \text{ cm}) \text{ ou} \\ (0,1b \text{ ou } 0,1d) \end{cases}$$

onde b e d são as dimensões da seção transversal (sobre os eixos principais).

GURFINKEL, em 1973, relatou que a situação de uma coluna de madeira sob carga axial é um caso que raramente ocorre na prática. Mesmo em colunas projetadas para carregamento axial, pequenas excentricidades da carga em relação ao eixo da coluna aparecem devido às tolerâncias de construção, curvaturas iniciais e não homogeneidade do material. Essas excentricidades criam momentos fletores na seção da coluna. Por isso, segundo Gurfinkel, é razoável projetar colunas de madeira para um mínimo de excentricidade de carga, mesmo se a análise indica uma ausência de momentos fletores.

BREYER, em 1980, propõe:

$$\text{excentricidade mínima} > \left\{ \begin{array}{l} 1'' = 2,54\text{cm} \\ 0,1d = \frac{d}{10} \end{array} \right\} \text{ onde: } d = \text{maior dimensão da seção}$$

transversal.

BODIG e JAYNE, em 1982, comprovaram que a curvatura, a não homogeneidade do material e a carga de compressão se combinam para causar a flambagem. Momentos fletores surgem acompanhando as deflexões laterais. Um momento torçor, que também está presente no sistema, é normalmente muito pequeno e pode ser desprezado sem comprometer a segurança. Os autores concluíram que a direção da flambagem crítica depende de qual tensão da flexão última será alcançada primeiro. Então o menor momento de inércia determinará a tensão que primeiro alcançará o máximo nível suportável.

BUCHANAN & all, em 1985, citam em seu trabalho a Norma OHBDC 1982 (Ontario Highway Bridge Code):

$$\frac{P}{P_a} + \frac{C_m}{1 - P/P_e} \frac{M}{M_u} \leq 1 \quad (\text{equação 12})$$

O termo C_m é um fator para o caso de momentos desiguais nas extremidades dado por:

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4 \quad (\text{equação 13})$$

onde: M_2 e M_1 são o maior e o menor momentos nas extremidades, respectivamente. A taxa $\frac{M_1}{M_2}$ é positiva se a barra tem curvatura simples e negativa, se tem curvatura dupla.

P é carga axial, P_a é a capacidade de compressão da coluna curta, M é o momento de 1ª ordem e M_u é a capacidade de deflexão da seção transversal. P_e é a carga de Euler.

O momento M deve ser o momento real na extremidade, ou o momento devido a uma excentricidade mínima de 0,05 vezes a maior das dimensões da seção transversal. Uma excentricidade correspondente a uma curvatura inicial é considerada como $\frac{l}{500}$ vezes o comprimento da flambagem.

excentricidade mínima $\geq \left\{ \begin{array}{l} 0,05d \\ l_p/500 \end{array} \right\}$ onde: d = maior dimensão da seção

BUCHANAN, em 1985, resumiu a investigação compreensiva encontrada no comportamento da madeira sujeita a carga axial excêntrica, na qual foi realizada em duas universidades do Canadá. Este estudo incluiu análises de modelos e um extenso programa experimental usando madeira de tamanhos variados.

Os resultados destas investigações sugerem melhorias no método de projeto, usando gráficos e fórmulas aproximadas para o comportamento no plano. Quatro alternativas foram descritas para madeira e membros de madeira sujeitas a combinações de flambagem e carga axial. Dois dos métodos foram propostos para projeto, um sendo uma série de gráficos baseados nos momentos e o outro uma aproximação simples dos gráficos deste estudo. Estes métodos foram baseados nos resultados dos trabalhos analítico e experimental em função da resistência da coluna de madeira submetida a carregamento axial excêntrico. O proposto método de projeto reflete o

comportamento dos materiais reais mais corretos do que o método existente. Ele oferece um potencial mais eficiente e econômico para certos tipos de estruturas de madeira.

CALIXTO, em 1991, desenvolveu uma aproximação pelo método dos elementos finitos para peças compostas formadas por dois elementos interligados por conectores. A formulação desenvolvida considerou a não linearidade física do conector e a não linearidade geométrica da estrutura. Matrizes de rigidez foram derivadas através da energia potencial total do sistema, obtendo-se assim, as seguintes parcelas: matriz elástica, matriz geométrica e matriz do conector.

O equacionamento em questão resultou na elaboração de um software denominado FLOOR que permite ao usuário várias soluções do problema através de diferentes análises, que vão desde uma análise linear global até uma completa análise não linear da estrutura. Finalmente Calixto realizou testes em colunas e vigas para posteriormente confrontá-los com os resultados computacionais. Comparando-os, graficamente, pode-se comprovar a boa concordância dos dados experimentais com a formulação teórica desenvolvida.

BLASS, em 1991, realizou simulações para determinar valores característicos de cargas de flambagem nas colunas de madeira laminada colada e de madeira sólida. Simulações Monte Carlo foram usadas para análises plásticas de 2ª ordem. O modelo estocástico cobre as funções de distribuições estatísticas baseados na variação do ponto inicial nas simulações das colunas. A evolução estatística do cálculo da carga última caracteriza o valor do comprimento de flambagem por diferentes índices de esbeltez, tipo de madeira e excentricidades finais.

DYER, em 1992, apresentou um estudo de procedimento racional para determinação da carga das colunas de madeira com seção caixão. A teoria desenvolvida pelo autor, admite considerações dos efeitos das intercamadas, que é característico dos sistemas de camadas com conexões flexíveis (não

rígidas). Cento e cinquenta colunas foram construídas e testadas. Boas coincidências foram observadas entre o resultado experimental e teórico. Para estudar a eficiência delas, resultados das colunas são comparados com colunas de madeira laminada pregada e colunas de madeira maciça. Neste estudo foram investigadas também o efeito das forças dos conectores das colunas.

DYER pôde concluir neste estudo que as forças e efeitos da colunas de madeira variam consideravelmente, dependendo do comprimento da coluna e do número de pregos utilizados nas colunas. A coluna teve 1,75 vezes a força equivalente correspondente à coluna de madeira maciça e 3 vezes a força equivalente correspondente à coluna de madeira laminada pregada. Chegou-se a conclusão também que o número ótimo de pregos por colunas é por volta de 56. Mais que 56 pregos nas colunas não produz um correspondente aumento de forças nas colunas.

BLASS, em 1995, apresentou considerações não matemáticas sobre flambagem de colunas de madeira. O autor concluiu que a utilização do conceito de comprimento efetivo, nas curvas de flambagem das colunas, bi-articuladas, facilita a aplicação prática em projetos. Na continuação, ele conclui que as rotações nas ligações semi-rígidas diminuem a carga crítica de flambagem elástica e que se as soluções aproximadas não se aplicarem, uma análise de segunda ordem deve ser realizada.

ARISTIZABAL, em 1995, realizou trabalhos sobre estabilidades de colunas onde realizou duas simples fórmulas para o cálculo do fator K na estabilidade de colunas. O autor escolheu colunas com conexões semi-rígidas e com um lado da coluna em balanço ou parcialmente engastado. As fórmulas propostas inclui os efeitos da carga axial uniformemente distribuída (q) e o peso próprio da coluna na adição da carga final concentrada (P). A fórmula proposta pode ser também aplicada para estabilidade da estrutura (não engastada ou parcialmente engastada), com conexões rígidas, semi-rígidas ou simples.

CORDOVIL, em 1998, apresentou uma análise dos critérios da NBR 7190/96 no que diz respeito ao dimensionamento de peças comprimidas, com o novo modelo de segurança adotado pela Norma.

Inicialmente comenta a excentricidade acidental mínima e o menor valor da excentricidade de primeira ordem decorrente da situação de projeto. Depois de discutir as prescrições gerais sobre flexo-compressão, concluiu que uma simples adoção de um coeficiente de segurança interno não garante uma distância racional entre as condições de utilização e ruptura da estrutura.

O autor ainda sugere um critério único para peças curtas e mediamente esbeltas; e uma modificação na formulação do efeito da fluência nas peças esbeltas.

BARALDI, em 1998, publicou trabalho onde fez comparação entre os métodos de dimensionamento prescritos na Norma anterior e na atual, ou seja, entre o Método das Tensões Admissíveis e o Método dos Estados Limites. A partir dos dados iniciais desta comparação foi sugerido adotarem um incremento linear no índice de esbeltez, na excentricidade acidental (nas peças mediamente esbeltas) e devido a fluência (nas peças esbeltas), para diminuir a descontinuidade abrupta dos resultados na transição entre os tipos de peça.

ALVIM, em 2000, apresentou um novo método para avaliação da resistência dos pilares de madeira composta. Com base nas investigações experimentais físicas e numéricas realizadas, foi desenvolvido o Método do Carregamento Incremental, que serviu para avaliar a resistência dos pilares compostos para diferentes arranjos, levando-se em conta um modelo de verificação da segurança das peças compostas.

Neste trabalho, o autor pôde concluir, dentre outras coisas, que o dimensionamento das peças de madeira composta, descontinuamente solidarizadas, comprovou a validade das teorias gerais estabelecidas pela NBR 7190/1997. Contudo o dimensionamento torna-se inseguro para um número de separadores maior que 6, caso sejam considerados como referência dos resultados da experimentação física.

3.3 – Normalização

3.3.1 – Normas para Dimensionamento

3.3.1.1 – Norma para Projetos de Estruturas de Madeira – NBR 7190/1997

Esta Norma fixa as condições gerais que devem ser seguidas no projeto, na execução e no controle das estruturas correntes de madeira, tais como pontes, pontilhões, coberturas, pisos e cimbres. Além das regras desta Norma, devem ser obedecidas as de outras normas especiais e as exigências peculiares a cada caso particular.

Os esforços atuantes nas peças estruturais devem ser calculados de acordo com os princípios da Estática das Construções, admitindo-se em geral a hipótese de comportamento elástico linear dos materiais.

Os esforços resistentes das peças estruturais da madeira em geral devem ser determinados com a hipótese de comportamento elasto-frágil do material, isto é, com um diagrama tensão x deformação até a ruptura tanto na compressão quanto na tração paralela às fibras. Nas peças estruturais submetidas à flexo-compressão, os esforços resistentes podem ser calculados com a hipótese de comportamento elastoplástico da madeira na compressão paralela às fibras.

A estabilidade de uma coluna pode ser definida como a tendência natural desta em se manter ou recuperar sua posição original a despeito das perturbações que o atinjam, isto é, a sua capacidade de recuperar do fenômeno da alteração induzida do seu estado inicial de equilíbrio.

O critério de dimensionamento de peças estruturais de madeira solicitadas à compressão depende diretamente do índice de esbeltez que ela apresenta:

$$\lambda = \frac{L_0}{i_{\min}} \quad (\text{equação 14})$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}, \quad (\text{equação 15})$$

I_{\min} = momento de inércia mínimo da seção,

A = área da seção,

L_0 = comprimento de flambagem da peça.

Com o índice de esbeltez calculado, as peças de madeira se subdividem em três grupos: peça curta ($\lambda \leq 40$), peça medianamente esbelta ($40 < \lambda \leq 80$) e peça esbelta ($80 < \lambda \leq 140$).

1) Peça Curta : $\lambda \leq 40$

Define-se como peça curta àquela situação onde não ocorre flambagem. A Norma dispensa a consideração de possíveis efeitos de flexão. A condição de segurança é expressada por:

$$\frac{\sigma_{c0,d}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (\text{equação 16})$$

$\sigma_{c0,d}$ = valor de cálculo da tensão de projeto à compressão paralela às fibras,

$f_{c0,d}$ = resistência de cálculo à compressão.

2) Peça Medianamente Esbelta : $40 < \lambda \leq 80$

Deve ser garantida a segurança em relação ao estado limite último de instabilidade. A verificação da estabilidade da peça será:

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (\text{equação 17})$$

σ_{Nd} = valor de cálculo da tensão de compressão devida à força de compressão,

σ_{Md} = valor de cálculo da tensão de compressão devida ao momento fletor M_d calculado pela expressão:

$$M_d = N_d e_d \quad (\text{equação 18})$$

$$e_d = e_1 \left(\frac{F_e}{F_e - N_d} \right) \quad (\text{equação 19})$$

$$e_1 = e_i + e_a \quad (\text{equação 20})$$

$$e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} \quad (\text{equação 21})$$

e_i = excentricidade decorrente dos valores de cálculo M_{1d} ,

N_d na situação de projeto, não se tomando para $e_1 < h / 30$, sendo h a altura da seção transversal referente ao plano de verificação,

e_a = excentricidade acidental, $e_a = L_0 / 300$, esta excentricidade é devida às imperfeições geométricas das peças, inevitáveis na prática.

A expressão $\left(\frac{F_e}{F_e - N_d} \right)$, que está multiplicando e_1 , leva em conta os efeitos de

segunda ordem, sendo que a carga crítica é representada como:

$$F_e = \frac{\pi^2 E_{c0,ef} I}{L_0^2} \quad (\text{equação 22})$$

I = momento de inércia da seção transversal da peça relativo ao plano de flexão em que se está verificando a condição de segurança,

$E_{c0,ef}$ é o módulo de elasticidade efetivo na direção paralela às fibras que depende da rigidez da madeira, dado por:

$$E_{c0,ef} = K_{mod1} \cdot K_{mod2} \cdot K_{mod3} \cdot E_{c0,m} \quad (\text{equação 23})$$

K_{mod1} leva em consideração a classe do carregamento (Permanente, Longa Duração, Curta Duração ou Instantâneo) e o tipo do material (Madeira Serrada,

Laminada Colada Compensada ou Recompоста), encontrado na tabela da NBR 7190/1997, K_{mod2} leva em conta a classe de umidade (1 e 2 ou 3 e 4) e o tipo de material empregado (idem ao K_{mod1}), também tabelado na NBR 7190/1997, K_{mod3} leva em conta a categoria da madeira utilizada (Madeira de primeira categoria o valor de K_{mod3} é igual a 1,0 e para madeira considerada de segunda categoria o K_{mod3} é igual a 0,8)

3) Peça Esbelta : $80 < \lambda \leq 140$

Neste caso adota-se a mesma verificação para peças mediamente esbeltas. Como a expressão do momento é dada por:

$$M_d = N_d e_{1,ef} \left(\frac{F_e}{F_e - N_d} \right) \quad (\text{equação 24})$$

F_e = valor da carga crítica de Euler,

$e_{1,ef}$ = excentricidade efetiva de primeira ordem dada por:

$$e_{1,ef} = e_i + e_a + e_c = e_i + e_c \quad (\text{equação 25})$$

e_i = excentricidade decorrente da situação de projeto,

e_a = excentricidade acidental mínima,

e_c = representa a fluência da madeira.

A excentricidade inicial é dada por:

$$e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} = \frac{M_{1gd} + M_{1qd}}{N_d} \quad (\text{equação 26})$$

M_{1gd} e M_{1qd} = valores de cálculo dos momentos devidos às cargas permanentes e às cargas variáveis, respectivamente.

e_c = excentricidade que representa a fluência da madeira dada por:

$$e_c = (e_{ig} + e_a) \left\{ \exp \left[\frac{\varphi [N_{gk} + (\varphi_1 + \varphi_2) N_{qk}]}{F_e - [N_{gk} + (\varphi_1 + \varphi_2) N_{qk}]} \right] - 1 \right\} \quad (\text{equação 27})$$

N_{gk} e N_{qk} = valores característicos da força normal devido às cargas permanentes e variáveis, respectivamente, com φ_1 e φ_2 dados na tabela da NBR 7190/1997 no item 5.4.6, sendo $\varphi_1 + \varphi_2 \leq 1$, e

$$e_{ig} = \frac{M_{1g,d}}{N_{gd}} \quad (\text{equação 28})$$

$M_{1g,d}$ = valor de cálculo do momento fletor devido apenas às ações permanentes.

Por mais cuidadosa que a pessoa seja na execução das peças, a rigidez do conjunto nunca será igual à rigidez de uma peça maciça. Na falta de demonstração da segurança da peça múltipla através de ensaios de laboratórios, algumas normas técnicas recomendam considerar um índice de esbeltez fictício maior que o índice de esbeltez real. Já a NBR 7190/1997 recomenda uma redução no cálculo do momento de inércia, admitindo-se um momento de inércia efetivo menor que o teórico.

As peças compostas solidarizadas descontinuamente, por espaçadores, como é caso a ser estudado, devem ter sua segurança verificada em relação ao estado último de instabilidade global.

Os espaçadores devem estar igualmente espaçados entre si ao longo do comprimento L da peça. A sua fixação aos elementos componentes deve ser feita por ligações rígidas com parafuso.

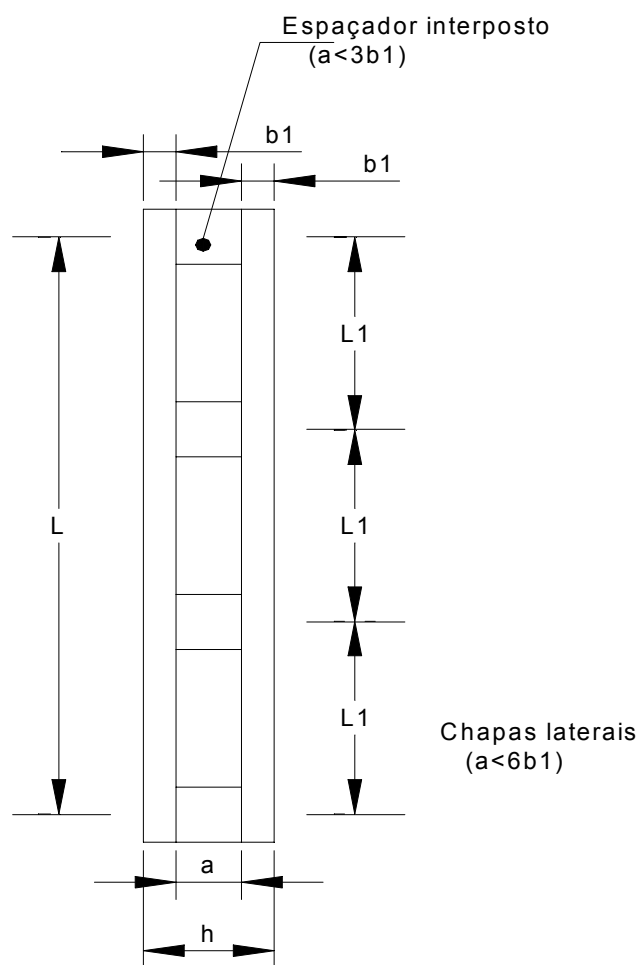


Figura 3 – Pilar Composto - NBR 7190/1997

Para as peças compostas por dois ou três elementos de seção transversal retangular, permite-se a verificação da estabilidade como se elas fossem de seção maciça. Na figura 4, é mostrada uma seção composta de dois elementos.

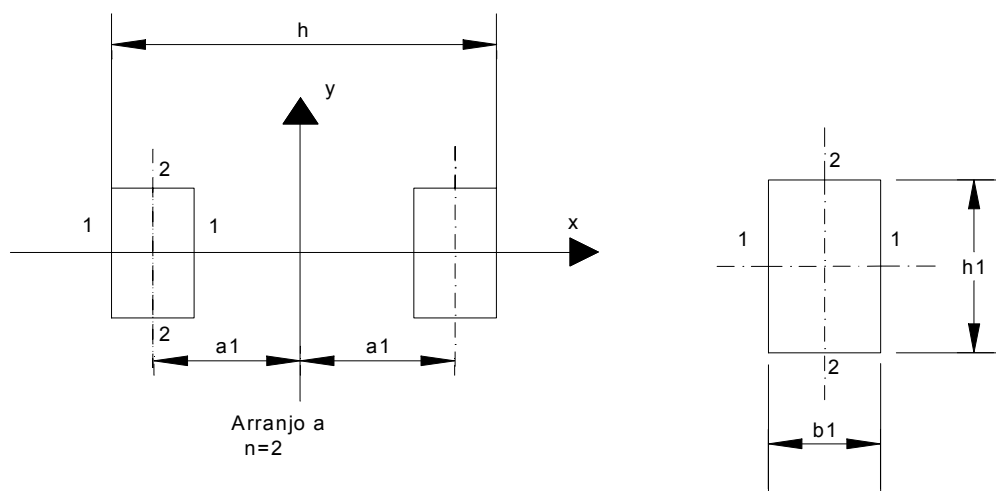


Figura 4– Peças Compostas - NBR 7190/1997

Seção do elemento componente: $A_1 = b_1 h_1$ (equação 29)

$$I_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} \quad (\text{equação 30})$$

$$I_2 = \frac{h_1 b_1^3}{12} \quad (\text{equação 31})$$

Seção composta: $A = n A_1$ (equação 32)

$$I_x = n I_1 \quad (\text{equação 33})$$

$$I_y = n I_2 + 2 A_1 a_1^2 \quad (\text{equação 34})$$

$$I_{y,ef} = \beta_1 I_y \quad (\text{equação 35})$$

n = número de elementos

$$\beta_1 = \frac{I_2 m^2}{I_2 m^2 + \alpha_y I_y} \quad (\text{equação 36})$$

$m = L/L_1$, número de intervalos de comprimento L_1 em que fica dividido o comprimento L total da peça.

$\alpha_y = 1,25$ (espaçadores interpostos),

$\alpha_y = 2,25$ (chapas laterais de fixação).

A verificação deve ser feita como se a peça fosse maciça de seção transversal com área A e momento de inércia I_x e $I_{y,ef}$.

Nessa verificação as condições de segurança são especificadas por:

$$\frac{N_d}{A} + \frac{M_d I_2}{I_{y,ef} W_2} + \frac{M_d}{2a_1 A_1} \left[1 - n \frac{I_2}{I_{y,ef}} \right] \leq f_{c0,d} \quad (\text{equação 37})$$

$$W_2 = \frac{I_2}{b_1 / 2} \quad (\text{equação 38})$$

A segurança dos espaçadores e de suas ligações com os elementos deve ser verificada para um esforço de cisalhamento cujo valor convencional de cálculo dado por:

$$V_d = A_1 f_{v0,d} \frac{L_1}{a_1} \quad (\text{equação 39})$$

Dispensa-se a verificação da estabilidade local dos trechos de comprimento L_1 dos elementos componentes, desde que respeitadas as limitações:

$$\begin{cases} 9b_1 \leq L_1 \leq 18b_1 \\ a \leq 3b_1 \text{ (peças interpostas)} \\ a \leq 6b_1 \text{ (peças com chapas laterais)} \end{cases}$$

O dimensionamento para peças solicitadas apenas à compressão simples deve admitir uma excentricidade accidental do esforço de compressão, em virtude das imperfeições geométricas das peças e das excentricidades inevitáveis dos carregamentos, levando-se ainda em conta os acréscimos destas excentricidades em decorrência dos efeitos da fluência da madeira.

Como esta peça escolhida para este trabalho é uma peça esbelta e estas são passíveis de comportamentos estruturais muito diversos dos comportamentos básicos, deve então considerar as inevitáveis imperfeições.

A coluna esbelta vai ao colapso através do processo de instabilidade exatamente quando a carga alcança certo valor crítico proporcional ao módulo de elasticidade e inversamente proporcional ao quadrado do comprimento.

$$P_{fl} = \frac{\pi^2 EI}{L_0^2} \quad (\text{equação 40})$$

E = módulo de elasticidade,

I = inércia da peça,

L_0 = comprimento teórico de referência.

3.3.1.2 – Common Unified for Timber Structures – EUROCODE EC5

Os objetivos desta Norma são as regulamentações para projeto de estruturas de madeira construída através de:

Madeira Sólida: - Plana serrada
 - Circular
 - Laminada colada (GULAM)

Peças de Madeira: - Com ligação com conectores mecânicos
 - Com ligações com adesivos

O item referente às colunas diz que as tensões de flexão devido à curvatura inicial e deflexão induzida deverão ser levadas em consideração, além daquelas devidas a alguma carga lateral.

A teoria de elasticidade linear pode ser usada para calcular o momento fletor resultante.

A curvatura inicial senoidal pode assumir, uma excentricidade máxima da força axial de:

$$e = \eta r \lambda \quad (\text{equação 41})$$

$$r = \frac{W}{A}, \quad (\text{equação 42})$$

onde: W = módulo de resistência,

A = área,

$\eta = 0,006$ (para madeira maciça, tomada como mínimo).

correspondendo para uma seção transversal retangular a uma excentricidade inicial de até 1/300 do comprimento e para madeira laminada:

$$\eta = 0,004$$

$$\lambda = \frac{l_{fl}}{i} = \text{índice de esbeltez}. \quad (\text{equação 43})$$

Para seção retangular (bxd), e madeira maciça, tem-se:

$$\lambda = \sqrt{12} \frac{l_{fl}}{d}, \quad (\text{equação 44})$$

$$r = \frac{(bd^2)/6}{bd} = \frac{d}{6}, \quad (\text{equação 45})$$

$$e = 0,006 \frac{d}{6} \sqrt{12} \frac{l_{fl}}{d} = \frac{\sqrt{12}}{1000} l_{fl} = 0,00346 l_{fl} \cong \frac{l_{fl}}{300} \quad (\text{equação 46})$$

As tensões deverão satisfazer a seguinte condição:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{K_c f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \frac{1}{1 - \frac{K_c \sigma_{c,0,d}}{K_{eu} f_{c,0,d}}} \leq 1 \quad (\text{equação 47})$$

$\sigma_{m,d}$ = tensões de flexão calculadas sem levar em consideração deflexão e curvatura inicial.

$$K_{eu} = \frac{\sigma_{eu,K}}{f_{c,0,K}} = \frac{\pi^2 E_{0,K}}{f_{c,0,K} \lambda^2} \quad (\text{equação 48})$$

σ_{eu} = tensão de Euler.

$$K_c = \min = \begin{cases} 1 \\ 0,5(1 + 20\eta) \left\{ 1 + \left[1 + \eta\lambda(1 + 20\eta) \frac{f_{c,0,K}}{f_{m,K}} \right] \frac{K_{eu}}{1 + 20\eta} - \right. \\ \left. \sqrt{\left(1 + \left[1 + \eta\lambda(1 + 20\eta) \frac{f_{c,0,K}}{f_{m,K}} \right] \frac{K_{eu}}{1 + 20\eta} \right)^2 - 4 \frac{K_{eu}}{1 + 20\eta}} \right\} \end{cases}$$

(equação 49)

Onde a coluna é livre para defletir em direções diferentes, K_{eu} e K_c corresponderão ao maior dos valores de λ .

Para entender as expressões deve-se ter em conta os seguintes índices:

0 = na direção das fibras, paralela às fibras,

d = projeto,

m = flexão,

c = compressão,

K = característico,

eu = Euler.

Símbolos principais:

E = módulo de elasticidade,

f = resistência,

K = fator, sempre com um índice,

σ = tensão normal atuante.

No caso da coluna ser carregada centricamente, a expressão fica:

$$\frac{N_{cr}}{N_0} = 0,5 \left[\left(1 + \frac{N_{EX}}{N_0} + \frac{N_{EX}v_0}{M_0} \right) - \sqrt{\left(1 + \frac{N_{EX}}{N_0} + \frac{N_{EX}v_0}{M_0} \right)^2 - 4 \frac{N_{EX}}{N_0}} \right]$$

(equação 50)

N_0 = força axial correspondente a resistência de compressão = $f_c A$

M_0 = intensidade do momento fletor = $f_b W_x$,

N_{cr} = valor da carga crítica,

N_{EX} = carga de Euler na direção x,

v_0 = deflexão inicial no centro da coluna.

A EUROCODE n°. 5 já incorpora, como se pode ver, uma excentricidade adicional.

3.3.1.3 – National Design Specification for Wood Construction Recommended Practice for Structural Design by National Forest Products Association – NDS/1986

Esta Norma regulamenta o projeto de estruturas de madeira maciça serrada, madeira laminada colada e madeira roliça.

No item 6.2 desta Norma refere-se a compressão da peça. Para se propor essa especificação, o termo “coluna” refere-se a todos os tipos de peças comprimidas, incluindo peças que compõem tesouras ou outros componentes estruturais.

Esta Norma denomina colunas espaçadas, aquelas formadas por duas ou mais peças individuais com eixos longitudinais paralelos, separados no fim e no meio por pontos ao longo do comprimento. Esses pontos contêm as ligações executadas por conectores de madeira capaz de desenvolver uma resistência de cisalhamento.

No projeto, as colunas intermediárias ou longas submetidas à compressão paralela às fibras são ajustadas pelo grau de flambagem, F'_c .

As limitações desta Norma se resumem em:

1) Coluna Pequena $l/d < 11$, $F'_c = F_c$

Coluna retangular cujo comprimento é aproximadamente onze vezes menor que a dimensão da coluna, ou melhor, a ruptura não se dá por perda de estabilidade.

2) Coluna Intermediária $11 \leq l/d < K$

$$K = 0,671 \sqrt{\frac{E}{F_c}} \quad (\text{equação 51})$$

$$F'_c = F_c \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{l/d}{K} \right)^4 \right] \quad (\text{equação 52})$$

A falha desta coluna, dita intermediária, é geralmente uma combinação do fendilhamento e flambagem.

3) Coluna Longa $K \leq l/d < 50$

$$F'_c = \frac{0,30E}{(l/d)^2} \quad (\text{equação 53})$$

No Apêndice H desta Norma, são mostradas fórmulas para colunas de madeira com cargas laterais e excêntricas. Para a situação onde existe apenas carga final excêntrica, a expressão é:

$$\frac{f_c}{F'_c} + \frac{f_c(6+1,5J)(e/d)}{F_b - Jf_c} \leq 1 \quad (\text{equação 54})$$

f_c = resistência à compressão paralela às fibras induzida pela carga axial,

F'_c = valor último de resistência à compressão,

F_b = valor último de resistência,

e = excentricidade,

d = espessura da barra,

$$J = \begin{cases} 0 & \text{se } \left(\frac{l}{d} \leq 11\right), \\ \frac{(l/d)-11}{K-11} & \text{se } (11 \leq l/d \leq K), \\ 1 & \text{se } K \leq \frac{l}{d} \end{cases}$$

$$K = 1,11 \sqrt{\frac{E}{F_c}} \quad (\text{equação 55})$$

Um trabalho de ZAHN, em 1986, teceu algumas críticas à Norma americana e propôs:

$$\left(\frac{f_c}{F'_c}\right)^2 + \frac{6 \frac{e}{d} f_c (1,234 - 0,234 \theta_{cl})}{\theta_{cl} F_b} \leq 1 \quad (\text{equação 56})$$

na qual F'_c , e , d , F_b são os mesmos da Norma citada, mas F'_c deve ser obtida da fórmula de Ylinen:

$$F'_c = \frac{F_c + F''_c}{2c} - \sqrt{\left(\frac{F_c + F''_c}{2c}\right)^2 - \frac{F_c F''_c}{c}} \quad (\text{equação 57})$$

com F_c , F''_c e E idênticos ao da Norma, e

$$\theta_{cl} = 1 - \frac{f_c}{F''_c} \quad (\text{equação 58})$$

3.3.1.4 – Norma para Construcciones de Madera – Calculo y Ejecucion – DIN 1052/1973

Essa Norma é utilizada para estruturas de madeira e chapa de madeira compensada. A Norma alemã pressupõe uma barra imperfeita com curvatura inicial solicitada excentricamente e constituída por um material elastoplástico.

O conceito de carga crítica se refere à força que produz na face côncava flexo - comprimida tensões iguais à resistência R_c paralela às fibras. As deduções

analíticas das tensões críticas consideram a superposição dos efeitos de compressão axial e de flexo-compressão excêntrica. As soluções mais conhecidas são as de Perry-Robertson na Grã-Bretanha e Mohler na Alemanha e podem ser expressas pela relação:

$$F_{cr} = A - \sqrt{A^2 - \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} R_c} \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (\text{equação 59})$$

$$A = \frac{1}{2} \left[R_c + \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} (1 + e) \right] \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (\text{equação 60})$$

Aqui o termo “ e ” representa as imperfeições da coluna e as excentricidades na aplicação da carga. A equação tem sido aceita como válida para todas as faixas de esbeltez e os resultados experimentais parecem provar uma excelente correlação com a teoria, tanto na faixa elástica quanto na inelástica. A aplicação de fatores de ajuste variáveis entre 2,5 e 3,2 permite estabelecer as propriedades admissíveis sob a consideração de um nível de exclusão de 5%.

Para o termo “ e ”, que considera as excentricidades e imperfeições da coluna se propõe o valor.

$$e = \frac{\lambda}{125} + 0,1 \quad (\text{cm}) \quad (\text{equação 61})$$

Em colunas curtas o efeito de R_c paralelo às fibras predomina notadamente sobre o de E , sucedendo o contrário nas barras esbeltas.

A variação do fator excentricidade “ e ” afeta muito o comportamento de colunas com esbeltez menores, perdendo influência à medida que a esbeltez aumenta, situação que pode ser apreciada com uma análise gráfica de sensibilidade da figura 5 abaixo.

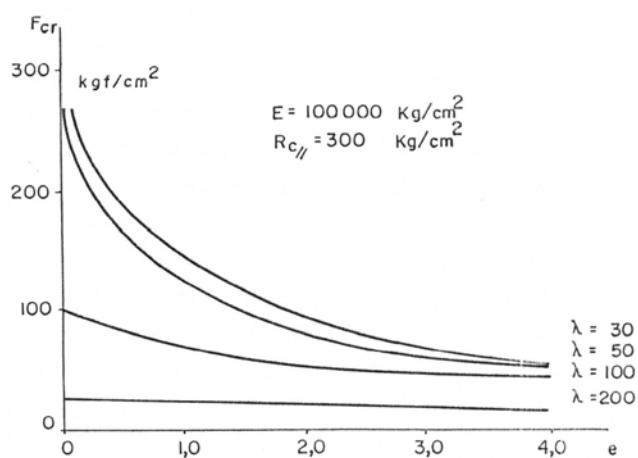


Figura 5 - Análise Gráfica da Excentricidade

O coeficiente de segurança considera unicamente as possíveis variações nas propriedades resistentes da madeira R_c paralela às fibras e E , uma vez que os defeitos das peças já estão incorporados ao fator de excentricidade.

Diferente da maioria das normas, na Alemanha não se indica explicitamente a fórmula de cálculo das tensões admissíveis por flambagem, mas sim se recorre à tabulação biunívoca, em função da esbelteza, dos coeficientes (F_c paralelo às fibras e $F_{c\lambda}$), designados como coeficientes de flambagem “ ω ”, conforme demonstra a tabela 2 abaixo.

Estes coeficientes se aplicam sobre todas as espécies e níveis de qualidade da madeira.

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
0	1.00	1.00	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02	1.03	1.03	1.04	0
10	1.04	1.04	1.05	1.05	1.06	1.06	1.06	1.07	1.07	1.08	10
20	1.08	1.09	1.09	1.10	1.11	1.11	1.12	1.13	1.13	1.14	20
30	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.24	1.25	30
40	1.26	1.27	1.29	1.30	1.32	1.33	1.35	1.36	1.38	1.40	40
50	1.42	1.44	1.46	1.48	1.50	1.52	1.54	1.56	1.68	1.60	50
60	1.62	1.64	1.67	1.69	1.72	1.74	1.77	1.80	1.82	1.85	60
70	1.88	1.91	1.94	1.97	2.00	2.03	2.05	2.10	2.13	2.16	70
80	2.20	2.23	2.27	2.31	2.35	2.38	2.42	2.46	2.50	2.54	80
90	2.58	2.62	2.56	2.70	2.74	2.78	2.82	2.87	2.91	2.95	90
100	3.00	3.08	3.12	3.18	3.21	3.31	3.37	3.44	3.50	3.57	100
110	3.63	3.70	3.76	3.83	3.90	3.97	4.04	4.11	4.18	4.25	110
120	4.32	4.39	4.46	4.54	4.61	4.68	4.76	4.84	4.92	4.99	120
130	5.07	5.15	5.23	5.31	5.39	5.47	5.55	5.63	5.71	5.80	130
140	5.88	5.96	6.05	6.13	6.22	6.31	6.39	6.48	6.57	6.66	140
150	6.75	6.84	6.93	7.02	7.11	7.21	7.30	7.39	7.49	7.58	150
160	7.68	7.78	7.87	7.97	8.07	8.17	8.27	8.37	8.47	8.57	160
170	8.67	8.77	8.88	8.98	9.08	9.19	9.29	9.40	9.51	9.61	170
180	9.72	9.83	9.94	10.05	10.16	10.27	10.38	10.49	10.60	10.62	180
190	10.83	10.94	11.06	11.17	11.29	11.41	11.52	11.64	11.76	11.88	190
200	12.00										

Tabela 2 - Coeficiente de Flambagem “ ω ” (DIN – 1052)

A solução permite verificar as peças comprimidas, bastando ponderar a tensão efetiva de compressão pelo coeficiente de flambagem correspondente à esbeltez λ da coluna e verificar que o produto não excede a tensão de projeto na compressão paralela às fibras.

De fato, a verificação procura satisfazer a condição:

$$f_{cef} = \frac{P}{A} \leq F_{c\lambda d} \quad (\text{equação 62})$$

Introduzindo a definição do coeficiente de flambagem

$$W = \frac{F_{c//d}}{F_{c\lambda d}} \quad (\text{equação 63})$$

se obtém a condicionante de verificação da DIN 1052:

$$f_{cw} = \frac{wP}{A} \leq F_{c//d} \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (\text{equação 64})$$

f_{cw} = tensão ponderada de flambagem,

P = compressão solicitante em (kgf),

A = seção transversal da barra, em (cm²).

A esbeltez máxima em barras simples é 150. Nas barras de contraventamentos, bem como em barras tracionadas que eventualmente podem ficar solicitadas por pequenas compressões, se aceitam a esbeltez até 200.

No tocante ao estudo da carga de flambagem e da excentricidade acidental de pilares compostos de madeira, o que se verificou foi a inexistência de pesquisas referentes a este estudo. Pôde-se perceber a importância e a necessidade de mais estudos, tanto experimentais como teóricos.

CAPÍTULO 4

ENSAIOS PRELIMINARES

4.1 - Introdução

Este capítulo, descreve os ensaios preliminares realizados com o material madeira. Estes foram realizados para proporcionar informações adicionais necessárias visando conhecer melhor as propriedades físicas e mecânicas do material das colunas, assim como as peças de apoio e equipamentos de carga.

A espécie de madeira utilizada foi Paraju (Maçaranduba), escolhida pela sua resistência e por ser a mais utilizada na região de Belo Horizonte.

Toda parte experimental do trabalho foi realizada no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES – UFMG).

4.2 - Caracterização da Madeira

Os ensaios da madeira foram realizados de acordo com NBR 7190/1997. De cada corpo de prova da coluna foram separados pequenos corpos de prova, com os quais foram determinados o Teor de Umidade e a Densidade Aparente. De acordo com a NBR 7190/1997, as dimensões do corpo de prova são conforme a figura 6.

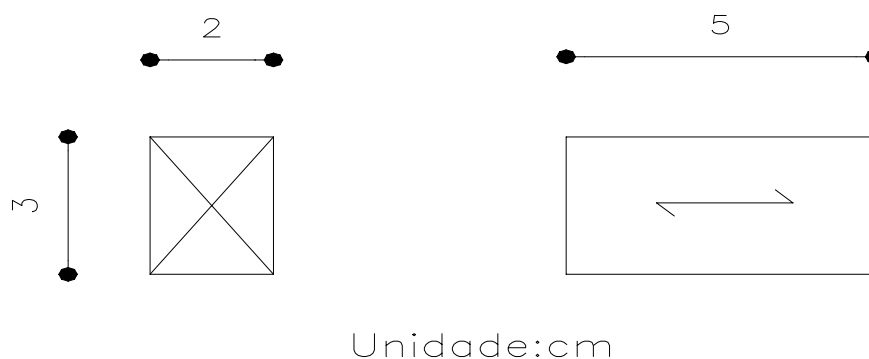


Figura 6 – Modelo Corpo de Prova para Determinação do Teor de Umidade e Densidade Aparente segundo NBR 7190/1997.

Os corpos de prova foram retirados de regiões afastadas das extremidades das peças de pelo menos cinco vezes a menor dimensão da seção transversal da peça considerada, mas nunca menor que 30 cm conforme citado na Norma.

4.2.1 - Teor de Umidade

A determinação do teor de umidade da madeira é de grande utilidade, uma vez que ela afeta as mais importantes propriedades da madeira e pode variar em função das condições ambientais e da natureza da madeira. Inicialmente, há perda de água livre e a seguir ocorre evaporação da água de constituição ou impregnação.

A umidade de equilíbrio é função da temperatura ambiente e da umidade relativa do ar. A Norma Brasileira especifica a umidade de 12% como referência para realização de ensaios e valores de resistência nos cálculos para fins de aplicação estrutural.

O método utilizado consiste em determinar a massa da amostra de madeira e em seguida colocá-la na estufa à temperatura de $103^{\circ} \pm 2^{\circ} \text{C}$ até que sua massa permaneça constante. Neste caso, considera-se que toda água se evaporou. A partir da massa da amostra antes de ser colocada na estufa e,

consequentemente, da massa resultante após a secagem, obtém-se o teor de umidade.

$$\text{Teor de umidade } U (\%) = \left(\frac{m_i - m_s}{m_s} \right) \times 100 \quad (\text{equação 65})$$

Onde: m_i = massa inicial da madeira, em gramas;

m_s = massa da madeira seca, em gramas.

4.2.2 - Densidade Aparente

Com os mesmos corpos de prova em que foram testados o Teor de Umidade determinou-se a densidade aparente, ou massa específica. Esta densidade, com umidade U (%) encontrada no momento do ensaio, foi determinada a partir da seguinte equação:

$$\rho_{ap} = \frac{m_u}{V_u} \quad (\text{equação 66})$$

onde: m_u = massa úmida da madeira, em quilogramas;

V_u = volume úmido da madeira, em metros cúbicos.

4.2.3 – Módulo de Elasticidade e Resistência à Compressão Paralela às Fibras

A rigidez da madeira na direção paralela às fibras deve ser determinada por seu módulo de elasticidade, obtido do trecho linear do diagrama tensão x deformação específica. Para esta finalidade, o módulo de elasticidade deve ser determinado pela inclinação da reta secante à curva tensão x deformação, definida pelos pontos $(\sigma_{10\%}; \epsilon_{10\%})$ e $(\sigma_{50\%}; \epsilon_{50\%})$, correspondendo

respectivamente a 10% e 50% da resistência à compressão paralela às fibras, medida no ensaio, sendo dado segundo a NBR 7190/1997 por:

$$E_{c0} = \frac{\sigma_{50\%} - \sigma_{10\%}}{\varepsilon_{50\%} - \varepsilon_{10\%}} \quad (\text{equação 67})$$

Onde:

$\sigma_{10\%}$ e $\sigma_{50\%}$ são as tensões de compressão correspondentes a 10% e 50% da resistência.

$\varepsilon_{10\%}$ e $\varepsilon_{50\%}$ são as deformações específicas medidas no corpo de prova, correspondentes às tensões de $\sigma_{10\%}$ e $\sigma_{50\%}$.

Para a determinação do módulo de elasticidade foram feitas medidas de deformações em pelo menos duas faces de corpo de prova. Foram utilizados relógios comparadores, com precisão de 0,001 mm, fixados por meio de duas cantoneiras metálicas pregadas no corpo de prova, com distância nominal de 10 cm entre duas linhas de pregação.

Os corpos de provas foram retirados com o auxílio de máquinas comuns de carpintaria como serra circular, serra fita e plaina. Estes foram colocados nos mesmos ambientes das peças nas quais foram retirados, para que pudessem, em ambientes climatizados, manter sua umidade até a realização do ensaio.

As dimensões dos corpos de prova são as indicadas na figura 7, mostrada abaixo.

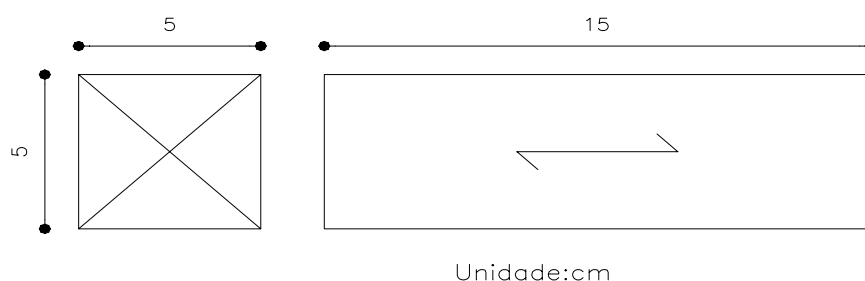


Figura 7 – Modelo Corpo de Prova para Determinação do Módulo de Elasticidade segundo NBR 7190/1997

4.3 – Equipamentos Ensaio Preliminar

As máquinas utilizadas no preparo das peças são bastantes conhecidas e encontradas em qualquer oficina de carpintaria, tais como: Serra fita, Serra circular, Tupia, Plaina.

A plaina foi utilizada apenas para aproximação das dimensões desejadas.

Para a realização do ensaio dos corpos de prova da coluna foram utilizados os equipamentos: Paquímetro, Estufa e Medidor de Umidade.

4.4 - Pilar Composto de Madeira

4.4.1 – Execução

Foi construído um pilar composto modelo para poder testar todo o conjunto, ou seja, testar equipamentos do laboratório e o funcionamento do comportamento do pilar composto. O primeiro corpo de prova possuía uma altura de 232 cm.

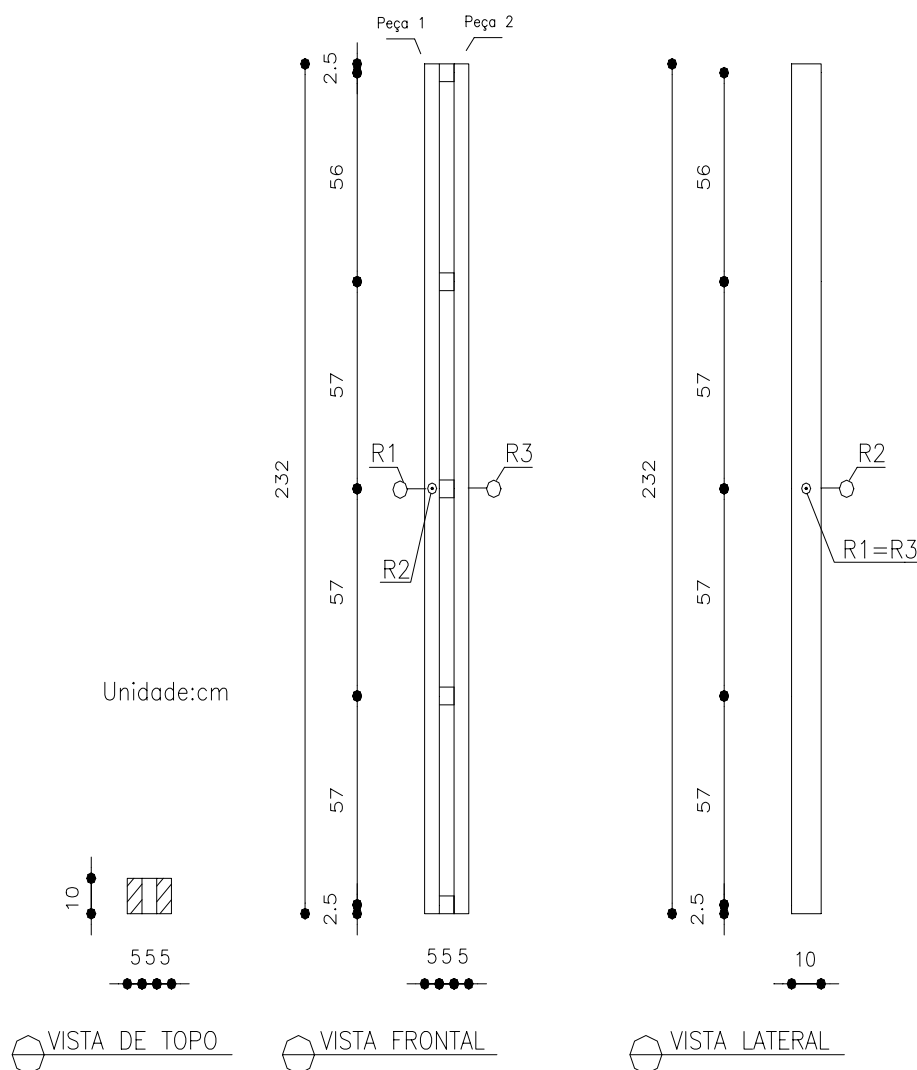


Figura 8 – Pilar Composto modelo

O pilar composto foi solidarizado descontinuamente, possuindo espaçadores afastados igualmente entre si ao longo do comprimento L da peça. As fixações dos espaçadores foram realizadas utilizando-se parafusos. Teve-se a preocupação em atender as exigências da Norma onde estas ligações tem parafusos dispostos ao longo da direção longitudinal da peça, afastados entre si de no mínimo $4d$ e das bordas do espaçador de pelo menos $7d$, desde que o diâmetro de pré-furação d_0 seja igual ao diâmetro d do parafuso.

Os principais dispositivos utilizados no ensaio:

- Pórtico de aplicação de carga, composto por um:
 - Macaco hidráulico: conjunto de bomba e cilindro hidráulico com capacidade de 200kN;
 - Anel dinamométrico com capacidade de 100kN; e
 - Relógios comparadores para a determinação dos deslocamentos das peças, com curso de 50mm e precisão de 0,01mm,

- Outros como:
 - Rótulas semi esféricas do tipo GE-35AW e GE-20AW, com capacidades respectivas de 780 kN e 224 kN. Estas foram convenientemente fixadas a chapas metálicas, que serviram de base para fixação das colunas;
 - Máquina universal de ensaios;
 - Extensômetros;
 - Célula de pressão;
 - Sistema de aquisição de dados, constituído de placa de aquisição de dados, softwares de aquisição e tratamento de sinais e amplificador.

4.4.2 – Ensaio

4.4.2.1 - Procedimento do Ensaio

O corpo de prova foi preparado e submetido à verificação de suas dimensões e grau de umidade. Com o pilar composto modelo confeccionado conforme citado anteriormente iniciou-se o ensaio do pilar composto propriamente dito.

O corpo de prova depois de confeccionado, passou por todos procedimentos de preparo para colagem dos extensômetros, tais como:

Preparo da superfície:

- Lixar a superfície até o local ficar plano;
- Limpar o local com algodão embebido em álcool;
- Marcar posicionamento dos extensômetros;
- Colar extensômetros.

Os extensômetros elétricos após colados foram soldados em fios e ligados ao sistema de aquisição de dados.

Posicionou-se o corpo de prova verticalmente, com toda a preocupação em ajustá-lo dentro do prumo.



Figura 9 – Pilar Composto Posicionado para ensaio

Foram realizadas leituras em espaços regulares de tempos pré-determinados por valores percentuais da carga máxima de flambagem estimada. Os equipamentos citados anteriormente permitiram acréscimos controlados de carga ao longo do ensaio.

O pilar composto, após montado, apresenta as dimensões abaixo:

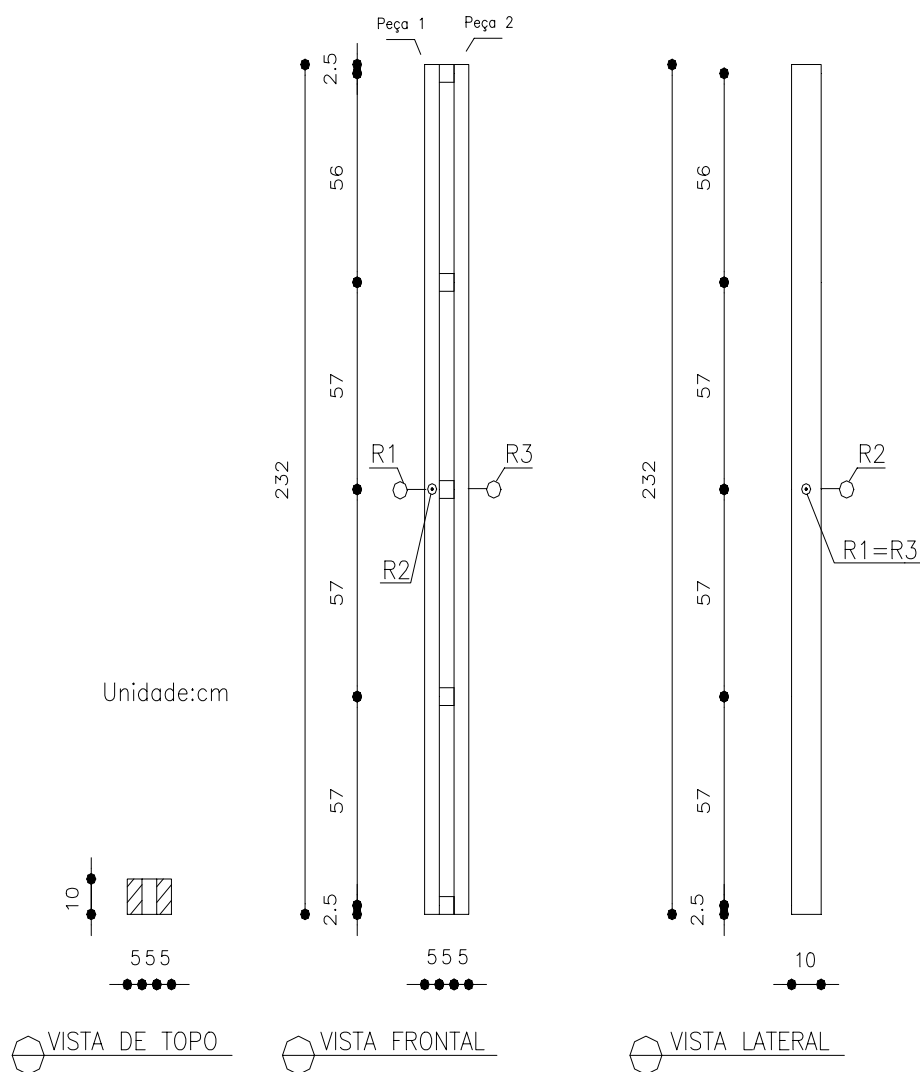


Figura 10 – Pilar Composto 01

Com a realização deste ensaio foi observada a possibilidade de alteração das suas dimensões. Este fato ocorreu devido ao espaço disponível no local do laboratório.

O novo comprimento possível dos pilares compostos a serem ensaiados representou melhor a altura de pilares executados, na maioria das edificações, utilizando este esquema, na região de Belo Horizonte.

4.5.3 – Apresentação dos Resultados

4.5.3.1 – Resistência a Compressão e Módulo de Elasticidade

	c.p. (n°)	f_{co} (MPa)	E_{co} (MPa)
Peça 1	1	87,94	32.510
	2	82,53	30.987
	3	88,27	32.266
Peça 2	1	87,40	29.010
	2	81,04	24.716
	3	80,76	32.025

Tabela 3 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar Composto 01

Onde:

c.p. = corpo de prova,

f_{co} = resistência à compressão paralela,

E_{co} = módulo de elasticidade à compressão paralela.

4.5.3.2 – Deslocamento do Pilar Composto

Carga (kN)	Relógio 1 (mm)	Relógio 2 (mm)	Relógio 3 (mm)
16,06	2,70	0,17	0,59
23,25	3,37	0,31	0,71
37,62	3,62	0,35	0,89
44,81	3,78	0,34	1,01
56,31	4,48	0,35	1,17
76,43	4,94	0,31	1,41

Tabela 4 – Ensaio Pilar Composto 01 - Leitura dos Relógios Comparadores

4.5.3.3 – Carga Crítica do Pilar Composto 01

O Pilar Composto 01 perdeu estabilidade com a carga de 190 kN.

O pilar composto foi solicitado ao carregamento até o estado limite último. O pilar foi sendo carregado e simultaneamente foram anotadas as leituras dos deslocamentos, através dos relógios comparadores. A partir do momento em que, com carga constante, o pilar continuava a aumentar os deslocamentos laterais, o ensaio foi interrompido. O último valor da carga foi considerado como sendo a carga de flambagem.

CAPÍTULO 5

ENSAIOS PRINCIPAIS

Nos ensaios principais foram utilizados os mesmos equipamentos / dispositivos citados anteriormente e que tiveram comportamento aceitável quando da realização do ensaio preliminar.

Os pilares compostos executados para a realização dos ensaios principais tiveram o seu comprimento alterado de 232cm para 240cm e os elementos de ligação foram os mesmos do pilar composto 01.

Abaixo na figura 11, a configuração final dos pilares compostos.

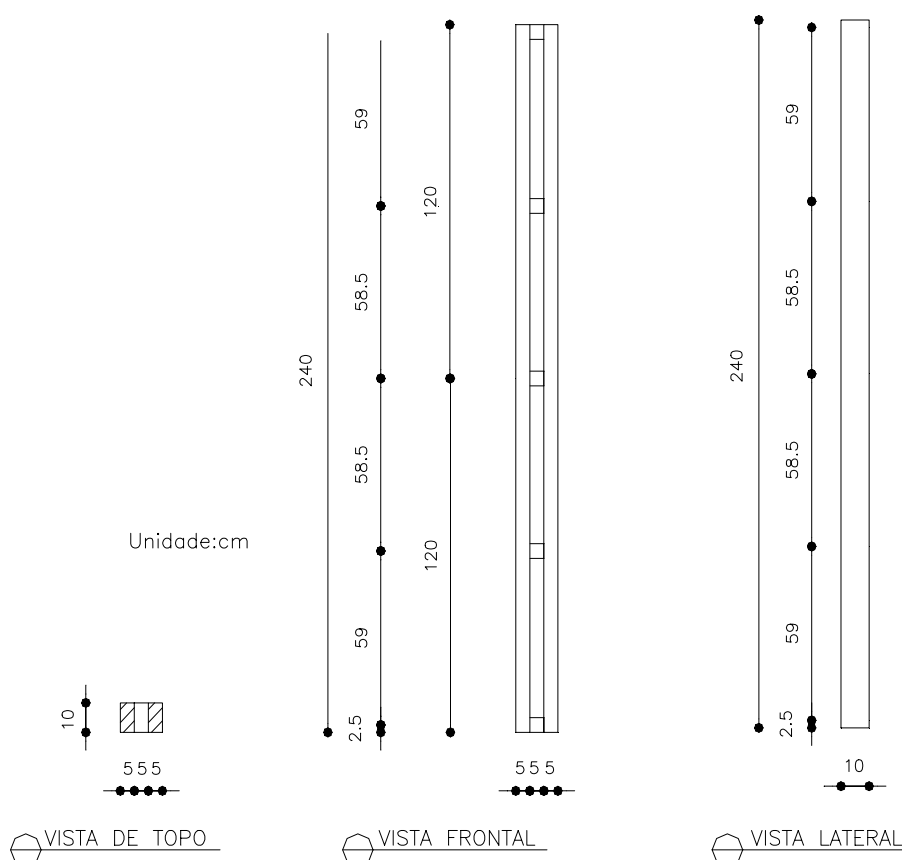


Figura 11 – Esquema dos Pilares Compostos Principais

Para obtenção de resultados confiáveis deve-se ter uma perfeita centragem da coluna na montagem do ensaio, minimizando a excentricidade accidental. Este ajuste foi realizado com a finalidade de se ter a resultante da carga axial aplicada passando o mais próximo possível pelo eixo.

A seguir estão relacionadas as etapas para a montagem do pilar composto:

- Primeira etapa: sem aplicação de carga, as seções extremas do pilar composto foram posicionadas de modo a encaixar nas rótulas que já estavam a espera da coluna;
- Segunda etapa: foi verificado o prumo do pilar composto em relação a todo o sistema;
- Terceira etapa: ligação dos fios dos extensômetros ao sistema de aquisição de dados.

A aquisição dos valores das cargas e dos deslocamentos foi realizada utilizando o sistema de aquisição de dados, no qual foram conectados o transdutor de pressão e os extensômetros. Este sistema é controlado por um computador através do software Aqdados.

Os ensaios de compressão foram realizados em etapas sucessivas de carga, controladas pelas leituras da carga no programa Aqdados. Leituras de deslocamentos ao longo do ensaio foram monitoradas em tempo real. Quando os valores de deslocamentos começaram a aumentar sem o acréscimo da carga aplicada, o ensaio foi interrompido. O valor dessa carga foi definido como sendo o valor da carga de flambagem.

A tabela 5 apresenta os resultados obtidos para o Pilar Composto 02. No Anexo A encontra-se os resultados dos demais pilares compostos.

Nos ensaios principais foram colocados somente dois relógios comparadores. O relógio R1 e o relógio R2, este na posição correspondente ao relógio R3 do ensaio preliminar.

Carga (kN)	Relógio 1 (mm)	Relógio 2 (mm)
15,67	-0,37	0,46
22,86	-0,76	1,60
28,61	-1,14	1,32
42,98	-1,95	2,21
51,61	-2,39	2,71
58,80	-3,02	3,58
68,86	-3,66	4,03
76,05	-4,44	4,84

Tabela 5 – Ensaio Pilar Composto 02 - Leitura dos Relógios Comparadores

A tabela 6, apresenta os resultados das cargas que produziram flambagem nos pilares compostos ensaiados.

Pilar	L_0 (cm)	Carga (kN)
01	232	190
02	240	186
03	240	185
04	240	243
05	240	209

Tabela 6 – Cargas de flambagem

As figuras 12 e 13 ilustram a flambagem ocorrida nos ensaios.



Figura 12 – Flambagem do Pilar Composto 02



Figura 13 – Flambagem do Pilar Composto 04

Obs: As leituras obtidas nos extensômetros elétricos colados nos pilares compostos não apresentaram resultados confiáveis, devido a interferências da rede elétrica do LAEES, que apresentou problemas durante a execução dos ensaios e somente foram detectados após o término dos mesmos.

CAPÍTULO 6

DETERMINAÇÃO DA CARGA TEÓRICA SEGUNDO NBR 7190/1997

6.1 – Procedimento do Estudo

Com o objetivo de fazer comparações entre os resultados teóricos e experimentais, foram determinadas neste capítulo as cargas teóricas de flambagem conforme a NBR 7190/1997.

A seguir estão apresentados os cálculos dos pilares compostos:

Pilar Composto	m	L ₀ (m)	L ₁ (m)	h ₁ (m)	b ₁ (m)	a ₁ (m)
01	4	2,32	0,58	0,10	0,05	0,05
02	4	2,40	0,59	0,10	0,05	0,05
03	4	2,40	0,59	0,10	0,05	0,05
04	4	2,40	0,59	0,10	0,05	0,05
05	4	2,40	0,59	0,10	0,05	0,05

Tabela 7 - Dimensões dos Pilares Compostos Ensaados

Onde:

m = número de intervalos de comprimento L₁ em que fica dividido o comprimento L da peça principal,

L₀ = comprimento teórico de referência,

L₁ = distância entre os elementos de fixação,

h₁ = dimensão transversal,

b₁ = dimensão transversal,

a₁ = distância entre as peças.

Pilar Composto	A_1 (m^2)	A (m^2)	I_1 (m^4)	I_x (m^4)	λ
01	0,005	0,01	$4,1667 \times 10^{-6}$	$8,3334 \times 10^{-6}$	80,37
02	0,005	0,01	$4,1667 \times 10^{-6}$	$8,3334 \times 10^{-6}$	83,14
03	0,005	0,01	$4,1667 \times 10^{-6}$	$8,3334 \times 10^{-6}$	83,14
04	0,005	0,01	$4,1667 \times 10^{-6}$	$8,3334 \times 10^{-6}$	83,14
05	0,005	0,01	$4,1667 \times 10^{-6}$	$8,3334 \times 10^{-6}$	83,14

Tabela 8 - Propriedades Geométricas dos Pilares Compostos em torno do Eixo X

Pilar Composto	A_1 (m^2)	A (m^2)	I_2 (m^4)	I_y (m^4)	$I_{y,ef}$ (m^4)	λ
01	0,005	0,01	$1,0417 \times 10^{-6}$	$2,7083 \times 10^{-6}$	$8,9349 \times 10^{-6}$	77,61
02	0,005	0,01	$1,0417 \times 10^{-6}$	$2,7083 \times 10^{-6}$	$9,1373 \times 10^{-6}$	79,40
03	0,005	0,01	$1,0417 \times 10^{-6}$	$2,7083 \times 10^{-6}$	$9,1373 \times 10^{-6}$	79,40
04	0,005	0,01	$1,0417 \times 10^{-6}$	$2,7083 \times 10^{-6}$	$9,1373 \times 10^{-6}$	79,40
05	0,005	0,01	$1,0417 \times 10^{-6}$	$2,7083 \times 10^{-6}$	$9,1373 \times 10^{-6}$	79,40

Tabela 9 - Propriedades Geométricas dos Pilares Compostos em torno do Eixo Y

Onde:

A_1 = área dos elementos componentes,

A = área da seção transversal,

I_2 = momento de inércia da seção transversal da peça principal,

I_x = momento de inércia em relação ao eixo x-x,

I_y = momento de inércia em relação ao eixo y-y,

$I_{y,ef}$ = momento de inércia efetivo,

λ = índice de esbeltez.

6.2 – Excentricidade Acidental Teórica

Neste estudo foram apenas consideradas as excentricidades acidentais, sendo desprezados os efeitos de fluência e os momentos adicionais. Os valores das excentricidades acidentais teórica são:

Pilar Composto	Excentricidade de Cálculo $e_{1,ef} = e_a$ (mm)
01	0,77
02 a 05	0,80

Tabela 10 - Excentricidade Teórica

6.3 – Propriedades Mecânicas

As propriedades de resistência e de elasticidade da madeira utilizada em cada pilar composto estão apresentadas na tabela 11.

Pilar Composto	$f_{co,m}$ (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	$f_{co,k}$ (MPa)
01	84,66	30.252	59,26
02	90,31	28.844	63,22
03	81,25	21.400	56,88
04	91,37	30.450	63,96
05	82,56	19.833	57,80

Tabela 11 - Valores Característicos da Resistência e Módulo de Elasticidade

Onde:

$f_{co,m}$ = resistência à compressão paralelo às fibras,

$E_{c0,m}$ = módulo de elasticidade,

$f_{co,k} = 0,70 f_{co,m}$.

6.4 – Carga Teórica

A carga de flambagem é a carga máxima sob a qual uma compressão axial em uma configuração reta é possível. Na realidade, a transição de uma configuração reta para uma configuração curva, ocorre porque a configuração reta deixa de ser estável.

Supõe-se que um estado de equilíbrio neutro exista na transição de equilíbrio estável para equilíbrio instável da coluna. Então, a carga para a qual a configuração reta da coluna cessa de ser estável é a carga na qual um equilíbrio neutro é possível. Esta carga é usualmente referida como carga crítica.

A carga de Euler é muitas vezes chamada carga crítica ou carga de flambagem. Alguns autores, preferem deixar o termo carga crítica ou carga de Euler para a carga teórica obtida dos modelos idealizados e o termo flambagem para o fenômeno que pode ser observado durante o teste, como por exemplo, o arqueamento contínuo de uma coluna real com imperfeição inicial, durante o carregamento. A dedução da carga de Euler para as colunas esbeltas bi-articuladas encontra-se em todos os livros de estabilidade de colunas e vale $P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$. Por outro lado, a predição da carga de bifurcação depende do nível de tensões atuantes e da esbeltez do elemento. Se as tensões ultrapassam o limite de proporcionalidade do material, a carga de bifurcação deverá ser dada por outros métodos.

A análise linear é válida para colunas esbeltas e a carga de Euler representa a carga de flambagem destas colunas. Contudo, os resultados da análise elástica não são válidos para colunas intermediárias e as cargas de flambagem destas colunas devem ser determinadas levando-se em consideração o comportamento inelástico do material.

De acordo com a NBR 7190/1997 e as equações do item 3.3.1.1 leva-se a solução de uma equação do segundo grau, com duas raízes reais e distintas. Das soluções encontradas ignora-se aquela que apresenta o maior valor. Serão analisados dois tipos de cálculo da carga teórica, ou seja, no primeiro momento o coeficiente de ponderação γ_w e os coeficientes de modificação K_{mod} foram considerados unitários, obtendo assim os seguintes resultados:

Pilar Composto	F_E (N)	N_K (N)
01	462.280	352.356
02	411.871	330.529
03	305.572	257.130
04	434.797	344.636
05	283.201	242.803

Tabela 12 - Valores das Cargas Críticas de Euler e das Cargas Teóricas sem Considerar Coeficientes

No segundo momento considerou-se a existência destes coeficientes com as seguintes considerações: o coeficiente de ponderação γ_w igual a 1,40, devido à ocorrência de tensões de compressão paralela às fibras; o coeficiente de modificação K_{mod1} igual a 1,0, pois este leva em conta a classe de carregamento e o tipo de material empregado dado pela tabela 10 da NBR 7190/1997, não considerando o tempo de carregamento neste estudo; K_{mod2} igual a 1,0, de acordo com a tabela 11 da NBR 7190/1997, pois foi utilizada madeira serrada e a classe de umidade pode ser admitida como 2 e o K_{mod3} igual a 0,80, pois considerou-se a madeira como de segunda categoria, conforme item 6.4.2 da NBR 7190/1997. Substituindo todos esses coeficientes nas equações do item 3.3.1.1 desta norma, encontra-se o valor da resistência à compressão teórica e o valor do módulo de elasticidade efetivo.

Analogamente ao que foi feito anteriormente, o valor teórico da carga N_d , dividido pelo coeficiente de majoração γ_g igual a 1,30, combinação normal com ações permanentes de pequena variabilidade conforme tabela 3 da NBR 7190/1997, resulta no valor característico da carga N_k . A seguir apresenta-se os resultados encontrados:

Pilar Composto	F_E (N)	N_K (N)
01	369.824	187.935
02	329.497	180.842
03	244.457	144.361
04	347.838	187.414
05	226.561	137.763

Tabela 13 - Valores das Cargas Críticas de Euler e das Cargas Teóricas Considerando Coeficientes

Na tabela abaixo, estão compiladas as cargas obtidas, nos ensaios e as cargas teóricas calculadas segundo a NBR 7190/1997.

Pilar Composto	F_E^* (N)	N_K^* (N)	F_E^{**} (N)	N_K^{**} (N)	N_{Exp} (N)
01	462.280	352.356	369.824	187.935	190.000
02	411.871	330.529	329.497	180.842	186.000
03	305.572	257.130	244.457	144.361	185.000
04	434.797	344.634	347.838	187.414	243.000
05	283.201	242.803	226.561	137.763	209.000

Tabela 14 - Quadro Comparativo das Cargas Teóricas e Experimentais

F_E^* = Carga de Euler obtida pelas expressões da NBR 7190/1997 sem a utilização dos coeficientes.

F_E^{**} = Carga de Euler obtida pelas expressões da NBR 7190/1997 com a utilização dos coeficientes.

N_K^* = Carga crítica característica de flambagem sem a utilização dos coeficientes.

N_K^{**} = Carga crítica característica de flambagem com a utilização dos coeficientes.

N_{Exp} = Carga crítica de flambagem obtida experimentalmente.

Através deste quadro comparativo das cargas teóricas e experimentais pôde-se observar que o valor da carga crítica característica de flambagem sem a utilização dos coeficientes é muito superior à carga crítica característica de flambagem obtida experimentalmente.

CAPÍTULO 7

DETERMINAÇÃO DA EXCENTRICIDADE ACIDENTAL EXPERIMENTAL

7.1 – Introdução

Este capítulo tem como objetivo determinar a excentricidade acidental experimental dos pilares compostos ensaiados. Os ensaios que possibilitaram a coleta dos dados foram realizados no LAEES, como já mencionado anteriormente.

7.2 – Considerações

Para o estudo das excentricidades ocorridas nos ensaios foram instalados dois relógios comparadores que auxiliaram na leitura dos deslocamentos. Durante o ensaio, a carga aplicada foi sendo aumentada efetuando-se as leituras dos relógios comparadores. Estes foram instalados um em cada lateral do pilar composto, como mostra a figura 14.

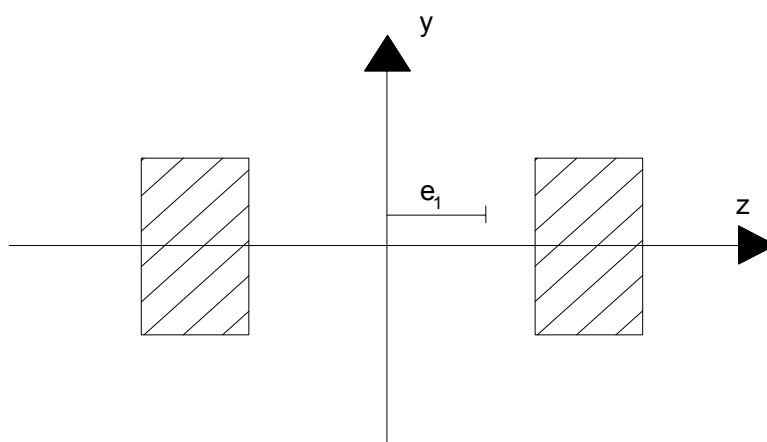


Figura 14 – Excentricidade Envolvida no Sistema



Figura 15 – Posicionamento dos Relógios Comparadores

A leitura dos deslocamentos foi realizada até um valor de carga inferior a carga prevista de flambagem do pilar composto, visando conservar a integridade dos relógios comparadores. Posteriormente, essa aplicação prosseguiu até a ocorrência da perda de instabilidade.

7.3 – Apresentação dos resultados experimentais

Para a determinação das excentricidades acidentais foi utilizada as equações da linha elástica, que serão apresentadas a seguir.

A equação é:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M_x}{EI} \quad (\text{equação 68})$$

$$v = \frac{-Pe_1}{EI} x^2 + \frac{Pe_1 l}{EI} x \quad (\text{equação 69})$$

$$v = \frac{x}{EI} (-Pe_1 x + Pe_1 l) \quad (\text{equação 70})$$

onde: v = valor do deslocamento,
 P = carga aplicada,
 E = módulo de elasticidade do pilar composto,
 I = momento de inércia,
 e_1 = excentricidade inicial,
 x = posição dos relógios comparadores,
 l = comprimento do pilar composto.

Através dos resultados dos deslocamentos obtidos nos ensaios e pela equação da linha elástica de cada pilar composto, as excentricidades acidentais ocorridas estão apresentadas nas tabelas 15 a 19.

7.3.1 – Pilar Composto 01

Os relógios comparadores foram colocados em $x = 102$ cm, e a equação da elástica para esse pilar composto é: $Y = 4,90 \times 10^{-3} Pe$ (equação 71)

P (kN)	Y(cm)	e (cm)
16,06	0,270	3,431
23,25	0,337	2,958
37,62	0,362	1,964
44,81	0,378	1,722
56,31	0,448	1,624
76,43	0,494	1,319

Tabela 15 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 01

7.3.2 – Pilar Composto 02

Os relógios comparadores foram colocados em $x = 107$ cm e a equação da elástica para esse pilar composto é: $Y = 5,52 \times 10^{-3} Pe$ (equação 72)

P (kN)	Y (cm)	e (cm)
15,67	0,042	0,486
22,86	0,118	0,935
28,61	0,123	0,779
42,98	0,208	0,877
51,61	0,255	0,895
58,80	0,330	1,017
68,86	0,385	1,013
76,05	0,464	1,105

Tabela 16 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 02

7.3.3 – Pilar Composto 03

Os relógios comparadores foram colocados em $x = 108$ cm e a equação da elástica para esse pilar composto é: $Y = 7,75 \times 10^{-3} Pe$ (equação 73)

P (kN)	Y (cm)	e (cm)
40,73	0,179	0,567
60,98	0,322	0,681
85,98	0,419	0,629
101,20	0,490	0,625
124,20	0,558	0,580
140,00	0,617	0,569
158,70	0,812	0,660
181,70	0,876	0,622
184,40	0,876	0,613

Tabela 17 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 03

7.3.4 – Pilar Composto 04

Os relógios comparadores foram colocados em $x = 106$ cm e a equação da elástica para esse pilar composto é: $Y = 5,20 \times 10^{-3} Pe$ (equação 74)

P (kN)	Y (cm)	e (cm)
24,48	0,001	0,001
44,60	0,023	0,099
64,16	0,064	0,192
86,29	0,104	0,232
112,00	0,138	0,237
125,10	0,155	0,238
146,70	0,191	0,250
176,90	0,235	0,256
191,20	0,261	0,263
201,30	0,284	0,271

Tabela 18 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 04

7.3.5 – Pilar Composto 05

Os relógios comparadores foram colocados em $x = 106$ cm e a equação da elástica para esse pilar composto é: $Y = 8,52 \times 10^{-3} Pe$ (equação 75)

P (kN)	Y (cm)	e (cm)
28,81	0,008	0,033
64,78	0,026	0,047
87,75	0,057	0,076
100,70	0,088	0,103
128,00	0,149	0,137
152,40	0,247	0,190
175,40	0,415	0,278
181,20	0,490	0,317

Tabela 19 – Excentricidades Acidentais do Pilar Composto 05

7.4 – Excentricidade Acidental segundo NBR 7190/1997 e obtida Experimentalmente

Pilar Composto	e_a (cm)	e_a^* (cm)
02	0,800	0,877
03	0,800	0,590
04	0,800	0,097
05	0,800	0,042

Tabela 20 – Quadro comparativos das Excentricidades Acidentais

e_a =excentricidade acidental segundo NBR 7190/1997,

e_a^* =excentricidade acidental obtida experimentalmente (valor da excentricidade para $P \cong 40$ kN).

Foi adotado o valor de $P \cong 40$ kN para a determinação da excentricidade acidental, em função do fato de que a partir desta carga, a curva carga x deslocamento apresentou um comportamento mais homogêneo, sem as interferências iniciais devidas a acomodação do pilar composto.

7.5 – Gráficos das Cargas x Deslocamentos dos Pilares Compostos

A seguir serão apresentados os gráficos da Carga x Deslocamento obtidos nos ensaios dos pilares compostos. O objetivo destes gráficos é mostrar o comportamento dos pilares com o acréscimo da carga aplicada.

7.5.1 – Pilar Composto 01

X (cm)	L (cm)	E (kN/cm ²)	fco (kN/cm ²)
102	232	3025	8,47

P (kN)	Y (cm)
16,06	0,270
23,25	0,337
37,62	0,360
44,81	0,378
56,31	0,448
76,43	0,494

Tabela 21 – Deslocamento do Pilar Composto 01

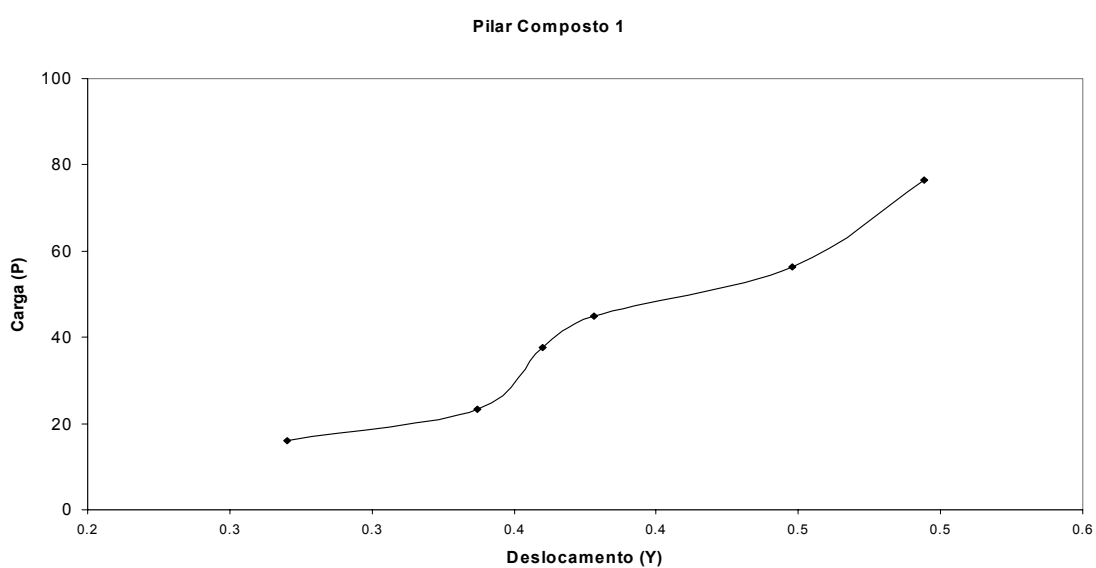


Figura 16 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 01

7.5.2 – Pilar Composto 02

X (cm)	L (cm)	E (kN/cm ²)	f _{co} (kN/cm ²)
107	240	2884	9,03

P (kN)	Y (cm)
15,67	0,042
22,86	0,118
28,61	0,123
42,98	0,208
51,61	0,255
58,80	0,330
68,86	0,385
76,050	0,464

Tabela 22 – Deslocamento do Pilar Composto 02

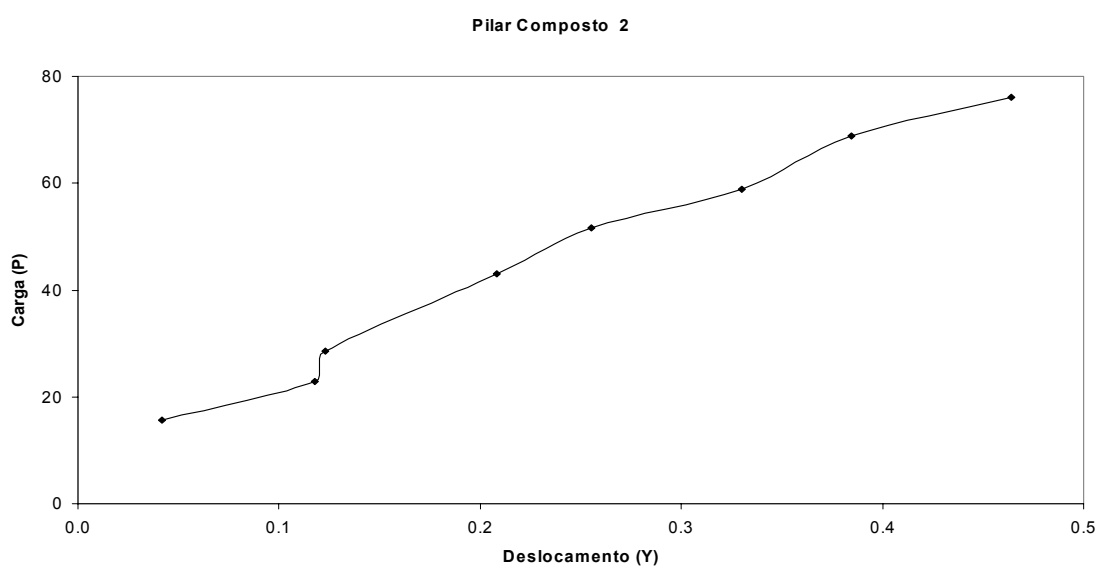


Figura 17 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 02

7.4.3 – Pilar Composto 03

X (cm)	L (cm)	E (kN/cm ²)	fco (kN/cm ²)
108	240	2140	8,13

P (kN)	Y (cm)
40,73	0,179
60,98	0,322
85,98	0,419
101,20	0,490
124,20	0,558
140,00	0,617
158,70	0,812
181,70	0,876
184,40	0,876

Tabela 23 – Deslocamento do Pilar Composto 03

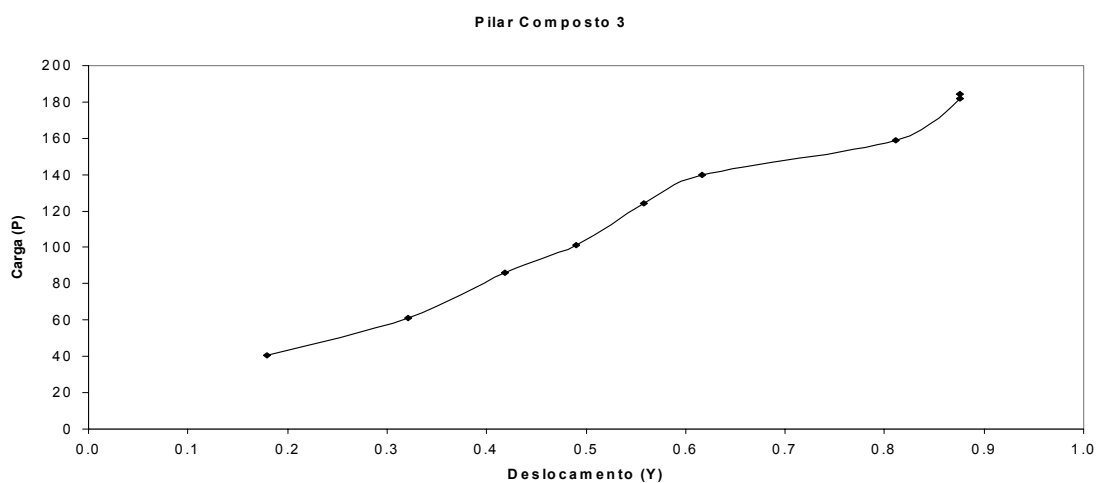


Figura 18 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 03

7.4.4 – Pilar Composto 04

X (cm)	L (cm)	E (kN/cm ²)	fco (kN/cm ²)
106	240	3045	9,14

P (kN)	Y (cm)
24,48	0,001
44,60	0,023
64,16	0,064
86,29	0,104
112,00	0,138
125,10	0,155
146,70	0,191
176,90	0,235
191,20	0,261
201,30	0,284

Tabela 24 – Deslocamento do Pilar Composto 04

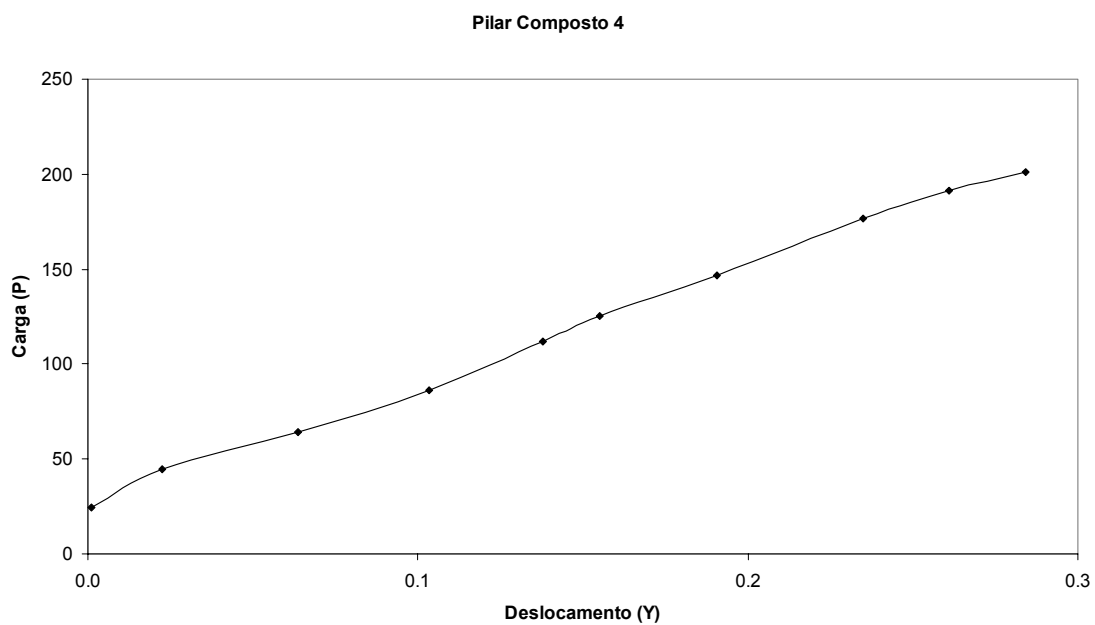


Figura 19 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 04

7.4.5 – Pilar Composto 05

X (cm)	L (cm)	E (kN/cm ²)	fco (kN/cm ²)
106	240	1983	8,26

P (kN)	Y (cm)
28,81	0,008
64,78	0,026
87,75	0,057
100,70	0,088
128,00	0,149
152,40	0,247
175,40	0,415
181,20	0,490

Tabela 25 – Deslocamento do Pilar Composto 05

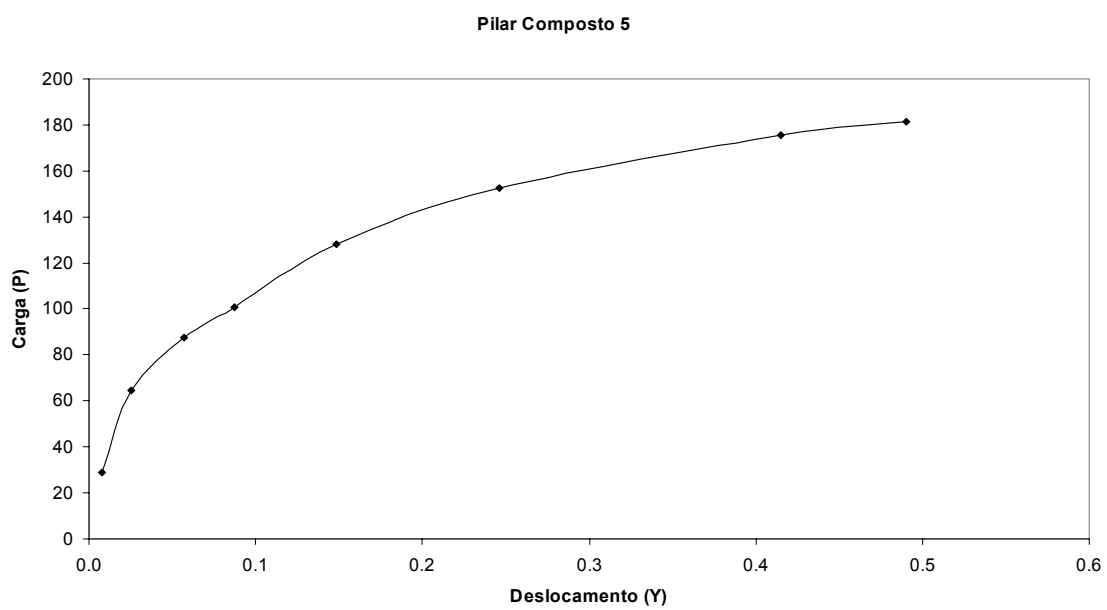


Figura 20 – Gráfico Carga x Deslocamento do Pilar Composto 05

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES

No decorrer da pesquisa realizada sobre o comportamento de pilares compostos de madeira muitas observações foram registradas e neste capítulo serão apresentadas as mais significativas.

As normas estudadas apresentam valores teóricos de excentricidades para a determinação das cargas de flambagem, muitos delas sem uma referência de comparação experimental.

O ensaio dos pilares compostos demonstrou que a hipótese de carregamento centrado é uma idealização, visto que com baixa taxa de carregamento verificou-se deslocamentos dos pilares perpendiculares ao plano de carregamento.

As cargas de flambagem obtidas experimentalmente são inferiores às cargas críticas de flambagem obtidas pelas expressões da NBR 7190/1997.

As excentricidades acidentais obtidas experimentalmente são menores que as excentricidades acidentais recomendadas pela NBR 7190/1997.

Em função dos itens anteriores, pode-se concluir que os valores obtidos experimentalmente estão muito diferentes dos propostos pela NBR 7190/1997 e portanto uma investigação experimental/analítica se faz necessária.

BIBLIOGRAFIA

ALMEIDA, P. A. P., JUNIOR, C. C., e FUSCO, P. B.. "Determinação das Propriedades das Madeiras para Projetos e Estruturas", Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 1996.

ALVIM, C. R.. "A Resistência de Pilares de Madeira Composta" – Exame de Qualificação – Universidade de São Paulo, 2000.

AMERICAN INSTITUTE OF TIMBER CONSTRUCTION "Timber Construction Manual". Chicago, 1985.

ARISTIZABAL, J. D.; Journal of Structural Engineering, "Stability of Columns under Uniform Axial Load with Semirigid Connections", Abril 1995.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS "Norma Brasileira para Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira" – NBR 7190 da Associação de Normas Técnicas, 1997.

BARALDI, L. T.; LOGDSDON, N. B.. "Dimensionamento de Elementos Estruturais Submetidos à Compressão Paralela – Uma Discussão da NBR 7190/97 – VI Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira. Florianópolis, 1998.

BAUSCHINGER, Mitt. Tech. Mech. Lab. Munchen, Heft 15, p. 11. 1887.

BLASS, H.J.. "Buckling Lengths"- Delft University of Technology, 1995.

BLASS, H. J.. "Columns" - Delft University of Technology, 1995.

BLASS, H. J.. "International Timber Engineering Conference London", Design of Columns, 1991.

BLASS, H. J. , STEP lecture B6. Delft University of Technology, 1995.

BLASS, H. J. – Timber engineering education in Europe – International Wood Engineering Conference, vol. 3, p.11-14, 1996.

BODIG, Jozsef & JAYNE, Benjamin ^a - "Mechanics of Wood and Wood Composites". New York, Van Nostrand Reinhold Company. 1982.

BREYER, Donald E. – "Design of Wood Structures"- Editora Mc GrawHill Book Company – New York – 1980, 542pp.

BUCHANAN, Andrew; JOHNS, Kenneth C. & MADESEN, Borg – "Column Design Methods for Timber Engineering" – Canadian Journal Civ. Eng. – Vol. 12 – 1985, pp. 731-744.

BUCHANAN, H. A ; JOHNS. C. K., MADSEN, B.. "Columns Design Methods for Timber Engineering", 1985.

BULLEIT, W. M. , MEMBER, ASCE e LIU, W. F.. "First Order Reability Analysis of Wood Structural Systems" Journal of Structural Engineering, 1995.

CALIXTO, J. M. F. A Geometrically Nonlinear One Dimensional Element for Analyzing Layered Systems with Interlayer Slip. Dissertation presented to the University of Texas at Austin, Texas, 1991, in partial fulfillment of the requirement for the degree of Doctor of Philosophy.

CHARGES, Alexandre (1974) "PRINCIPLES OF STRUCTURAL STABILITY THEORY". Dep. Of Civil Engineering, Univ. of Massachusetts, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

CHARLES, A.. "Principles of Structural Stability Theory" – Department of Civil Engineering – University of Massachusetts, 1974.

CHRISTOPHERSON, D.G. – "Determination of Critical Loads of Structures". Engineering, Vol.172, p. 629 e 630, 1951.

CONSIDÉRE. "Resistance des pieces comprimées". Congres International Procédes de Construction, Paris. 1889.

CORDOVIL, F. A. B.. "Peças Comprimidas Segundo NBR 7190/96", VI EBRAMEM, Florianópolis, 1998.

DEMARZO, M. A, "Análise da Instabilidade de Colunas de Madeira". Tese Doutorado Departamento de São Carlos – Universidade de São Paulo, 1990.

DULEAU. "Essai théorique et experimental de la résistance du fer forgé". Paris, 1820.

DYER, V. B. D., ASCE Manager of Journals, "Strength and Efficiency of Wood Box Columns", 1992.

ENGESSER, F. – " Uber die Knickfestigkeit gerader stabe". Revista Zeitschrift fur Architektur und Ingenieurwesen", 35 (1-8). 455-461, Schmorl na Von Seefeld, Hannover, Alemanha. 1889.

EUROCODE N5 "Common Unified Rules for Timber Structures" Luxemburg, 1988

GORDON, apud Lacerda, F. S., "Resistência dos Materiais", II Volume, 4ª ed., Rio de Janeiro, 1966, 472pp.

GURFINKEL, German. "Wood Engineering" Southern Forest Products Association. New Orleans, Louisiana, USA, 1973.

HART, E.D.. "Combined Equation for Sizing Timber Columns"- Delft University of Technology, 1996.

HART, D. E. ; Journal of Structural Engineering, "Combined Equation Sizing Timber Columns", November 1995.

HODGKINSON, Phil. Trans. Royal Soc., Londres, 2ª parte, 1840, p. 385-456

HOFF, N. J.. "Bucklin and Stability". Journal of the Royal Aeronautical Societys, Vol. 58. Janeiro de v1954.

KOITER, W. T.. "Stability of equilibrium of continuous bodies". Division of Applied Mechanics, Brown University. Technical Report n° 79. 1962.

LAIER, J.E.. "Introdução à Instabilidade das Estruturas" – Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos – Departamento de Estruturas. São Carlos, 1988.

LAMARLE, E., "Memórias sur la flexion du bois", Annales des Travaux Publics de Belgique, Bruxelles, Vol.3, p. 1-64; Vol. 4, p. 1-36. 1845.

MANTILLA C.. " Estruturas de Madeira – Propriedades Físicas e Mecânicas" Belo Horizonte, 1998. Apostila da Escola de Engenharia da UFMG.

MARX, C. M. – Wood engeneering education in the U.S. – International Wood Engineering Conference, vol. 3, p.3-10, 1996.

MAZZILLI; Carlos E. N.. "Sobre a Instabilidade de Estruturas Elásticas Sensíveis a Imperfeições". Dissertação apresentada à Escola Politécnica da

USP para obtenção do Título de Mestre em Engenharia sob orientação do Prof. Dr. Décio de Zagottis. São Paulo – SP. 1979.

MENDONÇA PASSOS, M. E.. "Vigas de Seção Composta T, tendo o Parafuso como Elemento de Solidarização", 1992. 126p. Dissertação Mestrado (Mestre em Engenharia de estruturas).

MOREIRA, L. E.. "Aspectos Singulares das Treliças de Bambu – Flambagem e Conexões" – Tese Doutorado Departamento de Engenharia Civil – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1998.

NATIONAL DESIGN SPECIFICATION FOR WOOD CONSTRUCTION
"Recommend Practice for Structural Design by National Forest Products" –
NDS - Association Washington, 1986.

NORMA PARA CONSTRUÇÕES DE MADEIRA – "Cálculo y Ejecución",
DIN 1052,1973.

RANKINE, "Manual of Civil Engineering", 1898.

RAZAQPUR, A G. e NOFAL M.. "Analitical Modeling of Non-Linear Behaviour of Composite Bridges" Journal os Estrutures Engineer, Vol116,1990.

RONDELET, apud Lacerda, F. S., "Resistência dos Materiais", II Volume, 4^a ed., Rio de Janeiro, 1966, 472pp.

SHANLEY, F. R., "The Column Paradox", Journal Aeronautical Sciences (13):
678, 1946.

SOUTHWELL, R.V. – "On the Analysis of Experimental Observations in Problems of Elastic Stability". Royal Society of London-Proceedings. Abril, 1931.

Timoshenko, 1953. Apud PIMENTA, Paulo de Matos & MAZZILLI, Carlos, E. N.. “Minima Correctio Methodi Inveniendi Lineas Curvas Elasticii”. Publicação BT/PEF nº 8163 da Poli - USP, São Paulo - SP. 1986.

TIMOSHENKO, Stephen P. & GERE, James M. – “Theory of Elastic Stability”, 2^a ed., Tokio, McGraw-Hill Kogakusha, 1961 (International Student Edition). 1961.

ZAHAN, John J. – “Design of wood Members under Combined Load”, Journal of Structural Engineering, Vol. 112, nº 9, 1986, pp.2109.

ANEXO A

Resultado Experimental dos Deslocamentos Perpendicular ao Plano de Carregamento dos Pilares

Carga (kN)	Relógio 1 (mm)	Relógio 2 (mm)	Relógio 3 (mm)
16,06	2,70	0,17	- 1,21
23,25	3,37	0,31	- 1,21
37,62	3,62	0,35	- 1,21
44,81	3,78	0,34	- 1,21
56,31	4,48	0,35	- 1,21
76,43	4,94	0,31	- 1,21

Tabela 26 – Ensaio Pilar Composto 01 - Leitura dos Relógios Comparadores

Carga (kN)	Relógio 1 (mm)	Relógio 2 (mm)
40,73	- 1,76	1,82
60,98	- 3,18	3,25
85,98	- 3,69	4,68
101,2	- 3,69	6,10
124,2	- 3,69	7,46
140,0	- 3,69	8,64
158,7	- 3,69	12,54
181,7	- 3,69	13,82
184,4	- 3,69	13,82

Tabela 27 – Ensaio Pilar Composto 03 - Leitura dos Relógios Comparadores

Carga (kN)	Relógio 1 (mm)	Relógio 2 (mm)
24,48	0,001	0,001
44,60	0,250	- 0,20
64,16	0,660	- 0,61
86,29	1,060	- 1,01
112,0	1,420	- 1,34
125,1	1,590	- 1,51
146,7	1,950	- 1,86
176,9	2,430	- 2,27
191,2	2,710	- 2,51
201,3	2,940	- 2,74

Tabela 28 – Ensaio Pilar Composto 04 - Leitura dos Relógios Comparadores

Carga (kN)	Relógio 1 (mm)	Relógio 2 (mm)
28,81	- 0,04	0,12
64,78	- 0,18	0,33
87,75	- 0,46	0,68
100,7	- 0,75	1,00
128,0	- 1,33	1,64
152,4	- 2,29	2,64
175,4	- 3,95	4,35
181,2	- 4,70	5,10

Tabela 29 – Ensaio Pilar Composto 05 - Leitura dos Relógios Comparadores

ANEXO B

**Resultado Experimental da Resistência à Compressão Paralela às Fibras,
Módulo de Elasticidade à Compressão Paralela às Fibras, Densidade e
Umidade das peças dos Pilares Compostos**

As tabelas a seguir apresentadas, contêm os resultados experimentais da resistência à compressão paralela às fibras, módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras, densidade e umidade das peças dos pilares compostos.

c.p. = Corpo de prova;

f_{co} = Resistência à compressão paralela;

E_{co} = Módulo de elasticidade à compressão paralela,

D = Densidade aparente,

U = Umidade do corpo de prova.

	c.p. (n°)	f_{co} (MPa)	E_{co} (MPa)	D (Kg/m ³)	U (%)
Peça 1	1	82,07	51.700	1.021	8,70
	2	83,66	28.900	1.030	8,04
	3	79,77	12.000	1.005	8,80
Peça 2	1	96,55	28.700	1.080	45,33
	2	93,90	34.400	1.073	10,20
	3	91,95	38.900	1.070	11,64
	4	95,42	9.000	1.072	11,72
	5	96,16	45.400	1.086	10,16
	6	93,31	10.600	1.077	9,58

Tabela 30 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar Composto 02

	c.p. (n°)	f _{co} (MPa)	E _{co} (MPa)	D (Kg)	U (%)
Peça 1	1	78,13	29.700	1.027	8,40
	2	82,39	21.400	964	9,22
	3	82,35	21.000	981	10,63
Peça 2	1	79,91	15.700	1.037	7,80
	2	83,11	21.300	980	9,30
	3	81,90	20.700	989	10,33
	4	80,97	20.000	1.028	8,72

**Tabela 31 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar
Composto 03**

	c.p. (n°)	f _{co} (MPa)	E _{co} (MPa)	D (Kg)	U (%)
Peça 1	1	91,05	29.900	1.032	14,69
Peça 2	1	91,69	31.000	1.040	13,39

**Tabela 32 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar
Composto 04**

	c.p. (n°)	f _{co} (MPa)	E _{co} (MPa)	D (Kg)	U (%)
Peça 1	1	89,86	25.000	984	17,11
	2	91,89	22.300	1.018	16,65
	3	88,55	14.600	995	17,76
Peça 2	1	79,55	16.900	963	15,09
	2	79,82	25.900	958	14,74
	3	65,66	14.300	939	15,55

**Tabela 33 – Resistência à Compressão Paralela da Madeira do Pilar
Composto 05**