

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**UM ESTUDO DA ESTABILIDADE DE PÓRTICOS
CONSIDERANDO O FATOR DO COMPRIMENTO EFETIVO E AS
FORÇAS NOCIONAIS**

AUTOR: ALEX DE BARROS
ORIENTADOR: PROF. DR. ARMANDO CESAR CAMPOS LAVALL

DEZEMBRO DE 2010

**UM ESTUDO DA ESTABILIDADE DE PÓRTICOS CONSIDERANDO O
FATOR DO COMPRIMENTO EFETIVO E AS FORÇAS NOCIONAIS**

Alex de Barros

*Aos meus pais Maria das Graças e Marcelo de Barros,
Ao meu filho Victor Soares Barros,
Dedico com carinho este trabalho.*

AGRADECIMENTOS

À Deus por mais um projeto concluído.

Ao Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall, pela orientação competente e elevado profissionalismo acadêmico. Pela dedicação, incentivo, apoio e amizade.

Aos meus pais, Maria das Graças e Marcelo, verdadeiros orientadores e exemplos de vida, de humildade, determinação e fé. Por tudo o que fizeram e ainda fazem por mim, pela educação e princípios que me fizeram chegar aqui.

Ao meu filho Victor pela compreensão nas minhas ausências, pelo amor e carinho constantes. Sem ele minha vida não seria completa.

Aos meus irmãos pela alegria nos momentos difíceis.

Aos professores e funcionários do Departamento de Estruturas da UFMG, pela atenção, amizade e colaboração durante o curso de Mestrado.

Aos engenheiros Rogério Guimarães Peixoto e Maria Guilhermina Drummond pelo apoio imprescindível para a realização do Mestrado.

Aos colegas da Pós-Graduação, especialmente a Renata Lanna e ao Rodrigo Sernizon, pela colaboração e ajuda generosa.

À todas as pessoas que contribuíram direta e indiretamente para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

Lista de Símbolos	i
Resumo.....	vi
Abstract.....	vii
1.....	1
Introdução	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Objetivos.....	4
1.3 Organização do Texto	4
2.....	7
Considerações sobre a Análise Avançada.....	7
2.1 Considerações Iniciais	7
2.2 Tipos de Análise	11
2.2.1 Análise Elástica de 1ª Ordem	11
2.2.2 Análise Elástica de 2ª Ordem	12
2.2.3 Análise Inelástica de 1ª Ordem	12
2.2.4 Análise Inelástica de 2ª Ordem	13
2.3 Métodos de Análise Avançada.....	15
2.3.1 Método da Rótula Plástica Refinada	15
2.3.2 Método da Zona Plástica ou Plasticidade Distribuída.....	15
2.4 Formulação para Análise Inelástica Avançada	16
2.4.1 Deformações e Tensões.....	17
2.4.2 Relações Constitutivas	17
2.4.3 Sistema de Coordenadas – Graus de liberdade	18
2.4.4 Teoria Estrutural.....	22
2.4.5 Equilíbrio Estático do Elemento	23
2.4.6 O Programa PPLANLEP	26
3.....	29
Fator de Comprimento Efetivo.....	29

3.1	Considerações Iniciais	29
3.2	Fator de Comprimento Efetivo de Pilares Isolados	30
3.2.1	Carga Crítica Elástica de um Pilar	31
3.2.2	Definição do Fator de Comprimento Efetivo de Pilares Isolados	34
3.3	Flambagem Elástica de Pórticos.....	36
3.3.1	Considerações Iniciais	36
3.3.2	Classificação dos Pórticos	38
3.3.3	Comprimento Efetivo na Flambagem dos Pórticos	40
3.4	Equação Geral para Cálculo do Comprimento Efetivo de Pórticos de Andares Múltiplos	47
3.4.1	Considerações Iniciais	47
3.4.2	Equações para Pórticos Indeslocáveis	48
3.4.3	Equações para Pórticos Deslocáveis.....	51
3.4.4	Problemas Associados ao K	53
3.5	Flambagem de Pavimento	55
3.5.1	Considerações Iniciais	55
3.5.2	A Formulação do Método segundo LeMessurier	66
3.6	Comportamento Inelástico do Pilar	68
4	72
Forças Nacionais	72
4.1	Considerações Iniciais	72
4.2	Considerações sobre as Imperfeições Iniciais para Projetos de Pórticos	74
4.2.1	Tolerâncias de Montagem.....	74
4.2.2	Formulação da EN 1993-1-1: 2005	74
4.3	O Conceito de Força Nacional	76
4.3.1	O Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES).....	78
4.3.2	Exemplo Ilustrativo.....	82
4.4	Carga Nacional Modificada	89
4.5	Carga Nacional Refinada	90
4.6	Método da análise direta.....	92
4.7	Comentários sobre o Método Direto Segundo ANSI/AISC 360-05	96
4.7.1	Forças Nacionais.....	97

5	98
Análise Estrutural Conforme NBR 8800:2008	98
5.1 Considerações Iniciais	98
5.2 Tipos de Análise Estrutural	99
5.2.1 Análise quanto aos Materiais:.....	99
5.2.2 Análise quanto aos Deslocamentos.....	100
5.3 Classificação das estruturas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais ...	101
5.4 Sistemas Resistentes a Ações Horizontais	102
5.5 Considerações para o Dimensionamento.....	103
5.6 Determinação dos Esforços Solicitantes Para Estados Limites Últimos.....	104
5.6.1 Estruturas de Pequena Deslocabilidade e Média Deslocabilidade	104
5.6.2 Estruturas de Grande Deslocabilidade.....	108
5.6.3 Determinação de respostas para estados limites de serviço.....	108
5.6.4 Proposta para Procedimento Prático de Análise Estrutural	108
6	111
Exemplos	111
6.1 Considerações Iniciais	111
6.2 Exemplo 1	112
6.3 Exemplo 2	126
6.4 Exemplo 3	128
6.5 Exemplo 4	129
7	132
CONCLUSÕES	132
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	135

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

- A - Área da seção transversal
- A_g - Área bruta da seção transversal
- \mathbf{B} - Matriz de mudança de coordenadas
- $\overline{\mathbf{B}}$ - Forma local da matriz \mathbf{B}
- \mathbf{B}^T - Transposta da matriz de mudança de coordenadas
- B_1, B_2 - Fatores de amplificação para o momento solicitante, devido aos efeitos de segunda ordem
- C_L - Fator de correção da rigidez de um pilar para considerar o efeito P- δ
- C_m - Coeficiente de equivalência de momentos
- \mathbf{D} - Matriz constituinte da parcela constitutiva da matriz de rigidez tangente
- $D_{\alpha\beta}$ - Elementos da matriz de rigidez constitutiva do elemento no sistema de coordenadas corrotacionais, onde $\alpha, \beta = 1, 2, 3$
- D - Família de módulos de rigidez do material de uma fibra
- D^e - Módulo de rigidez elástico do material
- D^{ep} - Módulo de rigidez elastoplástico do material
- E - Módulo de elasticidade longitudinal
- E_t - Módulo tangente
- G - Módulo de elasticidade transversal
- G_A, G_B - Rigidezes relativas entre pilares e vigas no topo e na base do pilar no regime elástico
- \mathbf{G}_α - Matriz simétrica que representa uma parcela da matriz de rigidez geométrica e vem da derivada segunda $q_{\alpha,ij}$, onde $\alpha = 1, 2, 3$ e $i = 1, \dots, 6$
- $\overline{\mathbf{G}}_\alpha$ - Forma local da matriz \mathbf{G}_α
- \mathbf{H} - Matriz constituinte da parcela geométrica da matriz de rigidez tangente

$H_{\alpha\beta}$	- Elementos da matriz \mathbf{H} , onde $\alpha = 1, 2, 3$
H'	- Parâmetro de encruamento
I	- Momento de inércia da seção transversal
I_v	- Momento de inércia no plano de flexão da viga
I_c	- Momento de inércia no plano de flexão do pilar
K	- Coeficiente de flambagem de barras comprimidas
K_{ni}	- Coeficiente de flambagem do i-ésimo pilar no andar
L	- Vão, distância, comprimento do elemento
L_v	- Comprimento da viga
L_c	- Comprimento do pilar
M	- Momento fletor atuante
M_{Δ}	- Momento fletor devido ao efeito P- Δ
M_{pl}, M_p	- Momento plástico da seção transversal
M_{Sd}	- Momento fletor solicitante de cálculo
M_{Rd}	- Momento fletor resistente de cálculo
M_{nt}	- Momento fletor solicitante de cálculo, obtido por análise elástica de 1ª ordem, assumindo não existir translação lateral da estrutura
M_{lt}	- Momento fletor solicitante de cálculo, obtido por análise elástica de 1ª ordem devido à translação lateral da estrutura
$M_{pl,x}, M_{pl,y}$	- Momento plástico segundo os eixos de maior e menor inércia
$M_{x,Sd}, M_{y,Sd}$	- Momento fletores solicitantes de cálculo, respectivamente em relação aos eixos x e y da seção transversal
$M_{x,Rd}, M_{y,Rd}$	- Momento fletores resistentes de cálculo, respectivamente em relação aos eixos x e y da seção transversal
N_{Sd1}	- Força de compressão última no pilar em consideração, em análise de 1ª ordem
$\sum N_{Sd}$	- Carga gravitacional última total que atua no pavimento
$N_{c,Sd}$	- Força de compressão solicitante de cálculo
$N_{c,Rd}$	- Força de compressão resistente de cálculo
N_e	- Carga crítica de flambagem elástica de Euler
$\mathbf{0}_3$	- Matriz nula (3x3)
\mathbf{P}	- Vetor das forças internas no sistema local cartesiano

P	- Força axial de compressão
P_{cr}	- Carga crítica de flambagem elástica
P_e	- Carga crítica de flambagem elástica de Euler
P_i	- Forças nodais internas de um elemento no sistema global de coordenadas cartesianas
P_y	- Carga de escoamento
Q	- Fator de redução total associado à flambagem local
\mathbf{Q}	- Vetor dos esforços internos naturais no sistema de coordenadas corrotacionais, onde $\alpha = 1, 2, 3$
Q_Δ	- Força cortante devido ao efeito P- Δ
Q_α	- Esforços internos nas coordenadas naturais ou corrotacionais
R_d	- Resistência de cálculo; solicitação resistente de cálculo
S_d	- Solicitação de cálculo
\mathbf{T}	- Matriz de rotação de eixos
\mathbf{T}^T	- Transposta da matriz de rotação de eixos
V_r	- Volume do elemento nas configurações de referência
V_{Sd}	- Força cortante solicitante de cálculo
W	- Módulo de resistência elástico
Z	- Módulo de resistência plástico

Letras Gregas

α	- Ângulo de rotação do eixo de um elemento em relação à sua corda após a deformação; rotação da seção devido à flexão; restrição elástica na extremidade da barra
α'	- Derivada do ângulo entre a corda e a tangente ao eixo da barra
α_a, α_b	- Ângulo de rotação nas extremidades do elemento, $\alpha_a = q_2$ e $\alpha_b = q_3$
β	- Restrição elástica na extremidade da barra
γ	- Coeficiente de ponderação da resistência ou das ações
δ	- Flecha, deslocamento
$\delta\varepsilon$	- Deformação virtual de uma fibra
$\delta\mathbf{p}_i$	- Vetor de deslocamentos nodais virtuais do elemento

δw_i	- Trabalho virtual interno de uma fibra
δw_e	- Trabalho virtual externo de uma fibra
Δ	- Deslocamento lateral referente ao movimento elástico estável de uma estrutura devido às forças laterais
Δl	- Medida do alongamento ou encurtamento do elemento
Δ_{fl}	- Deslocamento lateral de flambagem
Δ_0	- Deslocamento relativo do pavimento de altura h
Δ_{0h}	- Deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior, também conhecido como deslocamento interpavimento
ε	- Deformação ou deformação de engenharia; campo de deformação
$\bar{\varepsilon}$	- Deformação de uma fibra genérica situada no eixo longitudinal
ε_x	- Deformação longitudinal do elemento
$\bar{\varepsilon}_m$	- Valor médio para a deformação $\bar{\varepsilon}$
$\varepsilon_{,\alpha}$	- Derivada primeira do campo de deformação ε
$\varepsilon_{,\alpha\beta}$	- Derivada segunda do campo de deformação ε
$\varepsilon_{1/2}$	- Deformação de engenharia
η_y	Fator de ajuste que leva em consideração a tensão de escoamento dos pilares
η_s	Fator de ajuste que considera a rigidez lateral do pavimento
η_λ	Fator de rigidez que considera a esbeltez efetiva do andar
η_c	Fator que considera o número de pilares no andar
γ_{gi}	- Coeficientes de ponderação das ações permanentes
γ_{qj}	- Coeficientes de ponderação das ações variáveis
γ_{a1}, γ_{a2}	- Coeficientes de ponderação da resistência
θ	- Rotação do nó
θ_a, θ_b	- Rotação dos nós a e b medidos a partir da configuração de referência até a corda
θ_c	- Rotação de corpo rígido
λ	- Estiramento de uma fibra genérica; índice de esbeltez

λ_0	- Índice de esbeltez reduzido
λ_p	- Parâmetro de esbeltez limite para seções compactas
λ_{lim}	- Esbeltez limite
ξ_M	- Fator de força nocional modificado
ξ_0	- Fator de força nocional básico ($\xi_0= 0,005$)
σ_e	- Tensão inicial de escoamento do material
σ	- Tensão normal ou de engenharia de uma fibra
σ_N	- Tensão nominal ou de engenharia
σ_r	- Tensão residual
σ_{rc}	- Tensão residual de compressão
σ_{rt}	- Tensão residual de tração
σ_y	- Resistência ao escoamento
τ_a	- Fator de redução de rigidez inelástico
$\hat{\tau}_a$	- Fator de redução de rigidez inelástico aproximado
φ_r, φ_c	- Ângulos que a corda do elemento faz com o eixo das abscissas nas configurações de referência e deformada
χ	- Fator de redução associado à resistência de compressão
ψ_i	- Função de interpolação para os deslocamentos
ψ_0	- Imperfeição geométrica inicial

RESUMO

BARROS, A. *Um Estudo da Estabilidade de Pórticos Considerando o Fator do Comprimento Efetivo e as Forças Nocionais*. Dissertação de Mestrado. 139 p. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo da estabilidade de pórticos de aço considerando a aplicação do fator do comprimento efetivo e das forças nocionais na análise dessas estruturas. Para alcançar esse objetivo, são discutidas as características do método do comprimento efetivo mostrando as vantagens e desvantagens de sua aplicação. O conceito da flambagem do pavimento é apresentado, bem como as considerações para se determinar o fator K na fase inelástica. É apresentado o conceito da formulação baseada na aplicação da força nocional, para considerar as imperfeições geométricas e de material, a partir da aplicação de uma força horizontal fictícia correspondente a uma fração do somatório de todos os carregamentos verticais de cálculo atuantes no pavimento. Esses métodos são avaliados comparativamente tendo como base de referência para a calibração destes um programa escrito na linguagem FORTRAN 90, desenvolvido para realizar a análise inelástica avançada de pórticos planos de aço. Exemplos são apresentados ao final do trabalho para comparação das diversas metodologias, bem como avaliar os procedimentos da ABNT NBR 8800: 2008.

Palavras-chave: Estabilidade Estrutural; Fator do Comprimento Efetivo; Forças Nocionais; Análise Inelástica Avançada

ABSTRACT

BARROS, A. *A Study of Frames Stability Considering Effective Length Factor and Notional Loads*. Dissertação de Mestrado. 139 p. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

The objective of this work is to study the steel frames stability considering the application of the effective length factor and notional loads in the analysis of these structures. To achieve this goal, the characteristics of the effective length method are discussed, showing the advantages and disadvantages of its application. The concept of story buckling approach is presented, as well as considerations for determining the K-factor in the inelastic phase. In this work, the concept of the formulation based on the notional loads, to consider the geometrical and material imperfections from the application of a fictitious horizontal force corresponding to a fraction of the sum of all vertical forces acting on the story is discussed. These methods are comparatively evaluated on the basis of a program written in FORTRAN 90 that was developed to perform an advanced inelastic analysis of plane steel frames. Examples are presented for comparison of different methodologies as well as evaluating the procedures of ABNT NBR 8800: 2008.

Keywords:

Structural Stability; Effective Length Factor; Notional Loads; Inelastic Advanced Analysis

CAPÍTULO

1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

A análise da estabilidade estrutural durante o procedimento de cálculo tem se configurado como uma das etapas mais complexas para o engenheiro, que normalmente não deve considerar somente o comportamento local dos elementos estruturais, mas também o comportamento de todo o sistema estrutural.

É possível verificar-se variações nas abordagens das normas técnicas dos diversos países no que diz respeito à estabilidade de estruturas. Dentro do contexto de análise elástica, contudo, é possível, a partir da década de 1980, subdividir os procedimentos para avaliação da estabilidade estrutural em duas categorias: a formulação do comprimento efetivo e a formulação da força nocional ou imperfeições equivalentes.

Observa-se, contudo, que para muitos engenheiros não é absolutamente clara a aplicabilidade de cada método, suas limitações e sua validade. De fato, ambas as metodologias demandam certos cuidados e critérios para que os resultados obtidos não sejam demasiadamente divergentes em relação ao comportamento real da estrutura.

Em 1993, o comitê técnico de engenharia estrutural do ASCE (American Society of Civil Engineers) formou um grupo de estudo do método do comprimento efetivo, de forma a elucidar vários aspectos relevantes à técnica de avaliação da estabilidade de pilares em projetos estruturais.

O primeiro passo deste comitê foi tratar das questões relativas às hipóteses consideradas válidas para avaliação da estabilidade de pilares e pórticos, conforme as especificações do AISC (American Institute of Steel Construction). De fato, será visto no trabalho ora proposto que certas hipóteses básicas, consideradas válidas para formulação do método do comprimento efetivo, normalmente não se verificam na prática. Isso não invalida o método, mas agrega ao mesmo níveis maiores de conservadorismos nos resultados obtidos.

Por outro lado, ao se adotar o método da força nocional, será constatado que uma análise elástica de 2º ordem é necessária à formulação para consideração do comprimento efetivo do pilar igual ao seu comprimento real. Além disso, é possível identificar situações práticas em que os resultados obtidos por este método são igualmente conservadores, assim como no método do comprimento efetivo.

No caso do método do comprimento efetivo, cada pilar é avaliado individualmente e o dimensionamento é baseado na concepção de um pilar equivalente biarticulado de comprimento KL , onde K é o fator de comprimento efetivo e L é o comprimento real do pilar. Nota-se que este procedimento não capta a interação entre pilares do andar, devido à interpretação feita separadamente da estabilidade de cada elemento.

Uma evolução deste procedimento é o chamado Método de Flambagem do Pavimento, que pressupõe que a flambagem de um pilar pertencente a um pórtico deslocável somente ocorre quando todo o andar flamba.

Já no caso do método da força nocional, geralmente modelado a partir da aplicação de uma força horizontal fictícia no topo do andar, o dimensionamento estrutural utiliza o comprimento real do pilar, sendo que, artificialmente, é introduzido ao sistema estrutural um gradiente de imperfeição inicial. Neste caso é necessário o desenvolvimento de uma análise de 2ª ordem elástica e o carregamento fictício aplicado corresponderá a uma fração do somatório de todos os carregamentos verticais de cálculo atuantes no pavimento.

Assim, acerca dos métodos do comprimento efetivo da força nocional, a norma americana, ANSI/AISC 360-05, aborda de maneira mais incisiva o método do comprimento efetivo, ao passo que a norma canadense, CAN/CSA-S16, 1-M89, a norma australiana, AS4100: 1990 e a EN-1993-1-1: 2005 são direcionadas para técnicas de força nocional horizontal.

Já a nova versão da ABNT NBR 8800: 2008 estabelece que, para pilares que pertençam a uma estrutura qualquer, seja esta contraventada ou de contraventamento, o valor de K é igual a 1,0 desde que seja desenvolvida uma análise de 2º ordem e que uma força nocional seja aplicada em cada pavimento a fim de simular desaprumos da estrutura. Também define a consideração da não-linearidade física dos elementos estruturais através de ajuste nas rigidezes nos mesmos.

É conclusivo que tanto o método do comprimento efetivo quanto o método da força nocional possuem fundamentação que, teoricamente, dão legitimidade e consistência a estes procedimentos, sendo que cada um possui vantagens e limitações. Na tentativa de retratar o comportamento real das estruturas, ambos os métodos possuem níveis de imprecisão nos seus resultados que podem ser diminuídos a partir da utilização de procedimentos de cálculo e refinamento apropriados. Portanto, não são métodos que fornecem respostas exatas, mas são de formulação relativamente simples e de caráter prático.

Alternativamente, um método que consiga captar de maneira mais realista o comportamento da estrutura do ponto de vista da estabilidade ainda se configura como demasiadamente complexo para fins de projeto. Este método, chamado de análise avançada, se estabelece como uma eficiente referência para calibração dos dois métodos anteriormente descritos, mas mesmo com os avanços dos recursos computacionais da atualidade é consideravelmente complexo para aplicação em escritórios de cálculo.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo da estabilidade de pórticos planos de aço considerando a aplicação do fator do comprimento efetivo e das forças nocionais na análise dessas estruturas.

Para alcançar esse objetivo, o presente trabalho apresenta as características do método do comprimento efetivo, largamente utilizado em escritórios de cálculo para o desenvolvimento de projetos estruturais. O método é “rediscutido” mostrando as vantagens e desvantagens de sua aplicação. O conceito da flambagem do pavimento é apresentado, bem como as considerações para se determinar o fator K na fase inelástica.

Dentro deste escopo, o trabalho apresentará o conceito da formulação baseada na aplicação da força nocional, para considerar as imperfeições geométricas e de material, a partir da aplicação de uma força horizontal fictícia no topo do andar, correspondente a uma fração do somatório de todos os carregamentos verticais de cálculo atuantes no pavimento.

Pretende-se avaliar comparativamente o método da força nocional e o método do comprimento efetivo, tendo como procedimento de referência para a calibração destes a análise avançada, visando avaliar a forma como a ABNT NBR 8800: 2008 trata da aplicação das forças nocionais na análise da estabilidade de pórticos de aço.

Dentro deste escopo, serão avaliadas as vantagens e desvantagens de cada método, as condições de validação dos mesmos e suas limitações na tentativa de representar sistemas estruturais reais.

1.3 Organização do Texto

O trabalho inicia-se com uma breve consideração sobre a Análise Avançada no *Capítulo 2*, através da conceituação dos tipos de análise existentes, destacando-se a análise inelástica de 2ª ordem considerando a plasticidade distribuída. São descritos os princípios básicos e os atributos nos quais o modelo deve ser baseado para que uma

análise seja consistente segundo os preceitos da Análise Avançada. Em seguida, é apresentada de forma sucinta uma formulação rigorosa em teoria de 2ª ordem, visando a implementação do programa desenvolvido por LAVALL (1996), escrito na linguagem FORTRAN 90 utilizando a plataforma VISUAL FORTRAN 6.0, para realizar a análise inelástica avançada de pórticos planos de aço.

O *Capítulo 3* aborda o chamado “método do comprimento efetivo” para análise da estabilidade de pórticos. Desta forma, define-se comprimento de flambagem de pilares isolados, deduzindo analiticamente o caso birrotulado e o efeito das restrições de extremidade na carga de flambagem. Desenvolve-se um procedimento para definição da carga de flambagem elástica de pilares pertencentes a pórticos através da abordagem analítica do problema, definindo-se para esta finalidade a classificação dos pórticos em deslocáveis e indeslocáveis. A partir da definição das equações para cálculo do comprimento efetivo de pilares de pórticos estabelecem-se os chamados ábacos de pontos alinhados de estruturas deslocáveis e indeslocáveis. Na sequência tem-se uma abordagem quanto aos problemas associados ao método do comprimento efetivo, notadamente por este não captar o efeito estabilizante causado pelo pavimento no pilar e por negligenciar o comportamento inelástico dos elementos estruturais.

O *Capítulo 4* trata das considerações do método das forças nocionais em teoria de 2ª ordem para análise estrutural. Assim, definem-se as imperfeições iniciais de geometria e de materiais intrínsecos às estruturas. Estabelece-se o conceito da força lateral nocional, de natureza fictícia, a ser aplicada no topo do andar sob análise e correspondendo a uma fração do somatório de cargas verticais últimas que atuam no pavimento. Define-se esta fração como um fator de força nocional, ξ , com valor básico igual a 0,005. Objetivando um dimensionamento mais otimizado, estabelecem-se procedimentos para refinamento do valor básico de ξ (0,005). Uma breve abordagem na modelagem explícita de desaprumos da estrutura é também tratada neste capítulo.

O *Capítulo 5* apresenta a forma como a ABNT NBR 8800 em sua versão de 2008 trata da questão da análise da estabilidade. Define imperfeições de material e de geometria presentes nas estruturas, estabelecendo os tipos de análise quanto à não-linearidade

física e quanto à não-linearidade geométrica. Do ponto de vista dos materiais, classifica a análise como elástica ou plástica. Do ponto de vista de deslocamentos, estabelece as estruturas como de pequena, média e grande deslocabilidade. Para fins de dimensionamento, estabelece que o comprimento efetivo “ K ” do pilar pode ser tomado igual a 1,0 desde que uma força nocional seja aplicada à estrutura e que seja desenvolvida uma análise de 2ª ordem elástica. Também define critérios para consideração dos efeitos das imperfeições de material através de uma redução na rigidez dos pilares.

No *Capítulo 6* são apresentados exemplos, buscando avaliar os procedimentos de análise e o dimensionamento estrutural apresentados neste trabalho, desenvolvendo um comparativo de resultado entre estes, utilizando-se como procedimento de referência a análise avançada. Assim sendo, pórticos planos simples são analisados sob o foco do método do comprimento efetivo com base no procedimento analítico para determinação da carga crítica e na utilização dos ábacos de pontos alinhados. Uma avaliação do comportamento de andar também é desenvolvida através do conceito de flambagem de pavimento. O procedimento de força nocional em teoria de 2ª ordem e consideração de K igual a 1,0 também é aplicado aos pórticos. Desta forma, pretende-se estabelecer a precisão e validade dos métodos descritos bem como a influência dos procedimentos de refinamento nos resultados finais.

O *Capítulo 7* apresenta as conclusões obtidas em relação aos procedimentos de análise e dimensionamento abordados visando subsidiar uma análise consistente dos métodos.

CAPÍTULO

2

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE AVANÇADA

2.1 Considerações Iniciais

O *projeto estrutural* tem como objetivo conceber uma estrutura que atenda a todas as necessidades para as quais ela será construída, satisfazendo as questões de segurança e de utilização, e também, questões econômicas e construtivas. A sua elaboração compreende a realização de uma *análise* para a obtenção das respostas da estrutura, o *dimensionamento* de seus elementos capazes de atender às solicitações encontradas na análise e o *detalhamento* final do projeto, para posterior execução da obra.

O *Método dos Estados Limites*, adotado por diversas normas, tais como ABNT NBR 8800: 2008, ANSI/AISC 360-05 e EN-1993-1-1: 2005, estabelece que no dimensionamento de uma estrutura nenhum estado limite aplicável seja excedido quando esta for submetida a todas as combinações apropriadas de ações.

A *análise*, dentro do contexto do projeto estrutural, tem como função determinar os efeitos das ações na estrutura, como por exemplo, os esforços solicitantes e os deslocamentos produzidos no modelo estrutural. O *dimensionamento* deve garantir a segurança da estrutura, sujeita às combinações mais desfavoráveis de ações previstas em sua vida útil, em relação aos estados limites últimos e, ao mesmo tempo, garantir o seu desempenho sob as condições normais de serviço.

Portanto, visando um dimensionamento adequado e confiável de uma estrutura, devem ser cumpridas as exigências estabelecidas por uma norma que, por sua vez, adota um método de cálculo de modo que nenhum estado limite seja excedido.

Até recentemente, a prática usual de projeto utilizada pelos engenheiros seguia um procedimento com duas etapas: primeiramente os esforços solicitantes nas barras e nós das estruturas eram determinados por meio de uma análise elástica em primeira ordem. Depois, numa segunda etapa, eram feitos os dimensionamentos desses elementos e das ligações, utilizando-se critérios de normas e especificações técnicas. Apesar de muito usado como base de projeto, no passado e no presente, esse procedimento com duas etapas tem suas limitações, por não considerar a interação entre o sistema estrutural e suas barras de uma maneira direta. No caso das estruturas metálicas, essa interação é considerada de forma aproximada pelo uso do conceito do fator do comprimento efetivo K . A determinação deste fator pela teoria elástica, usando ábacos usuais ou fórmulas disponíveis da literatura aberta, é difícil e complicada, principalmente para certos tipos de pórticos não regulares, sendo necessário o uso de vários fatores de correção empíricos para ajustá-lo.

A mais séria limitação desse procedimento é que a análise elástica é usada para determinar os esforços solicitantes atuantes nas barras, enquanto no dimensionamento de cada barra tratada como um elemento isolado, os esforços resistentes são obtidos considerando-se a possibilidade de plastificação da seção transversal. Não há verificação da compatibilidade entre a barra isolada e a barra como parte do sistema estrutural. Não há nenhuma garantia explícita de que a estrutura irá resistir aos carregamentos de projeto na nova configuração geométrica imposta ao modelo estrutural.

Atualmente, o projeto estrutural estabelecido pela norma brasileira ABNT NBR 8800: 2008 consiste de duas etapas: na primeira, os esforços solicitantes são determinados de acordo com a classificação da estrutura quanto à sua deslocabilidade, em geral usando-se a análise elástica de 2ª ordem, considerando-se o fator do comprimento efetivo K igual a 1,0. Depois, numa segunda etapa, são feitos os dimensionamentos dos elementos, utilizando-se os critérios da norma. O procedimento também é aproximado, uma vez que a norma ainda separa a análise do dimensionamento. A análise elástica é usada para determinar os esforços solicitantes atuantes nas barras, enquanto no dimensionamento de cada barra, tratada como um

elemento isolado, os esforços resistentes são obtidos considerando-se a possibilidade de instabilidade e de plastificação da seção transversal.

A resistência e a estabilidade do sistema estrutural e de seus membros são interdependentes. Porém, a norma considera essa interdependência de forma aproximada, onde os resultados obtidos pela análise são aplicados em equações de interação que consideram a plastificação da seção transversal. Diante desse fato, e aliado aos avanços da informática, têm sido desenvolvidos métodos de análises avançadas, que fornecem resultados mais precisos, conseqüentemente mais realistas, evitando simplificações no projeto de uma estrutura.

Uma análise que considera a teoria em 2ª ordem, a distribuição da plasticidade, as tensões residuais, as imperfeições geométricas iniciais, as ligações semi-rígidas, entre outros efeitos e que, calibrada com os coeficientes de ponderação da resistência conforme estabelecido pelas Normas Técnicas visando manter os níveis de confiabilidade estrutural, elimine a necessidade da verificação posterior de cada elemento estrutural isolado, é, por definição, um método “exato” de *Análise Inelástica Avançada*.

O termo *Análise Inelástica Avançada* refere-se a qualquer método de análise que, de forma adequada, avalie simultaneamente a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo, de tal forma que as verificações posteriores de cada elemento separadamente, conforme fazem as normas técnicas, possam ser dispensadas.

O crescente avanço tecnológico na área da informática, tanto em hardware quanto em software, tem propiciado o desenvolvimento de eficientes ferramentas computacionais baseadas em formulações teóricas rigorosas e consistentes, segundo a filosofia da *Análise Inelástica Avançada*, permitindo-se fazer um dimensionamento seguro, preciso e realista dos sistemas estruturais em aço.

Como primeiros trabalhos encontrados na literatura considerando-se os conceitos das análises avançadas, podem-se citar as curvas de resistência do SSRC que foram obtidas

por meio de um extenso estudo desenvolvido por BJORHOVDE (1972) *apud* CHEN *et al.* (1996) e as curvas de interação do AISC, obtidas por KANCHANALAI (1977).

A partir da década de 1990, têm sido importantes os trabalhos de CLARKE *et al.* (1992), LIEW *et al.* (1993-a,b), WHITE (1993), CHEN e TOMA (1994), CHEN *et al.* (1996, 2001), WHITE e HAJJAR (2000), entre outros, que têm estudado a análise avançada de pórticos rígidos e semi-rígidos, planos e espaciais.

O desenvolvimento de programas de computador adequados para a análise avançada tem seguido três direções principais. A primeira é baseada na análise inelástica de segunda ordem com formação de rótulas plásticas, sem nenhuma modificação em relação à teoria clássica do cálculo plástico (WHITE, 1993). A segunda aproximação para a análise avançada é baseada na modificação ou no refinamento da teoria clássica de rótulas plásticas, ao permitir uma suave degeneração da rigidez devido aos efeitos da plasticidade distribuída (KIM e CHEN 1996 -a, b; LIEW *et al.*, 1993 -a, b). A terceira considera o efeito da plastificação na formulação, onde a barra é discretizada em vários elementos e a seção transversal de cada elemento é dividida em fatias, permitindo a distribuição da plasticidade ao longo do comprimento do elemento e a plastificação gradual da seção transversal ao longo da altura do elemento, respectivamente, conforme os trabalhos de VOGEL (1985), CLARKE *et al.* (1992), FOLEY e VINNAKOTA (1997).

No Brasil, a análise inelástica avançada de sistemas estruturais metálicos tem despertado interesse de pesquisadores e diversos trabalhos envolvendo esse tema têm sido publicados, destacando-se os recentes trabalhos de LAVALL (1996), LANDESMAN (2003), NETO e PIMENTA (2004), SILVA e LAVALL (2005, 2008, 2009), MACHADO e SILVEIRA (2005), PINHEIRO e SILVEIRA (2005), ALMEIDA (2006), ARAÚJO (2010), entre outros.

BJORHOVDE, R. (1972) *Deterministic and Probabilistic Approaches to the Strength of Steel Columns*. Ph.D. Dissertation Department of Civil Engineering. Lehigh University. Bethlehem, PA.

Este capítulo apresenta uma visão geral sobre os tipos de análise utilizados para a determinação das resistências últimas de estruturas de aço, os princípios básicos e atributos desejáveis, bem como as características do programa PPLANLEP desenvolvido por LAVALL (1996) para realizar Análise Inelástica Avançada de pórticos planos de aço.

2.2 Tipos de Análise

Inicialmente, uma visão geral dos tipos de análise utilizados no cálculo de pórticos planos será apresentada para uma melhor compreensão do seu comportamento global. A Fig. 2.1 mostra, esquematicamente, as curvas força x deslocamento lateral de um pórtico rígido submetido a carregamentos estáticos, para cada tipo de análise a ser considerada.

2.2.1 Análise Elástica de 1ª Ordem

Na análise elástica de 1ª ordem, o equilíbrio da estrutura é formulado considerando-a na sua posição indeslocada, ou seja, segundo sua geometria original (linearidade geométrica) e o material é modelado como elástico linear (linearidade do material). Dessa forma, essa análise considera, necessariamente, a hipótese de pequenos deslocamentos e, sendo o material elástico-linear, vale o princípio da superposição dos efeitos.

Embora a análise elástica de primeira ordem, ou simplesmente análise elástica linear, seja a mais usada nas rotinas de cálculo dos escritórios de projetos, ela não fornece informações sobre a influência da plasticidade e da estabilidade no comportamento da estrutura. Essas influências são consideradas indiretamente no dimensionamento ao se verificar isoladamente cada barra através do uso das equações de interação, das curvas de resistência de pilares, do comprimento efetivo e dos fatores de amplificação dos momentos. A curva força x deslocamento obtida é linear, como indicada na Fig. 2.1.

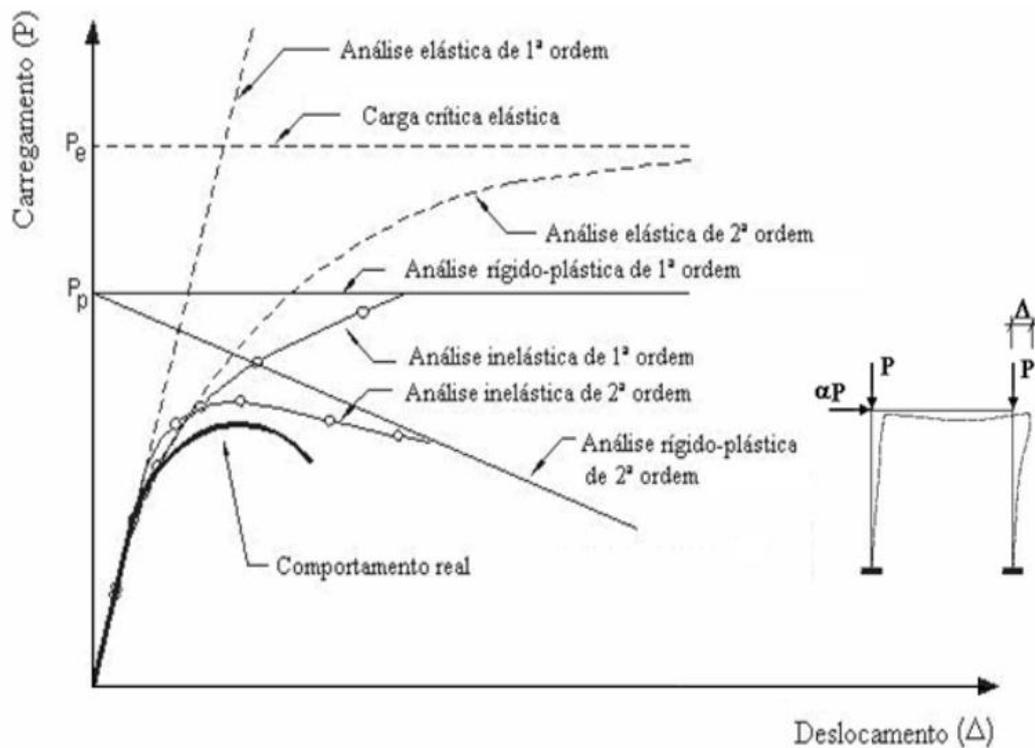


FIGURA 2.1 – Comportamento força x deslocamento dos vários tipos de análise.

2.2.2 Análise Elástica de 2ª Ordem

Na análise elástica de 2ª ordem, o equilíbrio é formulado considerando a estrutura na sua posição deslocada (não linearidade geométrica) e o material ainda é elástico linear (linearidade do material). A resposta da curva força x deslocamento tende assintoticamente para a carga crítica elástica (P_e) da estrutura, conforme indica a Fig. 2.1. Quando obtida rigorosamente, essa análise inclui os efeitos da estabilidade elástica, $P-\delta$ e $P-\Delta$, mas não fornece nenhuma informação direta da resistência inelástica real do pórtico. Trata-se de uma análise não linear geométrica.

2.2.3 Análise Inelástica de 1ª Ordem

Na análise inelástica de 1ª ordem, o equilíbrio é verificado considerando a geometria indeslocada da estrutura (linearidade geométrica) e considera-se a não linearidade do material. Este tipo de análise inclui os efeitos de plastificação das barras, que podem ser representados desde os modelos simples de rótulas plásticas até modelos mais

detalhados que consideram a propagação da plastificação no interior das mesmas. Quando o material é elastoplástico perfeito, a resposta da curva força x deslocamento de uma análise inelástica de primeira ordem aproxima assintoticamente da carga limite plástica (P_p), conforme ilustra a Fig. 2.1, calculada por análise de mecanismo plástico. Trata-se de uma análise não linear do material.

2.2.4 Análise Inelástica de 2ª Ordem

Na análise inelástica de 2ª ordem, o equilíbrio é formulado considerando-se a estrutura na sua posição deslocada (não linearidade geométrica) e considera-se a não linearidade do material. A carga limite obtida pela análise inelástica de segunda ordem é a que mais se aproxima da resistência real, sendo esta a análise que melhor representa o verdadeiro comportamento de um pórtico. Trata-se de uma análise não linear geométrica e do material.

A análise inelástica, tanto em 1ª quanto em 2ª ordem, se refere a qualquer método de análise que considere os efeitos do escoamento do material, podendo ser classificada em dois tipos principais: (1) formulação por zona plástica ou plasticidade distribuída e (2) formulação baseada na formação de rótulas plásticas. Esta generalização é baseada no grau de refinamento na representação dos efeitos do escoamento. O método da rótula plástica é a mais simples formulação, enquanto o modelo de zona plástica exige um maior refinamento.

Análise Inelástica por Zona Plástica

A análise por *zona plástica* ou *plasticidade distribuída* que inclua a distribuição da plasticidade, as tensões residuais, as imperfeições geométricas iniciais e quaisquer outros efeitos de segunda ordem significativos é geralmente classificada como um método “*exato*” de *Análise Inelástica Avançada*. As equações de interação das barras de pórtico, adotadas nas principais normas técnicas em todo o mundo, foram desenvolvidas, em parte, pelo ajuste de curvas de ensaios de laboratório aos resultados obtidos de uma Análise Inelástica por Zona Plástica.

Análise Inelástica por Rótula Plástica

O mais simples e direto tipo de análise inelástica é aquele que adota a formulação com formação de rótulas elasto-plásticas. Essa análise geralmente envolve o uso de um elemento de pórtico para cada barra, assumindo que os mesmos permaneçam elásticos exceto nas suas extremidades, onde as rótulas plásticas de comprimento nulo se formam.

Em termos práticos, a análise inelástica por rótula plástica utiliza dois métodos de análise: (1) método rígido-plástico e (2) método elasto-plástico. O método rígido-plástico é estudado a partir da formação do mecanismo de colapso final da estrutura, ou seja, quando a mesma desenvolve um número suficiente de rótulas plásticas levando ao seu colapso, não permitindo mais a redistribuição do momento fletor.

O método elasto-plástico é um método alternativo de análise plástica que, além de determinar a carga de colapso da estrutura, fornece informações adicionais sobre o processo de redistribuição de forças, antes que o mecanismo de colapso seja alcançado. Assim, o método determina a sequência de formação das rótulas plásticas, o fator de carga associado a cada rótula e a variação do momento fletor nas barras entre cada rótula formada, além de permitir o cálculo aproximado dos deslocamentos durante a história do carregamento.

Apesar de a análise inelástica por rótulas plásticas ser eficiente em alguns casos, principalmente para estruturas nas quais a força normal nas barras é pequena e predomina o efeito dos momentos fletores, tem sido mostrado que é somente um método aproximado. Quando usado para analisar um simples elemento de pórtico submetido aos esforços combinados de força normal e momento fletor, esse método frequentemente superestima a resistência e a rigidez do elemento quando o mesmo é carregado até à região inelástica. Dessa forma, esse método não pode ser classificado como método de Análise Avançada para uso no projeto de estruturas, devendo ser modificado ou refinado para permitir a degeneração da rigidez devido aos efeitos da plasticidade distribuída, sendo denominado *Método da rótula plástica refinada*.

2.3 Métodos de Análise Avançada

Conforme KIM e CHEN (1996-a), desde meados dos anos de 1970, pesquisas têm sido realizadas sobre o desenvolvimento e validação de vários métodos de Análise Avançada. Diferentes tipos de Análise Avançada podem ser classificados em duas categorias:

- Método da rótula plástica refinada,
- Método da zona plástica.

2.3.1 Método da Rótula Plástica Refinada

Nos métodos de análise com plasticidade concentrada, os elementos de pórtico são usados para modelar todas as barras da estrutura. Nesta análise assume-se que cada elemento permanece totalmente elástico exceto nas suas extremidades, onde a rótula plástica de comprimento nulo pode ocorrer. Quando a capacidade plástica da barra é atingida, a rótula plástica é inserida na extremidade do elemento para representar o comportamento inelástico da barra.

Pesquisas de LIEW *et al.* (1993-a, b) mostraram que o método de rótula elastoplástica convencional superestima a resistência da barra, uma vez que o mesmo não pode representar a diminuição da rigidez devido ao espalhamento do escoamento ao longo da barra. Além disso, o método convencional não inclui os efeitos das imperfeições geométricas e das tensões residuais na análise, os quais devem ser representados em uma análise avançada utilizando-se, por exemplo, as *Forças Nocionais*.

2.3.2 Método da Zona Plástica ou Plasticidade Distribuída

No Método da Zona Plástica, as barras dos pórticos são discretizadas em vários elementos finitos e a seção transversal é subdividida em fatias. O equilíbrio de cada elemento deve ser formulado considerando sua posição deslocada, ou seja, em teoria de

2ª ordem, e deve incluir os efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$, garantindo a interação entre o sistema estrutural e suas barras no estudo da estabilidade da estrutura.

A tensão residual em cada fatia é admitida constante considerando-se sua pequena espessura. O estado de tensão em cada fatia pode ser calculado, permitindo que a distribuição gradual da plastificação devido ao escoamento possa ser captada. Dessa forma, a análise por zona plástica elimina a necessidade da verificação da resistência de cada barra isoladamente, uma vez que pode, explicitamente, levar em conta os efeitos de segunda ordem, a plasticidade distribuída e as tensões residuais, sendo, portanto sua solução conhecida como solução “*exata*”.

Para que um método de análise seja classificado como avançado, nem todos os atributos mostrados anteriormente necessitam ser representados no modelo. Dessa forma, a literatura técnica tem considerado que, pelo menos, o estudo em teoria de segunda ordem (efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$), a distribuição da plasticidade, as tensões residuais, as imperfeições geométricas iniciais e a flexibilidade das ligações devem ser levadas em conta na análise. A falta de alguns atributos caracteriza uma limitação da análise e essa limitação deve ser levada em conta no projeto final, conforme os critérios estabelecidos pelas normas técnicas. Dentre os atributos descritos anteriormente, aqueles destacados em itálico são considerados na presente formulação.

2.4 Formulação para Análise Inelástica Avançada

Uma formulação mais precisa para o cálculo estrutural é aquela que considera todos os efeitos não-lineares significativos na análise. Portanto, visando uma análise avançada para as estruturas de aço, é apresentada sucintamente a teoria geral para a análise não-linear de pórticos planos via MEF, onde a formulação desenvolvida considera ambos os comportamentos não-lineares, o físico (NLF) e o geométrico (NLG), das estruturas.

A formulação apresentada pretende ser a mais geral possível, permitindo que os nós sofram grandes deslocamentos e rotações e as barras sofram grandes alongamentos e

curvaturas e, além disso, essas barras podem ser não prismáticas, constituídas de material homogêneo e apresentar comportamento elastoplástico.

O desenvolvimento teórico apresentado é adaptado de PIMENTA (1986) e LAVALL (1996), e feito dentro de uma rigorosa formulação Lagrangiana atualizada, utilizando a técnica corrotacional para a dedução consistente das matrizes do elemento de pórtico plano.

2.4.1 Deformações e Tensões

Uma medida de deformação é definida como qualquer grandeza que compare os comprimentos de uma fibra nas configurações inicial e deformada. Definindo-se o estiramento da fibra por $\lambda = l_c/l_r$, onde l_r e l_c são, respectivamente, os comprimentos do elemento nas posições de referência e corrigida e, sendo A_r a área da seção transversal do elemento na posição de referência no qual atua uma força normal N , são adotadas as deformações e tensões de engenharia como referência neste trabalho, dadas respectivamente por:

$$\varepsilon = \lambda - 1 = \frac{l_c - l_r}{l_r} = \frac{\Delta l}{l_r}; \quad \sigma = \sigma_N = \frac{N}{A_r} \quad (2.1)$$

2.4.2 Relações Constitutivas

Seja a relação tensão x deformação dada por $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ onde o módulo de rigidez de uma fibra, ou coeficiente angular da curva tensão x deformação, é dado por:

$$D = d\sigma/d\varepsilon \quad (2.2)$$

Ao se analisar uma barra em regime elastoplástico distinguem-se duas regiões: uma região elástica e uma região plástica, de tal forma que, sendo σ_y a tensão de escoamento do material, a barra encontra-se na fase elástica se $(\sigma - \sigma_y) < 0$ e $D = D^e$, tanto em carga quanto em descarga, sendo D^e o módulo de rigidez elástico. Quando $(\sigma - \sigma_y) > 0$, a barra

encontra-se na fase plástica e $D = D^e$, quando em descarga ou $D = D^{ep}$ quando em carga, sendo D^{ep} o módulo de rigidez elastoplástico.

2.4.3 Sistema de Coordenadas – Graus de liberdade

A Figura 2.2 mostra um elemento de pórtico plano com extremidades a e b em sua configuração inicial. No sistema global de referência (x, y) , os nós possuem três graus de liberdade, sendo duas translações u e v nas direções x e y respectivamente e uma rotação θ , considerada positiva quando medida no sentido anti-horário.

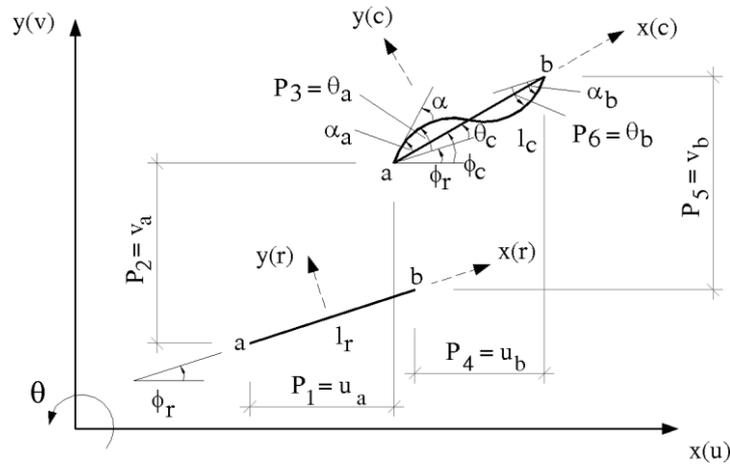


FIGURA 2.2 – Elemento de pórtico plano em sua configuração de referência e em sua configuração corrigida

Considerando-se o sistema local de coordenadas corrotacional (x_r, y_r) , com origem no centro do elemento, define-se l_r como sendo o comprimento do elemento entre os seus nós de extremidade, cujo ângulo com o eixo de referência global é ϕ_r . Para um determinado nível de carregamento, o elemento encontra-se deformado na posição atualizada ou corrigida. Da mesma forma, introduz-se um sistema local de coordenadas (x_c, y_c) , sendo ϕ_c o ângulo entre a corda e o eixo global x . Para esta posição deformada, o ângulo entre a corda e a tangente é dado por α e tem nos extremos os valores de α_a e α_b . Os graus de liberdade, denominados naturais ou corrotacionais podem ser agrupados no vetor 3×1 , definido por:

$$\mathbf{q}^T_{\alpha} = \{ q_1, q_2, q_3 \} \quad (2.3)$$

onde $q_1 = \Delta = l_c - l_r$, mede a mudança de comprimento da corda; $q_2 = \alpha_a$ e $q_3 = \alpha_b$, medem o ângulo nas extremidades a e b do elemento, respectivamente, independentes da rotação de corpo rígido $\theta_c = \varphi_c - \varphi_r$.

Os graus de liberdade cartesianos p_i ($i=1, \dots, 6$) são definidos por $p_1 = u_a$; $p_2 = v_a$; $p_3 = \theta_a$; $p_4 = u_b$; $p_5 = v_b$; $p_6 = \theta_b$, e podem ser reunidos no vetor \mathbf{p}_i (6×1), denominado vetor de deslocamentos nodais do elemento, da seguinte forma:

$$\mathbf{p}_i^T = (u_a \quad v_a \quad \theta_a \quad u_b \quad v_b \quad \theta_b) \quad (2.4)$$

Os graus de liberdade em coordenadas corrotacionais \mathbf{q}_α , e os graus de liberdade em coordenadas globais cartesianas, \mathbf{p}_i , podem ser relacionados conforme as expressões a seguir, deduzidas com auxílio da Fig. 2.2.

$$\begin{cases} q_1 = l_c - l_r \\ q_2 = \alpha_a = \theta_a - \theta_c = p_3 - \varphi_c + \varphi_r \\ q_3 = \alpha_b = \theta_b - \theta_c = p_6 - \varphi_c + \varphi_r \end{cases} \quad (2.5)$$

onde:

$$\begin{cases} l_c = \left[(x_b - x_a + p_4 - p_1)^2 + (y_b - y_a + p_5 - p_2)^2 \right]^{1/2} \\ l_r = \left[(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 \right]^{1/2} \\ \text{sen } \varphi_c = \frac{y_b - y_a + p_5 - p_2}{l_c}; \quad \text{cos } \varphi_c = \frac{x_b - x_a + p_4 - p_1}{l_c} \\ \varphi_c = \arctg \left(\frac{y_b - y_a + p_5 - p_2}{x_b - x_a + p_4 - p_1} \right); \quad \varphi_r = \arccos \left(\frac{x_b - x_a}{l_r} \right) \end{cases} \quad (2.6)$$

Nas equações (Eq. (2.6)), x_a , x_b , y_a e y_b são as coordenadas dos elementos na configuração de referência.

As relações diferenciais entre as coordenadas locais corrotacionais e as coordenadas globais cartesianas podem ser escritas numa matriz $B_{3 \times 6}$ ao se derivar q_α em relação a p_i :

$$\mathbf{q}_{\alpha,i} = \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_c & -\text{sen} \varphi_c & 0 & \cos \varphi_c & \text{sen} \varphi_c & 0 \\ -\frac{\text{sen} \varphi_c}{l_c} & \frac{\cos \varphi_c}{l_c} & 1 & \frac{\text{sen} \varphi_c}{l_c} & -\frac{\cos \varphi_c}{l_c} & 0 \\ -\frac{\text{sen} \varphi_c}{l_c} & \frac{\cos \varphi_c}{l_c} & 0 & \frac{\text{sen} \varphi_c}{l_c} & -\frac{\cos \varphi_c}{l_c} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde a matriz \mathbf{B} é uma matriz de mudança de coordenadas que relaciona as taxas de deslocamentos nas coordenadas locais corrotacionais com as taxas de deslocamentos nas coordenadas globais cartesianas.

Esta matriz \mathbf{B} pode ser escrita como $\mathbf{B} = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{T}$, onde:

$$\bar{\mathbf{B}}_{(3 \times 6)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_c} & 1 & 0 & -\frac{1}{l_c} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_c} & 0 & 0 & -\frac{1}{l_c} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{T}_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} t & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & t \end{pmatrix}; \quad \mathbf{t}_{(3 \times 3)} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_c & \text{sen} \varphi_c & 0 \\ -\text{sen} \varphi_c & \cos \varphi_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

onde $\bar{\mathbf{B}}$ é a forma local de \mathbf{B} e relaciona os graus de liberdade naturais do sistema corrotacional com os graus de liberdade do sistema cartesiano local (mudança de coordenadas) \mathbf{T} é a matriz de rotação de eixos, que muda as coordenadas locais no sistema cartesiano para as coordenadas globais também no sistema cartesiano e $\mathbf{0}_3$ é a matriz nula (3x3).

As derivadas segundas de q_α em relação a p_i ($q_{\alpha,ij}$) serão também necessárias e podem ser colocadas em três matrizes simétricas G_α (6x6) dadas por:

$$\mathbf{G}_1 = \frac{1}{l_c} \begin{bmatrix} \text{sen}^2 \varphi_c & -\text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & 0 & -\text{sen}^2 \varphi_c & \text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & 0 \\ & \cos^2 \varphi_c & 0 & \text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & -\cos^2 \varphi_c & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \text{sen}^2 \varphi_c & -\text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & 0 \\ & \text{simétrica} & & & \cos^2 \varphi_c & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{G}_3 = \frac{1}{l_c^2} \begin{bmatrix} -2\text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & (\cos^2 \varphi_c - \text{sen}^2 \varphi_c) & 0 & 2\text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & -(\cos^2 \varphi_c - \text{sen}^2 \varphi_c) & 0 \\ & 2\text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & 0 & -(\cos^2 \varphi_c - \text{sen}^2 \varphi_c) & -2\text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & -2\text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & (\cos^2 \varphi_c - \text{sen}^2 \varphi_c) & 0 \\ & \text{simétrica} & & & 2\text{sen} \varphi_c \cos \varphi_c & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Esta derivada segunda $q_{\alpha,ij}$ é uma relação que envolve apenas geometria, ou seja, deslocamentos em coordenadas corrotacionais e cartesianas, e será uma parcela da matriz geométrica oriunda da teoria de segunda ordem. Esta matriz geométrica \mathbf{G}_α pode ser escrita como um triplo produto matricial $\mathbf{G}_\alpha = \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{G}}_\alpha \mathbf{T}$, onde $\bar{\mathbf{G}}_\alpha$, $\alpha=1,2,3$, é a forma local de \mathbf{G}_α e \mathbf{T} é a matriz de rotação de eixos. Então:

$$\bar{\mathbf{G}}_1 = \frac{1}{l_c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$\bar{\mathbf{G}}_2 = \bar{\mathbf{G}}_3 = \frac{1}{l_c^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

2.4.4 Teoria Estrutural

A teoria estrutural parte da hipótese cinemática atribuída a Bernoulli-Euler, onde se afirma o seguinte: “As seções transversais planas e ortogonais ao eixo da barra permanecem planas, indeformáveis e ortogonais ao eixo, após a deformação”. Com essa hipótese é possível determinar os deslocamentos u_c e v_c de um ponto da seção transversal no sistema corrotacional (x_c, y_c) , dados exatamente por:

$$u_c(x, y) = \bar{u}_c(x) - y_r \sin \alpha \quad e \quad v_c(x, y) = \bar{v}_c(x) - y_r (1 - \cos \alpha) \quad (2.14)$$

onde \bar{v}_c e \bar{u}_c são os deslocamentos do eixo da barra no sistema corrotacional. A rotação α das seções transversais decorre dos deslocamentos \bar{v}_c e \bar{u}_c dos pontos situados sobre o eixo e dado por:

$$\alpha = \arctg \left(\frac{\bar{v}'_c}{1 + \bar{u}'_c} \right) \quad (2.15)$$

Com esse campo de deslocamento chega-se à expressão analítica do campo de deformação para barras retas dada por:

$$\varepsilon = (1 + \bar{u}'_c) \sec \alpha - 1 - y_r \alpha' \quad (2.16)$$

Para se conhecer o campo de deformação definem-se as funções aproximadoras para o deslocamento \bar{u}_c e \bar{v}_c do eixo da barra.

$$\bar{u}_c = q_1 \psi_1; \quad \bar{v}_c = \left(1 + \frac{q_1}{l_r} \right) (\psi_2 \cdot \text{tg} q_2 + \psi_3 \cdot \text{tg} q_3) \quad (2.17)$$

onde:

$$\psi_1(x_r) = \frac{x_r}{l_r} + \frac{1}{2}; \quad \psi_2(x_r) = \frac{x_r^3}{l_r^2} - \frac{x_r^2}{2l_r} - \frac{x_r}{4} + \frac{l_r}{8}; \quad \psi_3(x_r) = \frac{x_r^3}{l_r^2} + \frac{x_r^2}{2l_r} - \frac{x_r}{4} + \frac{l_r}{8} \quad (2.18)$$

Derivando-se a Eq. (2.17) e substituindo-se na Eq. (2.15), tem-se que:

$$\alpha = \arctg(\operatorname{tg}q_2 \cdot \psi'_2 + \operatorname{tg}q_3 \cdot \psi'_3) \quad (2.19)$$

onde:

$$\psi'_2(x_r) = \frac{3x_r^2}{l_r^2} - \frac{x_r}{l_r} - \frac{1}{4}; \quad \psi'_3(x_r) = \frac{3x_r^2}{l_r^2} + \frac{x_r}{l_r} - \frac{1}{4} \quad (2.20)$$

Se o ângulo α ao longo dos elementos é suficientemente pequeno, o que pode ser obtido com elementos curtos sem perda da generalidade da formulação, as aproximações de segunda-ordem para as funções trigonométricas são usadas e um valor constante $\bar{\varepsilon}$, representado pelo valor médio $\bar{\varepsilon}_m = 1/l_r \int \bar{\varepsilon} dx_r$ é adotado. Estas aproximações correspondem à hipótese de pequenas rotações do eixo dos elementos deformados em relação às suas cordas. Graças à formulação corrotacional, a hipótese acima não impede a ocorrência de grandes curvaturas, desde que os elementos sejam suficientemente curtos. Se as curvaturas forem pequenas, o que é normal em estruturas usuais de edifícios em engenharia civil, o ângulo α será pequeno independente do comprimento dos elementos e a hipótese acima se justifica. Desta forma, a expressão para o campo de deformação é dada por:

$$\varepsilon = \frac{q_1}{l_r} + \left(1 + \frac{q_1}{l_r}\right) \left(\frac{q_2^2}{15} + \frac{q_3^2}{15} - \frac{q_2 q_3}{30} \right) - y_r (q_2 \psi_2'' + q_3 \psi_3'') \quad (2.21)$$

2.4.5 Equilíbrio Estático do Elemento

Uma vez conhecido o campo de deformação do elemento e usando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais, o equilíbrio estático pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\int_{V_r} \sigma \delta \varepsilon dV_r = P_i \delta p_i \quad (2.22)$$

onde V_r é o volume do elemento na configuração de referência, σ a tensão normal da fibra, $\delta \varepsilon$ a deformação virtual da fibra, P_i as forças nodais internas do elemento e δp_i o deslocamento virtual nodal do elemento.

A deformação virtual da fibra é dada, com o auxílio da regra da cadeia por:

$$\delta \mathcal{E} = \varepsilon_{\alpha} q_{\alpha,i} \delta p_i \quad (2.23)$$

onde $q_{\alpha,i}$ representa uma transformação de coordenadas do sistema corrotacional para o sistema cartesiano, inicialmente em coordenadas locais e após uma rotação de eixos, colocando-o no sistema global.

Portanto, a equação de equilíbrio do elemento é dada por:

$$P_i = \left(\int_{V_r} \sigma \varepsilon_{\alpha} dV_r \right) q_{\alpha,i} \quad (2.24)$$

Fazendo-se $\int_{V_r} \sigma \varepsilon_{\alpha} dV_r = Q_{\alpha}$, em notação indicial tem-se:

$$P_i = Q_{\alpha} q_{\alpha,i} \quad (2.25)$$

Reunindo-se P_i e Q_{α} em dois vetores \mathbf{P} e \mathbf{Q} , respectivamente, pode-se escrever a Eq. (2.25), com auxílio da Eq. (2.7), na forma matricial:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{Q} \quad (2.26)$$

Matriz de Rigidez Tangente do Elemento

Os componentes da matriz de rigidez tangente do elemento são obtidos das derivadas de P_i em relação às coordenadas cartesianas p_j . Portanto derivando-se a Eq. (2.25), com o auxílio da regra da cadeia, obtém-se:

$$\frac{\partial P_i}{\partial p_i} = k_{ij} = q_{\alpha,i} Q_{\alpha,\beta} q_{\beta,j} + Q_{\alpha} q_{\alpha,ij} \quad (2.27)$$

Resolvendo-se a derivada $Q_{\alpha,\beta}$ conclui-se que:

$$Q_{\alpha,\beta} = \int_{V_r} (\varepsilon_{,\alpha} D \varepsilon_{,\beta} + \sigma_{,\alpha\beta}) dV_r \quad (2.28)$$

de onde são definidos $D_{\alpha,\beta}$ e $H_{\alpha,\beta}$, respectivamente por:

$$D_{\alpha,\beta} = \int_{V_r} \varepsilon_{,\alpha} D \varepsilon_{,\beta} dV_r \quad e \quad H_{\alpha,\beta} = \int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha\beta} dV_r \quad (2.29)$$

Levando-se a Eq. (2.28) na Eq. (2.26), com o auxílio da Eq. (2.29), tem-se a matriz de rigidez tangente para o elemento, dada por:

$$k_{i,j} = \underbrace{q_{\alpha,i} (D_{\alpha,\beta} + H_{\alpha,\beta}) q_{\beta,j}}_{\text{Parcela objetiva}} + \underbrace{Q_{\alpha} q_{\alpha,ij}}_{\text{Parcela do movimento de corpo rígido}} \quad (2.30)$$

Podendo também ser escrita como:

$$k_{i,j} = \underbrace{q_{\alpha,i} D_{\alpha,\beta} q_{\beta,j}}_{\text{Parcela constitutiva}} + \underbrace{q_{\alpha,i} H_{\alpha,\beta} q_{\beta,j} + Q_{\alpha} q_{\alpha,ij}}_{\text{Parcela geométrica}} \quad (2.31)$$

Na parcela geométrica da Eq. (2.31) a expressão $q_{\alpha,i} H_{\alpha,\beta} q_{\beta,j}$ é responsável pelo efeito P - δ e a expressão $Q_{\alpha} q_{\alpha,ij}$ pelo efeito P - Δ .

Escrevendo-se em notação matricial a matriz de rigidez constitutiva e a geométrica, tem-se:

$$\mathbf{k}_M = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{k}_G = \mathbf{B}^T \mathbf{H} \mathbf{B} + Q_{\alpha} \mathbf{G}_{\alpha} \quad (2.33)$$

Finalmente, escreve-se a matriz de rigidez tangente, simétrica (6x6), na seguinte forma:

$$\mathbf{k}_t = \mathbf{k}_M + \mathbf{k}_G = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \mathbf{H} \mathbf{B} + Q_{\alpha} \mathbf{G}_{\alpha} \quad (2.34)$$

2.4.6 O Programa PPLANLEP

As matrizes obtidas da formulação descrita na seção anterior foram implementadas no programa desenvolvido por LAVALL (1996), para realizar a análise de problemas de pórticos planos de aço, considerando-se a análise não-linear elastoplástica. O programa foi escrito na linguagem FORTRAN 90 utilizando a plataforma VISUAL FORTRAN 6.0.

Para a solução numérica das equações não-lineares utiliza-se o método de Newton-Raphson puro. No processo incremental-iterativo, o equilíbrio é verificado em cada iteração segundo um critério de convergência baseado nos deslocamentos.

O modelo constitutivo adotado para o aço é o elastoplástico. Na fase elástica tem-se $d\sigma = E d\varepsilon$ e na fase elastoplástica $d\sigma = E_t d\varepsilon = E \left[1 - E / (E + H') \right] d\varepsilon$, sendo que, quando o parâmetro de endurecimento $H' = 0 \therefore E_t = 0$, o comportamento elástico perfeitamente plástico é contemplado.

Ao se considerar a não-linearidade do material, permite-se que as fibras, constituintes da seção transversal, plastifiquem devido às tensões provenientes do carregamento aplicado serem superiores à tensão de escoamento do material. A formulação apresentada anteriormente considera a plasticidade distribuída ao longo das barras da estrutura, ao dividi-la em elementos finitos. Para a determinação dos coeficientes da matriz de rigidez, considera-se a técnica das fatias, onde a seção transversal da barra é dividida em um grande número de fatias retangulares, buscando captar as variações de tensões e a propagação do escoamento ao longo da altura da seção transversal, além de permitir a implementação de qualquer modelo de distribuição de tensões residuais, conforme mostra a Fig. 2.3.

Na implementação da formulação por fatias, considera-se que o valor do estado de tensão no centro da fatia é considerado com o valor de toda ela. Admite-se então que se esta tensão alcançar a tensão local de escoamento, toda a fatia se torna plástica, enquanto aquelas com tensão inferior à tensão de escoamento local permanecem elásticas.

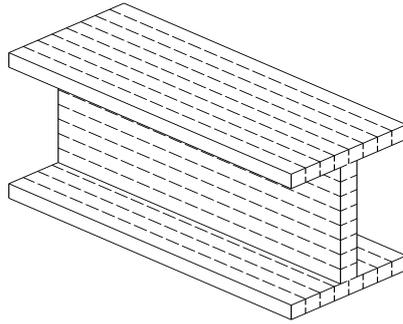


FIGURA 2.3 – Divisão do perfil I em fatias

No programa computacional as tensões residuais, adaptadas por ALMEIDA (2006) no programa PPLANLEP desenvolvido por LAVALL (1996), são previstas como dados de entrada e atribuídas a cada fatia da seção transversal dos elementos, sendo adicionadas automaticamente às tensões normais durante a análise.

A Tabela 2.1, adaptada de ALMEIDA (2006), apresenta expressões da relação entre as tensões residuais de tração σ_{rt} (+) e de compressão σ_{rc} (-), segundo os tipos de distribuição que podem ser considerados no presente programa. Nas expressões, b_f e t_f são a largura e a espessura das mesas; d_w e t_w são a altura e a espessura da alma e d é a altura total do perfil.

TABELA 2.1 – Tipos de distribuição das tensões residuais

Configuração	Distribuição		Tensão residual de tração σ_{rt}
	Mesas	Alma	
	Linear	Sem TR	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$
		Constante	$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f}{t_f b_f + t_w d_w} \sigma_{rc}$ onde: $d_w = d - 2t_f$
		Linear	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$
	Parabólica	Sem TR	$\sigma_{rt} = -\frac{\sigma_{rc}}{2}$
		Constante	$\sigma_{rt} = -\frac{2t_f b_f}{4t_f b_f + 3t_w d_w} \sigma_{rc}$
		Parabólica	$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f + t_w d_w}{4t_f b_f + t_w d_w} 2\sigma_{rc}$

Apresenta-se na Fig. 2.4 o fluxograma geral do programa principal PPLANLEP, de LAVALL (1996), utilizado para fazer a análise não-linear elastoplástica de pórtico planos.

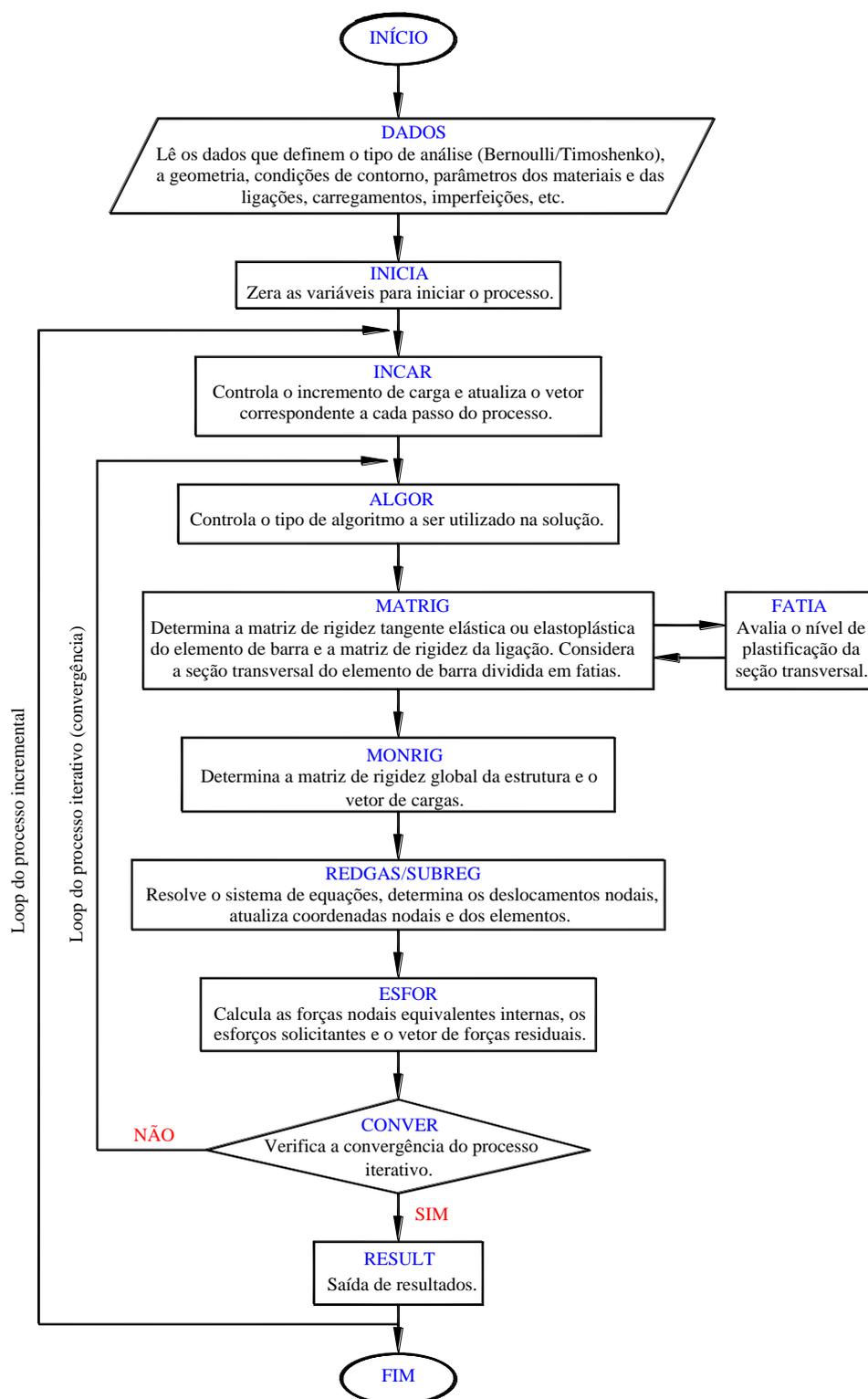


FIGURA 2.4 – Fluxograma geral para análise não-linear incremental e iterativa

CAPÍTULO

3

FATOR DE COMPRIMENTO EFETIVO

3.1 Considerações Iniciais

A análise da estabilidade estrutural durante o procedimento de cálculo tem se configurado como uma das etapas mais complexas para o engenheiro que, normalmente, não deve considerar somente o comportamento local dos elementos estruturais, mas também o comportamento de todo o sistema estrutural. Uma metodologia para avaliação da estabilidade de estruturas aporticadas muito difundida nas normas técnicas dos diversos países e largamente adotada em escritórios de cálculo consiste no chamado método do comprimento efetivo.

Por este método, cada pilar é avaliado individualmente e o dimensionamento é baseado na concepção de um pilar equivalente biarticulado de comprimento efetivo KL , onde K é o fator de comprimento efetivo e L é o comprimento real do pilar.

Em 1993, o comitê técnico de engenharia estrutural da American Society of Civil Engineers (ASCE, 1997) formou um grupo de estudo do método do comprimento efetivo, de maneira a elucidar vários aspectos relevantes à técnica de avaliação da estabilidade de pilares em projetos estruturais. O primeiro passo deste comitê foi tratar das questões relativas às hipóteses consideradas válidas para avaliação da estabilidade de pilares e pórticos, conforme as especificações do American Institute of Steel Construction (AISC). De fato, será visto no trabalho ora proposto que certas hipóteses básicas, consideradas válidas para formulação do método do comprimento efetivo,

normalmente não se verificam na prática. Isso não invalida o método, mas agrega ao mesmo um nível maior de conservadorismo nos resultados obtidos.

O que se pretende neste capítulo é apresentar o método do comprimento efetivo, abordando questões relativas a:

- 1) análise do comportamento de pilares isolados quanto à flambagem, levando-se em conta os efeitos das restrições de extremidade na carga final de flambagem;
- 2) classificação dos pórticos planos em contraventados (indeslocáveis) e não-contraventados (deslocáveis);
- 3) elaboração e aplicação de ábacos de pontos alinhados para pórticos deslocáveis e indeslocáveis para determinação do fator de comprimento efetivo K e os problemas associados ao K ;
- 4) flambagem de pilares considerando-se o comportamento do andar;
- 5) comportamento inelástico de pilares.

Com isso, pretende-se fornecer uma visão geral da formulação, uma vez que para muitos engenheiros não é absolutamente clara a aplicabilidade método, suas limitações e validade. De fato, a metodologia demanda certos cuidados e critérios para que os resultados obtidos não sejam demasiadamente divergentes em relação ao comportamento real da estrutura.

3.2 Fator de Comprimento Efetivo de Pilares Isolados

A carga crítica de um pilar isolado é definida como a carga correspondente ao ponto de bifurcação do equilíbrio de um pilar geometricamente perfeito. Quando a carga crítica é alcançada, a configuração retilínea do pilar deixa de ser estável assumindo uma nova configuração fletida com deslocamento lateral.

A carga crítica de sistemas geometricamente perfeitos pode ser obtida de uma análise de autovetor, conforme se ilustra a seguir para um pilar birrotulado.

3.2.1 Carga Crítica Elástica de um Pilar

Considere-se um pilar birrotulado de comprimento L , sujeito a uma força axial de compressão P como apresentado na Fig. 3.1. Busca-se determinar a carga para a qual a bifurcação do equilíbrio ocorre, levando à configuração levemente fletida do pilar.

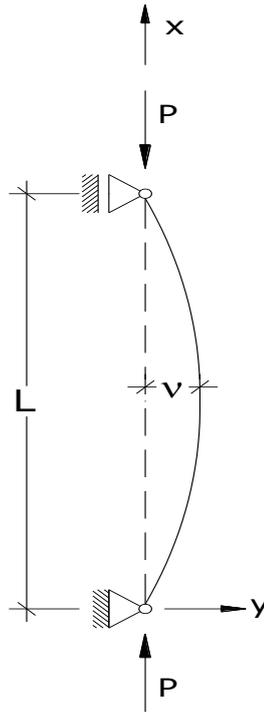


FIGURA 3. 1 – Pilar birrotulado

Nessa situação, o pilar estará sujeito à solicitação combinada de força normal e momento fletor e, assim sendo, a equação diferencial que governa o seu comportamento em regime elástico é conhecida e dada por:

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} + P \frac{d^2 v}{dx^2} = 0 \quad (3.1)$$

Cuja solução geral fica:

$$v = A \operatorname{sen}(kx) + B \cos(kx) + Cx + D \quad (3.2)$$

onde $k = \sqrt{P/EI}$, sendo E o módulo de elasticidade do material e I o momento de inércia em relação ao eixo de flexão.

Observa-se que há cinco incógnitas na equação Eq. (3.2), k , A , B , C e D , mas há apenas quatro condições de contorno, que se traduzem por deslocamentos e momentos fletores nulos nas extremidades.

$$v|_{x=0} = 0; \quad v''|_{x=0} = 0; \quad v|_{x=L} = 0; \quad v''|_{x=L} = 0 \quad (3.3)$$

onde a diferenciação se dá em relação a x .

Usando-se as quatro condições de contorno, pode-se mostrar que:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -k^2 & 0 & 0 \\ \text{sen}(kL) & \text{cos}(kL) & L & 1 \\ -k^2 \text{sen}(kL) & -k^2 \text{cos}(kL) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

ou, simbolicamente:

$$\mathbf{CX} = \mathbf{0} \quad (3.5)$$

Se $A = B = C = D = 0$, tem-se a solução trivial para a equação Eq. (3.4), o que resulta que $v = 0$ indicando que o pilar é originalmente perfeitamente retilíneo. Para a obtenção da solução não trivial, devemos ter:

$$\det|C| = 0 \quad (3.6)$$

que pode ser expresso, após simplificação, como:

$$k^4 L \text{sen}(kL) = 0 \quad (3.7)$$

Como $k = \sqrt{P/EI}$ é um valor necessariamente não nulo, resulta que:

$$\text{sen}(kL) = 0 \quad (3.8)$$

que implica em:

$$kL = n\pi \quad ; \quad n=1,2,3,\dots \quad (3.9)$$

A carga que corresponde ao ponto de bifurcação do equilíbrio, também conhecida como carga crítica P_{cr} ou carga de Euler pode ser obtida fazendo-se $n = 1$. Procedendo-se desta maneira, fica:

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{\pi}{L} \quad (3.10)$$

Ou seja:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.11)$$

Nessa carga, a bifurcação do equilíbrio ocorre como apresentado esquematicamente no gráfico carga x deslocamento lateral da Fig. 3.2. Nota-se que a análise de autovalor somente permite a determinação de P_{cr} . O comportamento do pilar após a bifurcação somente pode ser obtido por uma análise de grandes rotações e deslocamentos.

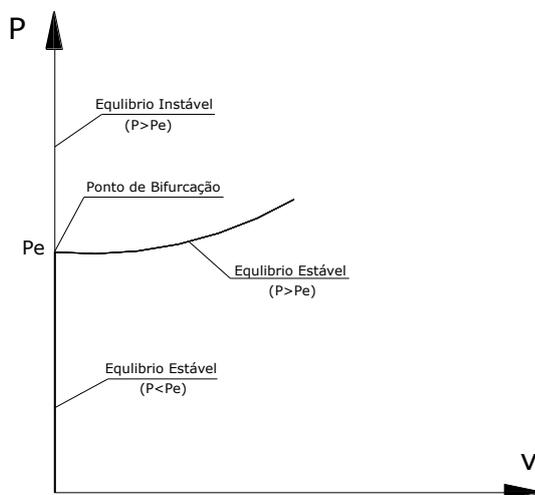


FIGURA 3.2 – Comportamento do pilar birrotulado

3.2.2 Definição do Fator de Comprimento Efetivo de Pilares Isolados

A carga crítica de pilares geometricamente perfeitos, como anteriormente definida, foi obtida por uma análise de autovalor. Nessa análise é obtido o ponto que corresponde a um estado de equilíbrio neutro do sistema.

Inicialmente, obteve-se a carga crítica de flambagem de um pilar com extremidades rotuladas e indeslocáveis. Para as diversas condições distintas de restrição de extremidade que podem ocorrer em pilares isolados, é possível determinar a carga crítica de flambagem de maneira análoga àquela conduzida para o pilar birrotulado, aplicando-se as condições de contorno associadas. No caso de um pilar com ambas extremidades impedidas engastadas, por exemplo, o valor da carga crítica obtida da análise de autovalor é dada por:

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.12)$$

Esta carga crítica pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5L)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (3.13)$$

sendo K , portanto, igual a 0,50.

Definindo-se, a carga de Euler, $P_e = \pi^2 EI / L^2$, para o pilar birrotulado, chega-se a:

$$P_{cr} = \frac{P_e}{K^2} \quad (3.14)$$

onde:

$$K = \sqrt{\left(\frac{P_e}{P_{cr}}\right)} \quad (3.15)$$

A Eq. (3.15) define a expressão matemática para o fator de comprimento efetivo K . Fisicamente, K corresponde ao fator que, quando multiplicado pelo comprimento real do pilar com restrições de extremidade, fornece o comprimento de um pilar birrotulado equivalente cuja carga de flambagem seria a mesma do pilar com restrições nodais.

Na Eq. (3.15) P_{cr} corresponde à carga crítica do pilar considerando-se suas reais restrições de extremidade e P_e é a carga de flambagem de Euler. Desta forma, é possível estabelecer a Tab. 3.1.

TABELA 3.1-Fatores de comprimento efetivo para barras isoladas

Condições de Contorno Comprimento reto das barras igual a L a linha tracejada mostra o eixo da barra após a flambagem.	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
	Valor teórico de K	0,50	0,70	1,0	1,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código de condições de extremidade	<ul style="list-style-type: none"> Rotação impedida e translação impedida Rotação livre e translação impedida Rotação impedida e translação livre Rotação livre e translação livre 					

Esta formulação pode ser utilizada para análise de qualquer problema de flambagem elástica de pilares isolados através da substituição do comprimento real do pilar L , por um comprimento equivalente ou efetivo KL .

Os valores de comprimento efetivo para barras isoladas apresentados na Tab. 3.1 podem ser considerados “exatos”. Contudo, quando o modelo em análise passa para um nível de complexidade maior, como é o caso de pilar de pórticos de andares múltiplos, a

aplicação do procedimento descrito para obtenção do comprimento efetivo passa a ser muito trabalhoso para fins de prática de projeto. Isso será demonstrado adiante.

Destaca-se que nesta mesma tabela também são apresentados os valores de K para fins de aplicação em projetos. Os valores recomendados de K para fins práticos iguais ou superiores aos teóricos têm por objetivo considerar condições reais dos elementos estruturais que não são contabilizadas durante a análise. Por fim, esta tabela também apresenta as diversas condições de contorno usadas em cada caso e seu respectivo código.

3.3 Flambagem Elástica de Pórticos

3.3.1 Considerações Iniciais

A fim de compreender o comportamento dos pórticos como um sistema estrutural capaz de garantir a resistência e fornecer rigidez lateral que assegure a estabilidade de uma edificação, considere a Fig. 3.3 que apresenta os esforços que surgem num pilar de um pórtico como resultado da interação entre as cargas verticais e o deslocamento lateral devido a uma força horizontal, como por exemplo, o vento.

Conforme SALMON (1996), os momentos M_{Δ} e as cortantes Q_{Δ} são os esforços necessários para equilibrar o momento $P\Delta$, resultante da interação entre as cargas verticais P e o deslocamento lateral Δ . O equilíbrio mostrado na Fig. 3.3-a exige que:

$$P\Delta = Q_{\Delta}h + 2M_{\Delta} \quad (3.16)$$

As parcelas $Q_{\Delta}h$ e $2M_{\Delta}$ dependem das condições de restrição das barras. Se o pórtico for treliçado, isto é, se as barras forem articuladas em suas extremidades, a parcela $2M_{\Delta}$ será nula (Fig. 3.3-b), conseqüentemente:

$$Q_{\Delta} = \frac{P\Delta}{h} \quad (3.17)$$

Neste caso, as diagonais e as barras horizontais devem absorver a cortante Q_{Δ} . Por outro lado, se o pórtico apresenta barras rigidamente ligadas, mas sem diagonais de contraventamento, a rigidez à cortante é muito pequena e o momento $P\Delta$ deve ser resistido pelos momentos M_{Δ} . Então, conforme mostra a Fig. 3.3-c, tem-se:

$$M_{\Delta} = \frac{P\Delta}{2} \quad (3.18)$$

Nesse caso as vigas e os pilares devem absorver o momento M_{Δ} .

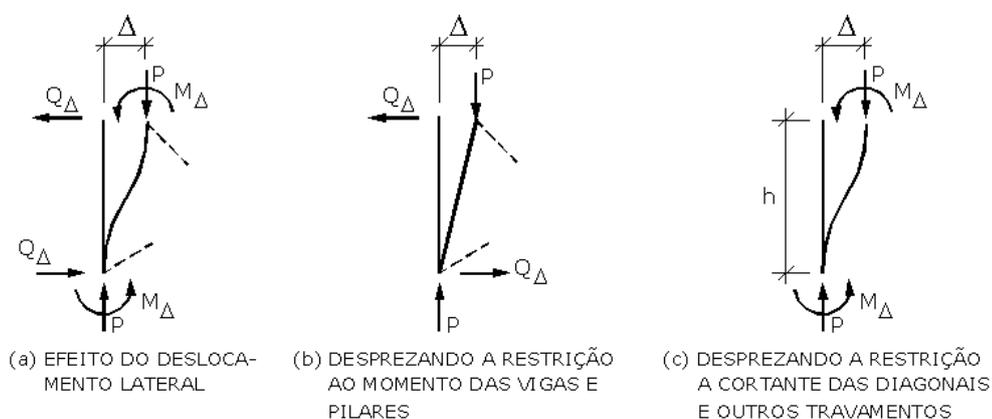


FIGURA 3.3 – Momentos fletores e forças cortantes devido ao efeito $P-\Delta$. Adaptada de SALMON (1996)

Os pórticos contraventados e não-contraventados possuem tanto a rigidez ao momento fletor quanto a rigidez à força cortante. O valor relativo dessas grandezas é que faz a diferença entre o pórtico ser considerado contraventado ou não-contraventado. Sendo assim, admite-se que os pórticos contraventados possuem rigidez ao momento fletor relativamente pequena em relação a rigidez à força cortante. Neste caso, a Eq. (3.17) representa os pórticos contraventados nos procedimentos práticos de dimensionamento. Para os pórticos não-contraventados admite-se que a rigidez à força cortante seja relativamente pequena em relação a rigidez ao momento fletor e a Eq. (3.18) pode ser aplicada para representar esses pórticos.

3.3.2 Classificação dos Pórticos

Os pórticos podem ser classificados como *indeslocáveis* e *deslocáveis* ou *contraventados* e *não-contraventados*, considerando-se conceitos teóricos e práticos, respectivamente.

Pórtico Indeslocável e Pórtico Deslocável

Chamam-se *indeslocáveis* os pórticos que, se introduzidas articulações em todos os nós, inclusive nos apoios que já não sejam articulados, se transformam num *reticulado isostático*.

Chamam-se *deslocáveis* os pórticos que, se introduzidas articulações em todos os nós, inclusive nos apoios que já não sejam articulados, se transformam num *reticulado hipostático*.

Para cada um deles se indica o reticulado hipostático a que se chega, com a introdução das referidas articulações, e o número de barras que se precisaria introduzir naquele reticulado hipostático para transformá-lo em isostático. O número dessas, assim introduzidas é, por definição, o grau de deslocabilidade do pórtico inicialmente considerado.

Do ponto de vista do comportamento em situação de instabilidade, nos pórticos classificados como *indeslocáveis*, quando a eventual situação de flambagem ocorre, não há deslocamento lateral dos nós, ou seja, os pilares do pórtico não possuem movimentos laterais relativos nas suas extremidades, conforme esquematizado na Fig. 3.4-a. Nos pórticos classificados como *deslocáveis*, a eventual situação de flambagem ocorre com deslocamento lateral brusco dos nós Δ_{fl} e os pilares apresentarão movimentos laterais relativos nas suas extremidades, conforme esquematizado na Fig. 3.4-a

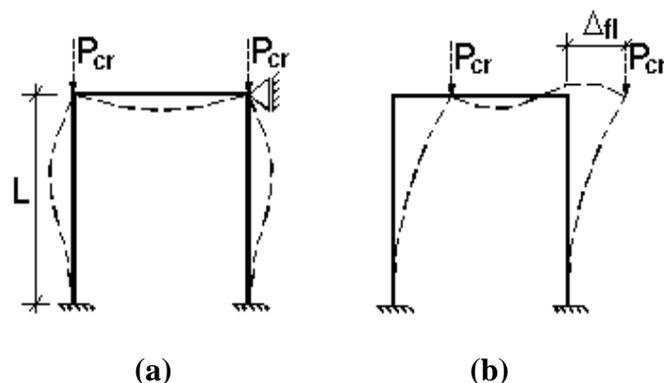


FIGURA 3.4 – Classificação dos pórticos: (a) Indeslocável, (b) Deslocável

Pórtico Contraventado e Pórtico Não-contraventado

O deslocamento lateral Δ , indicado nas Fig. 3.5-a e 3.5-b refere-se ao movimento lateral elástico estável da estrutura, devido às forças laterais H . O deslocamento lateral Δ_{fl} , representado nas Fig. 3.4-b e 3.5-b, refere-se ao movimento lateral brusco, causado por forças verticais que atingem o valor crítico. Esse deslocamento, proveniente da instabilidade, só pode ocorrer nas estruturas deslocáveis ou não-contraventadas.

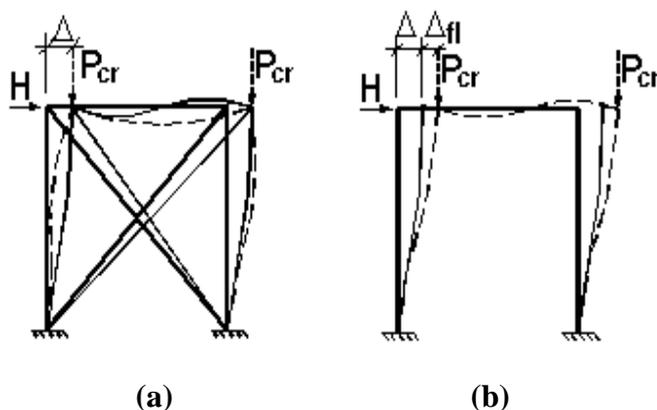


FIGURA 3.5 – Classificação dos pórticos: (a) Contraventado, (b) Não-Contraventado

Um pórtico *contraventado* (Fig. 3.5-a) é aquele no qual a estabilidade lateral é garantida por sistemas adequados de contraventamentos diagonais. Quando esses sistemas de contraventamentos possuem rigidez suficiente para resistir aos carregamentos laterais atuantes, os pórticos contraventados possuem comportamento próximo ao dos pórticos indeslocáveis. O movimento lateral brusco devido à instabilidade Δ_{fl} é impedido por

esses sistemas de contraventamento. Os valores dos deslocamentos laterais estáveis Δ , oriundos dos carregamentos laterais atuantes são pequenos, de tal forma que os momentos de 2ª ordem provenientes do efeito $P-\Delta$ podem ser desprezados.

SALMON (1996) define um pórtico contraventado como sendo aquele no qual o movimento lateral brusco devido à instabilidade é impedido por elementos de contraventamentos e o pórtico torna-se indeslocável se esses contraventamentos forem infinitamente rígidos.

Um pórtico *não-contraventado* (Fig. 3.5-b) é aquele no qual a estabilidade lateral depende da rigidez à flexão de vigas e pilares rigidamente ligados entre si. Esses pórticos podem ser classificados como pórticos deslocáveis. Quando o carregamento vertical atuante atinge o valor crítico ocorre um deslocamento lateral brusco Δ_H denominado deslocamento lateral devido a instabilidade. O deslocamento lateral estável Δ , devido ao carregamento horizontal, é relativamente grande, surgindo um momento de segunda ordem $P-\Delta$ que deverá ser suportado pela estrutura.

3.3.3 Comprimento Efetivo na Flambagem dos Pórticos

Segundo YURA (1971) o conceito do comprimento efetivo de flambagem é, simplesmente, um método matemático para simplificar o problema do cálculo da carga crítica de pilares de pórticos com diferentes restrições de extremidades, utilizando-se pilares birrotulados e indeslocáveis equivalentes.

A carga de flambagem elástica de Euler para um pilar indeslocável, com ambas as extremidades rotuladas, de rigidez EI e comprimento L , é dada por:

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.19)$$

Conforme visto no item 3.2.2, esta Eq. (3.19) pode ser usada para todos os problemas de flambagem elástica de pilares substituindo-se o comprimento real do pilar por um comprimento efetivo ou equivalente KL .

Levando o conceito de comprimento efetivo para pórticos, a Fig. 3.6 ilustra o significado físico do comprimento de flambagem para os pórticos contraventados ou indeslocáveis.

A Fig. 3.6-a mostra pilares isolados, indeslocáveis e rotulados na base e um pórtico contraventado com bases rotuladas. Tendo como referência os pilares isolados, conclui-se que o comprimento de flambagem efetivo ou equivalente KL dos pilares do pórtico deve variar entre $0,7L < KL < 1,0L$.

Na Fig. 3.6-b são mostrados pilares isolados, indeslocáveis e engastados na base e um pórtico contraventado com bases engastadas. Neste caso, tendo como referência os pilares isolados, conclui-se que o comprimento de flambagem efetivo ou equivalente KL dos pilares do pórtico deve variar entre $0,5L < KL < 0,7L$. Logo, em termos práticos, pode-se considerar que, para os pórticos contraventados ou indeslocáveis, o fator do comprimento efetivo de flambagem K varia entre $0,5 < K < 1,0$.

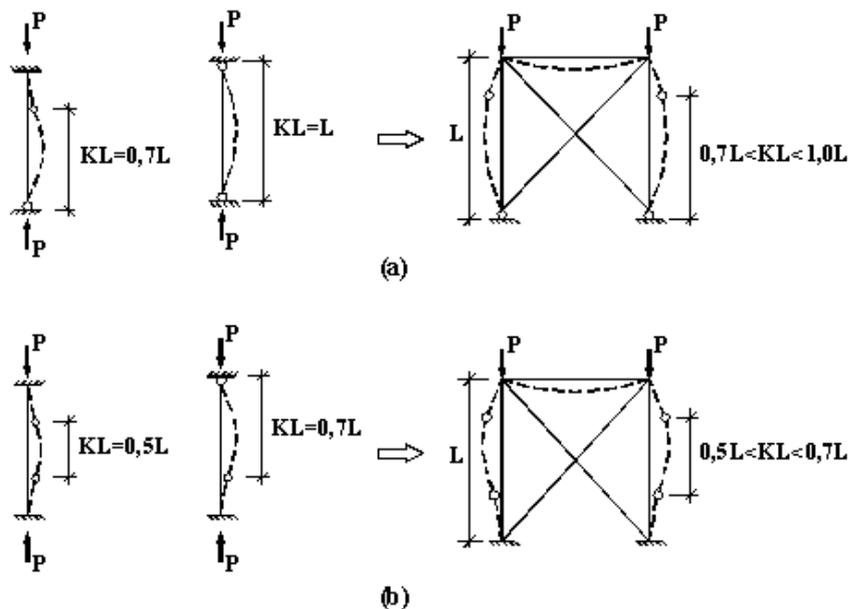


FIGURA 3.6 – Comprimento efetivo KL para pilares isolados e pórticos contraventados ou indeslocáveis

A Figura 3.7 ilustra o significado físico do comprimento de flambagem para os pórticos não-contraventados ou deslocáveis. A Fig. 3.7-a mostra pilares isolados, deslocáveis e engastados na base e um pórtico não-contraventado ou deslocável com bases engastadas. Tendo como referência os pilares isolados, conclui-se que o comprimento de flambagem efetivo ou equivalente KL dos pilares do pórtico deve variar entre $1,0L < KL < 2,0L$.

Na Figura 3.7-b são mostrados pilares isolados, deslocáveis e rotulados na base e um pórtico não-contraventado ou deslocável com bases rotuladas. Neste caso, tendo como referência os pilares isolados, conclui-se que o comprimento de flambagem efetivo ou equivalente KL dos pilares do pórtico deve ser $KL > 2,0L$. Logo, em termos práticos, pode-se considerar que, para os pórticos não-contraventados ou deslocáveis, o fator do comprimento efetivo de flambagem K é sempre maior que a unidade.

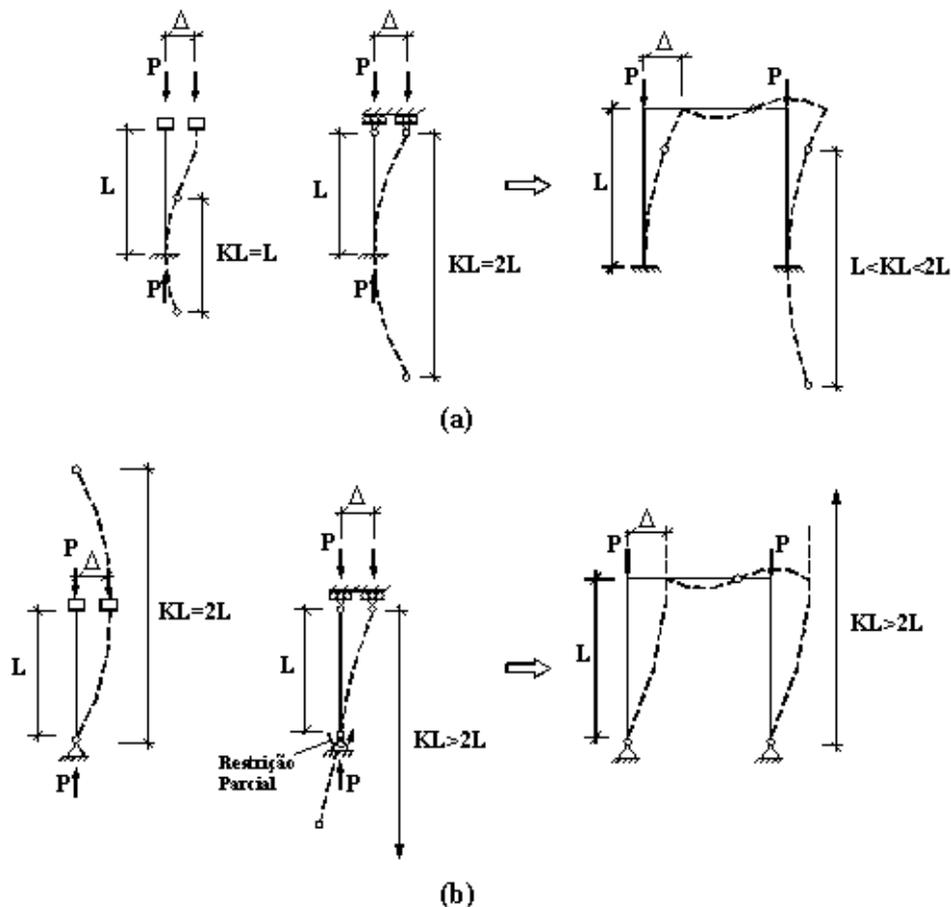


FIGURA 3.7 – Comprimento efetivo KL para pilares isolados e pórticos não-contraventados ou deslocáveis

Uma análise utilizando as conhecidas equações do método “Slope-Deflection” é apresentada por SALMON (1996), mostrando matematicamente a variação do fator do comprimento efetivo para os pórticos indeslocáveis e deslocáveis.

Pórticos indeslocáveis (contraventados)

Para o pórtico indeslocável mostrado na Fig. 3.8, obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{(kL)^2 \text{sen}(kL)}{\text{sen}(kL) - kL \cos(kL)} = -\frac{2 I_v L_p}{I_p L_v} \quad (3.20)$$

onde $k^2 = P/EI$, I_v e L_v são o momento de inércia e o vão da viga, respectivamente e I_c e L_c são o momento de inércia e a altura dos pilares, respectivamente.

Admitindo-se $I_v = 88196 \text{ cm}^4$ (W610 x 113), $I_p = 33155 \text{ cm}^4$ (W360x110), $L = 10,98 \text{ m}$ e $h = 4,27 \text{ m}$, pode-se obter o valor da carga crítica que corresponde ao menor valor de kL na Eq. (3.21), obtida invertendo-se a Eq. (3.20):

$$\frac{\text{sen}(kL) - kL \cos(kL)}{(kL)^2 \text{sen}(kL)} = -\frac{I_p L}{2 I_v h} = -0,487 \quad (3.21)$$

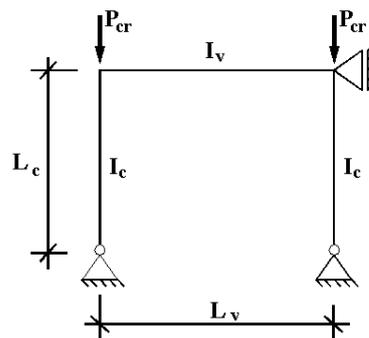


FIGURA 3.8 – Pórtico indeslocável rotulado na base

Quando a rigidez da viga se aproxima de zero, $kL = \pi$ e tem-se um pilar isolado rotulado nas extremidades. Quando a rigidez da viga aumenta, kL torna-se maior que π . Se essa rigidez tende ao infinito $kL = 4,49 = \pi/0,7$. A solução para $kL = 3,6$ obtida por tentativas

usando-se valores entre π e 4,49, é mostrada no gráfico da Fig. 3.9. Pode-se notar que o fator do comprimento efetivo pode ser escrito como:

$$K = \frac{\pi}{kL} \quad (3.22)$$

Então para a Eq. (3.21) tem-se $kL=3,60$ e o fator do comprimento efetivo K é igual a 0,875. Em outras palavras, para considerar a flambagem do pórtico, o pilar deve ser calculado utilizando-se $0,873L_p$ como sendo o comprimento de uma barra rotulada isolada.

A carga de flambagem do pórtico indeslocável é dada por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_p}{(KL_p)^2} = \frac{\pi^2 EI_p}{(0,873L_p)^2} = 47101 \text{ kN} \quad (3.23)$$

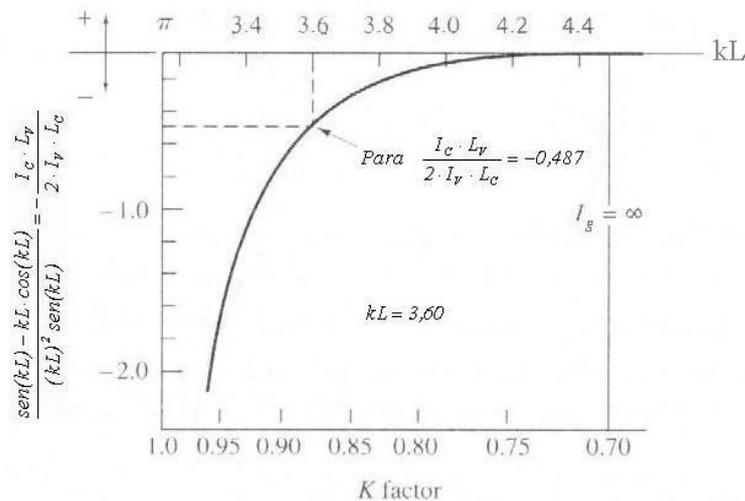


FIGURA 3.9 – Fator do comprimento efetivo K para o pórtico indeslocável da Fig. 3.8
– Adaptada de SALMON (1996)

Pórticos deslocáveis (não-contraventados)

Para analisar um pórtico deslocável, considera-se o mesmo pórtico da Fig. 3.8, porém retira-se o apoio móvel que impede o deslocamento lateral, conforme mostra a Fig. 3.10.

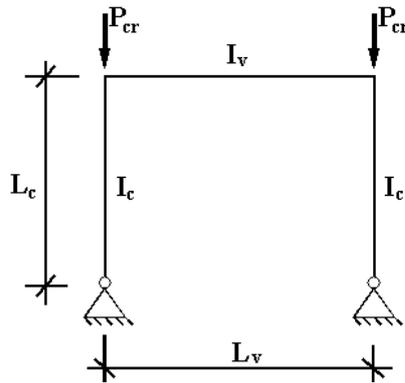


FIGURA 3.10 – Pórtico deslocável rotulado na base

Utilizando-se as equações do método Slope-Deflection obtém-se a seguinte relação:

$$kL \operatorname{tg}(kL) = \frac{6I_v L_c}{I_c L_v} \quad (3.24)$$

Admitindo-se novamente as mesmas propriedades geométricas do exemplo do pórtico indeslocável (Fig. 3.8).

$$kL \operatorname{tg}(kL) = \frac{6I_v h}{I_p L} = 6,163 \quad (3.25)$$

Resolvendo-se a Eq. (3.25) por tentativas obtém-se $kL=1,35$, o menor valor que satisfaz a equação.

$$K = \frac{\pi}{kL} = 2,33 \quad (3.26)$$

Então, se o pórtico é deslocável, ele pode ser calculado como uma barra isolada de comprimento efetivo $2,33 L_c$. A variação do valor de K para o pórtico em estudo é mostrada na Fig. 3.11. Para pórticos deslocáveis com as bases rotuladas e considerando-se a viga com rigidez infinita, o fator do comprimento efetivo K é sempre maior que dois.

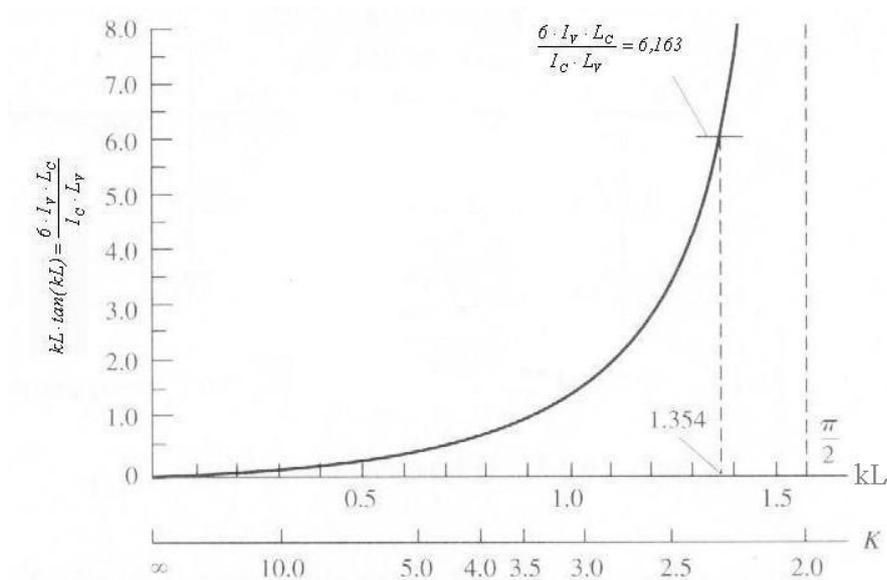


FIGURA 3.11 – Fator do comprimento efetivo K para o pórtico deslocável da Fig. 3.10
 – Adaptada de SALMON (1996)

A carga de flambagem do pórtico deslocável é dada por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_p}{(K L_p)^2} = \frac{\pi^2 EI_p}{(2,33 L_p)^2} = 6663 \text{ kN} \quad (3.27)$$

Observa-se que esse valor é cerca de $1/7$ daquele apurado para a condição do pórtico como indeslocável. Em ambos os casos, mesmo sendo pórticos relativamente simples, houve considerável esforço matemático para a obtenção das cargas críticas.

Os casos apresentados consideraram pórticos indeslocável e deslocável com apenas um andar. No caso de pórticos de andares múltiplos, a maioria dos engenheiros utiliza os ábacos para a determinação do fator K (YURA, 1971), tanto para estruturas indeslocáveis quanto para estruturas deslocáveis. Esses ábacos fornecem uma solução elástica aproximada do fator do comprimento efetivo K , em substituição a uma análise de estabilidade “exata”, como a mostrada no item anterior, mais complexa.

Entretanto, a utilização desses ábacos deve ser bastante criteriosa porque o uso incorreto pode resultar em valores inadequados para o coeficiente K . Muitas das dificuldades e

desentendimentos do conceito do comprimento efetivo ocorrem devido ao uso dos ábacos em situações que violam algumas das hipóteses básicas assumidas na dedução das equações do método.

3.4 Equação Geral para Cálculo do Comprimento Efetivo de Pórticos de Andares Múltiplos

3.4.1 Considerações Iniciais

Como pode ser observado, para fins de projeto é inteiramente impraticável o desenvolvimento de uma análise completa de um pórtico de andares múltiplos para obtenção de cargas críticas e comprimentos efetivos dos pilares de uma estrutura. Dessa maneira é absolutamente adequado estabelecer alguns procedimentos gerais para obtenção do fator de comprimento efetivo K sem a aplicação de uma análise mais complexa. Assim, vários pesquisadores têm apresentado tabelas que permitem a determinação das cargas de flambagem e comprimentos efetivos para situações comumente encontradas, de maneira relativamente fácil.

O procedimento mais comumente utilizado para obtenção de comprimento efetivo é aquele que emprega os ábacos de pontos alinhados. Estes ábacos, apresentados na Fig. 3.12 para pórticos indeslocáveis e deslocáveis, fornecem uma solução elástica aproximada do fator de comprimento efetivo K , em substituição de uma análise de estabilidade “exata”, como mostrada no item anterior.

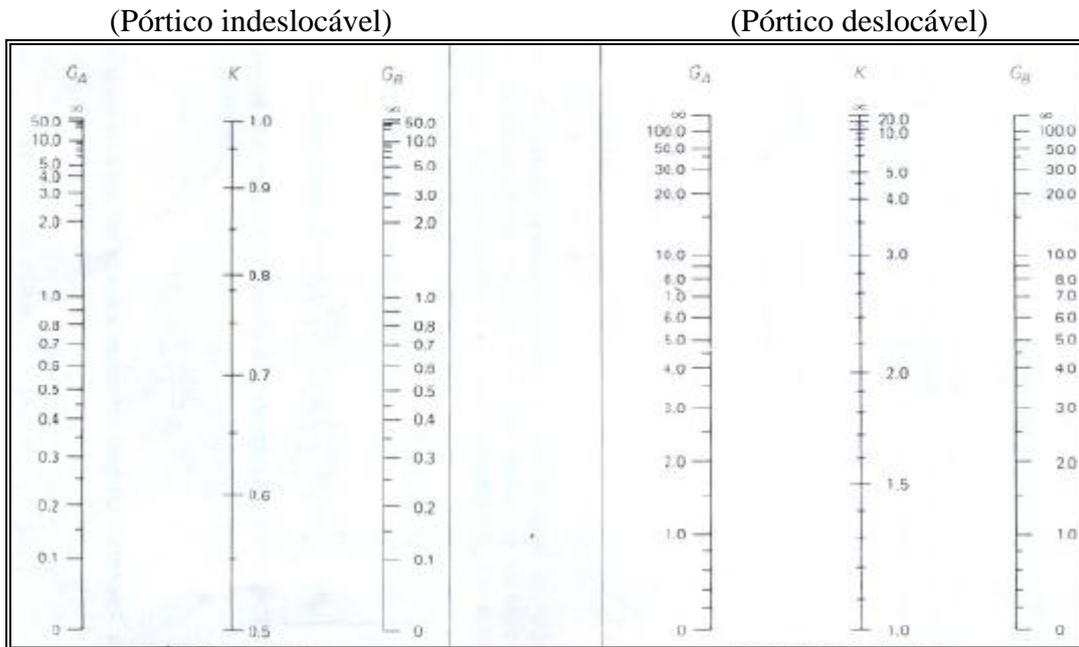


FIGURA 3.12-Ábacos de pontos alinhados de pilares de pórticos contínuos com

$$G = \frac{\sum I / L_p}{\sum I / L_v}$$

3.4.2 Equações para Pórticos Indeslocáveis

As hipóteses seguintes são consideradas verdadeiras para o desenvolvimento das equações de estabilidade elástica:

- 1) o comportamento da estrutura é sempre elástico;
- 2) os elementos componentes da estrutura são prismáticos;
- 3) todos os pilares têm suas cargas críticas alcançadas ao mesmo tempo, ou seja, a flambagem dos mesmos se dá simultaneamente;
- 4) a estrutura é composta por pórticos retangulares simétricos;
- 5) em um nó, a restrição ao momento fornecida pelas vigas é distribuída pelos pilares de maneira proporcional às suas rigidezes;
- 6) as vigas geram restrição elástica nas extremidades dos pilares e quando do início da flambagem a rotação destas vigas conectadas a estas extremidades ocorrem com curvatura igual e oposta;
- 7) não há carga axial atuante nas vigas.

Considere um pórtico metálico sem possibilidade de se deslocar lateralmente, sendo formado por dois pilares e duas vigas que se ligam rigidamente no nó central, conforme apresentado na Fig. 3.13. Nos nós de extremidade das vigas e dos pilares há restrições elásticas à rotação.

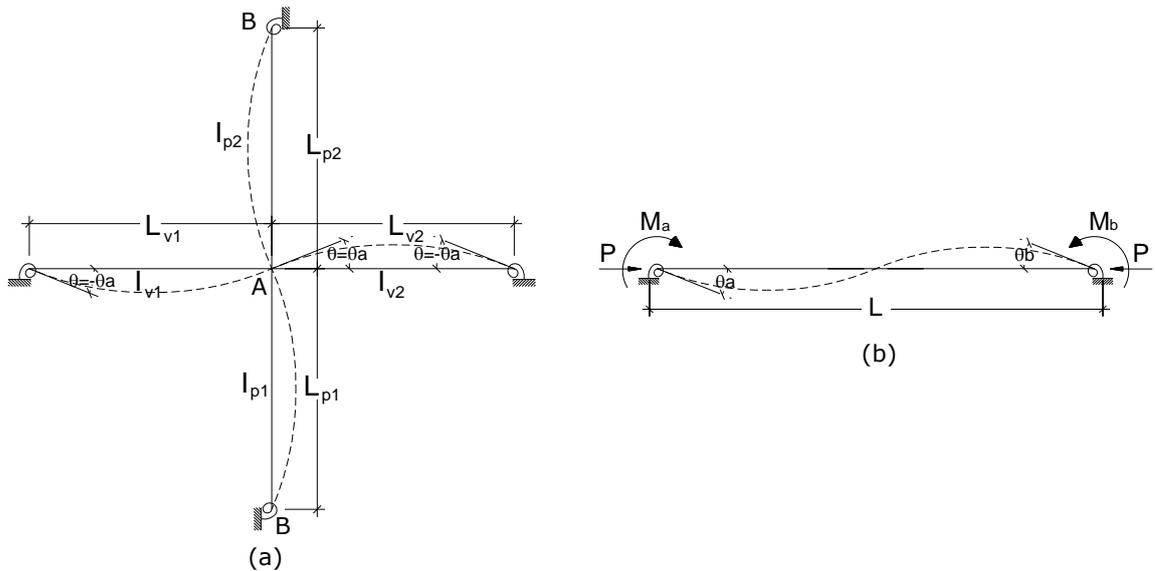


FIGURA 3.13 - Pórtico indeslocável com restrições elásticas de extremidade

Agora, considere-se uma viga-pilar com restrições elásticas de extremidade, como sugerido na Fig. 3.13-b. Se estas restrições elásticas são α e β , tem-se

$$\theta_a = -\frac{M_a}{\alpha} \quad \text{e} \quad \theta_b = -\frac{M_b}{\beta} \quad (3.28)$$

Conforme desenvolvimento em SALMON e JOHNSON (1980), é possível expressar as restrições α e β em função das rigidezes EI e dos comprimentos L das vigas e pilares que concorrem no mesmo nó, de forma que:

$$\alpha = \frac{2EI_p}{L_p} \frac{\sum \frac{EI_v}{L_v}}{\sum \frac{EI_p}{L_p}} \quad (3.29)$$

$$\beta = \frac{2EI_p}{L_p} \frac{\sum \frac{EI_v}{L_v}}{\sum \frac{EI_p}{L_p}} \quad (3.30)$$

Os fatores de restrição elástica ficam assim estabelecidos:

$$G = \frac{\sum \frac{I_p}{L_p}}{\sum \frac{I_v}{L_v}} \quad (3.31)$$

Para os fatores de restrição elástica estabelece-se:

$$\alpha = \frac{2EI}{L} \left(\frac{1}{G_A} \right); \quad \beta = \frac{2EI}{L} \left(\frac{1}{G_B} \right) \quad (3.32)$$

Onde os subscritos *A* e *B* remetem às duas extremidades do pilar *ab*.

Finalmente, a equação da estabilidade de pórticos indeslocáveis é definida pela expressão:

$$\frac{G_A G_B}{4} \left(\frac{\pi^2}{K^2} \right) + \left(\frac{G_A + G_B}{2} \right) \left(1 - \frac{\pi/K}{\text{tg} \pi/K} \right) + \frac{2}{\pi/K} \text{tg} \frac{\pi}{2K} = 1 \quad (3.33)$$

onde *K* é o fator de comprimento efetivo.

Esta equação, que governa a flambagem de pórticos indeslocáveis, é utilizada para gerar o ábaco de pontos alinhados apresentado na Fig. 3.13-a. É evidente que a resolução da equação acima, analiticamente, é um procedimento muito mais complexo que a inferência do comprimento efetivo através dos ábacos.

Se os nós extremos opostos ao ponto “A” nas vigas não possuem rotações iguais e opostas θ_a (condição de curvatura simétrica simples) em virtude destes nós serem, um ou outro, fixo ou rotulado, ajustes no fator G podem ser realizados.

3.4.3 Equações para Pórticos Deslocáveis

De maneira análoga à anteriormente apresentada para a obtenção da equação capaz de gerar o ábaco de pontos alinhados para estruturas indeslocáveis, é possível desenvolver um procedimento matemático que permita a obtenção de uma equação que contemple estruturas deslocáveis.

As hipóteses assumidas para o pórtico indeslocável são também admitidas verdadeiras para a estrutura deslocável, exceto pela hipótese que estabelece que, para pórticos indeslocáveis, as vigas, quando da flambagem, adquirem curvatura simples. Para pórticos deslocáveis, assume-se que estas vigas desenvolvem dupla curvatura, como apresentado na Fig. 3.14.a, com a rotação de ambas extremidades iguais em magnitude e direção.

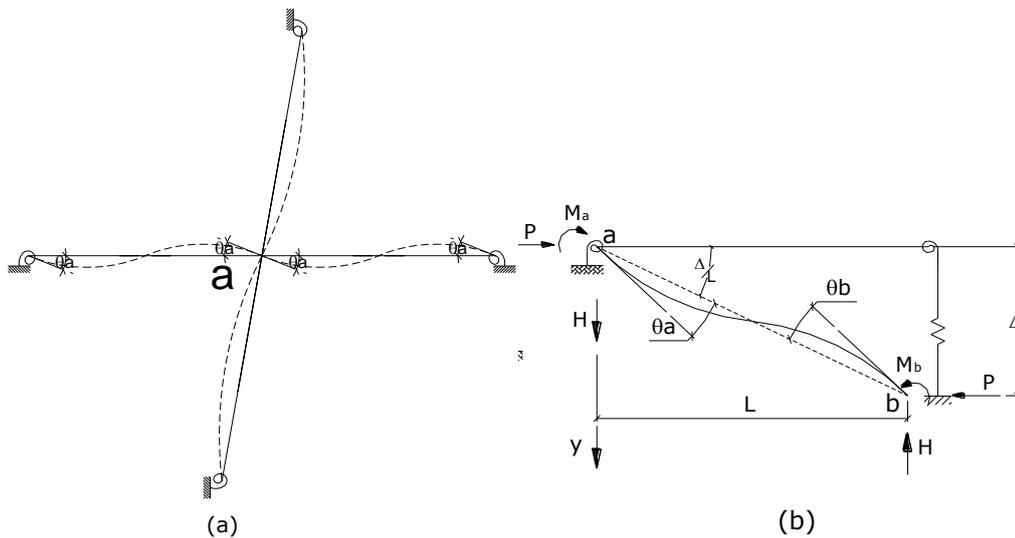


FIGURA 3.14-Pórtico deslocável com restrições elásticas de extremidade

As restrições elásticas α e β são dadas pelas Eq. (3.28), exatamente como se estabelece para estruturas indeslocáveis. Assim sendo, levando-se em consideração as

particularidades da estrutura deslocável, é possível obter a Eq. (3.34), que é capaz de gerar o ábaco de pontos alinhados para estruturas deslocáveis, conforme apresentado na Fig. 3.12.b:

$$\frac{G_A G_B (\pi / K)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} = \frac{\pi / K}{\text{tg}(\pi / K)} \quad (3.34)$$

Também neste caso, deve-se fazer ajustes no fator G a fim de captar a condição de vinculação dos nós das vigas opostos ao nó a .

Uma maneira prática de se estabelecer ajustes em termos de formulação para situações como a acima apresentada é através da aplicação de:

$$G = \frac{\sum \frac{I_p}{L_p}}{\sum \gamma \times \frac{I_v}{L_v}} \quad (3.35)$$

com γ tomado de acordo com a tabela 3.2.

TABELA 3.2-Fatores de ajuste no fator G

Condição, na viga, da ligação oposta ao nó "A"	Estruturas indeslocáveis (valores de γ)	Estruturas deslocáveis (valores de γ)
Rígida, podendo girar	1	1
Rígida, impedida de girar	2	0,67
Rotulada	1,5	0,5

É notório que há grande ganho de facilidade de procedimento ao adotar-se os ábacos de pontos alinhados para avaliação do fator de comprimento efetivo de pilares pertencentes a pórticos (indeslocáveis ou deslocáveis) relativamente a adoção do procedimento complexo (analítico) de determinação do comprimento efetivo.

Por esse motivo a determinação de K pelos ábacos configura-se como um procedimento tão difundido em escritórios de projeto. Contudo, é possível itemizar-se problemas associados ao método que podem diminuir a precisão dos resultados finais para fins de projeto. Alguns dos principais problemas são apresentados na sequência.

3.4.4 Problemas Associados ao K

Nas equações apresentadas, cuja resolução permite a geração dos ábacos de pontos alinhados, várias hipóteses são consideradas válidas. Na prática, contudo, algumas dessas hipóteses têm pouca possibilidade de ocorrência. Outras, por sua vez, são violadas com grande frequência em situações reais. Desta forma, à medida que as hipóteses consideradas em um modelo matemático que busca representar um sistema real não são verificadas na prática, em parte ou em sua totalidade, a precisão desse modelo vai gradativamente diminuindo.

A seguir são listadas algumas hipóteses básicas de condições idealizadas quando da elaboração das equações das quais derivam os ábacos de pontos alinhados.

- 1) O comportamento da estrutura é puramente elástico. Na prática, nem sempre isso é verdade. Pórticos e seus elementos podem se comportar inelasticamente em função dos índices de esbeltez e/ou níveis de carregamento a que estão submetidos. A inobservância do comportamento inelástico de pilares está entre as principais hipóteses que alteram significativamente o resultado da análise.
- 2) Todos os elementos estruturais são inicialmente perfeitamente retos e prismáticos. Verifica-se que durante a fabricação e transporte dos perfis metálicos, os mesmos acabam por sofrer desvios do eixo. Além disso, vigas e pilares podem eventualmente ter mudanças de seção em um mesmo pavimento.
- 3) Todas as ligações são rígidas. As ligações metálicas se deformam frente às solicitações. Nas ligações rígidas, o ângulo entre as vigas e os pilares permanece praticamente inalterado durante o carregamento e o descarregamento. Em ligações

semi-rígidas ou flexíveis, contudo, o ângulo entre estes elementos sofre alterações que não são captadas pela formulação. No entanto, procedimentos de ajuste podem ser aplicados ao fator G para levar-se em consideração as condições de flexibilidade em pilares e vigas do pórtico.

- 4) A compressão nas vigas, caso exista, é desconsiderada. Quando uma viga é axialmente carregada há perda de rigidez da mesma, que não é levada em consideração na resolução das equações. O que se verifica, contudo, é que essa perda de rigidez poderá, em situações normais, ser realmente desconsiderada sem grande prejuízo à precisão dos resultados.
- 5) No modelo para pórticos deslocáveis (Fig. 3.14), as rotações nas extremidades opostas das vigas são assumidas de igual valor e direções opostas. Essa condição gera uma curvatura reversa na barra com ponto de inflexão na metade do vão. É claro que em função da distribuição de carregamentos na estrutura, das rigidezes das ligações das vigas e da eventual assimetria geométrica essa condição pode não ser verificada. Já no caso de pórticos indeslocáveis (Fig. 3.13) a hipótese de que as rotações nas extremidades opostas são iguais em módulo e direção é considerada verdadeira. Com isso tem-se uma deformada com curvatura simples. Assim como no caso de estruturas deslocáveis, há situações práticas em que tal fato não será verificado.
- 6) O parâmetro de rigidez $L\sqrt{P/EI}$ de todos os pilares é igual. De fato, nos casos práticos, a carga axial nos pilares é diferente em cada andar. Além disso, é comum a variação de pé-direito e de seção dos pilares entre pavimentos. Portanto, os parâmetros de rigidez dos pilares em pórticos de andares múltiplos não são os mesmos.
- 7) Outra hipótese associa-se ao fato de se considerar que as rotações nos nós superior e inferior dos pilares alternam de um pavimento para o adjacente, conforme apresentado para os esquemas unifilares de pórticos indeslocáveis e deslocáveis. Esta condição pode ser violada em algumas situações práticas.

8) Todos os pilares flambam simultaneamente. Por esta hipótese o método do comprimento efetivo desconsidera o efeito estabilizante do andar gerado por pilares que possuem reserva de resistência.

Em vista da vasta gama de hipóteses que são base para a solução das equações que geram os ábacos e que corriqueiramente são violadas em condições reais, os pesquisadores procuram desenvolver procedimentos de ajuste para que a precisão final do valor de K seja maior.

É possível aplicar-se um refinamento ao método do comprimento efetivo de forma que a interação entre pilares pertencentes a um pavimento possa ser considerada na análise.

É possível também estabelecer um fator de rigidez inelástico de forma a se levar em consideração a não linearidade física de pilares, quando aplicável. Estes procedimentos, por serem considerados de maior relevância, serão abordados nas seções seguintes.

3.5 Flambagem de Pavimento

3.5.1 Considerações Iniciais

Em 1961, as especificações do AISC incorporaram o conceito de comprimento efetivo para projeto de pórticos não contraventados. Simplificadamente, o método reduz o problema de análise de tensões críticas de pilares de estruturas através da determinação do comprimento equivalente de um pilar birrotulado com nós de extremidade indeslocáveis.

Conforme verificado, a condição de instabilidade gerada por cargas de compressão em um pilar é um problema de bifurcação cujo tratamento matemático em grande parte dos casos não é trivial. Contudo, para um pilar isolado indeslocável rotulado nas extremidades é possível definir-se a carga crítica de flambagem elástica, já anteriormente citada, também conhecida como carga de Euler, $P_e = \pi^2 EI / L^2$.

O fator de comprimento efetivo K pode ser obtido através da realização de uma análise de flambagem do pilar com suas reais condições de contorno para determinação de tensão crítica. E, assim procedendo, o pilar birrotulado indeslocável nas extremidades que possui a mesma carga crítica do pilar com condições de extremidades quaisquer permite estabelecer o fator K .

Assim, muitos engenheiros utilizam o chamado Ábaco de Pontos Alinhados como uma maneira de se obter uma solução aproximada para o valor do fator de comprimento efetivo. Mas, para muitos destes profissionais, os valores de K obtidos com o procedimento de utilização dos ábacos de pontos alinhados através da obtenção dos parâmetros de rigidez relativa dos nós de extremidade parecem ser exagerados. Em especial no dimensionamento de edifícios altos, o que conduz a resultados consideravelmente conservadores e que torna, portanto, a utilização do método nestes moldes questionável.

Grande parte do motivo pelo qual os resultados obtidos para o comprimento efetivo apresentam consideráveis variações em relação a uma metodologia mais complexa e “exata” deriva da utilização direta dos ábacos em situações que violam as hipóteses básicas consideradas na geração dos mesmos. É possível verificar-se varias condições em que tais hipóteses são freqüentemente violadas em termos práticos. Há duas, contudo, que merecem destaque:

- ✓ Todos os pilares flambam simultaneamente;
- ✓ A flambagem ocorre elasticamente.

No desenvolvimento matemático das equações que geram os ábacos, estas duas hipóteses acima são consideradas verdadeiras em qualquer situação. Contudo, em várias situações práticas é possível verificar que uma ou as duas hipóteses são violadas e, como consequência, o uso dos gráficos conduz freqüentemente a resultados conservadores. De fato, é baixa a probabilidade de que todos os pilares em um pavimento tenham suas resistências últimas sendo superadas pelas solicitações de cálculo simultaneamente. Em geral, para uma condição de pilares em carga, ainda que

alguns destes pilares tenham suas resistências esgotadas frente aos carregamentos atuantes, outros pilares ainda apresentarão uma certa reserva de resistência. De uma maneira geral, pilares com reserva de resistência criam um efeito estabilizante nos demais.

Conclusivamente, o procedimento do Método do Comprimento Efetivo é prático, de fácil aplicação e, na maioria dos casos, retrata de maneira favorável à segurança o fenômeno da estabilidade para fins de dimensionamento estrutural. Sua base de formulação, contudo, tem embutidas hipóteses de comportamento da estrutura que normalmente não são verificadas na prática.

Resistência à Flambagem de um Andar

Projetos metálicos em que se têm pilares em aço submetidos a cargas de compressão de forma que a flambagem em regime elástico de todos estes se dá simultaneamente corresponde a situação em que a precisão dos resultados obtida através do conceito de comprimento efetivo empregando-se os gráficos de pontos alinhados é satisfatória. E é somente nesta situação que se obtém este nível de precisão. Se a flambagem de todos os pilares acontece ao mesmo tempo, isso significa que toda a resistência de cada um destes pilares foi esgotada frente às cargas de compressão atuantes, ou seja, as cargas críticas de cada um desses pilares foi atingida. Não há, portanto, qualquer reserva de resistência em parte destes pilares que possa, eventualmente, criar um efeito estabilizante no conjunto.

Contudo, existem muitas situações reais em que há pilares que possuem reserva de resistência em relação à carga atuante. Como exemplo, a Fig. 3.15 apresenta um pilar central P3 pertencente a um pórtico espacial interligado aos demais pilares do andar. Nota-se que só é possível que o mesmo flambe se todos os demais pilares também flambarem. De fato, um deslocamento de maior magnitude no topo de P3 somente ocorrerá se o conjunto estrutural também se deslocar. Percebe-se também que existe uma reciprocidade deste efeito estabilizante entre pilares, o que torna todo o conjunto mutuamente solidário.

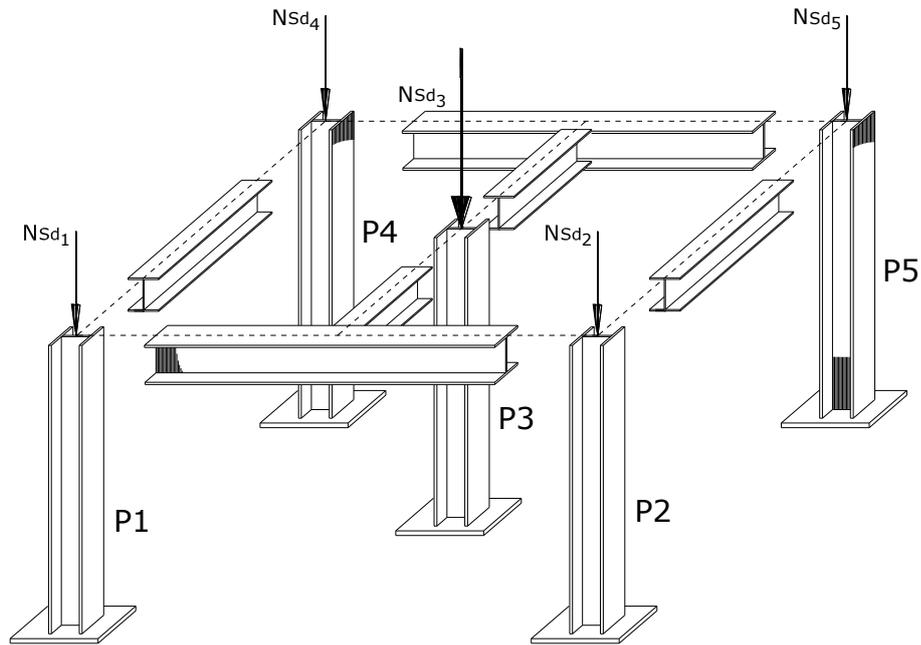


FIGURA 3.15– Pilar central estabilizado pelos pilares periféricos

É possível listar outras situações práticas em que o efeito de andar é claramente desenvolvido.

Apresenta-se um modelo simples em que é possível visualizar-se o efeito da resistência à flambagem do pavimento. Na Fig. 3.16, o *pilar-2* fornece ao sistema estrutural toda a resistência à flambagem lateral do pórtico. O *pilar-1* depende inteiramente do *pilar-2* para estabilizar-se. Desta forma, uma força cortante estabilizante atua neste pilar provindo de *pilar-2*. O *pilar-1*, que não possui rigidez lateral, é designado na literatura como “*leaning Column*” e entendido neste trabalho como “*pilar instável*” ou “*contraventado*”.

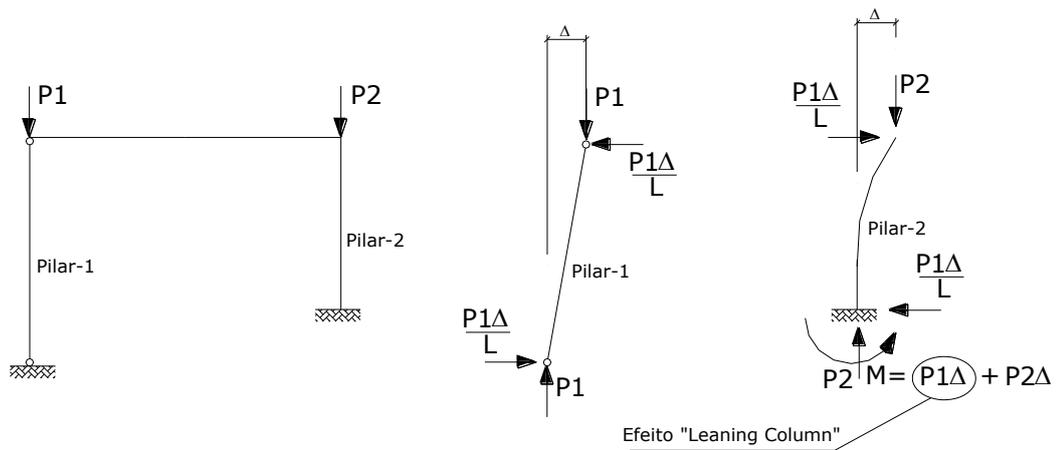


FIGURA 3.16 - Efeito do pilar birrotulado na estabilidade do pórtico deslocável

Tratando-se do dimensionamento estrutural de cada pilar separadamente utilizando-se da proposta do comprimento efetivo com o uso dos gráficos de pontos alinhados de pórticos deslocáveis, certamente tem-se, na grande maioria dos casos, um projeto seguro. Contudo, em muitas situações, o que se verifica na prática é uma concepção estrutural excessivamente conservadora. Para ilustrar a questão estabelecida será utilizado um exemplo simples com um portal plano que foi proposto por YURA (1971).

Efeito Estabilizante do Andar

Através de um modelo simples será demonstrado como pilares de um pavimento podem criar um efeito estabilizante entre si. Na Fig. 3.17 tem-se um pórtico plano deslocável com dois pilares formados de perfis compactos (não susceptíveis à flambagem local) e engastados na base e com uma viga transversal conectada a estes pilares por ligações rotuladas. Por hipótese, estes pilares são solicitados, individualmente, por suas cargas últimas de flambagem, que são apresentadas por valores de referência.

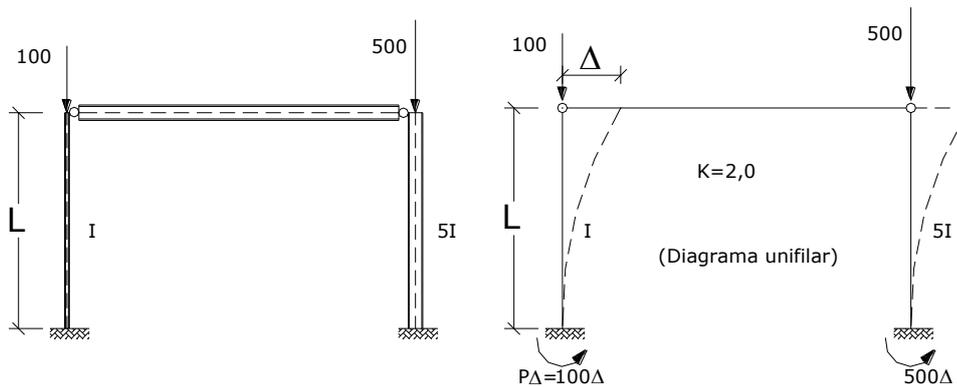


FIGURA 3.17 – Pórtico deslocável com carregamentos críticos

Para ambos os pilares o fator de comprimento efetivo K é tomado igual a 2,0 já que a ligação rotulada com a viga não propicia rigidez ao nó. Quando a flambagem do pórtico ocorre tem-se um momento fletor total nas bases de $600 \times \Delta = (100 \times \Delta + 500 \times \Delta)$. Já para a Fig. 3.18 apresenta este mesmo pórtico estando contraventado, tendo-se, portanto $K = 1,0$ para os dois pilares. Cada um desses passa, desta maneira, a suportar 4 vezes mais carga que aquelas verificadas para a situação deslocável.

$$\frac{Pcr_1}{Pcr_2} = \frac{\frac{\pi^2 EI}{L^2} \text{ (pórtico deslocável)}}{\frac{\pi^2 EI}{4L^2} \text{ (pórtico deslocável)}} = 4$$

Neste caso a máxima carga que o pilar da esquerda irá suportar é 400, independente do nível de carregamento do pilar mais rígido, pois nesse caso a flambagem ocorre sem o deslocamento lateral de seu topo e não faz sentido, portanto, considerar qualquer efeito estabilizante que o pilar mais rígido possa proporcionar ao pilar de menor rigidez. O pilar da esquerda passa a ter capacidade última igual a 2000 para este caso.

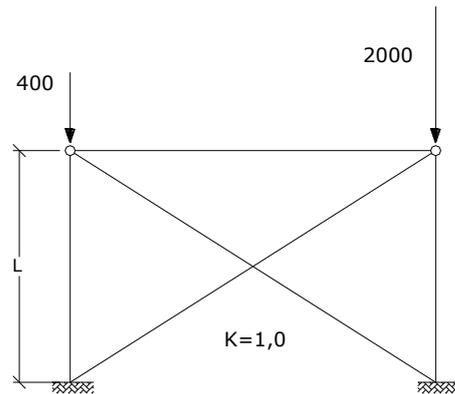


FIGURA 3.18 – Pórtico indeslocável com carregamentos críticos

Têm-se, para a análise em andamento, os máximos carregamentos permitidos para os dois pilares, tanto para a condição com possibilidade de deslocamento lateral do topo quanto para a condição de impossibilidade deste.

Retornando-se ao pórtico deslocável, se for aplicado ao pilar da direita (mais rígido) uma carga de 300, verifica-se no mesmo uma reserva de resistência de 200, que se reflete como uma capacidade de absorver um momento adicional de 200Δ de outra fonte qualquer, diferente do carregamento axial do seu eixo, conforme Fig. 3.19. Isso é possível uma vez que o pilar da direita não flamba lateralmente até que o momento em sua base atinja 500Δ .

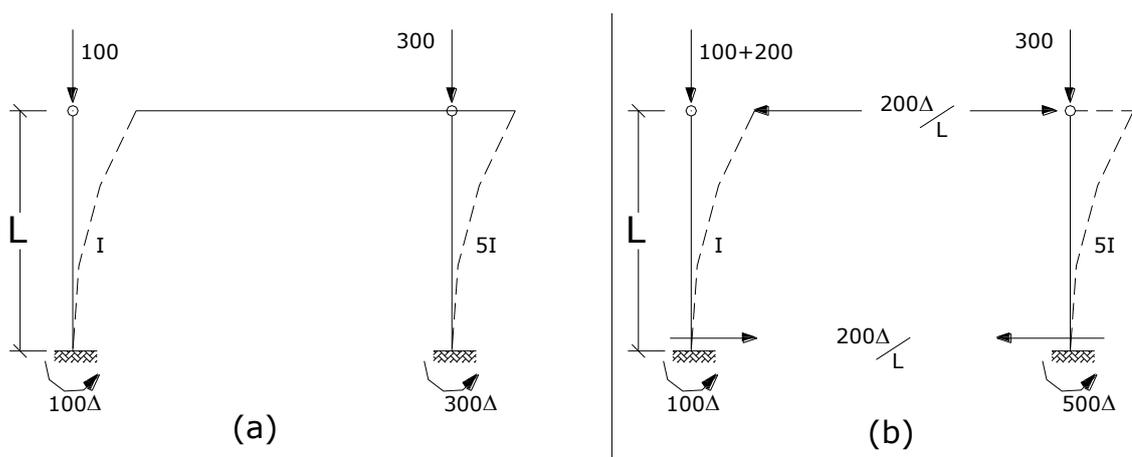


FIGURA 3.19 – Esquemas representativos da transferência de estabilidade entre pilares

Pode-se verificar, portanto, que para esta condição o pilar mais rígido possui uma reserva de resistência que pode ser devidamente utilizada para fornecer uma força de contraventamento lateral ao pilar da esquerda, inibindo assim que este flambear lateralmente, desde que essa força não supere $200\Delta/L$, conforme Fig. 3.19-b. Observa-se que até que este valor seja alcançado, o pilar de menor rigidez comporta-se como um pilar contraventado, incapaz de se deslocar lateralmente. Dessa forma, o fator de comprimento efetivo desse pilar pode ser considerado inferior a 2,0.

Em termos teóricos é possível acrescentar mais uma carga vertical de 200 à de 100 já atuante no pilar da esquerda sem prejuízo da condição de estabilidade do sistema, gerando assim 300Δ em sua base. Antes tinha-se 100 no pilar da esquerda e 500 no pilar da direita, respectivamente. Agora a nova distribuição de cargas apresenta 300 no pilar da direita e 300 no pilar da esquerda, como apresentado na Fig. 3.20. Em ambas as configurações, o somatório dos momentos nas bases dos pilares é de 600Δ .

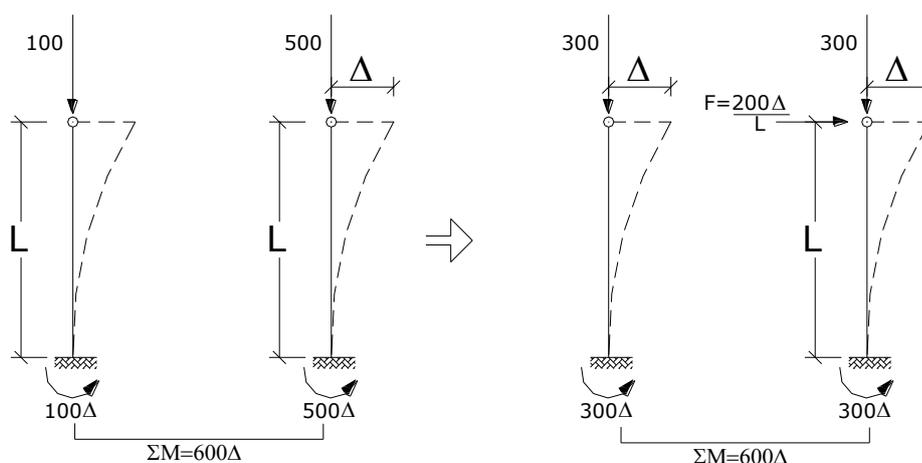


FIGURA 3.20 – Sistemas com mesma condição de momentos nas bases

A força F que surge a partir do efeito estabilizante do pilar de maior rigidez no pilar menos rígido e que é transferida pela viga que interliga estes pilares pode ter valor máximo igual a $200\Delta/L$, que gera um momento na base do pilar mais rígido equivalente a uma carga axial de 200 excêntrica de Δ em relação a esta base, como sugere a Fig. 3.21.

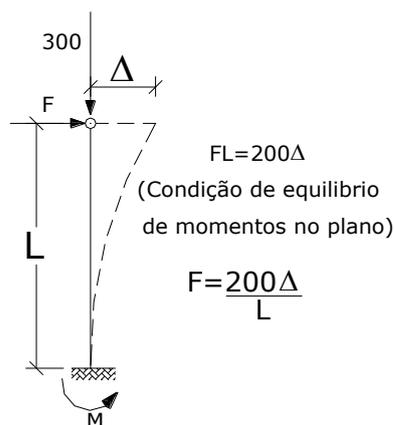


FIGURA 3.21-Máxima força lateral de contraventamento permitida

Observa-se que, como o valor de $\frac{\Delta}{L}$ tende a ser pequeno para estruturas usuais, a força cortante estabilizante que se desenvolve entre pilares de um pavimento é também um valor relativamente pequeno. Assim, constata-se que é necessária, em termos relativos, pouca carga horizontal aplicada ao topo de um pilar para que este seja contido contra a flambagem lateral.

Observa-se também que o momento fletor ao longo da altura do pilar mais rígido não é rigorosamente o mesmo para a condição em que uma força horizontal de contraventamento se desenvolve no topo do pilar e a condição em que um gradiente de carga vertical é aplicado no topo do pilar, conforme apresentado esquematicamente na Fig. 3.22:

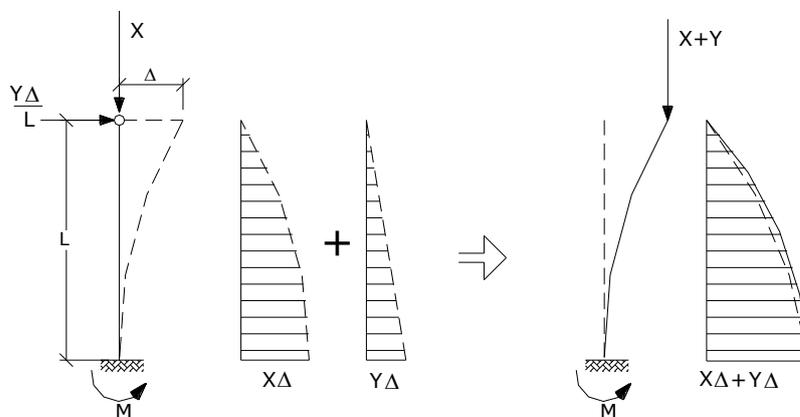


FIGURA 3.22-Gráfico de momento fletores para condições de carga propostas

Observe que no caso da consideração do Y como uma carga aplicada axialmente ao pilar, tem-se um diagrama de momento fletor cuja área é um pouco maior que aquela verificada considerando-se a aplicação da carga lateral $\frac{Y\Delta}{L}$.

De uma maneira geral, as cargas verticais totais atuantes em um pavimento e que produzem deslocamento lateral desse andar podem ser distribuídas entre os pilares de qualquer maneira, pois conforme constatado, a flambagem lateral de um pilar não ocorre até que a flambagem dos demais pilares ocorra. Para que todos os pilares flambem, por sua vez, é necessário que a resistência de cada pilar seja superada pelos carregamentos atuantes ou, de outra maneira, a soma das cargas verticais atuantes deve superar a soma das resistências individuais de cada pilar.

Portanto, somente se a condição acima for violada o andar flamba lateralmente e, enquanto isso não ocorre, o andar se mantém estável. Este exemplo corrobora com a afirmação de que há conservadorismo no método do fator de comprimento efetivo, que pressupõe que todos os pilares flambam simultaneamente.

Por fim, aplica-se agora uma nova distribuição de cargas ao pórtico deslocável, que em um primeiro momento é apresentada na Fig. 3.23.

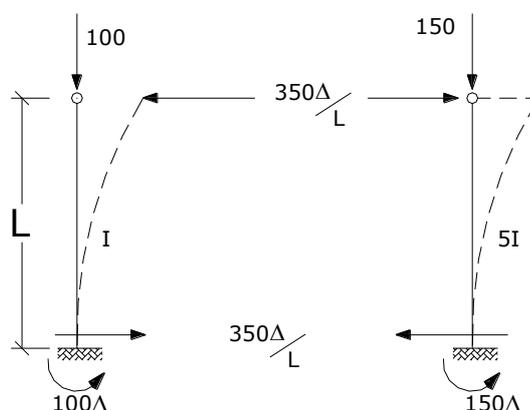


FIGURA 3.23-Pórtico deslocável sob condição de carregamento

Sob o carregamento de 150, o pilar de maior rigidez ainda consegue absorver 350Δ de momento na base, oriundo de outra forma de carregamento. Se, contudo, acrescentarmos 350 ao pilar da esquerda a carga atuante neste passa a ser maior que 400, que corresponde ao seu valor limite de resistência para a condição indeslocável. Como conseqüência teríamos o colapso do mesmo. Assim, é conclusivo que a máxima carga vertical a que um pilar pode ser submetido não deve ultrapassar a resistência deste ao se tomar $K = 1,0$, conforme Fig. 3.24.

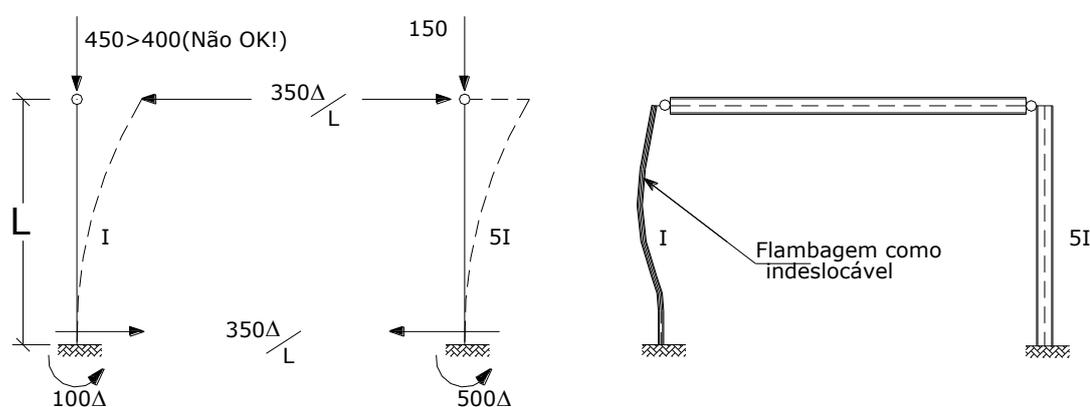


FIGURA 3.24-Pilar com modo de flambagem indeslocável

Desta forma, através do modelo simples de pórtico plano a natureza do comportamento de estruturas à flambagem do pavimento foi introduzida.

Constata-se a real condição que um sistema estrutural como um todo possui capacidade de transferir resistência à flambagem dos pilares de maior rigidez lateral para os de menor rigidez. Obviamente a solicitação de cálculo no elemento mais resistente não pode estar no limite de sua resistência para que esta capacidade de contraventamento se desenvolva.

Por fim, a consideração do fato do andar somente flambar como um todo pode conduzir à elaboração de projetos mais otimizados e econômicos, sem abrir mão da segurança estrutural, sendo necessária observância para que nenhum pilar tenha sua resistência em condição indeslocável superada. Na seqüência, uma eficiente formulação que leva em

consideração o efeito solidário existente entre pilares no tocante à resistência a flambagem do pavimento será abordada.

3.5.2 A Formulação do Método segundo LeMessurier

Conforme visto, uma desvantagem significativa na utilização direta dos ábacos para avaliação do comprimento efetivo de pilares pertencentes a pórticos está no fato dos mesmos não considerarem que pilares mais rígidos possam contraventar pilares menos rígidos.

Na década de 1970, YURA desenvolveu importantes trabalhos de pesquisa no sentido de identificar a interação entre os diversos pilares pertencentes a um pavimento. Sua proposta era a de que cada pavimento pertencente a um pórtico deslocável fosse considerado de maneira única para fins de análise da instabilidade lateral. Os trabalhos de YURA formaram a base dos estudos de LeMESSURIER (1977).

Pode-se afirmar que a essência da compreensão do comportamento do pavimento deriva, portanto, dos estudos de YURA e LeMESSURIER, cuja formulação, proposta em 1977, é expressa como,

$$K_{ni} = \sqrt{\frac{\pi^2 I_i}{N_{sdi}} \left[\frac{\sum N_{sd} + \sum (C_L N_{sd})}{\sum (\beta I)} \right]} \quad (3.36)$$

onde o índice i se refere ao i -ésimo pilar no andar e,

$\sum N_{sd}$ = soma das forças verticais de cálculo atuando no andar;

N_{sdi} = força no pilar i calculada com base em uma análise de 1ª ordem;

I_i = momento de inércia do pilar i ;

C_L = fator de correção da rigidez de um pilar para considerar o efeito $P-\delta$ sendo estabelecido por:

$$C_L = \left(\beta \frac{K^2}{\pi^2} - 1 \right) \quad (3.37)$$

K = fator de comprimento efetivo obtido nos gráficos de pontos alinhados.

β = coeficiente de restrição de extremidade de pilar definido como sendo:

$$\beta = \frac{6(G_A + G_B) + 36}{2(G_A + G_B) + G_A G_B + 3} \quad (3.38)$$

Alternativamente, uma forma simplificada da equação de LeMESSURIER pode ser estabelecida admitindo que (1) a soma das cargas verticais que causam a flambagem do andar é igual a soma das cargas de flambagem individuais daqueles pilares que fornecem resistência lateral ao pavimento, e (2) que as cargas de flambagem individuais dos pilares são iguais àsquelas determinadas usando-se os ábacos de pontos alinhados. Disso resulta a equação do fator K de flambagem de andar assim estabelecido:

$$K_{ni} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_i \sum P}{L_i^2 P_i \sum P_{ek}}} \quad (3.39)$$

onde P_{ek} é a carga de flambagem elástica dos pilares que contribuem para a estabilidade lateral da estrutura, $\frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$, baseado no valor de K obtido nos ábacos e $\sum P$ é a soma das cargas atuantes no andar.

Segundo CHEN e LUI (1991), a vantagem do método de LeMESSURIER é que este fornece um valor mais preciso de K quando o efeito $P-\Delta$ é significativo. Além disso, o método é aplicável a pórticos que possuam pilares rotulados em ambas as extremidades e que contribuem somente para a rigidez axial do pórtico, mas não para sua rigidez lateral (“leaning columns”).

Verifica-se, contudo, que a partir do instante que o método ainda requer a utilização do ábaco de pontos alinhados para o seu desenvolvimento, ainda sustenta em si suposições que frequentemente são violadas.

3.6 Comportamento Inelástico do Pilar

Admita-se que um pilar comporte-se elasticamente quando submetido a uma força de compressão P . Nessa condição, o colapso se verifica quando P converge para a carga crítica de Euler N_e .

Existem casos, contudo, em que o pilar não está condicionado ao comportamento puramente elástico. A resposta elástica do elemento estrutural normalmente se verifica para níveis de carregamento relativamente baixos, quando os deslocamentos laterais do pilar são igualmente menores. Quando os deslocamentos laterais ganham maior magnitude, em um dado instante, na seção em que o maior deslocamento é verificado, pode se iniciar o escoamento das fibras extremas. Rigorosamente falando, o desenvolvimento da plastificação do perfil se dá em uma zona, ou região ao longo do comprimento da peça.

A partir do instante em que o pilar inicia o processo de escoamento sua rigidez diminui. Assim, se for possível fazer um ajuste na rigidez do pilar capaz de captar este efeito, isso pode conduzir a resultados mais realistas quanto ao comportamento do mesmo.

Conforme LeMESSURIER (1997), é comum que pilares que se comportam inelasticamente sejam restringidos por vigas que ainda se encontram em regime elástico. Isso resulta em um ganho de capacidade de travamento dessas vigas em relação a esses pilares. Sendo maior a rigidez relativa do nó que conecta viga e pilar, há uma redução do comprimento efetivo desse pilar.

Contudo, se por esse aspecto haveria um ganho de resistência do pilar com a conseqüente diminuição de seu comprimento efetivo de flambagem, é importante

observar que há, simultaneamente, a redução da capacidade do pilar em função da diminuição de sua rigidez.

$$(EI) \text{ inelástico} < (EI) \text{ elástico}$$

Para levar-se em consideração a influência do comportamento inelástico no comprimento efetivo do pilar, o ANSI/AISC 360-05 apresenta o *fator de redução de rigidez inelástico* τ_a .

Quando a flambagem inelástica é considerada, assume-se, simplificadamente, que o escoamento se dá ao longo de todo o comprimento do pilar. Assim, o termo τ_a passa a multiplicar a carga crítica de flambagem:

$$N_{er} = \frac{\pi^2 \tau_a EI}{(KL)^2} \quad (3.40)$$

O termo τ_a representa a razão entre o módulo tangente E_t e o módulo de elasticidade E .

$$\tau_a = \frac{E_t}{E} \quad (3.41)$$

O ANSI/AISC 360-05 apresenta uma formulação para a obtenção de τ_a conforme a Eq. (3.42):

$$\tau_a = \begin{cases} 1,0 & \text{se } \frac{P_n}{P_y} \leq 0,39 \\ -2,724 \frac{P_n}{P_y} \ln\left(\frac{P_n}{P_y}\right) & \text{se } \frac{P_n}{P_y} > 0,39 \end{cases} \quad (3.42)$$

Onde P_n é a resistência nominal do perfil e P_y é a resistência ao escoamento do perfil. A determinação de τ_a é, em geral, um processo iterativo, uma vez que para a determinação de τ_a é necessário ter-se o valor de P_n . Por outro lado, τ_a está presente na formulação para obtenção de P_n .

Observa-se que as formulações previstas para τ_a são coerentes com as duas equações que definem a curva de resistência de barras comprimidas, tanto para a norma americana ANSI/AISC 360-05 quanto para a norma brasileira ABNT NBR 8800: 2008.

De fato, não há um fator de redução da rigidez dentro do escopo da norma brasileira. Contudo, como as equações componentes da curva de resistência presentes nesta forma são similares às da norma americana, é possível adaptar e utilizar a norma brasileira para averiguação da eficiência do τ_a em captar o comportamento inelástico do pilar.

Assim, empregando-se as formulações presentes na seção 5.3.3.1 da ABNT NBR 8800: 2008, a formulação da Eq. (3.42) poderia ser expressa conforme a Eq. (3.43) sem prejuízo dos resultados, onde, na norma brasileira, a resistência nominal à compressão passa a ser definida como N_k . Será mantido o termo τ_a conforme adotado pelo ANSI/AISC 360-05.

$$\tau_a = \begin{cases} 1,0 & \text{se } N_k/A_g \cdot f_y \leq 0,39 \\ -2,724 \frac{N_k}{A_g \cdot f_y} \ln\left(\frac{N_k}{A_g \cdot f_y}\right) & \text{se } N_k/A_g \cdot f_y > 0,39 \end{cases} \quad (3.43)$$

Verifica-se que o procedimento iterativo é demasiadamente trabalhoso para fins de prática de projeto. Em 1973, DISQUE apresentou um método não-iterativo que frequentemente conduz a resultados conservadores para a obtenção de comprimentos efetivos inelásticos.

Para a determinação do comprimento efetivo inelástico, frequentemente opta-se por calcular o τ_a de maneira aproximada, calculando-se o termo $\hat{\tau}_a$, definido como *fator de redução de rigidez inelástico aproximado*, que se obtém substituindo-se convenientemente na expressão Eq. (3.43) a carga nominal resistente pela carga última solicitante. Dessa forma, fica:

$$\hat{\tau}_a = \begin{cases} 1,0 & \text{se } N_{c,Sd}/A_g f_y \leq 0,35 \\ -3,00 \frac{N_{c,Sd}}{A_g f_y} \ln\left(\frac{1,10 \times N_{c,Sd}}{A_g f_y}\right) & \text{se } N_{c,Sd}/A_g f_y > 0,35 \end{cases} \quad (3.44)$$

É importante reiterar que não existem essas expressões na ANBT NBR 8800: 2008, as quais foram geradas a partir da adaptação das equações da norma brasileira à formulação do ANSI/AISC 360-05.

O comportamento inelástico pode ser incorporado a qualquer método de obtenção de comprimento efetivo, inclusive em situações em que se leva em consideração a flambagem de andar.

Para o procedimento de obtenção do comprimento efetivo via ábaco de pontos alinhados, é necessário definir os fatores G_A e G_B que são as rigidezes relativas entre pilares e vigas no topo e na base do pilar em análise, em regime elástico.

Ao multiplicarmos a rigidez EI do pilar por $\hat{\tau}_a$, introduzimos de maneira aproximada a inelasticidade desse pilar nos cálculos.

Genericamente, tem-se:

$$G = \frac{\sum \frac{\hat{\tau}_a EI_p}{L_p}}{\sum \frac{EI_v}{L_v}} \quad (3.45)$$

Em muitos casos práticos a consideração dos efeitos da inelasticidade tem se mostrado relevante para a obtenção de resultados mais realistas e consistentes, notadamente para a condição de peças submetidas a elevadas tensões de compressão.

CAPÍTULO

4

FORÇAS NOCIONAIS

4.1 Considerações Iniciais

O procedimento de avaliação da estabilidade aplicando-se à estrutura uma força lateral fictícia, chamada de força nocional, associada a uma análise de 2ª ordem passou a ser adotado pela ANBT NBR8800 em sua versão de 2008. O objetivo deste capítulo é estabelecer as bases necessárias ao entendimento do conceito da força nocional em análise de 2ª ordem. Busca-se também averiguar a capacidade do procedimento de refletir de forma realista o comportamento de uma estrutura. Finalmente, será avaliada a eficiência do método para fins de dimensionamento estrutural.

Para o desenvolvimento deste capítulo os trabalhos de KANCHANALAI (1977), CHEN *et al.* (1996) e do ASCE (1997) serão revisitados, sendo apresentados os resultados e conclusões obtidas com suas pesquisas.

Apresentou-se no *Capítulo 3* deste trabalho aspectos gerais relacionados ao método do fator de comprimento efetivo para análise e dimensionamento de pórticos. Conforme constatado, em várias situações práticas as hipóteses básicas consideradas quando da formulação do método dos ábacos de pontos alinhados são violadas, levando, na maioria dos casos, a resultados de dimensionamento conservadores.

Tendo em vista as recentes tendências de eliminação do comprimento efetivo dos pilares em diversas normas técnicas como a canadense CAN/CSA-S16, 1-M89, a australiana AS4100:1990, o ANSI/AISC 360-05 e mesmo a ABNT NBR 8800,

pesquisas têm sido realizadas no sentido de investigar a precisão dos resultados obtidos no dimensionamento através da utilização das equações de interação viga-pilar, com e sem a utilização do conceito de fator de comprimento efetivo.

Os estudos de LIEW *et al.* (1993-a,b) concluíram que o procedimento do fator do comprimento efetivo para análise e projeto de pórticos, quando os pilares estão na fase elástica, representa uma ferramenta consideravelmente eficiente.

Verificou-se também que para estruturas isostáticas em que a resistência limite do pórtico é governada pela falha da pilar mais crítico, a análise em regime elástico associada ao dimensionamento baseado no conceito de comprimento efetivo gera resultados satisfatórios.

No entanto, para estruturas hiperestáticas em que se verifica uma redistribuição de esforços entre elementos construtivos após certo nível de ações ser atingido, constatou-se que a análise elástica não representa o real comportamento da estrutura. Desta forma, problemas de precisão de resultados foram verificados quando o método do comprimento efetivo é aplicado a pórticos que não se encontram em regime elástico.

A busca de um procedimento que forneça resultados mais precisos em que se verifique a continuidade do método do comprimento efetivo sem a perda de sua simplicidade operacional tem se mostrado bastante complicada e trabalhosa.

Uma análise de zona plástica que inclua espalhamento da plasticidade, tensões residuais, imperfeições geométricas iniciais, além de outros efeitos comportamentais relevantes, certamente eliminaria a necessidade da verificação da capacidade de cada elemento individualmente.

Contudo, apesar da eficiência do método, geralmente classificado de análise avançada inelástica, o nível de esforço e complexidade associados o torna praticamente inviável para fins de projeto, mesmo com recursos computacionais avançados.

Neste capítulo será apresentada a metodologia originalmente estabelecida para determinação do fator de força nocional lateral ξ e a precisão desse método será verificada através da comparação dos resultados com outros procedimentos de cálculo. É a partir do fator ξ que se obtém a força nocional lateral.

4.2 Considerações sobre as Imperfeições Iniciais para Projetos de Pórticos

4.2.1. Tolerâncias de Montagem

Em função dos conceitos que serão abordados, torna-se adequado a apresentação de valores de imperfeição de montagem, devendo ser mensurada através da razão Δ_0/h , onde Δ_0 é o deslocamento relativo do pavimento de altura h . Para as normas ANSI/AISC 360-05 e ABNT NBR 8800 tem-se:

$$\text{AISC LRFD (2005)} \Rightarrow \frac{\Delta_0}{h} = 0,002;$$

$$\text{ABNT NBR8800 (2008)} \Rightarrow \frac{\Delta_0}{h} = 0,002.$$

4.2.2. Formulação da EN 1993-1-1: 2005

Uma modelagem explícita de imperfeições iniciais devido à falta de prumacidade é apresentada na EN 1993-1-1: 2005, conforme Fig 4.1

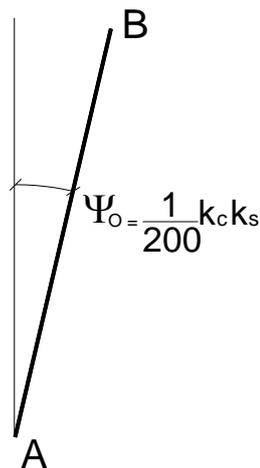


FIGURA 4.1-Modelagem explícita de falta de prumacidade-.EN 1993-1-1: 2005

Definindo-se:

$$\psi_0 = \frac{1}{200} k_c k_s \quad (4.1)$$

$$k_c = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{n_c}} \leq 1,0 \quad (4.2)$$

$$k_s = \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{n_s}} \leq 1,0 \quad (4.3)$$

onde n_c é o número de pilares por plano e n_s é o número de andares.

Neste caso, determina-se que esta imperfeição lateral inicial seja aplicada através de uma modelagem explícita em todas as direções horizontais, sendo necessário ser considerada apenas uma direção por vez.

Pilares que suportam cargas verticais inferiores a 50% do valor médio da força vertical atuante nos pilares no plano considerado não devem ser incluídos em “ n_c ” quando do cálculo da imperfeição lateral. Além disso, pilares que não se estendem através de todos os andares considerados em “ n_s ” não devem ser incluídos em “ n_c ”. Os níveis de andar e a cobertura que não conectam todos os pilares incluídos em “ n_c ” não são incluídos na

determinação de “ n_s ”. Estabelece-se, também, que possíveis efeitos da torção na estrutura, cujos deslocamentos laterais são antissimétricos, em uma ou nas duas faces opostas, devem ser considerados.

Observa-se que tomando os fatores k_c e k_s iguais a 1,0 na Eq. (4.1), tem-se $\psi_0 = 1/200 = 0,005$, sendo este valor superior à tolerância de montagem.

Por fim, nas prescrições da EN 1993-1-1: 2005, se o pilar está carregado axialmente por uma força inferior a $0,25\pi^2 EI/L^2$, dispensa-se uma modelagem da falta de retilineidade inicial no mesmo.

É possível notar que o processo de modelagem explícita de desaprumos pode representar um procedimento relativamente trabalhoso para fins de projeto.

4.3 O Conceito de Força Nocional

A força nocional corresponde a uma carga fictícia equivalente definida como uma fração do somatório das cargas verticais de cálculo atuando no pavimento, aplicada horizontalmente no topo deste pavimento. No método, define-se o fator de força nocional ξ a ser multiplicado pelo somatório destas cargas verticais de cálculo, gerando a força nocional.

Este procedimento surge em substituição àquele de modelagem explícita das imperfeições iniciais dos pilares do andar, anteriormente apresentado, e que se configurou como de difícil aplicabilidade na prática de projeto. Como será constatado, o método demanda que a análise da estrutura seja desenvolvida em teoria de 2ª ordem. A Fig. 4.3 apresenta esquematicamente a aplicação da força nocional à estrutura.

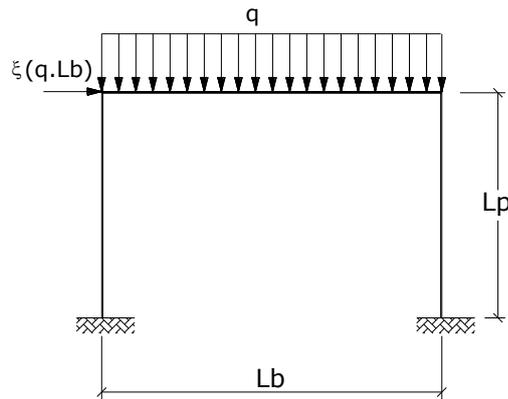


FIGURA 4.3 - Modelo esquemático de aplicação da força nocional

Ao se aplicar as forças nocionais à estrutura, uma parte da capacidade resistente do pórtico fica mobilizada pelo incremento de momento que surge devido a esta força fictícia. Este momento adicional é somado aos momentos que porventura já solicitem a estrutura neste plano, conforme indica a Fig. 4.4.

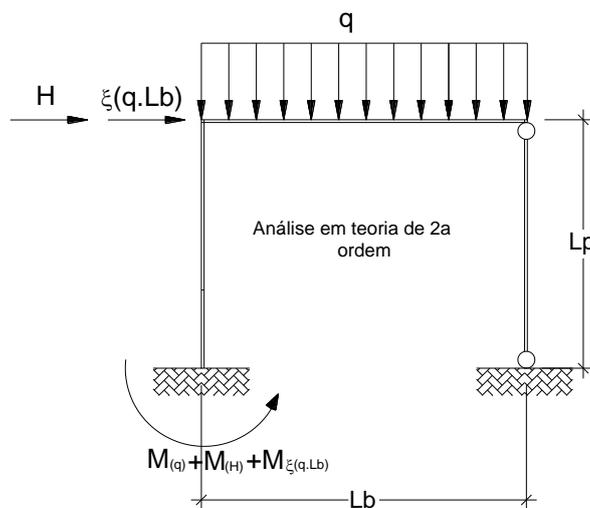


FIGURA 4.4-Incremento de momento devido à força nocional

Assim, ainda que originalmente o sistema seja isento de momentos externos devidos a carregamentos reais, na análise em 2ª ordem com força nocional os pilares sempre estarão submetidos a uma solicitação combinada de flexo-compressão. Desta forma, a força nocional lateral busca, de maneira eficiente, considerar imperfeições geométricas e distribuição de plasticidade sem a necessidade de alteração física do modelo

geométrico da estrutura. É relevante observar que a força nocional corresponde a uma parcela das cargas verticais de cálculo que atuam exclusivamente no andar em análise.

O objetivo é determinar o valor de carga lateral e ser aplicada à estrutura de forma a obter resultados satisfatórios para fins de dimensionamento, utilizando-se uma metodologia para a análise de 2ª ordem.

4.3.1. O Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES)

Conforme estabelecido, o método de avaliação da estabilidade e resistência de uma estrutura via aplicação de uma força lateral nocional demanda a realização de uma análise de 2ª ordem. Dentre os vários métodos de análise já reconhecidos, a ABNT NBR 8800: 2008 apresenta em seu ANEXO D o chamado “*Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes*” (MAES), sendo este uma análise elástica aproximada de 2ª ordem, levando-se em conta os efeitos global $P-\Delta$ e local $P-\delta$.

Na aplicação do método, a estrutura sob análise na combinação de ações em estudo é desmembrada em duas outras estruturas. Uma das estruturas estará submetida ao carregamento total, estando seus nós impedidos de se deslocar lateralmente através do artifício de se considerar nesses nós a presença de contenções horizontais fictícias em cada pavimento. Essa estrutura é definida como *nt* (“no translation”).

A outra estrutura é conforme a original, estando submetida somente ao efeito das reações das contenções fictícias, porém aplicadas no sentido contrário, nos mesmos nós onde anteriormente (na estrutura *nt*) essas contenções foram dispostas. Essa estrutura é definida com *lt* (“lateral translation”). A Fig. 4.5 apresenta esquematicamente as estruturas definidas:

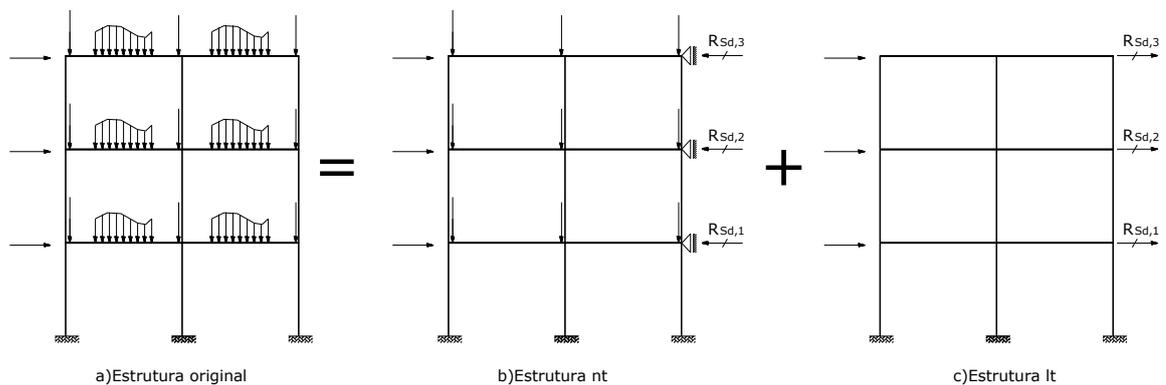


FIGURA 4.5 - Modelo para análise através do MAES

Para cada pavimento integrante da estrutura, pode-se estabelecer que o momento fletor e a força axial que solicitam um dado elemento estrutural são, respectivamente:

$$M_{sd} = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (4.8)$$

$$N_{sd} = N_{nt} + B_2 N_{lt} \quad (4.9)$$

sendo M_{sd} e N_{sd} valores de cálculo.

Os valores de momento fletor e força axial M_{nt} e N_{nt} são obtidos via análise de primeira ordem nas estruturas “nt”, ao passo que os valores de momento fletor e força axial M_{lt} e N_{lt} são apurados em teoria de 1ª ordem na estrutura “lt”. Dentro desse contexto, estabelece-se o coeficiente B_1 conforme abaixo, se o esforço for de compressão:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{N_{sd1}}{N_e}} \geq 1,0 \quad (4.10)$$

N_{sd1} é a força de compressão última no pilar em consideração, em análise de 1ª ordem ($N_{sd1} = N_{nt} + N_{lt}$);

N_e é força crítica de Euler no plano de atuação do momento fletor, calculada com o comprimento real do pilar ($N_e = \pi^2 EI / L^2$);

C_m é o coeficiente de equivalência de momentos, que pode ser obtido conforme a Eq. (4.11) quando não houver forças transversais entre as extremidades da barra:

$$C_m = 0,60 - 0,40 \frac{M_1}{M_2} \quad (4.11)$$

Sendo M_1/M_2 a relação entre o menor e o maior dos momentos fletores de cálculo que solicitam a estrutura definida como nt no plano de flexão em estudo. Estes momentos são tomados nas extremidades apoiadas do pilar. Quando esses momentos provocarem curvatura simples essa razão será negativa e quando provarem curvatura reversa será positiva ($M_1 = M_{nt1}$ e $M_2 = M_{nt2}$).

Se, por outro lado, houver forças transversais entre as extremidades do pilar, o valor de C_m deverá ser tomado igual a 1,0.

Se houver tração no pilar, deve-se considerar $B_1 = 1,0$.

Define-se B_2 conforme a Eq. (4.12):

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_s} \frac{\Delta_h}{h} \sum N_{sd}} \quad (4.12)$$

sendo

$\sum N_{sd}$ a carga gravitacional última total que atua no pavimento em estudo;

Δ_h é o deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior, também conhecido como deslocamento interpavimento, relativo ao pavimento que contém o elemento sob análise. Δ_h é o resultado de deslocamento obtido na análise de primeira ordem, que tanto pode ter sido realizada na estrutura original quanto na estrutura lt .

$\sum H_{sd}$ corresponde à força cortante que age no andar e que é devida às forças horizontais de cálculo atuantes. Essa força é utilizada para determinar o valor de Δ_h na estrutura lt (ou na estrutura original).

R_s corresponde a um coeficiente de ajuste igual a 0,85 para estruturas onde as subestruturas de contraventamento são pórticos rígidos. Para as demais estruturas considera-se R_s igual a 1,0.

Para a força cortante de cálculo, as influências dos efeitos da não-linearidade geométrica são ínfimas. Dessa forma, seu valor pode ser tomado igual ao obtido na análise elástica de 1ª ordem na estrutura original ou, alternativamente, conforme abaixo:

$$V_{sd} = V_{nt} + V_{lt} \quad (4.13)$$

A formulação do MAES gera respostas para efeitos de segunda ordem através de análises puramente lineares. Acerca deste método, verifica-se:

- 1) O coeficiente B_1 busca simular o efeito local de segunda ordem, também conhecido como efeito $P-\delta$. Esse efeito irá incidir sobre o momento fletor atuante no pilar, amplificando-o em relação àquele obtido em primeira ordem, se este pilar estiver comprimido. A relevância desse efeito no sentido da amplificação do momento dependerá basicamente do valor do deslocamento δ , que, por sua vez, será diretamente influenciado pelo diagrama de momento fletor, pela força axial atuante e, evidentemente, pela rigidez da barra.
- 2) O coeficiente B_2 busca captar o efeito global $P-\Delta$ em todos os andares. Esse efeito tem influência tanto nos valores de momento fletor quanto de força de compressão. Cada andar possui um valor de B_2 específico. A magnitude desse efeito está associada aos níveis de deslocamentos laterais da estrutura e aos níveis de cargas verticais a que os pavimentos estão submetidos.

Se a estrutura tiver contenções que impeçam seu deslocamento lateral, torna-se suficiente a realização de uma análise de 1ª ordem da estrutural original, aplicando-se B_1 aos momentos fletores presentes nos pilares, considerando-se assim o efeito local $P-\delta$.

4.3.2. Exemplo Ilustrativo

O conceito básico do procedimento da força nocional é ilustrado ao se estudar o pilar em balanço da Fig. 4.6. O objetivo deste estudo é obter um valor prático para a força nocional horizontal a ser aplicada no topo do pilar em balanço, ao se calibrar os resultados obtidos da análise plástica em teoria de 2ª ordem com os resultados obtidos da equação de interação da ABNT NBR8800: 2008.

Este exemplo é adaptado de CHEN *et al.* (1996), utilizando-se o perfil W200x46,1, com $A=58,6 \text{ cm}^2$, $I_x=4.543 \text{ cm}^4$, $W_x=447,6 \text{ cm}^3$, $r_x=8,81 \text{ cm}$, $Z_x=495,3 \text{ cm}^3$, $I_y=1.535 \text{ cm}^4$, $W_y=151,2 \text{ cm}^3$, $r_y=5,12 \text{ cm}$ e $Z_y=229,5 \text{ cm}^3$.

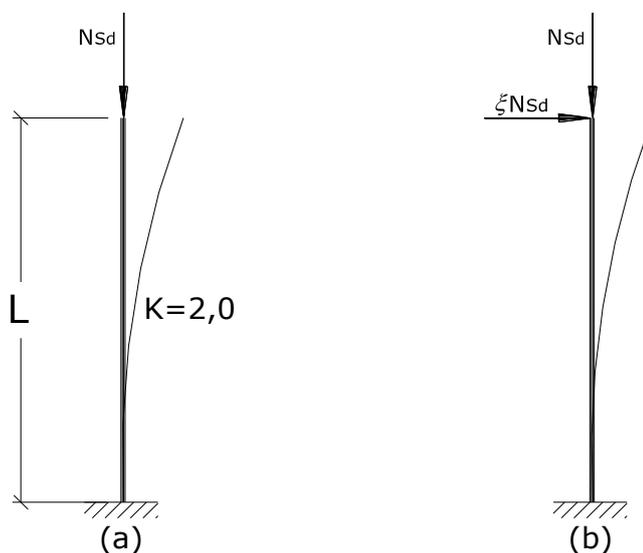


FIGURA 4.6-Pilar em balanço para calibração do fator de força nocional ξ .

Como premissa básica para o desenvolvimento dos cálculos, estabelece-se como satisfatórios os resultados de dimensionamento pelo método do comprimento efetivo aplicado às equações de interação. Se estabelecermos que os resultados de

dimensionamento via método da força nocial tem que ser exatamente os mesmos daqueles obtidos pelo método do comprimento efetivo, igualando-se estes resultados é possível estabelecer-se um valor para o fator ξ , que multiplicado pelo carregamento vertical total de cálculo gera a força nocial.

Conforme a ABNT NBR 8800:2008 em sua seção 5.3.2, a força normal resistente característica, $N_{c,Rd}$, para perfil compacto, associada ao estado limite de instabilidade por flexão deve ser determinada pela expressão:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (4.14)$$

Com o fator de redução associado à resistência à compressão, χ , definido por:

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} \quad \text{se } 0 \leq \lambda_0 \leq 1,5 \quad (4.15)$$

sendo este o trecho onde a flambagem ocorre inelasticamente.

Define-se também o índice de esbeltez reduzido, λ_0 , conforme a Eq. (4.16):

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} \quad (4.16)$$

que pode ser expresso também da seguinte forma:

$$\lambda_0 = \frac{KL}{\pi r} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (4.17)$$

A parcela $A_g f_y$ corresponde à resistência N_y de escoamento da seção transversal e o termo Q é o fator de redução total associado à flambagem local que, neste caso, é igual a 1,0.

Para a apuração da resistência do pilar em balanço com o emprego das curvas de interação através do método do comprimento efetivo considera-se $K=2,0$:

$$\lambda_0^2 = \left(\frac{2L}{r\pi} \right)^2 \left(\frac{f_y}{E} \right) \quad (4.18)$$

Como os cálculos de resistência envolvem solicitações combinadas, conforme estabelecido pela ABNT NBR8800:2008 em sua seção 5.5.1.2, para a atuação simultânea da força axial e de momentos fletores deve ser obedecida a limitação fornecida pelas seguintes expressões de interação, considerando-se as ações de cálculo:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0 \quad \text{para} \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,20 \quad (4.19)$$

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0 \quad \text{para} \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \leq 0,20 \quad (4.20)$$

Será admitida neste exemplo a consideração de que o pilar irá falhar somente por flambagem inelástica para a gama de esbeltezes que serão analisadas e, portanto, N_{Sd} será determinado empregando-se χ conforme a Eq. (4.15). Também se admite neste exemplo a consideração de que $\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,20$, o que implica na utilização da Eq. (4.19).

Uma força lateral nocional ξN_{Sd} é aplicada no topo do pilar, conforme apresentado na Fig. 4.6-b, sendo o valor de ξ correspondente à razão entre a força lateral nocional e a carga vertical total no pilar.

No presente estudo, o máximo momento fletor na base do pilar, considerando-se os efeitos de 2ª ordem, será determinado utilizando-se o coeficiente B_2 , definido no anexo D da ANBT NBR 8800:2008. Dessa forma, o máximo momento fletor de 2ª ordem fica:

$$M_{máx} = B_2 M \quad (4.21)$$

O momento de 1ª ordem gerado pela força nocional na base da pilar vale $M = \xi N_{sd} L$.

Conforme já apresentado, o coeficiente B_2 é dado por:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_S} \frac{\Delta_h}{h} \frac{\sum N_{sd}}{\sum H_{sd}}} \quad (4.22)$$

onde:

$\sum N_{sd}$ é a carga gravitacional última total que atua no andar. Para o exemplo, esse valor corresponde a N_{sd} ;

Δh é igual ao valor do deslocamento do topo do pilar em teoria de primeira ordem;

$\sum H_{sd}$ representa a força nocional ξN_{sd} ;

R_S é, neste caso, igual 0,85.

O deslocamento lateral da extremidade livre do pilar em balanço, de comprimento L , sob ação da força lateral ξN_{sd} vale:

$$\Delta_h = \frac{\xi N_{sd} L^3}{3EI} \quad (4.23)$$

Dessa forma, levando na Eq. (4.22), fica:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\xi N_{sd} L^3}{3EI} \frac{1}{L} \frac{N_{sd}}{\xi N_{sd}}} = \frac{1}{1 - \frac{N_{sd} L^2}{3EI}} \quad (4.24)$$

O máximo momento de 2ª ordem vale:

$$M_{\max} = \frac{1}{1 - \frac{N_{sd}L^2}{3EI}} \times \xi N_{sd}L \quad (4.25)$$

A resistência limite do sistema é atingida quando as ações de 2ª ordem atingem a resistência plástica da seção transversal da base engastada. Aplicando-se a Eq. (4.19), a ação simultânea de compressão e momento de 2ª ordem irá gerar uma rótula plástica na base do pilar quando a seguinte condição for estabelecida:

$$\frac{N_{sd}}{P_y} + \frac{8}{9} \times \frac{\left(\xi N_{sd}L \times \left[\frac{1}{1 - \frac{N_{sd}L^2}{3EI}} \right] \right)}{M_p} = 1,0 \quad \text{para} \quad \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} \geq 0,20 \quad (4.26)$$

onde $P_y = A \cdot f_y$ e $M_p = Z \cdot f_y$.

Arranjando-se a Eq. (4.26) é possível obter o fator ξ , conforme a equação:

$$\xi = \frac{9}{8} \left(1 - \frac{N_{sd}}{P_y} \right) \frac{M_p}{N_{sd}} \times \left(1 - \frac{N_{sd}L^2}{3EI} \right) = \frac{9}{8} \left(1 - \frac{N_{sd}}{A_g \cdot f_y} \right) \frac{Z_x \cdot f_y}{N_{sd}} \times \left(1 - \frac{N_{sd}L^2}{3EI} \right) \quad (4.27)$$

Os estudos originalmente desenvolvidos indicaram que o resultado de “ ξ ” obtido comparativamente a outros resultados associados a diferentes perfis tiveram uma dispersão abaixo de 5%, para a flexão em torno do eixo de maior inércia. Para o eixo de menor inércia a dispersão nos resultados foi relativamente elevada. A análise comparativa entre valores obtidos para “ ξ ” confrontando-se os resultados com os de outros perfis indicou uma variação de até 25% na previsão de ξ .

O perfil W200 x 46,1 foi usado para o cálculo do parâmetro ξ , que é obtido ao se formar uma rótula plástica na base do pilar para uma carga atuante igual a capacidade axial

nominal do pilar (N_{Rk}), dada pelas Eq. (4.14) e Eq. (4.15), quando se adota $Q = 1,0$ e $\gamma_{aI}=1,0$. O pilar em balanço é fletido segundo o eixo de maior inércia. Os resultados são mostrados na Tab. 4.1 para L_x/r_x variando de 10 a 60.

TABELA 4.1-Resultados de calibração de ξ para um pilar em balanço

L/r	KL/r (K=2)	λ_0	P _{cr} /P _y	N _k /P _y	B ₂	ξ necessário para obter a resistencia conforme NBR8800	Resistencia prevista(N _c ,n/P _y) com $\xi = 0,005$ em 2a ordem(B)	Relação (8)/(5)	Resistencia prevista com $\xi = 0,005$ em 1a ordem	Relação (10)/(5)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
10	20	0,222	20,358	0,980	1,041	0,0022	0,954	0,97	0,96	0,98
20	40	0,443	5,090	0,921	1,175	0,0039	0,902	0,98	0,92	0,99
40	80	0,886	1,272	0,720	1,870	0,0051	0,743	1,03	0,84	1,17
60	120	1,329	0,566	0,477	3,272	0,0036	0,524	1,10	0,78	1,64

Nas colunas 2 e 3 da Tab. 4.1 utilizou-se o fator $K=2,0$ para o cálculo do índice esbeltez e do parâmetro de esbeltez reduzido, respectivamente. A coluna 5 mostra resistência nominal do pilar, na forma normalizada, conforme a ABNT NBR 8800/08, utilizando-se também o fator $K=2,0$, cujos resultados foram conforme o esperado.

O fator B_2 na coluna 6 representa o fator de amplificação do momento da norma brasileira calculado com base na Eq. (4.24). Esses resultados indicam que os efeitos de 2ª ordem tornam-se maiores quando a altura do pilar em balanço aumenta de $L_x/r_x = 10$ a 60.

A coluna 7 representa o resultado da Eq. (4.27), ou seja, o valor de ξ necessário para obter a resistência conforme a ABNT NBR 8800, onde se observou que o parâmetro ξ não apresenta um valor constante. Para facilitar o procedimento de cálculo uma expressão simplificada para ξ demonstrou ser necessária.

Assim, considerou-se uma imperfeição geométrica inicial de desaprumo igual à $L/200$, onde L é a altura do pilar, consistente com a EN 1993-1-1: 2005. Nesse caso, o pilar está submetido a uma força axial de compressão N_{sd} que gera um momento de 2ª ordem na base de $N_{sd} \times L/200 = 0,005N_{sd}L$. Aplicando-se no topo do pilar, indeformado, uma força lateral de $0,005 \times N_{sd}L$, tem-se um momento na base de

$N_{sd} \times L/200$, que é exatamente o mesmo valor obtido anteriormente para o pilar em desaprumo. Em termos percentuais, este momento pode ser expresso como $0,5\%(N_{sd}L)$. Desta forma, a coluna 8 corresponde à resistência do pilar, também normalizada, via procedimento da força nocional considerando os efeitos de 2ª ordem através do coeficiente B_2 . O comprimento efetivo do pilar é tomado igual ao seu comprimento real ($K=1,0$) e ξ vale 0,005.

A coluna 9 apresenta a razão 8/5, que permite comparar a resistência via força nocional com $\xi=0,005$ e $K=1,0$ com a resistência da ABNT NBR8800 que utiliza $K=2,0$. É interessante observar que o erro nas previsões dos dois procedimentos é inferior a 10% para pilares em balanço com L_x/r_x variando de 10 a 60. Erros mais elevados estão associados às maiores esbeltezes. Portanto, um parâmetro de projeto de $\xi=0,005$ é então proposto.

Finalmente, a coluna 11 indica que somente para pilares muito curtos, onde os efeitos de 2ª ordem são pouco significativos, os resultados de resistência via procedimento de força nocional utilizando-se uma análise em teoria de 1ª ordem poderiam ser validados. Contudo, para esbeltezes maiores os resultados são notoriamente desfavoráveis à segurança.

Em KANCHANALAI (1977) e CHEN *et al.* (1996), vários pórticos simples de um andar e um vão, com e sem “leaning columns” e pórticos de andares múltiplos foram analisados pelo método proposto da força nocional. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados obtidos de uma análise inelástica avançada considerando a plasticidade distribuída. Os resultados indicaram que a utilização de $\xi=0,005$ também foram adequados quando se considerou a flexão em torno do eixo de maior inércia e se mostraram conservadores para a análise em torno do eixo de menor inércia.

4.4 Carga Nocional Modificada

Conforme o ASCE (1997), permite-se fazer ajustes no parâmetro de força nocional ξ igual a 0,005 devido à influência das características geométricas, de materiais, de rigidez lateral de conjunto estrutural, dentre outros. Foi constatado, por exemplo, que o efeito do número de pilares no plano e o número de pavimentos da estrutura podem gerar uma redução do fator de força nocional. O fator ξ igual à 0,005 será redefinido como ξ_0 , valor “básico” do fator de força nocional.

$$\xi = \xi_0 = 0,005 \quad (4.28)$$

O procedimento de refinamento do método se baseia na multiplicação do fator de força nocional básico, ξ_0 , pelos fatores de ajuste, o que tende a resultar em dimensionamento mais otimizado. Verifica-se que a obtenção de alguns fatores de ajuste é simples e direta, ao passo que outros demandam maior esforço matemático.

Inicialmente, constatou-se que o módulo de elasticidade do aço assim como o valor de sua tensão de escoamento têm influência direta no fator de força nocional básico ξ_0 . Considerando-se que o módulo de elasticidade dos diferentes tipos de aço pode ser tomado com um valor único, a influência no valor de ξ_0 poderá ser associada, simplificada, somente à tensão de escoamento f_y .

Define-se assim o termo *fator de força nocional modificado* ξ_M cuja expressão é:

$$\xi = \xi_M = \xi_0 \eta_y \quad (4.29)$$

sendo

$$\eta_y = 22 \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (4.30)$$

A obtenção do fator ξ_M é, pois, simples e direta.

4.5 Carga Nocial Refinada

A fim de obterem-se resultados ainda mais precisos para o parâmetro de força nocial, é possível estabelecer um refinamento na metodologia da Carga Nocial modificada. É importante salientar que, em muitos casos práticos, os resultados obtidos via procedimento “básico” ou “modificado” é capaz de gerar resultados bastante satisfatórios. Há situações, contudo, em que os resultados obtidos serão consideravelmente conservadores.

Em Edifícios de múltiplos andares submetidos a cargas verticais elevadas, especialmente se esses andares forem de altura mediana, tem-se esta condição. De uma maneira geral, a utilização do procedimento refinado é particularmente vantajosa em pórticos de edifícios de múltiplos andares.

Com base nestas constatações, definem-se dois fatores de ajuste, sendo um associado ao nível de restrição das extremidades do pilar (η_s) e o outro ao comprimento real desse pilar (η_λ).

Outro fator que influencia no valor da força nocial se refere à quantidade de tramos (ou vãos) da estrutura. De fato, probabilisticamente é baixa a possibilidade de que todos os pilares de um andar de muitos vãos estejam em desaprumo máximo permitido para o mesmo sentido. Assim, define-se o termo η_c para levar em consideração esse aspecto.

Assim, o *fator de força nocial refinado* ξ_R pode ser estabelecido:

$$\xi = \xi_R = \xi_M \eta_s \eta_\lambda \eta_c = \xi_0 \eta_y \eta_s \eta_\lambda \eta_c \quad (4.31)$$

Ficam assim definidos:

- i. ξ_0 é o fator de força nocial básico ($\xi_0 = 0,005$).
- ii. η_y - fator de ajuste que leva em consideração a tensão de escoamento dos pilares.

- iii. η_s - fator de ajuste que considera a rigidez lateral do pavimento.
- iv. η_λ - fator de rigidez que considera a esbeltez efetiva do andar.
- v. η_c - fator que considera o número de pilares no andar.

A menos do fator η_y , já anteriormente definido, torna-se necessário estabelecer expressões devidamente calibradas para os demais fatores apresentados. Entretanto, para os procedimentos de obtenção dos parâmetros de refinamento, o cálculo de η_s e η_λ pode demandar um esforço operacional que dificulta sua utilização para fins práticos. Dessa forma, é possível adotar algumas simplificações que se justificam em termos de prática de projeto.

- 1) $\xi = 0,005$ pode ser adotado para todos os aços com tensão de escoamento até 450MPa. Contudo, como a determinação de η_y é demasiadamente simples, recomenda-se seu cálculo em todas as situações.
- 2) O parâmetro de rigidez lateral η_s pode ser tomado igual a 1,0, conservadoramente.
- 3) O parâmetro η_λ pode ser conservadoramente tomado como a unidade para a grande maioria dos pilares.

Uma proposição que conduz a resultados mais precisos e que mantém o formato simples do método é a consideração de η_s e η_λ iguais a 1,0, obtendo-se:

$$\xi = 0,005 \times \left(22 \sqrt{\frac{f_y}{E}} \right) \times \left(\sqrt{0,50 + \frac{1}{c}} \right) \quad (4.32)$$

Se tomarmos, por exemplo, um edifício com quatro pilares no plano construído com aço ASTM A36, com $f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$, teremos $\xi = 0,0033$, aproximadamente.

4.6 Método da análise direta

O ANSI/AISC 360-05 estabelece que a resistência nominal de um pilar pode ser determinada utilizando-se $K=1,0$. Desta forma, define-se o chamado método da análise direta, destinado à análise e dimensionamento estrutural de pórticos metálicos.

Podem-se definir quatro condições necessárias ao método direto de análise a fim de se obter resultados de boa precisão.

- 1) Realização de uma análise de 2º ordem que considere tanto o efeito $P-\delta$ quanto o efeito $P-\Delta$. Esta análise poderá ser desenvolvida somente na fase elástica.
- 2) Aplicação de uma força nocional lateral $N_i=0,002Y_i$.
- 3) Redução da rigidez à flexão dos elementos estruturais.
- 4) Redução da rigidez axial dos elementos estruturais.

Esta norma estabelece que uma força nocional pode ser aplicada lateralmente ao sistema estrutural para considerar imperfeições geométricas, efeito da inelasticidade ou ambos. Conforme definição atribuída neste capítulo para a força nocional, entende-se como uma força lateral aplicada em cada nível de andar e definida em termos de uma fração do carregamento vertical atuante no andar.

A força nocional deve ser aplicada na estrutura de tal forma que sua direção amplie o efeito desestabilizante gerado pela combinação de ações em análise.

Qualquer método de análise da 2º ordem que contemple tanto o efeito $P-\delta$ quanto o efeito $P-\Delta$ é permitido ou, alternativamente, pode-se utilizar o método que estabelece os fatores B_1 e B_2 que amplificam as solicitações de cálculo através de uma análise em teoria de 1ª ordem.

Estabelece-se, também, que métodos de análise que negligenciam o efeito local $P-\delta$ no deslocamento lateral da estrutura são válidos desde que as cargas axiais em todos os pilares onde a rigidez à flexão está sendo considerada para estabilizar a estrutura satisfaçam o seguinte limite:

$$P_r < 0,15 \times \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (4.33)$$

onde P_r é a resistência a compressão, em kips.

Contudo, o efeito $P-\delta$ deve ser considerado para fins de determinação do momento interno ao pilar.

Na seqüência, comentam-se aspectos das quatro condições necessárias ao método direto de análise, a fim de se obter resultados de boa precisão.

(1) Neste procedimento, pode-se aplicar qualquer método de análise da 2ª ordem que contemple tanto o efeito $P-\delta$ quanto o efeito $P-\Delta$.

(2) Dentro do escopo do método direto, conforme esta versão do AISC, uma força nocional deve ser aplicada independentemente nas duas direções ortogonais, em todas as combinações de carregamentos. Esta força deve ser adicionada a outras cargas laterais. Seu valor é:

$$N_i = 0,002Y_i \quad (4.34)$$

Sendo N_i a carga lateral nocional a ser aplicada no pavimento (kips) e Y_i o somatório das cargas verticais últimas (kips).

O fator de 0,002 é baseado na suposição de falta de prumacidade inicial do pavimento de 1/500. Se um valor de falta de prumacidade inicial menor que o acima for assumido e consistentemente justificado, o fator de força nocional pode ser ajustado proporcionalmente.

Para pórticos onde a relação entre o deslocamento lateral de 2º ordem e o de 1º ordem for igual ou inferior à 1,5, permite-se aplicar a força nocional, N_i , como uma carga

lateral mínima para combinações que envolvam apenas carregamentos verticais e, assim sendo, não combiná-la com outras cargas laterais.

Analiticamente, tem-se:

$$\frac{\Delta_{(2^{\circ} \text{ ordem})}}{\Delta_{(1^{\circ} \text{ ordem})}} \leq 1,5 \quad (4.35)$$

onde $\Delta_{(2^{\circ} \text{ ordem})}$ corresponde ao deslocamento de 2ª ordem apurado na estrutura e $\Delta_{(1^{\circ} \text{ ordem})}$ é o deslocamento de 1ª ordem na mesma.

Ou

$$B_2 \leq 1,5 \quad (4.36)$$

Se a carga nocional for aplicada em combinação com outras cargas laterais, torna-se desnecessário a verificação do limite B_2 .

Para todos os casos a modelagem explícita de falta de prumacidade é permitida, em substituição à aplicação da força lateral nocional.

Os fatores de rigidez “ EF ” e “ EA ” são utilizados nos cálculos de deslocamento apresentados sem redução. A relação entre o deslocamento de 2ª ordem e o de 1ª ordem pode ser também obtida através do fator B_2 . Alternativamente, esta relação pode ser obtida comparando-se os resultados da análise de 2ª ordem com os de 1ª ordem para as combinações previstas no LRFD.

(3) O método direto demanda uma redução na rigidez à flexão dos pilares, EI^* , dada por

$$EI^* = 0,80\tau_b EI \quad (4.37)$$

Esta redução deve ser aplicada em todos os elementos estruturais cuja rigidez à flexão é considerada na contribuição de estabilidade lateral da estrutura. Dentro deste escopo, tem-se:

$$\tau_b = \begin{cases} 1,0 & \text{se } \frac{P_r}{P_y} \leq 0,50 \\ 4 \times \left[\frac{P_r}{P_y} \left(1 - \frac{P_r}{P_y} \right) \right] & \text{se } \frac{P_r}{P_y} > 0,50 \end{cases} \quad (4.38)$$

onde P_r é a resistência de cálculo à compressão e $P_y = A f_y$, a resistência ao escoamento da seção.

Alternativamente é possível considerar-se $\tau_b = 1,0$ em qualquer situação providenciando-se uma força nocional adicional de $0,001 Y_i$ ao valor $0,002 Y_i$ já estabelecido.

Desta forma, fica:

$$N_i = 0,003 \times Y_i \quad \text{para } \tau_b = 1,0 \quad (4.39)$$

(4) Por fim, o método estabelece uma redução também na rigidez axial, EA^*

$$EA^* = 0,80 EA^* \quad (4.40)$$

Esta redução deve ser aplicada a todos os elementos estruturais cuja rigidez axial contribui para a estabilidade lateral do pórtico. Desta forma, o método requer que a análise seja baseada na redução de rigidez da estrutura.

Duas razões podem ser apontadas para esta redução de rigidez: para pórticos com pilares esbeltos, onde o estado limite é governado pela estabilidade elástica, o fator 0,8 aplicado à rigidez resulta na avaliação da resistência do sistema igual à 0,8 vezes a estabilidade elástica limite. Isto é, simplifadamente, equivalente à margem de segurança aplicada aos projetos de pilares esbeltos pelo procedimento do comprimento efetivo onde a resistência de cálculo é definida $\phi P_n = 0,90(0,877) \times P_e = 0,79 P_e$, sendo

P_e a carga elástica crítica, 0,90 é o fator de resistência específico e 0,877 é o fator de redução da equação da curva de pilares.

Para pilares de pequena e média esbeltez, o fator de redução $0,80\tau_b$ considera o efeito da diminuição inelástica da capacidade do elemento, antes que os mesmos alcancem suas resistências de projeto.

O fator τ_b é similar ao fator de redução inelástico aplicado às curvas de resistência de pilares para considerar a perda de rigidez dos mesmos quando submetidos a elevadas compressões ($P_u > 0,50P_y$). Já o fator 0,80 considera a perda de rigidez adicional quando o pilar está submetido à ação combinada de compressão e flexão.

Esta conveniente coincidência dos coeficientes de redução para pilares de pequena e grande esbeltez permite a expressão de um fator simples de redução para qualquer esbeltez.

Adotando $\tau_b = 1,0$, a redução em EI e EA pode se aplicada ao módulo de elasticidade longitudinal E .

4.7 Comentários sobre o Método Direto Segundo ANSI/AISC 360-05

O método direto de análise é apresentado na especificação da AISC como uma nova proposta para análise da estabilidade e dimensionamento estrutural. O objetivo do método é fornecer um procedimento mais preciso para a determinação dos efeitos dos carregamentos nas estruturas, sem a necessidade do cálculo do fator de comprimento efetivo “ K ”. O método também pode ser utilizado para projetos de pórticos indeslocáveis e combinações de sistemas estruturais, contemplando, assim, todos os tipos de pórticos planos na prática.

Além do método ser utilizado aplicando-se uma análise elástica de 2ª ordem, o mesmo pode também ser utilizado realizando-se uma análise inelástica ou uma análise plástica.

4.7.1. Forças Nocionais

A força vertical (gravitacional) utilizada para determinação da força nocional deve ser igual ou superior às cargas verticais associadas à combinação de ação sob análise.

Conforme o ANSI/AISC 360-05, o propósito da força nocional é considerar os efeitos desestabilizantes gerados por imperfeições geométricas e condições não-ideais (como efeitos de excentricidades de cargas não previstas no modelo, gradientes de temperatura ao longo da estrutura, acomodação das fundações, pilares de alturas desiguais, ou qualquer outro efeito que possa induzir a um deslocamento lateral e que não é explicitamente considerado na análise).

Além disso, também busca captar as possíveis plastificações localizadas dos elementos estruturais. Torna-se relevante destacar que a aplicação da força nocional lateral ao pórtico é apenas parte do procedimento do método da análise direta, que requer outros passos a serem observados a fim de obter-se um resultado de análise e dimensionamento com nível de precisão satisfatório, conforme apresentado.

CAPÍTULO

5

ANÁLISE ESTRUTURAL CONFORME NBR 8800:2008

5.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo apresenta-se a maneira como a ABNT NBR 8800: 2008 aborda a questão da estabilidade e da análise estrutural. Essas considerações encontram-se na seção 4.9 da referida norma. Assim, serão apresentados os tipos de classificação das estruturas quanto à sua deslocabilidade e quanto ao comportamento do material. A modelagem das imperfeições iniciais nas estruturas através do procedimento explícito, em que desaprumos são diretamente introduzidos no modelo para fins de análise, é discutida.

De fato, do ponto de vista das imperfeições geométricas iniciais, em termos práticos não é possível garantir a perfeita retilinearidade do eixo longitudinal dos perfis constituintes das estruturas metálicas. Esse desvio do eixo se dá em decorrência de diversos motivos (fabricação, transporte, armazenamento, etc). Também não é possível obter-se prumacidade perfeita dos pilares, devido a questões de montagem das estruturas. Desta forma, justifica-se a consideração dessas imperfeições nos modelos de análise estrutural.

Alternativamente ao procedimento de modelagem explícita de imperfeições, é apresentado o método de aplicação de forças horizontais equivalentes fictícias (forças nocionais) no topo dos pavimentos que compõem a estrutura. Conceitualmente, estas forças correspondem a uma parcela do somatório de todas as forças gravitacionais últimas que atuam no referido andar. A grande vantagem deste método é que o mesmo tende a ser de mais fácil aplicabilidade para fins de projeto do que o procedimento de modelagem explícita. Portanto, as forças nocionais têm objetivo de simular os mesmos efeitos contemplados na modelagem explícita.

Já para fins de consideração da não-linearidade física, pode-se utilizar análise avançada ou, em certos casos, reduzir convenientemente a rigidez da estrutura. É importante observar que a análise estrutural deve ser desenvolvida em um modelo “o mais realista possível”, que permita obter respostas consistentes quanto ao comportamento da estrutura e dos materiais.

5.2 Tipos de Análise Estrutural

A norma brasileira classifica a análise estrutural de acordo com considerações do material e dos efeitos dos deslocamentos da estrutura.

5.2.1 Análise quanto aos Materiais:

Do ponto de vista dos materiais, a análise pode ser global elástica, com diagrama tensão-deformação elástico-linear ou análise global plástica, quando o diagrama tensão-deformação poderá ser do tipo rígido-plástico, elastoplástico ou elastoplástico não-linear.

Define-se que a análise elástica é sempre permitida, exceto nos casos explicitamente citados. É pertinente destacar que esta análise, cujas tensões são diretamente proporcionais às deformações, poderá ser aplicada inclusive em perfis compactos cuja resistência é avaliada no regime plástico.

Quando se optar pela análise plástica para avaliação de perfis compactos, tanto as seções dos perfis quanto as ligações deverão possuir capacidade de rotação suficiente para a formação de rótulas plásticas e redistribuição de esforços solicitantes. É relevante salientar que, em termos práticos, o tipo de análise que tem sido empregado em projetos de estruturas de aço é o que se dá em regime elástico.

Ainda do ponto de vista de comportamento do material, quando se espera simular de forma aproximada a não-linearidade física do elemento estrutural a norma permite, em alguns casos e de forma indireta, a diminuição da rigidez das barras e o desenvolvimento da análise em regime elástico. Quando aplicável, essa redução será realizada considerando-se que a rigidez é igual a 80% da rigidez plena dos pilares.

5.2.2 Análise quanto aos Deslocamentos

Do ponto de vista dos deslocamentos, a análise pode se dar em teoria de primeira ordem, considerando a geometria da estrutura indeformada, também conhecida como análise linear geométrica, ou a análise poderá ser realizada em teoria de 2ª ordem, com base na geometria deformada da estrutura, chamada de análise não-linear geométrica.

O tipo de análise mais simples possível é aquele que se dá em teoria de 1ª ordem e em regime elástico (análise elástica de 1ª ordem). A análise de 1ª ordem deve ser utilizada em situações em que os deslocamentos da estrutura não afetem de forma significativa os esforços solicitantes.

Quando da análise com não-linearidade geométrica, também definida como análise em teoria de 2ª ordem, estabelece-se que os efeitos locais de segunda ordem estão relacionados à não-retilidade dos eixos das barras ($P-\delta$), enquanto os efeitos provenientes dos deslocamentos de nós da estrutura são ditos efeitos globais de segunda ordem ($P-\Delta$).

Para análise de 1ª ordem é válido o princípio da superposição de efeitos. Assim sendo, é possível desenvolver a análise da estrutura submetida a cada ação separadamente, combinando-se os resultados obtidos posteriormente. Quando a análise é desenvolvida em teoria de 2ª ordem, utilizando-se um procedimento em que a estrutura é analisada em sua posição deslocada, devem-se empregar os valores já combinados das ações.

A norma estabelece que podem ser aplicados no processo de cálculo os métodos de análise que consideram direta ou indiretamente a influência da geometria deformada da estrutura (efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$), das imperfeições iniciais, do comportamento das ligações e

da redução de rigidez dos elementos componentes, que se dá pelo efeito da não-linearidade do material e/ou pelo efeito das tensões residuais.

A ABNT NBR 8800:2008 permite que a análise em 2ª ordem seja conduzida por qualquer método de análise comprovadamente aceito, embora apresente em seu anexo *D* o método da ampliação dos esforços solicitantes (*MAES*). Esse procedimento avalia, em 1ª ordem, os efeitos locais e globais de 2ª ordem das ações, ao se aplicar os coeficientes B_1 e B_2 .

5.3 Classificação das estruturas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais

A norma estabelece que as estruturas são classificadas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais em:

- Estruturas de pequena deslocabilidade;
- Estruturas de média deslocabilidade;
- Estruturas de grande deslocabilidade.

Assim, entende-se como estrutura de pequena deslocabilidade aquela que, em todos os andares, a relação entre o deslocamento lateral do andar relativo à base obtido na análise de segunda ordem e aquele obtido na análise de primeira ordem, em todas as combinações últimas estipuladas pela norma, for igual ou inferior a 1,1.

Se, contudo, para a análise acima descrita, a relação entre deslocamentos estiver entre 1,1 e 1,4, a estrutura é classificada como de média deslocabilidade. Finalmente, se para a referida relação o valor for superior a 1,4, a estrutura é tida como de grande deslocabilidade. Nessa classificação, as imperfeições de material não necessitam ser consideradas.

A ABNT NBR 8800:2008 permite avaliar o grau de deslocabilidade através do coeficiente B_2 . Assim, tem-se:

- Se $B_2 \leq 1,1$ - Estrutura de Pequena Deslocabilidade.
- Se $1,1 < B_2 \leq 1,4$ - Estrutura de Média Deslocabilidade.
- Se $B_2 > 1,4$ - Estrutura de Grande Deslocabilidade.

Verifica-se que uma análise de todas as combinações últimas para classificação da estrutura é um procedimento trabalhoso e demorado. Desta forma, a norma permite que esta classificação seja realizada através da análise da razão entre deslocamentos de 1ª e 2ª ordem (ou através de B_2) de uma única combinação de ações última. Esta combinação deve fornecer, além de forças horizontais, a maior resultante de carga gravitacional.

Tendo em vista o exposto, uma forma de simplificar os cálculos consiste em eliminar a etapa de classificação da estrutura. Aplica-se a análise de 2ª ordem considerando-se $E=160.000$ MPa. Desta forma, os resultados obtidos para estruturas que sejam de pequena deslocabilidade serão ligeiramente conservadores já que para estas não se aplica a redução na rigidez dos pilares.

5.4 Sistemas Resistentes a Ações Horizontais

Em alguns casos, é possível identificar dentro das estruturas subestruturas que, devido à sua grande rigidez a ações horizontais, resistem à maior parte dessas ações. Essas subestruturas são chamadas de *subestruturas de contraventamento*, que em geral são pórticos em forma de treliça, paredes de cisalhamento, pórticos com grande rigidez à flexão e capacidade de transmissão de momentos das ligações. A Fig. 5.1 apresenta esquematicamente estes elementos.

ELEMENTOS CONTRAVENTADOS

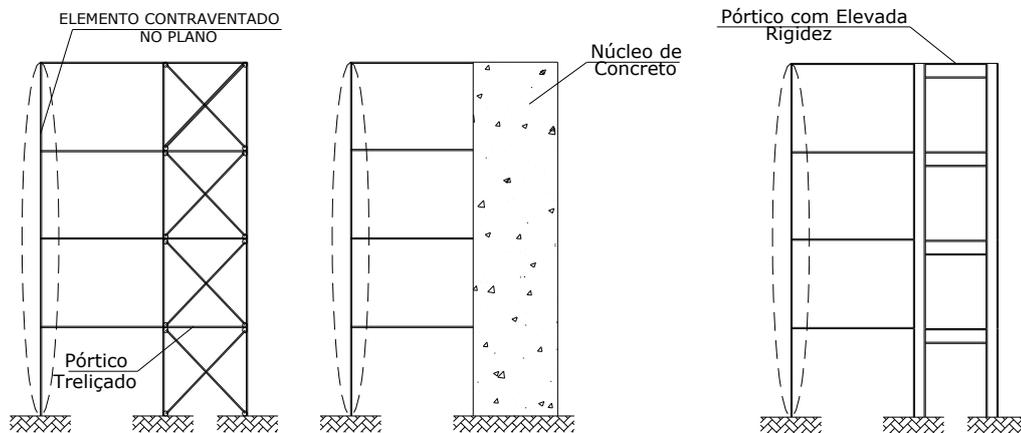


FIGURA 5.1-Subestruturas de contraventamento

Os elementos que não apresentam rigidez lateral ao deslocamento e que não participam, portanto, dos sistemas resistentes a ações horizontais são definidos como contraventados. Nesse caso, surgem na estrutura forças horizontais necessárias à estabilização dos mesmos. Essas forças devem ser absorvidas pelas subestruturas de contraventamento e, assim sendo, devem ser levadas em consideração no dimensionamento destas.

É possível também identificar-se elementos que não dependem das subestruturas de contraventamento para estabilizarem-se. Esses elementos podem ser tratados como barras isoladas já que seu comportamento é desacoplado do restante da estrutura.

5.5 Considerações para o Dimensionamento

O método do comprimento efetivo utilizando-se os ábacos de pontos alinhados foi adotado pela última vez pela ABNT NBR 8800 em sua versão de 1986. Nessa, estabelecia-se que para estruturas deslocáveis o comprimento efetivo a ser utilizado para dimensionamento de pilares seria igual ou superior ao seu tamanho real. Maiores detalhes quanto ao método do comprimento efetivo podem ser encontrados no *Capítulo 4* do presente trabalho.

Contudo, para os métodos de análise ora apresentados, a ABNT NBR 8800:2008 permite o uso do comprimento de flambagem igual ao comprimento real da peça ($K=1,0$), desde que certos procedimentos sejam observados. Assim sendo, alternativamente ao uso de K maior que a unidade, aplica-se ao modelo estrutural uma análise de 2ª ordem juntamente com imperfeições geométricas iniciais. Em certos casos devem-se levar em consideração, também, as imperfeições de material.

De fato, para estruturas de pequena deslocabilidade permite-se o uso da análise de 1ª ordem, salvo em situações que os pilares são submetidos a elevadas cargas de compressão, conforme definido na seção 5.6.

5.6 Determinação dos Esforços Solicitantes Para Estados Limites Últimos

5.6.1 Estruturas de Pequena Deslocabilidade e Média Deslocabilidade

A determinação dos esforços solicitantes, para as combinações últimas, deve ser realizada por meio de análise elástica de segunda ordem. Torna-se permitida a análise de primeira ordem em estruturas de pequena deslocabilidade, desde que seja observado:

- 1) As forças axiais de cálculo de todas as barras cuja rigidez à flexão contribua para a estabilidade lateral da estrutura, em cada uma das combinações últimas considerada, não sejam superiores a 50% da força axial correspondente ao escoamento da seção transversal dessas barras.
- 2) Os efeitos das imperfeições iniciais sejam adicionados às respectivas combinações, inclusive àquelas em que atuem ações variáveis devidas ao vento.

Ou seja, se a estrutura é de pequena deslocabilidade é permitida uma análise se 1ª ordem juntamente com uma modelagem explícita de imperfeições ou a aplicação de forças nocionais laterais, desde que os pilares não estejam altamente carregados. Deve-se analisar a combinação que gera a maior resultante de carga gravitacional,

além de algumas forças horizontais. Localmente, os efeitos das imperfeições ficam adequadamente considerados através da aplicação do coeficiente B_1 , que amplifica os momentos de 1ª ordem.

Para estruturas classificadas como de pequena deslocabilidade os efeitos das imperfeições iniciais de material não precisam ser considerados na análise.

Se a condição de deslocabilidade da estrutura ou se o nível de carregamento axial de seus pilares não permitir a classificação da estrutura como de pequena deslocabilidade, os esforços solicitantes devem ser obtidos considerando-se necessariamente os efeitos globais e locais de 2ª ordem.

Em condições extremas, em que os deslocamentos de 2ª ordem superam em mais de 40% àqueles de 1ª ordem, haverá necessidade de aplicação de análise avançada rigorosa, sendo estruturas desta natureza classificadas como de grande deslocabilidade.

Estritamente para estruturas de pequena e média deslocabilidade, a norma estabelece, para consideração das imperfeições geométricas iniciais, uma modelagem explícita por meio da consideração, em cada andar, de um deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior (deslocamento interpavimento) de $h/333$, onde h é a altura do andar, definido como a distância entre eixos de vigas.

Alternativamente, admite-se também que esses efeitos sejam considerados a partir da aplicação, em cada andar, de uma força horizontal equivalente, já anteriormente mencionada, denominada força nocional, sendo definida como 0,3% do valor das cargas gravitacionais de cálculo aplicadas em todos os pilares e outros elementos resistentes a cargas verticais no andar considerado. Não é necessário somá-las às reações horizontais de apoio.

A Fig 5.2 apresenta um exemplo ilustrativo de um pórtico plano solicitado por cargas verticais nominais, aqui designadas por Gn . Na Fig 5.3 aplica-se ao pórtico da Fig.5.2 a

sua correspondente modelagem explícita de imperfeições geométricas. Nesse caso, faz-se a análise estrutural do pórtico na posição deformada.

Na Fig 5.4, em substituição à modelagem explícita, cargas laterais nocionais são aplicadas no pórtico indeformado, que será então submetido à análise estrutural. Por questões de simplicidade, considerou-se nesse exemplo um único fator de ponderação $\delta_f = 1,4$.

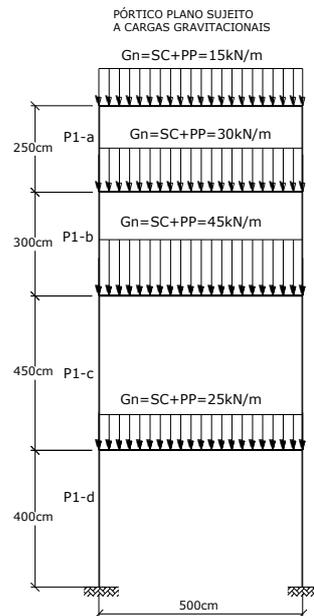


FIGURA 5.2-Pórtico plano carregado

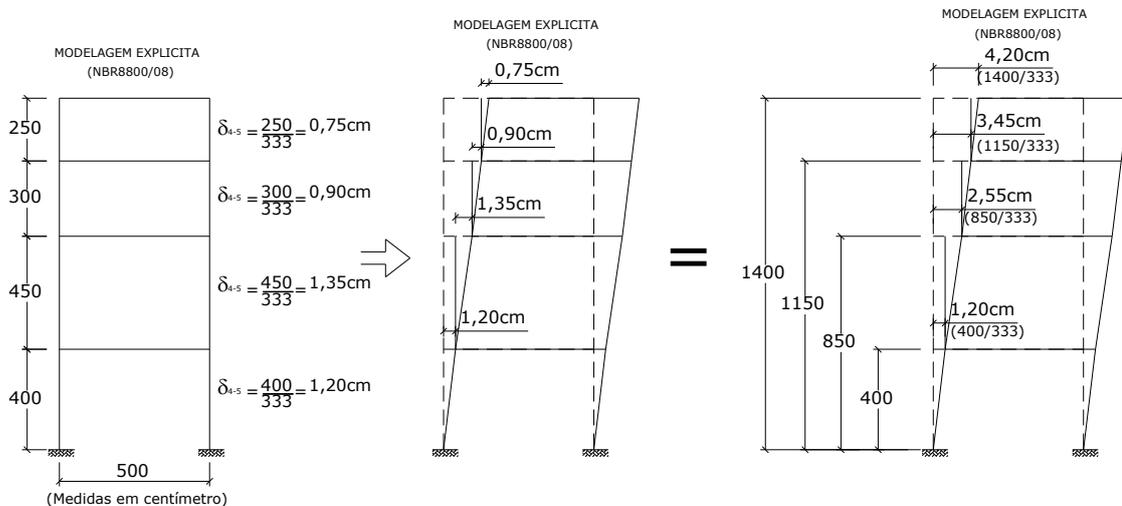


FIGURA 5.3-Modelagem explícita de desaprumos

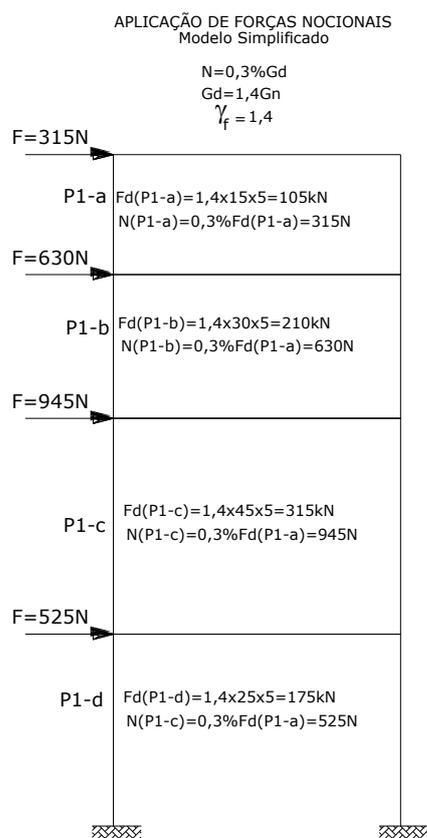


FIGURA 5.4-Forças nocionais aplicadas ao pórtico

Independentemente da utilização da modelagem explícita da imperfeição geométrica inicial ou da sua simulação através da aplicação de forças nocionais, os efeitos das imperfeições geométricas iniciais deverão ser considerados independentemente em duas direções ortogonais em planta de estrutura.

Para estruturas de média deslocabilidade, além das considerações acima, os efeitos das imperfeições iniciais de material devem ser levados em conta na análise reduzindo-se a rigidez à flexão e a rigidez axial das barras, estabelecendo-se, portanto, os valores $0,80EI$ para rigidez à flexão e $0,80EA$ para rigidez à compressão para fins de análise. Conforme estabelecido, este procedimento torna-se desnecessário para estruturas de pequena deslocabilidade.

5.6.2 Estruturas de Grande Deslocabilidade

Para as estruturas de grande deslocabilidade exige-se a realização de uma análise avançada rigorosa levando-se em consideração a não linearidade do material e de geometria.

Opcionalmente, a critério do responsável técnico pelo projeto estrutural, pode ser utilizado o procedimento de análise adotado para estruturas de pequena e média deslocabilidade, desde que os efeitos das imperfeições iniciais sejam adicionados às combinações últimas de ações em que atuem ações variáveis devidas ao vento.

5.6.3 Determinação de respostas para estados limites de serviço

Para estados limites de serviço, a resposta que se deseja obter são, normalmente, os deslocamentos da estrutura. Para determinação de respostas para estados limites de serviço não se faz necessário considerar as imperfeições iniciais geométricas e de material, aplicando-se neste caso as combinações de serviço conforme seção 4.6 da ABNT NBR 8800.

Além disso, permite-se a realização de uma análise em 1ª ordem. Somente no caso de estruturas de grande deslocabilidade devem ser considerados os efeitos globais e locais de segunda ordem.

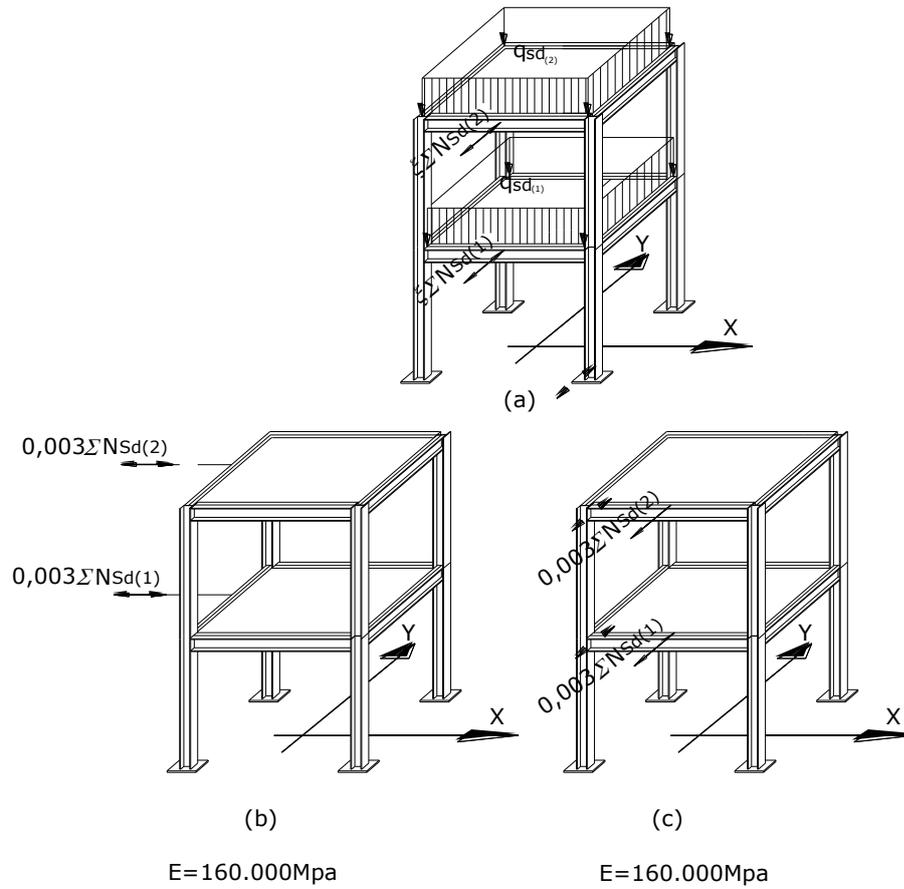
5.6.4 Proposta para Procedimento Prático de Análise Estrutural

Após todas essas considerações, é possível estabelecer um roteiro prático para desenvolvimento da análise de uma estrutura tridimensional, visando orientar os cálculos. Tem-se:

- 1) Para a análise estrutural, adota-se módulo de elasticidade E igual a 160.000 MPa;

- 2) Aplica-se à estrutura, no topo de cada pavimento, uma força nocional lateral, com valor igual a 0,3% de toda a carga vertical de cálculo que atua exclusivamente nesse pavimento. Essa força deverá ser aplicada independentemente nas duas direções principais em planta. Este procedimento deverá ser realizado para todas as combinações de E.L.U aplicáveis;
- 3) Com as considerações acima, efetua-se a análise de 2ª ordem, adequadamente desenvolvida através do método da ampliação dos esforços solicitantes (B_1 e B_2). Essa análise deve ser realizada nas duas direções principais, abrangendo todos os pórticos pertencentes à estrutura;
- 4) Verifica-se se o valor de B_2 , para qualquer combinação de cálculo e nas duas direções principais, não ultrapassou o valor de 1,55. Se este valor for superado, a estrutura demanda uma análise avançada rigorosa;
- 5) Procedendo-se da maneira apresentada para obtenção dos esforços solicitantes nos elementos estruturais, os mesmos serão empregados no dimensionamento estrutural sendo que o fator de comprimento efetivo K deverá, neste caso, ser tomado igual a 1,0 para pilares pertencentes a pórticos.

A Fig. 5.6 apresenta esquematicamente o procedimento de análise acima descrito exclusivamente para estruturas de pequena e média deslocabilidade.



APLICAR ANÁLISE DE 2ª ORDEM NAS DIREÇÕES "X" E "Y".
 ESTA ANÁLISE PODERÁ SER REALIZADA COM O MÉTODO
 DA AMPLIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES (B1 e B2).

FIGURA 5.5-Esquema para análise estrutural

CAPÍTULO

6

EXEMPLOS

6.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo busca-se avaliar a precisão dos procedimentos apresentados neste trabalho, para realização de análise e dimensionamento estrutural através de exemplos que empregam pórticos metálicos planos e cujos perfis componentes não são suscetíveis à flambagem local. Os resultados obtidos serão comparados com aqueles gerados pela análise avançada, em que foi empregado o software *PPLANLEP* desenvolvido por LAVALL (1996), capaz de realizar uma análise não-linear física e geométrica de pórticos planos metálicos. O programa considera os efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$, as imperfeições geométricas de forma explícita ou através das forças nocionais, a plasticidade distribuída e as tensões residuais, podendo ser considerado um método de análise inelástica avançado.

Antes dessa análise das metodologias, será avaliada a potencialidade e a precisão do software na obtenção dos resultados. Para tanto, o exemplo com determinação analítica da carga crítica do pórtico plano deslocável apresentado na seção 3.3.3 deste trabalho foi modelado com as mesmas condições de extremidade, geometria, perfis e carregamentos. Nesse exemplo considerou-se que o pórtico se comporta sempre elasticamente.

O resultado comparativo apresentado na TAB. 6.1 indica uma excelente correlação dos valores de carga crítica pelos dois procedimentos, demonstrando a consistência do software.

TABELA 6.1-Carga crítica para o pórtico da seção 3.3.3

Procedimento	Pcr
Análise avançada (PLANLEP)	6660 kN
Análítico	6663 kN

Para os exemplos apresentados a seguir, considerou-se o aço ASTM A36 com resistência ao escoamento f_y igual à 25 kN/cm² e módulo de elasticidade E igual a 20000 kN/cm². Considerou-se também tensões residuais nos perfis metálicos, com distribuição linear nas mesas com máximo valor igual a 0,50 f_y , sendo constante ao longo da altura da alma.

Conforme verificado, a força nocional busca, de maneira indireta, simular os efeitos das imperfeições geométricas iniciais a que uma estrutura pode estar submetida. Esse desaprumo estrutural é avaliado através da aplicação, no topo do pórtico, de uma carga lateral fictícia igual a 0,3% das cargas gravitacionais de cálculo presentes no pavimento sob análise. Para o desenvolvimento dos exemplos a seguir, em todas as metodologias aplicadas (inclusive análise avançada) considerou-se esta força lateral na análise estrutural.

6.2 Exemplo 1

A estrutura a seguir consiste num pórtico plano deslocável com cargas últimas solicitantes aplicadas conforme a Fig 6.1, e também indicam as dimensões do pórtico em centímetros, e as seções transversais dos perfis compactos. O Pilar P1 é rotulado na base ao passo que o pilar P2 é engastado. Esses pilares se ligam rigidamente à viga transversal. O objetivo deste exemplo é avaliar a resistência do pórtico, considerando-se as formulações apresentadas nesse trabalho. Fora do plano em análise os pilares são contraventados em toda a sua extensão.

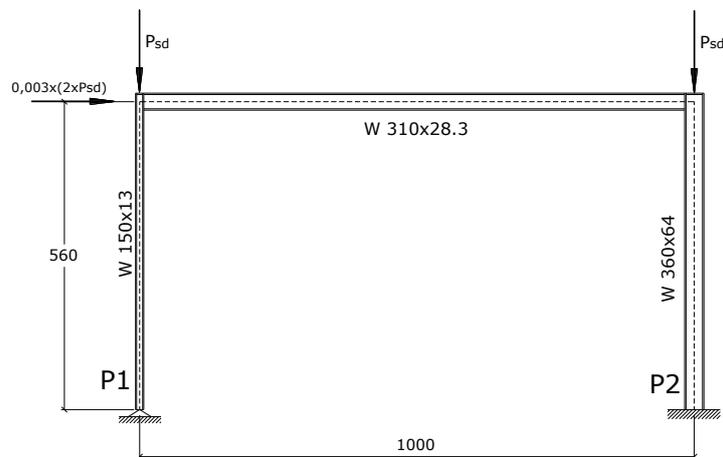
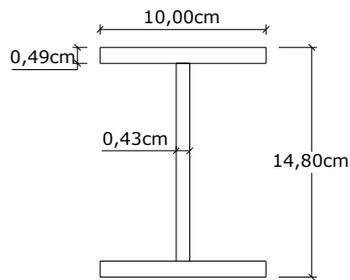


FIGURA 6.1 –Desenho esquemático do exemplo 1

Dados

$$E = 20000 \text{ kN/cm}^2; f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$$

Pilar 1 - W150 x 13



Propriedades geométricas:

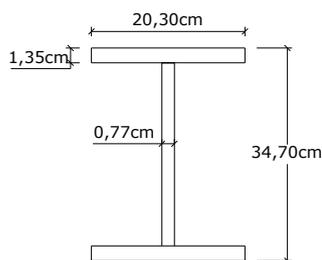
$$A_g = 15,74 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 596 \text{ cm}^4$$

$$r_x = 6,16 \text{ cm}$$

$$Z_x = 96,4 \text{ cm}^3$$

Pilar 2 - W360 x 64



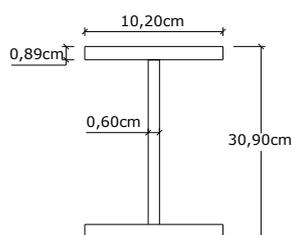
Propriedades geométricas:

$$A_g = 79,45 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 17351 \text{ cm}^4$$

$$r_x = 14,78 \text{ cm}$$

Viga – W310 x 28,3



Propriedades geométricas:

$$A_g = 35,63 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 5324 \text{ cm}^4$$

$$r_x = 12,22 \text{ cm}$$

a) Dimensionamento do pórtico conforme ABNT NBR 8800: 2008

Adotando-se $P_{sd} = 245$ kN , será realizada uma análise de 2ª ordem para a estrutura, levando-se em conta as imperfeições geométricas iniciais e as imperfeições de material. Para o adequado desenvolvimento dos cálculos é necessário classificar a estrutura quanto à sua sensibilidade aos deslocamentos horizontais, empregando-se o coeficiente B_2 .

Se no cálculo de B_2 não for considerado o efeito das imperfeições de material, a estrutura é classificada como de pequena deslocabilidade se B_2 for igual ou inferior a 1,10. Se o valor de B_2 estiver entre 1,10 e 1,40, a estrutura será de média deslocabilidade. Se B_2 superar 1,4, a estrutura é classificada como de grande deslocabilidade. Se na obtenção de B_2 for considerado o efeito das imperfeições iniciais de material, os dois limites passam a ser 1,13 e 1,55, respectivamente. Para o presente exemplo foram consideradas as imperfeições iniciais de material para a classificação da estrutura.

Imperfeições de material

Para considerar o efeito das tensões residuais nas barras que compõem a estrutura, a ABNT NBR 8800:2008 admite o emprego de um procedimento simplificado que consiste na redução da rigidez à flexão (EI) e a rigidez axial (EA) das barras para 80% dos valores originais. Isso corresponde a analisar a estrutura tomando o módulo de elasticidade E igual a 16000 kN/cm², inclusive na determinação do coeficiente B_1 .

$$0,8E = 0,80 \times 20000 = 16000 \text{ kN/cm}^2$$

Imperfeições de Geometria

Para consideração das imperfeições de geometria na análise estrutural será considerada a ação de uma força nocional horizontal, equivalente a 0,3% das cargas gravitacionais totais de cálculo. Assim:

$$F_n = 0,003(245 \times 2) = 1,47 \text{ kN}$$

Classificação da Estrutura

A análise estrutural para obtenção de ações e deslocamentos na estrutura foi realizada considerando-se E igual a 16000 kN/cm^2 . O máximo deslocamento obtido no topo da estrutura original ou lt foi:

$$\Delta_h = 0,166 \text{ cm}$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_s} \frac{\Delta_h}{h} \frac{\sum N_{sd}}{\sum H_{sd}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{0,85} \cdot \frac{0,166}{560} \cdot \frac{490}{1,47}} = 1,132$$

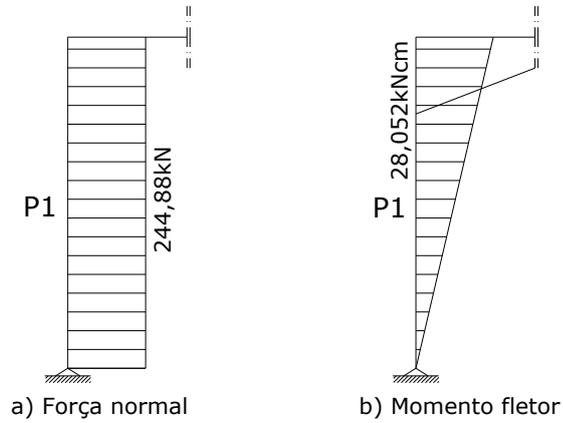
Assim, a estrutura é de média deslocabilidade.

Determinação dos esforços solicitantes

Conforme a ABNT NBR8800:2008, em barras submetidas à compressão pertencentes a subestruturas de contraventamento pode-se considerar o coeficiente de flambagem K igual a 1,0 desde que a análise estrutural tenha considerado os efeitos de 2ª ordem global $P-\Delta$ e local $P-\delta$. A ABNT NBR 8800:2008 apresenta o método da amplificação dos esforços (MAES) como um procedimento aproximado para avaliação dos efeitos de 2ª ordem por meio de duas análises de 1ª ordem. Com a combinação de ações considerada, a estrutura analisada, definida como estrutura original, é substituída pela soma de outras duas, definidas como estrutura nt (“no translation”) e estrutura lt (“lateral translation”).

Neste exemplo, devido às características geométricas dos perfis adotados para os pilares, conclui-se que o pilar P1 tem menor resistência para os esforços solicitantes atuantes, cujos valores são apresentados esquematicamente na FIG. 6.2.

Estrutura "nt"



Estrutura "lt"

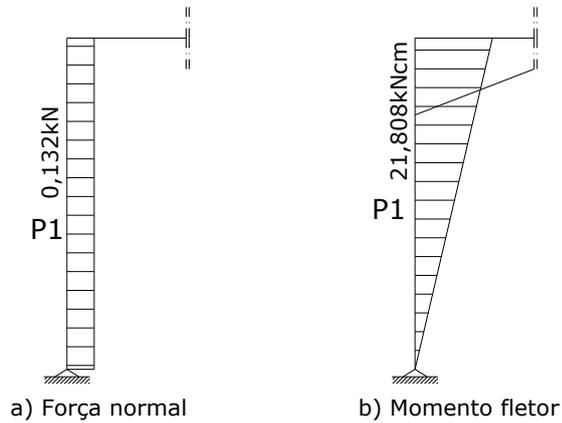


FIGURA 6.2 – Esforços solicitantes nas estruturas *nt* e *lt* do pilar P1

Assim, tem-se:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{N_{sd1}}{N_e}} = \frac{0,60}{1 - \frac{245}{300}} = 3,27$$

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 16000 \cdot 596}{(560)^2} = 300,1 \text{ kN}$$

$$N_{sd1} = 245 \text{ kN}$$

$$C_m = 0,60$$

$$M_{sd} = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = 116,37 \text{ kNcm}$$

$$N_{sd} = N_{nt} + B_z N_{lt} = 245,03 \text{ kN}$$

Observa-se que se a compressão atuante no pilar se aproximar da carga crítica de Euler, conforme se observa na formulação de B_1 , o efeito amplificador nos momentos atuantes torna-se relevante devido aos efeitos locais de 2ª ordem.

Dimensionamento estrutural

Flambagem local - elementos AL

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{lim}} = 0,64 \sqrt{\frac{EK_c}{f_y}} = 15,21$$

$$K_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = 0,71$$

$$\frac{b}{t} = 10,20$$

Não ocorre flambagem local.

Flambagem local - elemento A-A

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{max}} = 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 42,14$$

$$\frac{h}{t_w} = 32,14$$

Não ocorre flambagem local. Desta forma:

$$Q = Q_a \cdot Q_s = 1,0$$

Flambagem global

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}}$$

$$\lambda_0 = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}} = \frac{560}{6,16} \cdot \sqrt{\frac{25}{\pi^2 \cdot 20000}} = 1,023 < 1,5$$

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} = 0,645$$

Fazendo γ_{a1} igual a 1,0:

$$N_{c,Rd} = 253,9 \text{ kN}$$

Resistência à flexão

FLT

Como o pilar é plenamente contraventado fora do plano do pórtico, não ocorre FLT.

FLM

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 10,75 > 10,20 \quad \text{Não ocorre FLM.}$$

FLA

$$\lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 106,35 > 32,14 \quad \text{Não ocorre FLA.}$$

Momento fletor resistente de cálculo

Como não ocorre flambagem local no perfil, sua resistência plástica à flexão é dada por:

$$M_{x,Rd} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{96,4 \cdot 25}{1,0} = 2410 \text{ kNcm}$$

Dimensionamento à solicitação combinada

$$\text{para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0$$

para $\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2$

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0$$

Sendo N_{Sd} e $M_{x,Sd}$ obtidos através da análise de 2ª ordem.

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} = 0,965 > 0,2$$

Assim

$$\frac{245,03}{253,9} + \frac{8}{9} \left(\frac{116,37}{2410} \right) = 1,008$$

b) Dimensionamento com base no comprimento efetivo

Embora o método do fator de comprimento efetivo com o emprego dos ábacos de pontos alinhados não esteja mais presente na versão da ABNT NBR 8800 de 2008, apenas como um estudo comparativo o mesmo será empregado para o dimensionamento do pilar P1 nesta etapa. Para avaliação da resistência à compressão será utilizada a mesma formulação anteriormente empregada, conforme a ABNT NBR 8800:2008. A análise estrutural aplicada será elástica de 1ª ordem com os carregamentos apresentados na Fig.6.1.

Os esforços solicitantes de 1ª ordem são apresentadas na FIG 6.3:

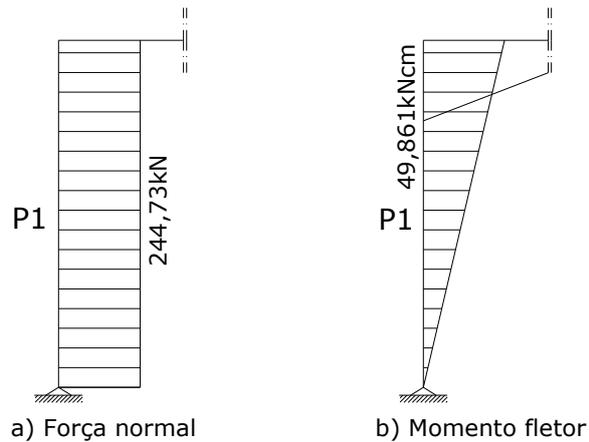


FIGURA 6.3 – Esforços de 1ª ordem no pilar P1

Fator do comprimento efetivo

Parâmetros de Rigidez de P1

A base de P1 é rotulada, seu topo se conecta à viga através de uma ligação rígida e, por sua vez, esta viga se conecta à outra extremidade através de uma ligação rígida com o pilar P2, que pode girar. Desta forma:

$$G_A = \infty(\text{base rotulada})$$

$$G_A = 10(\text{prática})$$

$$G_B = \frac{\sum \frac{I_p}{L_p}}{\sum \gamma \times \frac{I_v}{L_v}}$$

$$G_B = 0,20$$

$$K = \sqrt{\frac{7,5 + 4(G_A + G_B) + 1,6(G_A G_B)}{7,5 + G_A + G_B}}$$

$$K = 1,71$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{\pi} \times \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{Q_{fy}}{E}} = \frac{1}{\pi} \times \frac{1,71 \cdot 560}{6,16} \sqrt{\frac{1,25}{20000}} = 1,746 > 1,5$$

Desta forma

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} = 0,288$$

$$N_{c,Rd} = \frac{0,2881 \cdot 15,74 \cdot 25}{1,0} = 113,3 \text{ kN}$$

Observa-se que a resistência à compressão obtida é consideravelmente menor que aquela apurada através do método definido na ABNT NBR 8800:2008 com análise de 2ª ordem, consideração da imperfeição de geometria e adoção do comprimento efetivo do pilar igual ao seu comprimento real ($k=1,0$).

Dimensionamento à solicitação combinada

$$\frac{N_{Sd}}{N_{c,Rd}} = \frac{244,73}{113,3} = 2,16 > 0,20$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) = 2,16 + \frac{8}{9} \left(\frac{49,86}{2410} \right) = 2,18$$

c) Dimensionamento considerando o efeito estabilizante do pavimento

Em 1977 LeMessurier apresentou uma formulação que busca captar o efeito estabilizante no pavimento gerado por pilares com reserva de resistência à instabilidade global. Esta formulação é expressa por:

$$K_{ni} = \sqrt{\frac{\pi^2 I_i}{N_{sdi}} \left[\frac{\sum N_{sd} + \sum (C_L N_{sd})}{\sum (\beta I)} \right]}$$

com

$$C_L = \left(\beta \frac{K^2}{\pi^2} - 1 \right)$$

$$\beta = \frac{6(G_A + G_B) + 36}{2(G_A + G_B) + G_A G_B + 3}$$

Determinação de β e C_L

Pilar P1

Conforme já apresentado, tem-se:

$$G_A = 10$$

$$G_B = 0,20$$

$$K = 1,71$$

$$I = 596 \text{ cm}^4$$

$$\beta = 3,83$$

$$C_L = \left(3,83 \frac{1,71^2}{\pi^2} - 1 \right) = 0,135$$

Pilar 2

Trata-se de um pilar engastado na base e rigidamente ligada à viga no seu topo. Na outra extremidade desta viga a ligação desta com o pilar P1 é rígida, permitindo o giro. O momento de inércia I_x de P2 vale 17351 cm^4 . Dessa forma:

$$G_A = 1,0 \text{ (base engastada)}$$

$$G_B = \frac{\frac{17351}{560}}{1 \times \frac{5323}{1000}} = 5,81$$

$$K = 1,755$$

$$\beta = 3,43$$

$$C_L = 0,0068$$

Desta forma, é possível obter-se:

$$K_{n1} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 596}{244,90} \left[\frac{490 + 47,03}{61797} \right]} = 0,457$$

$$K_{n1} = 1,0$$

$$\Sigma(C_L N_{sd}) = 0,135 \cdot 224,90 + 0,068 \cdot 245,10 = 47,03 kN$$

$$\Sigma(\beta I) = 3,83 \cdot 596 + 3,43 \cdot 17351 = 61797 cm^4$$

O resultado obtido de K_{n1} indica que o pilar P2 estabiliza o pilar P1 de tal forma que este se comporta com se pertencesse a um pórtico indeslocável, ou seja, o pilar P2 possui reserva de resistência que leva a um efeito estabilizante de andar.

Dimensionamento estrutural

Flambagem global

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}}$$

$$\lambda_0 = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}} = \frac{1 \times 560}{6,16} \cdot \sqrt{\frac{25}{\pi^2 \cdot 20000}} = 1,023 < 1,5$$

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} = 0,645$$

Fazendo γ_{a1} igual a 1,0, tem-se:

$$N_{c,Rd} = 253,9 kN$$

Verificação para Solicitações Combinadas

Os esforços solicitantes são obtidos através de uma análise de 1ª ordem, cujos valores já foram mostrados na Fig. 6.3.

$$\frac{N_{sd}}{N_{c,Rd}} = \frac{244,73}{253,9} = 0,96 > 0,20$$

$$\frac{N_{sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,sd}}{M_{y,Rd}} \right) = 0,96 + \frac{8}{9} \left(\frac{49,861}{2410} \right) = 0,98$$

d) Análise Avançada

Utilizando-se o software *PPLANLEP*, capaz de realizar uma análise não-linear física e geométrica, considerando-se efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$, a plasticidade distribuída, o

comportamento elastoplástico perfeito do aço e as tensões residuais, encontrou-se, no instante imediatamente anterior ao colapso da estrutura, os seguintes esforços resistentes no pilar P1:

$$N_{Rd} = 299 \text{ kN}$$

$$M_{x,Rd} = 2410 \text{ kNcm}$$

Considerando-se o carregamento indicado da Fig.6.1, sendo $P_{sd} = 245 \text{ kN}$, o programa apresentou os seguintes esforços solicitantes no pilar P1:

$$N_{Sd} = 245,3 \text{ kN}$$

$$M_{Sd} = 27,47 \text{ kNcm}$$

Dimensionamento à solicitação combinada

$$\frac{N_{Sd}}{N_{c,Rd}} = \frac{245,3}{299} = 0,82 > 0,20$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) = 0,83$$

e) Análise dos resultados

A Tab. 6.2 mostra, de forma resumida, os resultados obtidos das análises considerando-se todas as metodologias apresentadas, visando uma análise comparativa entre essas análises. A resistência do pórtico é determinada utilizando-se a equação de interação das solicitações combinadas, conforme a ABNT NBR 88800:2008, apresentada na última coluna da Tab. 6.2.

A força axial de compressão resistente tem o mesmo valor ($N_{Rd}=253,9\text{kN}$) para os casos *a* e *c*. Para o caso *b*, quando se considera o *K* de Pilar, o método mostrou-se bastante conservador, uma vez que não considera o efeito estabilizante do pilar P2, admitindo um valor de *K* igual a 1,71, muito maior que a unidade, encontrando-se $N_{Rd}=113,3\text{kN}$.

Para o caso *d* o valor $N_{Rd}=299,0$ kN foi obtido através do programa. O momento fletor resistente é o mesmo para todas as formulações apresentadas ($M_{x,Rd}=2410,0$ kNcm).

TABELA 6.2-Análise comparativa entre as metodologias estudadas do exemplo 1

METODOLOGIA DE ANÁLISE	FORÇA AXIAL DE COMPRESSÃO RESISTENTE N_{Rd}	MOMENTO FLETOR RESISTENTE $M_{x,Rd}$	FORÇA NORMAL SOLICITANTE DE COMPRESSÃO N_{Sd}	MOMENTO FLETOR SOLICITANTE $M_{x,Sd}$	$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right)$
a) NBR8800/08 COM FORÇA NOCIONAL	253,9 kN	2410,0 kN	245,03 kN	116,37 kNcm	1,008
b) NBR8800/08 COM K DE PILAR	113,3 kN	2410,0 kN	244,73 kN	49,86 kNcm	2,181
c) NBR8800/08 COM K DE ANDAR	253,9 kN	2410,0 kN	244,73 kN	49,86 kNcm	0,983
d) ANÁLISE AVANÇADA	299,0 kN	2410,0 kN	245,30 kN	27,47 kNcm	0,830

As forças normais solicitantes de compressão têm os mesmos valores para os casos *b* e *c* quando se utilizou a análise em teoria de 1ª ordem. Para o caso *a*, da ABNT NBR 8800:2008 com força nocional que utiliza análise de 2ª ordem, bem como para a análise avançada, os valores são apenas ligeiramente superiores aos anteriores, conforme esperado.

Os momentos fletores solicitantes são os mesmos para os casos *b* e *c*, obtidos da análise de 1ª ordem. Para o caso *a*, da ABNT NBR 8800:2008 com força nocional que utiliza análise de 2ª ordem, o valor do momento fletor é significativamente maior do que os anteriores, principalmente devido à influência do efeito $P-\delta$. Para o caso *d* foi encontrado $M_{x,Sd}=27,47$ kNcm.

Os resultados das equações de interação apresentados na última coluna mostram uma excelente correlação entre a metodologia da *Força Nocional* e a metodologia do *K de Andar*, sendo que ambos estão próximos ao colapso. O resultado da metodologia de *K de Pilar* mostrou-se bastante conservador em relação aos casos *a* e *c*, ao subestimar a resistência do pilar P1.

Os resultados da análise avançada, considerados “exatos”, mostram que ainda há uma reserva de resistência a ser alcançada, ou seja, todas as metodologias são conservadoras em relação à análise avançada. Isso acontece porque o fator do comprimento efetivo é

ainda necessário para o cálculo da resistência à força axial visando assegurar a validade geral das equações de interação utilizadas na atual ABNT NBR 8800:2008.

Finalmente, verificou-se que o pilar P2 efetivamente criou um efeito estabilizante em P1, efeito este captado na análise avançada.

6.3 Exemplo 2

O pórtico do Exemplo 1 é agora analisado considerando-se que o pilar P1 é instável, ou seja, rotulado em suas extremidades, sendo sua estabilidade garantida por P2. O Pilar P2 é engastado na base e se liga rigidamente à viga transversal. Os carregamentos, geometria e dimensões em centímetros são indicados na FIG.6.4.

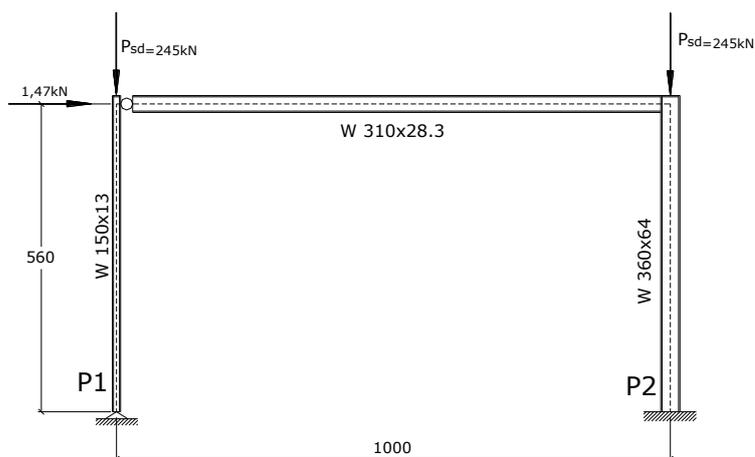


FIGURA 6.4 – Desenho esquemático do exemplo 2

O máximo deslocamento obtido no topo da estrutura original ou lt é $\Delta_h = 0,189$ cm e B_2 vale 1,15, o que permite classificar a estrutura como de média deslocabilidade. Procedendo-se de maneira análoga ao desenvolvimento do exemplo 1, é possível gerar a TAB. 6.3, através da qual se faz a análise comparativa entre as metodologias estudadas.

TABELA 6.3-Análise comparativa entre as metodologias estudadas do exemplo 2

METODOLOGIA DE ANÁLISE	FORÇA AXIAL DE COMPRESSÃO RESISTENTE N_{Rd}	MOMENTO FLETOR RESISTENTE $M_{x,Rd}$	FORÇA NORMAL SOLICITANTE DE COMPRESSÃO N_{Sd}	MOMENTO FLETOR SOLICITANTE $M_{x,Sd}$	$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right)$
a) NBR8800/08 COM FORÇA NOCIONAL	253,8 kN	2410,0 kN	245,03 kN	0,00 kNcm	0,966
b) NBR8800/08 COM K DE PILAR	253,8 kN	2410,0 kN	244,79 kN	0,00 kNcm	0,965
c) NBR8800/08 COM K DE ANDAR	253,8 kN	2410,0 kN	244,79 kN	0,00 kNcm	0,965
d) ANÁLISE AVANÇADA	279,3 kN	2410,0 kN	245,00 kN	0,00 kNcm	0,877

A força axial de compressão resistente tem o mesmo valor ($N_{Rd}=253,8$ kN) para os casos *a*, *b* e *c*, obtido considerando-se *K* igual a 1,0 em todos os casos. Para o caso *d* o valor $N_{Rd}=279,3$ kN foi obtido através do programa. O momento fletor resistente é o mesmo para todas as formulações apresentadas ($M_{x,Rd}=2410,0$ kNcm).

As forças normais solicitantes de compressão têm os mesmos valores para os casos *b* e *c* quando se utilizou a análise em teoria de 1ª ordem. Para o caso *a*, da ABNT NBR 8800:2008 com força nocional que utiliza análise de 2ª ordem, bem como para a análise avançada, os valores são apenas ligeiramente superiores aos anteriores, conforme esperado. Os momentos fletores solicitantes são nulos em todos os casos pelo fato do pilar P1 ser birrotulado.

Os resultados das equações de interação apresentados na última coluna mostram uma excelente correlação em todas as análises, exceto no caso da análise avançada, onde se verifica uma reserva de resistência de aproximadamente 10% em relação aos demais casos. Nesse caso, verifica-se que o pilar P2 efetivamente criou um efeito estabilizante em P1, efeito este captado apenas na análise avançada que indica também que o pilar falha inelasticamente.

6.4 Exemplo 3

Um pórtico com as mesmas características de restrições de extremidade e com os mesmos perfis do exemplo 6.2 é adotado neste exemplo. Sua altura é de 750 cm e o carregamento aplicado é conforme a FIG 6.5

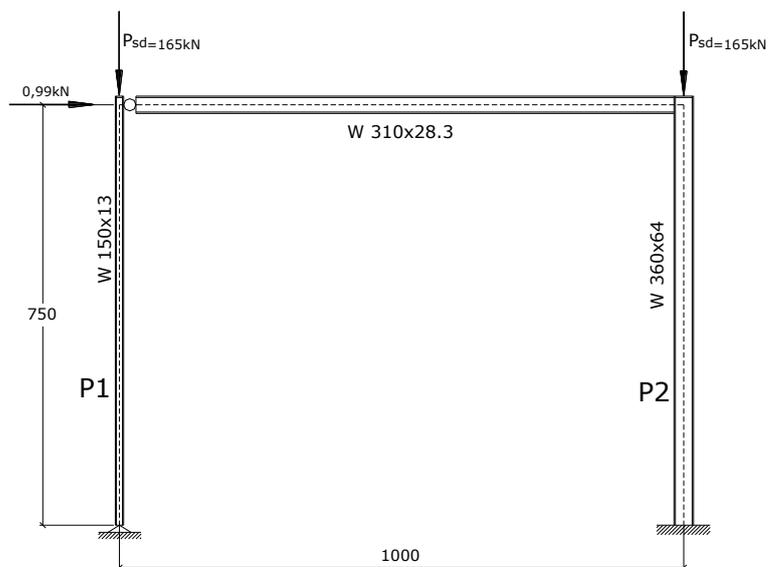


FIGURA 6.5 –Desenho esquemático do exemplo 3

O máximo deslocamento obtido no topo da estrutura original ou lt vale $\Delta_h = 0,287$ cm e B_2 obtido foi 1,18, permitindo classificar a estrutura como de média deslocabilidade. Procedendo-se de maneira análoga ao desenvolvimento dos exemplos anteriores, é possível gerar a TAB. 6.4, através da qual se faz a análise comparativa entre as metodologias estudadas.

A força axial de compressão resistente tem o mesmo valor ($N_{Rd}=179,2$ kN) para os casos a , b e c , obtido considerando-se K igual a 1,0 em todas as situações. Para o caso d o valor $N_{Rd}=207,9$ kN foi obtido através do programa. O momento fletor resistente é o mesmo para todas as formulações apresentadas ($M_{x,Rd}=2410,0$ kNcm).

TABELA 6.4-Análise comparativa entre as metodologias estudadas do exemplo 3

METODOLOGIA DE ANÁLISE	FORÇA AXIAL DE COMPRESSÃO RESISTENTE NRd	MOMENTO FLETOR RESISTENTE Mx,Rd	FORÇA NORMAL SOLICITANTE DE COMPRESSÃO NSd	MOMENTO FLETOR SOLICITANTE Mx,Sd	$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right)$
a) NBR8800/08 COM FORÇA NOCIONAL	179,2 kN	2410,0 kN	165,06 kN	0,00 kNcm	0,921
b) NBR8800/08 COM K DE PILAR	179,2 kN	2410,0 kN	164,79 kN	0,00 kNcm	0,920
c) NBR8800/08 COM K DE ANDAR	179,2 kN	2410,0 kN	164,79 kN	0,00 kNcm	0,920
d) ANÁLISE AVANÇADA	207,9 kN	2410,0 kN	165,10 kN	0,00 kNcm	0,794

As forças normais solicitantes de compressão têm os mesmos valores para os casos *b* e *c* quando se utilizou a análise em teoria de 1ª ordem. Para o caso *a*, da ABNT NBR 8800:2008 com força nocional que utiliza análise de 2ª ordem, bem como para a análise avançada, os valores são apenas ligeiramente superiores aos anteriores, conforme esperado. Os momentos fletores solicitantes são nulos em todos os casos pelo fato do pilar P1 ser birrotulado.

Os resultados das equações de interação apresentados na última coluna mostram uma excelente correlação em todas as análises, exceto no caso da análise avançada, onde se verifica uma reserva de resistência de aproximadamente 15% em relação aos demais casos. Nesse caso, verifica-se que, novamente, o pilar P2 efetivamente criou um efeito estabilizante em P1, efeito este captado apenas na análise avançada que indica também que o pilar falha elasticamente.

6.5 Exemplo 4

A estrutura a seguir consiste num pórtico plano deslocável, cujas dimensões em centímetros, perfis e o carregamento estão indicados na Fig. 6.6. O Pilar P1 é rotulado na base ao passo que o pilar P2 é engastado. Ambos se ligam rigidamente à viga transversal. Os perfis do pilar P1 e o do Pilar P2 são iguais, conforme indicado. O objetivo é avaliar a resistência do pórtico.

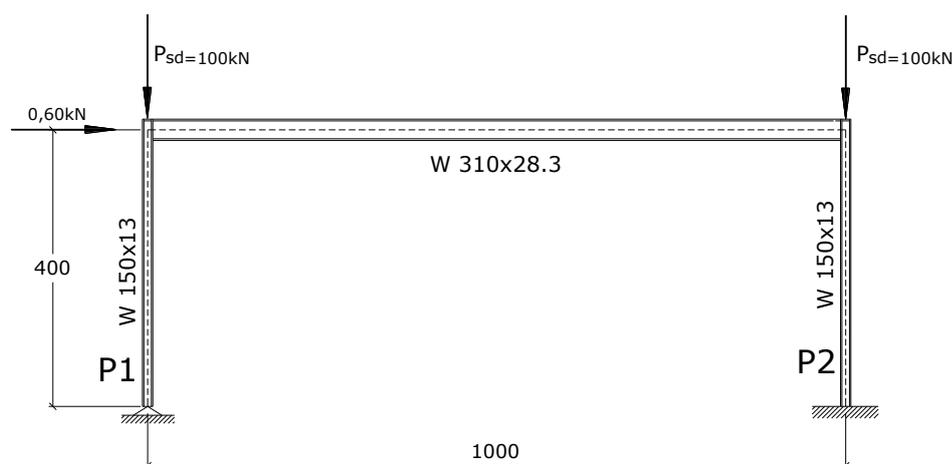


FIGURA 6.6 – Desenho esquemático do exemplo 4

O máximo deslocamento obtido no topo da estrutura original ou l_t vale $\Delta_h = 0,310 \text{ cm}$ e B_2 vale 1,44, classificando a estrutura como de média deslocabilidade. Procedendo-se novamente de maneira análoga ao desenvolvimento dos demais exemplos, é possível gerar a TAB. 6.5

TABELA 6.5-Análise comparativa entre as metodologias estudadas do exemplo 4

METODOLOGIA DE ANÁLISE	FORÇA AXIAL DE COMPRESSÃO RESISTENTE N_{Rd}	MOMENTO FLETOR RESISTENTE $M_{x,Rd}$	FORÇA NORMAL SOLICITANTE DE COMPRESSÃO N_{Sd}	MOMENTO FLETOR SOLICITANTE $M_{x,Sd}$	$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right)$
a) NBR8800/08 COM FORÇA NOCIONAL	314,6 kN	2410,0 kN	100,20 kN	75,90 kNcm	0,346
b) NBR8800/08 COM K DE PILAR	201,7 kN	2410,0 kN	99,86 kN	52,95 kNcm	0,515
c) NBR8800/08 COM K DE ANDAR	252,2 kN	2410,0 kN	99,86 kN	52,95 kNcm	0,415
d) ANÁLISE AVANÇADA	132,0 kN	2410,0 kN	99,84 kN	64,51 kNcm	0,780

Neste exemplo os resultados do momento fletor resistente e dos esforços solicitantes apresentam boa correlação entre todas as metodologias. Entretanto, os resultados das forças axiais de compressão resistentes e os resultados da equação de interação são bastante distintos.

Considerando-se que a análise avançada fornece um resultado exato, todas as outras formulações fornecem resultados incompatíveis entre si e, provavelmente contrários à segurança. Os resultados obtidos pela ABNT NBR 8800:2008 são os menos precisos

entre todas as formulações, superestimando a resistência do pórtico em relação à análise avançada em, aproximadamente, 125%, conforme mostram os resultados das equações de interação.

No caso do método da ABNT NBR 8800:2008 utiliza-se o valor de K igual a 1,0, o que é equivalente à condição de um pilar isolado birrotulado, impedido de se deslocar nas suas extremidades. Para que P1 não sofra qualquer deslocamento lateral em seu topo o pilar P2 deve garantir esta condição. Mas, nesse caso, P1 e P2 possuem o mesmo perfil e solicitações combinadas praticamente iguais. Embora o pilar P2 possua resistência superior àquela verificada para P1, devido ao nível de carregamento a que este pilar está submetido, o mesmo não consegue estabilizar-se e ainda garantir um nível de estabilidade suficiente ao pilar P1 que impeça que seu topo não sofra qualquer nível de deslocamento lateral. A formulação da norma não capta este tipo de situação. De fato, sendo o pórtico deslocável, o valor teórico do fator de comprimento efetivo K se aproximaria, ou poderia ultrapassar, 2,0. Dessa forma, ao se atribuir ao pilar P1 seu comprimento real como referência na avaliação da estabilidade, pode-se gerar um resultado que superestima sua resistência, conforme ocorreu no exemplo 4.

Em situações em que todos os pilares do pórtico deslocável estiverem carregados com valores de compressão próximos às suas resistências máximas, pode-se verificar uma condição de instabilidade global no pavimento, uma vez que não há reserva de resistência à instabilidade lateral em qualquer subestrutura do sistema. Nessa condição, adotar o comprimento real do pilar para fins de análise estrutural pode levar a situações desfavoráveis à segurança, notadamente em pórticos compostos por pilares esbeltos, o que é grave do ponto de vista estrutural.

CAPÍTULO

7

CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi apresentar um estudo da estabilidade de pórticos planos de aço considerando-se a utilização do fator do comprimento efetivo de flambagem e das forças nocionais na análise dessas estruturas.

Para alcançar esse objetivo, o presente trabalho apresentou características do método do comprimento efetivo, largamente utilizado em escritórios de cálculo para o desenvolvimento de projetos estruturais. O método foi “rediscutido” mostrando as vantagens e desvantagens de sua aplicação, notadamente por este não captar o efeito estabilizante causado pelo pavimento no pilar e por negligenciar o comportamento inelástico dos elementos estruturais. O conceito da flambagem do pavimento foi apresentado, bem como as considerações para se determinar o fator K na fase inelástica.

O trabalho apresentou o conceito da formulação baseada na aplicação da força nocional, para considerar as imperfeições geométricas e de material, a partir da aplicação de uma força horizontal fictícia no topo do andar, correspondente a uma fração do somatório de todos os carregamentos verticais de cálculo atuantes no pavimento. Definiu-se esta fração como um fator de força nocional, ξ , com valor básico igual a 0,005. Visando um dimensionamento mais otimizado, estabeleceram-se procedimentos para refinamento do valor básico de ξ .

Avaliou-se comparativamente o método da força nocional conforme prescreve a ABNT NBR 8800: 2008 com o método do comprimento efetivo, tendo como base para a comparação os resultados de um programa desenvolvido conforme os critérios da

análise avançada em que se incluem os efeitos da não-linearidade geométrica e de material, a plasticidade distribuída, as tensões residuais e imperfeições geométricas.

Foram avaliadas as vantagens e desvantagens de cada método, as condições de validação dos mesmos e suas limitações, na tentativa de representar sistemas estruturais reais.

Os exemplos apresentados no *capítulo 6*, buscando avaliar os procedimentos de análise e o dimensionamento estrutural apresentados neste trabalho, permitiram comparar os resultados entre estes, utilizando-se como base de referência a análise avançada.

Considerando-se os três primeiros casos estudados, onde nitidamente ocorre o efeito estabilizante de andar, os resultados mostraram uma excelente correlação entre a metodologia da ABNT NBR 8800:2008 com *Força Nocial* e a metodologia do *K de Andar*. O resultado da metodologia de *K de Pilar* mostrou-se bastante conservador em relação aos casos anteriores, pelo fato de não captar os efeitos estabilizantes do andar e, desta forma, subestimando a resistência do pilar P1.

Os resultados da análise avançada, considerados nesse trabalho como “exatos”, mostraram que nas metodologias da ABNT NBR 8800:2008 e do comprimento efetivo considerando o efeito de andar, embora apresentem boa correlação entre si, ainda são conservadoras. Isso acontece porque o fator do comprimento efetivo é ainda necessário para o cálculo da resistência à força axial visando assegurar a validade geral das equações de interação utilizadas na atual ABNT NBR 8800:2008.

Considerando-se o exemplo 4 do *capítulo 6*, onde o efeito de andar é pouco significativo, ou seja, situação em que todos os pilares do pórtico deslocável estão carregados com valores de compressão próximos às suas resistências máximas, pode-se verificar uma condição de instabilidade global no pavimento uma vez que não há reserva de resistência à instabilidade lateral em qualquer subestrutura do sistema. Nessa condição, ao se adotar o comprimento real do pilar ($K=1,0$) para fins de análise

estrutural, podem-se gerar situações desfavoráveis à segurança, notadamente em pórticos compostos por pilares esbeltos, o que é grave do ponto de vista estrutural.

No exemplo estudado, considerando-se que a análise avançada fornece o resultado exato, todas as outras formulações forneceram resultados incompatíveis entre si e, provavelmente contrários à segurança. Os resultados obtidos pela ABNT NBR 8800:2008 foram os menos precisos entre todas as formulações, superestimando a resistência do pórtico em relação à análise avançada em, aproximadamente, 125%. Isso se deve ao fato do procedimento da norma utilizar o valor de K igual a 1,0. De fato, sendo o pórtico deslocável, o valor teórico do fator de comprimento efetivo K deveria se aproximar, ou mesmo ultrapassar, 2,0. Dessa forma, ao se atribuir ao pilar P1 seu comprimento real como referência na avaliação da estabilidade, pode-se obter um resultado que superestima sua resistência conforme ocorreu no exemplo 4.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABNT NBR 8800: 2008. *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*, ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

ASCE (1997) *Effective Length and Notional Load Approaches for Assessing Frame Stability: Implications for American Steel Design*, American Society of Civil Engineers.

ALMEIDA, A. C. B. (2006) *Análise Inelástica de Pórticos Planos Considerando a Plasticidade Distribuída e o Efeito das Tensões Residuais nos Perfis Estruturais de Aço*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia da UFMG, p. 165.

ANSI/AISC 360-05. *Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction.

ARAÚJO, R. E. (2010) *Estudo da Influência do Encruamento do Aço e das Tensões Residuais no Comportamento Inelástico de Pórticos Planos via Análise Avançada*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia da UFMG, p. 121.

AS4100: 1990 *Steel Structures*. Standards Association of Australia, Sydney, Australia.

BJORHOVDE, R. (1988): *Columns: from Theory to Practice*. Engineering Journal (AISC), v. 25, n. 1, 1st Quarter, p. 21-34.

CHEN, W.F. E LUI, E.M. (1986) *Structural Stability – Theory and Implementation*, New York, Elsevier.

CHEN, W.F. E LUI, E.M. (1991) *Stability Design of Steel Frames*, Boca Raton, FL: CRC Press.

CHEN, W. F. E TOMA, S. (1994) *Advanced Analysis of Steel Frames: Theory, Software, and Applications*. Boca Raton: CRC-Press, p. 384.

CHEN, W. F., GOTO, Y. E LIEW, J. Y. R. (1996) *Stability Design of Semi-Rigid Frames*. New York: John Wiley e Sons, Inc., p. 468.

CHEN, W. F.; KIM, S-E.; CHOI S-H (2001) *Practical Second-Order Inelastic Analysis for Three-Dimensional Steel Frames*. Steel Structures, pp. 213-223.

CLARKE, M. J.; BRIDGE, R. Q.; HANCOCK, G. J.; TRAHAIR, N. J. (1992) *Advanced Analysis of Steel Building Frames*. Journal of Constructional Steel Research; Vol. 23, N° 3, pp.1-29.

CAN/CSA-S16.1-M89 *Limit States Design of Steel Structures*, Canadian Standards Association, Ontario, Canada.

DISQUE, R.O. (1973) *Inelastic K-factor in Column Design*, Engineering Journal, AISC, 10, 2; 33-35.

EN 1993-1-1: 2005 *Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings*. European Committee for Standardization.

FAKURY, R. H. (2009) *Dimensionamento Básico de Elementos de Estruturas de Aço*. Notas de aula. Escola de Engenharia da UFMG.

GALAMBOS, T. V. (1988) *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 4th Edition, John Willey & Sons.

KANCHANALAI T. (1977) *The Design and Behavior of Beam-columns in Unbraced Steel Frames*. AISI Project N°. 189, Report N°. 2, Civil Engineering/Structures Research Laboratory, University of Texas, Austin (TX), p. 300.

KIM, S. E. AND CHEN, W. F. (1996-a) *Practical Advanced Analysis for Braced Steel Frame Design*. Journal of Structural Engineering, ASCE, 122(11), pp. 1266-1274.

KIM, S. E. AND CHEN, W. F. (1996-b) *Practical Advanced Analysis for Unbraced Steel Frame Design*. Journal of Structural Engineering, ASCE, 122(11), pp. 1259-1265.

LANDESMANN, A. (2003) *Modelo Não-Linear Inelástico para Análise de Estruturas Metálicas Aperticadas em Condições de Incêndio*. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ, p. 295.

LAVALL, A. C. C. (1996): *Uma Formulação Teórica Consistente para a Análise Não-Linear de Pórticos Planos pelo Método dos Elementos Finitos Considerando Barras com Imperfeições Iniciais e Tensões Residuais nas Seções Transversais*. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, USP, p. 265.

LE MESSURIER, W.J. (1977). *A Practical Method of Second-Order Analysis: Part 2 - Rigid Frames*. AISC Engineering Journal. Vol. 14, Nº 2, pp 49-67.

LIEW, J. Y.R., WHITE, D. W. E CHEN, W. F. (1993-a) *Second-Order Refined Plastic-Hinge Analysis for Frame Design – Part I*. Journal of Structural Engineering. Vol. 119, Nº 11, pp. 3196-3216.

LIEW, J. Y.R., WHITE, D. W. E CHEN, W. F. (1993-b) *Second-Order Refined Plastic-Hinge Analysis for Frame Design – Part II*. Journal of Structural Engineering. Vol. 119, Nº 11, pp. 3217-3237.

MACHADO, F. C. S. E SILVEIRA, R. A. M. (2005) *Formulação Inelástica de Segunda Ordem para Sistemas Estruturados em Aço Rem*: Revista Escola de Minas, v.58, no.3, Ouro Preto.

MARTHA, L. F (2002): *Ftool: Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas*. PUC-Rio - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. Rio de Janeiro.

NETO, J. D. F E PIMENTA, P. M. (2004) *Análise Não-Linear Inelástica de Edifícios com estruturas de Aço ou Mista e Núcleo de Concreto*. Engenharia de Estudo e Pesquisa/ Universidade Federal de Juiz de Fora, v. 7, nº 2, pp. 21-29.

PIMENTA, P. M. (1986) *Análise Não-Linear de Pórticos Planos*. Boletim Técnico do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 8611. São Paulo, EPUSP.

PINHEIRO, L E SILVEIRA, R. A. M. (2005) *Computational Procedures for Nonlinear Analysis of Frames with Semi-rigid Connections*. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 2, pp. 339-367.

SALMON, C. G. E JOHNSON, J. E. (1996) *Steel Structures – Design and Behavior*. 4th Edition, Harper Collins Publishers Inc.

SILVA, R.G.L. (2004) *Avaliação dos Efeitos de Segunda Ordem em Edifícios de Aço Utilizando Métodos Aproximados e Análise Rigorosa*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia da UFMG, p. 140.

SILVA, R. G. L. E LAVALL, A. C. C. (2005): *Formulação Geral para Análise Avançada de Pórticos de Aço considerando a Plasticidade Distribuída*. In: XXVI CILAMCE – Iberian Latin American Congress in Computational Methods in Engineering, 2005, Guarapari – ES. Anais do XXVI CILAMCE – v.1, pp. 1-15.

SILVA, R. G. L. e LAVALL, A. C. C. (2008). *Formulação para Análise Avançada de Pórticos Planos de Aço Considerando a Plasticidade Distribuída e a Teoria de Timoshenko*. In: XXIX CILAMCE – Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Maceió-AL, Anais do XXIX CILAMCE v.1, pp. 1-20.

SILVA, R. G. L. e LAVALL, A. C. C. (2009). *Análise Inelástica de Pórticos de Aço Parcialmente Restringidos* In: XXX CILAMCE – Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Búzios-RJ, Anais do XXX CILAMCE v.1, pp 1-20.

VOGEL, U (1985) *Calibrating Frames*. Stahlbau, v. 10, pp. 295-301

WHITE, D. W. (1993) *Plastic Hinge Methods for Advanced Analysis of Steel Frames*. Journal of Constructional Steel Research, v. 24, pp. 124-152.

WHITE, D. W.; HAJAR, J. F. (2000) *Stability of Steel Frames: The Cases for Simple Elastic and Rigorous Inelastic Analysis /Design Procedures*. Engineering Structures, V. 22, N° 2, pp. 155-167.

YURA, J. A. (1971) *The Effective Length of Columns in Unbraced Frames*. AISC Journal Engineering, V. 8(2), p. 37-42.