

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**FORMULAÇÃO PARA A ANÁLISE AVANÇADA DE SISTEMAS
ESTRUTURAIS FORMADOS POR CABOS E TRELIÇAS
ESPACIAIS VISANDO À APLICAÇÃO EM TORRES ESTAIADAS
PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO**

RODRIGO SERNIZON COSTA

2014

C837f

Costa, Rodrigo Sernizon.

Formulação para análise avançada de sistemas estruturais formados por cabos e treliças espaciais visando à aplicação em torres estaiadas para linhas de transmissão [manuscrito] / Rodrigo Sernizon Costa.- 2014. xxvi, 264 f., enc.: il.

Orientador: Armando César Campos Lavall.

Tese (doutorado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Anexos: f.239-264.

Bibliografia: f.224-238.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Linhas de telecomunicação - Teses. 3. Estruturas metálicas - Teses. I. Lavall, Armando César Campos. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 624(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ESCOLA DE ENGENHARIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**“FORMULAÇÃO PARA A ANÁLISE AVANÇADA DE SISTEMAS ESTRUTURAIS
FORMADOS POR CABOS E TRELIÇAS ESPACIAIS VISANDO À APLICAÇÃO EM
TORRES ESTAIADAS PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO”**

Rodrigo Sernizon Costa

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Doutor em Engenharia de Estruturas”.

Comissão examinadora:

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall
DEES - UFMG (Orientador)

Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury
DEES – UFMG

Prof. Dr. Marcelo Greco
DEES – UFMG

Prof. Dr. José Carlos Lopes Ribeiro
UFV

Prof. Dr. Ruy Carlos Ramos de Menezes
UFRGS

Belo Horizonte, 19 de dezembro de 2014

DEDICATÓRIA

A minha amada esposa Luciana e ao meu filho Gabriel; aos meus pais Marciano (in memoriam) e Marisa; aos meus sogros João e Terezinha, dedico com muito carinho este trabalho.

AGRADECIMENTOS

À Deus por mais um sonho alcançado.

Ao Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall, por sua dedicada orientação e grande parceiro, sempre incentivando e apoiando nos momentos necessários. Muito obrigado.

A minha esposa Luciana pelo enorme incentivo, apoio, carinho, compreensão e amor, possibilitando a realização de mais este sonho.

Ao meu filho Gabriel que nos momentos difíceis me abraçava com beijos e carinho, com isso querendo dizer: “*Papai estou com você*”. Obrigado filho.

Aos meus queridos Pais, Marciano (in memoriam) e Marisa, meus irmãos, Guilherme, Renata e Leonardo (in memoriam), minha afilhada Melissa e cunhada Marcela pelo apoio, carinho, acolhimento e amor.

Aos meus Pais de coração, João Batista e Terezinha e irmão Rafael pelo grande apoio, acolhimento, incentivo e paciência nesta caminhada.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Estruturas, especialmente ao Prof. Roque Luiz da Silva Pitangueira, Prof. Samuel Silva Penna, Prof. Gabriel de Oliveira Ribeiro, Prof. Marcelo Greco, Prof. Felício Bruzzi Barros, Prof. Ricardo Hallal Fakury, Prof. José Ricardo Queiroz Franco; Prof. Pedro Vianna Pessoa de Mendonça, Prof^a Jacqueline Maria Flor, Prof. Luís Eustáquio Moreira, Prof. Estevam Barbosa de Las Casas e Prof. Alcebíades de Vasconcellos Filho que com palavras e olhares incentivavam e apoiavam para continuar a realização deste trabalho.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da EE/UFMG pela amizade e oportunidade de cursar o doutorado. Lembro aqui, as seguintes pessoas: Maria Inês Miranda de Souza, Fátima Aparecida de Carvalho, Patrícia Aparecida da Silva, Iracema Alves Torres, Geraldo Evaristo Silva e Afonso Geraldo da Silva pela força, carinho, incentivo e a disponibilidade em colaborar.

Aos meus grandes amigos Everaldo Vidigal Rodrigues e Renata Gomes Lanna da Silva, pelo apoio, colaboração e incentivo.

Aos meus colegas de Pós-Graduação pela convivência simpática e respeito, em especial à Juscelina, Anelize, Heloisa, Ivone, Marcela, Ayrton Hugo, Filipe e Adimar que me apoiaram durante o curso.

Aos engenheiros Rogério Peixoto Guimarães e Marina Megale de Carvalho Guerra da empresa SAE Towers Brasil Ltda pelo fornecimento de todo o material necessário para análise das torres monomastro e cross rope.

Ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio técnico e financeiro e à CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pelo apoio técnico.

À todas as pessoas que contribuíram direta e indiretamente para a realização deste trabalho.

EPÍGRAFE

*“Não basta saber, é também preciso aplicar, não
basta querer, é preciso também agir”.*

Goethe

RESUMO

Este trabalho de pesquisa tem por objetivo o desenvolvimento de uma formulação geral via método dos elementos finitos visando à realização de uma análise avançada de sistemas estruturais formados por estruturas de cabos e de treliças espaciais e sua implementação computacional. Apesar da formulação ser geral, tem-se como objetivo específico a sua aplicação em torres metálicas estaiadas para linhas de transmissão. Para isso, é feito o estudo de uma formulação geometricamente exata além da consideração da não linearidade do material utilizando-se os conceitos da plasticidade distribuída. Inicialmente, apresenta-se a formulação analítica para a análise de estruturas de cabos e uma formulação numérica para análise dos sistemas estruturais formados de cabos e treliças. A formulação numérica, geometricamente exata, para problemas tridimensionais é mostrada em um desenvolvimento teórico dentro de uma rigorosa formulação Lagrangiana atualizada, que utiliza a técnica corrotacional para a dedução consistente da matriz de rigidez tangente dos elementos de cabo exato e de treliça. Essa teoria é apresentada, definindo-se as tensões e deformações conjugadas e objetivas; as relações constitutivas elásticas e elastoplásticas; os sistemas de coordenadas global (cartesiano) e local (corrotacional); os campos de deformação e deslocamento, segundo a hipótese cinemática da teoria de Bernoulli-Euler. São introduzidas as interpolações usuais dos métodos numéricos para a determinação analítica das matrizes de rigidez tangente, elástica e elastoplástica, dos elementos. A formulação implementada permite ainda avaliar os efeitos da variação da temperatura nos elementos de treliça e cabos. São apresentados exemplos numéricos aplicados em sistemas estruturais de treliças e cabos, pretendendo-se demonstrar a eficiência da formulação bem como a precisão dos resultados quando comparados com resultados teóricos da literatura e de outros programas existentes. Finalmente, após uma descrição geral sobre o projeto das torres de linhas de transmissão são apresentados exemplos de casos reais de torres metálicas estaiadas com o objetivo de se demonstrar toda a capacidade do programa desenvolvido. Os resultados obtidos pelo programa desenvolvido são comparados com os resultados de programas comerciais, mostrando a sua precisão, eficiência e potencialidade.

Palavras-chave: Análise avançada; Estruturas de cabos; Treliças espaciais; Torres metálicas estaiadas; Linhas de transmissão.

ABSTRACT

This research aims to develop a general formulation using the Finite Element Method (FEM) to perform an advanced analysis of structural systems composed by cables and space trusses structures and its computational implementation. Although the formulation is general, the specific goal is the application in guyed steel towers for transmission lines. For this, is carried out the study of a geometrically exact formulation considering the non-linearity of the material using the concepts of distributed plasticity. Initially, an analytical formulation is presented for the analysis of cables structures and a numerical formulation for the structural system analysis constituted by cables and trusses. The numerical formulation for three-dimensional problem is geometrically exact, where the theoretical development is done within strictly updated Lagrangian formulation, that uses the corrotational technique for the consistent deduction of the tangent stiffness matrix of the exact cable elements and trusses elements. This theory is presented, defining the conjugated pair of objective stresses and strains, elastic and elastoplastic constitutive relations, the global coordinate system (cartesian) and local (corotational), the fields of displacements and strains according to the kinematic hypothesis of Bernoulli-Euler theory. The usual interpolations of the numerical methods were introduced for the analytical determination of the tangent stiffness matrix, both elastic and elastoplastic. The implemented formulation allows to evaluate the effects of temperature variation in the truss elements and cables and the effects of residual stresses in the truss elements. Numerical examples applied in structural systems of trusses and cables are presented, intending to demonstrate the efficiency of the formulation as well as the accuracy of the results compared with theoretical results from the literature and other existing programs. Finally, after an overview about the design of transmission line towers, examples of usual cases of guyed steel towers are shown in order to demonstrate full the capacity of the developed software. The obtained results by the developed program are compared to the results of commercial programs, showing its accuracy, efficiency and potentiality.

Keywords: Advanced analysis; Cables structures; Space trusses; Guyed steel towers; Transmission lines.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Pontos extremos do Brasil	4
Figura 2.1 – Ponte pênsil Hercílio Luz, Florianópolis (SC).....	12
Figura 2.2 – Ponte estaiada Newton Navarroz (Ponte de Todos), Natal (RN).....	13
Figura 2.3 – Teleférico (Bondinho do Pão de Açúcar), Rio de Janeiro (RJ)	13
Figura 2.4 – Linha de transmissão no oeste do Paraná	13
Figura 2.5– Cordoalhas de aço de sistema aberto.....	15
Fonte: Adaptado de http://www.cabosdeacocablemax.com.br/cordoalhas.html	15
Figura 2.6– Cordoalhas de aço de sistema fechado	15
Fonte: Aguiar (1999).....	15
Figura 2.7- Construção do cabo de aço de fios torcidos	16
Figura 2.8 – Módulo de elasticidade secante segundo a ASCE 19-10 (2010)	18
Figura 2.9 – Curva tensão (σ) <i>versus</i> deformação (ε) conforme Ramberg e Osgood (1943) ..	19
Figura 2.10 – Curva tensão <i>versus</i> deformação para cabos e cordoalhas obtidas de ensaio de Jonatowski e Birnstiel (1967).....	19
Figura 2.11 – Curva tensão (σ) <i>versus</i> deformação (ε) conforme Greenberg (1970).....	20
Figura 2.12 – Curva tensão (σ) <i>versus</i> deformação (ε) para cordoalhas ensaiadas por Murray e Willems (1970)	22
Figura 2.13 – Curva tensão (σ) <i>versus</i> deformação (ε) recomendada por Murray e Willems (1970).....	22
Figura 3.1 – Curva de uma corrente suspensa	34
Figura 3.2 – Cabo com apoio desnivelado sujeito a forças concentradas	37
Figura 3.3 – Configuração inicial do cabo	38
Figura 3.4 – Diagrama de corpo livre de um elemento de cabo sujeito ao carregamento uniformemente distribuído	38
Figura 3.5 - Diagrama de corpo livre de um elemento de cabo sujeito ao peso próprio	45
Figura 3.6 – Trajetória do ponto material da configuração de referência (Ω_r) para corrigida (Ω_c)	51
Figura 3.7 – Transformação de uma fibra da configuração de referência (Ω_r) para corrigida (Ω_c)	53
Figura 3.8 – Configurações de uma fibra material	54

Figura 3.9 – Gráfico ε_m versus λ das famílias de deformações	56
Figura 3.10 – Comportamento elastoplástico de uma fibra.....	62
Figura 3.11 – Elemento de cabo ou treliça nas configurações de referência e corrigidas	64
Figura 3.12 – Deslocamento de um ponto P de uma seção genérica em relação ao sistema corrotacional	68
Figura 4.1 – Comportamento elastoplástico do material para o caso uniaxial	88
Figura 4.2 – Diagrama tensão versus deformação multilinear	91
Figura 4.3 – Transição entre os trechos lineares II – III e II-I.....	93
Figura 4.4 – Descarga ou recarga elástica a partir do trecho III.....	97
Figura 4.5 – Seções transversais em perfil “I” e cantoneira divididas em fatias.....	97
Figura 4.6 – Fluxograma geral para análise não linear incremental e iterativa.....	99
Figura 5.1 – Treliça plana em balanço	104
Figura 5.2 – Lei constitutiva bilinear	105
Figura 5.3 – Curva carga versus deslocamentos vertical do nó 21.....	106
Figura 5.4 – Deformada da treliça em balanço – Nike 3D	106
Figura 5.5 – Deformada da treliça em balanço – ASTRAS.....	107
Figura 5.6 – Treliça plana hiperestática de três barras.....	107
Figura 5.7 – Comportamento elástico– lei constitutiva 1	108
Figura 5.8 – Curva P_i versus δ_{1x} – análise elástica em 1ª ordem.....	109
Figura 5.9 – Curva P_i versus δ_{1y} – análise elástica em 1ª ordem.....	109
Figura 5.10 – Curva P_i versus δ_{1x} – análise elástica em 2ª ordem.....	110
Figura 5.11 – Curva P_i versus δ_{1y} – análise elástica em 2ª ordem.....	111
Figura 5.12 – Comportamento elastoplástico – lei constitutiva 2	111
Figura 5.13 – Curva P_i versus δ_{1x} – análise elastoplástica em 2ª ordem.....	112
Figura 5.14 – Curva P_i versus δ_{1y} – análise elastoplástica em 2ª ordem.....	112
Figura 5.15 – Curva P_i versus δ_{1x} - ASTRAS	113
Figura 5.16 – Curva P_i versus δ_{1y} – ASTRAS.....	113
Figura 5.17 – Estrutura espacial treliçada	115
Figura 5.18 – Comportamento não linear da estrutura.....	117
Figura 5.19 – Deformadas da torre treliçada espacial para os incrementos 0, 2, 4 e 6.....	118
Figura 5.20 – Cabo suspenso sujeito a carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão.....	119
Figura 5.21 – Configurações finais da estrutura de cabo parábola suspenso	120

Figura 5.22 – Cabo suspenso sujeito ao peso próprio.....	121
Figura 5.23 – Configurações finais da estrutura de cabo catenária suspenso	122
Figura 5.24 – Configurações finais da estrutura de cabo suspenso	122
Figura 5.25 – Cabo suspenso sujeito a forças concentradas.....	123
Figura 5.26 – Configurações iniciais do cabo suspenso somente com peso próprio.....	125
Figura 5.27 – Configurações inicial e final da estrutura de cabo após carga de peso próprio e forças concentradas	125
Figura 5.28 – Cabo suspenso sujeito ao carregamento uniformemente distribuído e a forças concentradas	126
Figura 5.29 – Configurações inicial e final da estrutura de cabo	127
Figura 5.30 – Cabo suspenso sujeito ao peso próprio e à força concentrada	127
Figura 5.31 – Configurações inicial e final do cabo após carga de peso próprio e força concentrada.....	129
Figura 5.32 – Cabo suspenso desnivelado sujeito ao peso próprio e a forças concentradas..	130
Figura 5.33 – Configurações inicial e final do cabo suspenso desnivelado	132
Figura 5.34 – Estrutura hiperestática plana de três cabos	132
Figura 5.35 – Comportamento elastoplástico perfeito – lei constitutiva 1	134
Figura 5.36 – Curva carga <i>versus</i> deslocamento vertical em D (δ_D) - lei constitutiva 1	136
Figura 5.37 – Comportamento elastoplástico - lei constitutiva 2	137
Figura 5.38 – Curva carga <i>versus</i> deslocamento vertical em D (δ_D) - lei constitutiva 1 e 2..	138
Figura 5.39 – Comportamento elastoplástico - lei constitutiva 3	140
Figura 5.40 – Curva carga <i>versus</i> deslocamento vertical em D (δ_D) - lei constitutiva 3	140
Figura 5.41 – Estrutura espacial de cabos suspensos.....	142
Figura 5.42 – Deformada da estrutura espacial de cabos suspensos plano xy	145
Figura 5.43 – Deformada da estrutura espacial de cabos suspensos plano xz	145
Figura 6.1 – Etapas principais da atividade elétrica	147
Figura 6.2 – Configuração do Sistema Interligado Nacional (SIN)	149
Figura 6.3 – Principais elementos das linhas de transmissão	150
Figura 6.4 – Disposição horizontal dos condutores em torre de circuito simples	153
Figura 6.5 – Disposição vertical dos condutores em torres de circuito duplo.....	154
Figura 6.6 – Disposição triangular dos condutores em torre de circuito simples.....	154
Figura 6.7 – Formato das torres metálicas treliçadas autoportantes	157
Figura 6.8 – Formato das torres metálicas treliçadas estaiadas	158
Figura 6.9 – Carregamento devido ao peso próprio dos painéis (Pp).....	159

Figura 6.10 – Força devido ao vento (W) por níveis de influência de cada painel.....	160
Figura 6.11 – Ação do vento sobre o tronco da torre.....	160
Figura 6.12 – Diagramas de carregamento da estrutura nos pontos de fixação dos cabos	161
Figura 6.13 – Vista espacial da torre estaiada monomastro	164
Figura 6.14 – Croquis do posicionamento do monomastro ao longo da linha de transmissão	165
Figura 6.15 – Vista transversal da torre estaiada monomastro.....	166
Figura 6.16 – Vista longitudinal da torre estaiada monomastro.....	167
Figura 6.17 – Definição do ângulo de incidência do vento.....	169
Figura 6.18 – Forças transversais devido ao vento na torre monomastro.....	170
Figura 6.19 – Diagrama típico de aplicação do carregamento na torre monomastro	171
Figura 6.20 – Curvas σ versus ε de Murray e Willems (1970) e multilinear ASTRAS.....	172
Figura 6.21 – Vista espacial da deformada da torre monomastro - Hipótese I.....	177
Figura 6.22 – Vista transversal (plano xy) da deformada da torre monomastro - Hipótese I.	178
Figura 6.23 – Vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre monomastro - Hipótese I	178
Figura 6.24 – Vista superior em detalhe (plano xz) da deformada da torre monomastro - Hipótese I.....	179
Figura 6.25 – Vista espacial da deformada da torre monomastro - Hipótese II.....	180
Figura 6. 26 – Vista transversal (plano xy) da deformada da torre monomastro - Hipótese II	181
Figura 6.27 – Vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre monomastro - Hipótese II	181
Figura 6.28 – Vista superior em detalhe (plano xz) da deformada da torre monomastro - Hipótese II.....	182
Figura 6.29 – Vista espacial da deformada da torre monomastro - Hipótese IV	183
Figura 6.30 – Vista transversal (plano xy) da deformada da torre monomastro - Hipótese IV	184
Figura 6.31 – Vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre monomastro - Hipótese IV	184
Figura 6.32 – Vista superior em detalhe (plano xz) da deformada da torre monomastro - Hipótese IV.....	185

Figura 6.33 – Tensões e deformações normais de tração dos estais da torre monomastro representadas por isofaixas - Hipótese I.....	186
Figura 6.34 – Tensões e deformações normais de tração dos estais da torre monomastro representadas por isofaixas - Hipótese II.....	187
Figura 6.35 – Tensões e deformações normais de tração dos estais da torre monomastro representadas por isofaixas - Hipótese IV.....	188
Figura 6.36 – Vista espacial da torre estaiada cross rope	189
Figura 6.37 – Croquis do posicionamento da torre cross rope ao longo da linha de transmissão	190
Figura 6.38 – Vista transversal da torre estaiada cross rope	191
Figura 6.39 – Vista longitudinal da torre estaiada cross rope	192
Figura 6.40 – Forças transversais e longitudinais devido ao vento na torre cross rope.....	194
Figura 6.41 – Diagrama típico de aplicação do carregamento na torre cross rope.....	195
Figura 6.42 – Curvas σ versus ε de Murray e Willems (1970) e multilinear ASTRAS.....	196
Figura 6.43 – Nós da torre cross rope para análise de deslocamentos.....	200
Figura 6.44 – Vista espacial da deformada da torre cross rope - Hipótese I.....	201
Figura 6.45 – Vista espacial, em detalhe, da parte superior da torre cross rope - Hipótese I	202
Figura 6.46 – Vista transversal (plano xy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese I	202
Figura 6.47 – Vista longitudinal (plano zy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese I	202
Figura 6.48 – Vista superior (plano xz), da deformada da cross rope - Hipótese I.....	203
Figura 6.49 – Vista espacial da deformada da torre cross rope - Hipótese II	204
Figura 6.50 – Vista espacial, em detalhe, da deformada da torre cross rope - Hipótese II....	205
Figura 6.51 – Vista transversal (plano xy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese II.....	205
Figura 6.52 – Vista longitudinal (plano zy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese II.....	205
Figura 6.53 – Vista superior (plano xz) da deformada da cross rope - Hipótese II.....	206
Figura 6.54 – Vista espacial da deformada da torre cross rope - Hipótese III	207
Figura 6.55 – Vista espacial, em detalhe, da deformada da torre cross rope - Hipótese III ..	208
Figura 6.56 – Vista transversal (plano xy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese III.....	208

Figura 6.57 – Vista longitudinal (plano zy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese III.....	208
Figura 6. 58 – Vista superior (plano xz) da deformada da cross rope - Hipótese III.....	209
Figura 6.59 – Tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar da torre cross rope representadas por isofaixas - Hipótese I.....	209
Figura 6.60 – Tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar da torre cross rope representadas por isofaixas - Hipótese II.....	211
Figura 6.61 – Tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar da torre cross rope representadas por isofaixas - Hipótese III.....	212
Figura 6.62 – Tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar da torre cross rope representadas por isofaixas - Hipótese IV.....	214

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Resistência à tração dos fios de aço	17
Tabela 2.2 – Parâmetros para as cordoalhas ensaiadas	21
Tabela 2.3 – Parâmetros recomendados para as cordoalhas	22
Tabela 5.1 – Deslocamentos verticais do nó 21	105
Tabela 5.2 – Resultados numéricos da análise elástica em 1ª ordem	109
Tabela 5.3 – Resultados numéricos da análise elástica em 2ª ordem	110
Tabela 5.4 – Lei constitutiva 2 - propriedades físicas do material	111
Tabela 5.5 – Resultados numéricos da análise elastoplástica em 2ª ordem	112
Tabela 5.6 – Forças máximas nas barras para as diversas análises	114
Tabela 5.7 – Deslocamentos horizontais da torre espacial - δ_{5x} e δ_{9x}	116
Tabela 5.8 – Tensões nas barras da torre para cada incremento de carga.....	116
Tabela 5.9 – Resultados analíticos e do programa <i>ASTRAS</i>	119
Tabela 5.10 – Resultados analíticos Hibbeler (2011) e do programa <i>ASTRAS</i>	121
Tabela 5.11 – Resultados relativos a geometria do cabo	124
Tabela 5.12 – Resultados das forças e reações no cabo	124
Tabela 5.13 – Resultados analíticos e numéricos do problema	126
Tabela 5.14 – Resultados dos deslocamentos horizontais (δ_{Cx}) e verticais (δ_{Cy}) do ponto <i>C</i> .	128
Tabela 5.15 – Forças de tração nos elementos de cabo	129
Tabela 5.16 – Reações de apoio e distâncias dos pontos de aplicação das forças concentradas	131
Tabela 5.17 – Força de tração nos elementos de cabo	131
Tabela 5.18 – Resultados analíticos da análise referente a lei constitutiva 1	135
Tabela 5.19 – Resultados numéricos da análise referente a lei constitutiva 1	135
Tabela 5.20 – Tensões, deformações e módulo tangente da lei constitutiva 2.....	137
Tabela 5.21 – Resultados numéricos da análise referentes a lei constitutiva 2	138
Tabela 5.22 – Tensões, deformações e módulos tangente da lei constitutiva 3	139
Tabela 5.23 – Resultados numéricos da análise referente a lei constitutiva 3	141
Tabela 5.24 – Resultados numéricos dos deslocamentos do ponto <i>A</i> para $\Delta T = 0$	143
Tabela 5.25 – Resultados numéricos dos deslocamentos do ponto <i>A</i> para $\Delta T = 100$ un.....	144

Tabela 5.26 – Resultados dos componentes H_x , H_z e V_y das forças de tração nos nós em todos os cabos e flechas dos vértices nos cabos 2 e 3	144
Tabela 6.1 – Classificação das linhas de transmissão em função do nível de tensão	148
Tabela 6.2 – Ampliações de linhas de transmissão em distância	150
Tabela 6.3 – Características das barras que compõe a torre estaiada monomastro	168
Tabela 6.4 – Área dos painéis e forças de vento transversal por painel e nível	170
Tabela 6.5 – Curva multilinear da lei constitutiva do comportamento elastoplástico dos estais	173
Tabela 6.6 – Esforços máximos na torre monomastro obtidos pelos programas <i>TOWER</i> e <i>ASTRAS</i>	174
Tabela 6.7 – Resultados das reações de apoio da torre monomastro das hipóteses I, II e IV obtidos pelo programa <i>ASTRAS</i>	175
Tabela 6.8 – Deslocamentos nodais na torre monomastro - Hipótese I.....	176
Tabela 6.9 – Deslocamentos nodais na torre monomastro - Hipótese II	179
Tabela 6.10 – Deslocamentos nodais na torre monomastro - Hipótese IV	182
Tabela 6.11 – Características das barras que compõem a torre estaiada cross rope.....	193
Tabela 6.12 – Forças de vento transversal e longitudinal por painel e nível	194
Tabela 6.13 – Curva multilinear da lei constitutiva do comportamento elastoplástico dos cabos	197
Tabela 6.14 – Esforços máximos na torre cross rope obtidos pelos programas <i>TOWER</i> e <i>ASTRAS</i>	198
Tabela 6.15 – Resultados das reações de apoio da torre cross rope das hipóteses I, II, III e IV obtido pelo programa <i>ASTRAS</i>	199
Tabela 6.16 – Deslocamentos nodais na torre cross rope - Hipótese I	200
Tabela 6.17 – Deslocamentos nodais na torre cross rope - Hipótese II	203
Tabela 6.18 – Deslocamentos nodais na torre cross rope – Hipótese III	206

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Minúsculas

a	Constante do material
b	Constante do material
b_i	Largura da fatia i
d	Distância relativa ao eixo do elemento ao ponto P
$d\bar{l}_c$	Comprimento infinitesimal ao logo do eixo corrigido
$d\bar{l}_r$	Comprimento infinitesimal ao logo do eixo de referência
dH_0	Forças horizontais infinitesimal
dl	Comprimento infinitesimal do elemento
dS_0	Comprimento infinitesimal
$d\bar{u}_{cF}$	Deslocamento infinitesimal total do elemento
$d\bar{u}_{cT}$	Deslocamento infinitesimal devido a força axial
\bar{u}_{cT}	Deslocamento infinitesimal devido a variação uniforme de temperatura
dV_0	Forças verticais infinitesimais
dV_r	Elemento de volume na configuração de referência
dx	Comprimento infinitesimal do elemento
\dot{d}	Taxa instantânea de deformação
$f'(H_0^i)$	Derivada da função resíduo da força horizontal da catenária
$f(H_0^i)$	Função resíduo da força horizontal da catenária
f_C e f_D	Deslocamentos ou as flechas nos pontos C e D
f_v	Flecha máxima no vértice da curva
h	Desnível entre os apoios de uma estrutura de cabo
j	Extremidade inicial de um elemento
i	Contador de fatias da seção transversal, contador de trechos elastoplásticos
k	Extremidade final de um elemento
k_G	Matriz de rigidez geométrica do elemento
k_M	Matriz de rigidez constitutiva ou do material do elemento
k_t	Matriz de rigidez tangente do elemento
k_G^e	Matriz de rigidez tangente geométrica em regime elástico linear
k_G^{ep}	Matriz de rigidez tangente geométrica em regime elastoplástico

\mathbf{k}_M^e	Matriz de rigidez tangente do material em regime elástico linear
\mathbf{k}_M^{ep}	Matriz de rigidez tangente do material em regime elastoplástico
\mathbf{k}_t^e	Matriz de rigidez tangente do elemento no sistema global cartesiano em regime elástico
\mathbf{k}_t^{ep}	Matriz de rigidez tangente do elemento no sistema global cartesiano em regime elastoplástico
l_c	Comprimento corrigida ou atual ou deformada
l_r	Comprimento na configuração de referência ou inicial
m	Constante que define a forma da curva
n	Constantes do material e constante que define a forma da curva
\mathbf{p}	Vetor deslocamento nodal
$p(x)$	Peso próprio
$\dot{\mathbf{p}}$	Variação no tempo dos graus de liberdade p_i
\mathbf{p}_i	Vetor de deslocamentos nodais do elemento
p_n	Graus de liberdade em coordenadas globais cartesianas
q_l	Grau de liberdade natural que mede a mudança de comprimento da corda de um elemento (alongamento ou encurtamento)
\mathbf{q}_α	Vetor que contém os graus de liberdade naturais ou corrotacionais
\mathbf{r}	Vetor dos deslocamentos nodais da estrutura
$\dot{\mathbf{r}}$	Derivada em relação ao tempo (ou passo) da matriz dos deslocamentos nodais da estrutura
t	Tempo
t_i	Espessura da fatia i
u	Deslocamento longitudinal na direção x
\bar{u}_c	Deslocamento longitudinal ao longo do eixo do elemento no sistema corrotacional
v	Deslocamento transversal na direção y
\bar{v}_c	Deslocamento transversal ao longo do eixo do elemento no sistema corrotacional
w	Deslocamento transversal na direção z
w	Trabalho interno
$w(x)$	Carregamento uniformemente distribuído
\bar{w}_c	Deslocamento transversal ao longo do eixo do elemento no sistema corrotacional
\dot{w}	Potência
x	Coordenada genérica do ponto no eixo das abscissas
x_c	Eixo local corrigido no sistema corrotacional

x_r	Eixo local de referência no sistema corrotacional
x_v	Coordenada do vértice da curva do cabo
y_i	Coordenada no centro da fatia i em relação ao centro de gravidade da seção transversal
y_r	Eixo local corrigido no sistema corrotacional
y_r	Eixo local de referência no sistema corrotacional
z_i	Coordenada no centro da fatia i em relação ao centro de gravidade da seção transversal
z_r	Eixo local corrigido no sistema corrotacional
z_r	Eixo local de referência no sistema corrotacional

Letras Romanas Maiúsculas

A	Matriz de incidência cinemática
A	Área da seção transversal
A_0	Área da seção transversal
A_c	Área da seção transversal corrigida ou atual ou deformada
A_r	Área da seção transversal na configuração de referência ou inicial
B	Matriz de mudança de coordenadas
C	Coefficiente de rigidez
C^e	Coefficiente de rigidez elástico,
C^{ep}	Coefficiente de rigidez elastoplástico
D	Matriz constituinte da parcela constitutiva da matriz de rigidez tangente
D_m	Módulo de rigidez do material de uma fibra
$D_{\alpha\beta}$	Elementos da matriz de rigidez constitutiva do elemento no sistema de coordenadas corrotacionais
D_m^e	Módulo de rigidez elástico
D_m^{ep}	Módulo de rigidez elastoplástico
E	Módulo de elasticidade longitudinal
E_t	Módulo tangente
G_α	Matriz simétrica que representa uma parcela da matriz de rigidez geométrica
H	Matriz constituinte da parcela geométrica da matriz de rigidez tangente
H	Parâmetro de encruamento ou módulo plástico
H_0	Forças horizontais
$H_{\alpha\beta}$	Elementos da matriz H
H_0^i	Aproximação da força horizontal da curva da catenária na iteração corrente
H_0^{i-1}	Aproximação da força horizontal na iteração anterior

K_θ	Rigidez rotacional
\mathbf{K}_t	Matriz de rigidez tangente da estrutura
L_1, L_2, L_3, l	Comprimento do vão
M	Momento fletor atuante
N	Força normal e força norma elástica
N^{ep}	Força normal elastoplástica
P	Força concentrada
P_1 e P_2	Forças concentradas
P_e	Carga crítica elástica
P_i	Forças nodais internas
P_p	Carga limite plástica
\dot{P}	Derivada em relação ao tempo (ou passo) do vetor de forças nodais internos
Q_α	Esforços internos nas coordenadas corrotacionais ou naturais
\mathbf{R}	Vetor das forças externas concentradas aplicadas nos nós da estrutura
$\dot{\mathbf{R}}$	Derivada em relação ao tempo (ou passo) do vetor de carregamentos nodais externos \mathbf{R}
$\dot{\mathbf{S}}$	Derivada em relação ao tempo (ou passo) do vetor dos esforços internos \mathbf{S}
\mathbf{S}	Vetor dos esforços internos da estrutura
S_0	Comprimento do cabo
T	Força de tração no cabo
T_0	Força de tração inicial
T_u	Força de tração última
V_0	Força vertical
V_c	Volume na configuração corrigida ou atual ou deformada
V_r	Volume na configuração de referência ou inicial
W	Trabalho externo
X_j	Coordenada da extremidade inicial do elemento no eixo X na configuração global de referência
X_k	Coordenada da extremidade final do elemento no eixo X na configuração global de referência
X_r	Ponto geométrico de referência
X_c	Ponto geométrico corrigido
\mathbf{X}_r	Vetor posição de referência
\mathbf{X}_c	Vetor posição corrigido

Y_j	Coordenada da extremidade inicial do elemento no eixo Y na configuração global de referência
Y_k	Coordenada da extremidade final do elemento no eixo Y na configuração global de referência
Z_j	Coordenada da extremidade inicial do elemento no eixo Z na configuração global de referência
Z_k	Coordenada da extremidade final do elemento no eixo Z na configuração global de referência

Letras Gregas

α	Coefficiente de dilatação térmica
$d\varepsilon$	Acréscimo de deformação elástica
$d\varepsilon$	Acréscimo de deformação plástica
$d\varepsilon$	Acréscimo de deformação total
$d\sigma$	Acréscimo de tensão
$\Delta\varepsilon^r$	Incremento de deformação corrente
Δ_L	Deformação elástica
Δp^r	Incremento dos deslocamentos nodais na iteração r
ΔR	Incremento no carregamento
Δr	Incremento nos deslocamentos nodais
Δt	Varição no tempo
ΔT	Varição da temperatura
δ	Flecha, deslocamento
$\delta\varepsilon$	Deformação virtual de uma fibra
δp_i	Vetor de deslocamentos nodais virtuais do elemento
δr	Vetor dos graus de liberdade virtuais da estrutura
δW_{ext}	Trabalho virtual externo da estrutura
δW_{int}	Trabalho virtual interno da estrutura
δw_{int}	Trabalho virtual interno de uma fibra ou do elemento
Δl_0	Varição do comprimento
η	Fator de tolerância
ε	Deformação longitudinal do elemento, deformação de engenharia; campo de deformação
ε_0	Deformação inicial

$\varepsilon_b, \varepsilon_c$	Deformações intermediárias
ε_a	Máxima deformação
ε_m	Uma família de medidas de deformação ou família de deformações
ε_p	Deformação permanente
ε_u	Deformação última
ε^r	Deformação total no elemento na iteração corrente r
ε_e^r	Deformação elástica no elemento na iteração corrente r
ε_p^r	Deformação plástica no elemento na iteração corrente r
$\dot{\varepsilon}_m$	Família de taxas de deformação
$\bar{\varepsilon}$	Deformação de uma fibra genérica situada no eixo longitudinal
ε_3	Espaço afim Euclidiano de dimensão três
φ_{rz}	Ângulo formado entre o eixo local de referência x_r e global X
φ_{rx}	Ângulo formado entre o eixo local de referência y_r e global Y
φ_{ry}	Ângulo formado entre o eixo local de referência z_r e global Z
φ_{cz}	Ângulo formado entre o eixo local corrigido x_c e global X
φ_{cx}	Ângulo formado entre o eixo local corrigido y_c e global Y
φ_{cy}	Ângulo formado entre o eixo local corrigido z_c e global Z
$\bar{\lambda}$	Estiramento de uma fibra genérica situada no eixo longitudinal
$\dot{\lambda}$	Taxa de estiramento
λ	Estiramento de uma fibra
μ	Fator de tolerância
v_3	Espaço vetorial da geometria clássica de dimensão três
$\ \quad \ $	Norma euclidiana
ψ_1	Função de interpolação para os deslocamentos
Ω	Região do espaço físico
Ω_r	Região do espaço físico na configuração de referência
Ω_c	Região do espaço físico na configuração corrigida
ρ^i	Vetor força resíduo
$\sigma_{1/2}$	Tensão conjugada com a deformação $\varepsilon_{1/2}$, igual à tensão de Engenharia
σ_a	Máxima tensão
σ_C	Tensão de Cauchy
σ_m	Família de tensões
σ_N	Tensão de Engenharia ou Nominal da fibra

σ_{pe}	Tensão de pré-esticamento
σ_r	Tensão total no elemento na iteração r
σ_u	Tensão de ruptura ou última
σ_y	Tensão de escoamento
σ_y	Tensão de escoamento
$\bar{\sigma}$	Tensão inelástica
σ_e	Tensão elástica limite
θ_A	Inclinação do cabo no ponto A
θ_B	Inclinação do cabo no ponto B
θ_r	Rotação relativa da ligação
Θ	Ângulo de inclinação do elemento

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira De Normas Técnicas
ABRADEE	Associação Brasileira dos Distribuidores de Energia Elétrica
AISC	American Institute of Steel Construction
AISI	American Iron and Steel Institute
ANSYS	Analysis Systems
ASCE	American Society of Civil Engineers
ASTRAS	Advanced Structural Analysis System
ASTM	American Society For Testing and Materials
CEMIG	Centrais Elétricas de Minas Gerais
EDS	Every Day Stress
EE	Escola de Engenharia
EEIPS	Extra Extra Improved Plow Steel
EHS	Extra High Strength
EIPS	Extra Improved Plow Steel
EN	European Standards
EPS	Extended Pressure System
FORTTRAN	Formula Translation
IDE	Integrated Development Environment
INSANE	Interactive Structural Analysis Environment
IPS	Improved Plow Steel
ISO	International Organization for Standardization
HS	High Strength
LT	Linha de Transmissão
NBR	Norma Brasileira
NESC	National Electrical Safety Code
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PS	Plow Steel
SAP	Structural Analysis Program
SIN	Sistema Interligado Nacional
SSRC	Structural Stability Research Council
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UTS	Ultimate Tension Stress

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Relevância do Tema e Justificativa	3
1.3 Objetivos.....	5
1.4 Organização do Texto.....	6
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
2.1 A Análise Avançada.....	8
2.2 Estruturas de Cabos	12
2.2.1 Cabos de Aço.....	14
2.2.1.1 Características Construtivas das Cordoalhas e dos Cabos de Aço de Fios Torcidos.....	14
2.2.1.2 Resistência do Cabo de Aço	16
2.2.1.3 Diagramas Tensão <i>versus</i> Deformação para Cabos	17
2.3 Pesquisa Bibliográfica	23
3 ANÁLISE ESTÁTICA DE SISTEMAS ESTRUTURAIS DE CABOS E TRELIÇAS.....	34
3.1 Considerações Iniciais	34
3.2 Formulação Analítica dos Sistemas de Cabos Suspensos	36
3.2.1 Cabos Sujeitos a Forças Concentradas	37
3.2.2 Cabo Sujeito ao Carregamento Uniformemente Distribuído (Cabo Parábola)	38
3.2.2.1 Cabos suspensos com os apoios desnivelados	39
3.2.2.2 Cabos suspensos com os apoios nivelados	43
3.2.3 Cabo Sujeito ao Peso Próprio (Cabo Catenária).....	44
3.2.3.1 Cabos suspensos com os apoios desnivelados	46
3.2.3.2 Cabos suspensos com os apoios nivelados	49
3.3 Formulação Numérica para os Sistemas de Cabos e Trelças Espaciais	50
3.3.1 Meio Contínuo.....	50
3.3.1.1 Fibra.....	53
3.3.2 Deformações e Tensões	54
3.3.2.1 Deformações	54
3.3.2.2 Tensões	57

3.3.3	Relações Constitutivas	60
3.3.4	Apresentação dos Sistemas de Coordenadas e Graus de Liberdade	63
3.3.5	Teoria Estrutural	67
3.3.6	Cinemática do Elemento	67
3.3.6.1	Campo de deslocamento	67
3.3.6.2	Campo de deformação considerando a variação de temperatura	68
3.3.7	Equações de Equilíbrio	70
3.3.7.1	Equilíbrio do elemento	70
3.3.7.2	Matriz de rigidez tangente do elemento	71
3.3.7.3	Equilíbrio da estrutura	73
3.3.7.4	Equilíbrio incremental	74
3.3.8	Interpolação	75
3.3.9	Expressões Analíticas para a Matriz de Rigidez Tangente	75
3.3.9.1	Elementos prismáticos em regime elástico linear	77
3.3.9.2	Elementos prismáticos em regime elastoplástico	79
4	ASPECTOS DA IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	82
4.1	Considerações Iniciais	82
4.2	Critérios de Convergência	83
4.3	Implementação da Configuração Inicial de Equilíbrio do Cabo	84
4.3.1	Cabo Parábola	84
4.3.2	Cabo Catenária	85
4.4	Problema Elastoplástico Unidimensional	88
4.5	Análise Incremental das Tensões e Deformações no Comportamento Elastoplástico ...	90
4.6	Modelo das Fatias	97
4.7	Fluxograma do Programa e Descrição das Sub-rotinas	98
5	APLICAÇÃO NUMÉRICA EM EXEMPLOS DE ESTRUTURAS DE TRELIÇAS E CABOS.....	103
5.1	Considerações Iniciais	103
5.2	Estruturas Trelaçadas	103
5.2.1	Treliça Plana em Grandes Deslocamentos	104
5.2.2	Estudo do Comportamento NLG e NLM de uma Treliça Plana	107
5.2.2.1	Análise elástica em teoria de 1ª e 2ª ordem	108
5.2.2.2	Análise elastoplástica em teoria de 2ª ordem.....	111

5.2.3 Treliza Espacial com Comportamento NLG e NLM.....	114
5.3 Estruturas de Cabo	118
5.3.1 Análise Elástica Não Linear Geométrica	118
5.3.1.1 Cabo suspenso sujeito ao carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão.....	118
5.3.1.2 Cabo suspenso sujeito ao peso próprio.....	120
5.3.1.3 Cabo suspenso sujeito a forças concentradas	123
5.3.1.4 Cabo suspenso sujeito ao carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão e às forças concentradas	125
5.3.1.5 Cabo suspenso sujeito ao peso próprio e à força concentrada	127
5.3.1.6 Cabo suspenso desnivelado sujeito ao peso próprio e às forças concentradas	130
5.3.2 Análise Não Linear Geométrica e Material de Estrutura Composta por Três Cabos..	132
5.3.3 Análise Elástica Não Linear Geométrica de Estrutura Espacial de Cabos Suspensos	142

6 APLICAÇÃO NA ANÁLISE DE TORRES ESTAIADAS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

.....	147
6.1 Considerações Iniciais	147
6.2 Torres de Transmissão.....	151
6.3 Classificação das Torres de Linhas de Transmissão	152
6.3.1 Número de Circuitos	153
6.3.2 Disposição dos Condutores	153
6.3.3. Tensão Elétrica da Linha de Transmissão	155
6.3.4 Função da Torre na Linha de Transmissão	155
6.3.5 Modelo Estrutural das Torres	156
6.3.6 Formato da Silhueta da Torre	157
6.4 Ações Atuantes nas Torres de Linha de Transmissão	158
6.4.1 Considerações Iniciais	158
6.4.2 Considerações Práticas para Aplicação das Ações nas Torres de LT.....	159
6.4.2.1 Carga de peso próprio da torre	159
6.4.2.2 Ação do vento na torre	160
6.4.2.3 Forças nos pontos de fixação dos cabos	161
6.5 Combinações de Ações.....	162
6.6 Exemplos de Aplicação na Análise de Torres Metálicas Estaiadas	163

6.6.1 Torre Estaiada Monomastro	164
6.6.1.1 Características gerais e de projeto da torre	164
6.6.1.2 Forças de vento aplicadas na estrutura	169
6.6.1.3 Hipóteses de carregamentos.....	170
6.6.1.4 Lei constitutiva dos estais	172
6.6.1.5 Apresentação dos resultados	173
6.6.1.5.1 Esforços nas barras e estais	173
6.6.1.5.2 Reações de apoio	175
6.6.1.5.3 Deslocamentos dos nós	176
6.6.1.5.4 Tensões e deformações nos estais.....	185
6.6.2 Torre Estaiada Cross Rope	189
6.6.2.1 Características gerais e de projeto da torre	189
6.6.2.2 Forças de vento aplicadas na estrutura	193
6.6.2.3 Hipóteses de carregamentos.....	195
6.6.2.4 Lei constitutiva dos cabos.....	196
6.6.2.5 Apresentação dos resultados	197
6.6.2.5.1 Esforços nas barras, estais e cabos.....	198
6.6.2.5.2 Reações de apoio	199
6.6.2.5.3 Deslocamentos dos nós	200
6.6.2.5.4 Tensões e deformações nos estais e cabos	209
7 CONCLUSÕES	215
7.1 Considerações Finais	215
7.2 Síntese e Conclusões	216
7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros.....	222
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	224
APÊNDICE A - DEMONSTRAÇÃO DO ARQUIVO DE SAÍDA DO PROGRAMA ASTRAS	239
A.1 Considerações Iniciais	240
A.1.1 Exemplo da Seção 5.2.3 de Treliça Espacial.....	240
A.1.2 Exemplo da Seção 5.3.1.5 - Cabo Suspenso Sujeito a Força Concentrada e ao Peso Próprio	255

1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

A procura por novas tecnologias e soluções para fazer frente às necessidades gerais do desenvolvimento sustentável tem sido o grande desafio global deste novo século. A evolução tecnológica vem acontecendo gradativamente, mas em ritmo cada vez mais rápido, necessitando assim, do envolvimento e atuação de toda a academia na busca de novos conhecimentos, soluções, produtos e serviços.

O conhecimento científico e a evolução tecnológica são fatores balizadores do nível de desenvolvimento de um país, região ou setor de atividade. Entre outros benefícios, a ciência e a tecnologia exercem papel relevante na qualidade, segurança, confiabilidade e eficiência na prestação de serviços de interesse público, como, por exemplo, nos sistemas elétricos que compreendem a geração, a transmissão e a distribuição de energia elétrica.

No Brasil, as usinas hidrelétricas e termoeletricas respondem por, aproximadamente, 90% da capacidade instalada de geração de energia, enquanto as energias nucleares, eólicas e solar correspondem os 10% restantes. A transmissão dessa energia para os centros consumidores, em sua grande maioria, é feita através de linhas de transmissão, usualmente à tensão elevada.

Um projeto de linha de transmissão, no contexto do planejamento do sistema elétrico, visa transmitir uma determinada potência em regime normal de operação (carregamento de longa duração) e em regime de emergência (carregamento de curta duração), em um determinado nível de tensão elétrica, ao menor custo total, com baixo impacto ambiental e social, altos índices de confiabilidade e disponibilidade, atendendo a requisitos técnicos mínimos tanto do ponto de vista elétrico como estrutural.

Os requisitos referentes aos aspectos estruturais de uma linha de transmissão estão relacionados com as ações oriundas dos cabos suspensos, com as ações atuantes sobre as estruturas, com os parâmetros de vento, visando à análise e dimensionamento das estruturas.

Seguindo uma arquitetura quase padronizada, os sistemas estruturais em treliças espaciais de aço têm sido os mais utilizados para o transporte de energia. Entre esses sistemas existem as chamadas torres autoportantes e, quando as treliças espaciais são associadas às estruturas de cabos, têm-se as chamadas torres estaiadas.

A utilização de sistemas treliçados espaciais em estruturas de grande complexidade tem exigido o uso intensivo de técnicas apuradas de análise estrutural. Contudo, uma análise adequada desses sistemas somente pode ser feita levando-se em consideração as não linearidades, geométrica e do material, envolvidas no problema. Há várias maneiras de incluir essas não linearidades na análise elastoplástica de treliças. Se os efeitos da mudança de geometria são levados em conta na análise, ou seja, se o equilíbrio da estrutura é feito na sua posição deslocada, as características carga *versus* deslocamento são não lineares, levando ao problema da não linearidade geométrica (NLG). A não linearidade do material (NLM) oriunda do comportamento elastoplástico do material pode ocorrer simultaneamente com a não linearidade devido à mudança de geometria, e leva à perda de rigidez dos elementos estruturais, à medida que parte ou todo material de uma seção entra em escoamento.

A análise estrutural das estruturas formadas por cabos torna-se complexa devido ao comportamento não linear produzido pelas forças normais nos cabos e forças externas atuantes durante os grandes deslocamentos que ocorrem nessas estruturas. Além disso, os próprios cabos possuem um comportamento não linear, pois as suas propriedades de rigidez variam com a geometria deformada e com as tensões a que estão sujeitos. Portanto, o cálculo envolve não apenas o desenvolvimento das relações não lineares entre forças e deslocamentos, mas também a difícil tarefa de se obter a configuração geométrica inicial dessas estruturas de cabos.

Dessa forma, atualmente os pesquisadores e engenheiros têm reconhecido a necessidade e a importância de se considerar, no projeto de estruturas de aço, os diversos efeitos não lineares envolvidos no problema, destacando-se a NLG e a NLM.

Considerando-se esses aspectos, e aliado ao crescente avanço tecnológico na área da informática, têm sido desenvolvidas ferramentas computacionais baseadas em métodos de análises avançadas, utilizando-se formulações teóricas rigorosas e consistentes, fornecendo resultados mais precisos, conseqüentemente, mais realistas, evitando simplificações no cálculo e projeto de uma estrutura.

A Análise Avançada refere-se a qualquer método de análise que, de forma adequada, avalie simultaneamente a capacidade resistente e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo, de tal forma que as verificações posteriores de cada elemento separadamente, conforme fazem as normas técnicas, possam ser dispensadas. Dessa forma, obtêm-se resultados mais confiáveis da rigidez, da capacidade resistente e do comportamento da estrutura, quando comparados com a análise elástica linear, possibilitando prever com maior precisão os possíveis modos de colapso da estrutura.

1.2 Relevância do Tema e Justificativa

O Brasil tem experimentado, até recentemente, um processo de aceleração do crescimento econômico em praticamente todos os setores. Esse crescimento tem exigido grandes investimentos em infraestrutura, tanto de companhias estatais quanto privadas. Nesse contexto, a questão energética tem sido um dos temas mais importantes em discussão atualmente.

Sendo o Brasil um país de dimensões continentais, possui características que naturalmente conduzem ao desenvolvimento de um extenso sistema elétrico, que já levou à implantação de mais de 110 mil quilômetros de linhas de transmissão (BRASIL, 2014) para interligar os centros geradores aos centros consumidores. A Fig. 1.1 ilustra as distâncias entre as extremidades norte e sul e leste e oeste do país, alcançando cerca de 4.394 km e 4.319 km (PONTOS, 2008), respectivamente.

Entretanto, o Brasil ainda possui um grande potencial hidroelétrico, termoelétrico e, agora, eólico a ser desenvolvido, sendo que as novas usinas se localizam em pontos distantes dos grandes centros de consumo, além de possuírem diferentes tipos de geração de energia que, quando interligados pelas linhas de transmissão, proporcionarão um grande ganho energético para todo o sistema elétrico brasileiro. Assim, verifica-se que será necessário ampliar a implantação de sistemas de transmissão à longa distância, e que esses sistemas irão transportar blocos de energia cada vez maiores. Nessa etapa, é de fundamental importância que inovações

tecnológicas possam ser colocadas à disposição dos especialistas, para que elas sejam consideradas e avaliadas nos estudos.



Figura 1.1 – Pontos extremos do Brasil

Fonte: <http://www.mundovestibular.com.br/articles>

Dessa forma, torna-se fundamental a criação de políticas públicas que estimulem o desenvolvimento científico e tecnológico de setores estratégicos para o país, como o setor de energia elétrica. Nesse contexto, destaca-se a Lei nº 9.991, de 24 de julho de 2000 (BRASIL, 2000), que dispõe sobre realização de investimentos em pesquisa e desenvolvimento e em eficiência energética por parte das empresas concessionárias, permissionárias e autorizadas do setor de energia elétrica, que têm investido alto volume de recursos em instituições de pesquisa e ensino superior.

O Departamento de Engenharia de Estruturas da EE-UFMG tem sido solicitado por empresas do setor de energia elétrica, como por exemplo, CEMIG e Furnas, para o desenvolvimento de pesquisas para análise de estruturas de cabos a serem utilizadas na manutenção de torres de linhas de transmissão e para o desenvolvimento de um tipo de torre de transmissão de energia elétrica que possa ser utilizado em eventos emergenciais. Também tem ocorrido solicitação de empresas fabricantes de torres para o desenvolvimento de estruturas metálicas com alturas superiores a 120 metros, visando a aplicação na geração de energia eólica.

Dessa forma, pretende-se estudar os sistemas estruturais formados por estruturas de cabos e de treliças espaciais visando à aplicação em torres metálicas estaiadas para linhas de transmissão, por meio da análise avançada, que é o método de análise que melhor representa o

comportamento global de uma estrutura e, como afirmam Chen *et al.* (1996): “*Os métodos de análise inelástica avançada representam o estado da arte em projetos para os engenheiros estruturais no século XXI.*”

1.3 Objetivos

Este trabalho de pesquisa tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de uma formulação geometricamente exata, via método dos elementos finitos, e sua implementação computacional, visando sua utilização como um método de *Análise Avançada*, na análise de sistemas estruturais formados por estruturas de cabos e de treliças espaciais, tendo em vista à aplicação em torres estaiadas de linhas de transmissão.

Como objetivos específicos, visando obter uma formulação geral, geometricamente exata, capaz de realizar a análise avançada, propõe-se:

- i) A obtenção e implementação das matrizes de rigidez tangente, constitutiva e geométrica, considerando os comportamentos, elástico e elastoplástico, para elementos de cabos e de treliças espaciais. As matrizes de rigidez serão deduzidas de forma consistente, considerando-se a influência da protensão nos elementos de cabos e o efeito de temperatura nos elementos de cabos e treliças;
- ii) O desenvolvimento, a partir da formulação analítica, de um algoritmo para a obtenção da configuração inicial de equilíbrio para os cabos suspensos nas formas parabólica e de catenária e, posteriormente, para a geração automática dos nós e elementos de cabo;
- iii) O desenvolvimento de um algoritmo para a implementação computacional de um modelo multilinear da curva tensão *versus* deformação para elementos de cabos, visando à análise do comportamento elastoplástico considerando a particularidade da não resistência à compressão desses elementos;
- iv) Validação da formulação e da implementação computacional através de aplicações em exemplos de treliças e cabos, comparando com resultados teóricos da literatura e de programas existentes;
- v) A associação dos sistemas formados por estruturas de cabos e de treliças espaciais, visando à análise de estruturas de torres treliçadas estaiadas e suas aplicações em casos reais.

1.4 Organização do Texto

Este trabalho foi dividido em seis capítulos, cada um deles tratando de uma das fases do estudo, sendo que uma breve descrição de seus conteúdos será apresentada a seguir.

Após a introdução do texto no capítulo 1, onde são definidos os objetivos do trabalho, bem como a relevância e justificativa do tema escolhido, é apresentada, no segundo capítulo, uma revisão bibliográfica sobre os estudos realizados, visando à análise de estruturas de cabos associadas com as estruturas em treliças espaciais através da análise avançada, para aplicação em torres de linhas de transmissão. O capítulo inicia-se com uma pesquisa bibliográfica envolvendo o assunto de cabos e sua aplicação em diversas estruturas. Logo após, é apresentada uma visão geral sobre a análise avançada, sobre as estruturas de cabos e características gerais das propriedades dos cabos de aço, sobre as estruturas treliçadas e sobre linha de transmissão.

No capítulo 3 logo após as considerações iniciais, são apresentados os desenvolvimentos de uma formulação analítica para estruturas de cabos e de uma formulação numérica para os sistemas estruturais de cabos e treliças. É mostrado que as condições para garantir o equilíbrio do cabo são formuladas para um problema bidimensional, considerando-se três tipos de carregamentos, a saber: cabos com forças concentradas, cabos com carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão (parábola) e carga distribuída ao longo do comprimento (catenária), considerando-se as hipóteses de que os cabos sejam perfeitamente flexíveis e inextensíveis. Em seguida é apresentada a formulação numérica para problemas tridimensionais, geometricamente exata, onde é feito o desenvolvimento teórico dentro de uma rigorosa formulação Lagrangiana atualizada, que utiliza a técnica corrotacional para a dedução consistente da matriz de rigidez tangente dos elementos de cabo exato e dos elementos de treliça. Uma apresentação itemizada dessa teoria é feita, definindo-se as tensões e deformações conjugadas e objetivas; as relações constitutivas elásticas e elastoplásticas; os sistemas de coordenadas global (cartesiano) e local (corrotacional); os campos de deslocamento e deformação, segundo as hipóteses cinemáticas da teoria de Bernoulli-Euler. São introduzidos o efeito da variação uniforme de temperatura e as interpolações usuais do cálculo numérico para a determinação analítica das matrizes de rigidez tangente, elástica e elastoplástica, na análise do elemento.

São apresentados no quarto capítulo os aspectos fundamentais da implementação computacional do programa a ser desenvolvido. São discutidos os critérios de convergência adotados no processo incremental, a implementação da configuração inicial de equilíbrio dos cabos parábola e catenária, o problema elastoplástico unidimensional e os procedimentos para a análise incremental das tensões e deformações no comportamento elastoplástico. É apresentado o fluxograma geral do programa mostrando a sequência do processo numérico com uma breve descrição de suas sub-rotinas. No quinto capítulo são analisados exemplos de estruturas de treliças e de cabos, visando comparar os resultados obtidos com modelos analíticos e numéricos de outros pesquisadores e programas comerciais.

Uma descrição sucinta sobre o projeto de torres de linhas de transmissão é apresentada no sexto capítulo, mostrando as classificações das torres de linhas de transmissão indicando os vários fatores que influenciam nas suas concepções estruturais. São também apresentadas as considerações práticas para a aplicação das ações nas torres de LT; as combinações de ações com as definições das hipóteses básicas usuais nos projetos das torres de LT. Exemplos de duas torres estaiadas de LT, uma do tipo monomastro e outra do tipo cross rope, são analisadas pelo programa desenvolvido e os resultados são comparados com aqueles de um programa comercial.

Finalmente, no sétimo capítulo são apresentadas as contribuições relevantes para o trabalho, as conclusões sobre a pesquisa desenvolvida e sugestões para trabalhos futuros. Após este último capítulo, têm-se as referências bibliográficas e o apêndice A, que mostra a saída dos resultados do programa desenvolvido, respectivamente, para dois exemplos, sendo, o primeiro sobre estrutura de treliçada e o segundo sobre estrutura de cabos suspensos.

2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Sendo objetivo deste trabalho desenvolver uma formulação geometricamente exata, visando sua utilização como um método de *Análise Avançada*, na análise de sistemas estruturais de torres estaiadas de linhas de transmissão, será apresentada, inicialmente, uma visão geral sobre a *Análise Avançada*, bem como uma visão sobre as características gerais das propriedades físicas dos cabos de aço, além de uma pesquisa bibliográfica envolvendo as estruturas de cabos e suas aplicações.

2.1 A Análise Avançada

As estruturas reticuladas quando sujeitas a um determinado conjunto de esforços apresentam um comportamento não linear desde o início do carregamento. Esse comportamento não linear resulta da consideração do equilíbrio da estrutura na posição deslocada (análise em teoria de 2ª ordem, estudo da não linearidade geométrica) e/ou do fato de os materiais possuírem leis constitutivas não lineares (não linearidade do material). Para pequenos deslocamentos, bem no início do carregamento, a resposta não linear geométrica se confunde com a linear.

A fim de prever a resistência última das estruturas é necessário considerar ambas as não linearidades, a geométrica e por consequência a estabilidade e a do material, na análise estrutural. Pode-se dizer que, desde meados da década de 1960, vêm sendo realizados trabalhos teóricos levando-se em conta os efeitos das não linearidades no comportamento das estruturas. Mesmo assim, a análise não linear é um tema que ainda desperta a curiosidade de diversos pesquisadores em todo mundo, considerando a sua relevância para o estudo de estruturas esbeltas e mais complexas.

Atualmente, com o grande desenvolvimento da informática em hardwares e softwares, é possível realizar análises inelásticas rigorosas incluindo os efeitos de segunda ordem, as

propriedades do material, as tensões residuais, as imperfeições geométricas, a flexibilidade das ligações e demais parâmetros relevantes no estudo do equilíbrio e da resistência das estruturas. A literatura na área de estruturas de aço tem definido essas análises rigorosas como *Análises Avançadas*.

A *Análise Avançada* refere-se a qualquer método de análise que, de forma adequada, avalie simultaneamente a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo. Esse tipo de análise consiste, basicamente, em introduzir no modelo numérico e nas formulações a serem adotados, todos os fatores considerados relevantes na análise da estrutura.

Os primeiros trabalhos encontrados na literatura considerando-se os conceitos da análise avançada são as curvas de resistência do Structural Stability Research Council (SSRC) que foram obtidas por meio de um extenso estudo desenvolvido por Bjorhovde¹ (1972) *apud* Chen *et al.* (1996) e as curvas de interação do American Iron and Steel Institute (AISC) obtidas por Kanchanalai (1977).

A partir da década de 1990, têm sido importantes os trabalhos de Clarke *et al.* (1992), Liew *et al.* (1993-a, b), White (1993), Chen e Toma (1994), Chen *et al.* (1996, 2001), White e Hajjar (2000), entre outros, como Torkamani e Sonmez (2001), Kim e Lee (2002), Jiang *et al.* (2002), Kim *et al.* (2003), Zhou e Chan (2004), Chan e Zhou (2004), Xu *et al.* (2004), Iu e Chan (2004), Kim e Choi (2005), Sekulovic e Nefovska (2008), Liu (2009), Iu *et al.* (2009), Aristizabal-Ochoa (2010), Zubyan (2011), Thai e Kim (2011), Chen e Wang (2012), Zhang e Rasmussen (2013) e Ellobody (2014), que têm estudado a análise avançada de estruturas reticuladas planas e espaciais.

O desenvolvimento de programas de computador adequados para a análise avançada tem seguido três direções principais. A primeira é baseada na análise inelástica de segunda ordem com formação de rótulas plásticas, sem nenhuma modificação em relação à teoria clássica do cálculo plástico (White, 1993). A segunda aproximação para a análise avançada é baseada na modificação ou no refinamento da teoria clássica de rótulas plásticas, ao permitir uma suave degeneração da rigidez devido aos efeitos da plasticidade distribuída (Kim e Chen 1996; Liew *et al.*, 1993-a, b). A terceira considera o efeito da plastificação na formulação, onde a barra é discretizada em vários elementos e a seção transversal de cada elemento é dividida em fatias,

¹ BJORHOVDE, R. *Deterministic and Probabilistic Approaches to the Strength of Steel Columns*. 1972. Ph.D. Dissertation Department of Civil Engineering, Lehigh University, Bethlehem, PA.

permitindo a distribuição da plasticidade ao longo do comprimento do elemento e a plastificação gradual da seção transversal ao longo da altura do elemento, respectivamente, conforme os trabalhos de Vogel (1985), Clarke *et al.* (1992) e Foley e Vinnakota (1997), entre outros.

No Brasil, a análise inelástica avançada de sistemas estruturais metálicos tem despertado interesse de pesquisadores e diversos trabalhos envolvendo esse tema têm sido publicados, destacando-se os trabalhos de Lavall (1996), Landesmann (2003), Silva e Lavall (2005, 2008, 2009), Machado e Silveira (2005), Pinheiro e Silveira (2005), Neto e Pimenta (2006), Almeida (2006), Caldas (2008), Silva (2009), Araújo (2010), Silva (2010), Lavall *et al.* (2012), Silva *et al.* (2013) e Lavall *et al.* (2013), entre outros.

Considerando-se os conceitos da plasticidade distribuída, Lavall (1996), Silva e Lavall (2005) e Almeida (2006) abordaram o método da zona plástica para capturar o escoamento gradual ao longo do comprimento das barras dos pórticos e ao longo da altura da seção transversal, levando-se em conta, a influência das imperfeições iniciais nas barras e tensões residuais nas seções transversais.

Silva e Lavall (2008) apresentaram uma formulação geometricamente exata para a análise avançada de pórticos planos de aço, utilizando os conceitos da plasticidade distribuída e os efeitos do cisalhamento através da teoria de Timoshenko. Já em 2009, Silva e Lavall introduziram o comportamento de ligações semirrígidas por meio de curvas momento *versus* rotação relativa. Para a aproximação do comportamento real, a ligação viga-pilar foi representada por meio de uma mola rotacional com rigidez rotacional K_θ obtida através de curvas multilíneas $M-\theta$.

Um modelo computacional para análise avançada de estruturas planas de aço em situação de incêndio foi desenvolvido por Landesman (2003), no qual o comportamento da estrutura foi realizado usando os conceitos da plasticidade concentrada, envolvendo o modelo refinado das rótulas plásticas e a influência das ligações semirrígidas, consideradas na análise através da modificação da rigidez do elemento.

Neto e Pimenta (2004) estudaram o comportamento estrutural em 3-D de edifícios de aço de múltiplos andares, considerando a teoria não linear geometricamente exata para barras retas

tridimensionais e as lajes como cascas inicialmente planas, considerando o efeito da plasticidade nas barras de aço e de seção transversal mista.

Foi desenvolvido por Machado e Silveira (2005) um programa computacional para análise avançada de estruturas metálicas, no qual os efeitos inelásticos da estrutura foram incorporados na análise através da modificação da rigidez do elemento híbrido, tendo como base o emprego do método dos elementos finitos e do método da rótula plástica refinada.

Modelos numéricos avançados capazes de simular de forma adequada o comportamento de estruturas de aço, concreto e mistas de aço e concreto em temperatura ambiente e elevada, possibilitando a verificação e o estudo de estruturas com ligações semirrígidas, foram apresentados por Caldas (2008).

Ribeiro (2009) estudou e apresentou um sistema computacional baseado no Método dos Elementos Finitos para análise termomecânica transiente e não linear de estruturas tridimensionais de aço e mistas de aço e concreto em situação de incêndio.

Silva (2009) e Silva *et al.* (2013) desenvolveram uma ferramenta computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas reticuladas, baseada no Método dos Elementos Finitos. Foram consideradas as não linearidades geométrica e do material na formulação do elemento. Avaliou-se a estabilidade estática e dinâmica de vários sistemas estruturais com ligações rígidas e semirrígidas cujas soluções analíticas ou numéricas foram encontradas na literatura.

Leis constitutivas multilineares para o aço foram simuladas por Araújo (2010), contemplando o processo de carga e descarga, possibilitando um estudo da influência do encruamento do aço no comportamento e na resistência das estruturas.

O objetivo do trabalho apresentado por Silva (2010) foi estudar o comportamento inelástico de pórticos semirrígidos de aço utilizando a análise avançada, considerando-se as prescrições da norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2008) para análise quanto aos estados-limites último e de serviço. Para isso, foi desenvolvida uma formulação geometricamente exata, considerando-se ambas as não linearidades, geométrica e do material. A não linearidade geométrica inclui os efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$ e as deformações por cisalhamento nas barras através da teoria de Timoshenko. Ao considerar a não linearidade do material utilizaram-se os conceitos da plasticidade distribuída e as tensões residuais.

A análise convencional de pórticos de aço é usualmente considerada sob a hipótese de que as ligações entre vigas e pilares são completamente rígidas ou rotuladas. No entanto, a maioria das ligações apresenta um comportamento semirrígido que influencia o comportamento global das estruturas. Lavall *et al* (2012) apresentaram o desenvolvimento de um elemento finito para a utilização na análise inelástica avançada de pórticos planos de aço parcialmente e totalmente restringidos. Elementos de mola não lineares são usados para incluir as ligações semirrígidas, cujo comportamento foi modelado através de curvas momento-rotação multilíneas.

Lavall *et al.* (2013) apresentaram um estudo do comportamento elastoplástico de pórticos de aço utilizando a Análise Avançada considerando as prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008), onde para se adequar essa proposta de modo a assegurar o nível de confiabilidade nas estruturas quanto aos estados-limites último e de serviço, foram utilizados os coeficientes de ponderação das resistências prescritos e calibradas as tensões residuais segundo a curva de resistência à compressão.

2.2 Estruturas de Cabos

As estruturas formadas por cabos constituem sistemas estruturais de grande aplicação prática na engenharia, tais como pontes pênses (Fig. 2.1), pontes estaiadas (Fig. 2.2), teleféricos (Fig. 2.3), linhas de transmissão (Fig.2.4), situação em que são empregados como elementos portantes que conduzem a energia elétrica, vencendo os vãos entre as torres ou em estais para as chamadas torres estaiadas, entre outras aplicações.



Figura 2.1 – Ponte pênsil Hercílio Luz, Florianópolis (SC)

Fonte: <http://br.images.search.yahoo.com>



Figura 2.2 – Ponte estaiada Newton Navarro (Ponte de Todos), Natal (RN)

Fonte: <http://br.images.search.yahoo.com>



Figura 2.3 – Teleférico (Bondinho do Pão de Açúcar), Rio de Janeiro (RJ)

Fonte: <http://br.images.search.yahoo.com>



Figura 2.4 – Linha de transmissão no oeste do Paraná

Fonte: <http://br.images.search.yahoo.com>

No Brasil, o projeto, o cálculo, a execução e a montagem de estruturas estaiadas já têm sido empregados com maior frequência, principalmente em torres estaiadas em estruturas metálicas nas áreas de telecomunicações e transmissão de energia elétrica. Nos últimos anos, esse sistema construtivo vem despontando, no Brasil, como principal tendência para a construção de pontes e viadutos de grandes vãos. Entre as razões para isso estão o aperfeiçoamento da tecnologia, que culminou em aços de alta resistência, estais e ancoragens mais avançados, bem como softwares que facilitaram a análise desse tipo de estrutura.

As estruturas formadas por cabos possuem comportamento altamente não linear tanto do ponto de vista geométrico, procedente da sua configuração inicial de equilíbrio, além do fato de que sua rigidez varia com a deformada e com as tensões a que estão sujeitos, quanto do ponto de vista material, uma vez que as leis constitutivas dos cabos apresentam comportamento elastoplástico.

Portanto, a análise envolve não apenas o desenvolvimento consistente das relações não lineares entre forças e deslocamentos, mas também a difícil tarefa de se obter a configuração geométrica inicial dessas estruturas de cabos, como será visto nos capítulos 3 e 4, respectivamente.

Para se obter as relações não lineares de uma estrutura de cabos, principalmente no que se refere ao material, será apresentada, de forma sucinta, uma revisão sobre as características construtivas, sobre a resistência e sobre o comportamento do material através das curvas tensão *versus* deformação.

2.2.1 Cabos de Aço

O primeiro cabo de aço produzido na história, segundo Irvine (1981), foi projetado em 1834 por Wilhelm Albert, um engenheiro de minas e dono de uma mina de carvão na Alemanha. Albert inventou o processo de elaboração de fios de ferro torcido e assim construiu o primeiro tipo de cabo metálico, que veio substituir com vantagens as correntes que eram então utilizadas na indústria de mineração. Os cabos de aço evoluíram muito desde os primeiros dias, mas o seu conceito básico permanece o mesmo: um conjunto de fios helicoidalmente reunidos para formar uma corda de metal para resistir à tração com flexibilidade adequada.

2.2.1.1 Características Construtivas das Cordoalhas e dos Cabos de Aço de Fios Torcidos

Os sistemas estruturais formados por cabos são compostos, geralmente, ou por cordoalhas de aço ou por cabos de aço de fios torcidos. Fio ou arame é um metal de comprimento contínuo

único, com uma seção transversal circular ou não. Segundo a NBR ISO 2408 (ABNT, 2008), arame é um fio de aço obtido por trefilação. Uma cordoalha consiste de um arranjo de fios de aço dispostos em hélice, em uma ou mais camadas, ao redor de um eixo, usualmente composto de um fio central, produzindo uma seção simétrica. Esse tipo de cordoalha pode ser denominado como sistema aberto, conforme pode ser observado na Fig. 2.5. As cordoalhas de aço de fios paralelos justapostos e cobertos por um enrolamento contínuo para mantê-los unidos são quase exclusivamente empregados em pontes pênséis.

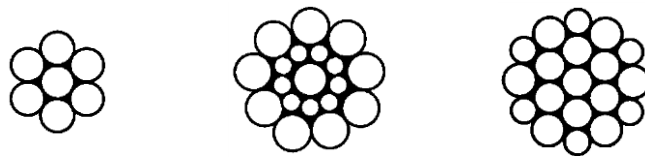


Figura 2.5– Cordoalhas de aço de sistema aberto

Fonte: Adaptado de <http://www.cabosdeacocablemax.com.br/cordoalhas.html>

Existe outro tipo de sistema de cordoalha, que consiste de fios de aço dispostos da mesma forma como descrito anteriormente, mas que são envolvidos por uma ou mais camadas fechadas de arames de seção **Z**, que se denomina cordoalha fechada, conforme pode ser observado na Fig. 2.6. Esse tipo de sistema é utilizado, por exemplo, em teleféricos e tem a vantagem sobre a cordoalha aberta de possuir maior módulo de elasticidade, no entanto a carga última não aumenta proporcionalmente, já que é um valor limitado pela resistência à ruptura dos fios de aço individuais.

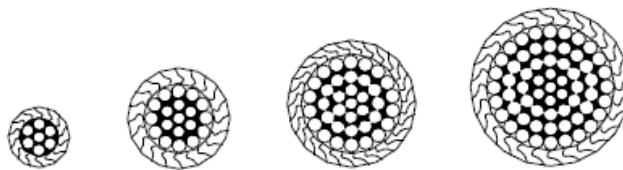


Figura 2.6– Cordoalhas de aço de sistema fechado

Fonte: Aguiar (1999)

Existem cordoalhas para fins estruturais fabricadas com 7 até 277 fios, com diâmetros de 12,7 mm a 101,6 mm, e força de ruptura nominal que vai de 126 kN a 8.232,5 kN, segundo a norma A586 – 04a (ASTM, 2009) e1.

Os cabos de aço de fios torcidos, Fig. 2.7, apresentam uma pluralidade de fios denominados *pernas*, as quais são dispostas helicoidalmente em torno de um núcleo central chamado *alma*. Esses cabos em geral são encontrados com 6 ou 8 pernas, com cada uma delas compostas de 7

a 61 fios de aço. Sendo assim, os cabos de aço de fios torcidos são identificados por dois números: o primeiro indicando o número de pernas e o segundo indicando o número de fios por perna, por exemplo, cabo 6 x 19. Conforme norma A603-98 (ASTM, 2009) e1, os cabos são fabricados com diâmetros que variam de 9,53 mm a 101,6 mm e força de ruptura nominal de 52,51 kN a 6.497 kN.

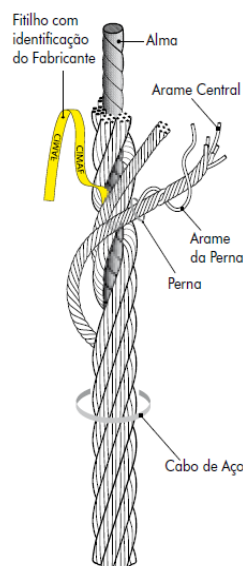


Figura 2.7- Construção do cabo de aço de fios torcidos

Fonte: <https://br.images.search.yahoo.com/search/images>

2.2.1.2 Resistência do Cabo de Aço

Segundo a NBR ISO 2408 (ABNT, 2008), ISO 2408 (2004) e A475-03e1 (ASTM, 2009), os cabos de aço são fabricados em diversas categorias classificadas pela resistência dos fios de aço que os compõem, conforme a Tab. (2.1).

As siglas PS, IPS, EIPS e EEIPS referem-se aos primeiros estágios do desenvolvimento do cabo de aço e permanecem até hoje. A curva de resistência “*Plow Steel*” forma a base para o cálculo de todas as resistências dos fios de aço. As categorias também são caracterizadas, além da resistência à tração, pelo módulo de elasticidade, resistência à fadiga e à abrasão, cuja importância dependerá da aplicação do cabo de aço.

A força de ruptura teórica do cabo de aço é obtida através da resistência dos fios de aço multiplicada pelo total da área da seção de todos os fios. A força de ruptura mínima do cabo de aço é obtida através da força de ruptura teórica do mesmo, multiplicada pelo fator de encablamento que varia conforme as diversas classes de cabos de aço de cada fabricante. A

força de ruptura medida é determinada em laboratório, através do ensaio de tração do cabo de aço.

Tabela 2.1 – Resistência à tração dos fios de aço

Categoria de Resistência (Nomenclatura Europeia)	Categoria de Resistência (Nomenclatura Americana)	Resistência à tração dos fios de aço
-	HS (High Strength)	5,92 a 505,32 ^a
-	EHS (Extra High Strength)	8,14 a 721,50 ^a
1570	PS (Plow Steel)	1.370 a 1.770 ^b
1770	IPS (Improved Plow Steel)	1.570 a 1.960 ^b
1960	EIPS(Extra Improved Plow Steel)	1.770 a 2.160 ^b
2160	EEIPS (Extra Extra Improved Plow Steel)	1.960 a 2.160 ^b

Fonte a: (kN) A475-03e1 (ASTM, 2009)

Fonte b: (N/mm² = MPa) NBR ISO 2408 (ABNT, 2008)

2.2.1.3 Diagramas Tensão *versus* Deformação para Cabos

Existem dois tipos de deformação longitudinal no caso dos cabos de aço. A deformação do aço propriamente dita (objetiva), podendo ser elástica ou inelástica e a deformação estrutural que é variável e depende das características construtivas dos mesmos.

Conforme Irvine (1981), na maioria das aplicações estruturais de cabos, a deformação estrutural deve ser removida através de um processo de pré-esticamento, que consiste na aplicação de certo nível de força de tração ao cabo, em torno de 55% da sua resistência à ruptura estimada, e na sua manutenção por um determinado período de tempo, suficiente para permitir o ajustamento das partes componentes do cabo àquele carregamento, em um ou mais ciclos. Esse processo de pré-esticamento permite estabilizar as propriedades elásticas do material com consequente aumento do módulo de rigidez.

O módulo de rigidez dos cabos depende de vários fatores, como por exemplo, do tipo de construção do cabo, dos tipos de acabamentos e do número de ciclos de pré-esticamento. O valor do módulo de rigidez aumenta cerca de 20% para cabos usados ou novos pré-esticados, sendo menor nos cabos novos ou sem uso. Segundo Irvine (1981), as curvas típicas de tensão *versus* deformação dos cabos não possuem patamar ou ponto de escoamento definidos. Dessa forma, o limite de escoamento é definido traçando-se uma reta paralela à curva em 0,2% de

deformação e a resistência à ruptura correspondendo a uma deformação em torno de 3%. O limite elástico para cabos de aço usuais é de aproximadamente 50% da sua força de ruptura.

Os fabricantes fornecem apenas alguns parâmetros dos cabos, tais como a resistência mínima de ruptura e um módulo de elasticidade aproximado, mas nenhuma informação sobre a curva tensão-deformação com a respectiva região elástica é definida. A norma 19-10 (ASCE, 2010) especifica que o módulo de elasticidade (E_s) corresponde à secante à curva tensão (σ) *versus* deformação (ε) do cabo entre 10% da resistência à ruptura (σ_u) e 90% da resistência ao pré-esticamento (σ_{pe}), como ilustra a Fig. 2.8.

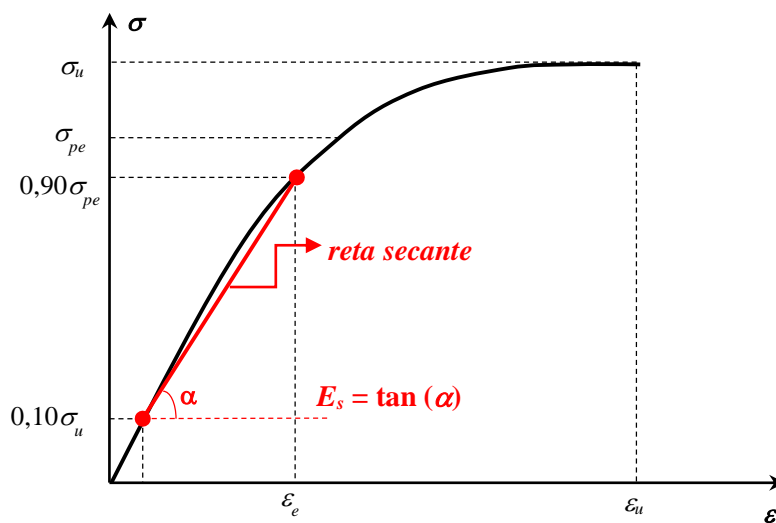


Figura 2.8 – Módulo de elasticidade secante segundo a ASCE 19-10 (2010)

Existem na literatura registros de experimentos científicos de vários autores no sentido de se determinar uma melhor aproximação para as curvas tensão *versus* deformação dos cabos, dentre os quais se podem citar:

A) Curva de Ramberg e Osgood

Ramberg e Osgood (1943) sugeriram a representação completa da curva tensão (σ) *versus* deformação (ε) de um material qualquer, Fig. 2.9, por uma única expressão, Eq. (2.1), utilizando três parâmetros:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + a \left(\frac{\sigma}{b} \right)^n \quad (2.1)$$

onde, a , b e n são constantes do material e E é o módulo de elasticidade.

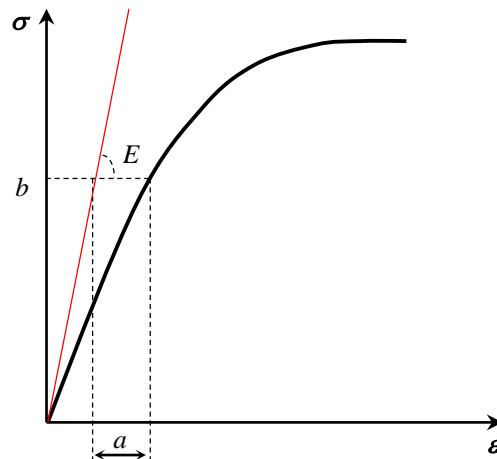


Figura 2.9 – Curva tensão (σ) versus deformação (ϵ) conforme Ramberg e Osgood (1943)

B) Curva de Jonatowski e Birnstiel

Jonatowski e Birnstiel (1967), apresentaram a curva tensão-deformação obtida através dos resultados de ensaios de cabos e cordoalhas de 25,4 mm de diâmetro, conforme ilustra a Fig. 2.10.

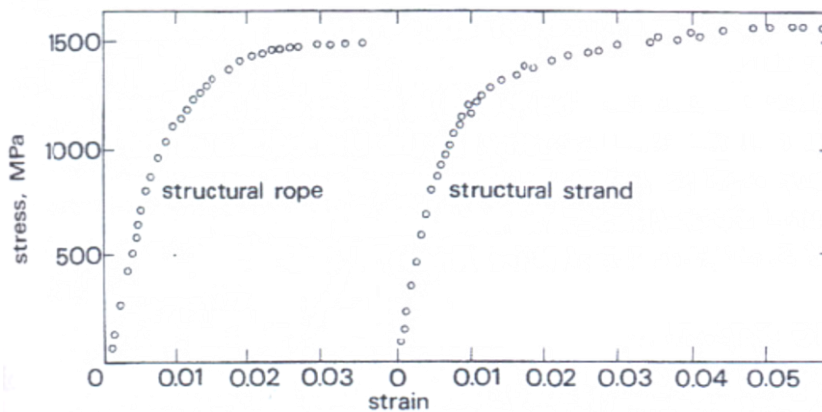


Figura 2.10 – Curva tensão versus deformação para cabos e cordoalhas obtidas de ensaio de Jonatowski e Birnstiel (1967)

Fonte: Irvine (1981)

Jonatowski e Birnstiel² (1970) *apud* Kassimali e Parsi-Feraidoonian (1987), apresentaram a expressão dada pela Eq. (2.2) para representar as curvas tensão-deformação obtidas dos ensaios.

² JONATOWSKI, J.J.; BIRNSTIEL, C. Inelastic stiffened suspension space structures. *Journal of the Structural Divison*, v. 96, n°. ST6, p. 1143-1166, 1970.

$$\sigma = \frac{E\varepsilon}{\left(1 + \left|\frac{E\varepsilon}{\sigma_u}\right|^n\right)^{\frac{1}{n}}} \quad (2.2)$$

onde E é o módulo de elasticidade, n é a constante que define a forma da curva e σ_u é a tensão última. No caso de material elastoplástico perfeito $n \geq 10$ e σ_u é igual à tensão de escoamento σ_y .

C) Curva de Greenberg

Greenberg (1970) utilizou na sua análise uma expressão algébrica para representar a curva tensão-deformação. Ele empregou uma função exponencial contínua, para aproximar a porção inelástica da curva tensão-deformação real do cabo, dada pela Eq. (2.3).

$$\bar{\sigma} = (\sigma_u - \sigma_e) \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_e}{\varepsilon_u - \varepsilon_e} \right)^m \right] \right\} \quad (2.3)$$

Admitiu-se uma força de pré-esticamento igual a 50% da força última. O módulo de elasticidade, E , adotado de 165,5 GPa, decresce a zero para uma deformação última, ε_u , de 3% e a tensão última, σ_u , de 1,414 GPa.

A região elástica da curva tensão *versus* deformação, ilustrada na Fig. 2.11, é linear e descrita pela lei de Hooke: $\sigma = E\varepsilon$, onde σ é a tensão, E é o módulo de elasticidade, e ε é a deformação. Na região inelástica a tensão é composta de duas parcelas, a tensão elástica limite (σ_e) e a tensão inelástica ($\bar{\sigma}$), ou seja: $\sigma = \sigma_e + \bar{\sigma}$, onde a relação tensão-deformação inelástica é expressa pela Eq. (2.3), onde o expoente m é a constante que define a forma da curva. Alcançada a deformação última, o comportamento do cabo torna-se plástico, com módulo de elasticidade nulo e tensão constante: $\sigma = \sigma_u$.

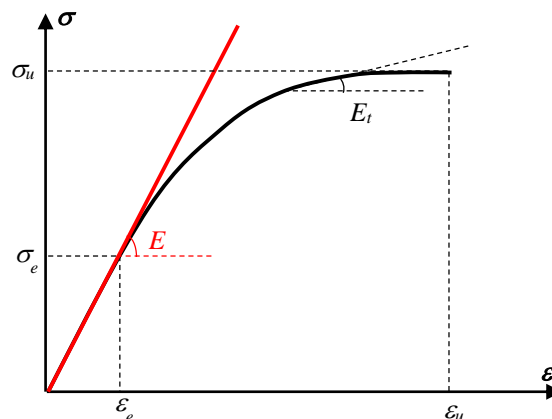


Figura 2.11 – Curva tensão (σ) *versus* deformação (ε) conforme Greenberg (1970)

D) Curva de Murray e Willems

Murray e Willems³ (1970) *apud* Aguiar (1999) realizaram ensaios com material tipicamente de uso estrutural, carregando axialmente as cordoalhas com diferentes diâmetros, além do limite elástico. Cada amostra foi pré-esticada para remover a deformação estrutural com aproximadamente 55% da carga última nominal. Cada ciclo de pré-esticamento consistiu de aplicação lenta da carga, manutenção por cerca de 20 minutos, e retirada lenta da mesma. Três ciclos completos foram suficientes para remover toda a deformação estrutural, sendo obtida uma curva com a região inicial praticamente linear. Concluíram que o melhor resultado das relações tensão-deformação era representado pela Eq. (2.1) proposta por Ramberg e Osgood (1943).

A Tab. (2.2) apresenta o tipo de cordoalha, o diâmetro (d), o parâmetro a é igual a 1 e os parâmetros n e b recomendados para as cordoalhas ensaiadas. As curvas tensão (σ) *versus* deformação (ε) que representam o comportamento dessas cordoalhas são mostradas na Fig. 2.12.

Tabela 2.2 – Parâmetros para as cordoalhas ensaiadas

Cordoalha	d (mm)	a	n	b (MPa)	E (GPa)
1 x 19	4,76	1	10,637	2.365,05	162,75
1 x 19	19,0	1	8,548	2.222,10	195,16
1 x 19	25,4	1	9,326	2.144,10	175,85
1 x 37	31,8	1	7,873	2.469,66	175,16

Fonte: Adaptado de Aguiar (1999)

Através dos resultados de vários ensaios realizados por Murray e Willems (1970) *apud* Aguiar (1999) foram recomendados os valores dos módulos de elasticidade longitudinal (E), e dos parâmetros n e b para cordoalhas 1 x 19 e 1 x 37 com diâmetros menores que 31,8 mm, conforme apresentados na Tab. (2.3). As curvas tensão (σ) *versus* deformação (ε) correspondentes a estas cordoalhas estão representadas na Fig. 2.13.

³ MURRAY T.M.; WILLEMS, N. *Application of direct energy minimization to the static analysis of cable supported structures*. Lawrence, Center for Research in Engineering Science, University of Kansas. (Studies in engineering mechanics Report n.33). 1970.

Tabela 2.3 – Parâmetros recomendados para as cordoalhas

Cordoalha	a	n	b (MPa)	E (GPa)
1 x 19	1	9,35	2.136,76	165,50
1 x 37	1	12,00	1.965,36	165,50

Fonte: Adaptado de Aguiar (1999)

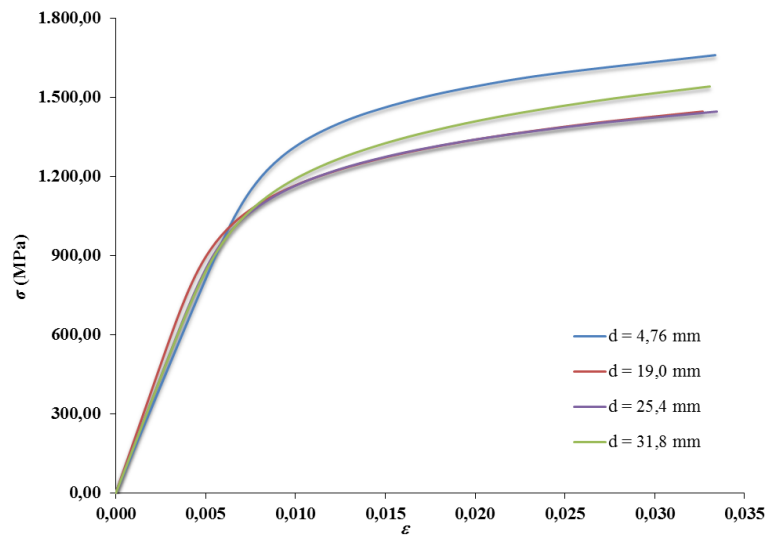


Figura 2.12 – Curva tensão (σ) versus deformação (ε) para cordoalhas ensaiadas por Murray e Willems (1970)

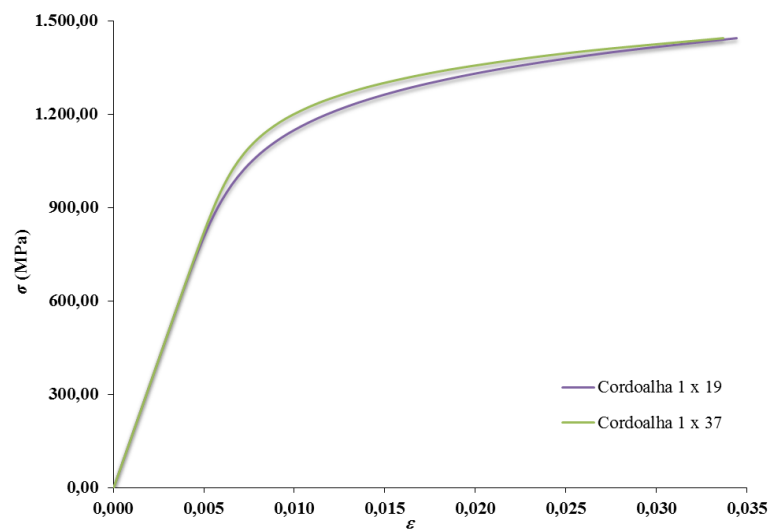


Figura 2.13 – Curva tensão (σ) versus deformação (ε) recomendada por Murray e Willems (1970)

Conforme Irvine (1981), a região linear da curva típica tensão *versus* deformação para cabos e cordoalhas estruturais é limitada à aproximadamente 50% da sua resistência última. Assim, fica evidenciado que para um projeto mais criterioso e econômico a região não linear material também deve ser considerada, justificando, do ponto de vista teórico, o desenvolvimento da análise do comportamento de sistemas estruturais de cabos incluindo o efeito da não linearidade do material.

2.3 Pesquisa Bibliográfica

A literatura apresenta trabalhos mostrando a interação entre sistemas estruturais de cabos e os sistemas estruturais em treliças espaciais. Grande parte dos trabalhos aborda o comportamento dos cabos das linhas aéreas de transmissão de energia elétrica, além de pontes estaiadas e pênséis, coberturas e outras estruturas formadas por cabos. Os estudos são baseados, principalmente, nos dados obtidos da solução numérica através de implementações computacionais ou utilização de programas comerciais.

Segundo Irvine (1981), atribui-se a Galileu no século XVII os primeiros estudos da forma da curva de um cabo suspenso sob o seu peso próprio. Sua contribuição foi apontar a similaridade entre os comportamentos dos cabos em catenária e em parábola. Em 1691, os irmãos Jakob e Johann Bernoulli, Leibniz e Huygens obtiveram a solução da catenária. Além disso, problemas como avaliar os efeitos da deformação do cabo foram investigados por Jakob Bernoulli.

Por volta de 1750 D’Alembert estudou o problema de vibrações de cordas e apresentou o estudo à Academia de Ciências e Letras de Berlim. Este trabalho abordou a forma tomada por uma corda tensa em vibração, resultando na equação diferencial parcial da corda vibrante, conforme Pauletti (2002) e Baltus (2004).

Michalos e Birnstiel (1962) propuseram um método numérico, onde a geometria curva do cabo é aproximada por vários segmentos retos e o carregamento distribuído é substituído por forças concentradas equivalentes aplicadas nas interseções destes segmentos. Este método era resolvido por tentativa e erro e foi chamado de “*string polygon approach*”.

Em 1964, O’Brien e Francis apontaram alguns problemas na teoria do método de Michalos e Birnstiel (1962). Eles expuseram uma formulação numérica com base nas expressões analíticas da catenária elástica. O cabo era dividido por segmentos, onde as equações de equilíbrio estático

eram resolvidas por meio de sucessivas aproximações, em que se considerava a flecha do cabo exata.

Uma proposta de reformulação de algumas expressões numéricas utilizadas por O'Brien e Francis (1964) para acelerar a convergência dos resultados da análise das equações de equilíbrio do cabo foi sugerida por Jennings (1965).

O'Brien (1968) apresentou um trabalho sobre o comportamento dos sistemas de cabos com presença de cargas impostas. Vários gráficos e tabelas relacionando os carregamentos com a configuração apresentada pelo cabo foram mostrados nesse estudo.

Irvine (1975) investigou a resposta dos cabos parabólicos sujeitos a vários tipos de carga através de um tratamento analítico, mas essa teoria era restrita a cabos inextensíveis com a razão entre a flecha e o vão inferior a 1:8.

Uma formulação variacional foi desenvolvida por Henghold e Russell (1976), onde se previa a configuração de equilíbrio para cabos suspensos considerando não linearidades geométricas, resultando um elemento finito isoparamétrico de cabo com três nós.

Ozdemir (1978) mostrou algumas deficiências na formulação apresentada por Henghold e Russell (1976) que induzem deformações no comprimento do elemento de cabo. Foi sugerida por ele uma interpolação independente para avaliar o comprimento do elemento deformado não permitindo distorções na deformação. Ao propor a formulação de um elemento de cabo com dois nós, possibilitou a avaliação das respostas através das formulações Lagrangiana Total e Atualizada.

Nesse mesmo ano, Peyrot e Goulouis (1978) propuseram um método para o cálculo da resposta estática de sistemas flexíveis que poderia prever o efeito do peso próprio, de ventos longitudinais ou diagonais, cargas de gelo e mudanças de temperatura em cabos suspensos usados em linhas de transmissão de energia.

Jayaraman e Knudson (1981) reeditaram o elemento de catenária já sugerido por O'Brien e Francis (1964) e demonstraram o seu emprego em problemas estáticos e dinâmicos de cabos.

Peyrot *et al.* (1981) utilizaram elementos tridimensionais de catenária com dois nós e seis graus de liberdade total na análise de estruturas de cabo, sendo que foram apresentados os resultados da análise estática para uma proposta de torre em suspensão de 500 kV. O elemento de catenária

permitia que qualquer tipo de cabo fosse modelado como único elemento entre os apoios, simplificando bastante a preparação de dados. Forças uniformes ao longo do cabo, incluindo o peso próprio, vento, gelo, etc., puderam ser incluídas, bem como as forças concentradas nos nós. Um algoritmo para o cálculo do comprimento de fabricação do cabo estava incluído no programa, simplificando o projeto de grandes estruturas de cabo. Os resultados da análise apresentados incluem o cálculo do comprimento do cabo, forças da norma NESC (National Electrical Safety Code), a análise de componentes rompidos em uma única torre e em um segmento de linha de transmissão com estruturas de suspensão cross rope contendo cinco torres com seis vãos com extensão de 2.560 m.

Foi apresentado por Fried (1982) um elemento finito não linear de cabo extensível utilizando as funções de interpolação polinomiais para os deslocamentos, obtendo bons resultados de respostas estática e dinâmica para um cabo suspenso.

O objetivo do estudo feito por Mourelle (1984) foi analisar estruturas marítimas constituídas por cabos através da análise não linear pelo método dos elementos finitos. O modelamento dos cabos foi feito por um elemento curvo, baseado nas equações da catenária. Elaborou-se um programa em linguagem FORTRAN, que permitia a realização de análises estáticas, de vibrações livres e dinâmicas pelo método da superposição modal ou pelo método direto.

Uma aproximação computacional de elementos finitos para a estrutura de cabo com resposta não linear foi apresentada por Ibrahimbegović (1992). A formulação compreende os problemas estáticos e dinâmicos, considerando-se grandes deformações e deslocamentos. Uma equação geral constitutiva para não linearidade dos cabos elásticos foi apresentada com a escolha adequada da função da energia de deformação.

No trabalho desenvolvido em linguagem FORTRAN 77 por Rente (1994) considerou-se a análise estática e dinâmica geometricamente não linear de estruturas planas atirantadas. Foram utilizados elementos de cabos e barra para a representação das estruturas, recorrendo-se ao conceito de módulos de elasticidade equivalentes na definição da rigidez axial dos cabos, modelados como elementos retos. Houve também a consideração da matriz de rigidez geométrica na formação da matriz de rigidez não linear da estrutura, para atender aos efeitos de 2ª ordem devidos à interação entre as deformações axiais e flexão.

O trabalho de Pauletti e Pimenta (1995) apresenta uma formulação geometricamente exata e a implementação computacional de um elemento finito de cabo que permite o escorregamento

em presença de atrito. O elemento fornece procedimentos naturais para simular o processo de montagem e a resposta aos carregamentos de estruturas de cabos em geral, e pode ser aplicado no modelamento de estruturas de concreto protendido e no estudo de oscilações auto excitáveis.

Oliveira (1995) apresentou a análise estática de cabos livremente suspensos, visando à sua aplicação em coberturas. Foi realizado o estudo de cabos submetidos a carregamento estático uniformemente distribuído em todo seu vão, a variações de temperaturas e os deslocamentos de seus apoios, através do processo analítico (equações diferenciais) e do processo dos deslocamentos (rigidez tangente). Considerou-se a não linearidade geométrica e admitiu-se a linearidade material. Comparações e análise dos resultados desse processo de cálculo foram feitas por meio de experimentação numérica.

Lu *et al.* (1997) apresentaram para cálculo da resposta não linear de cabos elásticos uma aproximação analítica sob carregamentos externos complexos, sendo considerado o efeito da temperatura no cabo. Por meios de métodos analíticos, foram mostradas soluções exatas para a resposta estática de um cabo suspenso.

Um aspecto importante no estudo dos modelos de torres é o tipo de análise a ser considerada. A prática de projeto para torres metálicas treliçadas de LT está baseada na análise elástica linear. Estudos como o de Al-Bermani e Kitipornchai (1992, 1993, 2003), têm sido realizados considerando-se as não linearidades, geométrica e material, no comportamento dessas torres de transmissão. Nesses estudos é apresentada a técnica de análise que permite a previsão do comportamento último das torres autoportantes de LT submetidas a cargas estáticas. A técnica proposta, além de incluir os efeitos das não linearidades, geométrica e material, considera os grandes deslocamentos, as barras das torres como elementos assimétricos de seção aberta e paredes finas, utilizando matrizes de rigidez linear, geométrica e de deformações para descrever o comportamento dos elementos por meio de uma formulação Lagrangeana atualizada (Al-Bermani e Kitipornchai, 1990). Al-Bermani (1997) também utilizou essa análise em torres treliçadas estaiadas. Nesses trabalhos foram analisadas diversas torres metálicas e os resultados comparados com os dados de ensaios de modelos reais, indicando, na maioria dos estudos, uma boa correlação nos resultados de cargas e modos de falha.

Para compreender a resposta dinâmica não linear de torres estaiadas, Kahla (1997) modelou uma torre tridimensional com 152,4 m de altura e simulou a ação do vento com a ruptura de um dos cabos. Para a análise, foram utilizados elementos de treliça espacial na modelagem do

mastro e de catenária elástica tridimensional para os cabos. Os resultados mostraram que a estrutura colapsou quando um conjunto de cabos perdeu sua capacidade de suportar as solicitações de tração.

Referenciando à modelagem, Wahba *et al.* (1998) utilizaram seis exemplos de torres estaiadas e compararam dois modelos computacionais distintos. No primeiro, modelaram o mastro com elementos de treliça espacial e cabos com elementos de cabo não linear. Já no segundo, utilizaram elementos de pórtico espacial no mastro. Também confrontaram os resultados obtidos com um modelo no qual a torre foi representada como uma viga com suportes elásticos não lineares. Concluiu-se que o modelo em treliça espacial não apresentou vantagem alguma sobre o de pórtico espacial, sendo que no segundo modelo, houve considerável redução no número de elementos e graus de liberdade. Para o modelo de viga em suportes elásticos não lineares, observaram que apresentou deslocamentos menores, quando

A pesquisa desenvolvida por Aguiar (1999) teve como objetivo analisar o comportamento elástico e inelástico de estruturas de cabos sob carregamento estático utilizando o método de elementos finitos. Para a discretização das estruturas de cabos adotou-se um elemento retilíneo isoparamétrico, e na formulação dos princípios variacionais foram consideradas a não linearidade material e a não linearidade geométrica, inerente às estruturas de cabos.

Kahla (2000) investigou os efeitos da ruptura de cabos em torres estaiadas, não considerando a ação do carregamento devido ao vento. Os resultados mostraram que os cabos não excederam sua capacidade de suportar as solicitações de tração, mas que o conjunto de barras do mastro falhou na compressão, principalmente, os inferiores, levando ao colapso estrutural.

Kempner *et al.* (2002) analisaram a utilização de três programas de computador para a análise de torres de linhas de transmissão. Esses programas consideram o comportamento não-linear e o desempenho pós-flambagem do sistema estrutural da torre de transmissão. Os recursos apresentados nesses programas foram utilizados para investigar falhas em torres, avaliar discrepâncias entre soluções gráficas e análises elásticas, realizar estudos probabilísticos de parâmetros de projeto e, como uma opção alternativa, para testes em escala real. O programa AK TOWER utiliza elementos finitos para a análise não linear, geométrica e material, de uma estrutura de torres de transmissão. O programa foi calibrado com os resultados de testes de torres em escala real, tanto em relação à carga de falha quanto aos modos de falha. Esse programa é capaz de prever a capacidade da torre em casos de cargas estáticas, detectando

progressivamente a flambagem em várias partes da estrutura até o colapso. O software tem sido utilizado por empresas de eletricidade, na Austrália e em outros países, para verificar as torres e reduzir ou eliminar a necessidade de testes de cargas em escala real.

Outro programa apresentado, chamado LIMIT, foi desenvolvido por Bonneville Power Administration (BPA) e Portland State University (PSU), e é capaz de realizar a análise não linear de primeira ordem em elementos, considerando a resistência pós-flambagem em torres metálicas de linhas de transmissão. É utilizado o método da secante para determinar o comportamento não-linear do elemento. Os resultados da análise podem ser usados para determinar o mecanismo de falha da estrutura.

O último programa apresentado foi o MORENA (MOdular REliability aNalysis), que foi utilizado para estudar a variabilidade da resistência em torres de linhas de transmissão. Os principais módulos do programa realizam: a análise estatística dos dados; a geração de amostras aleatória; o cálculo da probabilidade de falha; a análise estrutural em elementos finitos, incluindo a análise linear ou a análise não linear, geométrica e material.

Teste de laboratório de elementos de torre (Menezes, 1990), testes experimentais em escala real da capacidade resistente de torres de linhas de transmissão sob cargas laterais (Menezes, 1988; Riera *et al.*, 1990) e uma extensa pesquisa sobre o desempenho em campo das linhas de transmissão no Sul e Brasil Central (Menezes, 1988) forneceram dados para a avaliação da variação da resistência de torres de linhas de transmissão. Esse tipo de informação permitiu avaliar a capacidade dos procedimentos numéricos da análise estrutural não linear na prevenção da capacidade estrutural das torres metálicas sob carregamento lateral; avaliar a confiabilidade dos modelos para determinar a probabilidade de falha de torres de linhas de transmissão e comparar a probabilidade de falha calculada com experiência de campo.

Depois de se analisar os exemplos de torres autoportantes de linhas transmissão, concluíram sobre a importância de se utilizar programas que considerem uma análise mais refinada, principalmente, quando envolve o comportamento não linear, geométrico e material, além da flambagem dos elementos.

No estudo feito por Oliveira *et al.* (2002), foi apresentado um elemento finito isoparamétrico de treliça com dois nós, desenvolvido a partir de uma formulação variacional empregada

comumente no Método dos Elementos Finitos. Os elementos foram implementados de acordo com a formulação Lagrangiana Total, onde as tensões e as deformações são medidas na configuração de referência, ou segundo a formulação Lagrangiana Atualizada, onde as tensões e as deformações são medidas na última configuração deformada conhecida. Também foi apresentado o elemento de catenária desenvolvido a partir de expressões exatas oriundas da equação da catenária elástica.

Para modelar o comportamento estático de estruturas estaiadas, Campos Filho (2004), apresentou uma formulação via método dos elementos finitos não linear, com referencial lagrangiano atualizado. Foi utilizado o elemento de viga e de treliças para modelar os elementos de pórtico e de cabos, respectivamente. Uma análise paramétrica foi realizada para o estudo da influência do posicionamento, do tensionamento e da rigidez dos cabos. Esses fatores se mostraram determinantes no comportamento estrutural, havendo um acréscimo considerável no valor da carga crítica e perda de rigidez do sistema após a flambagem.

Huang e Lan (2006), com base na não linearidade geométrica entre a deformação e o deslocamento para o cabo flexível, estabeleceram a equação de equilíbrio sob o peso próprio e a influência da temperatura, além de uma solução analítica para a distribuição de tensão e deslocamento definidos no sistema de coordenadas Euleriana. As equações algébricas não lineares da estrutura de cabo foram resolvidas diretamente usando um algoritmo em linguagem FORTRAN.

O trabalho de pesquisa de Oliveira (2006) utilizou um modelo de elementos finitos capaz de reproduzir o comportamento acoplado entre os cabos da linha de transmissão e estruturas quando submetidos aos carregamentos dinâmicos e não determinísticos produzidos pelo vento. O modelo tridimensional estudado é constituído por elementos finitos de pórtico e treliça espacial utilizando-se o *ANSYS* e considerando-se o efeito de não linearidade geométrica decorrente, principalmente, dos grandes deslocamentos sofridos pelos cabos e isoladores. Os elementos associados à estrutura das torres foram representados por elemento de pórtico espacial com dois nós, as cadeias de isoladores foram representadas por elemento de treliça espacial e os cabos (condutores e para-raios) por elementos de pórtico espacial de três nós.

Menin (2006) utilizou a formulação corrotacional como descrição cinemática com objetivo de avaliar o comportamento não linear geométrico de diversas tipologias estruturais em uma análise estática. O autor procurou mostrar os conceitos da formulação corrotacional, baseada

na separação dos movimentos de corpos rígidos e deformacional, visando estudar o comportamento de estruturas discretizadas com elementos finitos de treliças, vigas ou cascas.

O comportamento de torres de linhas de transmissão (LT) submetidas a um carregamento dinâmico proveniente da ruptura de um cabo condutor é numericamente avaliado, através da modelagem de um tramo de uma LT por Kaminski *et al.* (2007). No modelo foram considerados todos os componentes da linha e torres, como os cabos condutores, cabos para-raios e cadeias de isoladores. A abordagem contemplou todos os aspectos não lineares do problema, tais como os grandes deslocamentos, e a possibilidade de ruptura de quaisquer dos componentes. Dessa forma, foi possível considerar importantes aspectos que não são levados em conta usualmente, tais como a influência dos cabos remanescentes no caso da ruptura de um único cabo e a redistribuição dos esforços quando ocorre a falha de um componente. A contribuição do trabalho consistiu na avaliação numérica do comportamento das torres de um trecho de uma LT submetido ao carregamento dinâmico devido à ruptura de um cabo. Esse procedimento permitiu determinar o número de torres que eventualmente podem entrar em colapso, caracterizando o efeito cascata, bem como comparar tais previsões com as premissas adotadas nos procedimentos usuais de projeto, através da comparação das solicitações nas barras em ambas as abordagens.

O objetivo do trabalho desenvolvido por Ribeiro (2007) foi o estudo numérico de estruturas de torres metálicas estaiadas de seção transversal quadrada, utilizadas para sistemas de telecomunicações, submetidas às ações estática e dinâmica do vento. Foram adotados para a determinação das forças estáticas do vento os procedimentos apresentados pela NBR 6123 (ABNT, 1988). O estudo numérico utilizou as formulações matemáticas lineares e não lineares que permitiam a introdução de forças de pré-tensionamento nos elementos de cabos e o efeito da variação da temperatura.

Yang e Tsai (2007) apresentam um elemento de catenária de dois nós para a análise de estruturas de cabos tridimensionais. A matriz de rigidez do elemento de cabo catenária foi obtida a partir da inversa da matriz de flexibilidade, com auxílio do peso próprio e efeitos de pretensão. O elemento foi então incluído, juntamente com os elementos de viga e de treliça, em um programa de análise não linear geométrica. Com esse tipo de elemento, cada cabo, sem nós internos, pode ser modelado por um único elemento, mesmo para os cabos com grandes desníveis, como encontrado em redes de cabos, pontes suspensas e pontes estaiadas.

Wei-xin *et al.* (2008) apresentaram uma formulação de elementos finitos para um elemento de cabo parabólico de dois nós visando à análise estática de estruturas de cabos. Ao invés de assumir os deslocamentos por funções de interpolação polinomiais, a formulação utilizou a matriz de rigidez dinâmica analítica do cabo para obter a expressão da matriz de rigidez estática de um cabo suspenso ajustando a frequência a zero. O método iterativo de Newton-Raphson foi usado para obter a solução.

Such *et al.* (2009) estudaram um novo método para resolver estruturas de cabo tridimensionais com base na equação da catenária. O método é uma generalização de uma aplicação de engenharia para calcular o equilíbrio inicial dos cabos sobre as ferrovias. As principais contribuições desse trabalho foram: a extensão da aplicação de engenharia para simular estruturas de cabo tridimensionais arbitrárias; a incorporação da elasticidade do cabo na formulação e devido ao fato do método se basear nas equações analíticas da catenária, obteve-se eficiência numérica.

Através das configurações usuais de torres estaiadas e das ações atuantes nesse tipo de sistema estrutural, Araújo e Greco (2010) buscaram analisar o comportamento mecânico e a estabilidade, variando-se as topologias da torre treliçada, a disposição dos elementos, os modelos com base quadrada e triangular, a posição dos estais e o nível de protensão inicial para estruturas esbeltas que apresentam comportamento não linear geométrico acentuado. Os sistemas estruturais estudados foram modelados numericamente com auxílio de programa computacional baseado no método dos elementos finitos, que utiliza formulação não linear geométrica posicional com prescrição de deformação inicial nos cabos. Foi analisado o comportamento estrutural sob ações estáticas.

O artigo de Impollonia *et al.* (2011) comenta sobre o problema de catenária em cabos elásticos orientados no espaço, que é estendido para o caso de carregamentos uniformemente distribuídos e forças concentradas. A equação de equilíbrio foi escrita na forma vetorial e sua solução, ou seja, a geometria deformada do cabo elástico é obtida exatamente para os casos de carregamento uniformemente distribuído, uma força concentrada e várias forças concentradas. Segundo os autores a formulação foi adequada para resolver problemas de estrutura de cabo.

O trabalho realizado por Thai e Kim (2011), apresenta um elemento de cabo de catenária para a análise não linear de estruturas de cabo submetido a cargas estáticas e dinâmicas. A matriz de rigidez do elemento e as forças nodais, que consideram o peso próprio e os efeitos de protensão,

são obtidas com base em expressões analíticas exatas da catenária elástica. Os cabos encontrados em redes, bem como pontes estaiadas podem ser modelados usando o elemento proposto. Uma solução incremental-iterativa baseada no método de integração direta de Newmark e no método de Newton-Raphson foi adotada para resolver a equação não linear do movimento.

Matuszkiewicz (2011) descreveu em seu trabalho sobre os problemas relativos à concepção de mastros estaiados compostos com treliças, de acordo com a norma europeia EN 1993-3-1. Foi discutido o método de aplicação das imperfeições geométricas do mastro nos cálculos. Com base na análise comparativa realizada de um certo mastro, foi demonstrada a influência das imperfeições sobre os valores últimos das forças internas do mastro.

Abad *et al.* (2013) propuseram dois novos elementos para a análise tridimensional de elementos finitos de estruturas de cabos. As matrizes de rigidez tangente dos elementos de cabo são obtidas espacialmente sob cargas estáticas concentradas e distribuídas e cargas térmicas. O primeiro elemento foi chamado de elemento Cabo Catenária Contínuo (CCC) e estende-se ao elemento clássico de cabo catenária. O segundo, chamado de elemento de Cabo Catenária Discreto (DCC), foi introduzido através da transformação das equações contínuas do elemento CCC numa formulação discreta proporcionando a capacidade de dividir o cabo em vários elementos retos com o comportamento axial. O elemento de DCC, com todas as características do elemento CCC, tem as vantagens da inclusão de mais carregamentos tridimensionais, como forças concentradas ao longo do elemento e cargas não uniformes lateralmente distribuídas, incorporando as não linearidades geométricas e materiais.

Um método iterativo foi proposto por Ahmadzadeh (2013) para análise tridimensional de grandes deslocamentos de estruturas constituídas por cabos suspensos. Essa abordagem tira vantagem da técnica de subestruturação que é especialmente adaptada para resolver os problemas de análise e de forma de cabos suspensos sujeitos a cargas arbitrárias, e para reduzir os custos globais de análise. A nível estrutural, no geral, foi utilizado um processo para detectar as instabilidades e limitar os deslocamentos incrementais correspondentes.

Parnás *et al.* (2013) discutiram a influência das ancoragens assimétricas no comportamento do mastro estaiado sob ação de forças de vento. A ancoragem assimétrica ocorre devido a variações nos níveis de fixação dos mastros estaiados colocados em topos de morros. Seis modelos foram desenvolvidos com diferentes assimetrias de ancoragem. O mastro foi modelado como uma

estrutura tridimensional, onde as diagonais eram representadas por elementos de treliça e os montantes por elementos de pórtico. Os cabos foram modelados com a formulação da catenária. A análise não linear sob ação de cargas de vento extremos foi realizada para calcular a força interna sobre os componentes dos mastros estaiados.

Greco *et al.* (2014) propuseram uma estratégia unitária para a análise estática de redes gerais de cabo sob forças conservativas. A definição da configuração inicial do cabo foi realizada afim de iniciar a análise não linear sucessiva. Nos procedimentos numéricos realizados em ambas as etapas, definição da configuração inicial e análise estrutural da rede, empregou-se um elemento de catenária elástico tridimensional. Condições de equilíbrio dos nós internos e a compatibilidade cinemática nos nós de extremidade de cada cabo foram usadas para obter as equações globais da rede. Quando as protensões foram elevadas e a topologia da rede estava envolvida, uma precisa solução inicial foi essencial para assegurar a convergência da análise numérica não linear estrutural sucessiva realizada pelo método de Newton.

3

ANÁLISE ESTÁTICA DE SISTEMAS ESTRUTURAIS DE CABOS E TRELIÇAS

3.1 Considerações Iniciais

Um famoso problema da história do cálculo acontecido no século XVII foi o chamado “O Problema da Corrente Suspensa”, onde a curva obtida quando uma corda ou corrente flexível é suspensa livremente por dois pontos chamou à atenção dos estudiosos da época, (Fig. 3.1). Tal problema foi abordado, entre outros, por Leonardo da Vinci e por Galileu, que acreditavam ser essa curva uma parábola.



Figura 3.1 – Curva de uma corrente suspensa

Fonte: Talavera (2008)

O problema do cabo suspenso foi lançado oficialmente para a comunidade dos matemáticos em maio de 1690 no *Acta eruditorum*, jornal fundado por Leibniz, e encheria de prestígio quem conseguisse resolvê-lo. Até os irmãos Jakob e Johann da família dos Bernoulli entraram em discórdia por causa dele, segundo Talavera (2008).

Em 1690 no *Acta eruditorum*, Jakob Bernoulli (1654-1705) desafiou a comunidade científica propondo um concurso para encontrar a forma da corrente suspensa. Foram mais de cinquenta anos entre as primeiras tentativas de solucioná-lo, até ser encontrada e comunicada oficialmente sua resolução.

Quem chegou à solução foi Johann Bernoulli (1667-1748), motivo que teria contribuído para aumentar a rivalidade com seu irmão Jakob Bernoulli. Há uma carta escrita por Johann Bernoulli direcionada a um amigo que conta que encontrara a solução da equação catenária, onde segundo Maor (2006) tinha os seguintes dizeres:

“[...] os esforços de meu irmão foram inúteis. Quanto a mim, fui mais feliz, pois encontrara a habilidade (e digo isto sem me gabar, por que deveria esconder a verdade?) para resolvê-lo inteiramente. [...] na manhã seguinte, cheio de alegria, fui encontrar meu irmão, que ainda lutava miseravelmente com esse nó górdio, sem chegar à parte alguma, sempre achando, como Galileu, que a catenária era uma parábola. Pare! Pare! Eu disse a ele, não se torture mais tentando provar a identidade da catenária com a parábola, porque ela é inteiramente falsa.”

A descoberta da equação da catenária pode ser considerada como uma importante solução dos problemas desafiadores da história do cálculo. Além de Johann Bernoulli, Leibniz e Huygens também resolveram o problema. Huygens, em 1646, com apenas dezessete anos de idade, provou que a corrente suspensa não poderia adquirir a forma de uma parábola sem chegar a definir qual seria essa nova curva. Tempos depois ele voltou ao problema e conseguiu, por meio de métodos geométricos solucionar esse desafio.

A curva da corrente suspensa foi batizada de catenária por Gottfried Wilhelm Leibniz, que chegou a sugerir que a catenária pudesse ser usada no cálculo de logaritmos, uma espécie de tabela logarítmica. A palavra catenária é originada da palavra latina *catena* que significa cadeia.

Enquanto o método de Huygens era geométrico, o de Leibniz e Johann Bernoulli era analítico. Conforme Baron (1985), as soluções do problema da catenária marcaram como o primeiro sucesso público do novo cálculo. Entre os notáveis problemas que ocuparam a comunidade matemática, nas décadas que se seguiram à invenção do cálculo, estava o problema da catenária, segundo Maor (2006).

Então, para o estudo de sistemas estruturais de cabos é importante considerar, principalmente, a não linearidade geométrica envolvida no problema e, portanto, uma análise teórica que

considere, rigorosamente, os grandes deslocamentos presentes nesses sistemas estruturais é alcançada através de uma formulação geometricamente exata.

Dessa forma, inicialmente, será apresentado o desenvolvimento de um estudo analítico para o problema bidimensional de sistemas estruturais de cabos, ou seja, os casos de carregamento tratados estarão sempre coplanares com o cabo. Também será apresentada uma formulação numérica que aborda uma teoria geral para a análise não linear, tanto para as estruturas de cabos extensíveis quanto para as estruturas em treliças espaciais, pelo método dos elementos finitos. Essa formulação considera tanto o comportamento não linear geométrico quanto do material envolvidos no problema.

3.2 Formulação Analítica dos Sistemas de Cabos Suspensos

Cabos são elementos estruturais que apresentam comportamento geométrico altamente não linear, extremamente flexíveis e capazes de resistir a forças normais de tração. Teoricamente, considera-se que as forças normais de compressão, as forças cortantes, os momentos fletores e os momentos de torção não são resistidos por um cabo ideal.

Em um estudo analítico introdutório admitem-se as hipóteses em que o cabo seja perfeitamente flexível e inextensível. Por ser flexível, não oferece resistência à flexão e, portanto, a força normal de tração atuante será sempre tangente à sua geometria nos pontos ao longo de seu comprimento. Por ser inextensível, o cabo tem o mesmo comprimento antes e depois da aplicação da carga. Dessa forma, uma vez aplicadas às ações externas, a geometria deformada permanece fixa e o cabo ou cada segmento do cabo pode ser tratado como corpo rígido.

As formas assumidas pelo cabo dependem do carregamento que nele atua. Se o carregamento externo for muito maior do que o peso próprio do cabo, este último é desprezado na análise. Baseando-se em Barbato (1975), Irvine (1981), Leonard (1988), Beer *et al.* (2006) e Hibbeler (2011) e considerando-se as hipóteses citadas, será apresentado a seguir um estudo analítico dos cabos suspensos bidimensionais para três tipos de carregamentos:

- Cabos sujeito a forças concentradas;
- Cabos sujeito a carregamento uniformemente distribuídos (parábola);
- Cabos sujeitos ao peso próprio (catenária).

Como será visto no decorrer deste trabalho, o detalhamento do estudo analítico é de fundamental importância, principalmente para a modelagem numérica da configuração inicial de equilíbrio dos elementos de cabo, visando à análise geometricamente exata.

3.2.1 Cabos Sujeitos a Forças Concentradas

Quando um cabo de peso próprio desprezável sustenta várias forças concentradas, ele assume a forma de vários segmentos retilíneos, cada um sujeito a uma força de tração constante. A Fig. 3.2 ilustra um cabo com apoio desnivelado sujeito a forças concentradas.

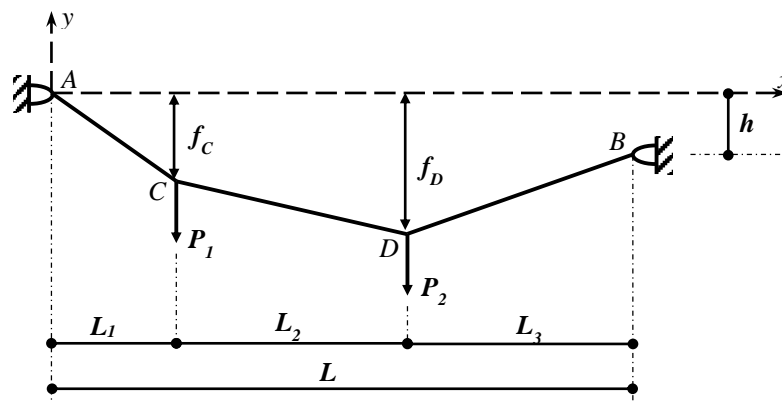


Figura 3.2 – Cabo com apoio desnivelado sujeito a forças concentradas

Fonte: Adaptado de Hibbeler (2011)

Conhecendo-se o desnível h , os comprimentos L_1 , L_2 e L_3 e as forças P_1 e P_2 , o problema, nesse caso, é constituído de nove incógnitas, que são as forças de tração em cada um dos três segmentos, os quatro componentes das reações nos apoios A e B e os deslocamentos ou as flechas f_C e f_D nos pontos C e D do cabo.

Para determinar a solução, podem-se escrever duas equações de equilíbrio em cada um dos pontos A, B, C e D, resultando num total de oito equações. Para completar a solução, deve-se extrair alguma informação da geometria do cabo para que se possam escrever as nove equações necessárias. Por exemplo, o comprimento total do cabo pode ser especificado ou um dos deslocamentos f_C ou f_D . Dessa forma, as equações de equilíbrio são, então, suficientes para a obtenção das forças e dos deslocamentos incógnitos. Uma vez que os deslocamentos em cada ponto de carregamento são obtidos, o comprimento do cabo pode ser determinado por trigonometria.

3.2.2 Cabo Sujeito ao Carregamento Uniformemente Distribuído (Cabo Parábola)

A Fig. 3.3 ilustra um cabo fixado em dois pontos A e B , cujo vão é identificado por L , x_v é a distância do ponto A ao vértice da curva do cabo, θ_A é a inclinação do cabo no ponto A , f_v é a flecha máxima no vértice da curva, θ_B é a inclinação do cabo no ponto B e h o desnível entre os pontos de fixação do cabo.

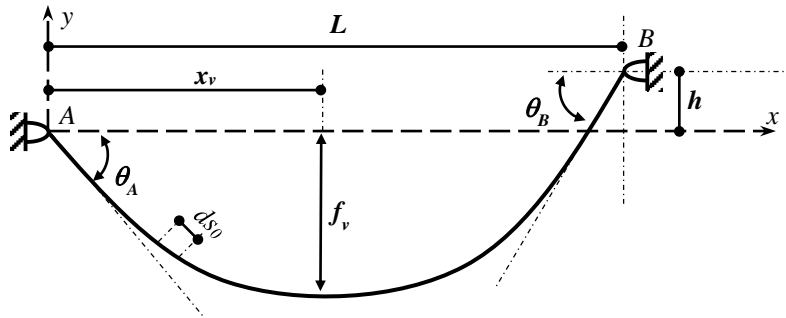


Figura 3.3 – Configuração inicial do cabo

Admitindo-se que o cabo suporta um carregamento uniformemente distribuído ao longo do seu vão, $w(x)$, a Fig. 3.4 ilustra o diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimal do cabo com comprimento dS_0 na sua posição de equilíbrio. A Figura 3.4, ilustra também as forças horizontais H_0 e $H_0 + dH_0$, as forças verticais $V_0 + dV_0$ nas extremidades, bem como o ângulo de inclinação θ_A do elemento de cabo.

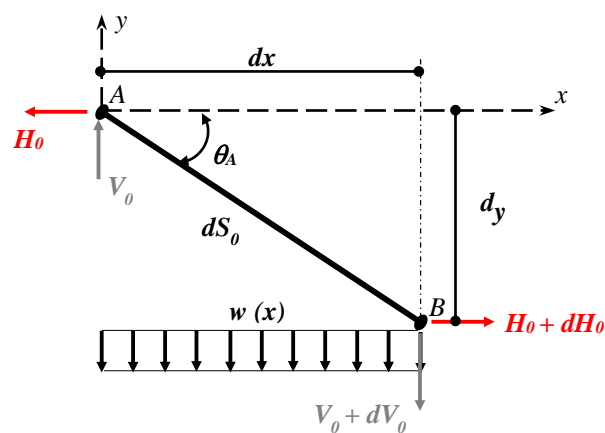


Figura 3.4 – Diagrama de corpo livre de um elemento de cabo sujeito ao carregamento uniformemente distribuído

Aplicando as equações de equilíbrio no elemento, desprezando os termos de ordem superior, permite escrever as seguintes expressões:

$$\sum H = 0 \rightarrow dH_0 = 0 \quad (3.1)$$

$$\sum V = 0 \rightarrow dV_0 = -w dx \quad (3.2)$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} = y' = \frac{V_0}{H_0} \quad (3.3)$$

Sendo $dH_0 = 0$, pode-se concluir que a força H_0 no cabo é constante. Derivando-se a Eq. (3.3) e com auxílio da Eq. (3.2), tem-se a Eq. (3.4) que é a equação diferencial do elemento de cabo na sua posição de equilíbrio.

$$y'' = -\frac{w}{H_0} \quad (3.4)$$

Integrando-se a Eq. (3.4) tem-se a tangente à curva do cabo ou rotação θ_A , dada pela expressão:

$$y' = -\frac{w}{H_0}x + C_1 \quad (3.5)$$

Integrando-se pela segunda vez a Eq. (3.5), chega-se na equação da curva do cabo, que é representada por uma parábola, dada pela Eq. (3.6).

$$y = -\frac{w}{2H_0}x^2 + C_1x + C_2 \quad (3.6)$$

onde as constantes C_1 e C_2 dependem das condições de contorno do problema.

3.2.2.1 Cabos suspensos com os apoios desnivelados

Adotando-se a estrutura de cabos com os apoios desnivelados da Fig. 3.3, onde o apoio A tem coordenadas $(0, 0)$ e o apoio B coordenadas (L, h) , situação em que o apoio B apresenta um desnível h em relação ao apoio A , são analisadas três condições em função das variáveis conhecidas: h e θ_A , ou h e x_v , ou h e f_v .

a) Variáveis h e θ_A conhecidas

Aplicando-se as condições de contorno do problema da Fig. 3.3, onde se tem para $x = 0 \rightarrow y'_A = \tan(\theta_A)$ e para $x = L \rightarrow y_B = h$, determinam-se as constantes C_1 e C_2 das Eqs. (3.5) e (3.6), respectivamente:

$$C_1 = \tan(\theta_A) \quad (3.7)$$

$$C_2 = 0 \quad (3.8)$$

Substituindo-se os valores das constantes C_1 e C_2 nas Eqs. (3.5) e (3.6), encontram-se a equação da tangente à curva do cabo, Eq. (3.9) e a equação da configuração de equilíbrio do cabo, dada pela equação da parábola, Eq. (3.10).

$$y' = -\frac{w}{H_0}x + \tan(\theta_A) \quad (3.9)$$

$$y = -\frac{w}{2H_0}x^2 + \tan(\theta_A)x \quad (3.10)$$

Para se calcular a **força horizontal H_0** é necessário aplicar as seguintes condições de contorno: para $x = L \rightarrow y_B = h$, que substituindo na Eq. (3.10) tem-se:

$$H_0 = \frac{wL^2}{2\{L[\tan(\theta_A)] - h\}} \quad (3.11)$$

Com auxílio da Fig. 3.4, o **comprimento do cabo, S_0** , pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$dS_0 = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \left(\sqrt{1 + (y')^2}\right)dx \quad (3.12)$$

Substituindo-se a Eq. (3.9) na Eq. (3.12) e integrando-a, obtém-se a equação do comprimento do cabo, Eq. (3.13).

$$S_0 = -\frac{H_0}{2w} \left\{ \left[-\frac{wL}{H_0} + \tan(\theta_A) \right] \sqrt{\left[-\frac{wL}{H_0} + \tan(\theta_A) \right]^2 + 1} - \tan(\theta_A) \sec(\theta_A) + \sinh^{-1} \left[-\frac{wL}{H_0} + \tan(\theta_A) \right] - \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \right\} \quad (3.13)$$

Quando não se necessita de grande exatidão, pode-se utilizar a aproximação $\sqrt{1+a} \cong 1 + \frac{a}{2}$, se a é um valor muito pequeno. Então, a Eq. (3.13) fica:

$$S_0 = L \left\{ 1 + \frac{w^2L^2}{6H_0^2} - \frac{\tan(\theta_A)}{2} \left[\frac{wL}{H_0} - \tan(\theta_A) \right] \right\} \quad (3.14)$$

A **força de tração no cabo, T** , tendo em vista as suas componentes H_0 e V_0 da Fig. 3.4, onde H_0 é constante, pode ser escrita por:

$$T = \frac{H_0}{\cos(\theta_A)} \quad (3.15)$$

Sabendo-se que $\cos(\theta_A) = \frac{dx}{ds_0}$, com o auxílio das Eqs. (3.12) e (3.9), obtém-se à força de tração no cabo que varia continuamente em intensidade e direção ao longo de toda a sua extensão.

$$T = H_0 \sqrt{1 + \left[-\frac{w}{H_0}x + \tan(\theta_A) \right]^2} \quad (3.16)$$

Apoio A (0, h) com desnível h em relação ao apoio B (L, 0)

Adotando-se a estrutura de cabos com os apoios desnivelados, onde o apoio A tem coordenadas (0, h) e o apoio B coordenadas (L, 0), situação em que o apoio A apresenta um desnível h em relação ao apoio B. Analogamente à condição anterior determinam-se as constantes C_1 e C_2 das Eqs. (3.5) e (3.6) aplicando-se as condições de contorno do problema: para $x = 0 \rightarrow y'_A = \tan(\theta_A)$, para $x = L \rightarrow y_B = 0$, têm-se:

$$C_1 = \tan(\theta_A) \quad (3.17)$$

$$C_2 = h \quad (3.18)$$

Substituindo-se os valores das constantes C_1 e C_2 nas Eqs. (3.5) e (3.6), encontram-se as equações da tangente à curva do cabo, Eq. (3.9) e a equação da parábola, Eq. (3.19), definindo-se a configuração de equilíbrio do cabo suspenso.

$$y = -\frac{w}{2H_0}x^2 + \tan(\theta_A)x + h \quad (3.19)$$

A **força horizontal H_0** é calculada ao se aplicar a seguinte condição de contorno: para a $x = L \rightarrow y_B = 0$, que substituindo na Eq. (3.19) tem-se:

$$H_0 = \frac{wL^2}{2\{L[\tan(\theta_A)]+h\}} \quad (3.20)$$

Então, conhecidos w , L , h , θ_A , determina-se H_0 , y , T e S_0 , através das Eqs. (3.20), (3.19), (3.16) e (3.13), respectivamente.

b) Variáveis h e x_v conhecidas

Voltando-se à Fig. 3.3 e substituindo-se na Eq. (3.9) a condição de contorno em que para $x = x_v \rightarrow y' = 0$, e na Eq. (3.10) a condição em que para $x = L \rightarrow y_B = h$, têm-se:

$$\tan(\theta_A) = \frac{w}{H_0} x_v \quad (3.21)$$

$$H_0 = -\frac{wL}{2h} (L - 2x_v) \quad (3.22)$$

Levando a Eq. (3.22) na Eq. (3.21) encontra-se uma nova expressão da tangente de θ_A em função dos dados do problema, dada por:

$$\tan(\theta_A) = -\frac{2hx_v}{L(L-2x_v)} \quad (3.23)$$

Apoio A (0, h) com desnível h em relação ao apoio B (L, 0)

Considerando-se a Fig. 3.3 e substituindo-se na Eq. (3.19) a condição de contorno em que para $x = L \rightarrow y_B = 0$, tem-se:

$$H_0 = \frac{wL}{2h} (L - 2x_v) \quad (3.24)$$

Substituindo-se a Eq. (3.24) na Eq. (3.21), encontra-se:

$$\tan(\theta_A) = \frac{2hx_v}{L(L-2x_v)} \quad (3.25)$$

c) Variáveis h e f_v conhecidas

Voltando-se à Fig. 3.3 e substituindo-se na Eq. (3.10) a condição de contorno em que para $x = x_v \rightarrow y = f_v$, e com o auxílio da Eq. (3.21), tem-se:

$$f_v = \frac{H_0}{2w} \tan^2(\theta_A) \quad (3.26)$$

Levando a Eq. (3.11) na Eq. (3.26) obtém-se:

$$\tan(\theta_A) = \frac{2f_v}{L} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{h}{f_v}} \right) \quad (3.27)$$

Levando a Eq. (3.27) na Eq. (3.11) encontra-se uma nova expressão da força horizontal, H_0 , em função dos dados do problema, dada por:

$$H_0 = \frac{wL^2}{2f_v \left(1 + \sqrt{1 - \frac{h}{f_v}} \right)^2} \quad (3.28)$$

Apoio A (0, h) com desnível h em relação ao apoio B (L, 0)

Considerando-se a Fig. 3.3 e substituindo-se na Eq. (3.10) a condição de contorno em que para $x = x_v \rightarrow y = f_v$, com ajuda da Eq. (3.21) tem-se:

$$f_v = \frac{H_0}{2w} \tan^2(\theta_A) + h \quad (3.29)$$

Substituindo-se a Eq. (3.11) na Eq. (3.29) tem-se:

$$\tan(\theta_A) = -\frac{2(h-f_v)}{L} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{h}{(h-f_v)}} \right) \quad (3.30)$$

Levando a Eq. (3.30) na Eq. (3.11) encontra-se uma nova expressão da força horizontal, H_0 , em função dos dados do problema, dada por:

$$H_0 = -\frac{wL^2}{2(h-f_v) \left(1 + \sqrt{1 - \frac{h}{(h-f_v)}} \right)^2} \quad (3.31)$$

3.2.2.2 Cabos suspensos com os apoios nivelados

Considerando-se a estrutura de cabo da Fig. 3.3 com os apoios A e B nivelados ($h = 0$) e aplicando-se na Eq. (3.5) as condições de contorno, onde para $x = L/2 \rightarrow y' = 0$ e para $x = 0 \rightarrow y'_A = \tan(\theta_A)$, determina-se a constante C_1 dada pela Eq. (3.32). Considerando-se a condição de contorno, $x = 0 \rightarrow y_A = 0$ e levando na Eq. (3.6), encontra-se a constante C_2 expressa pela Eq. (3.33).

$$C_1 = \frac{wL}{2H_0} = \tan(\theta_A) \quad (3.32)$$

$$C_2 = 0 \quad (3.33)$$

Levando as Eqs. (3.32) e (3.33) nas Eqs. (3.5) e (3.6), respectivamente, encontram-se as equações da tangente à curva do cabo, Eq. (3.9), e a equação da parábola, Eq. (3.10), definindo-se a configuração de equilíbrio do cabo parábola suspenso com apoios nivelados.

Quando se conhece a variável θ_A , a força H_0 é obtida da Eq. (3.32) por:

$$H_0 = \frac{wL}{2 \tan(\theta_A)} \quad (3.34)$$

Quando se conhece a flecha, f_v , pode-se utilizar da seguinte condição de contorno: para $x = L/2 \rightarrow y = f_v$, que substituindo na Eq. (3.6), tem-se:

$$H_0 = \frac{wL^2}{8f_v} \quad (3.35)$$

A variável θ_A pode ser determinada em função da flecha, assim substituindo a Eq. (3.35) na Eq. (3.34), obtém-se:

$$\tan(\theta_A) = \frac{4f_v}{L} \quad (3.36)$$

3.2.3 Cabo Sujeito ao Peso Próprio (Cabo Catenária)

Considere-se o cabo AB da Fig. 3.3 submetido, agora, ao seu peso próprio $p(x)$. A Fig. 3.5 considera o diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimal do cabo com comprimento dS_0 , submetido somente seu peso próprio, $p(x)$, onde dx e dy são os comprimentos infinitesimais nas direções x e y , H_0 e $H_0 + dH_0$ as forças horizontais, V_0 e $V_0 + dV_0$ as forças verticais nas extremidades do elemento, bem como o ângulo θ_A que representa a inclinação do elemento infinitesimal do cabo.

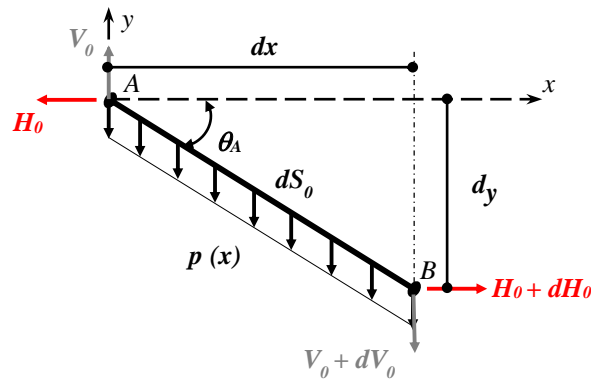


Figura 3.5 - Diagrama de corpo livre de um elemento de cabo sujeito ao peso próprio

Aplicando-se as condições de equilíbrio no elemento e considerando que o termo de ordem superior dx^2 seja aproximadamente igual a zero, pode-se escrever as seguintes expressões:

$$\sum F_H = 0 \rightarrow dH_0 = 0 \quad (3.37)$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow dV_0 = -pdS_0 \quad (3.38)$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} = y' = \frac{V_0}{H_0} \quad (3.39)$$

Da Eq. (3.37) pode-se concluir que a força horizontal H_0 no cabo é constante. Derivando-se a Eq. (3.39) e com auxílio das Eqs. (3.38) e (3.12) tem-se a Eq. (3.40), que é a equação diferencial do elemento de cabo na sua posição de equilíbrio.

$$y'' = -\frac{p}{H_0} \sqrt{1 + (y')^2} \quad (3.40)$$

Integrando-se a Eq. (3.40), tem-se a tangente à curva do cabo ou rotação θ_A , dada pela expressão:

$$y' = \sinh\left(-\frac{p}{H_0}x + C_1\right) \quad (3.41)$$

Integrando a Eq. (3.41), chega-se a equação da curva do cabo representada por uma catenária, dada pela Eq. (3.42).

$$y = -\frac{H_0}{p} \cosh\left(-\frac{p}{H_0}x + C_1\right) + C_2 \quad (3.42)$$

Como já dito anteriormente, as constantes C_1 e C_2 dependem da geometria inicial do cabo e serão definidas a seguir considerando-se as variáveis conhecidas h , θ_A , x_v e f_v .

3.2.3.1 Cabos suspensos com os apoios desnivelados

Analogamente ao estudo desenvolvido para o cabo parábola, considere a estrutura da Fig. 3.3 com os apoios desnivelados, onde o apoio $B(L, h)$ apresenta um desnível h em relação ao apoio $A(0, 0)$. São analisadas três condições em função das variáveis conhecidas: h e θ_A , ou h e x_v , ou h e f_v .

a) Variáveis h e θ_A conhecidas

Para se determinar os valores das constantes C_1 e C_2 das Eqs. (3.41) e (3.42) consideram-se as seguintes condições de contorno: para $x = 0 \rightarrow y'_A = \tan(\theta_A)$ e $y_A = 0$, obtendo-se:

$$C_1 = \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \quad (3.43)$$

$$C_2 = \frac{H_0}{p} \cosh\{\sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\} \quad (3.44)$$

Levando-se as Eqs. (3.43) e (3.44) nas Eqs. (3.41) e (3.42), encontram-se a equação da tangente à curva do cabo, Eq. (3.45), e a equação da configuração de equilíbrio do cabo dada pela equação catenária, Eq. (3.46).

$$y' = \sinh\left\{-\frac{p}{H_0}x + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\right\} \quad (3.45)$$

$$y = -\frac{H_0}{p} \left\{ \cosh\left\{-\frac{p}{H_0}x + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\right\} - \cosh\{\sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\} \right\} \quad (3.46)$$

A **força horizontal H_0** é calculada por tentativas aplicando-se a condição de contorno: para $x = L \rightarrow y_B = h$, que substituindo-se na Eq. (3.46) obtém-se:

$$h = -\frac{H_0}{p} \left\{ \cosh\left\{-\frac{pL}{H_0} + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\right\} - \cosh\{\sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\} \right\} \quad (3.47)$$

Conhecendo-se a força horizontal, H_0 , e integrando-se a Eq. (3.12) com o auxílio da Eq. (3.45), determina-se o **comprimento do cabo**, S_0 , através da expressão:

$$S_0 = -\frac{H_0}{p} \left\{ \sinh \left\{ -\frac{pL}{H_0} + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \right\} + \sinh\{\sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\} \right\} \quad (3.48)$$

Como já mostrado, a **força de tração no cabo**, T , tendo em vista a Fig. 3.5, onde H_0 é constante, é definida pela Eq. (3.15), dada por:

$$T = \frac{H_0}{\cos(\theta_A)}$$

Sabendo-se que $\cos(\theta_A) = \frac{dx}{dS_0}$, com a ajuda das Eqs. (3.12) e (3.45), obtém-se à força de tração (T) no cabo que varia continuamente em intensidade e direção ao longo de toda a sua extensão.

$$T = H_0 \cosh \left\{ -\frac{p}{H_0}x + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \right\} \quad (3.49)$$

Dessa forma, conhecidos o peso próprio do cabo, p , a inclinação do cabo no apoio A , θ_A , e o desnível h , é possível determinar, por tentativas, a força horizontal, H_0 através da Eq. (3.47). Com o valor de H_0 , a curva do cabo, y , o comprimento do cabo, S_0 , e a força de tração no cabo, T são determinados pelas Eq. (3.46), (3.48) e (3.49), respectivamente.

Apoio A (0, h) com desnível h em relação ao apoio B (L, 0)

Analogamente à condição anterior determinam-se as constantes C_1 e C_2 das Eqs. (3.41) e (3.42) aplicando-se as condições de contorno do problema: para $x = 0 \rightarrow y'_A = \tan(\theta_A)$, para $x = L \rightarrow y_B = h$, têm-se:

$$C_1 = \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \quad (3.50)$$

$$C_2 = \frac{H_0}{p} \cosh\{\sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\} + h \quad (3.51)$$

Substituindo-se os valores das constantes C_1 e C_2 nas Eqs. (3.41) e (3.42), encontram-se as equações da tangente à curva do cabo, Eq. (3.45) e a equação da catenária, Eq. (3.52), definindo-se a configuração de equilíbrio do cabo suspenso.

$$y = -\frac{H_0}{p} \left\{ \cosh \left\{ -\frac{p}{H_0}x + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \right\} - \cosh\{\sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]\} \right\} + h \quad (3.52)$$

A **força horizontal** H_0 é calculada ao se aplicar a seguinte condição de contorno: para $x = L \rightarrow y_B = 0$, que substituindo na Eq. (3.52) tem-se:

$$h = \frac{H_0}{p} \left\{ \cosh \left\{ -\frac{pL}{H_0} + \sinh^{-1} [\tan(\theta_A)] \right\} - \cosh \{ \sinh^{-1} [\tan(\theta_A)] \} \right\} \quad (3.53)$$

Então, conhecidos p , L , h , θ_A , determina-se H_0 por tentativas pela Eq. (3.53), com isso, encontra-se y , T e S_0 , através das Eqs. (3.52), (3.49) e (3.48), respectivamente.

b) Variáveis h e x_v conhecidas

Voltando-se à Fig. 3.3 e substituindo-se na Eq. (3.45) a condição de contorno em que para $x = x_v \rightarrow y' = 0$, tem-se:

$$\tan(\theta_A) = \sinh \left(\frac{p}{H_0} x_v \right) \quad (3.54)$$

Pode-se ver que a Eq. (3.54) ainda continua indeterminada porque está em função da força horizontal, H_0 . Para se obter esse esforço, deve-se substituir a Eq. (3.54) na Eq. (3.46), que será calculado por tentativas, onde se sugere que para a primeira tentativa seja utilizado o valor de H_0 dado pela Eq. (3.22). Após calculado, o valor de H_0 deverá ser substituído na Eq. (3.54) para que seja corrigida a tangente de θ_A .

No caso em que o *apoio A* ($0, h$) com desnível h em relação ao *apoio B* ($L, 0$), a condição de contorno e a equação são as mesmas utilizadas anteriormente para obtenção da variável θ_A . Portanto, segue-se o mesmo procedimento descrito, onde sugere-se a Eq. (3.24) para a primeira tentativa de se obter o valor de H_0 .

c) Variáveis h e f_v conhecidas

Voltando-se à Fig. 3.3 e substituindo-se na Eq. (3.46) a condição de contorno em que para $x = x_v \rightarrow y = f_v$, e com o auxílio da Eq. (3.54), tem-se:

$$\tan(\theta_A) = \frac{p}{H_0} \left(\sqrt{f_v^2 + \frac{2H_0}{p} f_v} \right) \quad (3.55)$$

onde, a força horizontal, H_0 , é obtida por tentativas, substituindo-se a Eq. (3.55) na Eq. (3.47), sendo que para a primeira tentativa é conveniente que seja utilizado o valor de H_0 obtido pela

Eq. (3.28). O valor calculado de H_0 deverá ser substituído na Eq. (3.55) para que seja obtida a tangente de θ_A corrigida.

No caso em que o *apoio A* $(0, h)$ com *desnível h em relação ao apoio B* $(L, 0)$, a condição de contorno é a mesma utilizada anteriormente, $x = x_v \rightarrow y = f_v$, para obtenção da variável θ_A . Substituindo essa condição com o auxílio da Eq. (3.54) na Eq. (3.52) obtém-se:

$$\tan(\theta_A) = \frac{p}{H_0} \left(\sqrt{(f_v - h)^2 + \frac{2H_0}{p}(f_v - h)} \right) \quad (3.56)$$

Desta forma, a força H_0 é obtida por tentativas substituindo a Eq. (3.56) na Eq. (3.53), que para primeira tentativa é aconselhável utilizar a Eq. (3.31). O valor calculado de H_0 deverá ser substituído na Eq. (3.56) para que seja obtida a nova tangente de θ_A .

3.2.3.2 Cabos suspensos com os apoios nivelados

Considerando-se a estrutura de cabo da Fig. 3.3 com os apoios *A* e *B* nivelados ($h = 0$) e aplicando-se nas Eqs. (3.41) e (3.42) as condições de contorno, onde para $x = L/2 \rightarrow y' = 0$ e $x = 0 \rightarrow y_A = 0$, respectivamente, têm-se C_1 e C_2 dados por:

$$C_1 = \frac{pL}{2H_0} \quad (3.57)$$

$$C_2 = \frac{H_0}{p} \cosh\left(\frac{pL}{2H_0}\right) \quad (3.58)$$

Levando as Eqs. (3.57) e (3.58) nas Eqs. (3.41) e (3.42), respectivamente, encontram-se as equações da tangente à curva do cabo e a equação da catenária que define a configuração de equilíbrio do cabo suspenso com apoios nivelados.

A força H_0 pode ser obtida levando a condição de contorno em que $x = 0 \rightarrow y'_A = \tan(\theta_A)$ na Eq. (3.41), com o auxílio da Eq. (3.57):

$$H_0 = \frac{pL^2}{2 \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)]} \quad (3.59)$$

Levando-se a condição de contorno em que para $x = L/2 \rightarrow y = f_v$ na Eq. (3.42), com auxílio das Eqs. (3.57) e (3.58), obtém-se a flecha, f_v , dada por:

$$f_v = -\frac{H_0}{p} \left[1 - \cosh \left(\frac{pL}{2H_0} \right) \right] \quad (3.60)$$

Conhecida a variável f_v , a força H_0 é calculada através da Eq. (3.60), por tentativas, onde se sugere utilizar a Eq. (3.35) como primeira tentativa.

3.3 Formulação Numérica para os Sistemas de Cabos e Treliças Espaciais

Utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) para análise não linear com intuito de estudar as estruturas de cabos e treliças considerando o sistema tridimensional, será apresentada neste item uma teoria geral para a formulação desses sistemas.

A teoria é desenvolvida através de uma rigorosa formulação Lagrangiana atualizada que utiliza a técnica corrotacional para a dedução consistente das matrizes de rigidez dos elementos exatos de cabo e elementos de treliça, espaciais. A formulação apresentada pretende ser a mais geral possível, permitindo que os nós sofram grandes deslocamentos e os elementos exatos de cabos e elementos de treliças sofram grandes alongamentos e, além disto, esses elementos podem ser constituídos de material elastoplástico, permitindo-se considerar tanto o comportamento não linear geométrico (NLG) quanto não linear do material (NLM).

Uma apresentação em tópicos dessa teoria será mostrada a seguir para melhor entendimento do assunto, observando que os trabalhos de Pimenta (1986, 1989, 2008), Lavall (1996), Silva (2010), entre outros, foram importantes para este desenvolvimento teórico, possibilitando a formulação analítica das matrizes de rigidez tangente, elástica e elastoplástica, dos elementos estruturais.

3.3.1 Meio Contínuo

Na mecânica dos sólidos deformáveis, o conceito utilizado para representá-los é o Meio Contínuo. Sem entrar em grandes considerações topológicas, admite-se que os sólidos, apesar da natureza discreta da matéria, sejam conjuntos contínuos de pontos materiais, imersos num espaço afim Euclidiano de dimensão três (\mathcal{E}_3), de modo que, a cada instante exista uma correspondência entre os pontos materiais do sólido e os pontos geométricos de uma região (\mathcal{Q}) deste espaço ocupada por este sólido.

Em um determinado instante do tempo (t) qualquer, um ponto material P ocupa o ponto geométrico corrigido X_c pertencente ao \mathcal{E}_3 . Introduzindo-se o referencial geométrico $\{O, e_1, e_2, e_3\}$, pode-se descrever a posição de P pelo vetor posição corrigido, $\mathbf{X}_c = \overrightarrow{OX}$, conforme ilustra a Fig. 3.6.

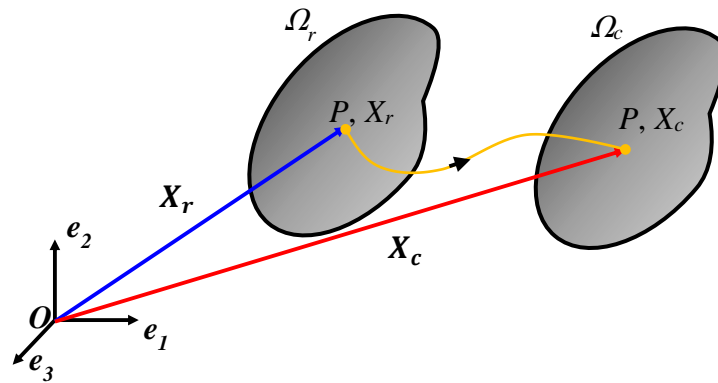


Figura 3.6 – Trajetória do ponto material da configuração de referência (Ω_r) para corrigida (Ω_c)

A trajetória do ponto material P em \mathcal{E}_3 é o conjunto dos pontos geométricos ocupados por P ao longo do tempo. O movimento de P em \mathcal{E}_3 pode ser descrito pela função vetorial, $\widehat{\mathbf{X}}_P: \mathbb{R} \rightarrow \nu_3$, tal que,

$$\mathbf{X}_c = \widehat{\mathbf{X}}_P(t) \quad (3.61)$$

onde \mathbb{R} é o conjunto dos números reais e ν_3 é o espaço vetorial da geometria clássica.

A trajetória do sólido em \mathcal{E}_3 é o conjunto dos pontos geométricos ocupados por todos os pontos materiais ao longo do tempo. O movimento do sólido em \mathcal{E}_3 pode ser descrito pela seguinte função vetorial:

$$\mathbf{X}_c = \widehat{\mathbf{X}}(P, t) \quad (3.62)$$

denominando-se a descrição material do movimento do sólido.

Supondo-se que se conheça a posição de todos os pontos materiais do sólido em um determinado instante, real ou fictício, através de uma função, tal que, o vetor posição de referência seja dado por:

$$\mathbf{X}_r = \mathbf{X}_r(P) \quad (3.63)$$

Nesse instante os pontos materiais do sólido ocupam a região Ω_r de \mathcal{E}_3 (Fig. 3.6), sendo que os pontos materiais mantêm uma correspondência biunívoca com os pontos geométricos. Logo, a Eq. (3.63) pode ser invertida, com os pontos geométricos descritos pelo vetor posição de referência, \mathbf{X}_r , identificando os pontos materiais P através da função:

$$P = \hat{P}(\mathbf{X}_r) \quad (3.64)$$

A região Ω_r é denominada de *configuração de referência*. Muitas vezes essa configuração corresponde à configuração inicial do sólido, sendo também chamada de *configuração inicial*. Levando-se a Eq. (3.64) em (3.62), pode-se descrever o movimento do sólido através da seguinte função vetorial:

$$\mathbf{X}_c = \hat{\mathbf{X}}(\mathbf{X}_r, t) \quad (3.65)$$

sendo esta expressão denominada de descrição *Lagrangiana* do movimento do sólido. Quando a configuração de referência é a configuração inicial, a descrição é dita Lagrangiana clássica ou, simplesmente, Lagrangiana. Caso contrário, se diz descrição Lagrangiana generalizada.

Considerando-se um instante t qualquer, a região Ω_c de \mathcal{E}_3 , ocupada pelo sólido, denomina-se *configuração atual, corrente* ou *corrigida*, ou ainda *configuração deformada*. O campo vetorial que descreve a posição dos pontos materiais no instante atual, isto é, $\hat{\mathbf{X}}: \Omega_r \rightarrow \Omega_c$, é dado por:

$$\mathbf{X}_c = \hat{\mathbf{X}}(\mathbf{X}_r) \quad (3.66)$$

Esse campo descreve a transformação do sólido da configuração de referência para a configuração corrigida, ou seja, ela associa aos pontos geométricos de Ω_r descritos por \mathbf{X}_r aos pontos geométricos de Ω_c no instante atual descritos pela Eq. (3.66) e ocupados pelos mesmos pontos materiais.

O campo vetorial, Eq. (3.66), deve ser tal que o sólido não penetre em si mesmo e ser suficientemente contínuo para que o sólido não apresente dobras, nem fraturas. Por isso, nesse trabalho, supõe-se que esse campo seja contínuo com primeiras derivadas contínuas e que o Jacobiano (J) da transformação seja positivo em qualquer ponto de Ω_r , isto é, $J > 0$, atendendo a condição local de impenetrabilidade.

3.3.1.1 Fibra

Uma curva é uma entidade geométrica cuja posição é dada por uma equação paramétrica do tipo $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\theta)$, onde θ é o parâmetro. Uma curva na configuração de referência define os pontos materiais de uma *fibra* do sólido dada pela expressão:

$$\mathbf{X}_r = \mathbf{X}_r(\theta) \quad (3.67)$$

Fibras dadas pela Eq. (3.67) são transformadas pela Eq. (3.66) da configuração de referência para a configuração corrigida, conforme indicado na Fig. 3.7.

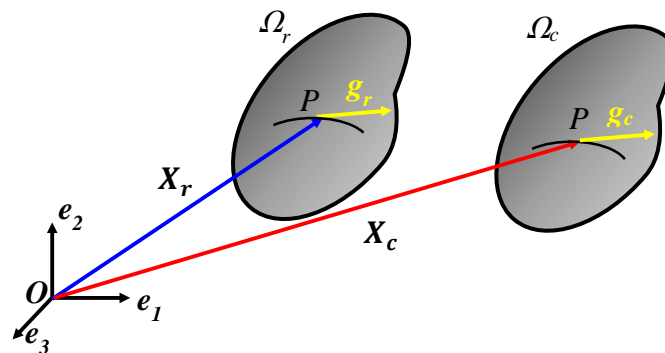


Figura 3.7 – Transformação de uma fibra da configuração de referência (Ω_r) para corrigida (Ω_c)

Considerando-se uma fibra do sólido dada pela Eq. (3.67), o vetor da Eq. (3.68) é tangente a esta fibra.

$$\mathbf{g}_r = \frac{d\mathbf{X}_r}{d\theta} \quad (3.68)$$

O comprimento local de uma fibra na configuração de referência é dado pela expressão:

$$\frac{dl_r}{d\theta} = \|\mathbf{g}_r\| \quad (3.69)$$

Após a transformação utilizando a Eq. (3.66) o vetor tangente à mesma fibra na configuração atual ou corrigida é dado por:

$$\mathbf{g}_c = \frac{d\mathbf{X}_c}{d\theta} \quad (3.70)$$

O comprimento local de uma fibra na configuração corrigida é:

$$\frac{dl_c}{d\theta} = \|\mathbf{g}_c\| \quad (3.71)$$

Dessa forma, o *estiramento local* (λ) de uma fibra pode ser definido pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{\|\mathbf{g}_c\|}{\|\mathbf{g}_r\|} \quad (3.72)$$

3.3.2 Deformações e Tensões

3.3.2.1 Deformações

Seja uma fibra de material qualquer, onde se designa por V_r , A_r e l_r , o seu volume, a sua área da seção transversal e o seu comprimento, respectivamente, na sua configuração de referência ou inicial e por V_c , A_c e l_c , o seu volume, a sua área da seção transversal e o seu comprimento, respectivamente, na configuração corrigida ou atual ou deformada, na qual atua uma força normal N , como ilustra a Fig. 3.8.

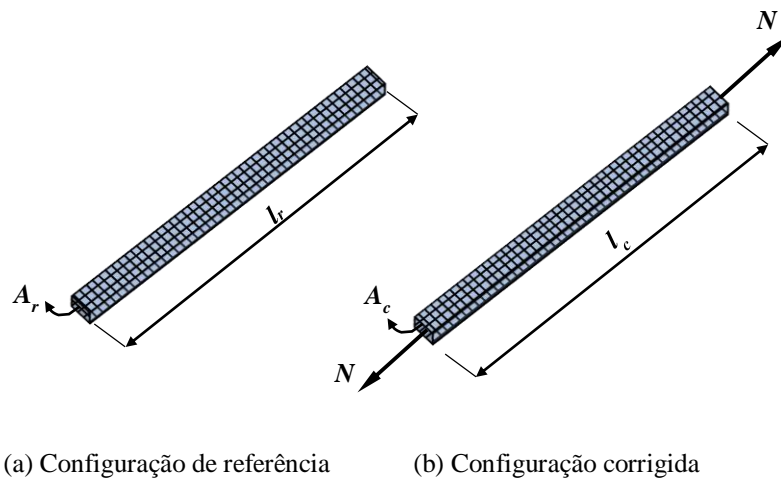


Figura 3.8 – Configurações de uma fibra material

A partir da Fig. 3.8, é evidente que são válidas as seguintes equações:

$$V_r = A_r l_r \quad (3.73)$$

$$V_c = A_c l_c \quad (3.74)$$

Uma medida de deformação é definida como qualquer grandeza que compare os comprimentos da fibra nas configurações de referência e corrigida. Uma medida básica de deformação é o estiramento local da fibra, dado pela Eq. (3.72), que pode ser escrito como:

$$\lambda = \frac{l_c}{l_r} \quad (3.75)$$

Uma família de medidas de deformação ou família de deformações pode ser definida através de:

$$\varepsilon_m = \frac{\lambda^{2m} - 1}{2m}, \quad m \neq 0 \quad (3.76)$$

$$\varepsilon_m = \ln \lambda, \quad m = 0 \quad (3.77)$$

Variando-se o índice m das Eqs. (3.76) e (3.77) e com o auxílio da Eq. (3.75), alguns membros da família de deformações podem ser explicitados:

a) $m = 1 \rightarrow$ Deformação Quadrática ou de Green-Lagrange:

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda^2 - 1}{2} = \frac{l_c^2 - l_r^2}{2l_r^2} \quad (3.78)$$

b) $m = \frac{1}{2} \rightarrow$ Deformação Linear ou de Engenharia ou de Biot:

$$\varepsilon_{1/2} = \lambda - 1 = \frac{l_c - l_r}{l_r} = \frac{\Delta l}{l_r} \quad (3.79)$$

c) $m = 0 \rightarrow$ Deformação Logarítmica ou Natural ou de Henchy:

$$\varepsilon_0 = \ln \lambda = \ln \frac{l_c}{l_r} \quad (3.80)$$

d) $m = -\frac{1}{2} \rightarrow$ Deformação Hiperbólica ou de Reiner:

$$\varepsilon_{-1/2} = 1 - \lambda^{-1} = \frac{l_c - l_r}{l_c} = \frac{\Delta l}{l_c} \quad (3.81)$$

e) $m = -1 \rightarrow$ Deformação de Almansi:

$$\varepsilon_{-1} = \frac{1 - \lambda^2}{2} = \frac{l_c^2 - l_r^2}{2l_c^2} \quad (3.82)$$

A Fig. 3.9 ilustra o gráfico deformação (ε_m) versus estiramento (λ) de uma fibra qualquer utilizando-se as Eqs. (3.78) a (3.82) dos membros da família de deformações apresentada.

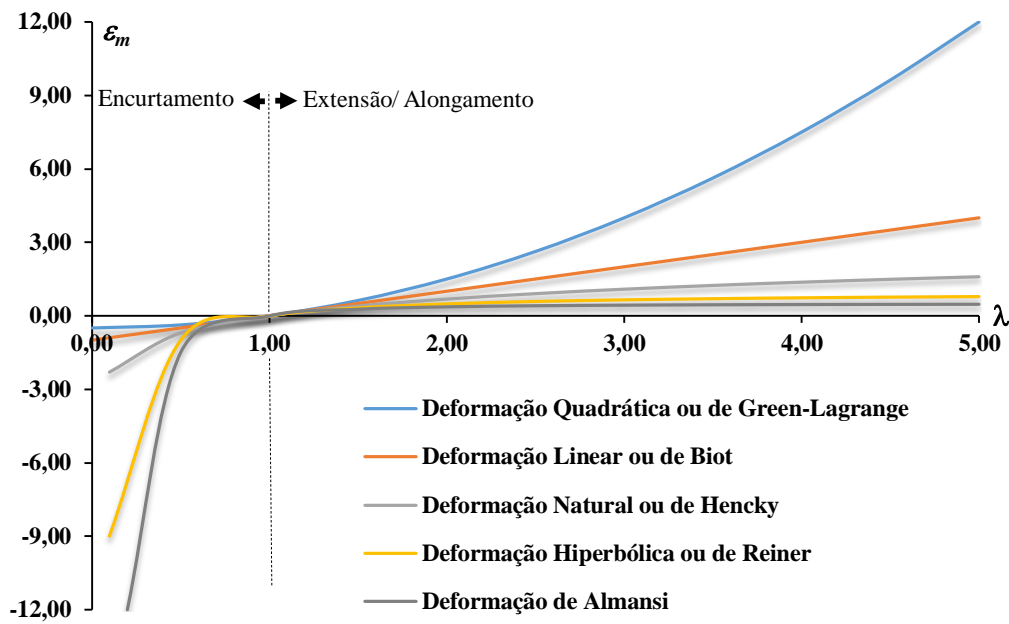


Figura 3.9 – Gráfico ε_m versus λ das famílias de deformações

A Fig. 3.9 ilustra que para $\lambda < 1$ há encurtamento da fibra com a deformação $\varepsilon_m < 0$, com $\lambda = 1$ não há estiramento e a deformação $\varepsilon_m = 0$, já para $\lambda > 1$ há extensão ou alongamento da fibra com a deformação $\varepsilon_m > 0$. Observa-se que todos os membros da família de deformações (Eqs. (3.78) a (3.82)) concorrem em um mesmo ponto quando $\lambda = 1$ e que essas deformações são muito próximas entre si no entorno desse ponto. Assim, no estudo de estruturas em que ocorrem pequenas deformações, $\lambda \leq 1,04$ conforme Bathe (1996), qualquer membro dessa família pode ser utilizado na análise.

Derivando-se a Eqs. (3.75) e (3.76) no tempo tem-se:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \dot{\lambda} = \frac{\dot{l}_c}{l_r} \quad (3.83)$$

$$\frac{d\varepsilon_m}{dt} = \dot{\varepsilon}_m = \lambda^{2m-1} \dot{\lambda} \quad (3.84)$$

Com o auxílio da Eq. (3.83) obtém-se uma família de taxas de deformação:

$$\dot{\varepsilon}_m = \lambda^{2m} \frac{\dot{l}_c}{l_c} \quad (3.85)$$

Denominando-se de taxa instantânea de deformação, que independe da configuração de referência, a relação:

$$\dot{d} = \frac{\dot{l}_c}{l_c} \quad (3.86)$$

Finalmente, a família de taxas de deformação é dada por:

$$\varepsilon_m \dot{=} \lambda^{2m} \dot{d} \quad (3.87)$$

Como visto anteriormente, para pequenas deformações pode-se considerar que $\lambda \approx 1$ e, nesse caso, todos os membros da família de taxas de deformações (Eq. (3.87)) também se confundem.

3.3.2.2 Tensões

A tensão de Cauchy e a tensão de Engenharia ou Nominal da fibra são definidas, respectivamente, por:

$$\sigma_C = \frac{N}{A_c} \quad (3.88)$$

$$\sigma_N = \frac{N}{A_r} \quad (3.89)$$

onde N é a força normal, A_c e A_r são as áreas da seção transversal da fibra nas configurações corrigida e de referência, respectivamente.

Entretanto, outras definições para as tensões são possíveis, podendo-se chegar a elas utilizando o conceito de potência, ou seja, do trabalho realizado (w) por unidade de tempo:

$$\dot{w} = \frac{dw}{dt} \quad (3.90)$$

Portanto, o trabalho de N por unidade de volume de referência é dado por:

$$w = \frac{N}{V_r} (l_c - l_r) \quad (3.91)$$

Assim, utilizando-se as Eqs. (3.90) e (3.91) determina-se a potência de N por unidade de volume de referência:

$$\dot{w} = \frac{N}{V_r} \dot{l}_c \quad (3.92)$$

que pode ser escrita em função da tensão nominal (σ_N), com a ajuda das Eqs. (3.73), (3.75), (3.86) e (3.89), como:

$$\dot{w} = \sigma_N \lambda \dot{d} \quad (3.93)$$

Para se definir a tensão (σ_m), conjugada com a deformação (ε_m) dada pelas Eqs. (3.76) e (3.77), deve-se igualar a potência dos esforços externos, dada pela Eq. (3.93), com a potência dos esforços internos, dada por:

$$\dot{w} = \sigma_m \varepsilon_m \quad (3.94)$$

Igualando-se as Eqs. (3.93) e (3.94) e com o auxílio da Eq. (3.87), obtém-se:

$$\sigma_m = \lambda^{1-2m} \sigma_N \quad (3.95)$$

representando-se a família de tensões σ_m conjugada com a família de deformações ε_m , em função da tensão normal σ_N .

Variando-se o índice m da Eq. (3.95), alguns membros da família de tensões podem ser definidos em função da tensão de engenharia σ_N da seguinte forma:

a) $m = 1 \rightarrow$ Segunda Tensão de Piola-Kirchhoff:

$$\sigma_1 = \lambda^{-1} \sigma_N \quad (3.96)$$

que é conjugada com a deformação de Green-Lagrange, ε_1 , dada pela Eq. (3.78).

b) $m = 1/2 \rightarrow$ Tensão de Engenharia ou Nominal:

$$\sigma_{1/2} = \sigma_N \quad (3.97)$$

que é conjugada com a deformação de Engenharia, $\varepsilon_{1/2}$, dada pela Eq. (3.79).

c) $m = 0 \rightarrow$ Tensão de Kirchhoff-Trefftz:

$$\sigma_0 = \lambda \sigma_N \quad (3.98)$$

que é conjugada com a deformação natural, ε_0 , dada pela Eq. (3.80).

d) $m = -1/2 \rightarrow$ Tensão de Reiner:

$$\sigma_{-1/2} = \lambda^2 \sigma_N \quad (3.99)$$

que é conjugada com a deformação hiperbólica, $\varepsilon_{1/2}$, dada pela Eq. (3.81).

e) $m = -1 \rightarrow$ Tensão de Almansi:

$$\sigma_{-1} = \lambda^3 \sigma_N \quad (3.100)$$

que é conjugada com a deformação Almansi, ε_{-1} , dada pela Eq. (3.82).

Derivando-se a Eq. (3.95) no tempo, obtém-se uma família de taxas de tensionamento dada por:

$$\dot{\sigma}_m = \lambda^{1-2m} \dot{\sigma}_N + (1 - 2m) \lambda^{-2m} \dot{\lambda} \sigma_N \quad (3.101)$$

Para pequenas deformações, quando $\lambda \approx 1$ as Eqs. (3.95) a (3.101) ficam:

$$\sigma_m \approx \sigma_N \quad (3.102)$$

$$\dot{\sigma}_m \approx \dot{\sigma}_N + (1 - 2m) \dot{\lambda} \sigma_N \quad (3.103)$$

ou seja, variando-se também o índice m , todos os membros da família de tensões (Eq. (3.95)) se confundem, mas os membros da família de taxas de tensionamento (Eq. (3.101)) diferem entre si.

Para uma análise teórica consistente em mecânica dos sólidos e estruturas, as medidas de tensões e deformações devem ser conjugadas e objetivas, segundo Bathe (1982, 1996) e Pai e Nayfeh (1994). Tensão e deformação conjugada são um par de medidas que ao se integrar o produto da tensão pela taxa de deformação em todo o volume da fibra tem-se a energia interna total. Por exemplo, o segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff e o tensor das deformações de Green-Lagrange e as tensões e deformações de engenharia formam pares de medidas de tensões e deformações conjugadas.

Tensões e deformações objetivas são invariantes sob movimentos de corpo rígido, ou seja, nenhum componente dos tensores de tensão ou deformação muda, quando ocorrem rotações puras de corpo rígido.

Ao se adotar o sistema local de coordenadas corrotacionais, no qual os deslocamentos generalizados são medidos em relação a uma configuração deformada, é garantido que as tensões e deformações de engenharia formam pares de medidas de tensões e deformações objetivas. No sistema corrotacional não são considerados os graus de liberdade de corpo rígido, levando-se em conta apenas os graus de liberdade naturais (que são definidos em relação à corda de elemento deformado), os quais são quantidades objetivas, ou seja, a taxa de deformação depende somente deles. Aplicando-se então, as relações deformação-deslocamento da elasticidade linear no campo de deslocamento local, definido em função apenas dos graus de liberdade naturais, obtêm-se as deformações de engenharia objetivas. Para levar em conta os deslocamentos de corpo rígido, é necessária uma transformação entre os dois sistemas de coordenadas: um que descreve a configuração indeformada (sistema de coordenadas Lagrangiano ou cartesiano) e o outro que descreve a configuração deformada (sistema de coordenadas corrotacional).

Considerando-se todos estes conceitos, as tensões e deformações de engenharia tornam-se um par de medidas de tensão e deformação conjugadas e objetivas. Dessa forma, elas serão utilizadas como referência para o desenvolvimento da formulação desse trabalho, sendo designadas por:

$$\varepsilon_{1/2} = \varepsilon = \lambda - 1 \quad (3.104)$$

$$\sigma_{1/2} = \sigma = \sigma_N \quad (3.105)$$

cujas derivadas no tempo valem:

$$\dot{\varepsilon}_{1/2} = \dot{\varepsilon} = \dot{\lambda} \quad (3.106)$$

$$\dot{\sigma}_{1/2} = \dot{\sigma} = \dot{\sigma}_N \quad (3.107)$$

3.3.3 Relações Constitutivas

Deseja-se neste item apresentar as relações tensões *versus* deformações de uma fibra, utilizando-se as definições anteriores das famílias de deformações, ε_m , e tensões, σ_m , para se introduzir de forma consistente o módulo de rigidez do material da fibra e abordar de maneira sucinta as relações constitutivas elásticas e elastoplásticas das fibras, as quais serão utilizadas neste estudo.

A relação entre tensão *versus* deformação pode ser escrita por:

$$\sigma_m = \sigma_m(\varepsilon_m) \quad (3.108)$$

As tensões e deformações conjugadas são relacionadas aqui por uma questão de simplicidade e conveniência, uma vez que qualquer combinação é admissível. Se a Eq. (3.108) for linear para certo valor de m , não o será para os outros. Isso quer dizer que o conceito de linearidade material depende da definição adotada para a tensão e deformação, conforme afirma Pimenta (1986).

A derivada no tempo da Eq. (3.108), utilizando-se a regra da cadeia, é dada por:

$$\frac{d\sigma_m}{dt} = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m} \frac{d\varepsilon_m}{dt} \rightarrow \dot{\sigma}_m = D_m \dot{\varepsilon}_m \quad (3.109)$$

onde D_m é o parâmetro de rigidez do material de uma fibra, sendo portanto, o coeficiente angular da curva σ_m *versus* ε_m .

Para definir D_m em função da tensão nominal, σ_N , e do estiramento da fibra, λ , substitui-se as Eqs. (3.84) e (3.101) na Eq. (3.109), obtendo-se:

$$D_m = \frac{\lambda^{1-2m}\sigma_N + (1-2m)\lambda^{-2m}\lambda\dot{\sigma}_N}{\lambda^{2m-1}\dot{\lambda}} \quad (3.110)$$

Adotando-se o índice $m = 1/2$, medida de deformação de engenharia, que será utilizado nos estudos desta tese e substituindo este valor na Eq. (3.109), tem-se:

$$\dot{\sigma}_{1/2} = D_{1/2} \dot{\varepsilon}_{1/2} \quad (3.111)$$

Levando-se as Eqs. (3.106) e (3.107) na Eq. (3.111) e escrevendo $D_{1/2} = D$, encontra-se:

$$\dot{\sigma}_N = D \dot{\lambda} \quad (3.112)$$

Substituindo-se a Eq. (3.112) na Eq. (3.110), tem-se uma família de módulos de rigidez do material:

$$D_m = \lambda^{2-4m}D + (1 - 2m)\lambda^{1-4m}\sigma_N \quad (3.113)$$

Da Eq. (3.113) pode-se tirar o valor de D :

$$D = \lambda^{4m-2} D_m + (2m - 1)\lambda^{-1}\sigma_N \quad (3.114)$$

Considerando pequenas deformações ($\lambda \approx 1$) e substituindo nas Eqs.(3.113) e (3.114), têm-se os seguintes parâmetros de rigidez do material:

$$D_m = D + (1 - 2m)\sigma_N \quad (3.115)$$

$$D = D_m + (2m - 1)\sigma_N \quad (3.116)$$

Pode-se concluir que, mesmo para pequenas deformações, os valores de D_m são diferentes para cada família, entretanto, quando D é muito maior do que σ_N , essas diferenças podem ser irrelevantes. Conforme observa Pimenta (1986), enquanto isso é comum na elasticidade, não é verdade na elastoplasticidade, onde D pode ser pequeno, nulo ou até negativo.

Considere-se a Fig. 3.10 que ilustra a relação tensão *versus* deformação dada pela Eq. (3.108), onde serão abordadas de maneira sucinta as relações constitutivas elásticas e elastoplásticas, que serão utilizadas no trabalho. Quando uma fibra está em regime elástico, considera-se que existe uma relação que associa cada deformação a uma só tensão. Nesse caso, tem-se:

$$\dot{\sigma}_m = D_m^e \dot{\varepsilon}_m \quad (3.117)$$

Portanto, em carga ($\varepsilon_m \dot{\varepsilon}_m > 0$) e descarga ($\varepsilon_m \dot{\varepsilon}_m < 0$) o módulo de rigidez elástico é único e função apenas de ε_m , sendo independente de $\dot{\varepsilon}_m$, conforme Eq. (3.118).

$$D_m^e = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m} = D_m^e(\varepsilon_m) \quad (3.118)$$

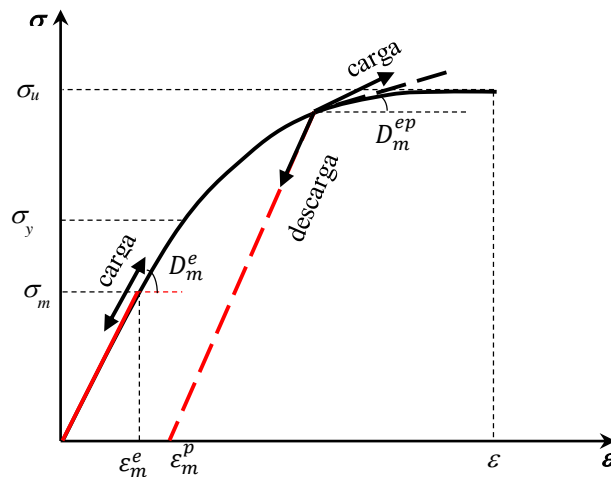


Figura 3.10 – Comportamento elastoplástico de uma fibra

Para que uma fibra se encontre em regime elastoplástico, tem-se a seguinte situação:

$$\dot{\sigma}_m = D_m^e \dot{\varepsilon}_m, \quad \text{se } \varepsilon_m \dot{\varepsilon}_m < 0 \quad (3.119)$$

$$\dot{\sigma}_m = D_m^{ep} \dot{\varepsilon}_m, \quad \text{se } \varepsilon_m \dot{\varepsilon}_m \geq 0 \quad (3.120)$$

onde D_m^{ep} é o módulo de rigidez elastoplástico.

As Eqs. (3.119) e (3.120) podem ser escritas de forma simplificada, gerando a Eq. (3.121):

$$\dot{\sigma}_m = D_m \dot{\varepsilon}_m \quad (3.121)$$

D_m apresenta dois valores, D_m^e e D_m^{ep} que são função de ε_m e $\dot{\varepsilon}_m$.

$$D_m = D_m(\varepsilon_m, \dot{\varepsilon}_m) \quad (3.122)$$

Ao analisar uma fibra em regime elastoplástico distinguem-se, conforme ilustra a Fig. 3.10, duas regiões: uma região elástica, onde σ_m é menor do que σ_y , sendo σ_y a tensão inicial de escoamento do material e outra região plástica, onde σ_m é maior do que σ_y , de tal forma que:

- Se $(\sigma_m - \sigma_y) < 0$, a fibra está em fase elástica e $D_m = D_m^e = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m}$, tanto em carga quanto em descarga.
- Se $(\sigma_m - \sigma_y) \geq 0$, a fibra está na fase elastoplástica e $D_m = D_m^e$, se estiver em descarga ($\varepsilon_m \dot{\varepsilon}_m < 0$) e $D_m = D_m^{ep}$ caso esteja em carga ($\varepsilon_m \dot{\varepsilon}_m > 0$).

3.3.4 Apresentação dos Sistemas de Coordenadas e Graus de Liberdade

Pensando em um desenvolvimento teórico baseado em uma rigorosa formulação Lagrangiana, o sistema de referência global adotado para este trabalho é o sistema de coordenadas Cartesiano. Adota-se também um sistema local de coordenadas corrotacional, diferente do sistema global de referência, que está ligado ao elemento, no qual os deslocamentos generalizados são medidos em relação a uma configuração deformada. Trata-se, portanto, de um sistema de referência móvel que acompanha a estrutura deformada.

A Fig. 3.11 ilustra um elemento de cabo ou treliça espacial com extremidades j e k em sua configuração de referência. No sistema global de referência tridimensional (X, Y, Z) , os nós possuem três graus de liberdade, sendo as translações u , v e w nas direções X , Y e Z , respectivamente.

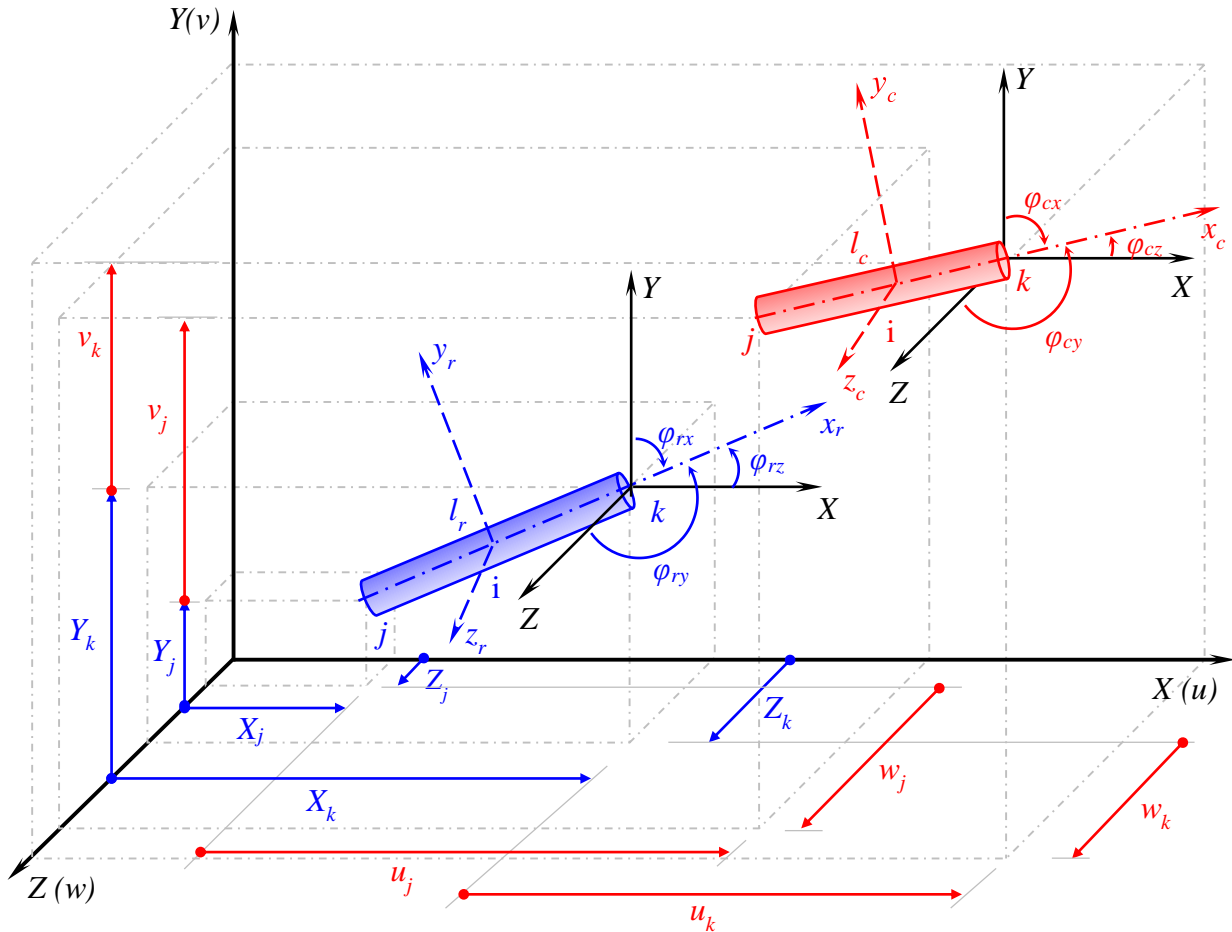


Figura 3.11 – Elemento de cabo ou treliça nas configurações de referência e corrigidas

Considerando-se o sistema local de coordenadas corrotacional $(x_r, y_r$ e $z_r)$ com origem no centro do elemento, define-se l_r como o comprimento de referência do elemento entre os seus nós de extremidade. Os ângulos ϕ_{rz} , ϕ_{rx} e ϕ_{ry} são formados entre o eixo do elemento no sistema local de referência e os eixos globais (X, Y, Z) , respectivamente.

Para um determinado nível de sollicitação, o elemento estará deformado, encontrando-se em uma posição corrigida ou atualizada. O comprimento entre os nós do elemento nessa nova configuração é l_c . Introduce-se então, um sistema de coordenadas corrotacional corrigida (x_c, y_c, z_c) , com origem no centro do elemento e se formam novos ângulos ϕ_{cz} , ϕ_{cx} e ϕ_{cy} entre os eixos globais (X, Y, Z) e o eixo do elemento na configuração corrigida, respectivamente.

Um elemento de cabo ou treliça apresenta somente deslocamento ao longo do seu próprio eixo, assim o grau de liberdade natural ou corrotacional pode ser expresso no vetor definido por:

$$\mathbf{q}_\alpha^T = \{q_1\} \quad (3.123)$$

sendo:

$$q_1 = \Delta l = l_c - l_r \quad (3.124)$$

onde $\alpha = 1$ e q_1 representa a variação do comprimento do elemento.

Os graus de liberdade cartesianos p_n ($n = 1$ a 6), são definidos por:

- extremidade (j) do elemento $\rightarrow p_1 = u_j, p_2 = v_j$ e $p_3 = w_j$;
- extremidade (k) do elemento $\rightarrow p_4 = u_k, p_5 = v_k$ e $p_6 = w_k$.

Esses graus de liberdade podem ser reunidos no vetor \mathbf{p}_n (6×1), denominado vetor de deslocamentos nodais do elemento:

$$\mathbf{p}_n^T = \{u_j \quad v_j \quad w_j \quad u_k \quad v_k \quad w_k\} \quad (3.125)$$

Considerando a Fig. 3.11, o grau de liberdade em coordenadas corrotacionais q_α , e os graus de liberdade em coordenadas globais cartesianas p_n , podem ser relacionados conforme as expressões a seguir.

$$\left\{ \begin{array}{l} l_r = \sqrt{(\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2)} \\ l_c = \sqrt{[(\Delta X + \Delta u)^2 + (\Delta Y + \Delta v)^2 + (\Delta Z + \Delta w)^2]} \\ \cos \varphi_{rz} = \frac{\Delta X}{l_r} \\ \cos \varphi_{rx} = \frac{\Delta Y}{l_r} \\ \cos \varphi_{ry} = \frac{\Delta Z}{l_r} \\ \cos \varphi_{cz} = \frac{\Delta X + \Delta u}{l_c} \\ \cos \varphi_{cx} = \frac{\Delta Y + \Delta v}{l_c} \\ \cos \varphi_{cy} = \frac{\Delta Z + \Delta w}{l_c} \end{array} \right. \quad (3.126)$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta X = X_k - X_j \\ \Delta Y = Y_k - Y_j \\ \Delta Z = Z_k - Z_j \\ \Delta u = u_k - u_j = p_4 - p_1 \\ \Delta v = v_k - v_j = p_5 - p_2 \\ \Delta w = w_k - w_j = p_6 - p_3 \end{array} \right. \quad (3.127)$$

onde nas Eqs. (3.127), X_j, X_k, Y_j, Y_k, Z_j e Z_k são as coordenadas dos elementos na configuração global de referência. Substituindo os valores da Eqs. (3.126) na Eq. (3.124) tem-se o valor de q_1 :

$$q_1 = \sqrt{[(\Delta X + \Delta u)^2 + (\Delta Y + \Delta v)^2 + (\Delta Z + \Delta w)^2]} - \sqrt{(\Delta X_r^2 + \Delta Y_r^2 + \Delta Z_r^2)} \quad (3.128)$$

Derivando-se as coordenadas locais corrotacionais, q_α , em relação às coordenadas globais cartesianas, p_n , obtém-se a matriz $\mathbf{B}_{1 \times 6}$, ou seja, $\partial q_\alpha / \partial p_n$, que pode ser escrita também na forma indicial por $q_{\alpha,n}$.

$$\mathbf{B} = q_{\alpha,n} = [-\cos \varphi_{cz} \quad -\cos \varphi_{cx} \quad -\cos \varphi_{cy} \quad \cos \varphi_{cz} \quad \cos \varphi_{cx} \quad \cos \varphi_{cy}] \quad (3.129)$$

onde \mathbf{B} é uma matriz de mudança de coordenadas que relaciona as taxas de deslocamentos nas coordenadas locais corrotacionais com as taxas de deslocamentos nas coordenadas globais cartesianas.

Derivadas de segunda ordem de q_α em relação a p_n , ou seja, $\partial^2 q_\alpha / \partial p_n \partial p_m$, ($\alpha = 1, n$ e $m = 1$ a 6) ou $q_{\alpha, nm}$, serão também necessárias e poderão ser reunidas em uma matriz simétrica $\mathbf{G}_{\alpha(6 \times 6)}$, dada por:

$$\mathbf{G}_\alpha = \frac{1}{l_c} \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi_{cz} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & -\sin^2 \varphi_{cz} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \sin^2 \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\sin^2 \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & \sin^2 \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & -\sin^2 \varphi_{cy} \\ & & & \sin^2 \varphi_{cz} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & & & & \sin^2 \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & & & & \sin^2 \varphi_{cy} \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

SIMÉTRICA

3.3.5 Teoria Estrutural

A teoria estrutural a ser utilizada neste trabalho parte da hipótese cinemática atribuída a Bernoulli-Euler, onde se afirma que as seções transversais planas e ortogonais ao eixo da barra permanecem planas, indeformáveis e ortogonais ao eixo, após a deformação.

Por essa hipótese a teoria estrutural utilizada despreza o empenamento das seções transversais (seções planas permanecem planas) e o efeito da deformação transversal ou de Poisson (seções transversais permanecem indeformáveis): nesse caso, as deformações segundo os eixos y e z e o coeficiente de Poisson são nulos ($\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \nu = 0$). Despreza também as distorções na seção transversal (seções transversais ortogonais ao eixo do elemento permanecem ortogonais ao eixo), logo $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$. Portanto, a única deformação relevante é a deformação longitudinal ε_{xx} .

3.3.6 Cinemática do Elemento

3.3.6.1 Campo de deslocamento

Conforme a hipótese de Bernoulli-Euler o campo de deslocamento dos pontos pertencentes ao elemento fica caracterizado se os deslocamentos axiais (\bar{u}) e transversais (\bar{v} e \bar{w}) dos pontos situados sobre o eixo são conhecidos. A Figura 3.12 ilustra o ponto P da seção transversal do elemento caracterizado pela distância d relativa ao seu eixo, cujos deslocamentos denotados por u_c , v_c e w_c no sistema corrotacional (x, y, z) , podem ser escritos por:

$$u_c(x, y, z) = \bar{u}_c(x) \quad (3.131)$$

$$v_c(x, y, z) = \bar{v}_c(x) = 0 \quad (3.132)$$

$$w_c(x, y, z) = \bar{w}_c(x) = 0 \quad (3.133)$$

onde \bar{u}_c , \bar{v}_c e \bar{w}_c são os deslocamentos longitudinal e transversais do ponto P ao longo do eixo do elemento.

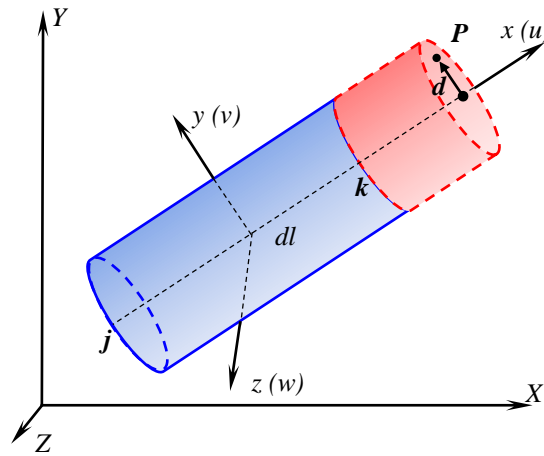


Figura 3.12 – Deslocamento de um ponto P de uma seção genérica em relação ao sistema corrotacional

3.3.6.2 Campo de deformação considerando a variação de temperatura

Observando-se a Fig. 3.12 e com ajuda das Eqs. (3.126), pode-se extrair do eixo do elemento um comprimento infinitesimal antes de se deformar, $d\bar{l}_r$, e depois da deformação, $d\bar{l}_c$, dados por:

$$d\bar{l}_r = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)} \quad (3.134)$$

$$d\bar{l}_c = \sqrt{[(dx + d\bar{u}_c)^2 + (dy + d\bar{v}_c)^2 + (dz + d\bar{w}_c)^2]} \quad (3.135)$$

Considerando o sistema corrotacional, quando se está na configuração de referência pode-se dizer que $dy = dz = 0$. Assim que o elemento se deforma passando para a configuração corrigida, considera-se que $d\bar{v}_c = d\bar{w}_c = 0$. Substituindo estes valores nas Eqs. (3.134) e (3.135), obtém-se:

$$d\bar{l}_r = dx \quad (3.136)$$

$$d\bar{l}_c = dx + d\bar{u}_c \quad (3.137)$$

Sabe-se que uma variação uniforme de temperatura provoca variação volumétrica no elemento com mudanças em suas dimensões sem alteração nas relações entre estas dimensões. No caso das estruturas reticulares, pode-se simplificar a análise e considerar como única deformação a deformação axial (variação no comprimento do elemento), análoga à produzida por uma força axial. Dessa forma pode-se dizer que:

$$d\bar{u}_c = d\bar{u}_{cF} + d\bar{u}_{cT} \quad (3.138)$$

onde $d\bar{u}_{cF}$ é o deslocamento infinitesimal devido a força axial e $d\bar{u}_{cT}$ é o deslocamento infinitesimal devido a variação uniforme de temperatura.

O deslocamento infinitesimal devido a variação uniforme de temperatura pode ser obtido pela expressão:

$$d\bar{u}_{cT} = \alpha \Delta T dx \quad (3.139)$$

sendo que α é o coeficiente de dilatação térmica linear, ΔT a variação da temperatura e dx é o comprimento infinitesimal do elemento.

Por “variação uniforme” de temperatura entende-se que todas as fibras do elemento, numa seção, sofrem um mesmo valor de ΔT , isto é, numa seção transversal, ΔT é constante. Dessa maneira, o estiramento do eixo do elemento devido a força axial e a variação uniforme de temperatura é dado por:

$$\bar{\lambda} = \frac{d\bar{l}_c}{d\bar{l}_r} \quad (3.140)$$

Levando as Eqs. (3.136), (3.137) e (3.138) na Eq. (3.140), tem-se:

$$\bar{\lambda} = \frac{dx + d\bar{u}_{cF} + d\bar{u}_{cT}}{dx} = 1 + \bar{u}'_{cF} + \bar{u}'_{cT} \quad (3.141)$$

No caso de elementos de cabo ou treliça tem-se para uma fibra fora do eixo do elemento:

$$\lambda = \bar{\lambda} = 1 + \bar{u}'_{cF} + \bar{u}'_{cT} \quad (3.142)$$

Levando a Eq. (3.142) na Eq. (3.104), que define o campo de deformação adotado neste trabalho, obtém-se:

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} = \lambda - 1 = \bar{u}'_{cF} + \bar{u}'_{cT} = \bar{u}'_c \quad (3.143)$$

Observa-se na Eq. (3.143) que, para a definição do campo de deformação, será necessária a escolha de uma função de interpolação para o deslocamento \bar{u}_c no eixo do elemento, em função dos graus de liberdade naturais:

$$\varepsilon = f[q_\alpha(p_n)] \quad (3.144)$$

3.3.7 Equações de Equilíbrio

3.3.7.1 Equilíbrio do elemento

Através do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), obtém-se o equilíbrio do elemento conhecendo-se o campo de deformação descrito pela Eq. (3.144). O trabalho virtual interno de um elemento resulta em:

$$\delta w_{int} = \int_{V_r} \sigma \delta \varepsilon dV_r \quad (3.145)$$

sendo dV_r o elemento de volume na configuração de referência, σ a tensão normal de uma fibra e $\delta \varepsilon$ a deformação virtual de uma fibra.

Para se obter a deformação virtual é feita a diferenciação da Eq. (3.144) utilizando a Regra da Cadeia:

$$\frac{d\varepsilon}{dp_n} = \frac{d\varepsilon}{dq_\alpha} \frac{dq_\alpha}{dp_n} \quad (3.146)$$

A Eq. (3.146) pode ser escrita em termos de variação e em notação indicial da seguinte forma:

$$\delta \varepsilon = \varepsilon_{,\alpha} q_{\alpha,n} \delta p_n \quad (3.147)$$

onde δp_n é o vetor dos deslocamentos nodais virtuais do elemento.

As forças nodais internas P_n são definidas de maneira que:

$$\delta w_{int} = P_n \delta p_n \quad (3.148)$$

A equação de equilíbrio do elemento pode ser encontrada realizando-se a igualdade das Eqs. (3.145) e (3.148) com ajuda da Eq. (3.147):

$$P_n = \int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha} q_{\alpha,n} dV_r \quad (3.149)$$

Lembrando-se que $q_{\alpha,n} = \mathbf{B}$, dado pela Eq. (3.129), representa uma transformação de coordenadas (sistema corrotacional para o cartesiano) que independe do volume de referência, os esforços internos nas coordenadas corrotacionais ou naturais Q_α , são dados por:

$$Q_\alpha = \int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha} dV_r \quad (3.150)$$

Assim, a equação de equilíbrio do elemento é escrita em notação indicial por:

$$P_n = Q_\alpha q_{\alpha,n} \quad (3.151)$$

onde $\alpha = 1$ e n varia de 1 a 6.

Escrevendo a Eq. (3.151) na forma matricial tem-se:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \quad (3.152)$$

3.3.7.2 Matriz de rigidez tangente do elemento

Pensando numa formulação incremental de equilíbrio, onde $P = P(\sigma, p)$, a derivada no tempo de P ou a variação de cada incremento de P pode ser conhecida por:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial p} \frac{dp}{dt} \quad (3.153)$$

onde a matriz de rigidez tangente do elemento, \mathbf{k}_t , nas coordenadas cartesianas é definida pela diferenciação dos esforços nodais internos P_n em relação aos deslocamentos nodais do elemento p_m , dada por:

$$\mathbf{k}_t = \frac{\partial P_n}{\partial p_m} \quad (3.154)$$

A Eq. (3.153) pode ser escrita em notação matricial, como:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{k}_t \dot{\mathbf{p}} \quad (3.155)$$

Substituindo a Eq. (3.151) na Eq. (3.154) e realizando sua derivação utilizando-se da Regra da Cadeia, tem-se:

$$k_{nm} = \frac{\partial P_n}{\partial p_m} = q_{\alpha,n} Q_{\alpha,\beta} q_{\beta,m} + Q_\alpha q_{\alpha,nm} \quad (3.156)$$

Derivando-se a Eq. (3.150) e com auxílio da Eq. (3.109), encontra-se:

$$Q_{\alpha,\beta} = \int_{V_r} (\varepsilon_{,\alpha} D\varepsilon_{,\beta} + \sigma\varepsilon_{,\alpha\beta}) dV_r \quad (3.157)$$

chamando-se:

$$D_{\alpha\beta} = \int_{V_r} \varepsilon_{,\alpha} D\varepsilon_{,\beta} dV_r \quad (3.158)$$

$$H_{\alpha\beta} = \int_{V_r} \sigma\varepsilon_{,\alpha\beta} dV_r \quad (3.159)$$

tem-se:

$$Q_{\alpha,\beta} = D_{\alpha\beta} + H_{\alpha\beta} \quad (3.160)$$

Substituindo-se a Eq. (3.160) na Eq. (3.156), obtém-se, finalmente:

$$k_{nm} = q_{\alpha,n} (D_{\alpha\beta} + H_{\alpha\beta}) q_{\beta,m} + Q_\alpha q_{\alpha,nm} \quad (3.161)$$

onde $[q_{\alpha,n} (D_{\alpha\beta} + H_{\alpha\beta}) q_{\beta,m}]$ é a parcela objetiva da matriz de rigidez tangente do elemento e $(Q_\alpha q_{\alpha,nm})$ é a parcela da matriz de rigidez tangente do elemento devido ao movimento de corpo rígido.

Arranjando-se a Eq. (3.161), tem-se, em notação indicial:

$$k_{nm} = q_{\alpha,n} D_{\alpha\beta} q_{\beta,m} + q_{\alpha,n} H_{\alpha\beta} q_{\beta,m} + Q_\alpha q_{\alpha,nm} \quad (3.162)$$

Observa-se nesta equação uma parcela constitutiva representada por $q_{\alpha,n} D_{\alpha\beta} q_{\beta,m}$, e as parcelas geométricas representadas por $(q_{\alpha,n} H_{\alpha\beta} q_{\beta,m})$ e $(Q_\alpha q_{\alpha,nm})$ que consideram os conhecidos efeitos “ P - δ ” e “ P - Δ ”, respectivamente. Essas parcelas de rigidez, constitutiva e geométrica podem ser escritas em notação matricial, respectivamente, através de:

$$\mathbf{k}_M = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \quad (3.163)$$

$$\mathbf{k}_G = \mathbf{B}^T \mathbf{H} \mathbf{B} + Q_\alpha \mathbf{G}_\alpha \quad (3.164)$$

onde $q_{\alpha,n} = q_{\beta,m} = \mathbf{B}_{(1 \times 6)}$, $D_{\alpha\beta} = \mathbf{D}_{(1 \times 1)}$, $H_{\alpha\beta} = \mathbf{H}_{(1 \times 1)}$, $q_{\alpha,nm} = \mathbf{G}_\alpha_{(6 \times 6)}$.

Então, a matriz de rigidez tangente do elemento pode ser expressa por:

$$\mathbf{k}_t = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \mathbf{H} \mathbf{B} + Q_\alpha \mathbf{G}_\alpha \quad (3.165)$$

ou de maneira mais sucinta como:

$$\mathbf{k}_t = \mathbf{k}_M + \mathbf{k}_G \quad (3.166)$$

3.3.7.3 Equilíbrio da estrutura

Buscando-se agora o equilíbrio da estrutura, os graus de liberdade cartesianos \mathbf{p} de um elemento serão relacionados com os graus de liberdade \mathbf{r} da estrutura, através da matriz de incidência cinemática, \mathbf{A} , que é responsável pela compatibilidade dos deslocamentos nodais dos elementos \mathbf{p} com os deslocamentos nodais da estrutura \mathbf{r} , conforme a expressão matricial:

$$\mathbf{p} = \mathbf{A} \mathbf{r} \quad (3.167)$$

A Eq. (3.167) pode ser escrita variando-se os vetores \mathbf{p} e \mathbf{r} , uma vez que a matriz \mathbf{A} é composta de zeros e um, dada por:

$$\delta \mathbf{p} = \mathbf{A} \delta \mathbf{r} \quad \therefore \quad \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{A} \dot{\mathbf{r}} \quad (3.168)$$

Por meio do somatório dos trabalhos virtuais internos dos elementos (δw_{int}) da estrutura, pode-se escrever que o trabalho virtual interno da estrutura (δW_{int}) é expresso por:

$$\delta W_{int} = \sum \delta w_{int} \quad (3.169)$$

Substituindo a Eq. (3.148) em notação matricial na Eq. (3.169) e com auxílio da Eq. (3.168), obtém-se:

$$\delta W_{int} = \sum \mathbf{P}^T \mathbf{A} \delta \mathbf{r} \quad (3.170)$$

O vetor dos esforços internos da estrutura é obtido somando-se a contribuição dos esforços de todos os elementos, inclusive dos esforços devido a variação uniforme de temperatura, sendo dado por:

$$\mathbf{S} = \sum \mathbf{A}^T \mathbf{P} \quad (3.171)$$

Assim, o trabalho virtual interno da estrutura é obtido por:

$$\delta W_{int} = \mathbf{S}^T \delta \mathbf{r} \quad (3.172)$$

Admitindo-se somente forças externas concentradas \mathbf{R} aplicadas nos nós da estrutura, o trabalho virtual externo pode ser escrito de forma análoga:

$$\delta W_{ext} = \mathbf{R}^T \delta \mathbf{r} \quad (3.173)$$

Pelo conceito do PTV tem-se:

$$\delta W_{ext} = \delta W_{int} \quad (3.174)$$

Que resulta na equação de equilíbrio da estrutura dada por:

$$\mathbf{R} = \mathbf{S} \quad (3.175)$$

3.3.7.4 Equilíbrio incremental

A partir da derivada no tempo da Eq. (3.175) são obtidas as equações incrementais de equilíbrio estrutural:

$$\dot{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{S}} \quad (3.176)$$

Derivando-se a Eq. (3.171) no tempo, tem-se:

$$\dot{\mathbf{S}} = \sum \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{P}} \quad (3.177)$$

Substituindo-se as Eqs. (3.155) e (3.168) na Eq. (3.177), obtém-se:

$$\dot{\mathbf{S}} = \sum \mathbf{A}^T \mathbf{k}_t \mathbf{A} \dot{\mathbf{r}} \quad (3.178)$$

A matriz de rigidez tangente da estrutura, \mathbf{K}_t , é obtida da contribuição do somatório das matrizes de rigidez de cada elemento, conforme a expressão dada por:

$$\mathbf{K}_t = \sum \mathbf{A}^T \mathbf{k}_t \mathbf{A} \quad (3.179)$$

Então,

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{K}_t \dot{\mathbf{r}} \quad (3.180)$$

O equilíbrio incremental da estrutura pode ser expresso substituindo-se a Eq. (3.180) na Eq. (3.176), obtendo:

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{K}_t \dot{\mathbf{r}} \quad (3.181)$$

ou escrevendo de forma aproximada, onde $\Delta \mathbf{R}$ e $\Delta \mathbf{r}$ representam os incrementos de força e de deslocamentos nodais, respectivamente, por:

$$\Delta \mathbf{R} = \mathbf{K}_t \Delta \mathbf{r} \quad (3.182)$$

3.3.8 Interpolação

Para que o campo de deformações considerando o efeito da temperatura dado pela Eq. (3.143), isto é, $\varepsilon = \bar{\varepsilon} = \bar{u}'_c$, seja conhecido, é necessário definir funções aproximadoras para o deslocamento \bar{u}_c . Esses deslocamentos são interpolados linearmente através de:

$$\bar{u}_c = (q_1 + \alpha \Delta T l_r) \psi_1 \quad (3.183)$$

onde α é o coeficiente de dilatação térmica, ΔT a variação da temperatura, l_r é o comprimento de referência do elemento e ψ_1 é a função aproximadora dada por:

$$\psi_1 = \frac{x_r}{l_r} + \frac{1}{2} \quad (3.184)$$

onde x_r tem sua origem no centro do elemento finito.

Substituindo-se a Eq. (3.184) na Eq. (3.183) e derivando-a, tem-se:

$$\bar{u}'_c = \frac{q_1}{l_r} + \alpha \Delta T \quad (3.185)$$

Levando-se a Eq. (3.185) na Eq. (3.143), obtém-se o campo de deformação dado por:

$$\varepsilon = \frac{q_1}{l_r} + \alpha \Delta T \quad (3.186)$$

3.3.9 Expressões Analíticas para a Matriz de Rigidez Tangente

A matriz de rigidez tangente de um elemento é expressa pela Eq. (3.165):

$$\mathbf{k}_t = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \mathbf{H} \mathbf{B} + Q_\alpha \mathbf{G}_\alpha$$

As matrizes \mathbf{B} e \mathbf{G}_α são dadas pela Eqs. (3.129) e (3.130), respectivamente, e os esforços internos naturais nas coordenadas corrotacionais são dados pela Eq. (3.150) que pode ser escrita por:

$$Q_\alpha = \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} \int_{A_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha} dA_r dx_r \quad (3.187)$$

onde dA_r é o elemento de área da seção transversal na configuração de referência.

Os elementos das matrizes \mathbf{D} e \mathbf{H} são dados pelas Eq. (3.158) e (3.159), respectivamente, que podem ser expressas por:

$$D_{\alpha\beta} = \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} \int_{A_r} \varepsilon_{,\alpha} D \varepsilon_{,\beta} dA_r dx_r \quad (3.188)$$

$$H_{\alpha\beta} = \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} \int_{A_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha\beta} dA_r dx_r \quad (3.189)$$

Para se determinar os esforços naturais internos, Q_α , e os elementos das matrizes \mathbf{D} e \mathbf{H} , nas coordenadas corrotacionais, é necessário calcular as derivadas $\varepsilon_{,\alpha} = \varepsilon_{,\beta}$ e $\varepsilon_{,\alpha\beta}$, do campo de deformação dado pela Eq. (3.186). No caso de elemento de cabo ou de treliça tem-se $\alpha = 1$, logo:

$$\varepsilon_{,\alpha} = \varepsilon_{,\beta} = \varepsilon_{,1} = \frac{1}{l_r} \quad (3.190)$$

$$\varepsilon_{,\alpha\beta} = \varepsilon_{,11} = 0 \quad (3.191)$$

Sabe-se que a força normal atuante na seção transversal do elemento é dada por:

$$N = \int_{A_r} \sigma dA_r \quad (3.192)$$

O esforço natural interno nas coordenadas corrotacionais dado pela Eq. (3.187), pode ser determinado com o auxílio das Eqs. (3.190) e (3.192):

$$Q_1 = \frac{1}{l_r} \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} N dx_r \quad (3.193)$$

O elemento da matriz \mathbf{D} é dado pela Eq. (3.188) que, com o auxílio da Eq. (3.190) fica:

$$D_{11} = \frac{1}{l_r^2} \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} C dx_r \quad (3.194)$$

onde o coeficiente de rigidez C é dado por:

$$C = \int_{A_r} D dA_r \quad (3.195)$$

Através da Eq. (3.189) e com o auxílio da Eq. (3.191), pode-se concluir que, no caso de cabos ou treliças, o elemento da matriz \mathbf{H} é nulo.

$$H_{11} = 0 \quad (3.196)$$

3.3.9.1 Elementos prismáticos em regime elástico linear

No regime elástico linear o material segue a Lei de Hooke, dada por:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.197)$$

As expressões analíticas para ε , C , N , Q_α , $D_{\alpha\beta}$ e $H_{\alpha\beta}$, ($\alpha=\beta=1$), em regime elástico linear, são obtidas com o auxílio das Eqs. (3.186) e (3.192) a (3.196), como se segue:

A) Coeficiente de rigidez C

Com o auxílio da Eq. (3.195), tem-se que o coeficiente de rigidez elástico, C , é dado por:

$$C = \int_{A_r} D dA_r = E \int_{A_r} dA_r = EA_r \quad (3.198)$$

B) Força Normal N

Utilizando as Eq. (3.192) e com auxílio das Eq. (3.186) e Eq. (3.197), tem-se:

$$\begin{aligned} N &= \int_{A_r} \sigma dA_r = \int_{A_r} E\varepsilon dA_r \\ N &= E\varepsilon A_r = EA_r \left(\frac{q_1}{l_r} + \alpha\Delta T \right) \end{aligned} \quad (3.199)$$

onde N é a força normal constante na seção ao longo do elemento.

C) Forças Internas Naturais Q_α

Substituindo a Eq. (3.199) na Eq. (3.193), obtém-se:

$$Q_1 = \frac{1}{l_r} \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} N dx_r = \frac{1}{l_r} \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} \left[EA_r \left(\frac{q_1}{l_r} + \alpha \Delta T \right) \right] dx_r \quad (3.200)$$

$$Q_1 = EA_r \left(\frac{q_1}{l_r} + \alpha \Delta T \right) = N$$

D) Elementos da Matriz D

Desenvolvendo as Eq. (3.194) com a auxílio da Eq. (3.198), tem-se que:

$$D_{11} = \frac{1}{l_r^2} \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} C dx_r = \frac{1}{l_r^2} \int_{-\frac{l_r}{2}}^{\frac{l_r}{2}} EA_r dx_r \quad (3.201)$$

$$D_{11} = \frac{EA_r}{l_r}$$

E) Elementos da Matriz H

Através da Eq. (3.196), conclui-se que:

$$H_{11} = 0 \quad (3.202)$$

F) Matriz de Rigidez Tangente do Elemento no Sistema Global Cartesiano

A matriz de rigidez tangente do elemento no sistema global cartesiano em regime elástico linear pode ser explicitada na forma matricial através da Eq. (3.160):

$$\mathbf{k}_t^e = \mathbf{k}_M^e + \mathbf{k}_G^e$$

Observa-se que essa matriz de rigidez é a soma da matriz de rigidez do material e da matriz de rigidez geométrica no sistema global cartesiano, que são dadas pelas Eq. (3.163) e Eq. (3.164), respectivamente, por:

$$\mathbf{k}_M^e = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B}$$

$$\mathbf{k}_G^e = \mathbf{B}^T \mathbf{H} \mathbf{B} + Q_\alpha \mathbf{G}_\alpha$$

A matriz de rigidez tangente do material \mathbf{k}_M^e em regime elástico linear pode ser escrita com o auxílio da matriz $\mathbf{B}_{(1 \times 6)}$, Eq. (3.129), e da matriz de rigidez constitutiva $\mathbf{D}_{(1 \times 1)}$ dada pela Eq. (3.201), da seguinte forma:

$$\mathbf{k}_M^e = \frac{EA_r}{l_r} \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi_{cz} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & -\cos^2 \varphi_{cz} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \cos^2 \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos^2 \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & \cos^2 \varphi_{cy} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & -\cos^2 \varphi_{cy} \\ & & & \cos^2 \varphi_{cz} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \text{SIMÉTRICA} & & & \cos^2 \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & & & & \cos^2 \varphi_{cy} \end{bmatrix} \quad (3.203)$$

A matriz de rigidez tangente geométrica \mathbf{k}_G^e em regime elástico linear é composta de duas parcelas: uma devida à matriz \mathbf{H} (efeito $P-\delta$) e outra devida à matriz \mathbf{G}_α (efeito $P-\Delta$). No caso de elementos de cabo e de treliça a parcela que contém a matriz \mathbf{H} é nula, podendo-se concluir que a matriz de rigidez geométrica é dada por:

$$\mathbf{k}_G^e = Q_\alpha \mathbf{G}_\alpha \quad (3.204)$$

Logo, com auxílio das Eqs. (3.130) e (3.200), obtém-se:

$$\mathbf{k}_G^e = \frac{N}{l_c} \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi_{cz} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & -\sin^2 \varphi_{cz} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \sin^2 \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\sin^2 \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & \sin^2 \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & -\sin^2 \varphi_{cy} \\ & & & \sin^2 \varphi_{cz} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \text{SIMÉTRICA} & & & \sin^2 \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & & & & \sin^2 \varphi_{cy} \end{bmatrix} \quad (3.205)$$

3.3.9.2 Elementos prismáticos em regime elastoplástico

No caso de regime elastoplástico o campo de deformação dado pela Eq. (3.186) continua sendo válido, mas nesse regime, o material não segue a Lei de Hooke, assim a lei constitutiva considerada é dada por:

$$\sigma = D\varepsilon \quad (3.206)$$

De forma análoga ao estudo no regime elástico as expressões analíticas para ε , C , N , Q_α , $D_{\alpha\beta}$ e $H_{\alpha\beta}$, ($\alpha=\beta=1$), em regime elastoplástico, podem ser obtidas com o auxílio das Eqs. (3.186) e (3.192) a (3.196) como se segue:

A) Coeficiente de rigidez C

O coeficiente de rigidez elastoplástico, C^{ep} , é dado pela Eq. (3.195) através de:

$$C^{ep} = \int_{A_r} D dA_r \quad (3.207)$$

B) Força Normal N

Utilizando a Eq. (3.192) e com auxílio das Eq. (3.186) e Eq. (3.207), tem-se:

$$\begin{aligned} N^{ep} &= \int_{A_r} \sigma dA_r = \int_{A_r} D \varepsilon dA_r \\ N^{ep} &= \left(\frac{q_1}{l_r} + \alpha \Delta T \right) \int_{A_r} D dA_r = \left(\frac{q_1}{l_r} + \alpha \Delta T \right) C^{ep} \end{aligned} \quad (3.208)$$

onde N^{ep} é a força normal elastoplástica constante na seção ao longo do elemento.

C) Forças Internas Naturais Q_α

Substituindo a Eq. (3.208) na Eq. (3.193), obtém-se:

$$Q_1 = \left(\frac{q_1}{l_r} + \alpha \Delta T \right) C^{ep} = N^{ep} \quad (3.209)$$

D) Elementos da Matriz D

Desenvolvendo a Eq. (3.194) com a ajuda da Eq. (3.207), tem-se:

$$D_{11} = \frac{C^{ep}}{l_r} \quad (3.210)$$

E) Elementos da Matriz H

Por meio da Eq. (3.196), tem-se que:

$$H_{11} = 0 \quad (3.211)$$

F) Matriz de Rigidez Tangente do Elemento no Sistema Global Cartesiano

Analogamente ao estudo em regime elástico linear, a matriz de rigidez tangente do elemento no sistema global cartesiano em regime elastoplástico pode ser mostrada na forma matricial através da Eq. (3.166), dada por:

$$\mathbf{k}_t^{ep} = \mathbf{k}_M^{ep} + \mathbf{k}_G^{ep}$$

Portanto, \mathbf{k}_M^{ep} resulta em:

$$\mathbf{k}_M^{ep} = \frac{c^{ep}}{l_r} \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi_{cz} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & -\cos^2 \varphi_{cz} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \cos^2 \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos^2 \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & \cos^2 \varphi_{cy} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & -\cos^2 \varphi_{cy} \\ & & & \cos^2 \varphi_{cz} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \text{SIMÉTRICA} & & & \cos^2 \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & & & & \cos^2 \varphi_{cy} \end{bmatrix} \quad (3.212)$$

e \mathbf{k}_G^{ep} em:

$$\mathbf{k}_G^{ep} = \frac{N^{ep}}{l_c} \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi_{cz} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & -\sin^2 \varphi_{cz} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \sin^2 \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\sin^2 \varphi_{cx} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & \sin^2 \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} & \cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} & -\sin^2 \varphi_{cy} \\ & & & \sin^2 \varphi_{cz} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cz} \cos \varphi_{cy} \\ & \text{SIMÉTRICA} & & & \sin^2 \varphi_{cx} & -\cos \varphi_{cx} \cos \varphi_{cy} \\ & & & & & \sin^2 \varphi_{cy} \end{bmatrix} \quad (3.213)$$

4

ASPECTOS DA IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

4.1 Considerações Iniciais

Visando à solução de problemas não lineares de sistemas de cabos e treliças, a utilização de um método que combine os processos incremental e iterativo se faz necessária. Usualmente esses processos consideram incrementos de cargas com iterações de equilíbrio realizadas dentro de cada passo de carga e o desempenho da análise depende desse parâmetro de incremento.

Os processos incrementais-iterativos mais utilizados são os métodos de Newton-Raphson Puro (NRP) e o de Newton-Raphson Modificado (NRM). As descrições destes métodos podem ser encontradas em referências como Owen e Hinton (1980), Crisfield (1991), Bathe (1996), Bonet e Wood (1997), entre outros. A diferença básica entre esses dois métodos está no fato de que no método de NRP a matriz de rigidez tangente é atualizada a cada iteração, já no NRM mantém-se a matriz de rigidez tangente constante durante um incremento ou um conjunto de incrementos. Neste trabalho foi utilizado o método NRP para a solução de equações não lineares por sua precisão e eficiência para os problemas a serem analisados.

Na sequência deste capítulo são feitas considerações sobre alguns aspectos da análise não linear de estruturas, visando à implementação computacional. Sendo assim, serão apresentados sucintamente, os critérios de convergência estudados para verificação do final do processo incremental-iterativo, as considerações sobre a implementação da configuração inicial de equilíbrio do cabo para geração dos seus elementos, um estudo do problema elastoplástico unidimensional visando à implementação da não linearidade do material, a análise incremental das tensões e deformações no comportamento elastoplástico das estruturas de treliça e cabo e as considerações sobre a implementação da técnica das fatias da seção transversal do elemento. Um fluxograma contendo as sub-rotinas do programa indicando a sequência dos procedimentos com descrições sucintas também é apresentado mostrando como foi desenvolvido.

4.2 Critérios de Convergência

Um processo iterativo se encerra indicando uma nova posição de equilíbrio para a estrutura em análise, quando a solução numérica converge para uma tolerância adequada previamente estabelecida, ou seja, quando um determinado critério de convergência é atendido. Basicamente, são definidos critérios de convergência relacionados com os deslocamentos, forças nodais ou energia incremental interna.

No critério envolvendo os deslocamentos, a convergência da solução numérica ocorrerá comparando-se os valores dos deslocamentos nodais p_j da iteração i corrente com aqueles da iteração imediatamente anterior ($i-1$). No instante em que a diferença entre esses valores for inferior ou igual ao fator de tolerância, η , para cada um dos valores nodais, admite-se que a convergência foi atingida. Neste trabalho tem sido adotada a verificação de convergência global, ao invés da verificação local, ou seja, o processo numérico converge se, ao final de cada iteração, é verificada a expressão a seguir:

$$\frac{\|p_j^i\| - \|p_j^{i-1}\|}{\|p_j^1\|} \leq \eta \quad (4.1)$$

onde se estabelece que a convergência ocorre se a razão entre a diferença das normas euclidianas dos deslocamentos nodais, em duas iterações sucessivas, pela norma euclidiana dos deslocamentos nodais da primeira iteração daquele incremento de carga, for menor ou igual ao fator de tolerância, η .

Um segundo critério bastante utilizado é aquele em que a convergência é baseada na comparação dos valores das forças residuais em cada iteração. Nesse caso, alguns autores consideram componentes de força e componentes de momento fletor separadamente, para se evitar inconsistência dimensional. Através deste critério, admite-se que o processo converge se:

$$\frac{\|\Delta\rho^i\|}{\|R_j\|} \leq \eta \quad (4.2)$$

onde se estabelece que a convergência ocorre se a razão entre a norma euclidiana das forças residuais $\|\Delta \mathbf{p}^i\|$ pela norma euclidiana das forças totais aplicadas $\|\mathbf{R}_j\|$ for menor ou igual ao fator de tolerância, η .

Para uma verificação mais rigorosa da convergência, diversos autores utilizam esses dois critérios simultaneamente ou aplicam o critério baseado no incremento da energia interna, onde se comparam o trabalho realizado no final e no início de cada iteração. Neste trabalho foram implementados os critérios de deslocamento e de forças, simultaneamente, podendo também verificar a convergência somente no deslocamento ou na força. Segundo Crisfield (1991), valores típicos para a tolerância ficam entre 0,1% e 1%. Para esse trabalho o fator de tolerância (η) adotado foi igual a 0,1%.

4.3 Implementação da Configuração Inicial de Equilíbrio do Cabo

O desenvolvimento analítico dos sistemas de cabos suspensos apresentado na seção 3.2 foi de fundamental importância para a implementação da configuração inicial de equilíbrio dos cabos através da geração automática dos nós e elementos, visando à análise geometricamente exata. No programa *ASTRAS* foram implementadas as configurações iniciais de equilíbrio do cabo sujeito ao carregamento uniformemente distribuído (cabo parábola) e do cabo sujeito ao peso próprio (cabo catenária).

4.3.1 Cabo Parábola

A geração dos nós e elementos do cabo parábola ocorre a partir da configuração inicial de equilíbrio dada pelas equações da parábola, Eqs. (3.10) e (3.19), as quais necessitam do cálculo da força horizontal, H_0 . No estudo desenvolvido na seção 3.2.2, a força horizontal (H_0) do cabo parábola é dada para cada caso de par de variáveis conhecidas, de acordo com as Eqs. (4.3) a (4.8). Essas equações consideram, conforme a Fig. 3.3, a situação em que o apoio B é desnivelado em relação ao apoio A e a situação em que o apoio A é desnivelado em relação ao apoio B , respectivamente.

a) Variáveis h e θ_A conhecidas

$$H_0 = \frac{wL^2}{2\{L[\tan(\theta_A)]-h\}} \quad (4.3)$$

$$H_0 = \frac{wL^2}{2\{L[\tan(\theta_A)]+h\}} \quad (4.4)$$

b) Variáveis h e x_v conhecidas

$$H_0 = -\frac{wL}{2h}(L - 2x_v) \quad (4.5)$$

$$H_0 = \frac{wL}{2h}(L - 2x_v) \quad (4.6)$$

c) Variáveis h e f_v conhecidas

$$H_0 = \frac{wL^2}{2f_v \left(1 + \sqrt{1 - \frac{h}{f_v}}\right)^2} \quad (4.7)$$

$$H_0 = -\frac{wL^2}{2(h-f_v) \left(1 + \sqrt{1 - \frac{h}{(h-f_v)}}\right)^2} \quad (4.8)$$

4.3.2 Cabo Catenária

Analogamente ao caso do cabo parábola, a geração dos nós e elementos do cabo catenária ocorre a partir da configuração inicial de equilíbrio dada pelas equações da catenária, Eq. (3.46) e Eq. (3.52). Observa-se que essas equações estão em função da força horizontal, H_0 , cuja determinação somente é obtida por tentativas. Dessa forma, utiliza-se o método incremental-iterativo de Newton-Raphson para a determinação da força horizontal, (H_0), obtendo-se, na sequência, a curva da catenária que representa a configuração inicial de equilíbrio do cabo.

O procedimento se inicia a partir da atribuição de um valor para força horizontal, (H_0^{i-1}), obtido da curva parabólica, conforme as Eqs. (4.3) a (4.8), que representa uma boa aproximação para o caso da curva da catenária. Utilizando-se o algoritmo de Newton-Raphson dado pela Eq. (4.9),

a convergência do processo incremental ocorrerá quando o valor da função resíduo, $f(H_0^i)$, tender para zero.

$$H_0^i = H_0^{i-1} - \frac{f(H_0^i)}{f'(H_0^i)} \quad (4.9)$$

onde H_0^i é a aproximação da força horizontal da curva da catenária na iteração corrente, H_0^{i-1} é a aproximação da força horizontal na iteração anterior, $f(H_0^i)$ é a função resíduo da força horizontal da catenária e $f'(H_0^i)$ a sua derivada.

Numericamente a convergência acontecerá quando o fator de tolerância, $\mu \leq 1,0 \times 10^{-10}$, obtido através da relação da força horizontal residual da curva da catenária ($H_0^i - H_0^{i-1}$) pela força horizontal na iteração anterior (H_0^{i-1}), expressa por:

$$\mu \leq \frac{H_0^i - H_0^{i-1}}{H_0^{i-1}} \quad (4.10)$$

Das equações da força horizontal da catenária, Eqs. (3.46) e (3.47), obtém-se a função resíduo, $f(H_0^i)$, expressa para cada caso das variáveis conhecidas e conforme as condições de desnivelamentos dos apoios:

a) Variáveis h e θ_A conhecidas

$$f(H_0^i) = -\frac{H_0^{i-1}}{p} \left\{ \cosh \left\{ \frac{-pL}{H_0^{i-1}} + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \right\} - \cosh \{ \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \} \right\} - h \quad (4.11)$$

$$f(H_0^i) = -\frac{H_0^{i-1}}{p} \left\{ \cosh \left\{ \frac{-pL}{H_0^{i-1}} + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \right\} - \cosh \{ \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \} \right\} + h \quad (4.12)$$

Derivando-se as Eqs. (4.11) e (4.12) tem-se:

$$f'(H_0^i) = -\frac{1}{p} \left\{ \cosh \left\{ \frac{-pL}{H_0^{i-1}} + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \right\} - \cosh \{ \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \} \right\} - \frac{L}{H_0^{i-1}} \sinh \left\{ \frac{-pL}{H_0^{i-1}} + \sinh^{-1}[\tan(\theta_A)] \right\} \quad (4.13)$$

b) Variáveis h e x_v conhecidas

$$f(H_0^i) = -\frac{H_0^{i-1}}{p} \left\{ \cosh \left[\frac{-p}{H_0^{i-1}} (L - x_v) \right] - \cosh \left(\frac{p}{H_0^{i-1}} x_v \right) \right\} - h \quad (4.14)$$

$$f(H_0^i) = -\frac{H_0^{i-1}}{p} \left\{ \cosh \left[\frac{-p}{H_0^{i-1}} (L - x_v) \right] - \cosh \left(\frac{p}{H_0^{i-1}} x_v \right) \right\} + h \quad (4.15)$$

Derivando-se as Eqs. (4.14) e (4.15) tem-se:

$$f'(H_0^i) = -\frac{1}{p} \left\{ \cosh \left[\frac{-p}{H_0^{i-1}} (L - x_v) \right] - \cosh \left(\frac{p}{H_0^{i-1}} x_v \right) \right\} - \frac{1}{H_0^{i-1}} \left\{ (L - x_v) \sinh \left[\frac{-p}{H_0^{i-1}} (L - x_v) \right] + x_v \sinh \left(\frac{p}{H_0^{i-1}} x_v \right) \right\} \quad (4.16)$$

c) Variáveis h e f_v conhecidas

$$f(H_0^i) = -\frac{H_0^{i-1}}{p} \left\{ \cosh \left[\frac{-pL}{H_0^{i-1}} - \cosh^{-1} \left(\frac{pf_v}{H_0^{i-1}} + 1 \right) \right] - 1 \right\} + f_v - h \quad (4.17)$$

$$f(H_0^i) = -\frac{H_0^{i-1}}{p} \left\{ \cosh \left[\frac{-pL}{H_0^{i-1}} - \cosh^{-1} \left(\frac{p(f_v-h)}{H_0^{i-1}} + 1 \right) \right] - 1 \right\} + f_v \quad (4.18)$$

Derivando-se as Eqs. (4.14) e (4.15) tem-se, respectivamente:

$$f'(H_0^i) = -\frac{1}{p} \left\{ \cosh \left[\frac{-pL}{H_0^{i-1}} - \cosh^{-1} \left(\frac{pf_v}{H_0^{i-1}} + 1 \right) \right] - 1 \right\} - \left[\frac{L}{H_0^{i-1}} + \frac{f_v}{H_0^{i-1} \sqrt{\left(\frac{pf_v}{H_0^{i-1}} + 1 \right)^2 - 1}} \right] \sinh \left[\frac{-pL}{H_0^{i-1}} - \cosh^{-1} \left(\frac{pf_v}{H_0^{i-1}} + 1 \right) \right] \quad (4.19)$$

$$f'(H_0^i) = -\frac{1}{p} \left\{ \cosh \left[\frac{-pL}{H_0^{i-1}} - \cosh^{-1} \left(\frac{p(f_v-h)}{H_0^{i-1}} + 1 \right) \right] - 1 \right\} - \left[\frac{L}{H_0^{i-1}} + \frac{(f_v-h)}{H_0^{i-1} \sqrt{\left(\frac{p(f_v-h)}{H_0^{i-1}} + 1 \right)^2 - 1}} \right] \sinh \left[\frac{-pL}{H_0^{i-1}} - \cosh^{-1} \left(\frac{p(f_v-h)}{H_0^{i-1}} + 1 \right) \right] \quad (4.20)$$

Após definida a configuração de equilíbrio inicial do cabo, foi desenvolvido um algoritmo para a geração automática dos nós e elementos de cabo e de um algoritmo para aplicação automática de carregamentos como o peso próprio e uniformemente distribuídos ao longo do vão.

4.4 Problema Elastoplástico Unidimensional

A formulação numérica para a análise não linear, geométrica e do material, desenvolvida no capítulo 3 é bastante geral, podendo ser aplicada a materiais cujas propriedades podem ser descritas por equações constitutivas elásticas, lineares ou não lineares, elastoplásticas, visco-elásticas ou visco-plásticas.

A Fig. 4.1 idealiza o comportamento elastoplástico através de um diagrama bilinear, onde se distingue um comportamento elástico na região OA com o coeficiente angular, α , e um comportamento elastoplástico na região AB com encruamento linear e coeficiente angular, α_t .

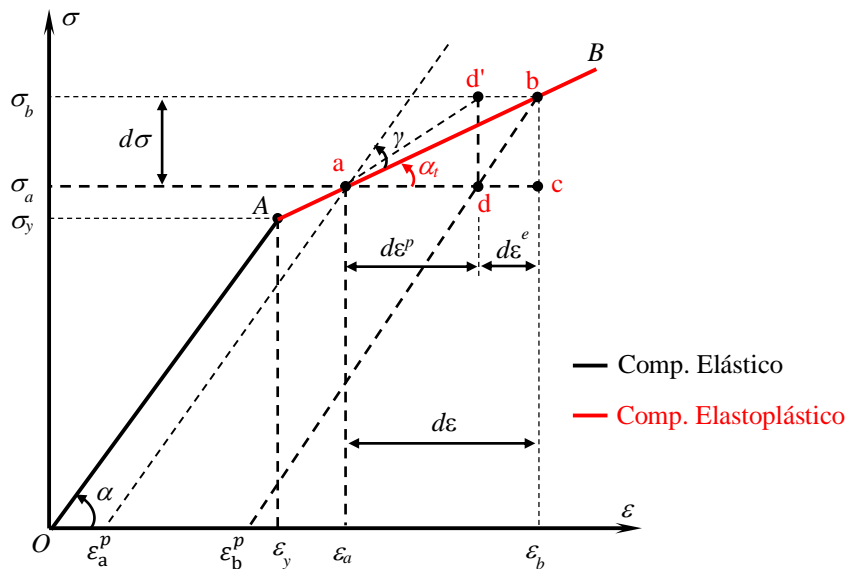


Figura 4.1 – Comportamento elastoplástico do material para o caso uniaxial

Nota-se que no início o material se deforma com módulo de elasticidade, E , dado pela tangente de α , até que a resistência ao escoamento, σ_y , seja atingida. Para as tensões superiores a σ_y , o material passa a se deformar conforme o módulo tangente, E_t , dado pela tangente de α_t . Observa-se que numa certa etapa, após o escoamento, o acréscimo de tensão, $d\sigma$, é combinado a um acréscimo de deformação, $d\varepsilon$. Admitindo-se que essa deformação possa ser decomposta em uma parcela elástica e outra plástica, tem-se:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (4.21)$$

Para a parcela elástica tem-se que o módulo de elasticidade é dado por:

$$E = \tan(\alpha) = \frac{\overline{bc}}{dc} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^e} \quad (4.22)$$

Para a parcela plástica tem-se que E_t é dado por:

$$E_t = \tan(\alpha_t) = \frac{\overline{bc}}{ac} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (4.23)$$

O parâmetro de encruamento isotrópico ou módulo plástico H é definido por:

$$H = \frac{\overline{dd'}}{ad} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} \quad (4.24)$$

Substituindo-se as Eq. (4.22), Eq. (4.23) e Eq. (4.24) na Eq. (4.21), obtém-se:

$$E_t = \frac{EH}{E+H} \quad (4.25)$$

onde o encruamento pode ser escrito da seguinte forma:

$$H = \frac{E_t}{1 - \frac{E_t}{E}} \quad (4.26)$$

Pela Fig. 4.1, tem-se que:

$$E = E_t + \gamma \quad (4.27)$$

Levando-se a Eq. (4.25) na Eq. (4.27), encontra-se:

$$\gamma = \frac{E^2}{E+H} \quad (4.28)$$

O módulo tangente também pode ser obtido, substituindo a Eq. (4.28) na Eq. (4.27):

$$E_t = E \left(1 - \frac{E}{E+H} \right) \quad (4.29)$$

Então, para implementação computacional, as tensões serão tratadas como:

$$d\sigma = E d\varepsilon \quad (4.30)$$

$$d\sigma = E \left(1 - \frac{E}{E+H}\right) d\varepsilon \quad (4.31)$$

onde das Eqs. (4.30) e (4.31) têm-se os comportamentos elástico e elastoplástico, respectivamente. O comportamento elastoplástico perfeito pode ser encontrado quando se faz $H = 0$ na Eq. (4.31), obtendo-se $E_t = 0$.

Das Eq. (4.22) e Eq. (4.23) tem-se que:

$$d\sigma = E d\varepsilon^e = E_t d\varepsilon \quad (4.32)$$

As deformações elásticas e plásticas podem ser encontradas com auxílio das Eqs. (4.32) e (4.21), respectivamente, resultando em:

$$d\varepsilon^e = \left(\frac{E_t}{E}\right) d\varepsilon \quad (4.33)$$

$$d\varepsilon^p = \left(1 - \frac{E_t}{E}\right) d\varepsilon \quad (4.34)$$

Visando à aplicação geral, esse modelo bilinear pode ser estendido para diagramas tensão-deformação multilíneares com objetivo de se considerar diversas leis constitutivas para o aço, bem como as aplicações em estruturas de cabos que apresentam curvas típicas de tensão-deformação não lineares, as quais não possuem patamar ou ponto de escoamento definidos.

4.5 Análise Incremental das Tensões e Deformações no Comportamento Elastoplástico

Uma das etapas mais importantes no processo incremental-iterativo para a solução do problema não linear, é aquela na qual se realiza a análise incremental das tensões e deformações considerando o comportamento elastoplástico.

Com base nos trabalhos de Pereira Júnior (2002), Araújo (2010) e Silva (2010) propõe-se, conforme apresentado na Fig. 4.2, um diagrama tensão *versus* deformação geral que, dividido em seis trechos lineares, torna possível a simulação numérica do comportamento elastoplástico dos mais diversos tipos de aço. Este modelo pode ser aplicado a quaisquer materiais que

trabalhem somente à tração. No caso de materiais que trabalhem à tração e compressão o trecho **I** do diagrama da Fig. 4.2 é desconsiderado.

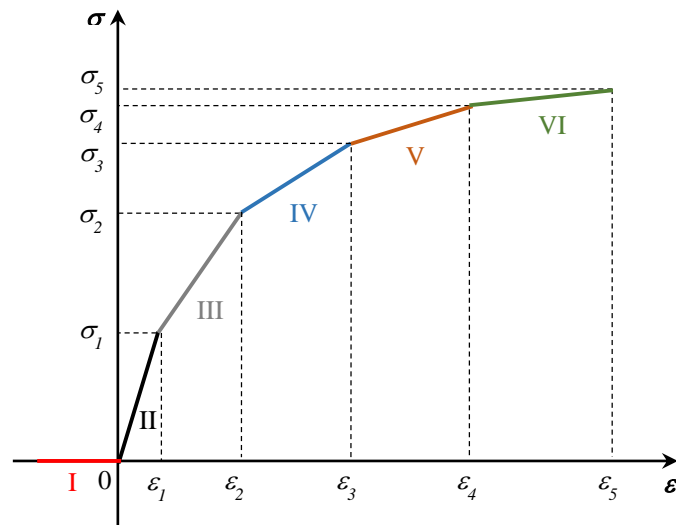


Figura 4.2 – Diagrama tensão *versus* deformação multilinear

A partir da Fig. 4.2, pode-se identificar o trecho **I** que corresponde ao caso de um elemento estrutural que resiste somente às tensões de tração, como por exemplo as estruturas de cabo. Para as estruturas que resistem à tensão de compressão esse trecho é desconsiderado, e o material pode resistir tanto à tração quanto compressão.

O trecho **II** é definido pela lei de Hooke, atribuindo ao material a rigidez elástica (E) e por definição, o parâmetro de encruamento (H) nulo. Os trechos de **III** a **VI**, simulam o comportamento elastoplástico, com módulo de rigidez tangente (E_{ti}) e parâmetro de encruamento (H_i), com i variando de 1 a 4.

Durante o processo incremental-iterativo adotado para a solução do problema da análise estrutural não-linear, tem-se a etapa na qual se calculam os deslocamentos e forças nodais e que a partir desses, são calculadas as deformações, as tensões e as forças residuais. Dessa maneira, os componentes de deformação e tensão correspondentes deverão ser armazenados a partir dos valores obtidos em cada uma das iterações do processo.

Entretanto, essa tarefa que aparentemente é simples, torna-se mais complexa frente ao fato que os elementos da estrutura evoluem seu estado de tensão-deformação percorrendo a curva de sua

lei constitutiva a cada incremento do carregamento, assumindo comportamento físico diverso ao transpor trechos com rigidezes diferentes quando da reaplicação de forças residuais.

A concepção numérica utilizada na implementação computacional para a questão da transição entre os trechos baseia-se no entendimento do diagrama como sendo uma função descontínua $\sigma = f(\varepsilon)$ definida pelas expressões:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_1) \quad (4.35)$$

$$\sigma = E_{ti}\varepsilon \quad (\varepsilon_i \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{i+1}) \quad (4.36)$$

onde i varia de 1 a 4.

Vale observar que o patamar de escoamento para regime elastoplástico perfeito pode ser simulado ao longo de um ou mais trechos considerando-se $E_{ti} = 0$. A análise incremental das tensões e deformações é feita a partir de intervalos definidos segundo eixo das deformações.

A seguir são apresentados os algoritmos desenvolvidos que regem a simulação do comportamento elastoplástico durante o processo de carregamento incremental segundo cada intervalo de deformação, levando-se também em conta na implementação os eventos da descarga e recarga elástica.

A) Transições dos trechos II – III ($0 \leq \varepsilon^{r-1} < \varepsilon_1$) e trechos II – I ($\varepsilon^r < 0$)

O procedimento adotado para este intervalo consiste na determinação da deformação total (ε^r) no elemento na iteração corrente r de tal forma que o critério de limite elástico ε_1 seja satisfeito. Caso este valor corrente de deformação do elemento exceda tal valor de referência, são aplicadas sobre o valor excedente as propriedades do trecho seguinte, o que tem efeito direto sobre as forças residuais, conseqüentemente na manutenção do equilíbrio e, finalmente, na convergência da solução para este incremento de carga.

Então, para a iteração atual relativa a um dado incremento, o algoritmo para a solução desse problema pode ser apresentado da seguinte forma, tendo em vista a Fig. 4.3.

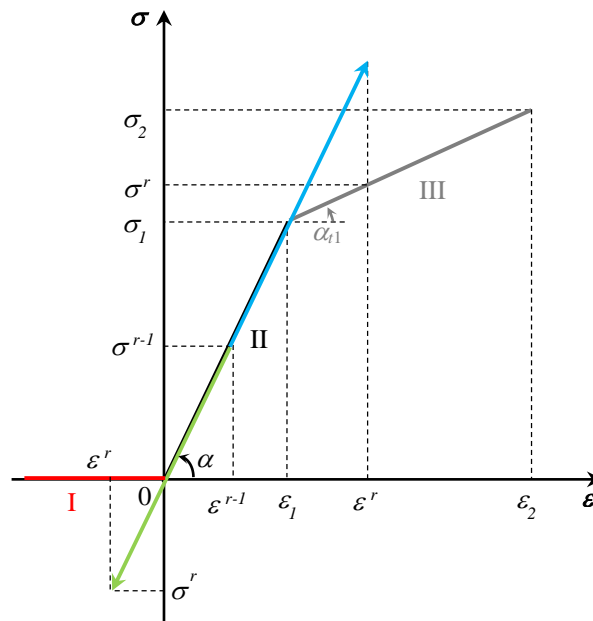


Figura 4.3 – Transição entre os trechos lineares II – III e II-I

Deve-se observar na Fig. 4.3, que o módulo de elasticidade longitudinal (E) é igual a tangente do coeficiente angular (α) e o módulo tangente (E_{t1}) é igual a tangente do coeficiente angular (α_{t1}).

- O carregamento aplicado na iteração corrente r são as forças residuais calculadas ao final da iteração anterior $r-1$. Esse carregamento produz um incremento nos componentes de deslocamentos (Δp^r). Em seguida, calcula-se o incremento de deformação corrente ($\Delta \varepsilon^r$).
- Armazena-se a deformação total para cada elemento:

$$\varepsilon^r = \varepsilon^{r-1} + \Delta \varepsilon^r \quad (4.37)$$

- O próximo passo consiste no teste se, na iteração r , a deformação total naquele elemento da estrutura ultrapassou o limite elástico verificando a seguinte condição: $\varepsilon^r \leq \varepsilon_1$.

Atendendo essa condição, o elemento ainda estará na fase elástica. Desta maneira, a partir da deformação total acumula-se a deformação elástica (ε_e^r), e a tensão total (σ_r) pelas seguintes expressões:

$$\varepsilon_e^r = \varepsilon^r \quad (4.38)$$

$$\sigma^r = E\varepsilon^r \quad (4.39)$$

No caso em que o elemento da estrutura resista somente à tração, e tenha um descarregamento elástico havendo a transição entre os trechos **II** – **I**, é necessário que seja atendida à condição dada por: $\varepsilon^r < 0$. Atendendo a esta condição, são utilizadas as seguintes expressões:

$$\varepsilon_e^r = \varepsilon_e^{r-1} + (\varepsilon_p^{r-1} - \varepsilon^{r-1}) \quad (4.40)$$

$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + E(\varepsilon_p^{r-1} - \varepsilon^{r-1}) \quad (4.41)$$

onde ε_p^{r-1} é a deformação plástica da iteração anterior (que neste caso é igual a zero por estar no trecho elástico linear), e ε^{r-1} é a deformação total na iteração anterior.

Não atendida a condição $\varepsilon^r < 0$, o elemento permanece no trecho **II**, podendo estar em descarga ou carga. Desta forma, são utilizadas as Eqs. (4.38) e (4.39).

Voltando para o caso em que a condição $\varepsilon^r \leq \varepsilon_1$ não seja atendida, o elemento se encontra com uma parcela de deformação sob o regime elastoplástico, trecho **III** da Fig. 4.3. Evidentemente, isso tem que ser levado em conta no cálculo da tensão total para a manutenção do equilíbrio. Assim, são calculadas as parcelas elástica e plástica da deformação total, conforme as Eqs. (4.33) e (4.34), que serão utilizadas nas seguintes equações:

$$\varepsilon_e^r = \varepsilon_e^{r-1} + (\varepsilon_1 - \varepsilon^{r-1}) + \frac{E_{t1}}{E}(\varepsilon^r - \varepsilon_1) \quad (4.42)$$

$$\varepsilon_p^r = \varepsilon_p^{r-1} + \frac{E}{E+H_1}(\varepsilon^r - \varepsilon_1) \quad (4.43)$$

$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + E(\varepsilon_1 - \varepsilon^{r-1}) + E_{t1}(\varepsilon^r - \varepsilon_1) \quad (4.44)$$

B) Trechos elastoplásticos III a VI ($\varepsilon_i \leq \varepsilon^{r-1} < \varepsilon_{i+1}$)

O procedimento a considerar na transição a partir de um trecho elastoplástico qualquer, i ($i=1$ a 4), caso a deformação total (ε^r) na iteração corrente venha a transpor o seu limite ε_{i+1} , tem solução análoga ao procedimento anterior.

No entanto, há de se considerar nesses trechos a questão do descarregamento que deve ocorrer sob o módulo de elasticidade longitudinal (E) que igual a tangente do coeficiente angular (α). Dessa maneira, deve-se proceder da seguinte forma:

- O carregamento aplicado na iteração corrente r são as forças residuais calculadas ao final da iteração anterior $r-1$. Esse carregamento produz um incremento nos componentes de deslocamentos (Δp^r), a partir do qual calcula-se o incremento de deformação corrente ($\Delta \varepsilon^r$).
- Armazena-se a deformação total (ε^r) para cada elemento, conforme Eq. (4.37).
- O passo seguinte consiste no teste se na iteração r ocorre o descarregamento elástico verificando-se a condição: $\varepsilon^r \leq \varepsilon^{r-1}$.

Atendendo à condição, atualizam-se os valores da deformação elástica e tensão totais. Conceitualmente, a parcela plástica da deformação permanece nesse caso inalterada. Também é armazenada a máxima deformação total última (ε_{ult}), no instante em que ocorre a primeira descarga.

$$\varepsilon_e^r = \varepsilon_e^{r-1} + \Delta \varepsilon^r \quad (4.45)$$

$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + E \Delta \varepsilon^r \quad (4.46)$$

$$\varepsilon_{ult} = \varepsilon^{r-1} \quad (4.47)$$

Para o caso em que a estrutura resista somente à tração existe mais uma condição a ser cumprida, dada por: $\varepsilon^r < 0$. Atendida esta condição, utiliza-se as Eqs. (4.40) e (4.41), sendo que $\varepsilon_p^{r-1} \neq 0$ nos trechos elastoplásticos.

Não atendendo às condições ($\varepsilon^r \leq \varepsilon^{r-1}$) e ($\varepsilon^r < 0$), o elemento pode estar em carga ou em recarga. Pode haver uma descarga (D) na iteração anterior **r-1**, o que indica um estado de tensão *versus* deformação fora da curva da lei constitutiva em uma linha de recarga (R), que deve ser feita elasticamente até que se atinja a deformação ε_{ult} , e a partir daí considera-se seu retorno à curva tensão *versus* deformação, conforme indicado na Fig. 4.4.

Dessa forma, a questão é se o elemento vem de um descarregamento na iteração **r-1**. Caso essa condição seja atendida, o elemento está em recarga elástica. Então, atualizam-se os valores da deformação elástica e tensão totais, conforme as Eq. (4.45) e (4.46) até que se atinja a deformação ε_{ult} .

No caso em que o elemento não venha de um descarregamento na iteração **r-1**, ele está em carga. Neste momento é verificado se na iteração **r** ocorre a passagem para o próximo trecho, sendo que a condição a ser avaliada é $\varepsilon^r \leq \varepsilon_{i+1}$. Sendo atendida esta condição, o elemento encontra-se na iteração **r** ainda no trecho elastoplástico *i*, podendo dizer que:

$$\varepsilon_e^r = \varepsilon_e^{r-1} + \frac{E_{ti}}{E} \Delta \varepsilon^r \quad (4.48)$$

$$\varepsilon_p^r = \varepsilon_p^{r-1} + \frac{E}{E+H_i} \Delta \varepsilon^r \quad (4.49)$$

$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + E_{ti} \Delta \varepsilon^r \quad (4.50)$$

Não sendo atendida a condição $\varepsilon^r \leq \varepsilon_{i+1}$, o elemento se encontrará com uma parcela da deformação sob o regime elastoplástico *i+1*. Evidentemente, isto tem que ser levado em conta na obtenção da tensão total para a manutenção do equilíbrio, dado pelas expressões:

$$\varepsilon_e^r = \varepsilon_e^{r-1} + \frac{E_{ti}}{E} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon^{r-1}) + \frac{E_{t(i+1)}}{E} (\varepsilon^r - \varepsilon_{i+1}) \quad (4.51)$$

$$\varepsilon_p^r = \varepsilon_p^{r-1} + \frac{E}{E+H_i} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon^{r-1}) + \frac{E}{E+H_{i+1}} (\varepsilon^r - \varepsilon_{i+1}) \quad (4.52)$$

$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + E_{ti} (\varepsilon_i - \varepsilon^{r-1}) + E_{ti+1} (\varepsilon^r - \varepsilon_{i+1}) \quad (4.53)$$

A Fig. 4.4 ilustra o diagrama tensão *versus* deformação para o descarregamento (D) ou recarregamento (R) elástico a partir do trecho **III**, sendo ε_{res} é a deformação plástica residual.

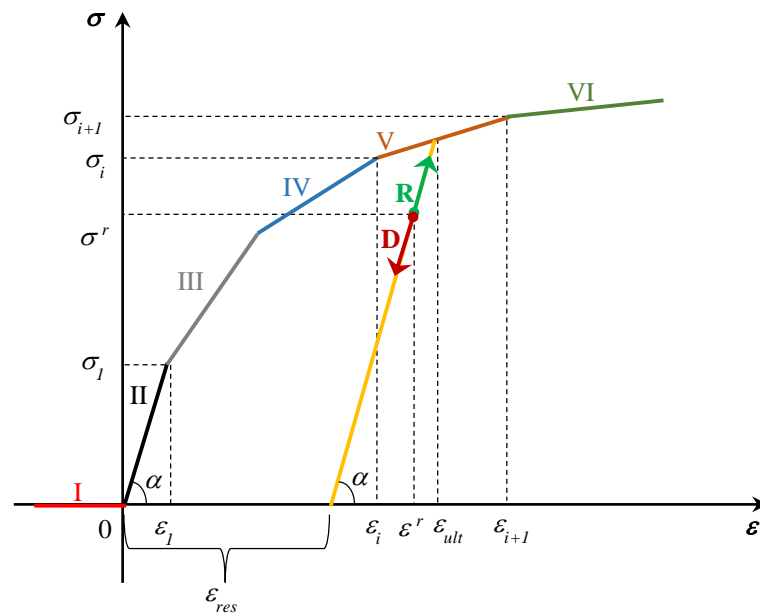


Figura 4.4 – Descarga ou recarga elástica a partir do trecho III

4.6 Modelo das Fatias

Neste trabalho foi utilizado o modelo das fatias para definir a seção transversal dos elementos. Essa técnica consiste em dividir a seção transversal em um número de fatias para a determinação do coeficiente da matriz de rigidez, que é função da propriedade do material EA , e das forças normais (N). As seções transversais implementadas no programa desenvolvido são do tipo retangular, circular, cantoneira, cruz, perfis “T”, “C”, “I”. A Fig. 4.5 ilustra exemplos típicos de seções transversais, dos tipos “I” e cantoneira, divididas em fatias.

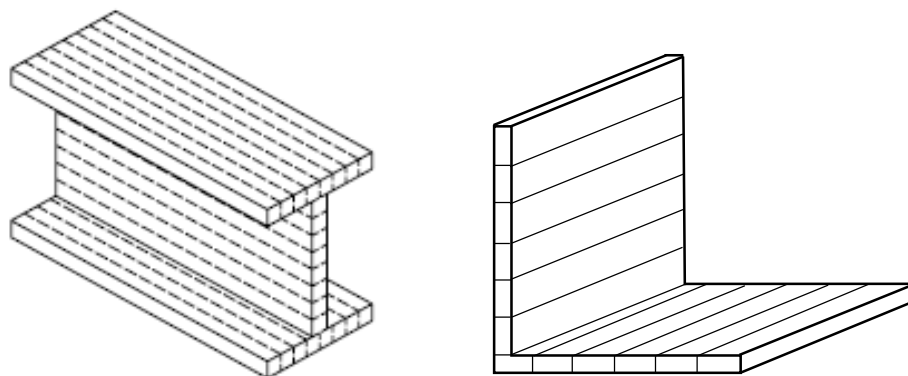


Figura 4.5 – Seções transversais em perfil “I” e cantoneira divididas em fatias

Na implementação desse método considerou-se que o estado de tensão em seu centro é representativo de toda a fatia. A determinação do coeficiente de rigidez EA é obtida pelo somatório das contribuições de cada fatia, dado por:

$$EA = \sum_i E_i b_i t_i \quad (4.54)$$

onde b_i , t_i , são, respectivamente, a largura e a espessura da fatia i ; E_i é o módulo de elasticidade longitudinal.

Tomando-se cada fatia como uma fibra da seção transversal, pode-se analisar o problema elastoplástico. Se a tensão no centro da fatia ultrapassar a resistência ao escoamento, toda ela passa a ser considerada elastoplástica e o módulo de elasticidade longitudinal (E) passa a ser o módulo tangente (E_t), dado pela Eq. (4.29).

4.7 Fluxograma do Programa e Descrição das Sub-rotinas

O programa computacional foi desenvolvido através de uma adaptação do programa chamado PPLANLEP (Pórtico Planos de aço, considerando a Análise Não Linear Elasto-Plástica) criado por Lavall (1996). A partir do ano de 1998 o PPLANLEP foi sofrendo adaptações através de diversos trabalhos de mestrado e doutorado, sendo essas pesquisas desenvolvidas por Ferreira (1999), Almeida (2006), Araújo (2010) e Silva (2010). Esse programa realiza análises de estruturas de barras como pórticos e treliças no plano considerando os comportamentos não lineares, geométrico e do material.

Em janeiro de 2012, iniciou-se o desenvolvimento do programa utilizado nesse trabalho em um ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) denominado *Microsoft Visual Studio 2008*, utilizando-se a linguagem *FORTRAN 90* através de uma programação procedural. Nessa época foi introduzido o elemento de treliça espacial considerando-se o efeito da variação uniforme de temperatura. Terminados os testes utilizando exemplos de treliças da literatura técnica, iniciou-se a implementação dos elementos de cabos espaciais, incluindo nesse estudo, os efeitos da protensão e da temperatura. Realizados alguns exemplos de estruturas de cabos da literatura, implementou-se os algoritmos que iriam interpretar a união das estruturas espaciais de treliças e de cabos para formar a torre estaiada. Após a elaboração de testes em estruturas de torres estaiadas de menor porte, foram realizados exemplos aplicados em casos reais de torres metálica estaiadas para linhas de transmissão. Finalmente, em junho de 2014 o programa foi batizado como *Advanced STRuctural Analysis System (ASTRAS)*, que permite realizar análises estruturais estáticas, considerando as não linearidades, geométrica e material, de estruturas como pórticos planos, treliças planas e tridimensionais, cabos planos e tridimensionais e estruturas conjugadas como torre estaiadas.

O programa *ASTRAS* divide-se em duas partes: o programa principal, que estabelece a sequência das sub-rotinas e controla os processos incremental e iterativo a serem executados e as sub-rotinas que executam os procedimentos para que seja feita a análise não linear, geométrica e material, das estruturas.

A Fig. 4.6 apresenta o fluxograma indicando a sequência dos procedimentos.

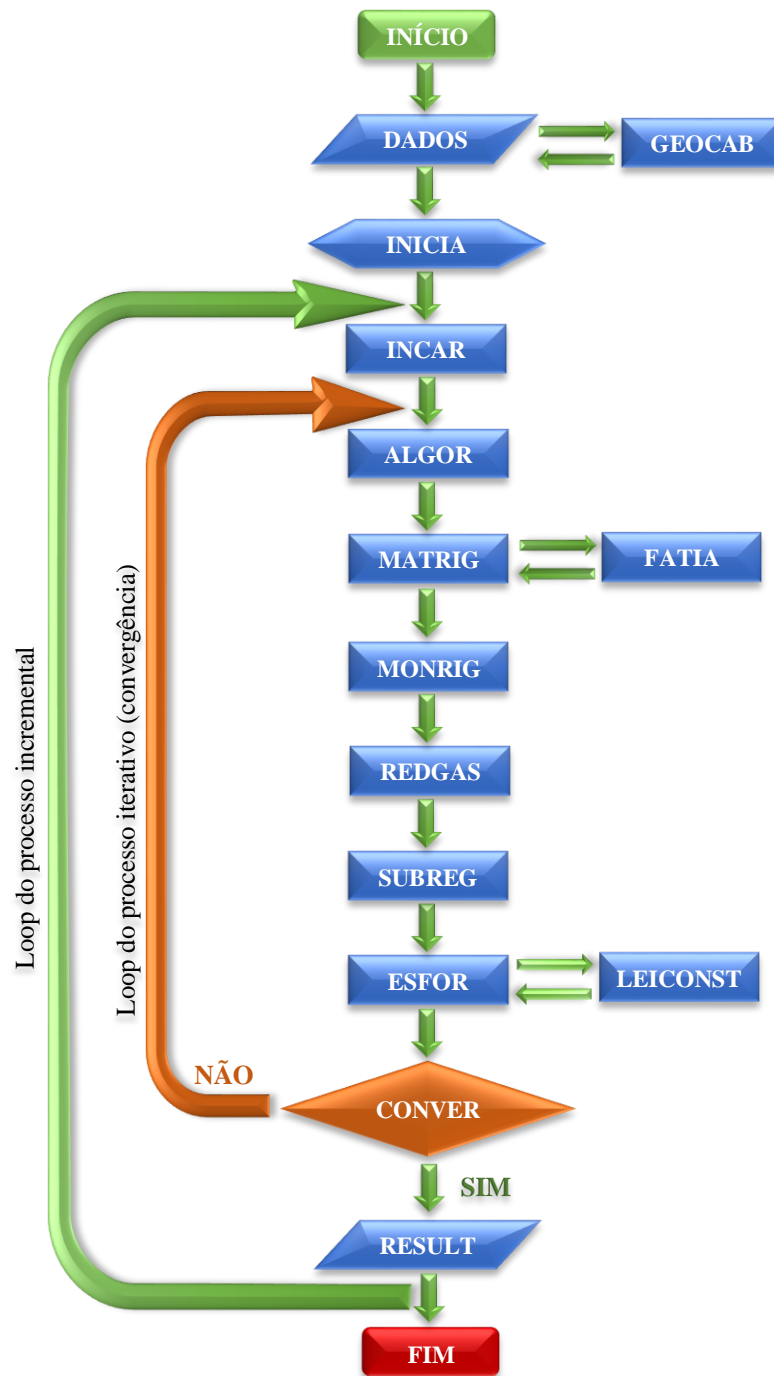


Figura 4.6 – Fluxograma geral para análise não linear incremental e iterativa

Será apresentado a seguir uma breve descrição sobre as funções de cada sub-rotina no processo utilizando a formulação para a análise avançada de sistemas estruturais formados por estruturas de cabos e de treliças espaciais visando à aplicação em torres metálicas estaiadas.

DADOS

A partir da entrada de dados na tela do computador e leitura de um arquivo texto, os parâmetros característicos do problema são coletados e atribuídos às variáveis. Além de informações básicas, tais como o modelo da estrutura a ser analisada, o número total de elementos e nós, o tipo e características da seção transversal, as coordenadas dos nós (X , Y e Z), a incidência dos elementos, as vinculações e carregamentos nodais, os fatores limitantes referentes às iterações e à convergência da solução, são também informados o coeficiente de dilatação térmica, a variação da temperatura, o número de divisões da seção transversal em fatias, as tensões residuais em cada fatia e os parâmetros da lei constitutiva adotada. Para a situação em que se tem a estrutura de cabo, considera-se também a entrada de dados pela tela do computador, onde são informados o peso próprio do elemento, a tangente à curva do cabo ou a flecha ou a distância do vértice da curva. As cargas devido ao peso próprio e ao carregamento distribuído ao longo do vão do cabo são aplicadas automaticamente nos nós da estrutura. Nesta sub-rotina é feita a concatenação do elemento de cabo exato com o elemento de treliça.

GEOCAB

Determina a configuração inicial de equilíbrio do cabo, podendo ser uma configuração parabólica ou de catenária. Para o cabo catenária é utilizado o método de Newton Raphson para determinação de força horizontal (H_0) que é um dado importante para a determinação da configuração inicial. Nesta etapa é gerado automaticamente o número de elementos determinados e conseqüentemente seus nós com suas respectivas identificações. Aqui o cabo é colocado em sua posição original na estrutura.

INICIA

São inicializadas e zeradas as variáveis envolvidas no programa.

INCAR	Controla o processo incremental do carregamento e atualiza o vetor de carga correspondente a cada passo do processo, inclusive o vetor de cargas devido a temperatura.
ALGOR	Controla o tipo de algoritmo a ser empregado para a solução do problema, que neste trabalho é o método de Newton- Raphson puro.
MATRIG	Determina a matriz de rigidez tangente dos elementos envolvidos, por exemplo, de cabo e de treliça espacial, em regime elástico ou elastoplástico, atualizadas em cada iteração do processo.
FATIA	Auxilia a sub-rotina MATRIG avaliar o nível de plastificação da seção transversal, através da contribuição de cada fatia no cálculo de propriedades geométricas e nos coeficientes de rigidezes. Considera-se que a fatia da seção transversal plastifica quando a tensão no centro de dessa fatia alcança o valor de escoamento (σ_y).
MONRIG	Realiza a montagem do vetor de cargas e da matriz de rigidez global da estrutura, considerando a contribuição das matrizes de rigidez de cada elemento da estrutura analisada.
REDGAS	Executa os procedimentos necessários ao desenvolvimento da fase de eliminação progressiva do Método de Redução de Gauss para solução do sistema de equações não lineares a cada iteração do processo. Verifica se a matriz de rigidez tangente é positiva definida, através da avaliação do elemento PIVOT, visando a determinação do colapso da estrutura.
SUBREG	É feita a substituição regressiva do sistema de equações triangular superior originado pela sub-rotina REDGAS. São calculados os deslocamentos nodais e as reações de apoio, além de atualizar as coordenadas nodais, dos comprimentos e dos cossenos diretores dos elementos da estrutura.
ESFOR	Seguindo a formulação numérica estudada, são calculados os deslocamentos correspondentes aos graus de liberdade nos sistemas cartesiano e corrotacional, definindo-se as rotações de corpo rígido e seus valores acumulativos. Através da lei constitutiva, são calculados os

esforços nodais equivalentes e os esforços residuais que serão reaplicados à estrutura até que a mesma esteja em equilíbrio.

**LEICONST**

Auxilia a sub-rotina ESFOR percorrendo a lei constitutiva de cada material. É apresentada aqui a lei constitutiva multilinear para materiais que trabalham à tração e à compressão e materiais que somente são regidos pela tração. O programa reconhece automaticamente as particularidades de cada material estudado para que possa percorrer a lei constitutiva corretamente. Levando-se em conta a lei constitutiva determina-se o vetor das forças nodais equivalentes internas e calculam-se as deformações.

**CONVER**

Efetua a verificação da convergência da solução do problema através do critério dos deslocamentos ou das forças residuais nodais ou ambas, simultaneamente, conforme descrito na seção 4.2.

**RESULT**

Fornece a saída dos resultados da análise da estrutura estudada, tais como as coordenadas nodais, os comprimentos dos elementos e os cossenos diretores atualizados, os deslocamentos nodais e as reações de apoio segundo o sistema global de referência, os esforços solicitantes nas extremidades de cada elemento da estrutura e as deformações elásticas, plásticas, totais e as tensões em cada fatia nas extremidades de cada elemento.

5

APLICAÇÃO NUMÉRICA EM EXEMPLOS DE ESTRUTURAS DE TRELIÇAS E CABOS

5.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo serão apresentados exemplos numéricos onde se pretende demonstrar a potencialidade e a eficiência da formulação desenvolvida, além da precisão dos resultados obtidos pelo programa *ASTRAS*, quando comparados com resultados teóricos da literatura e de outros programas existentes. Inicialmente serão analisados exemplos aplicados em estruturas treliçadas e, em seguida, em estruturas de cabos.

5.2 Estruturas Treliçadas

As estruturas treliçadas, planas e espaciais, têm grande aplicação na engenharia estrutural, sendo que os métodos de análises lineares desses tipos de estruturas já estão bastante consolidados. Tradicionalmente, o cálculo da maioria das treliças espaciais é realizado com uma análise elástica linear adotando-se o modelo de treliça ideal, ou seja, considerando nós como articulações perfeitas e carregamentos externos aplicados nesses nós. A relação resistência/peso eficiente, frequentemente, faz das estruturas treliçadas as mais econômicas em termos de consumo de material e custo global.

Os sistemas em treliças espaciais de dimensões e complexidade cada vez maiores têm sido usados numa grande variedade de aplicações práticas da engenharia, tais como torres de linhas de transmissão, pontes estaiadas ou pênseis treliçadas e outras, têm demandado o uso intensivo de computadores e métodos apurados de análise matricial. Um método que considere as não linearidades, geométrica e do material, reflete melhor as condições reais da estrutura.

Serão analisados nesta seção exemplos aplicados em estruturas treliçadas planas e espaciais, considerando-se ambas as não linearidades, geométrica e material, com objetivo de validar a formulação numérica apresentada, bem como verificar a eficiência do programa desenvolvido.

Deve-se enfatizar os aspectos teóricos e acadêmicos dos exemplos, uma vez que, seus autores não consideraram os efeitos da flambagem dos elementos.

5.2.1 Treliça Plana em Grandes Deslocamentos

Através dos resultados obtidos por McCallen e Romstad (1990), que utilizaram o programa de elementos finitos *Nike3D*, é feito o estudo do comportamento não linear geométrico e material de uma treliça plana em balanço na qual atua em sua extremidade livre uma força vertical P , conforme ilustra a Fig. 5.1. Essa figura indica também a numeração dos nós, o comprimento das barras que compõem os banzos inferior e superior, $b = 50,8$ cm, o comprimento total, L , e a altura da treliça, $h = b$. Todas as barras possuem seção transversal com áreas de $6,45$ cm². Este exemplo, originalmente, foi definido com unidades inglesas, mas foram todas transformadas para o sistema internacional de medidas.

O objetivo específico deste exemplo é mostrar a aplicação da formulação numérica desenvolvida para problemas não lineares geométricos que envolvem grandes deslocamentos.

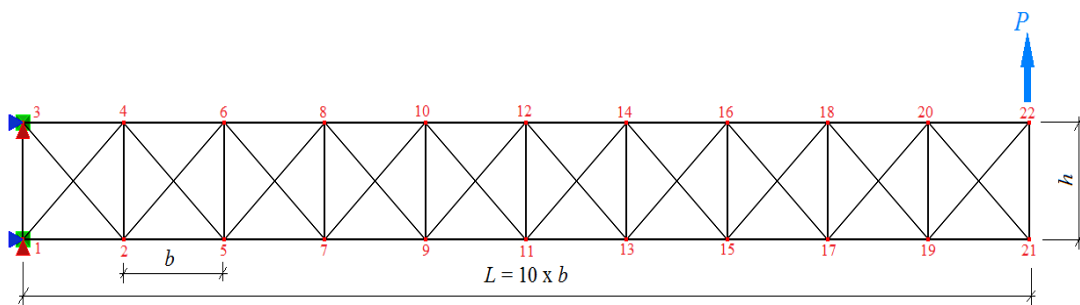


Figura 5.1 – Treliça plana em balanço

A lei constitutiva que rege este exemplo é bilinear com comportamento elastoplástico conforme diagrama tensão (σ) versus deformação (ε) da Fig. 5.2, onde σ_y é a resistência ao escoamento ($\sigma_y = 206,9$ MPa) e ε_y é a deformação correspondente ao início do escoamento ($\varepsilon_y = 0,00103$) do material. O módulo de elasticidade longitudinal (trecho I – elástico) e o módulo tangente (trecho II – elastoplástico) são dados por $E = 199.955$ MPa e $E_t = 19.995,5$ MPa, respectivamente, que são tangentes dos ângulos α e α_t dos trechos I e II, conforme a Fig. 5.2.

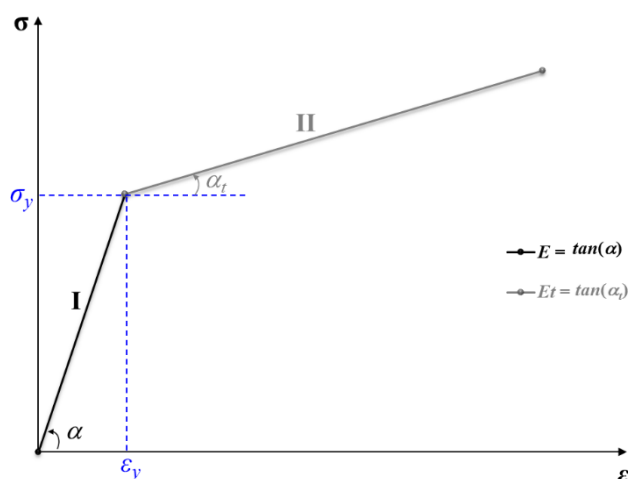


Figura 5.2 – Lei constitutiva bilinear

Aplicando-se incrementos de cargas, P_i , até o carregamento máximo $P = 355,84$ kN, onde i é o número de incrementos, Σf_c é o fator de carga acumulado, e analisando-se o deslocamento vertical do nó 21 (δ_{21}), na extremidade livre da treliça fornecido no trabalho, foram obtidos os resultados pelo programa *ASTRAS* e comparados com os resultados do programa *Nike3D* utilizado por McCallen e Romstad (1990) que são apresentados na Tab. (5.1).

Tabela 5.1 – Deslocamentos verticais do nó 21

i	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	<i>Nike3D</i> ^[a] δ_{21} (cm)	<i>ASTRAS</i> ^[b] δ_{21} (cm)	Erro relativo ([a]-[b])/[a] (%)
1	0,00	0,000	0,000	0,000	0,00
2	3,75	13,344	-	3,566	-
3	6,25	22,240	-	16,688	-
4	12,50	44,480	-	68,222	-
5	25,00	88,960	163,246	161,043	1,35
6	50,00	177,920	282,702	276,860	2,07
7	75,00	266,880	343,662	339,275	1,28
8	100,00	355,840	378,968	376,590	0,63

O gráfico da Fig. 5.3, ilustra a curva carga *versus* deslocamentos verticais no nó 21 (δ_{21}) referente a análise considerando a lei constitutiva bilinear da Fig. 4.9.

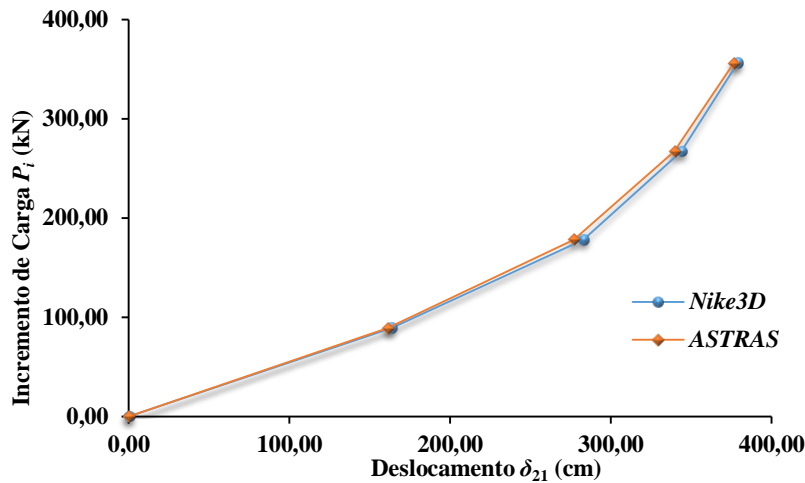


Figura 5.3 – Curva carga *versus* deslocamentos vertical do nó 21

Pode-se observar na Tab. (5.1) que McCallen e Romstad (1990) não apresentaram os resultados dos deslocamentos verticais δ_{21} para o segundo, o terceiro e quarto incrementos. Analisando-se os resultados da Tab. (5.1) e o gráfico da Fig. 5.3, observa-se que os deslocamentos verticais do nó 21 obtidos pelo ASTRAS apresentam uma excelente correlação quando comparados com os resultados obtidos pelos autores, com um erro relativo máximo de 2,07 %, comprovando a eficiência e a precisão da formulação utilizada.

Com intuito de visualizar, de forma comparativa, as deformadas da estrutura, as Figs. 5.4 e 5.5 apresentam as configurações da treliça na posição inicial ($P_1 = 0,0$ kN), e quando se alcançam as cargas $P_4 = 44,48$ kN, $P_6 = 177,92$ kN e $P_8 = 355,84$ kN, utilizando os resultados dos programas Nike3D e ASTRAS, respectivamente. Para geração gráfica da Fig. 5.5, foi utilizado o pós-processador do programa INSANE (INteractive Structural ANALysis Environment) do Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais.

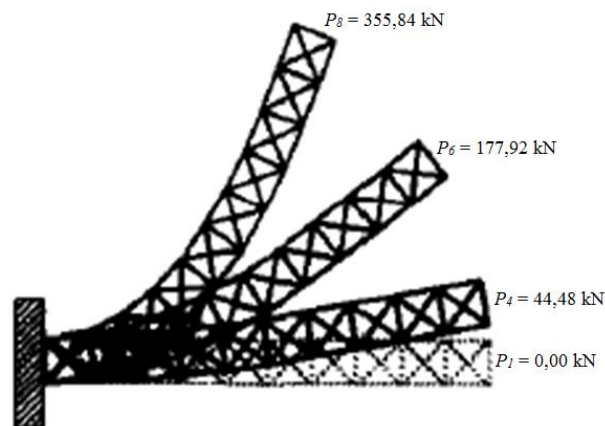


Figura 5.4 – Deformada da treliça em balanço – Nike 3D

Fonte: Adaptado de McCallen e Romstad (1990)

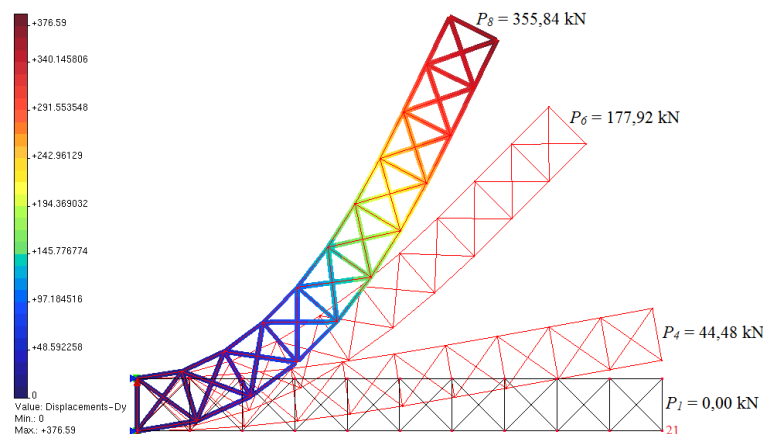


Figura 5.5 – Deformada da treliça em balanço – ASTRAS

Dessa forma, a Fig. 5.5 ilustra a potencialidade da formulação no estudo da não linearidade geométrica e material em estruturas submetidas a grandes deslocamentos. O programa *ASTRAS* exigiu, no processo computacional para solução do problema, um tempo total de 13 segundos, utilizando um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU (Central Processing Unit) 1,80 GHz (Giga-hertz), memória RAM (Random Access Memory) 8GB (Gigabyte) e armazenamento de dados SSD (Solid-State Drive) de 256 GB (Gigabyte).

5.2.2 Estudo do Comportamento NLG e NLM de uma Treliça Plana

O exemplo a ser apresentado tem como objetivo avaliar os efeitos das não linearidades, geométrica e material, analisando-se a treliça plana hiperestática composta por três barras ilustrada na Fig. 5.6, comparando-se os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* com os resultados de Ryu *et al.* (1985) e dos programas *ATENAS*, *ADINA* e *ANSYS*, apresentados por Muñoz-Rojas *et al.* (2001).

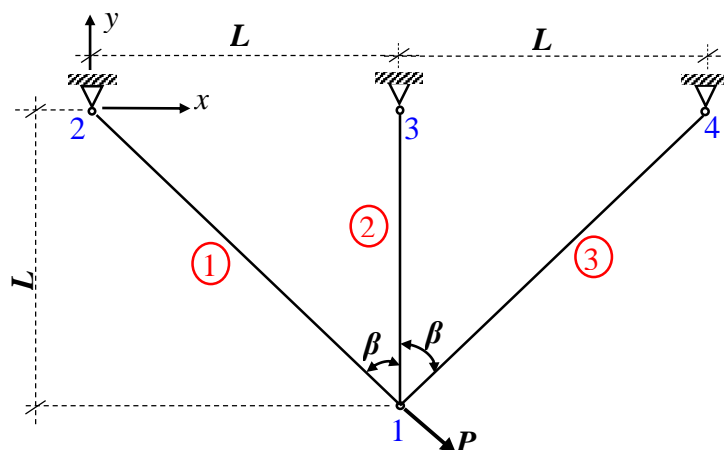


Figura 5.6 – Treliça plana hiperestática de três barras

A estrutura indicada na Fig. 5.6 é composta por três elementos de treliça, com áreas, $A_1 = 0,645 \text{ cm}^2$ e $A_2 = A_3 = 1,290 \text{ cm}^2$, respectivamente. São dados o comprimento $L = 25,4 \text{ cm}$, o ângulo $\beta = 45^\circ$ e a força $P = 1.779,29 \text{ kN}$ aplicada no nó 1, com a inclinação α . O material utilizado apresenta o módulo de elasticidade longitudinal $E = 68.947,6 \text{ MPa}$ que é a tangente do ângulo de inclinação, α , ilustrado na Fig. 5.7. Este exemplo, originalmente, foi analisado com unidades inglesas, que foram transformadas para o sistema internacional de medida.

Inicialmente, o problema será analisado considerando-se o comportamento elástico do material e admitindo-se a linearidade geométrica (teoria de 1ª ordem) e a não linearidade geométrica (teoria de 2ª ordem), em seguida, será considerado o comportamento elastoplástico do material, admitindo-se a não linearidade geométrica.

5.2.2.1 Análise elástica em teoria de 1ª e 2ª ordem

A lei constitutiva 1 considera o comportamento puramente elástico, conforme diagrama tensão (σ) versus deformação (ε) da Fig. 5.7, onde $\sigma_y = 68.947,6 \times 10^4 \text{ MPa}$, $\varepsilon_y = 1,0 \times 10^4$.

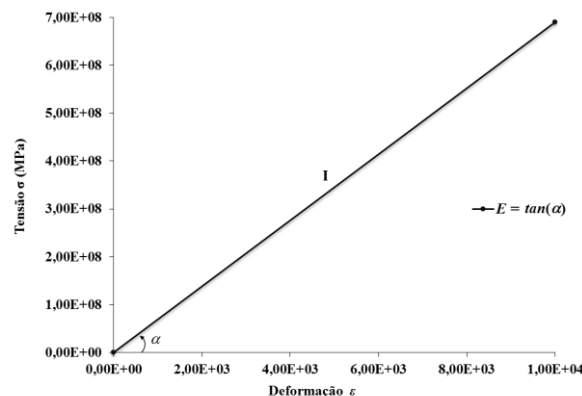


Figura 5.7 – Comportamento elástico– lei constitutiva 1

Um total de vinte e cinco incrementos de cargas, P_i , foram aplicados até o carregamento máximo $P = 1.779,29 \text{ kN}$. Para efeito de comparação serão apresentadas somente as cargas P_0 , P_6 , P_{12} , P_{18} e P_{25} , de acordo com Ryu *et al.* (1985) e Muñoz-Rojas *et al.* (2001). Os resultados dos deslocamentos horizontal (δ_{1x}) e vertical (δ_{1y}) para o nó 1 são apresentados na Tab. (5.2), para Ryu *et al.* (1985), para os programas *ADINA*, *ANSYS*, *ATENAS* e *ASTRAS*, considerando-se a análise elástica em 1ª ordem. Os deslocamentos verticais δ_{1y} foram apresentados em módulo para comparação, conforme os autores dos trabalhos citados.

As Figs. 5.8 e 5.9 ilustram os gráficos carga (P_i) versus deslocamentos horizontais (δ_{1x}) e deslocamentos verticais (δ_{1y}), respectivamente, referentes ao nó 1 da estrutura considerando a

análise elástica em 1ª ordem. Observando-se a Tab. (5.2) e as Figs. 5.8 e 5.9, verifica-se a excelente correlação entre os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* e pelos demais programas.

Tabela 5.2 – Resultados numéricos da análise elástica em 1ª ordem

<i>I</i>	ΣP_i (kN)	Ryu <i>et al.</i> (1985)		ADINA		ANSYS		ATENAS		ASTRAS	
		δ_{Ix}	δ_{Iy}	δ_{Ix}	δ_{Iy}	δ_{Ix}	δ_{Iy}	δ_{Ix}	δ_{Iy}	δ_{Ix}	δ_{Iy}
		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
0	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	427,03	1,8860	0,7812	1,8860	0,7812	1,8860	0,7812	1,8860	0,7812	1,8860	0,7812
12	854,06	3,7720	1,5624	3,7720	1,5624	3,7719	1,5624	3,7720	1,5624	3,7719	1,5624
18	1.281,09	5,6580	2,3436	5,6580	2,3436	5,6579	2,3436	5,6580	2,3436	5,6579	2,3436
25	1.779,29	7,8584	3,2550	7,8584	3,2550	7,8583	3,2550	7,8583	3,2550	7,8583	3,2550

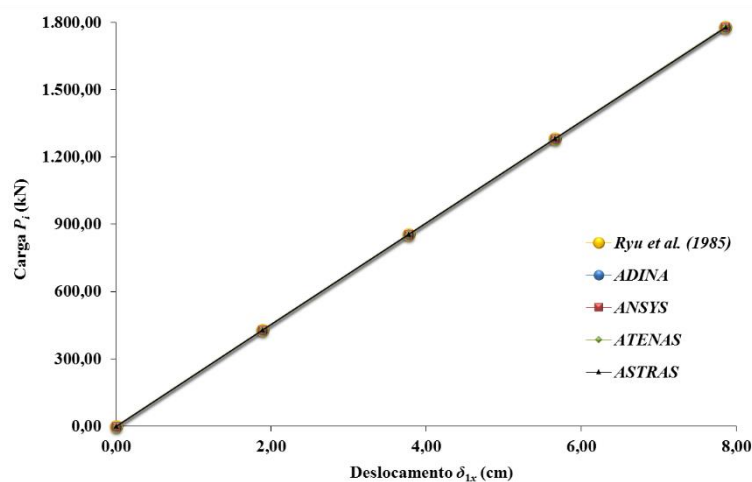


Figura 5.8 – Curva P_i versus δ_{Ix} – análise elástica em 1ª ordem

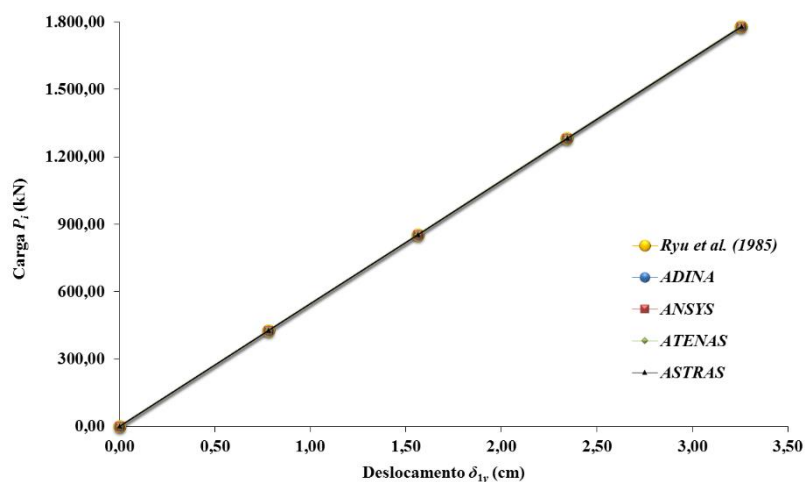


Figura 5.9 – Curva P_i versus δ_{Iy} – análise elástica em 1ª ordem

Introduzindo-se a não linearidade geométrica serão apresentados na Tab. (5.3) os valores dos deslocamentos δ_{1x} e δ_{1y} , obtidos utilizando os mesmos programas. As Figs. 5.10 e 5.11 ilustram os gráficos carga *versus* deslocamentos δ_{1x} e δ_{1y} , considerando a análise elástica em 2ª ordem de Ryu *et al.* (1985) e através dos programas *ADINA*, *ANSYS*, *ATENAS* e *ASTRAS* em comparação à análise elástica em 1ª ordem.

Considerando a análise elástica em 2ª ordem, observa-se nas Figs. 5.10 e 5.11 que os deslocamentos δ_{1x} e δ_{1y} são menores na análise em teoria de 1ª ordem, indicando que a consideração da não linearidade geométrica torna a estrutura mais rígida neste exemplo, uma vez que, as barras 1 e 2 estão tracionadas contribuindo para o aumento da rigidez geométrica. Observando-se a Tab. (5.3) e as Figs. 5.10 e 5.11, verifica-se a excelente correlação entre os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS*, por Ryu *et al.* (1985) e pelos demais programas.

Tabela 5.3 – Resultados numéricos da análise elástica em 2ª ordem

<i>i</i>	ΣP_i (kN)	Ryu <i>et al.</i> (1985)		ADINA		ANSYS		ATENAS		ASTRAS	
		δ_{1x}	δ_{1y}	δ_{1x}	δ_{1y}	δ_{1x}	δ_{1y}	δ_{1x}	δ_{1y}	δ_{1x}	δ_{1y}
		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
0	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	427,03	1,8247	0,7353	1,8247	0,7353	1,8247	0,7353	1,8246	0,7353	1,8247	0,7353
12	854,06	3,5382	1,3946	3,5382	1,3946	3,5382	1,3946	3,5382	1,3946	3,5382	1,3946
18	1.281,09	5,1570	1,9961	5,1570	1,9961	5,1570	1,9961	5,1569	1,9961	5,1570	1,9961
25	1.779,29	6,9441	2,6413	6,9441	2,6413	6,9441	2,6411	6,9441	2,6413	6,9441	2,6413

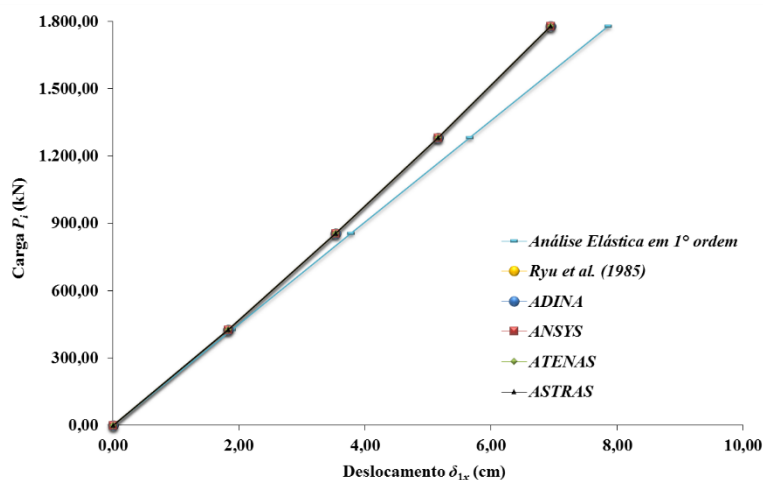


Figura 5.10 – Curva P_i *versus* δ_{1x} – análise elástica em 2ª ordem

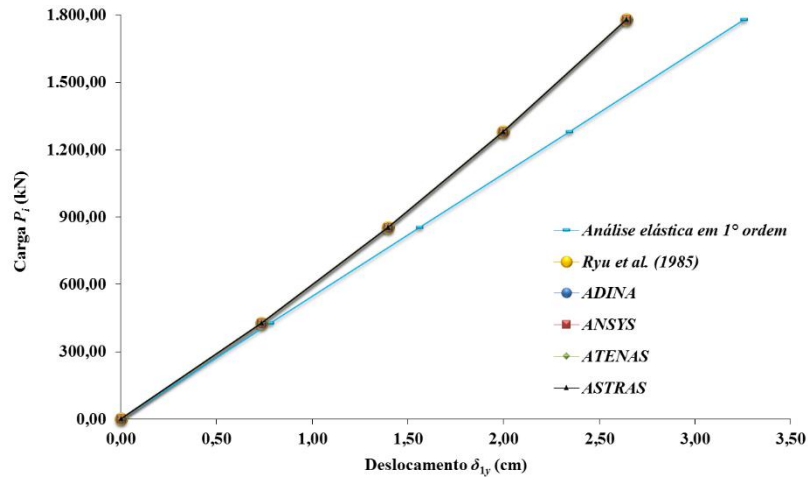


Figura 5.11 – Curva P_i versus δ_{1y} – análise elástica em 2ª ordem

5.2.2.2 Análise elastoplástica em teoria de 2ª ordem

A lei constitutiva 2 apresenta o comportamento elastoplástico conforme diagrama tensão (σ) versus deformação (ε) da Fig. 5.12, onde σ_y é a resistência ao escoamento. Os valores limites das tensões e deformações que definem cada trecho do comportamento do material e os seus respectivos módulos tangentes (E_t) e plástico (H) estão apresentados na Tab. (5.4).

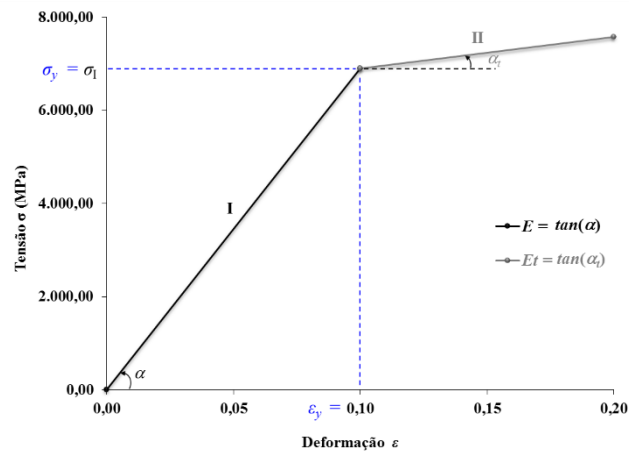


Figura 5.12 – Comportamento elastoplástico – lei constitutiva 2

Tabela 5.4 – Lei constitutiva 2 - propriedades físicas do material

Trecho	Comportamento	σ (MPa)	ε	E_t (MPa)	H (MPa)
I	Elástico	6.894,8	0,10	68.947,6	0,0
II	Elastoplástico	7.577,3	0,20	6.825,8	7.575,4

Utilizando a lei constitutiva 2 e considerando as não linearidades, geométrica e material, são apresentados na Tab. (5.5) os deslocamentos δ_{1x} e δ_{1y} encontrados utilizando os programas ANSYS, ATENAS e ASTRAS. Os gráficos carga *versus* deslocamentos δ_{1x} e δ_{1y} considerando a análise elastoplástica em 2ª ordem são ilustradas nas Figs. 5.13 e 5.14.

Tabela 5.5 – Resultados numéricos da análise elastoplástica em 2ª ordem

i	ΣP_i (kN)	ANSYS		ATENAS		ASTRAS	
		δ_{1x} (cm)	δ_{1y} (cm)	δ_{1x} (cm)	δ_{1y} (cm)	δ_{1x} (cm)	δ_{1y} (cm)
0	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	427,03	1,8247	0,7353	1,8246	0,7353	1,8247	0,7353
12	854,06	3,5382	1,3946	3,5382	1,3946	3,5382	1,3946
18	1.281,09	9,1925	4,5857	9,1925	4,5858	9,1928	4,5860
25	1.779,29	20,9847	9,1351	20,9847	9,1350	20,9851	9,1351

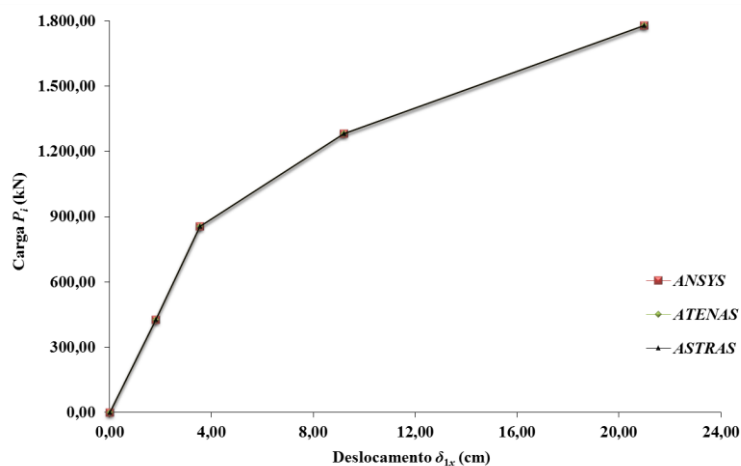


Figura 5.13 – Curva P_i versus δ_{1x} – análise elastoplástica em 2ª ordem

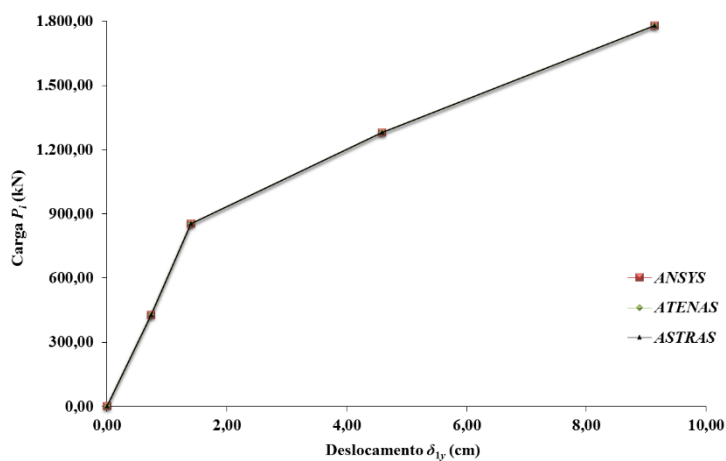


Figura 5.14 – Curva P_i versus δ_{1y} – análise elastoplástica em 2ª ordem

Observando-se a Tab. (5.5) e as Figs. 5.13 e 5.14, constata-se a ótima correlação entre os resultados dos deslocamentos δ_{1x} e δ_{1y} alcançados pelo programa *ASTRAS* e pelos programas *ANSYS* e *ATENAS*.

As Figuras. 5.15 e 5.16 ilustram a curva de carga *versus* deslocamentos δ_{1x} e δ_{1y} , respectivamente, referente às análises elásticas em 1ª ordem (AE1) e 2ª ordem (AE2), e elastoplástica em 2ª ordem (AEP2) utilizando os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS*. A Tabela (5.6) mostra as forças máximas (F_{max}) de tração (+) e compressão (-) nas barras para cada análise.

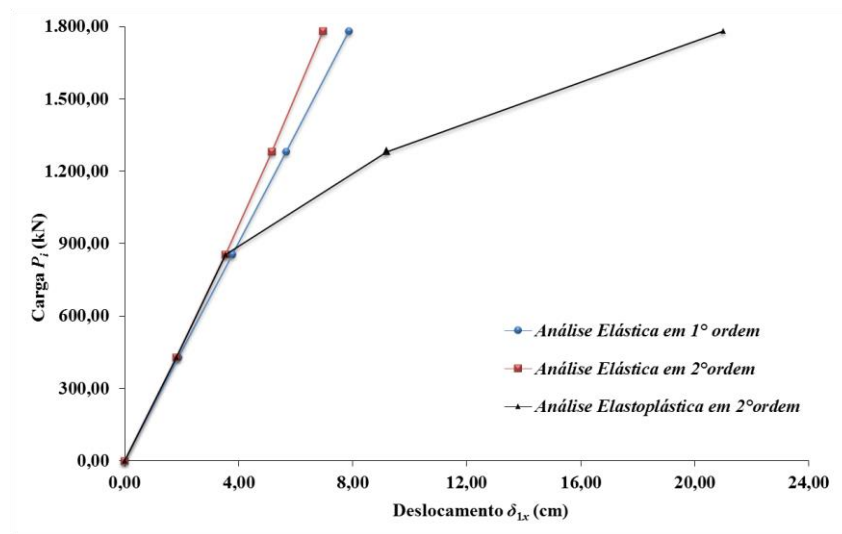


Figura 5.15 – Curva P_i *versus* δ_{1x} - *ASTRAS*

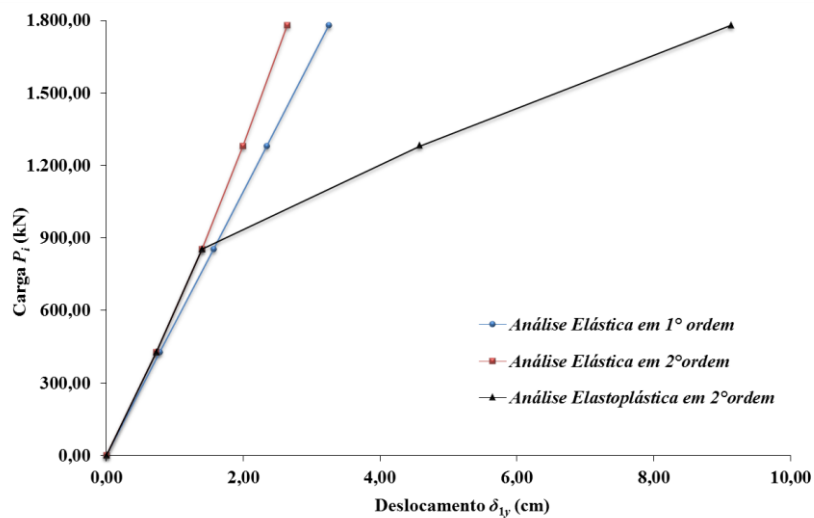


Figura 5.16 – Curva P_i *versus* δ_{1y} - *ASTRAS*

Tabela 5.6 – Forças máximas nas barras para as diversas análises

<i>Barra</i>	<i>F_{max}</i> (kN)		
	AE1	AE2	AEP2
1	+159,45	+191,70	+150,48
2	+229,67	+274,67	+297,21
3	-104,18	-130,91	-61,52

Considerando-se, inicialmente, apenas as análises elásticas em 1ª e 2ª ordem, e analisando-se as Figs. 5.15 e 5.16 e os resultados da Tab. (5.6), observa-se que os deslocamentos verticais e horizontais são menores na análise em teoria de 2ª ordem, indicando que a consideração da não linearidade geométrica (teoria de 2ª ordem) torna a estrutura mais rígida neste exemplo, uma vez que, as barras 1 e 2 estão altamente tracionadas contribuindo para o aumento da rigidez geométrica. Considerando-se a análise elastoplástica em teoria de 2ª ordem, observa-se a mudança da inclinação da curva indicando a diminuição da rigidez do sistema e consequente aumentos dos deslocamentos. Isso ocorre porque as barras 1 e 2 atingem a plastificação.

Dessa forma, as análises realizadas mostraram uma excelente performance do programa desenvolvido no estudo do comportamento da estrutura, considerando-se as não linearidades, geométrica e material, e os valores numéricos alcançados demonstram também a excelente precisão dos resultados, em comparação com os programas comerciais apresentados.

5.2.3 Treliça Espacial com Comportamento NLG e NLM

Utilizando-se os resultados obtidos por Rubert (1993), analisa-se uma treliça espacial considerando-se os comportamentos não lineares, geométrico e material, com objetivo de avaliar os resultados obtidos da formulação desenvolvida através do programa *ASTRAS*.

A Fig. 5.17 ilustra uma treliça espacial, representando uma torre piramidal, com base quadrada de 400 cm e altura de 2.000 cm. A estrutura é composta de 9 nós com suas respectivas coordenadas no espaço (x, y, z), dadas em centímetros e por 22 barras. Os montantes (barras 1 a 8) dessa torre apresentam áreas da seção transversal $A_1 = 35 \text{ cm}^2$ e as demais barras têm área $A_2 = 7,5 \text{ cm}^2$.

A estrutura está sujeita às forças vertical $P = 3.000 \text{ kN}$, aplicada no nó 9, e horizontais na direção x , $H_5 = H_6 = 150 \text{ kN}$ e $H_9 = 37,5 \text{ kN}$, aplicadas nos nós 5, 6 e 9, respectivamente,

conforme ilustra a Fig. 5.17. As barras dessa torre são de aço com módulo de elasticidade $E = 210.000$ MPa, resistência ao escoamento, $\sigma_y = 250$ MPa e parâmetro de encruamento, $H = 21.000$ MPa, representando uma lei constitutiva de comportamento elastoplástico bilinear.

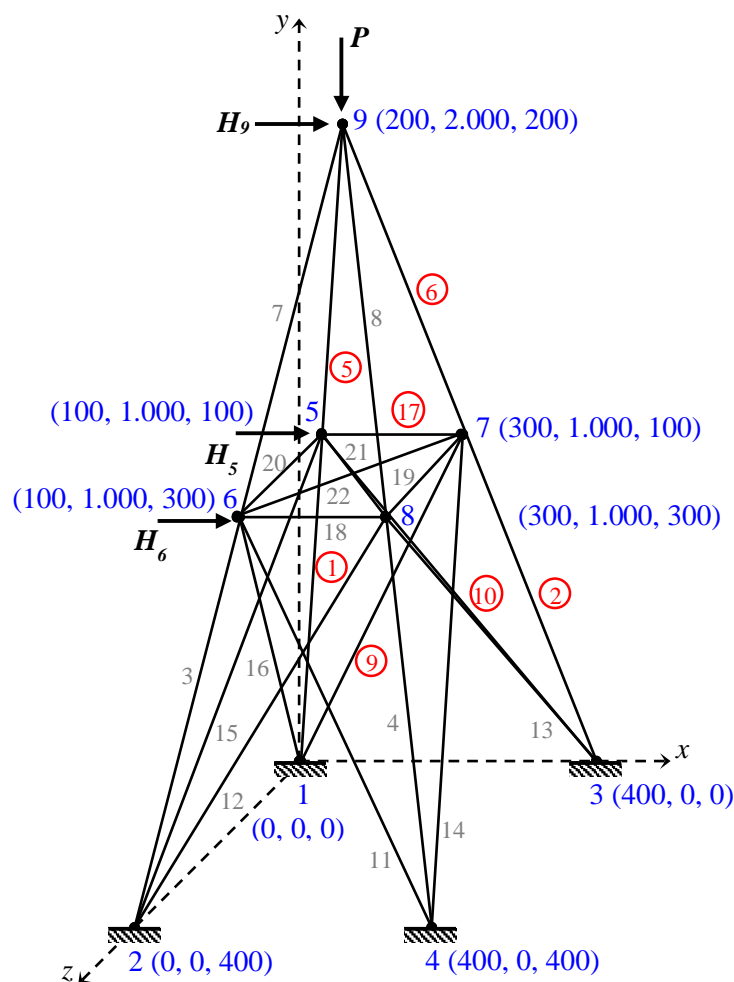


Figura 5.17 – Estrutura espacial treliçada

Na análise da estrutura as forças atuantes foram divididas em seis incrementos iguais (i). A Tab. (5.7) mostra os resultados dos deslocamentos horizontais na direção x referentes ao nó 9 (δ_{9x}), obtidos por Rubert (1993) e os deslocamentos horizontais na direção x , referentes aos nós 5 (δ_{5x}) e 9 (δ_{9x}), obtidos pelo programa *ASTRAS*. A Tab. (5.7) apresenta também o percentual acumulado dos incrementos de carga (Σf_c), a força vertical acumulada (ΣP_i) e o número de iterações para a convergência da solução dos programas utilizados.

Observa-se na Tab. (5.7) a excelente correlação entre os deslocamentos horizontais δ_{9x} para os incrementos de 1 a 5. Quando se atingiu 100% do carregamento, ocorreu uma maior discrepância nos valores dos deslocamentos horizontais dos nós analisados, provavelmente

devido aos diferentes tipos de algoritmos numéricos utilizados na solução de sistema não linear material entre as duas formulações. O tempo de processamento computacional realizado pelo programa *ASTRAS* foi de dois segundos utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU 1,80 GHz, memória RAM 8GB e 256 GB de SSD.

Tabela 5.7 – Deslocamentos horizontais da torre espacial - δ_{5x} e δ_{9x}

<i>i</i>	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	<i>Rubert (1993)</i>		<i>ASTRAS</i>		
			δ_{9x} (cm)	Iterações	δ_{5x} (cm)	δ_{9x} (cm)	Iterações
1	16,67	500	0,78	1	0,72	0,78	4
2	33,33	1.000	1,56	1	1,45	1,56	4
3	50,00	1.500	2,35	1	2,18	2,35	4
4	66,67	2.000	3,11	3	3,30	3,11	4
5	83,33	2.500	3,76	1	5,07	3,76	4
6	100,00	3.000	2,86	6	21,09	1,72	7

A Tab. (5.8) mostra a variação das tensões normais de compressão (-) e de tração nas barras dos montantes 1, 2, 5 e 6, nas diagonais 9 e 10, e na barra horizontal 17.

Tabela 5.8 – Tensões nas barras da torre para cada incremento de carga

<i>i</i>	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	Tensões Normais (σ) (MPa) nas Barras							Pesquisador / Programa
			1	2	5	6	9	10	17	
1	16,67	500,00	-15	-37	-32	-41	19	-68	-8	Rubert (1993)
			-15	-38	-32	-41	20	-68	-8	<i>ASTRAS</i>
2	33,33	1.000,00	-29	-75	-63	-81	39	137	-15	Rubert (1993)
			-29	-75	-63	-81	40	-137	-15	<i>ASTRAS</i>
3	50,00	1.500,00	-44	-113	-95	-122	60	-207	-23	Rubert (1993)
			-44	-113	-95	-122	60	-207	-23	<i>ASTRAS</i>
4	66,67	2.000,00	-62	-155	-127	-162	106	-256	-31	Rubert (1993)
			-62	-155	-127	-162	106	-255	-38	<i>ASTRAS</i>
5	83,33	2.500,00	-87	-202	-160	-201	190	-271	-64	Rubert (1993)
			-88	-202	-160	-201	195	-270	-65	<i>ASTRAS</i>
6	100,00	3.000,00	-121	-237	216	-217	316	-351	-87	Rubert (1993)
			-128	-230	-231	-202	353	-385	-89	<i>ASTRAS</i>

Assumindo-se que não ocorra a flambagem, pode-se observar na Tab. (5.8) que enquanto a estrutura está em regime elástico, ou seja, até o terceiro incremento onde todas as barras têm $\sigma \leq \sigma_y$, os valores obtidos por Rubert (1993) e pelo programa *ASTRAS* são iguais. A partir do início da plastificação das barras, primeiramente, a barra 10 e depois a 9, ocorrem diferenças nos valores das tensões entre as duas análises.

Finalmente, a resposta do comportamento não linear da estrutura, obtida dos resultados das análises de Rubert (1993) e do programa *ASTRAS*, representada pelas curvas carga *versus* deslocamentos horizontais na direção x dos nós 5 e 9, é ilustrada na Fig. 5.18.

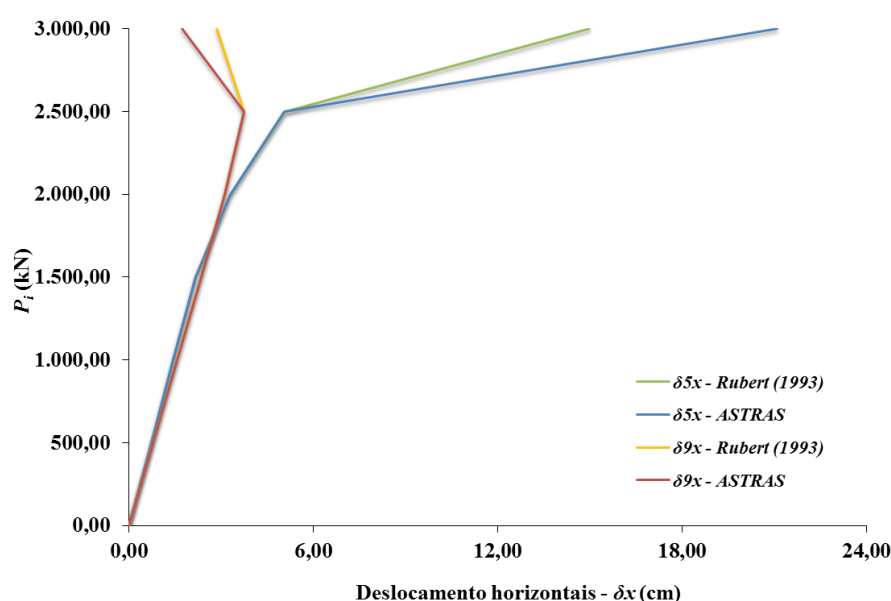


Figura 5.18 – Comportamento não linear da estrutura

Observa-se na Fig. 5.18 uma excelente correlação entre as duas análises até 83,33 % do carregamento aplicado, ou seja, em toda fase elástica e em grande parte da fase elasto-plástica. Apenas no último incremento ocorreu uma maior diferença nos valores dos deslocamentos horizontais (δ_x), tanto no nó 5 quanto no nó 9. Observa-se na Tab. (5.8) que neste último incremento as diagonais 9 e 10 apresentam tensões elevadas, bem acima do limite de escoamento, sugerindo que estão próximas aos seus estados limites últimos, o que provavelmente, levará ao colapso da estrutura. A deformada da torre, apresentada na Fig. 5.19 para os incrementos 0, 2, 4 e 6, ilustra a evolução dos deslocamentos dos nós da estrutura sugerindo o mecanismo do modo de falha.

O arquivo de saída do programa *ASTRAS* contendo os resultados para esse exemplo, considerando os incrementos 3 e 6, é apresentado no Apêndice A na seção A.1.1.

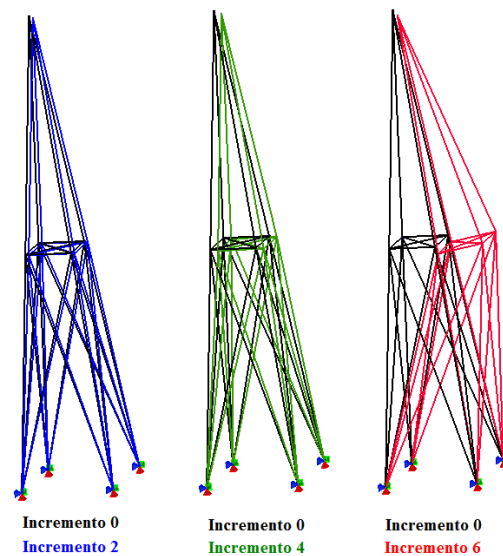


Figura 5.19 – Deformadas da torre treliçada espacial para os incrementos 0, 2, 4 e 6

5.3 Estruturas de Cabo

Serão analisados, nesta seção, exemplos aplicados em estruturas de cabos, no plano e no espaço, considerando ambas as não linearidades, geométrica e material. Os exemplos são de cunho teórico com o objetivo de validar a formulação numérica apresentada, bem como a eficiência do programa desenvolvido. Na série de exemplos sobre estruturas de cabos suspensos a seguir, serão apresentadas subseções abordando a análise elástica não linear geométrica, a análise não linear geométrica e material e a análise elástica não linear geométrica de uma estrutura espacial.

5.3.1 Análise Elástica Não Linear Geométrica

Para os exemplos a seguir, será considerada apenas a não linearidade geométrica, ou seja, o efeito dos grandes deslocamentos considerando o comportamento elástico do material.

5.3.1.1 Cabo suspenso sujeito ao carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão

O cabo suspenso ilustrado na Fig. 5.20, submetido a um carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão, $w(x) = 5,0 \text{ N/m}$, foi analisado analiticamente pelas equações da seção 3.2.2 e pelo programa *ASTRAS*, sendo que os dados foram retirados de Hibbeler (2011).

O objetivo é comparar os resultados do programa com os resultados analíticos, procurando avaliar a precisão e a eficiência da formulação desenvolvida, em função da variação do número

de elementos adotados. O número de iterações necessárias para a convergência do processo e o tempo de processamento foram também observados.

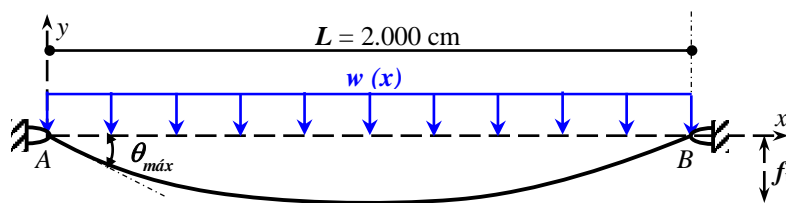


Figura 5.20 – Cabo suspenso sujeito a carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão

Para o exemplo, o cabo parábola é utilizado para a determinação da sua configuração inicial, considerando-se a flecha no vértice da curva $f_v = 600$ cm, a área da seção transversal do cabo, $A = 0,5$ cm² e o módulo de elasticidade $E = 165.000$ MPa.

Após a definição da configuração inicial de equilíbrio, o carregamento distribuído é transformado em forças equivalentes aplicadas nos nós, com incrementos de 10%, levando aos resultados da Tab. (5.9), que mostra os valores obtidos analiticamente e pelo programa *ASTRAS*, para determinadas variáveis em função da quantidade do número de elementos. Essas variáveis são: o comprimento do cabo (S_0), a flecha do vértice do cabo (f_v), a força de tração máxima no cabo ($T_{máx}$), a força horizontal (H_0), o ângulo máximo ($\theta_{máx}$) e o número de iterações máximas ($i_{máx}$) que o programa executou para resolução do problema.

Tabela 5.9 – Resultados analíticos e do programa *ASTRAS*

Variáveis	Analítico	ASTRAS			
		10 elementos	50 elementos	100 elementos	500 elementos
S_0 (cm)	2.408,69	2.405,63	2.408,59	2.408,68	2.408,70
f_v (cm)	600,00	600,01	600,01	600,01	600,01
$T_{máx}$ (N)	65,09	61,33	64,32	64,70	65,01
H_0 (N)	41,67	41,67	41,67	41,67	41,67
$\theta_{máx}$ (graus)	50,19	47,20	49,62	49,91	50,14
$i_{máx}$	-	3	3	3	3

Observando a Tab. (5.9) pode-se verificar a precisão entre os valores dos resultados analíticos e numéricos. Nota-se que os resultados numéricos se aproximam do resultado analítico, à medida que refina-se a malha, isto é, aumentando-se o número de elementos utilizados, embora uma divisão com 50 elementos já mostre uma excelente correlação. O número de iterações manteve-se igual a três, independentemente do número de elementos considerados. O processo de convergência se deu avaliando as forças residuais e deslocamento, sendo que o deslocamento foi o mais rigoroso para a convergência do processo. O tempo total do processamento computacional foi de três segundos em média para o cabo com até 100 elementos e de dez segundos considerando-se 500 elementos, utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

A Figura 5.21 ilustra as configurações finais da estrutura de cabo dividida em 50 elementos contendo 51 nós, na qual foi aplicado o carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão $w(x) = 5,0 \text{ N/m}$, obtidas pelo processo analítico e pelo programa *ASTRAS*. Observa-se nesta figura que as configurações finais da estrutura de cabo após aplicação da carga são praticamente as mesmas obtidas tanto pelo processo analítico quanto pelo programa.

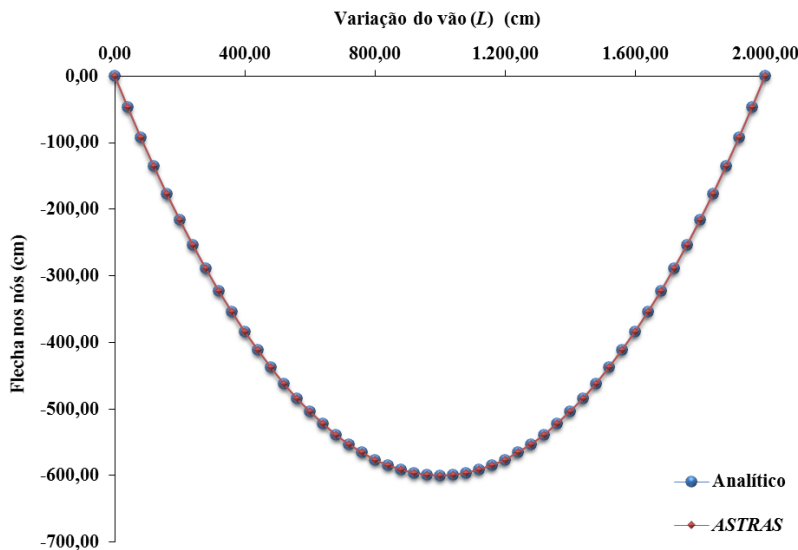


Figura 5.21 – Configurações finais da estrutura de cabo parábola suspenso

5.3.1.2 Cabo suspenso sujeito ao peso próprio

Utilizando-se os mesmos dados do exemplo anterior, mas considerando o cabo suspenso submetido ao carregamento distribuído ao longo do comprimento (peso próprio), conforme a Fig. 5.22, o objetivo é comparar os resultados do programa com os resultados analíticos obtidos por Hibbeler (2011), para obtenção da sua configuração final procurando avaliar a precisão e a

eficiência da formulação desenvolvida, em função da variação do número de elementos adotados. Também serão observados o número de iterações necessárias para a convergência do processo, o tempo total de processamento computacional, além de comparar as configurações finais dos cabos parábola e catenária pelo processo numérico.

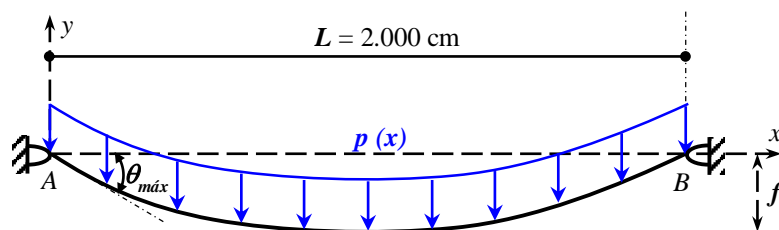


Figura 5.22 – Cabo suspenso sujeito ao peso próprio

Após a definição da configuração inicial de equilíbrio, que neste exemplo adotou-se o cabo catenária, a carga de peso próprio, $p(x) = 5,0 \text{ N/m}$, é transformada em forças equivalentes aplicadas nos nós da estrutura, sendo incrementadas de 10%.

A Tab. (5.10) apresenta os valores obtidos analiticamente por Hibbeler (2011) e pelo programa *ASTRAS*, para o comprimento do cabo (S_0), a flecha do vértice do cabo (f_v), a força de tração máxima no cabo ($T_{máx}$), a força horizontal (H_0), o ângulo máximo ($\theta_{máx}$) em função da quantidade do número de elementos. O número de iterações máximas ($i_{máx}$) que o programa executou para resolução do problema também é mostrado na Tab. (5.10).

Tabela 5.10 – Resultados analíticos Hibbeler (2011) e do programa *ASTRAS*

Variáveis	Analítico	ASTRAS			
		10 elementos	50 elementos	100 elementos	500 elementos
S_0 (cm)	2.420,00	2.415,49	2.418,70	2.418,80	2.418,84
f_v (cm)	600,00	599,99	600,01	600,01	600,01
$T_{máx}$ (N)	75,90	70,05	74,66	75,29	75,81
H_0 (N)	45,90	46,05	45,95	45,94	45,94
$\theta_{máx}$ (graus)	52,80	48,90	52,02	52,40	52,70
$i_{máx}$	-	3	3	3	3

Observa-se na Tab. (5.10) a precisão entre os valores dos resultados analíticos e numéricos e, que a mesma cresce, à medida que se refina a malha, ou seja, aumentando-se o número de elementos, embora uma divisão com 50 elementos já mostre uma excelente correlação. O número de iterações manteve-se o mesmo, independentemente do número de elementos

considerados. Utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD, o tempo total de processamento computacional para até 100 elementos de cabos foi de três segundos e considerando-se 500 elementos foi de dez segundos.

Observa-se na Fig. 5.23 que as configurações finais utilizando-se 50 elementos de cabo catenária são praticamente as mesmas obtidas pelo processo analítico de Hibbeler (2011) e pelo programa *ASTRAS*.

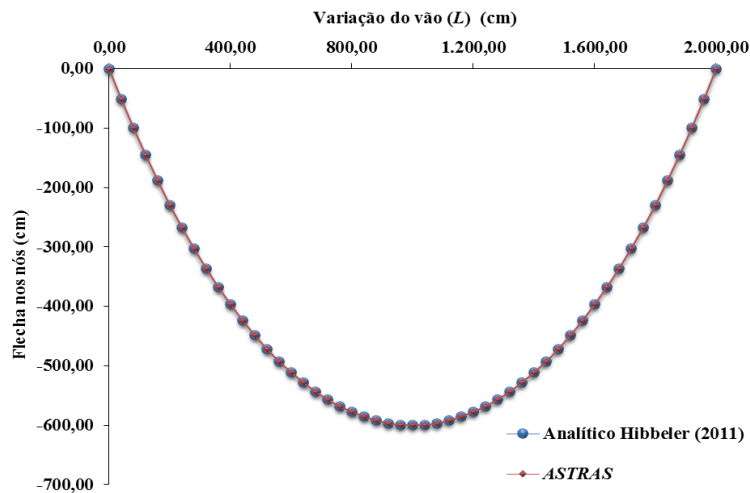


Figura 5.23 – Configurações finais da estrutura de cabo catenária suspenso

A Fig. 5.24 ilustra as configurações finais dos cabos parábola e catenária obtidas pelo programa *ASTRAS*. Observa-se nessa figura que a posição final de equilíbrio do cabo catenária é diferente do cabo parábola, conseqüentemente, o comprimento do cabo catenária é maior do que o comprimento do cabo parábola.

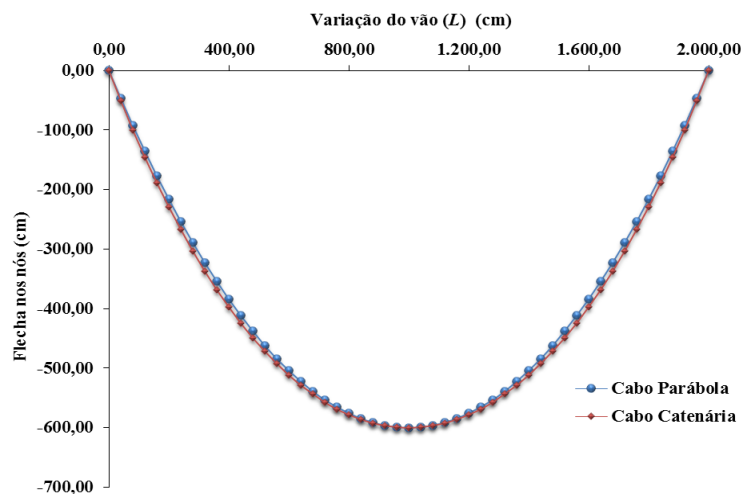


Figura 5.24 – Configurações finais da estrutura de cabo suspenso

5.3.1.3 Cabo suspenso sujeito a forças concentradas

A Fig. 5.25 ilustra um exemplo de estrutura de cabo submetida a forças concentradas extraído de Hibbeler (2011). Neste exemplo pede-se para calcular o comprimento de um cabo para vencer um vão de $L = 1.800$ cm, de forma que a flecha máxima situada a distância $x_v = 800$ cm do apoio A, seja igual a $f_v = 1.200$ cm. O cabo apresenta forças concentradas $P_C = 4$ kN, $P_D = 15$ kN e $P_E = 3$ kN, aplicadas nos pontos C, D e E, situados a uma distância $L_1 = 300$ cm, $L_2 = 800$ cm e $L_3 = 1.600$ cm do apoio A, respectivamente.

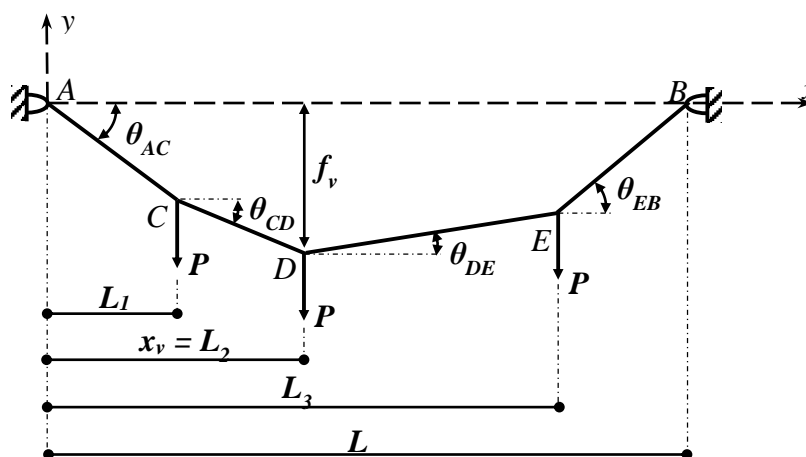


Figura 5.25 – Cabo suspenso sujeito a forças concentradas

Para o processo numérico, dividiu-se a estrutura de cabo em 18 elementos, sendo que os trechos AC, CD, DE e EB continham 3, 5, 8 e 2 elementos, respectivamente. Adotou-se uma flecha inicial no meio do vão no valor de $f_{mv} = 1.103,5$ cm, para que no processo numérico a flecha máxima no nó D não ultrapassasse o valor de $f_v = 1.200$ cm. Considerou-se o peso próprio do cabo $w(x) = 25,0$ N/m e a área circular da seção transversal com diâmetro $d = 1,78$ cm, utilizando a equação da catenária para obtenção da configuração inicial de equilíbrio do cabo. O módulo de elasticidade longitudinal considerado para o cabo foi no valor de $E = 165.000$ MPa.

Os resultados para comparação entre o processo analítico de Hibbeler (2011) e pelo programa *ASTRAS* são apresentados nas Tabs. (5.11) e (5.12). Os valores numéricos foram obtidos aplicando 10 incrementos de 10% de carga do peso próprio do cabo para sua configuração de equilíbrio inicial e 200 incrementos referentes às forças concentradas aplicadas, sendo necessárias em média seis iterações para a convergência em um tempo total de processamento computacional de trinta segundos utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD. A Tab. (5.11) mostra

as variáveis relativas à geometria do cabo, como comprimento final (S_0), a flecha máxima ($f_{máx}$), e as inclinações de cada trecho do cabo θ_{AC} , θ_{CD} , θ_{DE} e θ_{EB} , que tiveram seus valores obtidos por Hibbeler (2011) e pelo ASTRAS.

Tabela 5.11 – Resultados relativos a geometria do cabo

Variáveis	Hibbeler (2011)	ASTRAS
S_0 (cm)	3.015,00	3.024,13
$f_{máx}$ (cm)	1.200,00	1.199,99
θ_{AC} (graus)	62,20	63,33
θ_{CD} (graus)	51,60	53,52
θ_{DE} (graus)	47,90	45,04
θ_{EB} (graus)	57,70	55,95

A Tab. (5.12) apresenta as forças de tração T_{AC} , T_{CD} , T_{DE} e T_{EB} em cada segmento do cabo conforme a Fig. 4.32, e as reações horizontais e verticais H_A , V_A , H_B e V_B nos apoios A e B do cabo, respectivamente.

Tabela 5.12 – Resultados das forças e reações no cabo

Forças (kN)	Hibbeler (2011)	ASTRAS
T_{AC}	13,60	14,56
T_{CD}	10,20	10,99
T_{DE}	9,44	9,25
T_{EB}	11,80	11,67
H_A	6,33	6,54
V_A	12,00	13,05
H_B	6,33	6,54
V_B	10,00	9,71

Pode-se observar nas Tabs. (5.11) e (5.12) a boa correlação entre os resultados analíticos e numéricos, onde as pequenas diferenças referentes aos resultados relativos à geometria podem ser devido às considerações da inextensibilidade do cabo no processo analítico. Para os resultados das forças e reações esta pequena diferença ocorre devido à consideração do peso próprio do cabo, já que no processo analítico este efeito é desconsiderado.

A Fig. 5.26 ilustra as configurações iniciais do cabo suspenso, somente com aplicação do carregamento de peso próprio, utilizando o processo analítico apresentado na seção 3.2.3 e o programa *ASTRAS*.

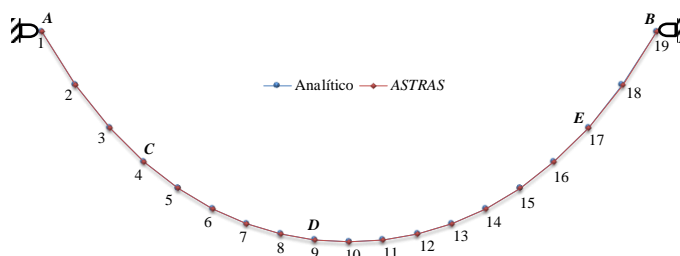


Figura 5.26 – Configurações iniciais do cabo suspenso somente com peso próprio

A Fig. 5.27 ilustra as configurações inicial e final do cabo com aplicação da carga de peso próprio e forças concentradas. Observar nessa figura, quando se considera o peso próprio para geração da configuração inicial do cabo e em sua análise, o que define a configuração final do cabo é o carregamento devido a força concentrada por ter um valor muito superior. Portanto, fica evidente na Fig. 5.27 que os trechos *AC*, *CD*, *DE* e *EB* se tornam elementos retos.

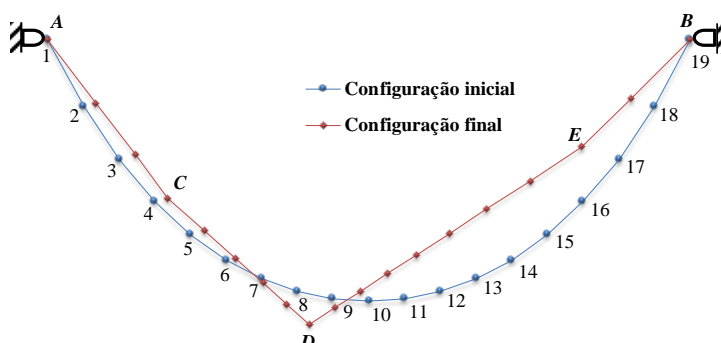


Figura 5.27 – Configurações inicial e final da estrutura de cabo após carga de peso próprio e forças concentradas

5.3.1.4 Cabo suspenso sujeito ao carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão e a forças concentradas

O cabo da Fig. 5.28 está sujeito às forças concentradas $P_C = 200$ kN e $P_D = 100$ kN aplicadas às distâncias $L_1 = 4.000$ cm e $L_2 = 8.000$ cm, respectivamente, além do carregamento uniformemente distribuído $q(x) = 5,0$ kN/m ao longo do vão $L = 10.000$ cm. Pede-se calcular o comprimento (S_0), a flecha máxima ($f_{máx}$), os ângulos θ_A e θ_B , a tração máxima ($T_{máx}$) e as reações de apoio H_A , V_A , H_B e V_B da estrutura de cabo suspenso. O objetivo desse exemplo é avaliar a precisão dos resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* em relação aos resultados analíticos estudado por Süsseskind (1987).

Para a análise numérica o cabo AB foi dividido em 20 elementos contendo um total de 21 nós, sendo que os trechos AC , CD e DB contêm 8, 8 e 4 elementos, respectivamente. Admitiu-se uma configuração inicial de equilíbrio obtida pela equação da catenária, com uma flecha inicial $f = 1.005$ cm, peso próprio $w = 0,1$ kN/m, a seção transversal circular com diâmetro $d = 3,57$ cm² e módulo de elasticidade $E = 165.000$ MPa.

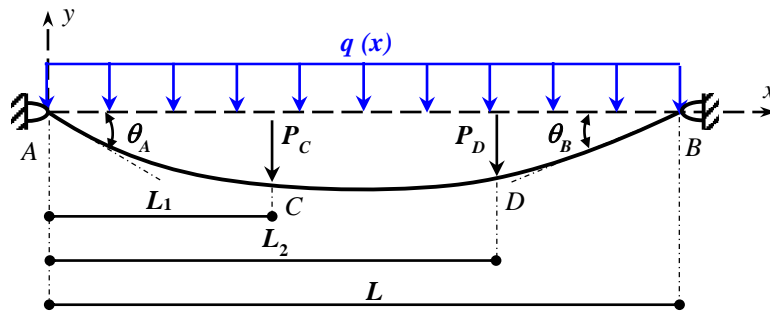


Figura 5.28 – Cabo suspenso sujeito ao carregamento uniformemente distribuído e a forças concentradas

Os resultados das variáveis pedidas no problema para comparação entre o processo analítico de Süsskind (1987) e do programa *ASTRAS* são apresentados na Tab. (5.13). Os valores numéricos foram obtidos aplicando 100 incrementos de carga do peso próprio do cabo para o posicionamento inicial de equilíbrio e 100 incrementos referentes às forças concentradas e ao carregamento uniformemente distribuído, exigindo um tempo total de processamento computacional de cinquenta segundos, sendo que a convergência para uma tolerância de 0,1% necessitou de três iterações.

Tabela 5.13 – Resultados analíticos e numéricos do problema

Variáveis	Süsskind (1987) ^[a]	<i>ASTRAS</i> ^[b]	Erro relativo ([a]-[b])/[a] (%)
S_0 (cm)	10.328,00	10.328,64	-0,0097
$f_{máx}$ (cm)	1.160,00	1.160,53	-0,0457
θ_A (graus)	21,31	20,78	2,4871
θ_B (graus)	22,29	21,74	2,4675
$T_{máx}$ (kN)	1.080,80	1.085,71	-0,4542
H_A (kN)	1.000,00	1.008,50	-0,8500
H_B (kN)	1.000,00	1.008,50	-0,8500
V_A (kN)	390,00	395,39	-1,3821
V_B (kN)	410,00	414,87	-1,1878

Observando-se a Tab. (5.13), verificou-se que os resultados analíticos e numéricos têm uma ótima correlação, podendo-se atribuir as pequenas diferenças referentes aos resultados relativos à geometria, às considerações da extensibilidade do cabo no processo numérico. Para os resultados das forças e reações, essa pequena diferença é devido à consideração do peso próprio do cabo, o qual não foi considerado no processo analítico.

A Fig. 5.29 ilustra as configurações inicial e a final do cabo após o carregamento.

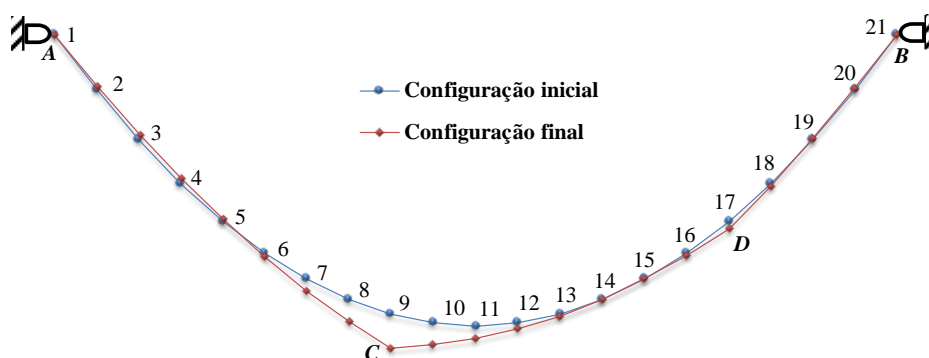


Figura 5.29 – Configurações inicial e final da estrutura de cabo

5.3.1.5 Cabo suspenso sujeito ao peso próprio e à força concentrada

Este exemplo foi originalmente apresentado por Michalos e Birnstiel (1962) e analisado por O'Brien e Francis (1964), Saafan (1970), Jayaraman e Knudson (1981), Tibert (1999), Aguiar (1999), Pereira Júnior (2002), Andreu *et al.* (2006), Yang and Tsay (2007), Thai e Kim (2011), Abad *et al.* (2013) e utilizando-se os programas *SAP 2000* e *ASTRAS*, onde se procurou estudar o comportamento do cabo livremente suspenso, no plano xy , com o vão $L = 30.480$ cm, sob ação do peso próprio e de uma força concentrada $P = 35,586$ kN aplicada a $L_1 = 12.192$ cm do apoio A, conforme ilustra a Fig. 5.30.

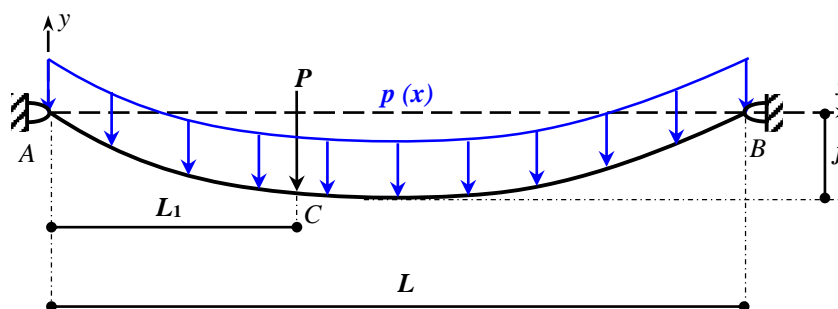


Figura 5.30 – Cabo suspenso sujeito ao peso próprio e à força concentrada

O cabo apresenta uma seção transversal circular com uma área metálica $A = 5,4839 \text{ cm}^2$, correspondendo a um diâmetro $d = 2,6424 \text{ cm}$ e módulo de elasticidade longitudinal $E = 131.000 \text{ MPa}$. Dado uma flecha inicial $f = 3.048 \text{ cm}$ e o peso próprio de $p(x) = 0,46117 \text{ N/cm}$, as configurações iniciais de equilíbrio foram obtidas através das equações da catenária e parábola. O cabo AB foi dividido nos trechos AC e CB contendo 4 e 6 elementos, respectivamente, totalizando 10 elementos e 11 nós, cujo o peso próprio foi transformado em forças equivalentes concentradas nos nós.

A Tabela (5.14) apresenta os resultados dos deslocamentos horizontais (δ_{Cx}) e verticais (δ_{Cy}) do ponto C e o tipo de elementos utilizados nos trabalhos de Michalos e Birnstiel (1962), O'Brien e Francis (1964), Saafan (1970), Jayaraman e Knudson (1981), Tibert (1999), Andreu *et al* (2006), Yang e Tsay (2007), Thai e Kim (2011), Abad *et al* (2013) e pelos programas *SAP 2000* e *ASTRAS*.

Tabela 5.14 – Resultados dos deslocamentos horizontais (δ_{Cx}) e verticais (δ_{Cy}) do ponto C

Pesquisadores/ Programa	Tipo de Elemento	δ_{Cx} (cm)	δ_{Cy} (cm)
Michalos e Birnstiel (1962)	Treliça	-84,521	-547,207
O'Brien e Francis (1964)	Catenária	-85,954	-562,661
Saafan (1970)	Treliça	-84,552	-547,238
Jayaraman e Knudson (1981)	Treliça	-84,491	-547,146
Jayaraman e Knudson (1981)	Catenária	-85,923	-562,600
Tibert (1999)	Parábola	-86,624	-560,131
Tibert (1999)	Catenária	-85,923	-562,569
Andreu <i>et al</i> (2006)	Catenária	-86,000	-562,600
Yang e Tsay (2007)	Catenária	-85,900	-562,600
Thai e Kim (2011)	Catenária	-85,900	-562,600
Abad <i>et al</i> (2013)	Catenária	-85,500	-559,200
<i>SAP 2000</i>	Catenária	-86,000	-562,600
<i>ASTRAS</i>	Parábola	-85,776	-557,949
<i>ASTRAS</i>	Catenária	-85,984	-563,676

Observa-se na Tab. (5.14) uma excelente correlação entre os diversos resultados, podendo-se notar uma pequena diferença dependendo do tipo de elemento adotado para a estrutura de cabos. Verifica-se também que o conjunto de elementos do tipo de catenária mostram um comportamento mais flexível do que os tipos treliça e parabólico.

A Tab. (5.15) apresenta os resultados das forças de tração, T , em cada elemento de catenária obtidos por Aguiar (1999) e Pereira Júnior (2002) através dos programas *MEF-cabos* e *Cabos-NLFG*, respectivamente, e pelo programa *ASTRAS*, podendo-se observar a excelente correlação entre os resultados, obtendo um erro relativo menor que 0,17 %.

Tabela 5.15 – Forças de tração nos elementos de cabo

Elemento	<i>MEF-cabos</i> ^[a] T (N)	<i>Cabos-NLFG</i> ^[b] T (N)	<i>ASTRAS</i> ^[c] T (N)	Erro relativo ([a]-[c])/[a] (%)	Erro relativo ([b]-[c])/[b] (%)
1	94.091,64	93.987,62	93.986,90	0,11132	0,00077
2	93.663,19	93.547,77	93.547,70	0,12330	0,00007
3	93.263,55	93.139,78	93.139,40	0,13312	0,00041
4	92.892,35	92.760,21	92.758,50	0,14409	0,00184
5	90.837,09	90.690,26	90.686,30	0,16600	0,00437
6	91.055,34	90.910,75	90.909,10	0,16061	0,00181
7	91.295,53	91.155,12	91.154,80	0,15415	0,00035
8	91.559,40	91.425,15	91.425,10	0,14668	0,00005
9	91.849,20	91.723,16	91.722,30	0,13816	0,00094
10	92.167,74	92.052,00	92.049,30	0,12850	0,00293

A Fig. 5.31 apresenta a configuração inicial do cabo catenária com 10 elementos e a configuração final considerando os carregamentos devidos ao peso próprio e à força concentrada. Pode se observar nessa figura que, mesmo quando se considera o peso próprio para geração da configuração inicial do cabo e em sua análise, o que define a configuração final do cabo é o carregamento devido a força concentrada por ter um valor muito alto. Neste caso, os trechos *AC* e *CB* se tornam elementos praticamente retos.

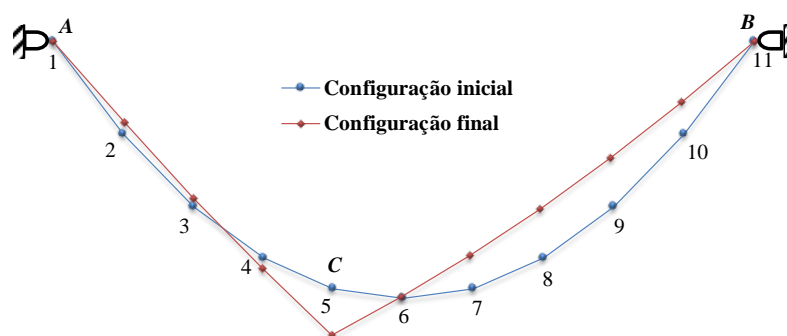


Figura 5.31 – Configurações inicial e final do cabo após carga de peso próprio e força concentrada

Como demonstração, é apresentado no Apêndice A na seção A.1.2 parte do arquivo de saída do programa *ASTRAS*, constando os resultados do vigésimo incremento deste exemplo.

5.3.1.6 Cabo suspenso desnivelado sujeito ao peso próprio e a forças concentradas

A estrutura de cabo suspenso de comprimento $L = 800$ cm, com o apoio A desnivelado, sendo a distância $d_A = 200$ cm, apresentada na Fig. 5.32, é solicitada por três forças verticais concentradas $P_C = 4$ kN, $P_D = 6$ kN e $P_E = 4$ kN, situadas a $L_1 = 200$ cm, $L_2 = 400$ cm e $L_3 = 600$ cm, do apoio A , respectivamente. Utilizando-se os programas *SAP 2000* e *ASTRAS*, calculam-se as reações de apoio e as distâncias d_C , d_D e d_E , em relação ao eixo das abscissas, dos pontos de aplicação das forças concentradas, as forças de tração nos elementos de cabo, sabendo-se que $E = 200.000$ MPa e os elementos de cabos possuem áreas iguais a $5,0$ cm². Este exemplo foi retirado de Beer e Johnston (1980) e adaptado para realização desta análise.

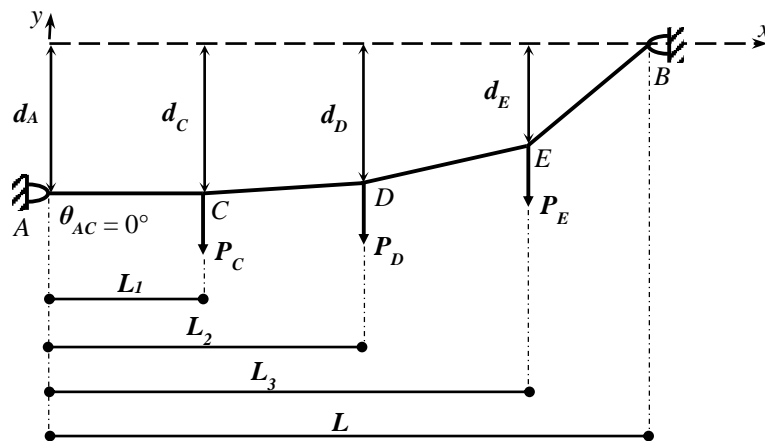


Figura 5.32 – Cabo suspenso desnivelado sujeito ao peso próprio e a forças concentradas

Para se obter a configuração inicial da estrutura de cabo utilizou-se a equação da catenária considerando o peso específico do cabo igual a 77 kN/m³ e o ângulo $\theta_{AC} = 0^\circ$. Essa estrutura foi dividida em 24 elementos contendo um total de 25 nós, sendo que os trechos AC , CD , DE e EB têm 6 elementos de cabo cada, cujo o peso próprio foi transformado em carregamento equivalente concentrado nos nós.

A Tabela (5.16) apresenta os resultados das reações de apoio e das distâncias d_C , d_D e d_E nos pontos C , D e E em relação ao eixo das abscissas, respectivamente, obtidos pelos programas *SAP2000* e *ASTRAS*. Observa-se nesta tabela uma ótima correlação entre os resultados numéricos dos programas.

Os resultados das forças de tração nos elementos de cabos obtidos pelos programas *SAP2000* e *ASTRAS* são mostrados na Tab. (5.17), onde se observa uma excelente correlação entres eles, com um erro relativo menor que $0,080\%$.

Tabela 5.16 – Reações de apoio e distâncias dos pontos de aplicação das forças concentradas

Descrição	Nomeclatura	SAP 2000 ^[a]	ASTRAS ^[b]	Erro relativo ([a]-[b])/[a] (%)
Reações de Apoio (kN)	H_A (←)	36,640	36,669	-0,079
	V_A (↓)	2,010	2,019	-0,452
	H_B (→)	36,640	36,669	-0,079
	V_B (↑)	16,330	16,340	-0,059
Distâncias (cm)	d_C (↓)	186,667	188,763	-1,123
	d_D (↓)	146,727	155,166	-5,751
	d_E (↓)	88,028	88,903	-0,994

Tabela 5.17 – Força de tração nos elementos de cabo

Elemento	SAP 2000 ^[a] T (kN)	ASTRAS ^[b] T (kN)	Erro relativo ([a]-[b])/[a] (%)
1	36,697	36,725	-0,076
2	36,698	36,726	-0,075
3	36,699	36,726	-0,074
4	36,699	36,727	-0,076
5	36,700	36,728	-0,075
6	36,701	36,729	-0,075
7	37,145	37,173	-0,076
8	37,147	37,175	-0,076
9	37,149	37,178	-0,077
10	37,151	37,180	-0,077
11	37,153	37,182	-0,078
12	37,155	37,184	-0,078
13	38,610	38,639	-0,076
14	38,614	38,644	-0,076
15	38,618	38,648	-0,077
16	38,622	38,652	-0,077
17	38,627	38,656	-0,076
18	38,631	38,661	-0,076
19	40,083	40,113	-0,075
20	40,089	40,119	-0,074
21	40,094	40,125	-0,076
22	40,100	40,130	-0,075
23	40,106	40,136	-0,075
24	40,112	40,142	-0,074

A Fig. 5.33 ilustra as configurações inicial e final para a estrutura analisada, consistindo de um cabo suspenso desnivelado com 24 elementos submetida aos carregamentos de peso próprio e forças concentradas.

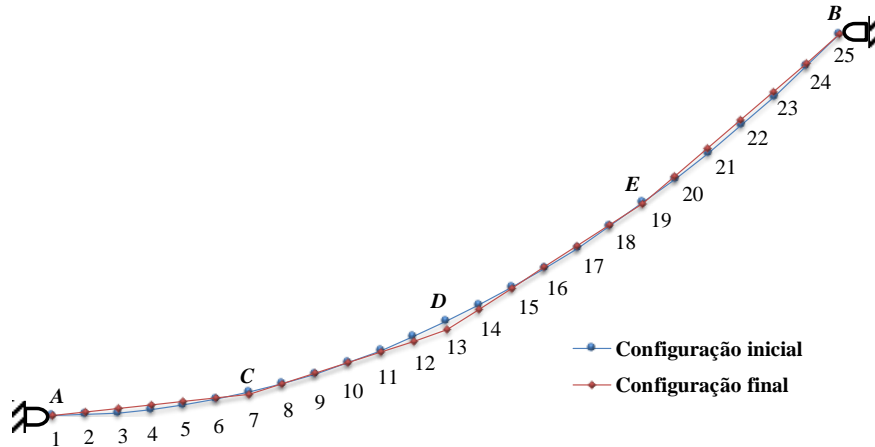


Figura 5.33 – Configurações inicial e final do cabo suspenso desnivelado

Neste exemplo foram necessárias no máximo quatro iterações para a convergência da solução em um total de 210 incrementos de carga, para um tempo total de processamento computacional de 30 segundos utilizando-se um computador DELL XPS com processador intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

5.3.2 Análise Não Linear Geométrica e Material de Estrutura Composta por Três Cabos

Para esse exemplo a seguir, serão consideradas ambas as não linearidade, geométrica e material, ou seja, o efeito dos grandes deslocamentos considerando o comportamento elastoplástico do material. A Fig. 5.34 ilustra uma estrutura hiperestática formada por três cabos planos.

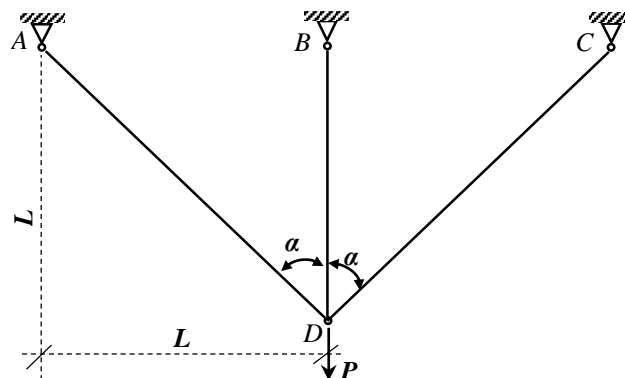


Figura 5.34 – Estrutura hiperestática plana de três cabos

Três leis constitutivas para o material dos cabos serão estudadas, conforme as Figs. 5.35, 5.37 e 5.39, para a avaliação da implementação da análise incremental de tensões e deformações apresentada na seção 4.5.

Considere a estrutura indicada na Fig. 5.34, onde os elementos de cabo AD , BD e CD têm os mesmos módulos de elasticidade longitudinal $E = 200.000$ MPa, a mesma resistência ao escoamento $\sigma_y = 345$ MPa e a mesma seção transversal circular com diâmetro $d = 4,0$ cm, sendo fornecido o comprimento $L = 200$ cm e a força aplicada no ponto D , $P = 1.050$ kN. Através dos conceitos da mecânica dos sólidos aplicando-se o Método da Forças, têm-se, na fase elástica:

$$F_{AD} = F_{CD} = \frac{P_i \cos^2(\alpha)}{1+2 \cos^3(\alpha)} \quad (5.1)$$

$$F_{BD} = \frac{P_i}{1+2 \cos^3(\alpha)} \quad (5.2)$$

$$\delta_D = \frac{(P_i - F_{BD})L}{2EA \cos^3(\alpha)} = \frac{F_{BD}L}{EA} \quad (5.3)$$

onde P_i é a carga no incremento i ; α é o ângulo entre os elementos AD e BD , e CD e BD , que vale, neste caso, inicialmente, 45° ; F_{AD} e F_{CD} são as forças que atuam nos cabos AD e CD , respectivamente; F_{BD} é a força que atua no cabo BD ; δ_D é o deslocamento vertical no ponto D e A é a área da seção transversal.

Após o escoamento do elemento BD , as forças, o deslocamento vertical no ponto D e a carga devido ao início do escoamento serão calculados pelas seguintes expressões:

$$F_{AD} = F_{CD} = \frac{P_i - \sigma_y A}{2 \cos(\alpha)} \quad (5.4)$$

$$F_{BD} = \sigma_y A \quad (5.5)$$

$$\delta_D = \frac{(P_i - P_y)L}{2EA \cos^3(\alpha)} + \frac{F_{BD}L}{EA} \quad (5.6)$$

$$P_y = \sigma_y A [1 + 2 \cos^3(\alpha)] \quad (5.7)$$

onde P_y é a carga que provoca o início do escoamento e A é a área da seção transversal.

A estrutura entrará em colapso quando atingir a carga última da estrutura, P_u , dada por:

$$P_u = \sigma_y A [1 + 2 \cos(\alpha)] \quad (5.8)$$

a) Lei Constitutiva 1

A lei constitutiva 1 considera o comportamento elastoplástico perfeito, sendo compreendido pelo trecho I, no qual se considera tensões e deformações nulas, pelo trecho II que é elástico e o trecho III sendo plástico, conforme diagrama tensão (σ) versus deformação (ε) da Fig. 5.35, onde σ_y e ε_y são a resistência e a deformação no escoamento, respectivamente.

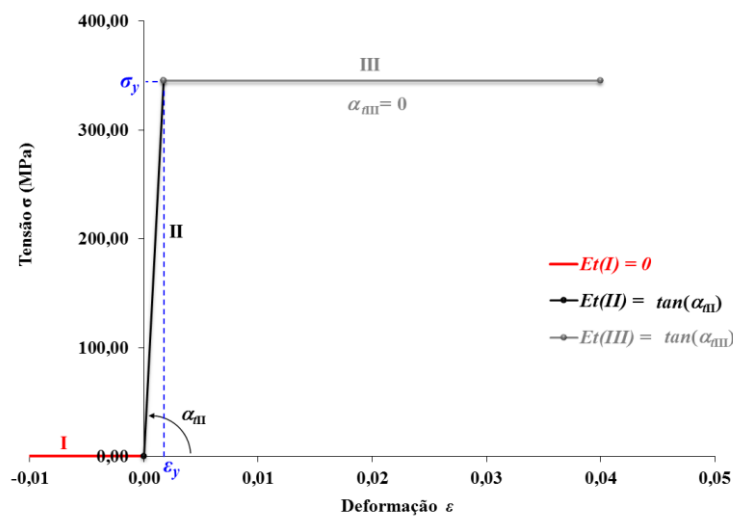


Figura 5.35 – Comportamento elastoplástico perfeito – lei constitutiva 1

Aplicando-se as cargas incrementais, P_i , em onze incrementos, conforme os percentuais acumulados do fator de carga, Σf_c , indicados na Tab. (5.18), até o carregamento máximo $P = 1.050$ kN, utilizaram-se as Eqs. (5.1) a (5.8) para obtenção dos resultados analíticos, também mostrados na Tab. (5.18). Na Tab. (5.19) são fornecidos os resultados numéricos obtidos pelo programa *ASTRAS*.

Tabela 5.18 – Resultados analíticos da análise referente a lei constitutiva 1

P_y (kN)	P_u (kN)	i	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	F_{AD} (kN)	F_{BD} (kN)	F_{CD} (kN)	δ_D (cm)
740,09	1.046,65	1	20,00	210,00	61,508	123,015	61,508	0,098
		2	40,00	420,00	123,015	246,030	123,015	0,196
		3	60,00	630,00	184,523	369,045	184,523	0,294
		4	70,48	740,09	216,768	433,536	216,768	0,345
		5	75,00	787,50	250,288	433,540	250,288	0,398
		6	80,00	840,00	287,411	433,540	287,411	0,457
		7	85,00	892,50	324,534	433,540	324,534	0,517
		8	90,00	945,00	361,657	433,540	361,657	0,576
		9	95,00	997,50	398,780	433,540	398,780	0,635
		10	99,68	1.046,65	433,530	433,540	433,530	0,690
		11	100,00	1.050,00	Colapso da estrutura			

Tabela 5.19 – Resultados numéricos da análise referente a lei constitutiva 1

P_y (kN)	P_u (kN)	i	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	F_{AD} (kN)	F_{BD} (kN)	F_{CD} (kN)	δ_D (cm)
740,09	1.046,65	1	20,00	210,00	61,506	122,996	61,506	0,098
		2	40,00	420,00	123,008	245,956	123,008	0,196
		3	60,00	630,00	184,506	368,877	184,506	0,294
		4	70,48	740,09	216,745	433,304	215,254	0,345
		5	75,00	787,50	250,039	433,540	250,039	0,398
		6	80,00	840,00	287,084	433,540	287,084	0,457
		7	85,00	892,50	324,117	433,540	324,117	0,516
		8	90,00	945,00	361,140	433,540	361,14	0,574
		9	95,00	997,50	398,151	433,540	398,151	0,633
		10	99,68	1.046,65	432,792	433,540	432,792	0,688
		11	100,00	1.050,00	433,540	433,540	433,540	2,199

Observa-se nas Tabs. (5.18) e (5.19) que as forças nos elementos de cabo, assim como os valores dos deslocamentos verticais no ponto D , mostram a excelente correlação entre os resultados analíticos e numéricos. Até 70,48 % do carregamento ($P_4 = 740,09$ kN) todos os

elementos de cabo trabalham em regime elástico contribuindo para a rigidez do sistema. A partir desta carga, pode-se verificar pela força F_{BD} que o elemento BD escoou, permanecendo com força constante, ($F_{BD} = 433,54$ kN), deixando de contribuir para a rigidez da estrutura. A partir desse momento apenas os elementos AD e CD resistem aos carregamentos adicionais e a rigidez do sistema diminui, conforme indica a mudança de inclinação da curva carga *versus* deslocamentos verticais no ponto D (δ_D) da Fig. 5.36.

No décimo primeiro incremento pode-se verificar que ocorre o colapso da estrutura, sendo que no processo numérico é possível determinar as forças de tração nos elementos AD e CD , bem como o deslocamento vertical final no ponto D . Dessa forma, conclui-se que ao se utilizar a formulação teórica desenvolvida neste trabalho é possível estudar o equilíbrio da estrutura em uma nova posição, devido à consideração da parcela da rigidez geométrica na análise (não linearidade geométrica).

Para este caso foram necessárias no máximo cinco iterações para a convergência da solução e o tempo de processamento computacional total foi de dois segundos utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

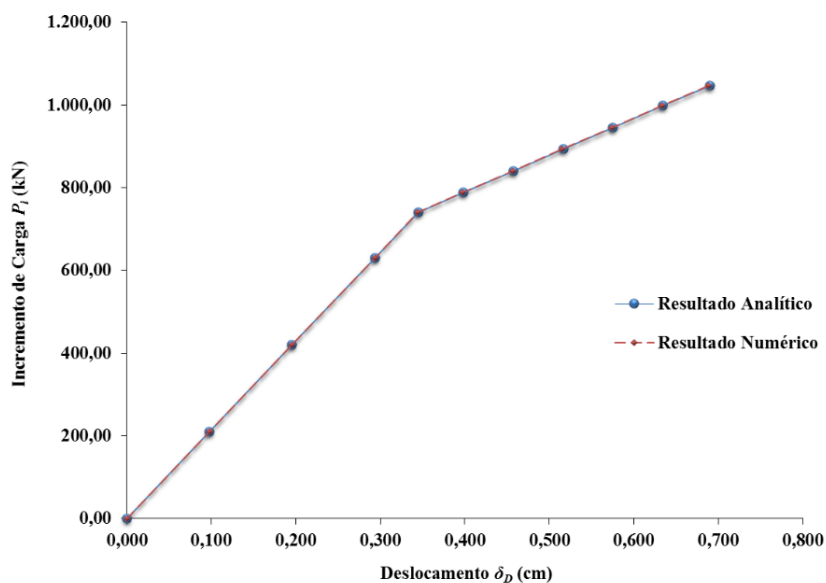


Figura 5.36 – Curva carga *versus* deslocamento vertical em D (δ_D) - lei constitutiva 1

b) Lei Constitutiva 2

Para estrutura da Fig. 5.34, será adotada agora a lei constitutiva 2 com comportamento elastoplástico conforme diagrama tensão (σ) versus deformação (ε) da Fig. 5.37, onde σ_y é a resistência ao escoamento. Os valores limites das tensões (σ) e deformações (ε) que definem cada trecho do comportamento do material e os seus respectivos módulos tangentes (E_t) estão apresentados na Tab. (5.20).

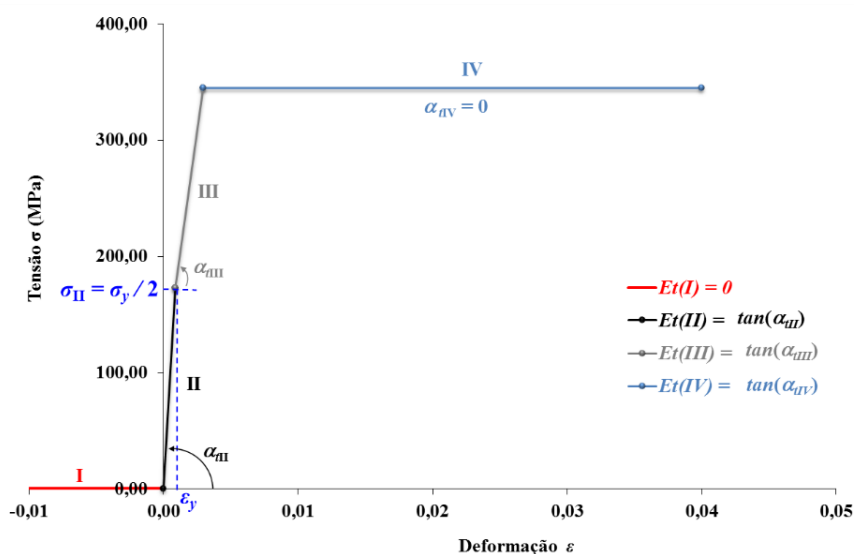


Figura 5.37 – Comportamento elastoplástico - lei constitutiva 2

Tabela 5.20 – Tensões, deformações e módulo tangente da lei constitutiva 2

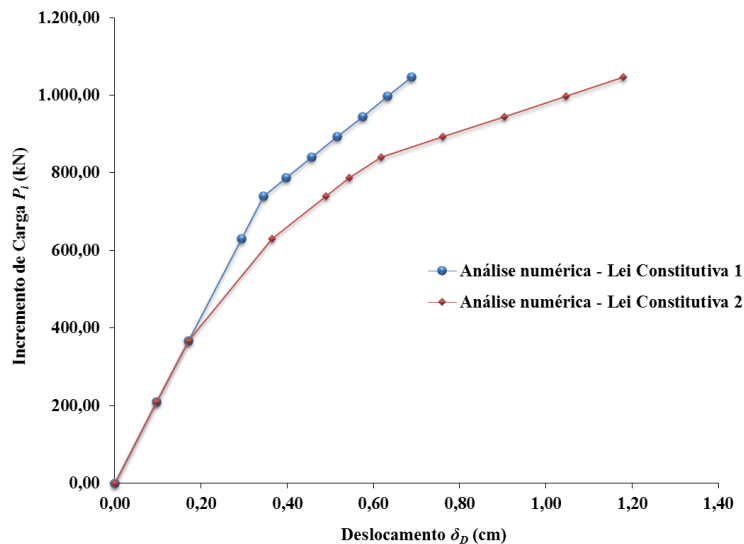
Trecho	Comportamento	σ (MPa)	ε	E_t (MPa)
I	-	0,00	0,00	0,00
II	Elástico	172,50	0,0008625	200.000
III	Elastoplástico	345,00	0,0029661	82.000
IV	Plástico	345,00	0,04	0,00

A Tab. (5.21) fornece os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS*, utilizando a lei constitutiva 2, sendo Σf_c o somatório do fator de carga, ε_{t1} a deformação total nos cabos *AD* e *CD* e ε_{t2} a deformação total do cabo *BD*.

Tabela 5.21 – Resultados numéricos da análise referentes a lei constitutiva 2

i	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	F_{AD} (kN)	F_{BD} (kN)	F_{CD} (kN)	δ_D (cm)	ε_{11}	ε_{12}
1	20,00	210,00	61,506	122,996	61,506	0,098	0,000245	0,000489
2	35,00	367,50	107,633	215,219	107,633	0,171	0,000428	0,000856
3	60,00	630,00	221,923	315,867	221,923	0,365	0,000913	0,001824
4	70,48	740,09	254,144	380,239	254,144	0,490	0,001225	0,002449
5	75,00	787,50	268,018	407,951	268,018	0,544	0,001360	0,002718
6	80,00	840,00	286,969	433,540	286,969	0,617	0,001544	0,003085
7	85,00	892,50	323,920	433,540	323,920	0,760	0,001902	0,003801
8	90,00	945,00	360,845	433,540	360,845	0,903	0,002261	0,004516
9	95,00	997,50	397,744	433,540	397,744	1,046	0,002619	0,005231
10	99,68	1.046,65	432,265	433,540	432,265	1,180	0,002954	0,005899
11	100,00	1.050,00	433,540	433,540	433,540	2,199	0,005511	0,010993

A Fig. 5.38 ilustra a curva de carga *versus* deslocamentos verticais no ponto D (δ_D) da estrutura, referente a análise segundo a lei constitutiva 2 em comparação com a lei constitutiva 1.

Figura 5.38 – Curva carga *versus* deslocamento vertical em D (δ_D) - lei constitutiva 1 e 2

Analisando a Tab. (5.21) e a Fig. 5.38 podem-se distinguir três etapas do comportamento da estrutura em sua análise considerando a lei constitutiva 2. A primeira etapa corresponde ao início do processo incremental até o segundo incremento de carga. Nesta etapa, todos os elementos de cabo estão em regime elástico e contribuem para a rigidez da estrutura.

A segunda etapa, vai do terceiro incremento até o quinto incremento. Nesta etapa, todos os elementos de cabo estão no trecho elastoplástico e os deslocamentos são maiores para os mesmos incrementos de carga em relação a lei constitutiva 1, ou seja, a rigidez do sistema diminui.

Na terceira etapa, que compreende o sexto incremento até o colapso, o cabo *BD* escoam e a rigidez do sistema continua diminuindo, já que neste caso, apenas os cabos *AD* e *CD* contribuem para a rigidez do sistema. No décimo primeiro incremento os cabos *AD* e *CD* também escoam e acontece o colapso da estrutura. Pode-se observar neste mesmo incremento que há o escoamento dos elementos *AD* e *CD* e ocorre o equilíbrio da estrutura em uma nova posição, devido a contribuição da parcela geométrica na rigidez da estrutura, conforme no exemplo da lei constitutiva 1.

Da análise conclui-se que o colapso da estrutura ocorre com a mesma carga limite $P_u = 1.046,65$ kN, porém com maiores deslocamentos do que a análise feita considerando a lei constitutiva 1. A Fig. 5.38 ilustra claramente a diferença no comportamento da estrutura para as duas leis constitutivas distintas. Para a convergência da solução foram necessários no máximo quatro iterações e o tempo de processamento computacional total foi de dois segundos utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

c) Lei Constitutiva 3

Considerando novamente a estrutura da Fig. 5.34, será adotada a lei constitutiva 3 com comportamento elastoplástico conforme diagrama tensão (σ) versus deformação (ε) da Fig. 5.39, onde σ_y é a resistência ao escoamento e σ_r é a resistência à ruptura. Será considerado também o endurecimento do aço (strain hardening). Os valores limites das tensões e deformações que definem cada trecho do comportamento do material e os seus respectivos módulos tangentes estão apresentados na Tab. (5.22).

Tabela 5.22 – Tensões, deformações e módulos tangente da lei constitutiva 3

Trecho	Comportamento	σ (MPa)	ε	E_t (MPa)
I	-	0,00	0,00	0,00
II	Elástico	345	0,0017250	200.000
III	Plástico	345	0,0050908	0,00
IV	Elastoplástico	500	0,0317231	5.820

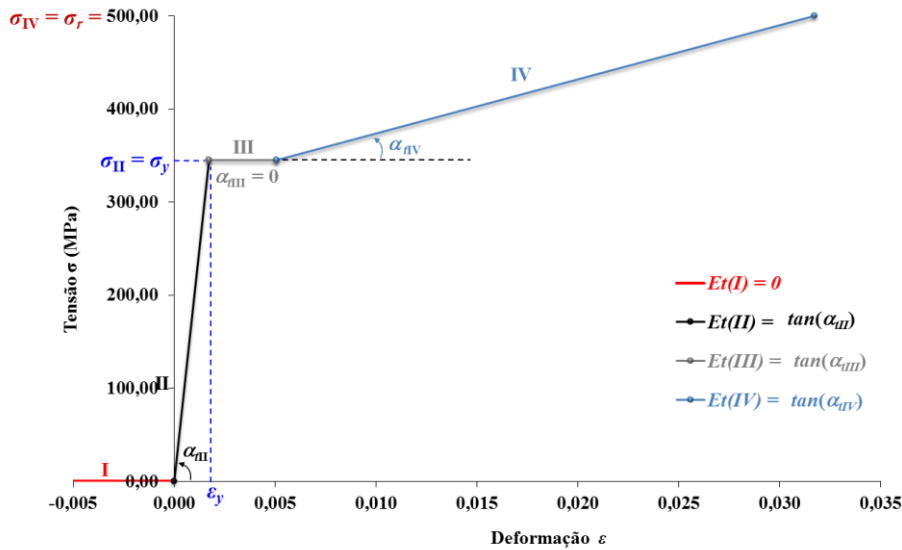


Figura 5.39 – Comportamento elastoplástico - lei constitutiva 3

Os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS*, utilizando a lei constitutiva 3, são apresentados na Tab. (5.23), onde Σf_c é o somatório de fator de carga, ϵ_{t1} é a deformação total dos cabos *AD* e *CD* e ϵ_{t2} é a deformação total do cabo *BD*. A curva carga *versus* deslocamentos verticais no ponto *D* (δ_D) da estrutura referente a análise numérica segundo a lei constitutiva 3 considerando o encruamento do aço é ilustrada na Fig. 5.40.

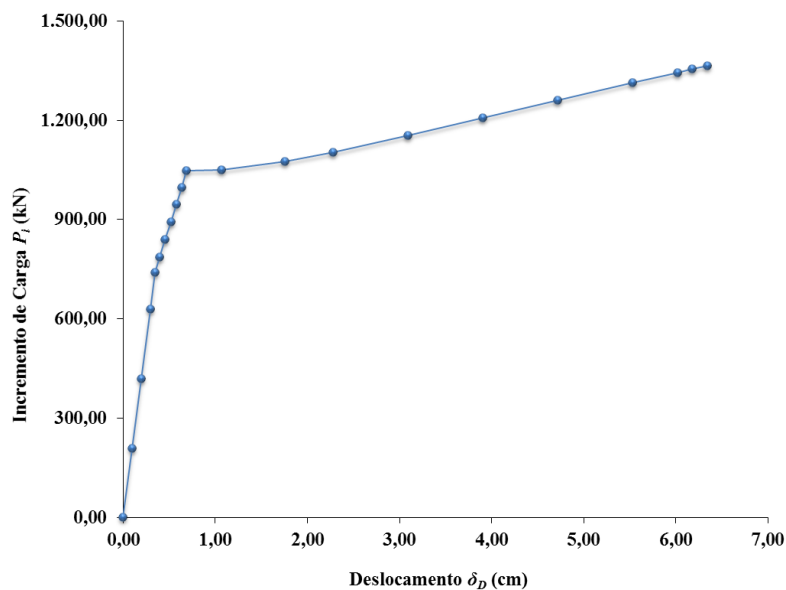


Figura 5.40 – Curva carga *versus* deslocamento vertical em *D* (δ_D) - lei constitutiva 3

Tabela 5.23 – Resultados numéricos da análise referente a lei constitutiva 3

i	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	F_{AD} (kN)	F_{BD} (kN)	F_{CD} (kN)	δ_D (cm)	ε_{11}	ε_{12}
1	20,00	210,00	61,506	122,996	61,506	0,098	0,000245	0,000489
2	40,00	420,00	123,008	245,956	123,008	0,196	0,000489	0,000979
3	60,00	630,00	184,506	368,877	184,506	0,294	0,000734	0,001468
4	70,48	740,09	216,745	433,304	216,745	0,345	0,000862	0,001724
5	75,00	787,50	250,039	433,540	250,039	0,398	0,000995	0,001989
6	80,00	840,00	287,084	433,540	287,084	0,457	0,001142	0,002283
7	85,00	892,50	324,117	433,540	324,117	0,516	0,001290	0,002578
8	90,00	945,00	361,140	433,540	361,140	0,574	0,001437	0,002872
9	95,00	997,5	398,151	433,540	398,151	0,633	0,001584	0,003166
10	99,68	1.046,65	432,792	433,540	432,792	0,688	0,001722	0,003441
11	100,00	1.050,00	433,540	435,256	433,540	1,065	0,002666	0,005325
12	102,50	1.076,25	433,540	460,461	433,540	1,754	0,004395	0,008772
13	105,00	1.102,50	438,036	479,529	438,036	2,276	0,005706	0,011379
14	110,00	1.155,00	453,060	509,380	453,060	3,092	0,007760	0,015460
15	115,00	1.207,50	468,081	539,163	468,081	3,907	0,009814	0,019533
16	120,00	1.260,00	483,096	568,879	483,096	4,719	0,011867	0,023596
17	125,00	1312,50	498,108	598,529	498,108	5,530	0,013919	0,027650
18	128,00	1.344,00	507,113	616,288	507,113	6,016	0,015151	0,030078
19	129,00	1.354,50	510,114	622,203	510,114	6,177	0,015561	0,030887
20	130,00	1.365,00	513,115	628,115	513,115	6,339	0,015971	0,031695

Analisando a Tab. (5.23) e o gráfico da Fig. 5.40, pode-se descrever o comportamento da estrutura em quatro etapas. A primeira etapa está no intervalo do início do processo incremental até o quarto incremento de carga. Nesta etapa, todos elementos de cabo da estrutura estão em regime elástico e contribuem para a sua rigidez.

Na segunda etapa, que corresponde ao intervalo do quinto até o décimo incremento, há o escoamento do elemento BD , a sua força permanece constante, deixando de contribuir provisoriamente para a rigidez do sistema. Desta forma, somente os elementos AD e CD contribuem para a rigidez da estrutura.

A terceira etapa compreende o décimo primeiro e o décimo segundo incremento. Nesta etapa, os elementos AD e CD também escoam, entretanto, o elemento BD entra na fase de

endurecimento. Com isto, para esta etapa, apenas o elemento BD contribui para a rigidez da estrutura e os deslocamentos verticais crescem bastante.

Na quarta etapa que vai do décimo terceiro até o vigésimo incremento, todos os elementos de cabos AD , BD e CD entram na fase de endurecimento, voltando a contribuir para a rigidez da estrutura, desta vez com módulo tangente E_{t2} . A partir desse momento, o cabo BD atinge a deformação máxima alcançando a sua carga de ruptura, levando ao final da análise.

Nesse caso o tempo de processamento computacional utilizando-se o mesmo computador dos exemplos anteriores foi de dois segundos e o máximo de iterações atingida foi igual à quatro. Para todos os casos desse exemplo, o processo de convergência ocorreu pelo critério dos deslocamentos, mesmo passando pelo do critério das forças residuais.

5.3.3 Análise Elástica Não Linear Geométrica de Estrutura Espacial de Cabos Suspensos

Este exemplo foi apresentado por Peyrot e Goulois (1979), Mourelle (1984), Coyette e Guisset (1988), Song *et al.* (2000), Luo *et al.* (2005), Huang e Lan (2006), Yang e Tsay (2007), Such *et al.* (2009) e Impollonia *et al.* (2011).

A estrutura espacial ilustrada na Fig. 5.41 consiste de três cabos suspensos apoiados nos pontos B , C e D e suportados por uma mola vertical com rigidez $k = 1.000$ unidades (un), cujo apoio pode se deslocar no plano horizontal xz . Para uma melhor visualização da estrutura são apresentadas as coordenadas (x , y e z) dos nós: A (0, 0, 0), B (-400, -400, 0), C (400, 0, -300) e D (400, 0, 300). Os cabos 1, 2 e 3 estão sujeitos somente a carregamentos de peso próprio $w_1 = 1$ un e $w_2 = w_3 = 2$ un, comprimentos iniciais $L_1 = 580$ un e $L_2 = L_3 = 510$ un, respectivamente, apresentando seções transversais circulares com uma área $A = 1$ un, correspondendo a um diâmetro $d = 1,1284$ un.

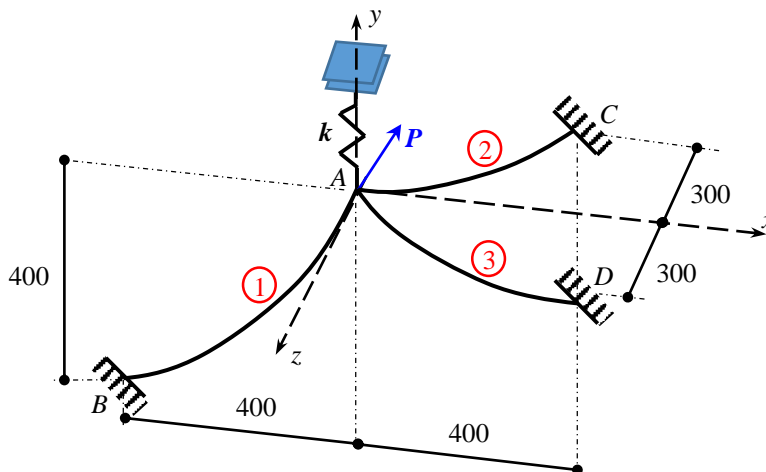


Figura 5.41 – Estrutura espacial de cabos suspensos

A estrutura está submetida a uma força concentrada $P = 1.000$ un, aplicada no ponto A , no sentido negativo do eixo z e estará sujeita a uma variação uniforme da temperatura $\Delta T = 100$ un. O material dos cabos tem coeficiente de dilatação térmica $\alpha = 6,5 \times 10^{-6}$ un e módulo de elasticidade longitudinal $E = 290.000$ un. Os cabos foram divididos em 10 elementos, cujo o peso próprio foi transformado em carregamento equivalente concentrado em cada nó. As configurações iniciais de equilíbrio dos cabos foram obtidas através da equação da catenária.

Nos trabalhos de Coyette e Guisset (1988), Luo *et al.* (2005) e Yang e Tsay (2007) determinaram-se os deslocamentos horizontais nas direções x e z (δ_{Ax} , δ_{Az}) e vertical na direção y (δ_{Ay}) do ponto A , considerando-se a força P sem a variação da temperatura ($\Delta T = 0$). A Tab. (5.24) apresenta os resultados dos diversos autores e do programa *ASTRAS*, onde se observa uma ótima correlação entre todos resultados.

Tabela 5.24 – Resultados numéricos dos deslocamentos do ponto A para $\Delta T = 0$

<i>Pesquisadores / Programa</i>	δ_{Ax} (un)	δ_{Ay} (un)	δ_{Az} (un)
Coyette e Guisset (1988)	26,110	-2,890	-40,420
Luo <i>et al.</i> (2005)	26,114	-2,889	-40,421
Yang e Tsay (2007)	26,083	-2,848	-40,394
<i>ASTRAS</i>	26,158	-2,885	-40,628

Nos trabalhos de Peyrot e Goulois (1979), Mourelle (1984), Song *et al.* (2000), Luo *et al.* (2005), Huang e Lan (2006), Yang e Tsay (2007), Such *et al.* (2009) e Impollonia *et al.* (2011), além da força P foi considerada uma variação uniforme da temperatura nos cabos, $\Delta T = 100$ un. A Tab. (5.25) apresenta os resultados dos diversos autores e do programa *ASTRAS* para os deslocamentos horizontais nas direções x e z (δ_{Ax} , δ_{Az}), e vertical na direção y (δ_{Ay}) do ponto A , observando-se também uma ótima correlação entre todos resultados.

Peyrot e Goulois (1979), Mourelle (1984) e Huang e Lan (2006) analisaram a estrutura considerando, além da força P , a variação uniforme da temperatura, $\Delta T = 100$ un, e apresentaram na Tab. (5.26) os resultados dos componentes horizontais e verticais (H_x , H_z e V_y) das forças de tração que atuam nos cabos 1, 2 e 3, relativos aos apoios A , B , C e D da estrutura. Huang e Lan (2006) apresentaram também as flechas f_{v2} e f_{v3} , para os cabos 2 e 3, respectivamente. Esses resultados foram comparados com aqueles obtidos pelo programa *ASTRAS* observando-se uma ótima correlação entre eles.

Tabela 5.25 – Resultados numéricos dos deslocamentos do ponto A para $\Delta T = 100$ un

<i>Pesquisadores / Programa</i>	δ_{Ax} (un)	δ_{Ay} (un)	δ_{Az} (un)
Peyrot e Goulois (1979)	26,473	-2,874	-41,135
Mourelle (1984)	26,471	-2,873	-41,150
Song <i>et al.</i> (2000)	26,020	-2,940	-37,580
Luo <i>et al.</i> (2005)	26,474	-2,874	-41,143
Huang e Lan (2006)	26,471	-2,874	-41,138
Yang e Tsay (2007)	26,443	-2,834	-41,116
Such <i>et al.</i> (2009)	26,527	-2,883	-41,105
Impollonia <i>et al.</i> (2011)	26,471	-2,875	-41,138
ASTRAS	26,515	-2,869	-41,345

Tabela 5.26 – Resultados dos componentes H_x , H_z e V_y das forças de tração nos nós em todos os cabos e flechas dos vértices nos cabos 2 e 3

Cabo	Descrição (un)	Peyrot e Goulois (1979)	Mourelle (1984)	Huang e Lan (2006)	ASTRAS
		$\Delta T = 100$			$\Delta T = 100$
1	H_{Ax}	1.686,0	1.685,5	1.686,4	1.680,8
	H_{Az}	-162,6	-162,7	-162,6	-162,9
	V_{Ay}	1.868,1	1.867,8	1.868,5	1.822,3
	H_{Bx}	-1.686,0	-1.685,8	-	-1.680,8
	H_{Bz}	162,6	162,7	-	162,9
	V_{By}	-1.288,1	-1.288,2	-	-1.283,1
2	H_{Ax}	-437,6	-437,3	-437,5	-435,2
	H_{Az}	303,3	303,0	303,2	301,4
	V_{Ay}	505,9	505,5	505,8	453,5
	H_{Cx}	437,6	437,3	-	435,2
	H_{Cz}	-303,3	-303,0	-	-301,4
	V_{Cy}	514,1	513,8	-	514,2
	f_{v2}	-	-	-104,16	-104,86
3	H_{Ax}	-1.248,5	-1.248,6	-1.284,8	-1.245,6
	H_{Az}	-1.140,2	-1.140,4	-1.140,5	-1.138,5
	V_{Ay}	500,1	499,8	500,1	441,7
	H_{Dx}	1.248,5	1.248,6	-	1.245,6
	H_{Dz}	1.140,2	1.140,4	-	1.138,5
	V_{Dy}	519,9	519,5	-	519,9
	f_{v3}	-	-	-39,31	-39,40

Finalmente, as Figs. 5.42 e 5.43 apresentam as saídas gráficas das configurações inicial e final de equilíbrio da estrutura para as diversas análises realizadas, onde se utilizou o pós-processador do programa *INSANE*. A Fig. 5.42 apresenta a deformada da estrutura no plano xy para a configuração inicial considerando os cabos descarregados, a configuração final considerando apenas o peso próprio dos cabos (w) e a configuração final considerando o peso próprio e a força concentrada ($w + P$) com variação de temperatura $\Delta T = 100$ un. A Fig. 5.43 apresenta a deformada da estrutura no plano xz considerando-se os mesmos casos anteriores.

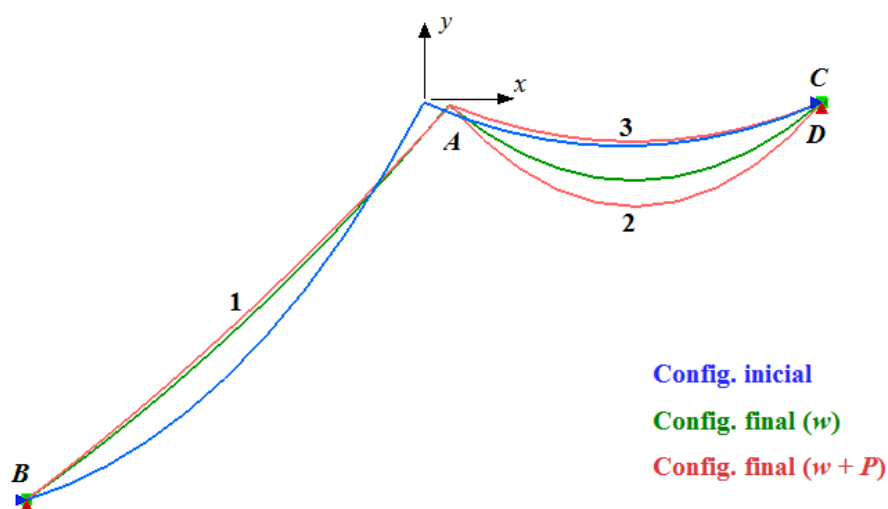


Figura 5.42 – Deformada da estrutura espacial de cabos suspensos plano xy

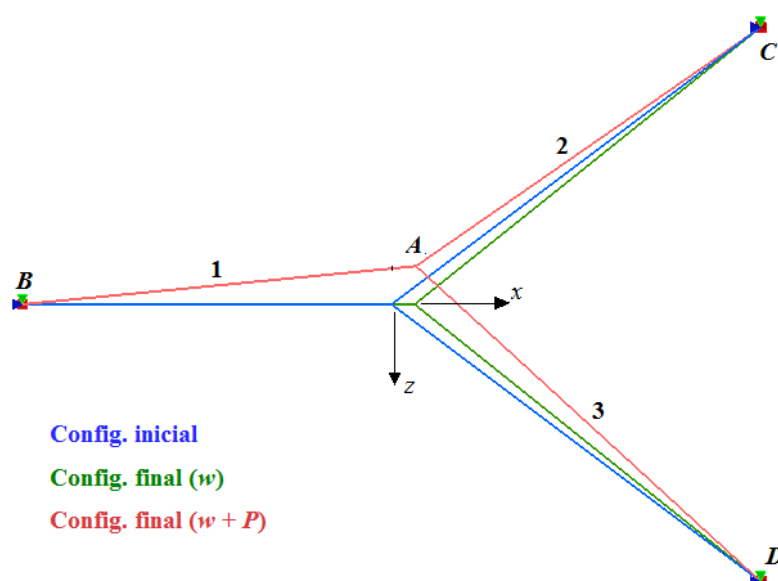


Figura 5.43 – Deformada da estrutura espacial de cabos suspensos plano xz

Através da Fig. 5.42, que ilustra a deformada da estrutura no plano xy , pode-se observar claramente os deslocamentos horizontal δ_{Ax} e vertical δ_{Ay} do apoio de mola no ponto A, além da forma dos cabos considerando as várias situações de carregamento. A Fig. 5.43 ilustra a deformada da estrutura no plano xz , podendo-se observar claramente os deslocamentos horizontais δ_{Ax} e δ_{Az} do apoio de mola no ponto A, além da posição dos cabos considerando as várias situações de carregamento.

Pode-se concluir que os resultados dos exemplos estudados nesta seção mostraram a potencialidade da formulação geometricamente exata apresentada na seção 3.3 e a eficiência da implementação numérica dessa formulação no programa *ASTRAS*, que se mostrou capaz de realizar à análise avançada em sistemas estruturais formados por cabos e treliças espaciais. Quando comparados com exemplos da literatura e de programas comerciais, os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* mostraram grande precisão da formulação.

6

APLICAÇÃO NA ANÁLISE DE TORRES ESTAIADAS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

6.1 Considerações Iniciais

O conjunto de usinas, subestações, linhas de transmissão e outros equipamentos que possibilitam a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica é chamado de sistema elétrico. De forma simplificada, pode-se admitir que essa atividade elétrica seja composta por três etapas principais: a geração, onde algum tipo de energia é transformada em energia elétrica; a transmissão, onde a energia elétrica é transportada em altas tensões; e a distribuição, onde a energia é distribuída ao consumidor final, conforme ilustra a Fig. 6.1.

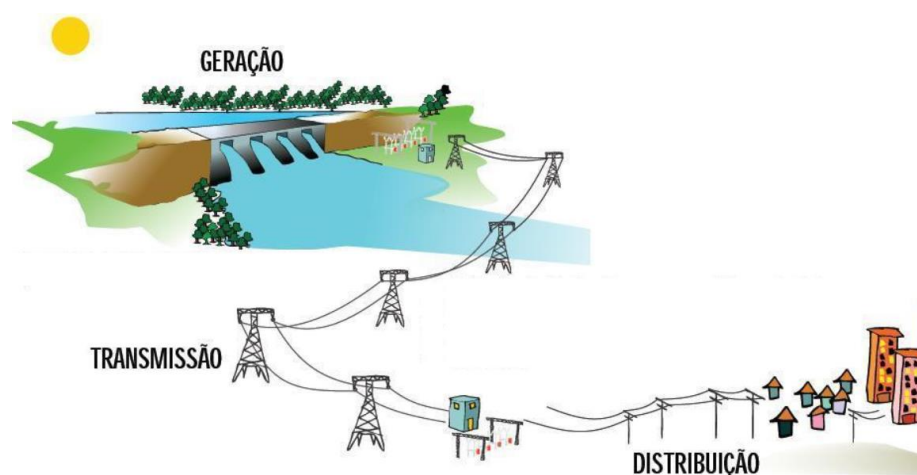


Figura 6.1 – Etapas principais da atividade elétrica

Fonte: http://www.jornalismoeducativo.com.br/img/330/avul/_95_energia.jpg

A energia elétrica pode ser gerada em usinas classificadas conforme os recursos naturais que utilizam, por exemplo, hidroelétrica, termoeletrica, eólica, nuclear, solar e outras. Devido às condições naturais e instalações físicas dessas usinas, muitas vezes elas não estão localizadas próximas às regiões consumidoras da energia gerada.

O transporte de energia é realizado através de linhas aéreas ou subterrâneas. As linhas aéreas apresentam, em geral, condutores nus, suportados por estruturas, das quais são separados por isoladores. As linhas subterrâneas apresentam cabos isolados, instalados em redes de dutos. Existem dois tipos principais de linhas para transporte de energia elétrica, as de transmissão e as de distribuição. O sistema que conduz essa energia elétrica através de cabos condutores em altas tensões até subestações de transformação, são chamadas de linhas de transmissão. O sistema de distribuição tem como função levar energia elétrica com níveis reduzidos de tensões ao consumidor final.

As Linhas de Transmissão (LT) se estendem por longas distâncias conectando as usinas geradoras aos grandes consumidores, que são aqueles que adquirem energia em alta tensão, como fábricas e mineradoras, ou às empresas distribuidoras de energia, as quais vão se encarregar de transportar a energia aos consumidores de menor porte. Essa transmissão pode ser feita em Corrente Alternada (CA) ou Corrente Contínua (CC), sendo que a mais utilizada no Brasil é a CA e sua aplicação ocorre em circuitos trifásicos (Wazen, 2011). A transmissão em CC se dá, principalmente, quando há a necessidade de percorrer grandes distâncias. No Brasil, as usinas de Itaipu localizada no rio Paraná e as usinas de Jirau e Santo Antônio localizadas no rio Madeira estão em operação, cuja transmissão de energia é feita em CC. A Usina de Belo Monte localizada no rio Xingu, prevista para entrar em operação em 2018 também terá sua energia transmitida em CC.

No Brasil, as linhas de transmissão são classificadas de acordo com o nível de tensão (NT) de sua operação, mensurado em quilovolt (kV). Para cada faixa de tensão, existe um código que representa todo um conjunto de linhas de transmissão de mesma classe, conforme mostra a Tab. (6.1).

Tabela 6.1 – Classificação das linhas de transmissão em função do nível de tensão

Nível de Tensão (NT) (kV)	Classificação	Simbologia
69	Alta Tensão / A3	AT
$88 \leq NT \leq 138$	Alta Tensão / A2	AT
$138 < NT \leq 230$	Alta Tensão / A1	AT
$230 < NT \leq 700$	Extra Alta Tensão / A1	EAT
$NT > 700$	Ultra Alta Tensão / A1	UAT

Fonte: Gontijo, 1994 e <http://www.abradee.org.br/>

A classe A1 é representativa ao Sistema Interligado Nacional (SIN), também denominado rede básica que abrange mais de 100 mil km de LT, já as classes A2 e A3 representam as redes denominadas de subtransmissão, conforme a Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica (ABRADEE, 2014). O SIN é formado pelas empresas das regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e parte da região Norte, sendo que apenas 1,7% da energia requerida pelo país encontra-se fora do sistema interligado, em pequenos sistemas isolados localizados principalmente na região amazônica, conforme o Operador Nacional do Sistema elétrico (ONS, 2014). A Fig. 6.2 apresenta a configuração atual do SIN e as instalações planejadas para o horizonte de 2015.

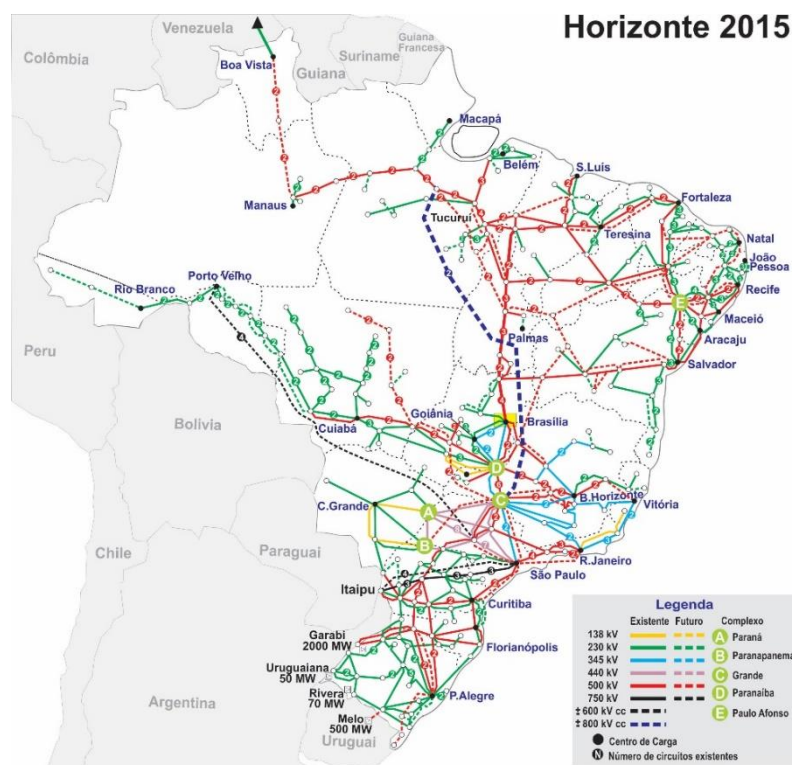


Figura 6.2 – Configuração do Sistema Interligado Nacional (SIN)

Fonte: http://www.ons.org.br/conheca_sistema/mapas_sin.aspx

A Tab. (6.2) apresenta os quantitativos das ampliações previstas até 2017 com os acréscimos de quilômetros de linhas de transmissão. Esses valores são resultantes de acréscimos de 53 linhas e de 195 novas unidades transformadoras. Para esse conjunto de obras proposto estima-se um investimento global da ordem de 13 bilhões de reais, em valores atuais, conforme ONS (2014).

Tabela 6.2 – Ampliações de linhas de transmissão em distância

Tensão (kV)	Distância (km)
230	3.950
345	104
440	66
500/525	3.032
800	4.280
Total	11.432

Fonte: <http://www.ons.org.br>

As linhas de transmissão são basicamente constituídas por cabos metálicos condutores de energia elétrica suspensos em torres (estruturas suporte) por meio de isoladores cerâmicos, cabos para-raios, aterramentos e outras ferragens e fundações conforme ilustra Fig. 6.3.

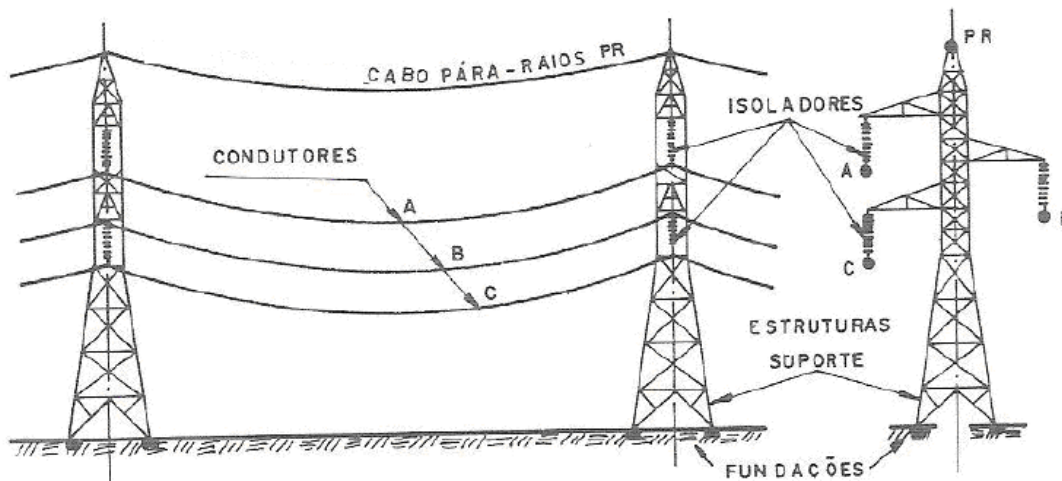


Figura 6.3 – Principais elementos das linhas de transmissão

Fonte: Labegalini *et al.* (1992)

Essas torres, em quase sua totalidade, são formadas por estruturas metálicas em treliças espaciais, que devido à leveza das peças, à rapidez na montagem, à facilidade de transporte para os locais que geralmente são de difícil acesso, representam a solução mais econômica para essa situação. Entre essas estruturas metálicas em treliças espaciais as mais utilizadas são as torres autoportantes e torres estaiadas.

6.2 Torres de Transmissão

As linhas de transmissão são obras de grandes extensões lineares, atingindo dezenas ou centenas de quilômetros, possuindo estruturas espaçadas em vãos que variam de 200 a 1.000 metros, segundo Kaminski (2007).

As estruturas de uma linha de transmissão servem de suporte para os cabos condutores e para-raios e são dimensionadas para manterem os cabos condutores com distâncias elétricas das partes aterradas compatíveis com nível de tensão, além de suportarem mecanicamente os esforços transmitidos pelos cabos. Esse dimensionamento depende tanto do nível de tensão a ser transportado, associado à capacidade e comportamento dos cabos, quanto das dimensões da própria estrutura a ser utilizada. Esses valores são obtidos em função de considerações das distâncias de segurança e do desempenho diante das solicitações elétricas (sobretensões) devido às descargas atmosféricas, devido às manobras (alteração brusca do sistema), além das solicitações devido aos esforços aos quais as estruturas serão submetidas.

Conforme a NBR 5422 (1985), as distâncias de segurança são os afastamentos mínimos recomendados do condutor e seus acessórios energizados a quaisquer partes da estrutura. Os valores mínimos devem ser determinados em função do desempenho elétrico, que levam em consideração as várias solicitações elétricas a que a linha será submetida, devidamente coordenada com as condições de vento que ocorrem simultaneamente com cada uma das referidas solicitações. Além da informação da distância de segurança, existe a prevenção quanto a seu desempenho quando está sob ações de descargas atmosféricas, principalmente, para estruturas de grande porte.

Além de documentos e diretrizes, as principais normas que orientam os projetos para estruturas de linhas de transmissão no Brasil são:

- IEC 60826 (2003) - *Design criteria of overhead transmission lines*. Esta norma apresenta critérios de projetos de linhas de transmissão;
- ASCE 10-97 (2000) – *Design of latticed steel transmission structures*. Esta norma especifica requisitos para a concepção, fabricação e testes de elementos e ligações para estruturas de transmissão de energia elétrica;

- ABNT NBR 5422:1985 - *Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica*, que mostra as condições básicas para linhas com tensões entre 38 kV e 800 kV;
- ABNT NBR 6123:1990 - *Forças devidas ao vento em edificações*. Esta norma fixa as condições exigíveis na consideração das forças devidas à ação estática e dinâmica do vento, para efeitos de cálculo de edificações;
- ABNT NBR 8842:2010 - *Suportes metálicos treliçados para linhas de transmissão – Resistência ao carregamento – Método de Ensaio*, que prescreve o método de ensaio de resistência ao carregamento em suportes metálicos treliçados para linhas aéreas de transmissão de energia elétrica;
- ABNT NBR 6109:1994 - *Cantoneiras de abas iguais, de aço, laminadas – dimensões e tolerâncias*, que padroniza as dimensões nominais, massas e tolerâncias da série normalizada de cantoneiras de abas iguais de cantos arredondados, de aço, laminadas, além de estabelecer suas características geométricas;
- Brochura Técnica do Comitê Nacional Brasileiro de Produção e Transmissão de Energia Elétrica CIGRÉ-Brasil - *Procedimento de Projeto de Torres Metálicas Treliçadas*.

6.3 Classificação das Torres de Linhas de Transmissão

Apresentando uma arquitetura quase padronizada, as torres treliçadas de aço têm sido as mais utilizadas para o transporte de energia, devido a sua leveza, facilidade de transporte e de montagem, mesmo em locais de difícil acesso. Além disso, as estruturas das torres metálicas têm composição modular permitindo um melhor ajuste nos locais de sua implantação. Vários fatores influenciam na concepção estrutural dessas torres, que podem ser classificadas da seguinte forma:

- quanto ao número de circuitos;
- quanto à disposição dos condutores;
- quanto à tensão elétrica da linha de transmissão;
- quanto à função da torre na linha de transmissão;
- quanto ao modelo estrutural das torres;
- quanto ao formato da silhueta da torre.

6.3.1 Número de Circuitos

A maioria das linhas de transmissão no Brasil utiliza três fases formando um sistema trifásico, sendo que as fases podem ser constituídas por um único ou múltiplos cabos condutores, fazendo com que as estruturas conduzam um circuito (torres de circuito simples) ou dois circuitos (torre de circuito duplo). As torres de circuito simples são aquelas em que cada torre possui apenas um conjunto de fases e as torres de circuito duplo, são aquelas com dois conjuntos de fases. As Fig. 6.4 e 6.6 ilustram, esquematicamente, torres de circuito simples (Kießling *et al.*, 2003), a Fig. 6.5 ilustra uma torre de circuito duplo.

6.3.2 Disposição dos Condutores

A forma com que os condutores são posicionados na estrutura é um fator relevante para o dimensionamento das torres, sendo que apresentam três disposições básicas: horizontal, vertical e triangular. De acordo com essas disposições dos condutores existem diferentes valores de campo eletromagnético associados.

Na disposição horizontal, Fig. 6.4, os condutores são posicionados em mesmo plano horizontal podendo ser simétrica ou assimétrica, segundo Fuchs (1979). Este tipo de disposição permite torres de menor altura para um mesmo vão e condutor do que as demais disposições, porém exigem torres mais largas. É a disposição preferida em linhas de circuitos simples e níveis de alta tensões e extra alta tensão.

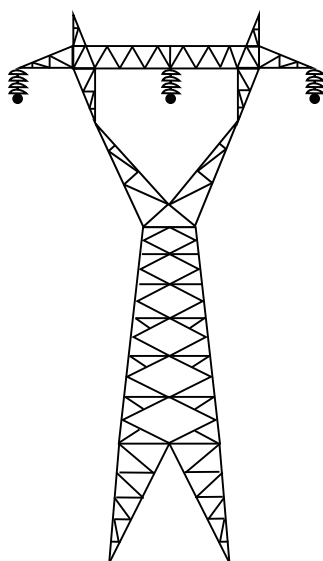


Figura 6.4 – Disposição horizontal dos condutores em torre de circuito simples

Para a disposição vertical, Fig. 6.5, os condutores se encontram em mesmo plano vertical. Essa é disposição preferida para linhas de circuito duplo e para linhas de transmissão que têm limitações das larguras das faixas de servidão, por exemplo, em linhas urbanas ou vias públicas.

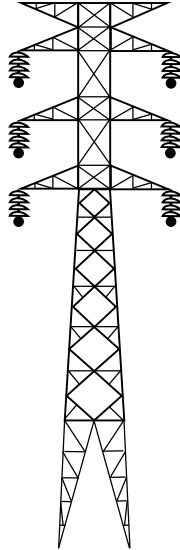


Figura 6.5 – Disposição vertical dos condutores em torres de circuito duplo

Denomina-se disposição triangular quando os condutores estão dispostos segundo os vértices de um triângulo, que poderá ser equilátero ou outro qualquer. No primeiro caso, diz-se que a disposição é eletricamente simétrica; no segundo caso, a disposição é dita assimétrica, conforme ilustra a Fig. 6.6. Esse tipo de disposição é empregado em circuitos simples ou duplos e encontrados em linhas de todos os níveis de tensão. A distribuição dos condutores é feita para que os campos eletromagnéticos das fases possam melhor se equilibrar. Essa disposição apresenta menores riscos de indução e curtos por sobretensão elétrica.

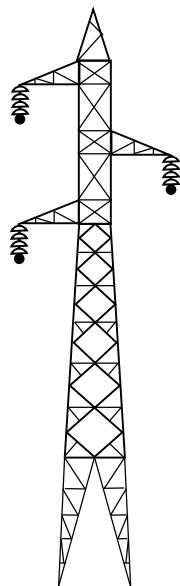


Figura 6.6 – Disposição triangular dos condutores em torre de circuito simples

6.3.3. Tensão Elétrica da Linha de Transmissão

Os níveis de tensão mais utilizados em linhas de transmissão no Brasil são de 69 kV, 138 kV, 345 kV, 500 kV e 765 kV. A tensão de operação da linha de transmissão é um dado importante para um projeto estrutural de uma torre, uma vez que quando se aumenta a capacidade de transporte de energia através da elevação do nível de tensão, é necessário utilizar cabos condutores com maiores diâmetros ou maior número de cabos e maiores distâncias elétricas desses cabos às partes não energizadas, conforme Gontijo (1994).

6.3.4 Função da Torre na Linha de Transmissão

A função de uma torre em uma linha de transmissão está relacionada aos carregamentos aos quais deverá ser submetida. Esses carregamentos podem conter esforços verticais devido ao peso próprio dos cabos condutores e para-raios, das cadeias de isoladores, das ferragens e da própria torre, esforços horizontais transversais decorrentes da força resultante da pressão do vento sobre os cabos, isoladores e elementos da própria estrutura e esforços horizontais longitudinais, no sentido da linha de transmissão, devido a tração dos condutores e pressão do vento sobre a estrutura. Dessa forma, as torres são classificadas como:

- A) **Suspensão:** são estruturas dimensionadas para resistir aos esforços verticais e horizontais transversais. Excepcionalmente são solicitadas por forças verticais adicionais, como aquelas, decorrentes da montagem e de manutenção, bem como às forças horizontais longitudinais devido a ruptura de cabos ou condutores. São as mais empregadas nas linhas e utiliza-se esse tipo de torre em alinhamento ou com pouco desvio angular;
- B) **Ancoragem terminal ou total:** são torres utilizadas no início e fim de uma linha de transmissão com a função de manter os condutores tracionados e evitar o colapso em sequência de torres de suspensão, conhecido como o efeito cascata, sendo por isso mais solicitadas. Essas solicitações ocorrem devido às mesmas forças que atuam nas torres de suspensão e, adicionalmente, por forças longitudinais devido aos cabos terminais, na condição de maior intensidade do vento.
- C) **Ancoragem intermediária ou parcial:** torres utilizadas entre as estruturas de suspensão, em intervalos variáveis de 5 km a 10 km, servindo como ponto de tração dos cabos condutores. Essas estruturas são menos reforçadas do que as torres de ancoragem

total, pois devem resistir apenas aos esforços de tração dos condutores durante a montagem, ou após a ruptura de alguns deles evitando o efeito cascata.

- D) Em ângulo:** são utilizadas quando há necessidade de mudança de direção da linha de transmissão. São torres dimensionadas para resistir aos esforços verticais, transversais e longitudinais, decorrentes da resultante das forças de tração nos condutores nos alinhamentos que se cruzam.
- E) Transposição ou rotação de fases:** são utilizadas para assegurar o equilíbrio eletromagnético das linhas, e com isso a igualdade das quedas de tensões nas fases. Segundo Labegalini *et al.* (1992), é recomendável que em cada trecho de linha de transmissão haja pelo menos uma rotação completa.
- F) Derivação:** normalmente são feitas derivações em algum ponto de uma linha de transmissão para alimentar um outro ramal, portanto, utiliza-se este tipo de torre para que não haja necessidade de interrupção ou seccionamento desse ponto.

6.3.5 Modelo Estrutural das Torres

Os esforços aos quais as torres ficam submetidas são transmitidos ao solo através dos seus elementos ou auxiliados por estais ancorados ao solo, podendo-se classificá-las em dois grupos:

- A) Autoportantes:** são aquelas onde as ações externas atuantes na estrutura são transmitidas ao solo através dos seus próprios componentes estruturais. As torres autoportantes não exigem grandes espaços para sua instalação, possuindo seção transversal quadrada ou triangular. Em geral, suas ligações são parafusadas, viabilizando a montagem e instalação em qualquer tipo de local, apresentando-se uma ótima relação custo/benefício.
- B) Estaiadas:** o sistema estrutural de treliças espaciais associadas a cabos de aço formam as chamadas torres estaiadas, conforme ilustra a Fig. 6.8. Nesse caso o modelo estrutural resistente exige o auxílio de cabos de aço (estais) para garantir a estabilidade da torre. As torres estaiadas são constituídas por um corpo metálico esbelto e modulado denominado mastro, fixo por estais pré-tensionados em pontos determinados de sua extensão. Esse corpo metálico é formado por módulos com cerca de 5 a 6 metros cada,

contendo montantes, diagonais, barras horizontais e de travamentos, com ligações parafusadas ou soldadas, possuindo seção transversal quadrada ou triangular. Os estais são constituídos por cordoalhas de aço fixadas em pontos do mastro da estrutura e às fundações laterais de ancoragem, conforme Menin (2002). As torres estaiadas são as mais econômicas e fáceis de montar, porém exigem uma área considerável para instalação devido aos estais.

6.3.6 Formato da Silhueta da Torre

Existem entre as torres autoportantes o formato do tipo tronco piramidal, usadas em praticamente todos os níveis de tensões, conforme ilustra a Fig. 6.7 (a). Quando se aumenta a distância entre o ponto gerador e ponto consumidor, outras formas de estruturas vão sendo empregadas, como por exemplo, as torres tipo delta e suas variações como ilustradas nas Figs. 6.7 (b) e 6.7 (c).

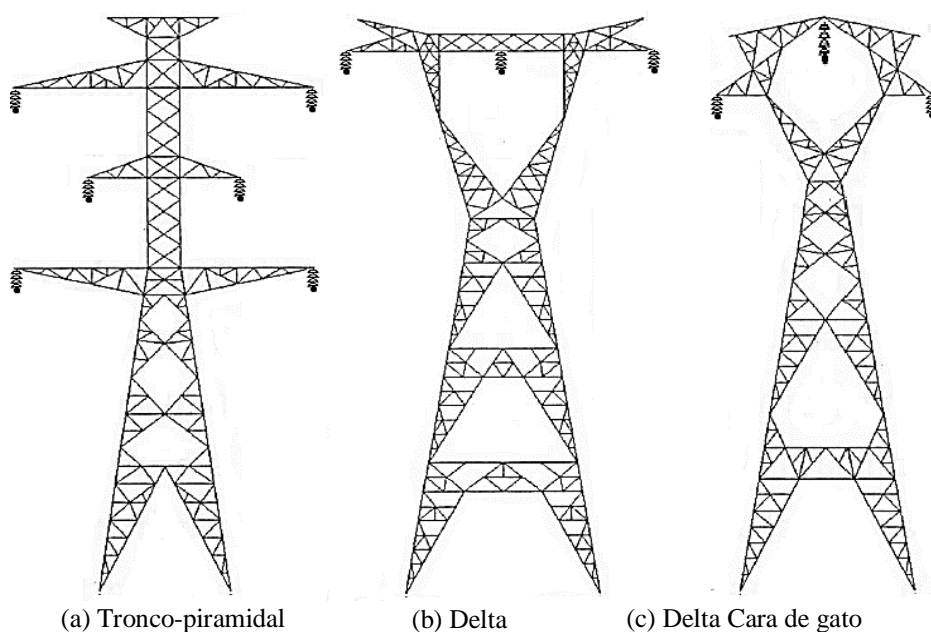


Figura 6.7 – Formato das torres metálicas treliçadas autoportantes

Fonte: Adaptado de Gontijo (1994)

As torres estaiadas, também empregadas em linhas de transmissão apresentam algumas configurações como, por exemplo, as configurações monomastro, em “V” e Cross Rope, como ilustra a Fig. 6.8 (a), (b) e (c), respectivamente.

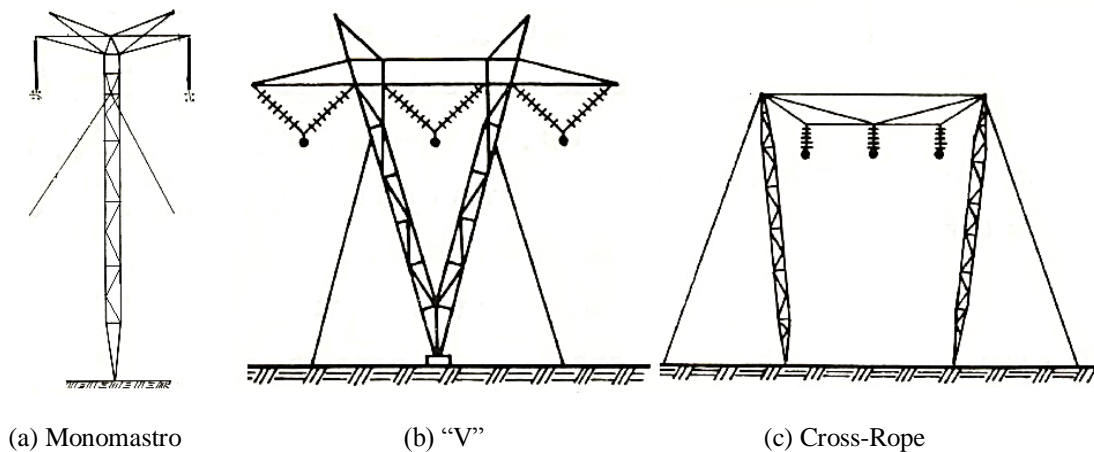


Figura 6.8 – Formato das torres metálicas treliçadas estaiadas

Fonte: Adaptado de Labegalini *et al.* (1992)

6.4 Ações Atuantes nas Torres de Linha de Transmissão

6.4.1 Considerações Iniciais

De acordo com a NBR 8681 (ABNT, 2003) as ações a considerar em estruturas classificam-se, quanto à variabilidade com o tempo, em permanentes, variáveis e excepcionais.

As ações permanentes são aquelas que ocorrem com os valores praticamente constantes durante toda a vida útil da estrutura. No caso das torres de linhas de transmissão as ações permanentes são constituídas pelo peso próprio da estrutura, dos cabos condutores e para-raios, e pelos pesos próprios dos elementos construtivos fixos, como isoladores, ferragens, etc.

As ações variáveis são as que ocorrem com valores significativos durante uma fração importante da vida útil da estrutura. Para o caso das torres de linhas de transmissão essas ações são causadas pela ação do vento, pela variação da temperatura, pela deposição de gelo sobre os cabos, torres e isoladores e pela ruptura de um ou mais cabos em uma LT. No Brasil, geralmente, as ações causadas pela deposição de gelo são desconsideradas no projeto de uma LT.

Os esforços causados pela ação do vento têm sido determinados conforme as recomendações do IEC 60826 (2003), e também das normas brasileiras NBR 6123 (ABNT, 1988) e NBR 5422 (ABNT, 1985). A ação provocada pela ruptura de cabos é considerada uma ação variável especial uma vez que seu efeito pode levar a danos de grandes proporções, como por exemplo, ao colapso conhecido como efeito cascata.

As ações excepcionais assumem valores significativos, mas têm duração extremamente curta e probabilidade muito baixa de ocorrência durante a vida útil da estrutura, como por exemplo, aquelas decorrentes de explosões, choques de veículos, ventos extraordinários, incêndios, enchentes e efeitos sísmicos. No Brasil, as ações excepcionais não têm sido consideradas no projeto de uma linha de transmissão.

6.4.2 Considerações Práticas para Aplicação das Ações nas Torres de LT

A seguir, serão apresentadas, sucintamente, as técnicas usuais utilizadas para aplicação prática em projeto das ações externas atuantes em torres de LT.

6.4.2.1 Carga de peso próprio da torre

Inicialmente, faz-se a subdivisão da torre em painéis com uma distribuição aproximadamente uniforme ao longo da altura, conforme ilustra a Fig. 6.9. Em seguida calcula-se o peso próprio de todos os elementos estruturais de cada painel que, somados, fornece a carga total de Peso próprio (Pp) do painel. Finalmente, essas cargas são aplicadas, do lado da segurança, na extremidade superior de cada painel considerado.

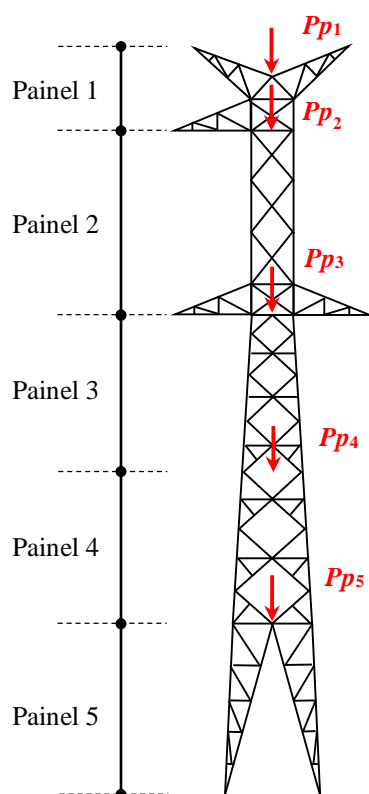


Figura 6.9 – Carregamento devido ao peso próprio dos painéis (Pp)

6.4.2.2 Ação do vento na torre

Após a subdivisão da torre em painéis, numa distribuição aproximadamente uniforme ao longo da altura, calcula-se a área de todos os elementos estruturais de cada painel que, somadas, fornece a área total exposta ao vento do painel. A ação do vento (W) em cada painel é determinada multiplicando-se a pressão de vento atuante no centro de gravidade do painel pela sua área exposta. Essas ações são redistribuídas por níveis de influência de cada painel, conforme ilustra a Fig. 6.10. Geralmente essas ações são verificadas com o vento atuando perpendicularmente ($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 90^\circ$) às faces da torre e a $\theta = 45^\circ$, conforme ilustra a Fig. 6.11.

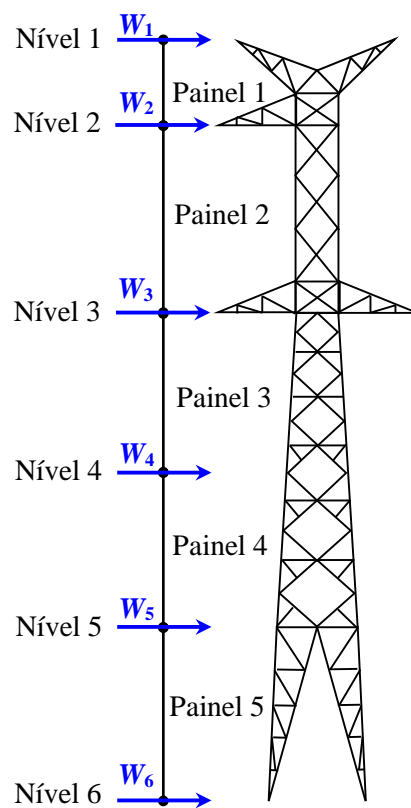


Figura 6.10 – Força devido ao vento (W) por níveis de influência de cada painel

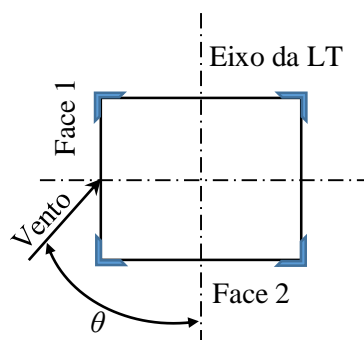


Figura 6.11 – Ação do vento sobre o tronco da torre

6.4.2.3 Forças nos pontos de fixação dos cabos

As forças nos pontos de fixação dos cabos na torre são aplicadas nas direções verticais, transversais (perpendicular ao eixo da LT) e longitudinais (paralela ao eixo da LT). As cargas verticais (V) são aquelas devidas ao peso próprio dos cabos e acessórios. A carga devido ao peso próprio dos cabos é determinada pelo produto do peso por unidade de comprimento do cabo e pelo vão gravante (vão de peso). Define-se vão gravante máximo ou mínimo como a maior ou menor distância entre os pontos de tangência horizontal de duas catenárias, referentes aos cabos condutores, adjacentes à uma determinada torre.

As forças transversais (T) são aquelas devidas à ação do vento nos cabos, cadeias de isoladores e ferragens somadas aos componentes transversais das forças de tração dos cabos nas torres de ângulo. As forças longitudinais (L) são referentes à tração dos cabos condutores e para-raios em torres de ancoragem total ou referentes ao rompimento de cabos. A força de rompimento do cabo é aplicada no braço da torre na direção longitudinal à LT e corresponde a uma carga estática estabelecida pela força de tração em EDS (Every Day Stress) do cabo. Para um cabo condutor, geralmente se adota uma força de tração em EDS em torno de 20% da UTS (Ultimate Tension Stress).

Após essas considerações são montados os diagramas de carregamentos da estrutura nos pontos de fixação dos cabos, conforme ilustra, esquematicamente, a Fig. 6.12.

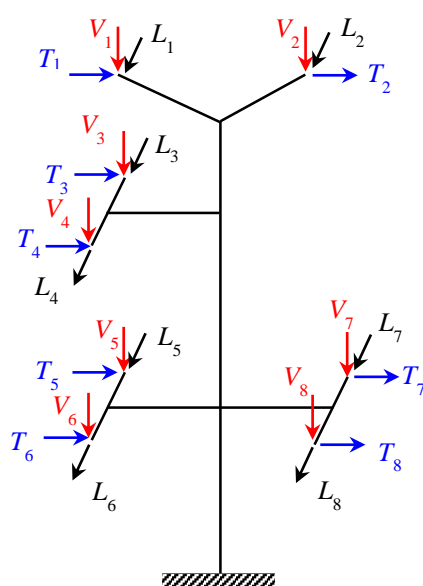


Figura 6.12 – Diagramas de carregamento da estrutura nos pontos de fixação dos cabos

6.5 Combinações de Ações

Um carregamento é definido pela combinação das ações que têm grandes probabilidades de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período pré-estabelecido. A combinação das ações deve ser feita de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura. Portanto, a verificação dos estados limites últimos deve ser realizada em função de combinações últimas. Estas combinações de ações podem ser classificadas em normal, especial, de construção e excepcional, conforme a NBR 8681 (ABNT, 2003).

Na prática de projeto de torres de linhas de transmissão são sugeridas quatro hipóteses básicas de cálculo mais utilizadas, que são relacionadas a seguir:

- Hipótese básica I (combinação última normal): consideram-se os cabos intactos com vento máximo em qualquer direção, geralmente, verificado somente nas direções transversal, longitudinal e a 45° do eixo longitudinal da linha de transmissão;
- Hipótese básica II (combinação última especial): considera-se a ruptura de um cabo para-raios com aplicação de vento com velocidade reduzida. Para torres com dois para-raios é necessário fazer hipóteses para o rompimento de cada cabo separadamente;
- Hipótese básica III (combinação última especial): considera-se a ruptura de um cabo condutor em qualquer posição com aplicação do vento com velocidade reduzida, gerando um número de sub-hipóteses igual ao número de condutores;
- Hipótese básica IV (combinação última de construção): consideram-se as cargas referentes ao lançamento dos cabos condutores e para-raios, em geral, desconsiderando-se a ação do vento.

Os esforços solicitantes causados pela ação do vento e pela ruptura dos cabos têm caráter dinâmico. Entretanto, a ação do vento, por simplificação, é considerada através de ações estáticas equivalentes. No caso da ruptura dos cabos, é recomendado que uma força estática equivalente seja aplicada diretamente nos braços da torre, isoladamente, na direção longitudinal à linha de transmissão.

6.6 Exemplos de Aplicação na Análise de Torres Metálicas Estaiadas

Os exemplos estudados no capítulo 5 procuraram mostrar a potencialidade da formulação geometricamente exata apresentada na seção 3.3 e a eficiência e precisão da implementação numérica dessa formulação no programa *ASTRAS*, visando à realização da análise avançada estática em sistemas estruturais formados por cabos e treliças espaciais. Portanto, nesta seção, o objetivo é utilizar todo o desenvolvimento teórico e numérico desse trabalho na aplicação prática em torres estaiadas para linhas de transmissão.

Dessa forma, serão estudados dois exemplos reais de torres metálicas estaiadas para linhas de transmissão. Inicialmente, será analisada uma torre estaiada do tipo monomastro e, em seguida, uma torre estaiada do tipo cross rope, cujos dados completos de projeto foram gentilmente cedidos pela SAE Towers do Brasil Torres de Transmissão Ltda.

As torres serão analisadas estaticamente através do programa *ASTRAS*, considerando as não linearidades, geométrica e material, para cálculo das reações de apoio, dos deslocamentos dos nós, dos esforços, das tensões e deformações nas barras, onde os resultados dos esforços serão comparados com aqueles do programa profissional *TOWER - Analysis and Design of Steel Latticed Towers used in Transmission and Communication Facilities*, utilizado pela SAE Towers por ocasião do dimensionamento das torres. Salienta-se aqui que a geração gráfica das deformadas das estruturas dos exemplos foi obtida através do pós-processador do programa *INSANE*.

TOWER é um programa de análise estrutural que utiliza o MEF e foi desenvolvido pela Power Line Systems Inc. situada na cidade de Madison no estado de Wisconsin nos Estados Unidos da América. Este programa realiza análises elásticas linear e não linear e o dimensionamento, usando as principais normas internacionais, de torres treliçadas de aço utilizadas em linhas de transmissão de energia elétrica ou de telecomunicações. Essas torres podem ser autoportantes ou estaiadas. A análise não linear geométrica considera os efeitos P-Delta e a estabilidade, mesmo quando os elementos têm grandes deslocamentos, como é o caso da torre cross-rope (<http://www.powline.com/products/tower.html>).

6.6.1 Torre Estaiada Monomastro

6.6.1.1 Características gerais e de projeto da torre

A torre estaiada do tipo monomastro a ser analisada é apresentada na Fig. 6.13, que ilustra uma vista espacial da estrutura com os eixos x , y e z adotados, observando-se também a sua silhueta e seus principais componentes. O mastro treliçado é rotulado na base e tem seção transversal quadrada com dimensões que podem variar ao longo da sua altura. Na sua parte superior o mastro apresenta duas mísulas para suporte dos cabos para-raios e, logo abaixo, duas mísulas para suporte dos cabos condutores. A Fig. 6.13 indica também duas mísulas onde são fixados os quatro estais (E_1 , E_2 , E_3 e E_4) que, juntamente com o mastro, compõem o sistema estrutural resistente da torre.

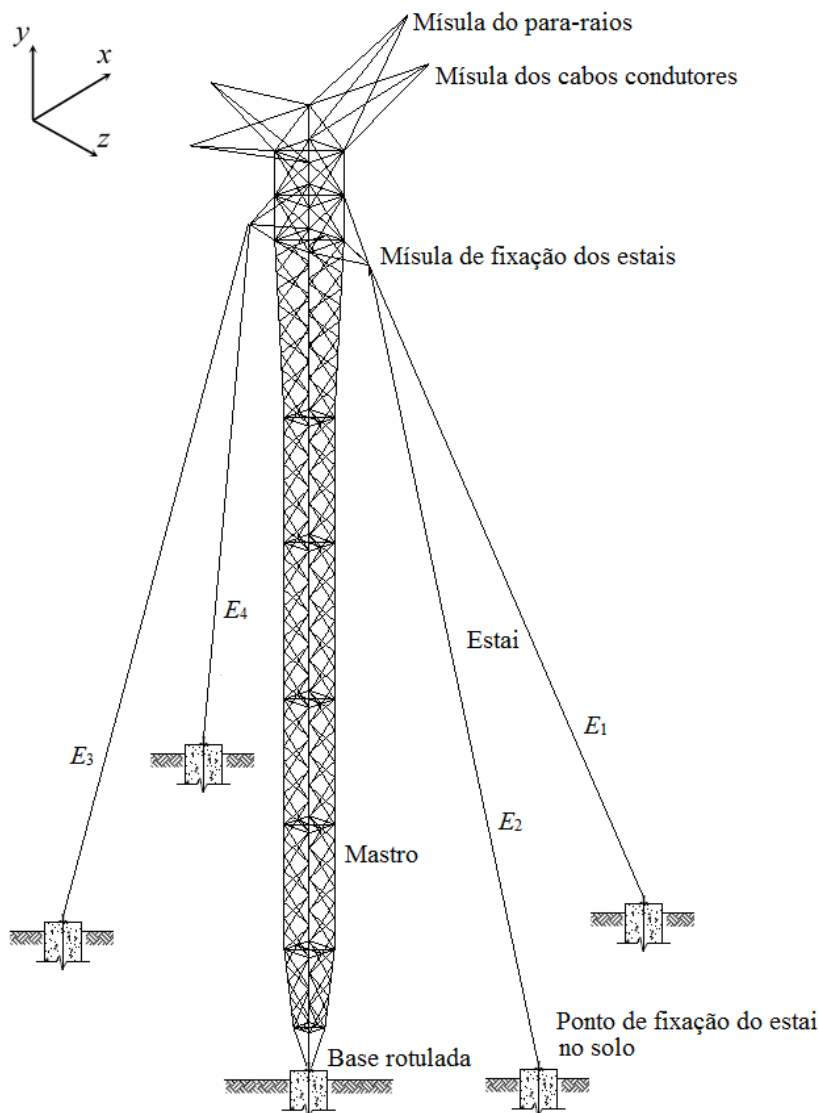


Figura 6.13 – Vista espacial da torre estaiada monomastro

A Fig. 6.14 ilustra o croquis do posicionamento da torre, em relação ao eixo longitudinal da LT e as distâncias $d_1 = 25,9763$ m e $d_2 = 32,8617$ m dos pontos de fixação dos estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 no solo, em relação aos eixos, longitudinal (z) e transversal (x), da LT, respectivamente. Nessa mesma figura é ilustrada a direção dos cabos condutores de energia C_1 e C_2 e dos cabos para-raios P_1 e P_2 .

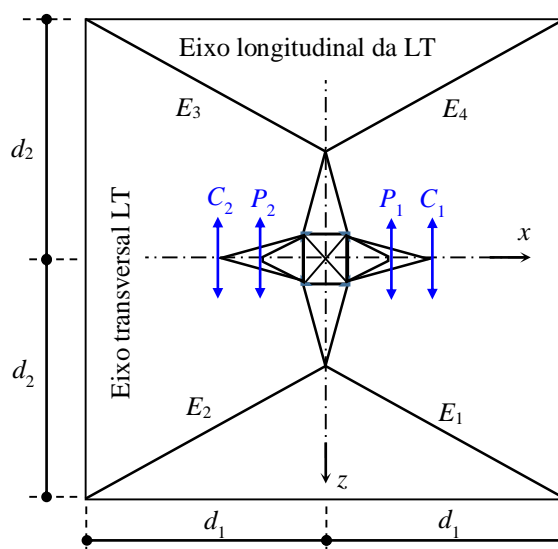


Figura 6.14 – Croquis do posicionamento do monomastro ao longo da linha de transmissão

As Figs. 6.15 e 6.16 ilustram as vistas, transversal e longitudinal, respectivamente, da silhueta da torre estaiada. Estas vistas mostram com mais detalhes as dimensões da torre, em milímetros, os quadros horizontais ao longo da altura da torre, os pontos de fixação dos estais, dos cabos para-raios, dos cabos condutores e a nomenclatura utilizada para nomeação das barras da torre.

A torre é constituída por barras com seção transversal do tipo cantoneira, fabricadas com aço ASTM A572 GR 50 e ASTM A572 GR 60, apresentando comportamento elastoplástico perfeito, com resistência ao escoamento $\sigma_y = 351,50$ MPa e $\sigma_y = 421,80$ MPa, respectivamente, conforme notas gerais de projetos da SAE Towers (2014), e módulo de elasticidade longitudinal $E = 200.000$ MPa. Todos os estais são caracterizados por cordoalhas tipo EHS (Extra High Strength) com diâmetro de 25,4 mm formado por 37 fios de aço, módulo de elasticidade longitudinal $E = 120.000$ MPa e carga de ruptura de 500 kN, de acordo com o fabricante. A Tab. (6.3) mostra a identificação das barras, o tipo de aço utilizado na fabricação, o tipo de perfil da seção transversal e suas dimensões.

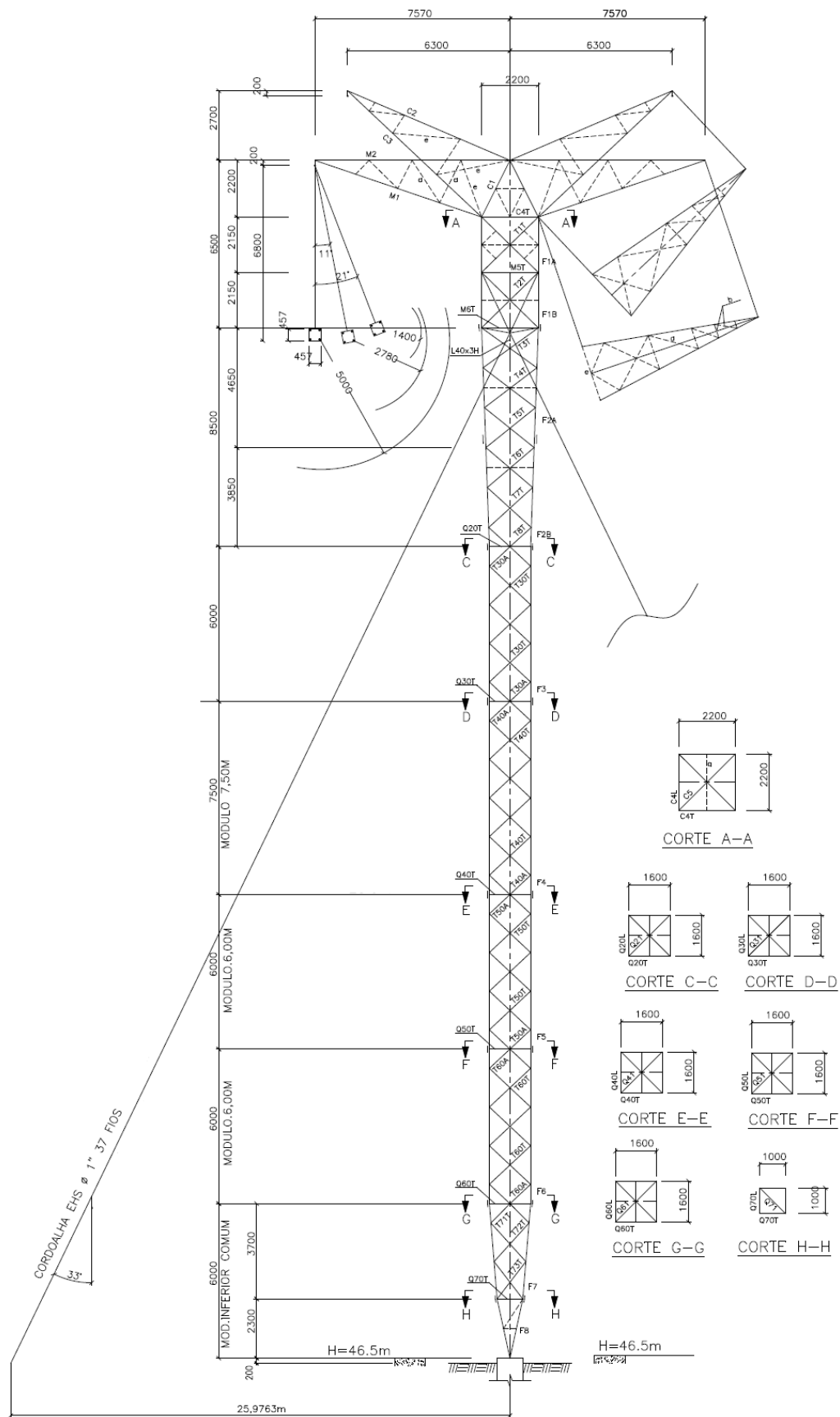


Figura 6.15 – Vista transversal da torre estaiada monomastro

Fonte: Adaptado de SAE Towers (2014)

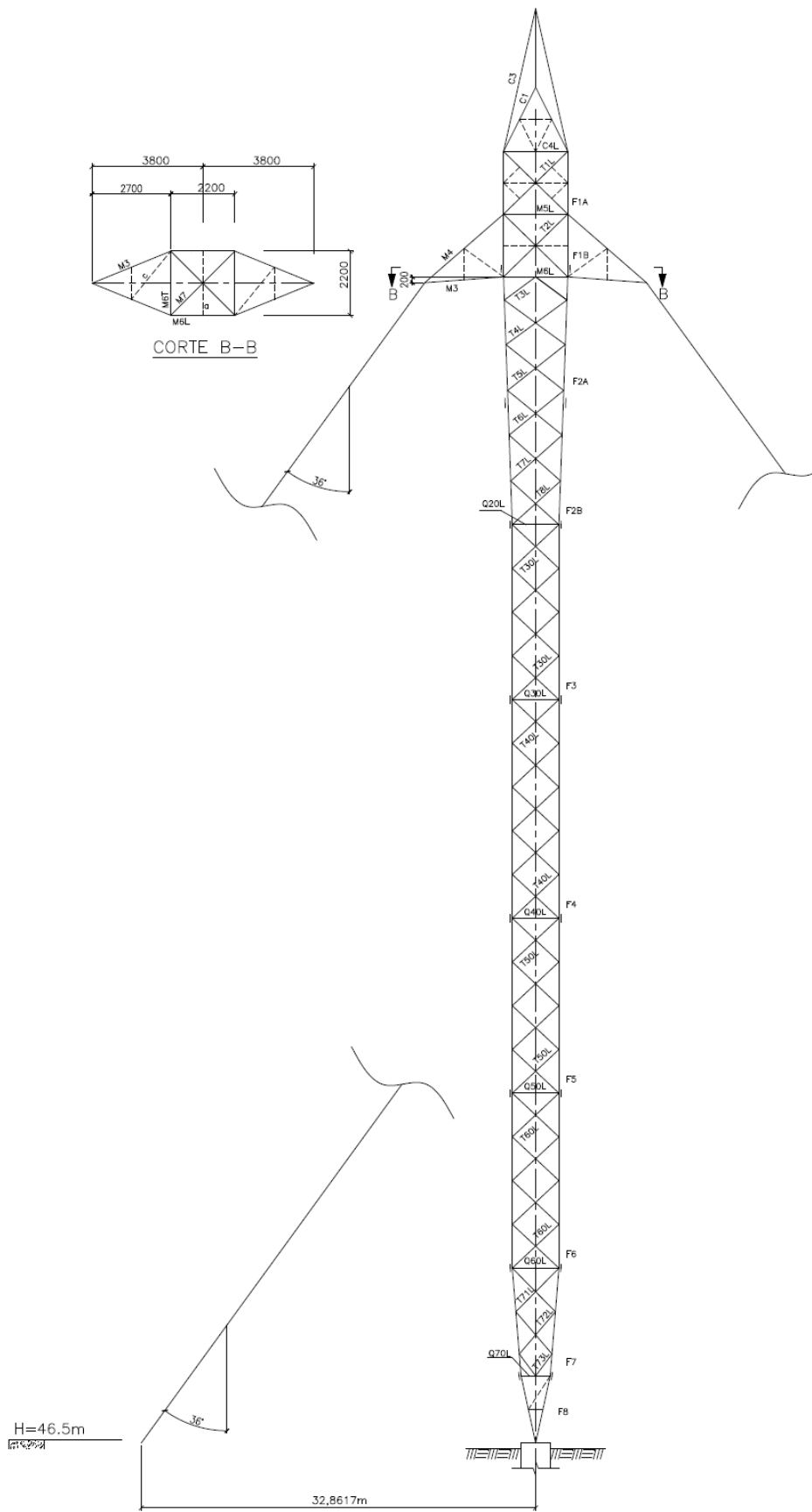


Figura 6.16 – Vista longitudinal da torre estaiada monomastro

Fonte: Adaptado de SAE Towers (2014)

Tabela 6.3 – Características das barras que compõe a torre estaiada monomastro

Barra	Aço ASTM A572	Perfil	Dimensões (mm) (Aba 1 x Aba 2 x Espessura)
T3T, T4T, T5T, T6T, T7T, T3L, T4L, T5L, T6L, T7L, T8L, T30L, T40L, T50L, T60L, T71T, T71L, T72L, T73L, Q21, Q31, Q41, Q51, Q61, Q71 T8T, T72T	GR 50	Cantoneira	40 x 40 x 3,0
T73T	GR 50	Cantoneira	40 x 40 x 5,0
a, T30A, T30T, T40A, T40T, T50A, T50T, T60A, T60T B	GR 50	Cantoneira	45 x 45 x 3,0
	GR 50	Cantoneira	45 x 45 x 4,0
c, Q20T, Q20L, Q30T, Q30L, Q40T, Q40L, Q50T, Q50L	GR 50	Cantoneira	50 x 50 x 3,0
d, Q60T, Q60L, Q70T, Q70L	GR 50	Cantoneira	50 x 50 x 4,0
e, M7	GR 50	Cantoneira	60 x 60 x 4,0
M6T	GR 50	Cantoneira	65 x 65 x 5,0
C3	GR 50	Cantoneira	75 x 75 x 5,0
T2T, T2L	GR 50	Cantoneira	75 x 75 x 6,0
C5, T1T, T1L	GR 50	Cantoneira	75 x 75 x 7,0
M5T	GR 50	Cantoneira	90 x 90 x 6,0
F8	GR 60	Cantoneira	90 x 90 x 6,0
M5L	GR 50	Cantoneira	90 x 90 x 7,0
F7	GR 60	Cantoneira	90 x 90 x 8,0
C4L, M6L	GR 50	Cantoneira	100 x 100 x 7,0
M3	GR 50	Cantoneira	100 x 100 x 8,0
F1A, F1B, F4, F5, F6	GR 60	Cantoneira	100 x 100 x 8,0
C4T	GR 50	Cantoneira	100 x 100 x 10,0
C1, F2A, F2B, F3	GR 60	Cantoneira	100 x 100 x 10,0
M1	GR 60	Cantoneira	127 x 127 x 9,5
C2	GR 50	Cantoneira	2 x 50 x 50 x 3,0
M4	GR 60	Cantoneira	2 x 75 x 75 x 5,0
M2	GR 60	Cantoneira	2 x 75 x 75 x 7,0

6.6.1.2 Forças de vento aplicadas na estrutura

O carregamento devido ao vento atuando na estrutura para esse exemplo foi determinada com base no item 6.2.6.4.1 e figuras 5, 6 e 7 da norma IEC 60826 (2003) utilizando a Eq. (6.1).

$$A_T = q_0 G_T (1 + 0,2 \sin^2 2\theta) (S_{T1} C_{XT1} \cos^2 \theta + S_{T2} C_{XT2} \sin^2 \theta) \quad (6.1)$$

onde A_T é a força de vento aplicada no centro de cada painel, atuando na direção do vento, em kgf; q_0 é a pressão dinâmica de referência; G_T é o fator de vento combinado; θ é o ângulo de incidência do vento, conforme ilustra a Fig. 6.17; S_{T1} e S_{T2} são as áreas líquidas totais de uma face projetada ortogonalmente sobre o plano vertical situado na direção das faces 1 e 2, respectivamente, em m^2 ; C_{XT1} e C_{XT2} são coeficientes de arrasto próprio das faces 1 e 2, para um vento perpendicular a cada face, cujo valor já leva em conta as faces a sotavento e à barlavento.

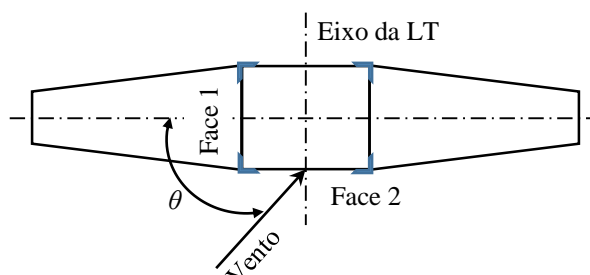


Figura 6.17 – Definição do ângulo de incidência do vento

A Fig. 6.18 apresenta a subdivisão em painéis do mastro da estrutura em análise, onde são aplicadas as forças devidas ao vento transversal (W_T) por níveis de influência de cada área do painel da torre. As áreas (S_T) de cada painel são calculadas fazendo-se o somatório de áreas de cada barra situada na face de aplicação da força de vento transversal. Com as áreas de cada painel calculadas e utilizando-se a Eq. (6.1), é possível determinar as forças de vento transversal (A_T) no centro de gravidade dos painéis, conforme mostra a Tab. (6.4).

Finalmente, as forças de vento transversal (W_T) por níveis, conforme ilustra a Fig. 6.18, são determinadas considerando-se a influência da força (A_T) em cada nível. As forças de vento longitudinais (W_L), para esse exemplo, são nulas.

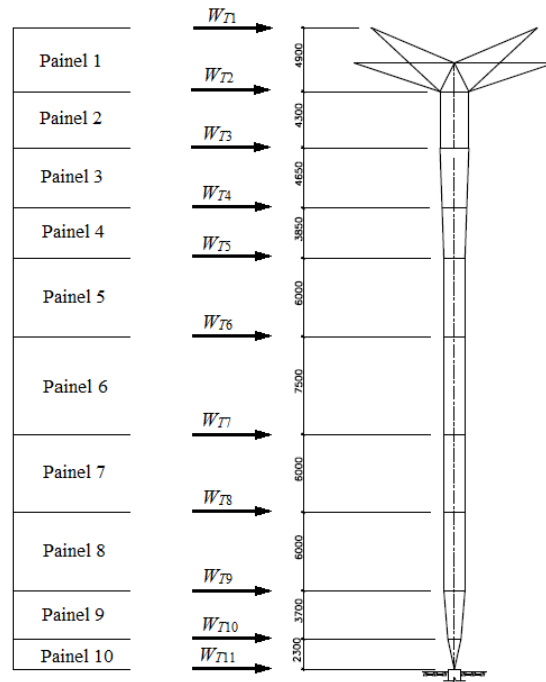


Figura 6.18 – Forças transversais devido ao vento na torre monomastro

Tabela 6.4 – Área dos painéis e forças de vento transversal por painel e nível

Painel	S_T (cm^2)	A_T (kN)	Nível	W_T (kN)
1	33.620,0	8,89	1	4,45
2	39.080,0	12,64	2	10,77
3	15.600,0	5,78	3	9,21
4	9.720,0	3,62	4	4,70
5	19.840,0	6,51	5	5,07
6	24.600,0	7,68	6	7,10
7	19.840,0	5,80	7	6,74
8	19.840,0	5,41	8	5,61
9	11.290,0	2,78	9	4,10
10	4.360,0	0,84	10	1,81
-	0,0	0,0	11	0,42

6.6.1.3 Hipóteses de carregamentos

Para análise dessa estrutura foram consideradas cinco hipóteses de carregamentos, responsáveis pelo dimensionamento das barras da torre. A Fig. 6.19 ilustra o diagrama típico para aplicação dos carregamentos nos pontos de fixação dos cabos.

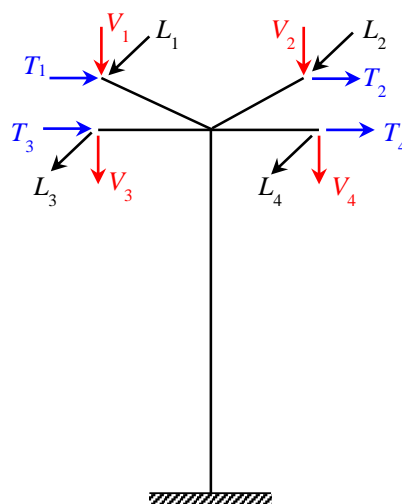


Figura 6.19 – Diagrama típico de aplicação do carregamento na torre monomastro

- A) Hipótese I – *Vento transversal extremo* ($T = 250$ anos): forças decorrentes da ação do vento extremo de projeto atuando transversalmente nos cabos, cadeias de isoladores e estrutura; cargas verticais normais e peso próprio da estrutura ($pp = 1,85$ kN/m). As forças nos pontos de fixação dos cabos, referentes ao diagrama típico da Fig. 6.19, são as cargas verticais $V_1 = V_2 = 7,13$ kN e $V_3 = V_4 = 117,71$ kN, as forças transversais $T_1 = T_2 = 6,97$ kN e $T_3 = T_4 = 91,24$ kN e as forças longitudinais $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 0$.
- B) Hipótese II – *Longitudinal em qualquer ponto de fixação dos cabos condutores*: força longitudinal correspondente a 67% da tração EDS, atuando em qualquer um dos pontos de fixação; cargas verticais normais e peso próprio da estrutura ($pp = 1,85$ kN/m). Considerando-se o diagrama típico da Fig. 6.19, as forças atuantes nos pontos de fixação dos cabos são: cargas verticais $V_1 = V_2 = 7,13$ kN e $V_3 = V_4 = 117,71$ kN, forças transversais $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0$ e forças longitudinais $L_1 = L_2 = L_4 = 0$ e $L_3 = 119,72$ kN.
- C) Hipótese III – *Longitudinal em qualquer para-raios*: força longitudinal correspondente a 115% da tração EDS, atuando em qualquer um dos cabos para-raios; cargas verticais normais e peso próprio da estrutura ($pp = 1,85$ kN/m). Considerando-se o diagrama típico da Fig. 6.19, as forças atuantes nos pontos de fixação dos cabos para-raios são: cargas verticais $V_1 = V_2 = 7,13$ kN e $V_3 = V_4 = 117,71$ kN, forças transversais $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0$ e forças longitudinais $L_1 = 15,80$ kN e $L_2 = L_3 = L_4 = 0$.

D) Hipótese IV – *Construção e Montagem*: cargas verticais de construção atuando simultaneamente em qualquer combinação possível de fases, para-raios e peso próprio da estrutura ($pp = 1,85$ kN/m). As cargas verticais $V_1 = V_2 = 12,75$ kN, $V_3 = 180,77$ kN e $V_4 = 0$, as forças transversais $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0$ e as forças longitudinais $L_1 = L_2 = 0,95$ kN, $L_3 = 16,08$ kN e $L_4 = 0$, estão dispostas conforme ilustra a Fig. 6.19.

E) Hipótese V – *Contenção de cascata*: força longitudinal correspondente a 35 % da tração EDS, reduzida, atuando simultaneamente em todos os cabos; cargas verticais normais e peso próprio da estrutura ($pp = 1,85$ kN/m). A Fig. 6.19 ilustra a disposição das cargas verticais, transversais e longitudinais, $V_1 = V_2 = 7,13$ kN e $V_3 = V_4 = 117,71$ kN; $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0$ e $L_1 = L_2 = 7,90$ kN e $L_3 = L_4 = 62,54$ kN, respectivamente.

6.6.1.4 Lei constitutiva dos estais

O comportamento dos cabos dado pela curva tensão (σ) versus deformação (ε) adotada por Murray e Willems (1970) para cordoalhas 1 x 37 (seção 2.2.1.3), foi aproximado por uma curva multilinear com seis trechos (seção 4.5), conforme ilustra a Fig. 6.20. Os valores limites das tensões e deformações que definem cada trecho do comportamento do material e os seus respectivos módulos tangentes estão apresentados na Tab. (6.5).

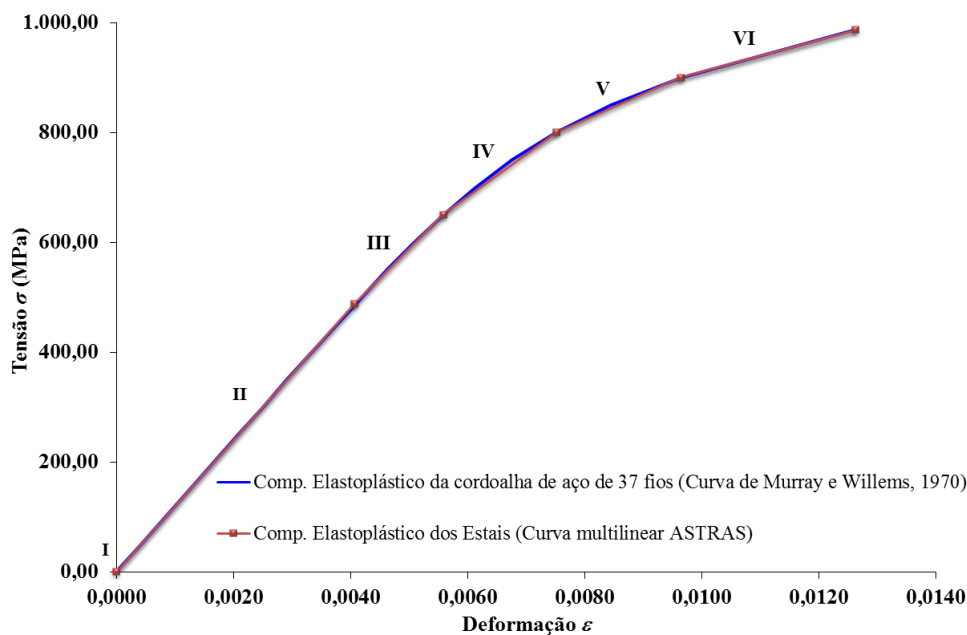


Figura 6.20 – Curvas σ versus ε de Murray e Willems (1970) e multilinear ASTRAS

Tabela 6.5 – Curva multilinear da lei constitutiva do comportamento elastoplástico dos estais

Trecho	Comportamento	σ (MPa)	ε	E_t (MPa)
I	-	0,0	0,00	0,00
II	Elástico	488,50	0,0040708330	120.000
III	Elastoplástico	650,00	0,0055814059	106.913,08
IV	Elastoplástico	800,00	0,0075114741	77.717,46
V	Elastoplástico	900,00	0,0096354112	47.082,37
VI	Elastoplástico	986,80	0,0126318884	28.967,35

A resistência ao escoamento (σ_y) é dada, conforme a seção 2.2.1.3, por:

$$\sigma_y = 0,495 \sigma_u \quad (6.2)$$

6.6.1.5 Apresentação dos resultados

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* das forças normais de tração e compressão nas barras e estais, das reações de apoio, dos deslocamentos dos pontos de fixação dos estais, cabos condutores e cabos para-raios no mastro e das tensões e deformações nos estais, considerando as hipóteses de carregamento mais relevantes apresentadas na seção 6.6.1.3. A empresa SAE Towers Brasil forneceu os resultados dos esforços nas barras obtidos pelo programa *TOWER* para fins de comparação.

6.6.1.5.1 Esforços nas barras e estais

A torre foi analisada considerando-se as hipóteses I, II e IV que dimensionaram o maior número de barras da estrutura. Na Tab. (6.6) são apresentadas as forças de compressão (C) e tração (T) referentes às hipóteses que apresentaram os valores máximos para cada tipo de barra e estai. Os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* são comparados com aqueles obtidos pelo programa *TOWER*, apresentando um erro relativo abaixo de 5%, o que mostra a boa correlação entre eles.

Tabela 6.6 – Esforços máximos na torre monomastro obtidos pelos programas *TOWER* e *ASTRAS*

Barra	Tipo de Barra	Hipótese	Tipo de Esforço	Esforço <i>TOWER</i> ^[a] (kN)	Esforço <i>ASTRAS</i> ^[b] (kN)	Relação [b]/[a]
C2	Mísula para-raios	I	T	32,88	33,22	1,01
C4L	Quadro longitudinal	IV	C	156,51	153,11	0,98
			T	223,55	227,45	1,02
M1	Mísula do suporte cabo condutor	II	C	567,42	562,82	0,99
			T	191,60	195,86	1,02
M2	Mísula do suporte cabo condutor	IV	T	549,67	542,69	0,99
F1A	Montante	IV	C	352,29	347,32	0,99
			T	246,22	249,69	1,01
F1B	Montante	I	C	427,18	423,43	0,99
		IV	T	194,87	202,28	1,04
M3	Mísula suporte do estai	I	C	191,98	189,41	0,99
			T	67,43	70,36	1,04
M4	Mísula suporte do estai	II	T	397,31	399,32	1,01
M6T	Quadro transversal	II	T	50,72	51,46	1,01
ML6	Quadro longitudinal	I	T	115,72	119,41	1,03
F2A	Montante	I	C	535,26	536,54	1,00
		IV	T	239,46	249,89	1,04
F2B	Montante	I	C	541,88	536,54	0,99
		IV	T	260,19	265,29	1,02
T6T	Diagonal transversal	IV	T	6,34	6,11	0,96
F3	Montante	I	C	533,02	544,21	1,02
		IV	T	260,06	267,91	1,03
Q30T	Quadro transversal	I	T	3,98	3,87	0,97
F4	Montante	I	C	455,92	466,65	1,02
		IV	T	197,89	205,10	1,04
T40A	Diagonal transversal	I	T	12,97	13,59	1,05
T40L	Diagonal longitudinal	I	C	6,46	6,55	1,01
			T	4,83	4,62	0,96
F5	Montante	I	C	367,04	377,00	1,03
T50A	Diagonal transversal	IV	T	13,27	12,75	0,96
T50L	Diagonal longitudinal	II	C	3,63	3,79	1,04
F6	Montante	I	C	301,02	309,74	1,03

Tabela 6.6 – Esforços máximos na torre monomastro obtidos pelos programas *TOWER* e *ASTRAS* (continuação)

Barra	Tipo de Barra	Hipótese	Tipo de Esforço	Esforço <i>TOWER</i> ^[a] (kN)	Esforço <i>ASTRAS</i> ^[b] (kN)	Relação [b]/[a]
T60A	Diagonal	IV	C	15,34	14,61	0,95
	transversal		T	12,10	12,56	1,04
F7	Montante	I	C	244,98	249,63	1,02
Q70L	Quadro longitudinal	I	T	23,25	23,04	0,99
F8	Montante	I	C	236,99	238,50	1,01
E4	Estai	II	T	330,23	324,95	0,98

6.6.1.5.2 Reações de apoio

A Tab. (6.7) apresenta os resultados das reações de apoio do mastro e dos estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 da torre monomastro (Fig. 6.13) para as hipóteses I, II e IV, obtidos pelo programa *ASTRAS*.

Tabela 6.7 – Resultados das reações de apoio da torre monomastro das hipóteses I, II e IV obtidos pelo programa *ASTRAS*

Apoio	Reações (kN)	Hipóteses		
		I	II	IV
Mastro	R_x	33,50	4,75	-36,58
	R_y	78,32	809,85	386,61
	R_z	0,00	11,00	1,16
E_1	R_x	1,42	1,04	11,81
	R_y	-1,44	-0,87	-17,31
	R_z	1,63	1,19	13,22
E_2	R_x	-146,37	-98,32	-8,91
	R_y	-218,57	-145,35	-12,87
	R_z	159,62	105,30	9,99
E_3	R_x	-146,37	-58,69	-2,25
	R_y	-218,57	-90,24	-2,67
	R_z	-159,62	-67,08	-2,54
E_4	R_x	1,42	151,23	35,94
	R_y	-1,44	-230,20	-53,98
	R_z	-1,63	-170,14	-39,82

Observa-se na Tab. (6.7), quando se considera a hipótese I, que a reação de apoio no mastro, na direção z , é igual a zero, coerente com o fato de não existirem forças horizontais aplicadas nessa direção. Também se verifica a coerência entre os resultados das reações de apoio dos estais E_1 e E_4 e dos estais E_2 e E_3 , respectivamente, pelo fato de haver simetria no carregamento e na geometria da estrutura. Esses resultados indicam que os estais E_2 e E_3 estão mais tracionados e os estais E_1 e E_4 menos tracionados. Pode-se verificar que a hipótese II (cabo rompido) fornece as máximas reações de apoio no mastro nas direções y e z , e as máximas reações no apoio do estai E_4 , indicando ser este o estai mais solicitado. A hipótese IV fornece a reação máxima no mastro na direção x .

6.6.1.5.3 Deslocamentos dos nós

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* dos deslocamentos nas direções transversal (x), vertical (y) e longitudinal (z) dos pontos de fixação dos estais, dos cabos condutores e dos cabos para-raios e as configurações iniciais e finais da torre estaiada do tipo monomastro, considerando às hipóteses de carregamento I, II e IV.

a) Hipótese I

Os valores dos deslocamentos nas direções transversal (δx), vertical (δy) e longitudinal (δz) dos nós de fixação dos estais (nós 220 e 221), dos nós de fixação dos cabos condutores (nós 238 e 239) e dos nós de fixação dos cabos para-raios (nós 240 e 241) são apresentados na Tab. (6.8), considerando a análise da hipótese I através do programa *ASTRAS*.

Tabela 6.8 – Deslocamentos nodais na torre monomastro - Hipótese I

Nó	δx (cm)	δy (cm)	δz (cm)
220	67,1815	-3,9037	-0,1467
221	67,1815	-3,9037	0,1467
238	93,4061	-37,1459	0,0
239	93,3543	23,7462	0,0
240	103,8824	-29,3927	0,0
241	104,3427	20,5266	0,0

No caso da hipótese I, de vento transversal extremo, tem-se a predominância das ações na direção transversal (x). Pode-se observar na Tab. (6.8) a coerência dos deslocamentos em todas as direções com o carregamento aplicado, inclusive os elevados valores alcançados na direção x , principalmente, nos nós 240 e 241 dos pontos de fixação dos cabos para-raios.

As Figs. 6.21, 6.22, 6.23 e 6.24 ilustram as configurações inicial e final da estrutura para o caso da hipótese I, geradas como o auxílio do pós-processador do programa *INSANE*, com objetivo de uma melhor visualização das deformadas da estrutura. A Fig. 6.21 ilustra uma vista espacial da torre identificando os nós em análise e o posicionamento dos estais. A Fig. 6.22 ilustra a vista transversal (plano xy) da torre, onde se evidenciam a coerência dos deslocamentos nas direções x e y e o consequente aumento da tração inicial dos estais E_2 e E_3 e a diminuição da tração dos estais E_1 e E_4 (“afrouxamento”). A Fig. 6.23 ilustra a vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre, observando-se os deslocamentos praticamente nulos na direção z e o “afrouxamento” dos estais E_1 e E_4 , coerentes com o carregamento aplicado. Finalmente, a Fig. 6.24 ilustra a vista superior em detalhe (plano xz) da torre, observando-se claramente os elevados deslocamentos na direção x .

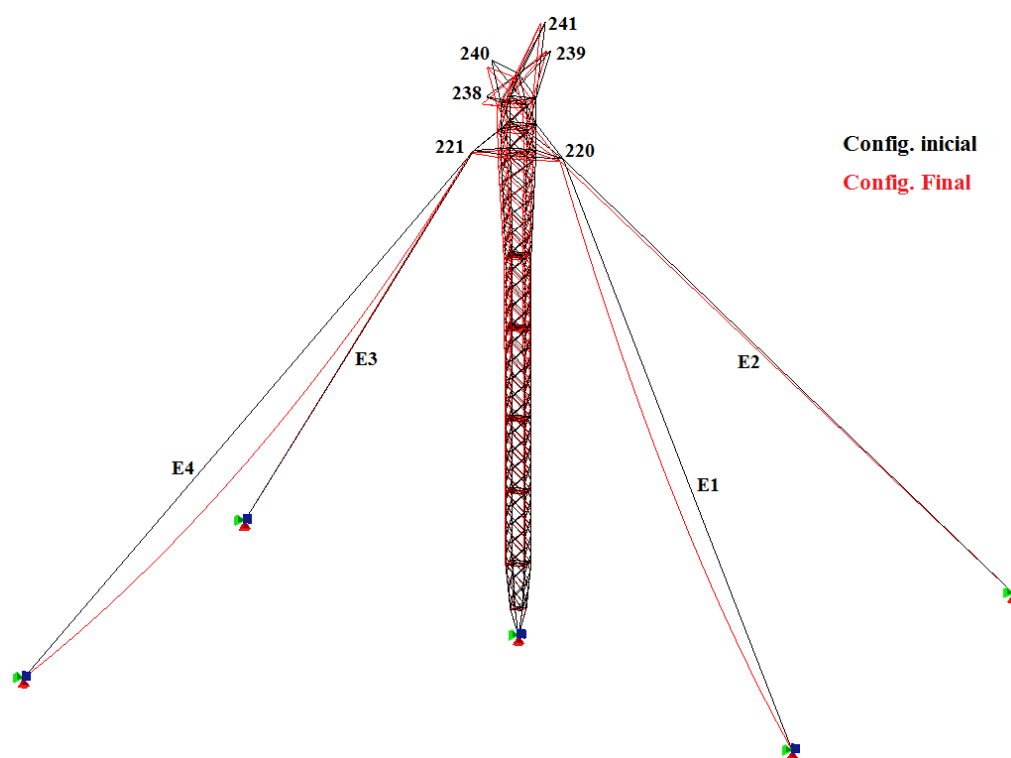


Figura 6.21 – Vista espacial da deformada da torre monomastro - Hipótese I

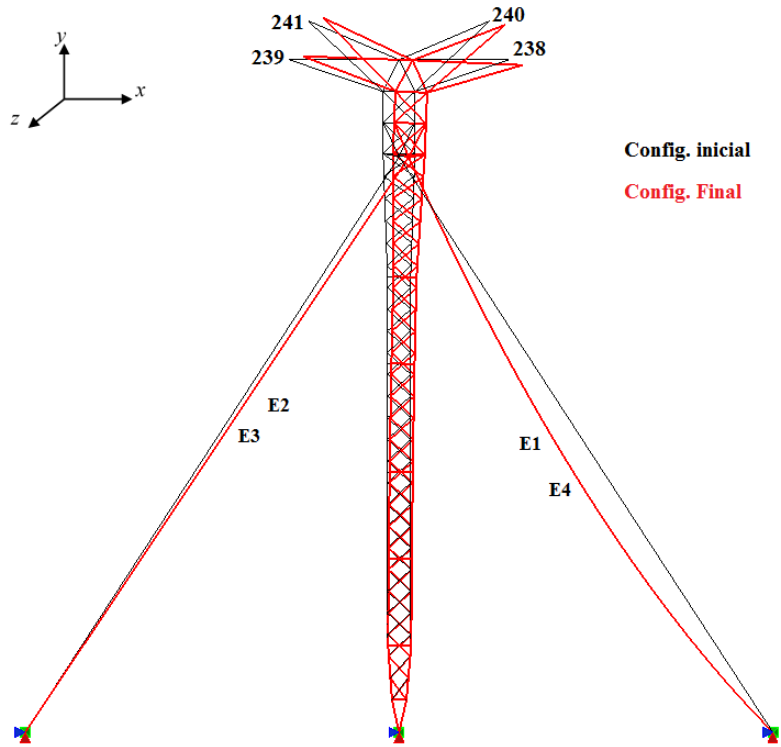


Figura 6.22 – Vista transversal (plano xy) da deformada da torre monomastro - Hipótese I

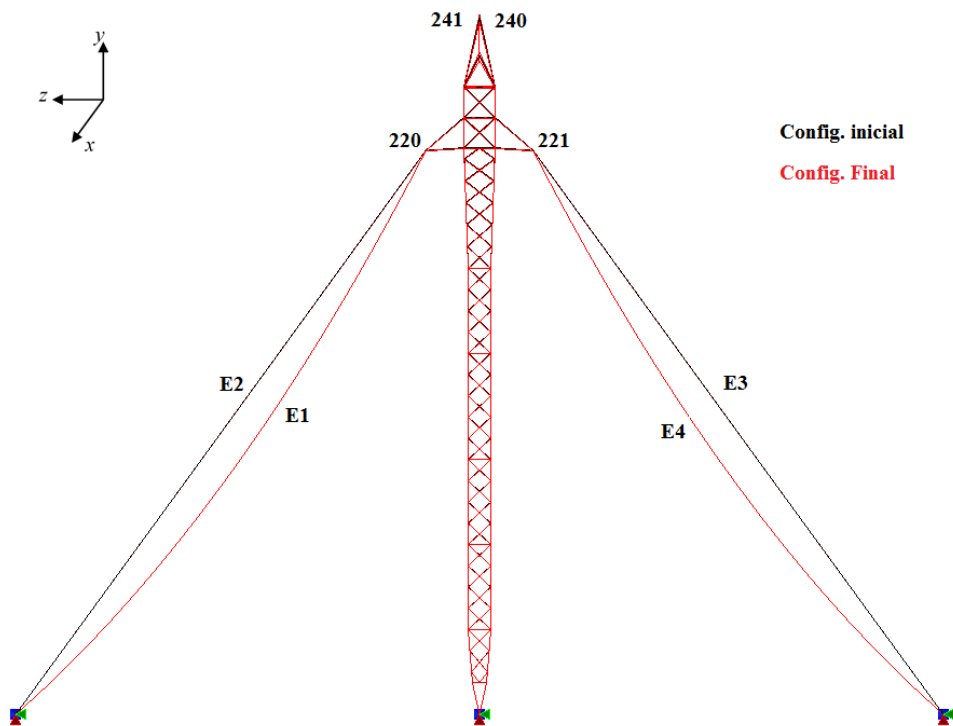


Figura 6.23 – Vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre monomastro - Hipótese I

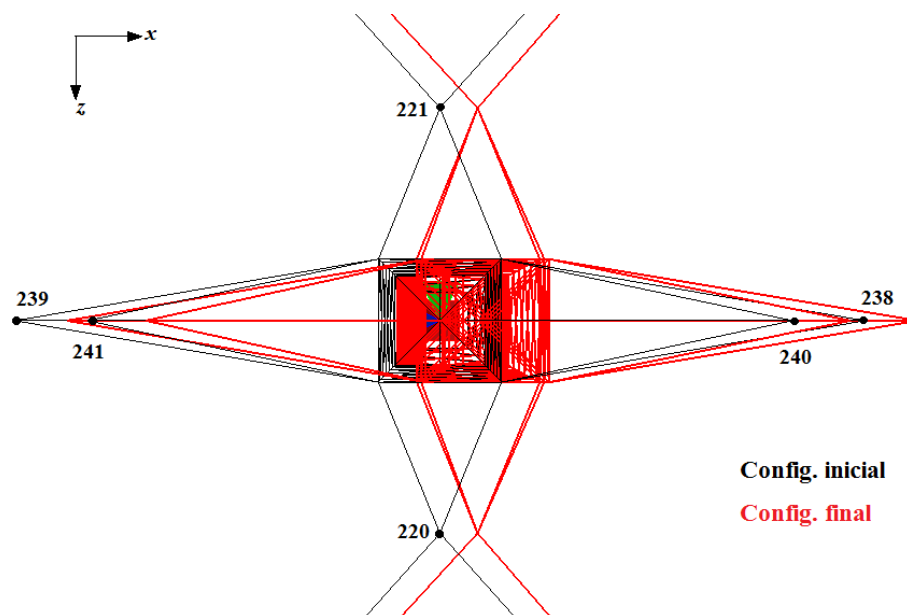


Figura 6.24 – Vista superior em detalhe (plano xz) da deformada da torre monomastro - Hipótese I

b) Hipótese II

Os valores dos deslocamentos nas direções transversal (δx), vertical (δy) e longitudinal (δz) dos nós de fixação dos estais (nós 220 e 221), dos nós de fixação dos cabos condutores (nós 238 e 239) e dos nós de fixação dos cabos para-raios (nós 240 e 241) são apresentados na Tab. (6.9), considerando a análise da hipótese II através do programa *ASTRAS*.

Tabela 6.9 – Deslocamentos nodais na torre monomastro - Hipótese II

Nó	δx (cm)	δy (cm)	δz (cm)
220	86,0364	-7,9486	31,3151
221	-20,3659	0,7723	39,1835
238	30,1994	-10,0010	-66,9004
239	45,4622	-2,0833	157,0429
240	33,1094	-6,7909	-44,8903
241	45,8924	-0,1301	137,8675

No caso da hipótese II, onde se aplicou uma força longitudinal no nó 239 (ponto de fixação do cabo condutor), simulando um cabo rompido, ocorreu uma torção na torre provocando

deslocamentos elevados na direção longitudinal (δz) e na direção transversal (δx). Pode-se observar também na Tab. (6.9) que os deslocamentos em todas as direções são coerentes com o carregamento aplicado, inclusive os elevados valores alcançados na direção z nos nós 239 e 241, dos pontos de fixação do cabo condutor e do cabo para-raios, respectivamente.

As Figs. 6.25, 6.26, 6.27 e 6.28 ilustram as configurações inicial e final da estrutura para o caso da hipótese II, com objetivo de uma melhor visualização das deformadas da estrutura. A Fig. 6.25 ilustra uma vista espacial da torre identificando os nós em análise e o posicionamento dos estais. A Fig. 6.26 ilustra a vista transversal (plano xy) da torre, onde se evidenciam a coerência dos deslocamentos nas direções x e y e o consequente aumento da tração inicial dos estais E_2 , E_3 e E_3 e a diminuição da tração do estai E_1 (“afrouxamento”). A Fig. 6.27 ilustra a vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre, observando-se os elevados deslocamentos na direção z e o “afrouxamento” do estai E_1 . Finalmente, a Fig. 6.28 ilustra a vista superior em detalhe (plano xz) da torre, observando-se claramente os elevados deslocamentos nas direções x e z , coerentes com o carregamento de torção aplicado.

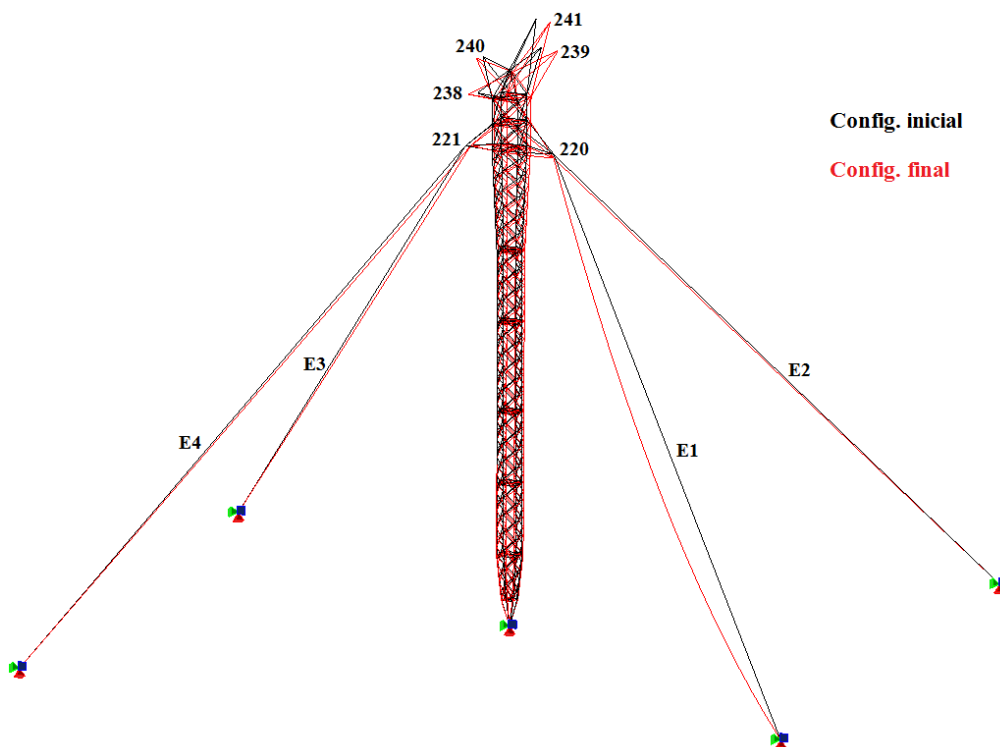


Figura 6.25 – Vista espacial da deformada da torre monomastro - Hipótese II

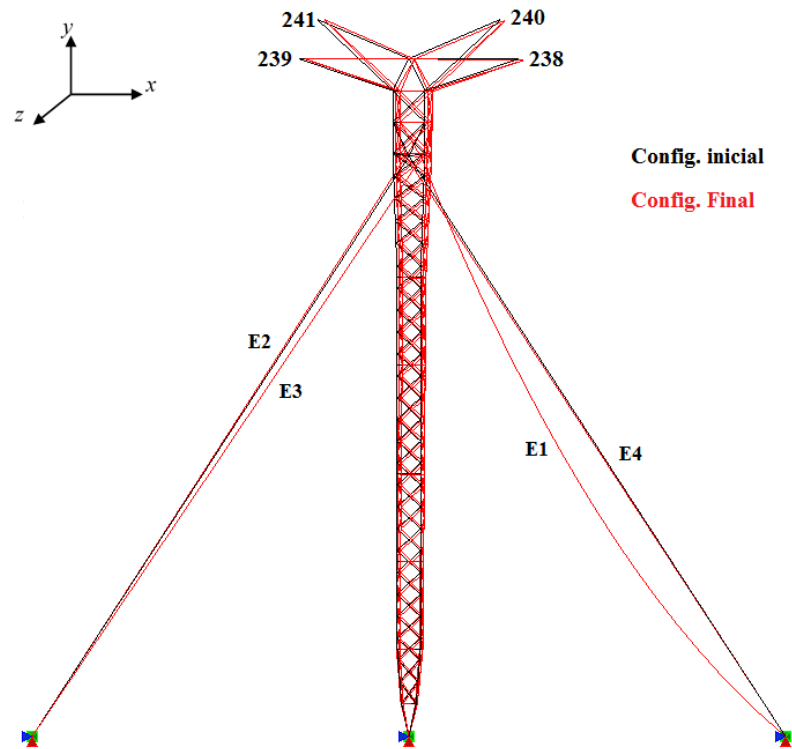


Figura 6.26 – Vista transversal (plano xy) da deformada da torre monomastro - Hipótese II

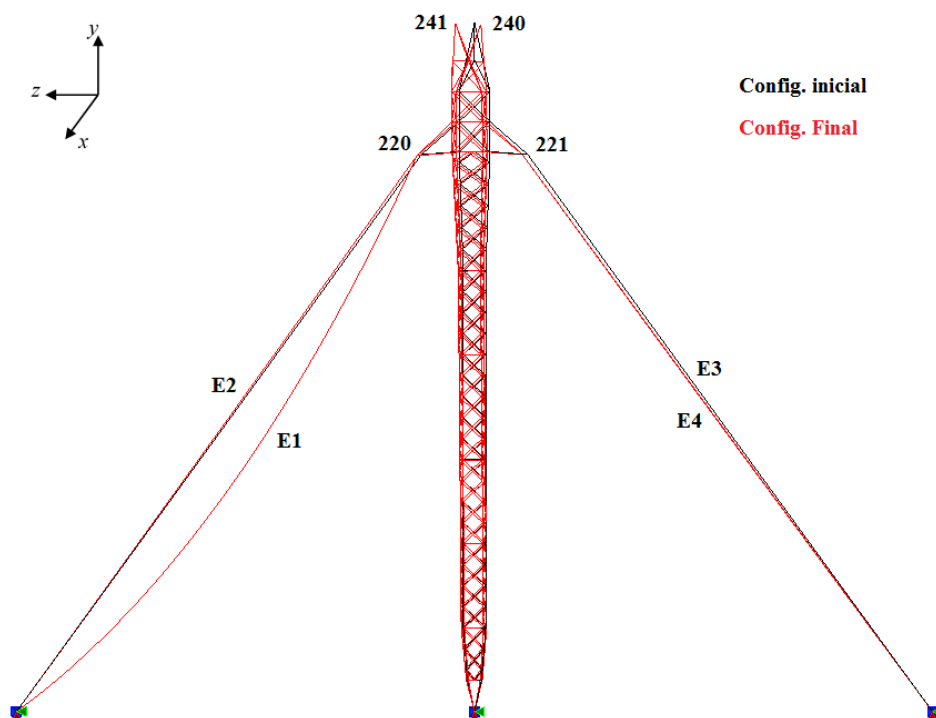


Figura 6.27 – Vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre monomastro - Hipótese II

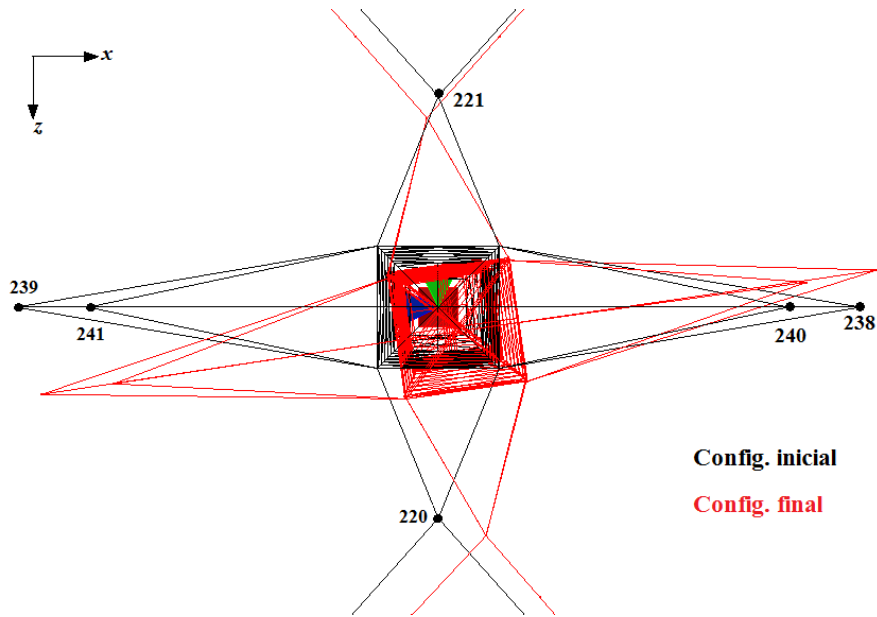


Figura 6.28 – Vista superior em detalhe (plano xz) da deformada da torre monomastro - Hipótese II

c) Hipótese IV

Os valores dos deslocamentos nas direções transversal (δx), vertical (δy) e longitudinal (δz) dos nós de fixação dos estais (nós 220 e 221), dos nós de fixação dos cabos condutores (nós 238 e 239) e dos nós de fixação dos cabos para-raios (nós 240 e 241) são apresentados na Tab. (6.10), considerando a análise da hipótese IV através do programa *ASTRAS*.

Tabela 6.10 – Deslocamentos nodais na torre monomastro - Hipótese IV

Nó	δx (cm)	δy (cm)	δz (cm)
220	-1,0347	-1,2384	-4,2357
221	-22,1630	-1,9182	-3,8770
238	-29,5733	19,8356	-25,6612
239	-29,2165	-27,8967	18,1120
240	-36,5478	15,1813	-21,8595
241	-36,4551	-20,1008	14,0474

Na hipótese IV, de construção e montagem, admitiu-se que uma das fases ainda não havia sido montada (correspondente ao cabo condutor do nó 238), ocorrendo assimetria do carregamento, causando uma pequena torção na torre. Pode-se observar na Tab. (6.10) que os deslocamentos em todas as direções são coerentes com o carregamento aplicado e apresentam valores, em módulo, menores do que os deslocamentos obtidos nas hipóteses anteriores.

As Figs. 6.29, 6.30, 6.31 e 6.32 ilustram as configurações inicial e final da estrutura para o caso da hipótese IV, com objetivo de uma melhor visualização das deformadas da estrutura. A Fig. 6.29 ilustra uma vista espacial da torre identificando os nós em análise e o posicionamento dos estais. A Fig. 6.30 ilustra a vista transversal (plano xy) da torre, onde se observam a coerência dos deslocamentos nas direções x e y e o consequente aumento da tração inicial dos estais E_1 e E_4 e a diminuição da tração dos estais E_2 e E_3 , sendo que o “afrouxamento” do estai E_3 é mais evidente em relação ao E_2 . A Fig. 6.31 ilustra a vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre, observando-se, principalmente, o “afrouxamento” do estai E_3 . Finalmente, a Fig. 6.32 ilustra a vista superior em detalhe (plano xz) da torre, observando-se claramente os deslocamentos nas direções x e z , coerentes com a pequena torção provocada pelo carregamento aplicado.

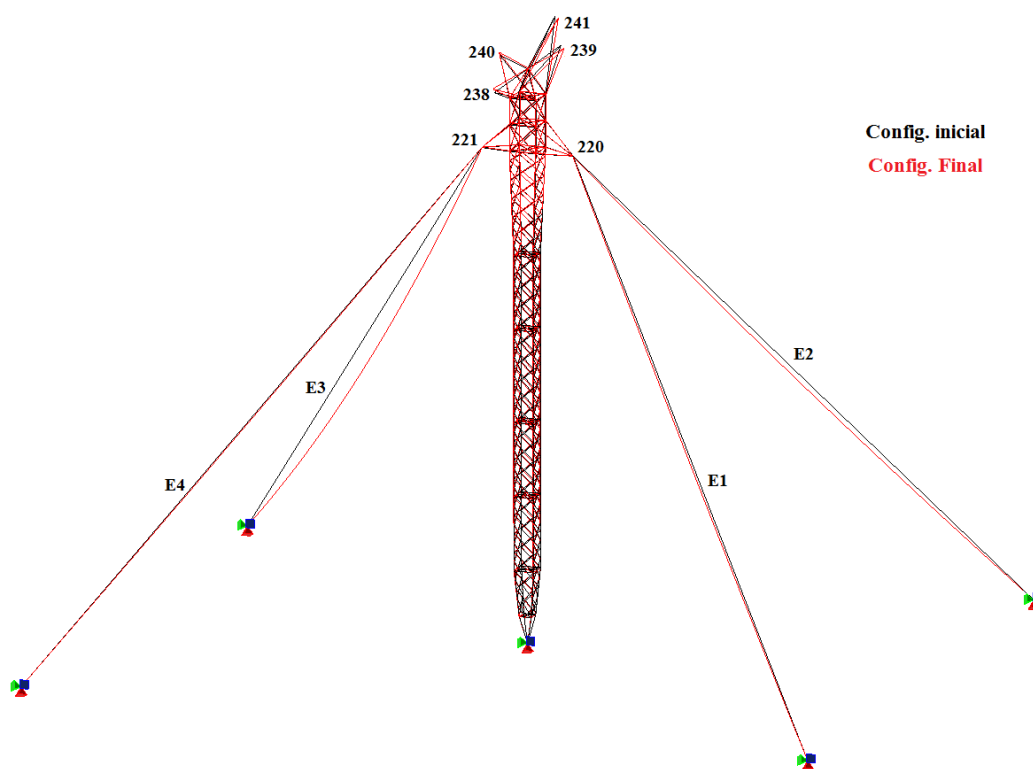


Figura 6.29 – Vista espacial da deformada da torre monomastro - Hipótese IV

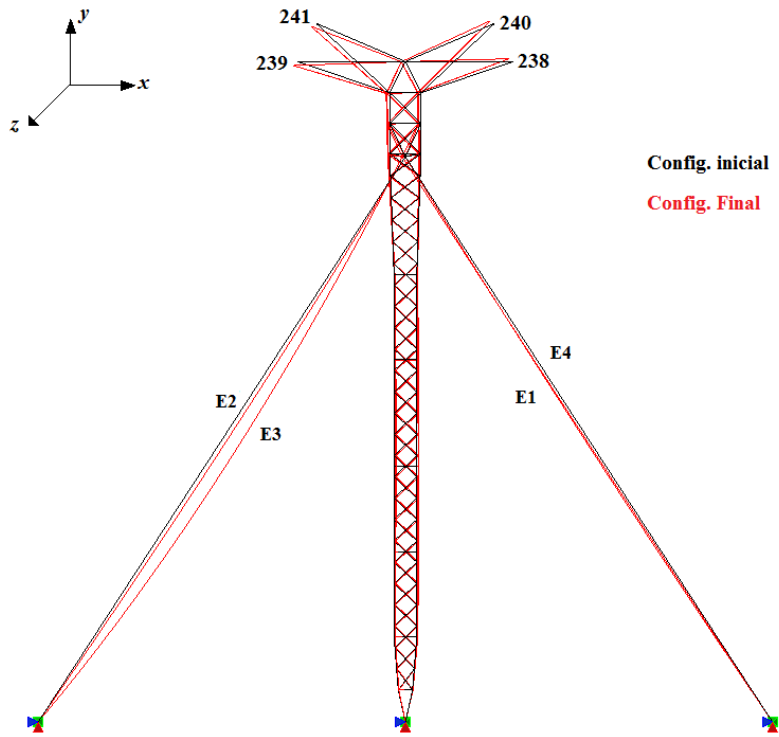


Figura 6.30 – Vista transversal (plano xy) da deformada da torre monomastro - Hipótese IV

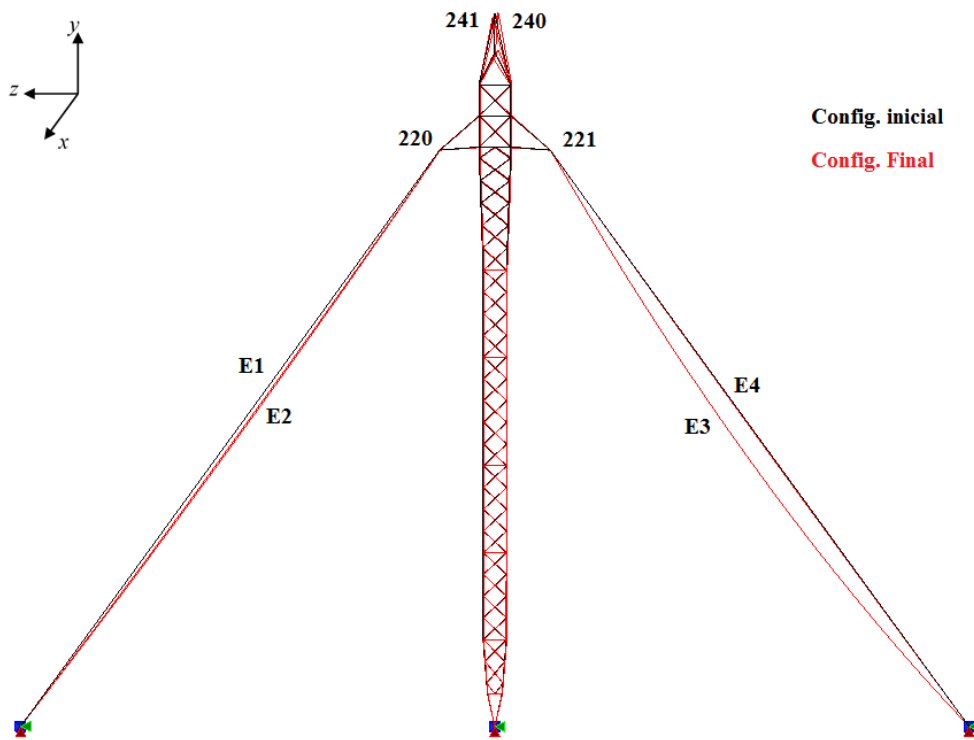


Figura 6.31 – Vista longitudinal (plano yz) da deformada da torre monomastro - Hipótese IV

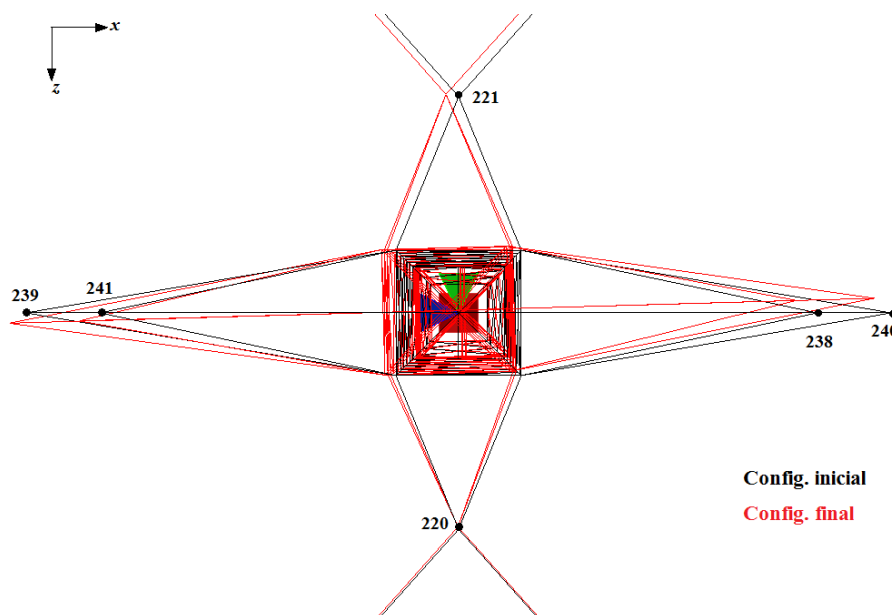


Figura 6.32 – Vista superior em detalhe (plano xz) da deformada da torre monomastro - Hipótese IV

6.6.1.5.4 Tensões e deformações nos estais

Nesta seção serão apresentadas as isofaixas das tensões e deformações normais de tração dos elementos de cabo, ilustrando os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 , considerando as hipóteses de carregamento I, II e IV.

a) Hipótese I

A Fig. 6.33 ilustra a torre monomastro, onde são representados, por isofaixas, os resultados das tensões normais de tração, dadas em MPa, e das deformações normais, obtidos pelo *ASTRAS*, somente para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 .

Observa-se na Fig. 6.33 que os estais E_1 e E_4 apresentam menores valores de tensões e deformações do que os estais E_2 e E_3 , evidenciando o “afrouxamento” dos estais E_1 e E_4 . Pode-se observar também que as tensões e deformações nos estais E_2 e E_3 são superiores à resistência ao escoamento, $\sigma_y = 488,50$ MPa, e sua correspondente deformação, $\varepsilon_y = 0,004070833$, conforme dados na Tab. (6.5), atingindo o patamar III da lei constitutiva (Fig. 6.20), caracterizando o comportamento elastoplástico. Percebe-se também que os estais E_1 e E_4 apresentam valores de tensões inferiores à resistência ao escoamento, indicando que esses estais permaneceram no patamar II da lei constitutiva, ainda na fase elástica.

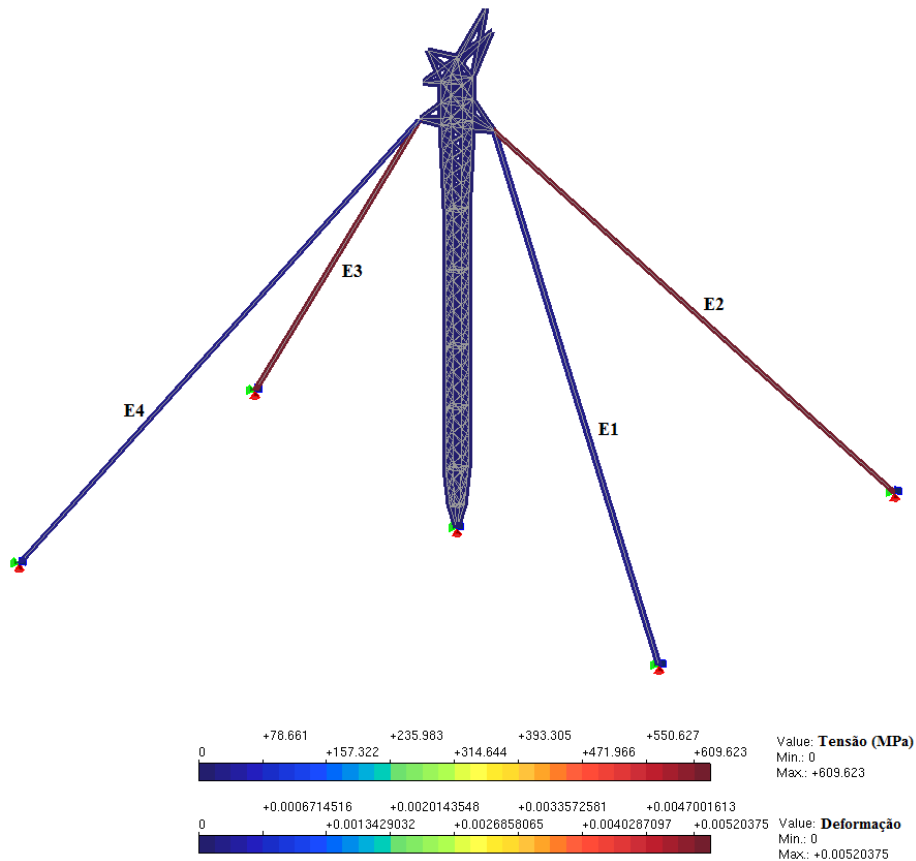


Figura 6.33 – Tensões e deformações normais de tração dos estais da torre monomastro representadas por isofaixas - Hipótese I

b) Hipótese II

A Fig. 6.34 ilustra a torre monomastro, onde são representados, por isofaixas, os resultados das tensões normais de tração, dadas em MPa, e das deformações normais, obtidos pelo *ASTRAS*, somente para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 .

Para essa hipótese, observa-se na Fig. 6.34 que os estais estão submetidos a diferentes intensidades de tensões e deformações. O estai E_1 apresenta os menores valores de tração com tensões variando de 3,606 MPa a 5,936 MPa, evidenciando o “afrouxamento” do mesmo. Os estais E_3 e E_2 apresentam valores de tensões de tração, variando de 250,375 MPa a 252,699 MPa e de 403,948 MPa a 406,263 MPa, respectivamente. O estai E_4 é o que apresenta as maiores tensões de tração, variando de 638,972 MPa a 641,288 MPa.

Pode-se observar também que as tensões e deformações no estai E_4 são superiores à resistência ao escoamento, $\sigma_y = 488,50$ MPa, e sua correspondente deformação, $\varepsilon_y = 0,004070833$,

conforme dados na Tab. (6.5), atingindo o patamar III da lei constitutiva (Fig. 6.20), caracterizando o comportamento elastoplástico. Percebe-se também que os estais E_1 , E_2 e E_3 apresentam valores de tensões inferiores à resistência ao escoamento, indicando que esses estais permaneceram no patamar II da lei constitutiva, ainda na fase elástica.

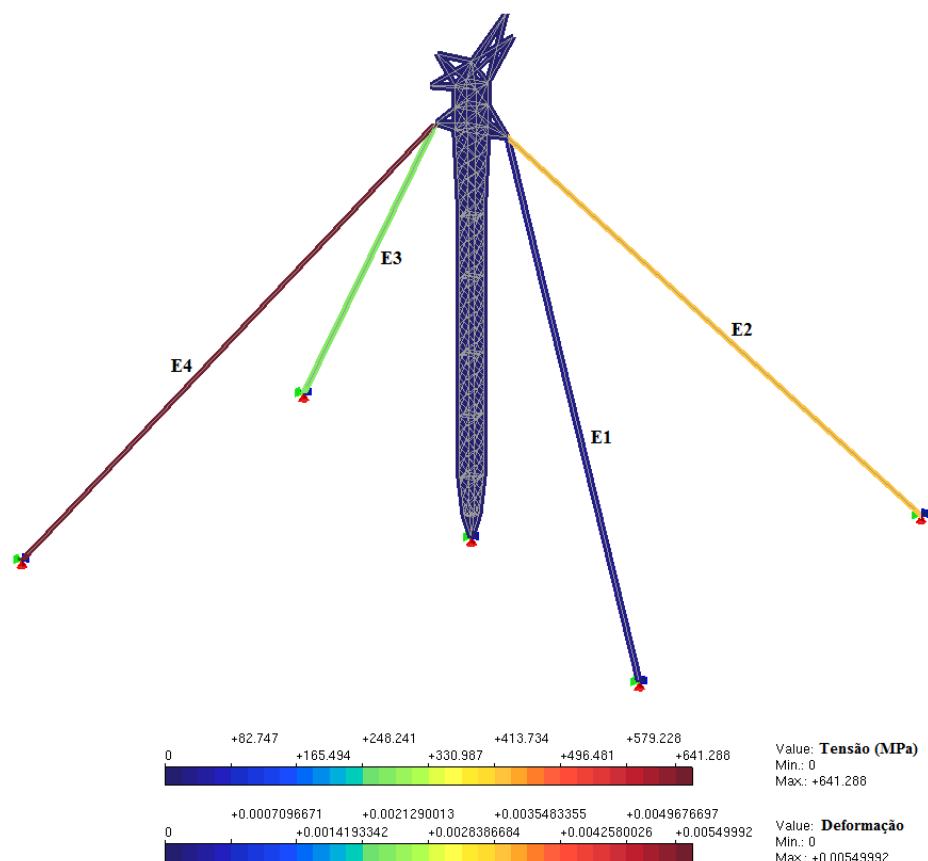


Figura 6.34 – Tensões e deformações normais de tração dos estais da torre monomastro representadas por isofaixas - Hipótese II

c) Hipótese IV

A Fig. 6.35 ilustra a torre monomastro, onde são representados, por isofaixas, os resultados das tensões normais de tração, dadas em MPa, e das deformações normais, obtidos pelo *ASTRAS*, somente para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 .

Nessa hipótese, observa-se na Fig. 6.35 que os estais estão submetidos a diferentes intensidades de tensões e deformações. O estai E_3 apresenta os menores valores de tração com tensões variando de 8,569 MPa a 10,898 MPa, evidenciando o “afrouxamento” do mesmo. Os estais E_2 e E_2 apresentam valores de tensões de tração, variando de 36,709 MPa a 39,036 MPa e de

48,955,948 MPa a 51,281 MPa, respectivamente. O estai E_4 é o que apresenta as maiores tensões de tração, variando de 150,237 MPa a 152,561 MPa. Pode-se observar também que as tensões e deformações em todos os estais são inferiores à resistência ao escoamento, $\sigma_y = 488,50$ MPa, e sua correspondente deformação, $\epsilon_y = 0,004070833$, conforme dados na Tab. (6.5), permanecendo no patamar II da lei constitutiva (Fig. 6.20), caracterizando o comportamento elástico.

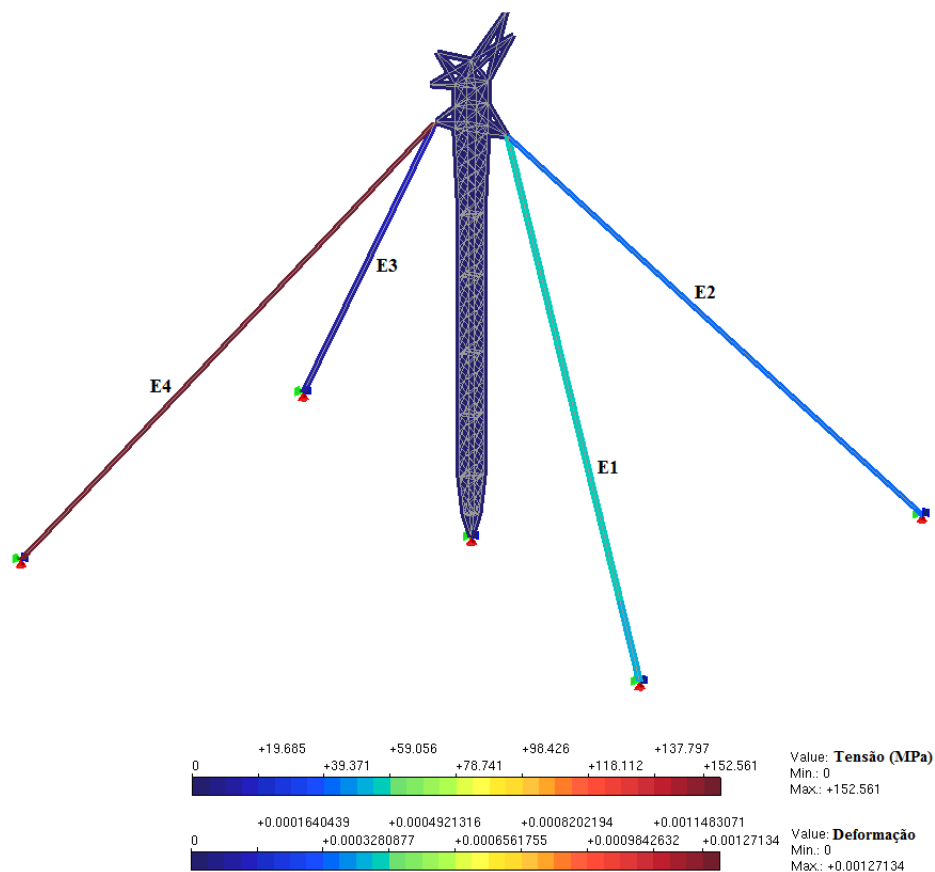


Figura 6.35 – Tensões e deformações normais de tração dos estais da torre monomastro representadas por isofaixas - Hipótese IV

Após a avaliação desses resultados ficou demonstrada a necessidade de se realizar uma análise não linear, geométrica e material, para este tipo de estrutura. Neste exemplo foram necessárias no máximo onze iterações para a convergência da solução em um total de 120 incrementos de carga, totalizando um tempo de processamento computacional de 3 minutos e 27 segundos utilizando um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

6.6.2 Torre Estaiada Cross Rope

6.6.2.1 Características gerais e de projeto da torre

A torre estaiada do tipo cross rope a ser analisada é apresentada na Fig. 6.36, que ilustra uma vista espacial da estrutura com os eixos x , y e z adotados, onde se observa também a sua silhueta e seus principais componentes. Os mastros treliçados são rotulados na base e tem seção transversal quadrada com dimensões que podem variar ao longo da sua altura. Na parte superior dos mastros apresenta-se dois para-raios, um cabo auxiliar, um cabo cross rope que é o suporte dos cabos condutores e dois pontos de fixação dos quatro cabos dos estais, que compõem o sistema estrutura resistente da torre.

A Fig. 6.37 ilustra um croquis do posicionamento da torre em relação ao eixo longitudinal da LT e as distâncias $d_1 = 35,15$ m e $d_2 = 19,80$ m dos pontos de fixação dos estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 no solo aos eixos longitudinal (z) e transversal (x) da LT. Nessa mesma figura é ilustrada a direção dos cabos condutores de energia C_1 , C_2 e C_3 e dos cabos para-raios P_1 e P_2 .

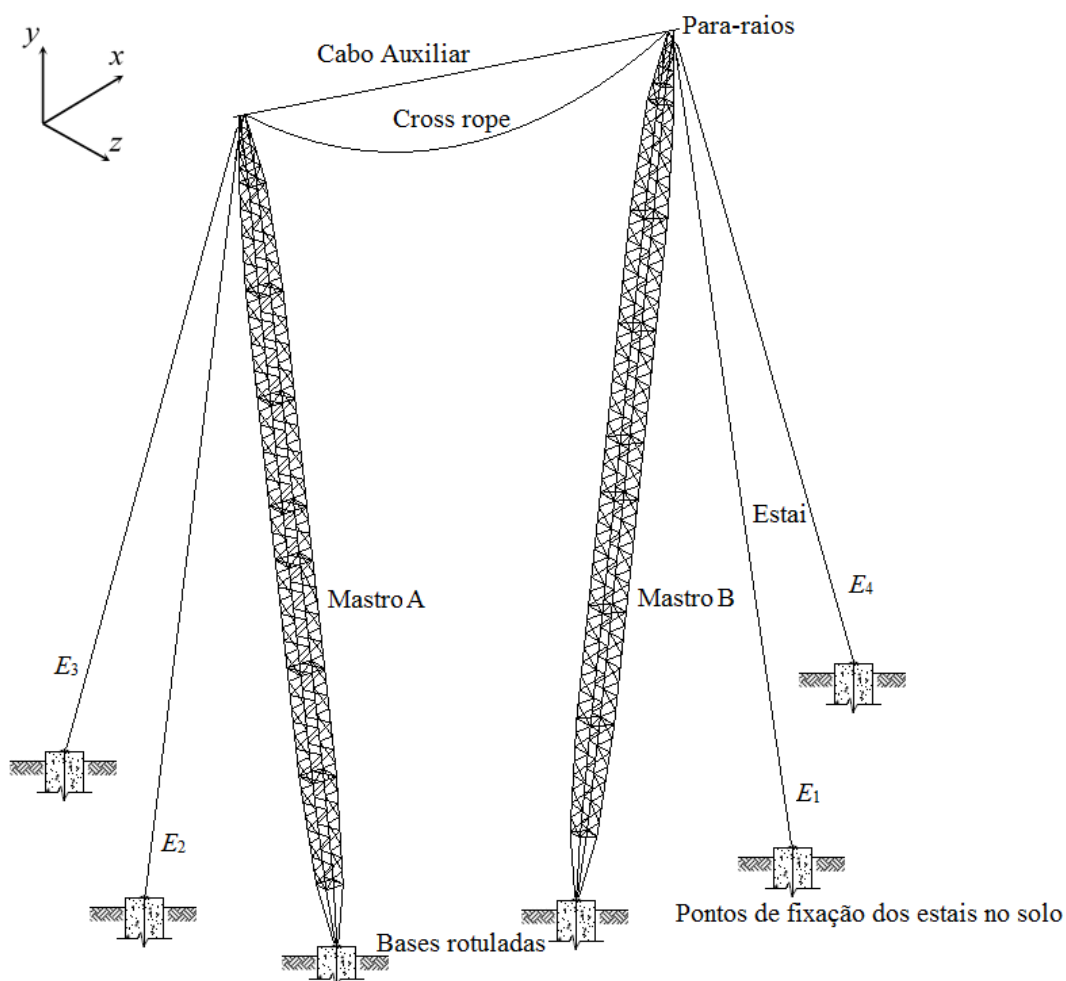


Figura 6.36 – Vista espacial da torre estaiada cross rope

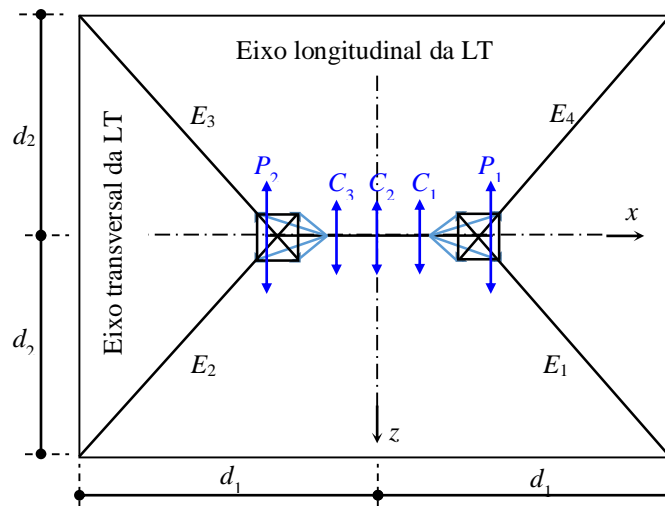


Figura 6.37 – Croquis do posicionamento da torre cross rope ao longo da linha de transmissão

As Figs. 6.38 e 6.39 ilustram as vistas, transversal e longitudinal, respectivamente, da silhueta da torre cross rope. Estas vistas mostram com mais detalhes as dimensões da torre, em milímetros, os quadros horizontais ao longo da altura da torre, os pontos de fixação dos estais, dos cabos para-raios, dos cabos condutores e a nomenclatura utilizada para nomeação das barras da torre.

A torre é constituída por barras com seção transversal do tipo cantoneira, fabricadas com aço ASTM A572 GR 50 e ASTM A572 GR 60, apresentando resistência ao escoamento $\sigma_y = 351,50$ MPa e $\sigma_y = 421,80$ MPa, respectivamente, conforme notas gerais de projetos da SAE Towers (2014), e módulo de elasticidade longitudinal $E = 200.000$ MPa.

Faz parte do conjunto dessa torre também, os cabos, auxiliar e cross rope, que são caracterizados por cordoalhas formadas por 19 e 37 fios de aço do tipo EHS com diâmetros de 15,90 mm e 25,4 mm, módulos de elasticidade longitudinal $E = 130.000$ MPa e $E = 120.000$ MPa e carga de ruptura de 210 kN e 500 kN de acordo com o fabricante, respectivamente. Todos os estais são caracterizados por cordoalhas formadas por 37 fios de aço do tipo EHS (Extra High Strength) com diâmetro de 22,2 mm, módulo de elasticidade longitudinal $E = 120.000$ MPa e uma carga de ruptura de 400 kN, de acordo com o fabricante.

A Tab. (6.11) mostra a identificação das barras, o tipo de aço utilizado na fabricação, o tipo de perfil da seção transversal e suas dimensões.

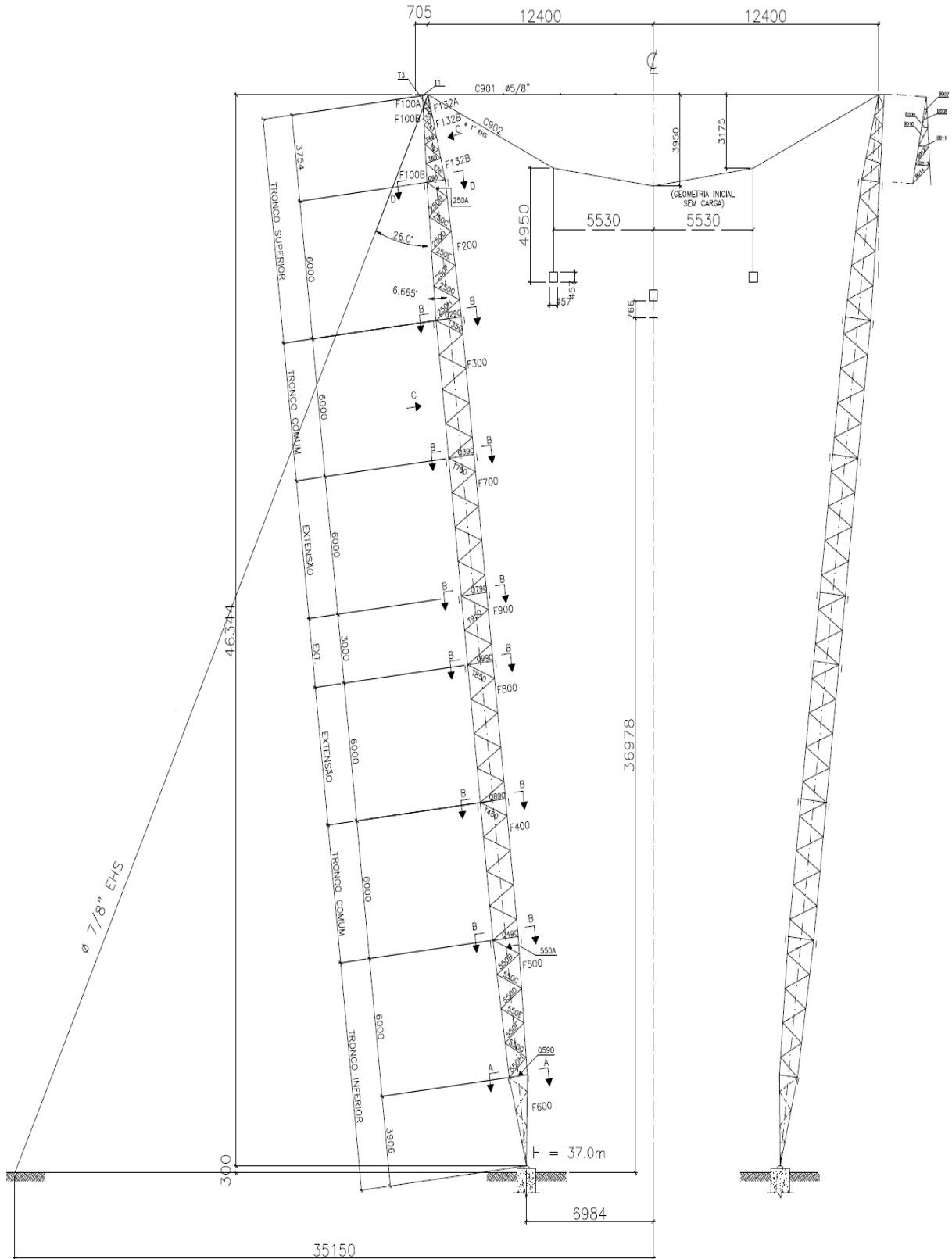


Figura 6.38 – Vista transversal da torre estaiada cross rope

Fonte: Adaptado de SAE Towers (2014)

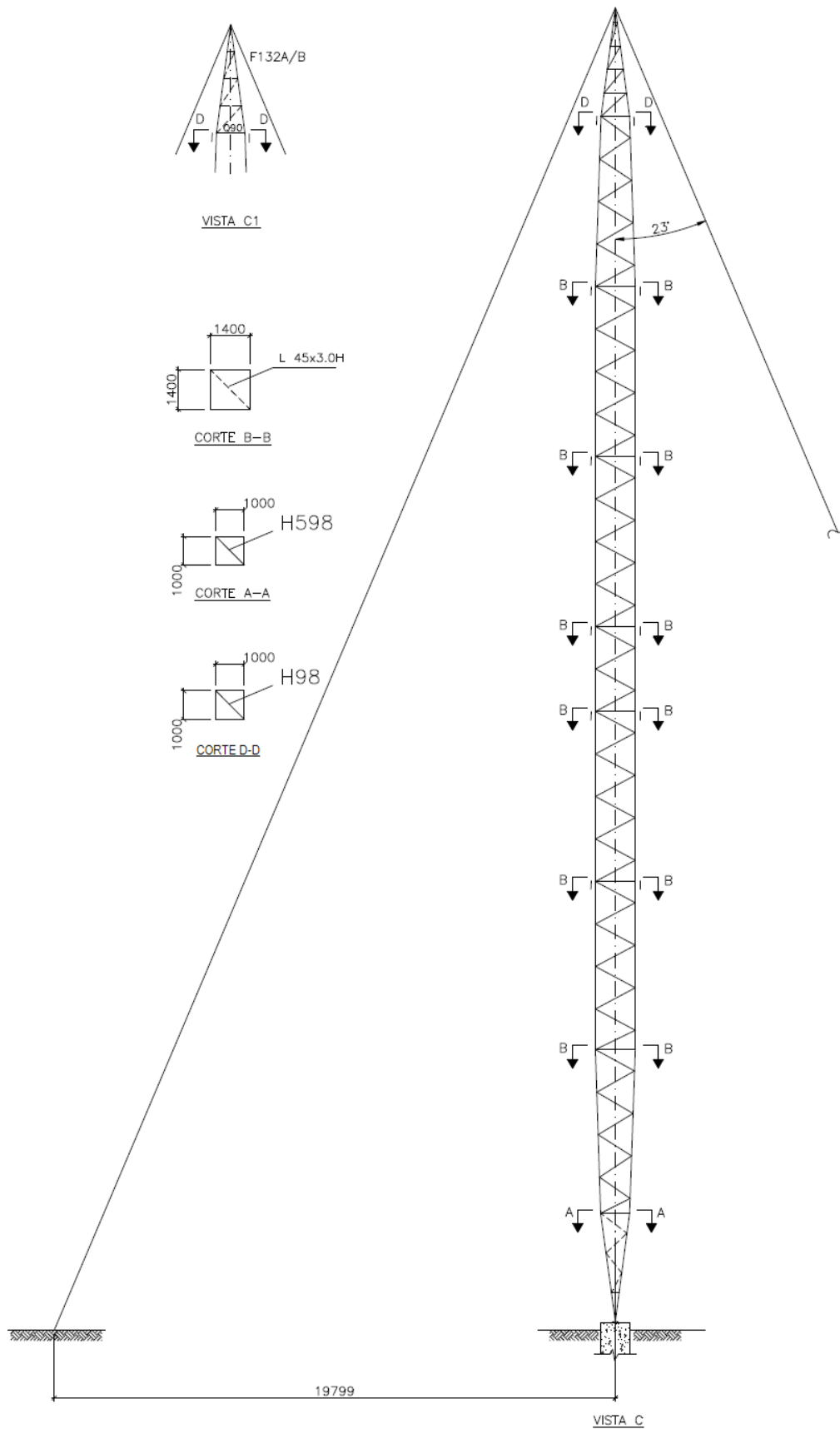


Figura 6.39 – Vista longitudinal da torre estaiada cross rope

Fonte: Adaptado de SAE Towers (2014)

Tabela 6.11 – Características das barras que compõem a torre estaiada cross rope.

Barra	Aço ASTM A572	Perfil	Dimensões (mm) (Aba 1 x Aba 2 x Espessura)
Q90, H98, 250A, 250B, 250C, 250D, 250E, 250F, 250G, Q290, Q390, Q790, Q990, Q890, Q490, 550B, 550C, 550D, 550E, 550F, 550G, 550H, Q590, H598, BD01, BD02, BD03, BD04, BD05, BD06, BD09, BD11, BD12, BD13, BD14	GR 50	Cantoneira	40 x 40 x 3,0
BD10	GR 50	Cantoneira	40 x 40 x 4,0
T49, 250H, H298, T350, H398, T750, H798, T950, H998, T850, H898, T450, H498, 550A	GR 50	Cantoneira	45 x 45 x 3,0
T25, T33, T57	GR 50	Cantoneira	45 x 45 x 4,0
T41, BD08	GR 50	Cantoneira	45 x 45 x 5,0
T65	GR 50	Cantoneira	50 x 50 x 3,0
T76	GR 50	Cantoneira	50 x 50 x 4,0
F100A, F100B, F600	GR 60	Cantoneira	75 x 75 x 5,0
F132A, F132B, F200, F500	GR 60	Cantoneira	75 x 75 x 6,0
F300, F400, F700, F800, F900	GR 60	Cantoneira	75 x 75 x 7,0
T3A, T3B	GR 50	Cantoneira	75 x 75 x 8,0
BD07	GR 50	Cantoneira	2 x 45 x 45 x 5,0
T1A, T1B	GR 50	Cantoneira	2 x 100 x 100 x 10,0

6.6.2.2 Forças de vento aplicadas na estrutura

O carregamento devido ao vento atuando na estrutura foi determinado com base no item 6.2.6.4.1 e figuras 5, 6 e 7 da norma IEC 60826 (2003) utilizando a Eq. (6.1), onde para esse exemplo, o ângulo de incidência do vento θ , é igual a 45° .

A Fig. 6.40 e a Tab. (6.12) apresenta a subdivisão em painéis da torre cross rope e os níveis de aplicação das cargas devido ao vento transversal (W_T) e longitudinal (W_L).

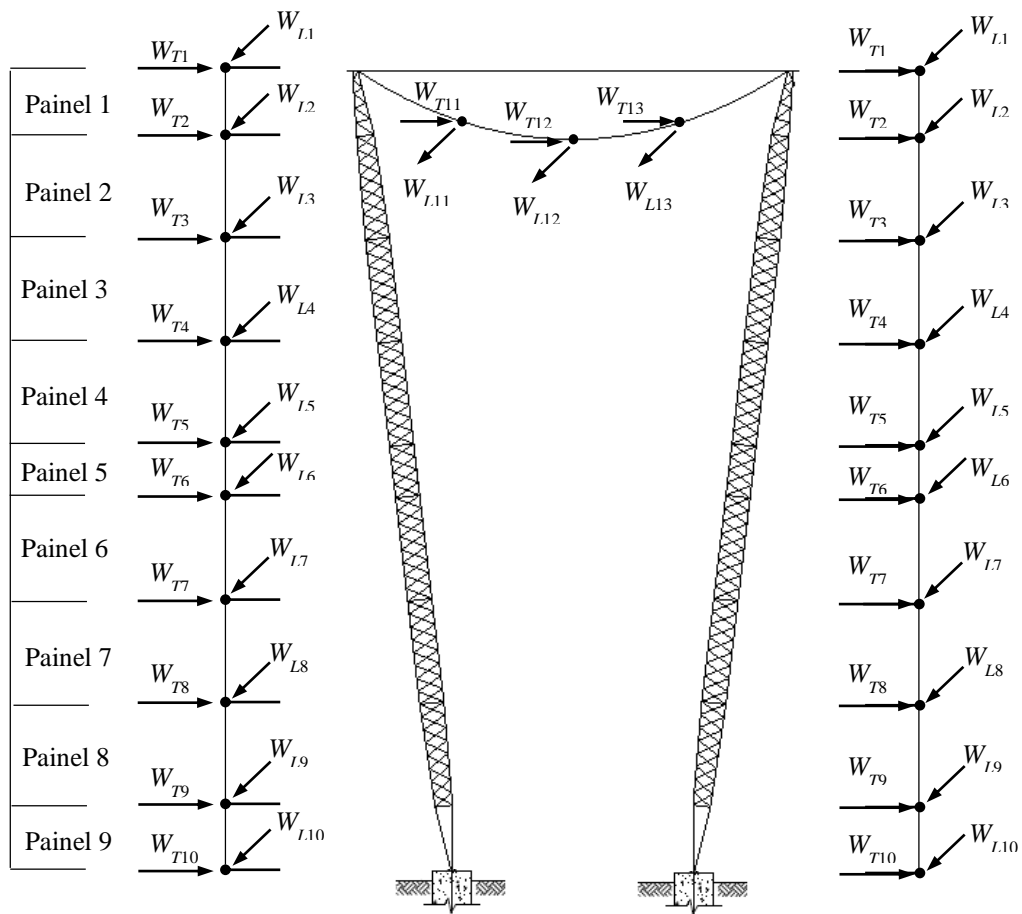


Figura 6.40 – Forças transversais e longitudinais devido ao vento na torre cross rope

Tabela 6.12 – Forças de vento transversal e longitudinal por painel e nível

<i>Painel</i>	<i>Nível</i>	W_T (kN)	W_L (kN)
1	1	0,996	0,996
2	2	3,064	3,064
3	3	4,352	4,352
4	4	4,568	4,568
5	5	3,456	3,456
6	6	3,456	3,456
7	7	4,568	4,568
8	8	4,352	4,352
9	9	2,916	2,916
-	10	0,846	0,846
-	11	13,146	0,849
-	12	13,146	0,849
-	13	13,146	0,849

6.6.2.3 Hipóteses de carregamentos

Para análise dessa estrutura foram consideradas quatro hipóteses de carregamentos, responsáveis pelo dimensionamento das barras da torre. A Fig. 6.41 ilustra o diagrama típico para aplicação dos carregamentos nos pontos de fixação dos cabos.

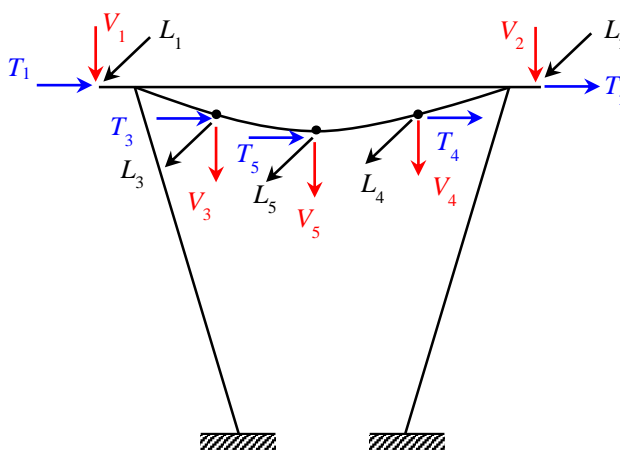


Figura 6.41 – Diagrama típico de aplicação do carregamento na torre cross rope

- A) Hipótese I – *Vento a 45°*: forças decorrentes da ação do vento de projeto atuando a 45° nos cabos, cadeias de isoladores e estrutura; cargas verticais normais e peso próprio de cada mastro da estrutura ($pp = 1,50 \text{ kN/m}$). As forças nos pontos de fixação dos cabos, referentes ao diagrama típico da Fig. 6.41, são as cargas verticais $V_1 = V_2 = 6,04 \text{ kN}$ e $V_3 = V_4 = V_5 = 53,23 \text{ kN}$, as forças transversais $T_1 = T_2 = 1,706 \text{ kN}$ e $T_3 = T_4 = T_5 = 13,146 \text{ kN}$ e as forças longitudinais $L_1 = L_2 = 0$ e $L_3 = L_4 = L_5 = 0,849 \text{ kN}$.
- B) Hipótese II – *Longitudinal em qualquer ponto de fixação dos cabos condutores*: força longitudinal a tração EDS, atuando em qualquer um dos pontos de fixação; cargas verticais normais e peso próprio de cada mastro da estrutura ($pp = 1,50 \text{ kN/m}$). Considerando-se o diagrama típico da Fig. 6.41, as forças atuantes nos pontos de fixação dos cabos são: cargas verticais $V_1 = V_2 = 6,04 \text{ kN}$, $V_3 = 27,77 \text{ kN}$ e $V_4 = V_5 = 53,23 \text{ kN}$, forças transversais $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = 0$ e forças longitudinais $L_1 = L_2 = L_4 = L_5 = 0$ e $L_3 = 67,26 \text{ kN}$.
- C) Hipótese III – *Contenção de cascata*: força longitudinal de tração EDS, reduzida, atuando simultaneamente em todos os cabos; cargas verticais normais e peso próprio de cada mastro da estrutura ($pp = 1,50 \text{ kN/m}$). A Fig. 6.41 ilustra a disposição das cargas verticais,

transversais e longitudinais, $V_1 = V_2 = 6,04$ kN e $V_3 = V_4 = V_5 = 53,23$ kN; $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = 0$ e $L_1 = L_2 = 12,81$ kN e $L_3 = L_4 = L_5 = 28,82$ kN, respectivamente.

D) Hipótese IV – *Construção e Montagem*: cargas verticais de construção atuando simultaneamente em qualquer combinação possível de fases, para-raios e peso próprio de cada mastro da estrutura ($pp = 1,50$ kN/m). As cargas verticais $V_1 = V_2 = 10,51$ kN e $V_3 = V_4 = V_5 = 92,58$ kN, as forças transversais $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = 0$ e as forças longitudinais $L_1 = L_2 = 1,36$ kN e $L_3 = L_4 = L_5 = 10,76$ kN, estão dispostas conforme ilustra a Fig. 6.41.

6.6.2.4 Lei constitutiva dos cabos

O comportamento dos cabos dado pela curva tensão (σ) *versus* deformação (ε), da mesma forma do exemplo anterior, foi aproximada por uma curva multilinear com seis trechos de acordo com a curva adotada por Murray e Willems (1970) para cordoalhas 1 x 37 e 1 x 19, conforme ilustra a Fig. 6.42, referente aos cabos estais, cross rope e auxiliar.

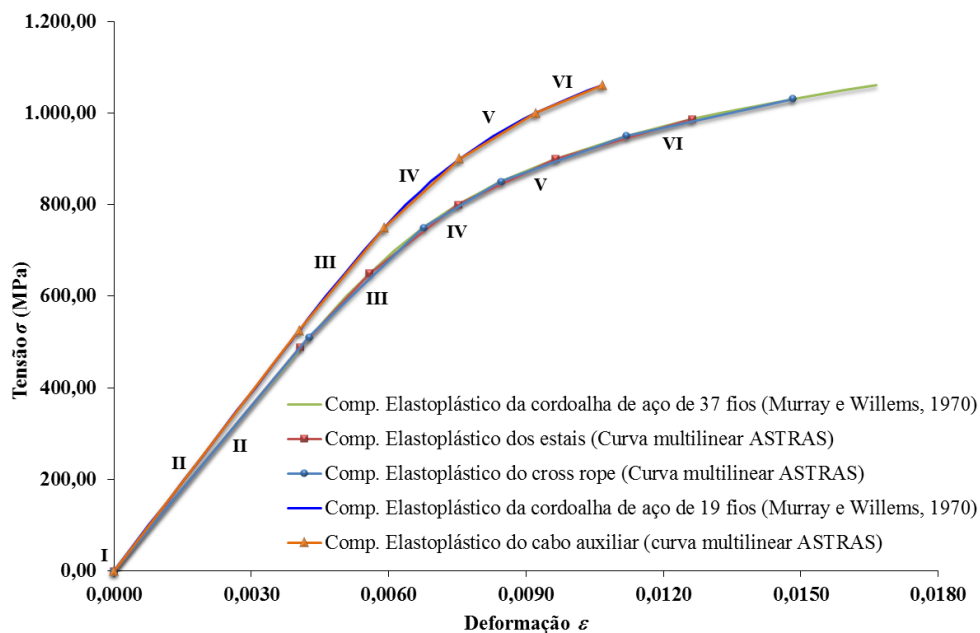


Figura 6.42 – Curvas σ *versus* ε de Murray e Willems (1970) e multilinear ASTRAS

Os valores limites das tensões e deformações que definem cada trecho do comportamento dos estais, cabos cross rope e auxiliar, e os seus respectivos módulos tangentes são apresentados na Tab. (6.13).

Tabela 6.13 – Curva multilinear da lei constitutiva do comportamento elastoplástico dos cabos

Cabo	Trecho	Comportamento	σ (MPa)	ϵ	E_t (MPa)
Estais	I	-	0,00	0,00	0,00
	II	Elástico	488,50	0,0040708330	120.000
	III	Elastoplástico	650,00	0,0055814059	106.913,08
	IV	Elastoplástico	800,00	0,0075114741	77.717,46
	V	Elastoplástico	900,00	0,0096354112	47.082,37
	VI	Elastoplástico	986,80	0,0126318884	28.967,35
Cross Rope	I	-	0,00	0,00	0,00
	II	Elástico	510,40	0,0042533333	120.000
	III	Elastoplástico	750,00	0,0067582619	95.651,43
	IV	Elastoplástico	850,00	0,0084449205	59.288,82
	V	Elastoplástico	950,00	0,0111851644	36.493,10
	VI	Elastoplástico	1.031,10	0,0148219161	22.300,12
Auxiliar	I	-	0,00	0,00	0,00
	II	Elástico	525,20	0,0040400000	130.000
	III	Elastoplástico	750,00	0,0058985117	120.957,00
	IV	Elastoplástico	900,00	0,0075373704	91.527,11
	V	Elastoplástico	1.000,00	0,0092041654	59.995,38
	VI	Elastoplástico	1.061,00	0,0106695298	41.627,87

A resistência ao escoamento (σ_y) é dada, conforme a seção 2.2.1.3 e Eq. (6. 2), por:

$$\sigma_y = 0,495 \sigma_u$$

6.6.2.5 Apresentação dos resultados

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* das forças normais de tração e compressão nas barras dos mastros, dos estais, do cabo cross rope e do cabo auxiliar. Apresenta-se também os resultados das reações de apoio, dos deslocamentos dos nós da extremidade superior dos mastros, do cabo cross rope e cabo auxiliar. Os resultados das tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar, também são apresentados, onde se considerou as hipóteses de carregamento apresentadas na seção 6.6.2.3. A empresa SAE Towers Brasil forneceu os resultados dos esforços nas barras obtidos pelo programa *TOWER* para fins de comparação.

6.6.2.5.1 Esforços nas barras, estais e cabos

A torre foi analisada considerando-se as hipóteses I e IV que dimensionaram o maior número de barras e cabos da estrutura. Na Tab. (6.14) são apresentados os esforços de compressão (C) e tração (T) referentes às hipóteses que apresentaram os valores máximos para cada tipo de barra e cabo. Os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* são comparados com aqueles obtidos pelo programa *TOWER*, apresentando um erro relativo abaixo de 8% mostrando a boa correlação entre eles.

Tabela 6.14 – Esforços máximos na torre cross rope obtidos pelos programas *TOWER* e *ASTRAS*

Barras	Tipo de Barras	Hipóteses	Tipo de Esforço	Esforços <i>TOWER</i> ^[a] (kN)	Esforços <i>ASTRAS</i> ^[b] (kN)	Relação [b]/[a]
F100B	Montante	I	C	174,88	162,44	0,93
F200	Montante	I	C	216,15	203,79	0,94
			T	52,07	55,72	1,07
F300	Montante	I	C	260,18	246,75	0,95
			T	94,57	95,29	1,01
T350	Diagonal	I	C	6,48	6,80	1,05
			T	6,3	6,58	1,04
F700	Montante	I	C	282,81	269,93	0,95
			T	114,78	120,49	1,05
T750	Diagonal	I	T	3,09	2,90	0,94
F900	Montante	I	C	284,86	273,02	0,96
			T	116,09	125,71	1,08
T950	Diagonal	I	C	0,75	0,73	0,97
F800	Montante	I	C	283,89	274,14	0,97
			T	114,87	119,00	1,04
F400	Montante	I	C	263,93	256,65	0,97
			T	94,86	95,74	1,01
T450	Diagonal	I	C	6,43	6,25	0,97
			T	6,24	6,10	0,98
F500	Montante	I	C	221,89	219,48	0,99
			T	52,26	54,53	1,04
Q590	Quadro	I	T	16,12	15,38	0,95
F600	Montante	I	C	182,51	184,27	1,01
			T	8,82	8,21	0,93
Cross Rope	Cabo	IV	T	261,28	255,51	0,98
E4	Estai	IV	T	227,4	217,51	0,96

6.6.2.5.2 Reações de apoio

Apresenta-se na Tab. (6.15) os resultados das reações de apoio do mastro A e B e dos estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 da torre cross rope (Fig. 6.36) para as hipóteses I, II, III e IV, obtidos pelo programa *ASTRAS*.

Tabela 6.15 – Resultados das reações de apoio da torre cross rope das hipóteses I, II, III e IV obtido pelo programa *ASTRAS*

Apoio	Reações (kN)	Hipóteses			
		I	II	III	IV
Mastro A	R_x	-58,57	-34,14	-38,28	-53,76
	R_y	426,12	340,65	381,10	537,69
	R_z	-15,05	1,95	2,54	1,26
Mastro B	R_x	12,81	34,86	38,00	53,50
	R_y	287,34	347,30	378,83	535,41
	R_z	-15,33	0,79	2,53	1,27
E_1	R_x	24,63	38,90	23,35	69,67
	R_y	-49,05	-77,53	-46,19	-138,22
	R_z	21,33	33,52	19,90	59,49
E_2	R_x	-55,46	-22,47	-23,20	-69,52
	R_y	-110,30	-44,52	-45,90	-137,93
	R_z	47,58	19,25	19,77	59,37
E_3	R_x	-76,96	-79,02	-89,55	-90,61
	R_y	-153,25	-158,05	-178,96	-180,02
	R_z	-66,53	-69,04	-78,36	-78,14
E_4	R_x	45,54	61,87	89,68	90,73
	R_y	-91,18	-123,64	-179,21	-180,26
	R_z	-39,69	-53,73	-78,46	-78,25

Observa-se na Tab. (6.15), quando se considera a hipótese I (vento a 45°), as máximas reações de apoio nos mastros A e B, são encontradas nas direções x e z , respectivamente. Também se verifica para as hipóteses III (contenção em cascata) e IV (construção e montagem) a coerência entre os resultados das reações de apoio dos mastros A e B, dos estais E_1 e E_2 e dos estais E_3 e E_4 , respectivamente, pelo fato de haver simetria no carregamento e na geometria da estrutura. Esses resultados indicam que os estais E_3 e E_4 estão mais tracionados e os estais E_1 e E_2 menos tracionados. Pode-se verificar que a hipótese IV fornece as máximas reações de apoio nos

mastros A e B na direção y , e as máximas reações no apoio dos estais E_3 e E_4 , indicando serem estes os estais mais solicitados.

6.6.2.5.3 Deslocamentos dos nós

Com o objetivo de estudar os deslocamentos dos cabos, cross rope e auxiliar, e dos nós da extremidade superior da estrutura, a Fig. 6.43 ilustra o esquema da parte superior da torre cross rope em sua configuração inicial, apresentando os nós para os quais serão analisados os deslocamentos, considerando os carregamentos das hipóteses I, II e III.

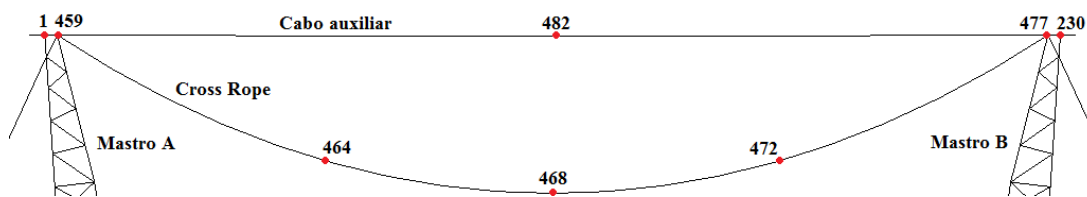


Figura 6.43 – Nós da torre cross rope para análise de deslocamentos

a) Hipótese I

Os valores dos deslocamentos nas direções transversal (δx), vertical (δy) e longitudinal (δz) dos nós de fixação dos estais (nós 459 e 477), dos nós de fixação dos cabos condutores (nós 464, 468 e 472), dos nós dos mastros A e B (nós 1 e 230) e do nó no meio do vão do cabo auxiliar (nó 482) são apresentados na Tab. (6.16), considerando a análise da hipótese I através do programa *ASTRAS*.

Tabela 6.16 – Deslocamentos nodais na torre cross rope - Hipótese I

Nó	Estrutura	δx (cm)	δy (cm)	δz (cm)
1	Mastro A	43,5053	2,0470	7,4730
459	Mastro A	43,4095	2,0450	9,9663
230	Mastro B	-24,7285	1,4151	7,1905
477	Mastro B	-24,5055	0,8246	10,8840
464	Cross rope	23,3572	-48,8965	16,0593
468	Cross rope	17,2282	-98,5129	18,2487
472	Cross rope	18,5267	-88,0251	17,0862
482	Cabo Auxiliar	9,3281	-248,1671	10,4251

No caso da hipótese I, de vento a 45° , tem-se a predominância das ações na direção transversal (x) e direção vertical (y), portanto, causando os maiores deslocamentos. Pode-se observar na Tab. (6.16) a coerência dos deslocamentos em todas as direções com o carregamento aplicado, inclusive os elevados deslocamentos alcançados na direção y , principalmente, do nó 472, ponto central do cabo auxiliar.

As Figs. 6.44 a 6.48 ilustram as configurações inicial e final da estrutura para o caso da hipótese I, geradas como o auxílio do pós-processador do programa *INSANE*, com objetivo de uma melhor visualização das deformadas da estrutura. A Fig. 6.44 ilustra uma vista espacial da torre identificando o posicionamento dos estais e os nós em análise dos cabos cross rope e auxiliar. A Fig. 6.45 ilustra a vista espacial, em detalhe, da parte superior da torre, identificando os nós dos mastros A e B a serem analisados. A Fig. 6.46 ilustra a vista transversal (plano xy) da parte superior da torre, onde se evidenciam a coerência dos deslocamentos nas direções x e y , indicando uma tendência de aproximação das extremidades superiores dos mastros A e B, colaborando nos deslocamentos verticais do cabo cross rope, cabo auxiliar e na tração dos estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 . Nessa figura também se observa o elevado deslocamento do nó 482 na direção y do cabo auxiliar. A Fig. 6.47 ilustra, em detalhe, a vista longitudinal (plano yz) da deformada da parte superior da torre, observando-se os deslocamentos na direção z dos estais e cabo cross rope, coerentes com o carregamento aplicado. Finalmente, a Fig. 6.48 ilustra a vista superior em detalhe (plano xz) da torre, observando-se claramente os deslocamentos na direção x .

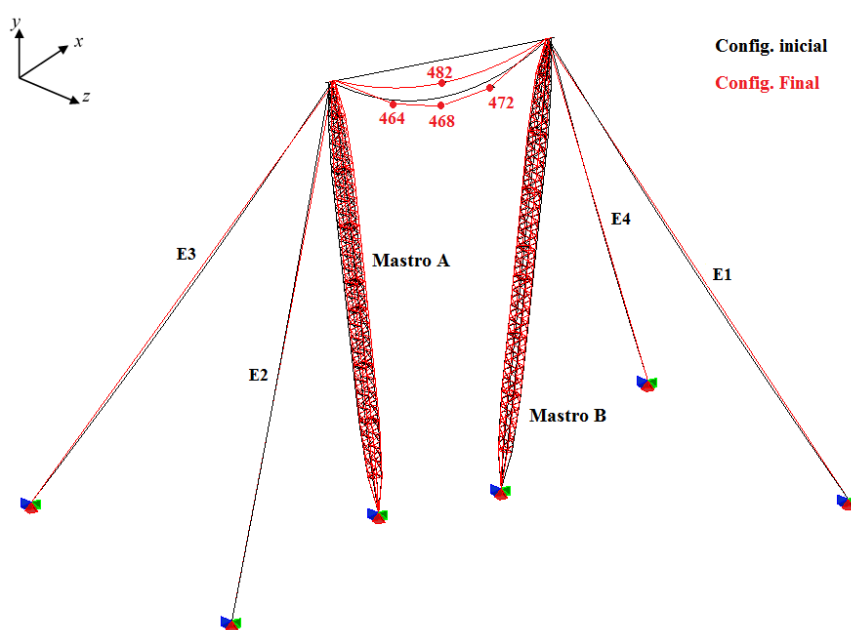


Figura 6.44 – Vista espacial da deformada da torre cross rope - Hipótese I

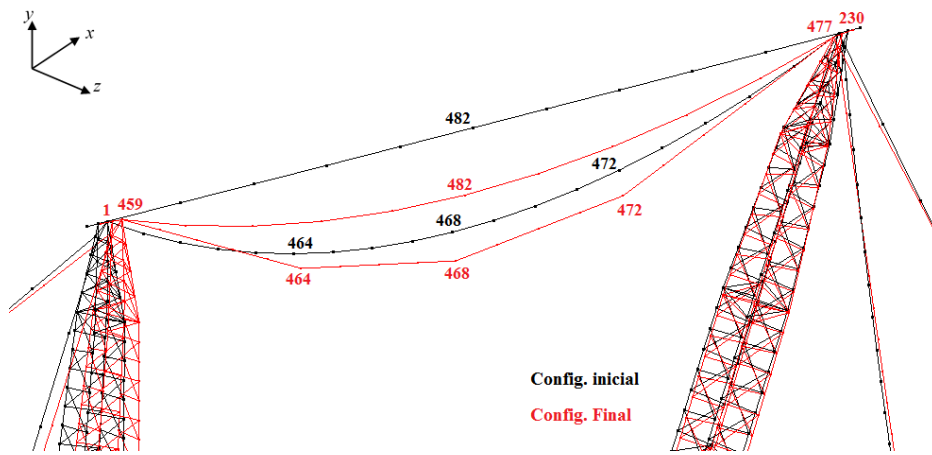


Figura 6.45 – Vista espacial, em detalhe, da parte superior da torre cross rope - Hipótese I

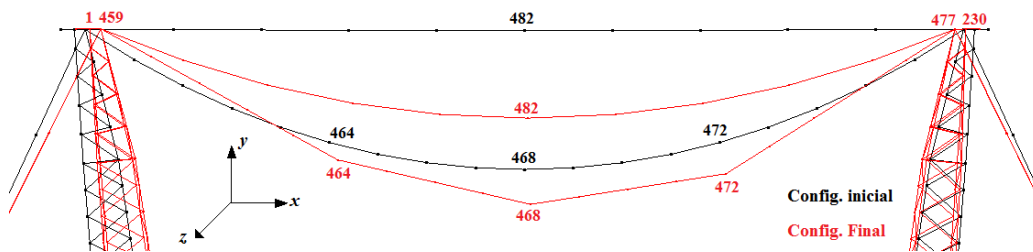


Figura 6.46 – Vista transversal (plano xy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese I

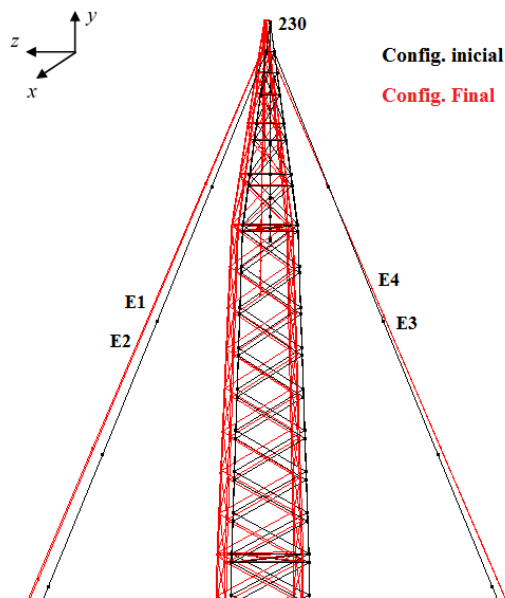


Figura 6.47 – Vista longitudinal (plano zy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese I

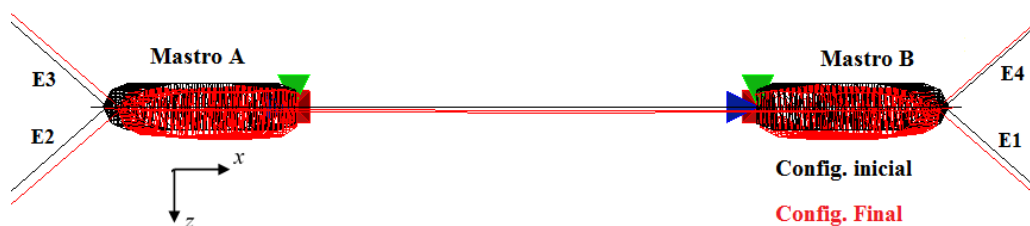


Figura 6.48 – Vista superior (plano xz), da deformada da cross rope - Hipótese I

b) Hipótese II

Considerando o mesmo desenho esquemático apresentado na Fig. 6.43, os valores dos deslocamentos nas direções transversal (δx), vertical (δy) e longitudinal (δz) dos nós de fixação dos estais (nós 459 e 477), dos nós de fixação dos cabos condutores (nós 464, 468 e 472), dos nós dos mastros A e B (nós 1 e 230) e do nó no meio do vão do cabo auxiliar (nó 482) são apresentados na Tab. (6.17), considerando a análise da hipótese II através do programa *ASTRAS*.

Tabela 6.17 – Deslocamentos nodais na torre cross rope - Hipótese II

Nó	Estrutura	δx (cm)	δy (cm)	δz (cm)
1	Mastro A	33,8367	2,0904	21,6711
459	Mastro A	32,8989	1,6262	29,2442
230	Mastro B	-33,3904	2,0511	8,6347
477	Mastro B	-33,2496	1,7072	11,6082
464	Cross rope	5,2676	17,6005	263,1503
468	Cross rope	-8,6545	-41,3395	186,0499
472	Cross rope	-11,7289	-38,7697	107,3926
482	Cabo Auxiliar	-0,1672	-244,5524	20,4262

No caso da hipótese II, onde se aplicou uma força longitudinal no nó 464 (ponto de fixação do cabo condutor), simulando um cabo rompido, ocorreu uma torção na torre provocando deslocamentos elevados na direção longitudinal (δz) do cabo cross rope, na direção (δy) do cabo auxiliar e na direção transversal (δx) dos mastros, conforme mostra a Tab. (6.17). Pode-se observar também, que os deslocamentos em todas as direções são coerentes com o carregamento aplicado, inclusive os elevados valores alcançados nas direções z e y dos nós 464

e 482, dos pontos de fixação do cabo condutor e do cabo para-raios, respectivamente. Percebe-se ainda na Tab. (6.17), a simetria dos resultados dos deslocamentos δx e δy entre os nós 1 e 230 dos mastros A e B, respectivamente, e entre os nós 459 do mastro A e 477 do mastro B.

As Figs. 6.49 a 6.53 ilustram as configurações inicial e final da estrutura para o caso da hipótese II, com objetivo de uma melhor visualização das deformadas da estrutura. A Fig. 6.49 ilustra uma vista espacial da torre identificando o posicionamento dos estais e os nós em análise dos cabos cross rope e auxiliar. A Fig. 6.50 ilustra a vista espacial, em detalhe, da parte superior da torre, identificando os nós dos mastros A e B a serem analisados. A Fig. 6.51 ilustra a vista transversal (plano xy) da parte superior da torre, onde se evidenciam a coerência dos deslocamentos nas direções x e y , indicando uma tendência de aproximação das extremidades superiores dos mastros A e B, colaborando nos deslocamentos verticais do cabo cross rope, cabo auxiliar e na tração dos estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 . Nessa figura também se observa o elevado deslocamento do nó 482 na direção y do cabo auxiliar. A Fig. 6.52 ilustra, em detalhe, a vista longitudinal (plano yz) da deformada da parte superior da torre, observando-se os grandes deslocamentos na direção z , principalmente, do nó 464 do cabo cross rope, coerentes com o carregamento aplicado. Finalmente, a Fig. 6.53 ilustra a vista superior em detalhe (plano xz) da torre, observando-se claramente os elevados deslocamentos na direção z do cabo cross rope e deslocamentos nas direções x e z dos mastros, coerentes com o carregamento de torção aplicado.

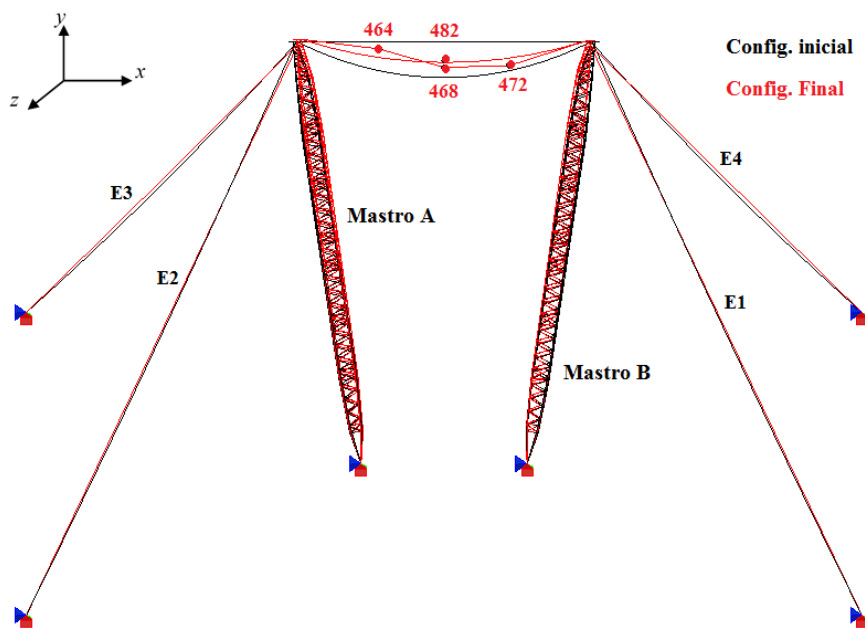


Figura 6.49 – Vista espacial da deformada da torre cross rope - Hipótese II

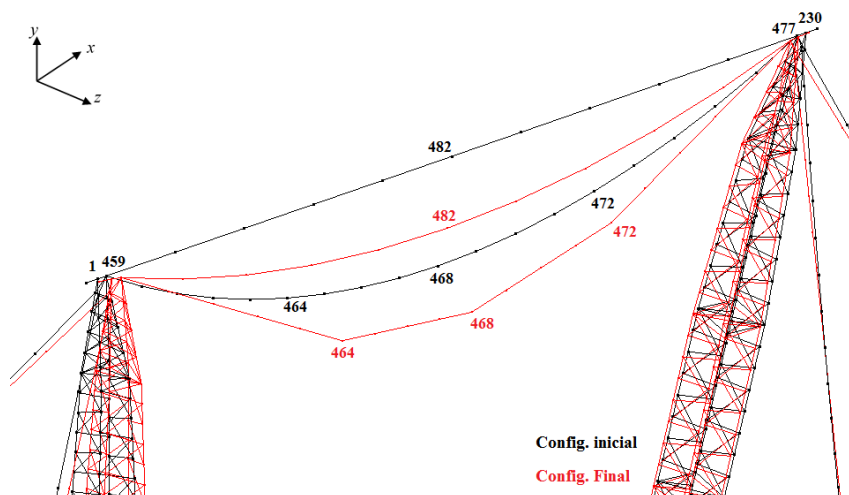


Figura 6.50 – Vista espacial, em detalhe, da deformada da torre cross rope - Hipótese II

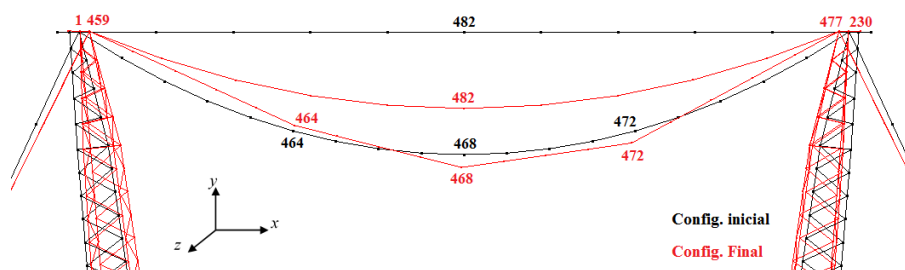


Figura 6.51 – Vista transversal (plano xy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese II

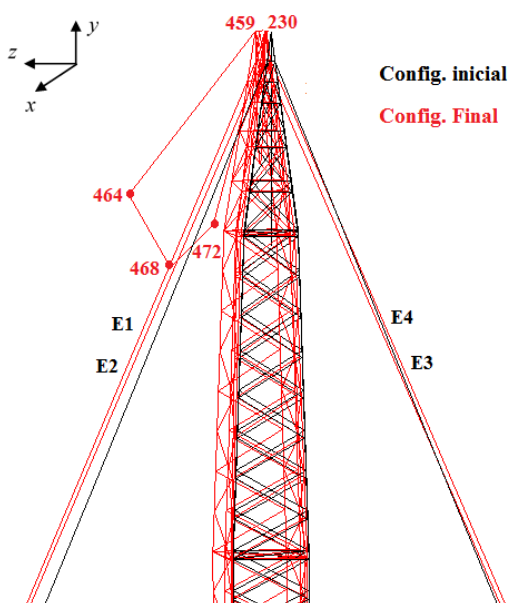


Figura 6.52 – Vista longitudinal (plano zy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese II

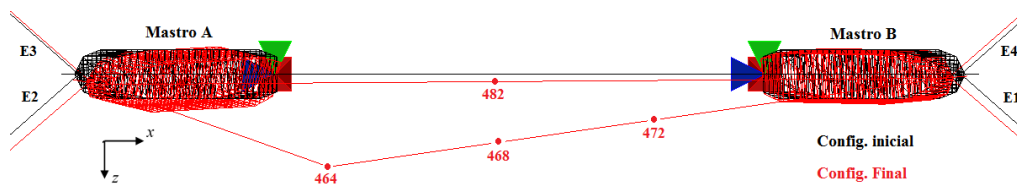


Figura 6.53 – Vista superior (plano xz) da deformada da cross rope - Hipótese II

c) Hipótese III

Considerando-se o desenho esquemático apresentado na Fig. 6.43, os valores dos deslocamentos nas direções transversal (δx), vertical (δy) e longitudinal (δz) dos nós de fixação dos estais (nós 459 e 477), dos nós de fixação dos cabos condutores (nós 464, 468 e 472), dos nós dos mastros A e B (nós 1 e 230) e do nó no meio do vão do cabo auxiliar (nó 482) são apresentados na Tab. (6.18), considerando a análise da hipótese III através do programa *ASTRAS*.

Tabela 6.18 – Deslocamentos nodais na torre cross rope – Hipótese III

Nó	Estrutura	δx (cm)	δy (cm)	δz (cm)
1	Mastro A	37,5763	2,2622	27,1861
459	Mastro A	37,4715	1,8571	29,7543
230	Mastro B	-37,6372	2,2567	27,3517
477	Mastro B	-37,5457	1,8910	29,7634
464	Cross rope	2,7294	-27,0774	217,4158
468	Cross rope	-0,0321	-48,1650	269,8536
472	Cross rope	-2,7964	-27,0604	217,4191
482	Cabo Auxiliar	-0,0335	-260,4310	29,7588

No caso da hipótese III, onde se aplicaram forças longitudinais nos nós 464, 468, 472 (pontos de fixação dos cabos condutores) e nós 1 e 230 (pontos de fixação dos cabos auxiliar nos mastros), simulando o efeito cascata, provocando deslocamentos elevados na direção longitudinal (δz) do cabo cross rope, na direção (δy) do cabo auxiliar e na direção transversal (δx) dos mastros, conforme mostra a Tab. (6.18). Pode-se observar também, que os deslocamentos em todas as direções são coerentes com o carregamento aplicado, inclusive os elevados valores alcançados nas direções z e y dos nós 464 e 482, dos pontos de fixação do cabo

condutor e do cabo para-raios, respectivamente. Percebe-se ainda na Tab. (6.18), a simetria dos resultados dos deslocamentos δx , δy e δz entre os nós 1 e 230 dos mastros A e B, respectivamente, entre os nós 459 do mastro A e 477 do mastro B, entre os nós 464 e 472 do cabo cross rope, indicando a coerência dos resultados obtidos pelo *ASTRAS*.

As Figs. 6.54 a 6.58 ilustram as configurações inicial e final da estrutura para o caso da hipótese II, com objetivo de uma melhor visualização das deformadas da estrutura. A Fig. 6.54 ilustra uma vista espacial da torre identificando o posicionamento dos estais e os nós em análise dos cabos cross rope e auxiliar. A Fig. 6.55 ilustra a vista espacial, em detalhe, da parte superior da torre, identificando os nós dos mastros A e B a serem analisados. A Fig. 6.56 ilustra a vista transversal (plano xy) da parte superior da torre, onde se evidenciam a coerência dos deslocamentos nas direções x e y , indicando uma tendência de aproximação das extremidades superiores dos mastros A e B, colaborando nos deslocamentos verticais do cabo cross rope, cabo auxiliar e na tração de todos os estais. Nessa figura também se observa o elevado deslocamento do nó 482 na direção y do cabo auxiliar. A Fig. 6.57 ilustra, em detalhe, a vista longitudinal (plano yz) da deformada da parte superior da torre, observando-se os grandes deslocamentos na direção z , principalmente, do nó 468 do cabo cross rope, coerentes com o carregamento aplicado. Finalmente, a Fig. 6.58 ilustra a vista superior em detalhe (plano xz) da torre, observando-se claramente os elevados deslocamentos na direção z dos nós 464, 468 e 472 do cabo cross rope e deslocamentos nas direções x e z dos mastros, coerentes com o carregamento aplicado.

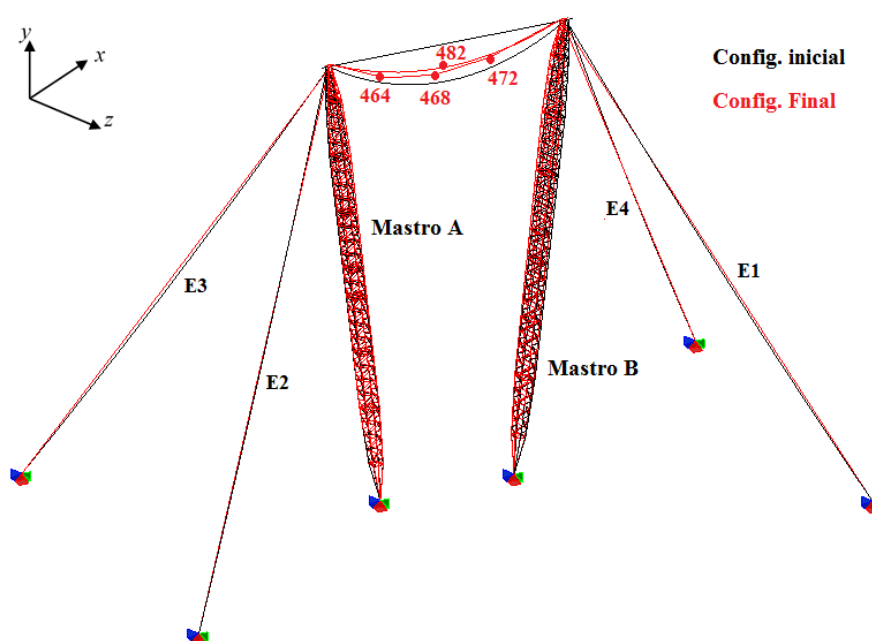


Figura 6.54 – Vista espacial da deformada da torre cross rope - Hipótese III

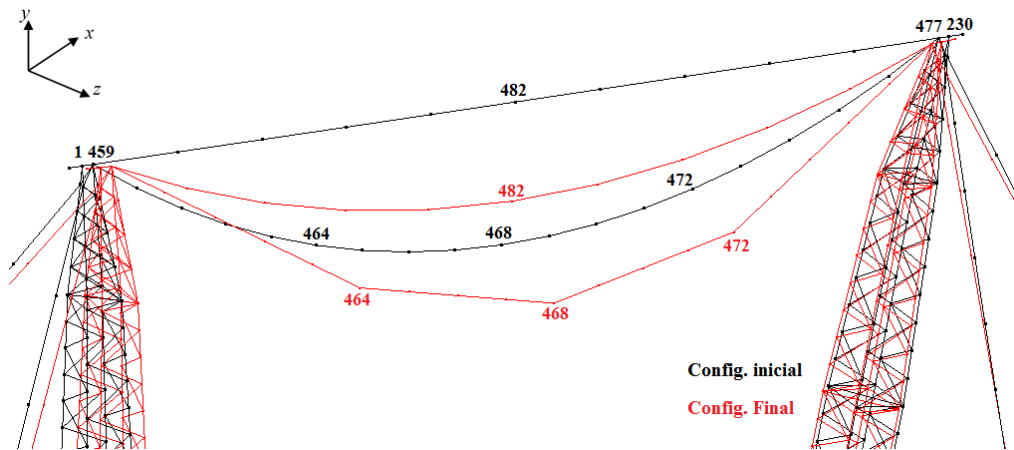


Figura 6.55 – Vista espacial, em detalhe, da deformada da torre cross rope - Hipótese III

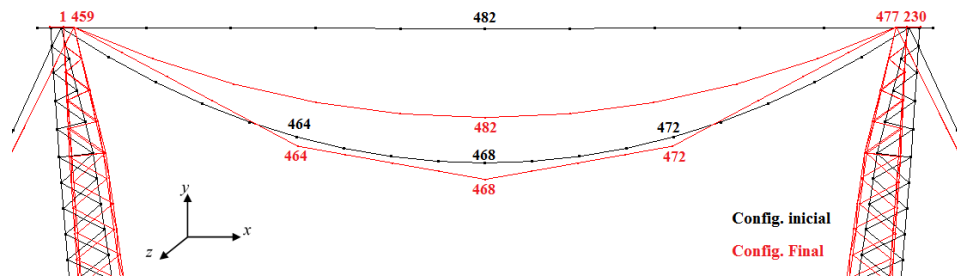


Figura 6.56 – Vista transversal (plano xy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese III

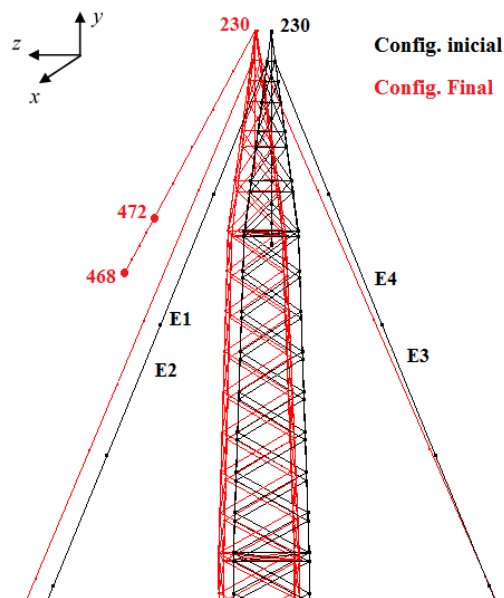


Figura 6.57 – Vista longitudinal (plano zy) da deformada da parte superior da torre cross rope - Hipótese III

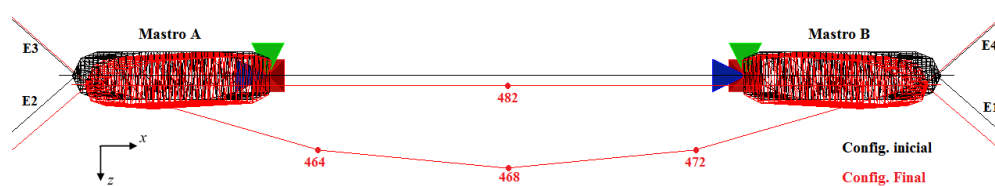


Figura 6.58 – Vista superior (plano xz) da deformada da cross rope - Hipótese III

6.6.2.5.4 Tensões e deformações nos estais e cabos

Nesta seção serão apresentadas as isofaixas das tensões e deformações normais de tração nos elementos de cabo, ilustrando os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 e para os cabos cross rope e auxiliar, conforme ilustrado na Fig. 6.43, considerando as hipóteses de carregamento I, II, III e IV.

a) Hipótese I

A Fig. 6.59 ilustra a torre estaiada do tipo cross rope, onde são representados através de isofaixas os resultados das tensões normais de tração, dadas MPa, e das deformações normais, obtidos pelo *ASTRAS*, para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 e para os cabos cross rope e auxiliar.

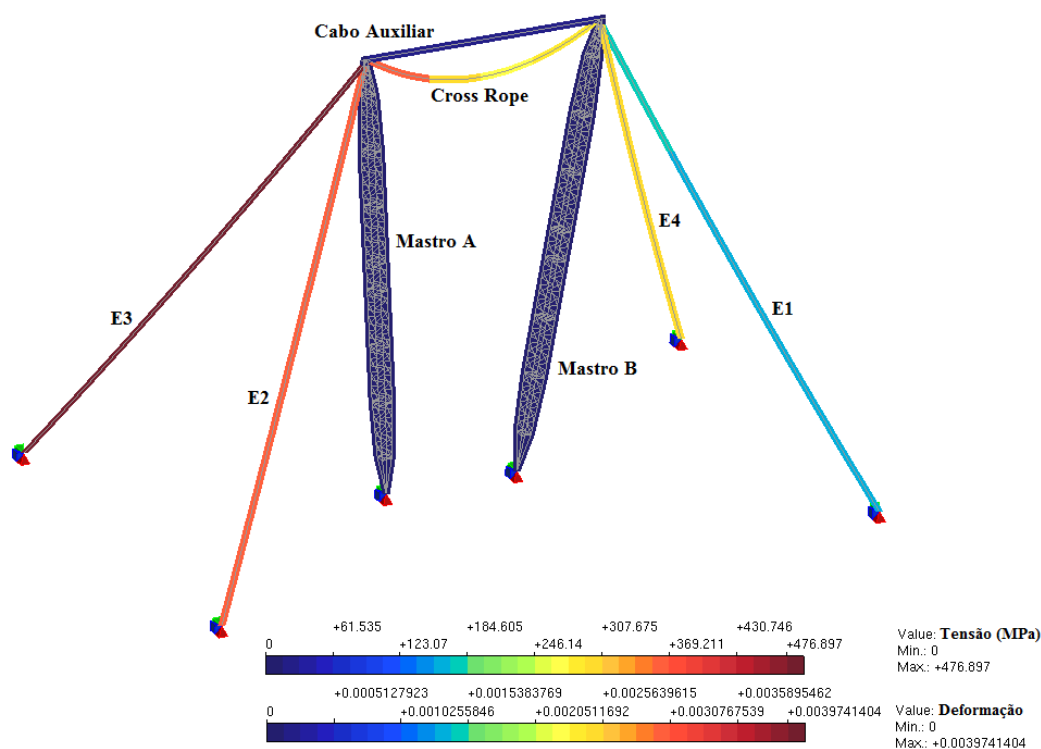


Figura 6.59 – Tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar da torre cross rope representadas por isofaixas - Hipótese I

Observa-se na Fig. 6.59 que os estais estão submetidos a diferentes intensidades de tensões e deformações. O estai E_1 apresenta os menores valores de tração com tensões variando de 151,861 MPa a 154,550 MPa. Os estais E_4 e E_2 apresentam valores de tensões de tração, variando de 281,999 MPa a 284,685 MPa e de 341,106 MPa a 343,791 MPa, respectivamente. O estai E_3 é o que apresenta as maiores tensões de tração, variando de 474,215 MPa a 476,897 MPa. Pode-se observar também que as tensões e deformações em todos os estais são inferiores à resistência ao escoamento, $\sigma_y = 488,50$ MPa, e sua correspondente deformação, $\varepsilon_y = 0,004070833$, conforme dados na Tab. (6.13), permanecendo no patamar II da lei constitutiva (Fig. 6.42), caracterizando o comportamento elástico.

Observa-se também na Fig. 6.59, que o cabo cross rope apresenta uma variação de tensões e deformações normais de tração próximos aos seus apoios nos mastros A e B, uma vez que esses valores são maiores que na região central do cabo. Essa situação mostra que as tensões e deformações, conseqüentemente, as forças de tração, variam longo do comprimento do cabo, devido a variação da inclinação da tangente em função do ângulo θ_A (apoio do cabo no mastro A), conforme ilustra a Fig. 3.3 da seção 3.2.2. O cabo auxiliar apresenta valores de tensões e deformações que tendem a zero, evidenciando claramente o “afrouxamento” do mesmo (Fig. 6.46). Pode-se observar também que as tensões e deformações nos cabos cross rope e auxiliar são inferiores às resistências ao escoamento, $\sigma_y = 510,40$ MPa e $\sigma_y = 525,20$ MPa, e suas correspondentes deformações, $\varepsilon_y = 0,004253333$ e $\varepsilon_y = 0,0040400$, conforme dados na Tab. (6.13), permanecendo no patamar II da lei constitutiva (Fig. 6.42), caracterizando o comportamento elástico.

b) Hipótese II

A Fig. 6.60 ilustra a torre estaiada do tipo cross rope, onde são representados através de isofaixas os resultados das tensões normais de tração, dadas MPa, e das deformações normais, obtidos pelo *ASTRAS*, para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 e para os cabos cross rope e auxiliar.

Nessa hipótese, observa-se na Fig. 6.60 que os estais estão submetidos a diferentes intensidades de tensões e deformações. O estai E_2 apresenta os menores valores de tração com tensões variando de 137,848 MPa a 140,538 MPa. Os estais E_1 e E_4 apresentam valores de tensões de tração, variando de 239,758 MPa a 242,445 MPa e de 382,397 MPa a 385,081 MPa, respectivamente. O estai E_3 é o que apresenta as maiores tensões de tração, variando de 489,082 MPa a 491,764 MPa. Pode-se observar também que as tensões e deformações no estai

E_3 são superiores à resistência ao escoamento, $\sigma_y = 488,50$ MPa, e sua correspondente deformação, $\varepsilon_y = 0,004070833$, conforme dados na Tab. (6.13), atingindo o patamar III da lei constitutiva (Fig. 6.42), caracterizando o comportamento elastoplástico. Percebe-se também que os estais E_1 , E_2 e E_4 apresentam valores de tensões inferiores à resistência ao escoamento, indicando que esses estais permaneceram no patamar II da lei constitutiva, ainda na fase elástica.

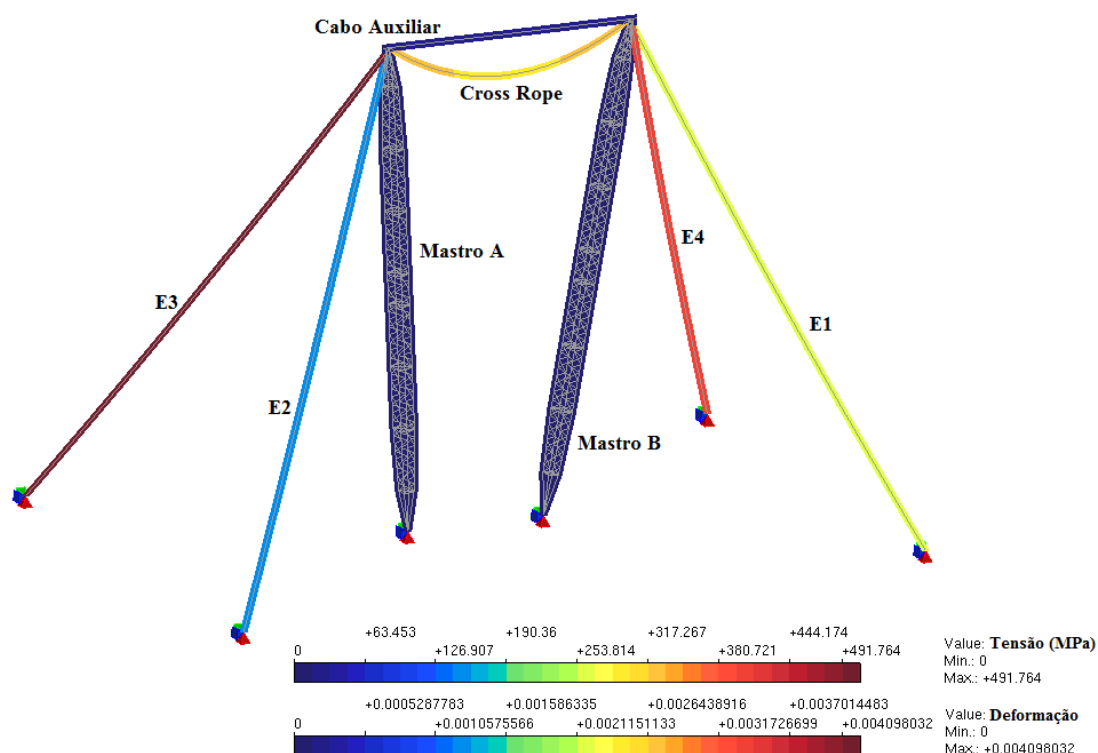


Figura 6.60 – Tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar da torre cross rope representadas por isofaixas - Hipótese II

Observa-se também na Fig. 6.60, que o cabo cross rope apresenta uma variação de tensões (272,368 MPa a 308,510 MPa) e deformações normais de tração próximos aos seus apoios nos mastros A e B, uma vez que esses valores são maiores que na região central do cabo. Essa situação mostra que as tensões e deformações, consequentemente, as forças de tração, variam longo do comprimento cabo, devido a variação da inclinação da tangente em função do ângulo θ_A (apoio do cabo no mastro A), conforme ilustra a Fig. 3.3 da seção 3.2.2. O cabo auxiliar apresenta valores de tensões e deformações que tendem a zero, evidenciando claramente o “afrouxamento” do mesmo (Fig. 6.51). Pode-se observar também que as tensões e deformações nos cabos cross rope e auxiliar são inferiores às resistências ao escoamento, $\sigma_y = 510,40$ MPa e $\sigma_y = 525,20$ MPa, e suas correspondentes deformações, $\varepsilon_y = 0,004253333$ e $\varepsilon_y = 0,0040400$,

conforme dados na Tab. (6.13), permanecendo no patamar II da lei constitutiva (Fig. 6.42), caracterizando o comportamento elástico.

c) Hipótese III

A Fig. 6.61 ilustra a torre estaiada do tipo cross rope, onde são representados através de isofaixas os resultados das tensões normais de tração, dadas MPa, e das deformações normais, obtidos pelo *ASTRAS*, para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 e para os cabos cross rope e auxiliar.

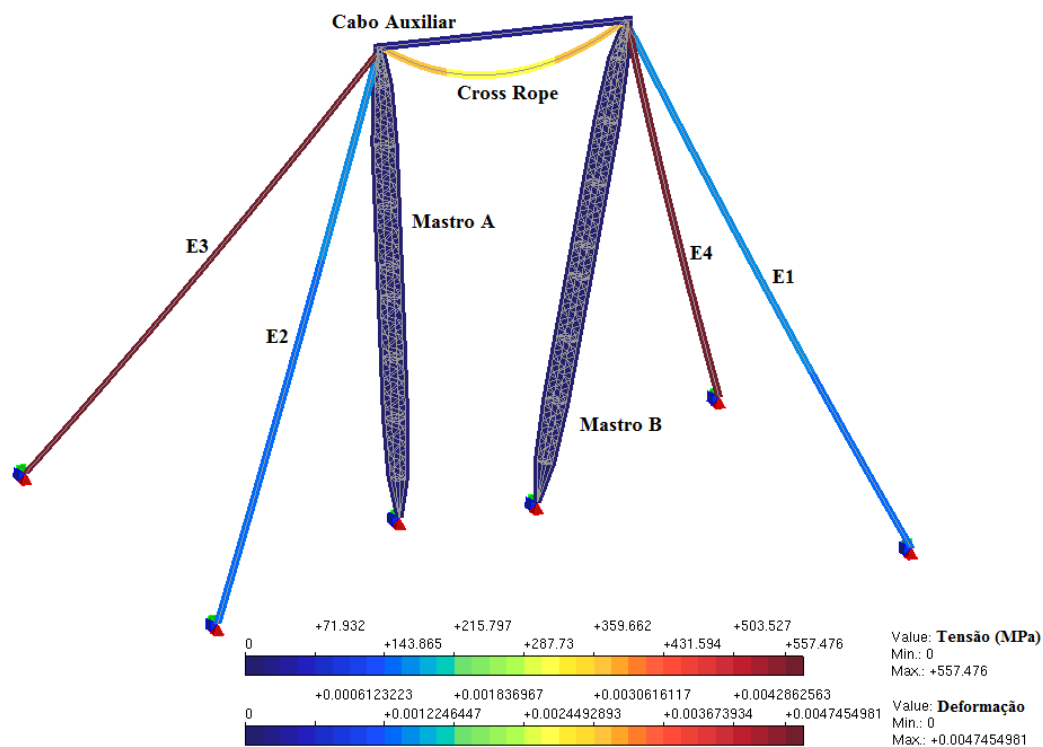


Figura 6.61 – Tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar da torre cross rope representadas por isofaixas - Hipótese III

Observa-se na Fig. 6.61 que os estais estão submetidos a diferentes intensidades de tensões e deformações. O estai E_2 apresenta os menores valores de tração com tensões variando de 142,094 MPa a 144,789 MPa. Os estais E_1 e E_3 apresentam valores de tensões de tração, variando de 142,995 MPa a 145,684 MPa e de 554,020 MPa a 556,701 MPa, respectivamente. O estai E_4 é o que apresenta as maiores tensões de tração, variando de 554,796 MPa a 557,476 MPa. Pode-se observar também que as tensões e deformações nos estais E_3 e E_4 são superiores à resistência ao escoamento, $\sigma_y = 488,50$ MPa, e sua correspondente deformação, $\varepsilon_y = 0,004070833$, conforme dados na Tab. (6.13), atingindo o patamar III da lei constitutiva

(Fig. 6.42), caracterizando o comportamento elastoplástico. Percebe-se também que os estais E_1 e E_2 apresentam valores de tensões inferiores à resistência ao escoamento, indicando que esses estais permaneceram no patamar II da lei constitutiva, ainda na fase elástica.

Observa-se também na Fig. 6.61, que o cabo cross rope apresenta uma variação de tensões (303,341 MPa a 347,551 MPa) e deformações normais de tração próximos aos seus apoios nos mastros A e B, uma vez que esses valores são maiores que na região central do cabo. Essa situação mostra que as tensões e deformações, conseqüentemente, as forças de tração, variam longo do comprimento cabo, devido a variação da inclinação da tangente em função do ângulo θ_A (apoio do cabo no mastro A), conforme ilustra a Fig. 3.3 da seção 3.2.2. O cabo auxiliar apresenta valores de tensões e deformações que tendem a zero, evidenciando claramente o “afrouxamento” do mesmo (Fig. 6.56). Pode-se observar também que as tensões e deformações nos cabos cross rope e auxiliar são inferiores às resistências ao escoamento, $\sigma_y = 510,40$ MPa e $\sigma_y = 525,20$ MPa, e suas correspondentes deformações, $\varepsilon_y = 0,004253333$ e $\varepsilon_y = 0,0040400$, conforme dados na Tab. (6.13), permanecendo no patamar II da lei constitutiva (Fig. 6.42), caracterizando o comportamento elástico.

d) Hipótese IV

A Fig. 6.62 ilustra a torre estaiada do tipo cross rope, onde são representados através de isofoixas os resultados das tensões normais de tração, dadas MPa, e das deformações normais, obtidos pelo *ASTRAS*, para os estais E_1 , E_2 , E_3 e E_4 e para os cabos cross rope e auxiliar.

Nessa hipótese, observa-se na Fig. 6.62 que os estais estão submetidos a diferentes intensidades de tensões e deformações. O estai E_2 apresenta os menores valores de tração com tensões variando de 426,600 MPa a 429,284 MPa. Os estais E_1 e E_3 apresentam valores de tensões de tração, variando de 427,500 MPa a 430,184 MPa e de 557,259 MPa a 559,940 MPa, respectivamente. O estai E_4 é o que apresenta as maiores tensões de tração, variando de 557,996 MPa a 560,677 MPa. Pode-se observar também que as tensões e deformações nos estais E_3 e E_4 são superiores à resistência ao escoamento, $\sigma_y = 488,50$ MPa, e sua correspondente deformação, $\varepsilon_y = 0,004070833$, conforme dados na Tab. (6.13), atingindo o patamar III da lei constitutiva (Fig. 6.42), caracterizando o comportamento elastoplástico. Percebe-se também que os estais E_1 e E_2 apresentam valores de tensões inferiores à resistência ao escoamento, indicando que esses estais permaneceram no patamar II da lei constitutiva, ainda na fase elástica.

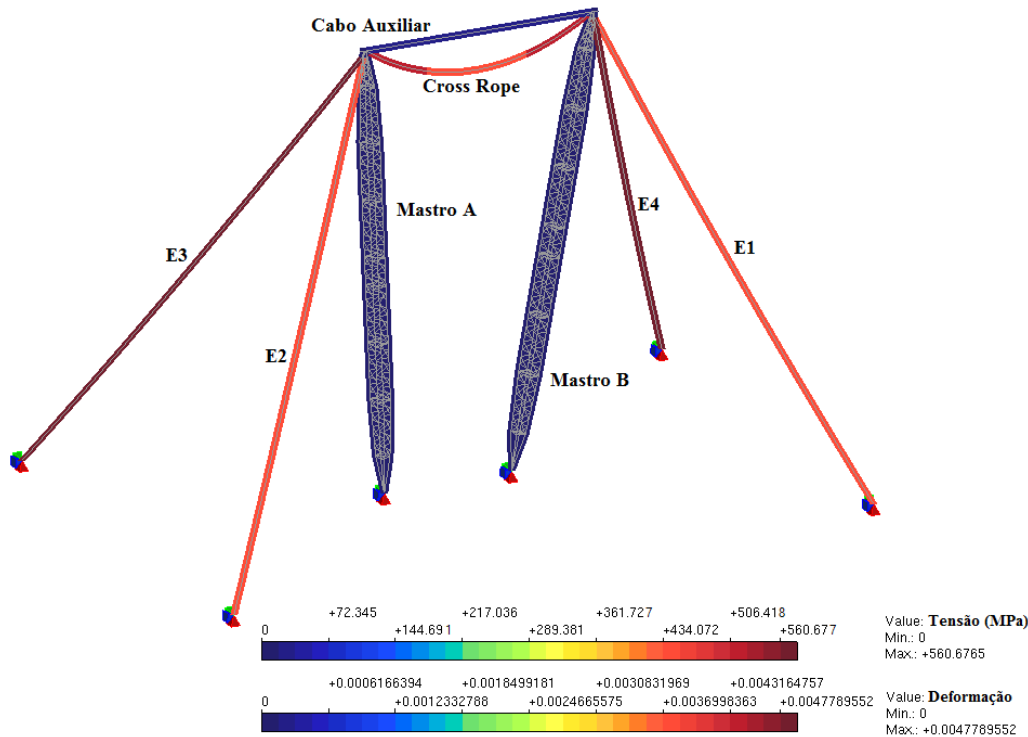


Figura 6.62 – Tensões e deformações normais de tração dos estais, dos cabos cross rope e auxiliar da torre cross rope representadas por isofaixas - Hipótese IV

Observa-se também na Fig. 6.62, que o cabo cross rope apresenta uma variação de tensões e deformações normais de tração próximos aos seus apoios nos mastros A e B, uma vez que esses valores são maiores que na região central do cabo. Essa situação mostra que as tensões e deformações, conseqüentemente, as forças de tração, variam longo do comprimento do cabo, devido a variação da inclinação da tangente em função do ângulo θ_A (apoio do cabo no mastro A), conforme ilustra a Fig. 3.3 da seção 3.2.2. O cabo auxiliar apresenta valores de tensões e deformações que tendem a zero, evidenciando claramente o “afrouxamento” do mesmo (Fig. 6.56). Pode-se observar também que as tensões e deformações nos cabos cross rope e auxiliar são inferiores às resistências ao escoamento, $\sigma_y = 510,40$ MPa e $\sigma_y = 525,20$ MPa, e suas correspondentes deformações, $\epsilon_y = 0,004253333$ e $\epsilon_y = 0,0040400$, conforme dados na Tab. (6.13), permanecendo no patamar II da lei constitutiva (Fig. 6.42), caracterizando o comportamento elástico. Percebe-se também no cabo cross rope uma intensidade maior nas isofaixas de tensões (431,501 MPa a 504,257 MPa) e deformações, mostrando que esses valores ficaram bem próximos à resistência ao escoamento.

Através de todas essas observações dos resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* da torre estaiada do tipo cross rope utilizando-se os carregamentos das hipóteses I, II, III e IV, conclui-se que para este tipo de estrutura é necessária à análise não linear, geométrica e material.

7

CONCLUSÕES

No desenvolvimento deste capítulo serão descritas as considerações finais, contendo as contribuições relevantes deste trabalho, uma síntese com as conclusões obtidas na pesquisa desenvolvida e sugestões para trabalhos futuros.

7.1 Considerações Finais

O objetivo geral desse trabalho foi apresentar o desenvolvimento de uma formulação geometricamente exata, via método dos elementos finitos, e sua implementação computacional, visando sua aplicação como um método de *Análise Avançada* para sistemas estruturais formados por estruturas de cabos e de treliças espaciais. A teoria foi desenvolvida através de uma rigorosa formulação Lagrangiana atualizada utilizando a técnica corrotacional. Essa formulação foi apresentada em uma condição mais geral possível, permitindo que os nós sofram grandes deslocamentos e os elementos de cabo exato e os elementos de treliça sofram grandes alongamentos. Além disso, esses elementos podem ser constituídos de material elastoplástico possibilitando considerar tanto o comportamento não linear geométrico, quanto o comportamento não linear material, utilizando-se os conceitos da plasticidade distribuída.

Com o objetivo específico de se utilizar essa formulação geral viado a *Análise Avançada* de sistemas estruturais de torres estaiadas para linhas de transmissão, as contribuições relevantes desta pesquisa foram:

- i) A dedução consistente das matrizes de rigidez tangente, elástica e elastoplástica, para elementos de cabos e treliças de espaciais, explicitando-as analiticamente de forma simples, considerando-se a influência da protensão nos elementos de cabos e o efeito da variação uniforme da temperatura nos elementos de cabos e treliças;

- ii) O desenvolvimento, a partir da formulação analítica, de um algoritmo para a obtenção da configuração inicial de equilíbrio para os cabos suspensos nas formas parabólica e de catenária e, posteriormente, para a geração automática dos nós e elementos de cabo;
- iii) O desenvolvimento de um algoritmo para um modelo multilinear da curva tensão *versus* deformação para os elementos de cabos e sua implementação computacional, visando à análise do comportamento elastoplástico desse elemento, considerando a particularidade da sua não resistência à compressão;
- iv) A associação dos sistemas formados por estruturas de cabos e de treliças espaciais, visando à análise de estruturas de torre treliçadas estaiadas e suas aplicações em casos reais, demonstrando a potencialidade da formulação na solução de problemas que consideram ambas as não linearidades, geométrica e material.

7.2 Síntese e Conclusões

No desenvolvimento do capítulo 3, inicialmente, foi realizado um estudo analítico para o problema bidimensional de estruturas de cabos, de fundamental importância neste trabalho, principalmente para a modelagem numérica da configuração de equilíbrio inicial dos elementos de cabo e, conseqüente geração automatizada dos nós e elementos. Em seguida, foi apresentada uma formulação numérica abordando uma teoria geral para a análise geometricamente exata, levando em conta o efeito da variação de temperatura, tanto para os elementos de cabos extensíveis quanto para os elementos de treliças espaciais. A formulação considera o comportamento não linear, geométrico e material, envolvidos no problema.

Na seção 4.3 do capítulo 4, apresentou-se um algoritmo para obtenção numérica das configurações iniciais de equilíbrio dos cabos em sua forma parabólica e de catenária. A adoção das equações desenvolvidas para determinação da força horizontal do cabo mostrou-se eficiente na geração da malha de elementos finitos e na obtenção da força de tração máxima no cabo, responsável pela eliminação da hipostaticidade inicial deste tipo de estrutura.

Na seção 4.5, visando à análise incremental de tensões e deformações, foi desenvolvido um algoritmo de uma curva multilinear que representa o diagrama tensão *versus* deformação do material, capaz de descrever com precisão o comportamento elastoplástico dos mais diversos tipos de aço, levando-se em conta os eventos da descarga e recarga elásticas do material. Este

modelo, como implementado, pode ser aplicado ao caso particular dos elementos de cabos que somente resistem às forças de tração. Essa forma de representação mostrou-se prática e eficiente no estudo do comportamento elastoplástico do aço que compõe o material dos elementos de cabos e treliças.

No capítulo 5 foram apresentados exemplos numéricos com o objetivo de demonstrar a potencialidade da formulação, a eficiência e precisão dos resultados obtidos pelo programa de computador desenvolvido, denominado *ASTRAS (Advanced Structural Analysis System)*, ao comparar seus resultados com aqueles da literatura e de outros programas existentes, visando validar a formulação numérica.

Inicialmente, foram analisados os exemplos aplicados em estruturas treliçadas planas e espaciais, considerando-se ambas as não linearidades, geométrica e material. Esses exemplos tinham um cunho teórico e acadêmico, uma vez que, a análise da flambagem dos elementos de treliça não foi implementada.

A estrutura analisada no exemplo da seção 5.2.1 foi uma treliça plana em balanço na qual atuava, em sua extremidade livre, uma força vertical. O objetivo desse exemplo foi demonstrar a aplicação da formulação numérica desenvolvida em problemas que envolvam grandes deslocamentos. McCallen e Romstad (1990) forneceram os resultados dos deslocamentos verticais de um dos nós de extremidade da treliça que, quando comparados com os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* mostrou uma excelente aproximação, apresentando um erro relativo máximo de 2,07 %.

O exemplo da seção 5.2.2 teve como objetivo avaliar os efeitos das não linearidades, geométrica e material, analisando uma treliça plana hiperestática composta por três barras. Os resultados dos deslocamentos horizontais e verticais do ponto de aplicação da carga foram obtidos pelo programa *ASTRAS* e comparados com os resultados de Ryu *et al.* (1985), obtidos dos programas *ATENAS*, *ADINA* e *ANSYS*, com excelente correlação.

Inicialmente, o problema foi analisado considerando-se o comportamento elástico do material e admitindo-se a linearidade geométrica (teoria de 1ª ordem) e a não linearidade geométrica (teoria de 2ª ordem). Observou-se que os deslocamentos obtidos da análise em teoria de 2ª ordem foram menores do que aqueles obtidos na análise em teoria de 1ª ordem, indicando que

a consideração da não linearidade geométrica tornou a estrutura mais rígida, uma vez que as barras tracionadas contribuíram para o aumento da rigidez geométrica da estrutura.

Neste mesmo exemplo, além da não linearidade geométrica, também foi considerada a não linearidade material através de uma lei constitutiva bilinear, onde foram analisados os deslocamentos verticais e horizontais do mesmo nó, utilizando-se os programas *ANSYS*, *ATENAS* e *ASTRAS*. Através da análise dos gráficos carga *versus* deslocamentos horizontais e verticais, observou-se uma mudança da inclinação da curva indicando a diminuição da rigidez do sistema e o aumento dos deslocamentos, devido às barras de extremidade e central atingirem a plastificação.

O objetivo do exemplo da seção 5.2.3 era analisar uma treliça espacial considerando-se os comportamentos não lineares, geométrico e material. Os resultados dos deslocamentos horizontais nos pontos de aplicação das forças horizontal e vertical e das tensões normais de tração e compressão em algumas barras específicas, fornecidos pelo programa *ASTRAS*, mostraram uma excelente correlação com os resultados obtidos por Rubert (1993) até 83,33 % do carregamento aplicado, ou seja, em toda fase elástica. Quando se atingiu 100% do carregamento, ocorreu uma maior discrepância nos valores dos deslocamentos horizontais dos nós analisados, provavelmente devido aos diferentes tipos de algoritmos numéricos utilizados na solução de sistema não linear material entre as duas formulações.

Na seção 5.3 foram analisados exemplos aplicados em estruturas de cabos, no plano e no espaço, considerando-se as não linearidades, geométrica e material. Também de cunho teórico, os exemplos tinham o objetivo de validar a formulação numérica, bem como a eficiência do programa desenvolvido.

Os exemplos de cabos suspensos submetidos a um carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão (cabo parábola – seção 5.3.1.1) e ao peso próprio (cabo catenária – seção 5.3.1.2) foram analisados através de um processo analítico e pelo programa *ASTRAS*. O objetivo foi comparar os resultados das variáveis como: o comprimento do cabo (S_0), a flecha do vértice do cabo (f_v), a força de tração máxima no cabo ($T_{máx}$), a força horizontal (H_0), o ângulo máximo ($\theta_{máx}$), obtidos pelo programa com os resultados analíticos, procurando avaliar a formulação desenvolvida em função da variação do número de elementos adotados. Observou-se a excelente correlação entre os valores dos resultados analíticos e numéricos, cuja precisão

aumentava com o refinamento da malha. Uma divisão em 50 elementos já leva a excelentes resultados. O número de iterações manteve-se igual, independentemente do número de elementos considerados e o tempo total do processamento computacional foi de três segundos em média para o cabo com até 100 elementos e de dez segundos considerando-se 500 elementos, utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

Para as estruturas de cabo submetidas somente a forças concentradas (seção 5.3.1.3) e ao carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão e a forças concentradas (seção 5.3.1.4), usando a equação da catenária, a comparação entre os resultados analíticos e numéricos também mostrou excelente correlação.

O exemplo da seção 5.3.1.5, onde se procurou estudar o comportamento de um cabo plano suspenso sob ação do peso próprio e de uma força concentrada, foi apresentado porque trata-se de um exemplo clássico que foi analisado por diversos autores como Michalos e Birnstiel (1962), O'Brien e Francis (1964), Saafan (1970), Jayaraman e Knudson (1981), Tibert (1999), Aguiar (1999), Pereira Júnior (2002), Andreu *et al.* (2006), Yang and Tsay (2007), Thai e Kim (2011), Abad et al. (2013). Neste exemplo vários tipos de elementos foram considerados para representar o cabo (treliça, parábola ou catenária) e, mais uma vez, observou-se que o programa *ASTRAS* obteve uma excelente correlação entre os diversos resultados.

Nos exemplos das seções 5.3.1.3 e 5.3.1.5, quando se observaram as configurações iniciais e finais dos cabos suspensos, ficaram evidentes os efeitos das forças concentradas em suas configurações finais, tornando os trechos em elementos praticamente retos.

O exemplo de cabo suspenso sujeito ao peso próprio e forças concentradas com os apoios desnivelados foi apresentado na seção 5.3.1.6. Para se obter a configuração inicial da estrutura de cabo considerou-se a equação da catenária. Utilizando-se os programas *SAP 2000* e *ASTRAS*, foram comparados os resultados das reações de apoio, das distâncias nos pontos de aplicação das forças concentradas e das forças de tração em cada elemento de cabo. Observou uma ótima correlação entre todos os resultados numéricos dos programas, principalmente, os resultados das forças de tração em cada elemento, apresentando um erro relativo menor que 0,080%.

A estrutura hiperestática formada por três cabos planos foi analisada pelos processos analítico e numéricos (*ASTRAS*) no exemplo da seção 5.3.2 considerando-se as não linearidades, geométrica e material. O objetivo desse exemplo era avaliar, principalmente, o comportamento não linear material da estrutura. Para isso, três leis constitutivas para o material dos cabos foram estudadas para avaliar o processo de implementação da análise incremental de tensões e deformações apresentada na seção 4.5. A primeira lei constitutiva contemplou o comportamento elastoplástico perfeito, a segunda lei constitutiva considerou o comportamento elastoplástico e, finalmente, a terceira lei constitutiva avaliou o comportamento elastoplástico com o endurecimento do aço (strain hardening). Observou-se que os resultados do programa *ASTRAS* reproduziram, com excelente aproximação, os diversos comportamentos durante todas as fases do carregamento.

O exemplo da seção 5.3.3 tinha como objetivo avaliar a formulação numérica desenvolvida ao se analisar uma estrutura espacial formada por cabos suspensos. Conforme ilustra a Fig. 5.41, a estrutura consistia de três cabos sujeitos somente a carregamentos de peso próprio, apoiados em três pontos e suportados por uma mola vertical. A estrutura foi submetida a uma força horizontal concentrada (P) aplicada no ponto de interseção dos cabos com a mola e a uma variação uniforme da temperatura ΔT . As configurações iniciais de equilíbrio dos cabos foram obtidas através da equação da catenária. Os resultados dos diversos deslocamentos e dos componentes horizontais e verticais (H_x , H_z e V_y) das forças de tração que atuavam nos três cabos relativos aos seus apoios, com e sem variação uniforme de temperatura, foram comparados com os resultados obtidos por diversos autores, mostrando, mais uma vez, uma boa correlação.

Pode-se concluir que os exemplos analisados no capítulo 5, mostraram a potencialidade da formulação geometricamente exata apresentada na seção 3.3, a eficiência da implementação numérica dessa formulação no programa *ASTRAS*, bem como, permitiram avaliar a precisão dos resultados obtidos.

Com objetivo de utilizar todo o desenvolvimento teórico e numérico desse trabalho, visando à aplicação prática em torres metálicas estaiadas para linhas de transmissão, no capítulo 6 foram analisados dois exemplos reais de torres, a primeira do tipo monomastro (Fig. 6.13) e a segunda do tipo cross rope (Fig. 6.36). As torres foram analisadas estaticamente através do programa

ASTRAS, considerando as não linearidades, geométrica e material, para cálculo das forças nas barras, das reações de apoio, dos deslocamentos dos nós e das tensões e deformações nas barras.

Os resultados das forças nas barras foram comparados com aqueles obtidos do programa profissional *TOWER*, mostrando a excelente correlação entre eles, tanto para torre do tipo monomastro quanto para a torre cross rope, demonstrando a precisão, a eficiência e a potencialidade da formulação desenvolvida, além de comprovar a aplicabilidade do programa *ASTRAS*, tanto em análises acadêmicas, quanto em casos práticos de projetos reais.

Os resultados das reações de apoio dos mastros e dos estais das torres monomastro e cross rope mostraram-se coerentes, indicando simetria e valores máximos, conforme as hipóteses de carregamento analisadas.

Os valores dos deslocamentos nas direções transversal (δx), vertical (δy) e longitudinal (δz) dos nós de fixação dos estais, dos cabos condutores e dos cabos para-raios da torre monomastro foram apresentados considerando as análises das diversas hipóteses de carregamento adotadas. No caso da hipótese I (vento transversal extremo), observou-se a coerência dos deslocamentos em todas as direções com o carregamento aplicado, inclusive os elevados valores alcançados na direção x dos nós dos pontos de fixação dos cabos para-raios. Observou-se que a hipótese II (cabo condutor rompido) provocou torção na torre produzindo deslocamentos bastante elevados na direção longitudinal (δz) e na direção transversal (δx), coerentes com o carregamento aplicado.

Para a torre estaiada do tipo cross rope, foram analisados os deslocamentos nas direções transversal (δx), vertical (δy) e longitudinal (δz) das extremidades superiores dos mastros A e B (Fig. 6.43), do cabo cross rope e do cabo auxiliar. Na hipótese III (efeito cascata), observou-se que o carregamento provocou deslocamentos elevados na direção longitudinal (δz) do cabo cross rope e na direção vertical (δy) do cabo auxiliar. Verificou-se que houve uma simetria nos resultados dos deslocamentos δx , δy e δz entre os nós da extremidade superior dos mastros A e B e entre os nós do cabo cross rope, mostrando a coerência dos resultados obtidos pelo *ASTRAS*.

Analisando os resultados das tensões e deformações normais de tração nos estais das torres monomastro e cross rope através das isofoixas, observou-se que para as hipóteses I e II da torre monomastro e II, III e IV da torre cross rope, alguns estais apresentaram tensões superiores à

resistência ao escoamento, atingindo o patamar III das leis constitutivas dos referidos estais, caracterizando um comportamento elastoplástico. Pôde-se observar também que as tensões e deformações nos cabos cross rope e auxiliar ficaram abaixo da resistência ao escoamento para todas as hipóteses, indicando que esses cabos permaneceram sempre na fase elástica (patamar II das leis constitutivas). Observou-se que em determinadas hipóteses, enquanto alguns estais apresentavam tensões de tração mais elevadas, outros tinham essas tensões diminuídas, causando seus “relaxamentos”.

Dessa forma, fica evidente a importância de se considerar ambas as não linearidades, geométrica e material, no cálculo de torres estaiadas metálicas de linhas de transmissão, para levar em conta de forma adequada os elevados valores de deslocamentos e tensões encontrados na análise.

Finalmente, após todas as considerações descritas anteriormente, quando se procurou comprovar os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* comparando-os com aqueles da literatura técnica e de programas comerciais, inclusive em exemplos reais da prática, pode-se concluir que a metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho, permitiu demonstrar o potencial da formulação desenvolvida visando sua aplicação como um método de *Análise Avançada*.

7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Ao final deste trabalho, considerando-se a consistência dos resultados alcançados e visando à análise avançada aplicada ao projeto de torres estaiadas para linhas de transmissão, surge o interesse em ampliar a formulação para dar continuidade à pesquisa em desenvolvimento. Dessa maneira, outros trabalhos poderão ser desenvolvidos ao se considerar:

- A formulação para o caso tridimensional dos elementos de barras visando o estudo da flambagem por flexo-torção;
- O estudo de trechos de linhas de transmissão;
- A ampliação da formulação para a análise dinâmica;
- A otimização estrutural das torres de linhas de transmissão.

Para o aprimoramento do programa computacional, sugere-se:

- A atualização do pré-processador existente e a criação de pós-processadores com a inclusão de recursos gráficos, aumentando-se a eficiência prática de utilização do programa;
- A implementação de outros algoritmos de métodos de controle para a solução numérica e métodos automáticos de incremento de cargas, também consistem em medidas eficazes para a melhoria do programa;

Introduzindo-se essas modificações, acredita-se que o programa desenvolvido para a formulação deste trabalho tornar-se-á um instrumento de projeto ainda mais eficiente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAD, M. S. A.; SHOOSHTARI, A.; ESMAEILI, V.; RIABI, A. N. Nonlinear analysis of cable structures under general loadings. *Finite Elements in Analysis and Design*, v.73, p.11-19, 2013.

AGUIAR, E. O. *Contribuição ao Estudo de Estruturas de Cabos para Coberturas de Grandes Áreas Livres, Considerando as Não Linearidades Física e Geométrica*. 1999. 213 p. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo.

AHMADIZADEH, M. Three-dimensional geometrically nonlinear analysis of slack cable structures. *Computers and Structures*, v. 128, p. 160-169, 2013.

AL-BERMANI, F. G. A. Design verification of guyed transmission tower using nonlinear analysis. *International Journal of Space Structures*, v. 12, n° 1, p. 43-50, 1997.

AL-BERMANI, F. G. A; KITIPORNCHAI, S. Nonlinear analysis of thin-walled structures using least element/member. *Journal of Structural Engineering*, v. 116, n° 1, p. 215-234, 1990.

AL-BERMANI, F. G. A; KITIPORNCHAI, S. Nonlinear analysis of transmission towers. *Engineering Structures*, v. 14, n° 3, p. 139-151, 1992.

AL-BERMANI, F. G. A; KITIPORNCHAI, S. Nonlinear finite element analysis of latticed transmission towers. *Engineering Structures*, v. 15, n° 4, p. 259-269, 1993.

AL-BERMANI, F. G. A; KITIPORNCHAI, S. Numerical simulation of structural behaviour of transmission towers. *Thin-Walled Structures*, v. 41, p. 167-177, 2003.

ALMEIDA, A. C. B. *Análise Inelástica de Pórticos Planos Considerando a Plasticidade Distribuída e o Efeito das Tensões Residuais nos Perfis Estruturais de Aço*. 2006. 165 p. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM A475-03E1. *Standard specification for zinc-coated Steel wire strand*. West Conshohocken, Pensilvânia, 2009.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM A586-04a-e1. *Standard specification for zinc-coated parallel and helical steel wire structural strand*. West Conshohocken, Pensilvânia, 2009.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM A603-98E1. *Standard specification for zinc-coated steel structural wire rope*. West Conshohocken, Pensilvânia, 2009.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS - ASCE 10-97. *Design of latticed steel transmission structures*. Reston, Virginia, 2000.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS - ASCE 19-10. *Structural applications of steel cables for buildings*. Reston, Virginia, 2010.

ANDREU, A.; GIL, L.; ROCA, P. A new deformable catenary element for the analysis of cable net structures. *Computers and Structures*, v. 84, p. 1882–1890, 2006.

ARAÚJO, R. E. *Estudo da Influência do Encruamento do Aço e das Tensões Residuais no Comportamento Inelástico de Pórticos Planos via Análise Avançada*. 2010. 121 p. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

ARAÚJO, T. V.; GRECO, M. In: XXXI CILAMCE - IBERIAN-LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING. *Análise estática para concepção estrutural de torres treliçadas estaiadas de grande porte*. Buenos Aires. Asociación Argentina de Mecánica NBRComputacional. 15 a 18 Novembro 2010. v. XXIX. p. 159-167.

ARISTIZABAL-OCHOA J. D. Second-order slope-deflection equations for imperfect beam-column structures with semi-rigid connections. *Engineering Structures*, v. 32, p. 2440-2454, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE DISTRIBUIDORES DE ENERGIA ELÉTRICA - ABRADÉE. Setor Elétrico. Disponível em: < <http://www.abradee.org.br> >. Acesso em: 20 de ago. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT NBR 5422. *Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica*. Rio de Janeiro, 1985.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT NBR 6109. *Cantoneiras de abas iguais, de aço, laminadas – dimensões e tolerâncias*, Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT NBR 6123. *Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT NBR 8681. *Ações e segurança nas estruturas - procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT NBR 8842. *Suportes metálicos treliçados para linhas de transmissão – Resistência ao carregamento – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT NBR ISO 2408. *Cabos de aço para uso geral – requisitos mínimos*. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT NBR 8800. *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Rio de Janeiro, 2008.

BALTUS, C. D'Alembert's proof of the fundamental theorem of algebra. *Historia Mathematica*. v. 31, p. 414-428, 2004.

BARBATO, R. L. A. *Contribuição ao Estudo das Coberturas Pênseis em Casca Protendida de Revolução*. 1975. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo.

BARON, M. E.; BOS, H. J. M. *Curso de História da Matemática: Origens e Desenvolvimento do Cálculo*. Brasília: Universidade de Brasília, 1985. 5v.

BATHE, K. J. *Finite element procedures in engineering analysis*. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1982.

BATHE, K. J. *Finite element procedures*. (Revision of: *Finite element procedures in engineering analysis*, 1982). New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1996.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; ELLIOT, R. E. *Mecânica Vetorial para Engenheiros - Estática*. 7ªed. Rio de Janeiro. Mac Graw-Hill Interamericana do Brasil, 2006. p. 621.

BEER, F.P.; JOHNSTON, JR. E. R. *Mecânica Vetorial para Engenheiros*. Vol. I, 3ª ed. São Paulo. Mc-Graw-Hill do Brasil, 1980.

BJORHOVDE, R. *Deterministic and Probabilistic Approaches to the Strength of Steel Columns*. 1972. Ph.D. Dissertation Department of Civil Engineering. Lehigh University. Bethlehem, PA.

BONET, J.; WOOD, R. D. *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*. Cambridge, Cambridge University Press. 1997. ISBN 0-521-57272-X.

BRASIL INVESTE NA EXPANSÃO DE GERAÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA. Blog Planalto, 05/08/2014. Disponível em: < <http://blog.planalto.gov.br/assunto/linhas-de-transmissao/> >. Acesso em: 15 de jul. 2014.

BRASIL. **Decreto-Lei** nº 9.991, de 20 de julho de 2000. *Dispõe sobre realização de investimentos em pesquisa e desenvolvimento e em eficiência energética por parte das empresas concessionárias, permissionárias e autorizadas do setor de energia elétrica, e dá outras providências*. < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9991.htm >. Acesso em: 18 jun. 2014.

CALDAS, R. B. *Análise Numérica de Estruturas de Aço, Concreto e Mistas em Situação de Incêndio*. 2008. p. 226. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

CAMPOS FILHO, E. C. *Análise do Comportamento Não-Linear de Estruturas Estaiadas Planas*. 2004. p. 109. Dissertação Mestrado. Curso de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás. Goiânia.

CHAN, S. L.; ZHOU, Z. H. Elastoplastic and large deflection analysis of steel frame by one element per member. II Three hinges along member. *Journal of Structural Engineering*, v. 130, nº 4, p. 545-553, 2004.

CHEN W. F.; HAN D. J. *Plasticity for Structural Engineers*. New York. Springer-Verlag New York Inc. 1988. 606 p.

CHEN, S.; WANG, X. Finite element analysis of distortional lateral buckling of continuous composite beams with transverse web stiffeners. *Advances in Structural Engineering*, v. 15, nº 9, p. 1607-1616, 2012.

CHEN, W. F., GOTO, Y.; LIEW, J. Y. R. *Stability Design of Semi-Rigid Frames*. New York: John Wiley e Sons, Inc. 1996. p. 468.

CHEN, W. F.; KIM, S-E.; CHOI S-H. Practical second-order inelastic analysis for three-dimensional steel frames. *Steel Structures*. v. 1, p. 213-223, 2001.

CHEN, W. F.; TOMA, S. *Advanced Analysis of Steel Frames: Theory, Software, and Applications*. Boca Raton: CRC-Press. 1994. 384 p.

CLARKE, M. J.; BRIDGE, R. Q.; HANCOCK, G. J.; TRAHAIR, N. J. Advanced Analysis of Steel Building Frames. *Journal of Constructional Steel Research*. v. 23, nº 3, p. 1-29, 1992.

COYETTE, J. P.; GUISSET, P. Cable network analysis by a nonlinear programming technique. *Eng. Struct*, v. 10, p. 41-46, 1988.

CRISFIELD, M. A. *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*. New York, Wiley. 1991. v. 1, p. 345.

ELLOBODY, E. Advanced Analysis of Prestressed Hollow Core Concrete Slabs Exposed to Different Fires. *Advances in Structural Engineering*, v. 17, nº 9, p. 1281-1298, 2014.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - EN 1993-3-1 - EUROCODE 3: Design of steel structures. Part 3-1: *Towers, masts and chimneys—Towers and masts*. Bruxelas, 2006.

FERREIRA, R. P. *Uma Formulação Consistente para Análise Elastoplástica de Estruturas de Aço*. 1999. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

FOLEY, C. M.; VINNAKOTA, S. Inelastic analysis of partially restrained unbraced steel frames. *Engineering Structures*. v. 19, p. 891-902, 1997.

FRIED, I. Large deformation static and dynamic finite element analysis of extensible cables. *Computers and Structures*. v.15, nº. 3, p. 315-319, 1982.

FUCHS, R. D. *Transmissão de energia elétrica: linhas aereas: teoria das linhas em regime permanente*. 2ª edição. Rio de Janeiro. LTC Editora S/A. 1979. p. 588.

GONTIJO, C. R. *Cálculo de Torres para Linhas de Transmissão*. 1ª edição. Belo Horizonte. Instituto de Engenharia Aplicada Editora Ltda. 1994. p. 132.

GRECO, L ; IMPOLLONIA, N ; CUOMO, M. A procedure for the static analysis of cable structures following elastic catenary theory. *International Journal of Solids and Structures*, v. 51, n°7/8, p. 1521-1533, 2014.

GREENBERG, D.P. Inelastic analysis of suspension roof structures. *Journal of the Structural Division*, v. 96, n° 5, p. 905-930, 1970.

HENGHOLD, W. M.; RUSSELL, J. J. Equilibrium and natural frequencies of cable structures (a nonlinear finite element approach). *Computers and Structures*. v. 6, p. 267-271, 1976.

HIBBELER, R. C. *Estática – Mecânica para Engenharia*. 12ª ed. São Paulo. Pearson Education do Brasil. 2011.

HUANG, Y.; LAN, W. Static analysis of cable structure. *Applied Mathematics and Mechanics*, v. 27, n°10, p. 1425-1430, 2006.

IBRAHIMBEGOVIĆ A. A consistent finite-element formulation of non-linear elastic cables. *Communications in Applied Numerical Methods*, v. 8, p. 547-556, 1992.

IMPOLLONIA, N., RICCIARDI G. AND SAITTA F. Statics of elastic cables under 3D point forces. *International Journal of Solids and Structures*, v 48, p. 1268-1276, 2011.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION - IEC 60826. *Design criteria of overhead transmission lines*. Genebra, 2003.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION - ISO 2408. *Steel wire ropes for general purposes - Minimum requirements*. Genebra. 2004.

IRVINE, H.M. *Cable structures*. Cambridge Ma./London, The MIT Press. 1981. 259 p.

IRVINE, M. Statics of suspend cables. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, v. 101, n° 3, p. 187-205, 1975.

IU, C. K.; BRADFORD, M. A.; CHEN, W. F. Second-order inelastic analysis of composite frame structures based on the plastic hinge method. *Engineering Structures*, v. 31, p. 799-813, 2009.

IU, C. K.; CHAN, S. L. Simulation based large deflection and inelastic analysis of steel frame under fire. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 60, p. 1495-1524, 2004.

JAYARAMAN, H. B., KNUDSON, W. C. A curved element for analysis of cable structures. *Computers and Structures*, v. 14, n° 3-4, p. 325-333, 1981.

JENNINGS, A. Discussion of Cable movements under two-dimensional loads. *Journal of the Structural Division*, v. 91. n° 1, p. 307-311, 1965.

JIANG, J. M.; CHEN, H.; LIEW, J. Y. R. Spread of plasticity analysis of three-dimensional steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 59, p. 193-212, 2002.

JONATOWSKI, J.J.; BIRNSTIEL, C. Inelastic stiffened suspension space structures. *Journal of the Structural Division*, v. 96, n°. ST6, p. 1143-1166, 1970.

JONATOWSKI, J.J.; BIRNSTIEL, C. Tensile tests of bridge strand and rope. *Research Division Report*, School of Engineering and Science, New York University, N.Y. 1967.

KAHLA, N. B. Nonlinear dynamic response of a guyed tower to a sudden guy rupture. *Engineering Structures*, v. 19. n° 11, p. 879-890, 1997.

KAHLA, N. B. Response of a guyed tower to a guy rupture under no wind pressure. *Engineering Structures*. v. 22, p. 699-706, 2000.

KAMINSKI, J. *Incertezas de modelo na Análise de Torres metálicas Treliçadas de Linhas de Transmissão*. 2007. p. 361. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

KAMINSKI, J., MIGUEL, L. F. F., RAMOS MENEZES, R. C., FADEL MIGUEL, L. F., SISNIEGAS ALVA, G. M. *IN: ASOCIACIÓN ARGENTINA DE MECÁNICA COMPUTACIONAL. MECÁNICA COMPUTACIONAL. Análise do comportamento de torres de um Segmento de LT submetido à carga dinâmica de ruptura de cabo*. Córdoba, Argentina. 2007, v. XXVI. P. 247-257.

KANCHANALAI T. The Design and behavior of beam-columns in unbraced steel frames. AISI Project n°. 189, report n°. 2, *Civil Engineering/Structures Research Laboratory*, University of Texas, Austin (TX), p. 300. 1977.

KASSIMALI, A.; PARSI-FERAIDOONIAN, H. Strength of cable trusses under combined loads. *Journal of Structural Engineering*. v. 113, nº 5, p. 907-924, 1987.

KEMPNER, L. JR.; MUELLER III, W. H.; KITIPORNCHAI S.; ALBERMANI, F.; MENEZES, R. C.; SILVA, J. B. G. F. Lattice transmission tower analysis: beyond simple truss model. *Electrical Transmission in a New Age*. p. 175-187, 2002.

KIESSLING, F.; NEFZGER, P.; NOLASCO, J.F.; KAINZTYK, U. *Overhead Power Lines - Planning, Design, Construction*. Verlag: Springer. 2003. p. 759.

KIM, S-E.; CHEN, W. F. Practical advanced analysis for unbraced steel frame design. *Journal of Structural Engineering*. v. 122, nº11, p. 1259-1265, 1996.

KIM, S-E; CHOI, S-H. Practical second-order inelastic analysis for three-dimensional steel frames subjected to distributed load. *Thin-Walled Structures*, v. 43, p. 135-160, 2005.

KIM, S-E; LEE, D-H. Second-order distributed plasticity analysis of space steel frames. *Engineering Structures*, v. 24, p. 735-744, 2002.

KIM, S-E; LEE, J. S.; CHOI, S-H; KIM, C-S. Practical second-order inelastic analysis for steel frames subjected to distributed load. *Engineering Structures*, v. 26, p. 51-61, 2003.

LABEGALINI, P. R.; LABEGALINI, J. A.; FUCHS, R. D.; ALMEIDA, M. T. *Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão*. 2ª Ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1992.

LANDESMANN, A. *Modelo Não linear Inelástico para Análise de Estruturas Metálicas Aporticadas em Condições de Incêndio*. 2003. p. 295. Tese de Doutorado. COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

LAVALL, A. C. C. *Uma Formulação Teórica Consistente para a Análise Não linear de Pórticos Planos pelo Método dos Elementos Finitos Considerando Barras com Imperfeições Iniciais e Tensões Residuais nas Seções Transversais*. 1996. p. 265. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo.

LAVALL, A. C.C.; SILVA, R. G. L.; COSTA, R. S.; FAKURY, R. H. Análise avançada de pórticos de aço conforme as prescrições da ABNT NBR 8800:2008. *Revista da Estrutura de Aço*, v. 2, nº 3, p. 146-165, 2013.

LAVALL, A. C.C.; SILVA, R. G. L.; FAKURY, R. H. Comportamento Elastoplástico de Pórticos de Aço Considerando as Ligações Semirrígidas Viga-Pilar. *Revista da Estrutura de Aço*, v. 1, n° 3, p. 147-166, 2012.

LEONARD, J.W. *Tension Structures: behavior and analisys of cable structures*. New York. McGraw Hill. 1988. p. 391.

LIEW, J. Y. R.; WHITE, D. W.; CHEN, W. F. Second-order refined plastic-hinge analysis for frame design – part I. *Journal of Structural Engineering*. v. 119, n° 11, p. 3196-3216, 1993-a.

LIEW, J. Y. R.; WHITE, D. W.; CHEN, W. F. Second-order refined plastic-hinge analysis for frame design – part II. *Journal of Structural Engineering*. v. 119, n° 11, p. 3217-3237, 1993-b.

LIU, Y. Hybrid-member stiffness matrix accounting for geometrical nonlinearity and member inelasticity in semi-rigid frameworks. *Engineering Structures*, v. 31, p. 2880-2895, 2009.

LU, L. Y.; CHAN, S. L.; LU, Z. H. An analytical approach for nonlinear response of elastic cable under complex loads. *Structural Engineering and Mechanics*, v. 5, n° 3, p. 329-338, 1997.

LUO, X. H.; XIAO, R. C.; XIANG, H. F. Cable element based on exact analytical expressions, *J. Tongji Univ. (Nat. Sci.)*, v. 33, n° 4, p. 445-450, 2005.

MACHADO, F. C. S.; SILVEIRA, R. A. M. Formulação inelástica de segunda ordem para sistemas estruturados em aço. Rem: *Revista Escola de Minas*. Ouro Preto. v. 58, n° 3, p. 267-277, 2005.

MAOR, ELI. *e: A História de Um Número*. 3ª ed. Rio de Janeiro: Record. 2006. p. 291.

MATUSZKIEWICZ, M. Calculation of guyed masts in accordance with EN 1993-3-1 standard taking into account mast shaft geometrical imperfections. *Engineering Structures*, v. 33, n° 6, p. 2044-2048, 2011.

MCCALLEN, D. B.; ROMSTAD, K. M. A. Continuum model for lattice structures with geometric and material nonlinearities. *Computers and Structures*, v. 37, n° 5, p. 795-822, 1990.

MENEZES, R. C. R. *Estudos de Confiabilidade de Linas de Transmissão Sujeitas à Ação do Vento*. 1988. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

MENEZES, R. C. R. *Statistical Data of Tests in Brazilian Steel Angles for Transmission Lines Towers*. 1990. v. III of the series Statistical Analysis for Observed Material and Structural Data. Institut für Mechanik. Universität Innsbruck.

MENIN, R. C. G. *Análise Estática e Dinâmica de Torres Metálicas Estaiadas*. 2002. p. 118. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Tecnologia. Universidade de Brasília. Brasília.

MENIN, R. C. G. *Aplicação da Descrição Cinemática Co-Rotacional na Análise Não-Linear Geométrica de Estruturas Discretizadas por Elementos Finitos de treliças, Vigas e Cascas*. 2006. p. 172. Tese de Doutorado. Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília. Brasília.

MICHALOS, J.; BIRNSTIEL, C. Movements of a cable due to changes in loading. *ASCE Transactions*, v. 127, nº. 3368, p. 267-303, 1962.

MOURELLE, M. M. *Análise de Estruturas Marítimas e Sistemas Flexíveis Constituídos por Cabos*. 1984. p. 139. Dissertação de Mestrado. COPPE. Universidade de Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

MUÑOZ-ROJAS P. A.; DUARTE FILHO L. A.; CREUS G. J. *Análise Não-Linear Geométrica e Material de Treliças Espaciais- Programa ATENAS*. Caderno de Engenharia. Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2001.

MURRAY T.M.; WILLEMS, N. *Application of direct energy minimization to the static analysis of cable supported structures*. Lawrence, Center for Research in Engineering Science, University of Kansas. (Studies in engineering mechanics Report n.33). 1970.

NETO, J. D. F; PIMENTA, P. M. Análise não linear inelástica de edifícios. *Rem: Revista Escola de Minas*. Ouro Preto. v.59, nº.1, pp. 71-79, 2006.

O'BRIEN, W. T. Behavior of loaded cable systems. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v. 94, nº10, 1968.

O'BRIEN, W. T., FRANCIS, A. J. Cable movements under two-dimensional loading, *Journal of Structural Division*, ASCE, v. 90, nº3, p. 89-124, 1964.

OLIVEIRA, M. B. *Estudo de Cabos livremente Suspensos*. 1995. p. 59. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo.

OLIVEIRA, M. I. R. *Análise Estrutural de Torres de Transmissão de Energia Submetidas aos Efeitos Dinâmicos Induzidos pelo Vento*. 2006. p. 130. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

OLIVEIRA, P. A.; MACHADO R. D.; HECKE M. B. *In: XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL. Análise estática não-linear de cabos utilizando o método dos elementos finitos*. Brasília, UNB, 27 a 31 de Maio de 2002, v. 1. p. 1-19.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO - ONS. Setor Elétrico. Disponível em: < <http://www.ons.org.br> >. Acesso em: 20 ago. 2014.

OWEN, D. R. J., HINTON, E. *Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice*. Swansea, U. K. Pineridge Press Ltd. 1980. p. 564.

OZDEMIR, H. A finite element approach for cable problems. *International Journal of Solids Structures*, v. 15, p. 427-437, 1978.

PAI, P. F., NAYFEH, A. H. A new method for the modeling of geometric nonlinearities in structures. *Computer and Structures*, v. 53, n ° 4, p. 877-895, 1994.

PARNÁS, V. E.; MARTÍN, P. R.; CASTAÑEDA, A. H. Structural behavior of guyed mast with asymmetrical anchors. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 35, n°2, p.61-67, 2013.

PAULETTI R. M. O. *In: SIMPÓSIO NACIONAL SOBRE TENSO-ESTRUTURAS I. Sobre cabos e cordas*. São Paulo. Escola Politécnica da USP. 2002, p. 1-24.

PAULETTI, R. M.; PIMENTA, P. M. Formulação de um elemento finito de cabo incorporando o efeito do atrito (elemento de cabos escorregando). *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. v. 11, n°4. p. 565-576, 1995.

PEREIRA JÚNIOR, E. J. *Uma Formulação Consistente para Análise Não-Linear de Estruturas de Cabos Suspensos*. 2002. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

PEYROT A. H.; GOULOIS, A. M. Analysis of flexible transmission lines. *Journal of the Structural Division*. v. 104, n° 5, p. 763-779, 1978.

PEYROT, A. H.; GOULOIS, A. M. Analysis of cable structures. *Computers and Structures*, v.10, p. 805-813, 1979.

PEYROT, A. H.; LEE, J. W., JENSEN, G.; OSTERAAS, J. D. Application of cable elements concept to a transmission line with cross rope suspension structures. *Transactions on Power Apparatus and System*. IEEE. v. PAS-100, 10, nº. 7, p. 3254-3262, 1981.

PIMENTA, P. M. *Análise Não linear de Pórticos Planos*. 1986. Boletim Técnico do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 8611. São Paulo, EPUSP.

PIMENTA, P. M. *Derivation of Tangent Stiffness Matrices of Simple Finite Elements - I. Straight Bar Elements*. 1989. Boletim Técnico do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 8912. São Paulo, EPUSP.

PIMENTA P. M. *Fundamentos da Mecânica dos Sólidos e das Estruturas*. Apostila do curso de Fundamentos I. Escola Politécnica da USP. São Paulo, 2008.

PINHEIRO, L; SILVEIRA, R. A. M. Computational procedures for nonlinear analysis of frames with semi-rigid connections. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 2, p. 339-367, 2005.

PONTOS EXTREMOS DO BRASIL. Mundo do Vestibular, 04/08/2008. Disponível em: < <http://www.mundovestibular.com.br/articles> >. Acesso em: 15 jul. 2014.

POWER LINE SYSTEMS INC. *TOWER - Analysis and Design of Steel Latticed Towers used in Transmission and Communication Facilities*. Disponível em: < <http://www.powline.com/products/tower.html> >. Acesso em: 01 de set. 2014.

RAMBERG, W.; OSGOOD, W. R. *Description of stress-strain curves by three parameters*. NACA (National Advisory Committee for Aeronautics). Technical Note, TN902. July. 1943.

RENTE, C. J. T. S. *Análise Estática e Dinâmica Geometricamente Não Linear de Estruturas Atirantadas*. 1994. p. 131. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto. Porto.

RIERA, J. D.; MENEZES, R. C. R.; SILVA, V. R.; SILVA, J. B. G. F. In: CIGRE - INTERNATIONAL CONFERENCE ON LARGE HIGH VOLTAGE ELECTRICAL SYSTEMS. *Evaluation of the Probability Distribution of the Strength of Transmission Line Steel Towers Based on Tower Test Results*. Paris, Report 22-13. 1990.

RIBEIRO, E. C. *Análise de Torres Metálicas Estaiadas Submetidas à Ação do Vento*. 2007. p. 177. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Tecnologia. Universidade de Brasília. Brasília.

RIBEIRO, J. C. L. *Desenvolvimento e Aplicação de Sistema Computacional para Simulação Via Método dos Elementos Finitos do Comportamento de Estruturas de Aço e Mistas em Situação de Incêndio*. 2009. Tese de Doutorado. p. 260. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

RUBERT, J. B. O. *Estudo do Desempenho de Algoritmos Numéricos na Solução de Sistemas Não-Lineares de Estruturas Formadas por Barras de Treliça*. 1993. 97 p. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo.

RYU, Y.S.; HARIRIAN, M.; WU, C.C.; ARORA, J.S. Structural design sensitivity analysis of nonlinear response. *Computers and Structures*, v. 21, n° 1/2, p. 245-255, 1985.

SAAFAN S. A. Theoretical analysis of suspension roofs. *Journal of the Structural Division ASCE*; v. 96, n°2, p. 393-404, 1970.

SAE TOWERS BRASIL LTDA. Projetos de torres de linhas de transmissão. *Torres metálicas estaiadas com altura de 46,5 metros dos tipos monomastro e cross rope*. Belo Horizonte, Minas Gerais. 2014.

SONG, H.; YANLI, H.; ZHAOMIN, W. Nonlinear analysis of flexible cable structures using the finite element method [J]. *Engineering Mechanics*, v. 17, n° 2, p. 36-43, 2000.

SEKULOVIC, M.; NEFOVSKA, M. Contribution to transient analysis of inelastic steel frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures*, v. 30, p. 976-989, 2008.

SILVA, A. R. D. *Sistema Computacional para Análise Avançada Estática e Dinâmica de Estruturas Metálicas*. 2009. p. 275. Tese de Doutorado. Escola de Minas. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto.

SILVA, A. R. D.; PRADO, I. M.; SILVEIRA, R. A. M. CS-ASA: a new computational tool for advanced analysis of steel frames. *Revista da Escola de Minas*, v. 66, n°3, p. 281-288, 2013.

SILVA, R. G. L. *Análise Inelástica Avançada de Pórticos Planos de Aço Considerando as Influências do Cisalhamento e de Ligações Semirrígidas*. 2010. Tese de Doutorado. p. 292. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SILVA, R. G. L. E LAVALL, A. C. C. In: XXX CILAMCE – IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING. *Análise inelástica de pórticos de aço parcialmente restringidos*. Búzios. Rio de Janeiro. 2009. *Anais do XXX CILAMCE*. v. 1, p 1-20.

SILVA, R. G. L.; LAVALL, A. C. C. In: XXIX CILAMCE-IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING. *Formulação para análise avançada de pórticos planos de aço considerando a plasticidade distribuída e a teoria de timoshenko*. Maceió. Alagoas. 2008. *Anais do XXIX CILAMCE*. v.1, p. 1-20.

SILVA, R. G. L.; LAVALL, A. C. C. In: XXVI CILAMCE-IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS IN COMPUTACIONAL METHODS IN ENGINEERING. *Formulação geral para análise avançada de pórticos de aço considerando a plasticidade distribuída*. Guarapari. Espírito Santo. 2005. *Anais do XXVI CILAMCE*. v.1, p. 1-15.

SUCH, M.; JIMENEZ-OCTAVIO, J. R.; CARNICERO, A.; LOPEZ-GARCIA, O. An approach based on the catenary equation to deal with static analysis of three dimensional cable structures. *Engineering Structures*, v. 31, n° 9, p. 2162-2170, 2009.

SÜSSEKIND, J. C. *Curso de analise estrutural*. 8. ed. Rio de Janeiro: Globo. 1987.

TALAVERA, L. M. B. *Parábola e catenária: história e aplicações*. 2008. p. 96. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo. São Paulo.

THAI H-T.; KIM S-E. Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 47, p. 237-246, 2011.

THAI, H-T.; KIM, S-E. Nonlinear inelastic time-history analysis of truss structures. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 67, n° 12, p. 1966-1972, 2011.

TIBERT, G. *Numerical analyses of cable roof structures*. Doctoral Thesis. Royal Institute of Technology, Department of Structural Engineering, SE- 100 44 Stockholm, Sweden, 1999.

TORKAMANI, M. A. M.; SONMEZ, M. Inelastic large deflection modeling of beam-columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 127, n° 8, p. 876-886, 2001.

VOGEL, U. *Calibrating Frames*. *Stahlbau*, v. 10. p. 295-301, 1985.

WAHBA, Y. M. F.; MADUGULA, M. K. S.; MONFORTON, G. R. Evaluation of non-linear analysis of guyed antenna towers. *Computers and Structures*. v. 68, p. 207-212, 1998.

WAZEN, R. N. *Avaliação da Suscetibilidade de Falhas em Estruturas Metálicas de Linhas de Transmissão*. 2011. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

WEI-XIN, R. ; MENG-GANG, H.; WEI-HUA, H. A parabolic cable element for static analysis of cable structures. *Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, v. 25, n° 4, p. 366-384, 2008.

WHITE, D. W. Plastic hinge methods for advanced analysis of steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*. v. 24, p. 124-152, 1993.

WHITE, D. W.; HAJJAR, J. F. Stability of steel frames: the cases for simple elastic and rigorous inelastic analysis /design procedures. *Engineering Structures*. v. 22, n° 2, p. 155-167, 2000.

XU, L.; LIU, Y.; GRIERSON, D. E. Nonlinear analysis of steel frameworks through direct modification of member stiffness properties. *Advanced in Engineering Software*, v. 36, p. 312-324, 2004.

YANG, Y. B.; TSAY, J. Y. Geometric nonlinear analysis of cable structures with a two-node cable element by generalized displacement control method. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 7, n° 4, p. 571-588, 2007.

ZHANG, H.; RASMUSSEN, K. J.R. System-based design for steel scaffold structures using advanced analysis. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 89, p. 1-8, 2013.

ZHOU, Z. H.; CHAN, S. L. Elastoplastic and large deflection analysis of steel frame by one element per member. I one hinge along member. *Journal of Structural Engineering*, v. 130, n°4, p. 538-544, 2004.

ZUBYDAN, A. H. Inelastic second order analysis of steel frame elements flexed about minor axis. *Engineering Structures*, v. 33, p. 1240-1250, 2011.

APÊNDICE A

DEMONSTRAÇÃO DO ARQUIVO DE SAÍDA DO PROGRAMA

ASTRAS

A.1 Considerações Iniciais

Neste anexo é apresentado parte do arquivo de saída do programa *ASTRAS*, constando os resultados para os incrementos 3 e 6, do exemplo da seção 5.2.3 e do incremento 20 do exemplo de cabo da seção 5.3.1.5, sendo que visualmente esses modelos da saída de resultados são representativos para os demais exemplos.

Dessa forma, a saída de resultados mostra os seguintes itens: o nome do arquivo; o tipo de estrutura a ser analisada; a tabela constando os dados gerais da estrutura; a tabela das propriedades dos materiais; a lei constitutiva do material proposto; as tensões residuais nas fatias das seções transversais; a tabela de dados do elemento, por exemplo, a incidência dos nós, o tipo de elemento, etc.; as coordenadas nodais; os comprimentos e cossenos diretores de referência e corrigidos dos elementos; os deslocamentos prescritos ou recalques dos apoios; os coeficientes de ponderações das ações permanentes, variáveis, de vento e temperatura; as forças aplicadas nos nós da estrutura; a tabela das reações e deslocamentos nos nós dos elementos para os resultados da corrente iteração e incremento; a tabela dos esforços solicitantes em cada elemento para os resultados da corrente iteração e incremento; a tabela constando o incremento, a iteração, o código de convergência, as deformações elásticas, plásticas e totais e as tensões em cada nó do elemento e fatias da seção transversal.

A.1.1 Exemplo da Seção 5.2.3 de Treliça Espacial

```

*****
* UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS *
* DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS *
* PROGRAMA DE POS GRADUACAO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS *
* ASTRAS - ADVANCED STRUCTURAL ANALYSIS SYSTEM *
* DESENVOLVIDO E IMPLEMENTADO POR: RODRIGO SERNIZON COSTA *
* ORIENTADO POR: PROF. DR. ARMANDO CESAR CAMPOS LAVALL *
* BELO HORIZONTE - MINAS GERAIS - BRASIL, JUNHO DE 2014 *
*****

*****
* FILE:TORRE - 3D *
*****

*****
* TIPO DE ESTRUTURA ANALISADA: *
* Treliça Espacial *
*****

*****
* DADOS GERAIS DA ESTRUTURA EM ANÁLISE *
*****

```

Número Inicial de Nós:	9
Número Inicial de Elementos:	22
Número Total de Pontos de Contorno:	4
Número Total de Materiais da Estrutura:	2
Número de Nós por Elemento:	2
Número de Incrementos:	6
Código do Algoritmo de Solução:	2
Número de Graus de Liberdade:	3
Número Total de Nós Carregados:	3
Tipo de Convergência da Estrutura:	Força/Desl.

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	
Material n:	1
Coefficiente de Poisson:	0.3300000000
Tipo de Seção Transversal:	13
Número de Fatias da Seção Transversal:	6
Número de Propriedades(Incluindo Fatias):	14
Número da Última Fatia da Mesa Inferior:	1
Dados da Seção Transversal	Circular Diâmetro = 4.0000
Distância Y do C.G.:	-1.73205
Distância Z do C.G.:	-1.73205
Centro de Torção YD:	0.00000
Centro de Torção ZD:	0.00000

LEI CONSTITUTIVA DO MATERIAL PROPOSTO - 1				
TENSÃO	DEFORMAÇÃO	MÓDULO TANGENTE	MÓDULO TRANSVERSAL	HARDENING
0.00000E+00	0.00000E+00	Et1= 2100.00000	G1= 7894.736842	-
0.25000E+02	0.119048E-02	Et2= 1909.090909	G2= 717.703349	H1= 2100.000000
0.418182E+02	0.100000E-01	Et3= 1909.090909	G3= 717.703349	H2= 2100.000000
0.609091E+02	0.200000E-01	Et4= 1909.090909	G4= 717.703349	H3= 2100.000000
0.800000E+02	0.300000E-01	Et5= 1909.090909	G5= 717.703349	H4= 2100.000000
0.990909E+02	0.400000E-01	-	-	-

TENSOES RESIDUAIS NAS FATIAS	
Material n:	1
Numero de Fatias	Tensao Residual
1	0.00000
2	0.00000
3	0.00000
4	0.00000
5	0.00000
6	0.00000

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	
Material n:	2
Coefficiente de Poisson:	0.3300000000
Tipo de Seção Transversal:	13
Número de Fatias da Seção Transversal:	6
Número de Propriedades(Incluindo Fatias):	14
Número da Última Fatia da Mesa Inferior:	1
Dados da Seção Transversal	Circular Diâmetro = 3.0902
Distância Y do C.G.:	-1.33809
Distância Z do C.G.:	-1.33809
Centro de Torção YD:	0.00000
Centro de Torção ZD:	0.00000

LEI CONSTITUTIVA DO MATERIAL PROPOSTO - 2

TENSÃO	DEFORMAÇÃO	MÓDULO TANGENTE	MÓDULO TRANSVERSAL	HARDENING
0.00000E+00	0.00000E+00	Et1= 21000.000000	G1= 7894.736842	-
0.25000E+02	0.119048E-02	Et2= 1909.090909	G2= 717.703349	H1= 2100.000000
0.418182E+02	0.100000E-01	Et3= 1909.090909	G3= 717.703349	H2= 2100.000000
0.609091E+02	0.200000E-01	Et4= 1909.090909	G4= 717.703349	H3= 2100.000000
0.80000E+02	0.300000E-01	Et5= 1909.090909	G5= 717.703349	H4= 2100.000000
0.990909E+02	0.400000E-01	-	-	-

TENSOES RESIDUAIS NAS FATIAS

Material n: 2	
Numero de Fatias	Tensao Residual
1	0.00000
2	0.00000
3	0.00000
4	0.00000
5	0.00000
6	0.00000

DADOS DOS ELEMENTOS DA ESTRUTURA

EL	NÓS		VINCULAÇÕES DOS NÓS		(0)-VÍNCULO ROTULADO / (1)-VÍNCULO RÍGIDO			TEMPERATURA	
	j	k	INICIAL (j)	FINAL (k)	MATERIAL	TIPO DE ELEMENTO	DIVISÕES DOS EL.	VARIAÇÃO	COEF.DILATAÇÃO
1	1	5	0	0	1	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
2	3	7	0	0	1	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
3	2	6	0	0	1	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
4	4	8	0	0	1	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
5	5	9	0	0	1	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
6	7	9	0	0	1	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
7	6	9	0	0	1	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
8	8	9	0	0	1	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
9	1	7	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
10	3	5	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
11	4	6	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
12	2	8	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
13	3	8	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
14	4	7	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
15	2	5	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
16	1	6	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
17	5	7	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
18	6	8	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
19	7	8	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
20	5	6	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
21	5	8	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000
22	6	7	0	0	2	TRELIÇA	1	0.00000	0.000000

COORDENADAS NODAIS			
NÓ	COORDENADA (X)	COORDENADA (Y)	COORDENADA (Z)
1	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	400.00000
3	400.00000	0.00000	0.00000
4	400.00000	0.00000	400.00000
5	100.00000	1000.00000	100.00000
6	100.00000	1000.00000	300.00000
7	300.00000	1000.00000	100.00000
8	300.00000	1000.00000	300.00000
9	200.00000	2000.00000	200.00000

COMPRIMENTOS E COSSENOS DIRETORES DE REFERÊNCIA DOS ELEMENTOS										
EL	COMP. REF. (LR)	COS.DIR.XR	COS.DIR.YR	COS.DIR.ZR	ANG.FI RZ	ANG.FI RX	ANG.FI RY	ANG.TETA RX	ANG.TETA RY	ANG.TETA RZ
1	1009.9504938	0.0990148	0.9901475	0.0990148	84.3175592	8.0494668	84.3175592	0.0000000	0.0000000	0.0000000
2	1009.9504938	-0.0990148	0.9901475	0.0990148	95.6824358	8.0494668	275.6824408	0.0000000	0.0000000	0.0000000
3	1009.9504938	0.0990148	0.9901475	-0.0990148	84.3175592	351.9505332	95.6824358	0.0000000	0.0000000	0.0000000
4	1009.9504938	-0.0990148	0.9901475	-0.0990148	95.6824358	351.9505332	264.3175642	0.0000000	0.0000000	0.0000000
5	1009.9504938	0.0990148	0.9901475	0.0990148	84.3175592	8.0494668	84.3175592	0.0000000	0.0000000	0.0000000
6	1009.9504938	-0.0990148	0.9901475	0.0990148	95.6824358	8.0494668	275.6824408	0.0000000	0.0000000	0.0000000
7	1009.9504938	0.0990148	0.9901475	-0.0990148	84.3175592	351.9505332	95.6824358	0.0000000	0.0000000	0.0000000
8	1009.9504938	-0.0990148	0.9901475	-0.0990148	95.6824358	351.9505332	264.3175642	0.0000000	0.0000000	0.0000000
9	1048.8088482	0.2860388	0.9534626	0.0953463	73.3790467	17.5484001	84.5287482	0.0000000	0.0000000	0.0000000
10	1048.8088482	-0.2860388	0.9534626	0.0953463	106.6209483	17.5484001	275.4712518	0.0000000	0.0000000	0.0000000
11	1048.8088482	-0.2860388	0.9534626	-0.0953463	106.6209483	342.4515999	264.5287532	0.0000000	0.0000000	0.0000000
12	1048.8088482	0.2860388	0.9534626	-0.0953463	73.3790467	342.4515999	95.4712468	0.0000000	0.0000000	0.0000000
13	1048.8088482	-0.0953463	0.9534626	0.2860388	95.4712468	17.5484001	286.6209533	0.0000000	0.0000000	0.0000000
14	1048.8088482	-0.0953463	0.9534626	-0.2860388	95.4712468	342.4515999	253.3790517	0.0000000	0.0000000	0.0000000
15	1048.8088482	0.0953463	0.9534626	-0.2860388	84.5287482	342.4515999	106.6209483	0.0000000	0.0000000	0.0000000
16	1048.8088482	0.0953463	0.9534626	0.2860388	84.5287482	17.5484001	73.3790467	0.0000000	0.0000000	0.0000000
17	200.0000000	1.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	89.9999975	89.9999975	0.0000000	0.0000000	0.0000000
18	200.0000000	1.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	89.9999975	89.9999975	0.0000000	0.0000000	0.0000000
19	200.0000000	0.0000000	0.0000000	1.0000000	89.9999975	89.9999975	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
20	200.0000000	0.0000000	0.0000000	1.0000000	89.9999975	89.9999975	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
21	282.8427125	0.7071068	0.0000000	0.7071068	44.9999987	89.9999975	44.9999987	0.0000000	0.0000000	0.0000000
22	282.8427125	0.7071068	0.0000000	-0.7071068	44.9999987	89.9999975	134.9999962	0.0000000	0.0000000	0.0000000

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS NOS APOIOS E/OU RECALQUES						
NÓ VINC.	TRANSLAÇÃO.X	VALOR PRESC.X	TRANSLAÇÃO.Y	VALOR PRESC.Y	TRANS./ROT. Z	VALOR PRESC.Z
1	1	0.00000	1	0.00000	1	0.00000
2	1	0.00000	1	0.00000	1	0.00000
3	1	0.00000	1	0.00000	1	0.00000
4	1	0.00000	1	0.00000	1	0.00000

COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES	
Ação Permanente (P) =	1.00
Ação Variável (V) =	0.00
Ação do Vento (W) =	0.00
Ação da Temperatura (T) =	0.00

FORÇAS APLICADAS NOS NÓS DA ESTRUTURA				
NÓ	AÇÕES	FORÇA (X)	FORÇA (Y)	FORÇA (Z)
1	P	0.00000	0.00000	0.00000
1	V	0.00000	0.00000	0.00000
1	W	0.00000	0.00000	0.00000
1	T	0.00000	0.00000	0.00000
2	P	0.00000	0.00000	0.00000
2	V	0.00000	0.00000	0.00000
2	W	0.00000	0.00000	0.00000
2	T	0.00000	0.00000	0.00000
3	P	0.00000	0.00000	0.00000
3	V	0.00000	0.00000	0.00000
3	W	0.00000	0.00000	0.00000
3	T	0.00000	0.00000	0.00000
4	P	0.00000	0.00000	0.00000
4	V	0.00000	0.00000	0.00000
4	W	0.00000	0.00000	0.00000
4	T	0.00000	0.00000	0.00000
5	P	150.00000	0.00000	0.00000
5	V	0.00000	0.00000	0.00000
5	W	0.00000	0.00000	0.00000
5	T	0.00000	0.00000	0.00000
6	P	150.00000	0.00000	0.00000
6	V	0.00000	0.00000	0.00000
6	W	0.00000	0.00000	0.00000
6	T	0.00000	0.00000	0.00000
7	P	0.00000	0.00000	0.00000
7	V	0.00000	0.00000	0.00000
7	W	0.00000	0.00000	0.00000
7	T	0.00000	0.00000	0.00000
8	P	0.00000	0.00000	0.00000
8	V	0.00000	0.00000	0.00000
8	W	0.00000	0.00000	0.00000
8	T	0.00000	0.00000	0.00000
9	P	37.50000	-3000.00000	0.00000
9	V	0.00000	0.00000	0.00000
9	W	0.00000	0.00000	0.00000
9	T	0.00000	0.00000	0.00000

CONVERGÊNCIA DO PROCESSO INCREMENTAL/ITERATIVO	
Incremento nº:	3
Iteração nº:	4
Código de Convergência: 0 - Convergido. 1 - Convergindo.	0
Norma Resíduo Força:	0.134110E-10 %
Norma Resíduo Deslocamento:	0.354448E-02 %
Porcentagem da Ação Permanente (P):	0.500000E+02 %
Porcentagem da Ação Variável (V):	0.000000E+00 %
Porcentagem da Ação do Vento (W):	0.000000E+00 %
Porcentagem da Ação da Temperatura (T):	0.000000E+00 %

COORDENADAS NODAIS DA CONFIGURAÇÃO FINAL DA ESTRUTURA				Incremento nº:	3	Iteração nº:	4
NÓ	COORDENADA (X)	COORDENADA (Y)	COORDENADA (Z)				
1	0.000000	0.000000	0.000000				
2	0.000000	0.000000	400.000000				
3	400.000000	0.000000	0.000000				
4	400.000000	0.000000	400.000000				
5	102.1817233	999.5685862	99.9933018				
6	102.1817233	999.5685862	300.0066982				
7	302.1598235	999.6668316	99.9817460				
8	302.1598235	999.6668316	300.0182540				
9	202.3511123	1999.0919471	200.0000000				

COMPRIMENTOS E COSSENOIS DIRETORES CORRIGIDOS DOS ELEMENTOS										Incremento nº:	3	Iteração nº:	4
EL	COMP.REF. (LC)	COS.DIR.CX	COS.DIR.CY	COS.DIR.CZ	ANG.FI CZ	ANG.FI CX	ANG.FI CY	ANG.TETA CX	ANG.TETA CY	ANG.TETA CZ			
1	1009.7411170	0.1011960	0.9899256	0.0990287	84.1919542	8.1397747	84.3167590	0.0000000	-0.0008002	-0.1256049			
2	1009.4071646	-0.0969284	0.9903504	0.0990500	95.5623161	7.9660160	275.6844683	0.0000000	0.0020275	-0.1201197			
3	1009.7411170	0.1011960	0.9899256	-0.0990287	84.1919542	351.8602253	95.6832360	0.0000000	0.0008002	-0.1256049			
4	1009.4071646	-0.0969284	0.9903504	-0.0990500	95.5623161	352.0339840	264.3155367	0.0000000	-0.0020275	-0.1201197			
5	1009.4960105	0.0992271	0.9901212	0.0990660	84.3053309	8.0602548	84.3146104	0.0000000	-0.0029488	-0.0122283			
6	1009.3641521	-0.0988828	0.9901532	0.0990904	95.6748357	8.0471637	275.6867939	0.0000000	0.0043531	-0.0076001			
7	1009.4960105	0.0992271	0.9901212	-0.0990660	84.3053309	351.9397452	95.6853846	0.0000000	0.0029488	-0.0122283			
8	1009.3641521	-0.0988828	0.9901532	-0.0990904	95.6748357	351.9528363	264.3132111	0.0000000	-0.0043531	-0.0076001			
9	1049.1094713	0.2880155	0.9528718	0.0953015	73.2608118	17.6603211	84.5313222	0.0000000	0.0025741	-0.1182348			
10	1047.7746632	-0.2842389	0.9539919	0.0954340	106.5133541	17.4475270	275.4763006	0.0000000	0.0050488	-0.1075942			
11	1047.7746632	-0.2842389	0.9539919	-0.0954340	106.5133541	342.5524730	264.5237044	0.0000000	-0.0050488	-0.1075942			
12	1049.1094713	0.2880155	0.9528718	-0.0953015	73.2608118	342.3396789	95.4686727	0.0000000	-0.0025741	-0.1182348			
13	1048.2926248	-0.0933329	0.9536143	0.2861970	95.3553722	17.5195488	286.6304172	0.0000000	0.0094639	-0.1158746			
14	1048.2926248	-0.0933329	0.9536143	-0.2861970	95.3553722	342.4804512	253.3695878	0.0000000	-0.0094639	-0.1158746			
15	1048.6097854	0.0974449	0.9532322	-0.2860995	84.4079397	342.4078673	106.6245771	0.0000000	0.0036288	-0.1208085			
16	1048.6097854	0.0974449	0.9532322	0.2860995	84.4079397	17.5921327	73.3754179	0.0000000	-0.0036288	-0.1208085			
17	199.9781247	0.9999999	0.0004913	-0.0000578	0.0283424	270.0281508	90.0033084	0.0000000	0.0033109	0.0283424			
18	199.9781247	0.9999999	0.0004913	0.0000578	0.0283424	89.9718492	89.9966866	0.0000000	-0.0033109	0.0283424			
19	200.0365000	0.0000000	0.0000000	1.0000000	89.9999975	89.9999975	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000			
20	200.0133964	0.0000000	0.0000000	1.0000000	89.9999975	89.9999975	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000			
21	282.8448899	0.7070239	0.0003473	0.7071896	45.0067132	89.9800959	44.9932912	0.0000000	-0.0067075	0.0067145			
22	282.8448899	0.7070239	0.0003473	-0.7071896	45.0067132	270.0199041	135.0067038	0.0000000	0.0067075	0.0067145			

DESLOCAMENTOS E REAÇÕES NOS NÓS DOS ELEMENTOS							Incremento nº:	3	Iteração nº:	4
NÓ	DESL.X	REAC.X	DESL.Y	REAC.Y	DESL.Z	REAC.Z				
1	0.000000E+00	0.533039E+01	0.000000E+00	0.136319E+03	0.000000E+00	0.193397E+02				
2	0.000000E+00	0.533039E+01	0.000000E+00	0.136319E+03	0.000000E+00	-0.193397E+02				
3	0.000000E+00	-0.897054E+02	0.000000E+00	0.613681E+03	0.000000E+00	0.761733E+02				
4	0.000000E+00	-0.897054E+02	0.000000E+00	0.613681E+03	0.000000E+00	-0.761733E+02				
5	0.218172E+01	0.000000E+00	-0.431414E+00	0.000000E+00	-0.669820E-02	0.000000E+00				
6	0.218172E+01	0.000000E+00	-0.431414E+00	0.000000E+00	0.669820E-02	0.000000E+00				
7	0.215982E+01	0.000000E+00	-0.333168E+00	0.000000E+00	-0.182540E-01	0.000000E+00				
8	0.215982E+01	0.000000E+00	-0.333168E+00	0.000000E+00	0.182540E-01	0.000000E+00				
9	0.235111E+01	0.000000E+00	-0.908053E+00	0.000000E+00	-0.305148E-12	0.000000E+00				

ESFORÇOS SOLICITANTES EM CADA ELEMENTO			Incremento nº:	3	Iteração nº:	4
EL	NÓ (j)			NÓ (k)		
	ESF.NORMAL	ESF.CORTANTE	MOM. FLETOR	ESF.NORMAL	ESF.CORTANTE	MOM. FLETOR
1	0.152376E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.152376E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
2	0.395412E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.395412E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
3	0.152376E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.152376E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
4	0.395412E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.395412E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
5	0.330754E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.330754E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
6	0.426715E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.426715E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
7	0.330754E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.330754E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
8	0.426715E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.426715E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
9	-0.451447E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	0.451447E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
10	0.155304E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.155304E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
11	0.155304E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.155304E+03	0.000000E+00	0.000000E+00
12	-0.451447E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	0.451447E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
13	0.775215E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.775215E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
14	0.775215E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.775215E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
15	0.298933E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.298933E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
16	0.298933E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.298933E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
17	0.172268E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.172268E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
18	0.172268E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.172268E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
19	-0.287501E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	0.287501E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
20	-0.105497E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	0.105497E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
21	-0.121247E+01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.121247E+01	0.000000E+00	0.000000E+00
22	-0.121247E+01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.121247E+01	0.000000E+00	0.000000E+00

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO				Elemento nº	1	Incremento nº:	3	Iteração nº:	4	Código de Convergência:	0
FATIA	NÓ (j)			TENSÃO	NÓ (k)			TENSÃO	OBSERVAÇÃO		
	DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL		DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL				
6	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
5	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
4	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
3	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
2	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
1	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO				Elemento nº	2	Incremento nº:	3	Iteração nº:	4	Código de Convergência:	0
FATIA	NÓ (j)			TENSÃO	NÓ (k)			TENSÃO	OBSERVAÇÃO		
	DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL		DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL				
6	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	PATAMAR: 1 - 1		
5	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	PATAMAR: 1 - 1		
4	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	PATAMAR: 1 - 1		
3	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	PATAMAR: 1 - 1		
2	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	PATAMAR: 1 - 1		
1	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	-0.537976105E-03	0.000000000E+00	-0.537976105E-03	-11.29750	PATAMAR: 1 - 1		

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO				Elemento nº	3	Incremento nº:	3	Iteração nº:	4	Código de Convergência:	0
FATIA	NÓ (j)			TENSÃO	NÓ (k)			TENSÃO	OBSERVAÇÃO		
	DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL		DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL				
6	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
5	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
4	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
3	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
2	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		
1	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	-0.207313928E-03	0.000000000E+00	-0.207313928E-03	-4.35359	PATAMAR: 1 - 1		

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO				Elemento nº	22	Incremento nº:	3	Iteração nº:	4	Código de Convergência:	0
FATIA	NÓ (j)				NÓ (k)				OBSERVAÇÃO		
	DEF. ELÁSTICA	DEF. PLÁSTICA	DEF. TOTAL	TENSÃO	DEF. ELÁSTICA	DEF. PLÁSTICA	DEF. TOTAL	TENSÃO		NÓ: j - k	
6	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	PATAMAR: 1 - 1		
5	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	PATAMAR: 1 - 1		
4	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	PATAMAR: 1 - 1		
3	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	PATAMAR: 1 - 1		
2	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	PATAMAR: 1 - 1		
1	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	0.769823756E-05	0.00000000E+00	0.769823756E-05	0.16166	PATAMAR: 1 - 1		

CONVERGÊNCIA DO PROCESSO INCREMENTAL/ITERATIVO	
Incremento nº:	6
Iteração nº:	7
Código de Convergência: 0 - Convergido. 1 - Convergindo.	0
Norma Resíduo Força:	0.127433E-10 %
Norma Resíduo Deslocamento:	0.872195E-02 %
Porcentagem da Ação Permanente (P):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação Variável (V):	0.000000E+00 %
Porcentagem da Ação do Vento (W):	0.000000E+00 %
Porcentagem da Ação da Temperatura (T):	0.000000E+00 %

COORDENADAS NODAIS DA CONFIGURAÇÃO FINAL DA ESTRUTURA				Incremento nº:	6	Iteração nº:	7
NÓ	COORDENADA (X)	COORDENADA (Y)	COORDENADA (Z)				
1	0.000000	0.000000	0.000000				
2	0.000000	0.000000	400.000000				
3	400.000000	0.000000	0.000000				
4	400.000000	0.000000	400.000000				
5	121.0875846	997.0440697	99.9756730				
6	121.0875846	997.0440697	300.0243270				
7	320.9682193	1000.7666135	99.9582947				
8	320.9682193	1000.7666135	300.0417053				
9	201.7191960	1997.6683886	200.0000000				

COMPRIMENTOS E COSSENO DIRETORES CORRIGIDOS DOS ELEMENTOS										Incremento nº:	6	Iteração nº:	7
EL	COMP. REF. (LC)	COS. DIR. CX	COS. DIR. CY	COS. DIR. CZ	ANG. FI CZ	ANG. FI CX	ANG. FI CY	ANG. TETA CX	ANG. TETA CY	ANG. TETA CZ			
1	1009.3335500	0.1199679	0.9878242	0.0990512	83.1097501	8.9501161	84.3154622	0.0000000	-0.0020970	-1.2078091			
2	1008.0466176	-0.0783387	0.9919908	0.0990818	94.4930806	7.2563985	275.6862987	0.0000000	0.0038579	-1.1893552			
3	1009.3335500	0.1199679	0.9878242	-0.0990512	83.1097501	351.0498839	95.6845328	0.0000000	0.0020970	-1.2078091			
4	1008.0466176	-0.0783387	0.9919908	-0.0990818	94.4930806	352.7436015	264.3137063	0.0000000	-0.0038579	-1.1893552			
5	1008.8386146	0.0799252	0.9918577	0.0991480	85.4157323	7.3165620	84.3098872	0.0000000	-0.0076719	1.0981732			
6	1008.9805853	-0.1181876	0.9880287	0.0991513	96.7875143	8.8744716	275.6903012	0.0000000	0.0078604	1.1050785			
7	1008.8386146	0.0799252	0.9918577	-0.0991480	85.4157323	352.6834380	95.6901078	0.0000000	0.0076719	1.0981732			
8	1008.9805853	-0.1181876	0.9880287	-0.0991513	96.7875143	351.1255284	264.3097038	0.0000000	-0.0078604	1.1050785			
9	1055.7206417	0.3040276	0.9479464	0.0946825	72.3003261	18.5679945	84.5669503	0.0000000	0.0382021	-1.0787206			
10	1040.1366004	-0.2681498	0.9585703	0.0961178	105.5541955	16.5502417	275.5156636	0.0000000	0.0444117	-1.0667528			
11	1040.1366004	-0.2681498	0.9585703	-0.0961178	105.5541955	343.4497583	264.4843415	0.0000000	-0.0444117	-1.0667528			
12	1055.7206417	0.3040276	0.9479464	-0.0946825	72.3003261	341.4320055	95.4330447	0.0000000	-0.0382021	-1.0787206			
13	1047.7618346	-0.0754291	0.9551470	0.2863644	94.3258778	17.2254263	286.6404256	0.0000000	0.0194723	-1.1453690			
14	1047.7618346	-0.0754291	0.9551470	-0.2863644	94.3258778	342.7745737	253.3595794	0.0000000	-0.0194723	-1.1453690			
15	1048.2240585	0.1155169	0.9511746	-0.2862216	83.3665582	342.0219024	106.6318781	0.0000000	0.0109298	-1.1621899			
16	1048.2240585	0.1155169	0.9511746	0.2862216	83.3665582	17.9780976	73.3681169	0.0000000	-0.0109298	-1.1621899			
17	199.9152965	0.9998266	0.0186206	-0.0000869	1.0669554	271.0669462	90.0049781	0.0000000	0.0049806	1.0669554			
18	199.9152965	0.9998266	0.0186206	0.0000869	1.0669554	88.9330538	89.9950169	0.0000000	-0.0049806	1.0669554			
19	200.0834107	0.0000000	0.0000000	1.0000000	89.9999975	89.9999975	360.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000			
20	200.0486539	0.0000000	0.0000000	1.0000000	89.9999975	89.9999975	360.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000			
21	282.8295295	0.7067177	0.0131618	0.7073732	45.0315167	89.2458605	44.9784063	0.0000000	-0.0215924	0.0315179			
22	282.8295295	0.7067177	0.0131618	-0.7073732	45.0315167	270.7541395	135.0215887	0.0000000	0.0215924	0.0315179			

DESLOCAMENTOS E REAÇÕES NOS NÓS DOS ELEMENTOS						
Incremento nº: 6 Iteração nº: 7						
NÓ	DESL. X	REAC. X	DESL. Y	REAC. Y	DESL. Z	REAC. Z
1	0.00000E+00	-0.165022E+02	0.00000E+00	0.276021E+03	0.00000E+00	0.445348E+02
2	0.00000E+00	-0.165022E+02	0.00000E+00	0.276021E+03	0.00000E+00	-0.445348E+02
3	0.00000E+00	-0.152248E+03	0.00000E+00	0.122398E+04	0.00000E+00	0.152386E+03
4	0.00000E+00	-0.152248E+03	0.00000E+00	0.122398E+04	0.00000E+00	-0.152386E+03
5	0.210876E+02	0.00000E+00	-0.295593E+01	0.00000E+00	-0.243270E-01	0.00000E+00
6	0.210876E+02	0.00000E+00	-0.295593E+01	0.00000E+00	0.243270E-01	0.00000E+00
7	0.209682E+02	0.00000E+00	0.766614E+00	0.00000E+00	-0.417053E-01	0.00000E+00
8	0.209682E+02	0.00000E+00	0.766614E+00	0.00000E+00	0.417053E-01	0.00000E+00
9	0.171920E+01	0.00000E+00	-0.233161E+01	0.00000E+00	0.384058E-12	0.00000E+00

ESFORÇOS SOLICITANTES EM CADA ELEMENTO						
Incremento nº: 6 Iteração nº: 7						
EL	NÓ (j)			NÓ (k)		
	ESF. NORMAL	ESF. CORTANTE	MOM. FLETOR	ESF. NORMAL	ESF. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	0.448986E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.448986E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.803355E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.803355E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.448986E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.448986E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
4	0.803355E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.803355E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.809180E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.809180E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
6	0.705859E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.705859E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
7	0.809180E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.809180E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
8	0.705859E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.705859E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
9	-0.264813E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.264813E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
10	0.288847E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.288847E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
11	0.288847E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.288847E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
12	-0.264813E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.264813E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
13	0.157230E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.157230E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
14	0.157230E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.157230E+03	0.00000E+00	0.00000E+00
15	0.878181E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.878181E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
16	0.878181E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.878181E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
17	0.667040E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.667040E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
18	0.667040E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.667040E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
19	-0.656859E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.656859E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
20	-0.383150E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.383150E+02	0.00000E+00	0.00000E+00
21	0.734088E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.734088E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
22	0.734088E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.734088E+01	0.00000E+00	0.00000E+00

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO									
Elemento nº 1 Incremento nº: 6 Iteração nº: 7 Código de Convergência: 0									
FATIA	NÓ (j)				NÓ (k)				OBSERVAÇÃO
	DEF. ELÁSTICA	DEF. PLÁSTICA	DEF. TOTAL	TENSÃO	DEF. ELÁSTICA	DEF. PLÁSTICA	DEF. TOTAL	TENSÃO	
6	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	PATAMAR: 1 - 1
5	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	PATAMAR: 1 - 1
4	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	PATAMAR: 1 - 1
3	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	PATAMAR: 1 - 1
2	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	PATAMAR: 1 - 1
1	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	-0.610865406E-03	0.000000000E+00	-0.610865406E-03	-12.82817	PATAMAR: 1 - 1

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO									
Elemento nº 2 Incremento nº: 6 Iteração nº: 7 Código de Convergência: 0									
FATIA	NÓ (j)				NÓ (k)				OBSERVAÇÃO
	DEF. ELÁSTICA	DEF. PLÁSTICA	DEF. TOTAL	TENSÃO	DEF. ELÁSTICA	DEF. PLÁSTICA	DEF. TOTAL	TENSÃO	
6	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	PATAMAR: 1 - 1
5	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	PATAMAR: 1 - 1
4	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	PATAMAR: 1 - 1
3	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	PATAMAR: 1 - 1
2	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	PATAMAR: 1 - 1
1	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	-0.109300038E-02	0.000000000E+00	-0.109300038E-02	-22.95301	PATAMAR: 1 - 1

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO				Elemento nº	22	Incremento nº:	6	Iteração nº:	7	Código de Convergência:	0
FATIA	NÓ (j)				NÓ (k)				OBSERVAÇÃO		
	DEF. ELÁSTICA	DEF. PLÁSTICA	DEF. TOTAL	TENSÃO	DEF. ELÁSTICA	DEF. PLÁSTICA	DEF. TOTAL	TENSÃO		NÓ: j - k	
6	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	PATAMAR: 1 - 1		
5	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	PATAMAR: 1 - 1		
4	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	PATAMAR: 1 - 1		
3	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	PATAMAR: 1 - 1		
2	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	PATAMAR: 1 - 1		
1	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	-0.466887769E-04	0.00000000E+00	-0.466887769E-04	-0.97878	PATAMAR: 1 - 1		

A.1.2 Exemplo da Seção 5.3.1.5 - Cabo Suspense Sujeito a Força Concentrada e ao Peso Próprio

* UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS *
 * DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS *
 * PROGRAMA DE POS GRADUACAO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS *
 * ASTRAS - ADVANCED STRUCTURAL ANALYSIS SYSTEM *
 * DESENVOLVIDO E IMPLEMENTADO POR: RODRIGO SERNIZON COSTA *
 * ORIENTADO POR: PROF. DR. ARMANDO CESAR CAMPOS LAVALL *
 * BELD HORIZONTE - MINAS GERAIS - BRASIL, JUNHO DE 2014 *

FILE:TESE-EX8 - CABO SUSPENSO SUJEITO AO PP E CARGA CONCENTRADA

TIPO DE ESTRUTURA ANALISADA:
Cabo Plano

DADOS GERAIS DA ESTRUTURA EM ANÁLISE

Número Inicial de Nós:	2
Número Inicial de Elementos:	1
Número Total de Pontos de Contorno:	2
Número Total de Materiais da Estrutura:	1
Número de Nós por Elemento:	2
Número de Incrementos:	20
Código do Algoritmo de Solução:	2
Número de Graus de Liberdade:	3
Número Total de Nós Carregados:	11
Número Total de Cabos:	1
Tipo de Convergência da Estrutura:	Força/Desl.

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Material n:	1
Coefficiente de Poisson:	0.3300000000
Tipo de Seção Transversal:	13
Número de Fatias da Seção Transversal:	6
Número de Propriedades(Incluindo Fatias):	14
Número da Última Fatia da Mesa Inferior:	1
Dados da Seção Transversal	Circular
	Diâmetro = 2.6424
Distância Y do C.G.:	-1.14421
Distância Z do C.G.:	-1.14421
Centro de Torção YD:	0.00000
Centro de Torção ZD:	0.00000

LEI CONSTITUTIVA DO MATERIAL PROPOSTO - 1

TENSÃO	DEFORMAÇÃO	MÓDULO TANGENTE	MÓDULO TRANSVERSAL	HARDENING
0.00000E+00	0.00000E+00	Et1=13102400.000009	G1= 4925714.285718	-
0.80000E+05	0.610575E-02	Et2= 590070.615362	G2= 221831.058407	H1= 617897.834452
0.10000E+06	0.40000E-01	Et3= 0.000000	G3= 0.000000	H2= 0.000000
0.10000E+06	0.80000E-01	Et4= 0.000000	G4= 0.000000	H3= 0.000000
0.10000E+06	0.12000E+00	Et5= 0.000000	G5= 0.000000	H4= 0.000000
0.10000E+06	0.16000E+00	-	-	-

TENSOES RESIDUAIS NAS FATIAS

Material n:	1
Numero de Fatias	Tensao Residual
1	0.00000
2	0.00000
3	0.00000
4	0.00000
5	0.00000
6	0.00000

DADOS DOS ELEMENTOS DA ESTRUTURA

EL	NÓS		VINCULAÇÕES DOS NÓS		(0)-VÍNCULO ROTULADO / (1)-VÍNCULO RÍGIDO			TEMPERATURA	
	j	k	INICIAL (j)	FINAL (k)	MATERIAL	TIPO DE ELEMENTO	DIVISÕES DOS EL.	VARIAÇÃO	COEF.DILATAÇÃO
1	1	11	0	0	1	CABO	10	0.00000	0.000000

COORDENADAS NODAIS

NÓ	COORDENADA (X)	COORDENADA (Y)	COORDENADA (Z)
1	0.00000	0.00000	0.00000
11	30480.00000	0.00000	0.00000

DADOS DA ESTRUTURA DE CABOS

CABO Nº: 1

Tipo de Configuração:	Catenária
Peso Próprio (w):	-0.4702600
Flecha (f):	-3050.000000

DADOS CALCULADOS ANALITICAMENTE

CABO Nº: 1

Número Total de Elementos do Cabo:	10
Desnível (h):	0.000000
Vão entre os Apoios (L):	30480.000000
Força Horizontal (H0):	18139.2901609
Ângulo(TETA A - GRAUS):	-22.0703768
Distância do Vértice do Cabo (Dv):	15240.000000
Comprimento do Cabo:	31279.2050244

COORDENADAS NODAIS DA CONFIGURAÇÃO INICIAL DO CABO Nº: 1					
Nº	COORDENADA (X)	COORDENADA (Y)	COORDENADA (Z)	ROTAÇÃO (TETA)	TRAÇÃO (T)
1	0.00000	0.00000	0.00000	-22.0783768	19573.58316
2	3048.00000	-1107.10055	0.00000	-17.8156465	19052.95806
3	6096.00000	-1961.08733	0.00000	-13.4569477	18651.36223
4	9144.00000	-2567.29544	0.00000	-9.0174759	18366.28681
5	12192.00000	-2929.51204	0.00000	-4.5227633	18195.95883
6	15240.00000	-3050.00000	0.00000	0.0000000	18139.29816
7	18288.00000	-2929.51204	0.00000	4.5227633	18195.95883
8	21336.00000	-2567.29544	0.00000	9.0174759	18366.28681
9	24384.00000	-1961.08733	0.00000	13.4569477	18651.36223
10	27432.00000	-1107.10055	0.00000	17.8156465	19052.95806
11	30480.00000	0.00000	0.00000	22.0783768	19573.58316

NOVA INCIDÊNCIA DOS ELEMENTOS DA ESTRUTURA									
EL	NÓS			VINCULAÇÕES DOS NÓS: (0)-VÍNCULO ROTULADO / (1)-VÍNCULO RÍGIDO				TEMPERATURA	
	j	k		INICIAL (j)	FINAL (k)	MATERIAL	TIPO DE ELEMENTO	VARIAÇÃO	COEF. DILATAÇÃO
1	1	2		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
2	2	3		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
3	3	4		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
4	4	5		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
5	5	6		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
6	6	7		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
7	7	8		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
8	8	9		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
9	9	10		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000
10	10	11		0	0	1	CABO	0.00000	0.0000000

NOVAS COORDENADAS NODAIS DA ESTRUTURA			
Nº	COORDENADA (X)	COORDENADA (Y)	COORDENADA (Z)
1	0.00000	0.00000	0.00000
2	3048.00000	-1107.10055	0.00000
3	6096.00000	-1961.08733	0.00000
4	9144.00000	-2567.29544	0.00000
5	12192.00000	-2929.51204	0.00000
6	15240.00000	-3050.00000	0.00000
7	18288.00000	-2929.51204	0.00000
8	21336.00000	-2567.29544	0.00000
9	24384.00000	-1961.08733	0.00000
10	27432.00000	-1107.10055	0.00000
11	30480.00000	0.00000	0.00000

COMPRIMENTOS E COSENOS DIRETORES DE REFERÊNCIA DOS ELEMENTOS										
EL	COMP. REF. (LR)	COS. DIR. XR	COS. DIR. YR	COS. DIR. ZR	ANG. FI RZ	ANG. FI RX	ANG. FI RY	ANG. TETA RX	ANG. TETA RY	ANG. TETA RZ
1	3242.8345043	0.9399185	-0.3413990	0.0000000	340.0378672	109.9621303	89.9999975	-19.9621328	-	-
2	3165.3747678	0.9629192	-0.2697901	0.0000000	344.3482234	105.6517741	89.9999975	-15.6517766	-	-
3	3107.6988715	0.9807900	-0.1950666	0.0000000	348.7513887	101.2486088	89.9999975	-11.2486113	-	-
4	3069.4469967	0.9930127	-0.1180071	0.0000000	353.2228984	96.7770990	89.9999975	-6.7771016	-	-
5	3050.3805252	0.9992196	-0.0394993	0.0000000	357.7362668	92.2637307	89.9999975	-2.2637332	-	-
6	3050.3805252	0.9992196	0.0394993	0.0000000	2.2637332	87.7362643	89.9999975	2.2637332	-	-
7	3069.4469967	0.9930127	0.1180071	0.0000000	6.7771016	83.2228959	89.9999975	6.7771016	-	-
8	3107.6988715	0.9807900	0.1950666	0.0000000	11.2486113	78.7513862	89.9999975	11.2486113	-	-
9	3165.3747678	0.9629192	0.2697901	0.0000000	15.6517766	74.3482209	89.9999975	15.6517766	-	-
10	3242.8345043	0.9399185	0.3413990	0.0000000	19.9621328	70.0378647	89.9999975	19.9621328	-	-
Comprimento Total do Cabo nº		1	31271.4713309							

COMPRIMENTOS E COSSENOIS DIRETORES DE REFERÊNCIA DOS ELEMENTOS

EL	COMP.REF. (LR)	COS.DIR.XR	COS.DIR.YR	COS.DIR.ZR	ANG.FI RZ	ANG.FI RX	ANG.FI RY	ANG.TETA RX	ANG.TETA RY	ANG.TETA RZ
1	3242.8345843	0.9399185	-0.3413990	0.0000000	340.0378672	109.9621303	89.9999975	-19.9621328	-	-
2	3165.3747678	0.9629192	-0.2697901	0.0000000	344.3482234	105.6517741	89.9999975	-15.6517766	-	-
3	3107.6988715	0.9807900	-0.1950666	0.0000000	348.7513887	101.2486088	89.9999975	-11.2486113	-	-
4	3069.4469967	0.9930127	-0.1180071	0.0000000	353.2228984	96.7770990	89.9999975	-6.7771016	-	-
5	3050.3805252	0.9992196	-0.0394993	0.0000000	357.7362668	92.2637307	89.9999975	-2.2637332	-	-
6	3050.3805252	0.9992196	0.0394993	0.0000000	2.2637332	87.7362643	89.9999975	2.2637332	-	-
7	3069.4469967	0.9930127	0.1180071	0.0000000	6.7771016	83.2228959	89.9999975	6.7771016	-	-
8	3107.6988715	0.9807900	0.1950666	0.0000000	11.2486113	78.7513862	89.9999975	11.2486113	-	-
9	3165.3747678	0.9629192	0.2697901	0.0000000	15.6517766	74.3482209	89.9999975	15.6517766	-	-
10	3242.8345843	0.9399185	0.3413990	0.0000000	19.9621328	70.0378647	89.9999975	19.9621328	-	-
Comprimento Total do Cabo nº		1	31271.4713309							

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS NOS APOIOS E/OU RECALQUES

NÓ VINC.	TRANSLAÇÃO.X	VALOR PRESC.X	TRANSLAÇÃO.Y	VALOR PRESC.Y	TRANS./ROT. Z	VALOR PRESC.Z
1	1	0.00000	1	0.00000	1	0.00000
11	1	0.00000	1	0.00000	1	0.00000

COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES

Ação Permanente (P) =	1.00
Ação Variável (V) =	1.00
Ação do Vento (W) =	0.00
Ação da Temperatura (T) =	0.00

FORÇAS APLICADAS NOS NÓS DA ESTRUTURA				
NÓ	AÇÕES	FORÇA (X)	FORÇA (Y)	FORÇA (Z)
1	P	0.00000	-762.48768	0.00000
1	V	0.00000	0.00000	0.00000
1	W	0.00000	0.00000	0.00000
1	T	0.00000	0.00000	0.00000
2	P	0.00000	-1506.76225	0.00000
2	V	0.00000	0.00000	0.00000
2	W	0.00000	0.00000	0.00000
2	T	0.00000	0.00000	0.00000
3	P	0.00000	-1474.98780	0.00000
3	V	0.00000	0.00000	0.00000
3	W	0.00000	0.00000	0.00000
3	T	0.00000	0.00000	0.00000
4	P	0.00000	-1452.43231	0.00000
4	V	0.00000	0.00000	0.00000
4	W	0.00000	0.00000	0.00000
4	T	0.00000	0.00000	0.00000
5	P	0.00000	-1438.95505	0.00000
5	V	0.00000	-35600.00000	0.00000
5	W	0.00000	0.00000	0.00000
5	T	0.00000	0.00000	0.00000
6	P	0.00000	-1434.47195	0.00000
6	V	0.00000	0.00000	0.00000
6	W	0.00000	0.00000	0.00000
6	T	0.00000	0.00000	0.00000
7	P	0.00000	-1438.95505	0.00000
7	V	0.00000	0.00000	0.00000
7	W	0.00000	0.00000	0.00000
7	T	0.00000	0.00000	0.00000
8	P	0.00000	-1452.43231	0.00000
8	V	0.00000	0.00000	0.00000
8	W	0.00000	0.00000	0.00000
8	T	0.00000	0.00000	0.00000
9	P	0.00000	-1474.98780	0.00000
9	V	0.00000	0.00000	0.00000
9	W	0.00000	0.00000	0.00000
9	T	0.00000	0.00000	0.00000
10	P	0.00000	-1506.76225	0.00000
10	V	0.00000	0.00000	0.00000
10	W	0.00000	0.00000	0.00000
10	T	0.00000	0.00000	0.00000
11	P	0.00000	-762.48768	0.00000
11	V	0.00000	0.00000	0.00000
11	W	0.00000	0.00000	0.00000
11	T	0.00000	0.00000	0.00000

PROCESSO INCREMENTAL/ITERATIVO	
Número Total de Incrementos:	20
Número Total de Iterações:	1020
0 - Solução Convergiada p/ cada Increm. Saída: 1 - Primeira Iter. p/cada Increm. + Sol.Conver. 2 - Todas Inter. p/cada Increm. + Sol.Conver.	0
Fator da Ação Permanente (P):	0.000000E+00 %
Fator da Ação Variável (V):	0.100000E+02 %
Fator da Ação do Vento (W):	0.000000E+00 %
Fator da Ação da Temperatura (T):	0.000000E+00 %
Fator de Tolerância:	0.100000E+00 %

CONVERGÊNCIA DO PROCESSO INCREMENTAL/ITERATIVO	
Incremento nº:	20
Iteração nº:	1
Código de Convergência: 0 - Convergido. 1 - Convergindo.	1
Norma Resíduo Força:	0.595345E+00 %
Norma Resíduo Deslocamento:	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação Permanente (P):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação Variável (V):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação do Vento (W):	0.000000E+00 %
Porcentagem da Ação da Temperatura (T):	0.000000E+00 %

CONVERGÊNCIA DO PROCESSO INCREMENTAL/ITERATIVO	
Incremento nº:	20
Iteração nº:	2
Código de Convergência: 0 - Convergido. 1 - Convergindo.	1
Norma Resíduo Força:	0.353269E-02 %
Norma Resíduo Deslocamento:	0.640253E+01 %
Porcentagem da Ação Permanente (P):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação Variável (V):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação do Vento (W):	0.000000E+00 %
Porcentagem da Ação da Temperatura (T):	0.000000E+00 %

CONVERGÊNCIA DO PROCESSO INCREMENTAL/ITERATIVO	
Incremento nº:	20
Iteração nº:	3
Código de Convergência: 0 - Convergido. 1 - Convergindo.	1
Norma Resíduo Força:	0.194330E-05 %
Norma Resíduo Deslocamento:	0.424856E+00 %
Porcentagem da Ação Permanente (P):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação Variável (V):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação do Vento (W):	0.000000E+00 %
Porcentagem da Ação da Temperatura (T):	0.000000E+00 %

CONVERGÊNCIA DO PROCESSO INCREMENTAL/ITERATIVO	
Incremento nº:	20
Iteração nº:	4
Código de Convergência: 0 - Convergido. 1 - Convergindo.	0
Norma Resíduo Força:	0.111896E-08 %
Norma Resíduo Deslocamento:	0.283229E-02 %
Porcentagem da Ação Permanente (P):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação Variável (V):	0.100000E+03 %
Porcentagem da Ação do Vento (W):	0.000000E+00 %
Porcentagem da Ação da Temperatura (T):	0.000000E+00 %

COORDENADAS NODAIS DA CONFIGURAÇÃO FINAL DA ESTRUTURA			
		Incremento nº: 20	Iteração nº: 4
NÓ	COORDENADA (X)	COORDENADA (Y)	COORDENADA (Z)
1	0.0000000	0.0000000	0.0000000
2	3098.7159229	-970.2905506	0.0000000
3	6137.5967415	-1870.7944294	0.0000000
4	9134.1694262	-2709.4828458	0.0000000
5	12105.9965574	-3493.1212939	0.0000000
6	15126.7608463	-3042.2260897	0.0000000
7	18140.1297830	-2544.2413379	0.0000000
8	21164.1720047	-1995.9774600	0.0000000
9	24216.8605065	-1393.0864363	0.0000000
10	27316.1418920	-730.0261018	0.0000000
11	30400.0000000	0.0000000	0.0000000

COMPRIMENTOS E COSENOS DIRETORES CORRIGIDOS DOS ELEMENTOS										Incremento nº:	20	Iteração nº:	4	
EL	COMP. REF. (LC)	COS.DIR.CX	COS.DIR.CY	COS.DIR.CZ	ANG.FI.CZ	ANG.FI.CX	ANG.FI.CY	ANG.TETA.CX	ANG.TETA.CY	ANG.TETA.CZ				
1	3247.8762423	0.9543096	-0.2988198	0.0000000	342.6132714	107.3867261	89.9999975	-17.3867286	-	-				
2	3169.4958378	0.9587900	-0.2841158	0.0000000	343.4939969	106.5060006	89.9999975	-16.5060031	-	-				
3	3111.7271915	0.9629934	-0.2695250	0.0000000	344.3639941	105.6360034	89.9999975	-15.6360059	-	-				
4	3073.4894610	0.9669480	-0.2549737	0.0000000	345.2279762	104.7720213	89.9999975	-14.7720238	-	-				
5	3054.2304062	0.9898427	0.1476297	0.0000000	8.4895905	81.5104070	89.9999975	8.4895905	-	-				
6	3054.2398665	0.9866183	0.1630470	0.0000000	9.3838012	80.6161963	89.9999975	9.3838012	-	-				
7	3073.3409557	0.9839592	0.1783934	0.0000000	10.2761960	79.7238015	89.9999975	10.2761960	-	-				
8	3111.6530470	0.9810504	0.1937527	0.0000000	11.1718659	78.8281316	89.9999975	11.1718659	-	-				
9	3169.4154215	0.9778716	0.2092059	0.0000000	12.0758184	77.9241791	89.9999975	12.0758184	-	-				
10	3246.9887953	0.9743976	0.2248317	0.0000000	12.9929830	77.0070145	89.9999975	12.9929830	-	-				
Comprimento Total do Cabo nº		1									31311.5772247			

DESLOCAMENTOS E REAÇÕES NOS NÓS DOS ELEMENTOS							Incremento nº:	20	Iteração nº:	4
NÓ	DESL.X	REAC.X	DESL.Y	REAC.Y	DESL.Z	REAC.Z				
1	0.000000E+00	-0.896926E+05	0.000000E+00	0.288476E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
2	0.507159E+02	0.000000E+00	0.136810E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
3	0.415967E+02	0.000000E+00	0.902929E+02	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
4	-0.983057E+01	0.000000E+00	-0.142187E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
5	-0.860034E+02	0.000000E+00	-0.563609E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
6	-0.113239E+03	0.000000E+00	0.777391E+01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
7	-0.147870E+03	0.000000E+00	0.385271E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
8	-0.171828E+03	0.000000E+00	0.571318E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
9	-0.167139E+03	0.000000E+00	0.568001E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
10	-0.115858E+03	0.000000E+00	0.377074E+03	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00				
11	0.000000E+00	0.896926E+05	0.000000E+00	0.214581E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				

ESFORÇOS SOLICITANTES EM CADA ELEMENTO							Incremento nº:	20	Iteração nº:	4
EL	NÓ (j)			NÓ (k)						
	ESF.NORMAL	ESF.CORTANTE	MOM.FLETOR	ESF.NORMAL	ESF.CORTANTE	MOM.FLETOR				
1	0.938606E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.938606E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
2	-0.935477E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.935477E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
3	-0.923948E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.923948E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
4	-0.927585E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.927585E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
5	-0.906833E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.906833E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
6	-0.909091E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.909091E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
7	-0.911548E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.911548E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
8	-0.914251E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.914251E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
9	-0.917223E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.917223E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				
10	-0.920493E+05	0.000000E+00	0.000000E+00	0.920493E+05	0.000000E+00	0.000000E+00				

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO										Elemento nº	1	Incremento nº:	20	Iteração nº:	4	Código de Convergência:	0
FATIA	NÓ (j)				NÓ (k)				OBSERVAÇÃO								
	DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL	TENSAO	DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL	TENSAO		NÓ: j - k							
6	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	PATAMAR: 1 - 1								
4	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	PATAMAR: 1 - 1								
3	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	PATAMAR: 1 - 1								
2	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	PATAMAR: 1 - 1								
1	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	0.130803408E-02	0.000000000E+00	0.130803408E-02	17138.38567	PATAMAR: 1 - 1								

DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM CADA ELEMENTO										Elemento nº	2	Incremento nº:	20	Iteração nº:	4	Código de Convergência:	0
FATIA	NÓ (j)				NÓ (k)				OBSERVAÇÃO								
	DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL	TENSAO	DEF.ELÁSTICA	DEF.PLÁSTICA	DEF.TOTAL	TENSAO		NÓ: j - k							
6	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	PATAMAR: 1 - 1								
5	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	PATAMAR: 1 - 1								
4	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	PATAMAR: 1 - 1								
3	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	PATAMAR: 1 - 1								
2	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	PATAMAR: 1 - 1								
1	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	0.130192166E-02	0.000000000E+00	0.130192166E-02	17058.29840	PATAMAR: 1 - 1								

