



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

**SÍNTESE DE CAMPOS SONOROS ATRAVÉS
DOS MODOS DE RADIAÇÃO ATIVOS E
REATIVOS DE ARRANJOS PLANARES DE
FONTES ACÚSTICAS**

CLINTON ANDRÉ MERLO

Belo Horizonte
Dezembro de 2018

CLINTON ANDRÉ MERLO

**SÍNTESE DE CAMPOS SONOROS ATRAVÉS
DOS MODOS DE RADIAÇÃO ATIVOS E
REATIVOS DE ARRANJOS PLANARES DE
FONTES ACÚSTICAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Projeto Mecânico

ORIENTADOR: EDUARDO BAUZER MEDEIROS
COORIENTADOR: ALEXANDER MATTIOLI PASQUAL

Belo Horizonte
Dezembro de 2018

© 2018, Clinton André Merlo.
Todos os direitos reservados.

M565s

Merlo, Clinton André.
Síntese de campos sonoros através dos modos de radiação ativos e reativos de arranjos planares de fontes acústicas [manuscrito] / Clinton André Merlo. – 2018.
xxix, 192 f., enc.: il.

Orientador: Eduardo Bauzer Medeiros.
Coorientador: Alexander Mattioli Pasqual.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndices: f. 164-192.

Bibliografia: f. 155-163.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Projetos mecânicos - Teses. 3. Acústica - Teses. 4. Camada limite turbulenta - Teses. I. Medeiros, Eduardo Bauzer. II. Pasqual, Alexander Mattioli. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 621(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA
Av. Antônio Carlos, 6627 - Campus Universitário
31270-901 - Belo Horizonte - MG
Tel.: +55 31 3409.5145
E-mail: cpgmec@demec.ufmg.br

**"SÍNTESE DE CAMPOS SONOROS ATRAVÉS DOS MODOS DE
RADIÇÃO ATIVOS E REATIVOS DE ARRANJOS PLANARES DE
FONTES ACÚSTICAS"**

CLINTON ANDRÉ MERLO

Tese submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Doutor em Engenharia Mecânica", na área de concentração de "Projeto Mecânico".

Tese aprovada no dia 20 de dezembro de 2018.

Por:

Prof. Eduardo Bauzer Medeiros
Orientador - Departamento de Engenharia Mecânica/ UFMG

Prof. Alexander Mattioli Pasqual
Co-orientador - Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Prof. Luiz Carlos Sandoval Góes
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Prof. Gustavo Paulinelli Guimaraes
Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. Ester Naves Machado Borges
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Guilherme de Souza Papini
Departamento de Engenharia Mecânica/ UFMG

*A minha esposa,
Raquel.*

*As minhas filhas,
Emily e Giuliana.*

Agradecimentos

A todos os professores e funcionários, que de alguma forma contribuíram durante este período.

Em especial, agradeço aos professores

Alexander Mattioli Pasqual

e Eduardo Bauzer Medeiros

pela orientação, amizade

e paciência.

A todos os amigos e amigas pós-graduandos

pelo companheirismo e força.

A toda minha família, em especial

a minha esposa e filhas

pelo amor e incentivo.

*“Jamais considere seus estudos como uma obrigação,
mas como uma oportunidade invejável (...)
para aprender a conhecer a influência
libertadora da beleza do reino do espírito,
para seu próprio prazer pessoal
e para proveito da comunidade
à qual seu futuro trabalho pertencer.”*
(Albert Einstein)

Resumo

Este trabalho investiga como os modos de radiação ativos e reativos de arranjos planares de alto-falantes podem ser usados na síntese de campos sonoros gerados por ondas planas que incidem sobre um painel plano e rígido, assim como na síntese dos campos de pressão aleatórios gerados pelos modelos difuso e camada limite turbulenta (TBL). Qualquer campo sonoro gerado por um arranjo de alto-falantes pode ser decomposto em seus modos de radiação, que estão relacionados às suas eficiências de radiação. Classicamente, os modos de radiação acústica são definidos para condições de campo livre e distante, logo, apenas a parcela ativa da potência sonora é considerada. Entretanto, quando a síntese do campo de pressão ocorre em campo próximo, a parcela reativa da potência sonora deve ser considerada, a qual tem sido pouco explorada na literatura. Desta forma, a originalidade deste trabalho consiste no uso dos modos de radiação reativos nos problemas de síntese sonora de campo próximo. As matrizes de transferência acústica e velocidade de partícula do modelo acústico, as quais conduzem à matriz que acopla a potência sonora, são determinadas através de simulações numéricas envolvendo o método dos elementos finitos. Os modos de radiação ativos e reativos são, respectivamente, os autovetores da parte real e imaginária da matriz que acopla a potência sonora do modelo acústico. A matriz modal é incorporada ao método de síntese para viabilizar uma regularização através dos modos de radiação ativos e reativos mais eficientes. Pela análise das métricas de controle, para diversas simulações numéricas com e sem regularização, é possível verificar a viabilidade do modelo acústico em reproduzir campos de pressão aleatórios cujas propriedades estatísticas espaciais são semelhantes às dos campos de pressão difuso e TBL.

Palavras-chave: monopolos, ondas planas, campo de pressão aleatório, modos de radiação acústica, síntese sonora, camada limite turbulenta, modelo de Corcos.

Abstract

This work investigates how the active and reactive radiation modes of planar loudspeaker arrays can be used in the synthesis of sound fields generated by plane waves impinging on a rigid flat panel, as well as in the synthesis of the random pressure fields generated by diffuse and turbulent boundary layer (TBL) models. Any sound field generated by a source array can be decomposed into its radiation modes, which are related to its radiation efficiencies. Classically, acoustic radiation modes are defined for free far-field condition, so only the active portion of the sound power is considered. However, when the synthesis of the pressure field occurs in the near-field, the reactive portion of the sound power must be considered, which has been little explored in the literature. In this way, the originality of this work consists of the use of the reactive radiation modes in the problems of near-field sound synthesis. The acoustic transfer and particle velocity matrices of the acoustic model, which lead to the matrix that couples the sound power, are determined by numerical simulations involving the finite element method. The active and reactive radiation modes are, respectively, the eigenvectors of the real and imaginary part of the matrix that couples the sound power of the acoustic model. The modal matrix is incorporated into the synthesis method to enable regularization through the most efficient active and reactive radiation modes. By analyzing the control metrics, for several numerical simulations with and without regularization, it is possible to verify the viability of the acoustic model in reproducing random pressure fields whose spatial statistical properties are similar to those of the diffuse and TBL fields.

Keywords: monopoles, plane waves, random pressure field, acoustic radiation modes, sound synthesis, turbulent boundary layer, Corcos model.

Lista de Símbolos

ω	frequência angular
k	número de onda acústica
c	velocidade do som
ρ	densidade instantânea
ρ_0	densidade de equilíbrio
\mathcal{B}	módulo volumétrico de elasticidade
s	taxa de variação da densidade do fluido ou condensação
\mathbf{r}	vetor de posição espacial
$p(\mathbf{r}, t)$	pressão acústica na posição \mathbf{r} e instante t
$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$	velocidade de partícula na posição \mathbf{r} e instante t
$\nabla \cdot (\cdot)$	operador divergente
$\nabla^2(\cdot)$	operador laplaciano
\mathbf{k}	vetor de propagação acústico
k_x, k_y, k_z	número de onda espacial nas direções x , y e z
$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$	força externa na posição \mathbf{r} e instante t
Q	velocidade de volume do monopolo
ψ	ângulo polar de incidência da onda plana

θ	ângulo azimutal de incidência da onda plana
\mathbf{Z}_m	impedância mecânica
\mathbf{Z}_r	impedância de radiação
$\langle \Pi \rangle$	potência sonora complexa média no tempo
Π	potência sonora complexa total
d	distância entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste
\tilde{d}	distância do arranjo de fontes para determinação dos ARMs
$\mathbf{A}_{\tilde{d}}, \mathbf{A}_d$	matrizes de transferência acústica
\mathbf{A}_d^\dagger	pseudo-inversa da matriz \mathbf{A}_d
$\mathbf{B}_{\tilde{d}}$	matriz que acopla a velocidade de partícula no modelo acústico
$\mathbf{W}_{\tilde{d}}$	matriz que acopla a potência sonora no modelo acústico
$\tilde{\Psi}_{\tilde{d}}$	matriz composta pelos FFARMs e NFARMs mais eficientes
$\tilde{\alpha}$	vetor das contribuições dos ARMs mais eficientes
$\tilde{\alpha}^*$	vetor de espectro das contribuições dos ARMs mais eficientes
\mathbf{q}	vetor de velocidade das fontes sonoras
\mathbf{q}^*	vetor de espectro de velocidade das fontes sonoras
E_{MQ}	erro relativo do campo de pressão sintetizado (sem regularização)
E_{TSVD}, E_{ARM}	erro relativo do campo de pressão sintetizado (com regularização)
\mathbf{p}_d	vetor do campo de pressão “alvo”
$r_\epsilon(\mathbf{A}_d, \epsilon)$	posto numérico da matriz \mathbf{A}_d
$\kappa(\mathbf{A}_d)$	número de condição da matriz \mathbf{A}_d
σ	eficiência de radiação acústica

ϕ	ângulo de variação do modo de radiação acústica
$C(r, \tau)$	função de correlação cruzada
$R(\tau)$	função de autocorrelação
$S(r, \omega)$	densidade espectral cruzada
$S_0(\omega)$	densidade espectral de potência
$S_0^*(f)$	densidade espectral experimental
$R(r, \omega)$	função de correlação espacial
L_x	comprimento de correlação transversal ou direção x
L_y	comprimento de correlação longitudinal ou direção y
Re_y	número de Reynolds
St	número de Strouhal
$\overline{p^2}$	pressão quadrática média
U_∞	velocidade do escoamento livre
U_c	velocidade de convecção da camada limite
U_τ	velocidade de fricção da camada limite
q_∞	pressão dinâmica
δ	espessura da camada limite
δ^*	espessura de deslocamento da camada limite
τ_w	tensão de cisalhamento
C_f	coeficiente de fricção
δ_m	resolução espacial
$l_x^{\text{mic}}, l_y^{\text{mic}}$	comprimento do arranjo de microfones nas direções x e y

$l_x^{\text{fonte}}, l_y^{\text{fonte}}$	comprimento do arranjo de fontes sonoras nas direções x e y
m_x, m_y	quantidade de microfones nas direções x e y
m	quantidade total de microfones no arranjo
n_x, n_y	quantidade de fontes sonoras nas direções x e y
n	quantidade total de fontes sonoras no arranjo
\tilde{n}	quantidade de ARMs (ativos e/ou reativos) mais eficientes
f_{alias}	frequência de <i>aliasing</i> espacial
$\theta(r_y, \omega)$	função de fase do modelo de Corcos
\mathbf{w}	vetor de espectro do campo de pressão “alvo”
\mathbf{y}	vetor de espectro do campo de pressão sintetizado (sem regularização)
$\tilde{\mathbf{y}}$	vetor de espectro do campo de pressão sintetizado (com regularização)
\mathbf{x}	vetor de espectro dos sinais de referência
\mathbf{e}	vetor de espectro dos sinais de erro (sem regularização)
$\tilde{\mathbf{e}}$	vetor de espectro dos sinais de erro (com regularização)
\mathbf{D}	matriz de filtros de moldagem
\mathbf{Q}	matriz de autovetores da decomposição da matriz \mathbf{S}_{ww}
$\mathbf{\Lambda}$	matriz de autovalores da decomposição da matriz \mathbf{S}_{ww}
\mathbf{M}	matriz de filtros de controle (sem regularização)
$\tilde{\mathbf{M}}$	matriz de filtros de controle (com regularização)
\mathbf{S}_{ww}	matriz de densidade espectral do campo de pressão “alvo”
\mathbf{S}_{xx}	matriz de densidade espectral dos sinais de referência
\mathbf{S}_{yy}	matriz de densidade espectral do campo sintetizado (sem regularização)

$\mathbf{S}_{\hat{y}\hat{y}}$	matriz de densidade espectral do campo sintetizado (com regularização)
\mathbf{S}_{ee}	matriz de densidade espectral dos sinais de erro (sem regularização)
$\mathbf{S}_{\tilde{e}\tilde{e}}$	matriz de densidade espectral dos sinais de erro (com regularização)
$\ \overline{\mathbf{q}^{*2}}\ $	norma da velocidade quadrática média (sem regularização)
$\ \tilde{\mathbf{q}}^{*2}\ $	norma da velocidade quadrática média (com regularização)
\hat{J}_e	erro quadrático médio (sem regularização)
$\hat{J}_{\tilde{e}}$	erro quadrático médio (com regularização)
$\varepsilon_{\mathbf{y}}$	erro residual (sem regularização)
$\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$	erro residual (com regularização)

Lista de Siglas

ARM	<i>Acoustic Radiation Modes</i>
FFARMs	<i>Far-Field Acoustic Radiation Modes</i>
NFARMs	<i>Near-Field Acoustic Radiation Modes</i>
MQ	Método dos Mínimos Quadrados
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
TSVD	<i>Truncated Singular Value Decomposition</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
TBL	<i>Turbulent Boundary Layer</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
CSD	<i>Cross Spectral Density</i>
POD	<i>Proper Orthogonal Decomposition</i>

Lista de Figuras

1.1	Câmaras reverberante e anecoica para a medição da perda de transmissão sonora em painéis (Donadon et al., 2008).	2
1.2	Painéis de teste montados em um túnel de vento anecoico (Cabell et al., 2003).	3
1.3	Representação, simplificada, do sistema de ensaio de transparência acústica baseado em síntese do campo de pressão alvo (Fonte: o autor).	4
1.4	Fotografias de (a) um sistema experimental de síntese sonora, (a,b) resposta de velocidade e (a-c) resposta acústica (Bravo & Maury, 2011).	5
1.5	Representação do sistema de síntese sonora do campo de pressão alvo (Fonte: o autor).	8
2.1	Frente de onda plana em duas dimensões (Fahy, 2001).	15
2.2	Esquema de radiação de uma fonte monopolar (Gerges, 1992).	17
2.3	Esquema de fonte monopolar e sua imagem (Kinsler et al., 1982).	19
2.4	Campo de pressão (teórico) gerado por uma onda plana (Fonte: o autor).	27
2.5	Campo de pressão (aproximado) sem regularização (Fonte: o autor).	27
2.6	Campo de pressão (aproximado) com regularização TSVD (Fonte: o autor).	28
2.7	(a) $\ \mathbf{q}_{MQ}\ $ e (b) $\ \mathbf{q}_{TSVD}\ $ como função da inclinação para algumas distâncias d e frequência fixa de 400 Hz (Fonte: o autor).	29
2.8	(a) E_{MQ} e (b) E_{TSVD} como função da inclinação para algumas distâncias d e frequência fixa de 400 Hz (Fonte: o autor).	29
2.9	(a) $\ \mathbf{q}_{MQ}\ $ e (b) $\ \mathbf{q}_{TSVD}\ $ como função da inclinação para algumas frequências e distância fixa $d = 0,2$ m (Fonte: o autor).	30
2.10	(a) E_{MQ} e (b) E_{TSVD} como função da inclinação para algumas frequências e distância fixa $d = 0,2$ m (Fonte: o autor).	30
2.11	Variação do E_{MQ} para uma distância $d = 0,2$ m entre o arranjo de fontes e o painel de teste (Fonte: o autor).	31

2.12	Varição da $\ \mathbf{q}_{MQ}\ $ para uma distância $d = 0,2$ m entre o arranjo de fontes e o painel de teste (Fonte: o autor).	31
2.13	Número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ em função da distância e frequência (Fonte: o autor).	32
2.14	(a) E_{MQ} e (b) $\ \mathbf{q}_{MQ}\ $ em função da frequência para várias densidades de fontes monopulares no modelo acústico com 30×30 pontos de medição (Fonte: o autor).	32
2.15	Número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ em função da frequência para várias densidades de fontes monopulares no modelo acústico com 30×30 pontos de medição (Fonte: o autor).	33
2.16	(a) E_{MQ} e $\ \mathbf{q}_{MQ}\ $ em função da frequência para várias densidades de pontos de medição no modelo acústico com 5×5 fontes monopulares (Fonte: o autor).	34
2.17	Número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ em função da frequência para várias densidades de pontos de medição no modelo acústico com 5×5 fontes monopulares (Fonte: o autor).	34
3.1	(a) Arranjo de 5×5 fontes sonoras e painel rígido de teste; (b) arranjo de 30×30 pontos de medição em $z = \tilde{d}$ com resolução espacial de $\delta_m = 0,0167$ m; (c) condição de contorno $\rho_0 c$ aplicada às superfícies que conectam os dois planos rígidos; (d) malha do modelo acústico composta por 50100 elementos tetraédricos para uma frequência de operação de até 2170 Hz (Fonte: o autor).	49
3.2	(a) Distribuição da componente normal da velocidade de partícula e (b) distribuição da pressão sonora sobre uma superfície em $z = \tilde{d}$ (Fonte: o autor).	50
3.3	Eficiência ativa σ^A como função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	51
3.4	Eficiência reativa σ^R como função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	52
3.5	Eficiência ativa σ^A como função da distância \tilde{d} para uma frequência fixa de 800 Hz (Fonte: o autor).	52
3.6	Eficiência reativa σ^R como função da distância \tilde{d} para uma frequência fixa de 800 Hz (Fonte: o autor).	53
3.7	Comportamento dos subespaços de radiação ativos em função da frequência para uma distância fixa $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	54
3.8	Comportamento dos subespaços de radiação reativos em função da frequência para uma distância fixa $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	54

3.9	Comportamento dos subespaços de radiação ativos em função da distância para uma frequência fixa de 800 Hz (Fonte: o autor).	55
3.10	Comportamento dos subespaços de radiação reativos em função da distância para uma frequência fixa de 800 Hz (Fonte: o autor).	55
3.11	(a) Norma da solução e (b) erro de aproximação como função da quantidade de ARMs usados na síntese de uma onda plana a 800 Hz com $\theta = 90^\circ$ e $d=0,1$ m (Fonte: o autor).	56
3.12	$\ \mathbf{q}_{\text{ARM}}\ $ como função da quantidade de ARMs e frequência para uma distância fixa $d=0,1$ m e $\theta = 90^\circ$ (Fonte: o autor).	57
3.13	E_{ARM} como função da quantidade de ARMs e frequência para uma distância fixa $d=0,1$ m e $\theta = 90^\circ$ (Fonte: o autor).	57
3.14	$\ \mathbf{q}_{\text{ARM}}\ $ como função da quantidade de ARMs e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m e 400 Hz (Fonte: o autor).	57
3.15	E_{ARM} como função da quantidade de ARMs e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m e 400 Hz (Fonte: o autor).	58
3.16	$\kappa(\mathbf{A}_d)$ como função da distância d e frequência (Fonte: o autor).	58
3.17	$\ \mathbf{q}_{\text{MQ}}\ $ como função da frequência e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m (Fonte: o autor).	59
3.18	$\ \mathbf{q}_{\text{ARM}}\ $ como função da frequência e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m (Fonte: o autor).	60
3.19	E_{MQ} como função da frequência e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m (Fonte: o autor).	60
3.20	E_{ARM} como função da frequência e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m (Fonte: o autor).	61
3.21	(a) E_{MQ} , E_{ARM} e (b) $\ \mathbf{q}_{\text{MQ}}\ $, $\ \mathbf{q}_{\text{ARM}}\ $ como função da inclinação para duas distâncias d e frequência 800 Hz (Fonte: o autor).	61
3.22	(a) E_{MQ} , E_{ARM} e (b) $\ \mathbf{q}_{\text{MQ}}\ $, $\ \mathbf{q}_{\text{ARM}}\ $ como função da frequência para duas distâncias d e inclinação $\theta = 0^\circ$ (Fonte: o autor).	62
3.23	(a) E_{ARM} , E_{NFARM} e E_{FFARM} e (b) $\ \mathbf{q}_{\text{ARM}}\ $, $\ \mathbf{q}_{\text{NFARM}}\ $ e $\ \mathbf{q}_{\text{FFARM}}\ $ como função da frequência para duas distâncias d e inclinação $\theta = 0^\circ$ (Fonte: o autor).	62
3.24	Distribuição espacial da amplitude dos 25 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os cinco primeiros FFARMs e NFARMs a 200 Hz e $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	63

3.25	Distribuição espacial da pressão acústica referente a (a) onda plana alvo, (b) onda plana sintetizada sem regularização (MQ), (c) até (k) onda plana sintetizada usando um número crescente de FFARMs e/ou NFARMs para uma inclinação fixa $\theta = 0^\circ$ (incidência normal) e 200 Hz (Fonte: o autor).	64
4.1	Sistema de coordenadas esféricas (Rafaely, 2000).	68
4.2	Incidência da onda plana nos pontos r_1 e r_2 (Rafaely, 2000).	69
4.3	Desenvolvimento da camada limite sobre uma placa plana incluindo a transição da camada limite laminar para a turbulenta. (Bergman et al., 2011).	74
4.4	Exemplo de pressão parietal (em Pa) instantânea sintetizada em um painel submetido a um escoamento turbulento subsônico (Pachebat et al., 2014).	77
4.5	Sistema de coordenadas espaciais (x, y, z) utilizada para análise do escoamento turbulento sobre um painel plano de teste (Fonte: o autor).	80
4.6	Densidade espectral de Robertson como função da frequência para alguns números de Mach (Fonte: o autor).	84
4.7	Densidade espectral de Efimtsov como função da frequência para alguns números de Mach (Fonte: o autor).	85
4.8	Pressão quadrática média, obtida a partir da integração numérica na frequência, dos modelos de Robertson e Efimtsov em função do número de Mach (Fonte: o autor).	85
4.9	Correlação teórica como função da distância de separação normalizada entre dois pontos de medição (microfones) sobre um painel, para o campo difuso e TBL (Corcos sem o efeito da fase) com $U_\infty = 240,1$ m/s e frequência de (a) 500 Hz e (b) 1000 Hz (Fonte: o autor).	87
4.10	Correlação teórica como função da distância de separação normalizada entre dois pontos de medição (microfones) sobre um painel, para o campo difuso e TBL (Corcos com o efeito da fase) com $U_\infty = 240,1$ m/s e frequência de (a) 500 Hz e (b) 1000 Hz (Fonte: o autor).	88
5.1	Arranjo bidimensional de microfones posicionados sobre um painel de teste submetido, por exemplo, a um campo de pressão parietal alvo gerado pela excitação TBL e vetor \mathbf{w} , formado pelos espectros de saída dos sensores (Fonte: o autor).	91

5.2	Representação simplificada do sistema de síntese sonora aleatória, no domínio da frequência, o qual é composto pelos sinais de referência \mathbf{x} que excitam a matriz de filtros de controle \mathbf{M} , cujos sinais de saída, armazenados em \mathbf{q}^* , acionam otimamente, quando transformados para o domínio do tempo, os alto-falantes do arranjo, gerando o campo de pressão aproximado sobre o arranjo de microfones, cujos sinais de saída são armazenados como espectros de pressão no vetor \mathbf{y} (Fonte: o autor).	93
5.3	Diagrama em blocos do sistema de síntese (sem regularização) do campo de pressão aleatório “alvo” (adaptado de Elliott et al. (2005)).	93
5.4	Diagrama em blocos do sistema de síntese (com regularização NFARMs e FFARMs) do campo de pressão aleatório “alvo” (adaptado de Elliott et al. (2005)).	97
5.5	$\kappa(\mathbf{A}_d)$ como função da frequência para $d = 0,1$ m (Fonte: o autor).	112
5.6	(a) Limite superior de frequência f_{dif} para aproximação de um campo de pressão difuso em função do número total de fontes acústicas n_{dif} e (b) limite superior de frequência f^{TBL} na direção transversal (<i>spanwise</i>) e longitudinal (<i>streamwise</i>) do escoamento turbulento para aproximação de um campo de pressão TBL em função do número de fontes acústicas n_x^{TBL} e n_y^{TBL} , respectivamente (Fonte: o autor).	112
5.7	(a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão difuso para uma frequência de referência de 550 Hz (Fonte: o autor).	113
5.8	(a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão parietal gerado pela TBL a Mach 0,7 e frequência de referência de 75 Hz (Fonte: o autor).	113
5.9	Estruturas de correlação espacial a 550 Hz (esquerda), 700 Hz (meio) e 1325 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo acústico difuso é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 5×5 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 30×30 microfones (Fonte: o autor).	114

5.10	Estruturas de correlação espacial a 75 Hz (esquerda), 100 Hz (meio) e 200 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo TBL a Mach 0,7 ($U_\infty = 240,1$ m/s) é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 5×5 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 30×30 microfones (Fonte: o autor).	115
5.11	Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	116
5.12	Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	116
5.13	Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	117
5.14	Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	117
5.15	Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	118
5.16	Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	118
5.17	(a) Arranjo de 10×10 fontes sonoras e painel rígido de teste; (b) condição de contorno $\rho_0 c$ aplicada às superfícies que conectam os dois planos rígidos; (c) arranjo de 25×31 pontos de medição em $z = \tilde{d}$ com resolução espacial de $\delta_m = 0,03$ m; (d) malha do modelo acústico composta por 211147 elementos tetraédricos para um frequência de operação de até 2170 Hz (Fonte: o autor).	122
5.18	$\kappa(\mathbf{A}_d)$ como função da frequência para $d = 0,1$ m (Fonte: o autor).	123

5.19	(a) Limite superior de frequência f_{dif} para aproximação de um campo de pressão difuso em função do número total de fontes acústicas n_{dif} e (b) limite superior de frequência f^{TBL} na direção transversal (<i>spanwise</i>) e longitudinal (<i>streamwise</i>) do escoamento turbulento para aproximação de um campo de pressão TBL em função do número de fontes acústicas n_x^{TBL} e n_y^{TBL} , respectivamente (Fonte: o autor).	123
5.20	(a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão difuso para uma frequência de referência de 550 Hz (Fonte: o autor). . . .	124
5.21	(a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão parietal gerado pela TBL a Mach 0,7 e frequência de referência de 75 Hz (Fonte: o autor).	124
5.22	Eficiência ativa σ^A como função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	125
5.23	Eficiência reativa σ^R como função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	125
5.24	Distribuição espacial da amplitude dos 100 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os doze primeiros FFARMs a 100 Hz e $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	126
5.25	Distribuição espacial da amplitude dos 100 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os doze primeiros NFARMs a 100 Hz e $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).	127
5.26	Estruturas de correlação espacial a 550 Hz (esquerda), 700 Hz (meio) e 1975 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo acústico difuso é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 10×10 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 25×31 microfones (Fonte: o autor).	128
5.27	Estruturas de correlação espacial a 75 Hz (esquerda), 150 Hz (meio) e 200 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo TBL a Mach 0,7 ($U_\infty = 240,1$ m/s) é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 10×10 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 25×31 microfones (Fonte: o autor).	129

5.28	Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	130
5.29	Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	130
5.30	Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	131
5.31	Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	131
5.32	Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	132
5.33	Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	132
5.34	(a) Arranjo de 20×10 fontes sonoras e painel rígido de teste; (b) condição de contorno $\rho_0 c$ aplicada às superfícies que conectam os dois planos rígidos; (c) arranjo de 25×19 pontos de medição em $z = \tilde{d}$ com resolução espacial de $\delta_m = 0,02$ m; (d) malha do modelo acústico composta por 431911 elementos tetraédricos para uma frequência de operação de até 6000 Hz (Fonte: o autor).	136
5.35	$\kappa(\mathbf{A}_d)$ como função da frequência para $d = 0,1$ m (Fonte: o autor).	137
5.36	(a) Limite superior de frequência f_{dif} para aproximação de um campo de pressão difuso em função do número total de fontes acústicas n_{dif} e (b) limite superior de frequência f^{TBL} na direção transversal (<i>spanwise</i>) e longitudinal (<i>streamwise</i>) do escoamento turbulento para aproximação de um campo de pressão TBL em função do número de fontes acústicas n_x^{TBL} e n_y^{TBL} , respectivamente (Fonte: o autor).	137

5.37	(a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão difuso para uma frequência de referência de 800 Hz (Fonte: o autor).	138
5.38	(a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão parietal gerado pela TBL a Mach 0,7 e frequência de referência de 140 Hz (Fonte: o autor).	138
5.39	Eficiência ativa σ^A como função da frequência para $\tilde{d} = 0,098$ m (Fonte: o autor).	139
5.40	Eficiência reativa σ^R como função da frequência para $\tilde{d} = 0,098$ m (Fonte: o autor).	139
5.41	Distribuição espacial da amplitude dos 200 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os doze primeiros FFARMs a 140 Hz e $\tilde{d} = 0,098$ m (Fonte: o autor).	140
5.42	Distribuição espacial da amplitude dos 200 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os doze primeiros NFARMs a 140 Hz e $\tilde{d} = 0,098$ m (Fonte: o autor).	141
5.43	Estruturas de correlação espacial a 800 Hz (esquerda), 1200 Hz (meio) e 5000 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo acústico difuso é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 20×10 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 25×19 microfones (Fonte: o autor).	142
5.44	Estruturas de correlação espacial a 140 Hz (esquerda), 300 Hz (meio) e 640 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo TBL a Mach 0,7 ($U_\infty = 240,1$ m/s) é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 20×10 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 25×19 microfones (Fonte: o autor).	143
5.45	Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	144
5.46	Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	144

5.47	Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).	145
5.48	Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	145
5.49	Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	146
5.50	Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).	146
5.51	$\kappa(\mathbf{A}_d)$ dos modelos em função da frequência para duas distâncias (Fonte: o autor).	148
5.52	Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência para duas distâncias, associada a síntese (MQ) do campo de pressão (a) difuso e (b) TBL para dois números de Mach (Fonte: o autor).	148
5.53	Erro quadrático médio, em função da frequência para duas distâncias, associado a síntese (MQ) do campo de pressão (a) difuso e (b) TBL para dois números de Mach (Fonte: o autor).	149
5.54	Erro residual, em função da frequência para duas distâncias, associado a síntese (MQ) do campo de pressão (a) difuso e (b) TBL para dois números de Mach (Fonte: o autor).	149

Lista de Tabelas

2.1	Fatores que impactam no processo de síntese de campos sonoros através de arranjos de fontes monopolares.	34
3.1	Síntese de uma onda plana a 200 Hz e inclinada de $\theta = 0^\circ$	65
3.2	Fatores que impactam no processo de síntese sonora via ARMs.	65
4.1	Parâmetros aerodinâmicos aproximados para o escoamento de ar sobre uma superfície plana, para diversos números de Mach.	83

Sumário

Agradecimentos	vi
Resumo	viii
Abstract	ix
Lista de Símbolos	x
Lista de Siglas	xv
Lista de Figuras	xvi
Lista de Tabelas	xxvi
1 Introdução	1
1.1 Síntese de Campos Sonoros	1
1.2 Objetivo Geral	7
1.3 Objetivos Específicos	8
1.4 Organização da Tese	9
2 Síntese Sonora através de Arranjos de Fontes Elementares	11
2.1 Equação de Onda Acústica	11
2.1.1 Onda Plana Harmônica	13
2.1.2 Decomposição de Campo Sonoro em Ondas Planas	15
2.2 Monopolos e Método das Fontes Imagem	16
2.3 Síntese de Campos Sonoros	20
2.3.1 Modelo Acústico	20
2.3.2 Problema Inverso	21
2.3.3 Problema Inverso Regularizado via TSVD	22
2.3.4 Métricas de Controle da Síntese Sonora	24

2.4	Simulações Numéricas	26
3	Síntese Sonora usando FFARMs e NFARMs	36
3.1	Impedância de Radiação	37
3.2	Modos de Radiação Acústica	40
3.2.1	Matriz Modal	43
3.2.2	Subespaços de Radiação Acústica	43
3.3	Síntese de Campos Sonoros	44
3.3.1	Modelo Acústico	45
3.3.2	Problema Inverso Regularizado via ARMs	46
3.3.3	Modelagem MEF do Modelo Acústico	47
3.4	Simulações Numéricas	50
4	Campos de Pressão Aleatórios	67
4.1	Campo de Pressão Difuso	67
4.1.1	Caracterização do Campo Difuso	68
4.1.2	Função de Correlação Cruzada	69
4.1.3	Densidade Espectral Cruzada	71
4.1.4	Função de Autocorrelação	72
4.2	Campo de Pressão TBL	73
4.2.1	Conceito de Camada Limite Turbulenta	73
4.2.2	TBL como Fonte de Ruído	75
4.2.3	Interpretação Estatística da TBL	76
4.2.4	Modelos TBL para Análise Acústica	78
4.2.4.1	Modelo de Corcos	79
4.2.4.2	Modelo de Robertson	81
4.2.4.3	Modelo de Efimtsov	82
4.2.4.4	Comparação dos Modelos de Robertson e Efimtsov	83
4.3	Correlação Espacial dos Modelos Difuso e Corcos	86
5	Síntese de Campos de Pressão Aleatórios	89
5.1	Método de Síntese Sonora Aleatória	90
5.1.1	Formulação Teórica	90
5.1.2	Regularização da Síntese Sonora	95
5.1.3	Métricas de Controle	99
5.1.3.1	Erro Quadrático Médio	99
5.1.3.2	Erro Residual	100
5.1.3.3	Norma da Velocidade Quadrática Média	101

5.2	Limitações da Síntese Sonora Aleatória	103
5.2.1	Decomposição Ortogonal Própria	104
5.2.2	Número de Fontes Acústicas	105
5.3	Simulações Numéricas	108
5.3.1	Modelo Acústico (25×900)	109
5.3.2	Modelo Acústico (100×775)	119
5.3.3	Modelo Acústico (200×475)	133
5.3.4	Comparação dos Modelos Acústicos	147
6	Conclusões	150
6.1	Trabalhos Futuros	153
	Referências Bibliográficas	155
	Apêndice A Programas usados no capítulo 2	164
	Apêndice B Programas usados no capítulo 3	169
	Apêndice C Programas usados no capítulo 5	182
	Apêndice D Publicações do autor	192

Capítulo 1

Introdução

1.1 Síntese de Campos Sonoros

O conforto acústico no interior de veículos aéreos e terrestres ocupa um papel cada vez mais importante no projeto e desenvolvimento dos meios de transporte de passageiros, tais como automóveis, aeronaves e trens. O ruído que atinge os usuários destas máquinas origina-se tanto do próprio funcionamento do veículo e do escoamento do fluido ao seu redor, quanto de fontes vibratórias e acústicas externas a ele, as quais produzem ondas mecânicas que se propagam pelo solo e/ou pelo ar (ruído aéreo) e são transmitidas ao interior do veículo.

Face aos elevados níveis sonoros nos ambientes urbanos, o ruído do tipo aéreo, proveniente de fontes externas, tende a ser preponderante em meios de transporte terrestre. Além disso, uma das principais causas da geração de ruído de cabine em aeronaves é o escoamento turbulento que se desenvolve sobre a superfície da fuselagem (Bhat & Wilby, 1971). Recentemente, esta fonte aeroacústica foi apontada como sendo mais significativa que o ruído de jato e o gerado pelo sistema de ar condicionado no interior de aeronaves (Hu et al., 2013). Deste modo, os níveis sonoros no interior de veículos aéreos e terrestres podem ser apreciavelmente reduzidos utilizando painéis que proporcionem um isolamento acústico adequado. Esta solução também pode ser aplicada a outros setores de atividade, tais como na construção civil, onde se busca o conforto acústico em ambientes construídos; ou ainda no combate ao ruído em ambientes industriais através do enclausuramento de fontes sonoras.

A obtenção de sistemas acústicos, utilizados em ensaios de transparência sonora, requer a modelagem detalhada dos fenômenos vibroacústicos intervenientes e o estabelecimento de técnicas de caracterização experimental avançadas, as quais forneçam as informações demandadas pelos modelos computacionais mais sofisticados.

- **Método Clássico** (Campo Difuso)

Tradicionalmente, no método clássico de excitação difusa a avaliação experimental da transparência sonora em painéis é feita utilizando duas câmaras contíguas acusticamente condicionadas. Geralmente, utiliza-se uma câmara reverberante acoplada a uma câmara anecoica, situação ilustrada na Fig. 1.1. O painel a ser ensaiado é montado na interface entre as câmaras e a fonte excitadora localizada na câmara reverberante com o intuito de produzir um campo difuso na superfície do painel, fazendo com que todas as direções de incidência sonora sejam igualmente prováveis (ISO:140-3, 1995). A intensidade sonora do campo incidente no painel é estimada a partir de microfones posicionados na câmara reverberante. Então, o campo sonoro transmitido é medido através de microfones posicionados na câmara anecoica, permitindo, assim, avaliar o isolamento acústico proporcionado pelo painel (Bravo & Elliott, 2004; Donadon et al., 2008).

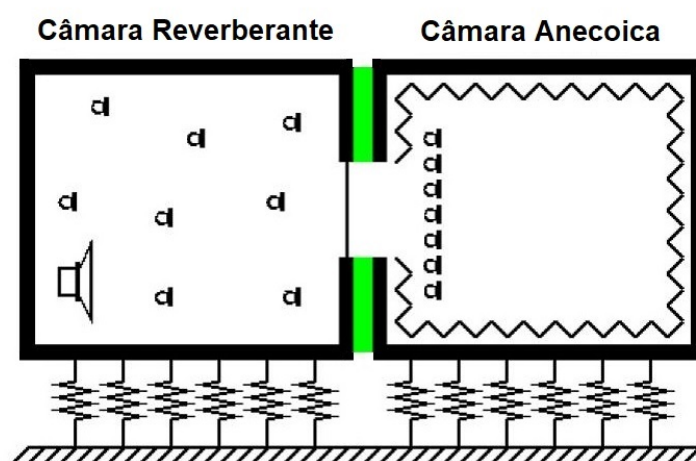


Figura 1.1. Câmaras reverberante e anecoica para a medição da perda de transmissão sonora em painéis (Donadon et al., 2008).

No método clássico a caracterização acústica de painéis baseia-se em uma incidência difusa da energia sonora. No entanto, este tipo de excitação pode não corresponder ao campo incidente no painel durante suas condições reais de uso, comprometendo a qualidade dos resultados experimentais obtidos, como é o caso de painéis submetidos a excitações sonoras geradas por camada limite turbulenta, TBL (do inglês, *Turbulent Boundary Layer*).

Desvantagens: alto custo das câmaras acústicas; dificuldade de controlar a distribuição espacial da energia sonora incidente no painel de teste; a excitação difusa

pode não corresponder as condições reais de uso do painel de teste; influência do comportamento modal das câmaras (baixa frequência) nas medidas de isolamento acústico proporcionado pelo painel de teste.

- **Método Clássico** (Aplicações Aeronáuticas)

No que tange as aplicações aeronáuticas, a alternativa atualmente disponível para avaliação experimental da transparência sonora em painéis (submetidos a TBL) é a realização de ensaios em voo ou em túneis de vento anecoicos. Como exemplo, na Fig. 1.2, observam-se os painéis de alumínio (usados em fuselagem de aeronaves) montados na parede lateral de um túnel de vento de baixa velocidade para estudo dos efeitos da excitação TBL.

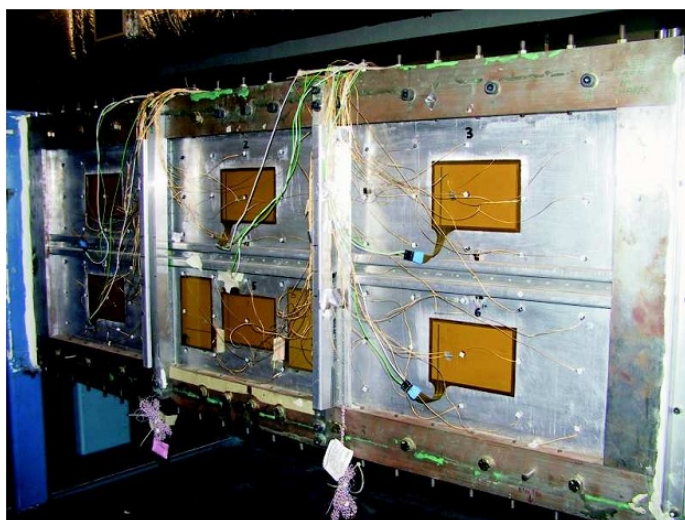


Figura 1.2. Painéis de teste montados em um túnel de vento anecoico (Cabell et al., 2003).

Desvantagens: alto custo dos ensaios; túneis de vento demandam uma infraestrutura volumosa e muito específica; túneis de vento anecoicos são restritos a uma pequena comunidade o que acaba prejudicando o desenvolvimento de novas soluções de isolamento acústico.

- **Método Alternativo** (Síntese Sonora)

Uma alternativa ao método clássico seria a utilização de um sistema de ensaio de transparência acústica baseado em síntese sonora, conforme ilustrado na Fig. 1.3. Este sistema utilizaria um arranjo de alto-falantes controlados, por exemplo, através dos modos de radiação acústica ARMs (do inglês, *Acoustic Radiation Modes*) mais

eficientes do próprio arranjo. Geralmente, o arranjo de alto-falantes é montado em um ambiente acústico não reativo, uma câmara semi anecoica, para geração do campo próximo de pressões prescritas em várias posições de um arranjo de microfones sobre a superfície de teste. Desta forma, o campo sonoro transmitido pelo painel de teste é medido através de um segundo arranjo de microfones posicionados em uma câmara anecoica contígua à câmara semi anecoica, que contém as fontes sonoras, permitindo, assim, avaliar o isolamento acústico proporcionado pelo painel.

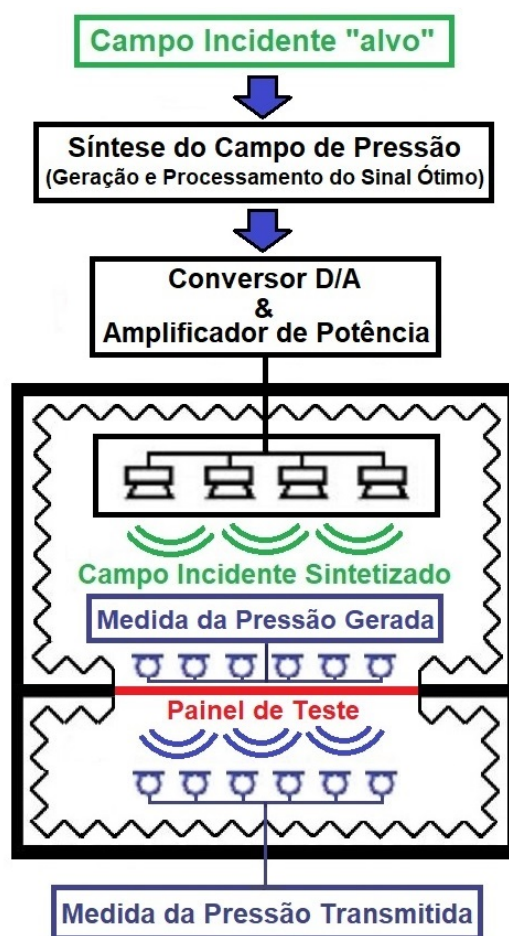


Figura 1.3. Representação, simplificada, do sistema de ensaio de transparência acústica baseado em síntese do campo de pressão alvo (Fonte: o autor).

Vantagens: evita ambientes rigorosos na área de simulação; câmaras anecoicas reduzidas; melhor controle da distribuição espacial da energia sonora sobre o painel de teste; medida da potência incidente mais confiável em baixas frequências; medida do índice de redução do som que depende apenas das propriedades do painel; reprodução de diversos tipos de campos sonoros.

O método de síntese usando os ARMs mais eficientes, permitiria recriar o campo de pressão alvo, que incide na estrutura a ser ensaiada (painel de teste), sem que houvesse a sobrecarga das fontes sonoras. Assim, poderia ser utilizado, por exemplo, para sintetizar o campo de pressão parietal estocástico que surge na superfície da fuselagem de uma aeronave em velocidade de cruzeiro.

Os sistemas de transparência acústica, baseados em síntese sonora, usando arranjo de alto-falantes, adequadamente controlados, tem despertado o interesse da comunidade científica, conforme atestam os trabalhos de Trivett et al. (1990); Kirkeby & Nelson (1993); Elliott et al. (2005); Maury & Bravo (2006); Bravo & Maury (2006, 2007, 2011); Robin et al. (2013) e Pasqual & Herzog (2014). Desta forma, com a evolução de tais sistemas talvez seja possível suplantando a metodologia clássica de ensaios, tornando desnecessária a realização de testes onerosos, tais como as medições em voo e em túneis de vento anecoicos. Como exemplo, na Fig. 1.4, observa-se um sistema experimental de síntese sonora para obtenção da resposta vibro-acústica de um painel submetido a um campo de pressão parietal aproximado (TBL).

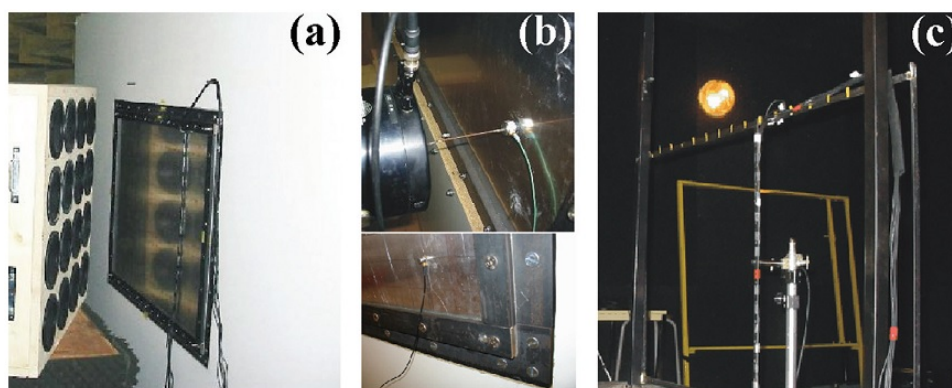


Figura 1.4. Fotografias de (a) um sistema experimental de síntese sonora, (a,b) resposta de velocidade e (a-c) resposta acústica (Bravo & Maury, 2011).

O controle de fontes sonoras via modos de radiação acústica tem-se mostrado uma técnica promissora e eficaz para evitar a sobrecarga do arranjo, principalmente, quando este não é capaz de reproduzir campos sonoros complexos. Sabe-se que os ARMs formam um conjunto de padrões de velocidade das fontes sonoras que diagonalizam a matriz associada à potência sonora produzida pelo arranjo. A projeção da forma quadrática da potência sonora no subespaço modal permite modelar as contribuições da potência em termos dos ARMs, principalmente dos mais eficientes.

Nas últimas décadas os ARMs, principalmente os de campo distante FFARMs (do inglês, *Far-Field Acoustic Radiation Modes*), foram amplamente estudados por demonstrarem grande capacidade de controlar arranjos de fontes sonoras, de forma in-

dependente. Os modos mais eficientes têm sido utilizados para melhorar a distribuição de velocidade das fontes de forma que a potência sonora radiada seja suficientemente alta sem sobrecarregar o arranjo. Além disso, os modos de radiação de campo próximo NFARMs (do inglês, *Near-Field Acoustic Radiation Modes*) também são importantes nos problemas onde o receptor está próximo da fonte (Liu & Maury, 2016), como na síntese de campos sonoros incidentes em painéis planos para estudo de transparência acústica e nas aplicações de áudio espacial. Os FFARMs e os NFARMs estão relacionados às parcelas ativa e reativa da potência sonora, respectivamente. Por este motivo, eles também podem ser denominados de modos de radiação ativos e reativos.

A teoria dos ARMs foi proposta inicialmente por Borgiotti (1990), o qual aplicou o método da decomposição em valores singulares, SVD (do inglês, *Singular Value Decomposition*) em problemas de radiação sonora, de forma a calcular os modos de radiação acústica do campo distante (FFARMs) envolvendo radiadores elementares (barra, painel, esfera e cilindro). Pelo método SVD, os valores singulares são associados com a eficiência de radiação acústica e os vetores singulares com os padrões de velocidade das fontes, sendo que tais padrões de velocidade correspondem aos modos de radiação. Os valores singulares maiores estão associados aos modos de radiação mais eficientes que radiam para o campo distante, enquanto que os modos menos eficientes estão associados aos valores singulares menores, relacionados ao campo evanescente.

Além do método SVD, os ARMs e suas eficiências de radiação podem ser obtidos diretamente através da diagonalização da matriz quadrada que acopla as potências sonoras produzidas pelos radiadores individuais de um arranjo de fontes, ou seja, através da solução do problema de autovalor do operador de radiação. Neste caso, os autovetores serão os ARMs e os autovalores associados às suas eficiências de radiação.

Ambos os métodos utilizados para obter os ARMs e suas eficiências têm sido aplicados com sucesso em problemas de radiação acústica, controle ativo de ruído e síntese de campos sonoros, conforme atestam os trabalhos de Elliott & Johnson (1993); Chen & Ginsberg (1995); Burdisso & Fuller (1994); Currey & Cunefare (1995); Liu & Maury (2016); Maury & Elliott (2005); Zhao et al. (2007); Maury & Bravo (2008); Arenas (2008); Peters et al. (2013, 2014); Wu et al. (2013); Pasqual et al. (2010b,a); Pasqual & Martin (2011, 2012) e Pasqual & Herzog (2014).

Uma das principais aplicações da metodologia de síntese sonora é no estudo da transparência acústica de painéis submetidos a campos de pressão parietais estocásticos gerados por TBL. As flutuações de pressão aleatória, desenvolvidas sobre a fuselagem de aeronaves, podem ser descritas através de diversos modelos empíricos disponíveis na literatura, conforme atestam os trabalhos de Corcos (1964); Robertson (1971); Chase (1980, 1987); Efimtsov (1982); Laganelli & Wolfe (1989); Mellen (1990); Smol'yakov

& Tkachenko (1991); Goodwin (1994); Graham (1997); Howe (1998); Efimtsov et al. (1999); Smol'yakov (2000); Goody (2004) e Rackl & Weston (2005). Desta forma, o campo de pressão aleatório sintetizado, a partir dos modelos TBL, pode ser usado para induzir uma resposta vibro-acústica (de campo acústico próximo) sobre um painel plano e rígido de teste (notadamente os de origem aeroacústica).

A complexidade dos modelos empíricos varia em função das variáveis de entrada, bem como do perfil da camada limite turbulenta envolvida no processo. Desta forma, a escolha do modelo para cada situação pode impactar na predição da vibração e radiação sonora (Miller et al., 2011; Rocha, 2016).

Como a camada limite turbulenta tem um comportamento estocástico, as flutuações de pressão parietais desenvolvidas ao longo de um painel plano e rígido são descritas, estatisticamente, em termos da densidade espectral de potência, PSD (do inglês, *Power Spectral Density*) e da densidade espectral cruzada, CSD (do inglês, *Cross Spectral Density*) da pressão parietal. Nos diversos modelos existentes, para prever a PSD de flutuações de pressão parietais induzidas por TBL, é assumido um escoamento totalmente desenvolvido com um gradiente de pressão com média nula, o que permite caracterizar o escoamento como sendo estacionário e homogêneo sobre o painel de teste (Rocha, 2016). Portanto, para garantir a correta aplicação ao problema de síntese sonora, se faz necessário o estudo de alguns dos principais modelos TBL disponíveis na literatura.

1.2 Objetivo Geral

Este trabalho é teórico e computacional, o qual está limitado a síntese do campo de pressão alvo que incide sobre um painel de teste usando um arranjo de fontes acústicas, adequadamente controladas. Na Fig. 1.5 são apresentadas as etapas básicas do sistema de síntese sonora de um campo de pressão alvo.

Inicialmente, o modelo acústico consistiu de um arranjo plano de monopolos e um painel rígido de teste, onde o campo de pressão alvo a ser sintetizado é o gerado por uma onda plana com determinada amplitude, inclinação e frequência. Posteriormente, para tornar o modelo acústico um pouco mais realista, as fontes acústicas (representando os alto-falantes) e o painel rígido de teste foram modelados usando o método dos elementos finitos (MEF). Além disso, o campo de pressão alvo passou a ser exclusivamente aleatório e gerado pelo modelo difuso ou TBL.

A originalidade do trabalho consiste na caracterização teórica do modelo acústico, através dos FFARMs e NFARMs mais eficientes, de forma a obter uma base

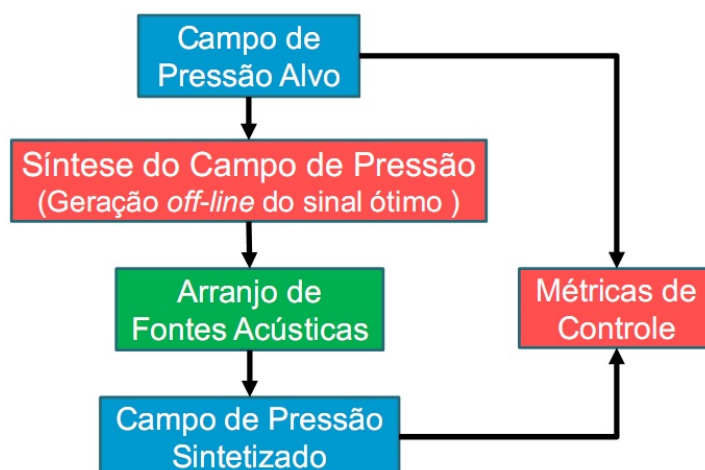


Figura 1.5. Representação do sistema de síntese sonora do campo de pressão alvo (Fonte: o autor).

adequada para o controle do arranjo de alto-falantes, que possa ser usada para recriar as propriedades estatísticas espaciais, tanto do campo acústico difuso como do parietal gerado pela TBL, de forma a não sobrecarregar as fontes sonoras.

A abordagem baseada nos modos de radiação ativos do arranjo tem sido utilizada com sucesso em aplicações de radiação em campo livre e distante, onde apenas a potência sonora ativa é de interesse (Pasqual et al., 2010a; Pasqual & Martin, 2011). O desafio da tese foi adequar esta base ao problema em questão, pois o painel a ser testado posiciona-se em frente ao arranjo de alto-falantes e em campo próximo, conduzindo a uma interação acústica complexa. Assim, a porção reativa da potência sonora não pode ser descartada, uma vez que desempenha papel importante no processo de síntese sonora, conforme ilustram os trabalhos incipientes de Pasqual & Herzog (2014); Maury & Bravo (2015) e Liu & Maury (2016, 2017).

1.3 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Mostrar a capacidade de um arranjo plano de alto-falantes, modelado como monopolos, em sintetizar um campo de pressão acústica gerado por uma onda plana que incide em uma superfície plana e rígida.
- Mostrar que um arranjo plano de alto-falantes, controlado pelos seus FFARMs e NFARMs, pode ser usado para sintetizar um campo de pressão acústica gerado por uma onda plana que incide em uma superfície plana e rígida.

- Mostrar a viabilidade de sintetizar campos de pressão aleatórios, que incidem em uma superfície plana e rígida, utilizando os FFARMs e NFARMs de um arranjo plano de alto-falantes.

1.4 Organização da Tese

Incluindo a Introdução, apresentada no capítulo 1, esta tese divide-se em seis capítulos, abrangendo síntese de campos sonoros por fontes elementares, síntese sonora via FFARMs e NFARMs, estudo dos campos de pressão difuso e parietais baseados em modelos TBL, síntese de campos difuso e parietais TBL usando FFARMs e NFARMs, conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

O capítulo 2 aborda temas da literatura como ondas planas, fontes monopolares, método das imagens, método dos mínimos quadrados e decomposição em valores singulares truncada. Simulações numéricas são usadas para verificar a capacidade de um arranjo plano de monopolos, representando os alto-falantes, em sintetizar o campo acústico gerado por uma onda plana com determinada inclinação, amplitude e frequência que incide em um painel rígido de teste. Além disso, através dos resultados numéricos é possível identificar quais parâmetros do modelo acústico que mais impactam no processo de síntese sonora.

O capítulo 3 aborda temas como impedância de radiação, potência sonora, modos de radiação acústica e decomposição de campos sonoros através dos ARMs de um arranjo de fontes. Além disso, modelando a geometria e as condições de contorno do problema vibroacústico, via método dos elementos finitos (MEF), o modelo acústico tornou-se um pouco mais realista para síntese de ondas planas que incidem sobre um painel rígido de teste. A onda plana foi escolhida como "alvo", pois campos sonoros arbitrários podem ser decompostos em um conjunto de ondas planas que viajam em diferentes direções. Assim, se a síntese sonora de um campo de pressão gerado por uma onda plana com certa inclinação e frequência for viável, então será possível sintetizar campos sonoros complexos. O objetivo é verificar se o controle de um arranjo plano de alto-falantes pelos seus modos de radiação mais eficientes conduzirá a uma velocidade viável para as fontes sonoras, evitando a sobrecarga das mesmas.

No capítulo 4 é feito um estudo dos principais modelos de excitação de pressão aleatória utilizados no processo de síntese sonora, tais como o modelo difuso e alguns modelos de excitação TBL. Uma das principais aplicações da metodologia de síntese sonora é no estudo da transparência acústica de painéis submetidos a campos de pressão parietais estocásticos multidimensionais, tais como os gerados pela camada limite tur-

bulenta (TBL). A reprodução experimental da pressão parietal desenvolvida sobre a fuselagem de aeronaves, a partir da camada limite turbulenta, tem sido objeto de estudo nas indústrias aeronáutica e aeroespacial, uma vez que trata dos problemas de ruído de cabine e seu impacto no desconforto dos passageiros, tripulação e na integridade dos equipamentos eletrônicos da aeronave.

O capítulo 5, além de abordar temas como síntese de campo de pressão aleatório e decomposição ortogonal própria, também apresenta os resultados das simulações numéricas, com e sem regularização pelos FFARMs e NFARMs mais eficientes, e análise das métricas de controle para verificar se o modelo acústico é capaz de gerar um campo de pressão aleatório, sobre um painel rígido de teste, cujas propriedades estatísticas espaciais sejam semelhantes às do campo de pressão difuso e do campo gerado pela camada limite turbulenta.

Finalmente, o capítulo 6 apresenta, respectivamente, as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Síntese Sonora através de Arranjos de Fontes Elementares

Neste capítulo são abordados temas da literatura como ondas planas, fontes monopulares, método das imagens, método dos mínimos quadrados e decomposição em valores singulares truncada.

Diversas simulações numéricas são desenvolvidas para mostrar a capacidade do arranjo plano de monopolos, representando os alto-falantes, em sintetizar o campo acústico gerado por uma onda plana com determinada amplitude, direção e frequência que incide em uma superfície plana e rígida de teste.

O método das fontes imagem é usado para modelar o efeito do painel rígido no campo sonoro produzido pelo arranjo de fontes elementares. As intensidades dos monopolos são obtidas a partir da distribuição de pressão acústica almejada sobre o painel através da solução do problema inverso via método dos mínimos quadrados e decomposição em valores singulares truncada.

São analisados os efeitos de alguns parâmetros sobre a qualidade da síntese sonora, tais como: frequência, ângulo de incidência da onda plana e distância entre o arranjo de fontes e o plano rígido. Os resultados numéricos mostram que a síntese de campos sonoros envolve o equilíbrio entre dois resultados desejáveis, geralmente conflitantes, a saber, fidelidade da síntese e bom condicionamento do modelo acústico.

2.1 Equação de Onda Acústica

A propagação de uma onda sonora consiste no transporte de energia acústica de uma fonte vibratória para o meio fluido compressível circundante sem que ocorra a transferência de matéria. Os efeitos dinâmicos mútuos, como a inércia e as forças de restau-

ração elástica, ocorrem entre as partículas de fluido quando são submetidas à perturbação acústica que viaja no meio. Desta forma, as propriedades físicas do meio influenciam na propagação da onda sonora.

Segundo Kinsler et al. (1982), a equação diferencial que descreve o comportamento da onda acústica é determinada a partir de três equações fundamentais:

Equação de Estado

$$p(\mathbf{r}, t) \approx \frac{\mathcal{B}}{\rho_0}(\rho - \rho_0) = \mathcal{B}s \quad (2.1)$$

onde $p(\mathbf{r}, t)$ é a pressão acústica instantânea, \mathbf{r} é o vetor de posição espacial, t é o tempo, \mathcal{B} é o módulo volumétrico de elasticidade, ρ é a densidade instantânea, ρ_0 é a densidade de equilíbrio e $s = (\rho - \rho_0)/\rho_0$ é a razão de variação de densidade do fluido, também conhecida como condensação. Através da equação de estado é possível caracterizar o comportamento de um gás ideal sujeito a um processo termodinâmico adiabático. A limitação para o uso desta equação, de acordo com Kinsler et al. (1982), é que a condensação deve ser pequena, $s \ll 1$. Os processos acústicos são quase isentrópicos (adiabáticos e reversíveis). A condutividade térmica do fluido e os gradientes de temperatura do distúrbio são suficientemente pequenos para que ocorra transferência de energia térmica apreciável entre elementos de fluido adjacentes. Sob estas condições, a entropia do fluido permanece aproximadamente constante (Kinsler et al., 1982).

Equação de Continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.2)$$

onde $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ é o vetor velocidade de partícula e $\nabla(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} + \frac{\partial(\cdot)}{\partial y} + \frac{\partial(\cdot)}{\partial z}$ é o operador divergente em coordenadas cartesianas. A equação de continuidade estabelece uma relação entre velocidade de partícula e densidade instantânea, ou seja, conecta o movimento do fluido com sua compressão ou rarefação. Escrevendo $\rho = \rho_0(1 + s)$ e considerando que ρ_0 é uma função fraca no tempo e que s é muito pequena, tem-se a equação linear de continuidade (Kinsler et al., 1982)

$$\rho_0 \frac{\partial s}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.3)$$

Equação Linear de Euler

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\nabla p(\mathbf{r}, t) \quad (2.4)$$

Esta equação estabelece uma relação entre pressão acústica e velocidade de partícula para fluidos não viscosos, sendo válida para processos acústicos de pequena amplitude.

Pela combinação das Eqs. (2.1), (2.2) e (2.4) é possível obter a equação de onda linear em termos de pressão acústica (Kinsler et al., 1982), considerando que a densidade do meio seja independente da posição. Calculando o divergente da equação de Euler, tem-se:

$$\rho_0 \nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right) = -\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) \quad (2.5)$$

onde $\nabla^2(\cdot) = \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial z^2}$ é o operador laplaciano, em coordenadas cartesianas.

Derivando a Eq. (2.2), em relação à variável t , e usando a Eq. (2.5) para simplificar, tem-se:

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

Finalmente, derivando a Eq. (2.1) duas vezes em relação à variável t e usando a Eq. (2.6) para simplificar, tem-se a equação de onda linear que governa a propagação do som

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

onde a constante $c = \sqrt{\mathcal{B}/\rho_0}$ é a velocidade de propagação da onda acústica.

A Eq. (2.7) é uma equação transiente de propagação de onda acústica, a qual está expressa no domínio do tempo. Para lidar com problemas no domínio da frequência é necessário uma equação que atenda a esse requisito. Seja a dependência harmônica no tempo da forma $e^{-j\omega t}$ (escolha clássica em acústica teórica) para $p(\mathbf{r}, t)$, onde ω denota a frequência angular e $j = \sqrt{-1}$. Portanto, a equação de onda pode ser reescrita como a equação diferencial de Helmholtz, que expressa a pressão acústica no domínio da frequência (Williams, 1999)

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) + k^2 p(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.8)$$

onde $k = \omega/c$ é o número de onda acústica.

2.1.1 Onda Plana Harmônica

Segundo Kinsler et al. (1982), a característica principal de uma onda plana é possuir amplitude e fase constantes em qualquer plano perpendicular à direção de sua propagação. Além disso, para qualquer onda esférica divergente, suas superfícies de fase constante se tornam quase planas longe da fonte, assim, espera-se que suas propriedades sejam semelhantes às das ondas planas.

Se a onda plana se propaga ao longo do eixo x , então a equação de onda (2.7) pode ser escrita como

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

Pela técnica de separação de variáveis, tem-se a solução harmônica

$$p(x, t) = \left(A e^{jkx} + B e^{-jkx} \right) e^{-j\omega t} \quad (2.10)$$

Conforme Kinsler et al. (1982), a Eq. (2.10) representa a superposição de duas ondas progressivas com amplitudes A e B movendo-se em sentidos opostos. A velocidade de partícula pode ser obtida a partir das Eqs. (2.4) e (2.10), sendo expressa como

$$\mathbf{u}(x, t) = \left(C e^{jkx} + D e^{-jkx} \right) e^{-j\omega t} \quad (2.11)$$

Substituindo as Eqs. (2.10) e (2.11) na Eq. (2.4), tem-se

$$C = \frac{A}{\rho_0 c} \quad (2.12)$$

e

$$D = -\frac{B}{\rho_0 c} \quad (2.13)$$

Portanto,

$$\mathbf{u}(x, t) = \frac{e^{-j\omega t}}{\rho_0 c} \left(A e^{jkx} - B e^{-jkx} \right) \quad (2.14)$$

onde $\rho_0 c$ é a impedância característica do meio, definida como a razão entre a pressão sonora e a velocidade de partícula para uma onda plana progressiva (Kinsler et al., 1982).

Segundo Kinsler et al. (1982), se uma onda plana está viajando em uma direção qualquer do espaço, então o campo de pressão seria dado por

$$p(\mathbf{r}, t) = A e^{j(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} = A e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (2.15)$$

onde k_x , k_y e k_z são as componentes, em coordenadas cartesianas, do vetor de propagação acústico \mathbf{k} .

A Eq. (2.15), conforme Williams (1999), representa a solução geral da equação de Helmholtz (2.8), em três dimensões, enquanto

$$k^2 = \|\mathbf{k}\|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (2.16)$$

onde $\|\cdot\|$ é a norma Euclidiana. Segundo Williams (1999), como k é uma constante, os três números de onda não são independentes entre si. Neste trabalho, k_z será a variável dependente, tal que

$$k_z^2 = k^2 - k_x^2 - k_y^2 \quad (2.17)$$

Para uma onda plana cujas superfícies de fase constante são perpendiculares ao plano xy , a Eq. (2.15) reduz-se a

$$p(x, y, t) = Ae^{j(k_x x + k_y y - \omega t)} \quad (2.18)$$

onde $k_x = k \cos \theta$, $k_y = k \sin \theta$ e θ é o ângulo de inclinação da onda plana com relação ao eixo x (Kinsler et al., 1982).

Segundo Kinsler et al. (1982), a onda plana tem um comprimento aparente na direção x de $\lambda_x = 2\pi/k_x$ e como $\lambda/\lambda_x = \cos \theta$, então $k_x = k \cos \theta$. Analogamente, $k_y = k \sin \theta$, conforme observado na Fig. 2.1.

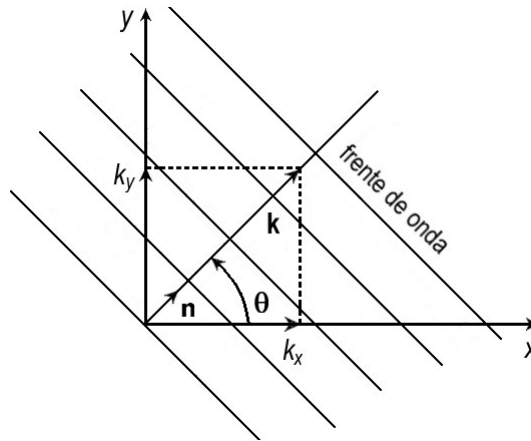


Figura 2.1. Frente de onda plana em duas dimensões (Fahy, 2001).

O vetor de propagação $\mathbf{k} = (k \cos \theta, k \sin \theta)$ aponta para o primeiro quadrante do plano xy com um ângulo θ medido no sentido anti-horário do eixo x . Portanto, substituindo \mathbf{k} na Eq. (2.15), tem-se a importante equação de onda plana, em função da inclinação θ , escrita como

$$p(x, y, \theta, t) = Ae^{j(kx \cos \theta + ky \sin \theta - \omega t)} \quad (2.19)$$

2.1.2 Decomposição de Campo Sonoro em Ondas Planas

A escolha pelas ondas planas como “alvos” da síntese sonora é devido ao fato de que qualquer campo sonoro $p(x, y, z)$ pode ser decomposto em um conjunto de ondas planas

viajando em diferentes direções. Assim, o campo de pressão, em um semi espaço $z > 0$, pode ser expresso como uma soma de ondas planas propagativas e evanescentes de diferentes amplitudes e fases (Williams, 1999)

$$p(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y \quad (2.20)$$

onde o termo exponencial representa a onda plana/evanescente, $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$ e $P(k_x, k_y)$ é a amplitude complexa em função de todos os valores (supersônico e subsônico) de k_x e k_y . Além disso, fazendo $z = 0$, na Eq. (2.20), tem-se o campo de pressão (Williams, 1999)

$$p(x, y, 0) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (2.21)$$

onde as integrais representam as transformadas inversas de Fourier em k_x e k_y .

Segundo Williams (1999), a amplitude complexa $P(k_x, k_y)$, também chamada de espectro angular, pode ser obtida pela transformada bidimensional de Fourier

$$P(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, 0) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.22)$$

Portanto, pelas Equações (2.20) e (2.22), observa-se que qualquer campo sonoro, por mais complexo que seja, pode ser decomposto através do seu espectro angular em um conjunto de ondas planas viajando em diferentes direções.

2.2 Monopolos e Método das Fontes Imagem

Fontes monopulares são importantes na formulação de soluções para problemas de radiação e síntese acústica. Por exemplo, as fontes sonoras individuais de um arranjo de alto-falantes podem ser modeladas como monopolos o que facilitaria lidar com o método das fontes imagem, simplificaria a formulação matemática e a implementação computacional. Além disso, tem eficiência comprovada na literatura para modelar fontes de ruído aerodinâmico com geometrias arbitrárias (Hirschberg & Rienstra, 2004).

O efeito de uma fonte monopolar, origina-se da introdução instável do volume no meio circundante. Para pequenos números de Mach, o monopolo é considerado a fonte que apresenta maior eficiência. A pressão sonora radiada por um monopolo é omnidirecional, ou seja, é propagada igualmente em todas as direções, conforme ilustrado na Fig. 2.2.

Segundo Kinsler et al. (1982), a equação diferencial homogênea (2.7) representa o

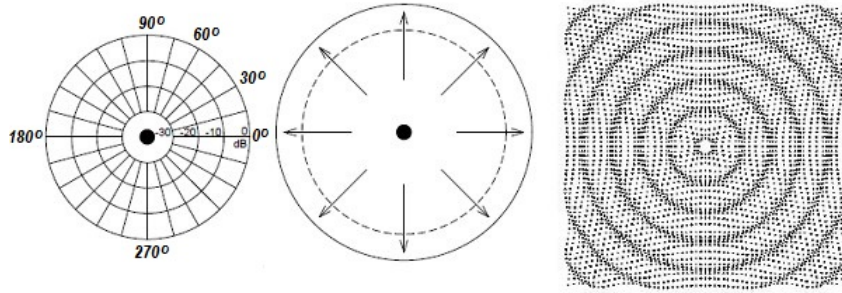


Figura 2.2. Esquema de radiação de uma fonte monopolar (Gerges, 1992).

fenômeno da propagação de ondas acústicas em meio fluido. A solução desta equação, portanto, apresenta formas de ondas sonoras que podem existir, mas não diz nada sobre as possíveis causas de sua existência. Entretanto, é possível a obtenção da equação de onda não homogênea que contemple fontes de energia acústica presentes no meio. As duas principais situações, onde existem fontes geradoras de energia acústica no domínio, são:

(a) Pela modificação da equação linear de continuidade (2.3), de forma a permitir a injeção (ou remoção) de massa ou o deslocamento do volume de fluido, por um agente externo

$$\rho_0 \frac{\partial s}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial m_a}{\partial t} \quad (2.23)$$

onde m_a representa a massa introduzida por unidade de volume.

(b) Pela modificação da equação linear de Euler (2.4), de forma a permitir a introdução de um termo $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$, que representa a força externa por unidade de volume

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla p(\mathbf{r}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t) \quad (2.24)$$

Calculando o divergente da Eq. (2.24) e subtraindo a Eq. (2.23), diferenciada com relação a t , tem-se a equação de onda linear não homogênea em termos da pressão sonora

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 m_a}{\partial t^2} + \nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}, t) \quad (2.25)$$

Os termos do lado direito da Eq. (2.25) são considerados as fontes acústicas. O primeiro termo está relacionado com a radiação acústica gerada por um monopolo e o segundo termo com a radiação gerada por um dipolo.

Segundo Fahy (2001), uma fonte monopolar, localizada em $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, pode ser representada por uma esfera impermeável, pulsante e pequena, ou seja, a dimensão da fonte é muito menor que o comprimento de onda. Além disso, a taxa de variação de

massa da fonte, por unidade de volume, pode ser representada por

$$\frac{\partial^2 m_a(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \ddot{M}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (2.26)$$

onde $\delta(\mathbf{r})$ denota a função delta de Dirac e $\ddot{M}(\equiv \partial^2 M/\partial t^2)$ representa a força total da fonte, conforme expresso pela integral (Fahy, 2001)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\partial^2 m_a(\mathbf{r}, t)/\partial t^2) d\mathbf{r} = \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{M}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) d\mathbf{r} = \ddot{M} \quad (2.27)$$

Portanto, para uma fonte acústica monopolar, a equação de onda não homogênea (2.25) será expressa por (Fahy, 2001)

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -\ddot{M}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (2.28)$$

A Eq. (2.28) tem uma solução conhecida como função harmônica de Green em campo livre, dada por (Fahy, 2001)

$$g(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) = \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \quad (2.29)$$

onde r é a distância entre a fonte, localizada em \mathbf{r}_0 e o ponto de medição em \mathbf{r} . Esta solução representa a dependência harmônica no tempo para uma unidade de força do monopolo. Desta forma, a amplitude complexa da pressão sonora gerada por um monopolo em campo livre é expressa por

$$p(r, k) = -j\omega\rho_0 Q \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \quad (2.30)$$

onde $-j\omega\rho_0 Q$ é a aceleração de volume da fonte, ou simplesmente, amplitude do monopolo e Q é a velocidade de volume da fonte em m^3/s (Williams, 1999).

Segundo Kinsler et al. (1982), para determinar o campo acústico gerado por uma fonte próxima de uma fronteira plana e rígida, representando, por exemplo, o painel a ser testado em estudos de transparência acústica, utiliza-se o método da fonte imagem. Assim, seja o plano rígido situado em $z = 0$, bem como uma fonte monopolar harmônica localizada em $(0, 0, +d)$, conforme ilustrado na Fig. 2.3. Na ausência do plano rígido, esta fonte produz ondas que se propagam através de todo o espaço, sendo o campo de pressão dado por (Kinsler et al., 1982)

$$p(r^-, k) = -j\omega\rho_0 Q \frac{e^{jkr^-}}{4\pi r^-} \quad (2.31)$$

onde $r^- = [x^2 + y^2 + (z-d)^2]^{1/2}$ é a distância da fonte ao ponto de medição localizado em (x, y, z) . O efeito do plano rígido pode ser modelado substituindo-o por uma segunda

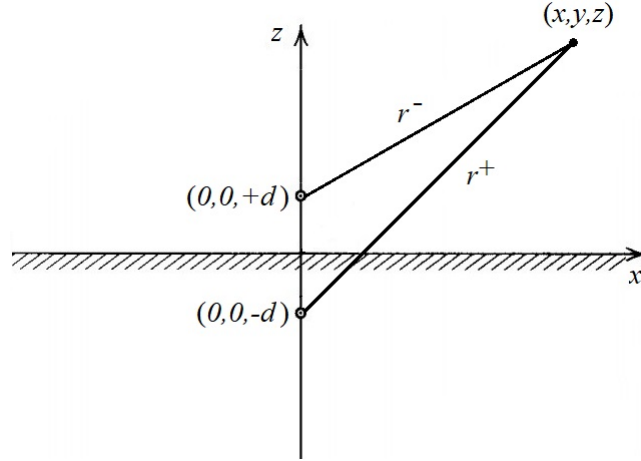


Figura 2.3. Esquema de fonte monopolar e sua imagem (Kinsler et al., 1982).

fonte, a imagem, operando com a mesma amplitude e fase da primeira, porém localizada em $(0, 0, -d)$. O campo de pressão da fonte imagem será dado por (Kinsler et al., 1982)

$$p(r^+, k) = -j\omega\rho_0Q \frac{e^{jkr^+}}{4\pi r^+} \quad (2.32)$$

onde $r^+ = [x^2 + y^2 + (z+d)^2]^{1/2}$ é a distância da fonte imagem ao ponto de medição localizado em (x, y, z) .

Finalmente, o campo de pressão resultante em uma região $z > 0$, será obtido pelo princípio da superposição dos respectivos campos indicados nas Eqs. (2.31) e (2.32), ou seja, pela soma (Kinsler et al., 1982)

$$p(r^-, k) + p(r^+, k) = -j\omega\rho_0Q \left(\frac{e^{jkr^-}}{4\pi r^-} + \frac{e^{jkr^+}}{4\pi r^+} \right) \quad (2.33)$$

A condição de plano rígido impõe que a componente normal da velocidade de partícula seja nula sobre o plano xy . Entretanto, as outras componentes da velocidade de partícula não serão canceladas sobre o plano rígido (Kinsler et al., 1982).

Usando a equação de Euler (2.4) e considerando a relação entre pressão e velocidade de partícula apenas na direção do eixo z , tem-se

$$-\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}_z(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \quad (2.34)$$

Considerando uma dependência temporal da forma $e^{-j\omega t}$, a Eq. (2.34) pode ser repre-

sentada no domínio da frequência por

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial z} = j\omega\rho_0\mathbf{u}_z(\mathbf{r}, t) \quad (2.35)$$

Desta forma, a velocidade de partícula na direção z pode ser escrita como

$$\mathbf{u}_z(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \quad (2.36)$$

Derivando em relação a z , segundo a regra da cadeia, o campo de pressão gerado por um monopolo, conforme definido na Eq. (2.31), e substituindo na Eq. (2.36), obtem-se a componente normal da velocidade de partícula, como segue

$$\mathbf{u}_z(r^-, k) = -Q \left(\frac{z-d}{4\pi} \right) \left(\frac{jk e^{jkr^-}}{(r^-)^2} - \frac{e^{jkr^-}}{(r^-)^3} \right) \quad (2.37)$$

onde $r^- = [x^2 + y^2 + (z-d)^2]^{1/2}$ é a distância da fonte ao ponto de medição localizado em (x, y, z) . De modo análogo, segundo a Eq. (2.32), tem-se

$$\mathbf{u}_z(r^+, k) = -Q \left(\frac{z+d}{4\pi} \right) \left(\frac{jk e^{jkr^+}}{(r^+)^2} - \frac{e^{jkr^+}}{(r^+)^3} \right) \quad (2.38)$$

onde $r^+ = [x^2 + y^2 + (z+d)^2]^{1/2}$. Assim, a componente normal da velocidade de partícula resultante será obtida pela soma das Eqs. (2.37) e (2.38), como segue

$$\mathbf{u}_z(x, y, z, k) = -Q \left[\left(\frac{z-d}{4\pi} \right) \left(\frac{jk e^{jkr^-}}{(r^-)^2} - \frac{e^{jkr^-}}{(r^-)^3} \right) + \left(\frac{z+d}{4\pi} \right) \left(\frac{jk e^{jkr^+}}{(r^+)^2} - \frac{e^{jkr^+}}{(r^+)^3} \right) \right] \quad (2.39)$$

Portanto, para qualquer ponto sobre o plano rígido xy a Eq. (2.39) resultará em

$$\mathbf{u}_z(x, y, 0, k) = 0 \quad (2.40)$$

uma vez que as distâncias r^- e r^+ serão iguais.

2.3 Síntese de Campos Sonoros

2.3.1 Modelo Acústico

Na geração de campos sonoros por mecanismos lineares é útil a construção de arranjos de fontes sob a forma de uma distribuição de monopolos. O campo de pressão resultante em uma superfície rígida (painel a ser testado para estudo de transparência acústica)

pode ser determinado pelo princípio da superposição dos campos de pressão de cada fonte e sua respectiva imagem.

Na construção do modelo acústico, considerou-se um arranjo de n monopolos, distribuídos uniformemente, oscilando em um mesmo número de onda k e com velocidade de volume Q_i onde $i = 1, \dots, n$. Além disso, considerou-se o respectivo arranjo de monopolos imagem contendo n monopolos. Assim, utilizando a Eq. (2.33) e o princípio da superposição, a pressão sonora na posição (x_j, y_j, z_j) será dada por

$$p(x_j, y_j, z_j, k) = -j\omega\rho_0 \sum_{i=1}^n Q_i \left(\frac{e^{jkr_{ij}^-}}{4\pi r_{ij}^-} + \frac{e^{jkr_{ij}^+}}{4\pi r_{ij}^+} \right) \quad (2.41)$$

onde $r_{ij}^- = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}$ é a distância entre o monopolo localizado em (x_i, y_i, z_i) e o ponto de medição situado em (x_j, y_j, z_j) . Além disso, $r_{ij}^+ = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j + z_i)^2]^{1/2}$ é a distância entre o monopolo imagem localizado em $(x_i, y_i, -z_i)$ e o ponto de medição situado em (x_j, y_j, z_j) .

Considerando m pontos de medição (representando os microfones) sobre o painel rígido de teste em $z = d$, obtém-se o seguinte sistema linear que representa o modelo acústico:

$$\mathbf{A}_d \mathbf{q} = \mathbf{p}_d \quad (2.42)$$

onde \mathbf{A}_d denota a matriz $m \times n$ de transferência acústica, cujos elementos, extraídos da Eq. (2.41), são expressos por

$$a_{ij} = -j\omega\rho_0 \left(\frac{e^{jkr_{ij}^-}}{4\pi r_{ij}^-} + \frac{e^{jkr_{ij}^+}}{4\pi r_{ij}^+} \right) \quad (2.43)$$

onde \mathbf{q} denota o vetor $n \times 1$ de velocidade de volume dos monopolos e \mathbf{p}_d é o vetor $m \times 1$ das amplitudes do campo de pressão sonora obtidas do arranjo de microfones.

A matriz complexa \mathbf{A}_d contém todas as características do modelo acústico e será quadrada quando o número de fontes (monopolos) for igual ao número de microfones (pontos de medição). Além disso, os vetores \mathbf{q} e \mathbf{p}_d também são complexos.

2.3.2 Problema Inverso

Seja um campo sonoro alvo que incide em um arranjo plano de m pontos de medição (microfones), com $m > n$, sobre o painel rígido em $z = d$, o que leva ao vetor das amplitudes complexas de pressão sonora \mathbf{p}_d . Para sintetizar este campo alvo através do modelo acústico, dado pela Eq. (2.42), com $z = d$, recorre-se ao método dos mínimos quadrados, uma vez que o sistema linear é sobredeterminado e não pode ser resolvido

exatamente. Desta forma, a síntese sonora consiste em determinar o vetor de velocidade das fontes \mathbf{q} pela solução do problema de mínimos quadrados

$$\min_{\mathbf{q}} \|\mathbf{A}_d \mathbf{q} - \mathbf{p}_d\| \quad (2.44)$$

onde $\|\cdot\|$ é a norma Euclidiana. Se \mathbf{A}_d tem posto completo, este problema de minimização tem solução ótima dada por

$$\mathbf{q}_{\text{MQ}} = (\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{A}_d^H \mathbf{p}_d \quad (2.45)$$

A matriz $(\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{A}_d^H$ é a pseudo-inversa (ou inversa generalizada de *Moore-Penrose*) de \mathbf{A}_d e H indica o transposto do conjugado complexo. Quando \mathbf{A}_d for não singular e quadrada, sua pseudo-inversa será igual à sua inversa, neste caso a matriz $\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d$ será Hermitiana positiva definida de modo que a inversa existe e a solução dada pela Eq. (2.45) será única.

2.3.3 Problema Inverso Regularizado via TSVD

Em geral, o mal condicionamento da matriz \mathbf{A}_d está associado com valores singulares muito baixos, os quais representam modos de radiação ineficientes do arranjo de fontes sonoras. Desta forma, usando a técnica de regularização TSVD (do inglês, *Truncated Singular Value Decomposition*) será possível trabalhar apenas com os valores singulares maiores, os quais estão associados com modos de radiação eficientes. Estes modos de radiação eficientes vão permitir determinar velocidades de volume viáveis para os monopolos. Porém, o erro de aproximação aumentará, por não trabalhar mais com a solução ótima original.

Segundo Hansen (1998), existem duas classes de problemas relacionados com o mal condicionamento da matriz dos coeficientes \mathbf{A}_d . Os problemas de posto deficiente, que são caracterizados por uma matriz que tem um conjunto de pequenos valores singulares, e existe uma lacuna bem determinada entre os valores singulares grandes e pequenos. A outra classe é a de problemas discretos mal colocados, onde todos os valores singulares da matriz dos coeficientes decrescem gradualmente a zero. Em ambas as classes de problemas, existe uma forte relação entre a quantidade de informação linearmente independente extraída, a norma da solução e o correspondente erro de aproximação.

Conforme Hansen (1998), o posto da matriz \mathbf{A}_d é igual ao número de colunas linearmente independentes ou número de valores singulares estritamente positivos. Entretanto, na presença de erros de medição, de aproximação ou de arredondamento, esta

definição torna-se conflitante uma vez que as colunas da matriz \mathbf{A}_d podem comportar-se de forma linearmente independentes do ponto de vista matemático, mas, linearmente dependentes do ponto de vista numérico.

Para lidar com esta classe de problemas de posto deficiente é definido o conceito de posto numérico ou pseudo-posto da matriz \mathbf{A}_d , com respeito a uma certa tolerância ϵ como (Hansen, 1998)

$$r_\epsilon = r_\epsilon(\mathbf{A}_d, \epsilon) = \min_{\|\mathbf{E}\|_2 \leq \epsilon} [\text{posto}(\mathbf{A}_d + \mathbf{E})] \quad (2.46)$$

onde \mathbf{E} é a matriz de perturbação aleatória, geralmente, com distribuição de probabilidade normal. Portanto, o posto numérico r_ϵ representa o número de colunas, realmente, linearmente independentes para qualquer perturbação de \mathbf{A}_d com norma menor ou igual a tolerância ϵ . Além disso, em termos de valores singulares associados com a matriz \mathbf{A}_d , o posto numérico satisfaz a seguinte propriedade (Hansen, 1998)

$$\sigma_{r_\epsilon} > \epsilon \geq \sigma_{r_\epsilon+1} \quad (2.47)$$

Segundo Hansen (1998), o posto numérico só terá sentido quando existir uma diferença bem definida entre os valores singulares σ_{r_ϵ} e $\sigma_{r_\epsilon+1}$. Ou seja, ele deve ser robusto para pequenas perturbações da tolerância ϵ e dos valores singulares.

Os problemas de mínimos quadrados podem ser resolvidos em conexão com a técnica SVD, principalmente quando há sistemas de equações lineares com posto deficiente. Se a matriz \mathbf{A}_d for invertível, então pela técnica SVD tem-se (Hansen, 1998)

$$\mathbf{A}_d^{-1} = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \sigma_i^{-1} \mathbf{u}_i^H \quad (2.48)$$

e a solução procurada será representada por

$$\mathbf{q} = \sum_{i=1}^n \sigma_i^{-1} (\mathbf{u}_i^H \mathbf{p}_d) \mathbf{v}_i \quad (2.49)$$

Por outro lado, a pseudo-inversa (ou inversa generalizada de Moore-Penrose) \mathbf{A}_d^\dagger será representada, pela técnica SVD, como

$$\mathbf{A}_d^\dagger = \sum_{i=1}^{\text{posto}(\mathbf{A}_d)} \mathbf{v}_i \sigma_i^{-1} \mathbf{u}_i^H \quad (2.50)$$

e a solução ótima \mathbf{q}_{MQ} , associada ao problema de mínimos quadrados, Eq. (2.44), será

$$\mathbf{q}_{\text{MQ}} = \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{p}_d = (\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{A}_d^H \mathbf{p}_d = \sum_{i=1}^{\text{posto}(\mathbf{A}_d)} \sigma_i^{-1} (\mathbf{u}_i^H \mathbf{p}_d) \mathbf{v}_i \quad (2.51)$$

Além disso, a solução $\mathbf{q} = \mathbf{A}_d^{-1} \mathbf{p}_d$ é um caso particular da Eq. (2.51).

Do ponto de vista matemático, raramente, a matriz \mathbf{A}_d é posto deficiente, mas, pode ser numericamente posto deficiente, ou seja, problemas onde existe uma grande diferença entre os pequenos e grandes valores singulares, tal que $r_\epsilon < \text{posto}(\mathbf{A}_d) = n$. Na regularização de problemas, numericamente posto deficiente, a matriz \mathbf{A}_d será considerada, do ponto de vista matemático, como posto deficiente e com certa perturbação. Desta forma, a regularização consiste em substituir \mathbf{A}_d por uma matriz $\tilde{\mathbf{A}}_d$ que esteja próxima e seja, do ponto de vista matemático, posto deficiente, dada por (Hansen, 1998)

$$\tilde{\mathbf{A}}_d = \sum_{i=1}^k \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{v}_i^H \quad (2.52)$$

Neste caso, todos os pequenos valores singulares não zeros $\sigma_{k+1}, \dots, \sigma_n$ são substituídos exatamente por zeros.

Em geral, o posto da matriz $\tilde{\mathbf{A}}_d$ será o posto numérico da matriz \mathbf{A}_d , ou seja, $k = r_\epsilon$, pois se $k < r_\epsilon$ tem-se a perda de informação associada com valores singulares maiores e se $k > r_\epsilon$ tem-se soluções com norma muito elevadas (Hansen, 1998).

Portanto, para a matriz $\tilde{\mathbf{A}}_d$ tem-se um novo problema de mínimos quadrados

$$\min_{\mathbf{q}} \|\tilde{\mathbf{A}}_d \mathbf{q} - \mathbf{p}_d\| \quad (2.53)$$

cujas solução ótima truncada (TSVD) será dada por

$$\mathbf{q}_{\text{TSVD}} = \tilde{\mathbf{A}}_d^\dagger \mathbf{p}_d = (\tilde{\mathbf{A}}_d^H \tilde{\mathbf{A}}_d)^{-1} \tilde{\mathbf{A}}_d^H \mathbf{p}_d = \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-1} (\mathbf{u}_i^H \mathbf{p}_d) \mathbf{v}_i \quad (2.54)$$

2.3.4 Métricas de Controle da Síntese Sonora

Para verificar a precisão do modelo acústico em sintetizar o campo de pressão incidente no painel de teste, utiliza-se o erro de aproximação relativo, definido pela métrica

$$E_{\text{MQ}} = \frac{\|\mathbf{A}_d \mathbf{q}_{\text{MQ}} - \mathbf{p}_d\|}{\|\mathbf{p}_d\|} \quad (\text{sem regularização}) \quad (2.55)$$

e

$$E_{\text{TSVD}} = \frac{\|\mathbf{A}_d \mathbf{q}_{\text{TSVD}} - \mathbf{p}_d\|}{\|\mathbf{p}_d\|} \quad (\text{com regularização}) \quad (2.56)$$

Outra métrica de controle importante é a norma do vetor de velocidade de volume das fontes, seja para o caso não regularizado $\|\mathbf{q}_{\text{MQ}}\|$ ou regularizado $\|\mathbf{q}_{\text{TSVD}}\|$. Através dessa norma será possível verificar se a síntese do campo sonoro incidente no painel de teste não está sobrecarregando, demasiadamente, as fontes acústicas. Em geral, isto ocorre devido ao mal condicionamento da matriz de transferência acústica \mathbf{A}_d e também pela incompatibilidade do campo sonoro alvo com o campo que se pode produzir usando um arranjo de fontes elementares.

A estabilidade da solução numérica associada ao modelo acústico pode ser verificada através do número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d) = \sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$, o qual é obtido pela razão entre o maior e o menor valor singular da matriz de transferência acústica \mathbf{A}_d . Um alto número de condição pode indicar uma grande sensibilidade do sistema linear a erros nos dados utilizados, ruídos de medição e truncamento numérico. Além disso, a matriz $\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d$ pode ter um comportamento quase singular o que cria um enorme problema na inversão numérica. Desta forma, pequenas perturbações em \mathbf{p}_d podem fazer com que o sistema de equações apresente soluções completamente diferentes. No entanto, é importante observar que o mal condicionamento da Eq. (2.42) não é apenas numérico, o próprio sistema físico que gerou as equações pode ser sensível a pequenas alterações (por exemplo, pequenos deslocamentos nos microfones poderia fazer a velocidade das fontes mudarem de forma exagerada). Além disso, se a distância d for muito grande, a matriz \mathbf{A}_d ficará mal condicionada, dificultando a reconstrução do campo sonoro. Geralmente, esta distância deve ser escolhida como sendo maior ou igual a distância de separação entre dois alto-falantes adjacentes no arranjo (Bravo & Maury, 2006).

Para evitar o problema de *aliasing* espacial na síntese sonora, ou seja, a distorção do campo de pressão devido a uma resolução espacial δ_m inadequada para a frequência de operação, determinou-se a frequência limite f_{alias} .

Segundo Bravo & Maury (2006), existirá um corte nas frequências angulares do campo de onda em cada posição de microfone devido à abertura limitada dos arranjos de fontes e microfones. A maior largura de banda angular do arranjo de fontes sonoras é alcançada na posição central de um microfone e dada por

$$B = \frac{2}{\lambda} \text{sen}(\arctan(a/2d)) \quad (2.57)$$

onde a denota a abertura do arranjo de alto-falantes, d é a distância de separação entre os arranjos de alto-falantes e microfones e λ é o comprimento de onda.

Pelo teorema de amostragem de Shannon, a resolução espacial do campo de onda

no plano dos microfones é definida como (Bravo & Maury, 2006)

$$\delta_m = \frac{1}{B} \quad (2.58)$$

Entretanto, é viável supor que a resolução espacial seja limitada pela distância de separação entre dois microfones, dada por (Bravo & Maury, 2006)

$$\delta_m = \frac{l_x^{\text{mic}}}{m_x} = \frac{l_y^{\text{mic}}}{m_y} \quad (2.59)$$

onde l_x^{mic} , l_y^{mic} , m_x e m_y são os comprimentos do arranjo de microfones e as quantidades de microfones nas direções x e y , respectivamente.

Portanto, substituindo as Eqs. (2.57) e (2.58) na Eq. (2.59) e usando que $f_{alias} = c/\lambda_{alias}$, tem-se (Bravo & Maury, 2006)

$$f_{alias} = \frac{m_x c}{2l_x^{\text{mic}} \text{sen}(\arctan(a/2d))} \quad (2.60)$$

2.4 Simulações Numéricas

Simulações numéricas foram desenvolvidas para verificar a capacidade do arranjo plano de monopolos (representando os alto-falantes) em sintetizar o campo acústico gerado por uma onda plana que incide, com determinada inclinação e frequência, sobre uma superfície plana e rígida de teste. Além disso, os resultados numéricos foram utilizados para indicar quais parâmetros do modelo acústico que mais impactaram no processo de síntese sonora.

No Apêndice A estão disponíveis os principais programas utilizados durante o processo de síntese da onda plana através de um arranjo de monopolos.

Para a simulação considerou-se um campo sonoro alvo (onda plana com determinada amplitude, inclinação e frequência) que incide em um arranjo plano e quadrado (painel rígido) de $l_x^{\text{mic}} = l_y^{\text{mic}} = 0,5$ m de lado e discretizado por $m_x \times m_y = 30 \times 30$ pontos de medição (representando os microfones) igualmente espaçados. O campo sonoro foi sintetizado utilizando-se um arranjo plano e quadrado de $l_x^{\text{fonte}} = l_y^{\text{fonte}} = 0,5$ m de lado contendo $n_x \times n_y = 5 \times 5$ monopolos (representando as fontes sonoras) igualmente espaçados e o seu respectivo arranjo imagem, ambos paralelos ao painel rígido.

Para identificar os possíveis parâmetros e as principais dificuldades associadas ao problema de síntese sonora foram feitas diversas simulações numéricas para verificar o comportamento do erro de aproximação, da norma do vetor de velocidade de volume dos monopolos e do número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ da matriz de transferência acústica.

Para ilustrar, a Fig. 2.4, representa a amplitude do campo de pressão acústica (teórico) gerado sobre o painel rígido por uma onda plana oscilando a 300 Hz, de amplitude unitária e inclinada de 90° com relação ao painel, onde a cor indica o ângulo de fase, em graus, da pressão acústica.

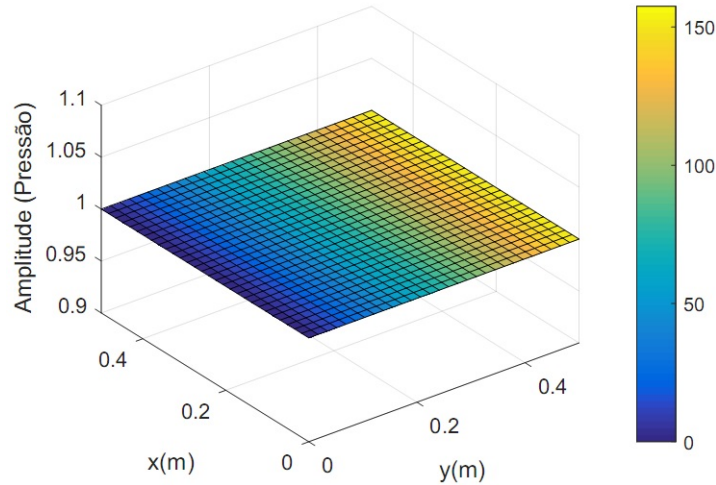


Figura 2.4. Campo de pressão (teórico) gerado por uma onda plana (Fonte: o autor).

Na Fig. 2.5 tem-se a amplitude do campo de pressão acústica sintetizado (aproximado) pelo arranjo de monopolos distante $d = 0,2$ m do painel rígido. O processo de síntese sonora foi sem regularização e as métricas de controle apresentaram os seguintes resultados: $E_{MQ} = 1,16\%$, $\|\mathbf{q}_{MQ}\| = 0,0017$ e $\kappa(\mathbf{A}_d) = 1,88 \times 10^3$.

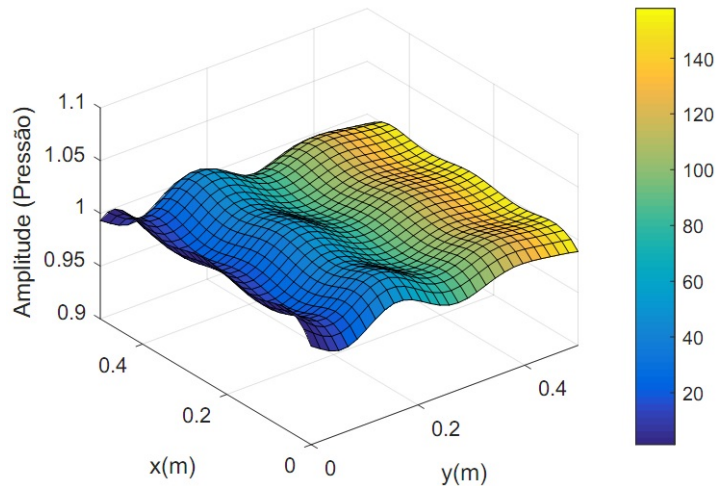


Figura 2.5. Campo de pressão (aproximado) sem regularização (Fonte: o autor).

Por outro lado, a Fig. 2.6 ilustra o processo de síntese sonora usando o método de regularização TSVD com uma certa tolerância especificada. Neste exemplo, em

particular, a regularização TSVD levou ao descarte dos quinze menores valores singulares, de modo que as métricas de controle apresentaram os resultados $E_{\text{TSVD}} = 3,87\%$ e $\|\mathbf{q}_{\text{TSVD}}\| = 8,49 \times 10^{-4}$. Além disso, pela configuração imposta ao modelo acústico para o processo de síntese sonora, tem-se que $f_{alias} = 13178$ Hz, conforme Eq. (2.60).

Geralmente, o processo de regularização TSVD contribuirá para a diminuição da velocidade das fontes sonoras e o aumento do erro. As Figs. 2.7 e 2.8 ilustram o comportamento do processo não regularizado com o regularizado em função da inclinação da onda plana para algumas distâncias d e uma frequência fixa de 400 Hz. De modo análogo, as Figs. 2.9 e 2.10 para algumas frequências e uma distância fixa $d = 0,2$ m.

Com o aumento da distância entre o arranjo de monopolos e o painel de teste, ocorrerá uma suavização do campo sonoro sintetizado, principalmente nas frequências menores, contribuindo para a diminuição do erro de aproximação, conforme observado na Fig. 2.8. Entretanto, para compensar o aumento da distância o modelo acústico aumentará a velocidade das fontes, o que elevará a norma $\|\mathbf{q}_{\text{MQ}}\|$, conforme observado na Fig. 2.7.

A elevação do erro durante o processo de regularização ocorre em parte à escolha da faixa de valores singulares pequenos que serão descartados. Quanto maior a faixa de valores singulares descartados maior será o erro devido ao afastamento da solução ótima original. Portanto, dependendo da precisão requerida na síntese de campos sonoros, o processo de regularização TSVD deve ser utilizado de forma a encontrar um ponto de equilíbrio entre a redução da velocidade das fontes e o conseqüente aumento do erro de aproximação.

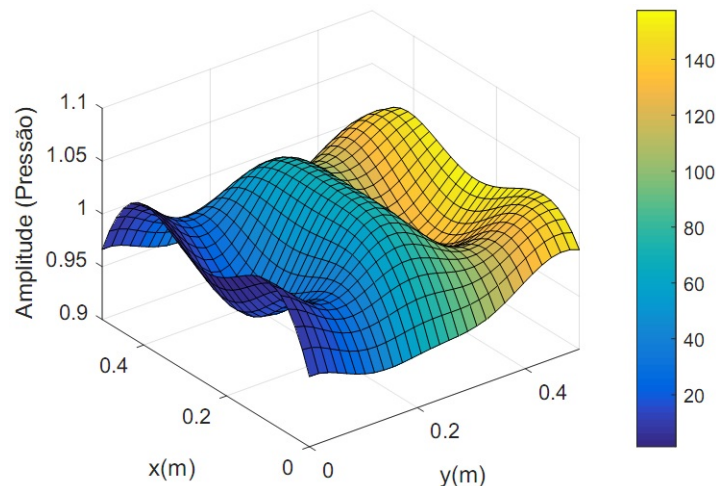


Figura 2.6. Campo de pressão (aproximado) com regularização TSVD (Fonte: o autor).

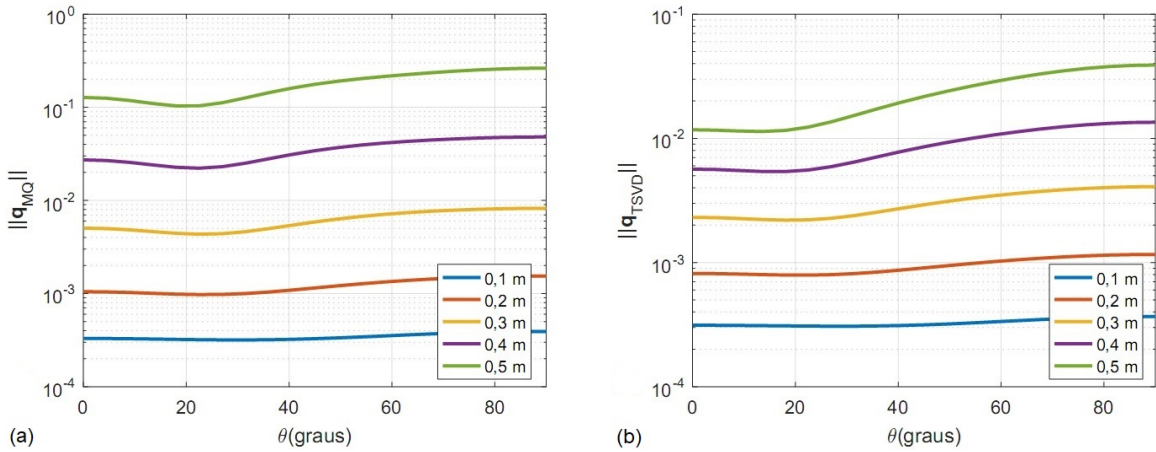


Figura 2.7. (a) $\|q_{MQ}\|$ e (b) $\|q_{TSVD}\|$ como função da inclinação para algumas distâncias d e frequência fixa de 400 Hz (Fonte: o autor).

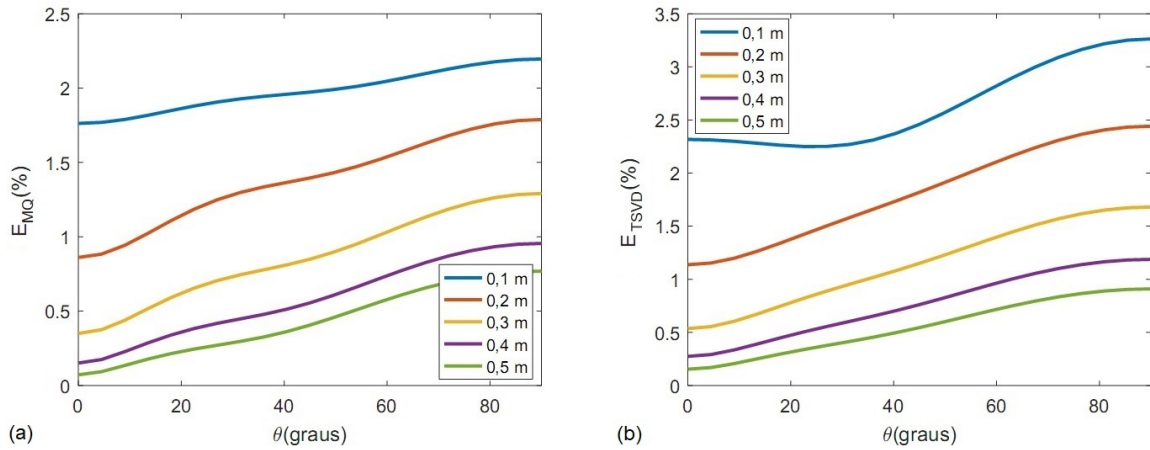


Figura 2.8. (a) E_{MQ} e (b) E_{TSVD} como função da inclinação para algumas distâncias d e frequência fixa de 400 Hz (Fonte: o autor).

Diversos parâmetros e variáveis podem afetar a qualidade da síntese de campos sonoros, tais como: frequência; distância entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste; quantidade de fontes sonoras e quantidade de pontos de medição.

Para o campo de pressão alvo gerado por uma onda plana, a frequência e a inclinação θ são dois fatores que impactam no erro de aproximação e na norma do vetor de velocidades durante o processo de síntese pelo arranjo de monopolos. Por exemplo, um arranjo de monopolos oscilando em alta frequência produz um campo de pressão muito complexo quando comparado ao produzido por uma onda plana. Desta forma, o campo de pressão gerado por uma onda plana em alta frequência será sintetizado com maior dificuldade pelo arranjo de monopolos, principalmente, para inclinações próximas de 90 graus, apesar da redução da norma da solução, conforme

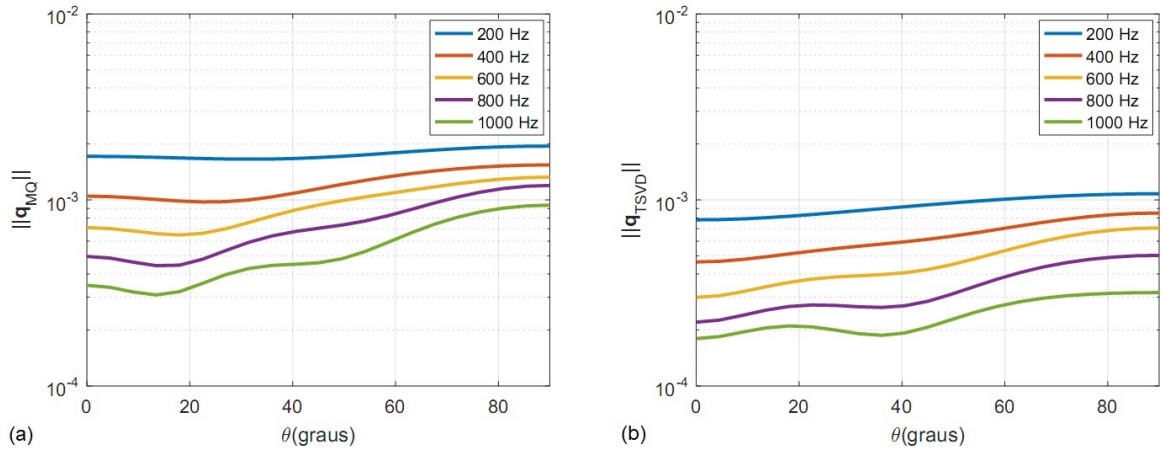


Figura 2.9. (a) $\|\mathbf{q}_{\text{MQ}}\|$ e (b) $\|\mathbf{q}_{\text{TSVD}}\|$ como função da inclinação para algumas frequências e distância fixa $d = 0,2\text{m}$ (Fonte: o autor).

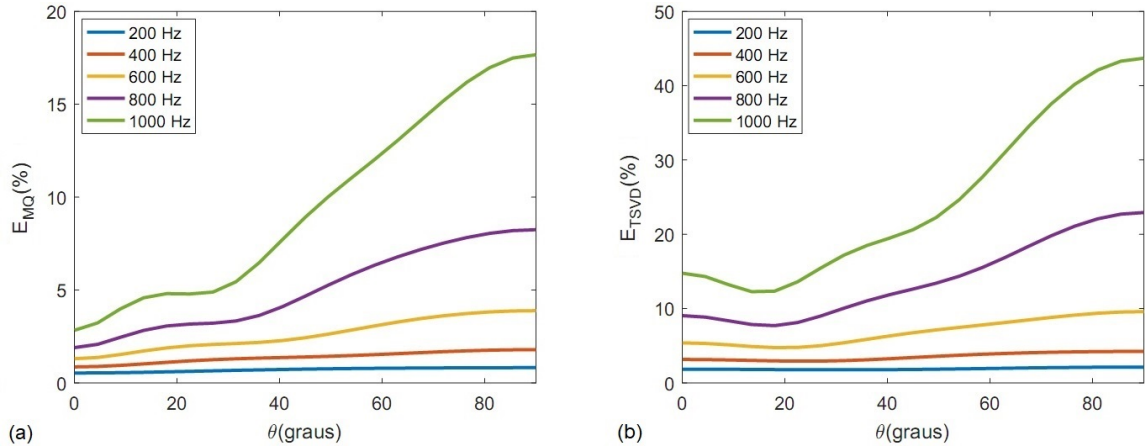


Figura 2.10. (a) E_{MQ} e (b) E_{TSVD} como função da inclinação para algumas frequências e distância fixa $d = 0,2\text{m}$ (Fonte: o autor).

ilustrado pelas Figs. 2.11 e 2.12.

Na solução do problema inverso podem surgir valores elevados para a velocidade das fontes sonoras devido ao modelo acústico ser mal condicionado e também incompatível com o campo sonoro alvo que será sintetizado. Pela Fig. 2.13, observa-se que a matriz de transferência acústica \mathbf{A}_d apresenta um número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ muito elevado, o qual decresce com o aumento da frequência e diminuição da distância entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste.

Simulações numéricas, considerando $d = 0,1\text{m}$ e $\theta = 90^\circ$, confirmam que o modelo acústico também é influenciado pela quantidade de fontes monopulares e de pontos de medição.

Pela Fig. 2.14(a), observa-se que a qualidade da síntese sonora tem uma relação

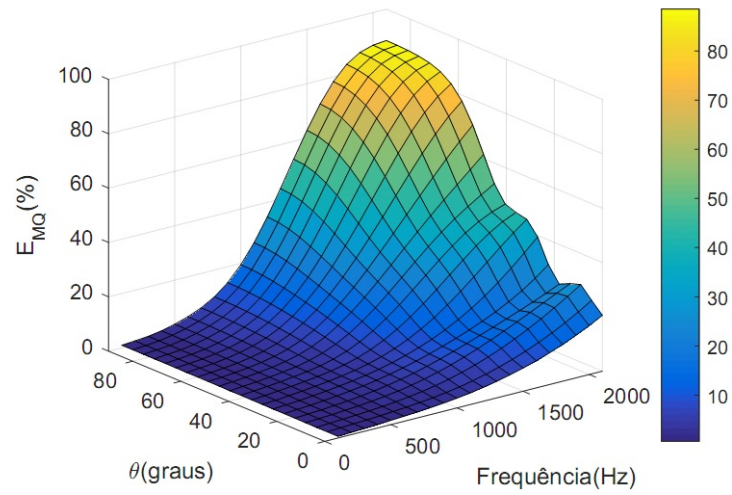


Figura 2.11. Variação do E_{MQ} para uma distância $d = 0,2$ m entre o arranjo de fontes e o painel de teste (Fonte: o autor).

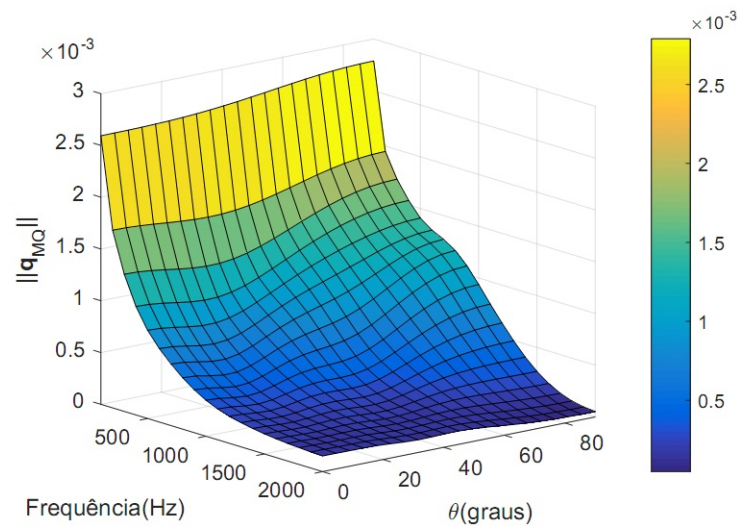


Figura 2.12. Variação da $\|q_{MQ}\|$ para uma distância $d = 0,2$ m entre o arranjo de fontes e o painel de teste (Fonte: o autor).

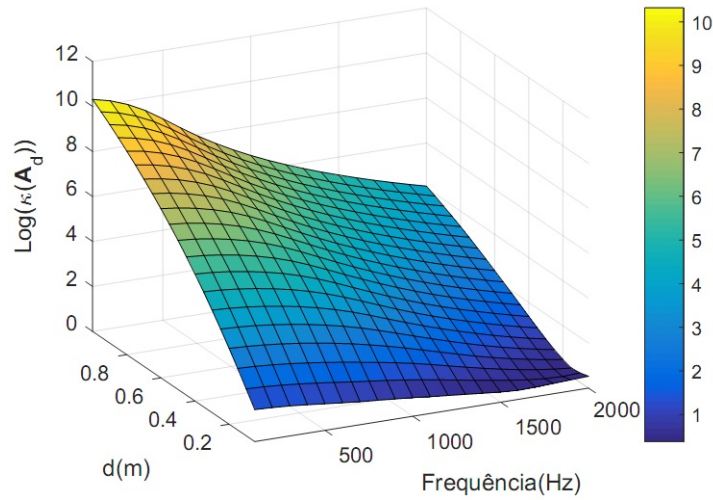


Figura 2.13. Número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ em função da distância e frequência (Fonte: o autor).

direta com a quantidade de fontes sonoras utilizadas no arranjo. Maior densidade de fontes sonoras implica em maior capacidade do arranjo em sintetizar campos acústicos distintos dos gerados por monopólos. Entretanto, o modelo acústico com maior densidade de fontes está sujeito a maior instabilidade da solução do problema inverso, conforme observado pela Fig. 2.15.

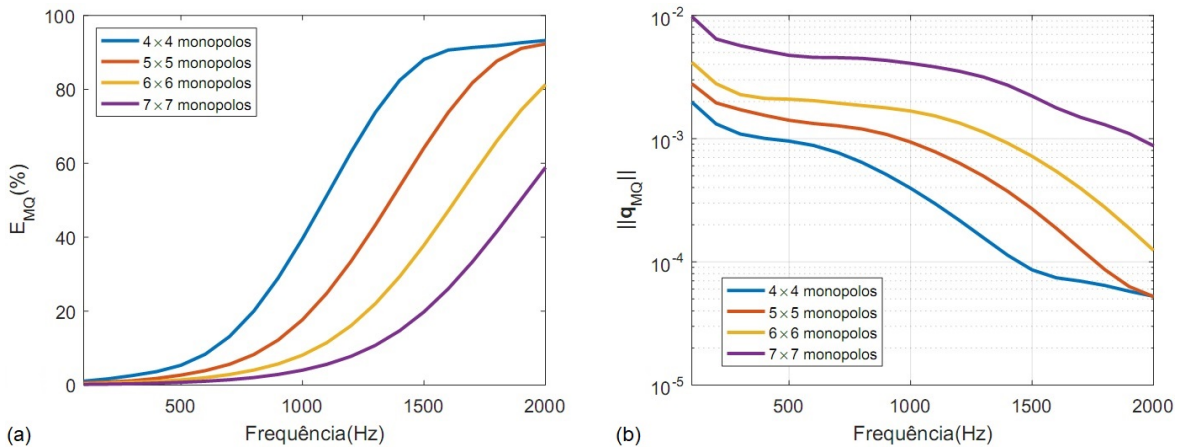


Figura 2.14. (a) E_{MQ} e (b) $\|\mathbf{q}_{MQ}\|$ em função da frequência para várias densidades de fontes monopolares no modelo acústico com 30×30 pontos de medição (Fonte: o autor).

Durante o processo de amostragem do campo de pressão alvo, a distância entre os pontos de medição (representando os microfones) deve ser menor que o comprimento de onda para evitar o problema de *aliasing* espacial na síntese sonora. Desta forma, quanto maior a densidade de pontos de medição no modelo acústico, melhor será a

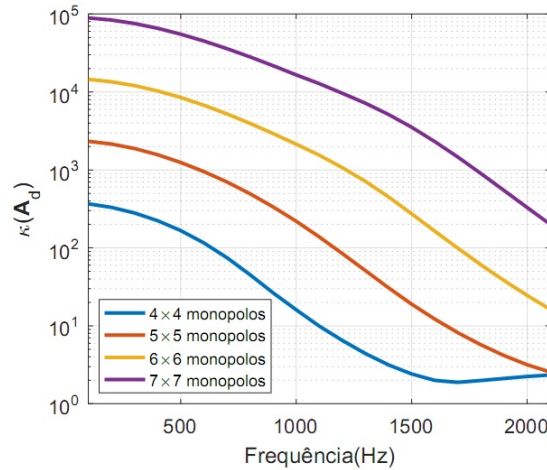


Figura 2.15. Número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ em função da frequência para várias densidades de fontes monopulares no modelo acústico com 30×30 pontos de medição (Fonte: o autor).

resolução espacial δ_m e, conseqüentemente, menor a possibilidade de *aliasing* espacial. Por exemplo, nas Figs. 2.16 e 2.17, são consideradas as densidades 7×7 , 10×10 , 30×30 e 40×40 , as quais estão associada a uma f_{alias} , estimada pela Eq. (2.60), de 3075 Hz, 4392 Hz, 13178 Hz e 17570 Hz, respectivamente.

O aparente aumento no erro, ilustrado na Fig. 2.16(a), ocorre pelo aumento da incompatibilidade do arranjo de monopólos em sintetizar, principalmente, nas frequências maiores, o campo de pressão alvo (onda plana) que foi amostrado de forma mais precisa devido a uma melhor resolução espacial do arranjo de microfones.

As Figs. 2.16 e 2.17 ilustram a formação de um limite para a densidade de pontos de medição, acima do qual, a reprodução do campo de pressão desejado não deve ser, significativamente, melhorada.

Na Tabela 2.1 é apresentado um resumo dos principais fatores que influenciam no processo de síntese de ondas planas através de um arranjo de fontes monopulares. Observa-se que a frequência, a distância entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste e a própria quantidade de fontes acústicas utilizadas são fatores importantes no processo de síntese sonora. O modelo acústico, para ser eficiente, deve ser capaz de sintetizar o campo sonoro alvo em uma ampla faixa de frequências. Assim, a distância entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste e a quantidade de fontes acústicas devem ser otimizadas de forma a equilibrar a conflitante relação entre o erro de aproximação e a norma da solução. Além disso, os resultados numéricos mostram que tanto o erro de aproximação como a norma da solução aumentam com a inclinação almejada para a onda plana.

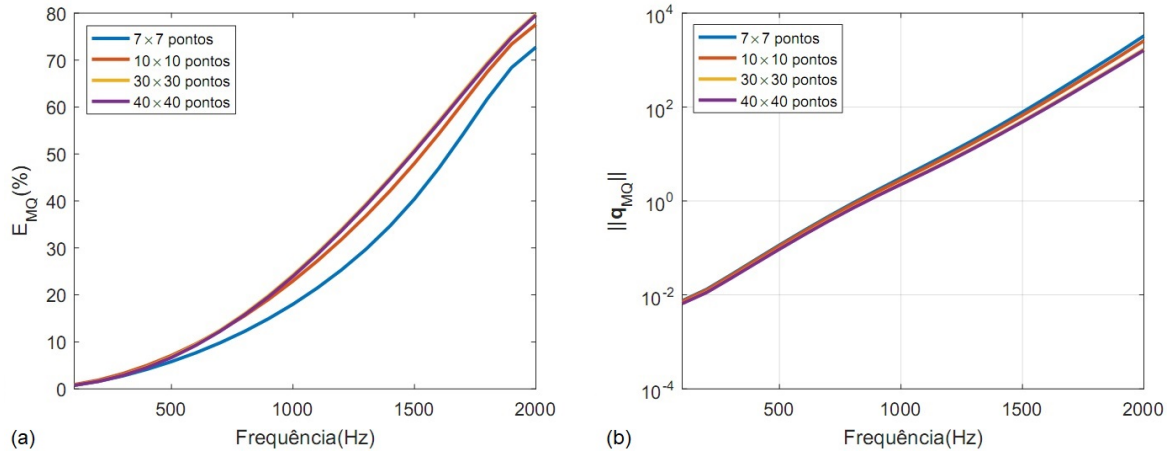


Figura 2.16. (a) E_{MQ} e $\|\mathbf{q}_{MQ}\|$ em função da frequência para várias densidades de pontos de medição no modelo acústico com 5×5 fontes monopulares (Fonte: o autor).

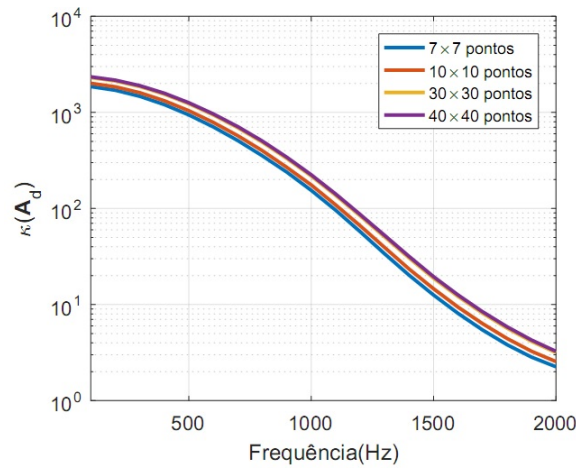


Figura 2.17. Número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ em função da frequência para várias densidades de pontos de medição no modelo acústico com 5×5 fontes monopulares (Fonte: o autor).

Tabela 2.1. Fatores que impactam no processo de síntese de campos sonoros através de arranjos de fontes monopulares.

Fator	$E(\%)$	$\ \mathbf{q}\ $	$\kappa(\mathbf{A}_d)$
↑ Frequência	↑	↓	↓
↑ Distância d	↓	↑	↑
↑ Inclinação da onda plana	↑	↑	—
↑ Quantidade de fontes monopulares	↓	↑	↑
↑ Quantidade de pontos de medição	↑	↓	↑

Observação: (↑) aumenta (↓) diminui (—) não se aplica

Fonte: o autor

Os resultados das simulações numéricas sugerem que é possível sintetizar, em campo próximo, a distribuição de pressão gerada por uma onda plana sobre um painel finito e rígido para diversas inclinações e frequências de forma razoável, mesmo sabendo que o modelo acústico monopolar não é totalmente compatível com este tipo de distribuição de pressão sonora. Além disso, o condicionamento do modelo acústico parece não estar associado, necessariamente, com a qualidade da solução estimada, mas sim com a estabilidade da solução do sistema de funções de transferência acústica entre os monopolos e os pontos de medição. Portanto, nem sempre o modelo com melhor condicionamento apresentará o resultado mais satisfatório na síntese sonora. Em geral, um elevado $\kappa(\mathbf{A}_d)$ está associado a uma instabilidade da solução do modelo a perturbações no campo de pressão alvo.

Capítulo 3

Síntese Sonora usando FFARMs e NFARMs

Neste capítulo são abordados temas da literatura como impedância de radiação, potência sonora, modos de radiação acústica e decomposição de campos sonoros através dos ARMs de um arranjo de fontes. Além disso, para tornar mais realista a síntese de ondas planas que incidem sobre um painel rígido de teste é usado o método de elementos finitos para modelar a geometria e as condições de contorno do problema vibroacústico. A onda plana foi escolhida como “alvo”, pois campos sonoros arbitrários podem ser decompostos em um conjunto de ondas planas que viajam em diferentes direções. Assim, se for viável a síntese do campo de pressão gerado pela onda plana, com certa inclinação e frequência, então, será possível sintetizar campos sonoros mais complexos.

O objetivo é verificar se o controle de um arranjo plano de alto-falantes por seus modos de radiação mais eficientes conduzirá a uma velocidade viável para as fontes sonoras, evitando a sobrecarga das mesmas. Para este propósito, simulações numéricas do modelo acústico permitem a obtenção das matrizes de transferência acústica e velocidade de partícula. Estas matrizes são usadas na construção da matriz que acopla a potência sonora, a partir da qual são extraídos os FFARMs e NFARMs. Através da solução do problema inverso, pelo método dos mínimos quadrados, é determinado o vetor ótimo de velocidade das fontes sonoras, onde os FFARMs e NFARMs mais eficientes são usados na fase de regularização da síntese sonora.

Pela análise do erro de aproximação e da norma do vetor de velocidade das fontes, para os casos com regularização (ARMs) e sem regularização (MQ), é possível identificar as faixas de frequências, inclinações da onda plana e distâncias entre o arranjo de fontes e o plano de síntese que produzirão soluções mais satisfatórias.

3.1 Impedância de Radiação

A impedância de radiação de um arranjo planar de fontes acústicas, em campo próximo, pode conduzir a uma análise bastante complexa devido às combinações mútuas entre as impedâncias das fontes sonoras, principalmente, na presença do painel rígido de teste. De fato, o modelo acústico descrito tem muitos graus de liberdade e gera um campo sonoro complexo, de modo que não é simples fazer uma analogia com um oscilador de um grau de liberdade. Desta forma, mesmo abordando a impedância de radiação de uma única fonte, essa informação poderá ser útil para dar um vislumbre do comportamento da potência sonora radiada por um arranjo com muitas fontes acústicas em campo próximo.

Quando uma fonte acústica, em campo próximo, emite ondas sonoras devido à sua vibração, outro termo de impedância deve ser adicionado à impedância mecânica da fonte. Este novo termo é a impedância de radiação do fluido (ar) na proximidade da fonte sonora, uma vez que o fluido carregado pela superfície da fonte altera a resposta vibracional do oscilador.

Considerou-se uma fonte sonora cuja superfície ativa (diafragma), de área Σ , se move uniformemente com componente normal de velocidade \mathbf{U} . Se $d\mathbf{f}_\Sigma$ é o componente normal de força em um elemento $d\Sigma$ da superfície ativa, então a impedância de radiação é definida como (Kinsler et al., 1982)

$$\mathbf{Z}_r = \int \frac{d\mathbf{f}_\Sigma}{\mathbf{U}} \quad (3.1)$$

Se a superfície ativa da fonte for modelada como um oscilador simples de massa m_f , resistência mecânica R_m , rigidez K_f e se move, uniformemente, com componente normal de velocidade $\mathbf{U}_0 = U_0 e^{j\omega t}$ devido a uma força $\mathbf{f}_m = F_m e^{j\omega t}$ aplicada, então pela segunda lei de Newton, tem-se (Kinsler et al., 1982)

$$m_f \frac{\partial \mathbf{U}_0}{\partial t} + R_m \mathbf{U}_0 + K_f \int \mathbf{U}_0 dt = \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_\Sigma \quad (3.2)$$

onde a força que a superfície ativa da fonte faz sobre o fluido circundante é $\mathbf{f}_\Sigma = \mathbf{Z}_r \mathbf{U}_0$.

Note que a dependência harmônica no tempo, deste ponto em diante do trabalho, será da forma $e^{j\omega t}$, para ficar em conformidade com o *software* COMSOL *Multiphysics*, utilizado na etapa de modelagem da geometria e condições de contorno do modelo acústico. Além disso, a impedância mecânica deste oscilador é definida como (Kinsler et al., 1982)

$$\mathbf{Z}_m = R_m + j(\omega m_f - K_f/\omega) \quad (3.3)$$

Desta forma, usando a Eq. (3.3) e resolvendo a Eq. (3.2) em relação a \mathbf{U}_0 , tem-se (Kinsler et al., 1982)

$$\mathbf{U}_0 = \frac{\mathbf{f}_m}{\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_r} \quad (3.4)$$

Portanto, na presença de carga de fluido, a força aplicada encontra a soma da impedância mecânica da fonte e da impedância de radiação. Além disso, \mathbf{f}_m não deve ser confundida com a força na fonte devido às flutuações de pressão acústica, \mathbf{f}_Σ . A impedância mecânica está associada à força motriz mecânica e a impedância de radiação está associada à força motriz acústica. Desta forma, a impedância de radiação pode ser expressa como (Kinsler et al., 1982)

$$\mathbf{Z}_r = \frac{\mathbf{f}_\Sigma}{\mathbf{U}_0} = R_r + jX_r \quad (3.5)$$

onde R_r denota a resistência de radiação e X_r é a reatância de radiação.

A parte real da impedância de radiação, R_r , representa a resistência associada à transferência de energia da fonte para o campo acústico externo. Ou seja, ela é uma medida da potência que o oscilador é capaz de radiar em determinada velocidade, além de ser um fator crítico na determinação da eficiência e da largura de banda efetiva.

A parte imaginária da impedância de radiação, X_r , representa uma massa, $m_r = X_r/\omega$ (também denominada massa de radiação), adicionada ao oscilador, uma vez que a superfície vibratória acelera o meio adjacente e transfere energia cinética para ele. A massa adicionada afeta a operação do oscilador, alterando a sua frequência ressonante, uma vez que a ressonância ocorre na frequência em que a reatância da massa e a reatância da rigidez se cancelam.

As propriedades mecânicas do oscilador também afetam suas propriedades de radiação sonora. Utilizando-se as Eqs.(3.3) e (3.5), a equação (3.4) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_0 &= \frac{\mathbf{f}_m}{R_m + j(\omega m_f - K_f/\omega) + R_r + jX_r} \\ &= \frac{\mathbf{f}_m}{R_m + R_r + j[\omega(m_f + m_r) - K_f/\omega]} \end{aligned} \quad (3.6)$$

A Eq. (3.6) mostra, claramente, que a velocidade do oscilador é função de (i) seu amortecimento, (ii) sua massa, (iii) sua rigidez, (iv) sua resistência de radiação acústica e (v) sua reatância de radiação. Como mencionado anteriormente, a resistência de radiação acústica é devida à pressão sonora radiada para o meio e a reatância da radiação acústica é devida à massa de radiação (massa associada à energia cinética do campo próximo).

A potência sonora complexa média no tempo pode ser estimada em termos da

impedância mecânica e da impedância de radiação da fonte acústica por (Kinsler et al., 1982)

$$\begin{aligned}\langle \Pi \rangle &= \frac{1}{2} |\mathbf{U}_0|^2 [\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_r] \\ &= \frac{1}{2} U_0^2 \{R_m + R_r + j[\omega(m_f + m_r) - K_f/\omega]\}\end{aligned}\quad (3.7)$$

onde $\langle \cdot \rangle$ representa a média no tempo. Desta forma, as potências sonoras ativa e reativa médias podem ser definidas, respectivamente, por

$$\langle \Pi_A \rangle \equiv \text{Re}\{\langle \Pi \rangle\} = \frac{1}{2} U_0^2 \{R_m + R_r\} \quad (3.8)$$

e

$$\langle \Pi_R \rangle \equiv \text{Im}\{\langle \Pi \rangle\} = \frac{1}{2} U_0^2 \{\omega(m_f + m_r) - K_f/\omega\} \quad (3.9)$$

Na Eq. (3.8), o primeiro termo dentro dos parênteses está associado à potência mecânica que é dissipada e o segundo termo à potência sonora que é radiada para o meio acústico externo.

O papel da resistência de radiação, R_r , na operação de um oscilador é totalmente diferente daquela da resistência mecânica interna, R_m , que representa a perda de energia dentro do oscilador. Portanto, valores altos de R_r e valores baixos de R_m são necessários para uma radiação eficiente pelo oscilador.

A potência sonora reativa radiada pela fonte em campo próximo, conforme Eq. (3.9), pode apresentar um comportamento positivo ou negativo dependendo das contribuições da rigidez K_f e das massas m_f e m_r . Em geral, nas proximidades da fonte a massa de radiação terá grande contribuição, de forma que a potência sonora reativa será positiva no campo acústico evanescente. Entretanto, à medida que se afasta da fonte a massa de radiação diminuirá sua contribuição (principalmente nas frequências elevadas) e a rigidez poderá ser dominante, de forma que a potência assumirá valores negativos.

A massa de radiação m_r se comporta como uma constante em baixas frequências, contribuindo, significativamente, para a energia cinética do campo acústico próximo durante o processo de radiação. Entretanto, sua contribuição pode ir a zero à medida que a frequência aumenta. Além disso, a massa de radiação irá contribuir para a diminuição da frequência de ressonância da fonte de $\omega_0 = \sqrt{K_f/m_f}$ para $\omega_0 = \sqrt{K_f/(m_f + m_r)}$ (Kinsler et al., 1982).

3.2 Modos de Radiação Acústica

A teoria dos modos de radiação acústica, desenvolvida inicialmente por Borgiotti (1990), permite representar a potência sonora total radiada como uma combinação linear da potência sonora produzida independentemente por cada modo de radiação.

Os ARMs são definidos como distribuições de velocidade de fontes independentes que contribuem otimamente para a potência sonora radiada por um arranjo de fontes acústicas. Ou seja, entre todos os conjuntos admissíveis de funções de base, o conjunto de ARMs é o que requer o menor número de termos para representar a potência sonora radiada em uma determinada frequência. De fato, as eficiências de radiação correspondentes diminuem drasticamente com o índice modal. Assim, a maior parte da potência radiada é capturada pelos primeiros ARMs que contribuem muito mais para o som radiado do que os últimos modos. Portanto, um número reduzido de modos de radiação pode ser suficiente para representar, aproximadamente, um campo sonoro com uma boa precisão.

Outra vantagem dos modos de radiação é que não dependem da massa e rigidez da fonte sonora, ou seja, as propriedades e espessura do material não desempenham nenhum papel na determinação dos modos de radiação, que são apenas uma função da frequência, da forma da fonte e as restrições às quais está submetida.

A potência sonora total radiada por uma determinada fonte em condições de campo livre é definida como sendo a intensidade acústica normal integrada sobre a área de uma superfície Γ , que envolve a fonte sonora. Desta forma, a potência sonora complexa total Π , emitida pela fonte, pode ser escrita como

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} u^* p \, d\Gamma \quad (3.10)$$

onde p denota a pressão sonora complexa, u é a componente normal da velocidade de partícula sobre a superfície envolvente Γ e o asterisco indica o conjugado complexo.

As potências sonoras ativa e reativa são definidas, respectivamente, por

$$\Pi_A \equiv \text{Re}(\Pi) \quad (3.11)$$

e

$$\Pi_R \equiv \text{Im}(\Pi) \quad (3.12)$$

onde $\text{Re}(\Pi)$ e $\text{Im}(\Pi)$ representam as partes real e imaginária da potência sonora.

A potência ativa Π_A corresponde à potência média radiada para o espaço, a qual será dominante em campo distante. Neste caso, a potência sonora total será

proporcional à pressão sonora ao quadrado.

A potência sonora reativa Π_R terá sua maior contribuição no campo próximo da fonte. A potência reativa representa o fluxo de energia oscilando entre a fonte e o fluido circundante (campo evanescente) que não se propaga para o campo distante. Além disso, no campo próximo, a potência sonora total de uma fonte acústica é dada pela soma das potências ativa e reativa.

Um arranjo finito de n fontes sonoras, cada qual vibrando com uma velocidade uniforme ao longo de toda a sua superfície, conduzem a um conjunto de n modos de radiação linearmente independentes, de modo que a potência sonora total será dada pela combinação linear da potência sonora produzida por cada modo. Os ARMs podem ser obtidos através da análise de autovalor do operador de radiação, onde os autovetores são os ARMs e os autovalores as suas eficiências de radiação.

Conforme Cunefare (1991); Currey & Cunefare (1995); Cunefare et al. (2001) e Pasqual & Martin (2011), as eficiências de radiação ativa e reativa de um arranjo finito de n fontes sonoras podem ser definidas, respectivamente, como

$$\sigma^A \equiv \frac{\Pi_A}{\rho_0 c S \langle |v_s|^2 \rangle} \quad (3.13)$$

e

$$\sigma^R \equiv \frac{\Pi_R}{\rho_0 c S \langle |v_s|^2 \rangle} \quad (3.14)$$

onde S denota a área efetiva do arranjo de fontes vibrando e $\langle |v_s|^2 \rangle = \frac{1}{2S} \int_S |v_s|^2 dS$ representando a média quadrática da velocidade ao longo de toda a superfície das fontes, a qual pode ser discretizada para um arranjo de n fontes por

$$\langle |v_s|^2 \rangle = \frac{1}{2S} \sum_{i=1}^n |q_i|^2 \Delta S \quad (3.15)$$

onde q_i denota a amplitude da velocidade complexa da i -ésima fonte e $\Delta S = S/n$ é a área vibrando de cada elemento do arranjo de fontes, os quais se supõem idênticos.

Seja \mathbf{q} um vetor $n \times 1$ contendo a velocidade de cada fonte sonora, de modo que $\sum_{i=1}^n |q_i|^2 = \mathbf{q}^H \mathbf{q}$. Portanto, a Eq. (3.15) pode ser reescrita como

$$\langle |v_s|^2 \rangle = \frac{1}{2n} \mathbf{q}^H \mathbf{q} \quad (3.16)$$

Segundo Cunefare (1991); Borgiotti & Jones (1994); Cunefare & Currey (1994); Currey & Cunefare (1995) e Cunefare et al. (2001), em um arranjo de n fontes sonoras, as

potências Π_A e Π_R podem ser escritas como

$$\Pi_A = \mathbf{q}^H \mathbf{W}_A \mathbf{q} \quad (3.17)$$

e

$$\Pi_R = \mathbf{q}^H \mathbf{W}_R \mathbf{q} \quad (3.18)$$

onde $\mathbf{W}_A = \text{Re}(\mathbf{W})$ e $\mathbf{W}_R = \text{Im}(\mathbf{W})$ são matrizes reais quadradas de ordem n que acoplam as potências sonoras ativa e reativa, respectivamente, radiadas pelos elementos de \mathbf{q} .

Além disso, segundo Borgiotti & Jones (1994); Cunefare & Currey (1994) e Cunefare et al. (2001), pode-se definir as matrizes de eficiência ativa e reativa, respectivamente, por

$$\mathbf{C}_A = \frac{2n}{\rho c S} \mathbf{W}_A \quad (3.19)$$

e

$$\mathbf{C}_R = \frac{2n}{\rho c S} \mathbf{W}_R \quad (3.20)$$

Nota-se que \mathbf{W}_A e \mathbf{C}_A possuem os mesmos autovetores, os quais são os modos de radiação ativos. Similarmente, os autovetores de \mathbf{W}_R ou \mathbf{C}_R são os modos de radiação reativos. Usando as Eqs. (3.16) até (3.20), as Eqs. (3.13) e (3.14) podem ser reescritas como

$$\sigma^A = \frac{\mathbf{q}^H \mathbf{C}_A \mathbf{q}}{\mathbf{q}^H \mathbf{q}} \quad (3.21)$$

e

$$\sigma^R = \frac{\mathbf{q}^H \mathbf{C}_R \mathbf{q}}{\mathbf{q}^H \mathbf{q}} \quad (3.22)$$

A solução do problema de autovalor ativo, portanto, é

$$\mathbf{C}_A \boldsymbol{\varphi}^A = \lambda^A \boldsymbol{\varphi}^A \quad (3.23)$$

o quê leva a um conjunto de n autovetores $\boldsymbol{\varphi}_1^A, \dots, \boldsymbol{\varphi}_n^A$ correspondentes aos autovalores ordenados como $\lambda_1^A \geq \dots \geq \lambda_n^A$. Esses autovetores são os modos de radiação ativos e os autovalores são seus coeficientes de eficiência de radiação ativa, ou seja, $\sigma_i^A \equiv \sigma^A(\boldsymbol{\varphi}_i^A) = \lambda_i^A$ para $i = 1, \dots, n$.

Analogamente, o caso reativo leva a um conjunto de n autovetores $\boldsymbol{\varphi}_1^R, \dots, \boldsymbol{\varphi}_n^R$ correspondentes aos autovalores ordenados como $\lambda_1^R \geq \dots \geq \lambda_n^R$, os quais são os coeficientes de radiação reativa, ou seja, $\sigma_i^R \equiv \sigma^R(\boldsymbol{\varphi}_i^R) = \lambda_i^R$ para $i = 1, \dots, n$.

3.2.1 Matriz Modal

Os modos de radiação ativos φ^A e reativos φ^R , principalmente os mais eficientes, podem ser usados para compor uma base adequada de controle do arranjo de fontes associado. Desta forma, qualquer campo sonoro, decomposto nesta base, poderia ser sintetizado com certa precisão sem que as fontes sonoras fossem sobrecarregadas. Assim, define-se a matriz modal quadrada Ψ de ordem n cujas colunas contém os modos de radiação ativos e/ou reativos, tal que qualquer \mathbf{q} pode ser decomposto como

$$\mathbf{q} = \Psi \boldsymbol{\alpha} \quad (3.24)$$

onde $\boldsymbol{\alpha}$ é o vetor formado pelas n contribuições dos modos de radiação ativos e/ou reativos. Vale ressaltar que $\sigma_n^A \leq \sigma^A \leq \sigma_1^A$, ou seja, um padrão de velocidade arbitrária não pode ser mais eficiente do que o primeiro modo ativo ou menos eficiente que o último modo ativo. Similarmente, as mesmas conclusões são válidas para o caso reativo.

Conhecidas as eficiências de radiação associadas aos correspondentes modos de radiação ativos e reativos será possível definir uma ordem de truncamento, a partir de uma precisão requerida, que reduzirá o número de canais efetivos no sistema de síntese sonora. Este truncamento servirá como uma técnica de regularização para evitar a sobrecarga dos osciladores, ocasionada pelos padrões de velocidade das fontes associados com as eficiências de radiação muito baixas.

Portanto, uma matriz modal reduzida $\widetilde{\Psi}$, composta pelos $\tilde{n} < n$ modos (ativos e/ou reativos) mais eficientes, poderá ser definida de modo que qualquer \mathbf{q} será aproximado como

$$\mathbf{q} \approx \widetilde{\Psi} \tilde{\boldsymbol{\alpha}} \quad (3.25)$$

onde $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ é o vetor $\tilde{n} \times 1$ que contém as contribuições dos \tilde{n} ARMs, mais eficientes, associados ao arranjo de fontes sonoras.

3.2.2 Subespaços de Radiação Acústica

De modo geral, um subespaço de radiação acústica \mathcal{S} , com $\dim \mathcal{S} = l$, pode ser gerado segundo um agrupamento de $(1 \leq l \leq n)$ ARMs, onde n é a quantidade de fontes sonoras distribuídas em um arranjo. Por exemplo, se o i -ésimo ARM (autovetor φ_i) tem eficiência σ_i , a qual é distinta dos demais ARMs, então este autovetor pode ser usado para gerar um subespaço de radiação unidimensional, o qual pode ser representado por $\mathcal{S}_i = \text{span}\{\varphi_i\}$. Entretanto, pode acontecer de $(2 \leq l \leq n)$ ARMs terem uma mesma eficiência de radiação, digamos σ_j . Então, qualquer combinação linear deles também

resultará nesta eficiência σ_j . Neste caso, os l ARMs (autovetores) geram um subespaço de radiação l -dimensional associado à eficiência σ_j , o qual pode ser representado por $\mathcal{S}_j = \text{span}\{\varphi_{j1}, \dots, \varphi_{jl}\}$.

Para verificar o comportamento de um determinado subespaço de radiação em função da frequência ou distância \tilde{d} , usa-se a métrica ϕ , que corresponde ao ângulo formado entre o subespaço, obtido em determinada frequência (ou distância) de referência, e suas outras sucessivas variações em função da frequência (ou distância). O subespaço de referência será obtido na menor frequência ou distância utilizada durante o processo de síntese sonora. Note que, o comportamento observado, através desta métrica, diz respeito diretamente aos ARMs utilizados na geração do subespaço de radiação associado.

Se o ângulo ϕ , formado entre o subespaço de referência e o seu sucessor, for pequeno, isso implicará que os dois são quase linearmente dependentes, i.e., que praticamente o subespaço de radiação considerado não é afetado pela variação da frequência ou distância \tilde{d} .

O ângulo entre subespaços tem grande aplicação na estatística (Cohen, 1969), na teoria da aproximação envolvendo o método dos mínimos quadrados (Dahlquist et al., 1968) e no cálculo de subespaços invariantes de uma matriz (Varah, 1970). Além disso, aparece naturalmente em cálculos de autoespaços (Knyazev, 2001), uma vez que fornece informação sobre a qualidade da solução obtida.

Portanto, o ângulo ϕ poderá ser utilizado como uma métrica conveniente para medir a diferença entre dois sucessivos subespaços de radiação acústica. Assim, dados dois subespaços de radiação \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 de mesma dimensão ($\dim \mathcal{S}_1 = \dim \mathcal{S}_2 \geq 1$), gerados pelas colunas ortonormais das matrizes V_1 e V_2 , o ângulo ϕ entre \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 será definido pela relação (Wedin, 1983; Golub & Loan, 1996; Argentati, 2003)

$$\text{sen } \phi = \|V_1 V_1^H - V_2 V_2^H\|_2 \quad (3.26)$$

onde $V_i V_i^H$ é a matriz de projeção ortogonal associada ao subespaço \mathcal{S}_i . Note que $\text{sen } \phi$ representa a função de distância entre os dois subespaços. Além disso, $\text{sen } \phi = 0$ se e somente se $\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_2$.

3.3 Síntese de Campos Sonoros

A geometria e as condições de contorno do arranjo de fontes sonoras (representando os alto-falantes) e do painel rígido de teste foram modelados através do *software* COMSOL *Multiphysics*, conforme será detalhado na seção 3.3.3. O MEF foi usado para construção

das matrizes de pressão sonora e velocidade de partícula e, conseqüentemente, da matriz que acopla a potência sonora do modelo acústico, a qual será utilizada para obtenção dos FFARMS e NFARMS.

3.3.1 Modelo Acústico

Para construção do modelo de pressão sonora, considerou-se um arranjo de n fontes sonoras distribuídas uniformemente sobre uma superfície rígida no plano xy com $z = 0$, oscilando em um mesmo número de onda k e com velocidade q_i , onde $i = 1, \dots, n$. O painel rígido de teste é plano e paralelo ao arranjo de fontes com $z = d > 0$. Usando o MEF a matriz de transferência acústica \mathbf{A}_z , de ordem $m \times n$, é construída a partir da ativação de cada fonte, individualmente, usando uma velocidade $q_i = 1$ m/s para $i = 1, \dots, n$. Desta forma, a i -ésima coluna da matriz \mathbf{A}_z corresponde ao campo de pressão gerado pela i -ésima fonte e medido em m pontos (representando os microfones) pertencentes a uma superfície de medição no plano xy com $0 \leq z \leq d$. Desta forma, o sistema linear que representa o modelo de pressão sonora pode ser expresso como

$$\mathbf{A}_z \mathbf{q} = \mathbf{p}_z \quad (3.27)$$

onde \mathbf{q} é o vetor $n \times 1$ de velocidade das fontes e \mathbf{p}_z é o vetor $m \times 1$ das amplitudes do campo de pressão sonora resultante sobre a superfície de medição com $0 \leq z \leq d$.

Similar ao modelo de pressão sonora, a velocidade de partícula resultante na direção z , em cada ponto de medição, será obtida usando o MEF. Portanto, o modelo de velocidade de partícula pode ser expresso como

$$\mathbf{B}_z \mathbf{q} = \mathbf{u}_z \quad (3.28)$$

onde \mathbf{B}_z é a matriz $m \times n$ de velocidade de partícula (cuja i -ésima coluna corresponde ao campo de velocidade na direção z gerado pela i -ésima fonte) e \mathbf{u}_z é o vetor $m \times 1$ que contém a velocidade de partícula normal de cada ponto de medição sobre a superfície em $0 \leq z \leq d$.

A potência sonora será calculada em $z = \tilde{d} < d$ pois a componente normal da velocidade de partícula é zero no painel rígido, ou seja, em $z = d$, o que tornaria impossível calcular uma potência não nula. Além disso, considerou-se que $\tilde{d} = d - \delta_z$ onde $\delta_z > 0$ é uma distância fixa, muito pequena, entre o painel rígido de teste e uma superfície de medição plana Ω onde a componente normal da velocidade de partícula é não nula na direção z . Considerando uma discretização da superfície de medição Ω em $z = \tilde{d}$, então a substituição das Eqs. (3.27) e (3.28) na Eq. (3.10) conduz à seguinte

aproximação para a potência sonora complexa:

$$\Pi_{\tilde{d}} \approx \frac{\Delta\Omega}{2} \mathbf{q}^H \mathbf{B}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_{\tilde{d}} \mathbf{q} \quad (3.29)$$

onde $\Delta\Omega$ é a área de um elemento discreto da superfície de medição Ω . Portanto, a matriz $\mathbf{W}_{\tilde{d}}$ que acopla a potência sonora no modelo acústico será expressa por

$$\mathbf{W}_{\tilde{d}} = \frac{\Delta\Omega}{2} \mathbf{B}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_{\tilde{d}} \quad (3.30)$$

de modo que $\Pi_{\tilde{d}} \approx \mathbf{q}^H \mathbf{W}_{\tilde{d}} \mathbf{q}$.

3.3.2 Problema Inverso Regularizado via ARMs

Geralmente, o mal condicionamento da matriz \mathbf{A}_z está associado a valores singulares muito baixos, que representam ARMs ineficientes do arranjo de fontes sonoras. O uso dos FFARMs e NFARMs mais eficientes significa que somente os vetores singulares correspondentes aos valores singulares maiores são considerados no problema de síntese sonora. Esta é uma técnica de regularização bem conhecida. Desta forma, o uso dos ARMs mais eficientes permite determinar uma velocidade viável para cada fonte sonora e, assim, evita a sobrecarga do arranjo. No entanto, o erro de aproximação aumentará devido ao afastamento da solução ótima original. Para simplificar o modelo acústico, considerou-se que o painel de teste em $z = d$ é perfeitamente rígido. Assim, os FFARMs e NFARMs, que serão usados para gerar uma base para o campo de pressão, são calculados em $z = \tilde{d} < d$. No entanto, em situações reais, a velocidade da superfície do painel de teste não seria nula e todos os cálculos poderiam ser feitos para $z = d$.

Seja $\Psi_{\tilde{d}}$ a matriz modal, como definida na seção 3.2.1, a qual será avaliada em $z = \tilde{d}$ para evitar o valor nulo da componente normal da velocidade de partícula sobre o painel rígido de teste em $z = d$. Como os planos $z = \tilde{d}$ e $z = d$ estão muito próximos, então $\Psi_{\tilde{d}}$ será uma base razoável para representar o campo de pressão a ser sintetizado sobre o painel rígido de teste.

Como técnica de regularização, escolhendo os $\tilde{n} < n$ modos (ativos e/ou reativos) mais eficientes, obtém-se a matriz modal reduzida $\tilde{\Psi}_{\tilde{d}}$, que servirá de base para a síntese de campos sonoros gerados por ondas planas que incidem no painel rígido. Assim, o campo de pressão “alvo” \mathbf{p}_d pode ser aproximado como

$$\mathbf{p}_d \approx \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_{\tilde{d}} \tilde{\boldsymbol{\alpha}} \quad (3.31)$$

onde $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ é o vetor $\tilde{n} \times 1$ com as contribuições dos \tilde{n} ARMs mais eficientes para o campo

de pressão. Consequentemente, o problema de mínimos quadrados será escrito como

$$\min_{\tilde{\alpha}} \|\mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\alpha} - \mathbf{p}_d\| \quad (3.32)$$

cuja solução ótima será dada por

$$\tilde{\alpha}_{ot} = \left((\mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d)^H (\mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d) \right)^{-1} (\mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d)^H \mathbf{p}_d \quad (3.33)$$

Portanto, o vetor de velocidade ótima das fontes sonoras poderá ser expresso como

$$\mathbf{q}_{ARM} = \tilde{\Psi}_d \tilde{\alpha}_{ot} \quad (3.34)$$

Além disso, o erro de aproximação regularizado será representado por

$$E_{ARM} = \frac{\|\mathbf{A}_d \mathbf{q}_{ARM} - \mathbf{p}_d\|}{\|\mathbf{p}_d\|} \quad (3.35)$$

Geralmente, nas soluções regularizadas, a norma $\|\mathbf{q}_{ARM}\|$ será menor que a norma não regularizada $\|\mathbf{q}_{MQ}\|$. Entretanto, o erro de aproximação regularizado E_{ARM} será maior que o erro não regularizado E_{MQ} uma vez que ocorreu o afastamento da solução ótima original. Vale destacar, que a solução do problema inverso não regularizado já foi apresentada na seção 2.3.2, de forma que a solução ótima \mathbf{q}_{MQ} será dada pela Eq. (2.45). Além disso, E_{MQ} será dado pela Eq. (2.56).

3.3.3 Modelagem MEF do Modelo Acústico

As matrizes \mathbf{A}_d , \mathbf{B}_d , e \mathbf{A}_d são avaliadas, numericamente, através da combinação dos *softwares* COMSOL *Multiphysics* e MatLab. O *software* COMSOL é usado na fase de pré-processamento para modelagem da geometria e condições de contorno do modelo acústico, bem como na fase de processamento para obtenção dos valores complexos de pressão sonora e da componente normal z da velocidade de partícula nos pontos de medição. O *software* MatLab é usado na fase de pós-processamento para montagem das matrizes usando o princípio da superposição dos campos de pressão e velocidade de partícula gerados por cada fonte sonora.

O modelo acústico foi constituído por um arranjo plano e quadrado contendo $n_x \times n_y = 5 \times 5$ fontes sonoras igualmente espaçadas. As fontes foram dispostas em um painel rígido e quadrado de $l_x^{\text{fonte}} = l_y^{\text{fonte}} = 0,5$ m de lado, localizado no plano xy . Cada fonte sonora foi modelada como um cone oscilando com velocidade normal uniforme em sua superfície para simular um alto-falante convencional de 0,089 m de diâmetro.

O painel de teste (painel que seria testado em um experimento real) também é quadrado de $l_x^{\text{mic}} = l_y^{\text{mic}} = 0,5$ m de lado e localizado em $z = d$. A Fig. 3.1(a) ilustra o modelo acústico configurado para $d = 0,1$ m, sendo esta medida praticamente igual à distância de separação entre dois alto-falantes adjacentes.

Para avaliar as matrizes, utilizou-se um arranjo formado por $m_x \times m_y = 30 \times 30$ pontos de medição (microfones) igualmente espaçados em $z = \tilde{d}$ ou $z = d$. A resolução espacial do arranjo de microfones, segundo a Eq. (2.59), é de $\delta_m = 0,0167$ m. Como exemplo, a Fig. 3.1(b) exhibe o arranjo de pontos de medição em $z = d - \delta_z$ onde $\delta_z = 0,005$ m.

O modelo acústico ficou mais realista aplicando a condição de contorno de $\rho_0 c$ às quatro superfícies retangulares que conectam os dois planos rígidos paralelos, com $\rho_0 = 1,21$ kg/m³ e $c = 343$ m/s, conforme observado pela Fig. 3.1(c). Esta condição de contorno visa fornecer algum amortecimento para reduzir o acoplamento acústico interno e evitar picos de ressonância acentuados. Não se pretende uma condição totalmente absorvente, o que exigiria que as ondas sonoras fossem planas com incidência normal nas superfícies correspondentes.

A malha de elementos finitos do modelo acústico ($d = 0,1$ m) é composta por 50100 elementos tetraédricos para uma frequência de operação de até 2170 Hz, conforme Fig. 3.1(d). Como regra, a malha gerada tem um mínimo de cinco elementos tetraédricos por comprimento de onda na frequência máxima de 2170 Hz para garantir a consistência dos resultados numéricos.

Para um conjunto de número de onda k , cada fonte foi acionada, individualmente, com uma velocidade normal de 1 m/s para obter, via MEF, as colunas das matrizes $\mathbf{A}_{\tilde{d}}$, $\mathbf{B}_{\tilde{d}}$ e \mathbf{A}_d . As matrizes $\mathbf{A}_{\tilde{d}}$ e $\mathbf{B}_{\tilde{d}}$ são utilizadas na construção da matriz $\mathbf{W}_{\tilde{d}}$ que acopla a potência acústica do modelo acústico, da qual são extraídos os FFARMS e NFARMS.

A primeira ressonância do modelo acústico ocorre em $k = \pi/d$ devido à conformidade acústica do fluido entre os dois painéis rígidos. Para evitar estas singularidades, d deve satisfazer $d < \pi/k$. Além disso, o modelo acústico proposto apresentará problema de *aliasing* espacial a partir da frequência limite $f_{alias} = 11008$ Hz, estimada pela Eq. (2.60), o que é muito superior às frequências de operação usadas neste trabalho.

A Fig. 3.2 ilustra, respectivamente, os padrões de distribuição da componente normal da velocidade de partícula e da pressão sonora sobre uma superfície de medição posicionada em $z = \tilde{d}$, a partir do acionamento da fonte central do arranjo com uma velocidade normal de 1 m/s e frequência de 800 Hz.

Finalmente, substituindo as matrizes $\mathbf{A}_{\tilde{d}}$ e $\mathbf{B}_{\tilde{d}}$ na Eq. (3.30) será possível avaliar a matriz $\mathbf{W}_{\tilde{d}}$ que acopla a potência sonora do modelo acústico. Os autovetores das partes

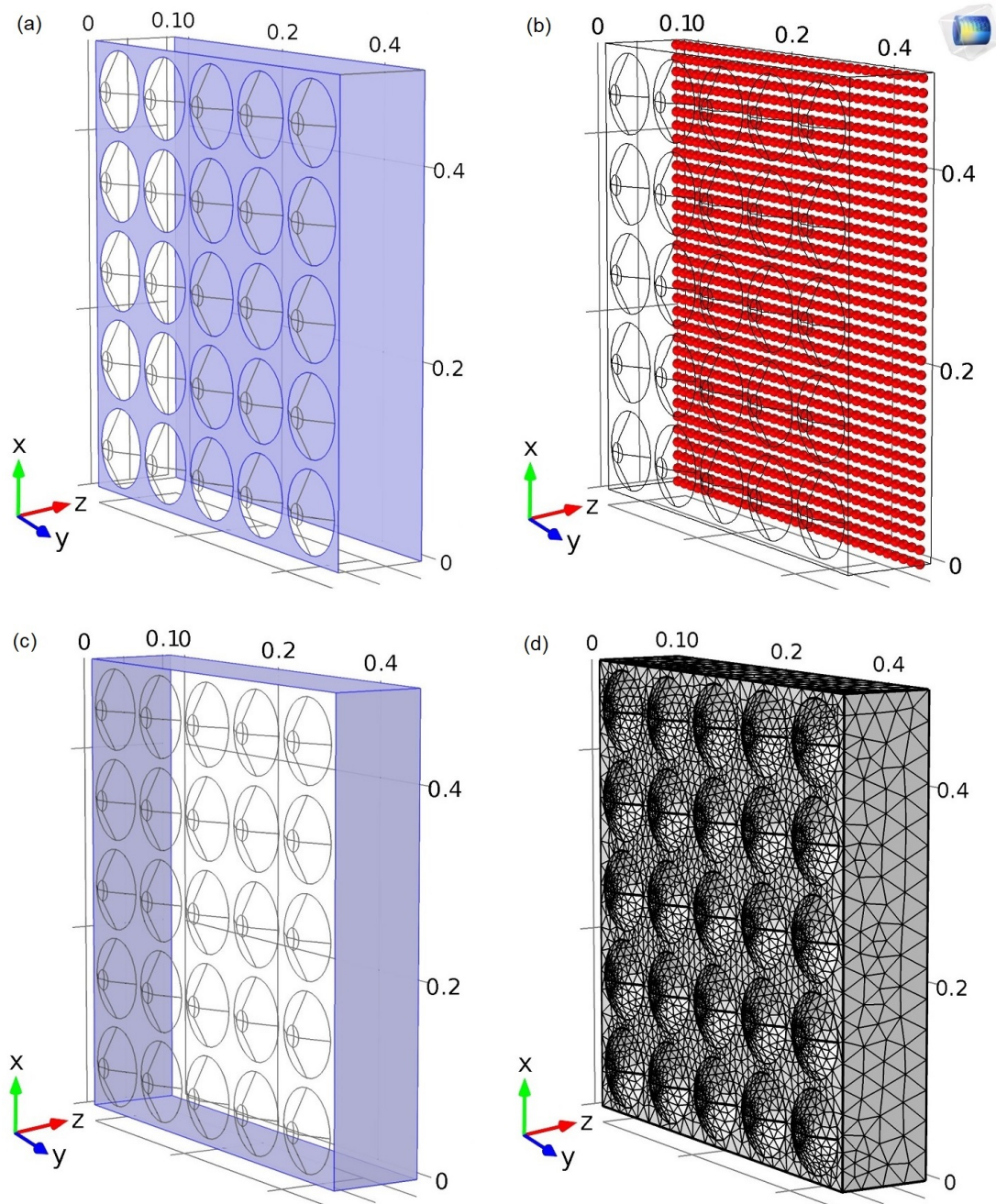


Figura 3.1. (a) Arranjo de 5×5 fontes sonoras e painel rígido de teste; (b) arranjo de 30×30 pontos de medição em $z = \tilde{d}$ com resolução espacial de $\delta_m = 0,0167$ m; (c) condição de contorno $\rho_0 c$ aplicada às superfícies que conectam os dois planos rígidos; (d) malha do modelo acústico composta por 50100 elementos tetraédricos para uma frequência de operação de até 2170 Hz (Fonte: o autor).

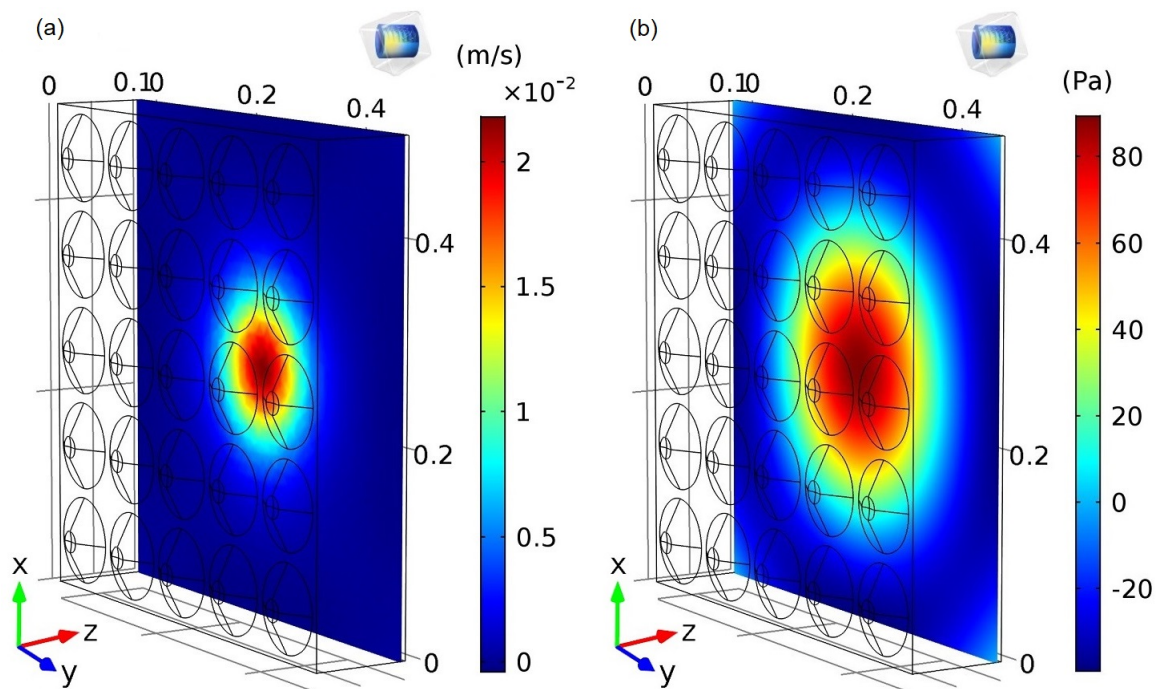


Figura 3.2. (a) Distribuição da componente normal da velocidade de partícula e (b) distribuição da pressão sonora sobre uma superfície em $z = \tilde{d}$ (Fonte: o autor).

real e imaginária desta matriz serão calculados para obter os modos de radiação ativos e reativos do arranjo de fontes sonoras, respectivamente. Além disso, os ARMs serão ordenados na ordem decrescente dos autovalores associados (potência sonora), de forma que os modos #1 e #25 correspondem à maior e menor potência, respectivamente.

3.4 Simulações Numéricas

As simulações numéricas, a seguir, são referentes à síntese sonora de uma onda plana de amplitude unitária viajando com diferentes orientações e frequências, a qual representa o campo de pressão “alvo” \mathbf{p}_d sobre o painel de teste.

No Apêndice B estão disponíveis os principais programas utilizados durante o processo de síntese da onda plana.

Os parâmetros de configuração do modelo acústico influenciam no processo de síntese sonora, o qual pode ser verificado através das métricas de controle: E_{MQ} , E_{ARM} , $\|\mathbf{q}_{MQ}\|$, $\|\mathbf{q}_{ARM}\|$, $\kappa(\mathbf{A}_d)$, σ^A e σ^R . Assim, através de simulações numéricas e análise das métricas será possível estabelecer os valores viáveis para os parâmetros do modelo acústico.

As Figs. 3.3 e 3.4 ilustram, respectivamente, o comportamento das eficiências

de radiação associadas aos ARMs ativos e reativos em função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m e $d = 0,1$ m. A linha vertical indica a frequência da primeira ressonância ($kd = \pi$): 1715 Hz. As eficiências reativas decrescem próximo da frequência de ressonância, tornando-se negativas, o que pode indicar uma maior contribuição da rigidez, devido ao fluido confinado (ar), para a impedância do arranjo de fontes, conforme abordado na seção 3.1. Os cinco primeiros ARMs foram destacados uma vez que em problemas de síntese sonora regularizada são usados os modos de radiação mais eficientes. Além disso, vários ARMs apresentam a mesma eficiência em bandas específicas de frequência, o que mostra o comportamento de agrupamento de radiação (Cunefare et al., 2001).

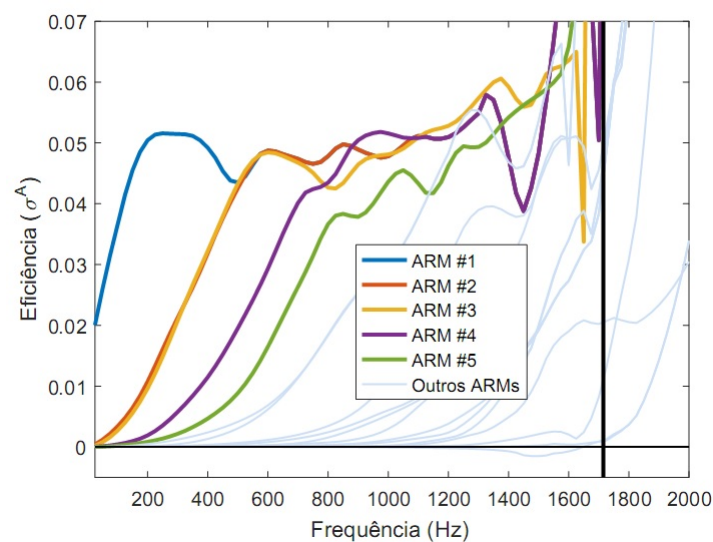


Figura 3.3. Eficiência ativa σ^A como função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).

Para uma frequência de 800 Hz, as Figs. 3.5 e 3.6, ilustram como as eficiências ativa e reativa são influenciadas pela distância $\tilde{d} = d - 0,005$ m onde $0,05$ m $\leq d \leq 0,1$ m. Nota-se que as eficiências são maiores para distâncias próximas entre o arranjo de fontes e o painel de síntese. As eficiências reativas são predominantemente positivas, principalmente para os modos de radiação reativos mais eficientes, o que indica uma maior contribuição da massa de radiação m_r das fontes para a impedância de radiação do arranjo. A massa de radiação, segundo a seção 3.1, surge no entorno das fontes e se comporta como uma constante em baixas frequências, contribuindo para a energia cinética do campo acústico próximo durante o processo de radiação. Por outro lado, os modos de radiação reativos menos eficientes apresentam uma eficiência negativa, conforme observado nas Figs. 3.4 e 3.6, indicando uma maior contribuição da rigidez,

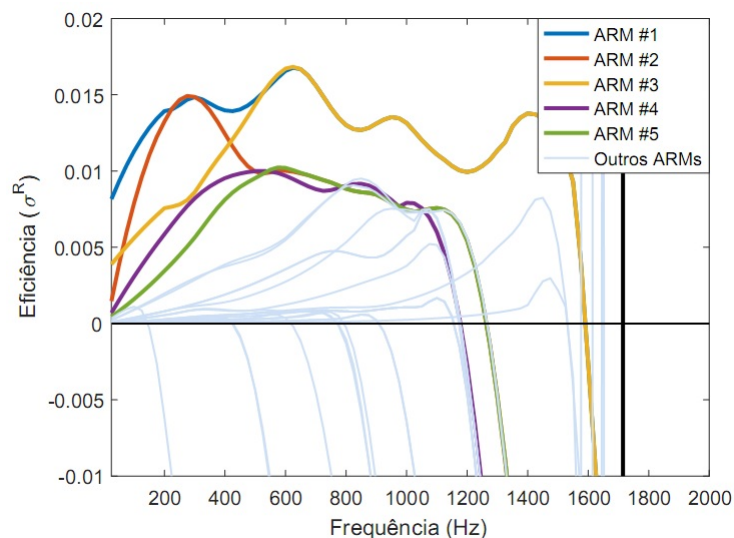


Figura 3.4. Eficiência relativa σ^R como função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).

devido ao fluido confinado (ar), em relação a massa de radiação para a impedância do arranjo de fontes sonoras.

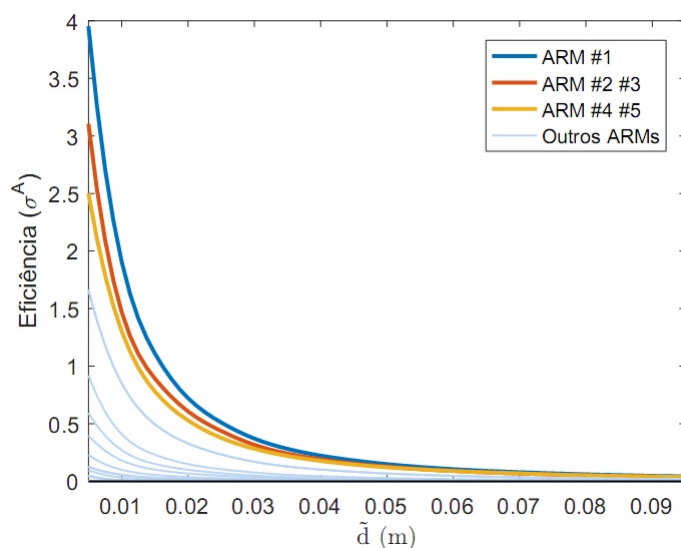


Figura 3.5. Eficiência ativa σ^A como função da distância \tilde{d} para uma frequência fixa de 800 Hz (Fonte: o autor).

Pelas Figs. 3.3 e 3.4, observa-se que os ARRMs podem se agrupar, segundo a eficiência, em determinadas faixas de frequência, formando subespaços de radiação (conforme discutido na seção 3.2.2). As Figs. 3.7 e 3.8, ilustram o comportamento dos subespaços de radiação através das métricas ϕ^A e ϕ^R , com destaque para os subespaços gerados pelos cinco ARRMs mais eficientes. A frequência de referência foi fixada em

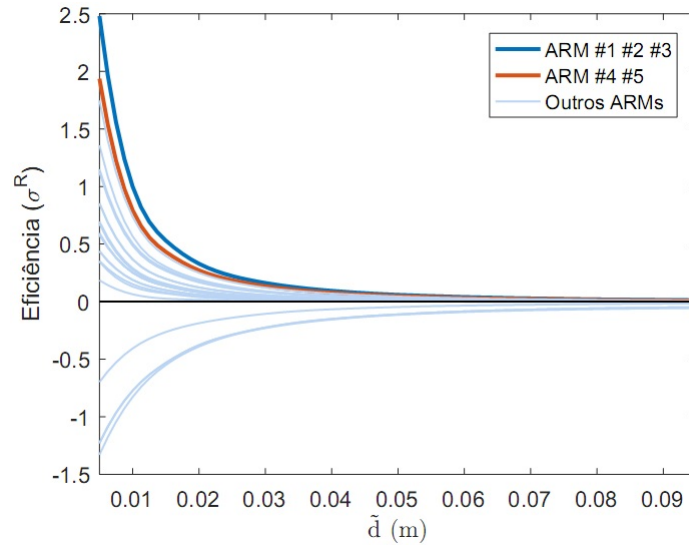


Figura 3.6. Eficiência reativa σ^R como função da distância \tilde{d} para uma frequência fixa de 800 Hz (Fonte: o autor).

25 Hz. Pelas métricas ϕ^A e ϕ^R , verifica-se que a maioria dos modos de radiação, principalmente os modos reativos, apresentam uma variação crescente em função do aumento da frequência.

De modo análogo, nas Figs. 3.5 e 3.6, observa-se o aparecimento de subespaços de radiação para determinadas faixas de distância. Para uma distância de referência de 0,01 m, as Figs. 3.9 e 3.10, ilustram o comportamento dos subespaços de radiação através das métricas ϕ^A e ϕ^R , com destaque para os subespaços gerados pelos cinco ARMs mais eficientes. Pelas métricas, observa-se que os modos de radiação ativos, principalmente, os mais eficientes, apresentam maiores variações nas distâncias pequenas, sendo menos influenciados com o aumento desta.

Diversos parâmetros podem afetar a síntese de campos sonoros, tais como: frequência; distância; quantidade e espaçamento entre as fontes sonoras; quantidade e espaçamento entre os pontos de medição no painel de teste. Além disso, a quantidade de ARMs utilizados, seja ativos e/ou reativos, também desempenha um papel importante na síntese sonora.

Nas simulações numéricas, devido às condições de contorno e configuração do modelo acústico, usou-se a mesma quantidade de FFARMS e NFARMS, uma vez que existe potência ativa e reativa envolvida no processo de síntese sonora. A potência ativa surge devido à aplicação da condição de contorno $\rho_0 c$ às quatro superfícies retangulares que conectam os dois planos rígidos paralelos no modelo acústico. Além disso, a potência reativa não deve ser desprezada, uma vez que o arranjo de fontes e o plano de síntese estão em campo próximo. A Fig. 3.11 ilustra como a quantidade de ARMs

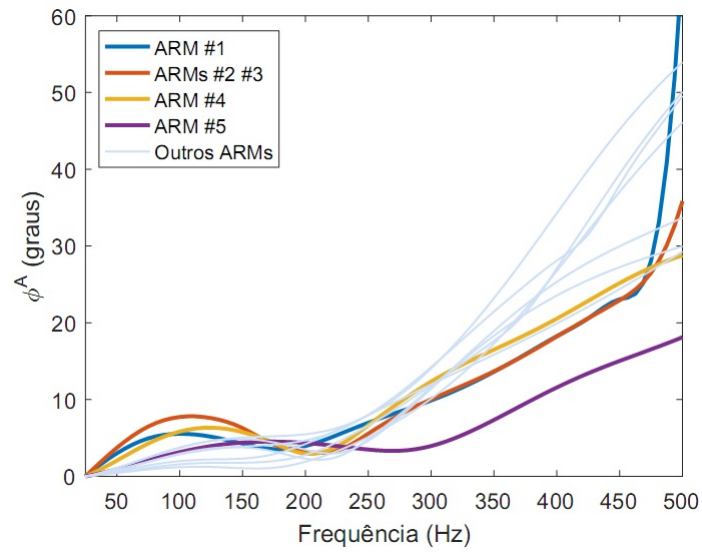


Figura 3.7. Comportamento dos subespaços de radiação ativos em função da frequência para uma distância fixa $\tilde{d}=0,095$ m (Fonte: o autor).

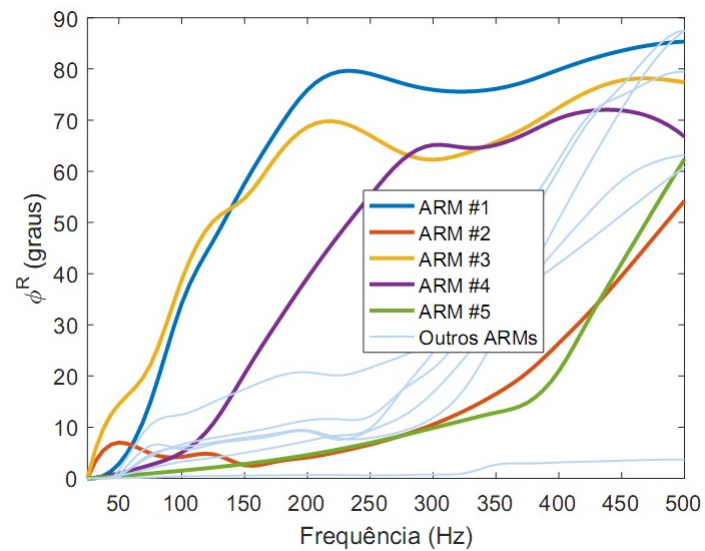


Figura 3.8. Comportamento dos subespaços de radiação reativos em função da frequência para uma distância fixa $\tilde{d}=0,095$ m (Fonte: o autor).

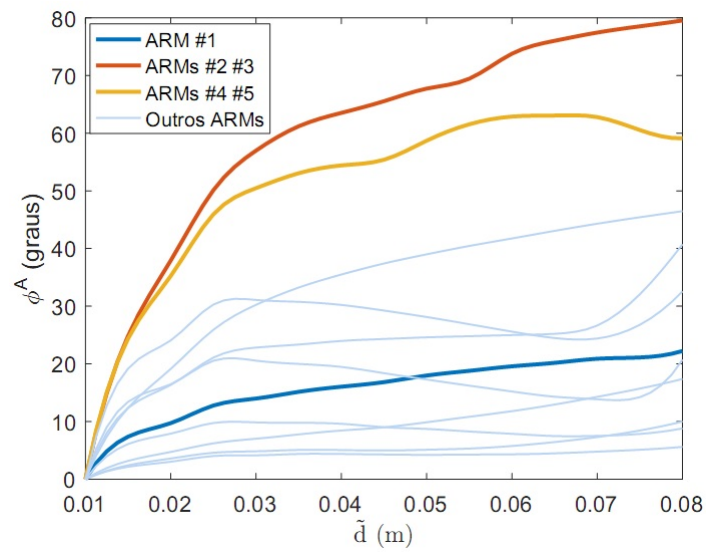


Figura 3.9. Comportamento dos subespaços de radiação ativos em função da distância para uma frequência fixa de 800 Hz (Fonte: o autor).

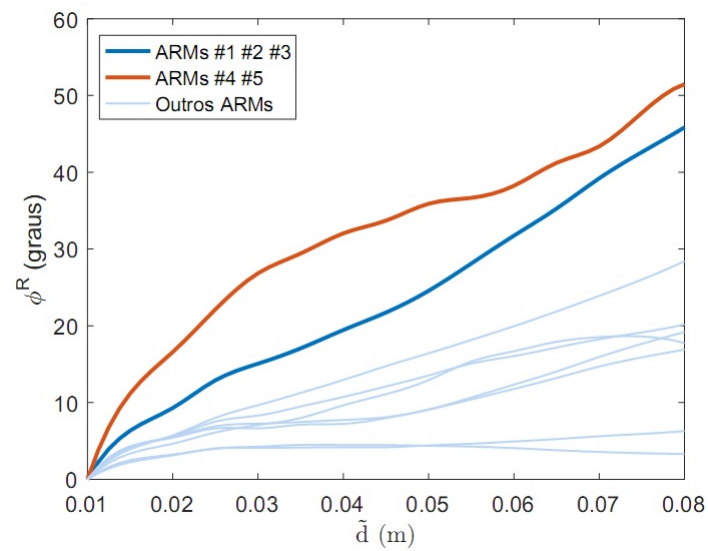


Figura 3.10. Comportamento dos subespaços de radiação reativos em função da distância para uma frequência fixa de 800 Hz (Fonte: o autor).

afeta o erro de aproximação e a velocidade das fontes na síntese de uma onda plana com amplitude unitária, frequência de 800 Hz, $\theta=90^\circ$, e $d=0,1$ m em comparação com o processo sem regularização (MQ). À medida que a quantidade de ARMs aumenta, $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ aumenta, mas E_{ARM} diminui, o que é uma troca comum em problemas inversos. Desta forma, em um processo de síntese sonora deve-se encontrar uma quantidade de ARMs que equilibre a conflitante relação entre a velocidade das fontes e o erro de aproximação.

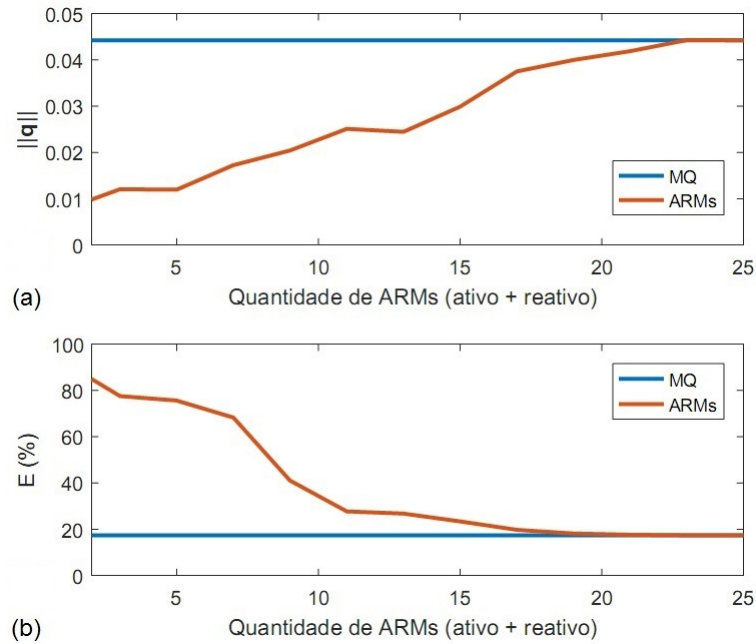


Figura 3.11. (a) Norma da solução e (b) erro de aproximação como função da quantidade de ARMs usados na síntese de uma onda plana a 800 Hz com $\theta=90^\circ$ e $d=0,1$ m (Fonte: o autor).

O comportamento das métricas $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ e E_{ARM} como uma função da quantidade de ARMs e frequência é mostrado nas Figs. 3.12 e 3.13 para $d=0,1$ m e onda plana de amplitude unitária com $\theta=90^\circ$. As Figs. 3.14 e 3.15 apresentam gráficos similares, porém, para uma frequência fixa de 400 Hz e θ variando. Note que $\theta=0^\circ$ corresponde ao caso de incidência normal de uma onda plana no painel rígido. Conforme observado anteriormente, o uso de uma quantidade maior de ARMs contribui para reduzir o erro E_{ARM} , entretanto, ocorre um aumento da norma $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$.

Na Fig. 3.16, observa-se que a matriz de transferência acústica \mathbf{A}_d apresenta um número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ elevado, o qual decresce com o aumento da frequência das fontes sonoras e diminuição da distância entre o arranjo de fontes e o plano de síntese. Um alto $\kappa(\mathbf{A}_d)$ indica que \mathbf{A}_d é mal condicionada. Entretanto, vale destacar que o bom condicionamento de um sistema linear não está associado com a qualidade da solução,

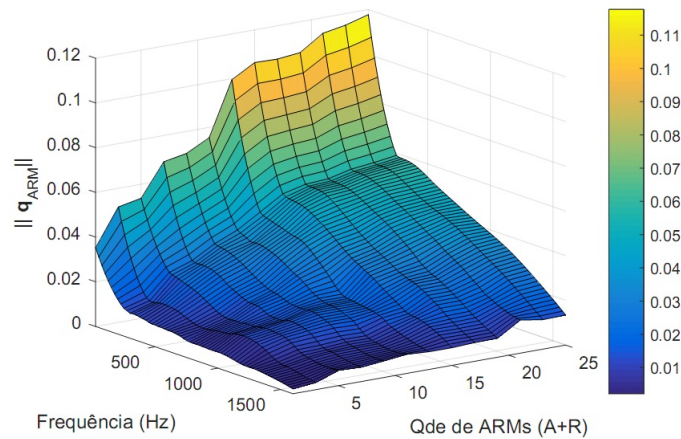


Figura 3.12. $\|q_{ARM}\|$ como função da quantidade de ARMs e frequência para uma distância fixa $d=0,1$ m e $\theta = 90^\circ$ (Fonte: o autor).

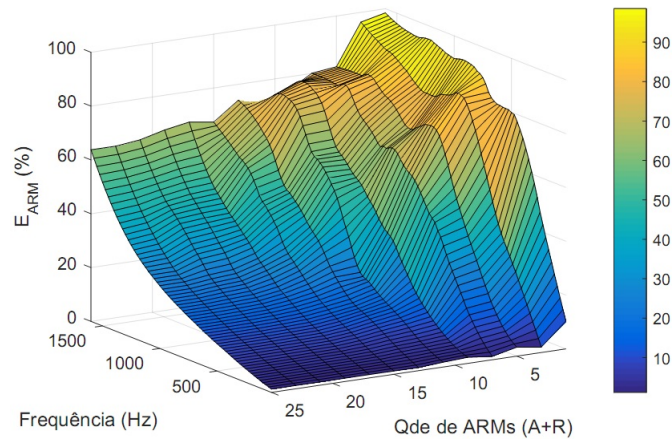


Figura 3.13. E_{ARM} como função da quantidade de ARMs e frequência para uma distância fixa $d=0,1$ m e $\theta = 90^\circ$ (Fonte: o autor).

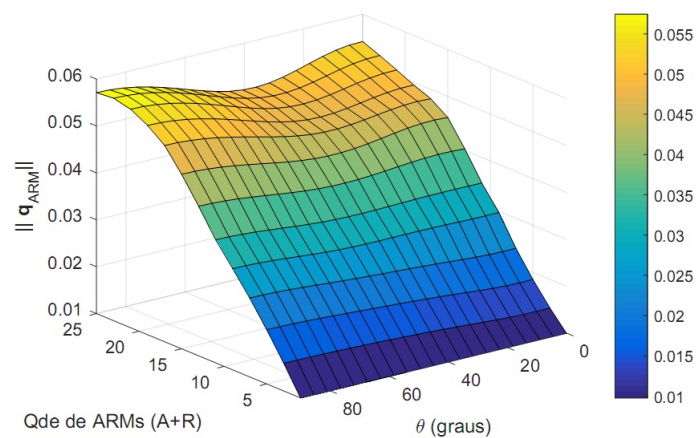


Figura 3.14. $\|q_{ARM}\|$ como função da quantidade de ARMs e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m e 400 Hz (Fonte: o autor).

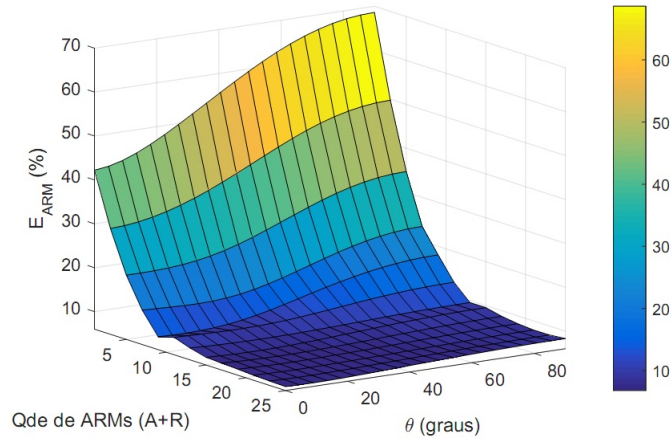


Figura 3.15. E_{ARM} como função da quantidade de ARMs e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m e 400 Hz (Fonte: o autor).

mas com sua estabilidade. Assim, o modelo com melhor condicionamento nem sempre apresenta melhores resultados na síntese sonora. Os picos abruptos na Fig. 3.16 correspondem as singularidades produzidas pela primeira ressonância acústica, aumentando $\kappa(\mathbf{A}_d)$ na vizinhança de $kd = \pi$. Portanto, o modelo acústico deve ser projetado de tal forma que evite tais singularidades em $kd < \pi$. Conseqüentemente, a máxima distância permitida pode ser determinada a partir de uma faixa de frequência desejada.

Uma vez que a distância entre o arranjo de fontes e o plano de síntese esteja definida, a síntese sonora de uma onda plana será afetada pela frequência e pelo ângulo de incidência. Nas análises, adotou-se $d = 0,1$ m e $\tilde{d} = 0,095$ m, e uma frequência máxima de 1600 Hz para evitar as ressonâncias.

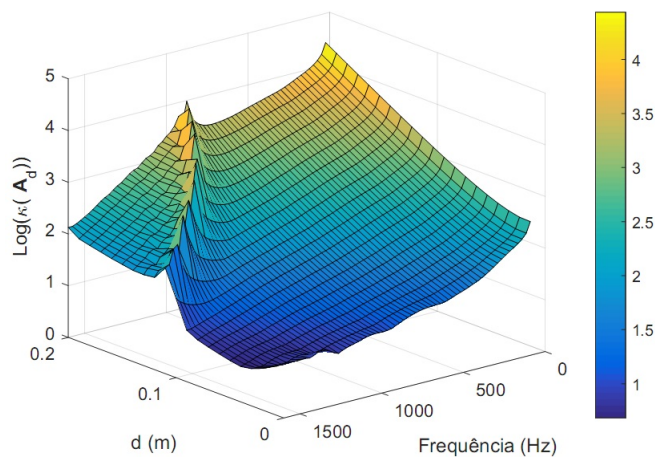


Figura 3.16. $\kappa(\mathbf{A}_d)$ como função da distância d e frequência (Fonte: o autor).

As Figs. 3.17, 3.18, 3.19 e 3.20 ilustram o comportamento da norma da solução

e do erro de aproximação com regularização (ARM) e sem regularização (MQ) em função da frequência e do ângulo de incidência da onda plana de amplitude unitária. Durante o processo de síntese sonora foram utilizados apenas os cinco modos de radiação ativos e reativos mais eficientes, totalizando dez modos de radiação. De modo geral, a regularização via ARMs conduz a uma redução da norma e um aumento do erro de aproximação. Por exemplo, para a configuração 10 ARMs (5 FFARMS + 5 NFARMS), observa-se pela Fig. 3.11 que os valores aproximados das métricas foram: $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\| = 0.02 < 0.0442 = \|\mathbf{q}_{\text{MQ}}\|$ e $E_{\text{MQ}} = 18\% < 40\% = E_{\text{ARM}}$. Com a variação da frequência, da distância d e da inclinação da onda plana tem-se outras estimativas para a norma e o erro de aproximação. Entretanto, com a regularização, espera-se reduções significativas da norma, mesmo que isto represente valores elevados do erro de aproximação em relação a síntese sem regularização.

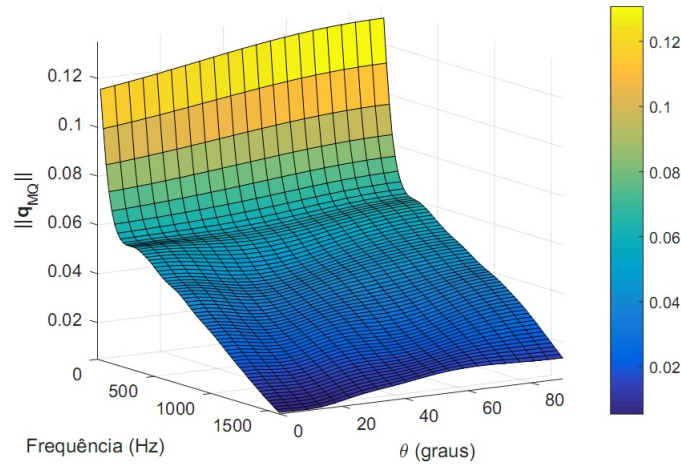


Figura 3.17. $\|\mathbf{q}_{\text{MQ}}\|$ como função da frequência e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m (Fonte: o autor).

O *aliasing* espacial é outro problema que pode surgir durante o processo de síntese sonora, uma vez que o arranjo de fontes oscilando em altas frequências produz campos de pressão muito complexos quando comparados aos produzidos por ondas planas. Desta forma, campos de pressão gerados por ondas planas em altas frequências apresentam maior dificuldade de serem sintetizados, principalmente, para inclinações próximas de 90° , conforme comportamento do erro observado nas Figs. 3.19 e 3.20.

O aumento da distância d produz um efeito de suavização no campo sonoro gerado pelo arranjo de fontes, o que contribui para reduzir os erros de aproximação E_{MQ} e E_{ARM} , como pode ser observado na Fig. 3.21(a). Por outro lado, a Fig. 3.21(b) mostra que $\|\mathbf{q}_{\text{MQ}}\|$ e $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ tendem a aumentar à medida que d aumenta. A suavização

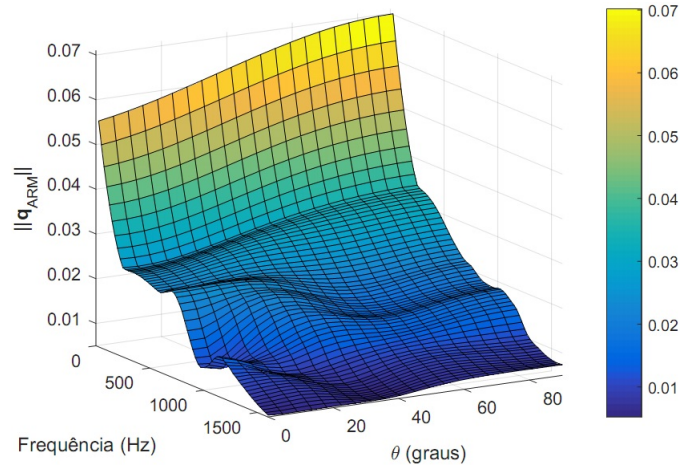


Figura 3.18. $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ como função da frequência e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m (Fonte: o autor).

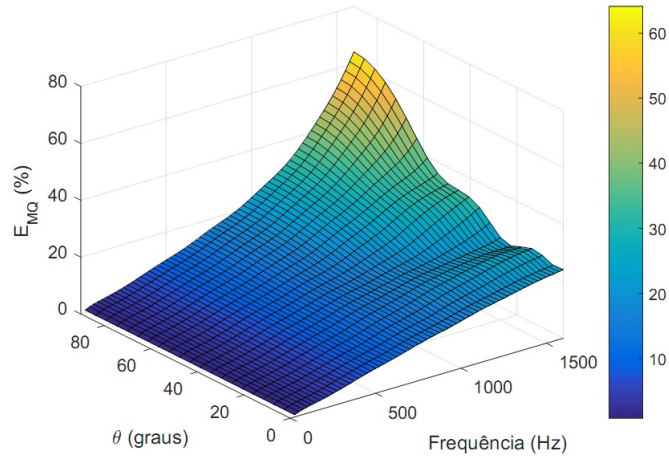


Figura 3.19. E_{MQ} como função da frequência e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m (Fonte: o autor).

do campo sonoro pelo aumento da distância d explica o aumento em $\kappa(\mathbf{A}_d)$, como observado anteriormente na Fig. 3.16.

A Fig. 3.22 ilustra o comportamento do erro de aproximação (E_{MQ} e E_{ARM}) e da norma da solução ($\|\mathbf{q}_{\text{MQ}}\|$ e $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$) em função da frequência para duas distâncias fixas entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste. O ângulo de incidência da onda plana sobre o painel rígido foi fixado em 0° (incidência normal). Além disso, pela Fig. 3.22(b), observa-se a contribuição significativa da regularização ARM para redução da norma da solução, principalmente, quando a distância d aumenta.

A Fig. 3.23 ilustra o comportamento do erro de aproximação (E_{ARM} , E_{NFARM} e E_{FFARM}) e da norma ($\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$, $\|\mathbf{q}_{\text{NFARM}}\|$ e $\|\mathbf{q}_{\text{FFARM}}\|$) na síntese da onda plana para

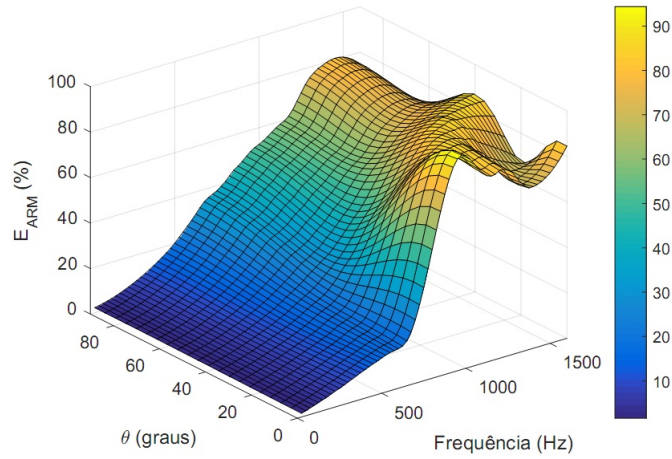


Figura 3.20. E_{ARM} como função da frequência e inclinação da onda plana para uma distância fixa $d=0,1$ m (Fonte: o autor).

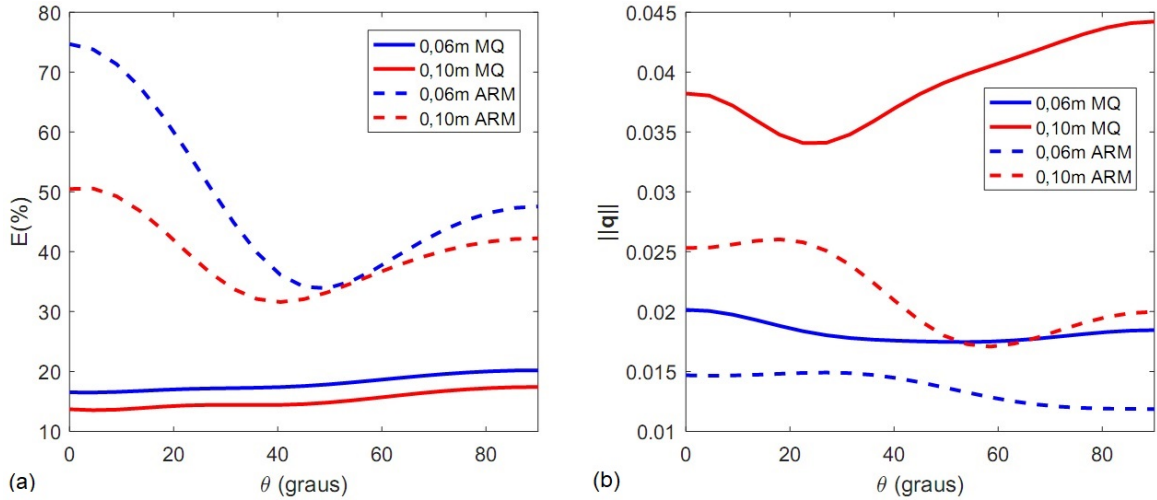


Figura 3.21. (a) E_{MQ} , E_{ARM} e (b) $\|\mathbf{q}_{\text{MQ}}\|$, $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ como função da inclinação para duas distâncias d e frequência 800 Hz (Fonte: o autor).

o mesmo ângulo de incidência e distâncias usadas na Fig. 3.22. As curvas ARM foram obtidas combinando os cinco modos ativos e reativos mais eficientes, enquanto que as curvas FFARM e NFARM correspondem aos dez modos ativos e reativos mais eficientes, separadamente. Note que as métricas $\|\mathbf{q}_{\text{NFARM}}\|$, $\|\mathbf{q}_{\text{FFARM}}\|$, E_{NFARM} e E_{FFARM} são avaliadas de acordo com as Eqs. (3.34) e (3.35), respectivamente, considerando somente os NFARMS e FFARMS durante o processo de síntese. Para $d = 0,06$ m, a Fig. 3.23(a) mostra que $E_{\text{NFARM}} < E_{\text{FFARM}}$ em toda faixa de frequência onde erros baixos podem ser alcançados. Para frequências até 500 Hz, E_{NFARM} e E_{ARM} são similares, mas E_{NFARM} tende a ser menor que E_{ARM} à medida que a frequência aumenta. Para $d = 0,10$ m e frequências até 450 Hz, os três erros possuem um comportamento

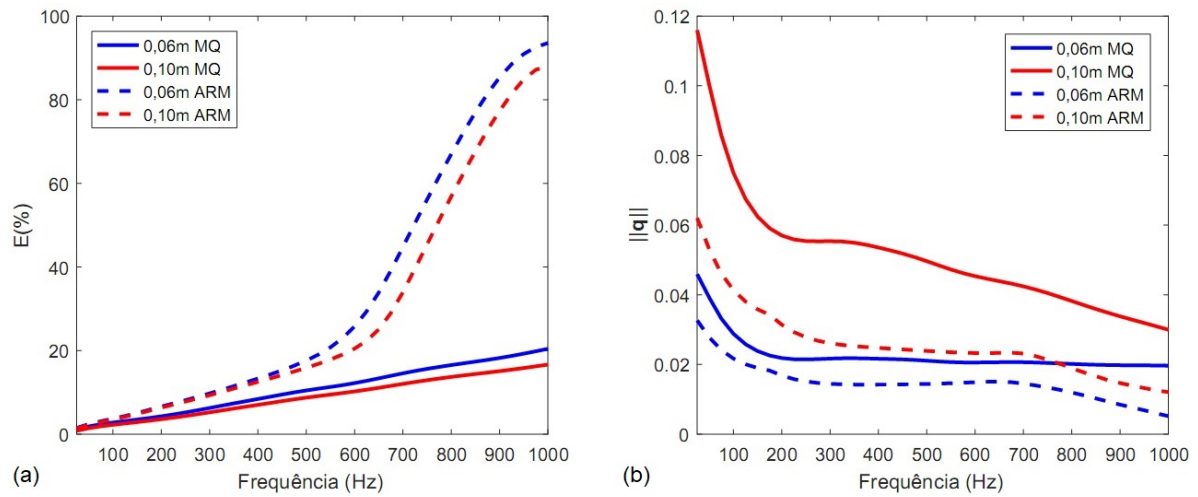


Figura 3.22. (a) E_{MQ} , E_{ARM} e (b) $\|\mathbf{q}_{MQ}\|$, $\|\mathbf{q}_{ARM}\|$ como função da frequência para duas distâncias d e inclinação $\theta = 0^\circ$ (Fonte: o autor).

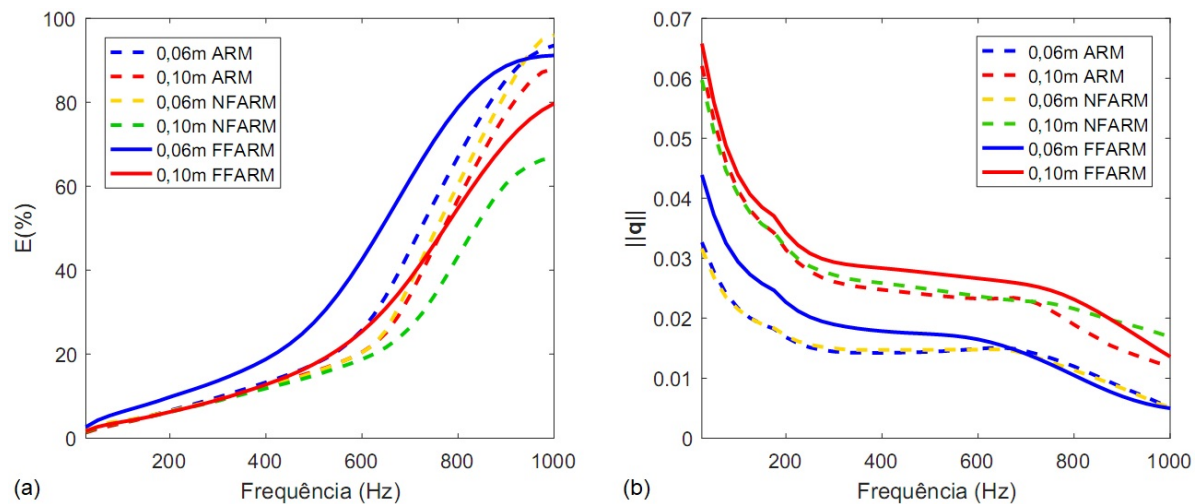


Figura 3.23. (a) E_{ARM} , E_{NFARM} e E_{FFARM} e (b) $\|\mathbf{q}_{ARM}\|$, $\|\mathbf{q}_{NFARM}\|$ e $\|\mathbf{q}_{FFARM}\|$ como função da frequência para duas distâncias d e inclinação $\theta = 0^\circ$ (Fonte: o autor).

similar. Entretanto, para frequências acima de 450 Hz, E_{NFARM} é menor que E_{ARM} e E_{FFARM} . Além disso, pela Fig. 3.23(b) observa-se que a regularização NFARM é mais efetiva que a regularização FFARM até 650 Hz para $d = 0,06$ m e até 850 Hz para $d = 0,10$ m. Para ambas as distâncias, as regularizações ARM e NFARM possuem curvas $\|\mathbf{q}\|$ semelhantes. Este exemplo revela que os NFARMS constituem uma base que pode ser mais vantajosa do que os FFARMS tanto em erro de síntese quanto em redução de velocidade das fontes. Além disso, uma base composta de NFARMS também pode ser melhor que uma combinação de NFARMS e FFARMS em alguns casos. Portanto, os NFARMS não devem ser descartados em um processo de síntese sonora de campo próximo.

A Figura 3.24 ilustra a distribuição espacial da amplitude dos 25 alto-falantes do arranjo, associada aos cinco FFARMS e NFARMS mais eficientes, respectivamente. Os ARMS foram obtidos considerando uma distância fixa de $\tilde{d} = 0,095$ m e 200 Hz. Observa-se que os modos de maior ordem estão associados a frequências espaciais maiores. Além disso, uma comparação entre o FFARM #1 e o NFARM #1 revela que este último apresenta uma maior frequência espacial, enquanto o primeiro tem uma distribuição de amplitude quase uniforme. Isso pode ser explicado pela natureza evanescente dos NFARMS, que emergem da análise de autovalores da parte reativa de um operador de radiação.

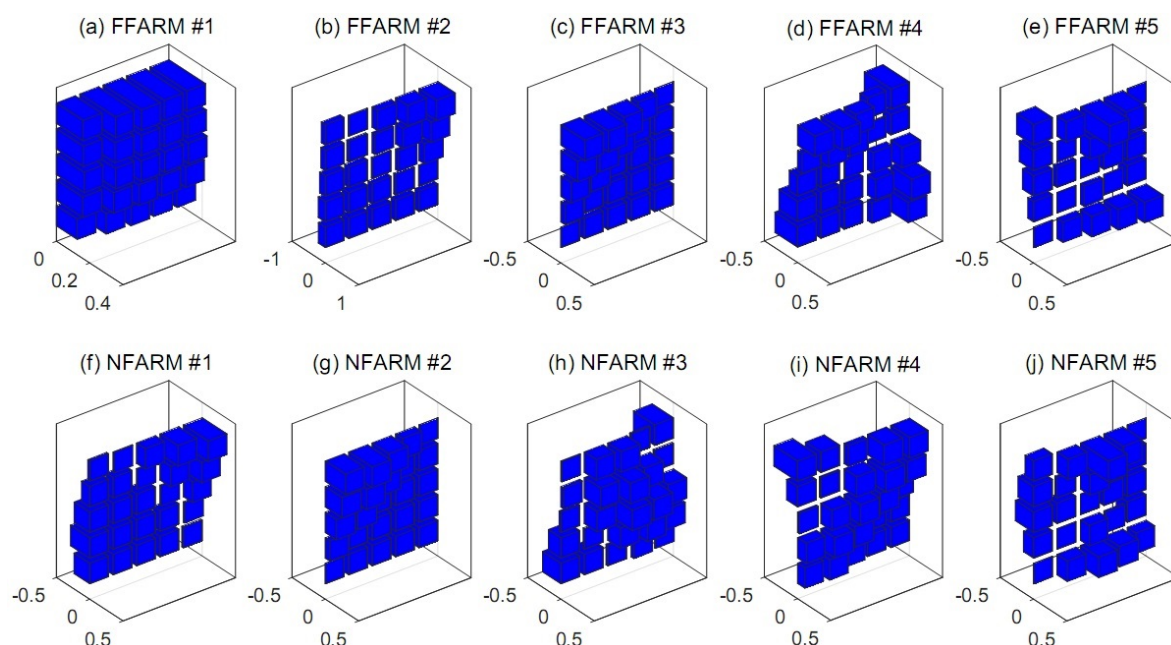


Figura 3.24. Distribuição espacial da amplitude dos 25 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os cinco primeiros FFARMS e NFARMS a 200 Hz e $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).

A Fig. 3.25 ilustra como a síntese sonora de uma onda plana de 200 Hz e $\theta = 0^\circ$ (incidência normal) é afetada pelo número de ARMs. As superfícies exibem a distribuição de pressão sonora (amplitude) sobre o painel rígido de teste correspondente aos campos alvo e sintetizado para um número crescente de FFARMs e NFARMs.

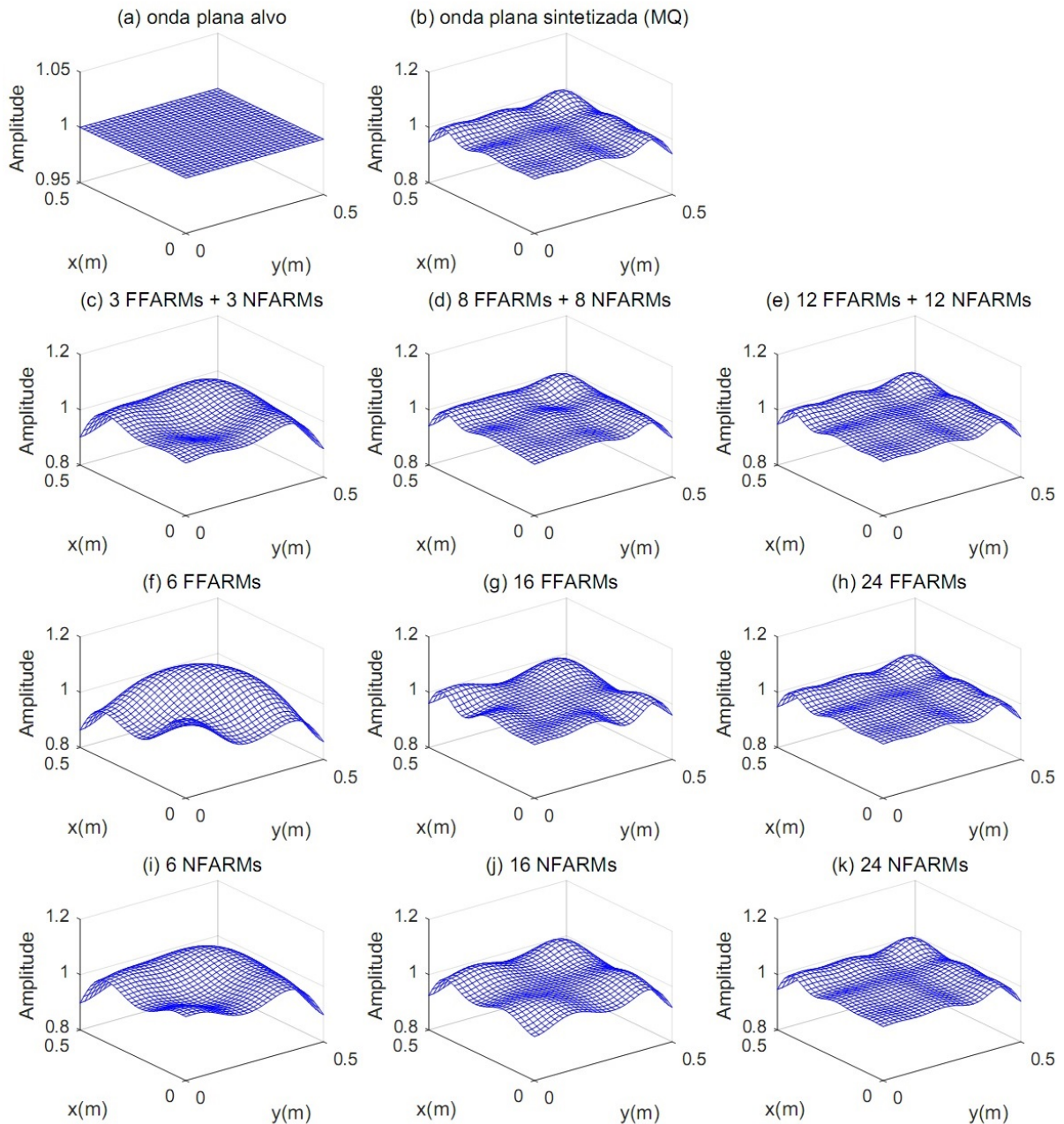


Figura 3.25. Distribuição espacial da pressão acústica referente a (a) onda plana alvo, (b) onda plana sintetizada sem regularização (MQ), (c) até (k) onda plana sintetizada usando um número crescente de FFARMs e/ou NFARMs para uma inclinação fixa $\theta = 0^\circ$ (incidência normal) e 200 Hz (Fonte: o autor).

À medida que o número de ARMs aumenta, a onda plana sintetizada tende a aproximar-se da onda plana alvo. Vale mencionar que não será possível sintetizar a onda plana alvo, exatamente, usando um arranjo plano com uma quantidade finita de fontes acústicas, mesmo se todos os ARMs forem utilizados.

Na Tabela 3.1 são apresentados os valores das métricas de controle associados à onda plana sintetizada em função do número de NFARMS e FFARMS utilizados. Em alguns casos, a regularização (FFARMS + NFARMS) apresenta um menor erro de aproximação quando comparado às regularizações FFARMS e NFARMS.

Tabela 3.1. Síntese de uma onda plana a 200 Hz e inclinada de $\theta = 0^\circ$.

Número de ARMs	$\mathbf{E}_{\text{ARM}}(\%)$	$\ \mathbf{q}_{\text{ARM}}\ $
3 FFARMS+3 NFARMS	6.37	0.0261
8 FFARMS+8 NFARMS	3.84	0.0507
12 FFARMS+12 NFARMS	3.57	0.0559
6 FFARMS	12.52	0.0250
16 FFARMS	4.56	0.0472
24 FFARMS	3.57	0.0567
6 NFARMS	6.55	0.0259
16 NFARMS	5.53	0.0301
24 NFARMS	3.58	0.0554

Fonte: o autor

Na Tabela 3.2 são apresentados os principais fatores que impactam no processo de síntese de uma onda plana usando um arranjo de fontes sonoras, adequadamente controladas pelos seus modos de radiação. Observa-se que a frequência, a distância entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste e a quantidade de FFARMS e NFARMS utilizada são fatores importantes no processo de síntese sonora. Assim, para uma quantidade fixa de fontes no modelo acústico, a distância entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste e a quantidade de ARMs devem ser otimizadas para equilibrar a conflitante relação entre o erro de aproximação e a norma da solução.

Tabela 3.2. Fatores que impactam no processo de síntese sonora via ARMs.

Fator	$\mathbf{E}(\%)$	$\ \mathbf{q}\ $	$\kappa(\mathbf{A}_d)$	σ^A	σ^R
↑ Frequência	↑	↓	↓	↑	↑
↑ Distância d	↓	↑	↑	↓	↓
↑ Inclinação da onda plana	↑	↑	—	—	—
↑ Quantidade de ARMs	↓	↑	—	—	—

Observação: (↑) aumenta (↓) diminui (—) não se aplica

Fonte: o autor

Os resultados das simulações numéricas indicam que o arranjo plano de fontes sonoras é capaz de sintetizar, em campo próximo, a distribuição de pressão gerada por uma onda plana incidindo sobre um painel plano para vários ângulos e frequências. Além disso, a partir da análise do erro e da norma, com e sem regularização, foi possível identificar faixas de frequência, ângulos de incidência e distâncias d que levam a soluções satisfatórias.

Adicionalmente, o controle do arranjo de fontes acústicas através de seus FFARMS e NFARMS demonstrou ser uma técnica promissora em aplicações de síntese sonora, uma vez que evita a sobrecarga das fontes. No que diz respeito a testes de transparência acústica de painel plano, os resultados mostram que os NFARMS desempenham um papel importante e não devem ser descartados.

Os resultados numéricos confirmam que $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ pode ser reduzida aumentando a frequência e/ou diminuindo d ou o número de ARMs. No entanto, uma diminuição em $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ é acompanhada por um aumento no erro de aproximação E_{ARM} e, portanto, uma condição de comprometimento deve ser considerada em uma situação típica de solução de problemas. O principal desafio na síntese sonora é encontrar esse compromisso sob a forma de um conjunto específico de restrições de projeto, o qual pode ser alcançado com o uso das ferramentas numéricas aqui discutidas.

Capítulo 4

Campos de Pressão Aleatórios

Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica de alguns modelos de excitação aleatória utilizados no processo de síntese sonora, tais como o modelo difuso e alguns modelos de excitação TBL. Uma das principais aplicações da metodologia de síntese sonora é no estudo da transparência acústica de painéis submetidos a campos de pressão parietal estocásticos multidimensionais, tais como os gerados pela camada limite turbulenta (TBL). A reprodução experimental da pressão parietal desenvolvida sobre a fuselagem de aeronaves, a partir da camada limite turbulenta, tem sido objeto de estudo nas indústrias aeronáutica e aeroespacial, uma vez que trata dos problemas de ruído de cabine e seu impacto no desconforto dos passageiros e tripulação e na integridade dos equipamentos eletrônicos da aeronave.

Dada a natureza estocástica dos modelos de excitação, apenas propriedades estatísticas podem ser reconhecidas e submetidas a uma análise. Assim, as flutuações de pressão aleatórias desenvolvidas ao longo de um painel plano e rígido são descritas, estatisticamente, em termos da densidade espectral de potência (PSD) e da densidade espectral cruzada (CSD). Portanto, para garantir a correta aplicação ao problema de síntese sonora, faz-se necessário o estudo de alguns dos principais modelos TBL disponíveis na literatura.

4.1 Campo de Pressão Difuso

O campo acústico difuso é um modelo idealizado de excitação aleatória, ou seja, a relação existente entre os sinais em dois pontos distintos não é determinística. Tradicionalmente, este campo de pressão é importante em muitas aplicações acústicas, uma vez que está diretamente relacionado ao campo sonoro produzido em uma câmara reverberante para estudo da transmissão acústica experimental ou numérica.

A definição do campo difuso, assim como o estudo da função de correlação cruzada e outras particularidades podem ser encontradas em muitos trabalhos (Cook et al., 1955; Balachandran, 1959; Waterhouse, 1968; Chien & Soroka, 1976; Waterhouse & Cook, 1976; Blake & Waterhouse, 1977; Chu, 1979; Jacobsen, 1979; Nélisse & Nicolas, 1997; Jacobsen & Roisin, 2000; Rafaely, 2000; Chun et al., 2003; Jacobsen, 2007).

4.1.1 Caracterização do Campo Difuso

Teoricamente, um campo acústico é considerado difuso em um volume V se a densidade de energia é a mesma em todos os pontos deste volume. Isto é possível pela superposição de um número infinito de ondas planas, com amplitude e fase aleatórias, cujas direções de propagação são uniformemente distribuídas no espaço. O campo acústico difuso é considerado homogêneo e isotrópico, ou seja, suas propriedades estatísticas são independentes do espaço e da orientação dos eixos coordenados. A distribuição uniforme no espaço pode ser obtida usando coordenadas esféricas, conforme Fig. 4.1, e uma somatória dupla sobre os ângulos ϕ e θ , de forma que o campo difuso pode ser escrito como uma função do espaço e tempo (Rafaely, 2000)

$$p(\mathbf{r}, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J p_{ij}(\mathbf{r}, t) \quad (4.1)$$

onde $p(\mathbf{r}, t)$ denota a pressão total na posição \mathbf{r} e tempo t , N é o número de ondas planas, I é o valor inteiro de $\sqrt{\pi N/4}$, e J é o valor inteiro de $2I \sin \phi_i$, tal que a onda plana aleatória $p_{ij}(\mathbf{r}, t)$ viaja na direção

$$(\phi_i, \theta_j) = \left(\frac{i\pi}{I}, \frac{2j\pi}{J} \right) \quad (4.2)$$

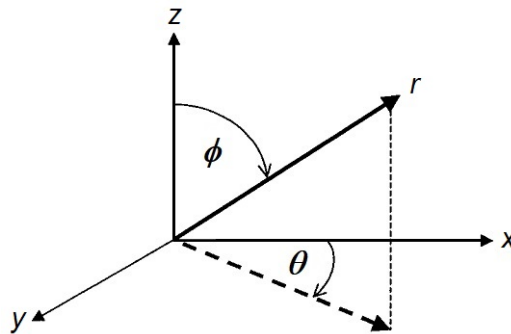


Figura 4.1. Sistema de coordenadas esféricas (Rafaely, 2000).

O semicírculo sobre o ângulo ϕ terá I ondas, enquanto o círculo completo sobre θ , para $\phi = 0$, terá $2I$ ondas, e um número decrescente por $\sin \phi$ para representar o menor diâmetro dos círculos em torno de θ para valores menores de ϕ . Desta forma, tem-se um número total de N ondas que compõem o campo difuso.

O modelo de onda plana aleatória $p_{ij}(\mathbf{r}, t)$, usado no campo difuso, pode ser obtido a partir da Eq. (2.15), de modo que

$$p_{ij}(\mathbf{r}, t) = A_{ij}e^{j(\mathbf{k}_{ij} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} = |A_{ij}|e^{j(\varphi_{ij} + \mathbf{k}_{ij} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (4.3)$$

onde φ_{ij} denota o ângulo de fase, com distribuição de probabilidade uniforme entre 0 e 2π , $|A_{ij}|$ descreve a amplitude da pressão sonora, com uma distribuição de probabilidade arbitrária, e $\mathbf{k}_{ij} = (k \cos \theta_j \sin \phi_i, k \sin \phi_i \sin \theta_j, k \cos \phi_i)$ representa o vetor de propagação acústico, expresso em coordenadas esféricas, cujas direções são distribuídas uniformemente no espaço, conforme Eq. (4.2).

4.1.2 Função de Correlação Cruzada

A função de correlação cruzada do campo difuso será calculada somente nas posições ao longo do eixo z , onde uma das posições é a origem do sistema de coordenadas, de forma que $\mathbf{r} = r$, conforme ilustrado na Fig. 4.2.

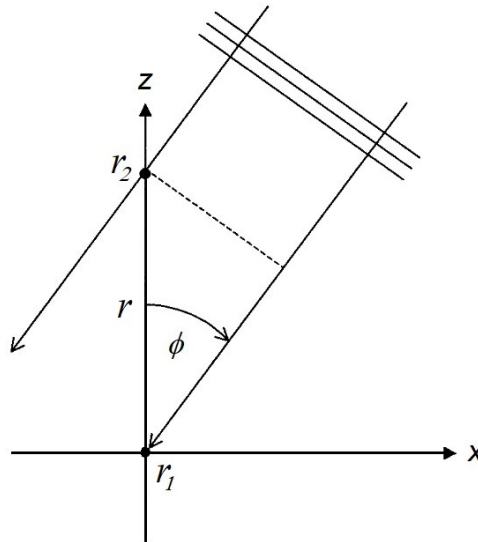


Figura 4.2. Incidência da onda plana nos pontos r_1 e r_2 (Rafaely, 2000).

Segundo Rafaely (2000), o campo difuso pode ser considerado estacionário tanto no tempo quanto no espaço, de forma que os resultados obtidos podem ser generalizados para o espaço inteiro. Além disso, como a correlação cruzada é o valor esperado entre

dois sinais arbitrários no tempo e no espaço, então pode expressa por

$$C(r, \tau) = E[p(r_1, t_1)p(r_2, t_2)] \quad (4.4)$$

onde $E[\cdot]$ representa o operador de valor esperado, $r = |r_2 - r_1|$ é a distância ao longo do eixo z , conforme Fig. 4.2, e $\tau = |t_2 - t_1|$. Substituindo a Eq. (4.1) na Eq. (4.4), tem-se

$$C(r, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J E[p_{ij}(r_1, t_1)p_{i'j'}(r_2, t_2)] \quad (4.5)$$

Desde que as ondas planas de diferentes direções são consideradas não correlacionadas, somente os termos $i = i'$ e $j = j'$ contribuem, de forma que a correlação cruzada pode ser escrita como

$$C(r, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J E[p_{ij}(r_1, t_1)p_{ij}(r_2, t_2)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J C_{ij}(r, \tau) \quad (4.6)$$

No caso limite, a Eq. (4.6) converge para a integral dupla, cobrindo todas as direções das ondas planas

$$C(r, \tau) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} C_{\theta, \phi}(r, \tau) \sin \phi d\theta d\phi \quad (4.7)$$

onde $\sin \phi d\theta d\phi$ denota o elemento de área para uma esfera de raio unitário.

Como r_1 está na origem do sistema de coordenadas e r_2 pertence ao eixo z , conforme Fig. 4.2, a distância r pode ser convertida em um intervalo de tempo equivalente $\tau_\phi = (r/c) \cos \phi$, para cada onda plana individual, em função do ângulo ϕ e velocidade do som c . Além disso, como o campo difuso é estacionário no espaço, a correlação cruzada não depende das posições absolutas entre dois pontos quaisquer, mas apenas da distância relativa r entre eles (Rafaely, 2000).

Como todas as ondas são consideradas portadoras de um sinal com a mesma função de autocorrelação no tempo, então a correlação cruzada pode ser escrita como (Rafaely, 2000)

$$C_{\theta, \phi}(r, \tau) = C_{\theta, \phi}(0, \tau - \tau_\phi) = R(\tau - (r/c) \cos \phi) \quad (4.8)$$

onde $R(\tau)$ representa a função de autocorrelação temporal.

Substituindo a Eq. (4.8) na Eq. (4.7), a correlação cruzada pode ser reescrita como (Rafaely, 2000)

$$C(r, \tau) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} R(\tau - (r/c) \cos \phi) \sin \phi d\theta d\phi \quad (4.9)$$

Aplicando a mudança de variável $t = \tau - (r/c) \cos \phi$ na Eq. (4.9) e integrando com relação a θ , tem-se (Rafaely, 2000)

$$C(r, \tau) = \frac{c}{2r} \int_{\tau-r/c}^{\tau+r/c} R(t) dt \quad (4.10)$$

A Eq. (4.10) mostra que a correlação cruzada espaço-tempo da pressão em um campo difuso é inteiramente dependente da autocorrelação temporal do sinal transportado pelas ondas planas que compõem o campo (Rafaely, 2000).

4.1.3 Densidade Espectral Cruzada

A função de autocorrelação do campo difuso $R(\tau)$ pode ser expressa em termos da transformada inversa de Fourier da densidade espectral de potência $S_0(\omega)$, como (Shin & Hammond, 2008)

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (4.11)$$

Além disso, $S_0(\omega)$ pode ser obtida pela transformada de Fourier da função de autocorrelação do sinal $R(\tau)$ (Shin & Hammond, 2008)

$$S_0(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4.12)$$

Portanto, substituindo a Eq. (4.11) na Eq. (4.10) e integrando com relação a t , a correlação cruzada espaço-tempo pode ser expressa como (Rafaely, 2000)

$$C(r, \tau) = \frac{c}{2\pi r} \int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\omega) \frac{1}{\omega} e^{j\omega\tau} \operatorname{sen} \left(\frac{\omega r}{c} \right) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\omega) \frac{\operatorname{sen}(kr)}{kr} e^{j\omega\tau} d\omega \quad (4.13)$$

onde $k = \omega/c$ representa o número de onda acústica. Por outro lado, a correlação cruzada pode ser expressa em termos da transformada inversa de Fourier da densidade espectral cruzada (Shin & Hammond, 2008),

$$C(r, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(r, \omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (4.14)$$

Analogamente, a densidade espectral cruzada é expressa pela transformada direta de Fourier da correlação cruzada (Shin & Hammond, 2008),

$$S(r, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(r, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4.15)$$

Portanto, comparando as Eqs. (4.13) e (4.14), conclui-se que a densidade espectral cruzada do campo difuso $S(r, \omega)$ pode ser fatorada como

$$S(r, \omega) = S_0(\omega) \frac{\text{sen}(kr)}{kr} \quad (4.16)$$

onde a função de correlação espacial do campo difuso será representada por

$$R(r, \omega) = \frac{c}{\omega r} \text{sen} \left(\frac{\omega r}{c} \right) = \frac{\text{sen}(kr)}{kr} \quad (4.17)$$

4.1.4 Função de Autocorrelação

A função de autocorrelação será calculada em um ponto fixo, mas arbitrário \mathbf{r} do campo acústico. Como o campo difuso é considerado estacionário no tempo, então a função de autocorrelação pode ser expressa como

$$R(\tau) = E[p^*(\mathbf{r}, t)p(\mathbf{r}, t + \tau)] \quad (4.18)$$

onde o asterisco indica o conjugado do número complexo.

Substituindo a Eq. (4.1) na Eq. (4.18), a autocorrelação será escrita como

$$R(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J E[p_{ij}^*(\mathbf{r}, t)p_{i'j'}(\mathbf{r}, t + \tau)] \quad (4.19)$$

Desde que as ondas planas de diferentes direções são consideradas não correlacionadas, somente os termos $i = i'$ e $j = j'$ contribuem. Desta forma, a função de autocorrelação será escrita como

$$R(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J E[p_{ij}^*(\mathbf{r}, t)p_{ij}(\mathbf{r}, t + \tau)] \quad (4.20)$$

Assumindo que a onda plana aleatória tem a forma dada pela Eq. (4.3), a qual representa um tom puro na frequência ω , e substituindo na Eq. (4.20), tem-se

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J E[A_{ij}^* A_{ij} e^{-j(\mathbf{k}_{ij}\mathbf{r} - \omega t)} e^{j(\mathbf{k}_{ij}\mathbf{r} - \omega(t+\tau))}] \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J E[|A_{ij}|^2 e^{-j\omega\tau}] \\ &= |A|^2 e^{-j\omega\tau} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Como, no limite $N \rightarrow \infty$, a distribuição de probabilidade de $|A_{ij}|$ não afeta os resultados, então uma quantidade única é suficiente para caracterizá-la, tal que $E[|A_{i,j}|^2]$ será indicado por $|A|^2$.

Desta forma, a função de autocorrelação normalizada de um campo difuso de tom puro será expressa como $R(\tau) = \cos(\omega\tau)$. Além disso, a Eq. (4.21) mostra que a função de autocorrelação $R(\tau)$ independe da posição considerada no campo difuso de tom puro.

4.2 Campo de Pressão TBL

Dada a natureza estocástica da camada limite turbulenta, as flutuações de pressão parietal, desenvolvidas sobre a fuselagem de aeronaves, possuem diversos modelos empíricos ou semi-empíricos descritos em termos da densidade espectral de potência e da densidade espectral cruzada, conforme atestam os trabalhos de Corcos (1964); Robertson (1971); Chase (1980, 1987); Efimtsov (1982); Laganelli & Wolfe (1989); Mellen (1990); Smol'yakov & Tkachenko (1991); Goodwin (1994); Graham (1997); Howe (1998); Efimtsov et al. (1999); Smol'yakov (2000); Goody (2004) e Rackl & Weston (2005). Desta forma, para garantir a correta aplicação ao problema de síntese sonora, faz-se necessário o estudo de alguns dos principais modelos TBL disponíveis na literatura.

4.2.1 Conceito de Camada Limite Turbulenta

Em 1904, Ludwig Prandtl introduziu o conceito de camada limite para descrever a região de contato entre um fluido incompressível em movimento relativamente a um sólido. Prandtl considerou que qualquer escoamento de fluido sobre uma superfície pode ser separado em duas regiões: uma fina camada limite perto da superfície onde os efeitos da viscosidade não podem ser ignorados, e uma região fora da camada limite onde a viscosidade é desprezada. À medida que um fluido escoar por uma superfície, ele adere ao limite sólido. Como saltos repentinos na velocidade do escoamento não são possíveis pelos requisitos de continuidade do escoamento, deve existir uma pequena região dentro do fluido, próxima ao corpo, chamada camada limite onde a velocidade do escoamento aumenta de zero até a velocidade do escoamento livre (Schlichting & Gersten, 2017).

A Fig. 4.3 ilustra um escoamento externo, onde observa-se o desenvolvimento da camada limite sobre uma placa plana incluindo a transição da camada laminar para a turbulenta. O fluido está indo para a direita com uma velocidade de escoamento livre

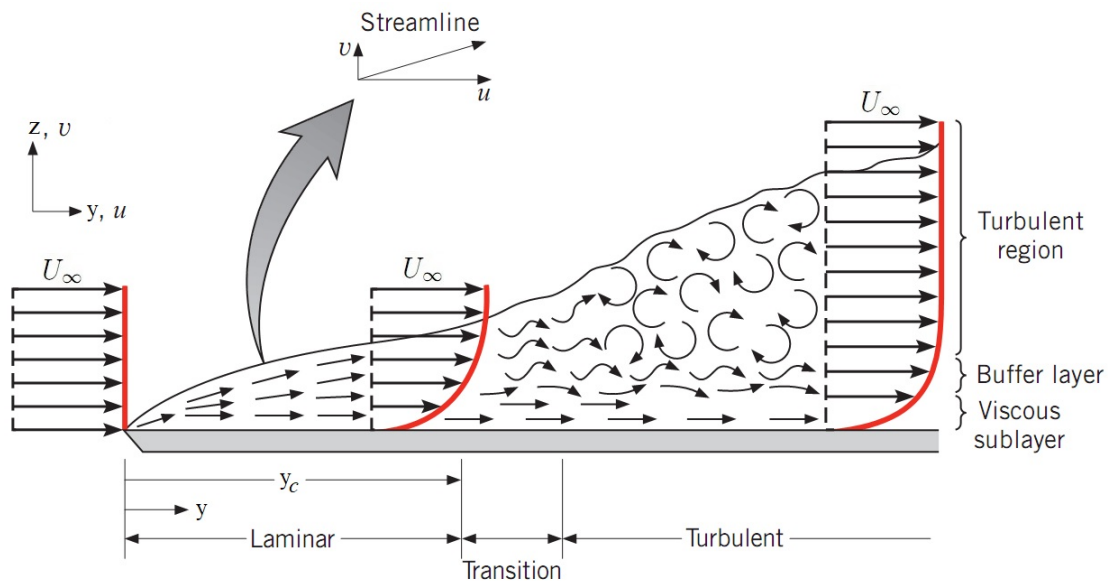


Figura 4.3. Desenvolvimento da camada limite sobre uma placa plana incluindo a transição da camada limite laminar para a turbulenta. (Bergman et al., 2011).

U_∞ e devido à condição de não deslizamento, desacelera próximo à superfície da placa. Desta forma, a camada limite começa a se formar a partir da borda principal. Mais a jusante, grandes tensões de cisalhamento τ e gradientes de velocidade se desenvolvem dentro da camada limite. Continuando mais a jusante o fluido é desacelerado devido às tensões de cisalhamento atuando em planos paralelos à velocidade do fluido, logo, ocorre o aumento da espessura da camada limite δ (Bergman et al., 2011).

Tipicamente, a espessura da camada limite δ é definida como o valor de z , para o qual a velocidade do fluido atinge 99% da velocidade do escoamento livre U_∞ . Vale ressaltar que a espessura da camada limite é sempre pequena em comparação com a distância y do bordo de ataque. Perto do bordo de ataque, conforme Fig. 4.3, o escoamento é inteiramente laminar de forma que não ocorre o intercâmbio de partículas entre as camadas adjacentes (Bergman et al., 2011; Schlichting & Gersten, 2017).

A velocidade do escoamento dentro da camada limite laminar é constante e aumenta com a distância em relação à superfície. Além disso, a tensão de cisalhamento τ é uma função da viscosidade e dos gradientes de velocidade. Assim, mais a jusante, devido à formação e a superposição de pequenos vórtices, conforme ilustrado na Fig. 4.3, o escoamento laminar torna-se instável e as partículas começam a mover-se perpendicularmente à superfície, bem como paralelas a ela. Devido a esse movimento, aparentemente aleatório, esse tipo de escoamento é conhecido como turbulento (Bergman et al., 2011).

Na camada limite turbulenta, a espessura δ aumenta rapidamente devido à

maior quantidade de movimento dentro do escoamento principal. Assim, o movimento aleatório transversal do escoamento e a maior quantidade de movimento entre as camadas individuais induzem tensões de cisalhamento extras, conhecidas como tensões de Reynolds. No entanto, as irregularidades aleatórias e a mistura em escoamento turbulento não podem ocorrer nas proximidades da superfície, ou seja, a turbulência vai diminuindo em direção à superfície, de forma que começam a predominar os efeitos laminares (viscosos). Portanto, uma subcamada viscosa forma-se sob a camada limite turbulenta, conforme ilustrado na Fig. 4.3, na qual o escoamento é totalmente laminar (Bergman et al., 2011).

A natureza do escoamento (laminar ou turbulento) pode ser determinada através do número adimensional de Reynolds

$$Re_y = \frac{\rho U_\infty y}{\mu} = \frac{U_\infty y}{\nu} \quad (4.22)$$

onde ρ é a densidade instantânea do fluido, U_∞ descreve a velocidade do escoamento livre, y denota o comprimento característico descrevendo a geometria do corpo na direção do escoamento, μ representa a viscosidade dinâmica do fluido e ν descreve a viscosidade cinemática do fluido (Bergman et al., 2011).

Geralmente, o escoamento sobre uma placa plana muda de laminar para turbulento para um número de Reynolds de 5×10^5 . Além disso, o comprimento característico y aumenta à medida que avança a jusante, aumentando também o número de Reynolds até que, em determinado momento, o escoamento transita de laminar para turbulento. Portanto, quanto maior a velocidade do escoamento livre U_∞ , menor a distância do bordo de ataque, onde ocorrerá a transição (Bergman et al., 2011; Schlichting & Gersten, 2017).

4.2.2 TBL como Fonte de Ruído

Conforme Hu et al. (2013), o ruído e a vibração na cabine de um avião a jato, em velocidade de cruzeiro, são provenientes da camada limite turbulenta, dos motores e do sistema de ar condicionado. Além disso, segundo Rackl & Weston (2005), a fonte dominante de ruído no interior das aeronaves, tanto em velocidade subsônica como em velocidade supersônica, são as flutuações aleatórias de pressão geradas pela TBL.

A maior parte da camada limite sobre a fuselagem de uma aeronave começa como laminar, mas evolui para o perfil turbulento. Fora da TBL se admite que as flutuações de velocidade e pressão desapareçam. Conseqüentemente, o campo de pressão parietal depende de vários fatores, incluindo: número de Reynolds; velocidade do escoamento;

rugosidade da superfície e gradiente de pressão (Miller, 2011).

Segundo Miller et al. (2011), as flutuações de pressão sobre a fuselagem podem criar muito ruído e vibração na cabine, acelerando a fadiga estrutural, gerando desconforto para os passageiros e tripulação, além de ocasionar interferências nos sistemas de navegação, comunicação e controle de voo. Desta forma, para garantir níveis de ruído e vibração aceitáveis na cabine, recursos de atenuação de som e vibração são aplicados na estrutura, o que contribui para aumento do peso e prejudica o desempenho da aeronave. Portanto, sabendo que os níveis de ruído aumentam com o número de Mach, o controle do ruído envolve uma busca permanente por novos materiais isolantes capazes de reduzir os níveis de pressão sonora sem comprometer o peso das aeronaves.

A transmissão do ruído no interior de uma aeronave, pode ser aéreo, onde a excitação acústica ou aerodinâmica da superfície da fuselagem irradia o som para o interior, ou pode ser estrutural, devido à vibração da estrutura da fuselagem. Além disso, existe a suposição de que a vibração da superfície da fuselagem e da estrutura não alteram a TBL. De qualquer forma, durante o voo de cruzeiro tanto os aviões maiores como os menores estão sujeitos ao ruído em suas cabines devido a TBL. Os aviões pequenos, por terem estruturas compactas e leves, estão sujeitos a ruídos, cujas frequências são maiores (Miller et al., 2011).

Geralmente, a excitação produzida pela camada limite turbulenta é responsável por ruídos internos na cabine que estão na faixa entre 400 Hz e 2000 Hz. Além disso, o campo de pressão da camada limite é convectivo na direção do escoamento e a velocidade de convecção é proporcional à velocidade da aeronave. Assim, em velocidades com alto número de Mach subsônico pode ocorrer uma coincidência aerodinâmica, onde a fase da pressão induzida corresponde a fase de vibração da superfície da fuselagem. Portanto, acontecerá um aumento nos níveis de pressão sonora da cabine devido a esta coincidência aerodinâmica (Miller et al., 2011).

4.2.3 Interpretação Estatística da TBL

Conforme Miller (2011), as flutuações de pressão sob a TBL podem ser descritas pelas estatísticas de correlação espaço-tempo e suas respectivas transformadas de Fourier, assim como, empiricamente, através de certas quantidades médias, como a velocidade média do escoamento, os perfis de flutuação e a espessura da camada de cisalhamento.

A excitação gerada pelo escoamento turbulento, sobre a superfície de uma aeronave, é aleatória tanto no domínio do tempo como do espaço. Portanto, as variáveis associadas à camada limite turbulenta devem ser tratadas como variáveis aleatórias (Miller et al., 2011). Além disso, segundo Kundu et al. (2012), quando os momentos

estatísticos de uma variável aleatória são independentes do tempo, o processo é dito estacionário, quando são independentes do espaço, é dito homogêneo, e quando são independentes da orientação dos eixos coordenados, é dito isotrópico.

Devido ao comportamento estocástico da camada limite turbulenta, as flutuações de pressão parietal desenvolvidas ao longo de um painel plano e rígido, como mostradas na Fig. 4.4, são descritas por estatísticas de segunda ordem no domínio do tempo, como as funções de autocorrelação e correlação cruzada. Equivalentemente, no domínio da frequência, pela densidade espectral de potência e densidade espectral cruzada.

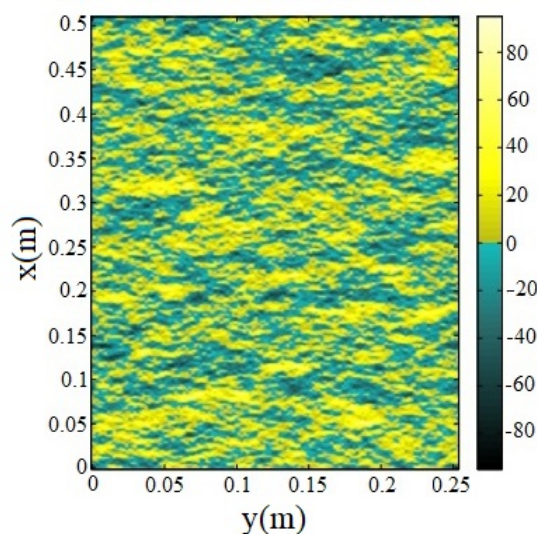


Figura 4.4. Exemplo de pressão parietal (em Pa) instantânea sintetizada em um painel submetido a um escoamento turbulento subsônico (Pachebat et al., 2014).

Em geral, a densidade espectral de potência (PSD) obtida em um ponto qualquer do painel é usada em análises espectrais cruzadas, de forma que a CSD das flutuações de pressão parietal em dois pontos distintos do painel são derivadas a partir do modelo clássico de Corcos (1964). Além disso, para formulação dos modelos de densidade espectral de potência é suposto, geralmente, que o escoamento desenvolvido tem gradiente de pressão com média nula o que permite caracterizar a TBL como sendo bidimensional, estacionária e homogênea sobre um painel plano de teste (Rocha, 2016).

Segundo Rocha et al. (2012), a PSD associada ao escoamento turbulento subsônico ou supersônico é definida a partir de modelos empíricos, que muitas vezes apresentam discrepâncias entre si com relação à estimativa do espectro da pressão parietal. Além disso, para caracterizar completamente o campo de pressão gerado pela TBL é preciso estimar a CSD, a qual é obtida, tradicionalmente, pela formulação de Corcos (1964). O modelo de Corcos, apesar de não levar em conta a variação da espessura da

camada limite na direção do escoamento, fornece uma estimativa razoável para os picos convectivos da pressão parietal em função da frequência. Uma alternativa, segundo Rocha et al. (2012), seria o modelo de Efimtsov (1982) que leva em conta a espessura da camada limite, pois estima a PSD em concordância com uma extensa série de medições experimentais em aeronaves na faixa do número de Mach de 0,41 a 2,1.

4.2.4 Modelos TBL para Análise Acústica

Segundo Miller et al. (2011), as estatísticas associadas ao escoamento turbulento permeiam as três classes de modelos TBL usados para determinar a resposta vibro-acústica em cada ponto de um painel de teste.

A primeira classe é composta pelos modelos que estimam a pressão quadrática média sob a camada limite turbulenta. Nesta classe, tem-se os modelos de Kraichnan (1956); Lilley & Hodgson (1960); Willmarth & Wooldridge (1962); Corcos (1964); Bull (1967); Lowson (1968); Blake (1970); Schewe (1983); Lauchle & Daniels (1987); Farabee & Casarella (1991) e Lueptow (1995).

A segunda classe consiste dos modelos de espectro de pressão parietal de ponto único (ou modelos de espectro de potência PSD), que representam a distribuição da pressão quadrática média segundo a frequência. Para o espectro de potência, tem-se os modelos de Robertson (1971); Efimtsov (1982); Efimtsov et al. (1999); Laganelli & Wolfe (1989); Goodwin (1994); Howe (1998); Smol'yakov (2000); Goody (2004) e Rackl & Weston (2005). Os modelos de Robertson, Efimtsov e Rackl-Weston foram desenvolvidos para aplicações em aeronaves, baseados em dados de alta velocidade. Já, os modelos de Howe, Goody e Smol'yakov foram desenvolvidos, especificamente, para aplicações na área marítima, baseados em dados de baixa velocidade.

Finalmente, a terceira classe é composta pelos modelos de espectro de número de onda e frequência normalizados (ou modelos de espectro cruzado CSD), que representam a distribuição da pressão em dois pontos quaisquer de um painel de teste, segundo o número de onda. Nesta classe, estão os modelos normalizados de Corcos (1964), Mellen (1990), Chase (1980) e Smol'yakov & Tkachenko (1991).

Aplicando as transformadas inversas de Fourier e Hankel, respectivamente, no modelo de espectro de número de onda e frequência normalizado separável de Corcos e no modelo elíptico não separável de Mellen, estes passam a ser definidos como funções exponenciais que representam as flutuações de pressão no domínio do espaço e frequência. Além disso, o modelo de Chase pode ser convertido para o domínio do espaço e frequência usando o método descrito por Josseland (1986). Entretanto, o modelo de Smol'yakov e Tkachenko parece não dispor de tal propriedade (Miller et al., 2011).

Conforme Miller (2011), os modelos empíricos de espectro de pressão parietal de ponto único são definidos, geralmente, apenas para as frequências angulares positivas. A definição do espectro de pressão pontual usando as frequências positivas e negativas é conveniente apenas em investigações analíticas da camada limite turbulenta. Além disso, nos trabalhos experimentais é usado a frequência em ciclos por segundo (Hz), de forma que a densidade espectral experimental será representada por

$$S_0^*(f) = 2\pi S_0(\omega) \quad (4.23)$$

considerando a substituição $\omega = 2\pi f$ e incluindo o fator 2π para explicar a mudança nas unidades de frequência. Desta forma, o valor do quadrado médio das flutuações de pressão pode ser comparado com os dados experimentais para assegurar que foram interpretados corretamente, através da relação

$$\overline{p^2} = \int_0^\infty S_0(\omega) d\omega = \int_0^\infty S_0^*(f) df \quad (4.24)$$

Vale ressaltar, que o objetivo principal deste trabalho é mostrar a viabilidade da síntese de campos de pressão parietal gerados pelos modelos difuso e TBL, através dos modos de radiação ativos e reativos de um arranjo de alto-falantes em campo próximo, de forma a não sobrecarregar os osciladores. Não se pretende, por este trabalho, mostrar o impacto da escolha do modelo TBL sobre a síntese do campo sonoro. Desta forma, o modelo clássico de espectro cruzado de Corcos (1964) foi usado para representar as flutuações de pressão no domínio do espaço e frequência. Além disso, para representar a distribuição da pressão quadrática média com relação a frequência, foram usados os modelos de espectro de potência de Robertson (1971) ou de Efimtsov (1982).

4.2.4.1 Modelo de Corcos

O modelo de Corcos fornece a densidade espectral cruzada (CSD) entre as pressões em dois pontos quaisquer de um painel de teste submetido a um campo de pressão parietal gerado por uma TBL homogênea, estacionária e não isotrópica.

Segundo Rocha (2016), o espectro de pressão parietal cruzado depende da densidade espectral de potência (PSD) de referência, geralmente fornecida através de algum modelo da segunda classe, da velocidade convectiva do escoamento e dos comprimentos de correlação nas direções longitudinal (*streamwise*) e transversal (*spanwise*) do escoamento turbulento. Os comprimentos de correlação são diretamente proporcionais a velocidade de convecção e inversamente proporcionais a frequência.

O modelo de Corcos possui uma formulação separável nas direções da correlação

longitudinal e transversal do escoamento turbulento, de maneira que pode ser facilmente transformado (via transformada de Fourier) do domínio do espaço e frequência para o domínio do número de onda e frequência.

Neste trabalho, o sistema de coordenadas espaciais (x, y, z) , para análise do escoamento turbulento sobre um painel plano de testes, tem direções longitudinal (eixo y), transversal (eixo x) e normal (eixo z), conforme ilustrado na Fig. 4.5.

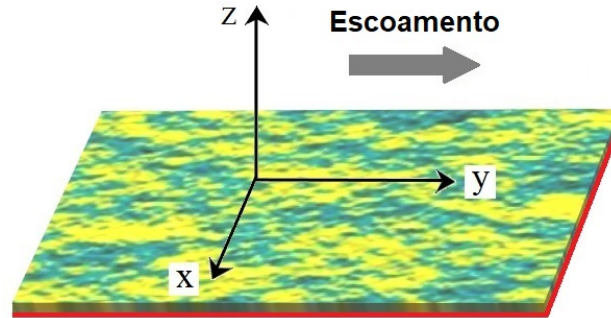


Figura 4.5. Sistema de coordenadas espaciais (x, y, z) utilizada para análise do escoamento turbulento sobre um painel plano de teste (Fonte: o autor).

Considerando o domínio do espaço e frequência o modelo de Corcos será definido como (Bravo & Maury, 2006)

$$S(r_x, r_y, \omega) = S_0(\omega) e^{-|r_x|/L_x(\omega)} e^{-|r_y|/L_y(\omega)} e^{-j\omega r_y/U_c} \quad (4.25)$$

onde $S_0(\omega)$ representa a densidade espectral de potência de referência, $|r_x|$ é a distância de separação entre os dois pontos na direção x (*spanwise*), $|r_y|$ é a distância de separação entre dois pontos na direção y (*streamwise*), $L_x(\omega)$ é o comprimento da correlação na direção x , $L_y(\omega)$ é o comprimento da correlação na direção y e U_c é a velocidade de convecção da camada limite, geralmente, definida como $0,6U_\infty$, onde U_∞ é a velocidade do escoamento livre.

Conforme Bravo & Maury (2006), os comprimentos de correlação longitudinal $L_y(\omega)$ e transversal $L_x(\omega)$ são inversamente proporcionais a frequência angular e diretamente proporcionais a velocidade convectiva e têm as formas

$$L_x(\omega) = \frac{\alpha_x U_c}{\omega} \quad (4.26)$$

e

$$L_y(\omega) = \frac{\alpha_y U_c}{\omega} \quad (4.27)$$

onde $\alpha_x = 1,2$ e $\alpha_y = 8$ são constantes empíricas consideradas para a camada limite turbulenta sobre a superfície de aeronaves.

Vale destacar que a formulação empírica de Corcos não leva em conta os fenômenos físicos subjacentes. Desta forma, a simulação do campo de pressão aleatório não reproduzirá toda a física de um painel de teste submetido a TBL, principalmente o comportamento aeroelástico-mecânico (Elliott et al., 2005).

Conforme Maury et al. (2000), a maior limitação do modelo de Corcos está em assumir que os comprimentos de correlação $L_x(\omega)$ e $L_y(\omega)$ não dependem da espessura de deslocamento da camada limite δ^* , o que só é verdadeiro para valores pequenos das distâncias de separação $|r_x|$ e $|r_y|$. Para outros casos, o modelo subestima a largura do pico convectivo e devem ser levadas em conta as correções para os comprimentos das correlações, tanto na direção longitudinal (*streamwise*) como na direção transversal (*spanwise*) do escoamento turbulento. Para este propósito, expressões empíricas para $L_x(\delta^*)$ e $L_y(\delta^*)$ foram propostas por Efimtsov (1982) para diferentes faixas de números de Mach.

O modelo de Corcos, segundo Bravo & Maury (2006), superestima os níveis espectrais nas regiões turbulentas onde o número de onda é baixo, sendo indicado, neste caso, o modelo de Chase (1987). Portanto, o modelo de Corcos é limitado para descrever a TBL induzida por escoamentos de baixa velocidade, como em aplicações marítimas, onde os comprimentos de correlação são menores. Entretanto, para escoamentos subsônicos de alta velocidade, como em aplicações aeronáuticas onde os comprimentos de correlação são grandes, o modelo mostra-se consistente para descrever as estatísticas das flutuações de pressão parietal induzida pela TBL.

4.2.4.2 Modelo de Robertson

Conforme Rocha (2016), o modelo de espectro de potência de Robertson (1971) é baseado no trabalho de Lowson (1968). Através de medições subsônicas e supersônicas em túnel de vento, Robertson observou que o modelo de Lowson subestima e superestima, respectivamente, os níveis espectrais para baixos e altos números de Strouhal (St). O número de Strouhal é um número adimensional descrevendo o mecanismo de vorticidade em um escoamento oscilante.

Com base em dados experimentais, Robertson propôs um modelo semi-empírico mais representativo para uma ampla faixa de números de Mach, o qual depende das flutuações da pressão quadrática média $\overline{p^2}$ e da pressão dinâmica do escoamento q_∞ , como segue (Rocha, 2016)

$$S_0(\omega) = \frac{\overline{p^2}}{\omega_0 \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{9/10} \right]^2} \quad (4.28)$$

onde

$$\overline{p^2} = \left(\frac{0,006q_\infty}{1 + 0,14\text{Mach}^2} \right)^2 \quad (4.29)$$

e

$$\omega_0 = 0,5 \frac{U_\infty}{\delta^*} \quad (4.30)$$

no qual $q_\infty = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2$ é a pressão dinâmica e δ^* é a espessura de deslocamento da camada limite, a qual pode ser definida em função da espessura da camada limite δ e do número de Reynolds Re_y , Eq. (4.22), como segue

$$\delta^* = \frac{(1,3 + 0,43\text{Mach}^2)\delta}{10,4 + 0,5\text{Mach}^2(1 + 2 \times 10^{-8}Re_y)^{1/3}} \quad (4.31)$$

com

$$\delta = 0,37yRe_y^{-1/5} \left[1 + \left(\frac{Re_y}{6,9 \times 10^7} \right)^2 \right]^{1/10} \quad (4.32)$$

Além disso, usando a Eq. (4.23), o modelo de Robertson pode ser escrito na forma da densidade espectral experimental (Miller et al., 2011)

$$S_0^*(f) = \frac{(2\pi)\overline{p^2}}{\omega_0 \left[1 + \left(\frac{2\pi f}{\omega_0} \right)^{9/10} \right]^2} \quad (4.33)$$

4.2.4.3 Modelo de Efimtsov

Segundo Miller et al. (2011) e Rocha et al. (2012), Efimtsov desenvolveu dois modelos de espectro de potência, usando dados experimentais obtidos em túnel de vento e testes em voo, para uma série de números de Mach subsônicos e supersônicos.

O primeiro modelo de Efimtsov (1982) foi utilizado por apresentar uma formulação semi-empírica simplificada, a qual é dependente do número de Reynolds, do número de Strouhal St , da velocidade de fricção U_τ e da tensão de cisalhamento τ_w , como segue (Rocha et al., 2012)

$$S_0(\omega) = \frac{0,01\tau_w^2\delta}{U_\tau [1 + 0,02St^{2/3}]} \quad (4.34)$$

onde

$$St = \omega\delta/U_\tau \quad (4.35)$$

e

$$U_\tau = U_\infty \sqrt{\frac{C_f}{2}} \quad (4.36)$$

e

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 C_f \quad (4.37)$$

no qual $C_f = 0,37(\text{Log}_{10} Re_y)^{-2,584}$ é o coeficiente de fricção para a camada limite turbulenta. Além disso, usando a Eq. (4.23), o modelo de Efimtsov pode ser escrito na forma da densidade espectral experimental (Miller et al., 2011)

$$S_0^*(f) = \frac{(2\pi)0,01\tau_w^2\delta}{U_\tau \left[1 + 0,02 \left(\frac{2\pi f\delta}{U_\tau}\right)^{2/3}\right]} \quad (4.38)$$

4.2.4.4 Comparação dos Modelos de Robertson e Efimtsov

Na Tabela 4.1 são apresentados os parâmetros aerodinâmicos aproximados do escoamento de ar sobre uma superfície plana, os quais são utilizados para análise do comportamento dos modelos de espectro de potência de Robertson e Efimtsov. Os parâmetros foram calculados considerando a temperatura do ar a 20°C, em 1 atm, densidade do ar $\rho_0 = 1,21 \text{ kg/m}^3$, velocidade do som $c = 343 \text{ m/s}$ e viscosidade cinemática $\nu = 1,5111 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

Tabela 4.1. Parâmetros aerodinâmicos aproximados para o escoamento de ar sobre uma superfície plana, para diversos números de Mach.

Parâmetro	Mach				
	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9
Velocidade do escoamento livre					
U_∞ (m/s)	102,9	171,5	240,1	274,4	308,7
Velocidade de convecção					
U_c (m/s)	61,74	102,9	144,06	164,64	185,22
Pressão dinâmica					
q_∞ (N/m ²)	6405,99	17794,41	34877,05	45553,69	57653,89
Tensão de cisalhamento					
τ_w (N/m ²)	13,8800	35,6891	66,5623	85,2645	106,0907
Velocidade de fricção					
U_τ (m/s)	3,3869	5,4309	7,4169	8,3944	9,3637
Espessura da camada limite					
δ (m)	0,0386	0,0353	0,0336	0,0330	0,0326
Espessura do deslocamento					
δ^* (m)	0,0049	0,0047	0,0047	0,0048	0,0049

Fonte: o autor

As Figs. 4.6 e 4.7 ilustram o comportamento, em função da frequência para diversos números de Mach, da densidade espectral obtida a partir dos modelos de Robertson e de Efimtsov, respectivamente. Observa-se, para ambos os modelos, o impacto da velocidade do escoamento turbulento no aumento do espectro da pressão quadrática média. Em frequências elevadas o modelo de Robertson tende a subestimar os níveis espectrais em comparação com o modelo de Efimtsov.

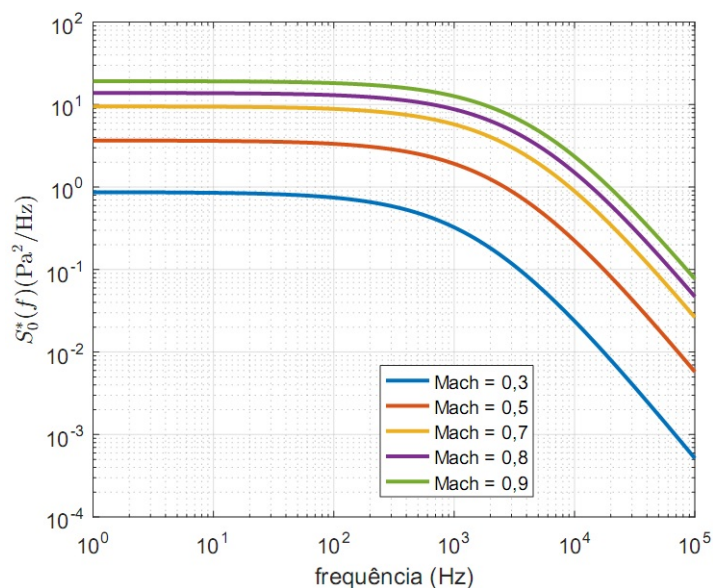


Figura 4.6. Densidade espectral de Robertson como função da frequência para alguns números de Mach (Fonte: o autor).

A Fig. 4.8 apresenta a estimacão da pressão quadrática média, a partir da integrao numérica na faixa de 50 Hz a 20000 Hz, para os modelos de Robertson e Efimtsov. Segundo Miller et al. (2011), o modelo de Efimtsov apresenta uma melhor estimacão da pressão quadrática média quando comparado com os modelos de Farabee & Casarella (1991) e Lueptow (1995). Os modelos de pressão quadrática média de Farabee-Casarella e Lueptow são considerados modelos de referência da primeira classe pois foram elaborados a partir do uso de técnicas, equipamentos e dados de medioes mais recentes.

Pela Fig. 4.8, observa-se que o modelo de Robertson, em comparao com o modelo de Efimtsov, tende a subestimar e superestimar a pressão quadrática média para baixos e altos números de Mach, respectivamente. Entretanto, estes dois modelos são preferidos devido à simplicidade matemática de suas formulaoes e por não apresentarem grandes variaoes entre suas estimativas da pressão quadrática média.

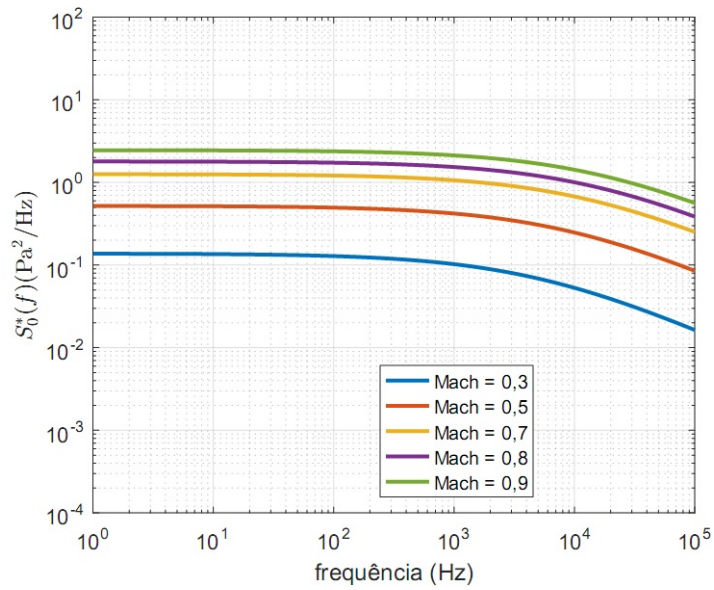


Figura 4.7. Densidade espectral de Efimtsov como função da frequência para alguns números de Mach (Fonte: o autor).

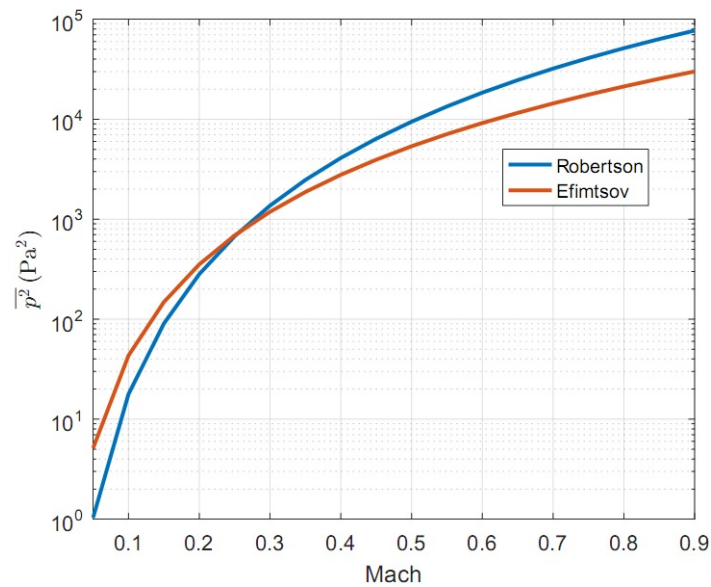


Figura 4.8. Pressão quadrática média, obtida a partir da integração numérica na frequência, dos modelos de Robertson e Efimtsov em função do número de Mach (Fonte: o autor).

4.3 Correlação Espacial dos Modelos Difuso e Corcos

Nesta seção é apresentada uma breve comparação entre a correlação espacial do campo acústico difuso e TBL usando a formulação de Corcos.

O campo difuso é considerado homogêneo e isotrópico, enquanto o TBL é modelado, segundo a formulação de Corcos, como sendo homogêneo, não isotrópico e com variação independente na estrutura de correlação nas direções transversal e longitudinal. Desta forma, estes campos terão estruturas de correlação espacial muito diferentes. Esta diferença reflete, naturalmente, nos comprimentos de correlação, os quais irão impactar na quantidade de fontes acústicas necessárias para síntese sonora do campo de pressão aleatório.

A função de correlação espacial do campo difuso já foi deduzida, anteriormente, conforme Eq. (4.17).

No domínio do espaço e frequência o modelo de Corcos para o espectro cruzado da pressão parietal, definido pela Eq. (4.25), pode ser representado na seguinte forma fatorada (Totaro et al., 2008)

$$S(r_x, r_y, \omega) = S_0(\omega)R(r_x, r_y, \omega)e^{j\theta(r_y, \omega)} \quad (4.39)$$

onde $R(r_x, r_y, \omega)$ e $\theta(r_y, \omega)$ serão, respectivamente, as funções de correlação espacial e de fase associadas ao modelo de Corcos.

O modelo de Corcos é baseado na hipótese de separação espacial da correlação longitudinal e transversal do escoamento turbulento, de maneira que a função de correlação espacial, representada por (Totaro et al., 2008)

$$R(r_x, r_y, \omega) = e^{-|r_x|/L_x(\omega)} e^{-|r_y|/L_y(\omega)} \quad (4.40)$$

pode ser fatorada em duas funções de correlação independentes

$$R(r_x, \omega) = e^{-|r_x|/L_x(\omega)} \quad (4.41)$$

e

$$R(r_y, \omega) = e^{-|r_y|/L_y(\omega)} \quad (4.42)$$

onde $L_x(\omega)$ e $L_y(\omega)$ representam os comprimentos de correlação transversal e longitudinal, conforme as Eqs. (4.26) e (4.27), respectivamente.

Além disso, a função de fase $\theta(r_y, \omega)$ é dependente da separação longitudinal r_y

e representada por (Totaro et al., 2008)

$$\theta(r_y, \omega) = -\frac{\omega r_y}{U_c} \quad (4.43)$$

As Figs. 4.9 e 4.10 ilustram o comportamento das funções teóricas de correlação espacial das excitações difusa e TBL, para as frequências de 500 Hz e 1000 Hz, considerando um painel de teste com dimensões $l_x^{mic} = l_y^{mic} = 0,5$ m de lado, $U_\infty = 240,1$ m/s e o ponto de medição (microfone) de referência posicionado no centro do painel.

Pelas Figs. 4.9 e 4.10, observa-se que os comprimentos de correlação nas direções longitudinal e transversal do escoamento turbulento são inversamente proporcionais à frequência e diretamente proporcionais à velocidade de convecção U_c da camada limite, conforme indicado nas Eqs. (4.26) e (4.27), respectivamente. Além disso, na Fig. 4.10, observa-se o efeito da mudança de fase sobre a correlação do modelo de Corcos.

O campo de pressão difuso está correlacionado em uma área muito maior que o campo de pressão TBL. Além disso, comprimentos de correlação pequenos exigem um número maior de fontes sonoras envolvidas no processo de síntese do campo de pressão alvo. Portanto, o campo TBL necessitará de uma quantidade maior de alto-falantes para ser sintetizado de forma razoável em comparação com o campo difuso, principalmente na direção transversal do escoamento turbulento (*spanwise*), que apresenta um comprimento de correlação bem menor em comparação com o comprimento na direção longitudinal (*streamwise*).

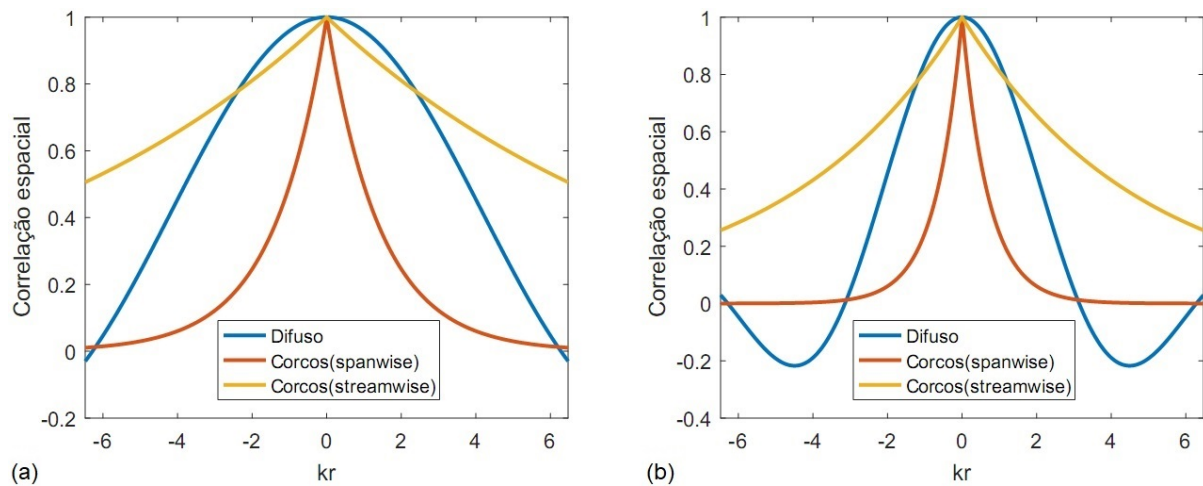


Figura 4.9. Correlação teórica como função da distância de separação normalizada entre dois pontos de medição (microfones) sobre um painel, para o campo difuso e TBL (Corcos sem o efeito da fase) com $U_\infty = 240,1$ m/s e frequência de (a) 500 Hz e (b) 1000 Hz (Fonte: o autor).

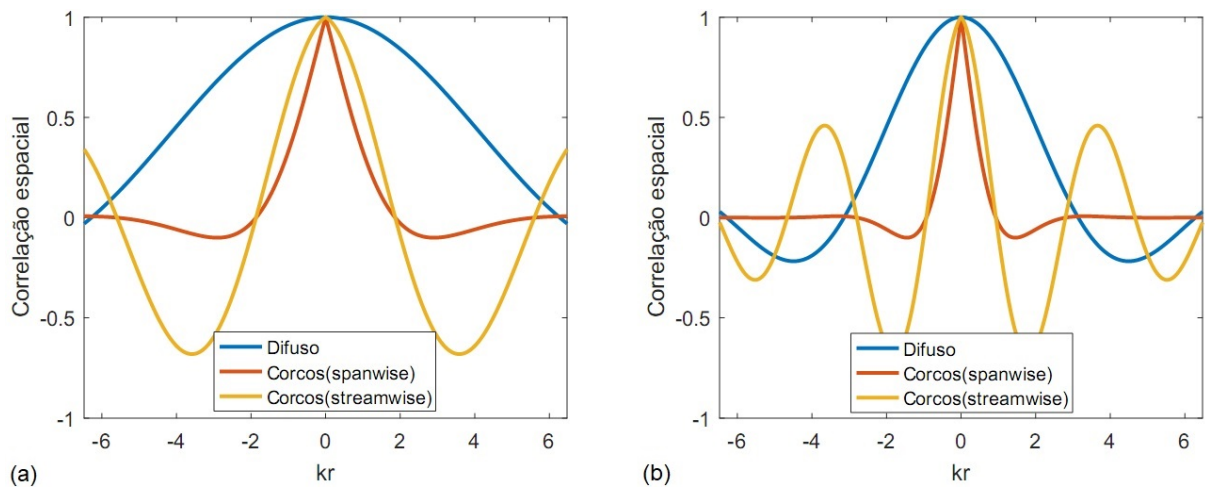


Figura 4.10. Correlação teórica como função da distância de separação normalizada entre dois pontos de medição (microfones) sobre um painel, para o campo difuso e TBL (Corcos com o efeito da fase) com $U_\infty = 240,1$ m/s e frequência de (a) 500 Hz e (b) 1000 Hz (Fonte: o autor).

Capítulo 5

Síntese de Campos de Pressão Aleatórios

Neste capítulo são abordados temas da literatura como síntese de campo de pressão aleatório e a decomposição ortogonal própria POD (do inglês, *Proper Orthogonal Decomposition*) para determinação da quantidade mínima de componentes não correlacionados usados para aproximar um campo de pressão aleatório.

O método de síntese sonora utiliza um arranjo de fontes acústicas, adequadamente controladas, para simular as propriedades de correlação espacial de um campo de pressão aleatório que incide sobre um painel de teste. As propriedades estatísticas do campo de pressão alvo estão especificadas em sua matriz de densidade espectral, a qual é obtida a partir de um arranjo de microfones posicionados sobre o painel.

A matriz modal é incorporada ao método de síntese sonora de forma a viabilizar uma regularização através dos FFARMs e NFARMs mais eficientes. Pretende-se demonstrar que os NFARMs são importantes na síntese de campo próximo e não devem ser descartados. O uso dos FFARMs e/ou NFARMs mais eficientes deve conduzir a uma velocidade viável para as fontes sonoras, evitando-se a sobrecarga dos osciladores. Simulações numéricas do modelo acústico são realizadas para construir as matrizes de transferência acústica e velocidade de partícula, as quais conduzem à matriz que acopla a potência sonora do modelo e, conseqüentemente, permite a extração dos FFARMs e NFARMs.

Pela análise das métricas de controle, para diversas simulações numéricas com e sem regularização, pretende-se verificar a viabilidade do modelo acústico em gerar um campo de pressão aleatório, sobre um painel rígido de teste, cujas propriedades estatísticas espaciais sejam semelhantes às do campo de pressão difuso e do campo produzido pela camada limite turbulenta.

5.1 Método de Síntese Sonora Aleatória

Nesta seção é apresentada a formulação teórica, no domínio da frequência, do processo de síntese de um campo de pressão aleatório sobre um painel de teste usando um arranjo reduzido de fontes acústicas de campo próximo, adequadamente controladas. Além disso, são discutidas algumas limitações impostas à síntese de campos de pressão aleatórios, tais como, faixa de frequência para a qual as propriedades estatísticas de cada campo de pressão alvo são reproduzidas com certa precisão pelo arranjo de alto-falantes e quantidade de fontes necessárias por comprimento de correlação para reconstrução de cada tipo de excitação sobre o painel de teste.

5.1.1 Formulação Teórica

Basicamente, o problema de síntese sonora aleatória consiste no uso de um sistema de controle multicanal, fundamentado em técnicas de processamento de sinais, o qual permita lidar com as perturbações aleatórias envolvidas durante o processo de síntese (Elliott, 2001).

Segundo os trabalhos de Elliott et al. (2005) e Bravo & Maury (2006), um campo qualquer de pressão aleatória, com propriedades de correlação espacial prescritas, pode ser sintetizado desde que as excitações de pressão que se deseja recriar sejam modeladas como processos aleatórios estacionários no tempo e no espaço.

Seja um arranjo de $m = m_x \times m_y$ pontos de medição, representando os microfones, uniformemente espaçados, com uma resolução espacial δ_m e situados sobre a superfície de um painel de teste submetido a um campo de pressão aleatório que se deseja recriar, conforme ilustrado na Fig. 5.1. Seja \mathbf{w} o vetor formado pelas transformadas de Fourier, em uma única frequência, das m medidas de saída do arranjo de microfones, sujeito a excitação pelo campo de pressão alvo (Elliott et al., 2005).

Conforme Elliott et al. (2005) e Bravo & Maury (2006), o conjunto de sinais desejados nos microfones \mathbf{w} , pode ser gerado passando um conjunto, formado pelos espectros de m_{ref} sinais de referência de ruído branco não correlacionados \mathbf{x} , através de uma matriz de filtros de moldagem \mathbf{D} , de modo que

$$\mathbf{w} = \mathbf{D}\mathbf{x} \quad (5.1)$$

Devido à natureza aleatória do campo de pressão alvo, as formas de onda são desconhecidas. Entretanto, se a matriz de densidade espectral da saída dos microfones \mathbf{S}_{ww} , puder ser feita igual à do campo de pressão alvo, então os campos de pressão serão estatisticamente equivalentes (Elliott et al., 2005).

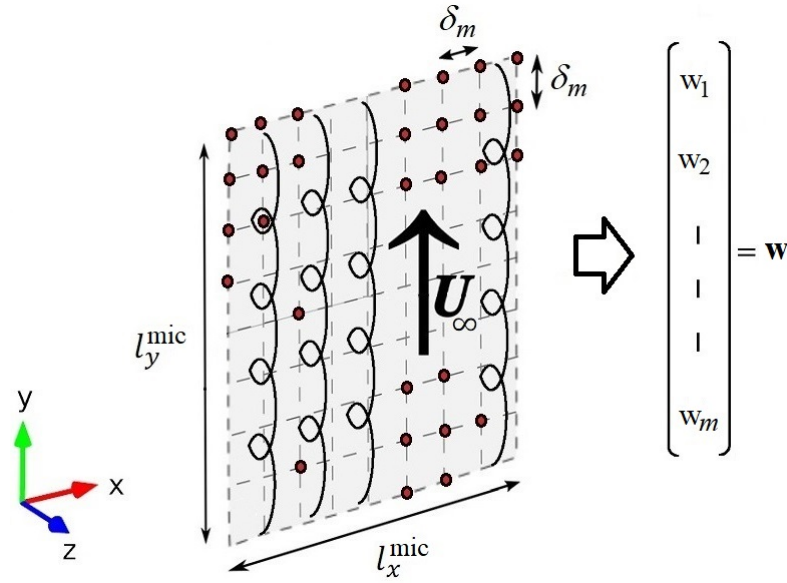


Figura 5.1. Arranjo bidimensional de microfones posicionados sobre um painel de teste submetido, por exemplo, a um campo de pressão parietal alvo gerado pela excitação TBL e vetor \mathbf{w} , formado pelos espectros de saída dos sensores (Fonte: o autor).

A matriz \mathbf{S}_{ww} é quadrada de ordem $m \times m$, cujos termos diagonais correspondem às densidades espectrais de potência das saídas de cada microfone individual e os termos fora da diagonal correspondem as densidades espectrais cruzadas das pressões entre dois microfones quaisquer do arranjo (Elliott et al., 2005; Bravo & Maury, 2006).

Neste trabalho, a dependência da frequência ω nas matrizes de densidade espectral foi suprimida. Os sinais de referência \mathbf{x} são do tipo ruído branco, não correlacionados, com variância unitária e matriz de densidade espectral igual à matriz identidade de ordem $m_{\text{ref}} \times m_{\text{ref}}$ (Elliott et al., 2005), tal que

$$\mathbf{S}_{xx} = E[\mathbf{xx}^H] = \mathbf{I} \quad (5.2)$$

Usando as Eqs. (5.1) e (5.2), a matriz \mathbf{S}_{ww} pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{ww} &= E[\mathbf{ww}^H] \\ &= E[\mathbf{Dxx}^H\mathbf{D}^H] \\ &= \mathbf{D}E[\mathbf{xx}^H]\mathbf{D}^H \\ &= \mathbf{D}\mathbf{D}^H \end{aligned} \quad (5.3)$$

Para obter as propriedades da matriz de filtros \mathbf{D} , aplica-se a decomposição em auto-

valores na matriz de densidade espectral, a qual pode ser fatorada como

$$\mathbf{S}_{ww} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}^{1/2}(\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}^{1/2})^H \quad (5.4)$$

onde \mathbf{Q} é a matriz de autovetores, $\mathbf{\Lambda}$ é a matriz diagonal de autovalores reais e positivos, cujas raízes quadradas são denotadas por $\mathbf{\Lambda}^{1/2} = (\mathbf{\Lambda}^{1/2})^H$.

Segundo Elliott et al. (2005), as propriedades estatísticas dos sinais contidos no vetor \mathbf{w} serão idênticas às do campo de pressão alvo, quando $m_{\text{ref}} = m$. Assim, pela comparação das Eqs. (5.3) e (5.4), a matriz de filtros de moldagem \mathbf{D} será quadrada de ordem $m \times m$ e pode ser escrita como

$$\mathbf{D} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}^{1/2} \quad (5.5)$$

Pela Fig. 5.2, observa-se que o arranjo de alto-falantes, quando acionado pela saída da matriz \mathbf{M} , sintetiza o campo de pressão alvo sobre o arranjo de microfones, cuja saída é o vetor \mathbf{y} , composto pelos m espectros de pressão (Elliott et al., 2005)

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{x} \quad (5.6)$$

onde \mathbf{A}_d é a matriz, de ordem $m \times n$, que fornece o acoplamento acústico entre os arranjos de alto-falantes e microfones, e \mathbf{M} , de ordem $n \times m$, é a matriz de filtros de controle (mínimos quadrados) responsável por gerar os sinais de entrada ótimos para o arranjo de osciladores de forma que o campo gerado esteja próximo do campo de pressão aleatório \mathbf{w} que se deseja reproduzir. Além disso, usando as Eqs. (5.2) e (5.6), o campo de pressão gerado tem matriz de densidade espectral \mathbf{S}_{yy} , a qual pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{yy} &= \mathbf{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] \\ &= \mathbf{E}[\mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{x}\mathbf{x}^H\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H] \\ &= \mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H \\ &= \mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H \end{aligned} \quad (5.7)$$

Para construção de uma métrica de controle, usa-se o vetor de erro \mathbf{e} , definido pela diferença entre os m sinais de saída desejados \mathbf{w} , e os m sinais de saída gerados \mathbf{y} , conforme ilustrado na Fig. 5.3. Além disso, este vetor pode ser representado, usando as Eqs. (5.1) e (5.6) por (Elliott et al., 2005)

$$\mathbf{e} = \mathbf{w} - \mathbf{y} = (\mathbf{D} - \mathbf{A}_d\mathbf{M})\mathbf{x} \quad (5.8)$$

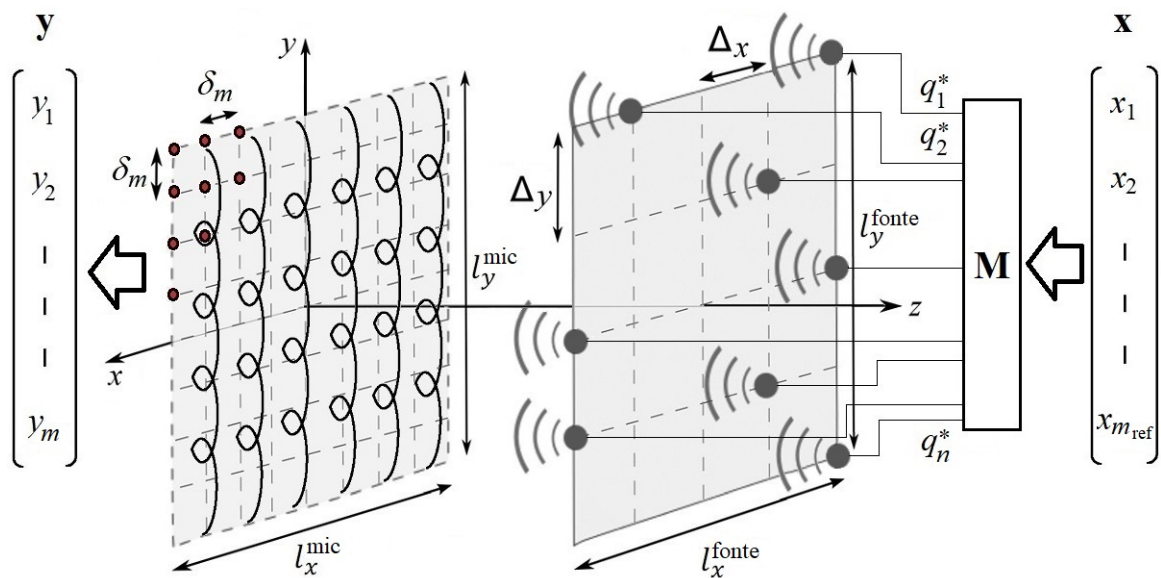


Figura 5.2. Representação simplificada do sistema de síntese sonora aleatória, no domínio da frequência, o qual é composto pelos sinais de referência \mathbf{x} que excitam a matriz de filtros de controle \mathbf{M} , cujos sinais de saída, armazenados em \mathbf{q}^* , acionam otimamente, quando transformados para o domínio do tempo, os alto-falantes do arranjo, gerando o campo de pressão aproximado sobre o arranjo de microfones, cujos sinais de saída são armazenados como espectros de pressão no vetor \mathbf{y} (Fonte: o autor).

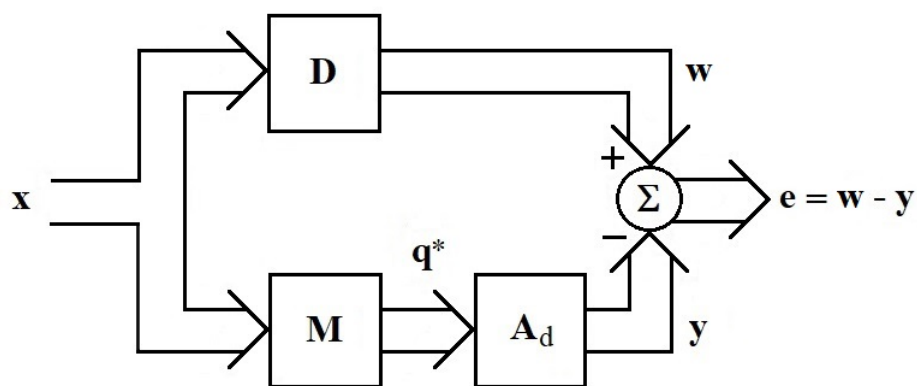


Figura 5.3. Diagrama em blocos do sistema de síntese (sem regularização) do campo de pressão aleatório “alvo” (adaptado de Elliott et al. (2005)).

Certamente, os sinais do campo de pressão gerado devem tornar-se semelhantes aos sinais do campo de pressão alvo a medida que os sinais do erro puderem ser reduzidos (Elliott et al., 2005). Além disso, a magnitude dos sinais do erro \mathbf{e} poderá ser quantificada a partir da matriz de densidade espectral \mathbf{S}_{ee} , a qual será representada, usando as Eqs. (5.2) e (5.8), por

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_{ee} &= \mathbf{E}[\mathbf{e}\mathbf{e}^H] \\
&= \mathbf{E}[\mathbf{D}(\mathbf{D} - \mathbf{A}_d\mathbf{M})\mathbf{x}(\mathbf{D}(\mathbf{D} - \mathbf{A}_d\mathbf{M})\mathbf{x})^H] \\
&= (\mathbf{D} - \mathbf{A}_d\mathbf{M})\mathbf{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H](\mathbf{D} - \mathbf{A}_d\mathbf{M})^H \\
&= (\mathbf{D} - \mathbf{A}_d\mathbf{M})(\mathbf{D}^H - \mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H) \\
&= \mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H - \mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{D}^H - \mathbf{D}\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H + \mathbf{D}\mathbf{D}^H
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Portanto, uma métrica de controle do processo de síntese do campo de pressão aleatório será definida como sendo a soma do valor quadrático médio dos erros J_e , a qual, usando a Eq. (5.9), será representada por (Elliott, 2001)

$$\begin{aligned}
J_e &= \text{Tr}[\mathbf{S}_{ee}] \\
&= \text{Tr}[\mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H - \mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{D}^H - \mathbf{D}\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H + \mathbf{D}\mathbf{D}^H] \\
&= \text{Tr}[\mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H] - \text{Tr}[\mathbf{A}_d\mathbf{M}\mathbf{D}^H] - \text{Tr}[\mathbf{D}\mathbf{M}^H\mathbf{A}_d^H] + \text{Tr}[\mathbf{D}\mathbf{D}^H] \\
&= \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{t=1}^m \left(\sum_{k=1}^n a_{jk}m_{kt} \right) (m_{kt})^H (a_{jk})^H - \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^m \sum_{k=1}^n a_{jk}m_{kt} (d_{jt})^H \\
&\quad - \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{t=1}^m d_{jt} (m_{kt})^H (a_{jk})^H + \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^m d_{jt} (d_{jt})^H
\end{aligned} \tag{5.10}$$

onde $\text{Tr}[\cdot]$ é o operador traço e os elementos complexos das matrizes \mathbf{A}_d , \mathbf{M} , \mathbf{D} e suas respectivas matrizes conjugadas transpostas, conforme Eq. (5.10), são representados em termos de suas partes real e imaginária, respectivamente, por (Elliott, 2001)

$$a_{jk} = a_{Rjk} + j a_{Ijk} \quad \text{e} \quad (a_{jk})^H = a_{Rkj} - j a_{Ikj} \tag{5.11}$$

$$m_{kt} = m_{Rkt} + j m_{Ikt} \quad \text{e} \quad (m_{kt})^H = m_{Rtk} - j m_{Itk} \tag{5.12}$$

$$d_{jt} = d_{Rjt} + j d_{Ijt} \quad \text{e} \quad (d_{jt})^H = d_{Rtj} - j d_{Itj} \tag{5.13}$$

Conforme Elliott et al. (2005), a matriz de filtros de controle \mathbf{M} deve ser determinada de forma a minimizar a soma do valor quadrático médio dos erros, J_e . Assim, derivando a Eq. (5.10), em relação às partes real e imaginária de cada elemento de \mathbf{M}

e, conseqüentemente, de \mathbf{M}^H , dado pela Eq. (5.12), tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_e}{\partial m_{Rkt}} + j \frac{\partial J_e}{\partial m_{Ikt}} &= 2(a_{Rkj} - j a_{Ikj})(a_{Rjk} + j a_{Ijk})(m_{Rkt} + j m_{Ikt}) \\ &\quad - 2(a_{Rkj} - j a_{Ikj})(d_{Rjt} + j d_{Ijt}) \\ &= 2(a_{jk})^H a_{jk} m_{kt} - 2(a_{jk})^H d_{jt} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Os elementos complexos obtidos pela Eq. (5.14), para todos os índices j , k e t , podem ser arranjados em matrizes compostas pelas derivadas, da seguinte forma (Elliott et al., 2005)

$$\frac{\partial J_e}{\partial \mathbf{M}_R} + j \frac{\partial J_e}{\partial \mathbf{M}_I} = 2\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d \mathbf{M} - 2\mathbf{A}_d^H \mathbf{D} \quad (5.15)$$

Supondo que $\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d$ seja não singular e fazendo a Eq. (5.15) igual a zero, a matriz ótima de filtros de controle, que minimiza a soma do valor quadrático médio dos erros, será determinada por (Elliott et al., 2005)

$$\mathbf{M}_{ot} = (\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{A}_d^H \mathbf{D} = \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} \quad (5.16)$$

onde $\mathbf{A}_d^\dagger = (\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{A}_d^H$ é a pseudo-inversa da matriz \mathbf{A}_d . Desta forma, durante o processo de síntese os n sinais ótimos de controle (espectros de velocidade das fontes sonoras) do vetor \mathbf{q}_{ot}^* , serão gerados a partir de um conjunto de sinais de referência de ruído branco não correlacionados \mathbf{x} , filtrados pela matriz de controle ótima \mathbf{M}_{ot} , dada pela Eq. 5.16, de modo que

$$\mathbf{q}_{ot}^* = \mathbf{M}_{ot} \mathbf{x} = \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} \mathbf{x} \quad (5.17)$$

Portanto, o campo de pressão \mathbf{w} , dado pela Eq. (5.1), será aproximado, em um sentido de mínimos quadrados, substituindo a Eq. (5.17) na Eq. (5.6), de modo que

$$\mathbf{y}_{ot} = \mathbf{A}_d \mathbf{q}_{ot}^* \quad (5.18)$$

5.1.2 Regularização da Síntese Sonora

O processo de regularização da síntese sonora aleatória é baseado na matriz modal composta pelos NFARMs e FFARMs mais eficientes, conforme definida na seção 3.2.1. Inicialmente, considerando a matriz modal completa $\mathbf{\Psi}_{\bar{d}}$, de ordem $n \times n$, então o vetor $n \times 1$ de espectros de velocidades das fontes sonoras \mathbf{q}^* associado a matriz de filtros de controle \mathbf{M} , conforme ilustrado na Fig. 5.3, pode ser decomposto, conforme

a Eq. (3.24), como

$$\mathbf{q}^* = \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}} \boldsymbol{\alpha}^* \quad (5.19)$$

onde $\boldsymbol{\alpha}^*$ é o vetor $n \times 1$ de espectro das contribuições dos ARMs. Por outro lado, um campo de pressão sonoro pode ser sintetizado, com certa precisão, quando decomposto em uma base adequada formada pelos modos de radiação ativos e reativos de um arranjo de fontes acústicas. Assim, a matriz modal será incorporada ao modelo acústico para garantir a regularização da síntese do campo de pressão aleatório alvo.

Portanto, considerando a matriz modal reduzida $\widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}$, de ordem $n \times \tilde{n}$, conforme ilustrado na Fig. 5.4, tem-se um processo de regularização da síntese sonora aleatória baseado nos \tilde{n} ARMs (ativos e/ou reativos) mais eficientes do arranjo de alto-falantes.

Nesta configuração, a matriz de filtros de controle $\widetilde{\mathbf{M}}$, de ordem $\tilde{n} \times m$, será responsável por gerar os \tilde{n} sinais de entrada ótimos, armazenados em $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^*$, para a matriz modal reduzida. A matriz $\widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}$ produzirá os n sinais de entrada ótimos regularizados, armazenados em $\tilde{\mathbf{q}}^*$, para o arranjo de alto-falantes de forma que o espectro do campo de pressão sintetizado, representado pelo vetor

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}} \widetilde{\mathbf{M}} \mathbf{x} \quad (5.20)$$

estará próximo, estatisticamente, do espectro do campo de pressão alvo \mathbf{w} . Usando as Eqs. (5.2) e (5.20), o campo de pressão sintetizado, via os ARMs mais eficientes, terá matriz de densidade espectral $\mathbf{S}_{\tilde{y}\tilde{y}}$ escrita como

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\tilde{y}\tilde{y}} &= E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H] \\ &= E[\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}} \widetilde{\mathbf{M}} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \widetilde{\mathbf{M}}^H \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H] \\ &= \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}} \widetilde{\mathbf{M}} E[\mathbf{x} \mathbf{x}^H] \widetilde{\mathbf{M}}^H \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H \\ &= \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}} \widetilde{\mathbf{M}} \widetilde{\mathbf{M}}^H \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H \end{aligned} \quad (5.21)$$

Similarmente, para o caso com regularização, os sinais do campo de pressão sintetizado $\tilde{\mathbf{y}}$ devem se tornar, estatisticamente, semelhantes aos sinais do campo de pressão alvo \mathbf{w} a medida que os sinais de erro de aproximação puderem ser reduzidos.

Conforme ilustrado na Fig. 5.4, o vetor $\tilde{\mathbf{e}}$, contendo os m espectros de sinais de erro, poderá ser definido, usando as Eqs. (5.1) e (5.20), como

$$\tilde{\mathbf{e}} = \mathbf{w} - \tilde{\mathbf{y}} = (\mathbf{D} - \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}} \widetilde{\mathbf{M}}) \mathbf{x} \quad (5.22)$$

Além disso, a magnitude dos sinais do erro $\tilde{\mathbf{e}}$ poderá ser quantificada a partir da matriz

de densidade espectral $\mathbf{S}_{\tilde{e}\tilde{e}}$, a qual será representada, usando as Eqs. (5.2) e (5.22), por

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_{\tilde{e}\tilde{e}} &= E[\tilde{\mathbf{e}}\tilde{\mathbf{e}}^H] \\
&= E[(\mathbf{D} - \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}})\mathbf{x}((\mathbf{D} - \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}})\mathbf{x})^H] \\
&= (\mathbf{D} - \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}})E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H](\mathbf{D} - \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}})^H \\
&= (\mathbf{D} - \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}})(\mathbf{D}^H - \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H) \\
&= \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H - \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{D}^H - \mathbf{D} \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H + \mathbf{D} \mathbf{D}^H \quad (5.23)
\end{aligned}$$

Portanto, para o caso com regularização, a soma do valor quadrático médio dos erros $J_{\tilde{e}}$, usando a Eq. (5.23), será representada por

$$\begin{aligned}
J_{\tilde{e}} &= \text{Tr}[\mathbf{S}_{\tilde{e}\tilde{e}}] \\
&= \text{Tr}[\mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H - \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{D}^H - \mathbf{D} \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H + \mathbf{D} \mathbf{D}^H] \\
&= \text{Tr}[\mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H] - \text{Tr}[\mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{D}^H] - \text{Tr}[\mathbf{D} \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H] + \text{Tr}[\mathbf{D} \mathbf{D}^H] \\
&= \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^{\tilde{n}} \sum_{t=1}^m \left(\sum_{l=1}^{\tilde{n}} \left(\sum_{k=1}^n a_{jk} p_{kl} \right) \tilde{m}_{lt} \right) (\tilde{m}_{lt})^H (p_{kl})^H (a_{jk})^H \\
&\quad - \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^m \sum_{l=1}^{\tilde{n}} \sum_{k=1}^n a_{jk} p_{kl} \tilde{m}_{lt} (d_{jt})^H - \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{\tilde{n}} \sum_{t=1}^m d_{jt} (\tilde{m}_{lt})^H (p_{kl})^H (a_{jk})^H \\
&\quad + \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^m d_{jt} (d_{jt})^H \quad (5.24)
\end{aligned}$$

Na Eq. (5.24), os elementos complexos referentes as matrizes \mathbf{A}_d , \mathbf{D} e suas respectivas

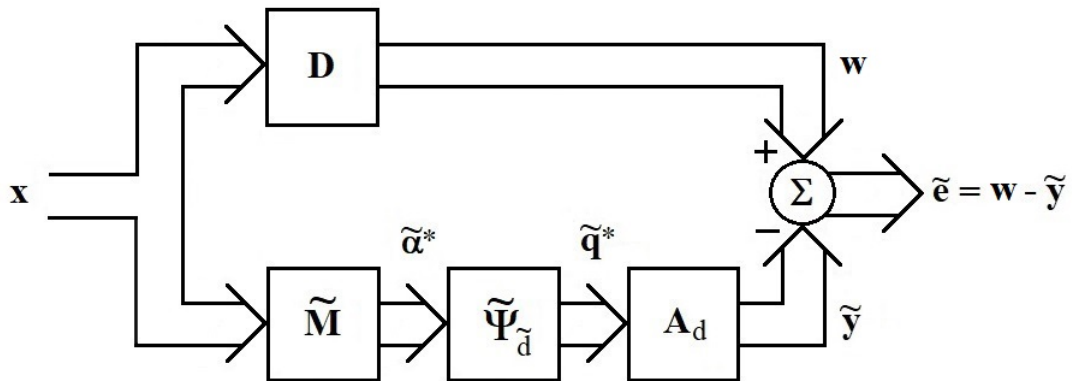


Figura 5.4. Diagrama em blocos do sistema de síntese (com regularização NFARMS e FFARMS) do campo de pressão aleatório “alvo” (adaptado de Elliott et al. (2005)).

matrizes conjugadas transpostas, são dados pelas Eqs. (5.11) e (5.13). Os elementos complexos das matrizes $\widetilde{\mathbf{M}}$, $\widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}$ e suas respectivas matrizes conjugadas transpostas são representados em termos de suas partes real e imaginária, respectivamente, por

$$\widetilde{m}_{lt} = \widetilde{m}_{Rlt} + j\widetilde{m}_{Ilt} \quad \text{e} \quad (\widetilde{m}_{lt})^H = \widetilde{m}_{Rtl} - j\widetilde{m}_{Ilt} \quad (5.25)$$

$$p_{kl} = p_{Rkl} + j p_{Ikl} \quad \text{e} \quad (p_{kl})^H = p_{Rlk} - j p_{Ilk} \quad (5.26)$$

Para minimizar a soma do valor quadrático médio dos erros $J_{\tilde{e}}$, deriva-se a Eq. (5.24) em relação às partes real e imaginária de cada elemento de $\widetilde{\mathbf{M}}$ e, conseqüentemente, de $\widetilde{\mathbf{M}}^H$, dado pela Eq. (5.25), de forma que

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\tilde{e}}}{\partial \widetilde{m}_{Rlt}} + j \frac{\partial J_{\tilde{e}}}{\partial \widetilde{m}_{Ilt}} &= 2(p_{Rlk} - j p_{Ilk})(a_{Rkj} - j a_{Ikj})(a_{Rjk} + j a_{Ijk})(p_{Rkl} + j p_{Ikl})(\widetilde{m}_{Rlt} + j \widetilde{m}_{Ilt}) \\ &\quad - 2(p_{Rlk} - j p_{Ilk})(a_{Rkj} - j a_{Ikj})(d_{Rjt} + j d_{Ijt}) \\ &= 2(p_{kl})^H (a_{jk})^H a_{jk} p_{kl} \widetilde{m}_{lt} - 2(p_{kl})^H (a_{jk})^H d_{jt} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Os elementos complexos na Eq. (5.27), para todos os índices j , k , l e t , podem ser arranjados em matrizes compostas pelas derivadas, da seguinte forma

$$\frac{\partial J_{\tilde{e}}}{\partial \widetilde{\mathbf{M}}_R} + j \frac{\partial J_{\tilde{e}}}{\partial \widetilde{\mathbf{M}}_I} = 2\widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}} \widetilde{\mathbf{M}} - 2\widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{D} \quad (5.28)$$

Supondo que a matriz $\widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}$ seja não singular e fazendo a Eq. (5.28) igual a zero, a matriz ótima de filtros de controle que minimiza a soma do valor quadrático médio dos erros, será dada por

$$\widetilde{\mathbf{M}}_{ot} = (\widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}})^{-1} \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{D} = (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}})^\dagger \mathbf{D} \quad (5.29)$$

onde a matriz $(\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}})^\dagger = (\widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}})^{-1} \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}^H \mathbf{A}_d^H$ representa a pseudo-inversa da matriz $\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}}$. Desta forma, os \tilde{n} sinais ótimos de controle (espectro das contribuições dos ARMs mais eficientes) que formam o vetor $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^*$, serão gerados a partir de um conjunto de sinais de referência de ruído branco não correlacionados \mathbf{x} , filtrados pela matriz de controle ótima $\widetilde{\mathbf{M}}_{ot}$, dada pela Eq. 5.29, de modo que

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{ot}^* = \widetilde{\mathbf{M}}_{ot} \mathbf{x} = (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_{\tilde{d}})^\dagger \mathbf{D} \mathbf{x} \quad (5.30)$$

Portanto, o campo de pressão alvo \mathbf{w} , dado pela Eq. (5.1), será aproximado, substi-

tuindo a Eq. (5.30) na Eq. (5.20), de modo que

$$\tilde{\mathbf{y}}_{\text{ot}} = \mathbf{A}_d \tilde{\Psi}_d \tilde{\alpha}_{\text{ot}}^* \quad (5.31)$$

5.1.3 Métricas de Controle

A seguir, são descritas as principais métricas utilizadas para quantificar o grau com que as propriedades estatísticas do campo de pressão alvo foi reproduzido pelo arranjo de fontes sonoras. Além disso, pretende-se verificar se o controle do arranjo sonoro pelos FFARMs e NFARMs mais eficientes contribuirá para redução da norma da velocidade quadrática média dos alto-falantes.

5.1.3.1 Erro Quadrático Médio

Conforme Bravo & Maury (2006), o erro quadrático médio normalizado \hat{J}_e é definido como o mínimo da soma dos sinais do erro quadrático médio nas saídas dos microfones, normalizado pela soma dos sinais da pressão quadrática média do campo alvo. Ou seja, \hat{J}_e quantifica a precisão da síntese do campo sonoro alvo em termos da potência incidente nos microfones associada aos sinais de erro nas saídas dos sensores. O valor mínimo do erro é alcançado quando os alto-falantes são ativados por um conjunto de sinais ótimos fornecidos pela matriz de controle \mathbf{M}_{ot} , dada pela Eq. (5.16).

Portanto, para o caso não regularizado (MQ), substituindo a Eq. (5.16) na Eq. (5.10), normalizando por $\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]$, e usando Eq. (5.3) para simplificar, tem-se (Bravo & Maury, 2006)

$$\begin{aligned} \hat{J}_e &= \frac{\text{Tr}[\mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} (\mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D})^H \mathbf{A}_d^H - \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H - \mathbf{D} (\mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D})^H \mathbf{A}_d^H + \mathbf{D} \mathbf{D}^H]}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \\ &= \frac{\text{Tr}[\mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d^H - \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H - \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d^H + \mathbf{D} \mathbf{D}^H]}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \\ &= \frac{\text{Tr}[(\mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^\dagger - \mathbf{I})(\mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d^H) - \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H + \mathbf{D} \mathbf{D}^H]}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \\ &= \frac{\text{Tr}[\mathbf{D} \mathbf{D}^H - \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H]}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \\ &= \frac{\text{Tr}[(\mathbf{I} - \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^\dagger) \mathbf{S}_{ww}]}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \end{aligned} \quad (5.32)$$

Analogamente, o erro quadrático médio normalizado $\hat{J}_{\hat{e}}$, para o caso regularizado (ARM), pode ser obtido substituindo a Eq. (5.29) na Eq. (5.24), normalizando por

$\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]$, e usando Eq. (5.3) para simplificar, de forma que

$$\begin{aligned}
\hat{J}_{\varepsilon} &= \frac{1}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \left\{ \text{Tr} \left[\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \mathbf{D} ((\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \mathbf{D})^H \widetilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H - \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \mathbf{D} ((\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \mathbf{D})^H \widetilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H + \mathbf{D} \mathbf{D}^H \right] \right\} \\
&= \frac{1}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \left\{ \text{Tr} \left[\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \widetilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H - \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \mathbf{D} \mathbf{D}^H (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \widetilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H + \mathbf{D} \mathbf{D}^H \right] \right\} \\
&= \frac{1}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \left\{ \text{Tr} \left[(\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{D} \mathbf{D}^H (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \widetilde{\Psi}_d^H \mathbf{A}_d^H \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H + \mathbf{D} \mathbf{D}^H \right] \right\} \\
&= \frac{\text{Tr}[\mathbf{D} \mathbf{D}^H - \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H]}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \\
&= \frac{\text{Tr}[(\mathbf{I} - \mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d (\mathbf{A}_d \widetilde{\Psi}_d)^\dagger) \mathbf{S}_{ww}]}{\text{Tr}[\mathbf{S}_{ww}]} \tag{5.33}
\end{aligned}$$

5.1.3.2 Erro Residual

A semelhança entre as estruturas de correlação espacial dos campos de pressão alvo e reproduzido poderá ser quantificada através do erro residual normalizado $\varepsilon_{\mathbf{y}}$, o qual será definido, para o caso não regularizado (MQ), como (Bravo & Maury, 2006)

$$\varepsilon_{\mathbf{y}} = \frac{\|\mathbf{C}_{ww} - \mathbf{C}_{yy}\|_F}{\|\mathbf{C}_{ww}\|_F} \tag{5.34}$$

onde $\|\cdot\|_F$ é a norma de Frobenius, \mathbf{C}_{ww} é a matriz de correlação espacial do campo de pressão alvo e \mathbf{C}_{yy} é a matriz de correlação espacial do campo de pressão reproduzido.

As matrizes de correlação \mathbf{C}_{ww} e \mathbf{C}_{yy} são de ordem $m_x \times m_y$, onde m_x e m_y são as quantidades de microfones nas direções x e y , respectivamente, sobre o painel de teste.

Conforme Bravo & Maury (2006), a matriz \mathbf{C}_{yy} é obtida com relação a um sinal de referência y_{j_0} , associado ao microfone de ordem j_0 do arranjo de sensores, com

entradas dadas por

$$\mathbf{C}_{yy}(i, j_0) = \frac{\mathbf{S}_{yy}(i, j_0)}{\sqrt{\mathbf{S}_{yy}(i, i)\mathbf{S}_{yy}(j_0, j_0)}} \quad (5.35)$$

onde $|\mathbf{C}_{yy}(i, j_0)| \leq 1$ para todo $i = 1, \dots, m_x \times m_y$ e $\mathbf{S}_{yy}(i, j)$ é a densidade espectral cruzada calculada, a partir da Eq. (5.7), entre o i -ésimo e o j -ésimo microfones, para $i, j = 1, \dots, m_x \times m_y$.

Neste trabalho, o sinal de referência foi associado ao microfone localizado no centro do arranjo, entretanto, outro sensor sobre o painel de teste poderia ter sido utilizado.

Analogamente, o erro residual normalizado $\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$, para o caso com regularização (ARM), será definido como

$$\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}} = \frac{\|\mathbf{C}_{ww} - \mathbf{C}_{\tilde{y}\tilde{y}}\|_F}{\|\mathbf{C}_{ww}\|_F} \quad (5.36)$$

onde $\mathbf{C}_{\tilde{y}\tilde{y}}$ é a matriz de correlação espacial do campo de pressão reproduzido usando os FFARMs e NFARMs mais eficientes.

A matriz de correlação $\mathbf{C}_{\tilde{y}\tilde{y}}$ será obtida com relação a um sinal de referência y_{j_0} , associado ao microfone de ordem j_0 do arranjo de sensores, com entradas dadas por

$$\mathbf{C}_{\tilde{y}\tilde{y}}(i, j_0) = \frac{\mathbf{S}_{\tilde{y}\tilde{y}}(i, j_0)}{\sqrt{\mathbf{S}_{\tilde{y}\tilde{y}}(i, i)\mathbf{S}_{\tilde{y}\tilde{y}}(j_0, j_0)}} \quad (5.37)$$

onde $\mathbf{S}_{\tilde{y}\tilde{y}}(i, j)$ é a densidade espectral cruzada calculada, a partir da Eq. (5.21), entre o i -ésimo e o j -ésimo microfones, para $i, j = 1, \dots, m_x \times m_y$.

5.1.3.3 Norma da Velocidade Quadrática Média

A norma do vetor que contém os sinais ótimos (espectros) da velocidade quadrática média das fontes sonoras pode ser utilizada para verificar se o controle de um arranjo de alto-falantes por seus modos de radiação mais eficientes conduzirá a uma velocidade viável para cada oscilador, evitando a sobrecarga dos mesmos durante o processo de síntese sonora aleatória.

Para o caso sem regularização (MQ), conforme observado na Fig. 5.3, o vetor de espectro de velocidade das fontes sonoras \mathbf{q}^* , associado a saída da matriz de filtros de controle \mathbf{M} , será representado como

$$\mathbf{q}^* = \mathbf{M}\mathbf{x} \quad (5.38)$$

Desta forma, a magnitude dos sinais da velocidade \mathbf{q}^* poderá ser quantificada a partir

de sua matriz de densidade espectral, a qual será definida, usando as Eqs. (5.2) e (5.38), como

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_{q^*q^*} &= \mathbf{E}[\mathbf{q}^* \mathbf{q}^{*H}] \\
&= \mathbf{E}[\mathbf{M} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{M}^H] \\
&= \mathbf{M} \mathbf{E}[\mathbf{x} \mathbf{x}^H] \mathbf{M}^H \\
&= \mathbf{M} \mathbf{M}^H
\end{aligned} \tag{5.39}$$

onde $\mathbf{S}_{q^*q^*}$ representará uma matriz quadrada de ordem $n \times n$, cujos elementos da diagonal principal representam a velocidade quadrática média (espectro) dos respectivos alto-falantes do arranjo. Portanto, a norma da velocidade quadrática média, para o caso sem regularização (MQ), será calculada substituindo a matriz de filtros de controle ótima, dada pela Eq. (5.16), na Eq. (5.39) e simplificando, de forma que

$$\begin{aligned}
\|\overline{\mathbf{q}^{*2}}\| &= \left(\text{Tr}[\mathbf{M}_{\text{ot}} \mathbf{M}_{\text{ot}}^H] \right)^{1/2} \\
&= \left(\text{Tr}[\mathbf{A}_d^\dagger \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{A}_d^{\dagger H}] \right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{5.40}$$

Analogamente, para o caso com regularização (ARM), o vetor de espectro de velocidade das fontes sonoras $\tilde{\mathbf{q}}^*$, conforme observado na Fig. 5.4, será representado como

$$\tilde{\mathbf{q}}^* = \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{x} \tag{5.41}$$

Além disso, a matriz de densidade espectral $\mathbf{S}_{\tilde{q}^*\tilde{q}^*}$ será definida, usando as Eqs. (5.2) e (5.41), como

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_{\tilde{q}^*\tilde{q}^*} &= \mathbf{E}[\tilde{\mathbf{q}}^* \tilde{\mathbf{q}}^{*H}] \\
&= \mathbf{E}[\tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H] \\
&= \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{E}[\mathbf{x} \mathbf{x}^H] \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H \\
&= \tilde{\Psi}_d \tilde{\mathbf{M}} \tilde{\mathbf{M}}^H \tilde{\Psi}_d^H
\end{aligned} \tag{5.42}$$

Portanto, a norma da velocidade quadrática média será calculada substituindo a matriz de filtros de controle ótima, dada pela Eq. (5.29), na Eq. (5.42) e simplificando, de forma que

$$\begin{aligned}
\|\overline{\tilde{\mathbf{q}}^{*2}}\| &= \left(\text{Tr}[\tilde{\Psi}_{\tilde{\mathbf{d}}}\tilde{\mathbf{M}}_{\text{ot}}\tilde{\mathbf{M}}_{\text{ot}}^{\text{H}}\tilde{\Psi}_{\tilde{\mathbf{d}}}^{\text{H}}] \right)^{1/2} \\
&= \left(\text{Tr}[\tilde{\Psi}_{\tilde{\mathbf{d}}}(\mathbf{A}_{\tilde{\mathbf{d}}}\tilde{\Psi}_{\tilde{\mathbf{d}}})^{\dagger}\mathbf{D}\mathbf{D}^{\text{H}}(\mathbf{A}_{\tilde{\mathbf{d}}}\tilde{\Psi}_{\tilde{\mathbf{d}}})^{\dagger\text{H}}\tilde{\Psi}_{\tilde{\mathbf{d}}}^{\text{H}}] \right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{5.43}$$

5.2 Limitações da Síntese Sonora Aleatória

A síntese de um campo de pressão aleatório também será afetada por parâmetros como frequência, distância entre o arranjo de fontes e o painel de teste, quantidade de pontos de medição considerada sobre o painel de teste, quantidade de fontes acústicas necessárias para recriar com determinada precisão o campo de pressão alvo considerado, além dos parâmetros associados aos modelos empíricos de pressão parietal relacionados com a camada limite turbulenta.

Segundo os trabalhos de Elliott et al. (2005) e Maury & Bravo (2006), o parâmetro que mais limita o desempenho da síntese de um campo de pressão aleatório é a quantidade de fontes acústicas necessárias por comprimento de correlação para obter uma reconstrução precisa de cada tipo de excitação sobre o painel de teste. Um erro quadrático médio \hat{J}_e de -10 dB é sugerido como um limiar, abaixo do qual uma reprodução precisa do campo de pressão desejado pode ser alcançada. Além disso, um critério para o erro residual ε_y é ser inferior a -1 dB para que as propriedades estatísticas do campo aleatório sejam reproduzidas com certa precisão.

Geralmente, um campo de pressão TBL poderá ser sintetizado com precisão apenas em baixas frequências, caso seja utilizado um arranjo com um número limitado de fontes acústicas. Em frequências elevadas o modelo acústico deverá dispor de uma distribuição mais densa e não uniforme de alto-falantes devido aos diferentes comprimentos de correlação longitudinal (*streamwise*) e transversal (*spanwise*) associados ao modelo de excitação TBL. Além disso, escoamentos turbulentos de baixa velocidade vão exigir uma densidade elevada de fontes acústicas, uma vez que os comprimentos de correlação serão muito reduzidos, tornando a síntese sonora tecnicamente inviável, pois as fontes precisariam ter dimensões físicas muito reduzidas (Elliott et al., 2005; Maury & Bravo, 2006).

O número mínimo de componentes não correlacionados necessários para a aproximação do quadrado médio de cada tipo de excitação aleatória pode ser determinado por um critério teórico formulado a partir da decomposição ortogonal própria POD do processo aleatório correspondente.

5.2.1 Decomposição Ortogonal Própria

Segundo Holmes et al. (1996), a POD fornece uma base ótima para a decomposição modal de um conjunto de funções, como os dados obtidos no decorrer de experimentos envolvendo escoamentos turbulentos. Suas propriedades a tornam adequada para diversos tipos de aplicações, sendo que na otimização fornece uma das maneiras mais eficientes de capturar os componentes dominantes de um processo dimensional infinito, usando apenas uma quantidade reduzida de modos.

A POD, também conhecida como expansão de Karhunen-Loève, foi introduzida no contexto da turbulência por Lumley (1970) como um método para identificar características e tendências dominantes no campo espaço-temporal da TBL. Esta técnica permite extrair estruturas coerentes usando autofunções ortogonais espaciais da decomposição de Karhunen-Loève (Berkooz et al., 1993; Holmes et al., 1996). Apesar de não serem correlacionadas entre si, as autofunções são referidas como estruturas coerentes, pois são altamente correlacionadas, em um sentido médio, com o campo do escoamento turbulento a qual estão associadas.

O teorema da decomposição ortogonal própria, interpretado em termos do sinal de pressão parietal de um campo aleatório, afirma que $p(\mathbf{r}, \tau)$ pode ser decomposto exatamente como uma combinação linear de autofunções ortogonais espaciais determinísticas $\gamma(\mathbf{r})$ e coeficientes aleatórios não correlacionados de projeção de pressão $a(\tau)$, de forma que (Gaudard et al., 2014)

$$p(\mathbf{r}, \tau) = \sum_{i=1}^{n_{mod}} a_i(\tau) \gamma_i(\mathbf{r}) \quad (5.44)$$

onde n_{mod} denota o número total de modos e \mathbf{r} é o vetor de posição espacial.

A autofunção γ_i representa a i -ésima forma espacial modal e suas variações temporais são representadas por seu coeficiente associado a_i . Note que a variável τ não corresponde exatamente à variável de tempo clássica. Refere-se à variável tempo e também às realizações independentes (Gaudard et al., 2014).

O interesse pelo método POD reside na otimização da energia quando aplicado a um campo de pressão aleatório e não homogêneo $p(\mathbf{r}, \tau)$ definido sobre um domínio espacial S . De fato, a energia está relacionada ao valor eficaz do campo de pressão flutuante, assim as autofunções γ_i são classificadas de acordo com seu conteúdo energético médio $\overline{p^2}$ (Gaudard et al., 2014).

Teoricamente, as autofunções são determinadas pela solução da equação integral de Fredholm (Holmes et al., 1996), que permite escrever o problema de otimização

como um problema generalizado de autovalor (Gaudard et al., 2014)

$$\int_S R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \gamma_i(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \beta_i \gamma_i(\mathbf{r}) \quad (5.45)$$

onde β_i é o i -ésimo autovalor associado a i -ésima autofunção γ_i e $R(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ é a função de correlação espacial do campo de pressão parietal $p(\mathbf{r}, \tau)$, a qual é definida por

$$R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = E[p(\mathbf{r}, \tau) p^*(\mathbf{r}', \tau)] \quad (5.46)$$

As autofunções γ podem ser ordenadas de acordo com seu autovalor $\beta_1 \geq \beta_2 \geq \dots \geq 0$. Cada autovalor representa a energia média capturada pelo respectivo modo e a energia total do escoamento é obtida pela soma dos autovalores. Desta forma, a POD pode descrever o escoamento como uma soma de estruturas espacialmente não correlacionadas. A mais energética destas estruturas corresponde ao primeiro modo $\gamma_1(\mathbf{r})$, cuja evolução temporal é dada por $a_1(\tau)$. A segunda mais energética dessas estruturas corresponde ao modo $\gamma_2(\mathbf{r})$, cuja evolução temporal é dada por $a_2(\tau)$ e assim sucessivamente (Gaudard et al., 2014).

Note que a solução da equação (5.45) é obtida convertendo a equação integral em uma equação diferencial cuja solução pode ser calculada diretamente. Finalmente, a solução encontrada é substituída na equação integral para satisfazer as condições de contorno.

5.2.2 Número de Fontes Acústicas

• Campo de Pressão Difuso

O número mínimo de fontes acústicas para aproximar a densidade espectral cruzada do campo acústico difuso sobre um painel rígido de teste de dimensões l_x^{mic} e l_y^{mic} pode ser estimado usando um critério teórico baseado nos autovalores β obtidos pelo método POD do processo aleatório.

O campo acústico difuso tem uma função de densidade espectral cruzada, Eq. (4.16), que está associada a um processo aleatório não racional de banda limitada. Quando o espectro não é racional, a equação diferencial correspondente à equação integral (5.45), geralmente, terá coeficientes variando no tempo. Entretanto, para o caso difuso, a equação diferencial resultante é um tipo canônico cujas soluções são representadas em termos da função de onda esferoidal prolata angular de primeiro tipo S_{0j} . Estas funções (autofunções γ), também satisfazem a equação integral (5.45), de forma

que os autovalores β serão definidos em termos da função de onda esférica radial de primeiro tipo R_{0j} , a qual difere de S_{0j} por um fator de escala.

Assumindo uma separação de variáveis para a função de correlação espacial do campo difuso nas direções x e y , então os valores do quadrado médio, β_{ij} , da decomposição POD do processo aleatório, os quais também são os autovalores da densidade espectral do campo difuso, são dados por (Maury & Bravo, 2006)

$$\beta_{ij} = R_{0i} \left(\frac{kl_x^{mic}}{2}, 1 \right)^2 R_{0j} \left(\frac{kl_y^{mic}}{2}, 1 \right)^2 \quad \text{para } i, j = 0, 1, 2, \dots \quad (5.47)$$

onde R_{0i} e R_{0j} representam as funções de onda esférica radial nas direções x e y , respectivamente.

Segundo Maury & Bravo (2006), um fenômeno interessante está associado aos autovalores β_{ij} , Eq. (5.47), eles decaem rapidamente e se aproximam de zero para valores de i e j superiores a kl_x^{mic}/π e kl_y^{mic}/π , respectivamente. Assim, para qualquer número de onda k , apenas um número finito de autofunções γ será suficiente para representar, otimamente, a densidade espectral do campo de pressão difuso.

Portanto, um critério teórico para o número total de componentes não correlacionados que melhor reproduzem um campo de pressão difuso sobre um painel rígido de teste pode ser definido como (Maury & Bravo, 2006)

$$n_{\text{dif}} = \frac{4f^2 l_x^{mic} l_y^{mic}}{c^2} \quad (5.48)$$

onde $f = kc/2\pi$ e c é a velocidade do som. Além disso, para um dado número de fontes acústicas n_{dif} é possível, a partir da Eq. (5.48), estabelecer um limite superior de frequência f_{dif} para aproximação de um campo de pressão difuso

$$f_{\text{dif}} = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{n_{\text{dif}}}{l_x^{mic} l_y^{mic}}} \quad (5.49)$$

• Campo de Pressão TBL

O campo de pressão parietal induzido pela TBL, segundo o modelo de Corcos Eq. (4.25), possui uma densidade espectral cruzada que está associada a um processo aleatório racional sem limitação de banda. Assim, devido a uma formulação separável nas direções da correlação longitudinal y (*streamwise*) e transversal x (*spanwise*) do escoamento turbulento no modelo de Corcos, então os valores de quadrado médio, $\beta_{i,x}$ e $\beta_{i,y}$, da decomposição POD dos processos aleatórios da TBL, ao longo das referidas

direções, são dados, respectivamente, por (Maury & Bravo, 2006)

$$\beta_{i,x} = \frac{(k_c l_x^{mic})^2}{(k_c l_x^{mic})^2 + [\alpha_x(i-1)\pi]^2} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots \quad (5.50)$$

$$\beta_{i,y} = \frac{(k_c l_y^{mic})^2(1 + \alpha_y^2)}{(k_c l_y^{mic})^2 + \alpha_y^2[(i-1)\pi - k_c l_y^{mic}]^2} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots \quad (5.51)$$

onde $k_c = 2\pi f/U_c$ é o número de onda convectivo, U_c é a velocidade de convecção da camada limite e α_x e α_y são constantes empíricas do modelo de Corcos.

Segundo Maury & Bravo (2006), os autovalores são funções monotonicamente decrescentes de i e os limites inferiores podem ser obtidos a partir do número de componentes não correlacionados, n_x^{TBL} e n_y^{TBL} , que capturam a dinâmica dominante dos processos aleatórios. Considerando um limiar $T(\text{dB}) = 10 \log_{10}(\hat{J}_e)$ sobre a energia média capturada pelo primeiros componentes POD e após integrar os autovalores (5.50) e (5.51) em relação ao índice i , o número de componentes não correlacionados nas direções x e y , são dados, respectivamente, por

$$n_x^{\text{TBL}} = \frac{2f l_x^{mic}}{\alpha_x U_c} \text{tg} \left[(1 - 10^{T/10}) \frac{\pi}{2} \right] \quad (5.52)$$

$$n_y^{\text{TBL}} = \frac{2f l_y^{mic}}{\alpha_y U_c} \left(\alpha_y + \text{tg} \left[(1 - 10^{T/10}) \frac{\pi}{2} - 10^{T/10} \arctan(\alpha_y) \right] \right) \quad (5.53)$$

No modelo de Corcos o comprimento de correlação na direção transversal (4.26) é muito menor do que o comprimento de correlação na direção longitudinal (4.27). Assim, a Eq. (5.52) será um critério de limitação sobre o número de fontes requeridas na direção transversal do escoamento turbulento.

Para um dado número de fontes acústicas n_x^{TBL} e n_y^{TBL} nas direções x e y , respectivamente, e uma dada velocidade de convecção, é possível estabelecer um limite superior de frequência, a partir das Eqs. (5.52) e (5.53), para aproximação de um campo de pressão TBL nas direções x e y

$$f_x^{\text{TBL}} = \frac{n_x^{\text{TBL}} \alpha_x U_c}{2l_x^{mic}} \left(\text{tg} \left[(1 - 10^{T/10}) \frac{\pi}{2} \right] \right)^{-1} \quad (5.54)$$

$$f_y^{\text{TBL}} = \frac{n_y^{\text{TBL}} \alpha_y U_c}{2l_y^{mic}} \left(\alpha_y + \text{tg} \left[(1 - 10^{T/10}) \frac{\pi}{2} - 10^{T/10} \arctan(\alpha_y) \right] \right)^{-1} \quad (5.55)$$

Certamente, a Eq. (5.54) é um critério de maior limitação, uma vez que o comprimento de correlação na direção x é muito menor que na direção y .

5.3 Simulações Numéricas

Nesta seção são apresentados os principais resultados das simulações numéricas envolvendo três configurações de modelos acústicos usados no processo de síntese dos campos de pressão difuso e TBL.

A geometria e as condições de contorno de cada arranjo de fontes sonoras (representando os alto-falantes) e painel rígido de teste são modelados através do *software* COMSOL *Multiphysics* conforme discutido na seção 3.3.3. O MEF é usado para construção das matrizes de pressão sonora e velocidade de partícula, e conseqüentemente, da matriz que acopla a potência sonora do modelo acústico, a qual será utilizada para obtenção dos ARMs.

Em todas as simulações são usadas quantidades iguais de FFARMs e NFARMs para facilitar as comparações entre os processos de síntese sonora com regularização. Além disso, para os casos de regularização FFARM e NFARM, o erro quadrático médio \hat{J}_{ε} , o erro residual $\varepsilon_{\tilde{y}}$ e a norma da velocidade quadrática média $\|\bar{\mathbf{q}}^{*2}\|$ são avaliados segundo as Eqs. (5.33), (5.36) e (5.43), respectivamente, considerando exclusivamente FFARMs ou NFARMs.

A função de densidade espectral cruzada $S_{ww}(r, \omega)$ do campo de pressão difuso alvo \mathbf{w} sobre um painel rígido de teste é dada pela Eq. (4.16). Para um arranjo de $m = m_s \times m_y$ microfones sobre o painel rígido, a função $S_{ww}(r, \omega)$ é utilizada para construção da matriz de densidade espectral cruzada \mathbf{S}_{ww} , de ordem $m \times m$, conforme definida na seção 5.1.1, cujos termos diagonais correspondem a densidade espectral de potência $S_0(\omega)$ da pressão obtida em qualquer microfone e os termos fora da diagonal correspondem as densidades espectrais cruzadas das pressões entre dois microfones quaisquer do arranjo. Desta forma, aplicando a decomposição em autovalores na matriz \mathbf{S}_{ww} é possível obter a matriz de filtros \mathbf{D} , conforme Eq. (5.4), para o campo de pressão difuso. Além disso, para a implementação dos cálculos de síntese sonora do campo difuso, a densidade espectral de potência $S_0(\omega)$ foi estimada, numericamente, através da média de 10000 densidades espectrais de potência calculadas usando uma distribuição uniforme de 1200 ondas planas com amplitude e fase aleatórias, conforme definida na seção 4.1.1.

A função de densidade espectral cruzada $S_{ww}(r, \omega)$ do campo de pressão parietal gerado pela TBL segue o modelo de Corcos, conforme Eq. (4.25). De modo análogo ao campo difuso, a função $S_{ww}(r, \omega)$ é usada para construção da matriz de densidade espectral cruzada \mathbf{S}_{ww} do campo de pressão TBL alvo \mathbf{w} e, conseqüentemente, da matriz de filtros \mathbf{D} . Além disso, a densidade espectral de potência $S_0(\omega)$ presente no modelo de Corcos é obtida a partir dos modelos empíricos de Robertson (4.33) e Efimtsov (4.38).

Os parâmetros aerodinâmicos utilizados nos modelos empíricos, para diversos números de Mach, estão disponíveis na Tabela 4.1.

No Apêndice C está disponível o programa usado para estimar a PSD do campo de pressão difuso, assim como o programa principal utilizado no processo de síntese dos campos de pressão difuso e TBL.

5.3.1 Modelo Acústico (25×900)

Este modelo, descrito em detalhes na seção 3.3.3, é composto por um arranjo de $n_x \times n_y = 5 \times 5$ fontes sonoras (representando os alto-falantes convencionais de 0,089 m de diâmetro) de dimensões $l_x^{fonte} = l_y^{fonte} = 0,5$ m e um arranjo de $m_x \times m_y = 30 \times 30$ pontos de medição (representando os microfones) de dimensões $l_x^{mic} = l_y^{mic} = 0,5$ m posicionado sobre um painel rígido de teste de mesmas dimensões. Além disso, na seção 3.4, foi apresentado o estudo da eficiência dos FFARMs e NFARMs em função da distância e da frequência, assim como a distribuição espacial da amplitude dos cinco primeiros FFARMs e NFARMs.

A primeira ressonância ($kd = \pi$) do modelo acústico ocorre em 1715 Hz e degrada localmente o número de condição da matriz \mathbf{A}_d , conforme observado na Fig. 5.5. Entretanto, $\kappa(\mathbf{A}_d)$ pode ser um pouco reduzido se ocorrer uma diminuição na distância entre o arranjo de fontes e o plano de síntese, conforme Fig. 3.16. Além disso, para o conjunto de 25 × 900 funções de transferência acústica, a primeira ressonância deve dominar o espectro de um grande número de funções, o que pode ser observado pelo comportamento das eficiências de radiação ativa e reativa do modelo, conforme Figs. (3.3) e (3.4). Portanto, $\kappa(\mathbf{A}_d)$ deve estar associado com a precisão que a matriz de filtros de controle \mathbf{M}_{ot} reproduz as propriedades estatísticas do campo de pressão alvo em um experimento de síntese sonora.

No modelo acústico, o critério teórico Eq. (5.49), estima o limite superior em 1700 Hz, conforme Fig. 5.6(a), para aproximação do campo acústico difuso. Pelo critério de -10 dB para o erro quadrático médio (MQ), conforme Fig. 5.12(a), a frequência máxima de síntese é 1325 Hz. Nesta frequência, o modelo apresenta um erro residual de -7 dB (MQ), conforme Fig. 5.13(a).

Para o campo de pressão TBL (Mach 0,7), os critérios teóricos Eqs. (5.54) e (5.55), estimam o limite superior em 137 Hz na direção x (*spanwise*) e 514 Hz na direção y (*streamwise*), respectivamente, conforme Fig. 5.6(b). Note que a Eq. (5.54) é um critério de maior limitação, uma vez que o comprimento de correlação no *spanwise* é muito menor que o comprimento de correlação no *streamwise*. Além disso, pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB (MQ), conforme Fig. 5.12(b), a frequência máxima é estimada em 107 Hz.

Nesta frequência, o erro residual é -10 dB (MQ), conforme Fig. 5.13(b). Portanto, no modelo acústico proposto a frequência obtida pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB (MQ) é limitada superiormente pelo critério teórico para ambos os campos de pressão.

A quantidade de ARMs é um parâmetro importante no processo de síntese regularizada de um campo de pressão aleatório. Por exemplo, para uma frequência de referência de 550 Hz serão necessários, conforme Fig. 5.7(a), 8 ARMs (4 FFARMs + 4 NFARMs) para que o campo difuso possa ser sintetizado com precisão, segundo o critério -10 dB (erro quadrático médio). Entretanto, para sintetizar com precisão o campo de pressão a 75 Hz gerado pela TBL (Mach 0,7) serão necessários, conforme Fig. 5.8(a), 12 ARMs (6 FFARMs + 6 NFARMs). As quantidades de ARMs estimadas para os campos de pressão difuso e TBL serão utilizadas no estudo do modelo proposto.

Na Fig. 5.9, observa-se que as estruturas de correlação espacial do campo difuso estão reproduzidas, adequadamente, nas três frequências para a síntese sem regularização (MQ). Apesar da quantidade limitada de ARMs a síntese com regularização apresenta estruturas de correlação adequadas em 550 Hz e 700 Hz. Entretanto, na Fig. 5.9(h), apesar da estrutura de correlação ser adequada, o erro residual ser pequeno (menor que o critério de -1 dB) o erro quadrático médio não atende o critério de -10 dB devido à baixa quantidade de ARMs no processo de síntese. Portanto, no processo de síntese o critério $\hat{J}_e = -10$ dB mostra-se mais rigoroso que o critério do erro residual.

Com relação ao campo de pressão TBL (Mach 0,7), observa-se pela Fig. 5.10, que as estruturas de correlação estimadas (MQ) são semelhantes à teórica até 200 Hz, ou seja, muito acima da frequência de simulação (107 Hz) prevista pelo critério de -10 dB na direção do *spanwise*. Apesar da quantidade limitada de ARMs a síntese com regularização apresenta estruturas de correlação adequadas em 75 Hz e 100 Hz. Na Fig. 5.10(f), o erro quadrático médio não é atendido uma vez que a frequência de 200 Hz está muito acima dos 107 Hz estimados. Porém, na Fig. 5.10(h), o erro quadrático médio não é atendido devido à baixa quantidade de ARMs no processo de síntese do campo de pressão TBL.

Como esperado, o processo de síntese regularizado (ARM) reduz a norma da velocidade quadrática média em contraparte a um aumento nos erros quadrático médio e residual para os campos de pressão difuso e TBL quando comparado com o processo de síntese não regularizado (MQ), conforme observado nas Figs. (5.11) a (5.13). A síntese do campo TBL apresenta uma redução mais efetiva da norma da velocidade quadrática média no menor número de Mach. Os erros quadrático médio e residual se comportam de maneira semelhante no campo TBL, entretanto, no campo difuso o erro residual tende a ser maior do que o erro quadrático médio.

As Figs. (5.14) a (5.16) ilustram o comportamento da norma da velocidade

quadrática média $\|\tilde{\mathbf{q}}^{*2}\|$, do erro quadrático médio da aproximação \hat{J}_e e do erro residual $\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$ das estruturas de correlação na síntese dos campos difuso e TBL (Mach 0,7) para os casos com regularização (ARM, NFARM e FFARM). No campo de pressão TBL, observa-se que as três métricas ($\|\tilde{\mathbf{q}}^{*2}\|$, \hat{J}_e e $\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$) para o caso com regularização (NFARM) são menores que no caso com regularização (FFARM), respectivamente. Para o campo de pressão difuso, observa-se que a norma $\|\tilde{\mathbf{q}}^{*2}\|$ no caso (NFARM) é menor que no caso (FFARM) até 500 Hz e o erro \hat{J}_e no caso (NFARM) é menor que no caso (FFARM) até 425 Hz, aproximadamente. Além disso, o erro residual $\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$ no caso (NFARM) é menor que no caso (FFARM) até uma frequência de 900 Hz, aproximadamente.

Os resultados das métricas de controle revelam que os NFARMS constituem uma base mais adequada que uma formada pelos FFARMS para redução do erro de síntese e velocidade das fontes, principalmente para o campo de pressão TBL. Em alguns casos, uma base composta de NFARMS pode ser mais vantajosa que uma base formada de NFARMS e FFARMS. Portanto, com base no modelo acústico (25×900) e nos campos de pressão abordados, conclui-se que os NFARMS desempenham um papel importante e não devem ser descartados no processo de síntese sonora de campo próximo.

O campo difuso pode ser sintetizado (MQ) com precisão, pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB, até uma frequência de 1325 Hz, conforme Fig. 5.12(a). Entretanto, no campo TBL de baixa velocidade (Mach 0,3), a frequência de síntese (MQ) será limitada a 50 Hz, devido ao alto número de comprimentos de correlação a serem sintetizados sobre a superfície do painel de teste. Para um escoamento em Mach 0,9 a frequência de síntese ainda será limitada a 137 Hz pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB, conforme Fig. 5.12(b). Portanto, o campo TBL vai exigir um arranjo mais denso e não uniforme de fontes acústicas para alcançar frequências superiores no processo de síntese sonora, principalmente, na direção transversal do escoamento (*spanwise*).

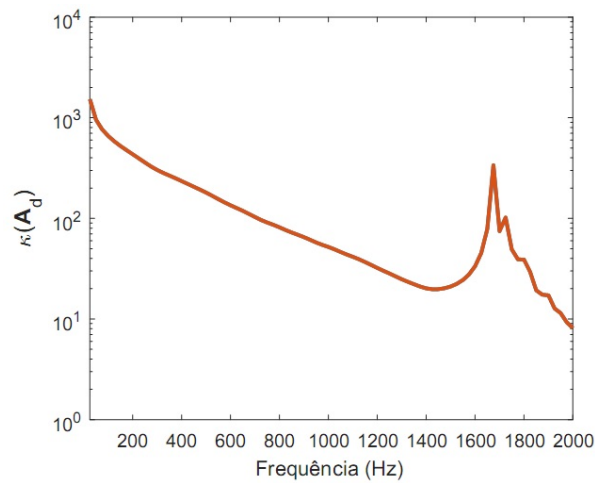


Figura 5.5. $\kappa(\mathbf{A}_d)$ como função da frequência para $d = 0,1$ m (Fonte: o autor).

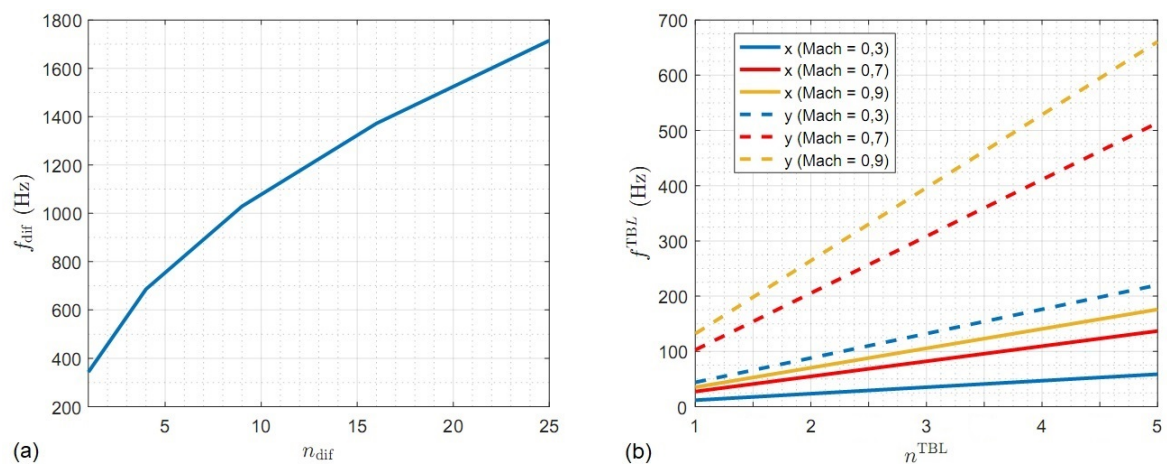


Figura 5.6. (a) Limite superior de frequência f_{dif} para aproximação de um campo de pressão difuso em função do número total de fontes acústicas n_{dif} e (b) limite superior de frequência f^{TBL} na direção transversal (*spanwise*) e longitudinal (*streamwise*) do escoamento turbulento para aproximação de um campo de pressão TBL em função do número de fontes acústicas n_x^{TBL} e n_y^{TBL} , respectivamente (Fonte: o autor).

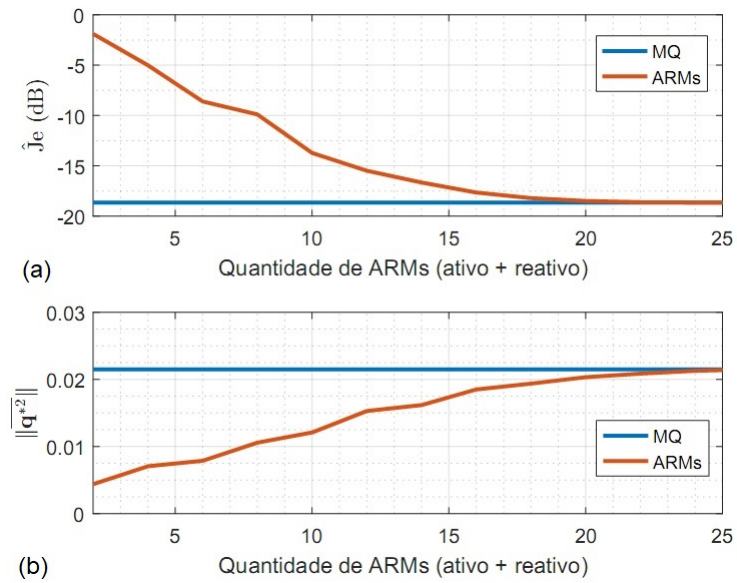


Figura 5.7. (a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão difuso para uma frequência de referência de 550 Hz (Fonte: o autor).

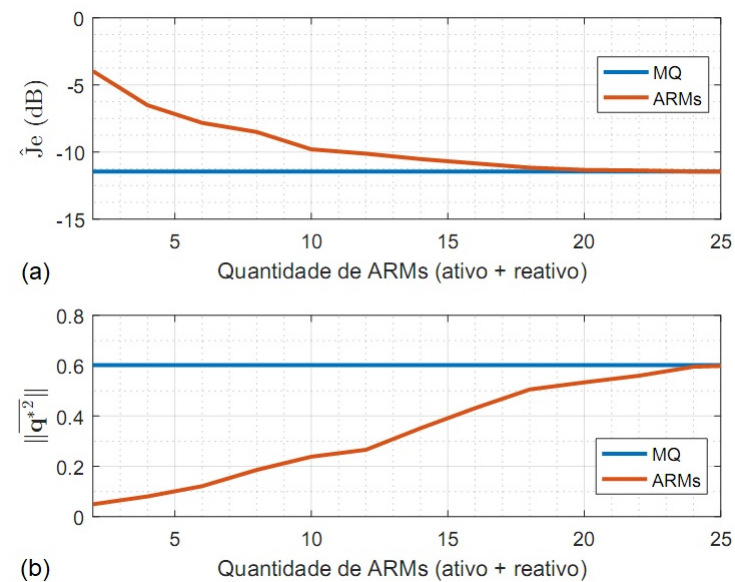


Figura 5.8. (a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão parietal gerado pela TBL a Mach 0,7 e frequência de referência de 75 Hz (Fonte: o autor).

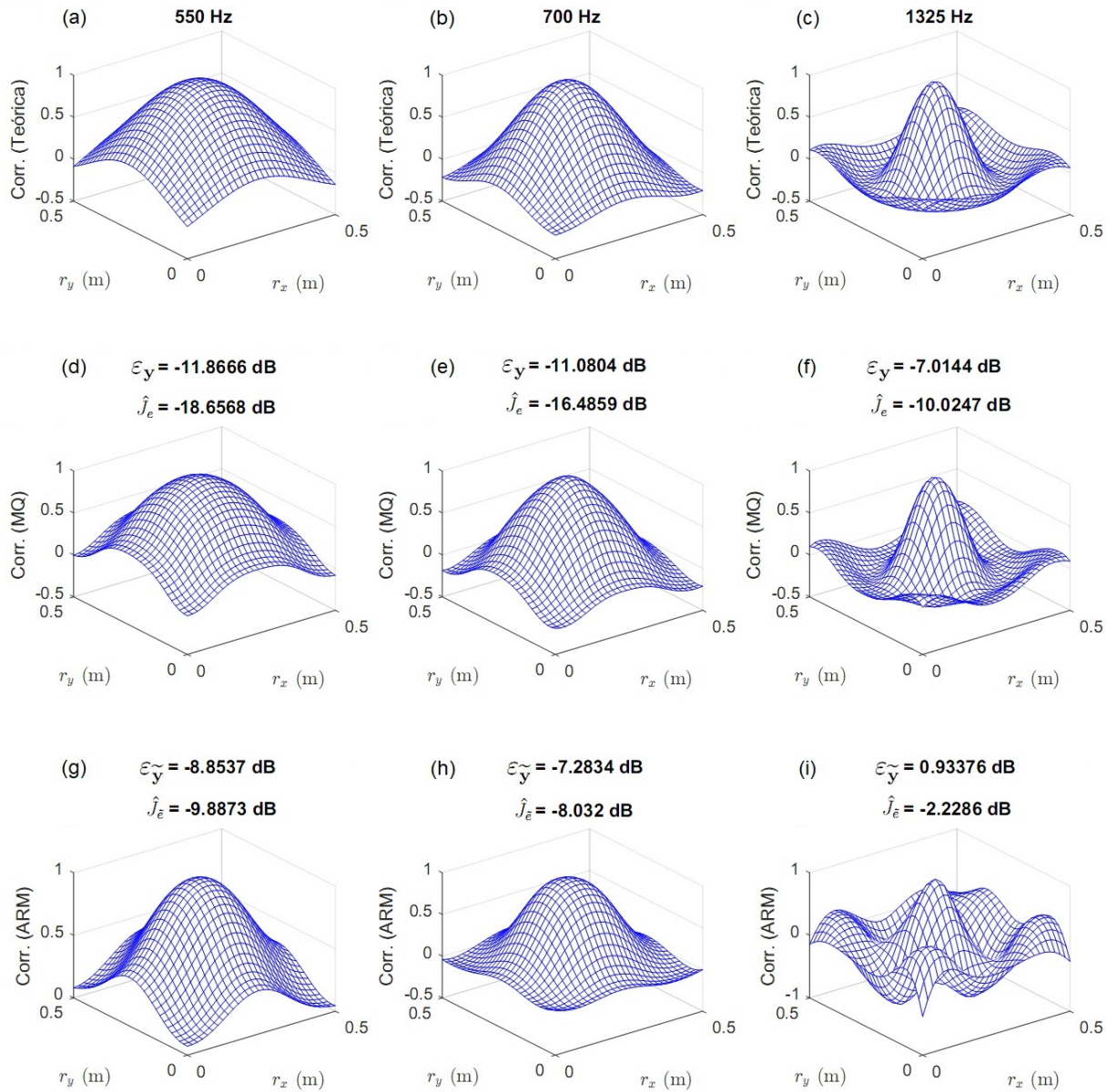


Figura 5.9. Estruturas de correlação espacial a 550 Hz (esquerda), 700 Hz (meio) e 1325 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo acústico difuso é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 5×5 alto-falantes distante $d = 0,1\text{m}$ de um arranjo de 30×30 microfones (Fonte: o autor).

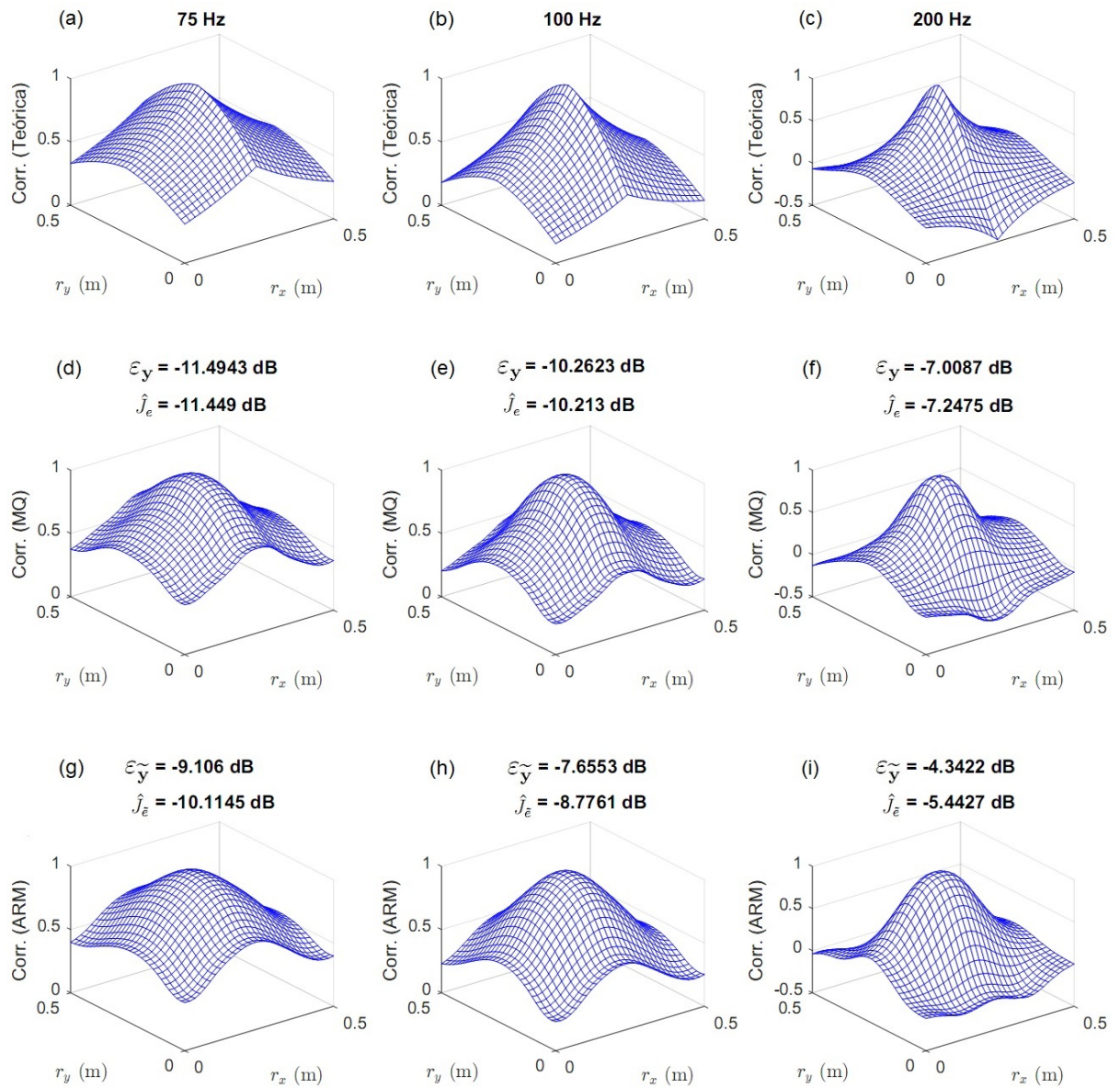


Figura 5.10. Estruturas de correlação espacial a 75 Hz (esquerda), 100 Hz (meio) e 200 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo TBL a Mach 0,7 ($U_\infty = 240,1$ m/s) é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 5×5 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 30×30 microfones (Fonte: o autor).

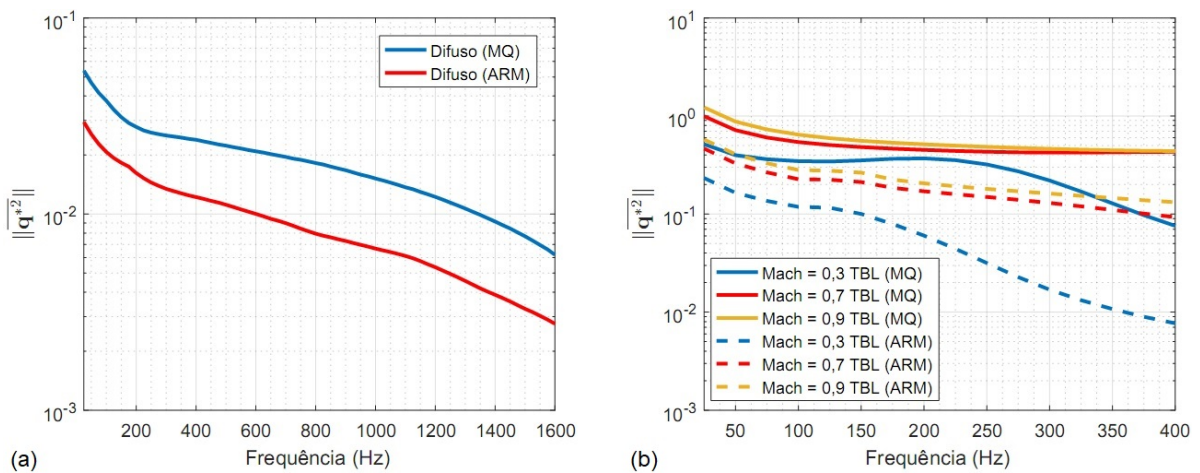


Figura 5.11. Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

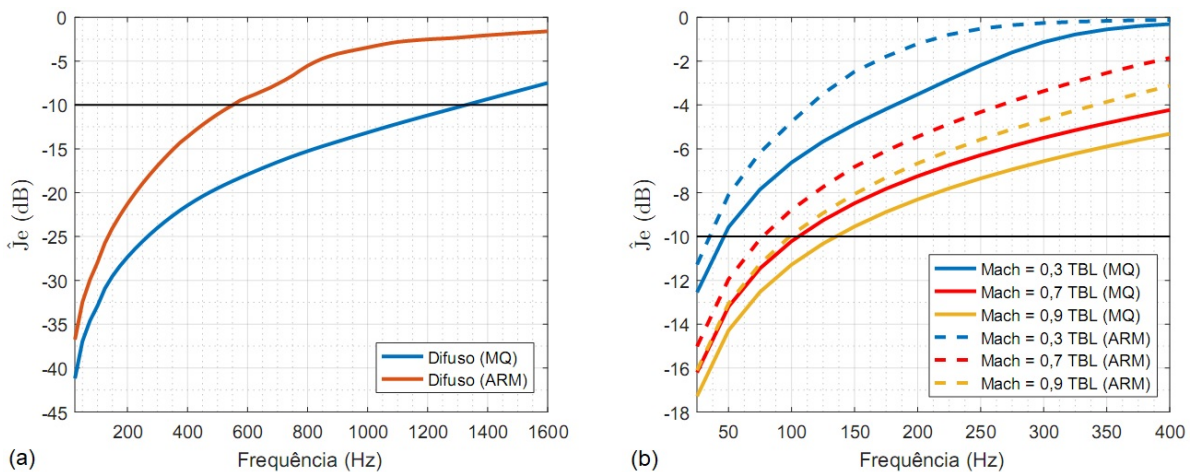


Figura 5.12. Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

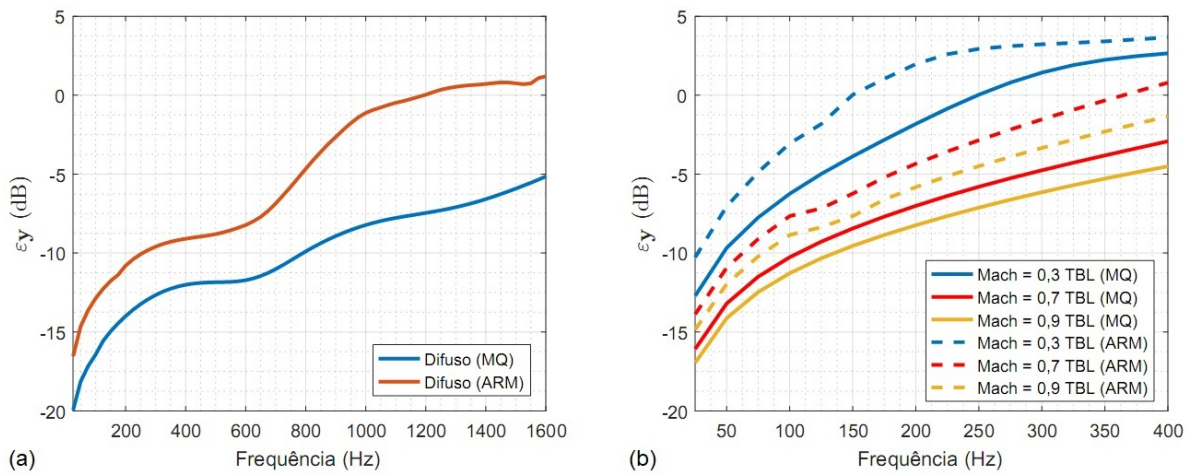


Figura 5.13. Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

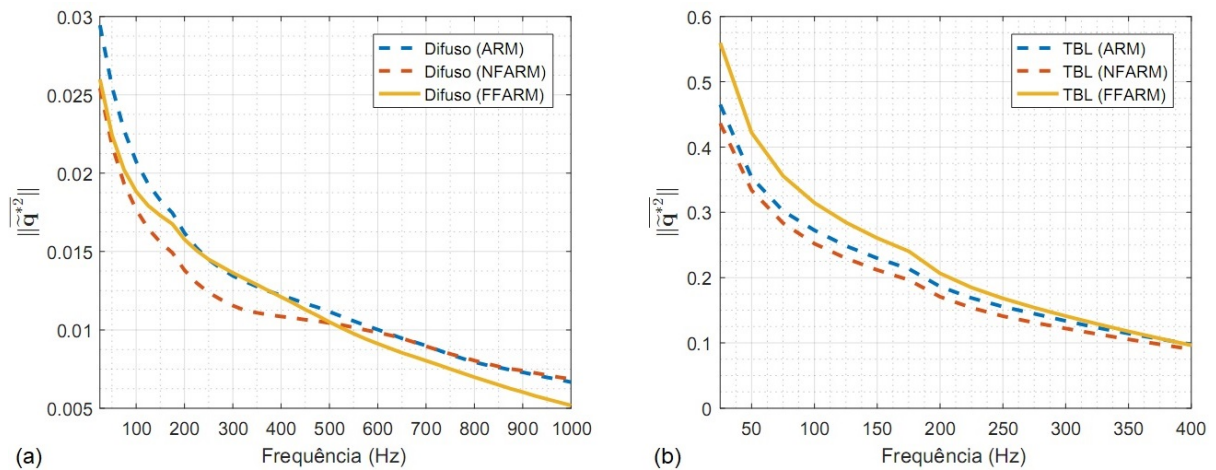


Figura 5.14. Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

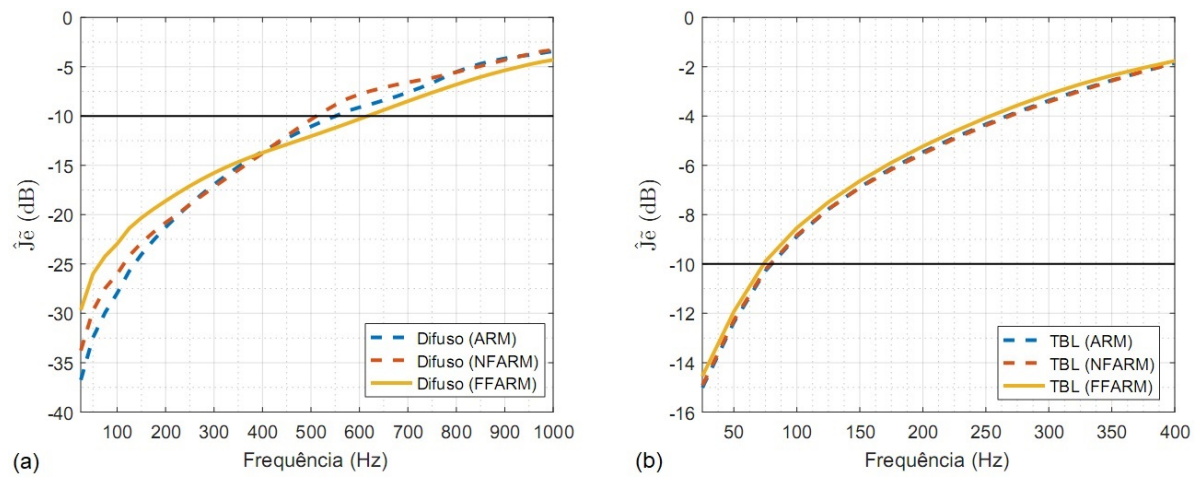


Figura 5.15. Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

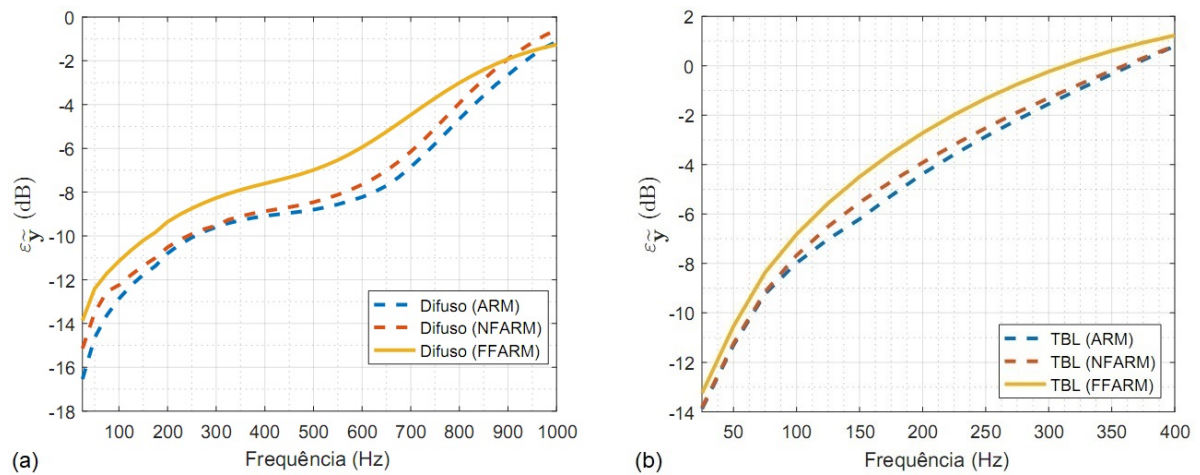


Figura 5.16. Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (4 FFARMs + 4 NFARMs) e (b) TBL usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

5.3.2 Modelo Acústico (100×775)

Este modelo é composto por um arranjo de $n_x \times n_y = 10 \times 10$ fontes sonoras (representando os alto-falantes convencionais de 0,089 m de diâmetro) de dimensões $l_x^{fonte} = l_y^{fonte} = 1$ m e um arranjo de $m_x \times m_y = 25 \times 31$ pontos de medição (representando os microfones) de dimensões $l_x^{mic} \times l_y^{mic} = 0,74 \text{ m} \times 0,92 \text{ m}$ posicionado sobre um painel rígido de teste de mesmas dimensões.

A resolução espacial do arranjo de microfones, segundo a Eq. (2.59), é estimada em $\delta_m = 0,03$ m e a frequência de *aliasing* espacial em 5897 Hz, segundo a Eq. (2.60).

A Fig. 5.17(a) ilustra o modelo acústico configurado para $d = 0,1$ m, sendo esta medida praticamente igual a distância de separação entre dois alto-falantes adjacentes. A componente normal da velocidade de partícula e a pressão sonora usadas no processo de obtenção dos ARMs, são determinadas por um arranjo de 25×31 pontos de medição posicionado em $\tilde{d} = 0,095$ m, conforme Fig. 5.17(c). Nas Figs. 5.17(b) e 5.17(d) são ilustradas, respectivamente, a condição de contorno $\rho_0 c$ e a malha de 211147 elementos tetraédricos do modelo acústico para uma frequência de operação de até 2170 Hz.

Este modelo apresenta a primeira ressonância ($kd = \pi$) a 1715 Hz, pois $d = 0,1$ m. Entretanto, o número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ é, praticamente, dez vezes maior que do modelo anterior, conforme Figs. 5.5 e 5.18. Com o aumento de $\kappa(\mathbf{A}_d)$ pode ocorrer uma diminuição na precisão da reconstrução das propriedades estatísticas dos campos de pressão difuso e TBL durante o processo de síntese aleatória.

Pelo critério teórico Eq. (5.49), observa-se um limite superior de 2078 Hz, conforme Fig. 5.19(a), para aproximação do campo de pressão difuso. Entretanto, pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB (MQ), conforme Fig. 5.29(a), a frequência máxima de síntese é estimada em 1975 Hz. Nesta frequência o modelo apresenta um erro residual de -4 dB (MQ), aproximadamente, conforme Fig. 5.30(a). Em comparação com o modelo anterior, houve um aumento significativo na frequência limite teórica, na frequência máxima de síntese (critério de -10 dB) e no erro residual. Um aumento no erro residual não implica, necessariamente, em uma reconstrução menos precisa das propriedades estatísticas do campo de pressão alvo, uma vez que o limiar de -10 dB do erro quadrático médio \hat{J}_e é um critério mais rigoroso.

Para o campo TBL (Mach 0,7), os critérios teóricos Eqs. (5.54) e (5.55), estimam um limite superior de 185 Hz na direção x (*spanwise*) e 558 Hz na direção y (*streamwise*), respectivamente, conforme Fig. 5.19(b). Pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB (MQ), a frequência máxima é estimada em 157 Hz, conforme Fig. 5.29(b). Nesta frequência, o erro residual é estimado em -7 dB, conforme Fig. 5.30(b). Portanto, as frequências teóricas (*spanwise* e *streamwise*) e estimada (critério de -10 dB) aumentaram, signifi-

ficativamente, em comparação ao modelo anterior, assim como o erro residual.

Para efeito de comparação com o modelo (25×900) foi utilizado a frequência de referência de 550 Hz para o campo difuso e 75 Hz para o campo TBL para determinação da quantidade mínima de ARMs envolvida no processo de síntese. Pelas Figs. 5.20(a) e 5.21(a) estima-se em 14 ARMs (7 FFARMs + 7 NFARMs) e 24 ARMs (12 FFARMs + 12 NFARMs) para que os campos de pressão difuso e TBL possam ser sintetizados com precisão, respectivamente, segundo o critério do erro quadrático médio de -10 dB. Além disso, estas quantidades de ARMs serão utilizadas no estudo do modelo proposto.

As Figs. 5.22 e 5.23 ilustram, respectivamente, o comportamento das eficiências de radiação associadas aos ARMs ativos e reativos, em função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m. Optou-se por destacar os doze primeiros ARMs uma vez que serão utilizados no processo de síntese do campo de pressão TBL. Como observado no modelo anterior, a primeira ressonância domina o espectro da maioria das funções de transferência acústica. Além disso, vários ARMs ativos e reativos apresentam a mesma eficiência em bandas específicas de frequência, o que mostra o comportamento de agrupamento de radiação.

A distribuição espacial da amplitude dos 100 alto-falantes do arranjo, associada aos doze FFARMs e NFARMs mais eficientes, é representada, respectivamente, nas Figs 5.24 e 5.25. Os ARMs foram obtidos a uma distância fixa de $\tilde{d} = 0,095$ m e uma frequência de 100 Hz. Como esperado, os modos de maior ordem estão associados a frequências espaciais mais elevadas. Além disso, uma comparação entre o FFARM #1 e o NFARM #1 revela que este último apresenta uma frequência espacial maior, enquanto o primeiro tem uma distribuição de amplitude quase uniforme.

A Fig. 5.26 ilustra as estruturas de correlação espacial do campo difuso, as quais apresentam uma excelente reprodução até 1975 Hz para síntese sem regularização (MQ). No processo com regularização (ARM) as estruturas estão bem reproduzidas em 550 Hz e 700 Hz. Entretanto, na Fig. 5.26(h), o erro quadrático médio não atende o critério de -10 dB devido a baixa quantidade de ARMs empregada.

Para o campo TBL (Mach 0,7), observa-se pela Fig. 5.27, que as estruturas de correlação estimadas (MQ) são semelhantes a teórica até 200 Hz, ou seja, um pouco acima da frequência de simulação (157 Hz) prevista pelo critério de -10 dB na direção do *spanwise*. Além disso, a síntese com regularização (ARM) também apresenta estruturas de correlação semelhantes em 75 Hz e 100 Hz. Entretanto, na Fig. 5.27(h), devido a baixa quantidade de ARMs o erro quadrático médio fica acima de -10 dB.

Como no modelo anterior, a síntese regularizada (ARM) reduz, consideravelmente, a norma da velocidade quadrática média em contraparte a um aumento nos erros quadrático médio e residual para os campos de pressão difuso e TBL quando comparado

com o processo de síntese não regularizado (MQ), conforme observado nas Figs. 5.28 a 5.30. Esta troca nos valores das métricas é comum em problemas inversos. Além disso, através das métricas de controle é possível demonstrar que a síntese com regularização converge para a síntese sem regularização (MQ) a medida que a quantidade de ARMs envolvida no processo tende para o seu máximo.

Através das Figs. 5.31 a 5.33, compara-se os processos de síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) para os campos de pressão difuso e TBL (Mach 0,7). No campo TBL as métricas de controle ($\|\tilde{\mathbf{q}}^{*2}\|$, \hat{J}_e e $\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$), para o caso com regularização (NFARM), são menores que no caso (FFARM), respectivamente. No campo difuso a norma $\|\tilde{\mathbf{q}}^{*2}\|$ (NFARM) é menor que no caso (FFARM) até 700 Hz e o erro \hat{J}_e (NFARM) é menor que no caso (FFARM) até 250 Hz. Entretanto, o erro \hat{J}_e (ARM) é menor que no caso (FFARM) até 800 Hz. Isto demonstra que os NFARMs são importantes para redução do erro \hat{J}_e (ARM). Além disso, o erro residual $\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$ (NFARM) é menor que no caso (FFARM) até 1000 Hz.

Os resultados sugerem que os NFARMs constituem uma base adequada em comparação com os FFARMs para redução dos erros de síntese e velocidade das fontes no processo de síntese dos campos de pressão difuso e TBL. Entretanto, apesar do modelo (100×775) ser composto com o dobro de fontes nas direções x e y em comparação como o modelo anterior, ainda é limitado para síntese do campo TBL, principalmente, em escoamentos de baixa velocidade. Para números de Mach 0,3; 0,7 e 0,9 a frequência de síntese (MQ) será limitada, pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB, a 70 Hz, 155 Hz e 200 Hz, respectivamente, conforme Fig. 5.29(b).

Portanto, para alcançar frequências superiores na síntese de um campo de pressão TBL será necessário um número ainda maior de fontes acústicas, principalmente, na direção transversal do escoamento turbulento (*spanwise*).

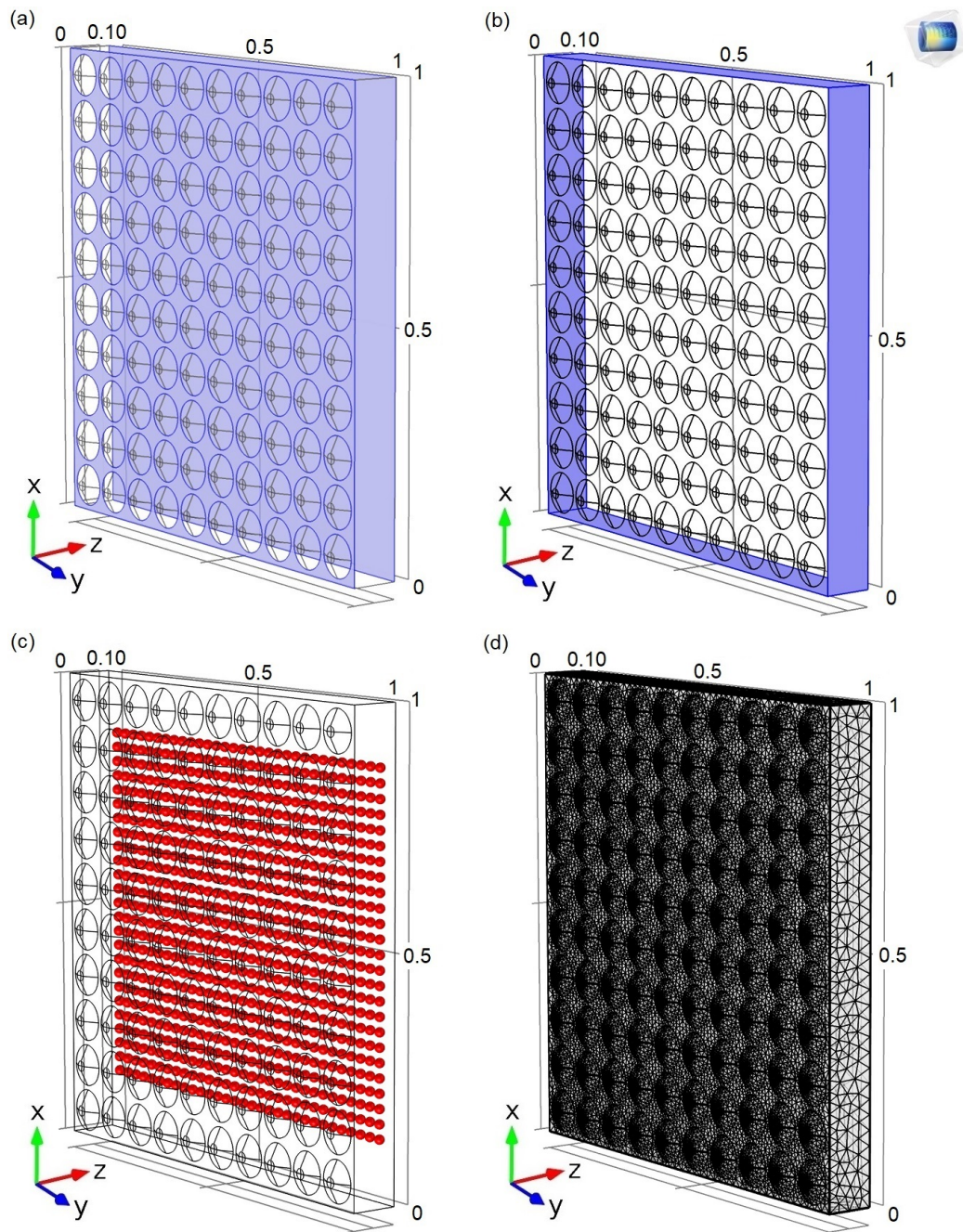


Figura 5.17. (a) Arranjo de 10×10 fontes sonoras e painel rígido de teste; (b) condição de contorno $\rho_0 c$ aplicada às superfícies que conectam os dois planos rígidos; (c) arranjo de 25×31 pontos de medição em $z = \tilde{d}$ com resolução espacial de $\delta_m = 0,03$ m; (d) malha do modelo acústico composta por 211147 elementos tetraédricos para um frequência de operação de até 2170 Hz (Fonte: o autor).

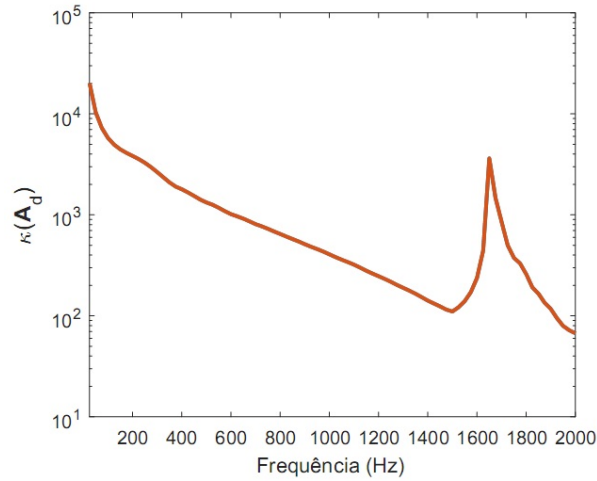


Figura 5.18. $\kappa(\mathbf{A}_d)$ como função da frequência para $d = 0,1$ m (Fonte: o autor).

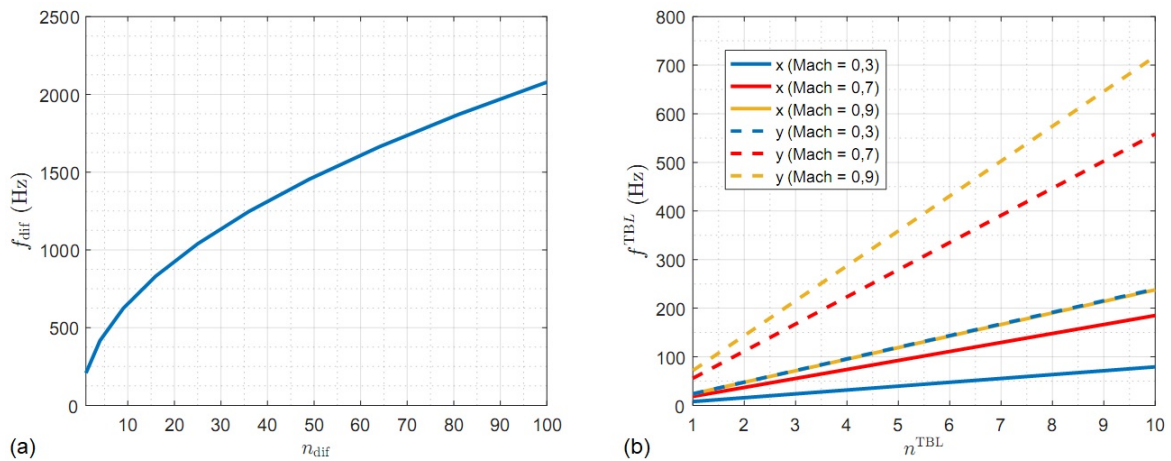


Figura 5.19. (a) Limite superior de frequência f_{dif} para aproximação de um campo de pressão difuso em função do número total de fontes acústicas n_{dif} e (b) limite superior de frequência f^{TBL} na direção transversal (*spanwise*) e longitudinal (*streamwise*) do escoamento turbulento para aproximação de um campo de pressão TBL em função do número de fontes acústicas n_x^{TBL} e n_y^{TBL} , respectivamente (Fonte: o autor).

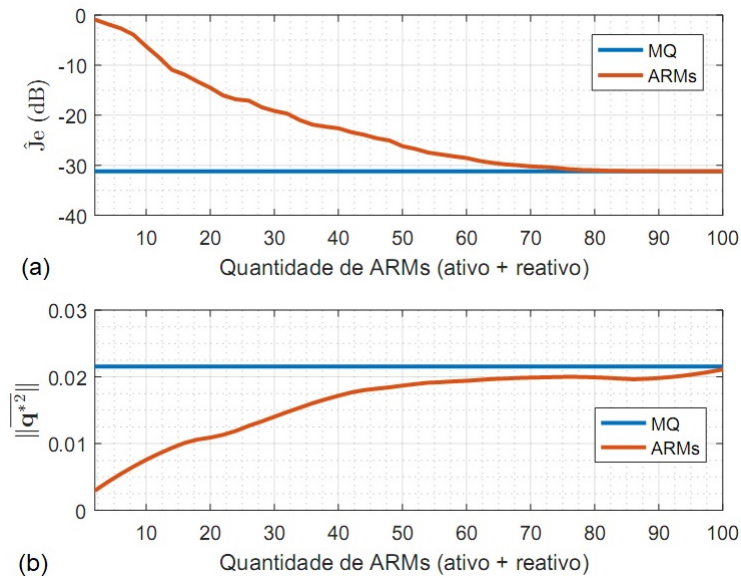


Figura 5.20. (a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão difuso para uma frequência de referência de 550 Hz (Fonte: o autor).

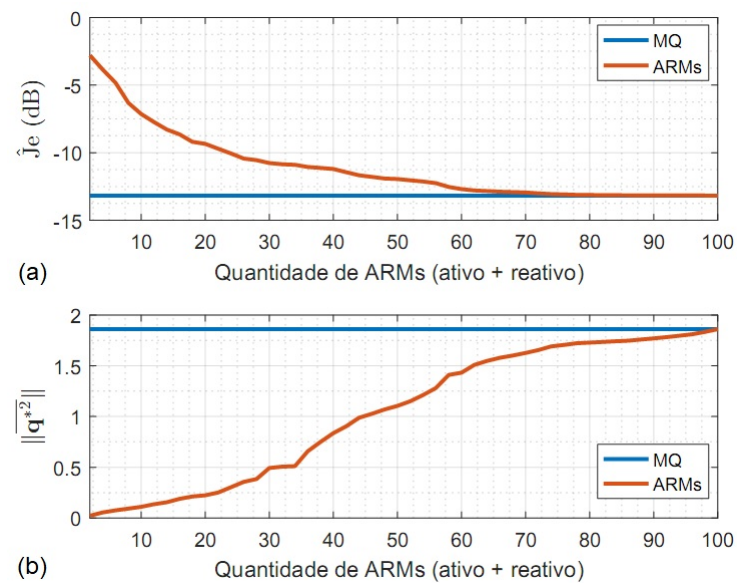


Figura 5.21. (a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão parietal gerado pela TBL a Mach 0,7 e frequência de referência de 75 Hz (Fonte: o autor).

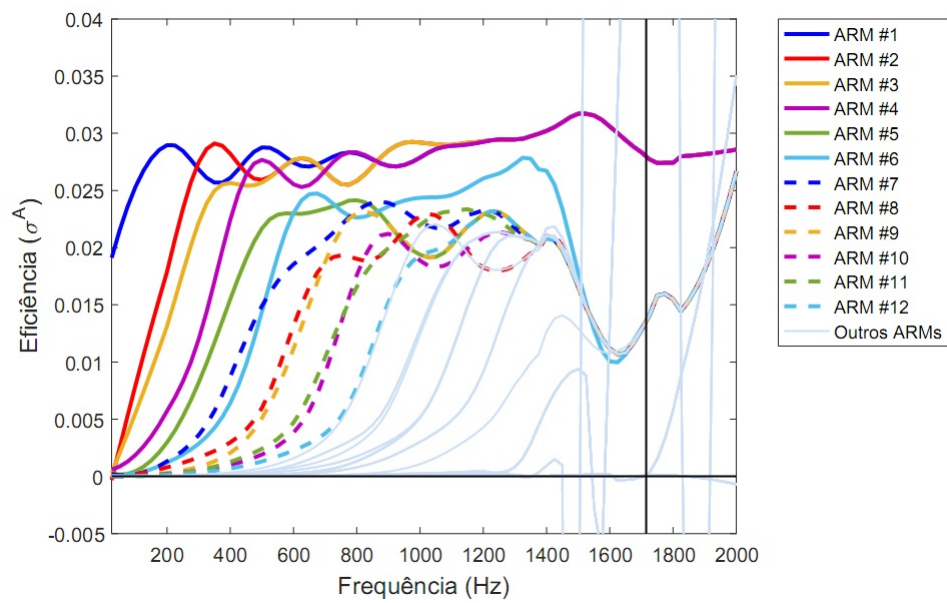


Figura 5.22. Eficiência ativa σ^A como função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).

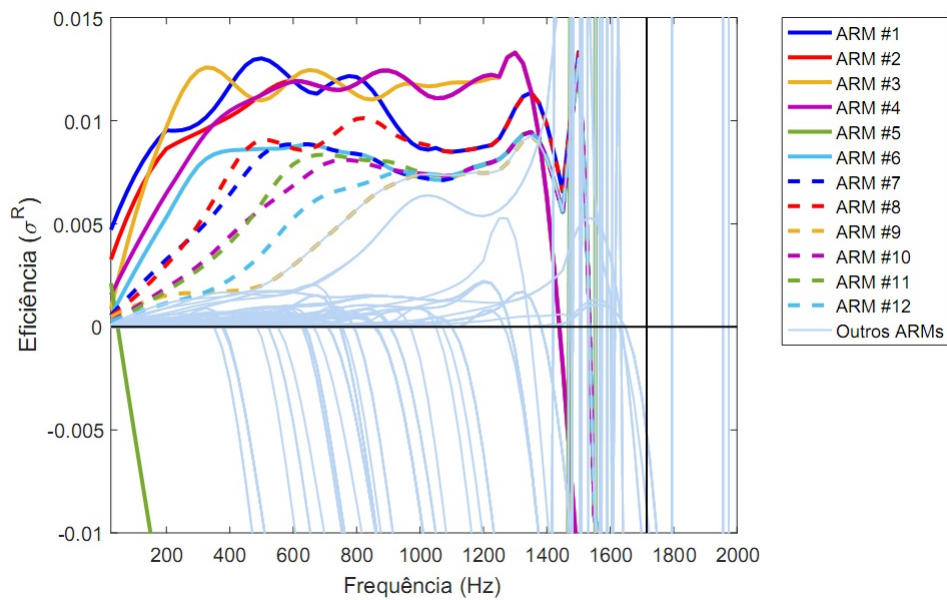


Figura 5.23. Eficiência reativa σ^R como função da frequência para $\tilde{d} = 0,095$ m (Fonte: o autor).

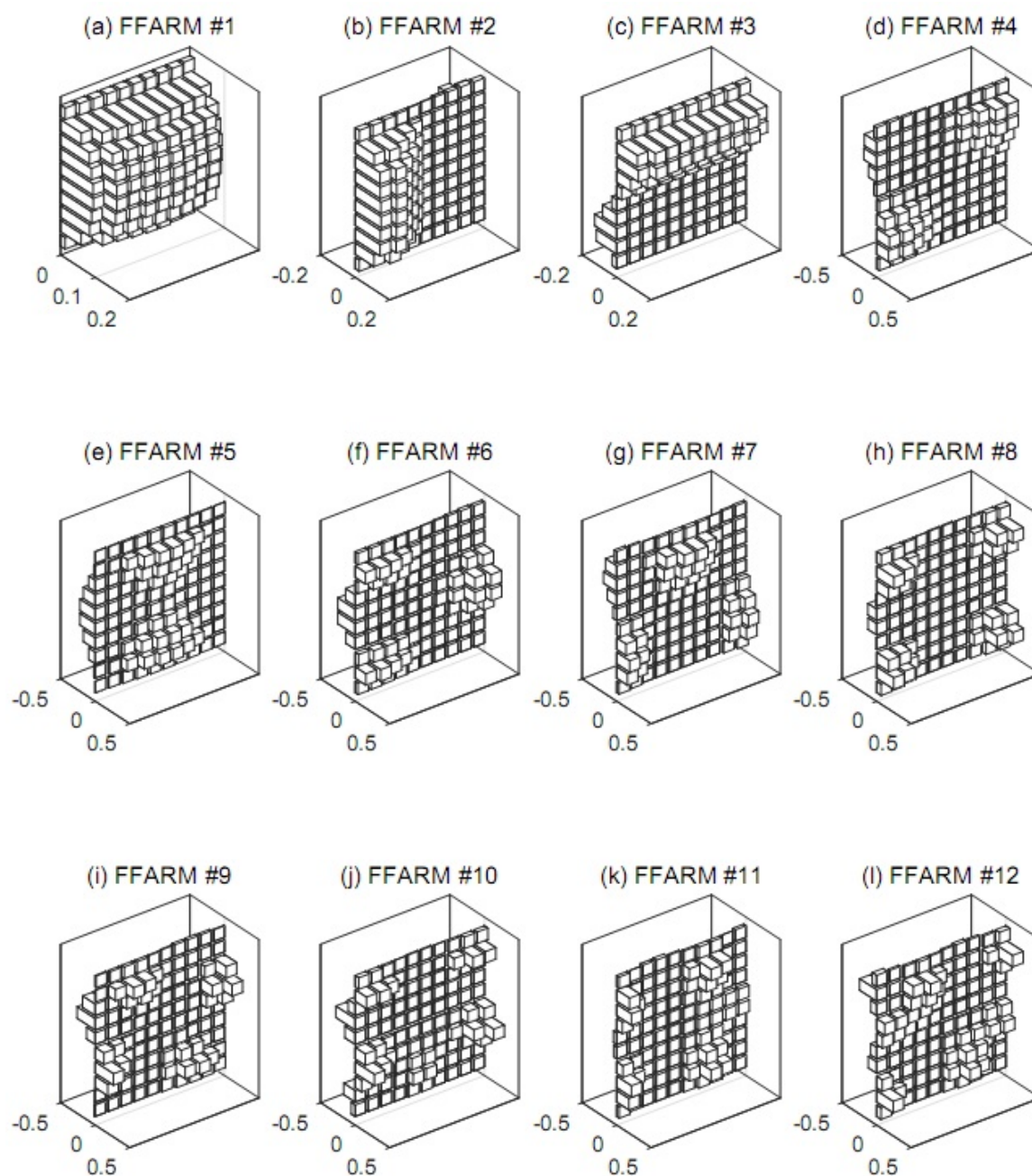


Figura 5.24. Distribuição espacial da amplitude dos 100 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os doze primeiros FFARMs a 100 Hz e $\tilde{d}=0,095$ m (Fonte: o autor).

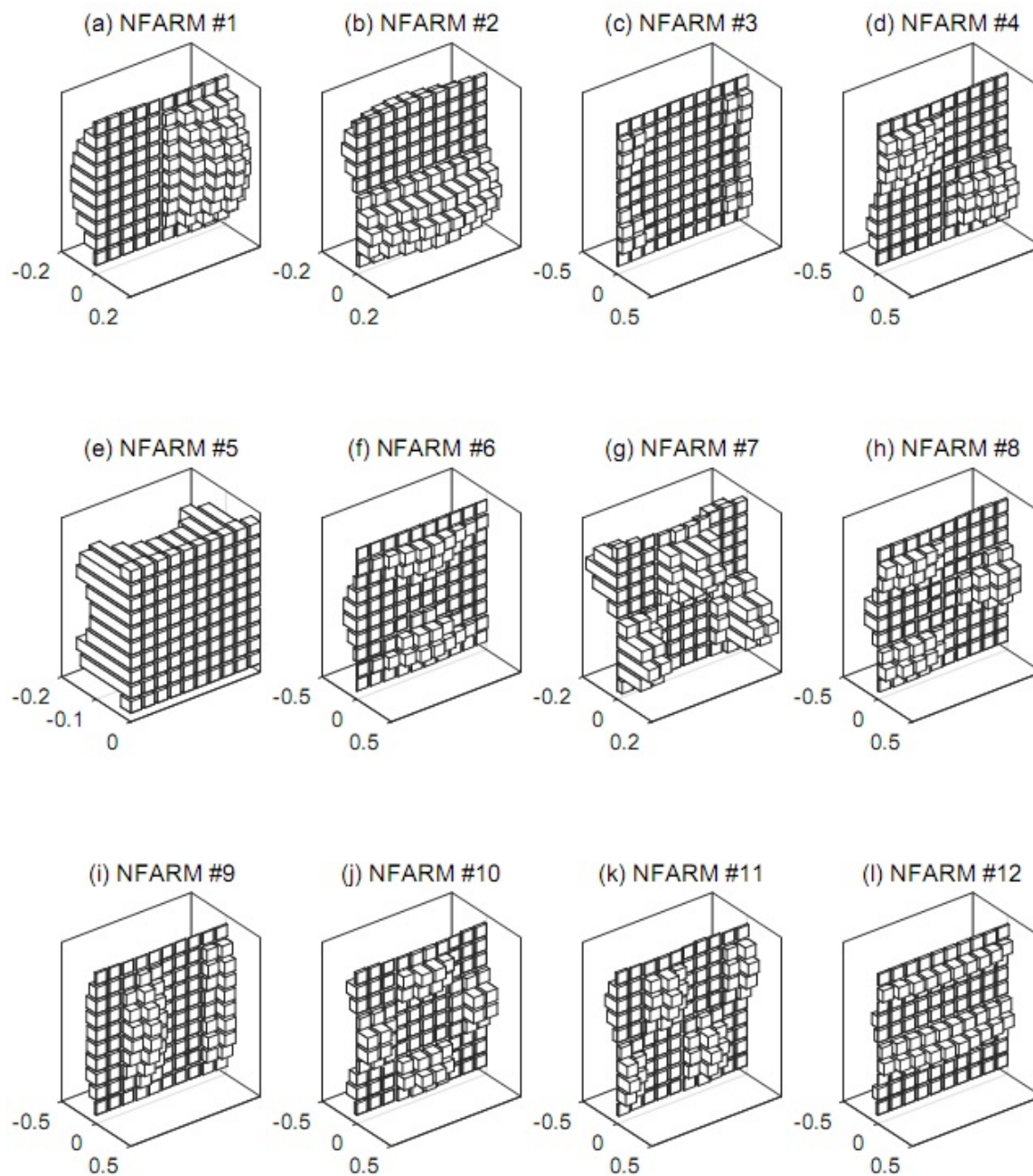


Figura 5.25. Distribuição espacial da amplitude dos 100 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os doze primeiros NFARMs a 100 Hz e $\tilde{d}=0,095$ m (Fonte: o autor).

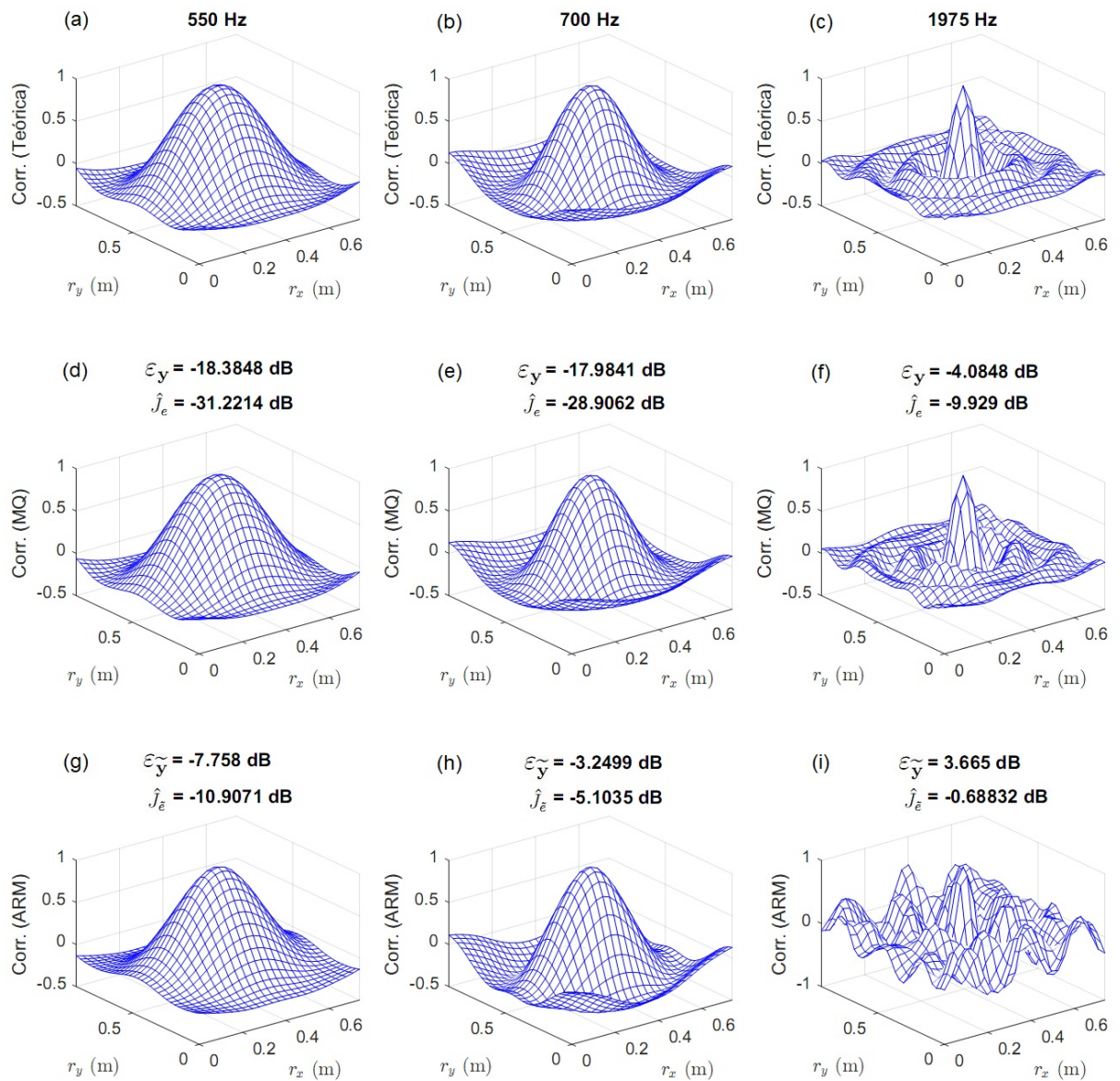


Figura 5.26. Estruturas de correlação espacial a 550 Hz (esquerda), 700 Hz (meio) e 1975 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo acústico difuso é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 10×10 alto-falantes distante $d = 0,1\text{m}$ de um arranjo de 25×31 microfones (Fonte: o autor).

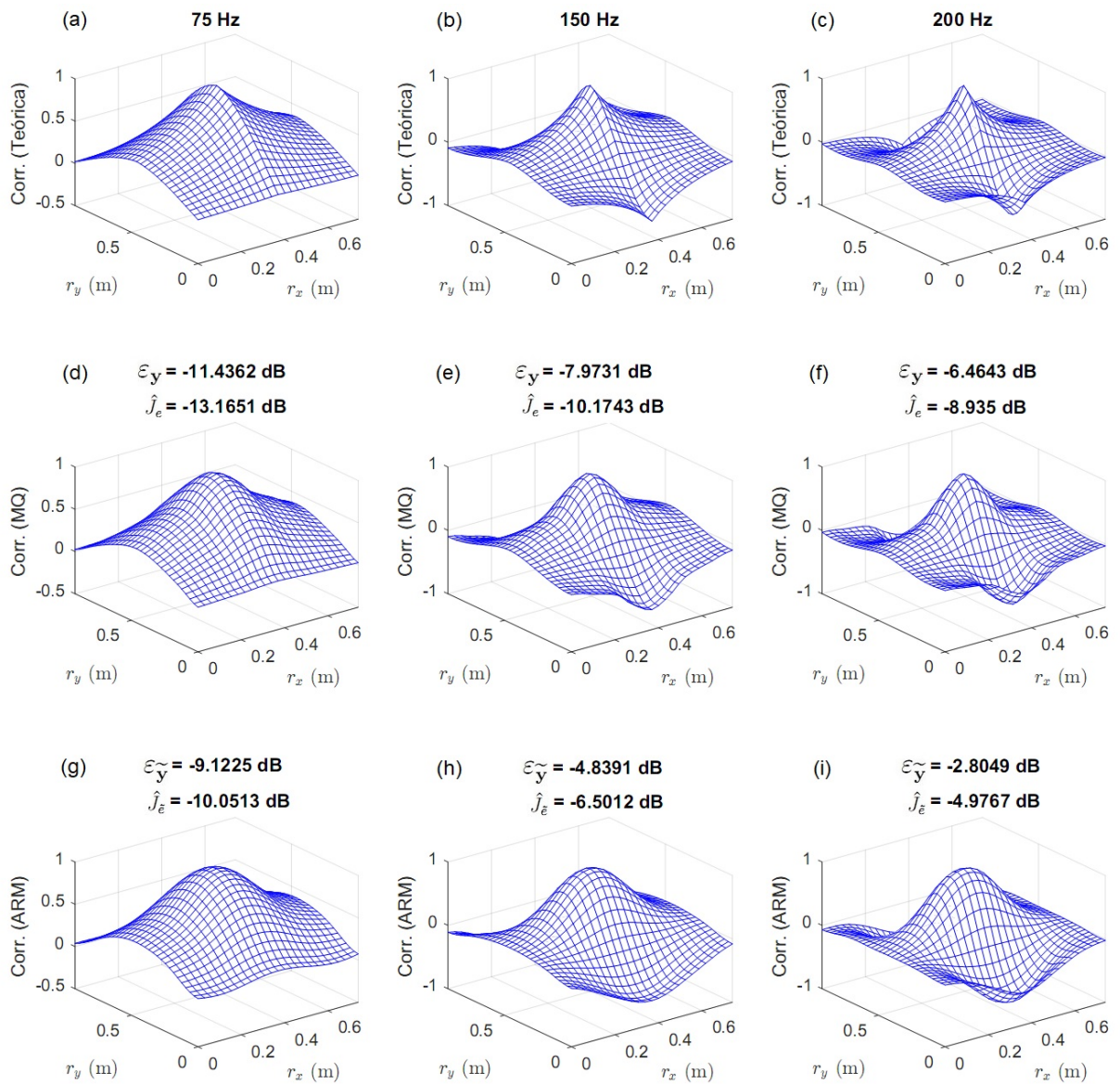


Figura 5.27. Estruturas de correlação espacial a 75 Hz (esquerda), 150 Hz (meio) e 200 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo TBL a Mach 0,7 ($U_\infty = 240,1$ m/s) é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (12 FFARMS + 12 NFARMS) (abaixo), através de um arranjo de 10×10 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 25×31 microfones (Fonte: o autor).

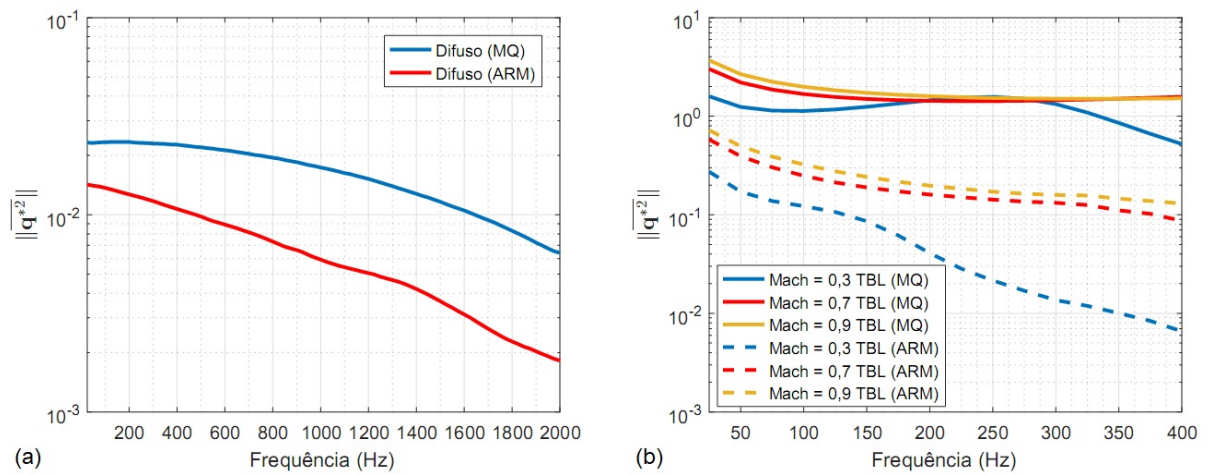


Figura 5.28. Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

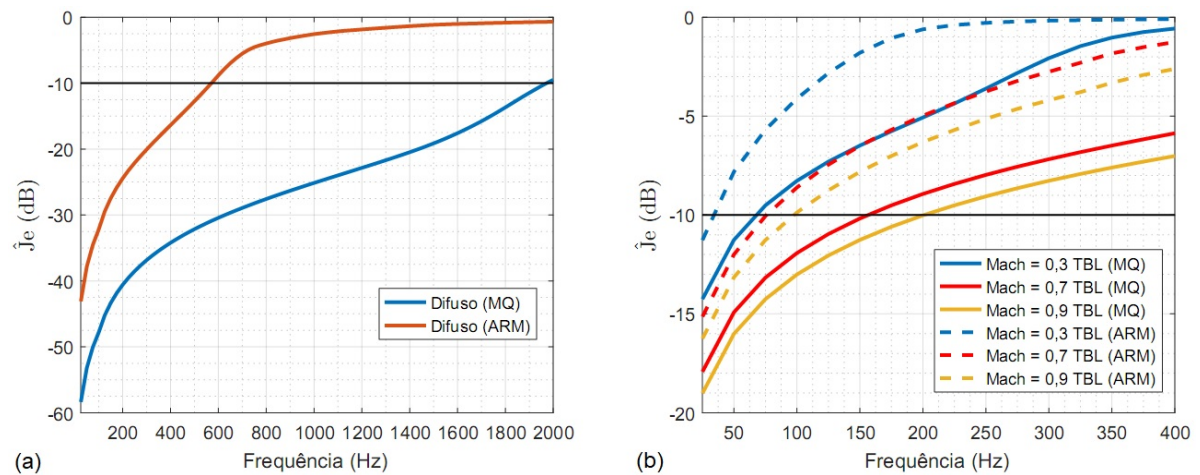


Figura 5.29. Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

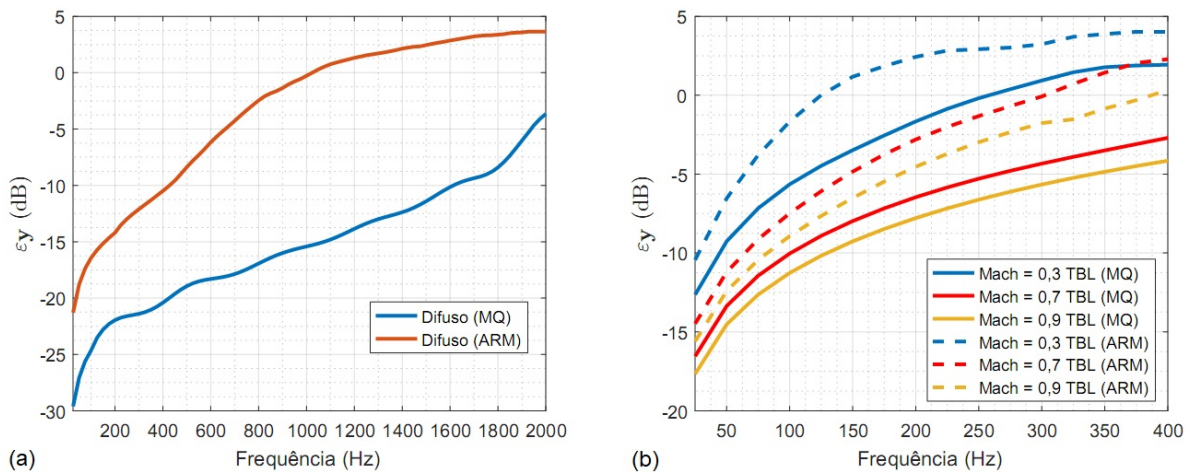


Figura 5.30. Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

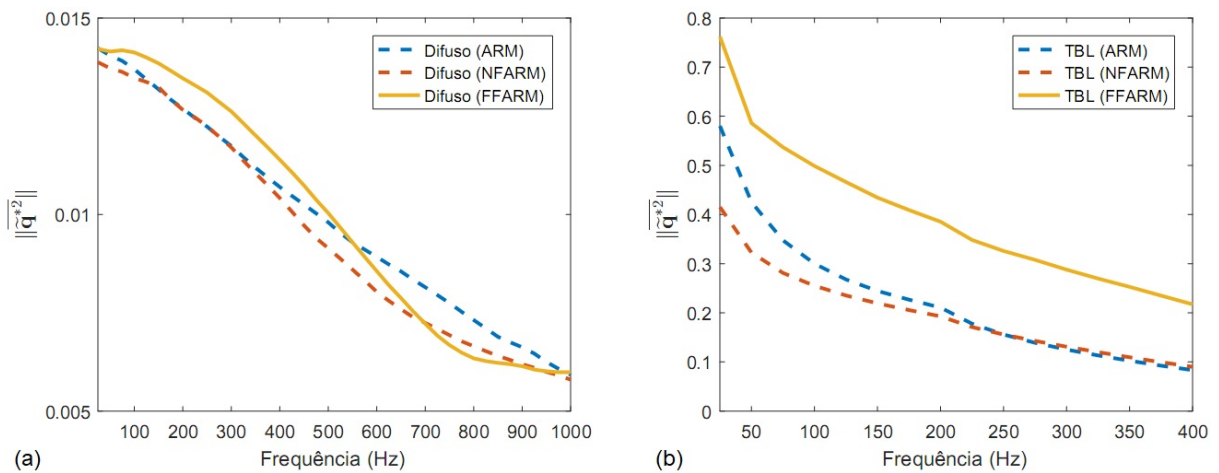


Figura 5.31. Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

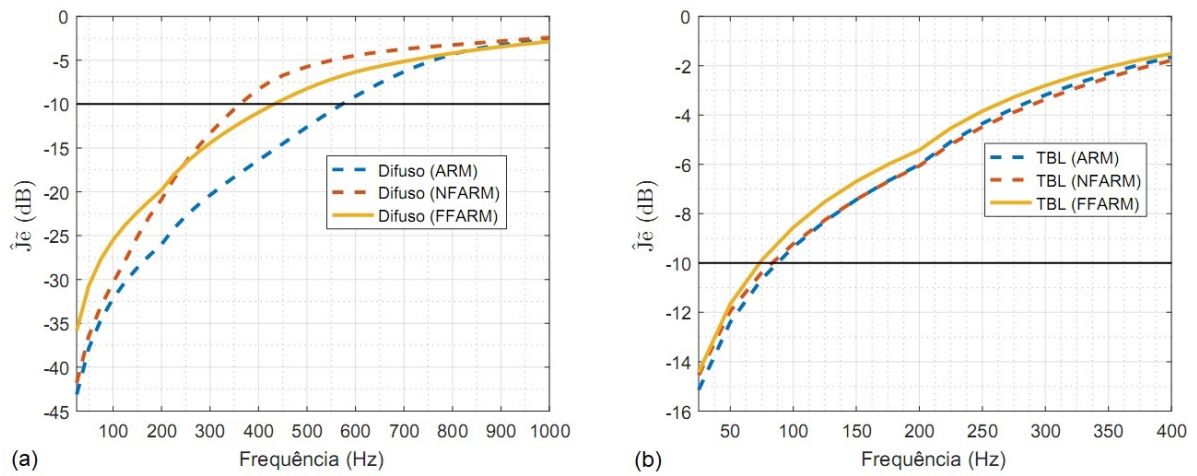


Figura 5.32. Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

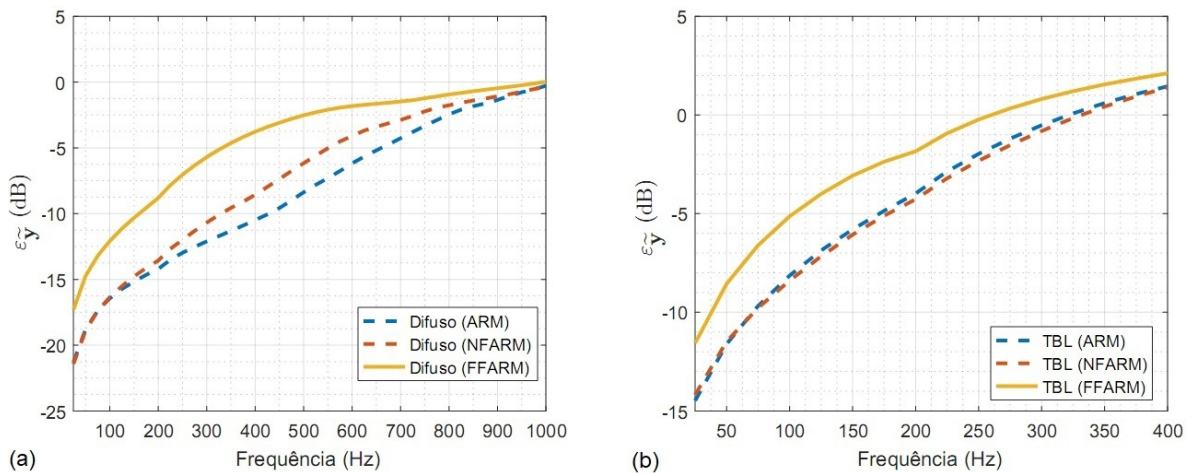


Figura 5.33. Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (7 FFARMs + 7 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

5.3.3 Modelo Acústico (200×475)

Este modelo é dedicado ao campo de pressão TBL, uma vez que possui uma densidade maior de fontes acústicas na direção transversal do escoamento turbulento (*spanwise*), ou seja, onde existe um alto número de comprimentos de correlação a serem sintetizados sobre a superfície do painel de teste. Sua composição envolve um arranjo de $n_x \times n_y = 20 \times 10$ fontes sonoras (representando os alto-falantes convencionais de 0,025 m de diâmetro) de dimensões $l_x^{fonte} \times l_y^{fonte} = 0,82 \text{ m} \times 0,43 \text{ m}$ e um arranjo de $m_x \times m_y = 25 \times 19$ pontos de medição (representando os microfones) de dimensões $l_x^{mic} \times l_y^{mic} = 0,5 \text{ m} \times 0,38 \text{ m}$ posicionado sobre um painel rígido de teste de mesmas dimensões.

A resolução espacial do arranjo de microfones, segundo a Eq. (2.59), é estimada em $\delta_m = 0,02 \text{ m}$ e a frequência de *aliasing* espacial em 8816 Hz, segundo a Eq. (2.60).

A Fig. 5.34(a) ilustra o modelo acústico configurado para a mesma medida de separação $d = 0,1 \text{ m}$, usada nos modelos anteriores. A componente normal da velocidade de partícula e a pressão sonora usadas no processo de obtenção dos ARMs, são determinadas por um arranjo de 25×19 pontos de medição posicionado em $\tilde{d} = 0,098 \text{ m}$, conforme Fig. 5.34(c). Nas Figs. 5.34(b) e 5.34(d) são ilustradas, respectivamente, a condição de contorno $\rho_0 c$ e a malha do modelo acústico composta por 431911 elementos tetraédricos para uma frequência de operação de até 6000 Hz.

A Fig. 5.35 mostra que o modelo acústico apresenta um número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ extremamente elevado em comparação com os dois modelos anteriores. Os picos indicam a presença da primeira, da segunda e da terceira frequência de ressonância em 1715 Hz, 3430 Hz e 5145 Hz, respectivamente. Como esperado, $\kappa(\mathbf{A}_d)$ apresenta uma redução considerável nas frequências mais elevadas. Entretanto, isso será de pouca utilidade para o campo TBL, o qual está limitado à síntese em baixas frequências. Este elevado número de condição pode comprometer a estabilidade e a precisão da reconstrução das propriedades estatísticas do campo de pressão alvo, uma vez que a matriz $\mathbf{A}_d^H \mathbf{A}_d$, envolvida no processo de síntese aleatória sem regularização (MQ), pode tornar-se quase singular criando um enorme problema na inversão numérica. Assim, a solução encontrada no problema inverso associado à síntese sem regularização (MQ) pode apresentar um valor muito elevado, de forma que a técnica de regularização (ARM) será de extrema importância na determinação de uma solução viável para o problema de síntese sonora.

Pelo critério teórico Eq. (5.49), tem-se um limite superior de 5564 Hz, conforme Fig. 5.36(a), para aproximação do campo de pressão difuso. Entretanto pelo critério $\hat{J}_e = -10 \text{ dB}$ (MQ), conforme Fig. 5.46(a), a frequência máxima de síntese é estimada em 5000 Hz. Nesta frequência, o modelo apresenta um erro residual de -4 dB (MQ),

aproximadamente, conforme Fig. 5.47(a). Em comparação com o modelo (100×775) , houve um aumento considerável na frequência limite teórica e na frequência máxima de síntese (critério de -10 dB). Além disso, o erro residual permaneceu inalterado em comparação com o modelo anterior.

No campo TBL (Mach 0,7), os critérios teóricos Eqs. (5.54) e (5.55), estimam um limite superior de 548 Hz na direção x (*spanwise*) e 1352 Hz na direção y (*streamwise*), respectivamente, conforme Fig. 5.36(b). Entretanto, pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB (MQ), a frequência máxima em Mach 0,7 é estimada em 650 Hz, conforme Fig. 5.46(b). Nesta frequência, o erro residual é estimado em -6,25 dB (MQ), conforme Fig. 5.47(b). Assim, as frequências teóricas (*spanwise* e *streamwise*) e estimada (critério de -10 dB) aumentaram, significativamente, em comparação ao modelo (100×775) .

Para o modelo acústico proposto a frequência obtida pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB (MQ) é limitada, superiormente, pelo critério teórico para o campo difuso. Entretanto, no campo TBL a frequência obtida pelo critério $\hat{J}_e = -10$ dB (MQ) não é limitada superiormente pelo critério teórico para os números de Mach considerados. Isto ocorre, provavelmente, pela maior densidade de fontes acústicas na direção x (*spanwise*), que torna o modelo mais compatível com o campo de pressão TBL, principalmente, em escoamentos de alta velocidade.

Devido o aumento nas frequências teórica e estimada, será utilizada a frequência de referência de 800 Hz para o campo difuso e 140 Hz para o campo TBL para determinação da quantidade mínima de ARMs envolvida no processo de síntese sonora. Pelas Figs. 5.37(a) e 5.38(a) estima-se em 12 ARMs (6 FFARMs + 6 NFARMs) e 24 ARMs (12 FFARMs + 12 NFARMs) para que os campos de pressão difuso e TBL, respectivamente, possam ser sintetizados com precisão segundo o critério $\hat{J}_e = -10$ dB. Estas quantidades de ARMs serão utilizadas para estudo do modelo proposto.

As Figs. 5.39 e 5.40 ilustram, respectivamente, o comportamento das eficiências de radiação associadas aos ARMs ativos e reativos, em função da frequência para $\tilde{d} = 0,098$ m. Neste modelo, a primeira ressonância parece não dominar tão fortemente o espectro da maioria das funções de transferência acústica como foi observado nos modelos anteriores. Para bandas específicas de frequência o comportamento de agrupamento de radiação ainda ocorre para muitos ARMs ativos e reativos, principalmente para os menos eficientes.

A distribuição espacial da amplitude dos 200 alto-falantes do arranjo, associada aos doze FFARMs e NFARMs mais eficientes, é representada, respectivamente, nas Figs 5.41 e 5.42. Os ARMs foram obtidos a uma distância fixa de $\tilde{d} = 0,098$ m e frequência de 140 Hz. Como esperado, os modos de maior ordem estão associados a frequências espaciais mais elevadas. Além disso, uma comparação entre o FFARM

#1 e o NFARM #1 revela que este último apresenta uma frequência espacial maior, enquanto o primeiro tem uma distribuição de amplitude quase uniforme.

A Fig. 5.43 ilustra as estruturas de correlação espacial do campo difuso, as quais apresentam uma excelente reprodução até 5000 Hz para síntese sem regularização (MQ). No processo com regularização (ARM) as estruturas são semelhantes a teórica em 800 Hz e 1200 Hz. Entretanto, na Fig. 5.43(h), o erro quadrático médio não atende o critério de -10 dB devido a baixa quantidade de ARMs empregada.

Para o campo TBL (Mach 0,7), observa-se pela Fig. 5.44, que as estruturas de correlação estimadas (MQ) são muito semelhantes à teórica até 640 Hz. Além disso, a síntese com regularização (ARM) apresenta estruturas de correlação semelhantes em 140 Hz e 300 Hz. Entretanto, na Fig. 5.44(h), devido à baixa quantidade de ARMs empregada, o erro quadrático médio fica acima do critério de -10 dB.

Na síntese regularizada (ARM) dos campos de pressão difuso e TBL, o modelo apresenta um melhor desempenho na redução da norma da velocidade quadrática média quando comparado aos modelos anteriores, conforme Fig. 5.45. Como esperado, houve um aumento nos erros quadrático médio e residual para ambos os campos de pressão, conforme Figs. 5.46 e 5.47.

As Figs. 5.48 a 5.50 ilustram o comportamento das métricas de controle dos processos de síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) dos campos de pressão difuso e TBL (Mach 0,7). No campo TBL as métricas $\|\tilde{\mathbf{q}}^{*2}\|$ e $\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$, para o caso com regularização (NFARM), são menores que no caso (FFARM), respectivamente. Porém, os três processos de regularização apresentam o mesmo erro quadrático médio \hat{J}_{ε} . No campo difuso a norma $\|\tilde{\mathbf{q}}^{*2}\|$ (NFARM) é menor que no caso (FFARM) até 400 Hz e $\varepsilon_{\tilde{\mathbf{y}}}$ (NFARM) é menor que no caso (FFARM) até 450 Hz. Além disso, até 350 Hz os processos de regularização (ARM, NFARM e FFARM) apresentam o mesmo erro \hat{J}_{ε} .

Novamente, os resultados numéricos sugerem que os NFARMs constituem uma base adequada em comparação com os FFARMs para redução dos erros de síntese e velocidade das fontes no processo de síntese dos campos de pressão difuso e TBL. Apesar do modelo acústico ter uma densidade maior de fontes acústicas na direção transversal (*spanwise*) do escoamento turbulento, ele ainda é limitado para síntese do campo TBL, principalmente em escoamentos de baixa velocidade.

Portanto, para frequências mais elevadas do campo de pressão TBL será necessário um arranjo muito mais denso usando fontes acústicas, fisicamente menores, com desempenho limitado em baixas frequências.

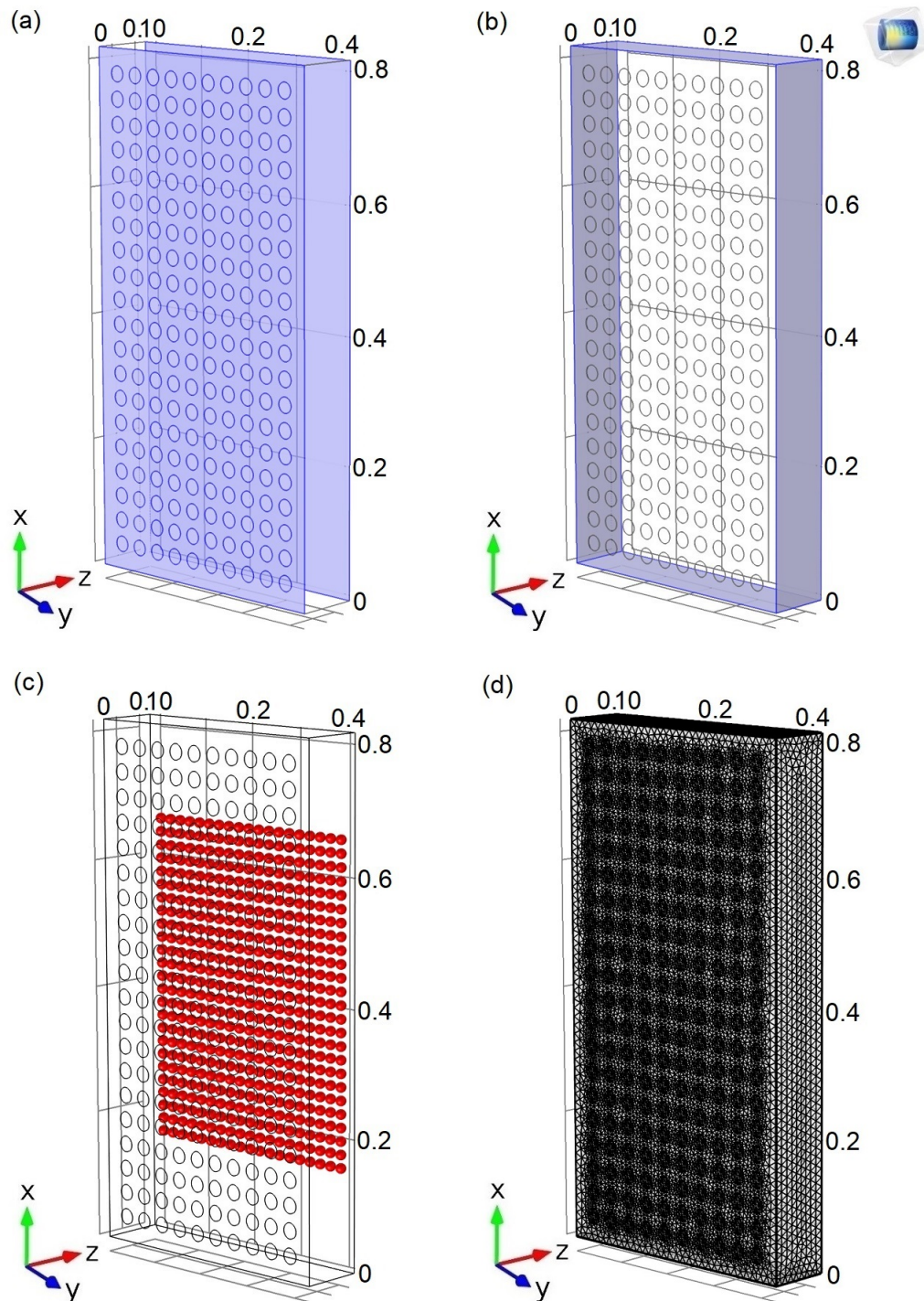


Figura 5.34. (a) Arranjo de 20×10 fontes sonoras e painel rígido de teste; (b) condição de contorno $\rho_0 c$ aplicada às superfícies que conectam os dois planos rígidos; (c) arranjo de 25×19 pontos de medição em $z = \tilde{d}$ com resolução espacial de $\delta_m = 0,02$ m; (d) malha do modelo acústico composta por 431911 elementos tetraédricos para uma frequência de operação de até 6000 Hz (Fonte: o autor).

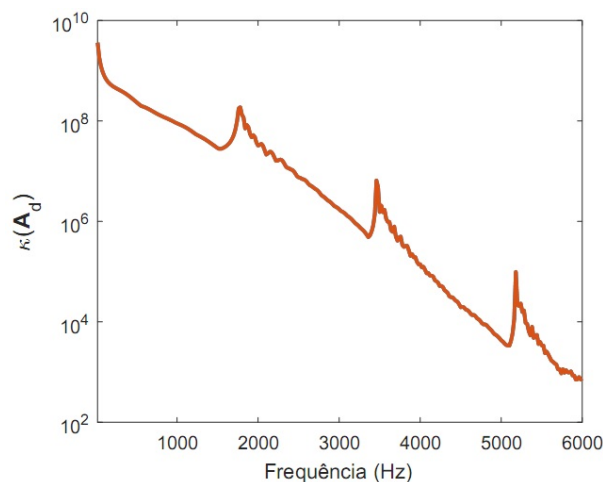


Figura 5.35. $\kappa(\mathbf{A}_d)$ como função da frequência para $d = 0,1$ m (Fonte: o autor).

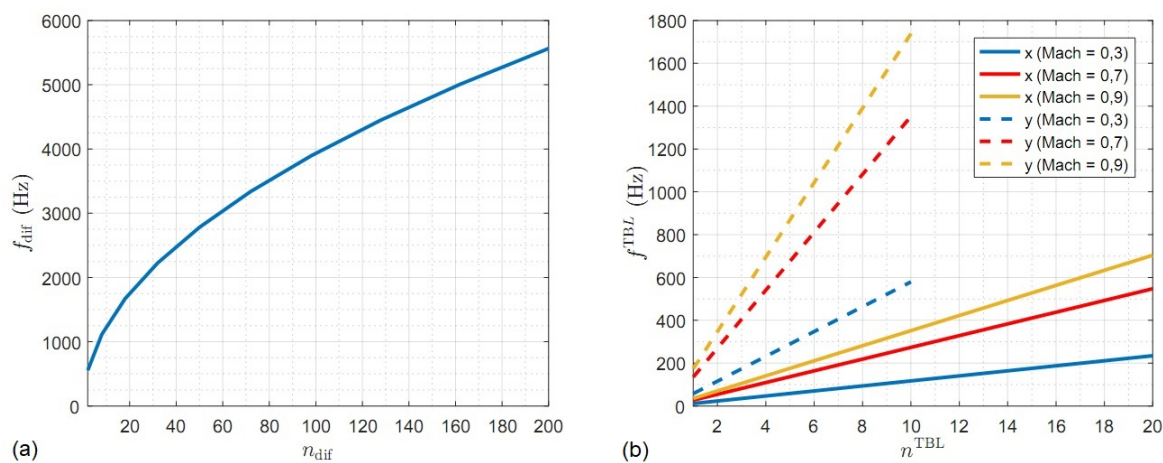


Figura 5.36. (a) Limite superior de frequência f_{dif} para aproximação de um campo de pressão difuso em função do número total de fontes acústicas n_{dif} e (b) limite superior de frequência f^{TBL} na direção transversal (*spanwise*) e longitudinal (*streamwise*) do escoamento turbulento para aproximação de um campo de pressão TBL em função do número de fontes acústicas n_x^{TBL} e n_y^{TBL} , respectivamente (Fonte: o autor).

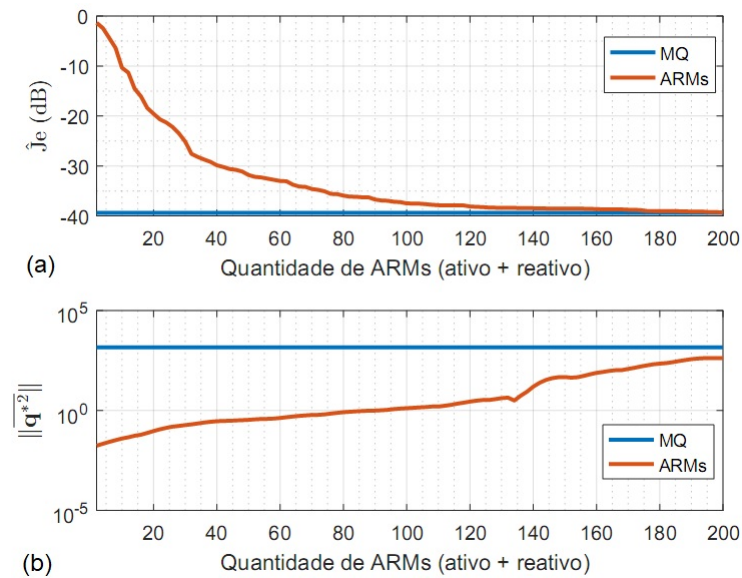


Figura 5.37. (a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão difuso para uma frequência de referência de 800 Hz (Fonte: o autor).

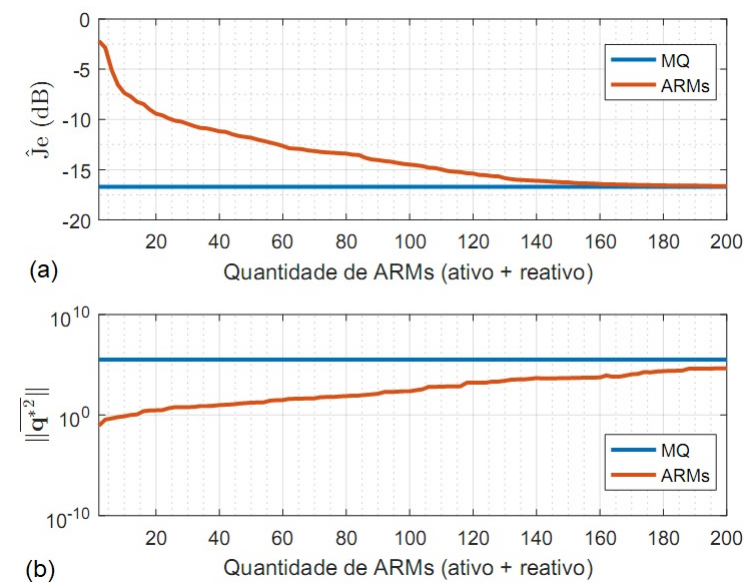


Figura 5.38. (a) Erro quadrático médio e (b) norma da velocidade quadrática média em função da quantidade de ARMs usados na síntese do campo de pressão parietal gerado pela TBL a Mach 0,7 e frequência de referência de 140 Hz (Fonte: o autor).

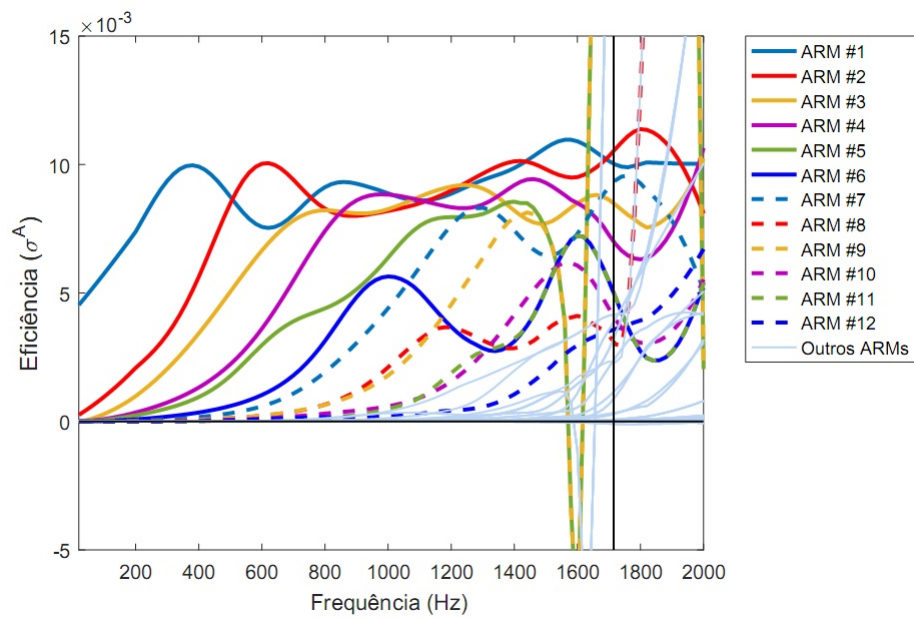


Figura 5.39. Eficiência ativa σ^A como função da frequência para $\tilde{d} = 0,098$ m (Fonte: o autor).

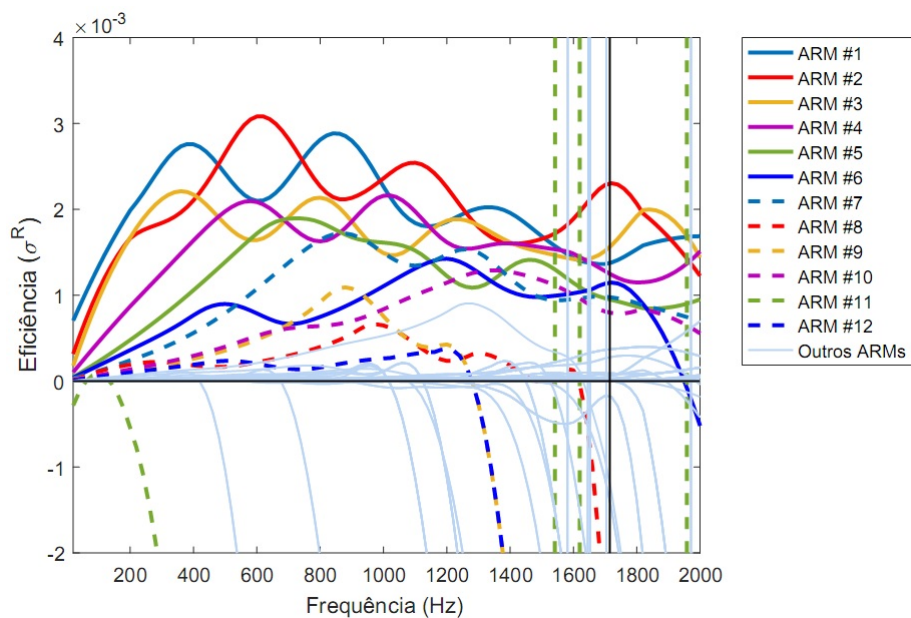


Figura 5.40. Eficiência reativa σ^R como função da frequência para $\tilde{d} = 0,098$ m (Fonte: o autor).

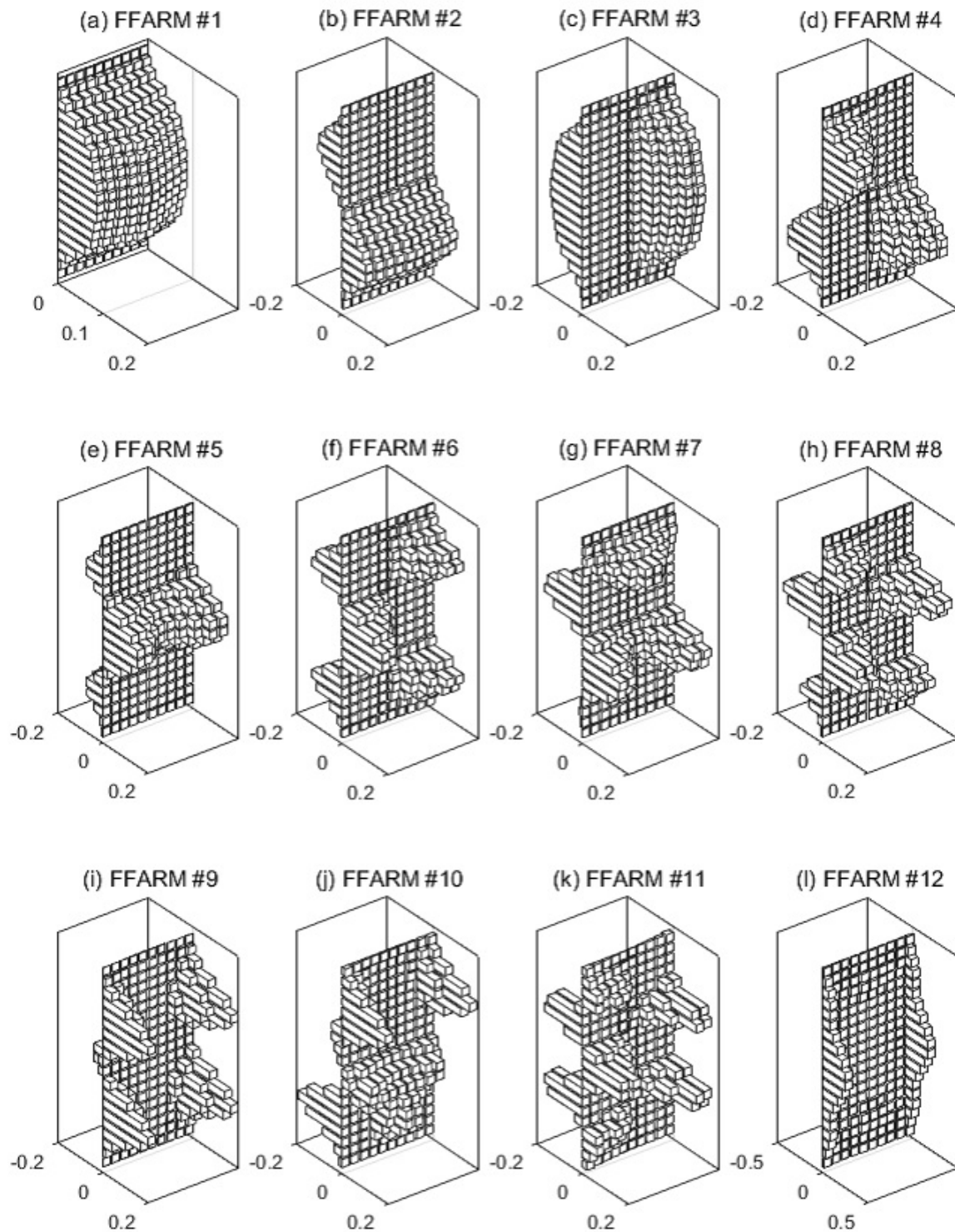


Figura 5.41. Distribuição espacial da amplitude dos 200 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os doze primeiros FFARMs a 140 Hz e $\tilde{d}=0,098$ m (Fonte: o autor).

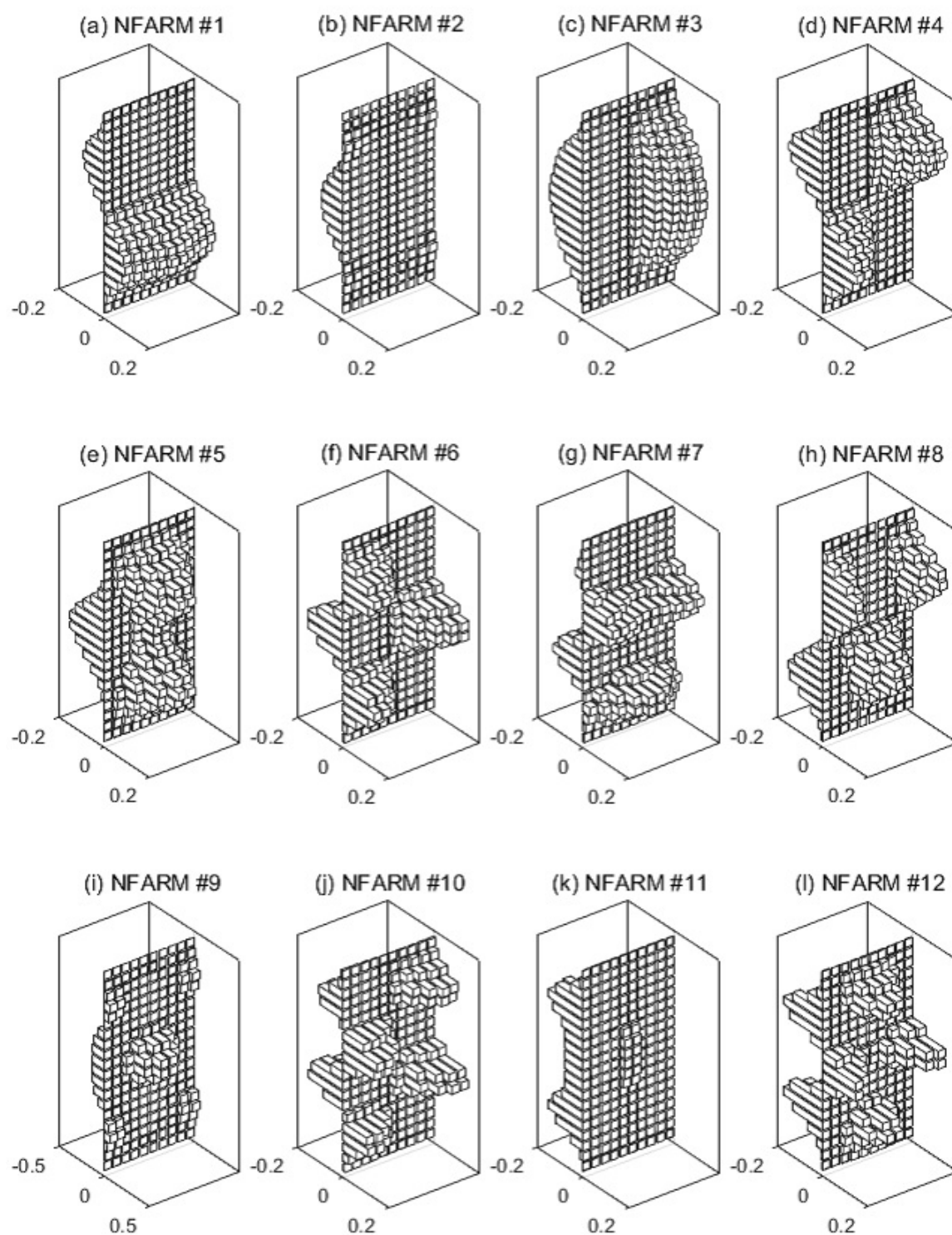


Figura 5.42. Distribuição espacial da amplitude dos 200 alto-falantes do arranjo sonoro, associado com os doze primeiros NFARMS a 140 Hz e $\tilde{d}=0,098$ m (Fonte: o autor).

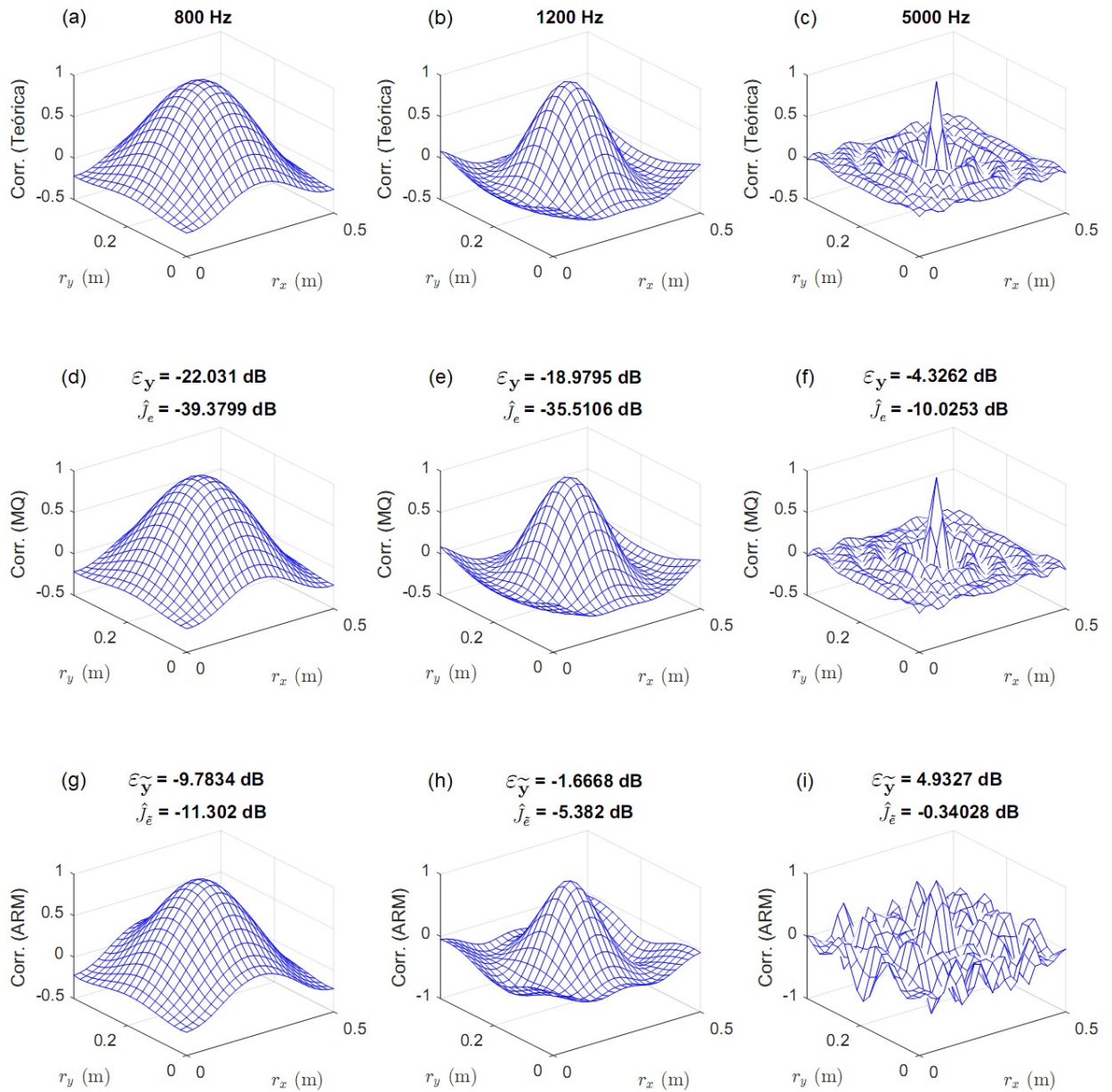


Figura 5.43. Estruturas de correlação espacial a 800 Hz (esquerda), 1200 Hz (meio) e 5000 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo acústico difuso é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) (abaixo), através de um arranjo de 20×10 alto-falantes distante $d = 0,1\text{m}$ de um arranjo de 25×19 microfones (Fonte: o autor).

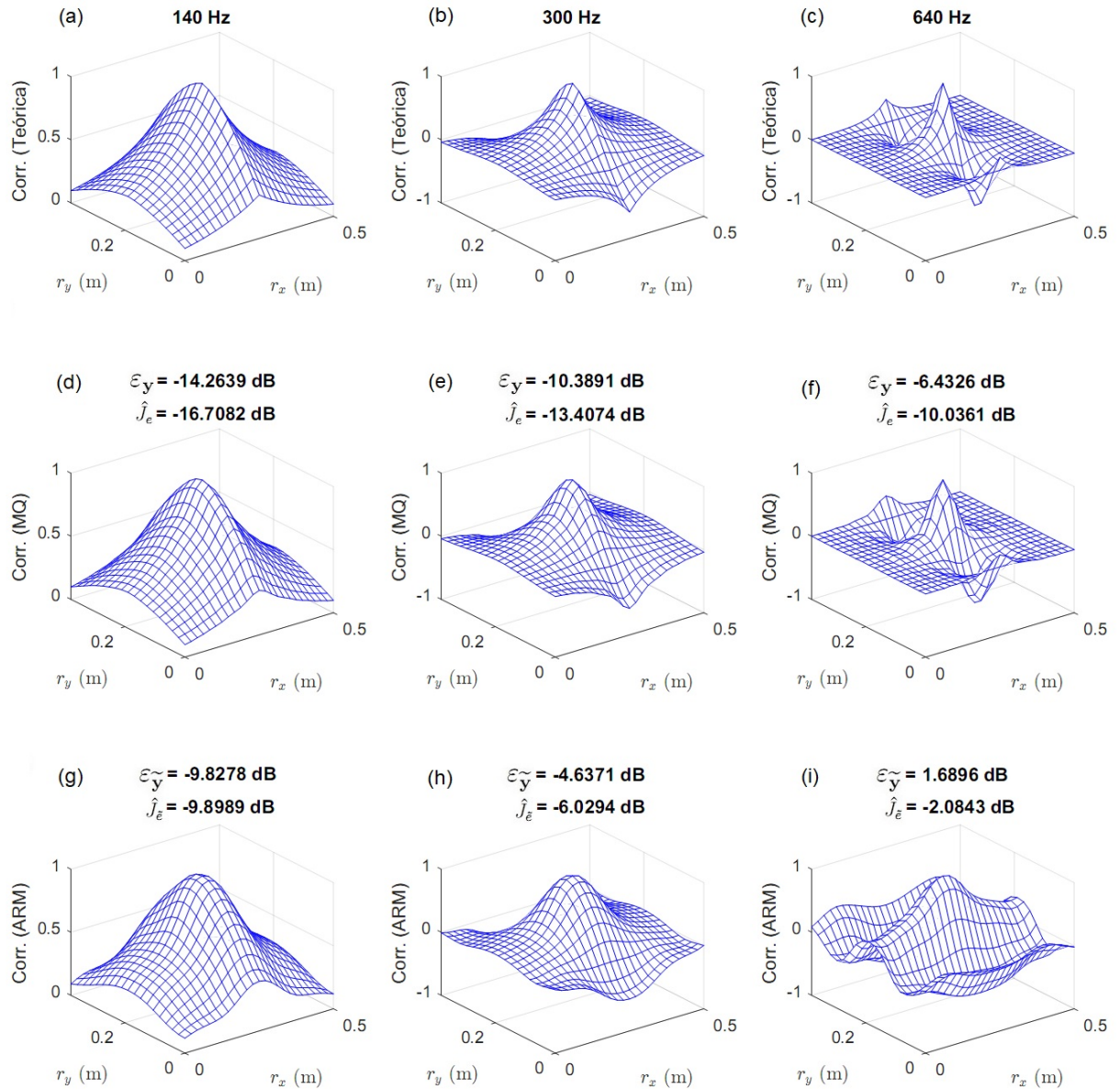


Figura 5.44. Estruturas de correlação espacial a 140 Hz (esquerda), 300 Hz (meio) e 640 Hz (direita) quando a reprodução perfeita de um campo TBL a Mach 0,7 ($U_\infty = 240,1$ m/s) é assumida (topo), quando sintetizada sem regularização MQ (meio) e com regularização ARM usando (12 FFARMS + 12 NFARMS) (abaixo), através de um arranjo de 20×10 alto-falantes distante $d = 0,1$ m de um arranjo de 25×19 microfones (Fonte: o autor).

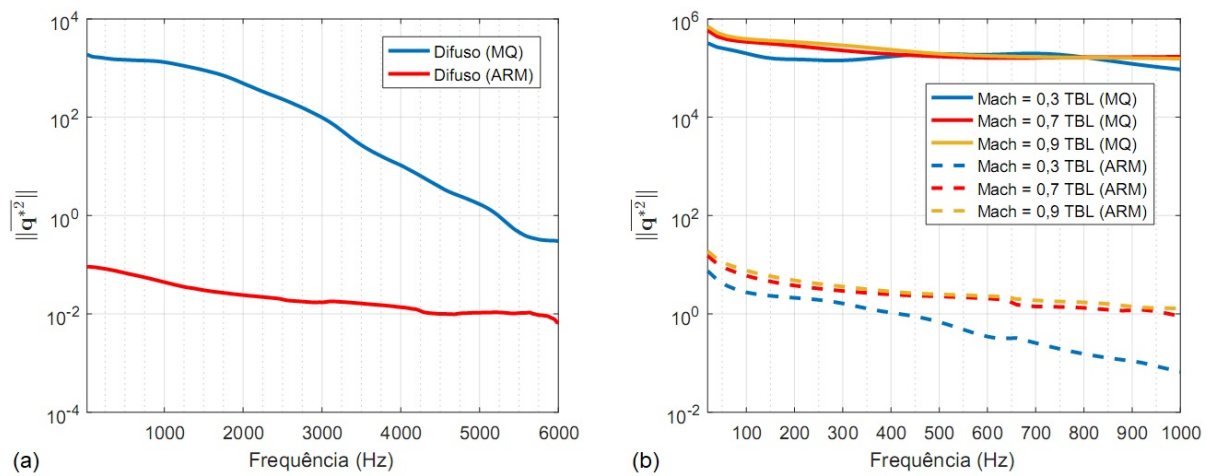


Figura 5.45. Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

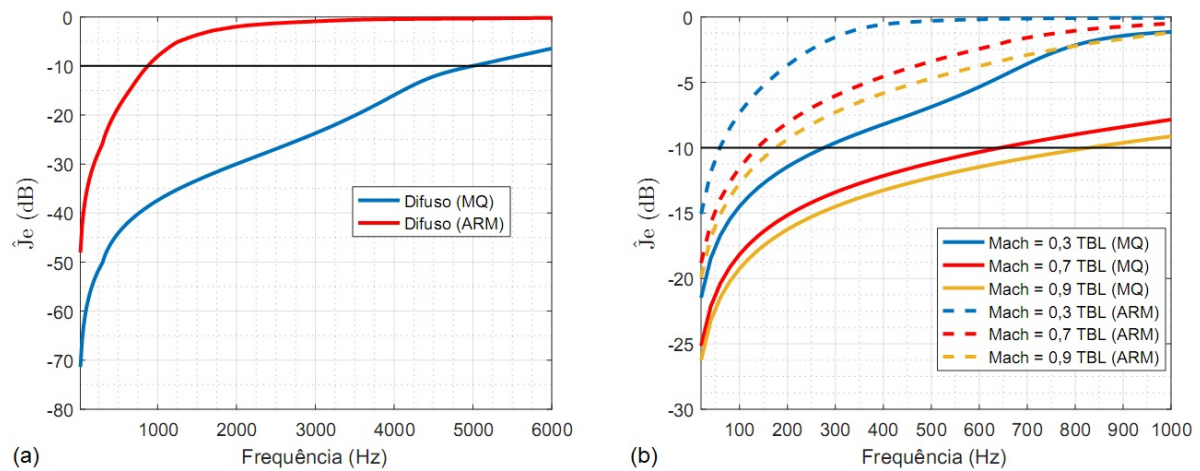


Figura 5.46. Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

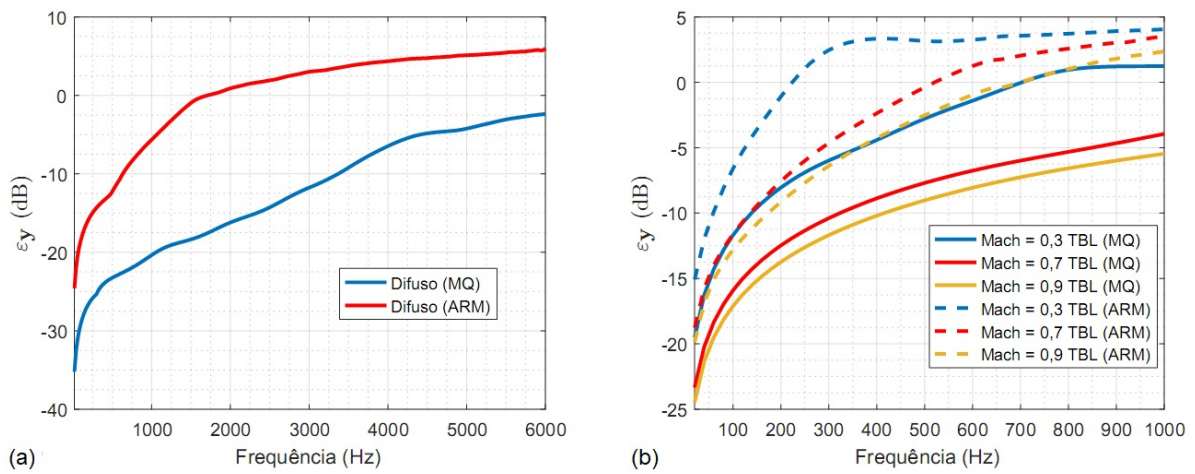


Figura 5.47. Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese sem regularização (MQ) e com regularização (ARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) para três números de Mach (Fonte: o autor).

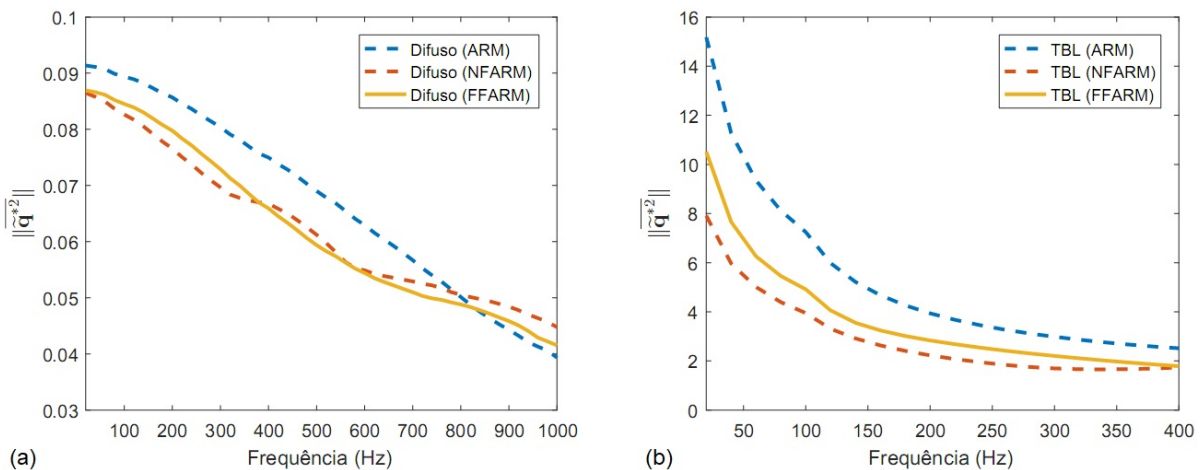


Figura 5.48. Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

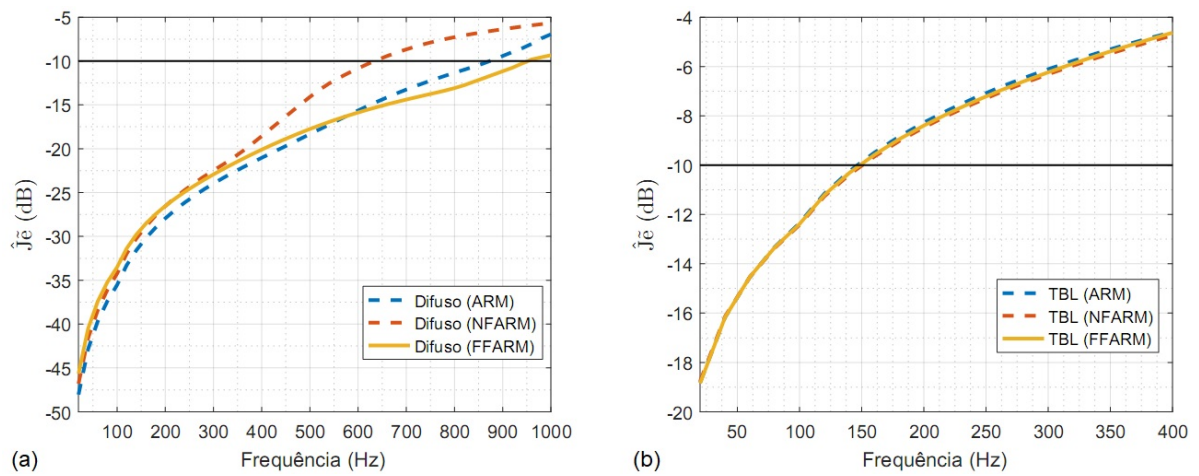


Figura 5.49. Erro quadrático médio, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

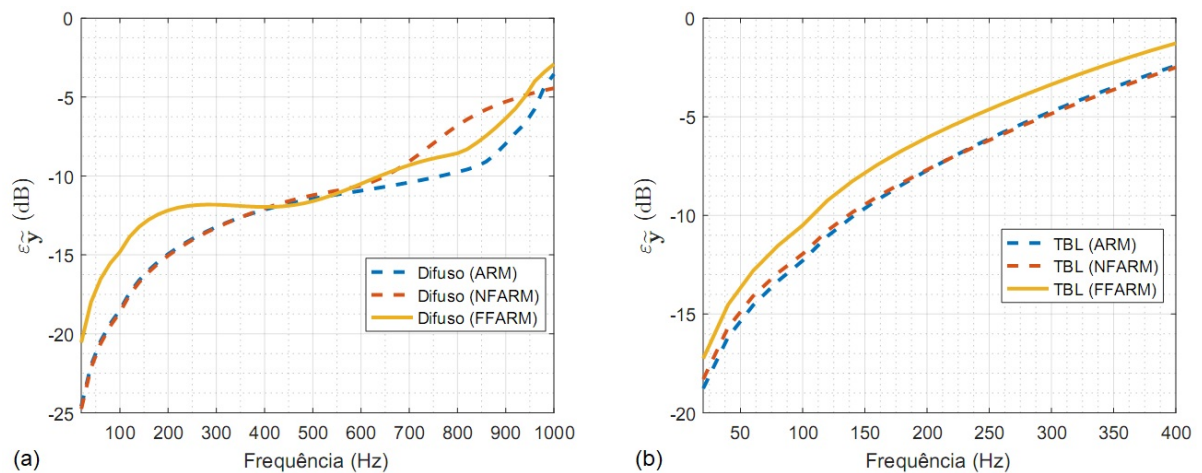


Figura 5.50. Erro residual das estruturas de correlação espacial, em função da frequência, para síntese com regularização (ARM, NFARM e FFARM) do campo de pressão (a) difuso usando (6 FFARMs + 6 NFARMs) e (b) TBL usando (12 FFARMs + 12 NFARMs) e Mach 0,7 (Fonte: o autor).

5.3.4 Comparação dos Modelos Acústicos

Nesta seção é apresentada uma comparação entre os modelos acústicos, sendo que a versão do modelo (200×475) para $d = 0,06$ m também será incluída na análise. A comparação será através da síntese sem regularização (MQ), uma vez que ela representa o caso limite da síntese com regularização (ARM).

Como as fontes acústicas do modelo (200×475) tem diâmetro 0,025 m, então a distância entre o arranjo de fontes e o painel rígido poderia ser reduzida, uma vez que ela deve ser maior que a distância de separação entre dois alto-falantes adjacentes. O objetivo é mostrar que a redução na distância d pode melhorar os resultados da síntese sonora, uma vez que o número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ apresenta uma pequena redução, conforme Fig. 5.51.

Como esperado, com a redução da distância d no modelo (200×475), tem-se uma redução na norma da velocidade quadrática média para ambos os campos de pressão, conforme observado na Fig. 5.52. Em contrapartida, os erros quadrático médio e residual do modelo (200×475) aumentaram na síntese do campo de pressão difuso, conforme ilustrado pelas Figs. 5.53(a) e 5.54(a). Entretanto, os erros quadrático médio e residual praticamente não se alteraram na síntese do campo de pressão TBL para os números de Mach 0,3 e 0,7, conforme observado pelas Figs. 5.53(b) e 5.54(b).

Os resultados apresentados na Fig. 5.53 correspondem à redução do erro quadrático médio \hat{J}_e na síntese dos campos de pressão difuso e TBL, a medida que o número de alto-falantes aumenta nos modelos acústicos. Como esperado, a faixa de frequência para uma simulação precisa do campo de pressão aleatório aumenta com o número de alto-falantes utilizados no modelo acústico segundo o critério $\hat{J}_e = -10$ dB.

A Fig. 5.54 ilustra a redução do erro residual ε_y na síntese dos campos difuso e TBL, a medida que o número de alto-falantes aumenta nos modelos acústicos. De modo geral, as estruturas de correlação dos campos de pressão serão reconstruídas com maior precisão a medida que o número de alto-falantes aumenta e as geometrias dos arranjos de fontes e microfones se aproximam.

As comparações revelam que os modelos acústicos apresentados são capazes de reproduzir as estatísticas de um campo de pressão difuso em uma ampla faixa de frequências. Entretanto, a síntese de um campo de pressão TBL parece ficar restrita ao domínio da baixa frequência, principalmente, em escoamentos de baixa velocidade. Além disso, as conclusões obtidas também se aplicam a síntese com regularização (ARM), uma vez que a síntese (MQ) é o caso limite desta.

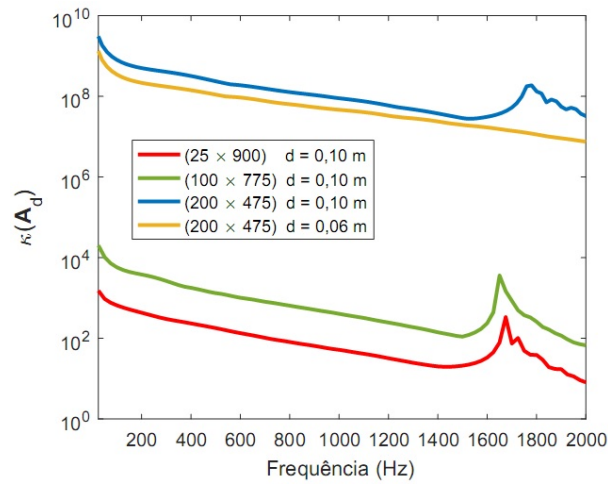


Figura 5.51. $\kappa(\mathbf{A}_d)$ dos modelos em função da frequência para duas distâncias (Fonte: o autor).

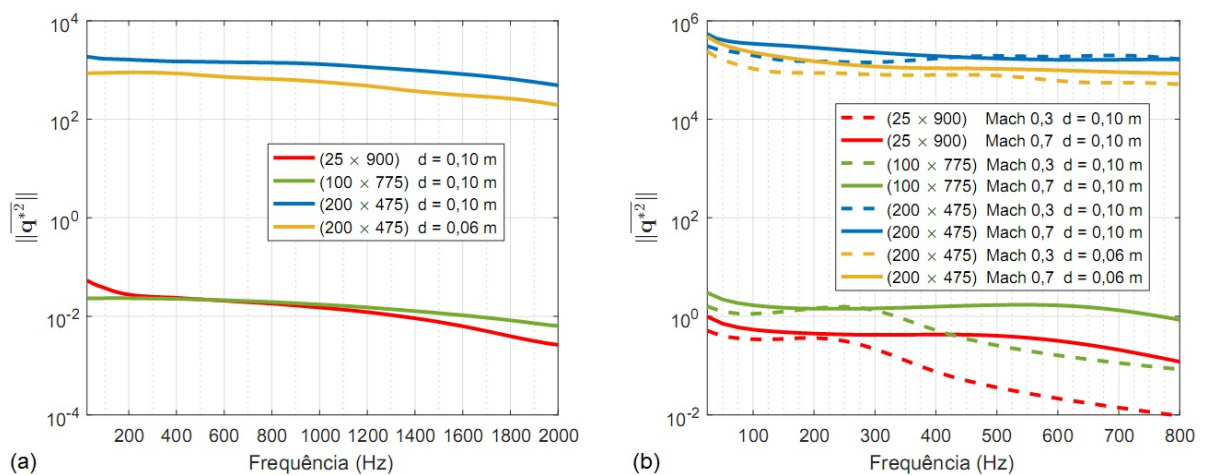


Figura 5.52. Norma da velocidade quadrática média, em função da frequência para duas distâncias, associada a síntese (MQ) do campo de pressão (a) difuso e (b) TBL para dois números de Mach (Fonte: o autor).

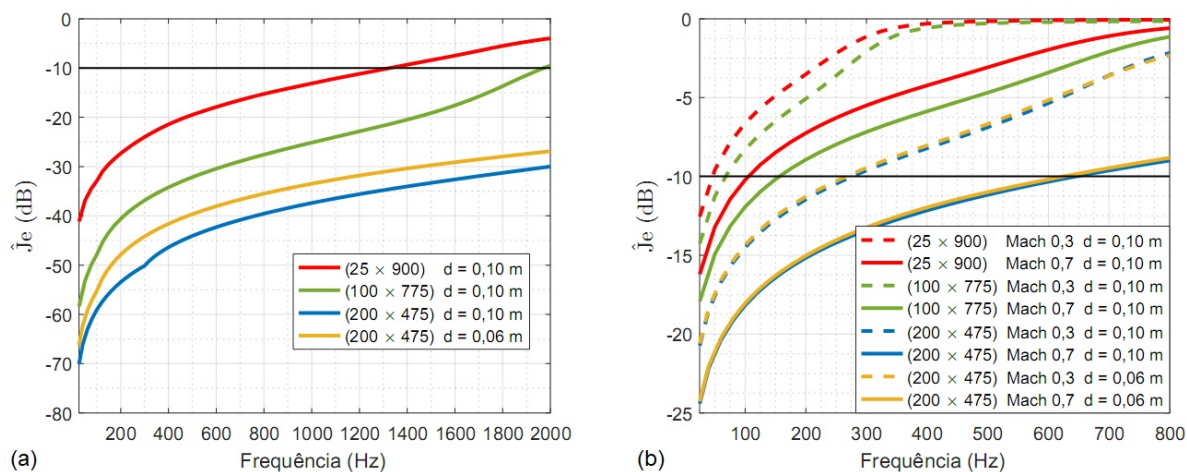


Figura 5.53. Erro quadrático médio, em função da frequência para duas distâncias, associado a síntese (MQ) do campo de pressão (a) difuso e (b) TBL para dois números de Mach (Fonte: o autor).

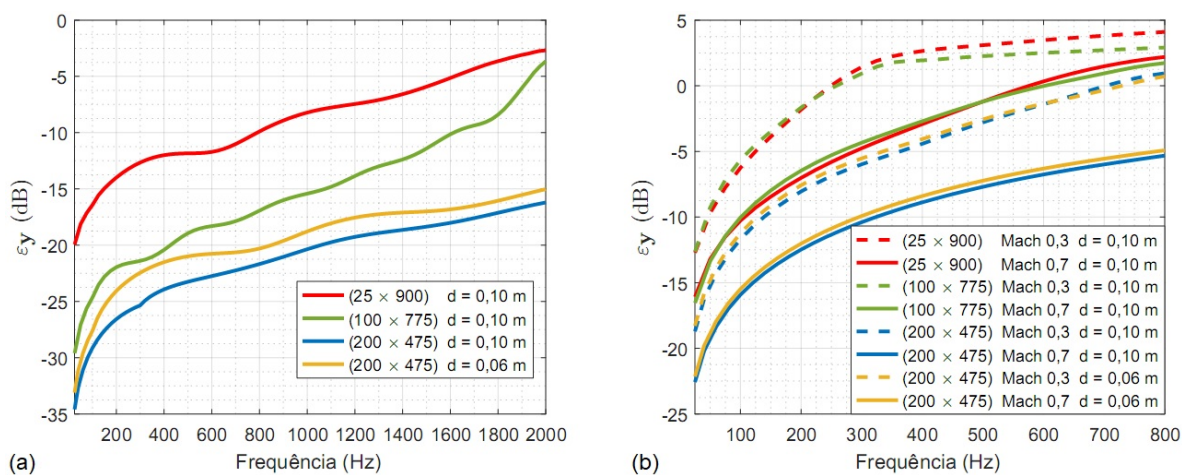


Figura 5.54. Erro residual, em função da frequência para duas distâncias, associado a síntese (MQ) do campo de pressão (a) difuso e (b) TBL para dois números de Mach (Fonte: o autor).

Capítulo 6

Conclusões

Conforme declarado no capítulo 1, os objetivos específicos deste trabalho são:

- Mostrar a capacidade de um arranjo plano de alto-falantes, modelado como monopolos, em sintetizar um campo de pressão acústica gerado por uma onda plana que incide em uma superfície plana e rígida.
- Mostrar que um arranjo plano de alto-falantes, controlado pelos seus FFARMs e NFARMs, pode ser usado para sintetizar um campo de pressão acústica gerado por uma onda plana que incide em uma superfície plana e rígida.
- Mostrar a viabilidade de sintetizar campos de pressão aleatórios, que incidem em uma superfície plana e rígida, utilizando os FFARMs e NFARMs de um arranjo plano de alto-falantes.

A seguir, estes tópicos são avaliados segundo informações obtidas nos capítulos 2, 3 e 5, respectivamente.

No capítulo 2 foi proposto um modelo acústico simplificado baseado em um arranjo plano de monopolos e um painel rígido de teste, onde o campo de pressão alvo a ser sintetizado foi o gerado por uma onda plana com determinada amplitude, inclinação e frequência. O método das fontes imagem foi usado para modelar o efeito do painel rígido no campo sonoro produzido pelo arranjo de fontes elementares. As intensidades dos monopolos foram obtidas a partir da distribuição de pressão acústica almejada sobre o painel através da solução do problema inverso via método dos mínimos quadrados (MQ) e decomposição em valores singulares truncada (TSVD).

Os resultados numéricos confirmam que é possível sintetizar, em campo próximo, a distribuição de pressão gerada por uma onda plana sobre um painel rígido para

diversas inclinações e frequências, mesmo sabendo que o modelo baseado em monopolos não é totalmente compatível com este tipo de distribuição de pressão sonora.

Os resultados também confirmam que tanto o erro de síntese quanto a norma do vetor de amplitudes das fontes aumentam com a inclinação da onda plana. Além disso, o aumento na distância entre o arranjo de fontes e o plano de síntese também resulta em uma elevação do número de condição $\kappa(\mathbf{A}_d)$ da matriz de transferência acústica. Resultados semelhantes são encontrados com o aumento do número de monopolos e pontos de medição usados no modelo. Entretanto, quanto maior a densidade de fontes acústicas, melhor será a reconstrução do campo de pressão pela síntese sonora.

Portanto, o condicionamento do modelo acústico parece não estar associado, necessariamente, com a qualidade da solução estimada, mas sim com a estabilidade da solução do sistema de funções de transferência acústica entre os monopolos e os pontos de medição. Assim, nem sempre o modelo com melhor condicionamento apresentará melhor resultado na síntese sonora. Em geral, um elevado $\kappa(\mathbf{A}_d)$ está associado a uma instabilidade da solução do modelo a perturbações no campo de pressão alvo.

No capítulo 3, o modelo acústico tornou-se um pouco mais realista à medida que a geometria, as condições de contorno, as fontes acústicas (representando os alto-falantes) e o painel rígido de teste foram modelados através do MEF. Novamente, a onda plana foi escolhida como alvo, pois campos sonoros arbitrários podem ser decompostos em um conjunto de ondas planas que viajam em diferentes direções.

Simulações numéricas (MEF) do modelo acústico permitiram a construção das matrizes de transferência acústica e velocidade de partícula. Estas matrizes foram usadas na construção da matriz que acopla a potência sonora, da qual são extraídos os FFARMs e NFARMs. Pela solução do problema inverso, via método dos mínimos quadrados, determinou-se o vetor ótimo de velocidade das fontes sonoras, onde os FFARMs e NFARMs mais eficientes foram usados na construção da matriz modal reduzida $\widetilde{\Psi}_d$ envolvida no processo de regularização da síntese sonora.

Os resultados baseados em MEF indicam que o arranjo plano de fontes acústicas foi capaz de sintetizar a distribuição de pressão de campo próximo gerada por uma onda plana que incide sobre um painel plano para vários ângulos de incidência e frequências. De fato, a análise do erro de síntese e a correspondente norma da solução, com e sem regularização, permitiu a identificação de bandas de frequência, ângulos de incidência e distâncias entre o arranjo fonte e o plano de síntese que levam a soluções viáveis.

Adicionalmente, o controle das fontes sonoras através de seus FFARMs e NFARMs mais eficientes foi investigado como uma técnica de regularização utilizada para prevenir a sobrecarga dos osciladores, a qual mostrou-se promissora em aplicações

de síntese sonora. No que diz respeito aos testes de transparência acústica de painéis planos, os resultados obtidos mostram que os NFARMs desempenham um papel importante no processo de síntese de campo de pressão próximo e não devem ser ignorados.

Os resultados numéricos confirmam que $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ pode ser reduzida aumentando a frequência e/ou diminuindo a distância d ou o número de ARMs retidos na regularização. No entanto, uma diminuição em $\|\mathbf{q}_{\text{ARM}}\|$ foi acompanhada por um aumento no erro de aproximação E_{ARM} e, portanto, uma condição de comprometimento deve ser considerada em uma situação típica de solução de problemas.

Portanto, o principal desafio na síntese sonora é encontrar esse compromisso sob a forma de um conjunto específico de restrições de projeto, o qual pode ser alcançado com o uso das ferramentas numéricas discutidas neste trabalho.

No capítulo 5, diversas configurações do modelo acústico foram testadas para demonstrar a viabilidade de sintetizar, em determinadas bandas de frequência e números de Mach, os campos de pressão aleatórios gerados pelos modelos difuso e TBL, que incidem em um painel rígido de teste.

A originalidade da tese, com relação à síntese dos campos de pressão aleatórios, mostra-se na caracterização teórica do modelo acústico através dos FFARMs e NFARMs mais eficientes, de forma a obter-se uma base adequada (matriz modal reduzida $\widetilde{\Psi}_a$) para o controle do arranjo de alto-falantes.

A regularização ARM permitiu recriar as propriedades estatísticas espaciais, tanto do campo acústico difuso como do parietal gerado pela TBL, de forma a evitar-se a sobrecarga dos alto-falantes. O comportamento das fontes acústicas foi verificada através da norma da velocidade quadrática média, para os casos com e sem regularização. O desafio da tese foi incorporar a matriz modal reduzida $\widetilde{\Psi}_a$ no processo de síntese do campo de pressão aleatório alvo, pois o painel a ser testado posiciona-se em frente ao arranjo de alto-falantes e em campo próximo, conduzindo a uma interação acústica complexa.

Os resultados numéricos mostram que os NFARMs constituem uma base adequada em comparação com os FFARMs para redução dos erros de síntese e velocidade das fontes, ou seja, a porção reativa da potência sonora não deve ser descartada, uma vez que desempenha papel importante no processo de síntese dos campos de pressão difuso e TBL.

O modelo acústico especial (200×475), apesar de ter uma densidade maior de fontes acústicas na direção transversal (*spanwise*) do escoamento turbulento, mostrou-se limitado para síntese do campo TBL, principalmente em escoamentos de baixa velocidade onde existe um alto número de comprimentos de correlação a serem sin-

tetizados sobre a superfície do painel de teste. Assim, a síntese sonora de um campo de pressão TBL, usando um arranjo uniforme de alto-falantes, parece estar limitada a baixa frequência e a escoamentos de alta velocidade devido ao rápido decaimento do comprimento de correlação *spanwise* à medida que a frequência aumenta.

Portanto, em frequências mais elevadas a síntese do campo de pressão TBL exigirá um arranjo muito mais denso e não uniforme de fontes acústicas, fisicamente menores, com desempenho limitado em baixas frequências.

6.1 Trabalhos Futuros

Na regularização (ARM) do processo de síntese sonora, foi utilizada uma quantidade igual de FFARMs e NFARMs mais eficientes para compor a matriz modal reduzida $\tilde{\Psi}_a$. Entretanto, em alguns casos, os resultados numéricos revelam que os NFARMs constituem uma base de decomposição vantajosa em relação aos FFARMs tanto na redução do erro de síntese quanto na velocidade das fontes. Assim, outras composições da matriz modal devem ser investigadas, principalmente, aquelas associadas com os NFARMs.

A síntese do campo de pressão TBL é muito mais exigente que do campo difuso, uma vez que os comprimentos de correlação *spanwise* e *streamwise* são muito diferentes. Portanto, investigações adicionais devem explorar outras geometrias para o arranjo de fontes, assim como uma disposição mais densa e não uniforme dos alto-falantes.

O modelo de Corcos, usado para descrever as flutuações da pressão parietal TBL neste trabalho, superestima os níveis espectrais nas regiões turbulentas onde o número de onda é baixo, além de ser limitado para reproduzir escoamentos de baixa velocidade. Portanto, outros modelos TBL devem ser testados, uma vez que a proposta do trabalho não era mostrar o impacto da escolha do modelo TBL sobre a síntese sonora.

Embora o critério de -10 dB para o erro quadrático médio tenha sido usado neste trabalho, outros critérios de erro poderiam ser testados, enfatizando diferentes aspectos da estrutura de correlação espacial. O critério de erro dependerá do uso para o qual a simulação se destina. Além disso, se o campo de pressão alvo é sintetizado a partir de um modelo conhecido, a precisão deste modelo também deve ser levada em conta ao avaliar o significado físico do critério de erro.

Neste trabalho, o modelo acústico tem uma representação MEF simplificada onde o painel de teste é suposto perfeitamente rígido. Em um experimento real, o painel de teste não se comportaria como rígido, assim deve ser explorado um refinamento na geometria, nas condições de contorno e nas propriedades físicas do modelo de forma a

recriar, aproximadamente, as condições de funcionamento de um aparato real. Desta forma, a simulação do campo de pressão TBL permitirá investigar, com certa precisão, o comportamento vibroacústico do painel de teste e suas implicações para a síntese sonora.

Os trabalhos experimentais de Elliott et al. (2005) e Bravo & Maury (2006) apresentam a metodologia para a reprodução *off-line* de campos de pressão aleatórios com características de correlação espacial determinadas. Portanto, um trabalho futuro poderia ser direcionado para a implementação experimental da técnica de simulação de campos de pressão aleatórios usando a matriz modal composta pelos FFARMs e/ou NFARMs mais eficientes como forma de regularização da síntese sonora.

Referências Bibliográficas

- Arenas, J. P. (2008). Numerical computation of the sound radiation from a planar baffled vibrating surface. *Journal of Computational Acoustics*, 16(03):321–341.
- Argentati, M. E. (2003). *Principal angles between subspaces as related to Rayleigh quotient and Rayleigh Ritz inequalities with applications to eigenvalue accuracy and an eigenvalue solver*. Ph.D. dissertation, Univ. Colorado, Denver.
- Balachandran, C. G. (1959). Random sound field in reverberant chambers. *Journal of the Acoustical Society of America*, 31:1319–1321.
- Bergman, T. L.; Lavine, A. S.; Incropera, F. P. & Dewitt, D. P. (2011). *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley and Sons.
- Berkooz, G.; Holmes, P. & Lumley, J. L. (1993). The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 25:539–576.
- Bhat, W. V. & Wilby, J. F. (1971). Interior noise radiated by an airplane fuselage subjected to turbulent boundary layer excitation and evaluation of noise reduction treatments. *Journal of Sound and Vibration*, 18:449–464.
- Blake, W. K. (1970). Turbulent boundary-layer wall-pressure fluctuations on smooth and rough walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 44:637–660.
- Blake, W. K. & Waterhouse, R. V. (1977). The use of cross-spectral density measurements in partially reverberant sound fields. *Journal of Sound and Vibration*, 54:589–599.
- Borgiotti, G. V. (1990). The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88:1883–1893.
- Borgiotti, G. V. & Jones, K. E. (1994). Frequency independence property of radiation spatial filters. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(6):3516–3524.

- Bravo, T. & Elliott, S. (2004). Variability of low frequency sound transmission measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115:2986–2997.
- Bravo, T. & Maury, C. (2006). The experimental synthesis of random pressure fields: methodology. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(5):2702–2711.
- Bravo, T. & Maury, C. (2007). Enhancing low frequency sound transmission measurements using a synthesis method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122:869–880.
- Bravo, T. & Maury, C. (2011). A synthesis approach for reproducing the response of aircraft panels to a turbulent boundary layer excitation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129:143–153.
- Bull, M. K. (1967). Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 28:719–754.
- Burdisso, R. A. & Fuller, C. R. (1994). Design of active structural acoustic control systems by eigenproperty assignment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96:1582–1591.
- Cabell, R. H.; Cox, D. E. & Gibbs, G. P. (2003). Interaction metrics for feedback control of sound radiation from stiffened panels. Em *44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, pp. 1–10.
- Chase, D. (1980). Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure. *Journal of Sound and Vibration*, 70:29–67.
- Chase, D. M. (1987). The character of the turbulent wall pressure spectrum at sub-convective wavenumbers and a suggested comprehensive model. *Journal of Sound and Vibration*, 112:125–147.
- Chen, P. T. & Ginsberg, J. H. (1995). Complex power, reciprocity and radiation modes for submerged bodies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99:3334–3341.
- Chien, C. F. & Soroka, W. W. (1976). Spatial cross-correlation of acoustic pressures in steady and decaying reverberant sound fields. *Journal of Sound and Vibration*, 48:235–242.
- Chu, W. T. (1979). Spatial cross-correlation of reverberant sound fields. *Journal of Sound and Vibration*, 62:309–311.

- Chun, I.; Rafaely, B. & Joseph, P. (2003). Experimental investigation of spatial correlation in broadband reverberant sound fields. *Journal of the Acoustical Society of America*, 113:1995–1998.
- Cohen, C. (1969). *An investigation of the geometry of subspaces for some multivariate statistical models*. Thesis (Ph.D.), Dept. of Indust. Eng., University of Illinois, Urbana.
- Cook, R. K.; Waterhouse, R. V.; Berendt, R. D.; Edelman, S. & Thompson, M. C. (1955). Measurements of correlation coefficients in reverberant sound fields. *Journal of the Acoustical Society of America*, 27:1072–1077.
- Corcos, G. M. (1964). The structure of the turbulent pressure field in boundary layer flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 18:353–378.
- Cunefare, K. A. (1991). The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(5):2521–2529.
- Cunefare, K. A. & Currey, M. N. (1994). On the exterior acoustic radiation modes of structures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(4):2302–2312.
- Cunefare, K. A.; Currey, M. N.; Johnson, M. E. & Elliott, S. J. (2001). The radiation efficiency grouping of free-space acoustic radiation modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109(1):203–215.
- Currey, M. N. & Cunefare, K. A. (1995). The radiation modes of baffled finite plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 98:1570–1580.
- Dahlquist, G.; Sjoberg, B. & Svensson, P. (1968). Comparison of the method of averages with the method of least squares. *Math. Comp.*, 22:833–845.
- Donadon, L. V.; Siviero, D. A.; Pasqual, A. M. & Arruda, J. R. F. (2008). Determinação experimental da perda de transmissão sonora em painéis. Em *XXII Encontro da Sociedade Brasileira de Acústica*, pp. 1–4.
- Efimtsov, B. M. (1982). Characteristics of the field of turbulent wall pressure fluctuations at large reynolds numbers. *Soviet Physics Acoustics*, 28:289–292.
- Efimtsov, B. M.; Kozlov, N. M.; Kravchenko, S. V. & Andersson, A. O. (1999). Wall pressure-fluctuation spectra at small forward-facing steps. *AIAA-99-1964*.
- Elliott, S. J. (2001). *Signal processing for active control*. Academic Press, London, UK.

- Elliott, S. J. & Johnson, M. E. (1993). Radiation modes and the active control of sound power. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94:2194–2204.
- Elliott, S. J.; Maury, C. & Gardonio, P. (2005). The synthesis of spatially correlated random pressure fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117:1186–1201.
- Fahy, F. (2001). *Foundations of engineering acoustics*. Academic Press.
- Farabee, T. M. & Casarella, M. J. (1991). Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 3:2410–2420.
- Gaudard, E.; Druault, P.; Marchiano, R. & Herpe, F. V. (2014). About the pod application for separating acoustic and turbulent fluctuations from wall pressure synthesised field. *Int. J. Aerodynamics*, 4:108–133.
- Gerges, S. N. Y. (1992). *Ruído: fundamentos e controle*. Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.
- Golub, G. H. & Loan, C. F. V. (1996). *Matrix computations, Third Edition*. Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD.
- Goodwin, P. W. (1994). An in-flight supersonic tbl surface pressure fluctuation model. *Contract No. NAS1-20013, Boeing Document No. D6-81571*.
- Goody, M. (2004). Empirical spectral model of surface pressure fluctuations. *AIAA Journal*, 42:1788–1794.
- Graham, W. R. (1997). A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures. *Journal of Sound and Vibration*, 206:541–565.
- Hansen, P. C. (1998). *Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion*. SIAM, Philadelphia.
- Hirschberg, A. & Rienstra, S. W. (2004). *An introduction to aeroacoustics*. Eindhoven University of Technology, The Netherlands.
- Holmes, P.; Lumley, J. L. & Berkooz, G. (1996). *Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry*. *Cambridge monographs on mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge.

- Howe, M. S. (1998). *Acoustics of fluid-structure interactions*. Cambridge University Press, Cambridge, England, UK.
- Hu, N.; Buchholz, H. & Herr, M. (2013). Contributions of different aeroacoustic sources to aircraft cabin noise. Em *Proc. 19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, pp. 2013–2030.
- ISO:140-3 (1995). Acoustics - measurement of sound insulation in buildings and of building elements - part 3: Laboratory measurements of airborne sound insulation of building elements.
- Jacobsen, F. (1979). *The diffuse sound field - statistical considerations concerning the reverberant field in the steady state*. Technical University of Denmark, Acoustic Laboratory, Technical Report No. 27.
- Jacobsen, F. (2007). *The sound field in a reverberation room*. Technical University of Denmark, Lyngby, Technical Report No. 31261.
- Jacobsen, F. & Roisin, T. (2000). The coherence of reverberant sound fields. *Journal of the Acoustical Society of America*, 108:204–210.
- Josserand, M. A. (1986). *Wavevector-frequency spectrum of transition zone wall pressure fluctuations*. PhD thesis, The Pennsylvania State University, University Park, PA.
- Kinsler, L. E.; Frey, A. R.; Coppens, A. B. & Sanders, J. V. (1982). *Fundamentals of acoustics*. John Wiley and Sons, New York.
- Kirkeby, O. & Nelson, P. A. (1993). Reproduction of plane wave sound fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94:2992–30000.
- Knyazev, A. V. (2001). Toward the optimal preconditioned eigensolver: Locally optimal block preconditioned conjugate gradient method. *SIAM J. Sci. Comput.*, 23:517–541.
- Kraichnan, R. H. (1956). Pressure fluctuations in turbulent flow over a flat plate. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28:378–390.
- Kundu, P. K.; Cohen, I. M. & Dowling, D. R. (2012). *Fluid mechanics*. Academic Press, Fifth Edition.
- Laganelli, A. L. & Wolfe, H. F. (1989). Prediction of fluctuating pressure in attached and separated tbl flow. Em *AIAA 12th Aeroacoustics Conference, AIAA-89-1064*.

- Lauchle, G. C. & Daniels, M. A. (1987). Wall-pressure fluctuations in turbulent pipe flow. *Physics of Fluids*, 30:3019–3024.
- Lilley, G. M. & Hodgson, T. H. (1960). On surface pressure fluctuations in turbulent boundary layers. *Advisory Group for Aeronautical Research and Development (AGARD) Report 276*.
- Liu, Z. & Maury, C. (2016). An improved method for the calculation of near-field acoustic radiation modes. *Journal of Sound and Vibration*, 363:316–328.
- Liu, Z. & Maury, C. (2017). Numerical and experimental study of near-field acoustic radiation modes of a baffled spherical cap. *Applied Acoustics*, 115:23–31.
- Lowson, M. V. (1968). Prediction of boundary layer pressure fluctuations. *Air Force Flight Dynamics Laboratory - Technical Report AFFDL-TR 67-167*.
- Lueptow, R. M. (1995). Transducer resolution and the turbulent wall pressure spectrum. *Journal of the Acoustical Society of America*, 97:370–378.
- Lumley, J. L. (1970). *Stochastic tools in turbulence. Applied mathematics and mechanics, vol. 12*. Academic Press, New York, USA.
- Maury, C. & Bravo, T. (2006). The experimental synthesis of random pressure fields: practical feasibility. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120:2712–2723.
- Maury, C. & Bravo, T. (2008). Analytic solutions to the acoustic source reconstruction problem. Em *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 464, pp. 1697–1718. The Royal Society.
- Maury, C. & Bravo, T. (2015). Spheroidal wave solutions for sound radiation problems in the near-field of planar structures. *Wave Motion*, 54:11–27.
- Maury, C. & Elliott, S. J. (2005). Analytic solutions of the radiation modes problem and the active control of sound power. Em *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 461, pp. 55–78. The Royal Society.
- Maury, C.; Gardonio, P. & Elliott, S. J. (2000). Model for the control of the sound radiated by an aircraft panel excited by a turbulent boundary layer. *ISVR Technical Report*, 287.

- Mellen, R. H. (1990). On modeling convective turbulence. *Journal of the Acoustical Society of America*, 88:2891–2893.
- Miller, T. S. (2011). *Turbulent boundary layer models for acoustic analysis*. PhD thesis, Wichita State University, Wichita, May, 2011.
- Miller, T. S.; Gallman, J. M. & Moeller, M. J. (2011). Review of turbulent boundary layer models for acoustic analysis. Em *Proceedings of the 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Florida, January, 2011*.
- Nélisse, H. & Nicolas, J. (1997). Characterization of a diffuse field in a reverberant room. *Journal of the Acoustical Society of America*, 101:3517–3524.
- Pachebat, M.; Totaro, N.; Chainais, P. & Collery, O. (2014). Synthèse en espace et temps du rayonnement acoustique d’une paroi sous excitation turbulente par synthèse spectrale 2d+t et formulation vibroacoustique directe. Em *Congrès Français d’acoustique 2014, Apr 2014, Poitiers, France*.
- Pasqual, A. M.; Arruda, J. R. F. & Herzog, P. (2010a). Application of acoustic radiation modes in the directivity control by a spherical loudspeaker array. *Acta Acustica united with Acustica*, 96(1):32–42.
- Pasqual, A. M. & Herzog, P. (2014). Pilotage d’un réseau de sources acoustiques à partir de ses modes de rayonnement. Em *Actes du 12e Congrès Français d’Acoustique*, pp. 1885–1891.
- Pasqual, A. M.; Herzog, P. & Arruda, J. R. F. (2010b). Theoretical and experimental analysis of the electromechanical behavior of a compact spherical loudspeaker array for directivity control. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(6):3478–3488.
- Pasqual, A. M. & Martin, V. (2011). On the acoustic radiation modes of compact regular polyhedral arrays of independent loudspeakers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130(3):1325–1336.
- Pasqual, A. M. & Martin, V. (2012). Optimal secondary source position in exterior spherical acoustical holophony. *Journal of Sound and Vibration*, 331(4):785–797.
- Peters, H.; Kessissoglou, N. & Marburg, S. (2013). Modal decomposition of exterior acoustic-structure interaction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(5):2668–2677.

- Peters, H.; Kessissoglou, N. & Marburg, S. (2014). Modal decomposition of exterior acoustic-structure interaction problems with model order reduction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(5):2706–2717.
- Rackl, R. & Weston, A. (2005). *Modeling of turbulent boundary layer surface pressure fluctuation auto and cross spectra – verification and adjustments based on TU-144LL data*. NASA/CR-2005-213938, Hampton, Virginia, 2005.
- Rafaely, B. (2000). Spatial-temporal correlation of a diffuse sound field. *Journal of the Acoustical Society of America*, 107:3254–3258.
- Robertson, J. E. (1971). Prediction of in-flight fluctuating pressure environments including protuberance induced flow. *NASA CR-119947*.
- Robin, O.; Berry, A. & Moreau, S. (2013). Reproduction of random pressure fields based on planar near field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133:3885–3899.
- Rocha, J. (2016). Impact of the chosen turbulent flow empirical model on the prediction of sound radiation and vibration by aircraft panels. *Journal of Sound and Vibration*, 373:285–301.
- Rocha, J.; Suleman, A. & Lau, F. (2012). Prediction of turbulent boundary layer induced noise in the cabin of a bwb aircraft. *Schok and Vibration*, 19:693–705.
- Schewe, G. (1983). On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary layer flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 134:311–328.
- Schlichting, H. & Gersten, K. (2017). *Boundary-layer theory*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Shin, K. & Hammond, J. K. (2008). *Fundamentals of signal processing for sound and vibration engineers*. John Wiley and Sons, England.
- Smol'yakov, A. V. (2000). Calculation of the spectra of pseudosound wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers. *Acoustical Physics*, 46:342–347.
- Smol'yakov, A. V. & Tkachenko, V. M. (1991). Model of a field of pseudosonic turbulent wall pressures and experimental data. *Soviet Physics Acoustics*, 37:627–631.
- Totaro, N.; Robert, G. & Guyader, J. L. (2008). Frequency averaged injected power under boundary layer excitation: an experimental validation. *Acta Acustica united with Acustica*, 94:534–547.

- Trivett, D. H.; Luker, L. D.; Petrie, S.; Buren, A. L. V. & Lue, J. E. (1990). A planar array for the generation of evanescent waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 87:2535–2540.
- Varah, J. M. (1970). Computing invariant subspaces of a general matrix when the eigensystem is poorly conditioned. *Math. Comp.*, 24:137–149.
- Waterhouse, R. V. (1968). Statistical properties of reverberant sound fields. *Journal of the Acoustical Society of America*, 43:1436–1444.
- Waterhouse, R. V. & Cook, R. K. (1976). Diffuse sound fields: eigenmode and free-wave models. *Journal of the Acoustical Society of America*, 59:576–581.
- Wedin, P. A. (1983). *On angles between subspaces of a finite dimensional inner product space*. B. Kagstron and Axel Ruhe (Eds.), *Matrix Pencils, Lecture Notes in Mathematics* 973, Springer-Verlag, Berlin.
- Williams, E. G. (1999). *Fourier acoustics: sound radiation and nearfield acoustical holography*. Academic press.
- Willmarth, W. W. & Wooldridge, C. E. (1962). Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 14:187–209.
- Wu, H.; Jiang, W. & Liu, Y. (2013). Analyzing acoustic radiation modes of baffled plates with a fast multipole boundary element method. *ASME - Journal of Vibration and Acoustics*, 135:011007–011007–7.
- Zhao, Z. G.; Huang, Q. B. & He, Z. (2007). Calculation of sound radiant efficiency and sound radiant modes of arbitrary shape structures by bem and general eigenvalue decomposition. *Applied Acoustics*, 69:796–803.

Apêndice A

Programas usados no capítulo 2

Programa 1 - Determinação da distribuição espacial do campo de pressão acústica de uma onda plana “alvo” e de sua síntese usando um arranjo de 5×5 monopolos, o qual está a uma distância $d=0,2$ m de um arranjo de 30×30 microfones posicionado sobre um painel rígido de teste. A onda plana tem amplitude unitária, frequência de 300 Hz e $\theta=90^\circ$. O processo de síntese sonora ocorre sem (MQ) e com regularização (TSVD).

```
close all
clear all
clc
% ===== Entrada de Dados =====
fHz = 300; % frequência da onda plana (Hz)
phi = pi/2; % ângulo de inclinação da onda plana (rad)
d = 0; % distância entre o painel rígido e o arranjo microfones (m)
dd = 0.2; % distância entre o arranjo de monopolos e o painel rígido (m)
amp = 1; % amplitude da onda plana
c = 343; % velocidade de propagação do som no ar (m/s)
ro = 1.21; % densidade de equilíbrio do meio (ar a 20C) (kg/m^3)
k = 2*pi*fHz/c; % número de onda acústico
qf = 5; % quantidade de monopolos na direção x ou y
qm = 30; % quantidade de microfones na direção x ou y
Lx = 0.5; % comprimento do arranjo de monopolos na direção x
Ly = 0.5; % comprimento do arranjo de monopolos na direção y
lx = 0.5; % comprimento do arranjo de microfones na direção x
ly = 0.5; % comprimento do arranjo de microfones na direção y
df = Lx/(qf-1); % distância igualmente espaçada entre os monopolos (m)
```

```

dm = lx/(qm-1); % distância igualmente espaçada entre os microfones (m)
ab = 0.5; % abertura do arranjo de monopolos (m)
trans =((qf-1)*df-(qm-1)*dm)/2; % translação para alinhamento dos arranjos
monopolos = (qf)^ 2; % quantidade de monopolos
microfones = (qm)^ 2; % quantidade de microfones
f_alias = (qm*c)/(2*lx*sin(atan(ab/(2*dd)))); % frequência de aliasing
% ===== Coordenadas dos Monopolos e Microfones =====
[Xf,Yf,Zf]=meshgrid(dd, 0:df:(qf-1)*df, 0:df:(qf-1)*df);
[Xm,Ym,Zm]=meshgrid(d, trans:dm:(qm-1)*dm+trans, trans:dm:(qm-1)*dm+trans);
% ===== Laços nos Monopolos e Microfones =====
A = zeros(microfones,monopolos);
p = zeros(length(Ym(1,:)),length(Ym(:,1)));
pr = zeros(1,microfones);
t = 0;
for a = 1:length(Ym(:,1)) % laço para o número de linhas (microfones)
for b = 1:length(Ym(1,:)) % laço para o número de colunas (microfones)
t = t + 1;
v = 0;
for l = 1:length(Yf(:,1)) % laço para o número de linhas (monopolos)
for m = 1:length(Yf(1,:)) % laço para o número de colunas (monopolos)
v=v+1;
% cálculo da distância entre o microfone(a,b) e o monopolo(l,m)
r1 = sqrt((Xm(a,b)-Xf(l,m))^ 2+(Ym(a,b)-Yf(l,m))^ 2+(Zm(a,b)-Zf(l,m))^ 2);
r2 = sqrt((Xm(a,b)+Xf(l,m))^ 2+(Ym(a,b)-Yf(l,m))^ 2+(Zm(a,b)-Zf(l,m))^ 2);
% matriz de transferência acústica entre os monopolos e os microfones
A(t,v)=(-1i*k*c*ro)*((exp(1i*k*r1)/(4*pi*r1))+(exp(1i*k*r2)/(4*pi*r2)));
end
end
% ===== Campo de Pressão Alvo =====
p(a,b) = amp*(exp(1i*(Xm(a,b)*k*cos(phi)+Ym(a,b)*k*sin(phi))));
pr(t) = p(a,b); % vetor do campo de pressão alvo (onda plana teórica)
end
end
cond_A = cond(A); % número de condição da matriz A
rank_A = rank(A);
% ===== Campo de Pressão Sintetizado (MQ) =====
q_ot = A\pr.'; % vetor de velocidade ótima

```

```

norma_MQ = norm(q_ot); % norma do vetor de velocidade ótima
erro_MQ = (norm(A*q_ot-pr.)/norm(pr))*100; % erro de aproximação (%)
p_MQ = reshape(A*q_ot,[30,30]).'; % campo de pressão
% ===== Campo de Pressão Sintetizado (TSVD) =====
b = pr. '; % vetor do campo de pressão alvo
tolerancia = 3000; % valores singulares < "tolerância" são descartados
k = rank(A,tolerancia); % número de valores singulares > tolerância
[U,s,V]=csvd(A); % decomposição compacta em valores singulares (função csvd)
% cálculo da solução SVD truncada (função tsvd)
[q_k,norma_residuo,norma_q]=tsvd(U,s,V,b,k);
q_TSVD = q_k; % vetor de velocidade ótima
norma_TSVD = norma_q; % norma do vetor de velocidade ótima
erro_TSVD = (norma_residuo/norm(b))*100; % erro de aproximação (%)
p_TSVD = reshape(A*q_TSVD,[30,30]).'; % campo de pressão
% ===== Resultados =====
{'cond_A',cond_A,'tolerância',tolerancia;...
' ||q_MQ|| ',norma_MQ;' ||q_TSVD|| ',norma_TSVD;...
'erro_MQ(%)',erro_MQ;'erro_TSVD(%)',erro_TSVD;...
'rank(A)',rank_A;'rank(A_TSVD)',k}
% ===== Gráficos =====
figure
surf(Ym(:,,:),Zm(:,,:),abs(p),angle(p)*180/pi)
xlim([0 0.5]); ylim([0 0.5]); zlim([0.9 1.1])
xlabel('y(m)'); ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude(Pressão)'); colorbar
figure
surf(Ym(:,,:),Zm(:,,:),abs(p_MQ),angle(p_MQ)*180/pi)
xlim([0 0.5]); ylim([0 0.5]); zlim([0.9 1.1])
xlabel('y(m)'); ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude(Pressão)'); colorbar
figure
surf(Ym(:,,:),Zm(:,,:),abs(p_TSVD),angle(p_TSVD)*180/pi)
xlim([0 0.5]); ylim([0 0.5]); zlim([0.9 1.1])
xlabel('y(m)'); ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude(Pressão)'); colorbar

```

Função csvd - Calcula a forma compacta da decomposição em valor singular da matriz de transferência acústica \mathbf{A}_d .

```

% s = csvd(A)
% [U,s,V] = csvd(A)
% [U,s,V] = csvd(A,'full')

% Calcula a forma compacta da SVD de A:
% A = U*diag(s)*V',
% onde
% U é a matriz de ordem  $m \times \min(m, n)$ 
% s é o vetor de valores singulares  $\min(m, n) \times 1$ 
% V é a matriz de ordem  $n \times \min(m, n)$ .

% Se o argumento "full" estiver presente, as formas completas de U e V
% são retornadas.

if (nargin == 1)
if (nargout > 1)
[m,n] = size(A);
if (m >= n)
[U,s,V] = svd(full(A),0); s = diag(s);
else
[V,s,U] = svd(full(A)',0); s = diag(s);
end
else
U = svd(full(A));
end
else

```


Função tsvd - Calcula a solução do problema inverso pela SVD truncada.

```

% [q_k,norma_residuo,norma_q] = tsvd(U,s,V,b,k)

% Calcula a solução SVD truncada:
% q_k = V(:,1:k)*inv(diag(s(1:k)))*U(:,1:k)'+b
% se k for um vetor, então a solução q_k será uma matriz tal que:
% q_k = [q_k(1), q_k(2), ... ]

% ATENÇÃO: U, s, e V devem ser calculados através da função “csvd”.
% b é o vetor que indica o campo de pressão alvo (onda plana).
% k é o número de valores singulares que são maiores que uma certa tolerância dada.
% A solução do problema inverso é indicada pelo vetor q_k.
% As normas da solução e do resíduo da aproximação são norma_q e norma_residuo.

[n,p] = size(V); lk = length(k);
if (min(k)<0 || max(k)>p)
error('parâmetro k de truncamento inválido')
end
q_k = zeros(n,lk);
norma_q = zeros(lk,1);
norma_residuo = zeros(lk,1);
beta = U(:,1:p)'+b;
xi = beta./s;
for j = 1:lk
i = k(j);
if (i>0)
q_k(:,j) = V(:,1:i)*xi(1:i);
norma_q(j) = norm(xi(1:i));
norma_residuo(j) = norm(beta(i+1:p));
end
end
if (nargout > 1 && size(U,1) > p)
norma_residuo = sqrt(norma_residuo.^2 + norm(b - U(:,1:p)*beta)^2);
end

```

Apêndice B

Programas usados no capítulo 3

Programa 1 - Determinação da eficiência de radiação sonora, em função da frequência, dos FFARMS e NFARMS a partir da matriz \mathbf{W}_d que acopla a potência sonora de um arranjo plano de 5×5 fontes acústicas, o qual está a uma distância d fixa de um arranjo plano de 30×30 microfones posicionado sobre um painel rígido de teste.

```
close all
clear all
clc
% ===== Entrada de Dados =====
r = 0.0445; % raio do alto-falante (m)
c = 343; % velocidade do som (m/s)
rho = 1.21; % densidade de equilíbrio do meio (ar a 20C) (kg/m^3)
nx = 5; % quantidade de alto-falantes na direção x
ny = 5; % quantidade de alto-falantes na direção y
S = (nx*ny)*(pi*r*r); % área aproximada do arranjo de fontes (m^2)
freq = (25:25:2000); % vetor de frequências utilizadas (passo de 25Hz)
s1 = zeros(nx*ny,1);
s2 = zeros(nx*ny,1);
s11 = zeros(nx*ny,1);
s22 = zeros(nx*ny,1);
V1 = zeros(nx*ny,nx*ny);
V2 = zeros(nx*ny,nx*ny);
erroGrA = zeros(nx*ny,1);
erroGrR = zeros(nx*ny,1);
eas = zeros(nx*ny,length(freq));
```

```

ers = zeros(nx*ny,length(freq));
% ===== Grupo de Radiação de Referência =====
% matriz que acopla a potência acústica (base de dados na frequência)
load(['Potencia/w' num2str(1)]);
[Wreal] = real(W);
[Wimag] = imag(W);
[AV1,D1] = eig(Wreal); % decomposição em autovalores (ativo)
[AV2,D2] = eig(Wimag); % decomposição em autovalores (reativo)
[ ,Is1] = sort(diag(D1),'descend'); % ordenando os autovalores (ativo)
[ ,Is2] = sort(diag(D2),'descend'); % ordenando os autovalores (reativo)
for j = 1:nx*ny
V1(:,j) = AV1(:,Is1(j)); % reordenando FFARMs usando Is1
V2(:,j) = AV2(:,Is2(j)); % reordenando NFARMs usando Is2
end
for i = 1:length(freq)
% matriz que acopla a potência acústica (base de dados na frequência)
load(['Potencia/w' num2str(i)]);
[Wreal] = real(W);
[Wimag] = imag(W);
[AV1,D1] = eig(Wreal); % decomposição em autovalores (ativo)
[AV2,D2] = eig(Wimag); % decomposição em autovalores (reativo)
% == Projção dos Autovetores no Grupo de Referência ==
for k = 1:nx*ny
for j = 1:nx*ny
ProjAV1 = V1(:,k)*pinv(V1(:,k))*AV1(:,j);
ProjAV2 = V2(:,k)*pinv(V2(:,k))*AV2(:,j);
erroGrA(j,k) = norm(AV1(:,j)-ProjAV1); % matriz de erro (ativo)
erroGrR(j,k) = norm(AV2(:,j)-ProjAV2); % matriz de erro (reativo)
end
end
[C1,I1] = min(erroGrA);
[C2,I2] = min(erroGrR);
for m = 1:nx*ny
DD1 = diag(D1);
s1(m,:) = DD1(I1(m),:);
V1(:,m) = AV1(:,I1(m));
DD2 = diag(D2);

```

```

s2(m,:) = DD2(I2(m),:);
V2(:,m) = AV2(:,I2(m));
end
s11 = cat(2,s11,s1);
s22 = cat(2,s22,s2);
end
% ===== Eficiências dos FFARMS e NFARMS =====
ea = ((2*nx*ny)/(rho*c*S))*s11(:,2:length(freq)+1);
er = ((2*nx*ny)/(rho*c*S))*s22(:,2:length(freq)+1);
for n = 1:nx*ny
eas(n,:) = smooth(ea(n,:),0.1,'sgolay');
ers(n,:) = smooth(er(n,:),0.1,'sgolay');
end
% ===== Gráficos =====
figure
plot(freq,eas(1,:),freq,eas(2,:),freq,eas(3,:),freq,eas(4,:),freq,eas(5,:),...
freq,eas(6:25,:),'-green','LineWidth',1);
legend('ARM #1','ARM #2','ARM #3','ARM #4','ARM #5','Outros ARMs');
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('Eficiência (\sigma^A)')
xlim([25 2000])
ylim([-0.01 0.07])
x = [25 2000];
y = [0 0];
line(x,y,'LineStyle','-','LineWidth',1,'Color',[0 0 0]);
figure
plot(freq,ers(1,:),freq,ers(2,:),freq,ers(3,:),freq,ers(4,:),freq,ers(5,:),...
freq,ers(6:25,:),'-green','LineWidth',1);
legend('ARM #1','ARM #2','ARM #3','ARM #4','ARM #5','Outros ARMs');
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('Eficiência (\sigma^R)')
xlim([25 2000])
ylim([-0.01 0.02])
x = [25 2000];
y = [0 0];
line(x,y,'LineStyle','-','LineWidth',1,'Color',[0 0 0]);

```

Programa 2 - Determinação das matrizes modais FFARMs e NFARMs a partir da matriz $\mathbf{W}_{\hat{d}}$ que acopla a potência sonora de um arranjo plano de 5×5 fontes acústicas, o qual está a uma distância $d = 0,1$ m de um arranjo plano de 30×30 microfones posicionado sobre um painel rígido de teste.

```

close all
clear all
clc
% ===== Entrada de Dados =====
nx = 5; % quantidade de alto-falantes na direção x
ny = 5; % quantidade de alto-falantes na direção y
freq = (25:25:1600); % vetor de frequências utilizadas (passo de 25Hz)
A = zeros(nx*ny,nx*ny);
R = zeros(nx*ny,nx*ny);
erroGrA = zeros(nx*ny,1);
erroGrR = zeros(nx*ny,1);
index1 = zeros(1,nx*ny);
index2 = zeros(1,nx*ny);
% ===== Grupo de Radiação de Referência =====
% matriz que acopla a potência acústica (base de dados na frequência)
load(['Potencia/w' num2str(1)]);
[Wreal] = real(W);
[Wimag] = imag(W);
[AV1,D1] = eig(Wreal); % decomposição em autovalores (ativo)
[AV2,D2] = eig(Wimag); % decomposição em autovalores (reativo)
[ ,Is1] = sort(diag(D1),'descend'); % ordenando os autovalores (ativo)
[ ,Is2] = sort(diag(D2),'descend'); % ordenando os autovalores (reativo)
for j = 1:nx*ny
A(:,j) = AV1(:,Is1(j)); % reordenando FFARMs usando Is1
R(:,j) = AV2(:,Is2(j)); % reordenando NFARMs usando Is2
end
save(['ARM/a' num2str(1)],'A') % salvando a matriz modal FFARMs
save(['ARM/r' num2str(1)],'R') % salvando a matriz modal NFARMs
% == Projecção dos Autovetores no Grupo de Referência ==
for i = 2:length(freq)
% matriz que acopla a potência acústica (base de dados na frequência)

```

```

load(['Potencia/w' num2str(i)]);
[Wreal] = real(W);
[Wimag] = imag(W);
[AV1,D1] = eig(Wreal); % decomposição em autovalores (ativo)
[AV2,D2] = eig(Wimag); % decomposição em autovalores (reativo)
for m = 1:nx*ny
for n = 1:nx*ny
ProjAV1 = A(:,m)*pinv(A(:,m))*AV1(:,n);
ProjAV2 = R(:,m)*pinv(R(:,m))*AV2(:,n);
erroGrA(n,m) = norm(AV1(:,n)-ProjAV1); % matriz de erro (ativo)
erroGrR(n,m) = norm(AV2(:,n)-ProjAV2); % matriz de erro (reativo)
end
end
% ===== Análise das Matrizes de Erro =====
for j = 1:length(erroGrR(1,:))
erro1 = erroGrA(:,j);
erro2 = erroGrR(:,j);
[C1,I1] = min(erro1);
[C2,I2] = min(erro2);
index1(j) = I1;
index2(j) = I2;
erroGrA(I1,:) = 10;
erroGrR(I2,:) = 10;
end
% ===== Matrizes Modais FFARMs e NFARMs =====
A = zeros(nx*ny,nx*ny);
R = zeros(nx*ny,nx*ny);
for k = 1:nx*ny
A(:,k) = AV1(:,index1(k)); % reordenando FFARMs usando index1
R(:,k) = AV2(:,index2(k)); % reordenando NFARMs usando index2
end
save(['ARM/a' num2str(i)], 'A') % salvando a matriz modal FFARMs
save(['ARM/r' num2str(i)], 'R') % salvando a matriz modal NFARMs
end

```

Programa 3 - Determinação da norma do vetor de velocidade das fontes e do erro de aproximação relativo da síntese sonora (MQ e 5FFARMS+5NFARMS) de uma onda plana alvo de amplitude unitária em função da sua inclinação e frequência.

```

close all
clear all
clc
% ===== Entrada de Dados =====
c = 343; % velocidade do som (m/s)
d = 0.1; % distância entre o arranjo de alto-falantes e o painel rígido
amp = 1; % amplitude da onda plana
i = 5; % quantidade de ARMs utilizados (i + i)
n = 21; % quantidade de ângulos de inclinação utilizados (passo de pi/40 rad)
m = 64; % quantidade de frequências utilizadas (passo de 25Hz)
erro_MQ = zeros(n,m);
erro_ARM = zeros(n,m);
norma_q_ot = zeros(n,m);
norma_q_ARM = zeros(n,m);
erro_ARM_s = zeros(n,m);
norma_q_ARM_s = zeros(n,m);
% ===== Coordenadas dos Microfones =====
[Y,Z] = meshgrid(0:0.5/29:0.5, 0:0.5/29:0.5);
% ===== Laços na Inclinação e Frequência =====
phi = zeros(1,n);
fHz = zeros(1,m);
for u = 1:n
    phi(u) = (u-1)*pi/40; % ângulo de inclinação da onda plana (rad)
    for j = 1:m
        fHz(j) = 25*j; % frequência de referência da onda plana (passo de 25Hz)
        k = fHz(j)*2*pi/c; % número de onda acústico
        % ===== Campo de Pressão Alvo =====
        p = zeros(length(Y(1,:)),length(Y(:,1)));
        pr = zeros(1,m);
        t=0;
        for a = 1:length(Y(:,1)) % laço para o número de linhas (microfones)
            for b = 1:length(Y(1,:)) % laço para o número de colunas (microfones)
                t = t + 1;
            
```

```

p(a,b) = amp*(exp(1i*(d*k*cos(phi(u))+Y(a,b)*k*sin(phi(u))));
pr(t) = p(a,b); % vetor do campo de pressão (onda plana teórica)
end; end
% ===== Campo de Pressão Sintetizado (MQ) =====
% matriz de transferência acústica (base de dados na frequência)
load(['DADOS/Pressao/p' num2str(j)]);
G = C; % matriz de transferência acústica
q_ot = G\pr.; % vetor de velocidade ótima
norma_q_ot(u,j) = norm(q_ot); % norma do vetor de velocidade ótima
erro_MQ(u,j) = (norm(G*q_ot-pr.)/norm(pr))*100; % erro de aproximação
% ===== Campo de Pressão Sintetizado (ARMs) =====
% matrizes modais FFARMs e NFARMs (base de dados na frequência)
load(['DADOS/ARM/a' num2str(j)]);
load(['DADOS/ARM/r' num2str(j)]);
H = [A(:,1:i) R(:,1:i)]; % matriz modal composta (FFARMs + NFARMs)
GH = G*H;
alpha_ot = GH\pr.; % vetor de contribuição ótima dos ARMs
q_ot_ARM = H*alpha_ot; % vetor de velocidade ótima
norma_q_ARM(u,j) = norm(q_ot_ARM); % norma do vetor de velocidade
erro_ARM(u,j) = (norm(G*q_ot_ARM-pr.)/norm(pr))*100; % erro de aproximação
end; end
for i = 1:21
erro_ARM_s(i,:) = smooth(erro_ARM(i,:),0.1,'sgolay');
norma_q_ARM_s(i,:) = smooth(norma_q_ARM(i,:),0.1,'sgolay');
end
% ===== Gráficos =====
figure
surf(fHz,phi*180/pi,norma_q_ot); colorbar; xlim([0 1600])
ylim([0 90]); zlim([0.005 0.135]); ylabel('\theta (graus)')
xlabel('Frequência (Hz)'); zlabel('||\bfq_MQ||')
figure
surf(fHz,phi*180/pi,norma_q_ARM_s); colorbar; xlim([0 1600])
ylim([0 90]); zlim([0.005 0.071]); ylabel('\theta (graus)')
xlabel('Frequência (Hz)'); zlabel('||\bfq_ARM||')
figure
surf(fHz,phi*180/pi,erro_MQ); colorbar; xlim([0 1600]); ylim([0 90])
ylabel('\theta (graus)'); xlabel('Frequência (Hz)'); zlabel('E_MQ (%)')

```



```
figure
surf(fHz,phi*180/pi,erro_ARM_s); colorbar; xlim([0 1600]); ylim([0 90])
ylabel('\theta (graus)'); xlabel('Frequência (Hz)'); zlabel('E_ARM (%)')
```

Programa 4 - Determinação da distribuição espacial do campo de pressão acústica de uma onda plana alvo e de sua síntese. A onda plana alvo tem amplitude unitária, frequência de 200 Hz e incidência normal sobre um painel rígido de teste. A síntese ocorre sem regularização (MQ) e com regularização usando uma quantidade crescente de (FFARMS + NNFARMS).

```
close all
clear all
clc
% ===== Entrada de Dados =====
c = 343; % velocidade do som (m/s)
rho = 1.21; % densidade de equilíbrio do meio (ar a 20C) (kg/m^3)
mx = 30; % quantidade de microfones na direção x
my = 30; % quantidade de microfones na direção y
m = mx * my; % quantidade total de microfones
d = 0.1; % distância entre o arranjo de alto-falantes e o painel rígido
amp = 1; % amplitude da onda plana
n = 12; % quantidade máxima de FFARMS ou NNFARMS utilizados
phi = 0; % ângulo de incidência da onda plana (rad)
fHz = 200; % frequência de referência da onda plana (Hz)
k = fHz*2*pi/c; % número de onda acústico
index = fHz/25; % índice da matriz na frequência (passo de 25Hz)
% ===== Coordenadas dos Microfones =====
[Y,Z] = meshgrid(0:0.5/29:0.5, 0:0.5/29:0.5);
% ===== Campo de Pressão Alvo =====
p = zeros(length(Y(1,:)),length(Y(:,1)));
pr = zeros(1,m);
t = 0;
for a = 1:length(Y(:,1)) % laço para o número de linhas (microfones)
for b = 1:length(Y(1,:)) % laço para o número de colunas (microfones)
t = t + 1;
p(a,b) = amp*(exp(1i*(d*k*cos(phi)+Y(a,b)*k*sin(phi))));
```

```

pr(t) = p(a,b); % vetor do campo de pressão (onda plana teórica)
end
end
% ===== Campo de Pressão Sintetizado (MQ) =====
% matriz de transferência acústica (base de dados na distância)
load(['DADOS/Pressao/p' num2str(index)]);
G = C; % matriz de transferência acústica
Num_Cond_G = cond(G); % número de condição da matriz G
q_ot = G\pr.'; % vetor de velocidade ótima
norma_q_ot = norm(q_ot); % norma do vetor de velocidade ótima
erro_MQ = (norm(G*q_ot-pr.)/norm(pr)); % erro de aproximação
pr_MQ = G*q_ot; % onda plana sintetizada sem regularização
% ===== Campo de Pressão Sintetizado (ARMs) =====
erro_ARM = zeros(1,n);
norma_q_ARM = zeros(1,n);
pr_ARM = zeros(m,n);
% matrizes modais FFARMs e NFARMs (base de dados na distância)
load(['DADOS/ARM/a' num2str(index)]);
load(['DADOS/ARM/r' num2str(index)]);
for j = 1:n % variação da quantidade de ARMs
H = [A(:,1:j) R(:,1:j)]; % matriz modal composta (FFARMs + NFARMs)
GH = G*H;
alpha_ot = GH\pr.'; % vetor de contribuição ótima dos ARMs
q_ot_ARM = H*alpha_ot; % vetor de velocidade ótima
norma_q_ARM(j) = norm(q_ot_ARM); % norma do vetor de velocidade
erro_ARM(j) = (norm(G*q_ot_ARM-pr.)/norm(pr)); % erro de aproximação
pr_ARM(:,j) = G*q_ot_ARM; % onda plana sintetizada com regularização
end
% ===== Comparação das Métricas de Controle =====
resultados = table({'MQ';'(2+2)ARMs';'(5+5)ARMs';'(8+8)ARMs';...
'(12+12)ARMs'},[num2str(norma_q_ot);num2str(norma_q_ARM(2));...
num2str(norma_q_ARM(5));num2str(norma_q_ARM(8));...
num2str(norma_q_ARM(12))],[num2str(erro_MQ,'%10.2e');...
num2str(erro_ARM(2),'%10.2e');num2str(erro_ARM(5),'%10.2e');...
num2str(erro_ARM(8),'%10.2e');num2str(erro_ARM(12),'%10.2e')],...
'VariableNames',{'Metodo' 'Norma_q' 'Erro_Relativo'})

```

```

% ===== Gráficos =====
subplot(3,2,1)
surf(Y,Z,abs(p),angle(p)*180/pi); title('\rm (a) onda plana alvo');
xlim([0 0.5]); ylim([0 0.5]); zlim([0.95 1.05]); xlabel('y(m)');
ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude (Pressão)'); colorbar
subplot(3,2,2)
surf(Z,Y,abs(reshape(pr_MQ,[30,30])),angle(reshape(pr_MQ,[30,30]))*180/pi);
title('\rm (b) síntese sem regularização (MQ)'); xlim([0 0.5]);ylim([0 0.5]);
xlabel('y(m)'); ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude (Pressão)');zlim([0.7 1.2]);colorbar
subplot(3,2,3)
surf(Z,Y,abs(reshape(pr_ARM(:,2),[30,30])),angle(reshape(pr_ARM(:,2),[30,30]))*180/pi);
title('\rm (c) 2 FFARMs + 2 NFARMs'); xlim([0 0.5]); ylim([0 0.5]); xlabel('y(m)');
ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude (Pressão)'); zlim([0.7 1.2]); colorbar
subplot(3,2,4)
surf(Z,Y,abs(reshape(pr_ARM(:,5),[30,30])),angle(reshape(pr_ARM(:,5),[30,30]))*180/pi);
title('\rm (d) 5 FFARMs + 5 NFARMs'); xlim([0 0.5]); ylim([0 0.5]); xlabel('y(m)');
ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude (Pressão)'); zlim([0.7 1.2]); colorbar
subplot(3,2,5)
surf(Z,Y,abs(reshape(pr_ARM(:,8),[30,30])),angle(reshape(pr_ARM(:,8),[30,30]))*180/pi);
title('\rm (e) 8 FFARMs + 8 NFARMs'); xlim([0 0.5]); ylim([0 0.5]); xlabel('y(m)');
ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude (Pressão)'); zlim([0.7 1.2]); colorbar
subplot(3,2,6)
surf(Z,Y,abs(reshape(pr_ARM(:,12),[30,30])),angle(reshape(pr_ARM(:,12),[30,30]))*180/pi);
title('\rm (f) 12 FFARMs + 12 NFARMs'); xlim([0 0.5]); ylim([0 0.5]); xlabel('y(m)');
ylabel('x(m)'); zlabel('Amplitude (Pressão)'); zlim([0.7 1.2]); colorbar

```

Programa 5 - Determinação do erro de aproximação (E_{MQ} , E_{ARM} , E_{NFARM} e E_{FFARM}) e da norma da solução ($\|\mathbf{q}_{MQ}\|$, $\|\mathbf{q}_{ARM}\|$, $\|\mathbf{q}_{NFARM}\|$ e $\|\mathbf{q}_{FFARM}\|$) em função da frequência para duas distâncias fixas entre o arranjo de fontes e o painel rígido de teste. A onda plana tem amplitude unitária e incidência normal sobre o painel rígido de teste.

```
close all
```

```
clear all
```

```
clc
```

```
% ===== Entrada de Dados =====
```

```
c = 343; % velocidade do som (m/s)
```

```
mx = 30; % quantidade de microfones na direção x
```

```

my = 30; % quantidade de microfones na direção y
m = mx*my; % quantidade total de microfones
amp = 1; % amplitude da onda plana
phi = 0; % ângulo de incidência da onda plana
i = 5; % quantidade de ARMs utilizados (i + i)
n = 2; % quantidade de distâncias utilizadas
f = 64; % quantidade de frequências utilizadas (passo de 25Hz)
norma_q_ot = zeros(n,f); erro_MQ = zeros(n,f);
norma_q_ARM = zeros(n,f); erro_ARM = zeros(n,f);
norma_q_ARM_a = zeros(n,f); erro_ARM_a = zeros(n,f);
norma_q_ARM_r = zeros(n,f); erro_ARM_r = zeros(n,f);
norma_q_ARM_s = zeros(n,f); erro_ARM_s = zeros(n,f);
norma_q_ARM_a_s = zeros(n,f); erro_ARM_a_s = zeros(n,f);
norma_q_ARM_r_s = zeros(n,f); erro_ARM_r_s = zeros(n,f);
% ===== Coordenadas dos Microfones =====
[Y,Z] = meshgrid(0:0.5/29:0.5, 0:0.5/29:0.5);
% ===== Laços na Distância e Frequência =====
d = zeros(1,n); fHz = zeros(1,f);
for u = 1:n
if u == 1
d(1) = 0.06; % distância do arranjo alto-falantes e o painel de testes
else
d(2) = 0.1; % distância do arranjo alto-falantes e o painel de teste
end
for j = 1:f
fHz(j) = 25*j; % frequência de referência da onda plana (Hz)
k = fHz(j)*2*pi/c; % número de onda acústico
% ===== Campo de Pressão Alvo =====
p = zeros(length(Y(1,:)),length(Y(:,1)));
pr = zeros(1,m);
t = 0;
for a = 1:length(Y(:,1)) % laço para o número de linhas (microfones)
for b = 1:length(Y(1,:)) % laço para o número de colunas (microfones)
t = t + 1;
p(a,b) = amp*(exp(1i*(d(u)*k*cos(phi)+Y(a,b)*k*sin(phi))));
pr(t) = p(a,b); % vetor do campo de pressão (onda plana teórica)
end
end

```

```

end
% ===== Campo de Pressão Sintetizado (MQ) =====
% matriz de transferência acústica (base de dados na frequência)
load(['distancia/d' num2str(u) '/Pressao/p' num2str(j)]);
G = C; % matriz de transferência acústica
q_ot = G\pr'; % vetor de velocidade ótima estimada
norma_q_ot(u,j) = norm(q_ot); % norma do vetor de velocidade
erro_MQ(u,j) = (norm(G*q_ot-pr')/norm(pr))*100; % erro de aprox.
% ===== Campo de Pressão Sintetizado (ARMs) =====
% matrizes modais FFARMs e NFARMs (base de dados na frequência)
load(['distancia/d' num2str(u) '/ARM/a' num2str(j)]);
load(['distancia/d' num2str(u) '/ARM/r' num2str(j)]);
H = [A(:,1:i) R(:,1:i)]; % matriz modal composta (FFARMs + NFARMs)
GH = G*H;
alpha_ot = GH\pr'; % vetor de contribuição ótima dos ARMs
q_ot_ARM = H*alpha_ot; % vetor de velocidade ótima estimada
norma_q_ARM(u,j) = norm(q_ot_ARM); % norma do vetor de velocidade
erro_ARM(u,j)=(norm(G*q_ot_ARM-pr')/norm(pr))*100; % erro de aprox.
Ha = A(:,1:2*i); % matriz modal FFARMs
GHa = G*Ha;
alpha_ot_a = GHa\pr'; % vetor de contribuição ótima dos FFARMs
q_ot_ARM_a = Ha*alpha_ot_a; % vetor de velocidade ótima estimada
norma_q_ARM_a(u,j) = norm(q_ot_ARM_a); % norma do vetor de velocidade
erro_ARM_a(u,j)=(norm(G*q_ot_ARM_a-pr')/norm(pr))*100; % erro de aprox.
Hr = R(:,1:2*i); % matriz modal NFARMs
GHr = G*Hr;
alpha_ot_r = GHr\pr'; % vetor de contribuição ótima dos NFARMs
q_ot_ARM_r = Hr*alpha_ot_r; % vetor de velocidade ótima estimada
norma_q_ARM_r(u,j) = norm(q_ot_ARM_r); % norma do vetor de velocidade
erro_ARM_r(u,j)=(norm(G*q_ot_ARM_r-pr')/norm(pr))*100; % erro de aprox.
end
end
for i=1:n
erro_ARM_s(i,:) = smooth(erro_ARM(i,:),0.1,'moving');
norma_q_ARM_s(i,:) = smooth(norma_q_ARM(i,:),0.1,'moving');
erro_ARM_a_s(i,:) = smooth(erro_ARM_a(i,:),0.1,'moving');
norma_q_ARM_a_s(i,:) = smooth(norma_q_ARM_a(i,:),0.1,'moving');

```

```

erro_ARM_r_s(i,:) = smooth(erro_ARM_r(i,:),0.1,'moving');
norma_q_ARM_r_s(i,:) = smooth(norma_q_ARM_r(i,:),0.1,'moving');
end
% ===== Gráficos =====
figure
subplot(1,2,1)
plot(fHz,erro_MQ(1,:),'blue',fHz,erro_MQ(2,:),'red',...
fHz,erro_ARM_s(1,:),'-blue',fHz,erro_ARM_s(2,:),'-red')
legend('0,06m MQ','0,10m MQ','0,06m ARM','0,10m ARM');
xlim([25 1000]); xlabel('Frequência (Hz)'); ylabel('E(%)')
subplot(1,2,2)
plot(fHz,norma_q_ot(1,:),'blue',fHz,norma_q_ot(2,:),'red',...
fHz,norma_q_ARM_s(1,:),'-blue',fHz,norma_q_ARM_s(2,:),'-red')
legend('0,06m MQ','0,10m MQ','0,06m ARM','0,10m ARM');
xlim([25 1000]); xlabel('Frequência (Hz)'); ylabel('||\bfq||')

figure
subplot(1,2,1)
plot(fHz,erro_ARM_s(1,:),'-blue',fHz,erro_ARM_s(2,:),'-red',...
fHz,erro_ARM_r_s(1,:),'-',fHz,erro_ARM_r_s(2,:),'-',...
fHz,erro_ARM_a_s(1,:),'blue',fHz,erro_ARM_a_s(2,:),'red')
legend('0.06m ARM','0.10m ARM','0.06m NFARM',...
'0.10m NFARM','0.06m FFARM','0.10m FFARM');
xlim([25 1000]); xlabel('Frequência (Hz)'); ylabel('E(%)')
subplot(1,2,2)
plot(fHz,norma_q_ARM_s(1,:),'-blue',fHz,norma_q_ARM_s(2,:),'-red',...
fHz,norma_q_ARM_r_s(1,:),'-',fHz,norma_q_ARM_r_s(2,:),'-',...
fHz,norma_q_ARM_a_s(1,:),'blue',fHz,norma_q_ARM_a_s(2,:),'red')
legend('0.06m ARM','0.10m ARM','0.06m NFARM',...
'0.10m NFARM','0.06m FFARM','0.10m FFARM');
xlim([25 1000]); xlabel('Frequência (Hz)'); ylabel('||\bfq||')

```

Apêndice C

Programas usados no capítulo 5

Programa 1 - Determinação da PSD média do campo de pressão difuso para uma frequência de até 6000 Hz usando a função "Periodogram" do Matlab.

```
clear all
close all
clc
% ===== Entrada de Dados =====
m = 10000; % quantidade de simulações da PSD
N = 1200; % quantidade de ondas planas
amp = 20000; % amplitude de referência da onda plana
Nw = 2^15; % quantidade "par" de frequências
c = 343; % velocidade do som (m/s)
fs = 12000; % frequência de amostragem (amostras/s)
% coordenadas cartesianas de um ponto qualquer de medição
x = 0.25; y = 0.25; z = 0.10;
% vetor de tempo (segundos)
T = Nw/fs; % duração do sinal (s)
vect = 0:1/fs:T-1/fs;
% vetor de frequências (rad/s)
vecw = (0:1/T:fs-1/T)*2*pi; % 1/T é a resolução em frequência (Hz)
% ===== Criação do Campo Difuso (frequência) =====
psd_2 = zeros(Nw/2+1,1);
for L = 1:m
    TFP = zeros(1,Nw);
    Nteta = round(sqrt(N)); % quantidade de ângulos polares (teta)
```

```

for i = 1:Nteta % amostragem do ângulo polar (teta)
teta = (pi/Nteta)*i; % ângulo polar (rad); teta = 0 => eixo z positivo
% quantidade de ângulos azimutais (fi)
Nfi = round((pi*N/(2*Nteta))*sin(pi*i/Nteta));
for v = 1:Nfi % amostragem do ângulo azimutal (fi)
fi = (2*pi/Nfi)*v; % ângulo de azimute (rad); fi = 0 => eixo x positivo
% vetor unitário normal à frente de onda:
vecn = [cos(fi)*sin(teta) sin(fi)*sin(teta) cos(teta)];
% amplitude aleatória da onda plana com distribuição uniforme
% fase aleatória com distribuição uniforme no intervalo [0,2*pi] rad
AwT = (amp*rand)*exp(1i*rand(1,Nw/2+1)*2*pi);
for j = 1:Nw/2+1 % amostragem na frequência
k = vecw(j)/c; % número de onda
TFp(j) = TFp(j) + AwT(j) * exp(1i*k*(vecn*[x;y;z]));
if j > 1 && j < Nw/2+1
TFp(Nw-j+2) = conj(TFp(j));
end; end; end; end
TFp2 = TFp/sqrt(N); % campo difuso resultante (frequência)
% ===== Criação do Campo Difuso (tempo) =====
p = ifft(TFp2);
% ===== Cálculo da Autocorrelação (tempo) =====
maxlags = Nw/2;
[Rp, lags] = xcorr(real(p),real(p),maxlags,'unbiased');
% ===== Cálculo da PSD - (Periodogram) =====
M = length(Rp);
psd_1 = periodogram(Rp,rectwin(M),M,fs);
psd_2 = psd_2 + psd_1;
end
% ===== PSD Média (base de dados) =====
psd_media = psd_2./m; % consolidando a PSD média
freq = 0:fs/length(Rp):fs/2;
psd_difuso = [freq;psd_media];
save('psd_difuso','psd_difuso')
% ===== Gráfico da PSD Média =====
plot(freq,psd_media); title('PSD Média (Periodogram)')
xlabel('frequência (Hz)');
ylabel('$S_{0}(f) (\mathrm{Pa})^2/\mathrm{Hz}$','Interpreter','latex')

```


Programa 2 - Determinação, através do modelo acústico (200×475), da norma da velocidade quadrática média, do erro quadrático médio e do erro residual, referente a síntese com (ARM) e sem (MQ) regularização dos campos de pressão difuso e TBL em função da frequência para alguns números de Mach. Além da determinação do número de condição da matriz de transferência acústica \mathbf{A}_d em função da frequência.

```

clear all
close all
clc
% ===== Entrada de Dados =====
c = 343; % velocidade do som (m/s)
rho = 1.21; % densidade de equilíbrio do meio (ar a 20C em 1 atm) (kg/m^3)
mx = 25; % quantidade de microfones na direção x
my = 19; % quantidade de microfones na direção y
lx = 0.50; % comprimento do painel de teste na direção x (m)
ly = 0.38; % comprimento do painel de teste na direção y (m)
m1 = 300; % tamanho da amostragem na frequência (difuso)
m2 = 300; % tamanho da amostragem na frequência (TBL)
mic = 238; % microfone de referência (centro do arranjo)
Mach = [0.3 0.7 0.9]; % vetor de número de Mach
PSD = 2; % modelo de PSD usado no TBL (1 = Robertson) e (2 = Efimtsov)
ativo_difuso = 6; % quantidade de ARMs ativos utilizados
reativo_difuso = 6; % quantidade de ARMs reativos utilizados
ativo_TBL = 12; % quantidade de ARMs ativos utilizados
reativo_TBL = 12; % quantidade de ARMs reativos utilizados
k_G = zeros(1,m1);
Je_Diffuse_LS = zeros(1,m1);
Je_TBL_LS = zeros(length(Mach),m2);
Je_Diffuse_ARM = zeros(1,m1);
Je_TBL_ARM = zeros(length(Mach),m2);
q_Diffuse_LS = zeros(1,m1);
q_Diffuse_ARM = zeros(1,m1);
q_TBL_LS = zeros(length(Mach),m2);
q_TBL_ARM = zeros(length(Mach),m2);
r_error_diffuse_LS = zeros(1,m1);
r_error_TBL_LS = zeros(length(Mach),m2);
r_error_diffuse_ARM = zeros(1,m1);

```

```

r_error_TBL_ARM = zeros(length(Mach),m2);
f1 = zeros(1,m1);
f = zeros(1,m2);
% ===== Coordenadas dos Microfones =====
[X,Y] = meshgrid(0:lx/(mx-1):lx, 0:ly/(my-1):ly);
% ===== Campo Difuso =====
load('DADOS/PSDdiffuse/psd_difuso'); % base de dados PSD (campo difuso)
for j=1:m1
f1(j) = 20*j; % frequência de referência (passo de 20 Hz)
% ===== PSD Campo Difuso (estimada) =====
vetor = ones(1,length(psd_difuso(1,:)))*f1(j);
[valor, index] = min(abs(psd_difuso(1,:) - vetor));
Sd_0 = psd_difuso(2,index);
omega = 2*pi*f1(j); % frequência angular (rad/s)
k = omega/c; % número de onda acústico
S_diffuse = zeros(length(X(:,1))*length(Y(1,:)),length(X(:,1))*length(Y(1,:)));
C_diffuse = zeros(length(X(:,1))*length(Y(1,:)),length(X(:,1))*length(Y(1,:)));
t = 0; for a=1:length(X(:,1)) % laço para o número de linhas
for b=1:length(Y(1,:)) % laço para o número colunas
t = t + 1;
v = 0;
for aa=1:length(X(:,1)) % laço para o número de linhas
for bb=1:length(Y(1,:)) % laço para o número colunas
v = v + 1;
r_x = X(a,b) - X(aa,bb); % distância de separação na direção x
r_y = Y(a,b) - Y(aa,bb); % distância de separação na direção y
r = sqrt((r_x)^2+(r_y)^2); % distância entre dois microfones
S_diffuse(t,v) = Sd_0 *sinc((k*r)/pi); % CSD do campo difuso
end; end; end; end
% decomposição em autovetores e autovalores
[AVE1,AVA1] = eig(S_diffuse);
D1 = AVE1*sqrt(AVA1); % matriz dos filtros de moldagem
load(['DADOS/Pressao/p' num2str(j)]);
G = C; % matriz de transferência acústica (base de dados na frequência)
% regularização pelos FFARMS e NFARMS mais eficientes
load(['DADOS/ARM/a' num2str(j)]);
load(['DADOS/ARM/r' num2str(j)]);

```

```

H = [A(:,1:ativo_difuso) R(:,1:reativo_difuso)]; % matriz modal reduzida
GH = G*H;
k_G(j) = cond(G); % número de condição da matriz G
% == Problema Inverso (matriz de filtros de controle) ==
W1 = G\D1; % solução sem regularização (LS)
W11 = GH\D1; % solução com regularização (ARM)
% ===== Erro Quadrático Médio (Je) =====
Je_Diffuse_LS(j) = 10*log10(abs(trace((D1*D1') -...
(G*W1*D1'))/trace(D1*D1')));
Je_Diffuse_ARM(j) = 10*log10(abs(trace((D1*D1') -...
(GH*W11*D1'))/trace(D1*D1')));
% ===== Norma da Velocidade Quadrática Média =====
q_Diffuse_LS(j) = sqrt(trace(W1*(W1'))); % sem regularização (LS)
q_Diffuse_ARM(j) = sqrt(trace(H*(W11)*(W11')*(H')));
% com regularização (ARM)
% ===== Erro Residual =====
vec_Cdd_diffuse = zeros(1,length(S_diffuse(mic,:)));
for i = 1:length(S_diffuse(mic,:))
vec_Cdd_diffuse(i) = (S_diffuse(i,mic))/(sqrt(S_diffuse(i,i)*...
S_diffuse(mic,mic)));
end
Cdd_diffuse = vec2mat(vec_Cdd_diffuse,mx);
Syy_diffuse_LS = G*(W1)*((W1'))*(G');
Syy_diffuse_ARM = (GH)*(W11)*((W11'))*(GH');
vec_Cyy_diffuse_LS = zeros(1,length(Syy_diffuse_LS(mic,:)));
vec_Cyy_diffuse_ARM = zeros(1,length(Syy_diffuse_ARM(mic,:)));
for i = 1:length(Syy_diffuse_LS(mic,:))
vec_Cyy_diffuse_LS(i) = (Syy_diffuse_LS(i,mic))/ ...
(sqrt(Syy_diffuse_LS(i,i)*Syy_diffuse_LS(mic,mic)));
vec_Cyy_diffuse_ARM(i) = (Syy_diffuse_ARM(i,mic))/ ...
(sqrt(Syy_diffuse_ARM(i,i)*Syy_diffuse_ARM(mic,mic)));
end
Cyy_diffuse_LS = vec2mat(vec_Cyy_diffuse_LS,mx);
Cyy_diffuse_ARM = vec2mat(vec_Cyy_diffuse_ARM,mx);
r_error_diffuse_LS(j) = 10*log10((norm(Cdd_diffuse -...
Cyy_diffuse_LS,'fro'))/(norm(Cdd_diffuse,'fro')));
r_error_diffuse_ARM(j) = 10*log10((norm(Cdd_diffuse -...

```

```

Cyy_diffuse_ARM,'fro'))/(norm(Cdd_diffuse,'fro')));
end
% ===== Campo TBL =====
for jj=1:length(Mach)
for j=1:m2
f(j) = 20*j; % frequência de referência (passo de 20 Hz)
% ===== PSD (modelos de Robertson e Efimtsov) =====
U_inf = c*Mach(jj); % velocidade do escoamento livre (m/s)
q = (rho*(U_inf)^2)/2; % pressão dinâmica do escoamento (N/m^2)
% número de Reynolds Reyn = (V*L)/visc
% V : velocidade do fluido (m/s)
% L : comprimento característico (m)
% visc : viscosidade cinemática do fluido (m^2/s)
V = U_inf;
L = 3;
visc = 1.5111*10^(-5); % ar a 20C e 1 atm (m^2/s)
Reyn = (V*L)/visc; % número de Reynolds
% espessura da camada limite (m)
delta = 0.37*L*(Reyn^(-1/5))*(1 + ((Reyn)/(6.9*10^(7)))^(2))^(1/10));
% espessura do deslocamento da camada limite (m)
delta_d = ((1.3 + 0.43*(Mach(jj))^2)*delta)/(10.4 + ...
0.5*((Mach(jj))^2)*((1 + 2*10^(-8)*Reyn))^(1/3));
omega_0 = 0.5*(U_inf/delta_d);
if PSD == 1 % modelo de Robertson (experimental)
Stbl_0 = ((2*pi)*((0.006*q)/(1.0+0.14*(Mach(jj))^2))^2)/...
(omega_0*(1.0+((2*pi*f(j))/omega_0)^0.9)^2);
else % modelo de Efimtsov (experimental)
Cf = 0.37*(log10(Reyn))^(-2.584); % coeficiente de fricção para TBL
U_tau = (U_inf)*sqrt(Cf/2); % velocidade de fricção para TBL (m/s)
tau_w = (0.5)*rho*((U_inf)^2)*Cf; % tensão de cisalhamento (N/m^2)
% modelo de Efimtsov (experimental)
Stbl_0 = ((2*pi)*(0.01)*(tau_w^2)*delta)/...
(U_tau*(1+0.02*((2*pi*f(j))*delta)/(U_tau)^(2/3)));
end
% ===== CSD (modelo de Corcos espaço-frequência) =====
% velocidade convectiva da TBL (m/s)
U_c = 0.6 * U_inf;

```

```

omega = 2*pi*f(j); % frequência angular (rad/s)
k = omega/c; % número de onda acústico
alpha_x = 1.2; % constante do modelo de Corcos
alpha_y = 8; % constante do modelo de Corcos
Lx = (alpha_x * U_c)/omega; % comprimento de correlação na direção x
Ly = (alpha_y * U_c)/omega; % comprimento de correlação na direção y
S_TBL = zeros(length(X(:,1))*length(Y(1,:)),length(X(:,1))*length(Y(1,:)));
C_TBL = zeros(length(X(:,1))*length(Y(1,:)),length(X(:,1))*length(Y(1,:)));
t = 0;
for a=1:length(X(:,1)) % laço para o número de linhas
for b=1:length(Y(1,:)) % laço para o número colunas
t = t + 1;
v = 0;
for aa=1:length(X(:,1)) % laço para o número de linhas
for bb=1:length(Y(1,:)) % laço para o número colunas
v = v + 1;
r_x = X(a,b) - X(aa,bb); % distância de separação na direção x
r_y = Y(a,b) - Y(aa,bb); % distância de separação na direção y
S_TBL(t,v) = Stbl_0 * exp((-im*omega*r_y)/U_c)*...
exp(-abs(r_x)/Lx)*exp(-abs(r_y)/Ly);
end; end; end; end
% decomposição em autovetores e autovalores
[AVE2,AVA2] = eig(S_TBL);
D2 = AVE2*sqrt(AVA2);
load(['DADOS/Pressao/p' num2str(j)]);
G = C; % matriz de transferência acústica (base de dados na frequência)
% regularização pelos FFARMs e NFARMs mais eficientes
load(['DADOS/ARM/a' num2str(j)]);
load(['DADOS/ARM/r' num2str(j)]);
H = [A(:,1:ativo_TBL) R(:,1:reativo_TBL)]; % matriz modal reduzida
GH = G*H;
% == Problema Inverso (matriz de filtros de controle) ==
W2 = G\D2; % solução sem regularização
W22 = GH\D2; % solução com regularização (ARM)
% ===== Erro Quadrático Médio (Je) =====
Je_TBL_LS(jj,j) = 10*log10(abs(trace((D2*D2') - ...
(G*W2*D2')))/trace(D2*D2')));

```

```

Je_TBL_ARM(jj,j) = 10*log10(abs(trace((D2*D2') - ...
(GH*W22*D2'))/trace(D2*D2')));
% ===== Norma da Velocidade Quadrática Média =====
q_TBL_LS(jj,j) = sqrt(trace(W2*(W2')));
q_TBL_ARM(jj,j) = sqrt(trace(H*(W22)*(W22')*(H')));
% ===== Erro Residual =====
vec_Cdd_TBL = zeros(1,length(S_TBL(mic,:)));
for i = 1:length(S_diffuse(mic,:))
vec_Cdd_TBL(i) = (S_TBL(i,mic))/(sqrt(S_TBL(i,i)*S_TBL(mic,mic)));
end
Cdd_TBL = vec2mat(vec_Cdd_TBL,mx);
Syy_TBL_LS = G*(W2)*((W2)')*(G');
Syy_TBL_ARM = (GH)*(W22)*((W22)')*(GH)';
vec_Cyy_TBL_LS = zeros(1,length(Syy_TBL_LS(mic,:)));
vec_Cyy_TBL_ARM = zeros(1,length(Syy_TBL_ARM(mic,:)));
for i = 1:length(Syy_diffuse_LS(mic,:))
vec_Cyy_TBL_LS(i) = (Syy_TBL_LS(i,mic))/ ...
(sqrt(Syy_TBL_LS(i,i)*Syy_TBL_LS(mic,mic)));
vec_Cyy_TBL_ARM(i) = (Syy_TBL_ARM(i,mic))/ ...
(sqrt(Syy_TBL_ARM(i,i)*Syy_TBL_ARM(mic,mic)));
end
Cyy_TBL_LS = vec2mat(vec_Cyy_TBL_LS,mx);
Cyy_TBL_ARM = vec2mat(vec_Cyy_TBL_ARM,mx);
r_error_TBL_LS(jj,j) = 10*log10((norm(Cdd_TBL - ...
Cyy_TBL_LS,'fro'))/(norm(Cdd_TBL,'fro')));
r_error_TBL_ARM(jj,j) = 10*log10((norm(Cdd_TBL - ...
Cyy_TBL_ARM,'fro'))/(norm(Cdd_TBL,'fro')));
end; end
Je_Diffuse_Ls = smooth(Je_Diffuse_LS,0.1,'moving').?;
Je_Diffuse_ARMs = smooth(Je_Diffuse_ARM,0.1,'moving').?;
q_Diffuse_Ls = smooth(q_Diffuse_LS,0.1,'moving').?;
q_Diffuse_ARMs = smooth(q_Diffuse_ARM,0.1,'moving').?;
r_error_diffuse_Ls = smooth(r_error_diffuse_LS,0.1,'moving').?;
r_error_diffuse_ARMs = smooth(r_error_diffuse_ARM,0.1,'moving').?;

```

```

% ===== Gráficos =====
figure % número de condição da matriz A_d
semilogy(f1,k_G, f1,k_G,'LineWidth',2)
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('\kappa(\bfA}_{d})')
xlim([20 20*m1])
figure % erro quadrático médio (difuso e TBL)
subplot(1,2,1),plot(f1,(Je_Diffuse_LSs),f1,(Je_Diffuse_ARMs),'LineWidth',2)
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('\$\mathrm{\hat{J}}\$\$e (dB)','Interpreter','Latex')
legend('Difuso (MQ)','Difuso (ARM)');
xlim([20 20*m1])
x1 = [0 20*m1];
y = [-10 -10];
line(x1,y,'LineWidth',1,'Color',[0 0 0]);
grid on
grid minor
subplot(1,2,2),plot(f,(Je_TBL_LS),f,(Je_TBL_ARM),'-', 'LineWidth',2)
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('\$\mathrm{\hat{J}}\$\$e (dB)','Interpreter','Latex')
legend('Mach = 0,3 TBL (MQ)','Mach = 0,7 TBL (MQ)',...
'Mach = 0,9 TBL (MQ)','Mach = 0,3 TBL (ARM)',...
'Mach = 0,7 TBL (ARM)','Mach = 0,9 TBL (ARM)');
xlim([20 1000])
x1 = [0 1000];
y = [-10 -10];
line(x1,y,'LineWidth',1,'Color',[0 0 0]);
grid on
grid minor
figure % erro residual (difuso e TBL)
subplot(1,2,1)
plot(f1,(r_error_diffuse_LSs),f1,(r_error_diffuse_ARMs),'LineWidth',2)
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('\$\varepsilon_{\textbf{y}}\$\$ (dB)','Interpreter','Latex')
legend('Difuso (MQ)','Difuso (ARM)');
xlim([20 20*m1])
x1 = [0 20*m1];

```

```

grid on
grid minor
subplot(1,2,2)
plot(f,(r_error_TBL_LS),f,(r_error_TBL_ARM),'-','LineWidth',2)
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('$$\varepsilon_{\textbf{y}}$$ (dB)','Interpreter','Latex')
legend('Mach = 0,3 TBL (MQ)','Mach = 0,7 TBL (MQ)',...
'Mach = 0,9 TBL (MQ)','Mach = 0,3 TBL (ARM)',...
'Mach = 0,7 TBL (ARM)','Mach = 0,9 TBL (ARM)');
xlim([20 1000])
grid on
grid minor
figure % norma da velocidade quadrática média (difuso e TBL)
subplot(1,2,1)
semilogy(f1,(q_Diffuse_Ls),f1,(q_Diffuse_ARMs),'LineWidth',2)
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('$$\overline{\{\textbf{q}^{\ast}\}^2}\Vert$$','Interpreter','Latex')
legend('Difuso (MQ)','Difuso (ARM)');
xlim([20 20*m1])
grid on
grid minor
subplot(1,2,2)
semilogy(f,(q_TBL_LS),f,(q_TBL_ARM),'-','LineWidth',2)
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('$$\overline{\{\textbf{q}^{\ast}\}^2}\Vert$$','Interpreter','Latex')
legend('Mach = 0,3 TBL (MQ)','Mach = 0,7 TBL (MQ)',...
'Mach = 0,9 TBL (MQ)','Mach = 0,3 TBL (ARM)',...
'Mach = 0,7 TBL (ARM)','Mach = 0,9 TBL (ARM)');
xlim([20 1000])
grid on
grid minor

```


Apêndice D

Publicações do autor

A seguir, uma lista completa das publicações com as quais essa tese contribuiu é fornecida.

Artigos de Congresso:

- Merlo, C. A.; Pasqual, A. M.; Medeiros, E. B. Síntese de campos sonoros em painéis rígidos através de um arranjo de fontes elementares. *Anais do 14º Congresso de Engenharia de Áudio da AES Brasil*. São Paulo, Maio, 2016.
- Merlo, C. A.; Pasqual, A. M.; Medeiros, E. B. Modos de radiação ativos e reativos de arranjos planos de fontes acústicas. *Anais do EuroRegio 2016*. Porto, Junho, 2016.
- Merlo, C. A.; Pasqual, A. M.; Medeiros, E. B. Sound synthesis using source arrangements with active and reactive sound modes. *Proceedings of the 24th International Congress on Sound and Vibration (ICSV)*. London, July, 2017.

Artigo de Periódico:

- Merlo, C. A.; Pasqual, A. M.; Medeiros, E. B. Sound field synthesis on flat panels using a planar source array controlled by its active and reactive radiation modes. *Acta Acustica united with Acustica*, 105(1):139-151, 2019.