

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Nº 1090

**REPRESENTAÇÃO ESPARSA UTILIZANDO WAVELETS E VARIAÇÃO TOTAL
APLICADOS AO PROCESSAMENTO DE SINAIS DE DESCARGAS PARCIAIS**

Paulo Vitor do Carmo Batista

DATA DA DEFESA: 26/11/2018

Universidade Federal de Minas Gerais

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**REPRESENTAÇÃO ESPARSA UTILIZANDO WAVELETS E
VARIAÇÃO TOTAL APLICADOS AO PROCESSAMENTO DE
SINAIS DE DESCARGAS PARCIAIS**

Paulo Vitor do Carmo Batista

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Hilton de Oliveira Mota

Belo Horizonte - MG

Novembro de 2018

"Representação Esparsa Utilizando Wavelets e Variação Total Aplicados ao Processamento de Sinais de Descargas Parciais"

Paulo Vitor do Carmo Batista

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 26 de novembro de 2018.

Por:



Prof. Dr. Hilton de Oliveira Mota
DEE (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Lucas de Souza Batista
DEE (UFMG)



Prof. Dr. Maurílio Nunes Vieira
DELT (UFMG)



Prof. Dr. Ricardo Luiz da Silva Adriano
DEE (UFMG)

B333r

Batista, Paulo Vitor do Carmo.

Representação esparsa utilizando Wavelets e Variação Total aplicados ao Processamento de Sinais de Descargas Parciais [manuscrito] / Paulo Vitor do Carmo Batista. – 2018.

68 f., enc.: il.

Orientador: Hilton de Oliveira Mota.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f.65-68.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Processamento de sinais - Teses. 3. Wavelets (Matemática) – Teses. 4. Descargas elétricas – Teses. I. Mota, Hilton de Oliveira. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus por iluminar sempre meu caminho, me guiar até aqui e colocar ao meu lado pessoas muito especiais.

Aos meus pais pelos valores e conselhos a mim transmitidos.

A Juliana, minha esposa, por todo o amor, carinho, amizade e apoio incondicional nos momentos de dúvidas.

A minha filha Ana Carolina, razão do meu viver.

A minha irmã pelo companheirismo e momentos de alegria.

Ao professor e orientador Hilton de Oliveira Mota por todo o conhecimento transmitido. Por acompanhar, incentivar e auxiliar com tamanha dedicação todo o percurso até aqui.

Aos amigos do Laboratório de Metrologia e Instrumentação Computacional pelo companheirismo durante esse trabalho. Um agradecimento especial a Gustavo, pelos esclarecimentos preciosos e pela amizade verdadeira.

Aos colegas de IFNMG-Campus Januária, que em nome de Felipe e Petrônio companheiros de pós-graduação, agradeço pelo incentivo.

Aos amigos de UFMG: Neto, Alcy e Diego, obrigado pelas orientações, amizade e apoio nesses dois anos.

Ao IFNMG pelo financiamento dos meus estudos.

A todos, o meu muito obrigado.

Epígrafe

"Confia teus negócios ao Senhor e teus planos terão bom êxito."

Provérbios 16,3

"Combati o bom combate, terminei a minha carreira, guardei a fé."

Timóteo 4,7

Resumo

Descargas parciais são descargas elétricas transitórias em formas de pulsos de curta duração que acontecem no interior de sistemas de isolamento. Com o intuito de constatar a existência de descargas parciais, são desenvolvidas e utilizadas técnicas de processamento de sinais que visam constatar a necessidade de intervenções e manutenções programadas em equipamentos, evitando assim grandes prejuízos financeiros. Diversas são as técnicas de processamento de sinais existentes que possibilitam eliminação de ruídos, no entanto, por possuírem características específicas, sinais com descargas parciais são melhor processados quando utiliza-se a Transformada de *Wavelets*. Tal transformada permite, entre outras características, a decomposição do sinal em componentes localizados no tempo (translação do sinal) e na escala (dilatação/contração do sinal), o que favorece a representação de sinais estritamente localizados. Especificamente, em uma variação da Transformada de *Wavelets* conhecida como Transformada de *Wavelets* Estacionária, permite-se reconstruir um sinal a partir de suas versões deslocadas circularmente obtendo-se um dicionário sobrecompleto. Entretanto, ao utilizar um dicionário sobrecompleto, obtém-se um sistema indeterminado, permitindo infinitas soluções. Assim, com o objetivo de encontrar a melhor solução (menor erro de reconstrução) entre as existentes, é necessário aplicar um método de otimização. Este trabalho apresenta o método conhecido como *Wavelet Total Variation*, que baseado no algoritmo *Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm*, busca eliminar ruídos em sinais de descargas parciais. O método é aplicado em sinais de descargas parciais medidos em laboratório e gerados por modelos numéricos contendo ruídos do tipo harmônico, Gaussiano e impulsivo. Os resultados obtidos mostram que o método obtém expressivos níveis de atenuação dos três tipos de ruído utilizados e produz pouca degradação nas descargas parciais. O método é analisado frente a outro método da literatura e apresenta melhores resultados quantitativos quando comparados os erros resultantes entre os sinais originais e os sinais obtidos.

Palavras-chave: Processamento de Sinais. *Wavelets*. Descargas Parciais. Variação Total. Otimização.

Abstract

Partial discharges are transient electrical discharges in the form of short pulses that occur inside insulation systems. In order to verify the existence of partial discharges, signal processing techniques are developed and used to enable interventions and scheduled maintenance in equipment, thus avoiding major financial losses. Several are the existing signal processing techniques that allow denoising, however, because they have specific characteristics, partial discharge signals are better processed when using the Wavelet Transform. Such a transform allows, among other characteristics, the decomposition of the signal into components localized in time (signal translation) and in the scale (signal dilation/contraction), which favors the representation of strictly localized signals. Specifically, in a variation of the Wavelet Transform known as Stationary Wavelet Transform, it is possible to reconstruct a signal from its circularly shifted versions by obtaining an overcomplete dictionary. However, by using an overcomplete dictionary, an indeterminate system is obtained, allowing infinite solutions. In order to find the best solution (least reconstruction error) among existing ones, it is necessary to apply an optimization method. This work presents the method known as Wavelet Total Variation, which based on the algorithm Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm, aiming to eliminate noise in signals of partial discharges. The method is applied to signals of partial discharges measured in laboratory and generated by numerical models containing noises of harmonic, gaussian and impulsive type. The obtained results show that the method allows expressive levels of attenuation of the three types of noise investigated and produces little degradation in the partial discharges. The method is analyzed against another method in the literature and presents better quantitative results when comparing the resulting errors between original signals and the obtained signals.

Keywords: Signal Processing. Wavelets. Partial Discharges. Total Variation. Optimization.

Lista de Figuras

1.1	Descargas Parciais em um sistema de isolamento	1
1.2	Descarga Parcial	2
2.1	Métodos de Otimização	9
2.2	Esquerda: conjunto convexo; direita: conjunto não-convexo	12
2.3	Exemplo Minimização	13
2.4	(a) Coiflet; (b) Daubechies; (c) Meyer; (d) Symlet; (e) Morlet; (f) Mexican	15
2.5	Resolução tempo-frequência na TW	16
2.6	Dizimação na TWD	17
3.1	Função <i>Threshold</i> ($\lambda = 1$ and $a = 0,95$)	26
4.1	(a) Sinal de DPs gerado artificialmente (b) Pulso de DP em detalhe	32
4.2	Sinal de DPs corrompido por ruído Gaussiano	33
4.3	Sinal de DPs corrompido por ruído do tipo harmônico	34
4.4	Sinal de DPs corrompido por ruído impulsivo	35
4.5	Sinais Medidos em laboratório. a.1) Medição de Sinal com DP (Ruído AM). a.2) Detalhe do pulso de DP. b.1) Medição de Sinal com DP (Ruído Impulsivo). b.2) Detalhe do pulso de DP.	36
4.6	Planta de medição de Descargas Parciais	37
5.1	Sinal simulado com ruído Gaussiano	40
5.2	Detalhe sinal simulado com ruído Gaussiano	40
5.3	Sinal simulado com ruído impulsivo	41
5.4	Sinal simulado com ruído impulsivo	42
5.5	Detalhe sinal simulado com ruído impulsivo	42
5.6	Comparação EQM - WATV e ODBPD	43
5.7	Sinal simulado com ruído harmônico (AM)	44
5.8	Detalhe sinal simulado com ruído harmônico (AM)	44
5.9	Sinal 1 medido com ruído harmônico (AM)	45
5.10	Sinal 5 medido com ruído harmônico (AM)	46
5.11	Sinal 2 medido com ruído harmônico (AM)	47

5.12	Sinal 3 medido com ruído impulsivo	48
5.13	Detalhes sinal medido com ruído impulsivo	48
5.14	Detalhes sinal medido com ruído impulsivo	49
5.15	Sinal 4 medido com ruído impulsivo sincronizado à rede	49
5.16	Detalhes sinal medido com ruído impulsivo sincronizado à rede	50
5.17	Detalhes sinal medido com ruído impulsivo sincronizado à rede	50
5.18	Convergência do sinal medido 1	51
5.19	Convergência do sinal medido 2	51
5.20	Convergência do sinal medido 3	52
5.21	Ocorrência dos erros - Ruído Gaussiano	54
5.22	Distribuição dos erros - Ruído Gaussiano	54
5.23	Ocorrência dos erros - Ruído Impulsivo	56
5.24	Distribuição dos erros - Ruído Impulsivo	56
5.25	Ocorrência dos erros - Ruído Harmônico	58
5.26	Distribuição do erros - Ruído Harmônico	58
5.27	Quantil-Quantil - Ruído Gaussiano	60
5.28	Quantil-Quantil - Ruído Impulsivo	61
5.29	Quantil-Quantil - Ruído Harmônico	61

Lista de Tabelas

5.1	Características dos sinais medidos	45
5.2	EQM sinais simulados - Ruído Gaussiano	53
5.3	Média e Desvio Padrão - Ruído Gaussiano	53
5.4	EQM sinais simulados - Ruído Impulsivo	55
5.5	Média e Desvio Padrão - Ruído Impulsivo	55
5.6	EQM sinais simulados - Ruído Harmônico	57
5.7	Média e Desvio Padrão - Ruído Harmônico	57
5.8	P-valor - Ruído Gaussiano	60
5.9	P-valor - Ruído Impulsivo	61
5.10	P-valor - Ruído Harmônico	62
5.11	P-valor Teste T	62

Lista de Abreviações

DP	Descarga Parcial;
TW	Transformada de Wavelets;
TF	Transformada de Fourier;
FIR	Finite Impulse Response;
TWND	Transformada de Wavelets Não-Dizimada;
VT	Variação Total;
SALSA	Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm;
STFT	Short Time Fourier Transform;
TWD	Transformada de Wavelets Discreta;
FFT	Fast Fourier Transform;
TWDI	Transformada de Wavelets Discreta Inversa;
MP	Matching Pursuit;
BP	Basis Pursuit;
ISTA	Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm;
FISTA	Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm;
DSP	Digital Signal Processor;
PCA	Principal Component Analysis;
ALIF	Adaptive Local Iterative Filtering;
ALIF-TV	Adaptive Local Iterative Filtering - Total Variation;
WATV	Wavelet Total Variation;
LAMIC	Laboratório de Medição e Instrumentação Computacional;
AM	Amplitude Modulada;
EQM	Erro Quadrático Médio;
ODBPD	Overcomplete Dictionary Basis Pursuit Denoising;

Sumário

Resumo	ix
Abstract	xi
Lista de Figuras	xiv
Lista de Tabelas	xv
Lista de Abreviações	xvii
1 Introdução	1
1.1 Descargas Parciais	1
1.2 Processamento de Sinais de Descargas Parciais	3
1.3 Objetivos	3
1.4 Contribuições	4
1.5 Organização do texto	5
1.6 Publicações	5
2 Revisão de Literatura	7
2.1 Otimização	7
2.1.1 Otimização Restrita e Irrestrita	8
2.1.2 Otimização convexa	11
2.2 Técnicas de Processamento de Sinais	12
2.2.1 Transformada de <i>Fourier</i>	13
2.2.2 Transformada de <i>Wavelets</i>	14
2.3 Métodos de Representação Esparsa	18
2.3.1 <i>Matching Pursuit</i>	18
2.3.2 <i>Basis Pursuit</i>	19
2.4 Trabalhos Relacionados	20
2.5 Conclusão	22
3 Método	23
3.1 Variação Total	23
3.2 Variação Total com <i>Wavelet</i>	24
3.3 O Algoritmo de Otimização	26

4	Sinais, Métrica de Desempenho e Testes Estatísticos	31
4.1	Sinais simulados de DPs	31
4.1.1	Geração de Ruído Gaussiano	32
4.1.2	Geração de Ruído Harmônico	33
4.1.3	Geração de Ruídos Impulsivos	34
4.2	Sinais Medidos de DPs	35
4.3	Avaliação de Desempenho do Método	36
4.4	Conclusão	37
5	Resultados e Discussões	39
5.1	Desempenho de filtragem do método - sinais de DP simulados	39
5.1.1	Sinal Simulado com Ruído Gaussiano	39
5.1.2	Sinal Simulado com Ruído Impulsivo	41
5.1.3	Sinal Simulado com Ruído Harmônico	43
5.2	Desempenho de filtragem do método - sinais de DP medidos	43
5.2.1	Sinais Medidos com Ruído Harmônico	45
5.2.2	Sinais Medidos com Ruído Impulsivo	46
5.3	Planejamento Experimental	52
5.3.1	Análise Exploratória dos Dados - Ruído Gaussiano	52
5.3.2	Análise Exploratória dos Dados - Ruído Impulsivo	55
5.3.3	Análise Exploratória dos Dados - Ruído Harmônico	57
5.3.4	Verificação das Premissas	59
6	Conclusões e Propostas de Continuidade	63
6.1	Avaliações Conclusivas	63
6.2	Propostas de Continuidade	64
	Referências Bibliográficas	68

Introdução

Este capítulo aborda as principais justificativas e motivações para o desenvolvimento deste trabalho. Além disso, os objetivos, as publicações e a organização do texto também são apresentados.

1.1 Descargas Parciais

Descargas parciais (DPs) são descargas elétricas que acontecem parcialmente no interior de sistemas de isolamento que, em sua maioria, são compostos por resinas, plástico ou borracha. Normalmente são formadas cavidades durante o processo de construção desses sistemas (Figura 1.1), seja por defeito de fabricação seja em função das características construtivas destes sistemas de isolamento.

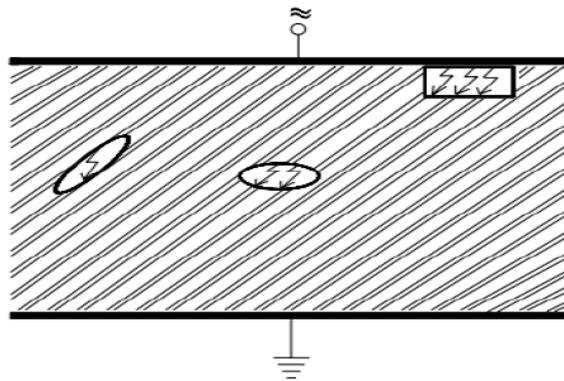


Figura 1.1: Descargas Parciais em um sistema de isolamento

São nessas cavidades que ocorrem as descargas, que são ditas parciais por não ocasionar uma ruptura total do sistema de isolamento, ou seja não une as duas extremidades dessa região. Em Boggs (1990), os autores definem que uma DP ocorre quando alguma forma de atividade elétrica dentro do sistema resulta em uma mudança rápida

da configuração de campo elétrico que faz com que uma corrente flua em um condutor conectado ao mundo externo.

As DPs ocasionam vários fenômenos físicos e químicos entre os quais pode-se destacar:

- Fenômenos elétricos;
- Emissão acústica;
- Transformações químicas;
- Geração de luz ultravioleta;
- Radiação eletromagnética.

Entre estes, a detecção de DPs por meios elétricos é geralmente a mais utilizada por fornecer informações mais detalhadas [Mota et al. (2016)].

Como mostrado na Figura 1.2, as descargas apresentam como características localidade temporal e baixa energia, aparecendo em forma de pulsos elétricos de curta duração. Sua reincidência pode ocasionar defeitos nos sistemas de isolamento devido às alterações que causam nas estruturas físicas e químicas dos materiais (Mota et al., 2016). Em casos mais extremos, podem ocorrer rupturas no isolamento causando graves falhas de operação, como por exemplo em sistemas de alta tensão.

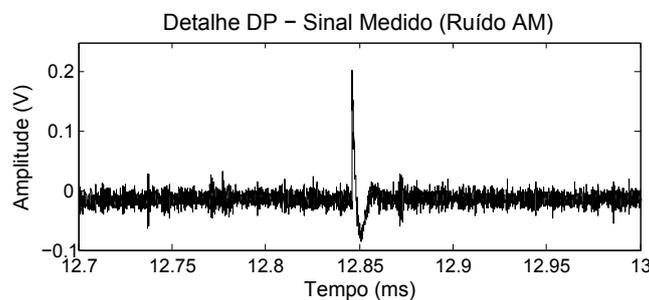


Figura 1.2: Descarga Parcial

Tais falhas resultam em altos prejuízos financeiros, em manutenção ou substituição de equipamentos. Desta forma faz-se necessária a utilização de métodos preditivos com o intuito de verificar a existência de descargas parciais.

1.2 Processamento de Sinais de Descargas Parciais

Sistemas de monitoramento, processamento e diagnóstico do fenômeno de DPs fornecem informações, permitem identificar e prever falhas que podem ocorrer em equipamentos. Assim, são desenvolvidas e utilizadas técnicas de processamento de sinais que visam possibilitar intervenções e manutenções programadas, evitando falhas e paradas indesejadas.

Técnicas como a Transformada de *Fourier* (TF) e filtros FIR (*Finite Impulse Response*) são muito utilizadas em filtragem de sinais. No entanto, por constituir-se de uma soma ponderada de senos e cossenos que são sinais periódicos, a representação das DPs por Transformada de *Fourier* não é bem feita por se tratar de pulsos de características transitórias e não-estacionárias.

Outra técnica existente, a Transformada de *Wavelets* (TW), tem sido cada vez mais utilizada, pois entre outras características, permite a decomposição do sinal em componentes localizados no tempo (translação do sinal) e na escala (dilatação/contração do sinal). Isso favorece a representação de sinais especificamente localizados, como é o caso de sinais de DPs.

Em uma variação da TW, em Coifman and Donoho (1995) os autores propuseram aplicar os métodos de eliminação de ruídos não apenas ao sinal original, mas a versões deslocadas circularmente de uma unidade de tempo, obtendo como sinal reconstruído a média dos sinais obtidos para cada deslocamento. Esse algoritmo é conhecido como Transformada de *wavelets* Não-Dizimada (TWND) ou invariante ao deslocamento.

Um método frequentemente utilizado para eliminação de ruídos em imagens digitais, como visto em Condat (2013), Figueiredo et al. (2006) e Strong and Chan (2003), é o método da Variação Total (VT) que, proposto em Rudin et al. (1992), é baseado em um tipo de otimização restrita. O VT baseia-se no princípio de que os sinais com oscilações excessivas, possivelmente associadas a ruídos, possuem alta variação total, ou seja, a integral do gradiente absoluto do sinal é alta. Busca-se então minimizar essa variação total sujeito a restrições que são impostas usando multiplicadores de Lagrange.

1.3 Objetivos

O objetivo geral desta dissertação é aplicar o método da Variação Total para eliminação de ruídos em sinais de descargas parciais medidos em laboratório e gerados por

modelos numéricos e apresentar os resultados obtidos. Utilizando o algoritmo SALSA (*Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm*) baseado na abordagem do lagrangiano aumentado, Variação Total e representações esparsas, busca-se realizar filtragem do sinal mantendo as DPs.

Os objetivos específicos são:

- Levantamento bibliográfico;
- Apresentar uma abordagem baseada no SALSA e no Variação Total para processamento de sinais de DPs;
- Implementar o método para processamento de sinais de DPs;
- Realizar a análise comparativa desta técnica com um algoritmo de processamento de sinais de descargas parciais implementado anteriormente;
- Avaliar e comparar estatisticamente com outros métodos, o desempenho do método na filtragem de sinais de DPs.

1.4 Contribuições

Este trabalho apresenta a aplicação do método *Wavelet Total Variation* em sinais de descargas parciais sintéticos e medidos em laboratório, corrompidos por ruídos Gaussiano, harmônico e impulsivo. Com o objetivo eliminar o ruído do sinal e consequentemente manter as descargas parciais, aplicou-se o método e calculou-se o erro de reconstrução nos sinais sintéticos com o objetivo de avaliar sua acurácia. Comparou-se os resultados obtidos aos resultados de outro método da literatura. Realizou-se ainda testes estatísticos para corroborar sua eficiência. Os resultados são expressivos e mostram que o método WATV elimina eficientemente o ruído dos sinais e mantém as descargas parciais. Para os sinais medidos, conclui-se a partir de análise visual, que o método apresentou excelentes níveis de atenuação de todos ruídos utilizados, mantendo as descargas parciais que sofreram pouca degradação.

1.5 Organização do texto

O presente texto está dividido em 6 capítulos. O primeiro abordou uma breve introdução sobre o tema e apresentou os objetivos deste trabalho. No Capítulo 2, é apresentada uma revisão de literatura onde são discutidos conceitos gerais sobre otimização e suas premissas, técnicas de processamento de sinais e dicionários sobrecompletos. São discutidos ainda alguns métodos existentes para solução de dicionários sobrecompletos, bem como suas vantagens e desvantagens. São apresentados também alguns trabalhos onde foram desenvolvidos métodos que têm por objetivo realizar filtragem de sinais.

O Capítulo 3 apresenta o método utilizado neste trabalho.

No capítulo 4 são apresentados os sinais simulados utilizados neste trabalho bem como a maneira como estes e os ruídos foram gerados, além dos sinais medidos. São discutidas ainda a métrica utilizada para avaliação de desempenho do método e as validações estatísticas empregadas.

No capítulo 5 são apresentados os parâmetros definidos neste trabalho e os resultados obtidos com a aplicação do método. Tais resultados são discutidos baseados em análise visual do processo de filtragem bem como na análise quantitativa, resultantes dos cálculos estatísticos utilizados.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta as conclusões deste trabalho, juntamente com a proposição de atividades futuras.

1.6 Publicações

Como resultados deste trabalho, foram publicados e apresentados 2 artigos, sendo 1 em congresso internacional (Batista et al., 2018a) e 1 em congresso nacional (Batista et al., 2018b).

Revisão de Literatura

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma revisão de literatura dos métodos de otimização utilizados para realizar filtragem de ruídos, bem como as técnicas de processamento de sinais baseadas em dicionários. Por fim, para contextualizar o problema, é apresentada uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos realizados que envolvem o mesmo escopo deste trabalho.

2.1 Otimização

A palavra otimizar remete a melhorar, aperfeiçoar, aprimorar algo. Paralelamente, na matemática e áreas afins, o conceito de otimização está associado a solucionar quaisquer problemas da maneira mais eficiente possível, ou ainda, identificar qual é a melhor solução.

Assim, o processo de otimização consiste em encontrar uma ou mais soluções ótimas para um modelo matemático proposto. Essas soluções são definidas quando a função que se quer otimizar, chamada de função objetivo, atinge um valor extremo, conhecido como ponto de máximo ou de mínimo da função.

Tal função define o problema de otimização como Programação Matemática Linear, quando ela é linear em relação às variáveis do projeto, e Programação Matemática Não-linear, quando é não-linear em relação às variáveis do projeto.

Conforme Nocedal and Wright (2006), existem outras formas utilizadas para diferenciar os métodos existentes: quanto às restrições do problema e quanto à convexidade.

2.1.1 Otimização Restrita e Irrestrita

Do ponto de vista matemático, os problemas de otimização podem ser escritos de maneira geral, utilizando a notação (2.1).

$$\begin{aligned} \underset{z}{\text{Minimizar}} \quad & f_0(z) \\ \text{Sujeito a} \quad & C_i(z) = 0, i \in \mathcal{E} \\ & C_i(z) \geq 0, i \in \mathcal{I} \end{aligned} \tag{2.1}$$

em que:

- z é o vetor de parâmetros.
- $f_0(z)$ é a função objetivo.
- $C_i(z)$ é o vetor de restrições, onde cada restrição de índice i é uma função de z que define as equações ou inequações que o vetor z deve atender.
- \mathcal{E} e \mathcal{I} são os conjuntos de índices das equações e inequações, respectivamente.

A depender dos conjuntos \mathcal{E} e \mathcal{I} , a otimização pode ser classificada como restrita ou irrestrita. Se $\mathcal{E} = \mathcal{I} = \emptyset$, a otimização é irrestrita, ou seja, a busca pelo ótimo global não está sujeita a funções de restrição, como descrito em (2.2):

$$\underset{z}{\text{Minimizar}} \quad f_0(z) \tag{2.2}$$

Para estes problemas o ponto mínimo global não é facilmente encontrado, visto que podem existir diversos mínimos locais.

Caso o problema possua restrições, ou seja, $\mathcal{E} \neq \emptyset$ ou $\mathcal{I} \neq \emptyset$, ele é conhecido como um problema de otimização restrita, como descrito inicialmente em (2.1). Esse tipo de otimização acontece devido a imposições do projeto, ocasionando no aumento

da complexidade de detecção do(s) ponto(s) ótimo(s). À medida que restrições são acrescentadas, o conjunto factível de soluções tende a reduzir, permitindo a obtenção de minimizadores/maximizadores globais. No entanto, aumentar o número de restrições pode gerar divergência com a função objetivo.

Determinados problemas são inviáveis de se resolver analiticamente. Assim, utiliza-se algum algoritmo que, baseado em cálculos iterativos e em uma estimativa inicial x_0 , busca melhorar a solução atual até que algum critério seja atingindo. A Figura 2.1 (Neves (1997)) apresenta uma classificação de alguns dos diversos métodos já desenvolvidos para resolver problemas de otimização.

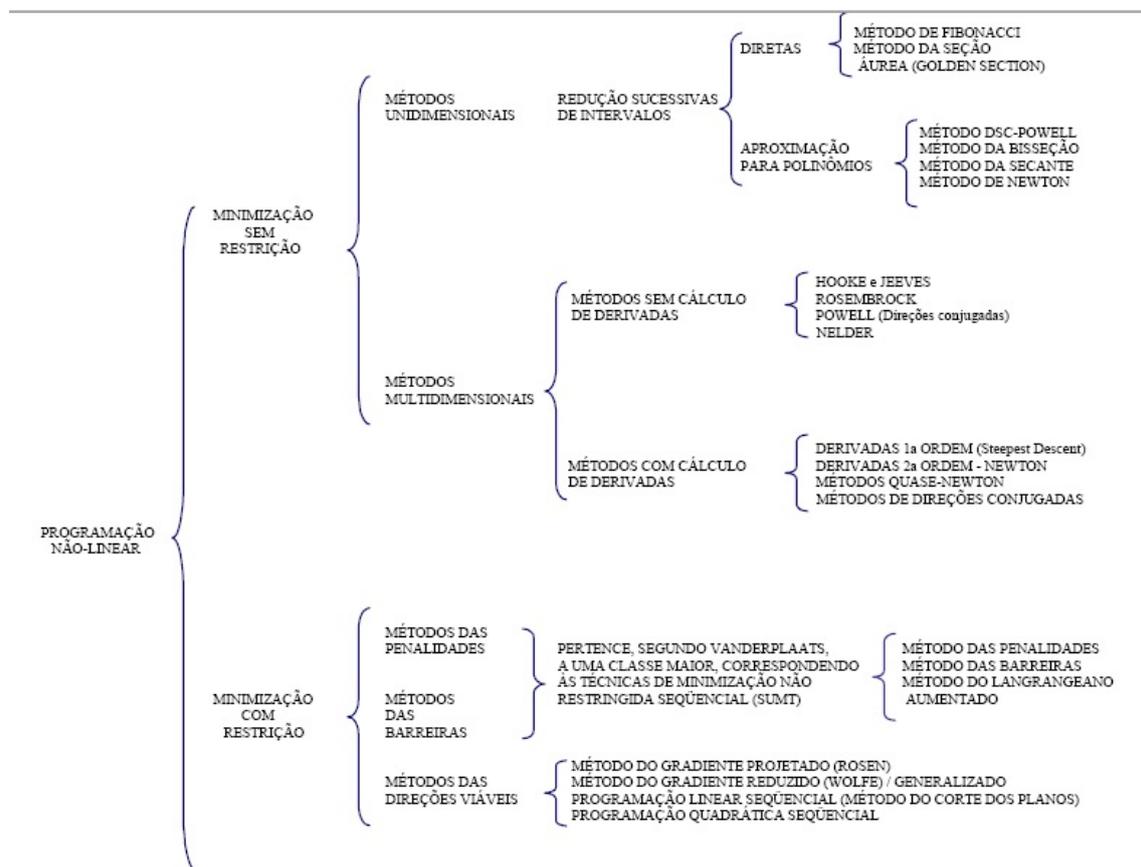


Figura 2.1: Métodos de Otimização

Método dos Multiplicadores de Lagrange

A abordagem envolvendo penalidades é descrita em Fiacco and McCormick (1990), onde são descritas técnicas de otimização irrestrita, com penalidade externa, mista e interna, que foi largamente utilizado devido ao sucesso do Método de Pontos Interiores.

Dada uma função de minimização f_0 sujeita a uma restrição g_0 :

$$\begin{aligned} & \underset{z}{\text{Minimizar}} \ f_0(z) \\ & \text{Sujeito a} \ g_0(z) = b, \end{aligned} \tag{2.3}$$

o Método dos Multiplicadores de Lagrange consiste em adicionar um multiplicador λ à restrição $g_0(z)$. Assim, a solução do problema é obtida a partir da função Lagrangiana (2.4):

$$L(z, \lambda) = f_0(z) + \lambda(g_0(z) - b) \tag{2.4}$$

Se $f_0(z)$ é um ponto de máximo para o problema, então existe um λ para o qual as derivadas parciais são iguais a zero.

$$\nabla L(z, \lambda) = 0 \tag{2.5}$$

Método do Lagrangeano Aumentado

O método do Lagrangeano Aumentado foi proposto em Rockafellar (1974) e, baseado no Método dos Multiplicadores de Lagrange, consiste em adicionar à Função Lagrangeana um termo que penalize as restrições, tentando assim reduzir a dependência do algoritmo em relação à escolha dos coeficientes de penalidade.

Desta forma, a solução do problema de otimização é obtida a partir da minimização da função dada pela Equação (2.6):

$$L(z, \lambda, \mu) = f_0(z) + \lambda(g_0(z) - b) + \frac{\mu}{2} \|g_0(z) - b\|_2^2 \tag{2.6}$$

em que λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange e μ é o parâmetro de penalidade.

Esse método consiste basicamente em iniciar $\lambda \leftarrow 0$ e μ com um valor maior que 0. Ao final de cada iteração, o valor de λ é atualizado. O processo se repete até que seja atingido um critério de convergência ou parada.

Como exemplo, um pseudo-código é apresentado:

Algoritmo 1 - Método do Lagrangeano Aumentado

Início

Inicializar $k = 0$, λ_0 e $\mu > 0$

Enquanto convergência/parada não for satisfeita faça:

$$z_k \leftarrow \underset{z}{\operatorname{argmin}} L(z, \lambda, \mu)$$

$$\lambda_{k+1} \leftarrow \lambda_k - \mu \cdot f_0'(z_k)$$

$$k \leftarrow k + 1$$

Fim Enquanto

Fim

2.1.2 Otimização convexa

A convexidade na otimização é tratada como um conceito relevante, visto que os problemas que possuem essa característica são mais facilmente resolvidos. Desta forma, como apresentado em Palomar and Eldar (2009), muitas são as aplicações que utilizam esse modelo de otimização na área de processamento de sinais.

Assim é necessário que, como denotado em Boyd and Vandenberghe (2004), para o problema de otimização ser considerado convexo, suas funções objetivo e de restrição também sejam convexas. No entanto é necessário anteriormente definir a convexidade do conjunto como:

- Um conjunto C é considerado convexo quando qualquer segmento de reta que une dois pontos x e y em C está totalmente contido em C (Figura 2.2). Ou seja:

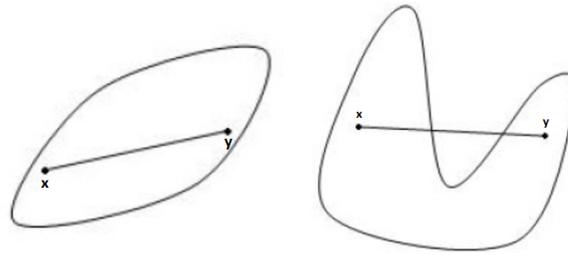


Figura 2.2: Esquerda: conjunto convexo; direita: conjunto não-convexo

$$ax + (1 - a)y \in C, \forall a \in [0,1] \quad (2.7)$$

Sendo o conjunto convexo, a função f é considerada convexa se, para 2 pontos quaisquer x e y , a seguinte propriedade é atendida:

$$f(ax + (1 - a)y) \leq af(x) + (1 - a)f(y), \forall a \in [0,1]. \quad (2.8)$$

2.2 Técnicas de Processamento de Sinais

O processamento de sinais baseia-se na modificação de sinais que, ao utilizar operações matemáticas sobre um conjunto de dados, torna possível analisar suas características, como identificar o fenômeno de descargas parciais. O conjunto de técnicas de processamento de sinais utilizadas que tornam possível realizar essa análise, é conhecido genericamente como transformada e tem como objetivo modificar o domínio em que os dados estão representados.

Desta forma, a notação utilizada para representar a reconstrução do sinal a partir de uma transformada, é dada pela Equação (2.9):

$$x = Ay \quad (2.9)$$

em que x é o sinal, A é o dicionário ou conjunto de ondas e y é o vetor de coeficientes da transformada.

Similarmente, o processo para se obter os coeficientes da transformada de um sinal, pode ser representado segundo a Equação (2.10).

$$y = A^T x \quad (2.10)$$

em que A^T é o complexo conjugado transposto de A .

2.2.1 Transformada de *Fourier*

Entre as transformadas existentes, a TF, que busca a representação de sinais através da soma ponderada de senos e cossenos de diferentes frequências, é muito utilizada. A essa forma de representação dá-se o nome de dicionário, que, como proposto em Mallat and Zhang (1993), consiste em conjuntos de formas de onda parametrizadas, utilizadas para o processamento de sinais.

Assim, a representação de um sinal x utilizando a TF pode ser feita como mostra a Figura 2.3, onde cada coluna do dicionário representa uma senóide com frequência w .

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{coluna 1} & \text{coluna 2} & \dots & \text{coluna N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

Figura 2.3: Representação gráfica de um sinal utilizando a TF

No entanto, em sinais não-estacionários que não apresentam as mesmas componentes de frequência ao longo do tempo e que não satisfazem verificações estatísticas em

intervalos de tempo iguais, como as DPs, a Transformada de *Fourier* não é eficiente. Isto acontece porque as características extraídas do sinal são expressas apenas no domínio da frequência.

Desta forma, para ser possível realizar uma análise de um sinal não-estacionário, cujo conteúdo espectral varia com o tempo, é necessária uma representação tempo-frequência. Assim foram desenvolvidas modificações na Transformada de *Fourier*.

Uma dessas modificações é conhecida como *Short Time Fourier Transform* (STFT), ou Transformada de *Fourier* de Tempo Curto, que consiste em dividir o sinal em intervalos de tempo ou janelas, e realizar a transformada em cada intervalo separadamente. Após calculadas as transformadas, a STFT então fornece uma representação tempo-frequência.

Porém essa transformada possui a desvantagem de utilizar janelas de mesmo tamanho em todo o sinal. Como solução para este problema surgiu a Transformada de *Wavelets*.

2.2.2 Transformada de *Wavelets*

Diferentemente da TF, a TW decompõe uma função definida no domínio do tempo em outra função definida nos domínios do tempo e da frequência. Desta forma, pode-se identificar "quando" no tempo ocorrem as frequências.

Sua particularidade está em constituir-se de um conjunto de curvas caracterizadas por possuírem decaimento rápido, obtidas pela dilatação/compressão e translação destas ondas, dadas pela Equação (2.11):

$$F(a,b) = \int f(t)\Psi_{a,b}(t)dt \quad (2.11)$$

em que a e b são respectivamente, segundo Addison (2002), um parâmetro de escala (dilatação/compressão) que está associado à largura da janela e um parâmetro de deslocamento (translação), ambos variando continuamente em \mathfrak{R} ; e Ψ uma *wavelet* mãe, que define o dicionário como:

$$\phi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.12)$$

Desenvolvidas ao longo dos anos, várias são as possibilidades de escolha para *wavelet* mãe. Pode-se citar as famílias *haar*, *daubechies*, *symlets*, *gabor*, *coiflets*, entre outras. Algumas dessas são apresentadas na Figura 2.4:

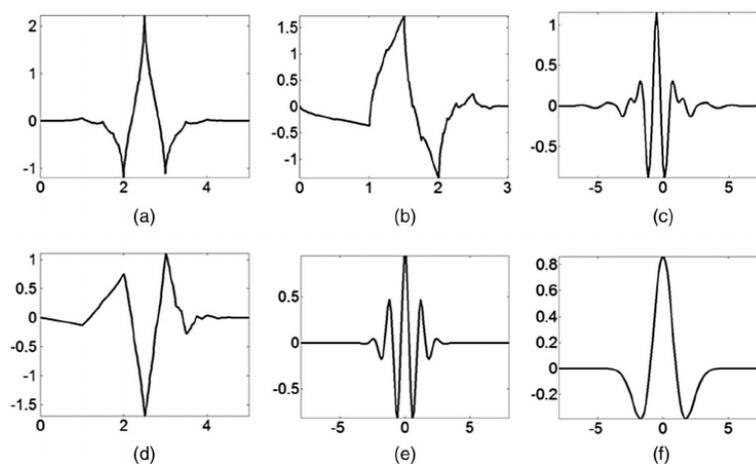


Figura 2.4: (a) Coiflet; (b) Daubechies; (c) Meyer; (d) Symlet; (e) Morlet; (f) Mexican

No entanto, para a implementação computacional da TW, é fundamental que seja realizada a discretização dos passos de escala e deslocamento. Assim, em Mallat (1989) foi demonstrado que a utilização de um ladrilhamento diádico permite obter uma transformação de *wavelets* ortonormal, ou seja, produz coeficientes da TW sem redundância de informação e completamente invertível. Esse ladrilhamento está representado na Figura 2.5, mostrando que em baixas frequências há maior resolução na frequência e menor resolução no tempo; e em altas frequências, menor resolução na frequência e maior resolução no tempo.

Esse método ficou conhecido como Transformada de *Wavelets* Discreta (TWD).

Ainda em Mallat (1989) propôs-se um algoritmo que permite a construção da análise multi-resolução com complexidade $O(n)$, em que n é o tamanho do sinal, resultando um tempo computacional menor quando comparado à Transformada Rápida de *Fourier* ou *Fast Fourier Transform* (FFT), cuja complexidade é $O(n \log n)$. O algoritmo, utilizando as Equações (2.13), (2.14) e (2.15), permite o cálculo dos coeficientes da escala m a partir dos coeficientes de uma escala (ou nível) anterior.

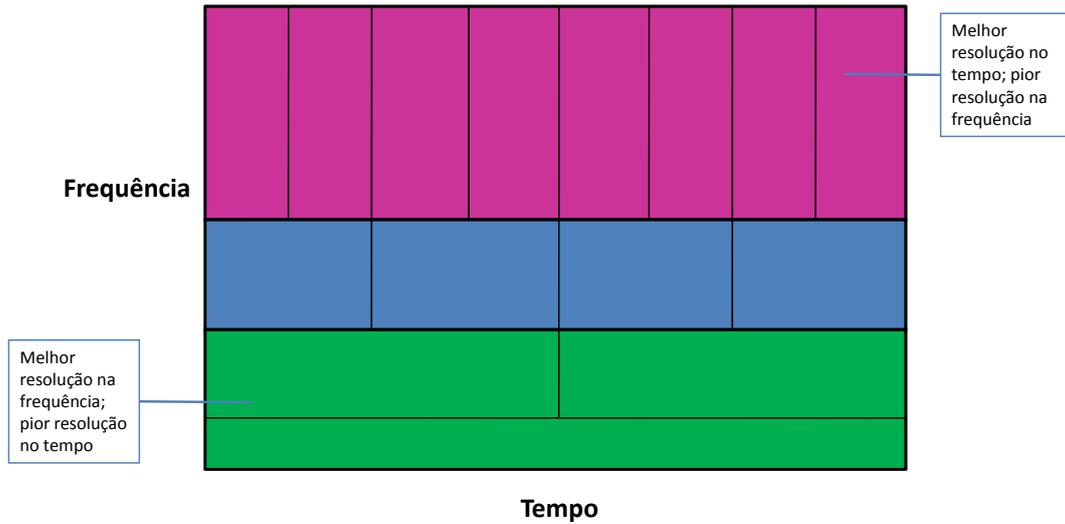


Figura 2.5: Resolução tempo-frequência na TW

$$x[n] = a_{0,n} \quad (2.13)$$

$$a_{m+1,n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k c_{k-2n} a_{m,k} \quad (2.14)$$

$$d_{m+1,n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k b_{k-2n} a_{m,k} \quad (2.15)$$

em que c_k são coeficientes obtidos a partir da função de escala e b_k são coeficientes obtidos a partir da função de *wavelet*.

Além disso, o algoritmo permite a interpretação da TWD como a utilização de um banco de filtros sobre um sinal. A cada novo nível é aplicado um filtro passa-alta e um filtro passa-baixa, produzindo respectivamente os coeficientes dos detalhes e das aproximações. Os coeficientes gerados são dizimados por um fator de 2, mantendo-se

as aproximações que são usadas no próximo nível da decomposição, como mostra a Figura 2.6. No último nível resta apenas um coeficiente de aproximação que é a média do sinal.

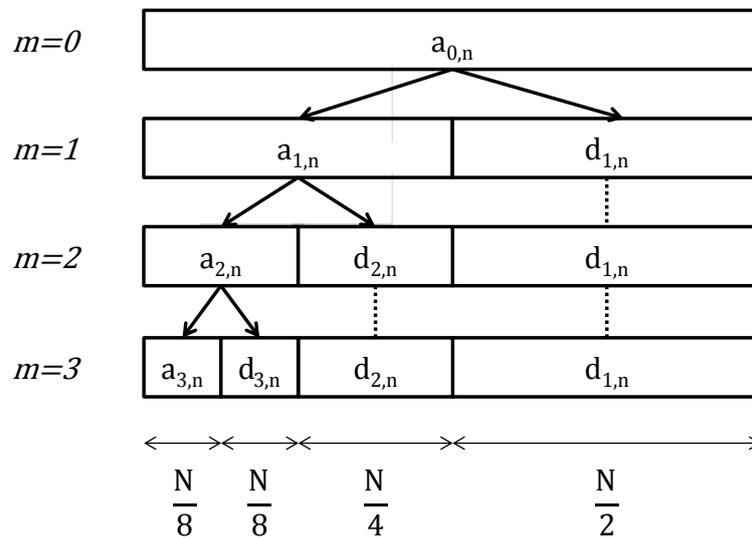


Figura 2.6: Dizimação na TWD

Com o objetivo de atender necessidades em cada aplicação, novas técnicas baseadas em modificações da TWD surgiram ao longo dos anos. Entre elas, destaca-se a Transformada de *Wavelets* Não-Dizimada (TWND). Uma forma eficiente de calcular a TWND foi proposta em Coifman and Donoho (1995), em que os passos são:

- aplica-se a TWD ao sinal original e ao sinal deslocado circularmente de 1 unidade no tempo;
- obtém-se 2 conjuntos de detalhes e aproximações do sinal original e deslocado;
- aplica-se a TWD aos dois novos conjuntos;
- isto é feito a quantidade de níveis desejados;
- a reconstrução é feita fazendo a Transformada de *Wavelets* Discreta Inversa (TWDI) do conjunto de coeficientes do sinal original e do sinal deslocado;
- calcula-se a média aritmética dos sinais obtendo o conjunto de coeficientes do nível anterior.

Assim, ao utilizar a TWND que não é uma transformada ortogonal, gera-se redundância devido ao deslocamento. O resultado é um dicionário conhecido como sobre-completo, que permite a reconstrução do sinal de infinitas formas. Como o objetivo

deste trabalho é realizar eliminação de ruídos, é necessário aplicar algum método que o faça. Uma das formas é utilizando-se o conceito de esparsidade.

2.3 Métodos de Representação Esparsa

Em representação de sinais, esparsidade está associada a um sinal que possui grande número de valores nulos ou seja, dado um vetor $x \in R$, $x = [\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n]$, este sinal é esparso se o suporte $\Lambda(x) = \{1 \leq i \leq n \mid \alpha_i \neq 0\}$ é de cardinalidade $k \ll n$, segundo Starck et al. (2010). Desta forma, a representação esparsa é muito utilizada em processamento de sinais com o objetivo de realizar filtragem de ruídos em sinais diversos.

Para isso, uma forma de garantir a esparsidade em um sinal, é a utilização de normas que a privilegiem, como são as normas ℓ_0 e ℓ_1 . No entanto, por gerar um problema não-convexo, não garantindo a convergência, a norma ℓ_0 é normalmente substituída pela norma ℓ_1 .

Entre os vários métodos existentes, pode-se citar o *Matching Pursuit* que utiliza a norma ℓ_0 , e o *Basis pursuit* que utiliza a norma ℓ_1 .

2.3.1 Matching Pursuit

O método *Matching Pursuit* (MP) proposto em Mallat and Zhang (1993), baseia-se em minimizar a norma ℓ_0 , dada pela Equação (2.16), do vetor de coeficientes y , sujeito à reconstrução do sinal, como na Equação (2.17):

$$\|y\|_0 = \sum_{i=0}^{N-1} |y(i)|^0 \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \text{Minimizar}_y \quad & \|y\|_0 \\ \text{Sujeito a} \quad & x = Ay \text{ ou } x - Ay = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

em que N é o número de coeficientes, x é o sinal a ser reconstruído e A é o dicionário da transformada.

O método funciona iterativamente, em que a cada repetição é escolhido um átomo do dicionário. Quando o método finaliza as iterações, a aproximação do sinal é obtida utilizando apenas os átomos do dicionário que apresentaram o menor erro de reconstrução.

2.3.2 *Basis Pursuit*

Assim como o MP, o método *Basis Pursuit (BP)* proposto em Chen et al. (2001) utiliza a esparsidade para resolução de problemas inversos derivados de dicionários sobrecompletos, e consiste em escolher um número limitado de átomos que ao utilizar os coeficientes ótimos (y^*), reconstroem o sinal.

Para isso, o método consiste em iterativamente minimizar a norma ℓ_1 , que representa o somatório dos valores absolutos do vetor de coeficientes Equação (2.18) sujeito à reconstrução perfeita do sinal, como mostrado na Equação (2.19):

$$\|y\|_1 = \sum_{i=0}^{N-1} |y(i)| \quad (2.18)$$

$$\begin{array}{ll} \underset{y}{\text{Minimizar}} & \|y\|_1 \\ \text{Sujeito a} & x = Ay \text{ ou } x - Ay = 0 \end{array} \quad (2.19)$$

Algoritmos para Solução Esparsa

Existem alguns algoritmos na literatura para solução de problemas utilizando representação esparsa, dos quais pode-se destacar:

- *Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm (ISTA)* descrito por Figueiredo and Nowak (2003), Daubechies et al. (2004) e Combettes and Pesquet (2011); o algoritmo garante a convergência da função objetivo, no entanto é lenta.
- *Fast ISTA (FISTA)* proposto por Beck and Teboulle (2009). Foi desenvolvido em substituição ao ISTA, com convergência mais rápida embora a função de custo possa aumentar em algumas iterações.
- *Split Variable Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm* proposto por Afonso et al. (2010): utiliza conceitos do método de Lagrangeano Aumentado e possui boa relação custo x qualidade da solução.

2.4 Trabalhos Relacionados

Foram pesquisados na literatura estudos que envolvessem Processamento de Sinais, Transformada de *Wavelets*, *MatchingPursuit*, *BasisPursuit*, Variação Total ou Descargas Parciais com o objetivo de correlacioná-los a este trabalho. A partir desse levantamento, 7 pesquisas foram selecionadas, citadas e brevemente apresentadas nesta subseção.

Sabe-se que a TWD fornece um conjunto de coeficientes que, associados a respectivas funções base, permitem reconstruir qualquer sinal de energia finita. A partir dessa ideia é possível reconstruir parte do sinal selecionando os coeficientes de interesse. Assim a primeira pesquisa selecionada é discutida em Donoho (1995) e tem o objetivo de reconstruir um sinal baseando-se em um limiar previamente estabelecido. Todo coeficiente menor que este valor foi então considerado ruído e, conseqüentemente, zerado; os coeficientes resultantes foram então utilizados na reconstrução do sinal. Esta metodologia não apresenta bons resultados nos sinais utilizados neste trabalho, visto que os ruídos impulsivos possuem características semelhantes às descargas parciais. Sendo assim, as descargas podem ser eliminadas ou os ruídos impulsivos, mantidos.

Já o trabalho apresentado em Ma et al. (2000) envolveu TW e descargas parciais, propondo um método de filtragem desses sinais utilizando DSP (*Digital Signal Processor*). O trabalho obteve expressivos resultados em desempenho e custo computacional para atenuação de ruídos senoidais de alta frequência e ruídos impulsivos.

Em outra pesquisa envolvendo DPs, os autores em Cuenca et al. (2004) utilizaram a análise de componentes principais (*Principal Component Analysis - PCA*) para

reduzir a dimensão do espaço original de entrada, gerando subespaços de menor dimensão produzidos pelas componentes mais relevantes, para auxiliar na identificação de tais descargas em transformadores de potência. Foram descartadas as projeções que apresentavam baixa energia na representação e manteve-se as demais. Após aplicar o resultado em uma rede neural, obteve-se 93% de acurácia. Diferentemente do trabalho aqui apresentado, a análise de componentes principais e aplicação em uma rede neural eleva o custo computacional do processo. Sendo assim, optou-se por utilizar otimização convexa.

Já no trabalho de Oliveira Mota et al. (2011), os autores baseados em um procedimento de seleção de coeficientes adaptativa espacialmente, propuseram um método que visasse explorar a capacidade de processamento localizado da TW. Assim, obtiveram informações adicionais que aprimorou a separação entre os coeficientes relacionados ao sinal e os coeficientes relacionados ao ruído, obtendo excelentes resultados.

Associando a filtragem de ruídos à técnicas de otimização, como é feito neste trabalho, os autores em Claser and Sanches (2012) utilizam a técnica de otimização *Matching Pursuit* com o objetivo de classificar trechos de sinal entre voz e silêncio a partir da construção de um dicionário redundante de átomos. O trabalho apresentou como resultado alta razão sinal-ruído e assim como no trabalho de Cuenca et al. (2004), o custo computacional é elevado.

Por outro lado, utilizando a técnica de otimização *Basis Pursuit* através do algoritmo SALSA, em de Azevedo Silva and de Oliveira Mota (2017) é apresentado um método de filtragem de sinais de DPs utilizando dicionários de *wavelets* sobrecompletos. O método nomeado *Overcomplete Dictionary Basis Pursuit Denoising* (ODBPD) consiste na união de diferentes famílias *wavelets* com o objetivo de obter representações mais próximas das características do sinal. Assim como o WATV, esse método utiliza otimização convexa e dicionários sobrecompletos em sinais de DPs. No entanto ao aplicá-lo em sinais com ruídos impulsivos, o método não apresentou bons resultados. Tanto as DPs quanto os ruídos impulsivos mantiveram-se no sinal, ou eram eliminados juntos.

O último trabalho selecionado e relacionado à essa pesquisa utiliza Variação Total e otimização não-convexa. Os autores desenvolveram em Mitiche et al. (2017), uma nova abordagem ao método *Adaptive Local Iterative Filtering* (ALIF) proposto por Cicone et al. (2016). Inspirado no método WATV (*Wavelet Total Variation*) e denominado ALIF-TV, o método busca reconstruir o sinal sem ruído. Seus testes foram realizados em sinais de DPs medidos com ruídos Gaussianos, obtendo bons resultados. No entanto, além

de apresentar elevado custo computacional, assim como em Donoho (1995) o método funciona bem para sinais com ruídos Gaussianos apenas.

Baseado nos estudos realizados e considerando os sinais propostos no Capítulo 4, corrompidos por ruídos Gaussianos, harmônicos e impulsivos, é adotado neste trabalho a aplicação do método *Wavelets* com Variação Total, muito utilizado em processamento de imagens e explicado no Capítulo 3.

2.5 Conclusão

Este capítulo apresentou alguns tópicos necessários para contextualização de alguns conceitos que são empregados neste trabalho, como métodos de otimização e técnicas de processamento de sinais baseadas em dicionários. Por fim, uma revisão bibliográfica foi apresentada mostrando os principais trabalhos relacionados ao tema desta dissertação. Foi constatado que existem várias técnicas na literatura que abordam a eliminação de ruídos em sinais de DPs, mostrando que não há uma maneira convencional de solucionar este problema.

Método

Este capítulo tem como objetivo descrever os principais aspectos do módulo de otimização implementado neste trabalho, que foi desenvolvido utilizando o método proposto em Ding and Selesnick (2015).

3.1 Variação Total

A Variação Total foi proposto em Rudin et al. (1992) como um critério de regularização para eliminação de ruídos, e consiste em medir o quanto os valores do sinal mudam entre si. Em um sinal $x(n)$ de N pontos, o VT é definido como:

$$VT(x) = \sum_{n=2}^N |x_n - x_{n-1}|, \quad (3.1)$$

que também pode ser escrita em forma matricial como

$$VT(x) = \|Dx\|_1 \quad (3.2)$$

onde $\|x\|_1$ é a norma ℓ_1 de x e D é a matriz de diferenças de primeira ordem de tamanho $(N - 1) \times N$, como mostrado em (3.3):

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Sendo assim, a abordagem denominada eliminação de ruídos por *total variation* tem como objetivo encontrar uma aproximação que obtenha a menor variação total cuja reconstrução esteja mais próxima ao sinal original $x(n)$. Entre algumas medidas de proximidade possíveis, a soma dos erros quadrados é eficiente e é dada pela Equação (3.4):

$$E(x,y) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (x_n - y_n)^2 \quad (3.4)$$

onde y_n é o sinal reconstruído.

A eliminação de ruído por variação total consiste em minimizar a função objetivo dada pela Equação (3.5):

$$F = \min_x \|y - x\|_2^2 + \lambda \|Dx\|_1 \quad (3.5)$$

onde λ é um parâmetro de regularização.

3.2 Variação Total com *Wavelet*

Baseado na Equação (3.5), no algoritmo SALSA proposto em Afonso et al. (2010) e utilizado neste trabalho, em Ding and Selesnick (2015) os autores propuseram a

técnica conhecida como WATV (*Wavelet Total Variation*), que consiste no emprego de penalidades não convexas com o objetivo de promover a esparsidade no domínio de *wavelets* (Nikolova et al., 2010). Ao utilizar penalidades não convexas, afeta-se a convexidade da função objetivo. No entanto, em seu método, os autores restringem tal penalidade de modo a garantir a convexidade daquela função.

Sendo a transformada *wavelet* representada por W e w os coeficientes que satisfazem $w = Wx$, o método utilizado neste trabalho, e proposto em Ding and Selesnick (2015), consiste em encontrar os coeficientes *wavelets* que resolvem o problema de otimização da Equação (3.6):

$$\hat{w} = \underset{w}{\operatorname{argmin}} \left(F(w) = \frac{1}{2} \|Wy - w\|_2^2 + \sum_{j,k} \lambda_j \phi(w_{j,k}; a_j) + \beta \|DW^T w\|_1 \right) \quad (3.6)$$

em que λ_j são os multiplicadores de Lagrange, e a_j e β são parâmetros de regularização.

Tais parâmetros são calculados baseados nas Equações (3.7), (3.8) e (3.9).

$$\lambda_j = \frac{2.5\eta\sigma}{2^{j/2}} \quad (3.7)$$

$$\beta = \frac{(1 - \eta) \sqrt[2]{N}\sigma}{4} \quad (3.8)$$

$$a_j = \frac{1}{\lambda_j} \quad (3.9)$$

onde $0 < \eta < 1$ controla o peso da *wavelet* e a regularização da VT, e σ^2 é a variância do ruído. O parâmetro a , neste caso, garante a convexidade da função objetivo por ser inversamente proporcional a λ na função:

$$f(x) = \frac{1}{2}(y - x)^2 + \lambda\phi(x; a) \quad (3.10)$$

A função de penalidade ϕ utilizada foi a arc-tangente definida em (3.11), que como pode ser visto na Figura 3.1 é uma função de limiar não-linear contínua, que apresenta valores sempre entre os valores das funções usuais *hard* e *soft-thresholding*.

$$\phi(x; a) = \begin{cases} \frac{2}{a\sqrt{3}} \left(\operatorname{atan}\left(\frac{1+2a|x|}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{6} \right), & \text{se } a > 0, \\ |x|, & \text{se } a = 0. \end{cases} \quad (3.11)$$

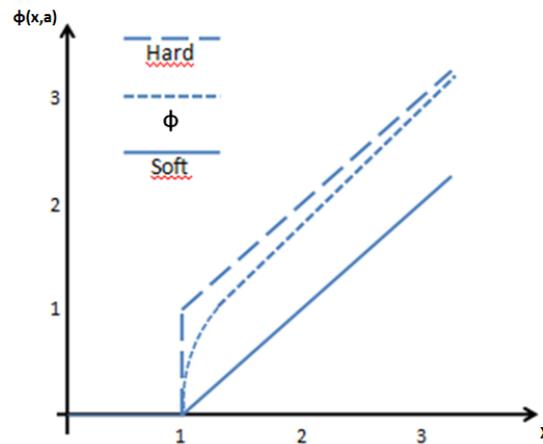


Figura 3.1: Função *Threshold* ($\lambda = 1$ and $a = 0,95$)

3.3 O Algoritmo de Otimização

Dividindo e representando a função objetivo (3.6) em variáveis, como uma nova função restrita, tem-se

$$\begin{aligned} \arg \min_{u,w} \quad & g_1(w) + g_2(u) \\ \text{Sujeito a} \quad & u = w, \end{aligned} \quad (3.12)$$

em que

$$g_1(w) = \frac{1}{2} \|Wy - w\|_2^2 + \sum_{j,k} \lambda_j \phi(w_{j,k}; a_j) \quad (3.13)$$

$$g_2(u) = \beta \|DW^T w\|_1. \quad (3.14)$$

Desta forma, como visto em (2.6), utilizando as funções g_1 e g_2 , o Lagrangeano aumentado é dado por

$$L(w, u, \mu) = g_1(w) + g_2(u) + \frac{\mu}{2} \|u - w - d\|_2^2. \quad (3.15)$$

em que d é uma variável de folga.

Assim, obtém-se a solução da Equação 3.12 utilizando um algoritmo iterativo baseado no Lagrangeano aumentado, em que cada iteração consiste de 3 etapas representadas pelas Equações (3.16), (3.17) e (3.18):

$$w = \arg \min_w g_1(w) + \frac{\mu}{2} \|u - w - d\|_2^2 \quad (3.16)$$

$$u = \arg \min_u g_2(u) + \frac{\mu}{2} \|u - w - d\|_2^2 \quad (3.17)$$

$$d = d - (u - w) \quad (3.18)$$

Inicializando a função, sendo $u = Wy$ e $d = 0$ e utilizando a Equação (3.13), a Equação (3.16) pode ser resolvida como

$$w = \arg \min_w \sum_{j,k} \frac{1}{2} (p_{j,k} - w_{j,k})^2 + \frac{\lambda_j}{\mu + 1} \phi(w_{j,k}; a_j) \quad (3.19)$$

em que $p = (Wy + \mu(u - d))/(\mu + 1)$.

Escrevendo esta equação em função de $w_{j,k}$, tem-se então a Equação (3.20):

$$w_{j,k} = \arg \min_{v \in \mathbb{R}} \frac{1}{2} (p_{j,k} - v)^2 + \frac{\lambda_j}{\mu + 1} \phi(v; a_j) \quad (3.20)$$

que é similar à Equação (3.10). Sendo assim, sua solução pode ser encontrada através da Equação (3.21):

$$w_{j,k} = \phi\left(p_{j,k}; \frac{\lambda_j}{\mu + 1}; a_j\right) \quad (3.21)$$

Já o cálculo da Equação (3.17) é feito empregando propriedades de operadores de proximidades, que é resolvido utilizando um algoritmo proposto em Condat (2013). Assim, a função é definida como:

$$q(v) = \arg \min_u \beta \|DW^T u\|_1 + \frac{\mu}{2} \|u - v\|_2^2$$

$$q(v) = \arg \min_u \psi(W^T u) + \frac{1}{2} \|u - v\|_2^2$$

$$q(v) = \arg \min_u h(u) + \frac{1}{2} \|u - v\|_2^2$$

$$q(v) = \text{prox}_h(v)$$

$$q(v) = v + W(\text{prox}_\psi(W^T v) - W^T v)$$

em que $\psi(x) = \frac{\beta}{\mu} \|Dx\|_1$ e $h(u) = \psi(W^T u)$ e:

$$\text{prox}_\psi(W^T v) = \arg \min_x \psi(x) + \frac{1}{2} \|x - W^T v\|_2^2$$

$$\text{prox}_\psi(W^T v) = \arg \min_x \frac{\beta}{\mu} \|Dx\|_1 + \frac{1}{2} \|x - W^T v\|_2^2$$

$$q(v) = \text{tvd}\left(W^T v, \frac{\beta}{\mu}\right)$$

é o *total variation denoising*. Assim sendo, (3.17) é calculado através das Equações (3.22) e (3.23):

$$v = d + w \tag{3.22}$$

$$u = v + W\left(\text{tvd}\left(W^T v, \frac{\beta}{\mu}\right) - W^T v\right) \tag{3.23}$$

Desta forma, o algoritmo é desenvolvido baseado no pseudo-código apresentado como Algoritmo 2:

Algoritmo 2 - WATV

Início

Inicializar $u = Wy$ e $d = 0$

$$a_j = \frac{1}{\lambda_j}$$

Repita:

$$p = (Wy + \mu(u - d))/(\mu + 1)$$

$$w_{j,k} = \phi(p_{j,k}; \frac{\lambda_j}{\mu+1}; a_j)$$

$$v = d + w$$

$$u = v + W(tvd(W^T v, \frac{\beta}{\mu}) - W^T v)$$

$$d = d - (u - w)$$

Até convergir.

Retorne: $x = W^T w$

Para o processamento das descargas parciais foi utilizada a família *Daubechies 2* (DB2). Conforme visto em Ma et al. (2002), entre as *wavelets* disponíveis, esta família possui quase todas as propriedades necessárias, como compactação, duração limitada, ortogonalidade e assimetria para análise de pulsos irregulares e transitórios rápidos.

Além disso, outra característica importante que deve ser verificada é a similaridade entre o sinal analisado e a descarga parcial. Essa medida é dada pelo coeficiente de correlação, que como visto em Ma et al. (2002) possui o maior valor sendo este 0,5272, mostrando que há uma forte relação entre a família *Daubechies 2* e os pulsos de DP.

Sinais, Métrica de Desempenho e Testes Estatísticos

Este capítulo descreve os sinais utilizados na aplicação do método. Estes consistem de sinais simulados provenientes do trabalho de de Azevedo Silva and de Oliveira Mota (2017), visto que para avaliar quantitativamente o desempenho do método é necessário comparar um sinal conhecido (sem ruídos) com o sinal resultante do processo de filtragem; e sinais medidos, oriundos de pesquisas de Mota and Vasconcelos (2001).

Assim, a seção 4.3 apresenta a métrica utilizada para avaliação do método, bem como os testes estatísticos empregados para validar os resultados obtidos.

4.1 Sinais simulados de DPs

Com o objetivo de avaliar o método de filtragem, é necessário aplicá-lo a sinais simulados. Conhecer o sinal antes da aplicação do método torna possível avaliá-lo quantitativamente utilizando-se métricas que comparam o sinal original e o sinal obtido.

Assim, foram gerados 20 sinais de DPs sintéticos e em cada um destes sinais foram adicionados ruídos do tipo:

- ruído branco (Gaussiano);
- ruído harmônico (tipo AM);
- ruído do tipo impulsivo;

também gerados de maneira sintética.

Como neste trabalho os sinais reais foram coletados a partir de medição elétrica, os pulsos de DPs simulados foram gerados a partir do modelo matemático de resposta ao impulso de uma rede RLC paralela, conforme as equações (4.1) e (4.2).

$$DP(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad (4.1)$$

$$s_{1,2} = \frac{-1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (4.2)$$

Na figura 4.1, em (a) é apresentado um sinal de DPs gerado a partir das equações (4.1) e (4.2), e em (b) é apresentado o comportamento de um dos pulsos de DP.

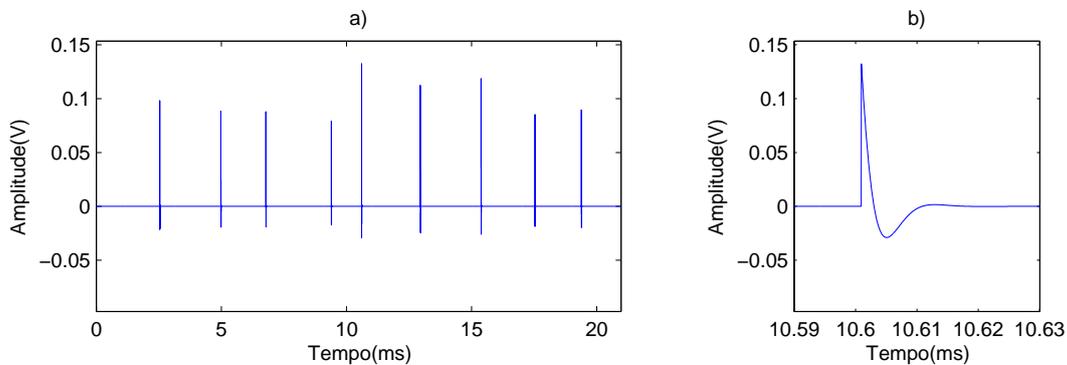


Figura 4.1: **(a)** Sinal de DPs gerado artificialmente **(b)** Pulso de DP em detalhe

A quantidade e a localização dos pulsos de DPs dos sinais simulados foi definida de maneira aleatória. Já a amplitude foi gerada através de distribuição normal aleatória, com média = 0,1 V.

4.1.1 Geração de Ruído Gaussiano

Os ruídos Gaussianos foram gerados a partir de distribuição aleatória Gaussiana, e suas amplitudes variaram entre 20% e 40% da amplitude dos pulsos das DPs. A figura 4.2 apresenta um sinal gerado acrescido de ruído do tipo Gaussiano.

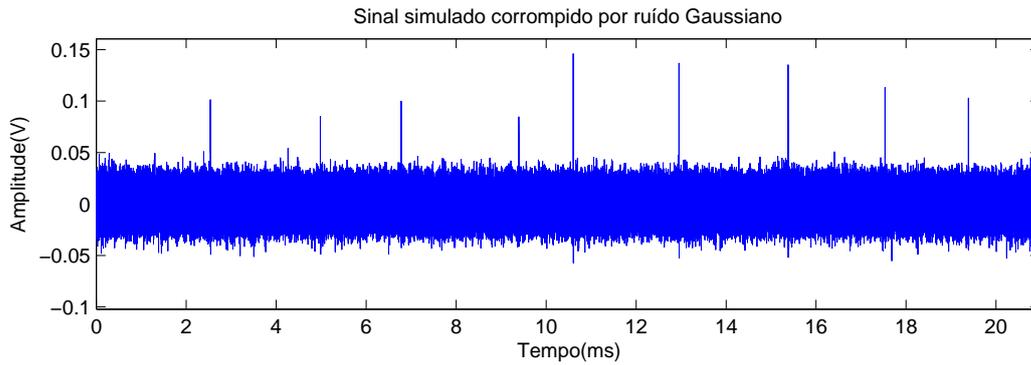


Figura 4.2: Sinal de DPs corrompido por ruído Gaussiano

4.1.2 Geração de Ruído Harmônico

Os ruídos harmônicos foram simulados como sinais do tipo AM (Amplitude Modulada), gerados a partir da equação:

$$Ruido_{AM}(t) = \sum_{c=1}^N A_c \left(1 + \sum_{m=1}^k \mu_m \text{sen}(\omega_m t) \right) \cos(\omega_c t) \quad (4.3)$$

onde A_c e ω_c são, respectivamente, a amplitude e frequência das ondas portadoras, μ_m é o índice de modulação e ω_m a frequência da m -ésima onda moduladora.

Assim, para a geração dos ruídos foram utilizados os seguintes valores definidos baseados na semelhança com sinais medidos:

- $A_c = 0,1$.
- $\omega_c = 600, 800, 1000, 1200$ e 1400 kHz.
- $\mu_m = 0,4$.
- $\omega_m = 1, 5, 8, 11, 15$ e 20 kHz.

Assim como os ruídos Gaussianos, a amplitude dos ruídos harmônicos gerados variou aleatoriamente entre 20% e 40% da amplitude dos pulsos das DPs. Além disso, foram adicionados ruídos de fundo de natureza Gaussiana e amplitudes máximas de 5% dos pulsos das DPs.

A figura 4.3 apresenta um dos sinais simulados corrompido por ruído do tipo harmônico.

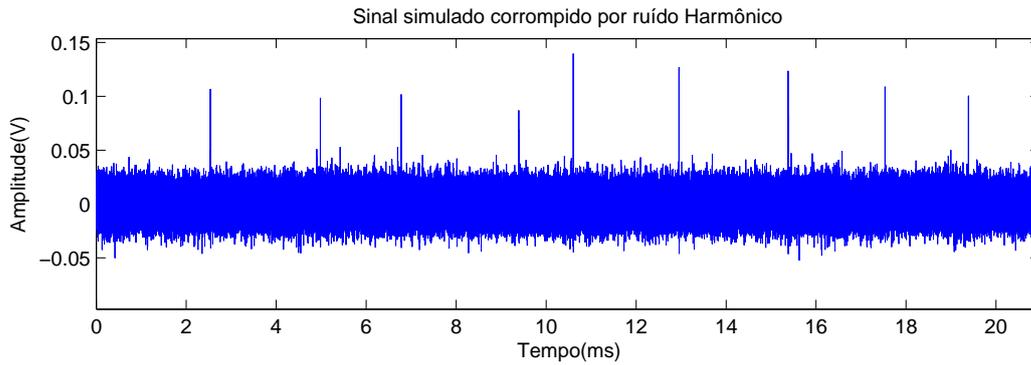


Figura 4.3: Sinal de DP's corrompido por ruído harmônico

4.1.3 Geração de Ruídos Impulsivos

Os ruídos impulsivos foram gerados a partir do produto entre o ruído Gaussiano e janelas exponencial, Gaussiana e retangular, definidas pelas equações (4.4), (4.5) e (4.6) respectivamente:

$$w_{Exp}(t) = A(e^{-at} - e^{-\beta t}) \quad (4.4)$$

$$w_{Gauss}(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2\sigma^2} \quad (4.5)$$

$$w_{Ret}(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t_0 \leq t \leq t_1 \\ 0, & t > t_1 \end{cases} \quad (4.6)$$

Assim como na geração dos ruídos Gaussiano e harmônico, a quantidade, a localização e a amplitude dos pulsos do ruído foram gerados aleatoriamente, sendo que a amplitude também foi fixada entre 20% a 40% dos valores de amplitude dos pulsos das

DPs. Aos sinais também foi adicionado ruído de fundo de natureza Gaussiana, com amplitude máxima de 5% dos pulsos das DPs.

A figura 4.4 apresenta um dos sinais gerados acrescido de ruído de natureza impulsiva.

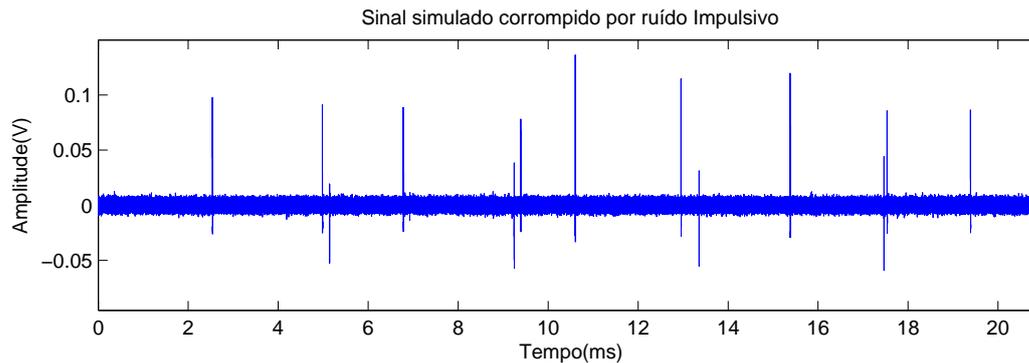


Figura 4.4: Sinal de DPs corrompido por ruído impulsivo

4.2 Sinais Medidos de DPs

O método também foi testado em sinais de DPs medidos em laboratório. Na figura 4.5 são apresentadas 2 medições de descargas parciais (a.1) e (b.1), sendo a.1 um sinal com ruído AM e um ruído impulsivo com amplitude aproximada de 0.5V, e b.1 um sinal com ruídos impulsivos. Em (a.2) e (b.2) são apresentados alguns pulsos de DP em detalhe.

As medições utilizadas para teste e avaliação do método foram realizadas na planta de medição de Descargas Parciais, como mostrado na Figura 4.6, presente no Laboratório de Medição e Instrumentação Computacional (LAMIC) da Universidade Federal de Minas Gerais.

Todos estes sinais, medidos a uma taxa de amostragem de 25 MHz, fazem parte de uma base de dados de sinais de DPs oriundos de pesquisas de Mota and Vasconcelos (2001).

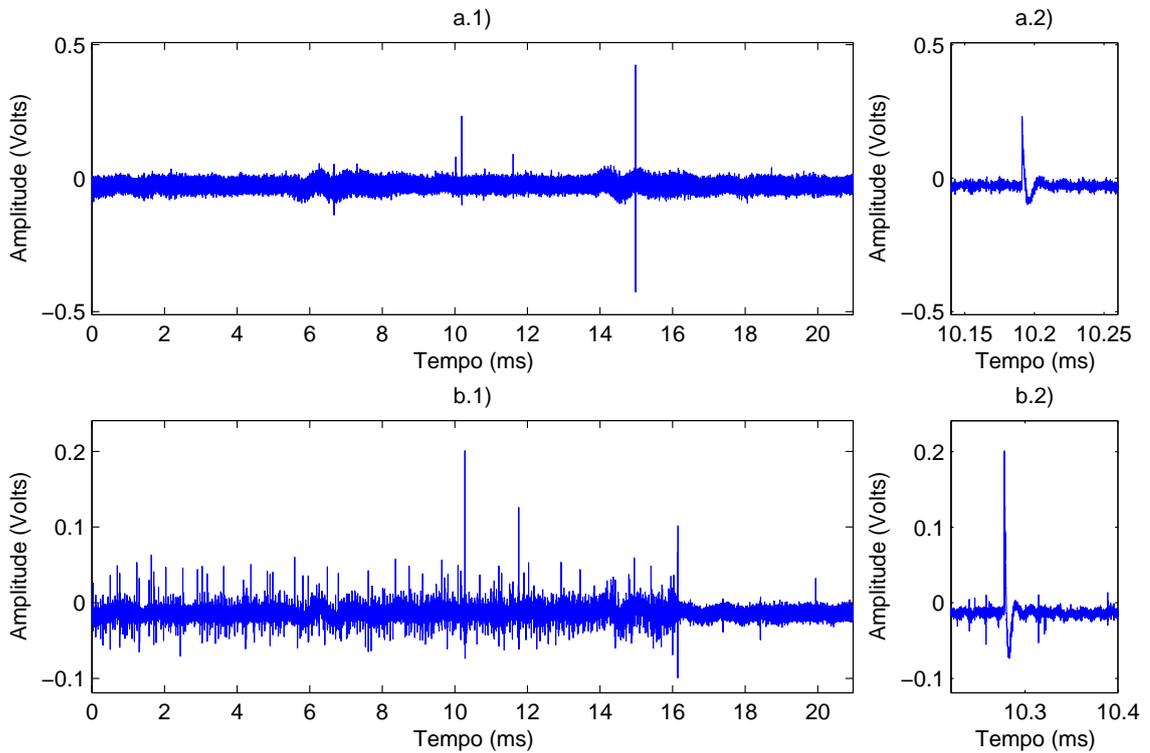


Figura 4.5: Sinais Medidos em laboratório. a.1) Medição de Sinal com DP (Ruído AM). a.2) Detalhe do pulso de DP. b.1) Medição de Sinal com DP (Ruído Impulsivo). b.2) Detalhe do pulso de DP.

4.3 Avaliação de Desempenho do Método

Como o objetivo do trabalho é identificar a existência de descargas parciais, a avaliação do desempenho do método foi feita utilizando-se o Erro Quadrático Médio (EQM). Como mostrado na Equação (4.7), é calculada a raiz do erro quadrático médio entre o sinal desejado x_n (original sem ruído) e o sinal obtido, \hat{x}_n . Um EQM mais próximo de 0 (zero) indica melhor reconstrução do sinal.

$$EQM = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - \hat{x}_n)^2} \quad (4.7)$$

A partir desses resultados, buscou-se verificar se o método WATV é melhor que o método ODBPD para os sinais utilizados. Para isso, um experimento planejado



Figura 4.6: Planta de medição de Descargas Parciais

foi empregado. Para realização desse teste, verificou-se primeiramente a premissa de normalidade dos resíduos realizando o teste de Shapiro-Wilk. Confirmando virem de uma distribuição normal, realizou-se um teste estatístico T pareado unilateral. Maiores detalhes sobre esse tipo de teste podem ser vistos em Montgomery and Runger (2010).

4.4 Conclusão

Esse capítulo apresentou o modelo de geração de sinais simulados bem como a geração dos ruídos Gaussiano, harmônico e impulsivo. Apresentou também a origem dos sinais medidos, a métrica de avaliação de desempenho do método e quais testes estatísticos serão utilizados para avaliar os resultados obtidos.

No Capítulo 5 serão apresentados os resultados quantitativos do método para esses sinais, assim como uma análise visual.

Resultados e Discussões

5.1 Desempenho de filtragem do método - sinais de DP simulados

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados obtidos pelo processo de filtragem utilizando o método WATV em sinais simulados de descargas parciais com ruídos do tipo Gaussiano, impulsivo e harmônico (tipo AM). Para esses sinais, definiu-se η , σ e níveis de decomposição como 0.95, 0.12 e 9 respectivamente. Estes valores foram escolhidos após calcular-se a média dos erros de todos os sinais baseados em faixas de 0,7 a 0,99 para η , 0,05 a 0,025 para σ e 1 a 15 para os níveis de decomposição.

5.1.1 Sinal Simulado com Ruído Gaussiano

A Figura 5.1 apresenta um sinal simulado com descargas parciais regularmente espaçadas corrompido por ruído Gaussiano, e o mesmo sinal após aplicação do método de filtragem WATV. Como pode ser visto, o método apresentou excelentes níveis de atenuação do ruído Gaussiano, eliminando-o quase totalmente. Além disso, manteve as descargas parciais apresentando baixo nível de atenuação da amplitude das mesmas.

Na Figura 5.2 é apresentado com mais detalhe o pulso ocorrido no instante 0,148 ms antes e após aplicação do método. Percebe-se que as características da descarga foram mantidas e o ruído Gaussiano foi eliminado, evidenciando assim a qualidade do método utilizado neste trabalho.

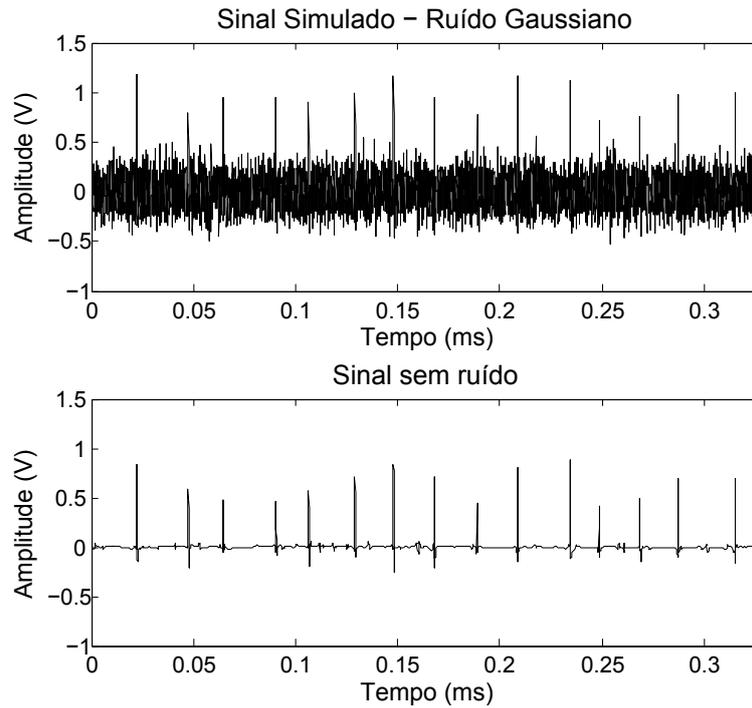


Figura 5.1: Sinal simulado com ruído Gaussiano

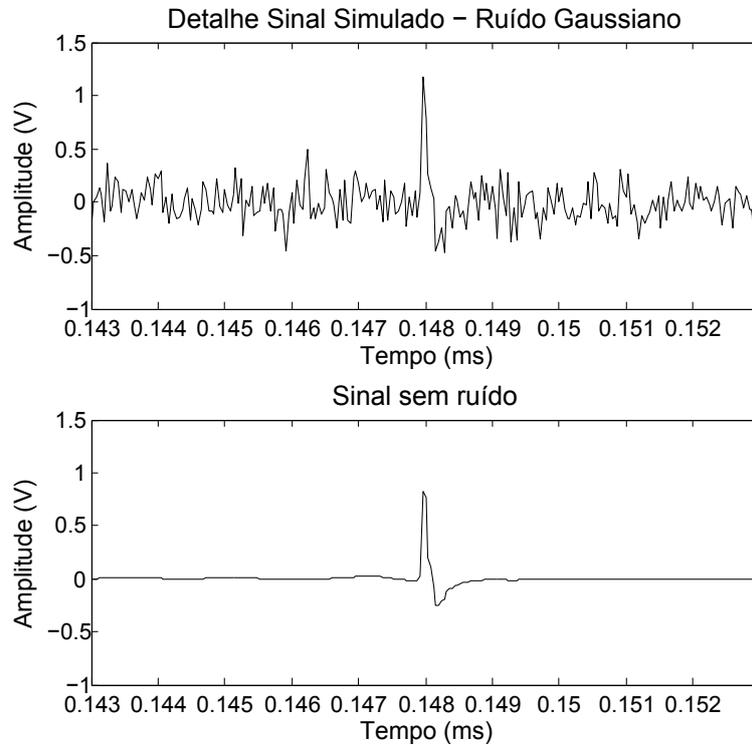


Figura 5.2: Detalhe sinal simulado com ruído Gaussiano

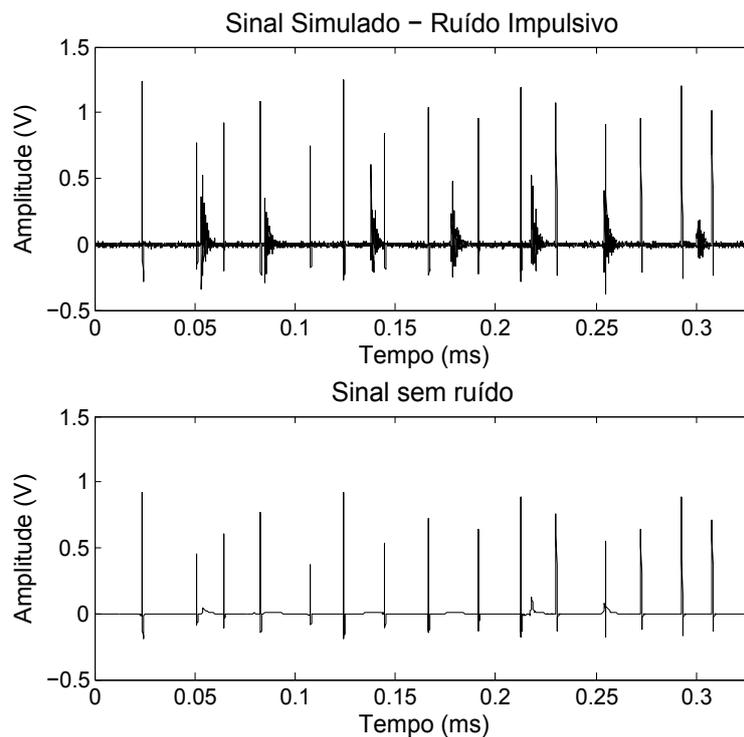


Figura 5.3: Sinal simulado com ruído impulsivo

5.1.2 Sinal Simulado com Ruído Impulsivo

A Figura 5.3 corresponde a um sinal simulado com descargas parciais regularmente espaçadas corrompido por ruídos impulsivos. Como pode ser visto, o método apresentou-se eficiente, onde os ruídos impulsivos foram praticamente eliminados e as descargas parciais foram levemente atenuadas.

Resolveu-se então aumentar as amplitudes negativa e positiva dos ruídos impulsivos com o objetivo de verificar a eficiência do método frente a ruídos com essa característica. Como mostra a Figura 5.4, o WATV eliminou grande parte do ruído impulsivo, mas também atenuou consideravelmente os pulsos de descarga parcial. Para este caso, o método não apresentou-se muito eficiente.

Ainda sobre o mesmo sinal simulado corrompido por ruídos impulsivos, são apresentados detalhes de duas descargas parciais entre os instantes 0,13 ms e 0,135 ms na Figura 5.5. Percebe-se que a segunda descarga parcial é corrompida por ruído impulsivo que foi eficientemente atenuado.

Desta forma, gerou-se 200 sinais com amplitudes do ruídos impulsivos variando entre 10% e 100% das amplitudes das descargas. Aplicou-se os métodos WATV e ODBPD a esses sinais e o resultado é apresentado na Figura 5.6.

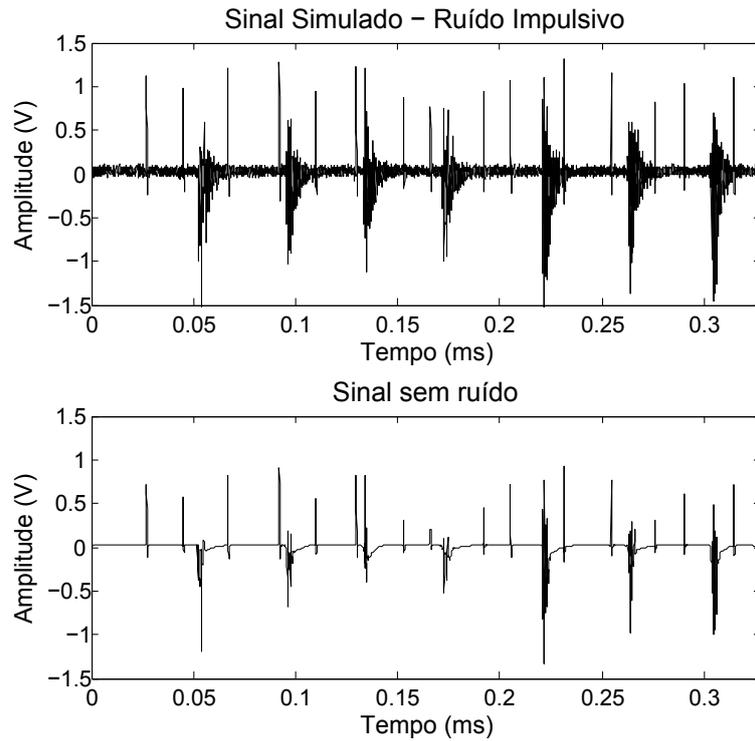


Figura 5.4: Sinal simulado com ruído impulsivo

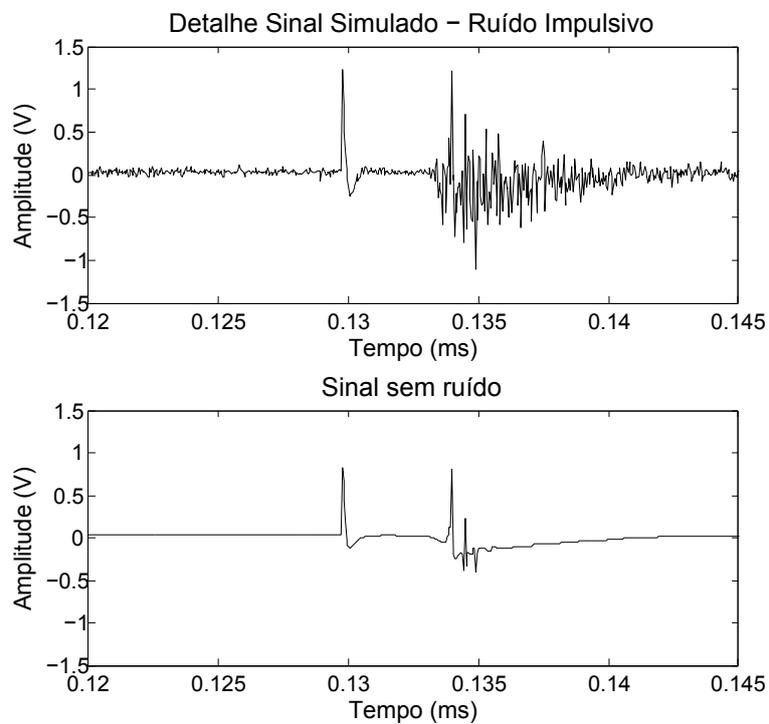


Figura 5.5: Detalhe sinal simulado com ruído impulsivo

Percebe-se que o método WATV apresentou menor EQM que o método ODBPD em todos os ruídos testados.

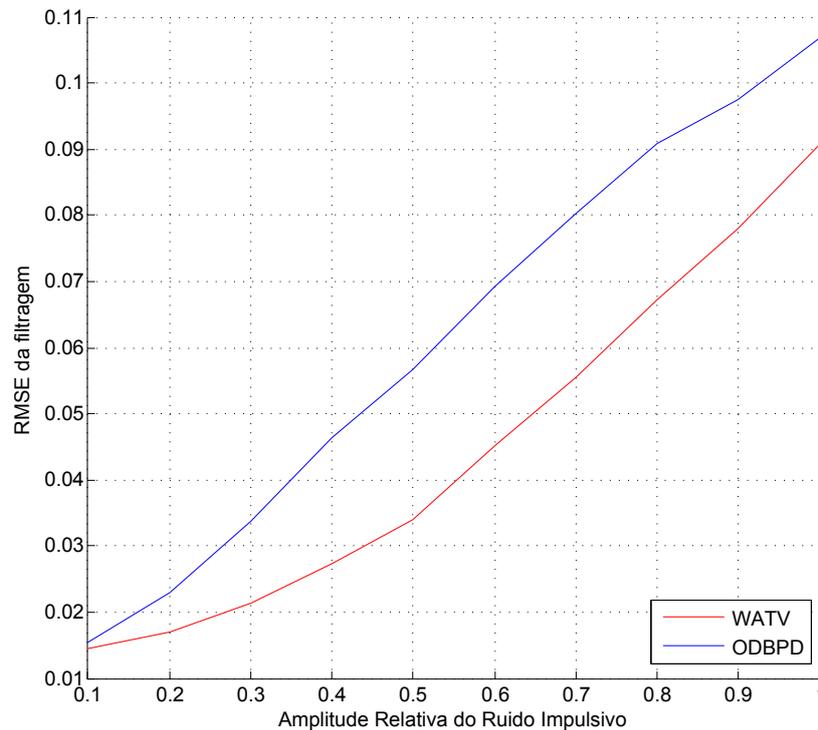


Figura 5.6: Comparação EQM - WATV e ODBPD

5.1.3 Sinal Simulado com Ruído Harmônico

A Figura 5.7 representa um sinal simulado com descargas parciais distribuídas durante sua duração corrompido por ruído harmônico do tipo AM. A mesma figura apresenta também o mesmo sinal após aplicar o método WATV. Nota-se que obteve-se excelente atenuação do ruído, sendo este praticamente eliminado, além de manter as descargas parciais que foram levemente atenuadas.

Para demonstrar melhor os resultados do método WATV para este tipo de sinal, são apresentados detalhes de uma descarga parcial localizada entre 0,142 ms e 0,144 ms na Figura 5.8. Como pode ser visto, assim como no sinal com ruído Gaussiano, o ruído harmônico foi eliminado e a descarga parcial mantida. Assim, para este tipo de sinal, o método também apresentou-se muito eficiente.

5.2 Desempenho de filtragem do método - sinais de DP medidos

Após atestar o método em sinais simulados e verificar sua eficiência, aplicou-se o mesmo a sinais medidos em laboratório. Para tais sinais, os parâmetros σ e níveis de

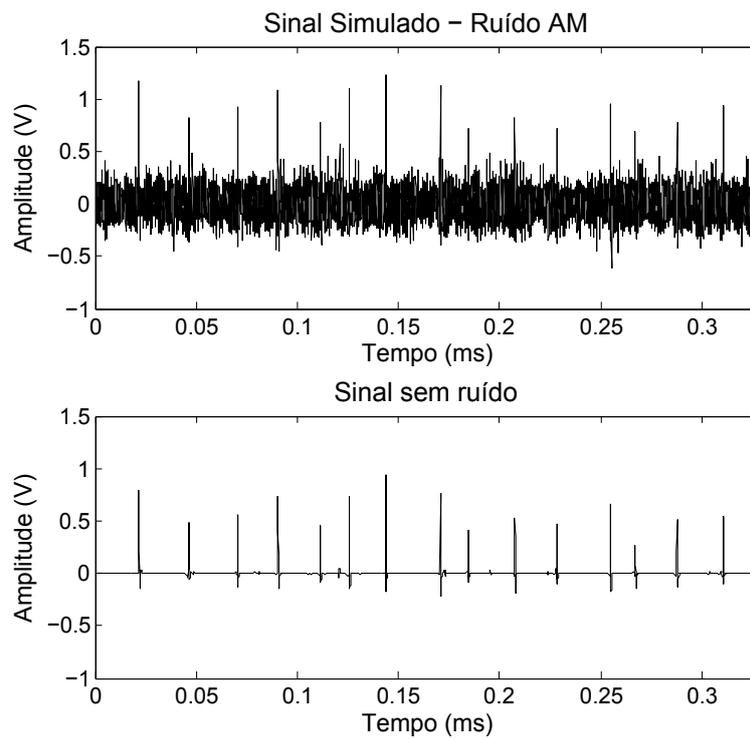


Figura 5.7: Sinal simulado com ruído harmônico (AM)

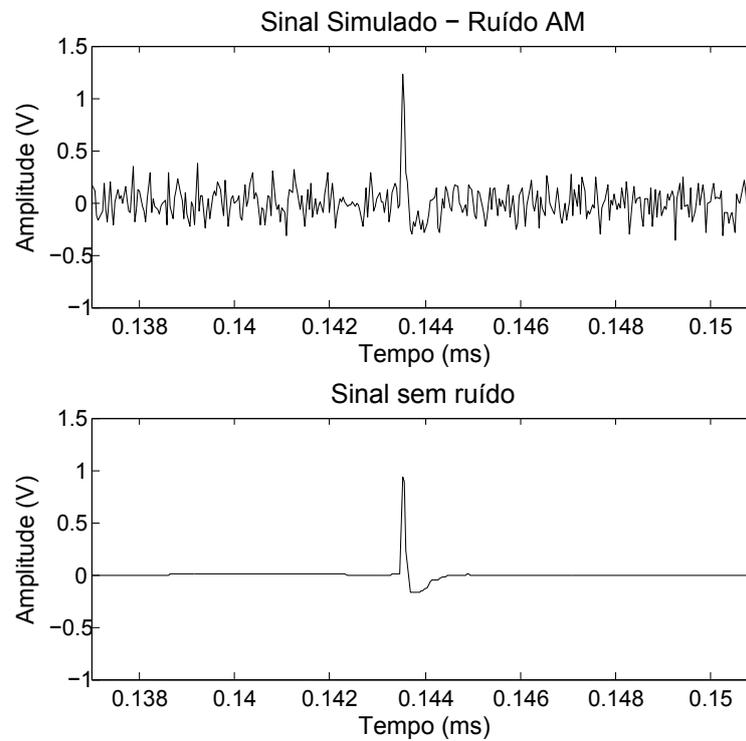


Figura 5.8: Detalhe sinal simulado com ruído harmônico (AM)

decomposição foram diferentes e testados de maneira exaustiva em 3 *loops*. Foi assim definido pois para cada tipo de sinal, os melhores resultados foram atingidos usando os valores apresentados na Tabela 5.1.

Índice do sinal	Tipo do ruído	σ	η	Níveis
1	AM	0,01	0,99	5
2	AM	0,007	0,99	5
3	Impulsivo	0,02	0,99	10
4	Impulsivo Sincronizado com a rede	0,09	0,99	3
5	AM	0,09	0,99	5

Tabela 5.1: Características dos sinais medidos

5.2.1 Sinais Medidos com Ruído Harmônico

A Figura 5.9 corresponde ao sinal 1 que possui ruído predominantemente harmônico e diversas descargas parciais concentradas entre os instantes 12 ms e 15 ms. Ao aplicar o método, percebe-se no sinal filtrado a eliminação quase total do ruído harmônico e a manutenção das descargas parciais, que foram suavemente atenuadas.

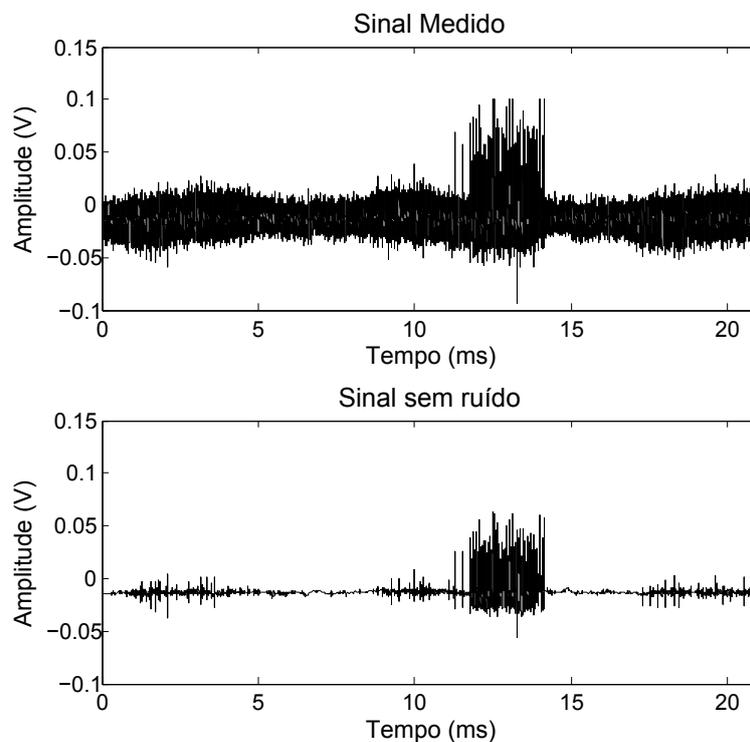


Figura 5.9: Sinal 1 medido com ruído harmônico (AM)

Assim como o sinal 1 mostrado na Figura 5.9, o sinal 5, mostrado na Figura 5.10, corresponde a um sinal medido em laboratório que possui ruído predominantemente harmônico, com alguns ruídos impulsivos distribuídos. Diferentemente do sinal anterior, ele possui apenas três descargas parciais entre os instantes 9 ms e 14 ms, que após aplicação do método foram mantidas com suave atenuação. Como pode ser visto, o ruído harmônico bem como os ruídos impulsivos foram removidos, mostrando que para este tipo de sinal o método apresentou-se muito eficiente.

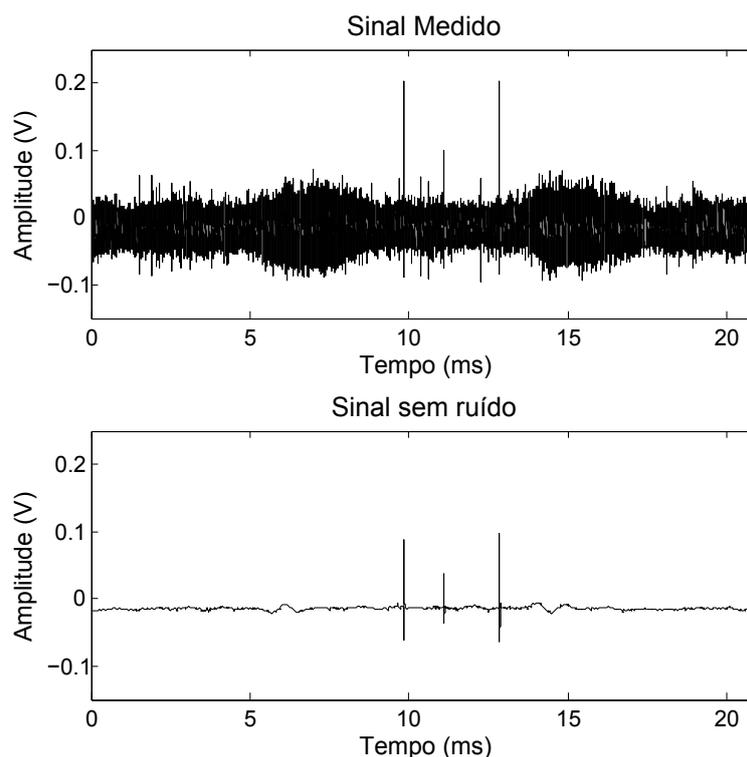


Figura 5.10: Sinal 5 medido com ruído harmônico (AM)

Como pode ser visto na Figura 5.11, o sinal 2 é, assim como nos sinais medidos apresentados até aqui, composto por ruído harmônico do tipo AM. No entanto, este sinal possui diversas descargas parciais entre os instantes 1 ms e 4 ms com amplitudes que variam entre 0.02 V e 0.1 V. Assim como no resultado do método aplicado ao sinal 1, o ruído contido neste sinal não foi eliminado totalmente, mas houve uma boa atenuação do mesmo e as descargas parciais mantidas.

5.2.2 Sinais Medidos com Ruído Impulsivo

A Figura 5.12 corresponde ao sinal 3 que contém, ao longo de sua duração, diversos ruídos impulsivos. Percebe-se que nos instantes 10,3 ms e 11,7 ms acontecem duas

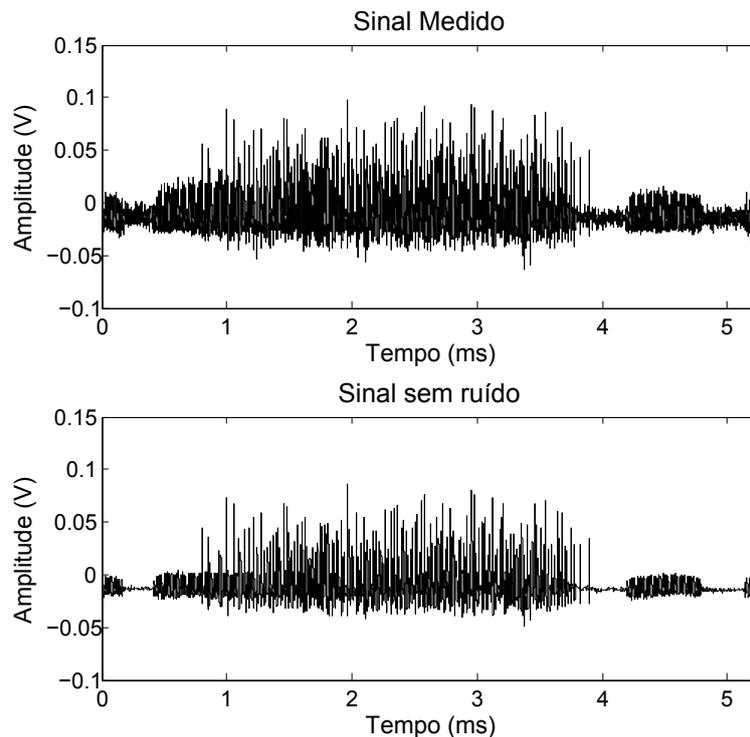


Figura 5.11: Sinal 2 medido com ruído harmônico (AM)

descargas parciais com amplitudes aproximadas de 0,2 V e 0,1 V respectivamente. Além disso, resalta-se um ruído impulsivo de amplitude aproximada de 0,2 V que ocorre aos 16,4 ms como mostrado na Figura 5.13.

Na Figura 5.14 são mostrados os detalhes das descargas parciais e do ruído impulsivo de maior amplitude após aplicar o método. Assim como já mostrado na Figura 5.12, percebe-se que todos os ruídos impulsivos foram totalmente eliminados, inclusive o de maior amplitude, como mostrado em (d). Nota-se que as descargas parciais foram reconstruídas sofrendo pouca atenuação de amplitude.

Por fim, o sinal 4 mostrado na Figura 5.15, possui ruído harmônico ao longo de sua duração e, notadamente, no instante 15 ms apresenta um ruído impulsivo com amplitudes positiva e negativa de aproximadamente 0.5 V que foi eliminado. Observa-se ainda em (b) e (c) na Figura 5.16 que o sinal contém duas descargas parciais nos instantes 10.2 ms e 11.6 ms.

Como pode ser visto na Figura 5.17, após aplicar o método nota-se os excelentes níveis de filtragem alcançados. As duas descargas parciais existentes no sinal foram mantidas e sofreram pequena atenuação, e o ruído impulsivo, que apesar de possuir amplitude muito maior que as amplitudes das descargas parciais, foi totalmente eliminado.

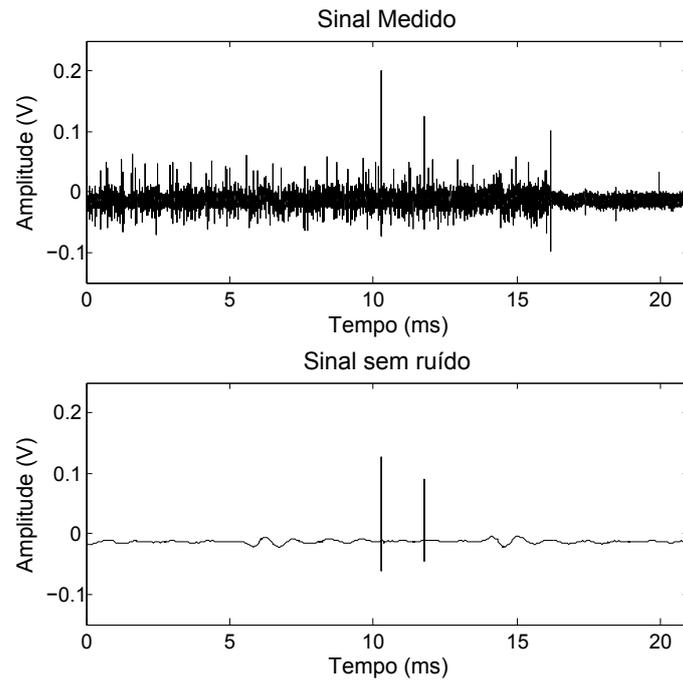


Figura 5.12: Sinal 3 medido com ruído impulsivo

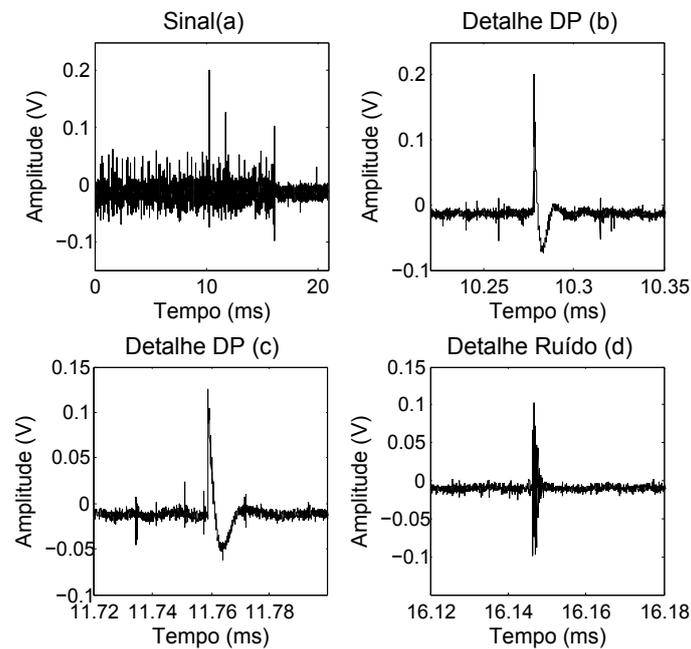


Figura 5.13: Detalhes sinal medido com ruído impulsivo

Outra verificação feita está relacionada ao custo da função objetivo. Para todos os sinais medidos o método converge em aproximadamente 4 e 5 iterações. Isto é mostrado nas Figuras 5.18, 5.19 e 5.20 que representam a função de custo dos sinais medidos 1, 2 e 3.

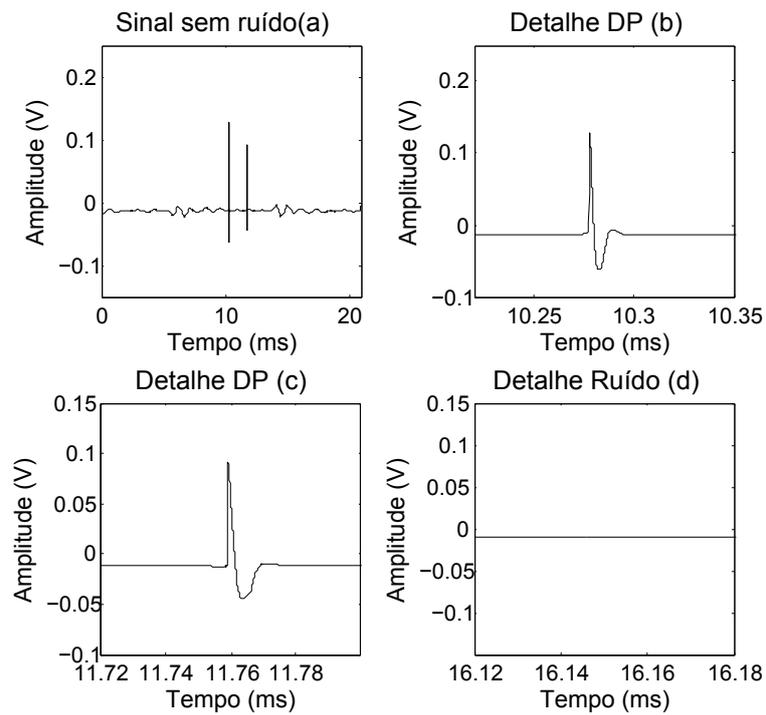


Figura 5.14: Detalhes sinal medido com ruído impulsivo

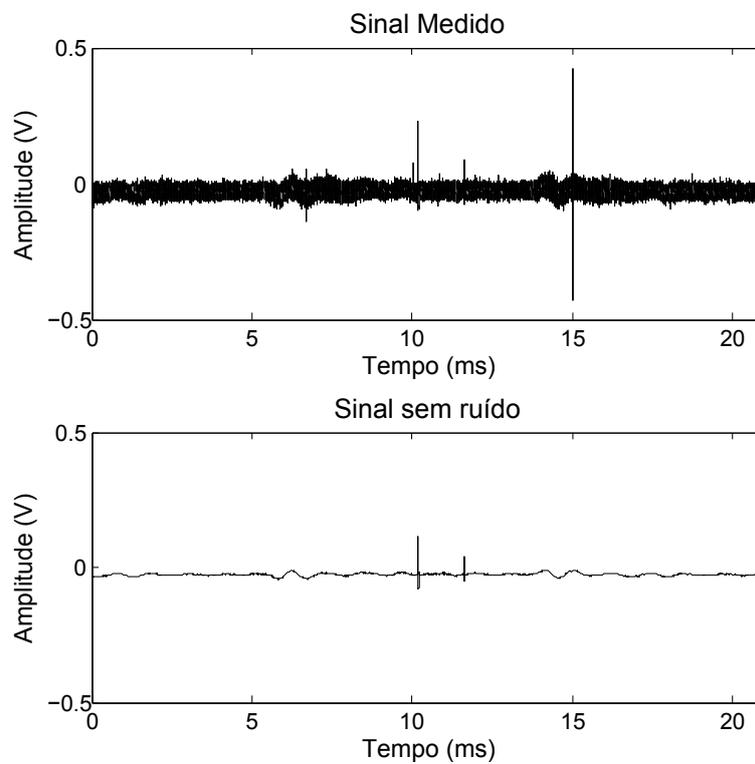


Figura 5.15: Sinal 4 medido com ruído impulsivo sincronizado à rede

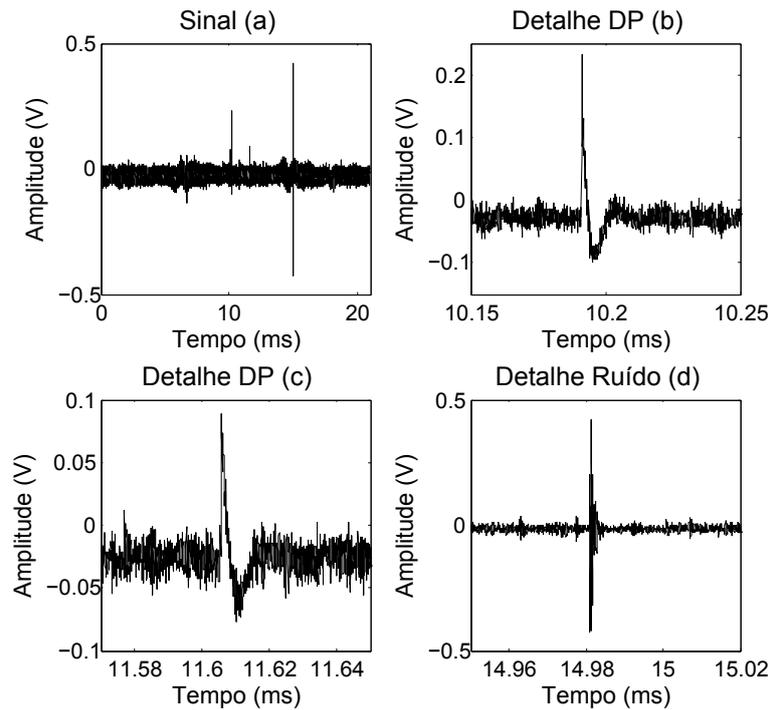


Figura 5.16: Detalhes sinal medido com ruído impulsivo sincronizado à rede

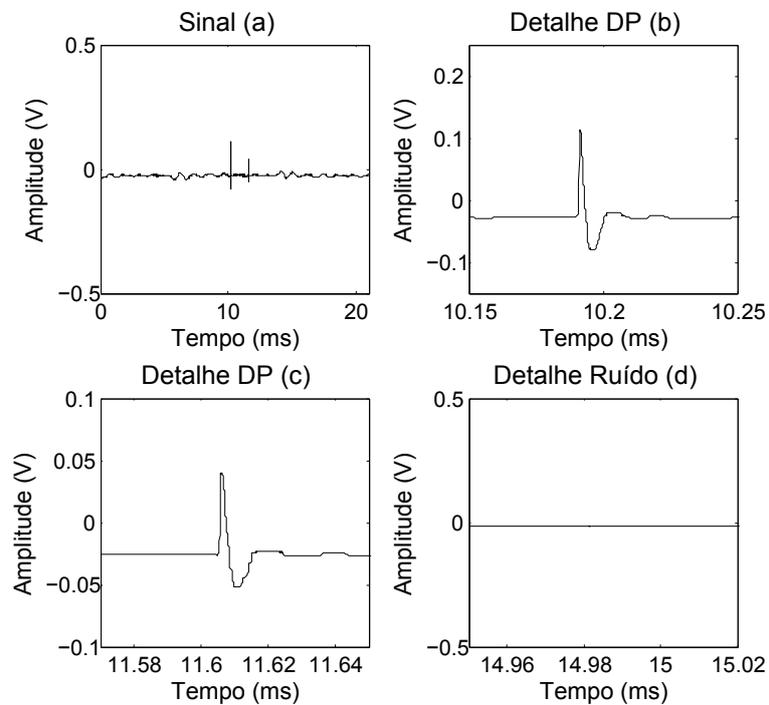


Figura 5.17: Detalhes sinal medido com ruído impulsivo sincronizado à rede

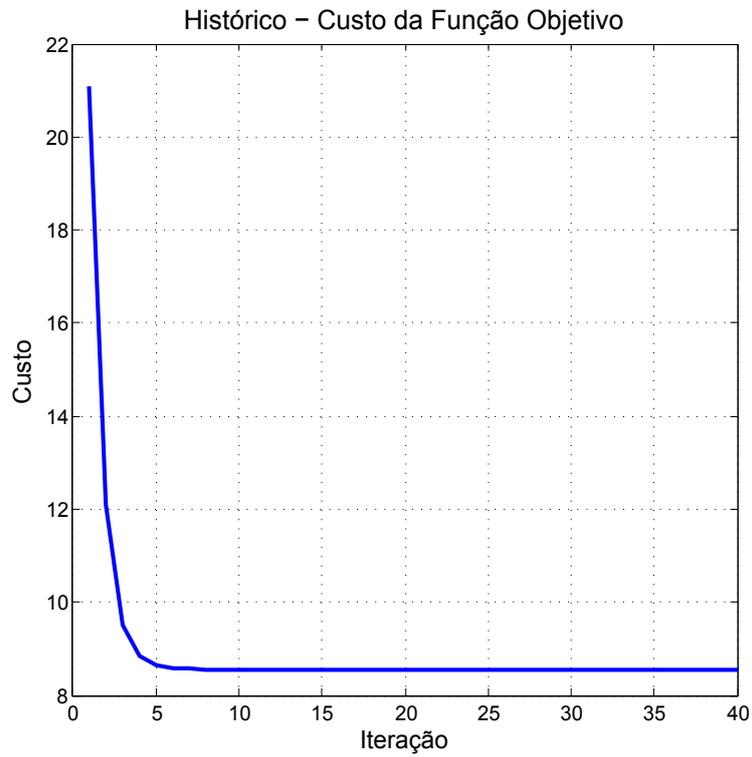


Figura 5.18: Convergência do sinal medido 1

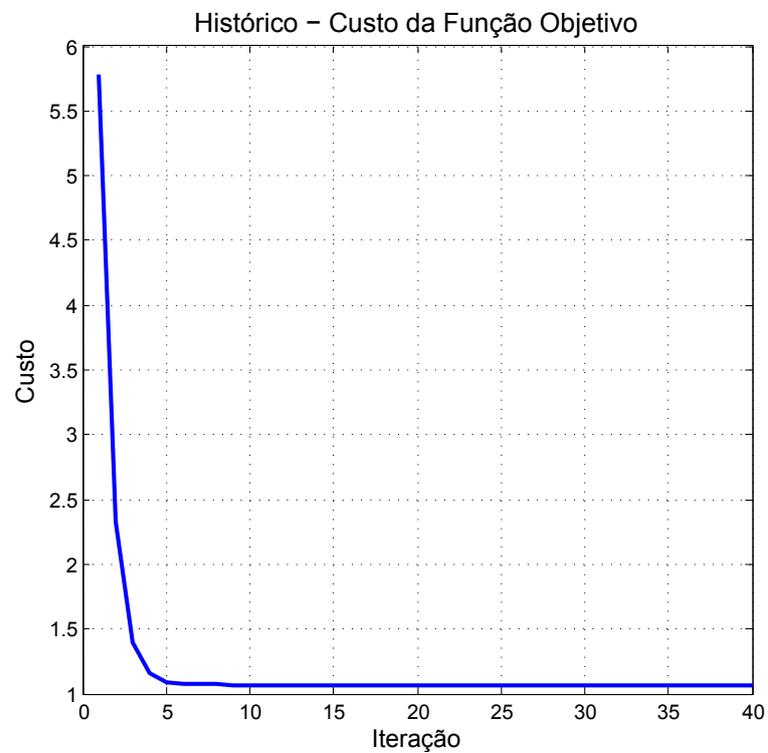


Figura 5.19: Convergência do sinal medido 2

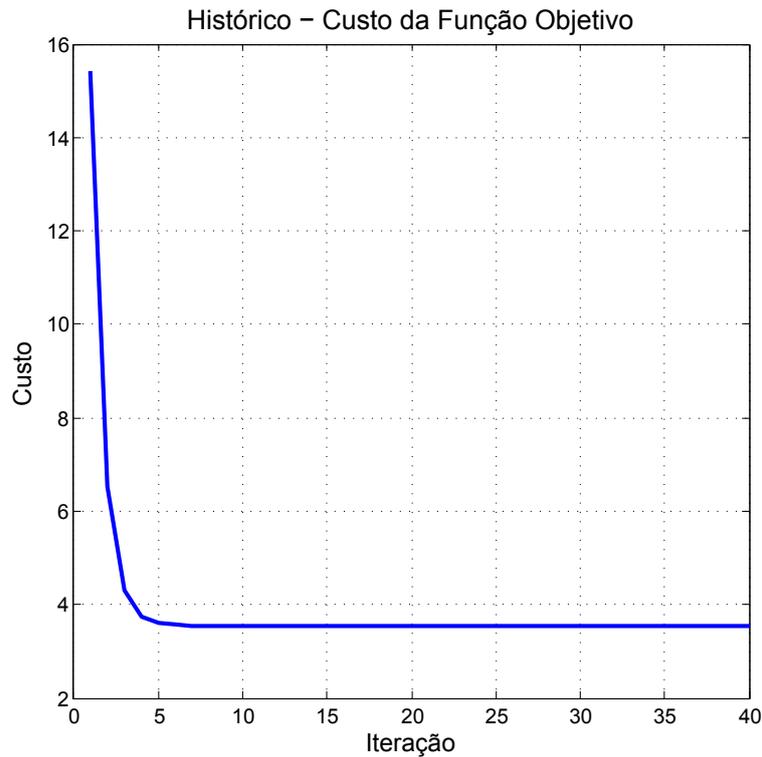


Figura 5.20: Convergência do sinal medido 3

5.3 Planejamento Experimental

Com o objetivo de verificar a eficiência do método WATV, uma análise estatística dos resultados alcançados nos sinais simulados é proposta, apresentada e comparada ao método ODBPD na Seção 5.3.1. Para tal, é calculado o EQM em 60 sinais simulados, sendo estes:

- 20 sinais com ruído Gaussiano,
- 20 sinais com ruído impulsivo e
- 20 sinais com ruído harmônico.

5.3.1 Análise Exploratória dos Dados - Ruído Gaussiano

Aplicando o método aos 20 sinais simulados com ruído Gaussiano, apresenta-se na Tabela 5.2, os valores de EMQs para os métodos WATV e ODBPD. Percebe-se que entre

Índice do Sinal	Erro ODBPD	Erro WATV
1	0,0417	0,0362
2	0,0406	0,0350
3	0,0396	0,0388
4	0,0404	0,0339
5	0,0409	0,0374
6	0,0395	0,0359
7	0,0440	0,0370
8	0,0392	0,0357
9	0,0435	0,0345
10	0,0406	0,0349
11	0,0406	0,0376
12	0,0365	0,0371
13	0,0395	0,0382
14	0,0414	0,0394
15	0,0371	0,0359
16	0,0410	0,0368
17	0,0394	0,0354
18	0,0378	0,0377
19	0,0365	0,0392
20	0,0450	0,0415

Tabela 5.2: EQM sinais simulados - Ruído Gaussiano

os 20 sinais gerados com esse tipo de ruído, o método WATV apresentou resultados piores que o método ODBPD apenas nos sinais 12 e 19.

Como comparação entre os resultados de EQM obtidos, vale ressaltar a média e desvio padrão para os dois métodos, onde ambos foram menores para o método WATV, como mostra a Tabela 5.3.

	ODBPD	WATV
Média	0,0402	0,0369
Desvio Padrão	0,0022	0,0018

Tabela 5.3: Média e Desvio Padrão - Ruído Gaussiano

Outra análise pode ser feita através da Figura 5.21 que representa os histogramas de distribuição dos EQMs. Percebe-se que os erros de reconstrução dos sinais com ruído Gaussiano do método WATV são mais concentrados, pois como nota-se, estão em uma faixa de erro menor que os erros do método ODBPD.

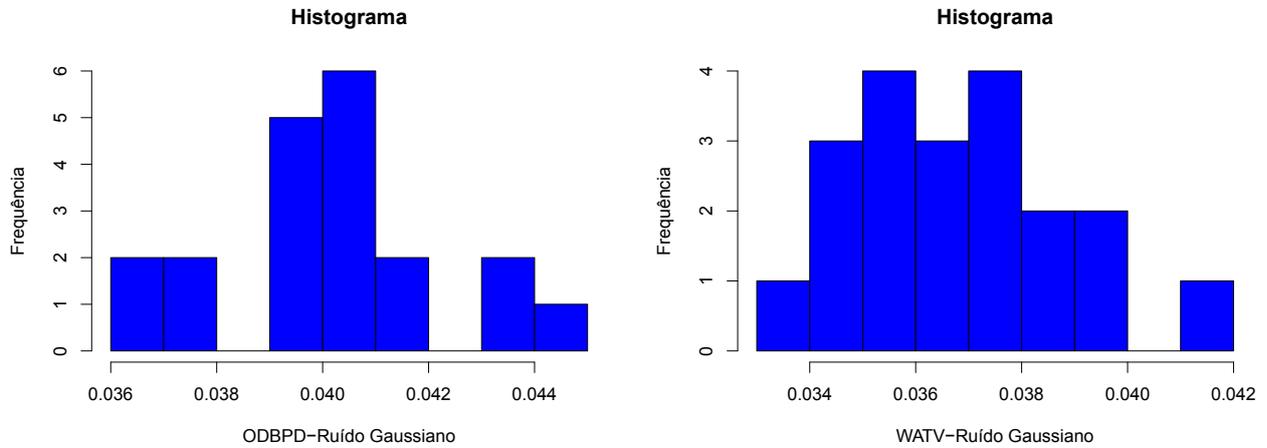


Figura 5.21: Ocorrência dos erros - Ruído Gaussiano

Pode-se validar esta análise a partir da Figura 5.22, que representa o *boxplot* dos erros dos métodos nos sinais com ruído Gaussiano. Como verificado na Figura 5.21, onde os erros apresentavam-se em uma faixa menor para o método WATV, o *boxplot* ainda mostra que a mediana do método WATV é menor que a mediana do método ODBPD. Ainda sobre a mediana percebe-se que os EQMs do método ODBPD são assimétricos negativos, visto sua proximidade com o terceiro quartil. Já para o método WATV, tem-se dados mais simétricos, visto a centralidade da mediana entre o segundo e terceiro quartis. Por fim, devido a sua maior diferença em relação aos demais erros, um erro do método ODBPD foi considerado um *outlier*.

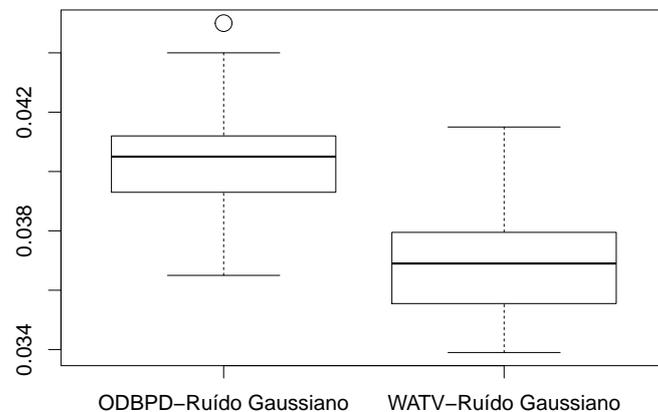


Figura 5.22: Distribuição dos erros - Ruído Gaussiano

5.3.2 Análise Exploratória dos Dados - Ruído Impulsivo

Nesta subseção, a Tabela 5.4 contém os EQMs de todos os sinais simulados com ruído impulsivo para os métodos WATV e ODBPD. Percebe-se que o método WATV apresentou menor erro de reconstrução para todos os sinais testados, e assim como nos resultados do ruído Gaussiano, também possui média e desvio padrão menores que o método ODBPD, como mostra a Tabela 5.5.

Índice do Sinal	Erro ODBPD	Erro WATV
1	0,0390	0,0222
2	0,0362	0,0231
3	0,0270	0,0192
4	0,0370	0,0219
5	0,0381	0,0224
6	0,0380	0,0246
7	0,0294	0,0227
8	0,0369	0,0219
9	0,0315	0,0205
10	0,0226	0,0182
11	0,0324	0,0206
12	0,0383	0,0211
13	0,0375	0,0215
14	0,0366	0,0227
15	0,0412	0,0220
16	0,0374	0,0212
17	0,0268	0,0193
18	0,0336	0,0219
19	0,0272	0,0199
20	0,0252	0,0184

Tabela 5.4: EQM sinais simulados - Ruído Impulsivo

	ODBPD	WATV
Média	0,0335	0,0212
Desvio Padrão	0,0054	0,0016

Tabela 5.5: Média e Desvio Padrão - Ruído Impulsivo

Assim como nos erros de reconstrução dos sinais com ruído Gaussiano, a Figura 5.23 mostra que os erros obtidos com o método WATV para ruído impulsivo são mais concentrados que os erros do método ODBPD.

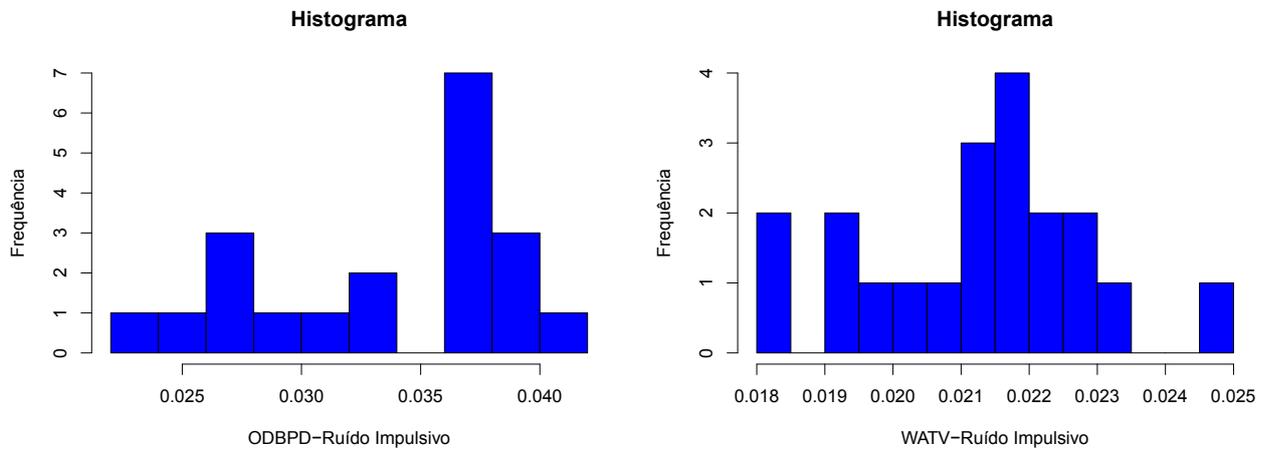


Figura 5.23: Ocorrência dos erros - Ruído Impulsivo

Isso torna-se evidente a partir da análise da Figura 5.24, que representa o *boxplot* dos erros dos métodos nos sinais com ruído impulsivo. Constata-se que a mediana do método WATV também é menor que a mediana do método ODBPD, mas em ambos os casos, existe uma assimetria negativa dos resultados. Ressalta-se neste resultado, a acentuada diferença entre as faixas de erro dos métodos: enquanto os erros de reconstrução do método WATV estão distribuídos entre 2% e 2,5%, os erros do método ODBPD variam entre 2,5% e 4%.

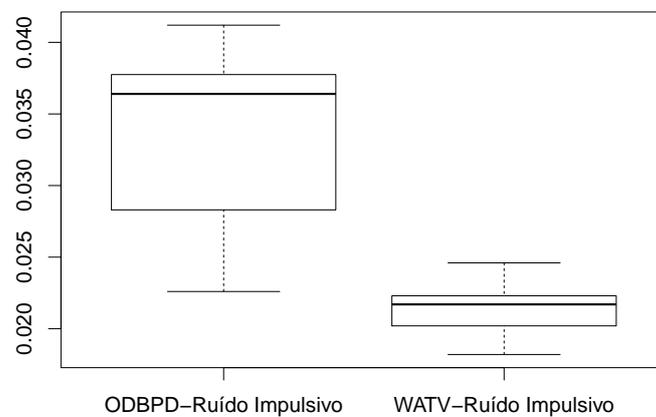


Figura 5.24: Distribuição dos erros - Ruído Impulsivo

5.3.3 Análise Exploratória dos Dados - Ruído Harmônico

Como pode ser visto na Tabela 5.6, o cálculo dos EQMs para os sinais simulados com ruído harmônico do tipo AM variou entre 0.0213 e 0.0256 quando aplicado o método WATV. Percebe-se, assim como em todos os sinais testados com ruído impulsivo, que a filtragem baseada no método WATV apresentou menor erro também para todos os sinais simulados corrompidos com ruído do tipo AM. Conseqüentemente, o mesmo ocorre para média e desvio padrão, como mostrado na Tabela 5.7.

Índice do Sinal	Erro ODBPD	Erro WATV
1	0,0322	0,0231
2	0,0293	0,0222
3	0,0305	0,0219
4	0,0304	0,0231
5	0,0322	0,0249
6	0,0322	0,0218
7	0,0301	0,0228
8	0,0306	0,0236
9	0,0301	0,0219
10	0,0336	0,0256
11	0,0307	0,0219
12	0,0329	0,0224
13	0,0293	0,0236
14	0,0319	0,0229
15	0,0288	0,0217
16	0,0285	0,0214
17	0,0290	0,0213
18	0,0302	0,0242
19	0,0305	0,0216
20	0,0331	0,0233

Tabela 5.6: EQM sinais simulados - Ruído Harmônico

Diferentemente dos erros obtidos dos sinais corrompidos com ruído Gaussiano e impulsivo, a Figura 5.25 mostra que os erros obtidos em ambos os métodos são concentrados em pequenos intervalos.

	ODBPD	WATV
Média	0,0308	0,0227
Desvio Padrão	0,0015	0,0011

Tabela 5.7: Média e Desvio Padrão - Ruído Harmônico

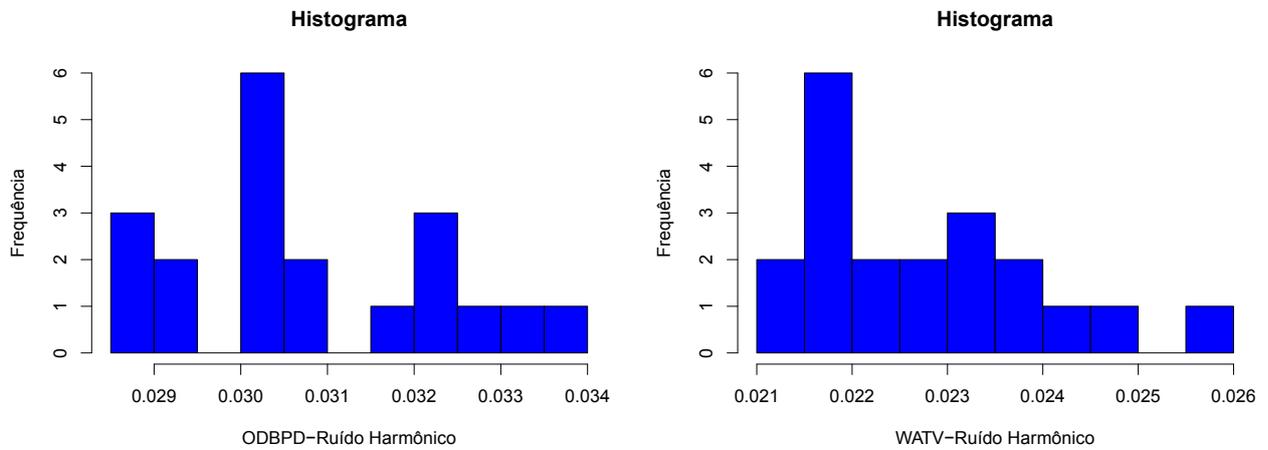


Figura 5.25: Ocorrência dos erros - Ruído Harmônico

No entanto, é possível observar a partir da Figura 5.26, que há diferença entre os intervalos: os erros obtidos pelo método ODBPD concentram-se entre 2,8% e 3,4% e os erros do método WATV concentram-se entre 2,1% e 2,6%.

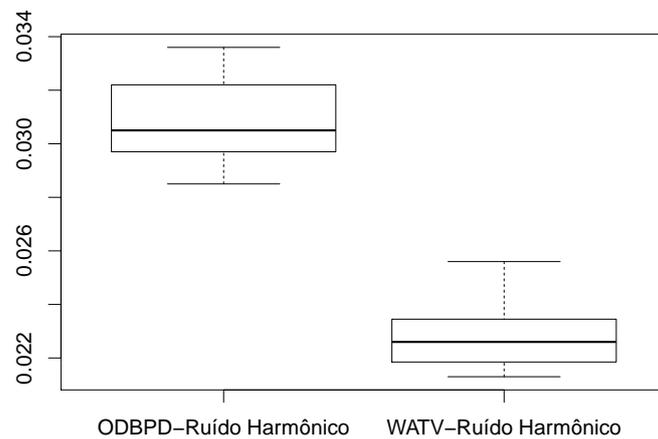


Figura 5.26: Distribuição do erros - Ruído Harmônico

Além disso percebe-se uma assimetria positiva nos erros de reconstrução utilizando o método ODBPD e uma simetria dos erros ao utilizar o método WATV.

5.3.4 Verificação das Premissas

Como deseja-se comparar o desempenho dos métodos WATV e ODBPD a partir da execução de sinais corrompidos com ruído Gaussiano, impulsivo e harmônico, o teste estatístico a ser realizado neste trabalho é pareado como destacado na Seção 4.3. Dessa forma, deve-se verificar as premissas de normalidade dos resíduos e independência dos resíduos, pois através de seus resultados determina-se qual método estatístico deve ser utilizado.

Neste trabalho, a premissa de independência dos resíduos é garantida visto que a ordem dos resíduos não corresponde a uma sequência temporal, ou seja, a mudança dos sinais na execução do método não interfere no resultado. Neste caso, a única premissa a ser verificada é a normalidade dos resíduos que, caso verdadeira, indica o uso do Teste T (paramétrico) e, caso contrário, do Teste de Wilcoxon (não-paramétrico).

Neste cenário, o teste de hipóteses é formulado baseado na seguinte questão de interesse:

- Existe diferença estatística entre o método WATV e o método ODBPD para os sinais de descargas parciais com os ruídos Gaussiano, impulsivo e harmônico testados?

A partir da pergunta de interesse, define-se então a hipótese nula, H_0 , como a equivalência entre a média dos erros, significando uma possível igualdade entre tais valores. Em contrapartida, a hipótese alternativa, H_1 , é utilizada para verificar se a média dos erros do método WATV é estatisticamente menor que a média dos erros do método ODBPD. Assim, o teste de hipóteses pode ser formulado como:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_D = 0 \\ H_1 : \mu_W < \mu_O. \end{cases}$$

onde μ_D é a diferença entre as médias dos erros nos dois métodos, μ_W é a média do método WATV, e μ_O é a média do método ODBPD.

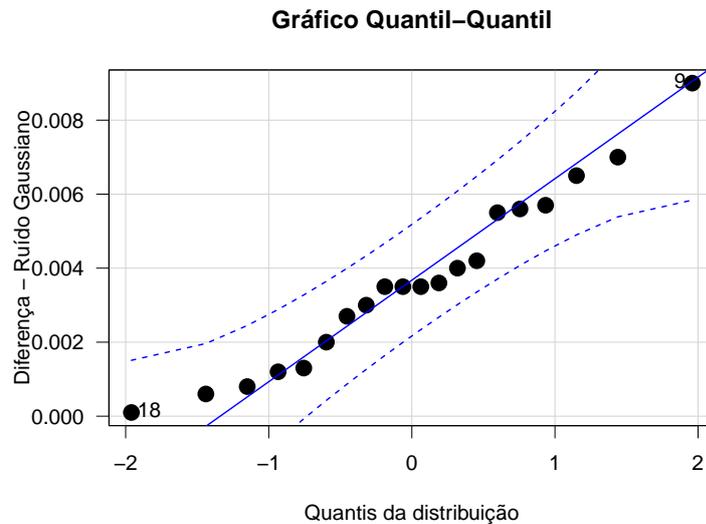


Figura 5.27: Quantil-Quantil - Ruído Gaussiano

Definindo-se o nível de significância $\alpha = 0,05$ e o desvio mínimo de interesse prático $\delta^* = 0,0001$, a potência β utilizada para os testes estatísticos nos sinais com ruído Gaussiano é de 71,91%.

O teste de normalidade é verificado primeiramente utilizando-se um gráfico quantil-quantil nas diferenças amostrais. Como pode ser visto na Figura 5.27, percebe-se que os pontos ficam relativamente próximos à linha de distribuição normal. Para validar essa análise, um teste estatístico de Shapiro-Wilk foi realizado, comprovando através do p-valor 0,6392 mostrado na Tabela 5.8, que a hipótese de normalidade não deve ser rejeitada. Desta forma, garante-se a premissa de normalidade dos resíduos para os sinais com ruído Gaussiano.

Teste Shapiro-Wilk	
p-valor	0,6392

Tabela 5.8: P-valor - Ruído Gaussiano

Para os sinais com ruído impulsivo, definiu-se os mesmos valores para o nível de confiança α e desvio mínimo de interesse prático δ^* , obtendo como potência $\beta = 61,31\%$.

A Figura 5.28 mostra que os pontos que representam as diferenças amostrais dos erros nos sinais com ruídos impulsivos estão próximos à linha de distribuição normal. Além dessa análise, o teste estatístico de Shapiro-Wilk apresentado na Tabela 5.9, comprova através do p-valor 0,2203, que a hipótese de normalidade não deve ser rejeitada, garantindo esta premissa também para os sinais com ruído impulsivo.

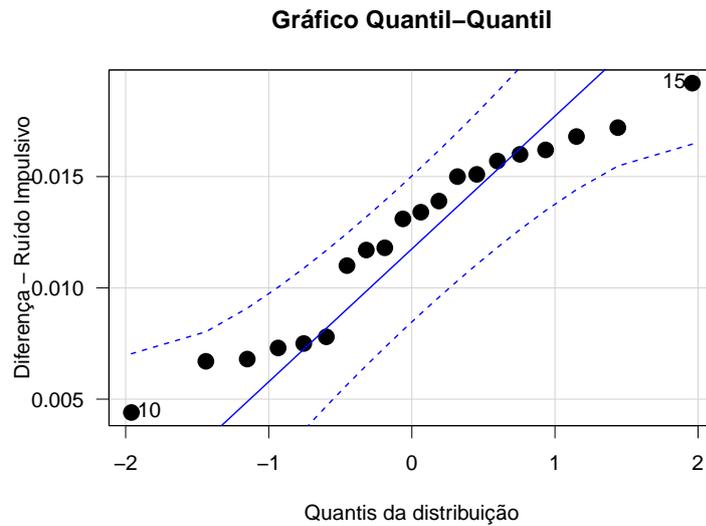


Figura 5.28: Quantil-Quantil - Ruído Impulsivo

Teste Shapiro-Wilk	
p-valor	0,2203

Tabela 5.9: P-valor - Ruído Impulsivo

Para os sinais com ruído harmônico definiu-se o mesmo valor para o nível de confiança α , no entanto como desvio mínimo de interesse prático definiu-se $\delta^* = 0,0005$. Isto foi feito pois como a diferença entre os resultados é menor, pretende-se diminuir a importância da diferença entre os erros. Dessa forma obteve-se a potência $\beta = 49,14\%$.

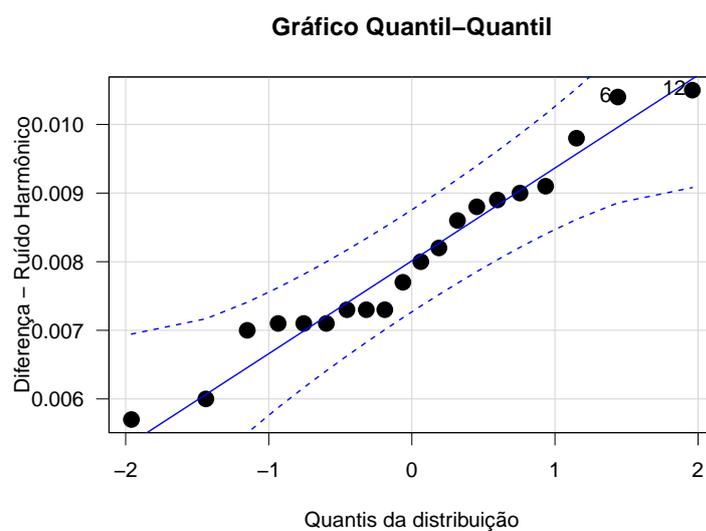


Figura 5.29: Quantil-Quantil - Ruído Harmônico

A Figura 5.29 mostra, assim como nos outros ruídos, que os pontos que representam as diferenças amostrais dos erros nos sinais com ruídos harmônicos, estão próximos à linha de distribuição normal. O teste estatístico de Shapiro-Wilk também foi realizado e seu resultado é apresentado na Tabela 5.10, comprovando através do p-valor 0,4989, que a hipótese de normalidade não deve ser rejeitada. Assim, a premissa de normalidade dos resíduos também é garantida para os sinais com ruído harmônico.

	Teste Shapiro-Wilk
p-valor	0,4989

Tabela 5.10: P-valor - Ruído Harmônico

Visto que, para todos os casos, os resíduos atendem a premissa de uma distribuição normal, aplicou-se então o Teste T pareado unilateral, para verificar se o método WATV é estatisticamente equivalente ou melhor que o método ODBPD. Como apresentado na Tabela 5.11, os p - valores de $4,284 e - 05$, $7,437e - 11$ e $2,305e - 09$ comprovam que para todos os sinais testados o método WATV apresenta-se mais eficiente que o método ODBPD.

	Teste T Pareado		
Tipos de Ruído	Gaussiano	Impulsivo	Harmônico
p-valor	4,284 e-05	7,437 e-11	2,305 e-09

Tabela 5.11: P-valor Teste T

Conclusões e Propostas de Continuidade

6.1 Avaliações Conclusivas

Este trabalho apresentou a aplicação do método Wavelet *Total Variation* em sinais de descargas parciais sintéticos e medidos em laboratório, corrompidos por ruídos Gaussiano, harmônico e impulsivo. Para isso este método utiliza representação esparsa e dicionários sobrecompletos, problema este resolvido através de otimização convexa utilizando-se o algoritmo SALSA.

Como forma de avaliar quantitativamente o método, calculou-se o EQM nos sinais sintéticos para verificar o erro de reconstrução. Nestes sinais, aplicou-se o WATV e o ODBPD sob as mesmas condições e percebeu-se que o erro de reconstrução foi menor para o método WATV. Entre os ruídos utilizados neste trabalho, os impulsivos são mais complexos de serem extraídos devido a sua similaridade com as próprias descargas parciais.

No entanto, neste tipo de ruído o método WATV apresentou os melhores resultados quando comparado ao ODBPD. É importante ressaltar que tais resultados são expressivos dependendo da amplitude do ruído impulsivo. Um teste estatístico foi utilizado e corroborou a eficiência do WATV sob o ODBPD. Importante ressaltar que quanto mais próxima a amplitude do ruído estiver da amplitude da descarga parcial, maior é o erro de reconstrução. Para os sinais medidos, conclui-se a partir de análise visual, que o método apresentou excelentes níveis de atenuação de todos ruídos utilizados, mantendo as descargas parciais que sofreram pouca degradação.

Além de apresentar baixo erro de reconstrução, ressalta-se a eficiência do método. Como apresentado nas Figuras 5.18, 5.19 e 5.20, o método convergiu em poucas iterações, resultando assim um baixo custo computacional.

6.2 Propostas de Continuidade

Utilizando ainda o WATV original, pode-se otimizar a definição de parâmetros para promover melhores resultados relacionados aos ruídos de maior amplitude. Realizar alterações no método, inserindo ou alterando restrições, também pode prover ganhos com relação à qualidade da reconstrução do sinal.

Utilizar outros dicionários além da família *daubechies* ou formar um dicionário sobrecompleto a partir da concatenação de transformadas de famílias diferentes pode resultar em uma maior qualidade de reconstrução das descargas parciais.

Pode-se aplicar ainda outras métricas de avaliação de filtragem, comparar o WATV a outros métodos da literatura e utilizar outros sinais sintéticos e medidos.

Referências Bibliográficas

- Addison, P. (2002). *The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance*. Taylor & Francis.
- Afonso, M. V., Bioucas-Dias, J. M., and Figueiredo, M. A. (2010). Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization. *IEEE transactions on image processing*, 19(9):2345–2356.
- Batista, P. V. C., Mota, H. O., Silva, F. T. A., Vasconcelos, F. H., and Ferreira, G. M. (2018a). Wavelet total variation method applied to partial discharge signal denoising. In *3rd International Symposium on Instrumentation Systems, Circuits and Transducers, Bento Gonçalves, Brazil*.
- Batista, P. V. C., Mota, H. O., and Vasconcelos, F. H. (2018b). Processamento de sinais de descargas parciais utilizando wavelets e variação total. In *XXXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais, Campina Grande, Brasil*.
- Beck, A. and Teboulle, M. (2009). A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM journal on imaging sciences*, 2(1):183–202.
- Boggs, S. A. (1990). Partial discharge: overview and signal generation. *IEEE Electrical Insulation Magazine*, 6(4):33–39.
- Boyd, S. and Vandenberghe, L. (2004). *Convex Optimization*. Cambridge University Press, New York, NY, USA.
- Chen, S. S., Donoho, D. L., and Saunders, M. A. (2001). Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM review*, 43(1):129–159.
- Cicone, A., Liu, J., and Zhou, H. (2016). Adaptive local iterative filtering for signal decomposition and instantaneous frequency analysis. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 41(2):384–411.

- Claser, R. and Sanches, I. (2012). Classificação de voz versus silêncio via dicionários redundantes.
- Coifman, R. R. and Donoho, D. L. (1995). Translation-invariant de-noising. In *Wavelets and statistics*, pages 125–150. Springer.
- Combettes, P. L. and Pesquet, J.-C. (2011). Proximal splitting methods in signal processing. In *Fixed-point algorithms for inverse problems in science and engineering*, pages 185–212. Springer.
- Condat, L. (2013). A direct algorithm for 1-d total variation denoising. *IEEE Signal Processing Letters*, 20(11):1054–1057.
- Cuenca, W. M., Seixas, J. M., and Levy, A. F. (2004). Análise de componentes principais para identificar descargas parciais em transformadores de potência. In *Brazilian Symposium on Neural Nets, Rio de Janeiro, Brazil*.
- Daubechies, I., Defrise, M., and De Mol, C. (2004). An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. *Communications on pure and applied mathematics*, 57(11):1413–1457.
- de Azevedo Silva, F. T. and de Oliveira Mota, H. (2017). Partial discharge signal processing using overcomplete dictionaries and sparse representations. In *Electrical Insulation Conference (EIC), 2017 IEEE*, pages 388–391. IEEE.
- de Oliveira Mota, H., da Rocha, L. C. D., de Moura Salles, T. C., and Vasconcelos, F. H. (2011). Partial discharge signal denoising with spatially adaptive wavelet thresholding and support vector machines. *Electric Power Systems Research*, 81(2):644–659.
- Ding, Y. and Selesnick, I. W. (2015). Artifact-free wavelet denoising: non-convex sparse regularization, convex optimization. *IEEE signal processing letters*, 22(9):1364–1368.
- Donoho, D. L. (1995). De-noising by soft-thresholding. *IEEE transactions on information theory*, 41(3):613–627.
- Fiacco, A. V. and McCormick, G. P. (1990). *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*. John Wiley & Sons, New York, NY, USA.
- Figueiredo, M. A., Dias, J. B., Oliveira, J. P., and Nowak, R. D. (2006). On total variation denoising: A new majorization-minimization algorithm and an experimental comparison with wavelet denoising. In *Image Processing, 2006 IEEE International Conference on*, pages 2633–2636. IEEE.

- Figueiredo, M. A. and Nowak, R. D. (2003). An EM algorithm for wavelet-based image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(8):906–916.
- Ma, X., Zhou, C., and Kemp, I. (2000). Dsp based partial discharge characterisation by wavelet analysis. In *Discharges and Electrical Insulation in Vacuum, 2000. Proceedings. ISDEIV. XIXth International Symposium on*, volume 2, pages 780–783. IEEE.
- Ma, X., Zhou, C., and Kemp, I. (2002). Interpretation of wavelet analysis and its application in partial discharge detection. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 9(3):446–457.
- Mallat, S. G. (1989). A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 11(7):674–693.
- Mallat, S. G. and Zhang, Z. (1993). Matching pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Transactions on signal processing*, 41(12):3397–3415.
- Mitiche, I., Morison, G., Nesbitt, A., Narborough, M., Boreham, P., and Stewart, B. (2017). An evaluation of total variation signal denoising methods for partial discharge signals. In *Electrical Insulation Conference (INSUCON), 2017 INSUCON-13th International*, pages 1–5. IEEE.
- Montgomery, D. C. and Runger, G. C. (2010). *Applied statistics and probability for engineers*. John Wiley & Sons.
- Mota, H. and Vasconcelos, F. (2001). A partial discharge data acquisition system based on programmable digital oscilloscopes. In *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2001. IMTC 2001. Proceedings of the 18th IEEE*, volume 2, pages 994–999. IEEE.
- Mota, H. d. O., Vasconcelos, F. H., and de Castro, C. L. (2016). A comparison of cycle spinning versus stationary wavelet transform for the extraction of features of partial discharge signals. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 23(2):1106–1118.
- Neves, F. (1997). *Programação com Multi-Objetivos Aplicada à Otimização do Projeto de Pontes Estaiadas*. PhD thesis, Tese de D. Sc., Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- Nikolova, M., Ng, M. K., and Tam, C.-P. (2010). Fast nonconvex nonsmooth minimization methods for image restoration and reconstruction. *IEEE Transactions on Image Processing*, 19(12):3073–3088.
- Nocedal, J. and Wright, S. (2006). *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media.
- Palomar, D. P. and Eldar, Y. C. (2009). *Convex Optimization in Signal Processing and Communications*. Cambridge University Press.
- Rockafellar, R. T. (1974). Augmented lagrange multiplier functions and duality in nonconvex programming. *SIAM Journal on Control*, 12(2):268–285.
- Rudin, L. I., Osher, S., and Fatemi, E. (1992). Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D: nonlinear phenomena*, 60(1-4):259–268.
- Starck, J.-L., Murtagh, F., and Fadili, J. M. (2010). *Sparse image and signal processing: wavelets, curvelets, morphological diversity*. Cambridge university press.
- Strong, D. and Chan, T. (2003). Edge-preserving and scale-dependent properties of total variation regularization. *Inverse problems*, 19(6):S165.