

# **Estudo de uma Máquina de Indução de Nove Fases**

Rodrigo Rodrigues Bastos

**Universidade Federal de Minas Gerais**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Belo Horizonte  
Setembro de 2015

# **Estudo de uma Máquina de Indução de Nove Fases**

Rodrigo Rodrigues Bastos

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

**Universidade Federal de Minas Gerais**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Professor Orientador:

Braz de Jesus Cardoso Filho, PhD.

Belo Horizonte  
Setembro de 2015



## **Banca Examinadora**

**Prof. Dr. Braz de Jesus Cardoso Filho (presidente)**

Departamento de Engenharia Elétrica - UFMG

**Prof. Dr. Paulo Fernando Seixas**

Departamento de Engenharia Eletrônica - UFMG

**Prof. Dr. Sidelmo Magalhães Silva**

Departamento de Engenharia Elétrica - UFMG

**Prof. Dr. Anderson Vagner Rocha**

Departamento de Engenharia Elétrica - CEFET-MG

## Agradecimentos

Conhecimento é algo interessante: quanto mais é adquirido, mais dúvidas e perguntas são geradas. Mas, a certeza que eu tenho agora é que estou melhor preparado para tentar responder às dúvidas e perguntas que possam aparecer. À essa preparação eu agradeço:

Primeiramente a Deus, por todas as oportunidades criadas.

Aos meus pais, Eudes e Luzia, pelo apoio, dedicação e ajuda, mas principalmente, por me ajudarem a conseguir transformar essas oportunidades em realidade.

Ao meu orientador, professor Braz, pela paciência, dedicação, apoio e por todos os ensinamentos passados, que vão muito além da engenharia elétrica.

Ao professor Sidelmo, pela disposição em ajudar, pela alegria e pelo conhecimento transmitido.

Aos funcionários da WEG Motores, Dr. Sebastião Nau, Cezar Varnier e todos os outros envolvidos, agradeço pela construção dos protótipos, pelo mês passado com vocês e por todo o conhecimento compartilhado.

Aos ex e atuais colegas do Tesla/LAI: Igor Amariz, Anderson Rocha, Leonardo Adolpho, Marcelo Stopa, Júlio Justino, André Saraiva, Filipe Dias, Fernando Amaral, André Cardoso, Gideon Lobato, Nicole Foureaux, Rodrigo Machado, André Filipe, Gabriel Arruda, Pedro Negrão, Alysson Augusto e todos os outros que, porventura, esqueci-me nesse momento. Agradeço por fazerem um ambiente de trabalho tão agradável e tão motivador.

Aos amigos de Manhumirim e de Belo Horizonte, Rodrigo Chame, Harnon Ramos, Italo Amorim, Fabiano Tavares, Filipe Pinho, Pablo Nunes, Pedro Campos, Rafael Abrantes, Paulo Evaristo, Thalles Hermes. Obrigado pelo apoio, alegria e por me ajudarem a relaxar um pouco de vez em quando.

À Juliana Arruda, obrigado pela confiança, carinho, dedicação e apoio durante esse período.  
Mas, principalmente, agradeço por se fazer tão presente, mesmo de tão longe.

## Resumo

A utilização de motores elétricos com número de fases maior que três apresenta vantagens com relação ao uso de motores trifásicos em algumas aplicações, como: altas potências, pela redução da potência por fase, sendo redução da corrente e/ou tensão; aplicações que exijam um alto nível de confiabilidade, uma vez que máquinas desse tipo continuam a funcionar mesmo após a perda de uma ou mais fases do motor ou inversor; e aplicações embarcadas, do tipo carros elétricos e híbridos, navios e trens, onde uma elevada confiabilidade é fundamental, mas também por outra característica dessas máquinas que é o ganho de torque por meio de injeção de correntes harmônicas.

Esse trabalho é focado no estudo de um motor de indução de nove fases. É mostrado como modelar essa máquina para a componente fundamental e para o terceiro harmônico, como obter circuitos equivalentes de regime permanente para esses harmônicos com a mesma forma de um circuito equivalente de um motor trifásico convencional. Além disso, é mostrado como o terceiro harmônico aumenta o torque da máquina enefásica, como implementar o seu controle vetorial garantindo sempre o sincronismo desejado entre fundamental e o terceiro harmônico. Finalmente, serão mostrados alguns aspectos relacionados ao projeto desse tipo de motor e são feitas comparações entre o desempenho da máquina de nove fases e da máquina trifásica.

**Palavras-chave:** Máquinas de indução, motores multifásicos, modelagem matemática, teoria de máquinas elétricas, injeção de correntes de terceiro harmônico.

## Abstract

Electric motors with number of phases greater than three may present advantages over conventional three-phase machines in the following applications: high power levels, once the power per phase is reduced, whether by reducing voltage or current – and it is even possible to reduce the price of the converter. Applications that require high levels of reliability, because multi-phase machines can operate with one or more damaged phases. Besides that, onboard applications, like electrical and hybrid vehicles, ships and trains, have gains by using these kind of machines, because of the aforementioned high reliability and because it is possible to increase the torque by injecting harmonic currents.

This work will be focused on a nine-phase induction machine. It will be shown how to model this machine for fundamental and third harmonic frequencies and how to obtain steady-state equivalent circuits with the same topology of the equivalent circuit of standard three-phase machines. In addition, it is demonstrated how the third harmonic currents can increase the torque density and how is implemented the indirect field-oriented control to always synchronize correctly the quantities of these two harmonics. Furthermore, some aspects of design of nine-phase machines and the comparison of the performance of three-phase and nine-phase machines are discussed here

**Keywords** Induction machines, multiphase motors, mathematical model, machine theory, third harmonic zero sequence current components injection.

# SUMÁRIO

<b>Nomenclatura</b> .....	11
<b>Lista de Figuras</b> .....	16
<b>Lista de Tabelas</b> .....	20
<b>1. Introdução</b> .....	21
1.1. Relevância .....	21
1.2. Objetivos .....	23
1.3. Organização do texto .....	23
<b>2. Máquinas Multifásicas</b> .....	25
2.1. Aplicações de Alta Potência com uso de Inversores .....	26
2.1.1. Redução da Corrente .....	30
2.1.2. Redução da Tensão .....	32
2.2. Veículos Elétricos: .....	34
2.3. Conclusões: .....	39
<b>3. Modelagem da Máquina de Nove Fases</b> .....	40
3.1. Cálculo da força magnetomotriz.....	41
3.2. Ganho de Torque .....	46
3.2.1. Torque de 3º harmônico .....	46
3.2.2. Aumento de Torque da Fundamental.....	47
3.3. Cálculo de Indutâncias .....	49
3.3.1. Indutâncias entre Enrolamentos de Estator .....	50
3.3.2. Indutância entre Enrolamentos de Rotor .....	55
3.3.3. Indutâncias entre enrolamentos de estator e rotor .....	60
3.4. Equações de Tensão.....	65
3.5. Equação do Torque Eletromagnético.....	72
3.6. Obtenção dos Parâmetros do Circuito Equivalente .....	73
3.7. Conclusões .....	85

<b>4. Componentes Simétricas e Torques Pulsantes</b> .....	86
4.1. Matriz de Transformação de Variáveis de Fase para Coordenadas Estacionárias.....	86
4.2. Torques Pulsantes .....	90
4.3. Conclusões .....	99
<b>5. Controle Vetorial</b> .....	100
5.1. Conclusões .....	124
<b>6. Projeto de uma Máquina Eneafásica</b> .....	125
6.1. Conclusões .....	137
<b>7. Conclusão</b> .....	138
<b>8. Trabalhos Futuros</b> .....	139
<b>Bibliografia</b> .....	140

## Nomenclatura

<b><i>Símbolo</i></b>	<b><i>Descrição</i></b>	<b><i>Unidade</i></b>
$\alpha$	Ângulo de <i>skewing</i>	[rad]
$A_{barra}$	Área de cada barra do rotor	[m <sup>2</sup> ]
$A_{T,barra}$	Área combinada de todas as barras do rotor	[m <sup>2</sup> ]
$A_p$	Área polar	[m <sup>2</sup> ]
$A_c$	Área de condutores por ranhura	[m <sup>2</sup> ]
$A_{Cu}$	Área total de cobre da máquina	[m <sup>2</sup> ]
$\beta$	Ângulo mecânico do rotor	[rad]
B	Ângulo de defasamento dos enrolamentos de rotor no espaço	[rad]
$B$	Densidade de fluxo	[T]
$\overline{C_{cc}}$	Comprimento médio da cabeça de bobina	[m]
$C_{barra}$	Comprimento da barra de alumínio do rotor	[m]
$C_q$	Ganho proporcional da malha de eixo $q$	
$D_s$	Diâmetro do estator	[m]
$D$	Diâmetro do entreferro	[m]
$D_{acc}$	Diâmetro do anel de curto-circuito	[m]
$d_x$	Profundidade da ranhura	[m]
$d_4$	Profundidade da parte intermediária do dente	[m]
$d_5$	Profundidade da parte externa do dente	[m]
$\delta$	Ângulo de defasagem entre os ângulos $\theta$ e $(\beta + \gamma)$	[rad]
$\varepsilon$	Força eletromotriz	[V]
$\epsilon$	Ângulo de giro do rotor, cuja derivada no tempo é igual a $\omega_r$	[rad]
$f_s$	Fator de frangeamento ( <i>fringing factor</i> ) de estator	
$f_r$	Fator de frangeamento ( <i>fringing factor</i> ) de rotor	
$fp$	Fator de potência	
$f$	Frequência	[Hz]
$FMM$	Força magnetomotriz	[Ae]
$G$	Entreferro efetivo	[m]
$g_s$	Razão entre o entreferro e o entreferro efetivo de estator	
$g_r$	Razão entre o entreferro e o entreferro efetivo de rotor	
$\gamma$	Ângulo cuja derivada é a frequência de escorregamento	[rad]
$\Gamma$	Ângulo de defasamento das grandezas elétricas de rotor no tempo	[rad]
$g$	Comprimento do entreferro	[m]
$h$	Harmônico	
$i$	Corrente	[A]
$I$	Valor de pico das correntes	[A]
$\Im$	Operador imaginário	

$J$	Momento de inércia do conjunto motor-carga	[kg · m <sup>2</sup> ]
$J_c$	Densidade de corrente nos condutores	[A/m <sup>2</sup> ]
$k_p$	Fator de passo dos enrolamentos	
$k_d$	Fator de distribuição dos enrolamentos	
$k_i$	Fator de correção da não idealidade dos aços	
$k_h$	Fator de enrolamento harmônico	
$k_{p\omega}$	Ganho proporcional da malha de velocidade	
$k_{i\omega}$	Ganho integral da malha de velocidade	
$k_p$	Ganho proporcional da malha de eixo $d$	
$k_i$	Ganho integral da malha de eixo $d$	
$L_{AB}$	Indutância entre os enrolamentos A e B	[H]
$l$	Comprimento do rotor	[m]
$l_c$	Soma entre o comprimento médio da cabeça de bobina e do pacote	[m]
$\lambda$	Fluxo concatenado	[Wb]
$l_{cb}$	Comprimento da cabeça de bobina para fora da ranhura	[m]
$L$	Indutância	[H]
$L_{ls}$	Indutância de dispersão do estator	[H]
$L_{ms}$	Indutância de magnetização do estator	[H]
$L_{ss}$	Matriz de indutâncias próprias de estator	
$L_{sr}, L_{rs}$	Matriz de indutâncias de estator-rotor	
$L_{rr}$	Matriz de indutâncias de rotor	
$L_{lr}$	Indutância de dispersão do rotor	[H]
$L_{mr}$	Indutância de magnetização do rotor	[H]
$L_{msr}, L_{mrs}$	Indutância de mútua entre estator e rotor	[H]
$L_{Msr}, L_{Mrs}$	Indutância mútua entre estator e rotor combinada com o termo 9/2	[H]
$L_m$	Indutância de magnetização combinada com o termo 9/2	[H]
$\mu_0$	Permeabilidade magnética do vácuo	[H/m]
$N(\phi)$	Função de enrolamento	
$n(\phi)$	Função de espira	
$N$	Número de espiras totais por fase	
$N_A$	Número de espiras totais do enrolamento A	
$N_B$	Número de espiras totais do enrolamento B	
$N_{br}$	Número de barras por fase de rotor	
$\omega_r$	Frequência de rotação do rotor	[rad/s]
$\omega, \omega_e$	Frequência elétrica	[rad/s]
$\omega_1$	Frequência em que assíntotas dos ganhos integral e proporcional se igualam	[rad/s]
$\omega_2$	Frequência que assíntotas do ganho proporcional e do momento de inércia se igualam	[rad/s]
$P$	Número de polos	

$\phi$	Ângulo mecânico da máquina	[rad]
$\Phi$	Ângulo de defasamento no espaço	[rad]
$p$	Operador derivativo	
$q$	Número de fases	
$\Re$	Operador real	
$r$	Raio médio do entreferro	[m]
$\bar{r}_{ranhura}$	Raio médio da ranhura	[m]
$\underline{r}$	Matriz de resistências	
$r$	Resistência	[ $\Omega$ ]
$S_1$	Vetor de transformação de Kovács para fundamental	
$S_3$	Vetor de transformação de Kovács para terceiro harmônico	
$S_h$	Vetor de harmônicos para a construção da matriz de transformação	
$s$	Escorregamento	
$s\omega_e$	Frequência de escorregamento	[rad/s]
$S$	Potência aparente	[VA]
$s_s$	Largura da ranhura de estator	[m]
$s_r$	Largura da ranhura de rotor	[m]
$S_s$	Número de ranhuras de estator	
$S_r$	Número de ranhuras (barras) de rotor	
$s_s$	Número de ranhuras de estator dividido pelo número de polos	
$s_r$	Número de ranhuras de rotor dividido pelo número de polos	
$\theta$	Ângulo das grandezas elétricas no tempo	[rad]
$\Theta$	Ângulo de defasamento das grandezas elétricas de estator no tempo	[rad]
$t$	Tempo	[s]
$\tau_r$	Constante de tempo de rotor	[s]
$T$	Torque	[Nm]
$T_L$	Torque de carga	[Nm]
$t_s$	Largura do dente de estator	[m]
$t_r$	Largura do dente de rotor	[m]
$v$	Tensão	[V]
$W$	Potência ativa	[W]
$w_1$	Largura da abertura externa da ranhura	[m]
$w_2$	Largura da abertura interna da ranhura	[m]
$w_3$	Largura da interna da ranhura	[m]
$X$	Reatância indutiva	[ $\Omega$ ]

### ***Subscritos***

<b><i>Símbolo</i></b>	<b><i>Descrição</i></b>
1	Primeiro sistema trifásico

2	Segundo sistema trifásico
3	Terceiro sistema trifásico
1s	Dispersão de ranhura de estator
2s	Dispersão de ranhura de rotor
3f	Máquina de trifásica
9f	Máquina de nove fases
$a_1$	Fase $a_1$
$a_2$	Fase $a_2$
$a_3$	Fase $a_3$
$b_1$	Fase $b_1$
$b_2$	Fase $b_2$
$b_3$	Fase $b_3$
$c_1$	Fase $c_1$
$c_2$	Fase $c_2$
$c_3$	Fase $c_3$
$d$	Eixo $d$
$e$	Dispersão de cabeça de bobina
$g$	Entreferro
$l$	Dispersão
$q$	Eixo $q$
$m$	Magnetização
$max$	Valor máximo
$mec$	Mecânica ou no eixo da máquina
$perdas$	Perdas elétricas
$r$	Rotor
$rr$	Rotor próprio
$rs, sr$	Mútuo entre estator e rotor
$s$	Estator
$ss$	Estator próprio
$Skew$	Dispersão de <i>skewing</i>
$Z$	Dispersão de <i>zig-zag</i>

### ***Sobescritos***

<b><i>Símbolo</i></b>	<b><i>Descrição</i></b>
1h	Fundamental
3h	Terceiro harmônico
5h	Quinto harmônico
7h	Sétimo harmônico
9h	Nono harmônico
11h	Décimo-primeiro harmônico
13h	Décimo-terceiro harmônico

- Indicativo de valor médio
- Denota vetor espacial

## Lista de Figuras

Figura 2.1: Preço de vários módulos da família GB da Semikron. Todos têm a mesma tensão de bloqueio: 1700v, o que varia é a corrente de condução, como mostrado na Tabela 2.1. (a) preço de cada módulo; (b) preço por Ampère. ....	28
Figura 2.2: Preço de vários módulos da Infineon, com variados valores de corrente de condução e de tensão de bloqueio, como mostrado na Tabela 2.2. (a) preço de cada módulo; (b) preço por Ampère. ....	29
Figura 2.3: Variação do preço total de semicondutores em um conversor ao aumentar o número de fases e reduzir a corrente. ....	31
Figura 2.4: Variação do preço total de semicondutores em um conversor ao aumentar o número de fases e reduzir a tensão. ....	34
Figura 2.5: Densidade de fluxo resultante na máquina de trifásica para dois casos: (a) com alimentação completa; (b) sem a fase. ....	36
Figura 2.6: Densidade de fluxo resultante na máquina de nove fases para dois casos: (a) com alimentação completa; (b) sem a fase. ....	38
Figura 3.1: Diagrama básico de construção da máquina de nove fases. ....	40
Figura 3.2: Diagrama elétrico básico da máquina de nove fases. ....	40
Figura 3.3: Diagrama fasorial da máquina de nove fases para fundamental. ....	41
Figura 3.4: Diagrama fasorial da máquina de nove fases para o terceiro harmônico. ....	41
Figura 3.5: Máquina com uma fase, um polo, enrolamento concentrado e passo pleno. ....	43
Figura 3.6: Função de espira da máquina da figura 3.5. ....	43
Figura 3.7: Função de enrolamento da máquina da figura 3.5. ....	43
Figura 3.8: Motor de nove fases alimentado com fundamental. ....	47
Figura 3.9: Motor de nove fases alimentado somente com 3ºh. ....	47
Figura 3.10: Efeito da soma entre sinais de frequência fundamental e 3ºh. ....	48
Figura 3.11: Máximo aproveitamento de fundamental. ....	48
Figura 3.12: Circuito equivalente de regime permanente para frequência fundamental. ....	71
Figura 3.13: Circuito equivalente de regime permanente para frequência de terceiro harmônico. ....	71
Figura 3.14: Esquema de bobinagem do motor de nove fases. ....	74
Figura 3.15: Esquema de bobinagem do motor trifásico. ....	74

Figura 3.16: Chapa de estator. ....	75
Figura 3.17: Detalhes do dente de estator. ....	75
Figura 3.18: Chapa de rotor e detalhes do dente de rotor. ....	76
Figura 3.19: Curvas típicas de magnetização na coroa e no dente para máquinas de indução. ....	77
Figura 3.20: Curva para a obtenção do coeficiente de Carter a partir das dimensões da máquina elétrica [35]. ....	77
Figura 3.21: Linhas de fluxo útil e de alguns fluxos de dispersão para uma máquina de indução. ....	79
Figura 3.22: Máquina de indução simplificada mostrando o fluxo de dispersão de cabeça de bobina. ....	81
Figura 3.23: Disposição de uma espira na ranhura de estator. ....	83
Figura 3.24: Rotor em gaiola de esquilo. ....	83
Figura 4.1: Sequências positivas para fundamental (interno), 5 <sup>o</sup> h (intermediário) e 7 <sup>o</sup> h (externo). ....	89
Figura 4.2: Sequências negativas para 17 <sup>o</sup> h (interno), 13 <sup>o</sup> h (intermediário) e 11 <sup>o</sup> h (externo). ....	89
Figura 4.3: Sequências positiva (interna) e negativa (externa) para 3 <sup>o</sup> h e 15 <sup>o</sup> h, respectivamente. ....	89
Figura 4.4: Sequência zero, 9 <sup>o</sup> h. ....	89
Figura 4.5: Correntes e FMM induzidas nas barras de rotor por uma densidade de fluxo de entreferro senoidal. Ponto nas barras significa corrente saindo da página, já o “x” é para correntes entrando na página. ....	91
Figura 5.1: Diagrama de controle para máquina de nove fases. ....	102
Figura 5.2: Malha de velocidade. ....	103
Figura 5.3: Comportamento assintótico da curva de rigidez dinâmica. ....	104
Figura 5.4: Curva de rigidez dinâmica da malha de velocidade. ....	105
Figura 5.5: Diagrama de controle das malhas de corrente. ....	106
Figura 5.6: Malhas de corrente simplificadas. ....	106
Figura 5.7: Diagrama de Bode de malha fechada da malha de corrente de eixo $d$ de fundamental. ....	107
Figura 5.8: Diagrama de Bode de malha fechada da malha de corrente de eixo $q$ de fundamental. ....	108
Figura 5.9: Diagrama de Bode de malha fechada da malha de corrente de eixo $d$ de 3 <sup>o</sup> h. ....	108
Figura 5.10: Diagrama de Bode de malha fechada da malha de corrente de eixo $q$ de 3 <sup>o</sup> h. ....	109

Figura 5.11: Partes reais dos vetores espaciais de densidades de fluxo de entreferro.....	111
Figura 5.12: Comportamento das densidades de fluxo durante diversas condições de operação da máquina.....	112
Figura 5.13: Comportamento das tensões aplicadas com as variações de comando e carga.	113
Figura 5.14: Tensões de fundamental, 3 <sup>o</sup> h e resultante para os quatro instantes de tempo definidos anteriormente. ....	113
Figura 5.15: Comportamento das correntes da fase $a_1$ com as variações de comando e carga. ....	114
Figura 5.16: Correntes de fundamental, 3 <sup>o</sup> h e resultante para os quatro instantes de tempo definidos anteriormente. ....	114
Figura 5.17: Curvas de velocidade e velocidade desejada versus tempo. ....	115
Figura 5.18: Zoom da figura 4.23 mostrando a variação de velocidade com a variação de comando de velocidade ou torque de carga. ....	116
Figura 5.19: Degraus de carga e torque eletromagnético. ....	116
Figura 5.20: Contribuição de cada harmônico para o torque resultante. ....	117
Figura 5.21: Densidades de fluxo para as máquinas de três e nove fases com 10Nm de carga. ....	118
Figura 5.22: Correntes para as máquinas de três e nove fases com 10Nm de carga. ....	119
Figura 5.23: Frequências de escorregamento para as máquinas de 3 e 9 fases com 10Nm de carga.....	119
Figura 5.24: Densidades de fluxo para os motores de nove e três fases com 24Nm de carga. ....	119
Figura 5.25: Correntes nas máquinas de três e nove fases para torque de carga de 24Nm. ...	120
Figura 5.26: Frequências de escorregamento nas máquinas de três e nove fases com torque de carga de 24Nm.....	120
Figura 5.27: Perdas nos enrolamentos de estator para várias condições de carga.....	122
Figura 5.28: Perdas relativas. O valor base de potência de perdas é sempre o calculado para o motor trifásico. ....	122
Figura 6.1: Exemplo de uma proposta de fluxograma para o projeto da máquinas elétrica desse trabalho. ....	127
Figura 6.2: Chapa da WEG utilizada para projeto do motor de nove fases. ....	128
Figura 6.3: Torque e rendimento x velocidade para as quatro máquinas da tabela 6.1.....	130
Figura 6.4: Fator de potência e $B_g$ x velocidade para as quatro máquinas da tabela 6.1.....	130

Figura 6.5: Potência mecânica, aparente e corrente de estator x velocidade para as quatro máquinas da tabela 6.1.....	131
Figura 6.6: Ranhuras de rotor: à esquerda, ranhura original. À direita, ranhura modificada.	133
Figura 6.7: Novos projetos para máquina de nove fases e para a máquina trifásica que servirá de padrão de comparação. Curvas de torque, rendimento, fator de potência e densidade de fluxo no entreferro versus velocidade.....	134
Figura 6.8: Novos projetos para máquina de nove fases e para a máquina trifásica que servirá de padrão de comparação. Curvas de potência mecânica, corrente e potência aparente versus velocidade.....	135
Figura 6.9: Modelo do motor simulado no FEMM .....	136
Figura 6.10: Densidade de fluxo na máquina a vazio.....	137

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Módulos da Semikron utilizados na figura 2.1.....	27
Tabela 2.2: Módulos da Infineon utilizados na figura 2.2.....	29
Tabela 2.3: Redução da corrente nominal com o aumento do número de fases.....	30
Tabela 2.4: Número de módulos para cada tipo de conversor.....	31
Tabela 2.5: Redução na tensão de alimentação do motor pelo acréscimo no número de fases. .....	32
Tabela 2.6: Número de módulos para o conversor de três níveis.....	33
Tabela 2.7: Número de módulos para o conversor de dois níveis.....	33
Tabela 2.8: Ângulo das correntes no tempo usados na simulação do FEMM.....	35
Tabela 3.1: Defasamentos para alimentação fundamental e de terceiro harmônico. ....	41
Tabela 3.2: Parâmetros dos circuitos equivalentes de regime permanente .....	84
Tabela 4.1: Distribuição dos harmônicos nos planos e vetor da máquina de nove fases. ....	88
Tabela 4.2: Distribuição dos harmônicos nos planos e vetor da máquina de nove fases. ....	88
Tabela 4.3: “ Enrolamentos” das sete fases formadas no rotor. ....	91
Tabela 4.4: Planos $dq$ e harmônicos de sequência positiva e negativa para o rotor.....	92
Tabela 4.5: Distribuição de harmônicos entre planos $dq$ , vetores de sequência zero, sequência positiva e negativa para estator e rotor. ....	95
Tabela 5.1: Ganhos dos controladores.....	107
Tabela 5.2: Valores $rms$ das correntes para cada instante de tempo da figura 4.22. ....	115
Tabela 5.3: Parâmetros dos circuitos equivalentes da máquina de nove fases com 120 espiras por fase. ....	118
Tabela 5.4: Correntes e perdas joulicas no estator. ....	121
Tabela 6.1: Parâmetros da máquina final. ....	128
Tabela 6.2: Performance do motor de nove fases 2.....	132
Tabela 6.3: Performance do motor de nove fases.....	135

# 1. Introdução

---

Este capítulo resume o que será apresentado no trabalho. A relevância do trabalho, os objetivos e a forma como este foi organizado são mostrados aqui.

---

## 1.1. Relevância

Motores de combustão interna (MCI) são usados em sistemas autônomos de geração de energia elétrica. Tradicionalmente, esses sistemas são constituídos de um motor a óleo Diesel e de um gerador síncrono (GS). Esses sistemas são normalmente utilizados em três situações: 1) como fonte principal de energia elétrica, em locais onde a rede de energia elétrica não chega; 2) como uma fonte de complementação, em locais onde a rede de energia não tenha potência suficiente para fornecer o pico de demanda da carga; 3) como um sistema de geração de energia redundante, para garantir a continuidade da oferta de energia quando há algum problema na rede elétrica. Grupos motores-geradores (GMG) são sistemas de geração de energia compactos, têm um rápido procedimento de ligação, sua manutenção e operação são simples, são portáteis, podendo ser levados para a proximidade da carga e a disponibilidade do combustível é alta.

A utilização de motores Diesel e de geradores síncronos pode ser justificada pelos seguintes motivos:

- Motores Diesel apresentam maior eficiência e são mais robustos do que os motores de ciclo Otto (motores de ignição por centelha).
- Devido ao fato de o Diesel ser um combustível menos volátil que a gasolina, oferece maior segurança na ocorrência de acidentes. Além de ser um combustível mais barato que a gasolina.

- As velocidades de operação dos motores Diesel são próximas das frequências típicas de operação de máquinas elétricas, o que pode eliminar a redução entre o MCI e o GS, sendo que a redução representa mais peso, volume e perdas para o sistema.
- GSs têm rendimento maior e são capazes de variar o fator de potência, caso desejado.

Já as desvantagens desse tipo de sistema são:

- Motores Diesel normalmente são mais caros, mais pesados, mais ruidosos e vibram mais do que motores de ignição por centelha.
- GSs necessitam de manutenção mais frequente por possuírem escovas.
- O combustível utilizado é não-renovável.

Com o aumento da preocupação com o meio ambiente, o último item torna-se um ponto muito importante na utilização desse tipo de sistema.

Partindo dessa ideia, surgiu uma rede de pesquisa em 2011 entre a companhia Vale e a UFMG com o objetivo de aumentar a eficiência energética e reduzir as emissões de GMGs. Para se fazer isso, foram propostas novas tecnologias ou melhoria das tecnologias existentes em todas as etapas da cadeia de geração de energia, envolvendo a produção de biocombustíveis, a melhoria da eficiência de MCIs e a conversão desses para uso dos biocombustíveis, a melhoria da eficiência de geradores elétricos, adaptando-os as faixas de rotação de maior torque dos MCIs.

Como o principal objetivo é utilizar um MCI à etanol e com ciclo Otto, a máquina elétrica a ser escolhida deve ter rotação nominal suficientemente alta para ser diretamente conectada ao eixo do MCI, que trabalhará na sua faixa de maior eficiência, sem a necessidade do uso de reduções. Além disso, essa máquina elétrica deverá apresentar maior robustez e maior confiabilidade. Finalmente, também é um objetivo que essa máquina possa ser compacta, ou seja, obter uma maior razão de torque por unidade de massa e de torque por unidade de volume.

Tendo em vista essas condições, a máquina elétrica escolhida foi uma máquina de indução multifásica, com número maior que três, com rotor em gaiola. A escolha de uma máquina de indução em gaiola se baseia na questão de robustez, uma vez que essa máquina não possui escovas, o que torna a necessidade de manutenção muito menor. Já a questão do número de fases foi determinada pela busca da compactação e da confiabilidade, pois esse tipo de máquina pode manter seu funcionamento ao perder uma ou mais fases (dependendo do número de fases que ela tiver) e, ao injetar correntes harmônicas – normalmente o terceiro harmônico de corrente -, há um acréscimo no torque desenvolvido. Desse modo, para um determinado nível de torque desejado, essa máquina pode ser menor que uma máquina trifásica. Por motivos que serão explicados no decorrer do texto, o número de fases escolhido foi nove.

## 1.2. Objetivos

Apesar de esse trabalho estar inserido na rede de pesquisa supracitada, o estudo da máquina de indução de nove fases mostrado aqui será para operação como motor. Futuros trabalhos levarão em conta a operação como gerador.

É mostrado o desenvolvimento de modelos dinâmicos e de regime permanente, para componentes de frequência fundamental e de terceiro harmônico, com o intuito de ajudar no projeto dessas máquinas, uma vez que com esses modelos será possível a previsão da performance. Além disso, esses modelos servirão para o desenvolvimento do controle que será aplicado nas mesmas. Finalmente, é feito um projeto de uma máquina que será construída para validação do trabalho desenvolvido aqui.

## 1.3. Organização do texto

Essa dissertação será dividida em mais quatro capítulos além deste de introdução geral. O segundo capítulo apresenta as vantagens de máquinas multifásicas sobre máquinas trifásicas. O

terceiro trata da modelagem das máquinas de nove fases estudadas. O quarto descreve o controle desenvolvido e o quinto trata de questões relativas ao projeto de uma máquina de nove fases. Após isso, encontram-se a conclusão e as propostas para continuidade do trabalho.

## 2. Máquinas Multifásicas

---

Máquinas multifásicas apresentam diversas vantagens quando comparadas com máquinas trifásicas: redução da potência por fase, aumento de confiabilidade, possibilidade de variação no número de polos e fase via controle, e até possibilidade de redução do custo do conversor. Este capítulo tratará das vantagens de aumentar o número de fases.

---

Motores de indução (MI) trifásicos são os motores mais utilizados em aplicações industriais - principalmente os motores com rotores em gaiola de esquilo, devido à sua robustez e baixa necessidade de manutenção. Esses motores, e os inversores que irão alimentá-los, são produzidos em larga escala, por diversos fabricantes, o que significa um menor custo, facilidade para reposição e a não dependência de um único fornecedor. Além disso, o controle desses motores já é bem conhecido para as mais diversas situações de cargas e de perturbações [1]. Então, ao se analisar todos os pontos acima, parece que a utilização de motores multifásicos, com número de fases maior que três, não é nem interessante e nem economicamente viável. Por um tempo isso realmente foi verdade.

No começo do século XX, com o sistema trifásico de conversão e transmissão de energia elétrica já estabelecido e antes da eletrônica de potência existir, não fazia sentido pensar na produção de motores elétricos com um número de fases maior que três. Até que na década de 20, os níveis de potência dos geradores começaram a esbarrar nos limites de capacidade de corrente dos disjuntores. Para resolver esse problema foram construídos geradores de seis fases com o objetivo de aumentar a potência de geração sem elevar os níveis de corrente, como explicado no decorrer desse capítulo. Mas, houve um avanço na tecnologia dos disjuntores, elevando os níveis de corrente que esses componentes conseguiam operar, e o interesse em máquinas de seis fases se perdeu [2].

Com o desenvolvimento dos primeiros inversores em tensão (*voltage source inverters*), no final da década de 50, as máquinas multifásicas ressurgiram como uma alternativa para atenuar

a pulsação de torque produzida pela modulação em onda quadrada [3]. Mesmo com o posterior avanço nos semicondutores, permitindo a utilização de estratégias de chaveamento em alta frequência, como a modulação por duração de pulso (PWM), que atenuam muito a pulsação de torque em máquinas trifásicas, o interesse em máquinas multifásicas se manteve, pois, para algumas aplicações, a utilização dessas máquinas pode ser vantajosa.

## 2.1. Aplicações de Alta Potência com uso de Inversores

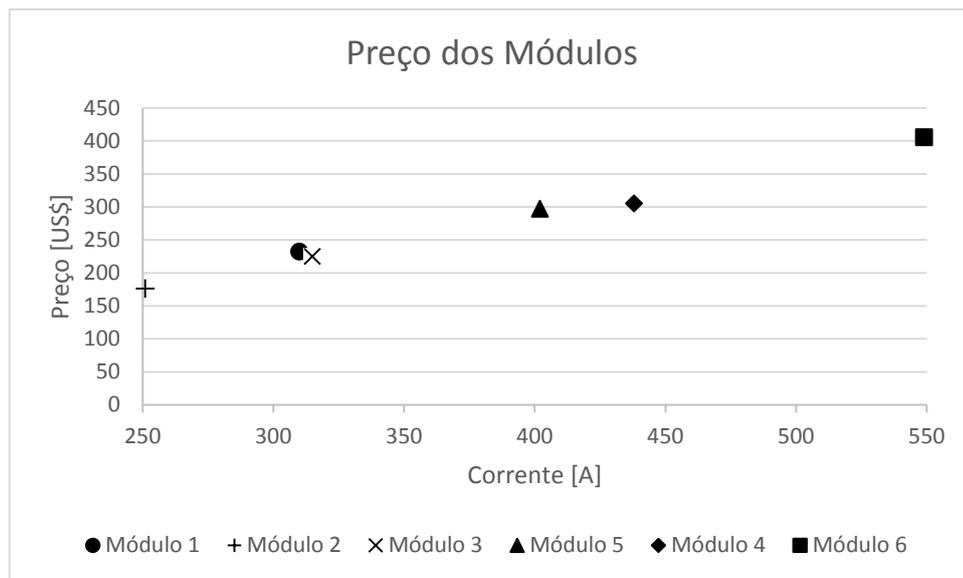
Inversores trifásicos são mais caros que os motores que eles alimentam (um exemplo da diferença de valores pode ser visto em [4], [5]), então, uma questão extremamente importante da utilização de motores multifásicos é saber se os inversores usados para alimentá-los serão mais caros que os inversores trifásicos de mesma potência. Se a diferença de valores entre os conversores trifásicos e multifásicos for significativa, o incremento no número de fases pode ficar financeiramente inviável. Tendo isso em mente, o objetivo dessa seção é fazer uma análise inicial entre inversores com 3, 5, 7, 9 e 11 fases comparando somente o custo dos semicondutores em cada conversor, questões técnicas, como vantagens em se utilizar conversores de três níveis, não serão avaliadas aqui.

Ao elevar o nível de potência das máquinas, é necessário elevar o nível de potência dos módulos semicondutores que compõem o inversor. Esse aumento de potência é caracterizado pelo aumento da capacidade de condução de corrente e/ou da capacidade de bloqueio de tensão do módulo. O aumento de ambos encarece o módulo, mas o custo decorrente do aumento da tensão de bloqueio é muito mais significativo do que o aumento da capacidade de corrente de condução, como mostram as figuras 2.1 e 2.2. Sendo que o custo não é o único problema, pois, ao se elevar o nível de potência, disponibilidade e número de fornecedores começam a diminuir. A figura 2.1 mostra, para vários módulos com diferentes capacidades de condução de corrente e mesma tensão de bloqueio, a) o preço de cada módulo; b) o preço por ampère (sendo que os

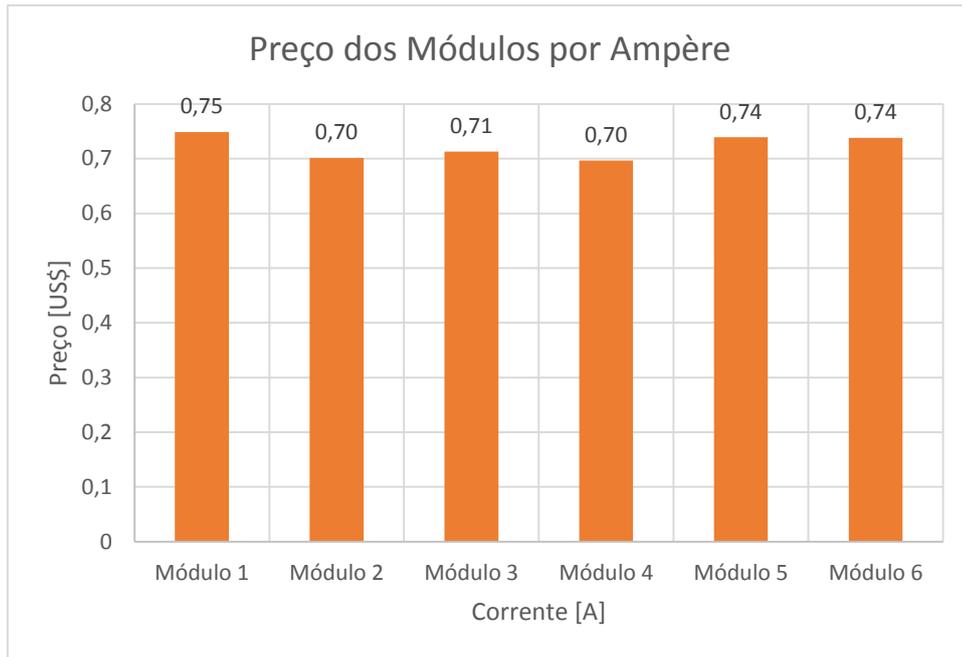
preços foram encontrados em [www.sindopower.com](http://www.sindopower.com)). A figura 2.2 faz o mesmo que a figura 2.1, mas para diferentes tensões de bloqueio (sendo que os preços foram encontrados em [www.mouser.com](http://www.mouser.com)). As tabelas 2.1 e 2.2 mostram as tensões de bloqueio e as correntes de condução de cada um dos módulos usados nas figuras 2.1 e 2.2.

**TABELA 2.1: MÓDULOS DA SEMIKRON UTILIZADOS NA FIGURA 2.1.**

Módulos		Tensão de bloqueio [V]	Corrente de condução @ 25°C [A]
SEMiX452GB176HDs	1	1700	310
SEMiX353GB176HDs	2	1700	251
SEMiX453GB176HDs	3	1700	315
SEMiX653GB176HDs	4	1700	438
SEMiX604GB176HDs	5	1700	402
SEMiX854GB176HDs	6	1700	549

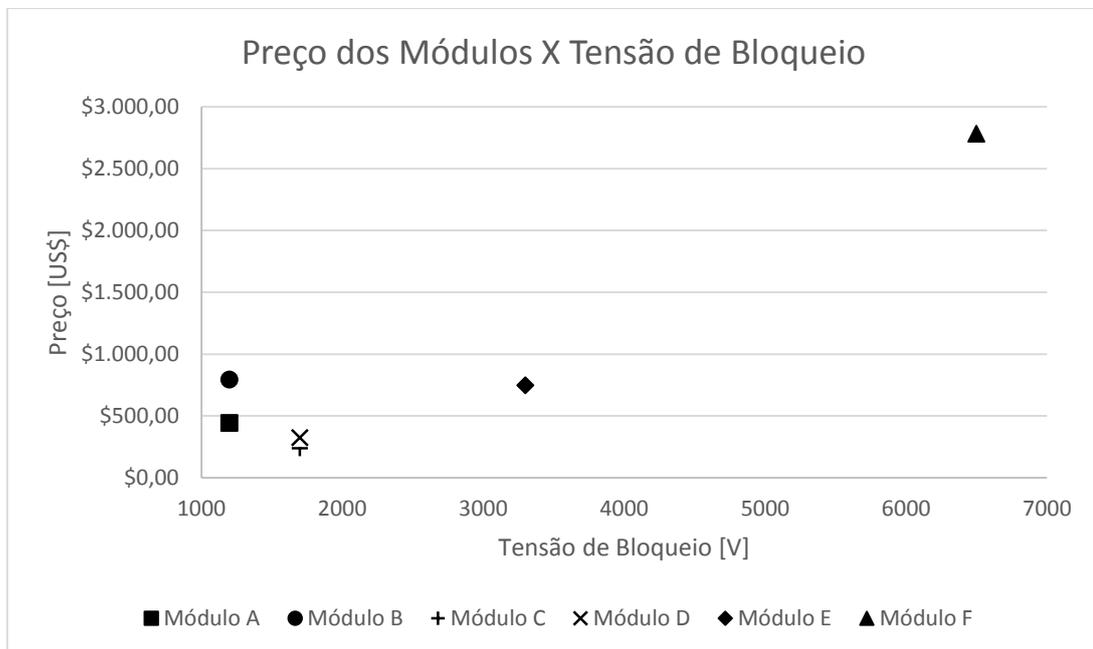


(A)

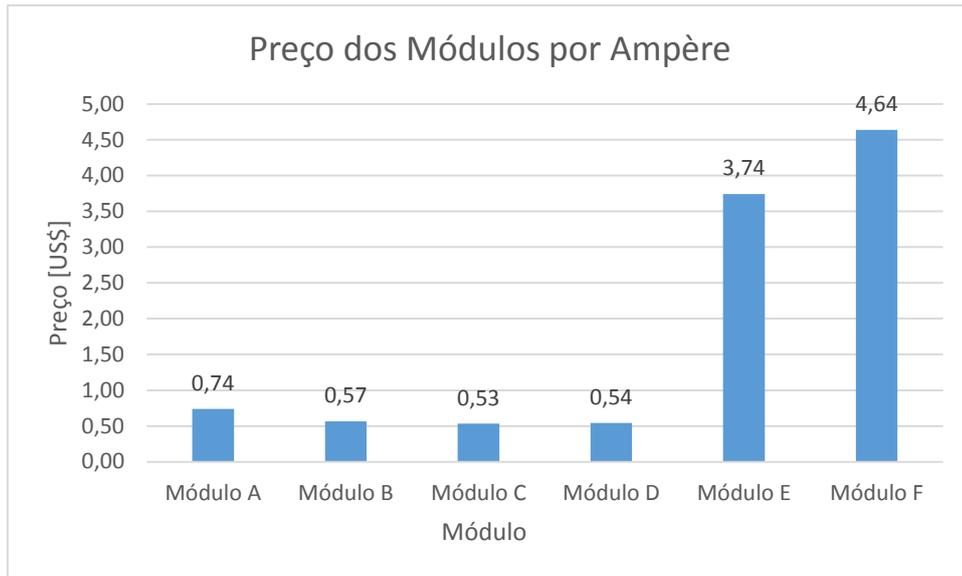


(B)

**FIGURA 2.1: PREÇO DE VÁRIOS MÓDULOS DA FAMÍLIA GB DA SEMIKRON. TODOS TÊM A MESMA TENSÃO DE BLOQUEIO: 1700V, O QUE VARIA É A CORRENTE DE CONDUÇÃO, COMO MOSTRADO NA TABELA 2.1. (A) PREÇO DE CADA MÓDULO; (B) PREÇO POR AMPÈRE.**



(A)



(B)

**FIGURA 2.2: PREÇO DE VÁRIOS MÓDULOS DA INFINEON, COM VARIADOS VALORES DE CORRENTE DE CONDUÇÃO E DE TENSÃO DE BLOQUEIO, COMO MOSTRADO NA TABELA 2.2. (A) PREÇO DE CADA MÓDULO; (B) PREÇO POR AMPÈRE.**

**TABELA 2.2: MÓDULOS DA INFINEON UTILIZADOS NA FIGURA 2.2.**

Módulos		Tensão de bloqueio [V]	Corrente de condução @ 25°C [A]
FF600R12IE4	A	1200	600
FF1400R12IP4	B	1200	1400
FF450R17ME4_B11	C	1700	450
FF600R17ME4_B11	D	1700	600
FF200R33KF2C	E	3300	200
FZ600R65KE3	F	6500	600

Como mostrado na figura 2.1, para módulos de baixa tensão e de mesmas características, a variação de preço é quase linear com a capacidade de condução de corrente. A figura 2.2 mostra que módulos de até 1700V de tensão de bloqueio possuem valores próximos de US\$/A, mas esses valores crescem muito quando a tensão de bloqueio passa para 3300V e 6500V.

Esses dados indicam nichos de aplicações onde um sistema de acionamento multifásico pode ser mais barato do que um trifásico. Isso ocorre, pois, a potência em máquinas elétricas de corrente alternada é diretamente proporcional ao produto entre o número de fases, a tensão nominal e a corrente nominal. Logo, para uma aplicação que exija determinada potência, ao se aumentar o número de fases, é possível reduzir tensão e/ou corrente e, mesmo assim, ter a

mesma potência de saída. Por exemplo, comparando uma máquina de seis fases com uma trifásica, é possível ter a mesma potência reduzindo tensão ou corrente nominais pela metade, ou reduzindo o produto entre tensão e corrente pela metade. Para aplicações que usam motores de média tensão (2300V, 4160V, 6600V, etc) e, conseqüentemente, exigem módulos com alta capacidade de bloqueio, a utilização de máquinas multifásicas pode reduzir esses níveis de tensão para valores em que módulos de menores tensões de bloqueio e de menor custo possam ser utilizados. Dois exemplos da variação de custo de semicondutores em conversores ao se variar o número de fases são discutidos a seguir. O primeiro caso vai analisar o impacto da redução da corrente de fase com o acréscimo do número de fases, mantendo fixa a tensão, e vai utilizar os módulos da tabela 2.1. O segundo caso vai analisar o impacto da redução da tensão com o acréscimo do número de fases, mantendo fixa a corrente, e vai utilizar os módulos da tabela 2.2.

### 2.1.1. Redução da Corrente

Para fazer a comparação entre o custo do conversor com o aumento do número de fases e redução de corrente, foi escolhido um aerogerador UNIPOWER® da IMPSA. Este possui 1,5MW de potência nominal e 690V de tensão de linha nominal. Para simplificar a análise, a corrente nominal será considerada como sendo igual a:  $1,5\text{MW}/(\sqrt{3} \cdot 690)$ . A tabela 2.3 mostra a redução da corrente com o acréscimo do número de fases.

**TABELA 2.3: REDUÇÃO DA CORRENTE NOMINAL COM O AUMENTO DO NÚMERO DE FASES.**

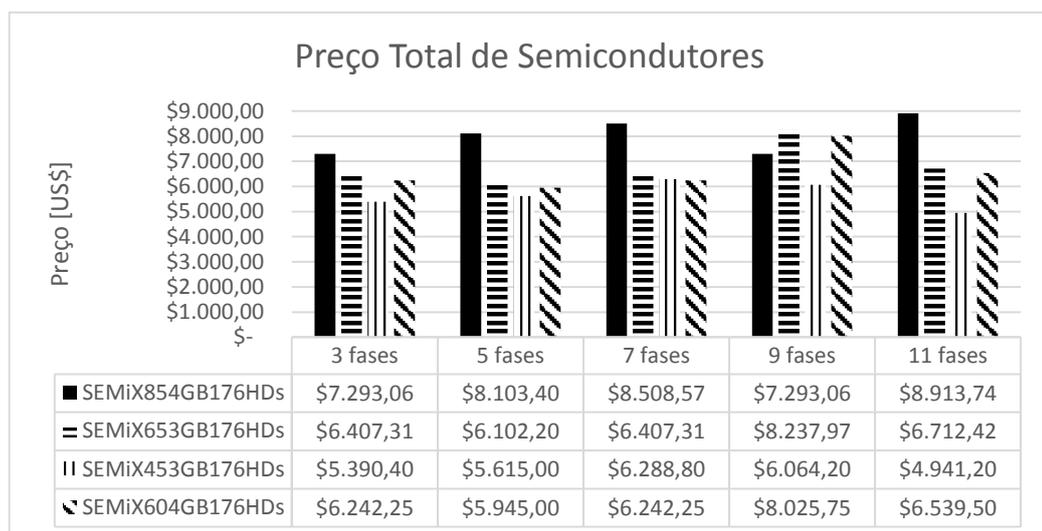
<b>Número de fases</b>	3	5	7	9	11
<b>Corrente Nominal [A]</b>	1255,11	753,07	537,90	418,37	342,30

Para fazer essa análise, quatro tipos diferentes de módulos semicondutores da Semikron foram utilizados: módulos 3, 4, 5 e 6, todos com tensão de bloqueio de 1700V. Além disso, foi considerado que o fator de potência nas condições nominais fosse igual a 0,9. Utilizando os

dados de características de condução e bloqueio e os dados de resistências térmicas de cada componente, presentes em seus respectivos *datasheets*, foi possível determinar o número de componentes necessários por fase para cada caso estudado. Esses números estão mostrados na tabela 2.4. A forma detalhada de se calcular perdas em semicondutores pode ser encontrada em [6]. Com a tabela 2.4 e com os preços dos módulos é possível construir a figura 2.3. Para essa aplicação e com esses módulos, a alternativa mais barata, considerando somente o preço dos semicondutores, seria um conversor de 11 fases construído com módulos do tipo 3.

**TABELA 2.4: NÚMERO DE MÓDULOS PARA CADA TIPO DE CONVERSOR.**

		Número de fases				
		3	5	7	9	11
Número de módulos/fase	Módulo 3	8	5	4	3	2
	Módulo 4	7	4	3	3	2
	Módulo 5	7	4	3	3	2
	Módulo 6	6	4	3	2	2
Número total de módulos	Módulo 3	24	25	28	27	22
	Módulo 4	21	20	21	27	22
	Módulo 5	21	20	21	27	22
	Módulo 6	18	20	21	18	22



**FIGURA 2.3: VARIAÇÃO DO PREÇO TOTAL DE SEMICONDUCTORES EM UM CONVERSOR AO AUMENTAR O NÚMERO DE FASES E REDUZIR A CORRENTE.**

Pela figura 2.3, fica claro que a redução de corrente por fase não implica numa redução significativa de preços de semicondutores no conversor. Então, essa alternativa não é vantajosa quando a questão de preços é a mais significativa na utilização de um sistema multifásico.

### 2.1.2. Redução da Tensão

Foi escolhido um motor de indução de média tensão para fazer essa comparação. Ele é construído pela WEG (linha HGF não-acendível) e tem as seguintes características: 2300V, 2700HP, 60Hz, 0,88 e 586A de tensão, potência, frequência, fator de potência e corrente nominais, respectivamente. Como o objetivo aqui é determinar os máximos ganhos com o acréscimo de fases, a tensão será variada livremente, ou seja, os níveis de tensão não serão ajustados para os valores padrões. A tabela 2.5 mostra a redução nos níveis de tensão ao aumentar o número de fases.

**TABELA 2.5: REDUÇÃO NA TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO DO MOTOR PELO ACRÉSCIMO NO NÚMERO DE FASES.**

<b>Número de fases</b>	3	5	7	9	11
<b>Tensão nominal [V]</b>	2300	1380	985,71	766,67	627,27

Os módulos utilizados para fazer essa análise são fabricados pela INFINEON, modelos FF200R33KF2C, FZ600R65KE3, FF600R17ME4\_B11, FF1400R12IP4 e FF600R12IE4. Os valores de tensão de bloqueio e corrente de condução estão mostrados na tabela 2.2. Assim como no item anterior, utilizando os dados de características de condução e bloqueio e os dados de resistências térmicas de cada componente, presentes em seus respectivos *datasheets*, foi possível determinar o número de componentes necessários por fase para cada caso estudado. Além da variação no número de fases, também serão comparadas duas topologias de inversor: dois níveis e três níveis (sem considerar os diodos de grampeamento no custo total do conversor). As tabelas 2.6 e 2.7 mostram o número de módulos por fase e o número de módulos totais necessários para alimentar esse motor.

TABELA 2.6: NÚMERO DE MÓDULOS PARA O CONVERSOR DE TRÊS NÍVEIS.

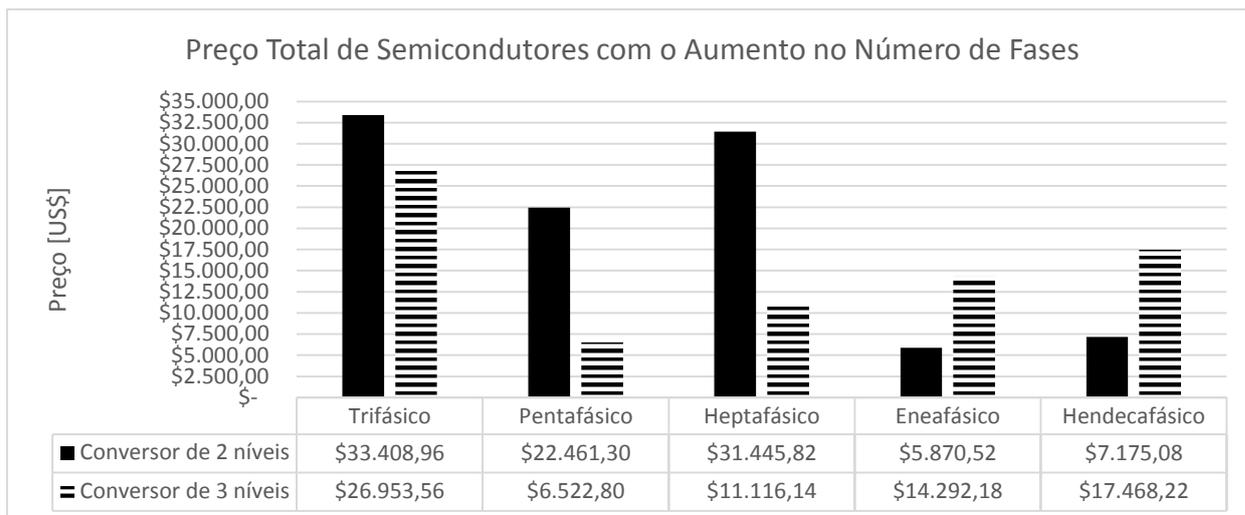
		Número de fases				
		3	5	7	9	11
<b>Número de módulos/fase</b>	FF200R33KF2C	12	-	-	-	-
	FZ600R65KE3	-	-	-	-	-
	FF600R17ME4_B11	-	4	-	-	-
	FF1400R12IP4	-	-	2	2	2
	FF600R12IE4	-	-	4	4	4
<b>Número total de módulos</b>	FF200R33KF2C	-	-	-	-	-
	FZ600R65KE3	36	-	-	-	-
	FF600R17ME4_B11	-	20	-	-	-
	FF1400R12IP4	-	-	14	18	22
	FF600R12IE4	-	-	28	36	44

TABELA 2.7: NÚMERO DE MÓDULOS PARA O CONVERSOR DE DOIS NÍVEIS.

		Número de fases				
		3	5	7	9	11
<b>Número de módulos/fase</b>	FF200R33KF2C	-	6	6	-	-
	FZ600R65KE3	4	-	-	-	-
	FF600R17ME4_B11	-	-	-	2	2
	FF1400R12IP4	-	-	-	-	-
	FF600R12IE4	-	-	-	-	-
<b>Número total de módulos</b>	FF200R33KF2C	-	30	42	-	-
	FZ600R65KE3	12	-	-	-	-
	FF600R17ME4_B11	-	-	-	18	22
	FF1400R12IP4	-	-	-	-	-
	FF600R12IE4	-	-	-	-	-

Com as tabelas 2.6 e 2.7 mais os preços dos módulos, é possível construir a figura 2.4.

Para essa aplicação e com esses módulos, a alternativa mais barata seria utilizar um conversor de dois níveis, enefásico e com o módulo FF600R17ME4\_B11. Comparando com o caso trifásico mais barato, o preço do enefásico é 4,6 vezes menor! Além disso, um outro ponto importante nesse caso é que todos os componentes de um inversor são mais caros para tensões mais altas: capacitores, *gate-drivers* e suas fontes de alimentação, etc. Então, considerando o conversor completo, a redução no valor pode ser ainda maior.



**FIGURA 2.4: VARIAÇÃO DO PREÇO TOTAL DE SEMICONDUCTORES EM UM CONVERSOR AO AUMENTAR O NÚMERO DE FASES E REDUZIR A TENSÃO.**

Olhando mais especificamente para o caso com nove fases, o valor de tensão obtido foi de 766,67V. Valor que fica próximo de 660V, que é um nível de tensão padronizado. Para fazer essa outra redução de tensão e manter a potência constante, a corrente teria que subir 11,1% com relação a seu valor nominal para três fases. Então, sem ter um crescimento significativo na corrente, é possível obter todas as vantagens da redução de tensão e chegar a um nível de tensão padrão.

## 2.2. Veículos Elétricos:

Confiabilidade é um fator fundamental para qualquer aplicação, mas para veículos elétricos ela é ainda mais desejada, pois seria desejável que um veículo continuasse a funcionar mesmo depois que uma ou algumas fases do motor ou inversor fossem danificadas. Diferentemente de máquinas trifásicas, máquinas multifásicas conseguem manter o funcionamento nessas condições [5] e [6].

As figuras 2.5 e 2.6 mostram como ficam as ondas girantes de densidade de fluxo de máquinas trifásicas e enefásicas com quatro polos, respectivamente, para dois casos: (a) com alimentação completa e (b) sem uma fase, para cinco instantes de tempo diferentes,

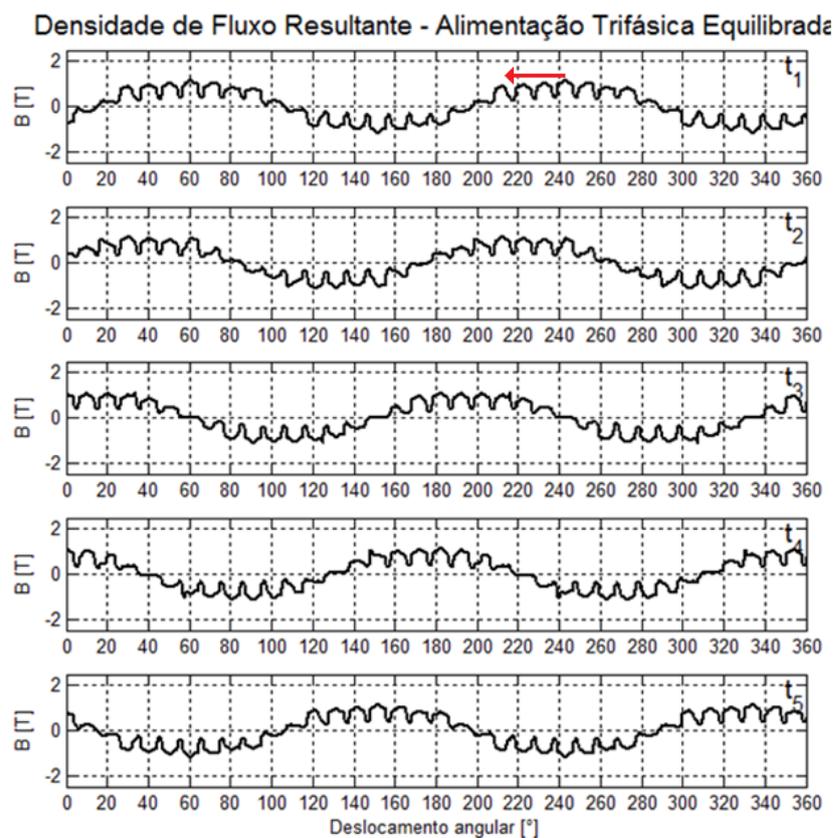
correspondentes a cinco posições angulares da corrente no tempo, como mostrado na tabela 2.8.

Essas figuras foram feitas utilizando o software FEMM.

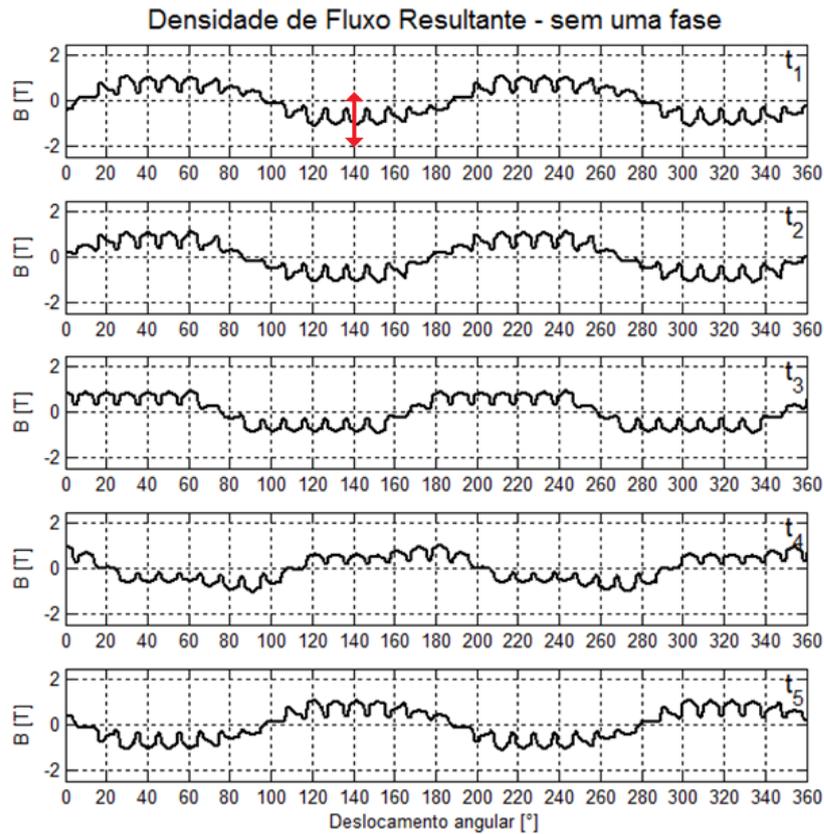
TABELA 2.8: ÂNGULO DAS CORRENTES NO TEMPO USADOS NA SIMULAÇÃO DO FEMM.

Instante de tempo	Ângulo das correntes no tempo
$t_1$	$0^\circ$
$t_2$	$45^\circ$
$t_3$	$90^\circ$
$t_4$	$135^\circ$
$t_5$	$180^\circ$

Na figura 2.5 (a), fica claro que a onda de densidade de fluxo viaja da direita para a esquerda. Já na (b), a onda de densidade de fluxo somente pulsa. Vale ressaltar que para essa simulação é considerado que há ligação de neutro e que os defasamentos das correntes para o caso sem uma fase permanecem os mesmos quando a alimentação é equilibrada.



(A)



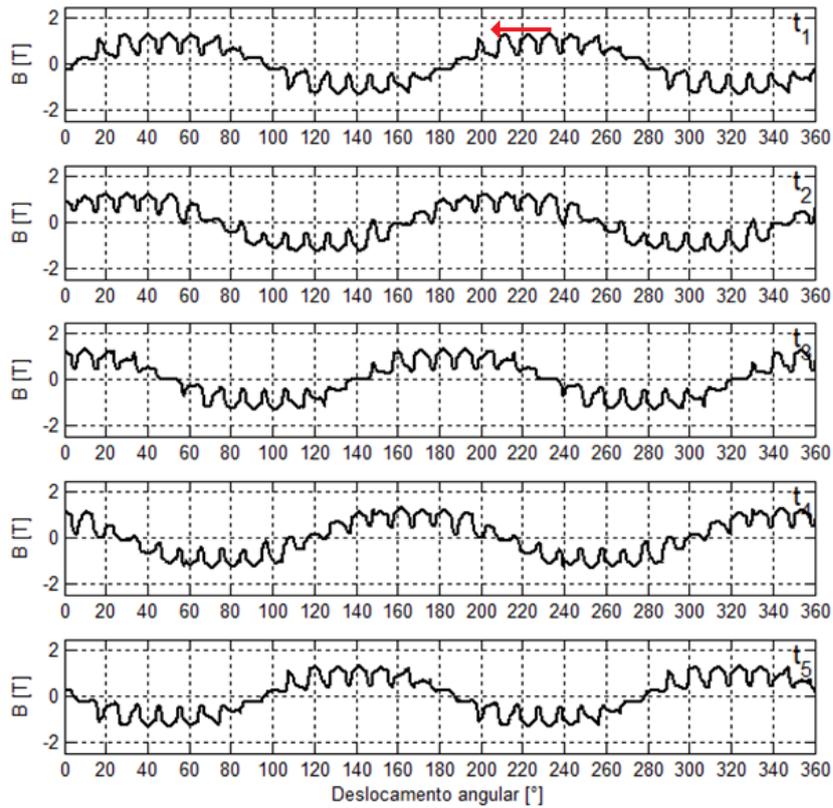
(B)

FIGURA 2.5: DENSIDADE DE FLUXO RESULTANTE NA MÁQUINA DE TRIFÁSICA PARA DOIS CASOS: (A) COM ALIMENTAÇÃO COMPLETA; (B) SEM A FASE.

Na figura 2.6 (a), também fica fácil de ver que a onda de densidade de fluxo viaja da direita para a esquerda. Mas, sem uma fase, figura 2.6 (b), a máquina de nove fases produz uma densidade de fluxo resultante também girante, como se queria demonstrar. Nesse caso, também é considerado que há ligação de neutro e que os defasamentos das correntes para o caso sem uma fase permanecem os mesmos quando a alimentação é equilibrada.

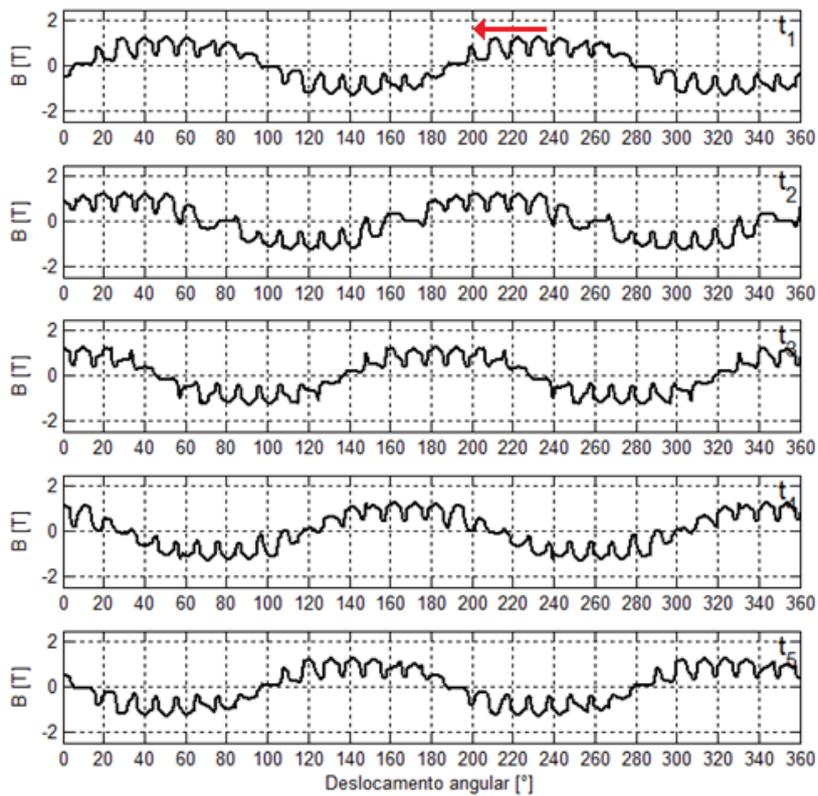
A necessidade de considerar a ligação de neutro nos dois casos vem do fato de que, quando não equilibradas, a soma das correntes no ponto central não é nula.

### Densidade de Fluxo Resultante - Alimentação Eneafásica Equilibrada



(A)

### Densidade de Fluxo Resultante - sem uma fase



(B)

**FIGURA 2.6: DENSIDADE DE FLUXO RESULTANTE NA MÁQUINA DE NOVE FASES PARA DOIS CASOS: (A) COM ALIMENTAÇÃO COMPLETA; (B) SEM A FASE.**

Outro ponto desafiador para motores de carros elétricos é construí-los com níveis de potência altos e com baixas tensões, o que implicaria em altas correntes para motores trifásicos. Logo, seriam necessários vários condutores em paralelo para conduzir essa corrente, sendo que a crimpagem desses vários condutores pode ser problemática para implementação em linha de montagem.

Máquinas multifásicas podem superar esse problema, pois, como já dito, é possível reduzir a tensão mantendo os mesmos valores de potência e corrente. Com uma máquina de nove fases, por exemplo, é possível reduzir a tensão por um fator de três. Além disso, a possibilidade de reduzir a tensão nominal do MI para veículos elétricos permite reduzir o número de baterias conectadas em série ou eliminar o conversor DC/DC que existiria entre o banco de baterias e o inversor. A conexão de muitas células em série pode representar dificuldades para recarga e pode danificar prematuramente a bateria [9]. Isso acontece, pois as células têm taxas diferentes de descarga, causadas pelos efeitos de descarga própria. Essas diferenças são provenientes do processo produtivo ou mesmo da diferença de temperatura entre as células. Assim, é possível que algumas delas se descarreguem mais que as outras, e durante a operação, havendo diversas cargas e descargas parciais, elas cheguem à 0% de carga em um momento em que a bateria ainda está descarregando. Se isso acontecer, a tensão nos terminais da bateria vai cair, pois as células completamente descarregadas serão somente resistências. Se corrente ainda continuar a ser drenada, a célula será danificada e, por consequência, a bateria também o será.

Além disso, com motores multifásicos, é possível fazer mudança no número de polos através do inversor [10]–[14]. Para isso, basta mudar as ondas de referência de modulação. Especificamente para o motor de nove fases desse trabalho, é possível transformá-lo em uma máquina trifásica com 12 polos. A forma de fazer essa mudança será mostrada ao longo do

texto. Essa característica é interessante para veículos híbridos com pequenos motores elétricos, em que seja desejado que o motor elétrico seja capaz de partir o MCI. Aplicações que exijam altos torque de partida - por exemplo, locomotivas – também podem se beneficiar dessa técnica.

Outra vantagem que motores multifásicos têm é a possibilidade de ganho de torque com injeção de harmônicos de corrente. Isso também é interessante para qualquer aplicação embarcada, pois com uma densidade de torque maior, é possível ter motores multifásicos com mesmo torque de motores trifásicos, mas com peso e volume menores.

Apesar de ainda não existirem motores multifásicos sendo produzidos em série no Brasil, o futuro dessa tecnologia é promissor, pois, como visto, existem diversas vantagens na utilização dessa tecnologia. Alguns exemplos da literatura sobre esse tema seriam: artigos de revisão [15] e [16], aplicações em navios [17] e [18], máquinas síncronas [1], [15]-[21] e aplicações gerais [22]–[27].

### 2.3. Conclusões:

Neste capítulo, as principais vantagens das máquinas multifásicas foram mostradas: redução da potência por fase - que pode reduzir o preço do conversor multifásico com relação ao trifásico; aumento de confiabilidade; variação do número de polos sem exigir mudanças na ligação da máquina; e possibilidade de ganho de torque com injeção de correntes harmônicas.

O próximo capítulo abordará a modelagem da máquina de nove fases.

### 3. Modelagem da Máquina de Nove Fases

Este capítulo mostrará como é feita a modelagem de uma máquina de nove fases. Partindo do cálculo de indutâncias, passando por obtenção das equações de tensão em sistema de equações matriciais, obtenção de transformação de coordenadas para reduzir o número de equações do sistema, até chegar na obtenção dos circuitos equivalentes de regime permanente. Além disso, serão mostrados os mecanismos de ganho de torque com a injeção de terceiro harmônico, a expressão do torque eletromagnético e a obtenção dos parâmetros dos circuitos equivalentes através das dimensões da máquina.

O motor de indução de nove fases estudado nesse trabalho é simétrico com um ângulo de  $40^\circ$  entre fases adjacentes [28], enrolamentos concentrados, passo pleno e uma ranhura por polo por fase. As figuras 3.1 e 3.2 mostram o diagrama básico de construção e o diagrama elétrico de um motor com dois polos. Durante toda a modelagem vai ser considerado que o motor tem dois polos.

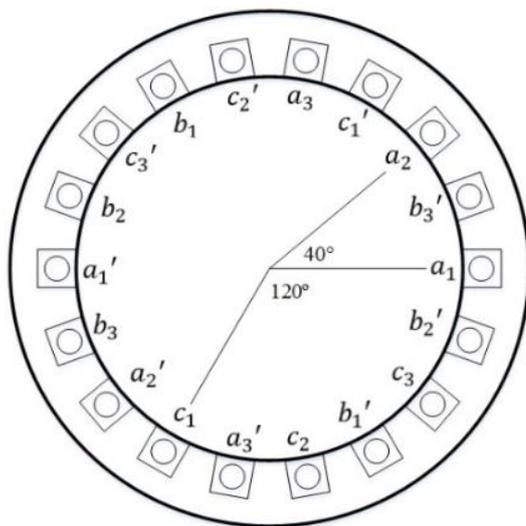


FIGURA 3.1: DIAGRAMA BÁSICO DE CONSTRUÇÃO DA MÁQUINA DE NOVE FASES.

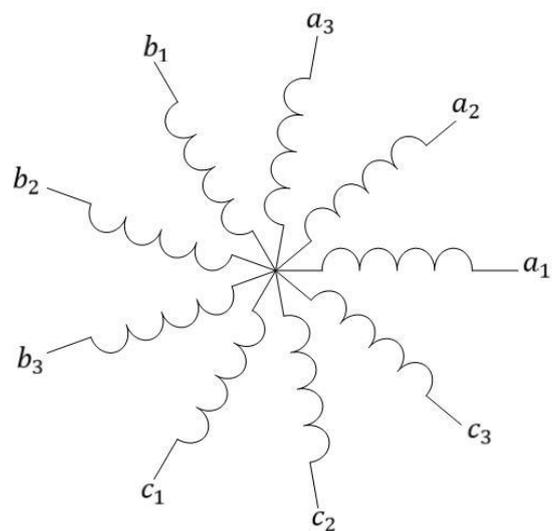


FIGURA 3.2: Diagrama elétrico básico da máquina de nove fases.

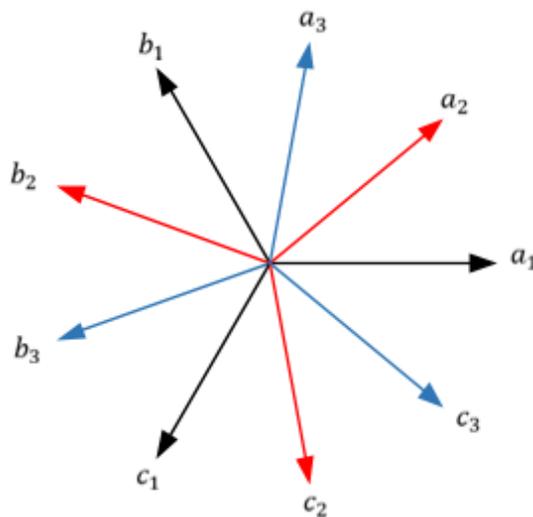
Uma forma de analisar essa máquina é considerando que ela é constituída de três máquinas trifásicas, como sugerido nas figuras 3.1 e 3.2 pelos índices numéricos. O defasamento entre sistemas trifásicos adjacentes é de  $40^\circ$ .

As correntes de terceiro harmônico “enxergarão” a máquina de nove fases como uma máquina trifásica, como pode ser visto na tabela 3.1.

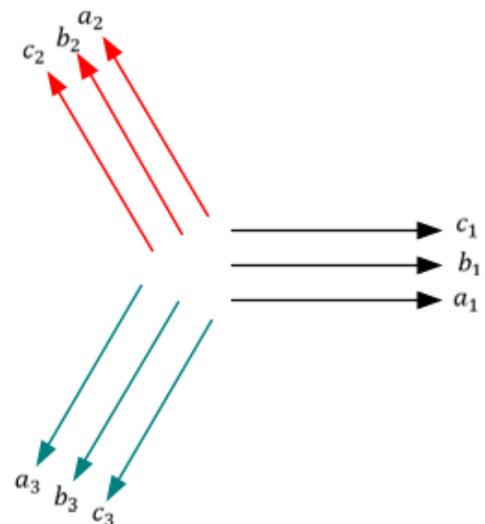
**TABELA 3.1: DEFASAMENTOS PARA ALIMENTAÇÃO FUNDAMENTAL E DE TERCEIRO HARMÔNICO.**

Fase	Defasamentos de fundamental	Defasamentos de 3 <sup>o</sup> h
$a_1$	$0^\circ$	$3 \cdot 0^\circ = 0^\circ$
$a_2$	$40^\circ$	$3 \cdot 40^\circ = 120^\circ$
$a_3$	$80^\circ$	$3 \cdot 80^\circ = 240^\circ$
$b_1$	$120^\circ$	$3 \cdot 120^\circ = 0^\circ$
$b_2$	$160^\circ$	$3 \cdot 160^\circ = 120^\circ$
$b_3$	$200^\circ$	$3 \cdot 200^\circ = 240^\circ$
$c_1$	$240^\circ$	$3 \cdot 240^\circ = 0^\circ$
$c_2$	$280^\circ$	$3 \cdot 280^\circ = 120^\circ$
$c_3$	$320^\circ$	$3 \cdot 320^\circ = 240^\circ$

Os diagramas fasoriais para essas duas condições de operação são mostrados nas figuras 3.3 e 3.4. Fica claro que para o 3<sup>o</sup>h a máquina de nove fases se comporta como se fosse uma máquina trifásica.



**FIGURA 3.3: DIAGRAMA FASORIAL DA MÁQUINA DE NOVE FASES PARA FUNDAMENTAL.**



**FIGURA 3.4: DIAGRAMA FASORIAL DA MÁQUINA DE NOVE FASES PARA O TERCEIRO HARMÔNICO.**

### 3.1. Cálculo da força magnetomotriz

Como mostrado anteriormente, um dos objetivos de se usar essa máquina é o ganho de torque com correntes de terceiro harmônico. Esse ganho de torque se dará por dois

mecanismos: aumento da fundamental de fluxo sem saturação do material magnético e produção de torque de terceiro harmônico síncrono com a fundamental. O primeiro passo para saber se isso realmente vai acontecer, é calcular se a força magnetomotriz (FMM) de terceiro harmônico não é nula. Ela pode ser calculada pela equação (3.1).

$$FMM = N(\phi) \cdot i \quad (3.1)$$

Sendo que  $N(\phi)$  é a função de enrolamento e  $i$  é a corrente. A FMM resultante é obtida pela soma das FMMs de cada fase.

$$FMM = N_{a_1}(\phi) \cdot i_{a_1} + N_{a_2}(\phi) \cdot i_{a_2} + N_{a_3}(\phi) \cdot i_{a_3} + \dots + N_{c_3}(\phi) \cdot i_{c_3} \quad (3.2)$$

A função de enrolamento representa matematicamente o tipo de enrolamento do estator ou do rotor [29]. O enrolamento que será usado nesse trabalho é o concentrado com passo pleno. Esse enrolamento é mostrado na figura 3.5 e sua função de enrolamento é mostrada na figura 3.7.

O ponto e o “x” na figura 3.5 significam que a corrente estaria em direção ao leitor e na direção contrária, respectivamente. O ângulo  $\Phi$  é zero na linha pontilhada da figura 3.5 e cresce positivamente no sentido anti-horário. A máquina da figura 3.5 possui somente uma fase, dois polos e  $N$  espiras por fase. Considerando uma corrente contínua de 1A circulando por esses enrolamentos da forma como mostrado nessa figura, em direção ao leitor em  $0^\circ$  e na direção contrária em  $180^\circ$ , e definindo que a corrente em direção ao leitor é positiva, obtém-se a função de espira, figura 3.6, e a função de enrolamento, figura 3.7. A função de espira menos sua média dá origem à função de enrolamento.

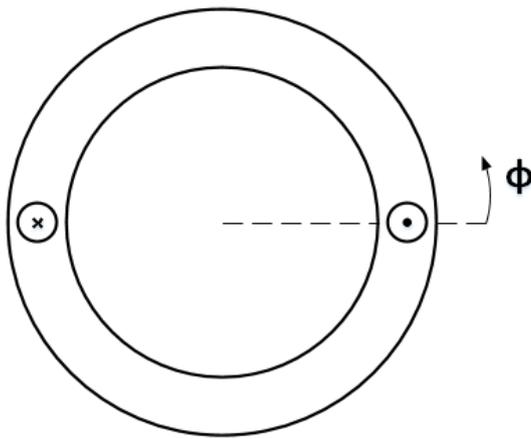


FIGURA 3.5: MÁQUINA COM UMA FASE, UM POLO, ENROLAMENTO CONCENTRADO E PASSO PLENO.

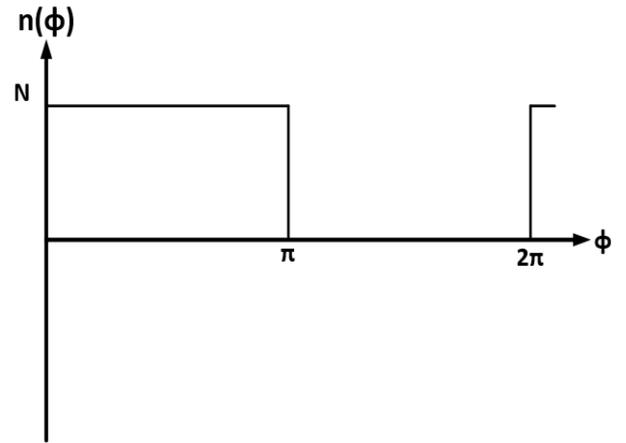


FIGURA 3.6: FUNÇÃO DE ESPIRA DA MÁQUINA DA FIGURA 3.5.

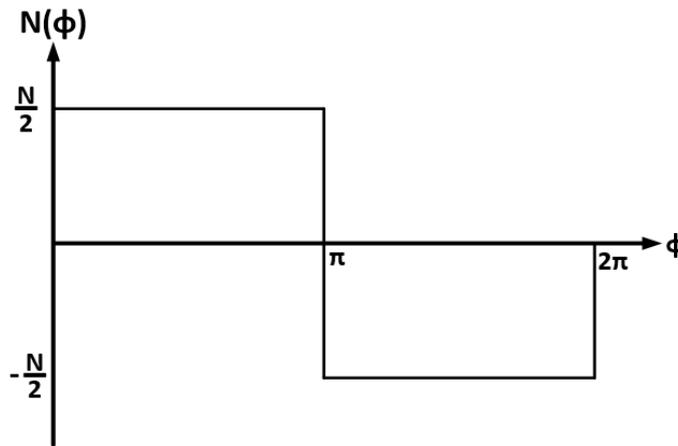


FIGURA 3.7: FUNÇÃO DE ENROLAMENTO DA MÁQUINA DA FIGURA 3.5.

O enrolamento é dito concentrado sempre que todas as espiras de um polo de uma fase estiverem contidas na mesma ranhura. E o passo é pleno quando a espira cobre  $180^\circ/(P/2)$ , onde  $P$  é o número de polos. A escolha desse tipo de enrolamento é baseada no fato de que é desejado o máximo de terceiro harmônico possível para produção de torque, então, um enrolamento desse tipo tem o máximo valor possível para cada harmônico, uma vez que sua forma gráfica é uma onda quadrada. Quando há distribuição do enrolamento de um polo de uma fase, gera-se uma função de enrolamento que não é quadrada e que apresenta atenuação dos harmônicos.

Com a determinação da forma de onda da função de enrolamento, agora é necessária a decomposição dessa onda em série de Fourier para poder calcular a FMM. A equação (3.3) mostra a série de Fourier da figura 3.7, que será a função de enrolamento de cada fase da máquina de nove fases.

$$N_x(\phi) = \frac{4 N_s}{\pi 2} [\sin(\phi + \Phi_x) + \frac{1}{3} \sin 3(\phi + \Phi_x) + \frac{1}{5} \sin 5(\phi + \Phi_x) + \frac{1}{7} \sin 7(\phi + \Phi_x) + \dots] \quad (3.3)$$

Onde  $x$  é uma fase e  $\phi_x$  é o defasamento espacial entre as fases. O motor vai ser alimentado com correntes como mostrado abaixo (tabela 3.1):

$$i_x = I^{1h} \cos(\theta + \Theta_x) + I^{3h} \cos 3(\theta + \Theta_x) \quad (3.4)$$

Onde  $\beta_x$  é o respectivo defasamento dessa fase e  $I^{1h}$  e  $I^{3h}$  são os valores de pico das correntes de fundamental e 3º harmônico, respectivamente. Vale notar que os defasamentos no espaço são iguais aos defasamentos no tempo.

A força magnetomotriz resultante é calculada como sendo a soma dos produtos entre função de enrolamento e correntes de cada fase. A análise ficará focada para fundamental e terceiro harmônico da função de enrolamento, que é o objetivo desse trabalho. Pode ser mostrado que corrente fundamental e função de enrolamento de terceiro harmônico produzem uma FMM resultante nula, sendo que o mesmo acontece com corrente de terceiro harmônico e função de enrolamento fundamental. A FMM total para grandezas fundamentais será:

$$FMM^{1h} = \frac{4 N_s}{\pi 2} I^{1h} [\sin(\phi) \cos(\theta) + \sin(\phi + 40^\circ) \cos(\theta + 40^\circ) + \dots + \sin(\phi + 280^\circ) \cos(\theta + 280^\circ) + \sin(\phi + 320^\circ) \cos(\theta + 320^\circ)] \quad (3.5)$$

Simplificando a equação (3.5), obtém-se a expressão da FMM resultante para fundamental, equação (3.6). Ela é uma onda viajante - senoidal com argumentos que

variam no tempo e no espaço - sendo que a velocidade de propagação dessa onda pode ser calculada derivando o argumento do seno em função do tempo e igualando-o à zero.

$$FMM^{1h} = \frac{9}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{2} I^{1h} \text{sen}(\phi - \theta) \quad (3.6)$$

$$d\phi/dt - d\theta/dt = 0 \quad (3.7)$$

Definindo que

$$\theta = \int \omega \cdot dt \quad (3.8)$$

Ou seja,

$$\theta = \omega t \quad (3.9)$$

$$\frac{d\phi}{dt} - \frac{d(\omega t)}{dt} = 0 \rightarrow \frac{d\phi}{dt} = \omega \quad (3.10)$$

Então, o pico do componente de frequência fundamental gira na direção do aumento de  $\phi$  com uma velocidade angular igual a  $\omega$ .

Para o terceiro harmônico o cálculo é mais simples, pois ele é igual a três vezes a FMM de uma máquina trifásica tradicional.

$$FMM^{3h} = \frac{1}{3} \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{2} I^{1h} [3\text{sen}(3\phi)\text{cos}(3\theta) + 3\text{sen}(3\phi + 120^\circ)\text{cos}(3\theta + 120^\circ) + 3\text{sen}(3\phi + 240^\circ)\text{cos}(3\theta + 240^\circ)] \quad (3.11)$$

Fica simples de provar, então, que a FMM resultante de terceiro harmônico é:

$$FMM^{3h} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{2} I^{3h} [\text{sin}(3\phi - 3\theta)] \quad (3.12)$$

Então ficou provado que a  $FMM^{3h}$  não é nula. Além disso, pode-se ver que ela também é uma onda viajante. Agora, é necessário saber como ela se desloca em relação à  $FMM^{1h}$ , portanto, será calculada sua velocidade de propagação.

$$\frac{d(3\phi)}{dt} - \frac{d(3\omega t)}{dt} = 0 \rightarrow 3 \frac{d\phi}{dt} = 3\omega \rightarrow \frac{d\phi}{dt} = \omega \quad (3.13)$$

Pela equação (3.13) fica claro que além de não ser nula e de ser uma onda viajante, a  $FMM^{3h}$  tem a mesma velocidade da FMM de fundamental e gira no mesmo sentido! A mesma expressão obtida para a onda viajante de terceiro harmônico para a máquina de seis fases em [1] foi obtida para a máquina de nove fases. Esse resultado é muito significativo para o aumento de torque pelos dois mecanismos citados anteriormente.

## 3.2. Ganho de Torque

Repetindo o que foi mencionado anteriormente, o ganho de torque com injeção de correntes de terceiro harmônico se dará por dois meios: aumento do torque de fundamental e torque produzido pelo terceiro harmônico.

### 3.2.1. Torque de 3º harmônico

Como o terceiro harmônico produz uma FMM não-nula e viajante, é esperado que haja produção de torque médio associado a esse harmônico. Como essa FMM é síncrona com a FMM de fundamental, esse torque médio se somará ao torque médio produzido pela fundamental. Para se obter o valor do torque de terceiro harmônico, será utilizado o circuito equivalente de regime permanente para esse harmônico. Isso se dará pela modelagem da máquina que será feita nas próximas seções.

Como provado, a  $FMM^{3h}$  é síncrona com a  $FMM^{1h}$ , mas existe uma relação de três entre as frequências, então, como acontece esse sincronismo? Para o terceiro harmônico, a máquina tem um número de polos três vezes maior. As figuras 3.8 e 3.9 mostram as linhas de fluxo na máquina de nove fases para alimentação puramente fundamental, e alimentação puramente com terceiro harmônico, respectivamente. Essas figuras foram obtidas usando o FEMM.

Portanto, como a frequência e o número de polos são três vezes maiores do que para a fundamental, o resultado será uma  $FMM^{3h}$  que é síncrona com a  $FMM^{1h}$ .

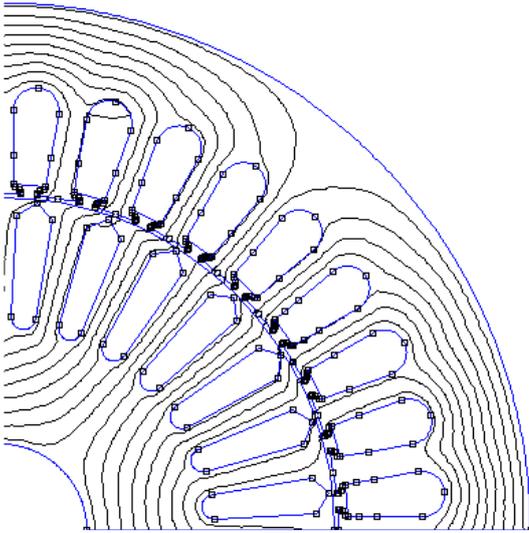


FIGURA 3.8: MOTOR DE NOVE FASES ALIMENTADO COM FUNDAMENTAL.

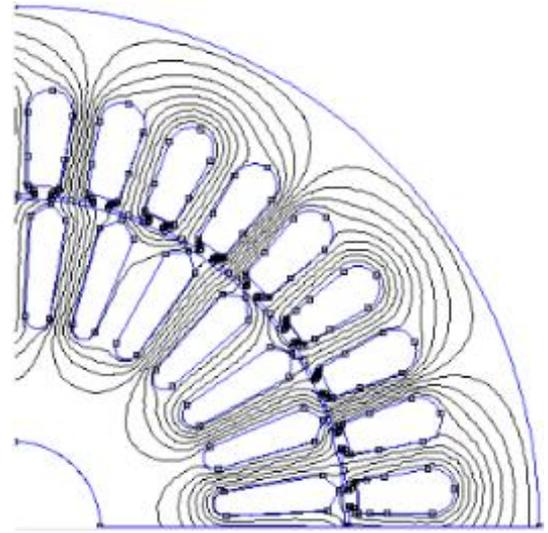


FIGURA 3.9: MOTOR DE NOVE FASES ALIMENTADO SOMENTE COM 3ºH.

### 3.2.2. Aumento de Torque da Fundamental

Desde que foi demonstrado primeiramente por [30], foi possível ver que a injeção de sinais de terceiro harmônico na referência senoidal do PWM possibilitaria um aumento da amplitude da tensão de saída, sem afetar sua forma de onda e sem entrar na região de sobremodulação. Isso ocorre, pois, havendo o correto defasamento e a correta relação de amplitudes, o sinal resultante entre a soma de um sinal de frequência fundamental e de um sinal com três vezes essa frequência possui amplitude menor que o sinal de frequência fundamental, como mostrado na figura 3.10.

Como mostrado em [31], quando a amplitude do 3ºh for um sexto da amplitude da fundamental, a redução do pico da onda resultante será máxima. Então, se

$$z^{1h} = z_{max}^{1h} \text{sen}(\theta) \quad (3.14)$$

$$z^{3h} = z_{max}^{3h} \text{sen}(3\theta) = \frac{1}{6} z_{max}^{1h} \text{sen}(3\theta) \quad (3.15)$$

Onde  $z$  é uma variável que pode representar corrente, tensão, densidade de fluxo, etc.  $z_{max}$  é o valor de pico de  $z$  e  $\alpha$  é uma variável que pode representar ângulos no espaço e no tempo.

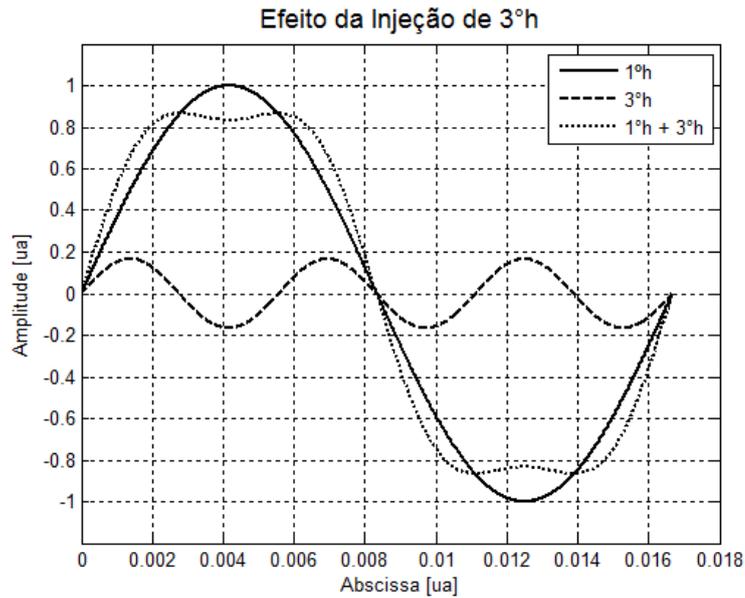


FIGURA 3.10: EFEITO DA SOMA ENTRE SINAIS DE FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL E 3ºH.

O pico da resultante será igual a 0,866 o pico da fundamental. Isso implica que é possível aumentar o valor de pico da fundamental por  $1/0,866 = 1,1547$  sem que o pico da resultante supere 1ua. A figura 3.11 mostra esse caso.

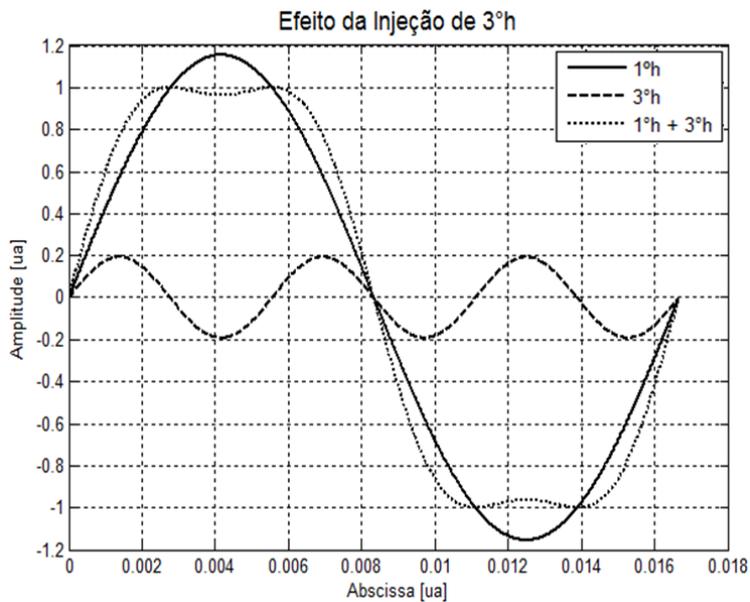


FIGURA 3.11: MÁXIMO APROVEITAMENTO DE FUNDAMENTAL.

Uma vez que o torque é proporcional ao fluxo, essa mesma técnica pode ser aplicada pensando no nível de saturação do material magnético do motor, ou seja, com a injeção

do terceiro harmônico, é possível aplicar uma fundamental de fluxo 15,47% maior do que o nível limite dado pela saturação. Portanto, é dessa forma que a injeção de correntes de terceiro harmônico possibilita o aumento do torque de fundamental.

Em [31], é provado que o torque de 3º harmônico e o aumento de torque de fundamental, podem aumentar em 7,41% e 33%, respectivamente, o torque de uma máquina de seis fases, quando comparado ao torque de uma máquina trifásica de mesmas características. Apesar de os autores de [31] terem estudado uma máquina hexafásica, as premissas utilizadas para o ganho de torque não excluem um número diferente de fases, basta o 3ºh produzir uma FMM não-nula e síncrona, então, também é esperado para o motor de nove fases esses valores de ganhos de torque.

Para facilitar a comparação entre máquinas de nove fases e máquinas trifásicas, será feita uma tentativa de obtenção de um circuito equivalente de regime permanente para a fundamental e para o terceiro harmônico na máquina de nove fases, que seja similar ao circuito de uma máquina trifásica.

### 3.3. Cálculo de Indutâncias

A modelagem da máquina começa a partir da obtenção das suas indutâncias, que serão calculadas como mostrado por [29]. As indutâncias próprias e mútuas podem ser calculadas a partir da expressão mostrada na equação (3.16).

$$L_{AB} = \frac{\mu_0 r l}{g} N_A N_B \frac{4}{\pi} \sum_{h=1, h \text{ ímpar}}^{\infty} \frac{k_{hA} k_{hB}}{h^2} \cos(h\phi) \quad (3.16)$$

Onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo,  $r$  é o raio médio do entreferro,  $l$  é o comprimento do rotor,  $g$  é o comprimento do entreferro,  $N_A$  e  $N_B$  são os números de espiras dos enrolamentos,  $k_{hA}$  e  $k_{hB}$  são os fatores de enrolamento harmônicos e  $\phi$  é o ângulo entre os enrolamentos, sendo que esse ângulo pode ser fixo ou variável, para o

cálculo das indutâncias entre enrolamentos de estator e entre enrolamentos de estator e rotor, respectivamente;  $h$  é o harmônico.

Os fatores de enrolamento harmônicos são iguais a um para enrolamentos concentrados com passo pleno.

Essa expressão permite calcular as indutâncias para cada harmônico espacial. Como o objetivo é chegar em um modelo para fundamental e terceiro harmônico, são esses harmônicos espaciais que serão levados em consideração.

### 3.3.1. Indutâncias entre Enrolamentos de Estator

Será considerado que todos os enrolamentos de estator tenham o mesmo número de espiras:  $N_s$ . As indutâncias próprias são divididas em dois termos: indutância de dispersão ( $L_{ls}$ ) e indutância de magnetização ( $L_{ms}$ ).

$$L_{a1s} = L_{ls} + L_{ms} \quad (3.17)$$

Como a máquina é simétrica e todos os enrolamentos têm o mesmo número de espiras, todas as indutâncias próprias serão iguais. A indutância de magnetização pode ser calculada a partir da equação (3.18).

$$L_{ms} = \frac{\mu_0 r l}{g} N_s^2 \frac{4}{\pi} \sum_{h=1, h \text{ ímpar}}^{\infty} \frac{1}{h^2} \quad (3.18)$$

Como já dito, as indutâncias que serão consideradas nesse trabalho são de fundamental e terceiro harmônico:

$$L_{ms}^{1h} = \frac{\mu_0 r l}{g} N_s^2 \frac{4}{\pi} \quad (3.19)$$

$$L_{ms}^{3h} = \frac{\mu_0 r l}{g} N_s^2 \frac{4}{\pi} \frac{1}{9} \quad (3.20)$$

Para indutâncias mútuas pode ser escrita a seguinte simplificação:

$$L_{ab}^{1h} = L_{ms}^{1h} \cos(\phi_{AB}) \quad (3.21)$$

$$L_{ab}^{3h} = L_{ms}^{3h} \cos(3\phi_{AB}) \quad (3.22)$$

A matriz de indutâncias de estator ficará assim:

$$\underline{L}_{SS}^{1h} = \begin{bmatrix} \underline{L}_{1,S}^{1h} & \underline{L}_{12,S}^{1h} & \underline{L}_{13,S}^{1h} \\ \underline{L}_{21,S}^{1h} & \underline{L}_{2,S}^{1h} & \underline{L}_{23,S}^{1h} \\ \underline{L}_{31,S}^{1h} & \underline{L}_{32,S}^{1h} & \underline{L}_{3,S}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Uma variável sublinhada representa uma matriz. Cada elemento dessa matriz é uma submatriz 3x3. Os índices 1, 2 e 3 representam os sistemas trifásicos internos à máquina enefásica. Os elementos das submatrizes são:

$$\underline{L}_{1,S}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{a_1 a_1}^{1h} & L_{a_1 b_1}^{1h} & L_{a_1 c_1}^{1h} \\ L_{b_1 a_1}^{1h} & L_{b_1 b_1}^{1h} & L_{b_1 c_1}^{1h} \\ L_{c_1 a_1}^{1h} & L_{c_1 b_1}^{1h} & L_{c_1 c_1}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\underline{L}_{1,S}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{ls}^{1h} + L_{ms}^{1h} & L_{ms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(240^\circ) \\ L_{ms}^{1h} \cos(-120^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{ms}^{1h} & L_{ms}^{1h} \cos(120^\circ) \\ L_{ms}^{1h} \cos(-240^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(-120^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{ms}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\underline{L}_{12,S}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{a_1 a_2}^{1h} & L_{a_1 b_2}^{1h} & L_{a_1 c_2}^{1h} \\ L_{b_1 a_2}^{1h} & L_{b_1 b_2}^{1h} & L_{b_1 c_2}^{1h} \\ L_{c_1 a_2}^{1h} & L_{c_1 b_2}^{1h} & L_{c_1 c_2}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\underline{L}_{12,S}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{ms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(280^\circ) \\ L_{ms}^{1h} \cos(-80^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(160^\circ) \\ L_{ms}^{1h} \cos(-200^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(-80^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(40^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\underline{L}_{13,S}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{a_1 a_3}^{1h} & L_{a_1 b_3}^{1h} & L_{a_1 c_3}^{1h} \\ L_{b_1 a_3}^{1h} & L_{b_1 b_3}^{1h} & L_{b_1 c_3}^{1h} \\ L_{c_1 a_3}^{1h} & L_{c_1 b_3}^{1h} & L_{c_1 c_3}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\underline{L}_{13,S}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{ms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(200^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(320^\circ) \\ L_{ms}^{1h} \cos(-40^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(200^\circ) \\ L_{ms}^{1h} \cos(-160^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(-40^\circ) & L_{ms}^{1h} \cos(80^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Sabendo que  $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$  e que a máquina é simétrica, pode-se fazer as seguintes afirmações:

$$\underline{L}_{2,S}^{1h} = \underline{L}_{3,S}^{1h} = \underline{L}_{1,S}^{1h} \quad (3.30)$$

$$\underline{L}_{21,S}^{1h} = \underline{L}_{32,S}^{1h} = \underline{L}_{23,S}^{1h T} = \underline{L}_{12,S}^{1h T} \quad (3.31)$$

$$\underline{L_{31,s}^{1h}} = \underline{L_{13,s}^{1h}}^T \quad (3.32)$$

$$\underline{L_s^{1h}} = \begin{bmatrix} L_{ls}^{1h} + L_{rms}^{1h} & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(240^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(280^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(200^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(320^\circ) \\ L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{rms}^{1h} & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(200^\circ) \\ L_{rms}^{1h} \cos(240^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{rms}^{1h} & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) \\ L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(280^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(240^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(200^\circ) \\ L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{rms}^{1h} & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(200^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(320^\circ) \\ L_{rms}^{1h} \cos(200^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(280^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(200^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{rms}^{1h} & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) \\ L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(200^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(320^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(280^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{rms}^{1h} & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(240^\circ) \\ L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(200^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{rms}^{1h} & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) \\ L_{rms}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(240^\circ) & L_{rms}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{ls}^{1h} + L_{rms}^{1h} \end{bmatrix}$$

$$(3.33)$$

A equação (3.33) mostra a matriz completa de indutâncias de estator para a frequência fundamental da máquina de nove fases.

Agora, deve ser obtida a matriz de indutâncias de estator para o terceiro harmônico.

$$\underline{L}_{SS}^{3h} = \begin{bmatrix} \underline{L}_{1,S}^{3h} & \underline{L}_{12,S}^{3h} & \underline{L}_{13,S}^{3h} \\ \underline{L}_{21,S}^{3h} & \underline{L}_{2,S}^{3h} & \underline{L}_{23,S}^{3h} \\ \underline{L}_{31,S}^{3h} & \underline{L}_{32,S}^{3h} & \underline{L}_{3,S}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Novamente, cada elemento dessa matriz é uma submatriz 3x3:

$$\underline{L}_{1,S}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{a_1 a_1}^{3h} & L_{a_1 b_1}^{3h} & L_{a_1 c_1}^{3h} \\ L_{b_1 a_1}^{3h} & L_{b_1 b_1}^{3h} & L_{b_1 c_1}^{3h} \\ L_{c_1 a_1}^{3h} & L_{c_1 b_1}^{3h} & L_{c_1 c_1}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\underline{L}_{1,S}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{l_s}^{3h} + L_{m_s}^{3h} & L_{m_s}^{3h} \cos(0^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(0^\circ) \\ L_{m_s}^{3h} \cos(0^\circ) & L_{l_s}^{3h} + L_{m_s}^{3h} & L_{m_s}^{3h} \cos(0^\circ) \\ L_{m_s}^{3h} \cos(0^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(0^\circ) & L_{l_s}^{3h} + L_{m_s}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$\underline{L}_{12,S}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{a_1 a_2}^{3h} & L_{a_1 b_2}^{3h} & L_{a_1 c_2}^{3h} \\ L_{b_1 a_2}^{3h} & L_{b_1 b_2}^{3h} & L_{b_1 c_2}^{3h} \\ L_{c_1 a_2}^{3h} & L_{c_1 b_2}^{3h} & L_{c_1 c_2}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\underline{L}_{12,S}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) \\ L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) \\ L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(120^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\underline{L}_{13,S}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{a_1 a_3}^{3h} & L_{a_1 b_3}^{3h} & L_{a_1 c_3}^{3h} \\ L_{b_1 a_3}^{3h} & L_{b_1 b_3}^{3h} & L_{b_1 c_3}^{3h} \\ L_{c_1 a_3}^{3h} & L_{c_1 b_3}^{3h} & L_{c_1 c_3}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\underline{L}_{13,S}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) \\ L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) \\ L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{m_s}^{3h} \cos(240^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Sabendo que  $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$  e que a máquina é simétrica:

$$\underline{L}_{2,S}^{3h} = \underline{L}_{3,S}^{3h} = \underline{L}_{1,S}^{3h} \quad (3.41)$$

$$\underline{L}_{21,S}^{3h} = \underline{L}_{32,S}^{3h} = \underline{L}_{23,S}^{3h} = \underline{L}_{12,S}^{3h} \quad (3.42)$$

$$\underline{L}_{31,S}^{3h} = \underline{L}_{13,S}^{3h} \quad (3.43)$$



A equação (3.44) mostra a matriz completa de indutâncias de estator para a frequência de terceiro harmônico da máquina de nove fases.

### 3.3.2. Indutância entre Enrolamentos de Rotor

O rotor do motor de nove fases será em gaiola de esquilo, mas para a modelagem, será considerado que esse rotor é constituído de enrolamentos análogos ao de estator. Isso é comumente feito para máquinas trifásicas e também será feito para o motor objeto desse trabalho.

Dessa forma, as indutâncias entre os enrolamentos de rotor também podem ser calculadas pela equação (3.16). A única mudança é que, ao invés de um número de espiras de estator, existe um número de espiras equivalente de rotor.

$$L_{mr} = \frac{\mu_0 r l}{g} N_r^2 \frac{4}{\pi} \sum_{h=1, h \text{ ímpar}}^{\infty} \frac{1}{h^2} = L_{ms} \cdot N_r^2 / N_s^2 \quad (3.45)$$

Essas indutâncias são referidas ao próprio rotor, mais a frente elas serão referidas ao estator. As matrizes de indutâncias serão equivalentes:

$$\underline{L}_{1,r}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{lr}^{1h} + L_{mr}^{1h} & L_{mr}^{1h} \cos(120^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(240^\circ) \\ L_{mr}^{1h} \cos(-120^\circ) & L_{lr}^{1h} + L_{mr}^{1h} & L_{mr}^{1h} \cos(120^\circ) \\ L_{mr}^{1h} \cos(-240^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(-120^\circ) & L_{lr}^{1h} + L_{mr}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\underline{L}_{12,r}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{mr}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(160^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(280^\circ) \\ L_{mr}^{1h} \cos(-80^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(40^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(160^\circ) \\ L_{mr}^{1h} \cos(-200^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(-80^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(40^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\underline{L}_{13,r}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{mr}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(200^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(320^\circ) \\ L_{mr}^{1h} \cos(-40^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(80^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(200^\circ) \\ L_{mr}^{1h} \cos(-160^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(-40^\circ) & L_{mr}^{1h} \cos(80^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Sendo que:

$$\underline{L}_{2,r}^{1h} = \underline{L}_{3,r}^{1h} = \underline{L}_{1,r}^{1h} \quad (3.49)$$

$$\underline{L}_{21,r}^{1h} = \underline{L}_{32,r}^{1h} = \underline{L}_{23,r}^{1h T} = \underline{L}_{12,r}^{1h T} \quad (3.50)$$

$$\underline{L}_{31,r}^{1h} = \underline{L}_{13,r}^{1h T} \quad (3.51)$$

Logo, a equação (3.52) mostra a matriz completa de indutâncias de rotor para a frequência fundamental.



Para o terceiro harmônio as mesmas alterações serão feitas.

$$\underline{L}_{1,r}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{lr}^{3h} + L_{mr}^{3h} & L_{mr}^{3h} \cos(0^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(0^\circ) \\ L_{mr}^{3h} \cos(0^\circ) & L_{lr}^{3h} + L_{mr}^{3h} & L_{mr}^{3h} \cos(0^\circ) \\ L_{mr}^{3h} \cos(0^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(0^\circ) & L_{lr}^{3h} + L_{mr}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$\underline{L}_{12,r}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) \\ L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) \\ L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(120^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$\underline{L}_{13,r}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) \\ L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) \\ L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) & L_{mr}^{3h} \cos(240^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\underline{L}_{2,r}^{3h} = \underline{L}_{3,r}^{3h} = \underline{L}_{1,r}^{3h} \quad (3.56)$$

$$\underline{L}_{21,r}^{3h} = \underline{L}_{32,r}^{3h} = \underline{L}_{23,r}^{3h} = \underline{L}_{12,r}^{3h} \quad (3.57)$$

$$\underline{L}_{31,r}^{3h} = \underline{L}_{13,r}^{3h} \quad (3.58)$$

Logo, a equação (3.59) mostra a matriz completa de indutâncias de rotor para a frequência de terceiro harmônio.

Assim, obtém-se as matrizes de indutâncias de rotor, que são similares às de estator, sendo que a diferença é o número de espiras efetivos de rotor no lugar do número de espiras do estator.



### 3.3.3. Indutâncias entre enrolamentos de estator e rotor

Como existe deslocamento relativo entre enrolamentos de estator e rotor, a simplificação da equação (3.16) será:

$$L_{AB} = \frac{\mu_0 r l}{g} N_s N_r \frac{4}{\pi} \sum_{h=1, h \text{ ímpar}}^{\infty} \frac{1}{h^2} \cos(h\phi) \quad (3.60)$$

Onde,

$$\phi = \int \omega_r dt \quad (3.61)$$

E  $\omega_r$  é a velocidade de rotação do rotor. Para fundamental e terceiro harmônico, tem-se:

$$L_{msr}^{1h} = \frac{\mu_0 r l}{g} N_s N_r \frac{4}{\pi} = L_{ms}^{1h} \cdot N_s / N_r \quad (3.62)$$

$$L_{msr}^{3h} = \frac{\mu_0 r l}{g} N_s N_r \frac{4}{\pi \cdot 9} = L_{ms}^{3h} \cdot N_s / N_r \quad (3.63)$$

Então, a matriz de indutâncias entre rotor e estator para fundamental será:

$$\underline{L}_{sr}^{1h} = \begin{bmatrix} \underline{L}_{1,sr}^{1h} & \underline{L}_{12,sr}^{1h} & \underline{L}_{13,sr}^{1h} \\ \underline{L}_{21,sr}^{1h} & \underline{L}_{2,sr}^{1h} & \underline{L}_{23,sr}^{1h} \\ \underline{L}_{31,sr}^{1h} & \underline{L}_{32,sr}^{1h} & \underline{L}_{3,sr}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$\underline{L}_{1,sr}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{a_{1s}a_{1r}}^{1h} & L_{a_{1s}b_{1r}}^{1h} & L_{a_{1s}c_{1r}}^{1h} \\ L_{b_{1s}a_{1r}}^{1h} & L_{b_{1s}b_{1r}}^{1h} & L_{b_{1s}c_{1r}}^{1h} \\ L_{c_{1s}a_{1r}}^{1h} & L_{c_{1s}b_{1r}}^{1h} & L_{c_{1s}c_{1r}}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

$$\underline{L}_{1,sr}^{1h} = L_{msr}^{1h} \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \cos(\phi + 120^\circ) & \cos(\phi + 240^\circ) \\ \cos(\phi - 120^\circ) & \cos(\phi) & \cos(\phi + 120^\circ) \\ \cos(\phi - 240^\circ) & \cos(\phi - 120^\circ) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$$\underline{L}_{12,sr}^{1h} = \begin{bmatrix} L_{a_{1s}a_{2r}}^{1h} & L_{a_{1s}b_{2r}}^{1h} & L_{a_{1s}c_{2r}}^{1h} \\ L_{b_{1s}a_{2r}}^{1h} & L_{b_{1s}b_{2r}}^{1h} & L_{b_{1s}c_{2r}}^{1h} \\ L_{c_{1s}a_{2r}}^{1h} & L_{c_{1s}b_{2r}}^{1h} & L_{c_{1s}c_{2r}}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

$$\underline{L}_{12,sr}^{1h} = L_{msr}^{1h} \begin{bmatrix} \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) & \cos(\phi + 280^\circ) \\ \cos(\phi - 80^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) \\ \cos(\phi - 200^\circ) & \cos(\phi - 80^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

$$\underline{L_{13,sr}^{1h}} = \begin{bmatrix} L_{a_{1s}a_{3r}}^{1h} & L_{a_{1s}b_{3r}}^{1h} & L_{a_{1s}c_{3r}}^{1h} \\ L_{b_{1s}a_{3r}}^{1h} & L_{b_{1s}b_{3r}}^{1h} & L_{b_{1s}c_{3r}}^{1h} \\ L_{c_{1s}a_{3r}}^{1h} & L_{c_{1s}b_{3r}}^{1h} & L_{c_{1s}c_{3r}}^{1h} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

$$\underline{L_{13,sr}^{1h}} = L_{msr}^{1h} \begin{bmatrix} \cos(\phi + 80^\circ) & \cos(\phi + 200^\circ) & \cos(\phi + 320^\circ) \\ \cos(\phi - 40^\circ) & \cos(\phi + 80^\circ) & \cos(\phi + 200^\circ) \\ \cos(\phi - 160^\circ) & \cos(\phi - 40^\circ) & \cos(\phi + 80^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Pelo mesmo princípio:

$$\underline{L_{2,sr}^{1h}} = \underline{L_{3,sr}^{1h}} = \underline{L_{1,sr}^{1h}} \quad (3.71)$$

$$\underline{L_{21,sr}^{1h}} = \underline{L_{32,sr}^{1h}} = \underline{L_{23,sr}^{1h}}^T = \underline{L_{12,sr}^{1h}}^T \quad (3.72)$$

$$\underline{L_{31,sr}^{1h}} = \underline{L_{13,sr}^{1h}}^T \quad (3.73)$$

Logo, a equação (3.74) mostra a matriz completa de indutâncias de rotor para a frequência fundamental.

$$\begin{bmatrix}
\cos(\phi) & \cos(\phi + 120^\circ) & \cos(\phi + 240^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) & \cos(\phi + 280^\circ) & \cos(\phi + 80^\circ) & \cos(\phi + 200^\circ) & \cos(\phi + 320^\circ) \\
\cos(\phi - 120^\circ) & \cos(\phi) & \cos(\phi + 120^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) & \cos(\phi - 40^\circ) & \cos(\phi + 80^\circ) & \cos(\phi + 200^\circ) \\
\cos(\phi - 240^\circ) & \cos(\phi - 120^\circ) & \cos(\phi) & \cos(\phi - 80^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi - 160^\circ) & \cos(\phi - 40^\circ) & \cos(\phi + 80^\circ) \\
\cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) & \cos(\phi + 280^\circ) & \cos(\phi + 120^\circ) & \cos(\phi + 240^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) & \cos(\phi + 280^\circ) \\
\cos(\phi - 80^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) & \cos(\phi) & \cos(\phi + 120^\circ) & \cos(\phi - 80^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) \\
\cos(\phi - 200^\circ) & \cos(\phi - 80^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi - 120^\circ) & \cos(\phi) & \cos(\phi - 200^\circ) & \cos(\phi - 80^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) \\
\cos(\phi + 80^\circ) & \cos(\phi + 200^\circ) & \cos(\phi + 320^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) & \cos(\phi + 280^\circ) & \cos(\phi) & \cos(\phi + 120^\circ) & \cos(\phi + 240^\circ) \\
\cos(\phi - 40^\circ) & \cos(\phi + 80^\circ) & \cos(\phi + 200^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi + 160^\circ) & \cos(\phi - 120^\circ) & \cos(\phi) & \cos(\phi + 120^\circ) \\
\cos(\phi - 160^\circ) & \cos(\phi - 40^\circ) & \cos(\phi + 80^\circ) & \cos(\phi - 80^\circ) & \cos(\phi + 40^\circ) & \cos(\phi - 240^\circ) & \cos(\phi - 120^\circ) & \cos(\phi)
\end{bmatrix}$$

$$\overline{L_{sr}^{1h}} = L_{m_{sr}}^{1h}$$

Para o terceiro harmônico, tem-se:

$$\underline{L}_{sr}^{3h} = \begin{bmatrix} \underline{L}_{1,sr}^{3h} & \underline{L}_{12,sr}^{3h} & \underline{L}_{13,sr}^{3h} \\ \underline{L}_{21,sr}^{3h} & \underline{L}_{2,sr}^{3h} & \underline{L}_{23,sr}^{3h} \\ \underline{L}_{31,sr}^{3h} & \underline{L}_{32,sr}^{3h} & \underline{L}_{3,sr}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$\underline{L}_{1,sr}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{a_1s a_1r}^{3h} & L_{a_1s b_1r}^{3h} & L_{a_1s c_1r}^{3h} \\ L_{b_1s a_1r}^{3h} & L_{b_1s b_1r}^{3h} & L_{b_1s c_1r}^{3h} \\ L_{c_1s a_1r}^{3h} & L_{c_1s b_1r}^{3h} & L_{c_1s c_1r}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

$$\underline{L}_{1,sr}^{3h} = L_{msr}^{3h} \begin{bmatrix} \cos(3\phi) & \cos(3\phi) & \cos(3\phi) \\ \cos(3\phi) & \cos(3\phi) & \cos(3\phi) \\ \cos(3\phi) & \cos(3\phi) & \cos(3\phi) \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

$$\underline{L}_{12,sr}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{a_1s a_2r}^{3h} & L_{a_1s b_2r}^{3h} & L_{a_1s c_2r}^{3h} \\ L_{b_1s a_2r}^{3h} & L_{b_1s b_2r}^{3h} & L_{b_1s c_2r}^{3h} \\ L_{c_1s a_2r}^{3h} & L_{c_1s b_2r}^{3h} & L_{c_1s c_2r}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

$$\underline{L}_{12,sr}^{3h} = L_{msr}^{3h} \begin{bmatrix} \cos(3\phi + 120^\circ) & \cos(3\phi + 120^\circ) & \cos(3\phi + 120^\circ) \\ \cos(3\phi + 120^\circ) & \cos(3\phi + 120^\circ) & \cos(3\phi + 120^\circ) \\ \cos(3\phi + 120^\circ) & \cos(3\phi + 120^\circ) & \cos(3\phi + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$\underline{L}_{13,sr}^{3h} = \begin{bmatrix} L_{a_1s a_3r}^{3h} & L_{a_1s b_3r}^{3h} & L_{a_1s c_3r}^{3h} \\ L_{b_1s a_3r}^{3h} & L_{b_1s b_3r}^{3h} & L_{b_1s c_3r}^{3h} \\ L_{c_1s a_3r}^{3h} & L_{c_1s b_3r}^{3h} & L_{c_1s c_3r}^{3h} \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

$$\underline{L}_{13,sr}^{3h} = L_{msr}^{3h} \begin{bmatrix} \cos(3\phi + 240^\circ) & \cos(3\phi + 240^\circ) & \cos(3\phi + 240^\circ) \\ \cos(3\phi + 240^\circ) & \cos(3\phi + 240^\circ) & \cos(3\phi + 240^\circ) \\ \cos(3\phi + 240^\circ) & \cos(3\phi + 240^\circ) & \cos(3\phi + 240^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

As outras submatrizes serão:

$$\underline{L}_{2,sr}^{3h} = \underline{L}_{3,sr}^{3h} = \underline{L}_{1,sr}^{3h} \quad (3.82)$$

$$\underline{L}_{21,sr}^{3h} = \underline{L}_{32,sr}^{3h} = \underline{L}_{23,sr}^{3h} = \underline{L}_{12,sr}^{3h} \quad (3.83)$$

$$\underline{L}_{31,sr}^{3h} = \underline{L}_{13,sr}^{3h} \quad (3.84)$$

As matrizes de indutâncias entre rotor e estator ( $L_{rs}$ ) para fundamental e terceiro harmônico são iguais às transpostas das matrizes de indutâncias entre estator e rotor ( $L_{sr}$ ) para fundamental e terceiro harmônico, respectivamente.



Logo, a equação (3.85) mostra a matriz completa de indutâncias de rotor para a frequência de terceiro harmônico.

Com todas essas matrizes de indutâncias, é possível obter as equações de tensão para a máquina.

### 3.4. Equações de Tensão

As equações de tensão, na forma matricial, para estator e rotor estão mostradas abaixo:

$$\underline{v}_s = p\underline{\lambda}_s + \underline{r}_s \cdot \underline{i}_s \quad (3.86)$$

$$\underline{v}_r = p\underline{\lambda}_r + \underline{r}_r \cdot \underline{i}_r \quad (3.87)$$

$$\underline{\lambda}_s = \underline{L}_{ss} \cdot \underline{i}_s + \underline{L}_{sr} \cdot \underline{i}_r \quad (3.88)$$

$$\underline{\lambda}_r = \underline{L}_{rr} \cdot \underline{i}_r + \underline{L}_{rs} \cdot \underline{i}_s \quad (3.89)$$

Sendo que  $p = d/dt$ ,  $\underline{v}_s$ ,  $\underline{v}_r$ ,  $\underline{i}_s$ ,  $\underline{i}_r$ ,  $\underline{\lambda}_s$  and  $\underline{\lambda}_r$  são os vetores de tensões, correntes e fluxos concatenados de estator e rotor, respectivamente. As variáveis  $\underline{r}_s$  e  $\underline{r}_r$  são as matrizes de resistências de estator e rotor, respectivamente. É importante lembrar que nessas equações existem componentes de fundamental e terceiro harmônico.

Devido ao tamanho dessas matrizes, as equações não serão mostradas aqui. A complexidade para lidar com essas equações na forma matricial e a simetria da máquina de nove fases motivaram o desenvolvimento de uma transformação para vetor espacial específica para essa máquina, baseado em [32]. A transformação proposta leva em consideração todas as nove fases, os efeitos de componentes de frequência fundamental e de terceiro harmônico.

Kovács propôs em seu livro uma transformação para máquinas trifásicas, assumindo que o campo magnético e a força magnetomotriz têm distribuição senoidal ao longo do entreferro, e que os enrolamentos são distribuídos senoidalmente ao longo do estator [33], então essa transformação leva em consideração somente componentes de frequência

fundamental. Nesse trabalho, além do motor ter nove fases, os enrolamentos são concentrados com passo pleno, então, existem todos os harmônicos espaciais ímpares. As transformações propostas para fundamental e terceiro harmônico, respectivamente, são:

$$S_1 = [1 \ a \ a^2 \ b \ ab \ a^2b \ b^2 \ ab^2 \ a^2b^2] \quad (3.90)$$

$$S_3 = [1 \ 1 \ 1 \ a \ a \ a \ a^2 \ a^2 \ a^2] \quad (3.91)$$

Onde  $a = e^{j120^\circ}$  e  $b = e^{j40^\circ}$ .

É possível provar que, ao aplicar esses vetores de transformação em vetores de grandezas como tensões, correntes ou fluxos, o resultado será um vetor espacial, cuja amplitude é 9/2 maior do que a amplitude da grandeza e a frequência é igual a frequência da grandeza [32]. Para fazer com que a amplitude do vetor espacial seja igual à amplitude máxima da grandeza, será utilizado o fator de 2/9 multiplicado aos vetores de transformação:

$$S_1 = \frac{2}{9} [1 \ a \ a^2 \ b \ ab \ a^2b \ b^2 \ ab^2 \ a^2b^2] \quad (3.92)$$

$$S_3 = \frac{2}{9} [1 \ 1 \ 1 \ a \ a \ a \ a^2 \ a^2 \ a^2] \quad (3.93)$$

Quando o vetor de transformação de fundamental é aplicado em grandezas de componentes de frequência de terceiro harmônico, o resultado é zero. E quando o vetor de transformação de terceiro harmônico é aplicado em grandezas de componentes de frequência de fundamental, o resultado também é zero.

Agora serão aplicados os vetores de transformação nas equações de tensão e de fluxo concatenado, equações de (3.86) a (3.89). Os resultados estão mostrados abaixo. De (3.88):

$$\left( \underline{S}_1 + \underline{S}_3 \right) \cdot \underline{\lambda}_s = \left( \underline{S}_1 + \underline{S}_3 \right) \cdot \left( \underline{\lambda}_{ss}^{1h} + \underline{\lambda}_{ss}^{3h} + \underline{\lambda}_{sr}^{1h} + \underline{\lambda}_{sr}^{3h} \right) \quad (3.94)$$

$$\vec{\lambda}_s = \vec{\lambda}_{ss}^{1h} + \vec{\lambda}_{ss}^{3h} + \vec{\lambda}_{sr}^{1h} + \vec{\lambda}_{sr}^{3h} \quad (3.95)$$

A notação com uma seta por cima da variável representa um vetor espacial.

Onde,

$$\overrightarrow{\lambda_{ss}^{1h}} = (L_{ls}^{1h} + L_m^{1h})\overrightarrow{t_s^{1h}} \quad (3.96)$$

$$L_m^{1h} = \frac{9}{2}L_{ms}^{1h} \quad (3.97)$$

$$\overrightarrow{\lambda_{ss}^{3h}} = (L_{ls}^{3h} + L_m^{3h})\overrightarrow{t_s^{3h}} \quad (3.98)$$

$$L_m^{3h} = \frac{9}{2}L_{ms}^{3h} \quad (3.99)$$

$$\overrightarrow{\lambda_{sr}^{1h}} = L_{Msr}^{1h}e^{j\theta_r}\overrightarrow{t_r^{1h}} \quad (3.100)$$

$$L_{Msr}^{1h} = \frac{9}{2}L_{msr}^{1h} = \frac{N_r}{N_s}L_m^{1h} \quad (3.101)$$

$$\overrightarrow{\lambda_{sr}^{3h}} = L_{Msr}^{3h}e^{j3\theta_r}\overrightarrow{t_r^{3h}} \quad (3.102)$$

$$L_{Msr}^{3h} = \frac{9}{2}L_{msr}^{3h} = \frac{N_r}{N_s}L_m^{3h} \quad (3.103)$$

A equação completa será:

$$\overrightarrow{\lambda_s} = \left[ \left( L_{ls}^{1h} + \frac{9}{2}L_m^{1h} \right) \overrightarrow{t_s^{1h}} + \left( L_{ls}^{3h} + \frac{9}{2}L_m^{3h} \right) \overrightarrow{t_s^{3h}} + \frac{9N_r}{2N_s}L_m^{1h}e^{j\theta_r}\overrightarrow{t_r^{1h}} + \frac{9N_r}{2N_s}L_m^{3h}e^{j3\theta_r}\overrightarrow{t_r^{3h}} \right] \quad (3.104)$$

De (3.89)

$$\left( \underline{S_1} + \underline{S_3} \right) \cdot \underline{\lambda_r} = \left( \underline{S_1} + \underline{S_3} \right) \cdot \left( \underline{\lambda_{rr}^{1h}} + \underline{\lambda_{rr}^{3h}} + \underline{\lambda_{rs}^{1h}} + \underline{\lambda_{rs}^{3h}} \right) \quad (3.105)$$

$$\overrightarrow{\lambda_r} = \overrightarrow{\lambda_{rr}^{1h}} + \overrightarrow{\lambda_{rr}^{3h}} + \overrightarrow{\lambda_{rs}^{1h}} + \overrightarrow{\lambda_{rs}^{3h}} \quad (3.106)$$

Onde,

$$\overrightarrow{\lambda_{rr}^{1h}} = (L_{lr}^{1h} + L_{Mr}^{1h})\overrightarrow{t_r^{1h}} \quad (3.107)$$

$$L_{Mr}^{1h} = \frac{9}{2}L_{mr}^{1h} = \frac{N_r^2}{N_s^2}L_m^{1h} \quad (3.108)$$

$$\overrightarrow{\lambda_{rr}^{3h}} = (L_{lr}^{3h} + L_{Mr}^{3h})\overrightarrow{t_r^{3h}} \quad (3.109)$$

$$L_{Mr}^{3h} = \frac{9}{2}L_{mr}^{3h} = \frac{N_r^2}{N_s^2}L_m^{3h} \quad (3.110)$$

$$\overrightarrow{\lambda_{rs}^{1h}} = L_{Mrs}^{1h}e^{-j\theta_r}\overrightarrow{t_s^{1h}} \quad (3.111)$$

$$L_{Mrs}^{1h} = \frac{9}{2} L_{mrs}^{1h} = \frac{N_r}{N_s} L_m^{1h} \quad (3.112)$$

$$\overrightarrow{\lambda}_{rs}^{3h} = L_{Mrs}^{3h} e^{-j3\theta_r} \overrightarrow{i}_s^{3h} \quad (3.113)$$

$$L_{Mrs}^{3h} = \frac{9}{2} L_{mrs}^{3h} = \frac{N_r}{N_s} L_m^{3h} \quad (3.114)$$

A equação completa do fluxo concatenado de rotor será:

$$\overrightarrow{\lambda}_r = \left[ \left( L_{lr}^{1h} + \frac{N_r^2}{N_s^2} L_m^{1h} \right) \overrightarrow{i}_r^{1h} + \left( L_{lr}^{3h} + \frac{N_r^2}{N_s^2} L_m^{3h} \right) \overrightarrow{i}_r^{3h} + \frac{N_r}{N_s} L_m^{1h} e^{-j\theta_r} \overrightarrow{i}_s^{1h} + \frac{N_r}{N_s} L_m^{3h} e^{-j3\theta_r} \overrightarrow{i}_s^{3h} \right] \quad (3.115)$$

Com todas equações de fluxo é possível escrever as equações de tensão:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v}_s = & \left[ r_s^{1h} \overrightarrow{i}_s^{1h} + r_s^{3h} \overrightarrow{i}_s^{3h} + (L_{ls}^{1h} + L_m^{1h}) p \overrightarrow{i}_s^{1h} + (L_{ls}^{3h} + L_m^{3h}) p \overrightarrow{i}_s^{3h} + \right. \\ & \left. + \frac{N_r}{N_s} L_m^{1h} p (e^{j\theta_r} \overrightarrow{i}_r^{1h}) + \frac{N_r}{N_s} L_m^{3h} p (e^{j3\theta_r} \overrightarrow{i}_r^{3h}) \right] \end{aligned} \quad (3.116)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v}_r = & \left[ r_r^{1h} \overrightarrow{i}_r^{1h} + r_r^{3h} \overrightarrow{i}_r^{3h} + \left( L_{lr}^{1h} + \frac{N_r^2}{N_s^2} L_m^{1h} \right) p \overrightarrow{i}_r^{1h} + \left( L_{lr}^{3h} + \frac{N_r^2}{N_s^2} L_m^{3h} \right) p \overrightarrow{i}_r^{3h} + \right. \\ & \left. + \frac{N_r}{N_s} L_m^{1h} p (e^{-j\theta_r} \overrightarrow{i}_s^{1h}) + \frac{N_r}{N_s} L_m^{3h} p (e^{-j3\theta_r} \overrightarrow{i}_s^{3h}) \right] \end{aligned} \quad (3.117)$$

Essas são as equações dinâmicas da máquina de nove fases para fundamental e terceiro harmônico. O próximo passo é obter o circuito equivalente em regime permanente para esses dois componentes de frequência.

Para simplificar as equações, será feita a transformação da relação de espiras (*Turns ratio transformation* [34]):

$$\overrightarrow{i}_r^{1h'} = \frac{N_r}{N_s} \overrightarrow{i}_r^{1h} \quad (3.118)$$

$$\overrightarrow{i}_r^{3h'} = \frac{N_r}{N_s} \overrightarrow{i}_r^{3h} \quad (3.119)$$

$$\overrightarrow{v}_r' = \frac{N_s}{N_r} \overrightarrow{v}_r \quad (3.120)$$

$$r_r^{1h'} = \frac{N_s^2}{N_r^2} r_r^{1h} \quad (3.121)$$

$$r_r^{3h'} = \frac{N_s^2}{N_r^2} r_r^{3h} \quad (3.122)$$

$$L_{lr}^{1h'} = \frac{N_s^2}{N_r^2} L_{lr}^{1h} \quad (3.123)$$

$$L_{lr}^{3h'} = \frac{N_s^2}{N_r^2} L_{lr}^{3h} \quad (3.124)$$

As novas equações de tensão serão:

$$\begin{aligned} \vec{v}_s = [r_s^{1h} \vec{i}_s^{1h} + r_s^{3h} \vec{i}_s^{3h} + (L_{ls}^{1h} + L_m^{1h}) p \vec{i}_s^{1h} + (L_{ls}^{3h} + L_m^{3h}) p \vec{i}_s^{3h} + \\ + L_m^{1h} p (e^{j\theta_r} \vec{i}_r^{1h'}) + L_m^{3h} p (e^{j3\theta_r} \vec{i}_r^{3h'})] \end{aligned} \quad (3.125)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_r' = [r_r^{1h'} \vec{i}_r^{1h'} + r_r^{3h'} \vec{i}_r^{3h'} + (L_{lr}^{1h'} + L_m^{1h}) p \vec{i}_r^{1h'} + (L_{lr}^{3h'} + L_m^{3h'}) p \vec{i}_r^{3h'} \\ + L_m^{1h} p (e^{-j\theta_r} \vec{i}_s^{1h}) + L_m^{3h} p (e^{-j3\theta_r} \vec{i}_s^{3h})] \end{aligned} \quad (3.126)$$

As equações (3.125) e (3.126) mostram uma similaridade muito grande com as equações obtidas para a máquina trifásica, sendo um bom indicativo para a obtenção de um circuito equivalente de regime permanente similar ao dela.

Para se obter o circuito equivalente em regime permanente é necessário escrever as equações em coordenadas  $dq$ . Também são verdadeiras para o motor de nove fases as seguintes relações abaixo:

$$\vec{z}_{qds}^{1h} = e^{-j\theta} \vec{z}_s^{1h} \quad (3.127)$$

$$\vec{z}_{qds}^{3h} = e^{-j3\theta} \vec{z}_s^{3h} \quad (3.128)$$

$$\vec{z}_{qdr}^{1h} = e^{-j(\theta-\theta_r)} \vec{z}_r^{1h} \quad (3.129)$$

$$\vec{z}_{qdr}^{3h} = e^{-j3(\theta-\theta_r)} \vec{z}_r^{3h} \quad (3.130)$$

$$\theta = \int \omega dt \quad (3.131)$$

E  $\omega = 2\pi f$ . Então, as equações de tensão (3.125) e (3.126) serão separadas em componentes de frequência fundamental e de terceiro harmônico e serão multiplicadas pelos termos exponenciais das equações (3.127) a (3.130), de acordo com a frequência e se é equação de estator ou rotor. Ao se fazer isso, obtém-se as equações em coordenadas

$dq$ . Para obter o circuito equivalente, as equações devem estar no referencial síncrono, ou seja, a frequência do referencial é igual a frequência de alimentação:  $f = f_e$ .

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v_{qds}^{1h}} = r_s^{1h} \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + (L_{ls}^{1h} + L_m^{1h}) p \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + L_m^{1h} p \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} + j\omega_e L_{ls}^{1h} \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + \\ + j\omega_e L_m^{1h} \left( \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} \right) \end{aligned} \quad (3.132)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v_{qdr}^{1h}'} = r_r^{1h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} + (L_{lr}^{1h'} + L_m^{1h}) p \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} + L_m^{1h} p \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + j(\omega_e - \omega_r) L_{lr}^{1h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} + \\ + j(\omega_e - \omega_r) L_m^{1h} \left( \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} \right) \end{aligned} \quad (3.133)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v_{qds}^{3h}} = r_s^{3h} \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + (L_{ls}^{3h} + L_m^{3h}) p \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + L_m^{3h} p \overrightarrow{i_{qdr}^{3h}'} + j3\omega_e L_{ls}^{3h} \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + j3\omega_e L_m^{3h} \left( \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + \right. \\ \left. + \overrightarrow{i_{qdr}^{3h}'} \right) \end{aligned} \quad (3.134)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v_{qdr}^{3h}'} = r_r^{3h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{3h}'} + (L_{lr}^{3h'} + L_m^{3h}) p \overrightarrow{i_{qdr}^{3h}'} + L_m^{3h} p \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + j3(\omega_e - \omega_r) L_{lr}^{3h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{3h}'} + \\ + j3(\omega_e - \omega_r) L_m^{3h} \left( \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{3h}'} \right) \end{aligned} \quad (3.135)$$

Eliminando os termos com  $d/dt$ , as equações em regime permanente são obtidas:

$$\overrightarrow{v_{qds}^{1h}} = r_s^{1h} \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + j\omega_e L_{ls}^{1h} \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + j\omega_e L_m^{1h} \left( \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} \right) \quad (3.136)$$

$$\overrightarrow{v_{qdr}^{1h}'} = \left[ r_r^{1h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} + j(\omega_e - \omega_r) L_{lr}^{1h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} + j(\omega_e - \omega_r) L_m^{1h} \left( \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} \right) \right] \quad (3.137)$$

Dividindo a equação (3.137) por

$$s = \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_e} \quad (3.138)$$

Tem-se,

$$\frac{\overrightarrow{v_{qdr}^{1h}'}}{s} = \left[ \frac{r_r^{1h'}}{s} \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} + j\omega_e L_{lr}^{1h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} + j\omega_e L_m^{1h} \left( \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}'} \right) \right] \quad (3.139)$$

Sabendo que o rotor é em gaiola de esquilo com anel de curto-circuito, o seguinte circuito equivalente pode ser desenhado.

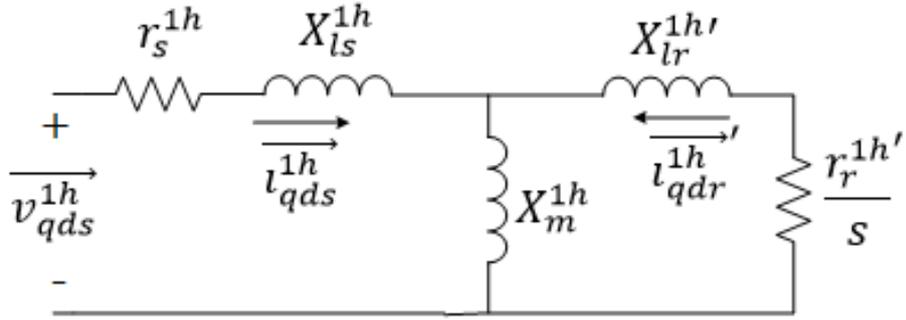


FIGURA 3.12: CIRCUITO EQUIVALENTE DE REGIME PERMANENTE PARA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL.

Para o terceiro harmônico:

$$\overrightarrow{v_{qds}^{3h}} = r_s^{3h} \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + j3\omega_e L_{ls}^{3h} \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + j3\omega_e L_m^{3h} (\overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{3h'}}) \quad (3.140)$$

$$\overrightarrow{v_{qdr}^{3h'}} = r_r^{3h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{3h'}} + j3(\omega_e - \omega_r) L_{lr}^{3h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{3h'}} + j3(\omega_e - \omega_r) L_m^{3h} (\overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{3h'}}) \quad (3.141)$$

Como a  $FMM^{3h}$  gira na mesma velocidade de fundamental e a velocidade do rotor não depende do harmônico, o escorregamento de 3º harmônico será, então, igual ao escorregamento de fundamental. Portanto, dividindo (3.141) por (3.138):

$$\frac{\overrightarrow{v_{qdr}^{3h'}}}{s} = \left[ \frac{r_r^{3h'}}{s} \overrightarrow{i_{qdr}^{3h'}} + j3\omega_e L_{lr}^{3h'} \overrightarrow{i_{qdr}^{3h'}} + j3\omega_e L_m^{3h} (\overrightarrow{i_{qds}^{3h}} + \overrightarrow{i_{qdr}^{3h'}}) \right] \quad (3.142)$$

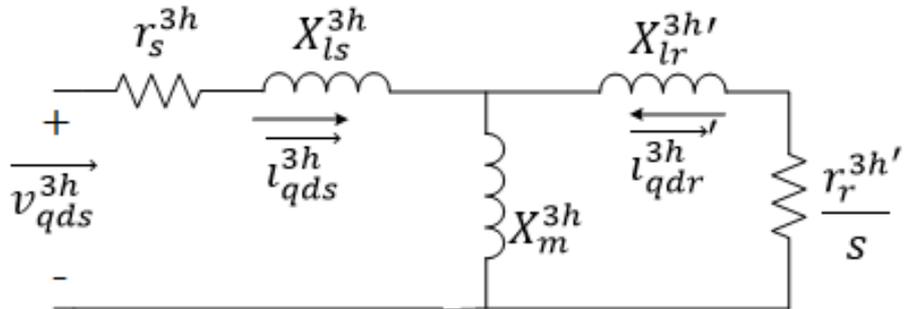


FIGURA 3.13: CIRCUITO EQUIVALENTE DE REGIME PERMANENTE PARA FREQUÊNCIA DE TERCEIRO HARMÔNICO.

Como desejado, foram obtidos circuitos equivalentes semelhantes ao circuito equivalente do motor trifásico, o que possibilitará fazer diversas comparações no decorrer do trabalho.

### 3.5. Equação do Torque Eletromagnético

O primeiro passo para calculá-la será obter a expressão da potência ativa ( $W$ ). A potência ativa injetada em uma máquina de  $n$  fases é o valor instantâneo do produto entre as correntes que circulam pelas  $n$  fases e a tensão de cada fase. Como o rotor dessa máquina é em gaiola de esquilo, só é injetada potência no estator. A potência aparente ( $S$ ) injetada na máquina pode ser descrita como:

$$S = \vec{v}_s \cdot \vec{i}_s^* = \frac{2}{9}(v_{a1} + av_{b1} + a^2v_{c1} + bv_{a2} + abv_{b2} + a^2bv_{c2} + b^2v_{a3} + ab^2v_{b3} + a^2b^2v_{c3}) \cdot \frac{2}{9}(i_{a1} + ai_{b1} + a^2i_{c1} + bi_{a2} + abi_{b2} + a^2bi_{c2} + b^2i_{a3} + ab^2i_{b3} + a^2b^2i_{c3}) \quad (3.143)$$

Desenvolvendo essa expressão e sabendo que sua parte real é a potência ativa, o resultado será:

$$W = \Re\{S\} = \frac{2}{9}(v_{a1}i_{a1} + v_{a2}i_{a2} + v_{a3}i_{a3} + v_{b1}i_{b1} + \dots + v_{c3}i_{c3}) \quad (3.144)$$

Então, a potência ativa calculada via os vetores espaciais de tensão e corrente tem 2/9 do valor da potência ativa real produzida pela máquina. Para que a potência dê o valor correto, a expressão para seu cálculo, usando vetores espaciais, é a mostrada na equação (3.145).

$$W = \Re\{S\} = \frac{9}{2}\Re\{\vec{v}_s \cdot \vec{i}_s^*\} \quad (3.145)$$

Sabendo que:

$$\vec{f}_{qds} = e^{-j\theta} \vec{f}_s \quad (3.146)$$

Pode-se fazer a seguinte manipulação com a equação (3.145):

$$W = \frac{9}{2}\Re\{e^{j\theta} \vec{v}_{qds} \cdot (e^{j\theta} \vec{i}_{qds})^*\} = \frac{9}{2}\Re\{\vec{v}_{qds} \cdot \vec{i}_{qds}^*\} \quad (3.147)$$

Então, como era de se esperar, a potência ativa também pode ser calculada da mesma forma usando referencial girante. O próximo passo será utilizar as equações dinâmicas de

estator (3.132) e (3.134) para obter a expressão do torque. Essas equações são idênticas à equação de tensão de um motor trifásico, então, a expressão do torque para a máquina de nove fases será a mesma do motor trifásico:

$$T^{1h} = \frac{9 P^{1h}}{2} \frac{L_m^{1h}}{2} \Im \left\{ \overrightarrow{i_{qdr}^{1h}} \cdot \overrightarrow{i_{qds}^{1h}} \right\} = \frac{9 P^{1h}}{2} \frac{L_m^{1h}}{2} (i_{qs}^{1h} \cdot i_{dr}^{1h'} - i_{ds}^{1h} \cdot i_{qr}^{1h'}) \quad (3.148)$$

$$T^{3h} = \frac{9 P^{3h}}{2} \frac{L_m^{3h}}{2} \Im \left\{ \overrightarrow{i_{qdr}^{3h}} \cdot \overrightarrow{i_{qds}^{3h}} \right\} = \frac{9 P^{3h}}{2} \frac{L_m^{3h}}{2} (i_{qs}^{3h} \cdot i_{dr}^{3h'} - i_{ds}^{3h} \cdot i_{qr}^{3h'}) \quad (3.149)$$

Sendo que  $P^{1h}$  e  $P^{3h}$  são o número de polos para fundamental e terceiro harmônico, respectivamente, e  $P^{3h} = 3 \cdot P^{1h}$ .

### 3.6. Obtenção dos Parâmetros do Circuito Equivalente

A WEG Motores forneceu um motor de indução protótipo de nove fases e 4 polos baseado em um motor trifásico. Seus valores nominais de frequência, tensão de linha e potência são 240Hz, 440V, 7,5kW (10cv), respectivamente. A partir de suas dimensões (dimensões dos dentes e ranhuras de estator e rotor, comprimento do entreferro, comprimento do pacote, diâmetro do entreferro, dimensões da cabeça de bobina e do anel de curto-circuito, etc) e número de espiras, é possível, usando [35], obter os parâmetros do circuito equivalente de regime permanente.

Além do motor enefásico, a WEG Motores também forneceu um motor trifásico de mesmas características para servir de padrão de comparação. As diferenças são: o motor enefásico tem um enrolamento/polo/fase, enquanto o trifásico tem três, para que, assim, os dois ocupem o mesmo número de ranhuras de estator, como mostrado nas figuras 3.14 e 3.15. O motor trifásico é dito de 12 cabos, ou seja, é possível fazer diversas ligações nos seus enrolamentos para que ele seja alimentado com 220V (delta paralelo), 380V (Y paralelo) e 440V (delta série), há ainda a possibilidade de ligar os enrolamentos em Y série para fazer a partida estrela-triângulo. O motor de nove fases não precisa dessa

flexibilidade de ligações, o objetivo é alimentá-lo em 440V com ponto central único (os três enrolamentos trifásicos internos ao motor de nove fases ligados cada um em Y com os pontos centrais interligados, figura 3.2). Dessa forma, é necessário reduzir o número de espiras do motor de nove fases por um fator de  $\sqrt{3}$ , quando comparado ao trifásico, assim a corrente de linha para os dois motores será a mesma. A diferença é que a densidade de corrente nos condutores no eneafásico será  $\sqrt{3}$  maior do que no trifásico.

Os diagramas planificados do estator e do rotor do motor estão mostrados nas figuras 3.16 a 3.18.

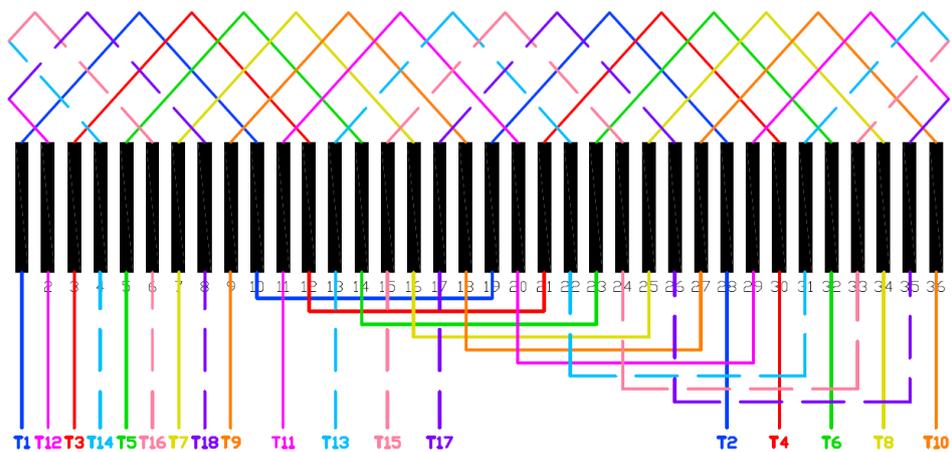


FIGURA 3.14: ESQUEMA DE BOBINAGEM DO MOTOR DE NOVE FASES.

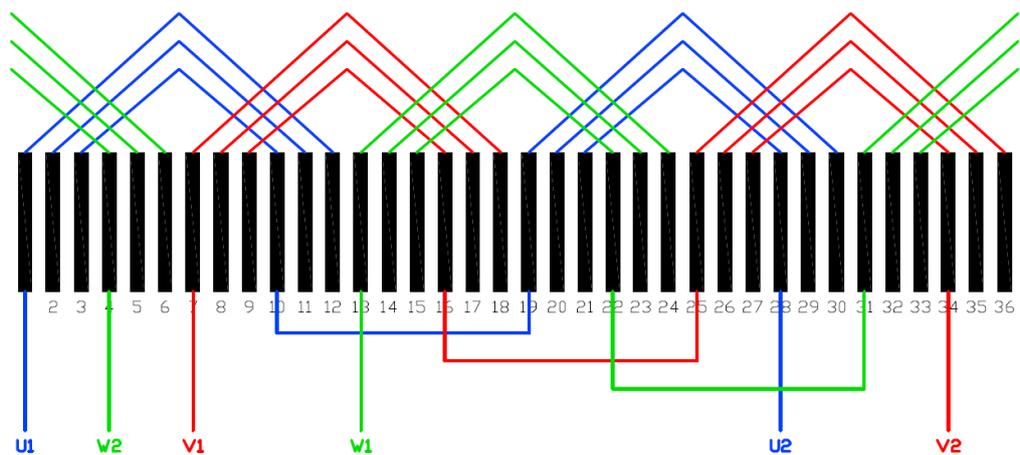


FIGURA 3.15: ESQUEMA DE BOBINAGEM DO MOTOR TRIFÁSICO.

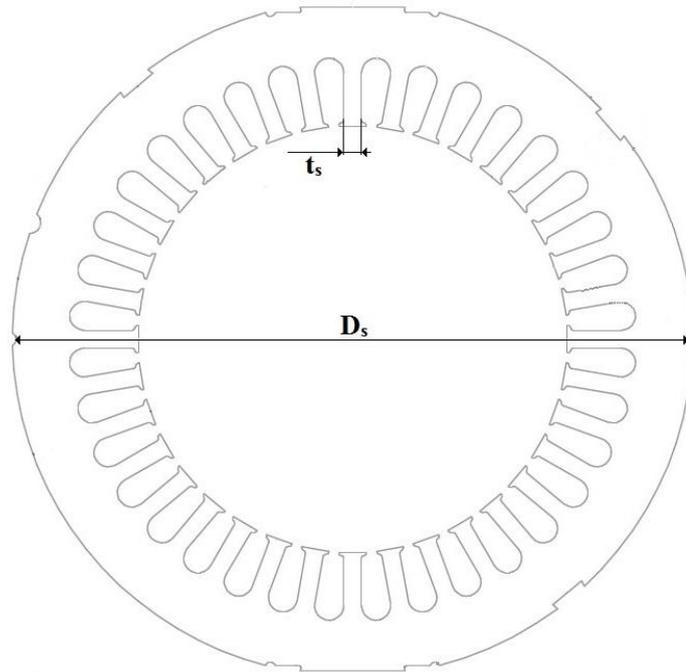


FIGURA 3.16: CHAPA DE ESTATOR.

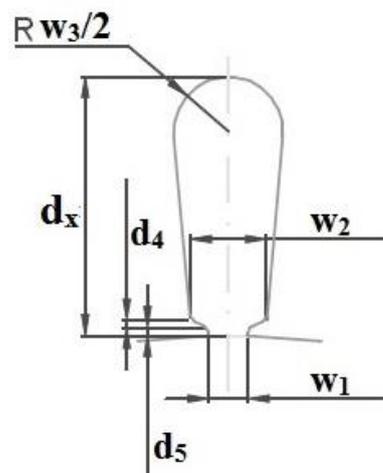


FIGURA 3.17: DETALHES DO DENTE DE ESTATOR.

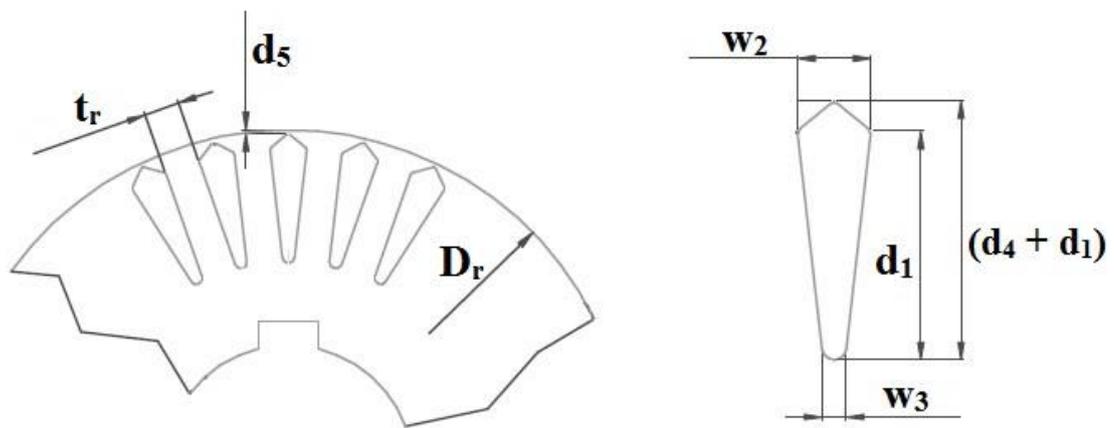


FIGURA 3.18: CHAPA DE ROTOR E DETALHES DO DENTE DE ROTOR.

Como já dito, a partir das dimensões da máquina e usando as equações presentes em [35] é possível calcular as indutâncias e resistências do circuito equivalente de regime permanente.

A reatância de magnetização pode ser calculada pela expressão abaixo [35]:

$$X_m = \frac{4,44 \cdot 8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{f N^2 k_p^2 k_d^2 D l q}{k_i P^2 G \cdot 10^7} \quad (3.150)$$

Sendo que  $f$  é a frequência de alimentação da máquina,  $N$  é o número de espiras por fase,  $k_p$  é o fator de passo e  $k_d$  é o fator de distribuição dos enrolamentos.  $D$  é o diâmetro do entreferro,  $l$  é o comprimento do pacote de chapas,  $q$  é o número de fases,  $k_i$  é um fator maior que 1, usado para corrigir a suposição inicial de que a permeabilidade magnética do núcleo é infinita.  $P$  é o número de polos e  $G$  é o entreferro efetivo, que contabiliza o aumento do valor do entreferro real causado pelas ranhuras.

Como a máquina tem enrolamentos concentrados com passo pleno, os fatores de passo e de distribuição são iguais a um. Para calcular  $k_i$  é necessário saber as densidades de fluxo de projeto no entreferro, dente e coroa e utilizar a figura 3.19 (figura 6.14, página 187, de [35]).

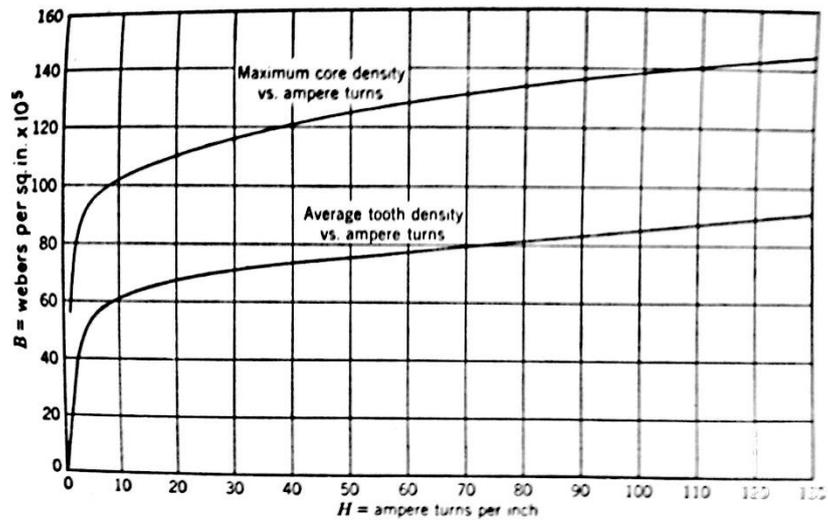


FIG. 6.14. Silicon Steel Magnetization Curves for Induction Machines.

FIGURA 3.19: CURVAS TÍPICAS DE MAGNETIZAÇÃO NA COROA E NO DENTE PARA MÁQUINAS DE INDUÇÃO.

O entreferro efetivo é calculado utilizando as curvas desenvolvidas por R. W. Wieseman (figura 6.12, página 184 de [35]) que consideram a deformação (*fringing*) do fluxo na ranhura, figura 3.20.

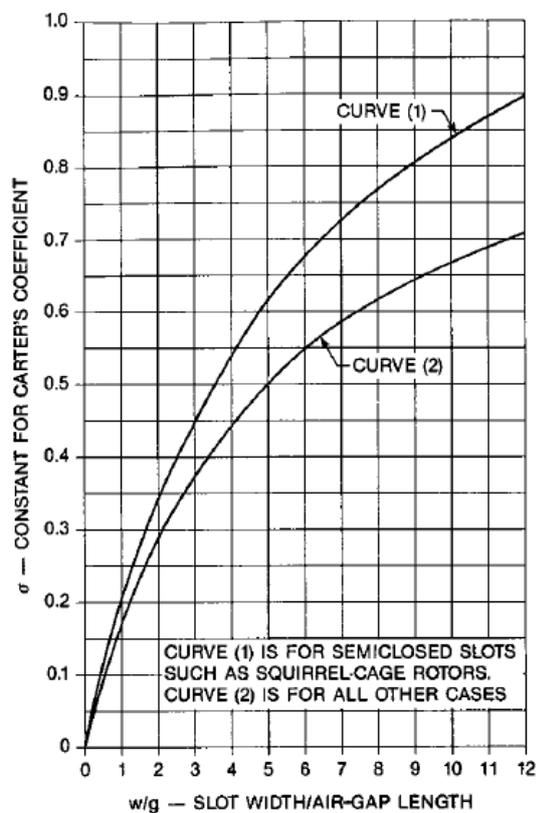


FIGURA 3.20: CURVA PARA A OBTENÇÃO DO COEFICIENTE DE CARTER A PARTIR DAS DIMENSÕES DA MÁQUINA ELÉTRICA [35].

Com o valor da razão entre a largura da ranhura e a largura do dente, define-se a curva. E com a razão entre a largura da ranhura e o comprimento do entreferro, obtém-se o valor do coeficiente de deformação. O processo é feito para estator e rotor, sendo que o valor do coeficiente de deformação do rotor deve ser multiplicado por 0,9, pois a ranhura de rotor é fechada. O entreferro efetivo será, então, calculado como mostrado na equação (3.151).

$$G = \frac{t_s + s_s}{t_s + f_s g} \cdot \frac{t_r + s_r}{t_r + f_r g} \quad (3.151)$$

Onde  $t_s, s_s, t_r, s_r$  são as larguras do dente e ranhura de estator, e do dente e ranhura de rotor, respectivamente. Já  $f_s, f_r$  e  $g$  são os fatores de deformação de estator e rotor, e o comprimento do entreferro, respectivamente.

Com esses dados, basta voltar à equação (3.150) e calcular o valor da reatância de magnetização.

O próximo passo é calcular as indutâncias de dispersão de estator e rotor. As indutâncias de dispersão são divididas nos seguintes tipos: dispersões de ranhura de estator e de ranhura de rotor, dispersão de *zig-zag*, dispersão de cabeça de bobina e dispersão de *skew*. As linhas de fluxo de dispersão relacionadas com as indutâncias de dispersão de ranhura de estator e rotor, e com a dispersão de *zig-zag* estão mostradas na figura 3.21, considerando que a máquina esteja operando à vazio.

A reatância de dispersão de ranhura de estator pode ser calculada pela equação (3.152).

$$X_{1s} = \frac{3,16 \cdot f q L N^2 P_{s1} \cdot 10^{-5}}{S_s} \quad (3.152)$$

Onde  $S_s$  é o número de ranhuras de estator e  $P_{s1}$  pode ser calculado usando a equação (3.153).

$$P_{s1} = \frac{d_5}{w_1} + \frac{2d_4}{w_1 + w_2} + \frac{d_3}{w_2} + \frac{d_1}{3w_2} \quad (3.153)$$

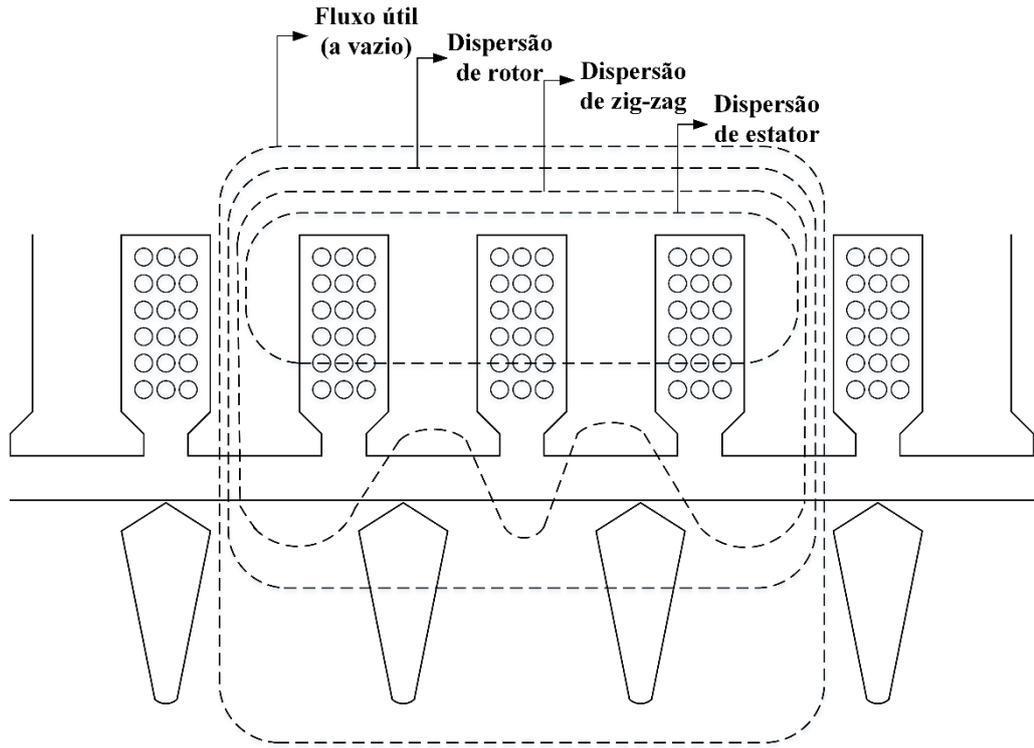


FIGURA 3.21: LINHAS DE FLUXO ÚTIL E DE ALGUNS FLUXOS DE DISPERSÃO PARA UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO.

As dimensões para cálculo de  $P_{s1}$  estão mostradas na figura 3.17, sendo que

$$d_1 = d_x - \frac{w_3}{2} - d_4 - d_5 \quad (3.154)$$

E  $d_3$  é definido como um valor bem pequeno, visto que o formato do dente do motor da WEG é diferente do formato mostrado em [35]. A reatância de ranhura de rotor, referida ao estator, pode ser calculada pela equação (3.155).

$$X_{2s} = \frac{3,16 \cdot f q L N^2 P_{s1} k_p^2 k_d^2 P_{s2} \cdot 10^{-5}}{k_{pr}^2 k_{dr}^2 S_r} \quad (3.155)$$

Onde  $k_{pr}$  e  $k_{dr}$  são os fatores de passo e distribuição para o rotor, sendo iguais a um para rotor em gaiola de esquilo com anel de curto-circuito.  $S_r$  é o número de ranhuras de rotor (número de barras de rotor) e  $P_{s2}$  é similar à  $P_{s1}$ , mas utilizando a geometria do rotor para cálculo (figura 3.18). A reatância de dispersão de *zig-zag* pode ser calculada pela equação (3.156).

$$X_Z = \frac{\pi^2 X_m}{12} \cdot \left[ \frac{(6a_1 - 1) F_{sc}}{5s_1^2} + \frac{(6a_2 - 1)}{5s_2^2} \right] \quad (3.156)$$

Onde  $F_{sc}$  é um fator que permite considerar o efeito das correntes induzidas na gaiola que atenuam o fluxo de *zig-zag* no rotor. Com o *skewing*, essas correntes induzidas são muito reduzidas, então normalmente é considerado igual a um. Sendo:

$$S_s = \frac{S_s}{2P} \quad (3.157)$$

$$S_r = \frac{S_r}{2P} \quad (3.158)$$

$$g_s = g \cdot \left( \frac{t_s + S_s}{t_s + f_s g} \right)^{-1} \quad (3.159)$$

$$g_r = g \cdot \left( \frac{t_r + S_r}{t_r + f_r g} \right)^{-1} \quad (3.160)$$

A próxima reatância a ser calculada é a de dispersão de *skew*.

$$X_{skew} = \frac{\alpha^2 X_m}{12} \quad (3.161)$$

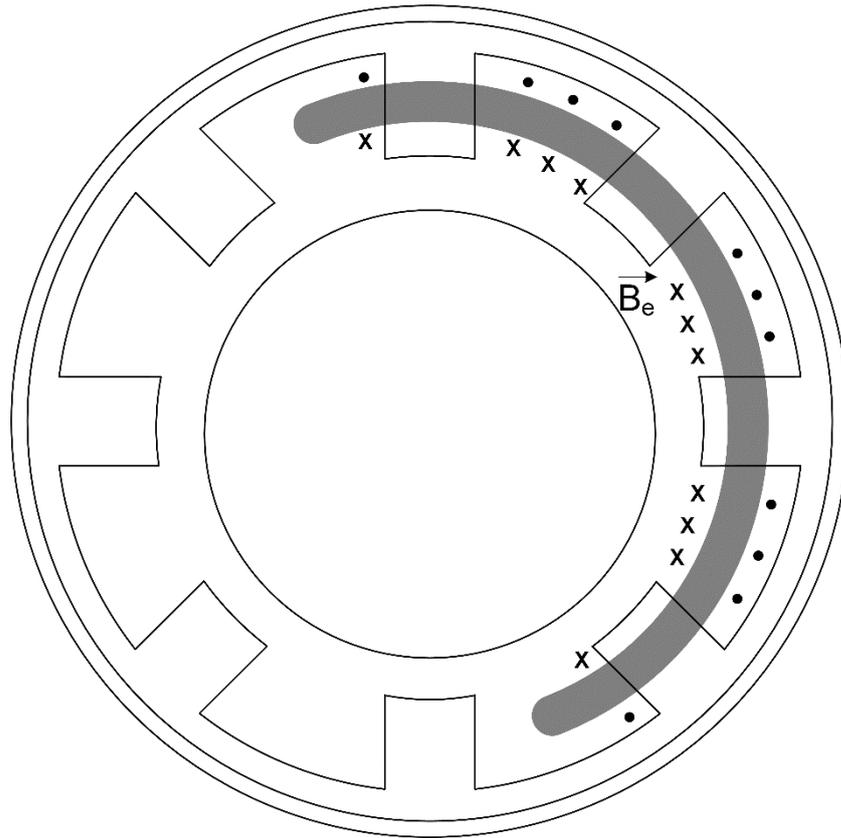
Onde  $\alpha$  é o ângulo de *skew*. Como esse rotor tem 28 barras e o *skew* é de uma barra,  $\alpha$  será igual a:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{28} \cong 12,86^\circ \quad (3.162)$$

A última reatância a ser calculada é a de cabeça de bobina. Esse fluxo de dispersão é bem significativo para máquinas com passo pleno. A figura 3.22 mostra as linhas de fluxo para a cabeça de bobina. Elas são perpendiculares ao fluxo útil da máquina.

A expressão para cálculo dessa reatância está mostrada na equação (3.163).

$$X_e = \frac{7}{0,92} \cdot \frac{f q N^2 D k_p k_d (p-0,3)}{P^2 \cdot 10^6} \quad (3.163)$$



**FIGURA 3.22: MÁQUINA DE INDUÇÃO SIMPLIFICADA MOSTRANDO O FLUXO DE DISPERSÃO DE CABEÇA DE BOBINA.**

Onde  $p$  é o passo de enrolamento, que é a razão entre o passo de espira e o passo polar, que é igual a um para enrolamentos com passo pleno.

No circuito equivalente, a união das reatâncias de dispersão obtidas pelas equações (3.152), (3.155), (3.156), (3.161), (3.163) formando as reatâncias de dispersão de estator ( $X_{ls}$ ) e de rotor ( $X_{lr}$ ) se dará da seguinte forma:

$$X_{ls} = X_{1s} + X_z/2 + X_e \quad (3.164)$$

$$X_{lr} = X_{2s} + X_z/2 + X_{skew} \quad (3.165)$$

O motivo da divisão da reatância de *zig-zag* entre as indutâncias de dispersão de estator e rotor fica claro pela forma como são as linhas desse fluxo, como mostrado na figura 3.21. Nesse ponto, já é possível obter os valores de todas as indutâncias do circuito equivalente. O próximo passo é calcular os valores das resistências de estator e de rotor.

Dois fatores são fundamentais para o cálculo da resistência de estator: o número de fios em paralelo que formam uma espira e o número de espiras. O primeiro é relacionado com a densidade máxima de corrente permitida nos condutores, sendo, no máximo, de 6A/mm<sup>2</sup>. O objetivo disso é diminuir a resistência para diminuir as perdas resistivas na máquina. Lembrando que, numa máquina elétrica, as resistências existentes não definirão o valor de corrente que circulará. O número de espiras é definido por diversos fatores: densidade de fluxo desejada, torque máximo, etc.

Para calcular a resistência de estator será utilizada a equação (3.166) [35]:

$$r_s = \frac{0,0419 \cdot q \cdot N_s^2 \cdot l_c}{A_{Cu}} \quad (3.166)$$

Sendo que  $l_c$  é a soma do comprimento do pacote e do comprimento médio da cabeça de bobina. Já  $A_{Cu}$  é a área total de cobre da máquina.

A figura 3.23 mostra, simplificada, uma parte de um estator com uma espira. A cabeça de bobina – a parte do condutor que liga uma ranhura à outra – acompanha a circunferência do estator, ou seja, ao curvar a figura 3.23 para que ela se tornasse parte de um círculo, a cabeça de bobina seria curvada junto.

O comprimento médio da cabeça de bobina está mostrado na equação (3.167).

$$\bar{C}_{cc} = 2l_{cb} + \frac{2\pi\bar{r}_{ranhura}}{2P} \quad (3.167)$$

Onde,  $l$  é o comprimento da cabeça de bobina para fora da ranhura e  $\bar{r}_{ranhura}$  é o raio médio da ranhura - distância do ponto central da máquina até o meio da ranhura.

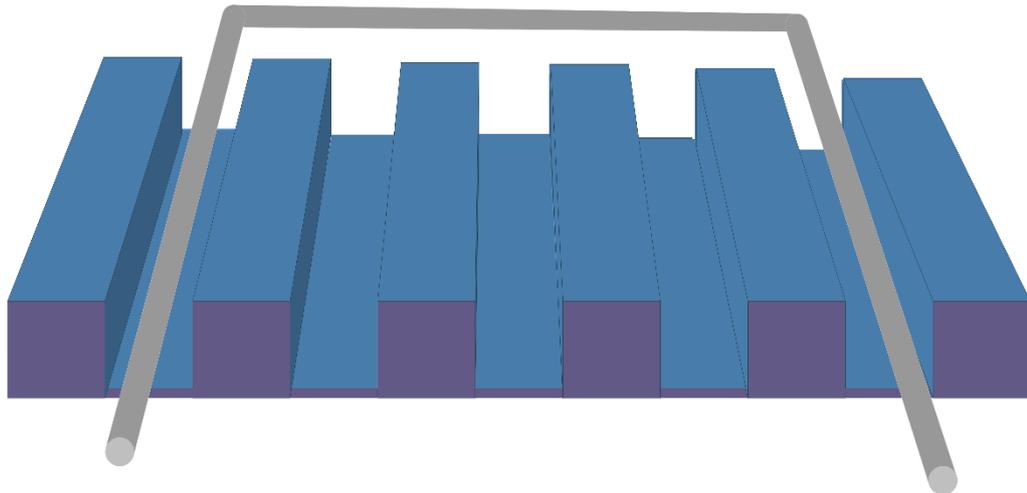


FIGURA 3.23: DISPOSIÇÃO DE UMA ESPIRA NA RANHURA DE ESTATOR.

A resistência de rotor do circuito equivalente é um pouco mais complexa de calcular, pois o rotor é construído em gaiola de esquilo, figura 3.24.



FIGURA 3.24: ROTOR EM GAIOLA DE ESQUILO<sup>1</sup>.

O comprimento de cada barra pode ser obtido pelo comprimento do pacote dividido pelo cosseno do ângulo de *skew*:

$$C_{barra} = \frac{l}{\cos(\alpha)} \quad (3.168)$$

O diâmetro do anel de curto-circuito é igual ao diâmetro do rotor:

<sup>1</sup> <http://www.learnengineering.org/2013/08/three-phase-induction-motor-working-squirrel-cage.html>

$$D_{acc} = D - 2g \quad (3.169)$$

A seção reta do anel de curto-circuito é retangular, cuja área será chamada de  $A_{acc}$ . A área total das barras será:

$$A_{T,barra} = S_r A_{barra} \quad (3.170)$$

Recorrendo novamente à [35], a resistência de rotor, referida à estator, será:

$$r_r = \frac{0,084}{10^6} \cdot q k_p^2 k_d^2 N^2 \left( \frac{2C_{barra}}{A_{T,barra}} + \frac{D_{acc}}{A_{acc} P^2 \pi} \right) \quad (3.171)$$

Para obtenção dos parâmetros do circuito equivalente do terceiro harmônico, além da frequência três vezes maior, deve ser considerado que o número de polos também é três vezes maior.

Com as equações (3.150), (3.164), (3.165), (3.166) e (3.171) é possível obter os valores de todos os parâmetros do circuito equivalente. Então, seus valores estão mostrados na tabela 3.2 para o protótipo de 9 fases e 10cv.

**TABELA 3.2: PARÂMETROS DOS CIRCUITOS EQUIVALENTES DE REGIME PERMANENTE**

	$r_s$ [ $\Omega$ ]	$L_{ls}$ [mH]	$L_m$ [mH]	$L_{lr}$ [mH]	$r_r$ [ $\Omega$ ]
<b>Trifásico</b>	0,583	2,403	44,257	2,747	0,476
<b>Eneafásico – Fundamental</b>	1,020	2,516	50,052	3,107	0,579
<b>Eneafásico – 3ºh</b>	1,020	1,560	5,564	2,920	0,459

Os parâmetros calculados para a máquina trifásica são obtidos considerando que a ligação externa será feita no Y-série, cuja tensão de alimentação seria de 762V (condição indicada como sendo somente para partida nos dados de placa da máquina). A alimentação da máquina trifásica em 440V é com ligação em delta. O Y equivalente dessa ligação implica na divisão de cada parâmetro por três (transformação delta-estrela [36]).

Como visto na parte do desenvolvimento do circuito equivalente, é esperado que as relações entre as indutâncias de magnetização da máquina trifásica ( $L_{m,3f}$ ) e da máquina de nove fases, para fundamental ( $L_{m,9f}^{1h}$ ) e terceiro harmônico ( $L_{m,9f}^{3h}$ ), sejam:

$$L_{m,9f}^{1h} = 3 \cdot L_{m,3f} \quad (3.172)$$

$$L_{m,9f}^{3h} = \frac{1}{9} \cdot L_{m,9f}^{1h} \quad (3.173)$$

Mas, a relação da equação (3.176) não aparece na tabela como esperado. Isso acontece, pois o número de espiras da máquina eneafásica é  $\sqrt{3}$  menor do que na trifásica. As indutâncias são proporcionais ao quadrado do número de espiras, então, o valor da indutância da máquina eneafásica será de um terço do valor caso o número de espiras fosse o mesmo para as duas máquinas.

### 3.7. Conclusões

A onda de densidade de fluxo de terceiro harmônico produzida em uma máquina de nove fases não somente não é pulsante, como gira no mesmo sentido e com a mesma frequência da onda de fundamental. Esse fenômeno é responsável pelos dois mecanismos de aumento de torque descritos aqui.

Com a metodologia apresentada nesse capítulo, foi possível obter um circuito equivalente de regime permanente para fundamental e terceiro harmônico da máquina de nove fases com a mesma forma do circuito equivalente da máquina de nove fases. Isso permitirá a comparação do desempenho das máquinas de forma bem simples. E com a utilização de técnicas presentes na literatura, foram calculados os parâmetros desses circuitos equivalentes.

## 4. Componentes Simétricas e Torques Pulsantes

---

Com o objetivo de se fazer o controle vetorial da máquina de nove fases, será mostrado nesse capítulo como se obtém a matriz de transformação de referencial cartesiano para referencial estacionário. Aproveitando os *insights* dados pela matriz de transformação, será feito um estudo de componentes simétricas e de torque pulsantes para essa máquina antes de entrar na parte de controle.

---

### 4.1. Matriz de Transformação de Variáveis de Fase para Coordenadas

#### Estacionárias

Em sistemas trifásicos, existe um plano  $dq$  que é composto de dois vetores linearmente independentes com três elementos cada. Para poder fazer a transformação inversa ( $dq$  para  $abc$ ), é necessário adicionar um vetor a esses outros dois para construir uma matriz quadrada. Além disso, é necessário que esse terceiro vetor seja linearmente independente com os outros dois, assim a matriz será quadrada, com determinante diferente de zero e, conseqüentemente, será invertível. Esse último vetor é relacionado com os harmônicos de sequência zero de Fortescue. E, nesse caso, corresponde aos harmônicos ímpares múltiplos de três. Todos os outros harmônicos ímpares aparecem em um dos vetores do plano  $dq$ .

Para um sistema de nove fases, a lógica é a mesma. O plano  $dq$  de fundamental também é composto de dois vetores linearmente independentes, mas com nove elementos cada. Então, serão necessários mais sete vetores linearmente independentes com 9 elementos cada, para se formar uma matriz  $9 \times 9$ , quadrada e invertível.

Como mostrado em [37], essa matriz pode ser obtida de um vetor  $S_h$  que considera os defasamentos no tempo das tensões aplicadas:

$$S_h = [\text{sen } h(\omega t) \quad \text{sen } h(\omega t + 40^\circ) \quad \text{sen } h(\omega t + 80^\circ) \quad \text{sen } h(\omega t + 120^\circ)]$$

$$\begin{aligned} & \text{sen } h(\omega t + 160^\circ) \quad \text{sen } h(\omega t + 200^\circ) \quad \text{sen } h(\omega t + 240^\circ) \quad \text{sen } h(\omega t + 280^\circ) \\ & \text{sen } h(\omega t + 320^\circ) \end{aligned} \quad (4.1)$$

A matriz será constituída de nove vetores da equação (4.1), sendo cada vetor uma linha. Serão considerados todos os harmônicos ímpares menores ou iguais ao número de fases, ou seja,  $h = 1, 3, 5, 7$  e  $9$ . Para  $h \leq 7$ ,  $\omega t$  será feito igual à  $0^\circ$  e igual à  $90^\circ$ , já para  $h = 9$ ,  $\omega t = 90^\circ$  somente. A matriz está mostrada na equação (4.2). Ela tem determinante diferente de zero, pois os defasamentos criados ( $\omega t = 0$  e  $\omega t = 90^\circ$ ) são perpendiculares e senóides de diferentes frequências são ortogonais.

$$T = \begin{bmatrix} S_1(\omega t = 0^\circ) \\ S_1(\omega t = 90^\circ) \\ S_3(\omega t = 0^\circ) \\ S_3(\omega t = 90^\circ) \\ S_5(\omega t = 0^\circ) \\ S_5(\omega t = 90^\circ) \\ S_7(\omega t = 0^\circ) \\ S_7(\omega t = 90^\circ) \\ S_9(\omega t = 90^\circ) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Se na máquina trifásica todos os harmônicos ímpares não-múltiplos de três aparecem no plano  $dq$  e os múltiplos de três são representados pelo vetor de sequência zero, como fica a distribuição de harmônicos para a máquina de nove fases? A equação (4.2) dá uma indicação dessa distribuição: existem quatro planos  $dq$  e mais um vetor de sequência zero de Fortescue. Os harmônicos de 1 a 9 serão representados nos seus respectivos planos ou vetor, da equação (4.2). Os outros harmônicos se distribuirão da seguinte forma:

- Plano de fundamental: harmônicos  $9 \cdot i \pm 1$ .
- Plano do 3ºh: harmônicos  $9 \cdot i \pm 3$ .
- Plano do 5ºh: harmônicos  $9 \cdot i \pm 5$ .
- Plano do 7ºh: harmônicos  $9 \cdot i \pm 7$ .
- Vetor de sequência zero: harmônicos  $9 \cdot (i - 1)$ .

Onde  $i = 2, 4, 6, \dots$  A tabela 4.1 mostra a distribuição de alguns desses harmônicos.

**TABELA 4.1: DISTRIBUIÇÃO DOS HARMÔNICOS NOS PLANOS E VETOR DA MÁQUINA DE NOVE FASES.**

<b>Plano</b>	<b>Harmônico</b>
Fundamental	1, 17, 19, 35, 37, 53, 55,...
3° harmônico	3, 15, 21, 33, 39, 51, 57,...
5° harmônico	5, 13, 23, 31, 41, 49, 59,...
7° harmônico	7, 11, 25, 29, 43, 47,...
9° harmônico	9, 27, 45,...

A existência desses diversos planos  $dq$  também pode ser analisada pelas componentes simétricas desse sistema. Como mostrado em [28], existem cinco conjuntos de sequência simétrica, sendo separados da mesma forma que o mostrado na tabela 4.1. As figuras 4.1 a 4.4 mostram esses conjuntos através de diagramas fasoriais. Os harmônicos 1, 3, 5 e 7 formam as sequências positivas, enquanto os harmônicos 17, 15, 13 e 11 formam as sequências negativas. Como já dito, o 9° harmônico forma a sequência zero. Os conjuntos de sequência simétrica de 5°h e 7°h, 13°h e 11°h tem o mesmo formato da sequência positiva e negativa de fundamental e 17°h, a diferença está na distribuição de fases. Já para 3°h e 15°h, o diagrama fasorial muda e acaba por virar um diagrama de um sistema trifásico. Sendo essa mais uma comprovação que o terceiro harmônico “vê” a máquina de nove fases como uma máquina trifásica.

A tabela 4.2 separa os harmônicos dos quatro planos  $dq$  em sequência positiva ou negativa.

**TABELA 4.2: DISTRIBUIÇÃO DOS HARMÔNICOS NOS PLANOS E VETOR DA MÁQUINA DE NOVE FASES.**

<b>Plano</b>	<b>Harmônico</b>						
	+	-	+	-	+	-	+
Fundamental	1	17	19	35	37	53	55
3° harmônico	3	15	21	33	39	51	57
5° harmônico	5	13	23	31	41	49	59
7° harmônico	7	11	25	29	43	47	61

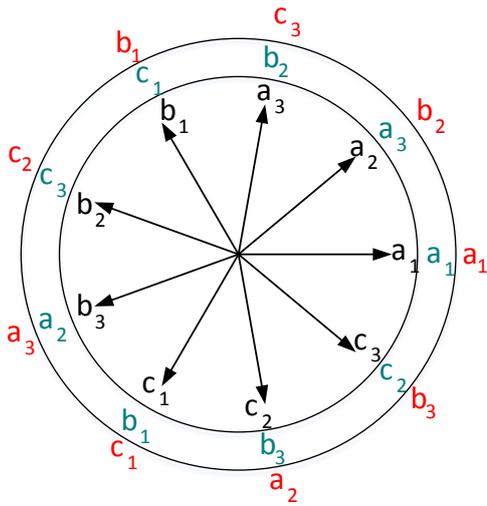


FIGURA 4.1: SEQUÊNCIAS POSITIVAS PARA FUNDAMENTAL (INTERNO), 5ºH (INTERMEDIÁRIO) E 7ºH (EXTERNO).

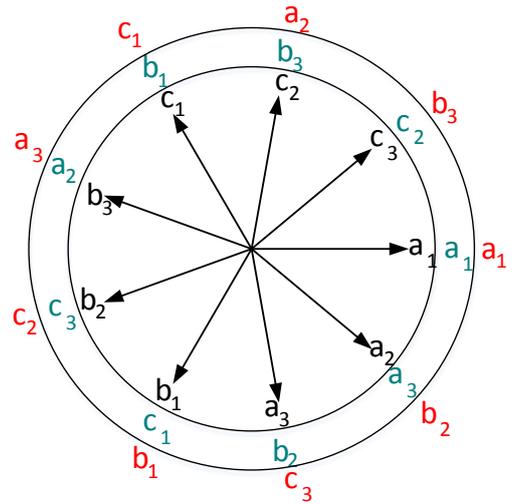


FIGURA 4.2: SEQUÊNCIAS NEGATIVAS PARA 17ºH (INTERNO), 13ºH (INTERMEDIÁRIO) E 11ºH (EXTERNO).

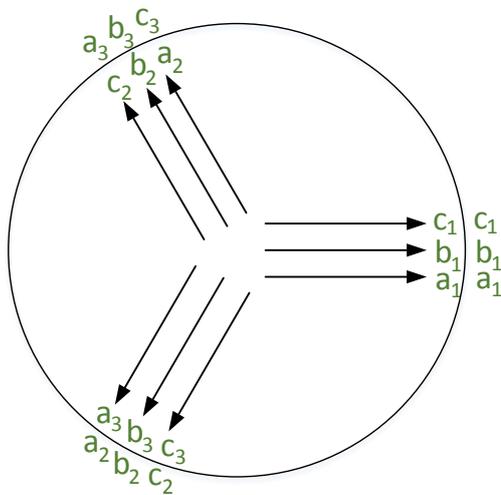


FIGURA 4.3: SEQUÊNCIAS POSITIVA (INTERNA) E NEGATIVA (EXTERNA) PARA 3ºH E 15ºH, RESPECTIVAMENTE.

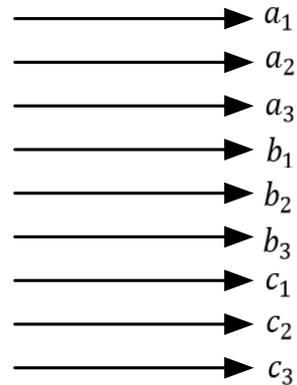


FIGURA 4.4: SEQUÊNCIA ZERO, 9ºH.

Imaginando que seja desejado transformar alguma grandeza de terceiro harmônico para coordenadas girantes<sup>2</sup> usando a matriz da equação (4.2), é de fácil entendimento que

<sup>2</sup> A matriz da equação (4.2) faz uma transformação de coordenadas para referencial estacionário. Para passar para coordenadas girantes, é necessário multiplicar as grandezas que estão em referencial estacionário por  $e^{-jh\omega t}$ , sendo  $h$  o harmônico e  $\omega$  a frequência do referencial girante.

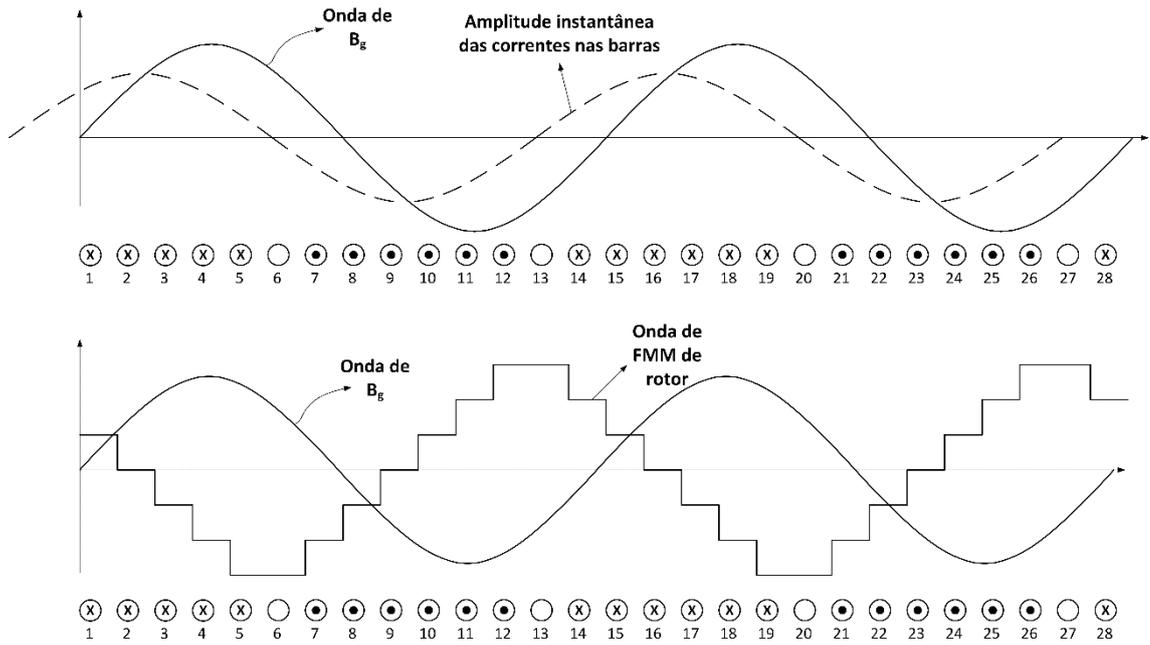
essa grandeza só aparecerá no plano  $dq$  de 3º harmônico. Os resultados nos outros planos e no vetor de sequência zero serão iguais a zero. Com isso em mente, é razoável concluir que a FMM para frequências de planos diferentes no tempo e no espaço seja nula. Por exemplo, se o enrolamento de estator da máquina fosse senoidalmente distribuído (somente fundamental no espaço) e a alimentação fosse em onda quadrada (todos os harmônicos ímpares no tempo), a FMM de estator conteria somente os harmônicos do plano de fundamental (primeira linha da tabela 4.1).

Para a situação de uma máquina eneafásica e uma trifásica com enrolamento senoidalmente distribuído e sendo alimentadas com inversor em onda quadrada, e supondo agora que os rotores também tenham enrolamento senoidalmente distribuído com o mesmo número de fases de estator, a primeira frequência de pulsação de torque na máquina de nove fases seria no 18ºh, enquanto, para a máquina trifásica, a primeira pulsação de torque seria de 6ºh.

#### 4.2. Torques Pulsantes

Para análise dos torques pulsantes, será considerada somente a máquina com nove fases, quatro polos no estator, rotor em gaiola de esquilo e com 28 barras. A figura 4.5 mostra o comportamento das correntes e FMM induzidas nas barras frente a uma densidade de fluxo senoidal de frequência fundamental no entreferro.

Como era esperado, são produzidos quatro polos no rotor. A forma como as correntes induzidas são distribuídas indica a existência de um sistema de 7 fases, com algo similar a um enrolamento concentrado com passo pleno. A tabela 4.3 mostra quais barras formariam cada fase.



**FIGURA 4.5: CORRENTES E FMM INDUZIDAS NAS BARRAS DE ROTOR POR UMA DENSIDADE DE FLUXO DE ENTREFERRO SENOIDAL. PONTO NAS BARRAS SIGNIFICA CORRENTE SAINDO DA PÁGINA, JÁ O “X” É PARA CORRENTES ENTRANDO NA PÁGINA.**

**TABELA 4.3: “ ENROLAMENTOS” DAS SETE FASES FORMADAS NO ROTOR.**

Fase	Barras	Defasamento no tempo
a	1, 8, 15 e 22	$\cos(\gamma)$
b	2, 9, 16 e 23	$\cos(\gamma + \pi/7)$
c	3, 10, 17 e 24	$\cos(\gamma + 2\pi/7)$
d	4, 11, 18 e 25	$\cos(\gamma + 3\pi/7)$
e	5, 12, 19 e 26	$\cos(\gamma + 4\pi/7)$
f	6, 13, 20 e 27	$\cos(\gamma + 5\pi/7)$
g	7, 14, 21 e 28	$\cos(\gamma + 6\pi/7)$

O defasamento das barras no espaço implicará no defasamento no tempo entre as correntes induzidas nelas. Como o motor tem quatro polos, o defasamento no tempo é duas vezes maior do que no espaço: o defasamento entre duas barras adjacentes é de  $2\pi/28$ , já de duas fases adjacentes no tempo será de  $2 \cdot 2\pi/28 = \pi/7$ .

. Logo, os defasamentos no tempo estão mostrados na terceira coluna da tabela 4.3, sendo  $\gamma$  o ângulo cuja derivada no tempo é igual à frequência do fluxo de entreferro menos a frequência de giro do motor, ou seja, igual à frequência de escorregamento.

Como as barras se comportam como um enrolamento concentrado, cada fase dará origem a uma onda de função de enrolamento quadrada. A partir dessas ondas de função de enrolamento e das correntes induzidas, é possível construir a FMM de rotor da mesma forma que foi feito para estator.

$$FMM_r = N(\beta)_a i_a + N(\beta)_b i_b + \dots + N(\beta)_g i_g \quad (4.3)$$

Onde  $\beta$  é o ângulo mecânico do rotor. A FMM<sub>r</sub> resultante também é mostrada na figura 4.5.

O rotor também dá origem a conjuntos de componentes simétricas. Como ele tem sete fases, os planos *dq* serão:

**TABELA 4.4: PLANOS DQ E HARMÔNICOS DE SEQUÊNCIA POSITIVA E NEGATIVA PARA O ROTOR.**

Plano	Harmônico								
	+	-	+	-	+	-	+	-	+
Fundamental	1	13	15	27	29	41	43	55	57
3° harmônico	3	11	17	25	31	39	45	53	59
5° harmônico	5	9	19	23	33	37	47	51	61

O vetor de sequência zero está relacionado com o 7° harmônico e seus múltiplos ímpares: 7, 21, 35, 49, ...

Uma vez entendidos os conceitos de componentes simétricas e dos múltiplos planos *dq* em sistemas multifásicos, fica simples calcular as FMMs. Usando o caso do rotor como exemplo e supondo que a densidade de fluxo de entreferro tenha fundamental, terceiro, quinto, sétimo e décimo terceiro harmônicos, a corrente de uma fase do rotor será, então, da seguinte forma:

$$i_{x,r} = I^{1h} \cos(\gamma + \Gamma_x) + I^{3h} \cos[3(\gamma + \Gamma_x)] + I^{5h} \cos[5(\gamma + \Gamma_x)] + I^{7h} \cos[7(\gamma + \Gamma_x)] + I^{13h} \cos[13(\gamma + \Gamma_x)] \quad (4.4)$$

Onde,  $x$  é uma fase,  $\Gamma_x$  é o defasamento no tempo da fase  $x$  e  $I^{kh}$  é o pico da corrente para cada harmônico. A função de enrolamento de uma fase pode ser descrita como a série de Fourier da onda quadrada:

$$N_x(\beta) = \frac{4 N_{br}}{\pi P/2} \left[ \text{sen}(\beta + B_x) + \frac{1}{3} \text{sen}3(\beta + B_x) + \frac{1}{5} \text{sen}5(\beta + B_x) + \frac{1}{7} \text{sen}7(\beta + B_x) + \dots \right] \quad (4.5)$$

Onde  $B_x$  é o defasamento no espaço de cada fase,  $N_{br}$  é o número de barras por fase,  $P$  é o número de polos e  $\beta$  é o ângulo mecânico do rotor. A FMM é calculada pela equação (4.3). O cálculo da FMM é complexo, mas, com os conceitos discutidos acima, sua obtenção é simplificada, pois a FMM só não será nula para harmônicos que pertençam ao mesmo plano. Então, os resultados estão mostrados nas equações (4.6) a (4.9).

$$FMM_r^{1h} = \frac{7 \cdot 4 N_{br}}{2 \pi P/2} I_r^{1h} \left[ \text{sen}(\beta - \gamma) + \frac{\text{sen}(13\beta + \gamma)}{13} + \frac{\text{sen}(15\beta - \gamma)}{15} + \frac{\text{sen}(27\beta + \gamma)}{27} + \frac{\text{sen}(29\beta - \gamma)}{29} + \dots \right] \quad (4.6)$$

$$FMM_r^{3h} = \frac{7 \cdot 4 N_{br}}{2 \pi P/2} I_r^{3h} \left[ \frac{\text{sen}(3\beta - 3\gamma)}{3} + \frac{\text{sen}(11\beta + 3\gamma)}{11} + \frac{\text{sen}(17\beta - 3\gamma)}{17} + \frac{\text{sen}(25\beta + 3\gamma)}{25} + \frac{\text{sen}(31\beta - 3\gamma)}{31} + \frac{\text{sen}(39\beta + 3\gamma)}{39} + \dots \right] \quad (4.7)$$

$$FMM_r^{5h} = \frac{7 \cdot 4 N_{br}}{2 \pi P/2} I_r^{5h} \left[ \frac{\text{sen}(5\beta - 5\gamma)}{5} + \frac{\text{sen}(9\beta + 5\gamma)}{9} + \frac{\text{sen}(19\beta - 5\gamma)}{19} + \frac{\text{sen}(23\beta + 5\gamma)}{23} + \dots \right] \quad (4.8)$$

$$FMM_r^{7h} = 7 \cdot \frac{4 N_{br}}{\pi P/2} I_r^{7h} \left[ \frac{\text{sen}(7\beta) \cos(7\gamma)}{7} + \frac{\text{sen}(21\beta) \cos(7\gamma)}{21} + \frac{\text{sen}(35\beta) \cos(7\gamma)}{35} + \frac{\text{sen}(49\beta) \cos(7\gamma)}{49} + \dots \right] \quad (4.9)$$

$$FMM_r^{13h} = \frac{7 \cdot 4 N_{br}}{2 \pi P/2} I_r^{13h} \left[ \text{sen}(\beta + 13\gamma) + \frac{\text{sen}(13\beta - 13\gamma)}{13} + \frac{\text{sen}(15\beta + 13\gamma)}{15} + \frac{\text{sen}(27\beta - 13\gamma)}{27} + \dots \right] \quad (4.10)$$

Onde  $I_r^{1h}$ ,  $I_r^{3h}$ ,  $I_r^{5h}$ ,  $I_r^{7h}$  e  $I_r^{13h}$  são as correntes de pico de cada harmônico.

Vale ressaltar o aparecimento dos termos  $7/2$  para os harmônicos que geram ondas viajantes e 7 para os harmônicos de sequência zero, cujo resultado é uma onda pulsante. Outro ponto importante: harmônico de sequência negativa no espaço com harmônico de sequência negativa no tempo geram uma onda que viaja no mesmo sentido da fundamental (sequência positiva). Já harmônicos de sequência diferentes geram ondas que viajam no sentido contrário da onda de fundamental (sequência negativa).

Para gerar torque médio é necessário o acoplamento entre FMMs de mesma frequência no rotor e no estator. Torque pulsante é gerado pelo acoplamento de FMMs de frequências diferentes, desde que não sejam de sequência zero no estator ou no rotor. Por exemplo: o estator pode gerar uma FMM de 7<sup>o</sup>h, mas, para o rotor, essa é uma frequência de sequência zero e este não irá gerar uma onda nesse harmônico, portanto não haverá produção de torque de nenhum tipo.

A tabela 4.5 mostra a distribuição de harmônicos entre planos  $dq$  (sequências positivas e negativas) e vetores de sequência zero, para estator e rotor. Com ela é possível prever que harmônicos vão produzir torque e qual será a frequência desse torque. Por exemplo: considerando que a alimentação do estator contenha fundamental e 3<sup>o</sup>h, que o seu enrolamento seja concentrado e que possua nove fases, as FMMs produzidas no estator estão mostradas nas equações (4.11) e (4.12).

$$FMM_s^{1h} = \frac{9}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{P/2} I_s^{1h} \left[ \text{sen}(\phi - \theta) + \frac{\text{sen}(17\phi + \theta)}{17} + \frac{\text{sen}(19\phi - \theta)}{19} + \frac{\text{sen}(35\phi + \theta)}{35} + \frac{\text{sen}(37\phi + \theta)}{37} + \dots \right] \quad (4.11)$$

$$FMM_s^{3h} = \frac{9}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{P/2} I_s^{3h} \left[ \frac{\text{sen}(3\phi - 3\theta)}{3} + \frac{\text{sen}(15\phi + 3\theta)}{15} + \frac{\text{sen}(21\phi - 3\theta)}{21} + \frac{\text{sen}(33\phi + 3\theta)}{33} + \frac{\text{sen}(39\phi + 3\theta)}{39} + \dots \right] \quad (4.12)$$

Onde  $I_s^{1h}$  e  $I_s^{3h}$  são os valores de pico das correntes de estator para cada harmônico.

**TABELA 4.5: DISTRIBUIÇÃO DE HARMÔNICOS ENTRE PLANOS DQ, VETORES DE SEQUÊNCIA ZERO, SEQUÊNCIA POSITIVA E NEGATIVA PARA ESTATOR E ROTOR.**

		Planos de Estator									
		1		3		5		7		9	
		+	-	+	-	+	-	+	-	0	
Planos de rotor	1	+	1		57	15			43	29	
		-	55				41	13			27
	3	+		17	3		59	31	25		45
		-		53	39					11	
	5	+	19			33	5		61	47	
		-	37			51	23				9
	7	0		35	21			49	7		63

Se considerarmos que a área das barras seja muito pequena – para poder desconsiderar a diferença de tensão existente na própria barra -, a tensão induzida nelas dependerá somente da frequência no tempo da densidade de fluxo de entreferro:

$$\mathcal{E} = \frac{N_{br} A_p dB}{dt} = N_{br} A_p B_{pk} \frac{d[\text{sen}(\phi - \theta)]}{dt} \quad (4.13)$$

Sendo que  $\phi$  será um ponto específico no espaço, logo constante. Onde  $A_p$  é a área polar (será definida mais à frente) e  $B_{g,max}$  é o valor de pico da densidade de fluxo de entreferro.

Portanto, fundamental e terceiro harmônico no estator produzirão as FMMs mostradas nas equações (4.11) e (4.12), induzirão tensões e correntes de fundamental e terceiro harmônico nas barras de rotor, que induzirão FMMs no rotor da forma como mostrado

nas equações (4.6) e (4.7). Para harmônicos até o 39° existem cinco casos de interação entre as FMMs de estator e de rotor:

- Fundamental no estator e no rotor:  $sen(\phi - \theta)$  e  $sen(\beta - \gamma)$ .
- 3°h no estator e no rotor:  $sen(3\phi - 3\theta)$  e  $sen(3\beta - 3\gamma)$ ,
- 39° harmônicos no rotor e no estator (planos de 3° harmônico no estator e no rotor):  $sen(39\phi + 3\theta)$  e  $sen(39\beta + 3\gamma)$ .
- 17° harmônico no estator (plano de fundamental) e 3°h no rotor (plano de 3° harmônico):  $sen(17\phi + \theta)$  e  $sen(17\beta - 3\gamma)$ .
- 15° harmônico no estator (plano de 3°h) e no rotor (plano de fundamental):  $sen(15\phi + 3\theta)$  e  $sen(15\beta - \gamma)$ .

Onde,

$$\gamma + \epsilon = \theta + \delta \quad (4.14)$$

$$d\epsilon/dt = \omega_r \quad (4.15)$$

Sendo que  $\omega_r$  é a velocidade de rotação do rotor,  $\delta$  é o ângulo entre o vetor espacial da densidade de fluxo de estator e a soma do vetor espacial de densidade de fluxo induzido no rotor com a velocidade do mesmo. Por questões de simplicidade, será considerado a partir desse ponto que a máquina elétrica possui dois polos.

Para calcular o torque será usada a teoria mostrada em [38]. O interesse nesse momento é descobrir quais são as frequências de pulsação de torque, sem necessariamente calcular as suas respectivas amplitudes. Portanto, as expressões a partir daqui só terão indicadas as partes senoidais.

Uma vez obtida a FMM de estator, é necessário passá-la para referencial de rotor. A relação entre  $\phi$  e  $\beta$  também é o ângulo de giro do motor. Logo,

$$FMM_{sr}^{1h} = [sen(\beta + \epsilon - \theta) + sen(17\beta + 17\epsilon + \theta)] \quad (4.16)$$

$$FMM_{sr}^{3h} = [sen(3\beta + 3\epsilon - 3\theta) + sen(39\beta + 39\epsilon + 3\theta) + sen(15\beta + 15\epsilon + 3\theta)] \quad (4.17)$$

Após isso, é necessário calcular a distribuição espacial da corrente no rotor. Ela pode ser obtida da derivada espacial da FMM de rotor.

$$\alpha_r(\beta, t) = \frac{1}{2} \frac{\partial [FMM_r(\beta, t)]}{\partial \beta} \quad (4.18)$$

De (4.6) e (4.7),

$$\alpha_r(\beta, t) = \cos(\beta - \gamma) + \cos(15\beta - \gamma) + \cos(3\beta - 3\gamma) + \cos(15\beta - \gamma) + \cos(39\beta + 3\gamma) \quad (4.19)$$

A força tangencial  $df$  agindo numa pequena área da periferia do rotor é igual ao produto entre a densidade de fluxo e a distribuição de corrente. A integral dessa força tangencial na circunferência da máquina é o torque eletromagnético.

$$T_e = \int_0^{2\pi} B_{sr}(\beta, \epsilon, t) \alpha_r(\beta, t) d\beta \quad (4.20)$$

Como o interesse nesse momento é de obter somente as frequências de pulsação de torque e não suas amplitudes, pode-se trocar  $B_{rs}$  por  $FMM_{rs}$  em (4.20). O resultado dessa integral será:

$$T_e^{útil} \propto \text{sen}(\gamma + \epsilon - \theta) + \text{sen}(3\gamma + 3\epsilon - 3\theta) = \text{sen}(\delta) + \text{sen}(3\delta) \quad (4.21)$$

$$T_e^{puls} \propto \text{sen}(3\gamma + 17\epsilon + \theta) + \text{sen}(\gamma + 15\epsilon + 3\theta) + \text{sen}(-3\gamma + 39\epsilon - 3\theta) \quad (4.22)$$

A equação (4.21) dá a expressão do torque útil da máquina, sendo que  $\delta$  é um ângulo constante. Já (4.22) mostra os torques pulsantes. Considerando que  $\gamma \rightarrow 0$  (baixos valores de frequência de escorregamento), o que implicará que  $\epsilon \cong \theta$ , a expressão do torque pulsante ficará da forma como mostrado em (4.23).

$$T_e^{puls} \propto \text{sen}(18\theta) + \text{sen}(18\theta) + \text{sen}(36\theta) \quad (4.23)$$

Portanto, haverá três componentes de torque pulsante: duas com 18 vezes a frequência do fluxo de estator e uma com 36 vezes o valor dessa frequência. Essas não são as únicas frequências de pulsação de torque, pois com o resultado obtido agora mais a tabela 4.5, é possível prever que existirá três pulsações de torque de 54ºh: 1) 53ºh de plano  $dq$  de

fundamental no estator de sequência negativa; 2) 55<sup>o</sup>h de plano  $dq$  de fundamental no estator de sequência positiva; 3) 57<sup>o</sup>h de plano  $dq$  de 3<sup>o</sup>h no estator de sequência positiva. Como está sendo suposto que a frequência de escorregamento é muito menor que a frequência de alimentação da máquina, basta olhar para as frequências de estator para saber qual é a frequência de pulsação do torque.

Mas, como o conteúdo harmônico de um enrolamento concentrado com passo pleno é infinito (sua função de enrolamento é uma onda quadrada), existem infinitos harmônicos de pulsação de torque, mesmo com a alimentação só contendo fundamental e terceiro harmônico.

Apesar da alimentação conter somente fundamental e terceiro harmônico, outros harmônicos podem ser gerados pela operação do inversor. Como mostrado em [39], o tempo morto do inversor gera uma onda quadrada não desejada no sinal de tensão, o que gera, entre outros, 5<sup>o</sup> e 7<sup>o</sup>h para máquinas trifásicas. Para a máquina de nove fases, além desses dois harmônicos, o 3<sup>o</sup>h causado pelo tempo morto também vai circular. Portanto, para correta operação de um acionamento de nove fases, necessita-se incluir no sistema de controle compensações para esses harmônicos (harmônicos de ordem mais alta terão amplitudes desprezíveis).

No caso específico dessa máquina, o 5<sup>o</sup>h vai gerar torque útil e pulsações de torque, mas o sétimo harmônico não vai gerar nenhum tipo de torque, pois ele é harmônico de sequência zero no rotor. Como já conhecido [35], o número de barras no rotor influencia nos torques existentes na máquina.

### 4.3. Conclusões

Neste capítulo foi possível ver que a máquina de nove fases é, como esperado, mais complexa do que a máquina trifásica, mas a metodologia de estudo desta também serve para a primeira.

Além disso, a partir da análise dos torques pulsantes e médios, é possível trabalhar no projeto da máquina, mudando o número de barras no rotor, para obter um desempenho superior.

## 5. Controle Vetorial

---

Uma vez modelada a máquina, agora é necessário desenvolver seu controle, que será do tipo vetorial. Neste capítulo será mostrado como fica o diagrama de controle para essa máquina, considerando fundamental e terceiro harmônico, e como calcular os ganhos dos controladores. Serão apresentados, também, resultados de simulação utilizando o controle desenvolvido.

---

Como visto no capítulo 3, as equações dinâmicas de tensão da máquina de nove fases são semelhantes às equações da máquina trifásica, portanto, a metodologia para fazer o controle vetorial da primeira será similar à da segunda. Mas, dois pontos serão diferentes: a matriz de transformação - mostrada no capítulo anterior; e a necessidade de controlar a densidade de fluxo de terceiro harmônico.

Como mostrado em [34], existem diversas formas de se fazer o controle vetorial: os controles direto e indireto de fluxo de rotor, controle de fluxo de entreferro e controle de fluxo de estator. As técnicas utilizando fluxo de rotor são as que tem melhor resposta dinâmica [34], então, apesar do objetivo ser controlar o fluxo de entreferro, o fluxo de rotor que será utilizado no controle. O controle indireto não requer estimativa de torque ou fluxo, resultando em uma solução mais simples e robusta, por isso é o mais popular para aplicações industriais e será o utilizado aqui. O diagrama completo do controle utilizado está mostrado na figura 5.1<sup>3</sup>.

Sendo que  $p$  é o operador de Laplace, as indutâncias  $L_r$  e  $L_s$  são:

$$L_r^{xh} = L_{lr}^{xh} + L_m^{xh} \quad (5.1)$$

$$L_s^{xh} = L_{ls}^{xh} + L_m^{xh} \quad (5.2)$$

e os ganhos  $k$  e  $k^{3h}$  são iguais a:

---

<sup>3</sup> Nessa parte duas convenções são utilizadas para facilitar a notação: se não houver sobrescrito indicando se a grandeza é de fundamental ou de 3<sup>o</sup>h, ela será de fundamental; e se não houver subscrito indicando se a grandeza é de estator ou rotor, ela será de estator.

$$k = \frac{(L_m^2 - L_s L_r) p - L_s R_r}{L_r p + R_r} \quad (5.3)$$

$$k^{3h} = \frac{(L_m^{3h^2} - L_s^{3h} L_r^{3h}) p - L_s^{3h} R_r^{3h}}{L_r^{3h} p + R_r^{3h}} \quad (5.4)$$

As frequências de escorregamento para esse tipo de controle são calculadas através da equação (5.5).

$$s\omega_e^{xh^*} = \frac{i_q^{xh^*} L_m^{xh}}{\tau_r^{xh} \lambda_r^{xh}} \quad (5.5)$$

Onde  $x$  pode representar fundamental ou 3ºh. Para haver máximo aproveitamento do 3ºh, é necessário garantir a sincronia entre as densidades de fluxo de entreferro de fundamental e de 3ºh. Isso é garantido ao fazer com que o escorregamento do terceiro harmônico seja igual ao de fundamental [26], ou seja:

$$s\omega_e^{3h^*} = 3 \cdot s\omega_e^{1h^*} \quad (5.6)$$

Então,  $i_q^{3h^*}$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{i_q^{3h^*} L_m^{3h}}{\tau_r^{3h} \lambda_r^{3h}} &= \frac{3 \cdot i_q^{1h^*} L_m^{1h}}{\tau_r^{1h} \lambda_r^{1h}} \rightarrow \\ i_q^{3h^*} &= \frac{3 \cdot i_q^{1h^*} L_m^{1h} \tau_r^{3h} \lambda_r^{3h}}{L_m^{3h} \tau_r^{1h} \lambda_r^{1h}} \end{aligned} \quad (5.7)$$

O próximo passo é calcular os ganhos dos controladores. A frequência de chaveamento será definida em 5kHz. A redução de frequência para as malhas mais externas será por um fator de 10. Logo, a frequência das malhas de correntes será de 500Hz (3141,6rad/s), da malha de velocidade será de 50Hz (314,16rad/s) e da malha de posição será de 5Hz (31,416rad/s). Os ganhos das malhas de posição e de velocidade serão obtidos pelo método de rigidez dinâmica. Considerando que o ganho da malha de corrente de eixo  $q$  de fundamental tenha sido corretamente calculado, essa malha dará respostas instantâneas, visto pela malha de velocidade. Então, o diagrama de controle da malha de velocidade será como mostrado na figura 5.2.

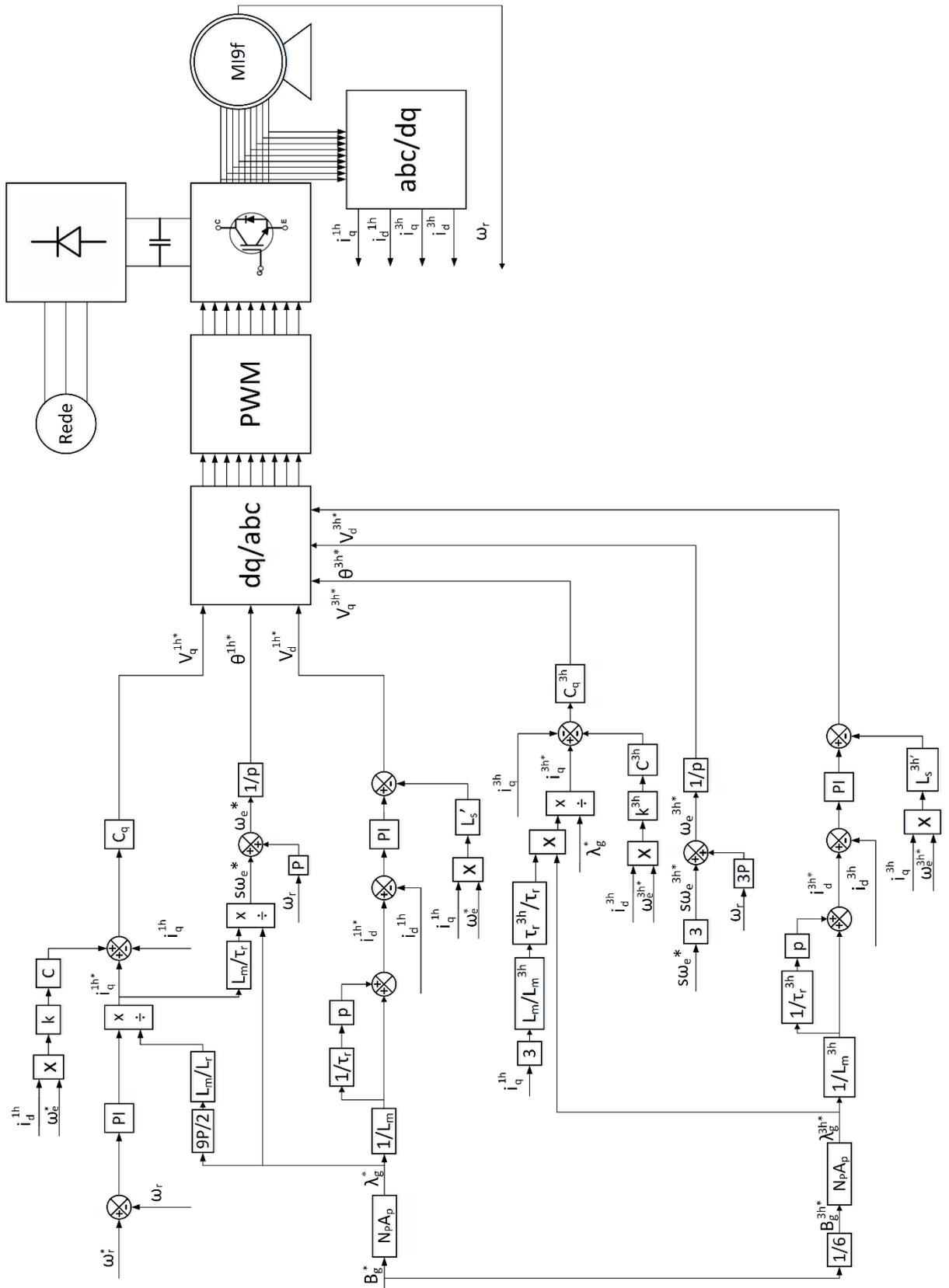


FIGURA 5.1: DIAGRAMA DE CONTROLE PARA MÁQUINA DE NOVE FASES.

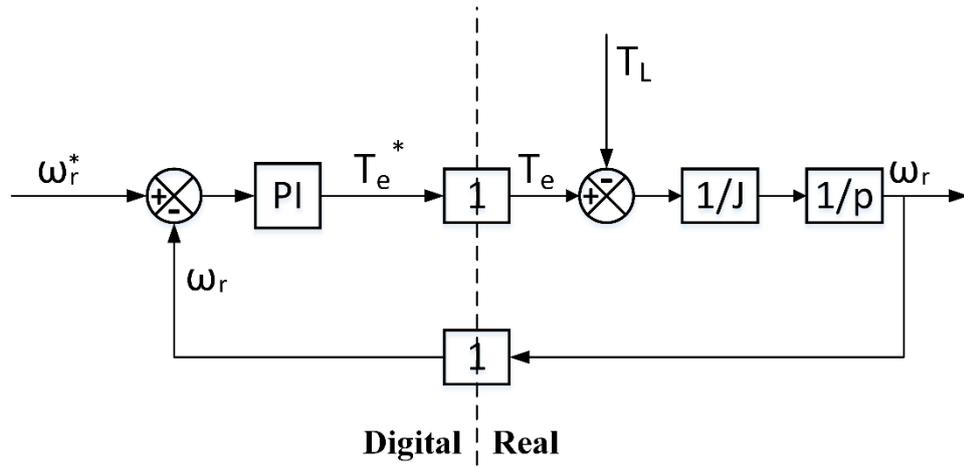


FIGURA 5.2: MALHA DE VELOCIDADE.

Onde,  $\omega_r^*$  e  $\omega_r$  são a velocidade desejada e a velocidade medida, respectivamente,  $T_e^*$  é o torque comandado,  $T_e$  é o torque aplicado e  $T_L$  é o torque de perturbação.  $J$  é o momento de inércia do conjunto motor-carga, sendo que o valor do momento de inércia somente do motor é de  $0,01798 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  para o protótipo de nove fases. O controlador PI tem a seguinte expressão:

$$PI = k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{p} \quad (5.8)$$

A rigidez dinâmica expressa o quanto a saída é imune à perturbação. Então, o objetivo é encontrar uma expressão para a razão  $T_L/\omega_r$ . Da figura 5.2:

$$\begin{aligned} \omega_r &= -\frac{\omega_r}{pJ} \left( k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{p} \right) - \frac{T_L}{pJ} \rightarrow \\ \frac{T_L}{\omega_r} &= -\left( pJ + k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{p} \right) \end{aligned} \quad (5.9)$$

A figura 5.3 mostra o comportamento assintótico do módulo da equação (5.9) versus frequência. A figura mostra que, para regiões de baixa de frequência, quem domina a expressão de rigidez é o ganho integral. Para frequências intermediárias, o ganho proporcional será o maior responsável por conter os torques de perturbação. E,

finalmente, para altas frequências, a própria inércia do conjunto máquina-carga se encarrega de limitar o efeito de possíveis torques de perturbação.

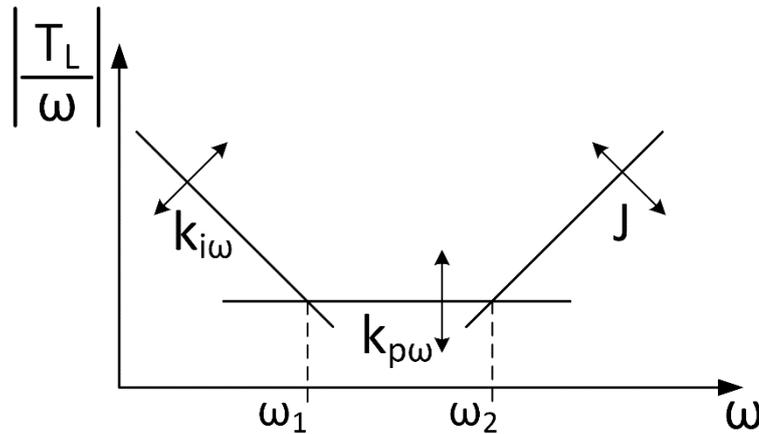


FIGURA 5.3: COMPORTAMENTO ASSINTÓTICO DA CURVA DE RIGIDEZ DINÂMICA.

As frequências  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , marcadas na figura 5.3, são os pontos de interseção das curvas. Como os valores desejados para essas frequências são conhecidos,  $\omega_2 = 2\pi \cdot 50$  e  $\omega_1 = 2\pi \cdot 5$ , os ganhos são facilmente determinados, pois é só considerar os pontos de interseção das retas.

$$k_{p\omega} = J\omega_2 \quad (5.10)$$

$$k_{i\omega}/\omega_1 = k_{p\omega} \quad (5.11)$$

Logo,  $k_{p\omega} = 5,65$  e  $k_{i\omega} = 177,46$ . A curva de rigidez dinâmica está mostrada na figura 5.4.

Existem quatro malhas de corrente: duas para fundamental e duas para 3ºh. Como as malhas de eixo  $q$  são internas a malhas de controle de velocidade, que possuem um controlador PI, um controlador do tipo P já é suficiente para seu controle. Já as malhas de eixo  $d$  terão controladores PI do mesmo tipo da malha de velocidade. Os ganhos serão calculados para que as malhas tenham ganho igual a um e frequência de corte de 500Hz.

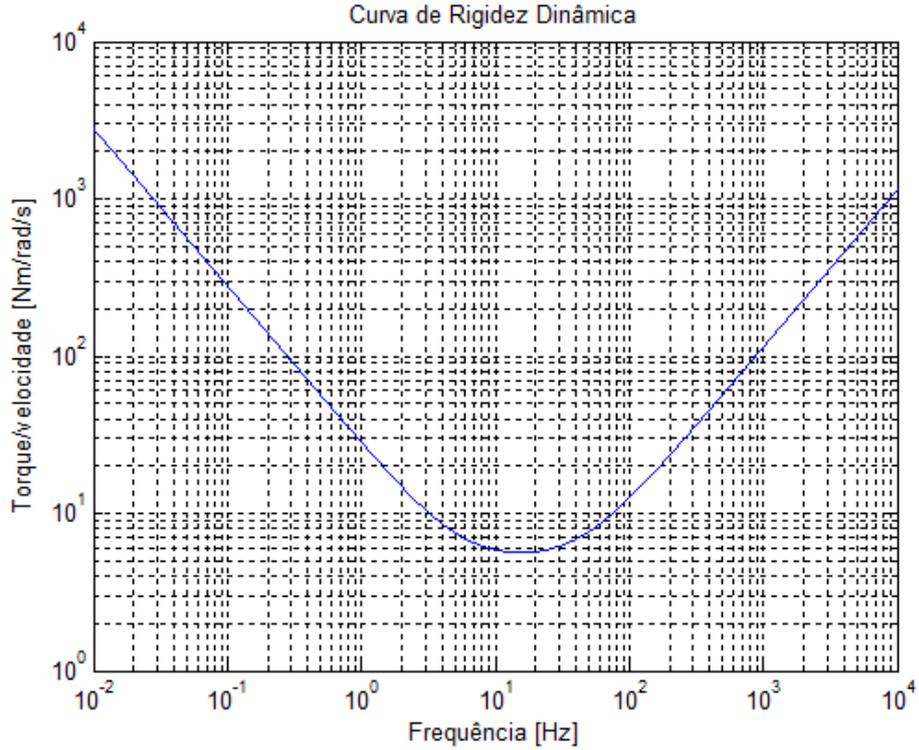


FIGURA 5.4: CURVA DE RIGIDEZ DINÂMICA DA MALHA DE VELOCIDADE.

Considerando que o controle vetorial foi feito corretamente, o que implica em  $\lambda_{qr}^{xh} = 0$ , escrevendo os fluxos concatenados de estator e rotor, e as correntes de rotor em função das correntes de estator, as equações de tensão estão mostradas nas equações (5.12) e (5.13).

$$v_{ds}^{1h} = r_s^{1h} i_{ds}^{1h} + L_s^{1h} p i_{ds}^{1h} - (L_m^{1h})^2 p \frac{i_{ds}^{1h}}{L_r^{1h} + \frac{r_r^{1h}}{p}} - \omega_e^{1h} L_s^{1h'} i_{qs} \quad (5.12)$$

$$v_{qs}^{1h} = r_s^{1h} i_{qs}^{1h} + L_s^{1h'} p i_{qs}^{1h} + \omega_e^{1h} L_s^{1h} i_{ds}^{1h} - \omega_e^{1h} (L_m^{1h})^2 \cdot \frac{i_{ds}^{1h}}{L_r^{1h} + \frac{r_r^{1h}}{p}} \quad (5.13)$$

Onde,  $L_s^{1h'}$  é a indutância transitória de estator de fundamental, sendo sua expressão:

$$L_s^{1h'} = L_s^{1h} - (L_m^{1h})^2 / L_r^{1h} \quad (5.14)$$

O diagrama de blocos para as malhas de corrente está mostrado na figura 5.5. Variáveis com um acento circunflexo são os valores estimados/calculados para as grandezas. Além do controle realimentado tradicional, existem duas malhas de

desacoplamento de estados, cujo objetivo é eliminar as realimentações cruzadas que aparecem na modelagem da máquina.

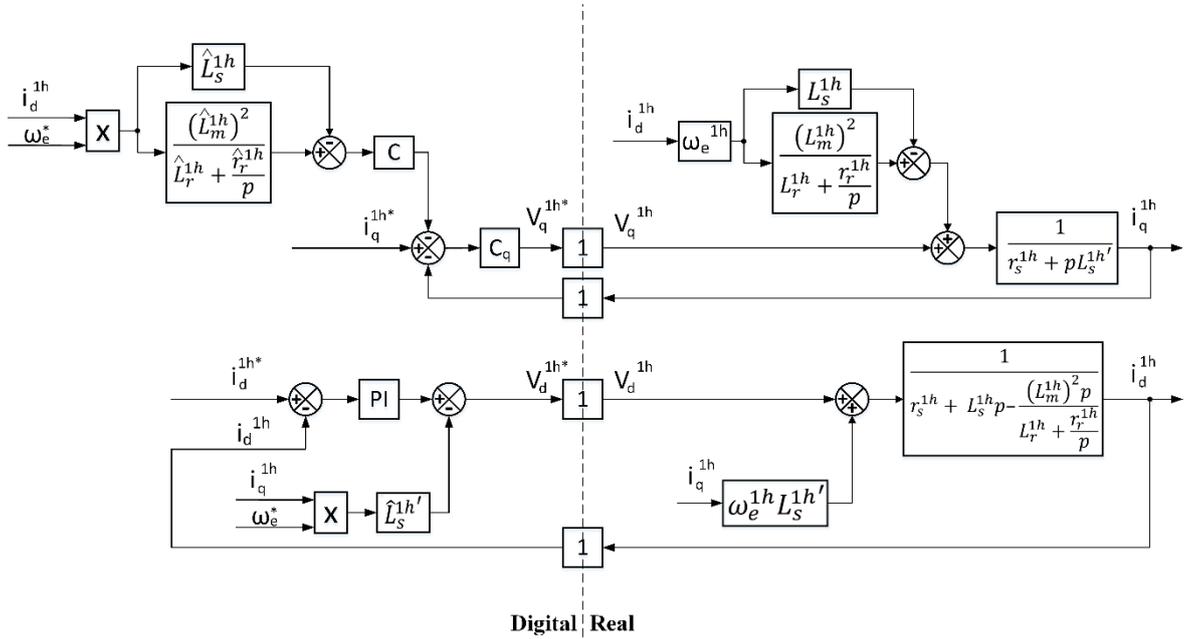


FIGURA 5.5: DIAGRAMA DE CONTROLE DAS MALHAS DE CORRENTE.

Considerando que a estimação dos parâmetros seja perfeita, o ganho  $C$  deve ser igual ao inverso de  $C_q$  para que a eliminação dos termos cruzados na malha do eixo  $q$  aconteça. Com essas eliminações, as novas malhas de corrente estão mostradas na figura 5.6.

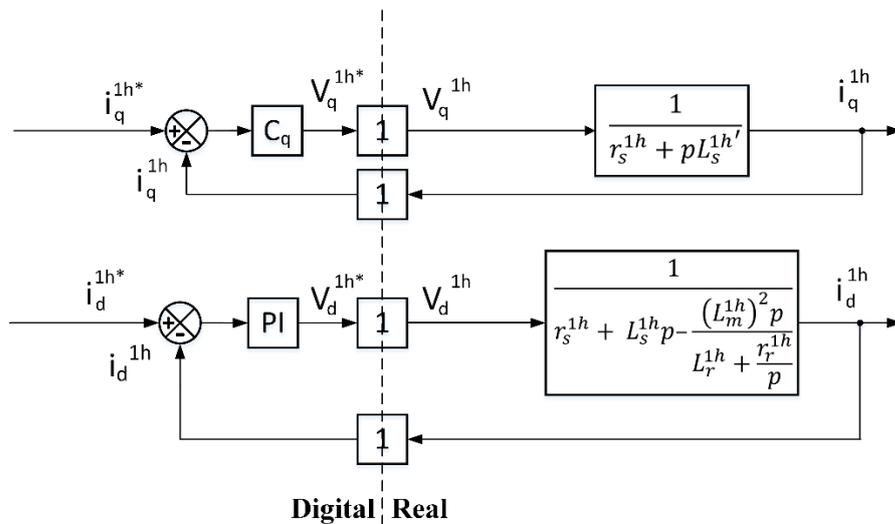


FIGURA 5.6: MALHAS DE CORRENTE SIMPLIFICADAS.

Para o terceiro harmônico o diagrama de controle é o mesmo de fundamental, só mudam os valores desejados e dos parâmetros.

Foi usado o *SISOTOOL* do *Matlab* para se obter os ganhos dos controladores mostrados na figura 5.6. As figuras 5.7 a 5.10 mostram os diagramas de Bode de malha fechada para as malhas de corrente de eixo *d* e *q*, e para fundamental e terceiro harmônico. Os ganhos dos controladores foram obtidos para que as frequências de corte de todas as malhas fossem em 500Hz. Os valores estão mostrados na tabela 5.1.

TABELA 5.1: GANHOS DOS CONTROLADORES.

	$C_q^{1h}$	$C_q^{3h}$	$k_p^{1h}$	$k_i^{1h}$	$k_p^{3h}$	$k_i^{3h}$
<b>Ganhos teóricos</b>	55	36	55	1100	35	350
<b>Ganhos ajustados</b>	$55*10$	$36*10$	-	-	-	-

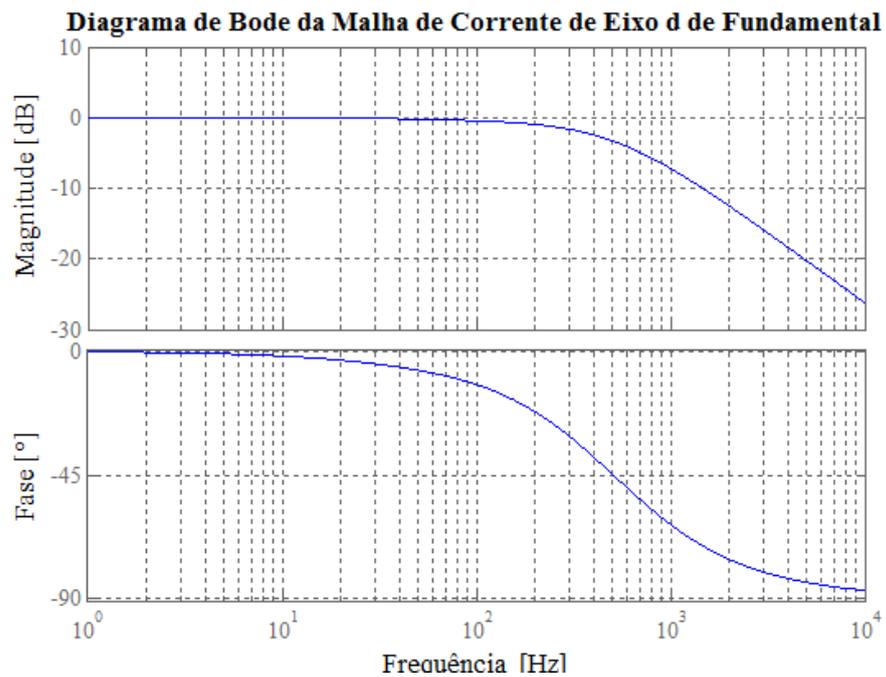
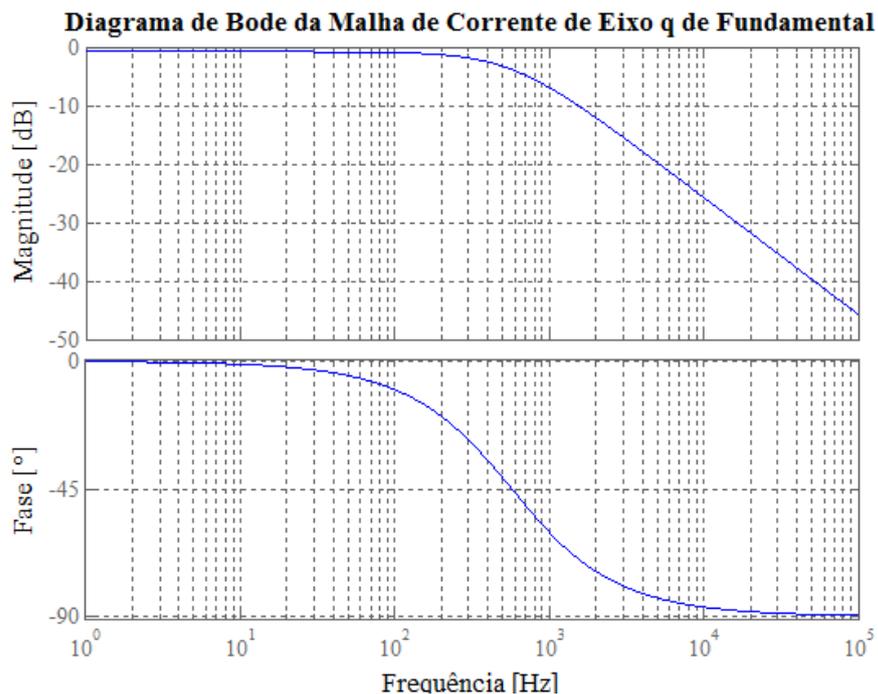
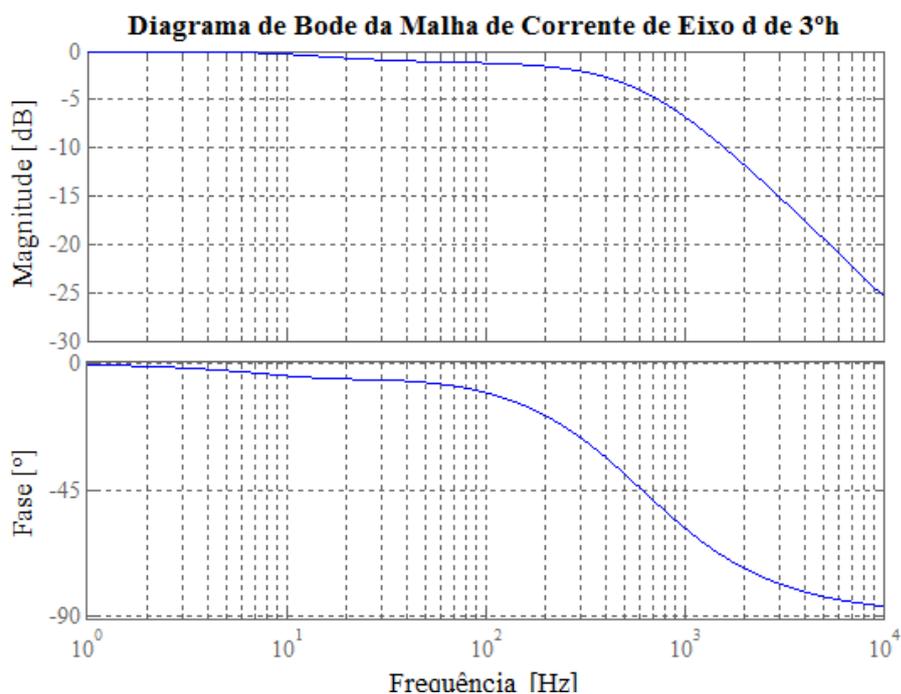


FIGURA 5.7: DIAGRAMA DE BODE DE MALHA FECHADA DA MALHA DE CORRENTE DE EIXO *D* DE FUNDAMENTAL.



**FIGURA 5.8: DIAGRAMA DE BODE DE MALHA FECHADA DA MALHA DE CORRENTE DE EIXO Q DE FUNDAMENTAL.**



**FIGURA 5.9: DIAGRAMA DE BODE DE MALHA FECHADA DA MALHA DE CORRENTE DE EIXO D DE 3<sup>o</sup>H.**

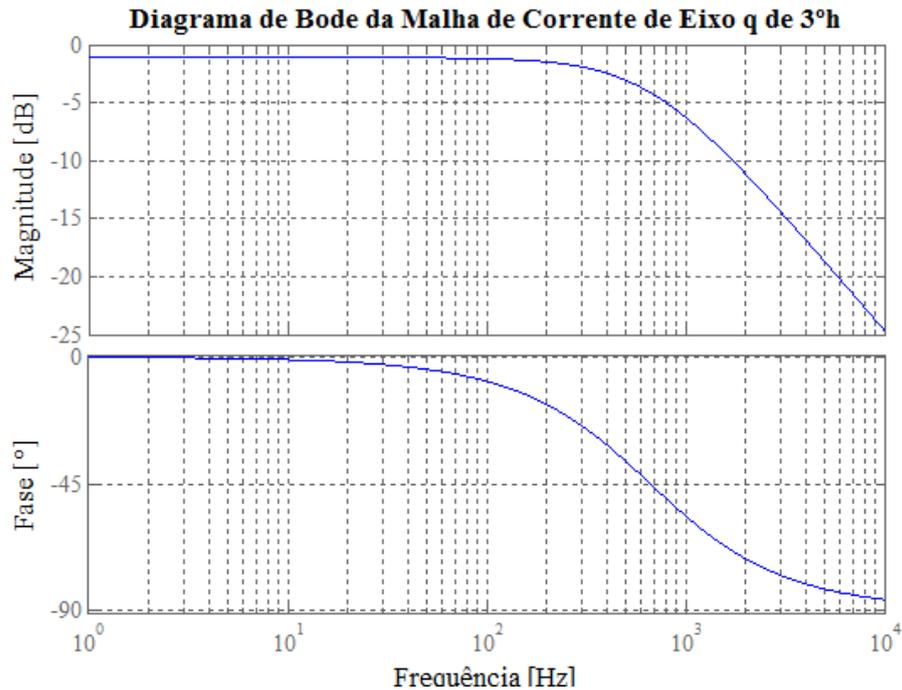


FIGURA 5.10: DIAGRAMA DE BODE DE MALHA FECHADA DA MALHA DE CORRENTE DE EIXO Q DE 3ºH.

A última linha da tabela 5.1 mostra que foi necessário ajustar os ganhos das malhas de eixo  $q$  por um fator de 10, o que pode indicar algum problema na implementação do modelo no *Simulink*. Os ganhos das malhas de eixo  $d$  não foram ajustados.

Com os ganhos calculados, pode-se simular a operação do sistema. Foi implementado o modelo dinâmico desenvolvido no capítulo 3 com o controle concebido neste capítulo no *Simulink/Matlab*. A simulação consiste nos seguintes passos:

- 1)  $0s \leq t \leq 0,6s$ : é aplicada no sistema uma rampa de densidade de fluxo que sai de  $0T$  até o valor nominal.
- 2)  $0,8s \leq t \leq 1,1s$ : nesse intervalo de tempo é comandada uma rampa de velocidade, saindo de  $0 \text{ rpm}$  até  $1800 \text{ rpm}^4$ .
- 3)  $t = 1,4s$ : é aplicado um degrau de  $10Nm$  de carga.
- 4)  $t = 1,7s$ : é aplicado um degrau de  $-20Nm$  de carga.

<sup>4</sup> As simulações foram realizadas para 60Hz devido ao alto tempo de simulação e ao grande uso de memória necessária para simular a operação em 240Hz.

A densidade de fluxo de entreferro à vazio é de 0,4849T. Quando a máquina é alimentada somente com frequência fundamental, esse é o valor limite da densidade de fluxo de entreferro. Quando é injetado terceiro harmônico, o valor comandado de fundamental pode ser multiplicado por  $2/\sqrt{3}$ , como explicado no capítulo 3. Então, o novo valor limite de densidade de fluxo de entreferro de fundamental será de 0,5599T.

A densidade de fluxo de entreferro é calculada da seguinte forma: com a equação (5.15) é calculado o fluxo concatenado de entreferro, em coordenadas girantes.

$$\lambda_{qdg}^{xh} = L_m^{xh} \cdot (i_{qds}^{xh} + i_{qdr}^{xh}) \quad (5.15)$$

A relação entre fluxo concatenado e densidade de fluxo é:

$$\lambda = \frac{N_s}{P} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (5.16)$$

Variáveis com meia seta por cima representam vetores. A área é chamada de área polar:

$$A_p = \frac{\pi DL}{2P} \quad (5.17)$$

Então,

$$B_{qdg} = \frac{L_m^{xh} \cdot (i_{qds}^{xh} + i_{qdr}^{xh}) \cdot 2P}{N\pi DL} \quad (5.18)$$

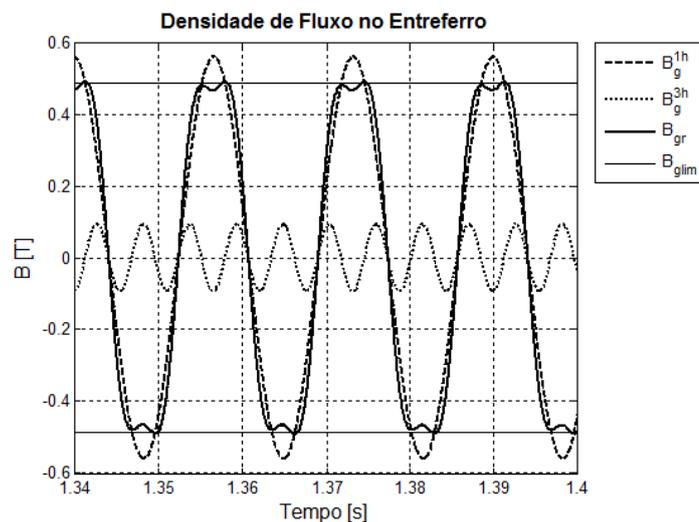
A equação (5.18) mostra como se obtém  $B_g$  no referencial girante. Mas, para se visualizar o efeito do terceiro harmônico na redução do pico de  $B_g$  resultante, é necessário um referencial estacionário. Para fazer essa transformação de coordenadas, basta utilizar a equação (5.19).

$$\vec{B}_g = e^{j\theta} \overrightarrow{B_{qdg}} \quad (5.19)$$

A figura 5.11 mostra a parte real do vetor espacial de densidade de fluxo de entreferro no instante de tempo em que a máquina está sem carga. Onde,  $B_{gr}$  é a densidade de fluxo resultante, e  $B_{glim}$  é o limite da densidade de fluxo de projeto (0,4849T). Pela figura 5.11 é possível ver que a indução magnética resultante tem valor de pico muito próximo ao

valor limite. Além disso, há um pequeno defasamento indesejado entre fundamental e terceiro harmônico, causando uma diferença entre os dois picos da densidade de fluxo resultante. Isso pode estar ocorrendo pelo fluxo controlado ser o de rotor e o fluxo que se deseja controlar é o de entreferro. Quanto menor a razão entre a indutância de dispersão de rotor e a indutância de magnetização, melhor será esse controle.

A figura 5.12 mostra o comportamento das densidades de fluxo em quatro instantes de tempo diferentes (em ordem crescente no tempo):  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  e  $t_4$ . Eles correspondem às condições de aceleração, 1800rpm sem carga, 10Nm de carga e -10Nm de carga, respectivamente. Esses mesmos instantes de tempos serão usados em outras figuras no decorrer desse capítulo. Como já dito, existe um pequeno defasamento indesejado entre fundamental e terceiro harmônico, que produz uma onda resultante que não é simétrica. É interessante notar que quando a máquina opera como gerador, o pico que é um pouco maior inverte de lado.



**FIGURA 5.11: PARTES REAIS DOS VETORES ESPACIAIS DE DENSIDADES DE FLUXO DE ENTREFERRO.**

A figura 5.13 mostra a variação das tensões de fundamental com as variações de carga e comando. A figura 5.14 mostra a tensão de fase  $a_1$  de fundamental, 3ºh e resultante. Pode-se ver que a relação de fase entre fundamental e terceiro harmônico é fixa e  $180^\circ$  defasada com relação à densidade de fluxo.

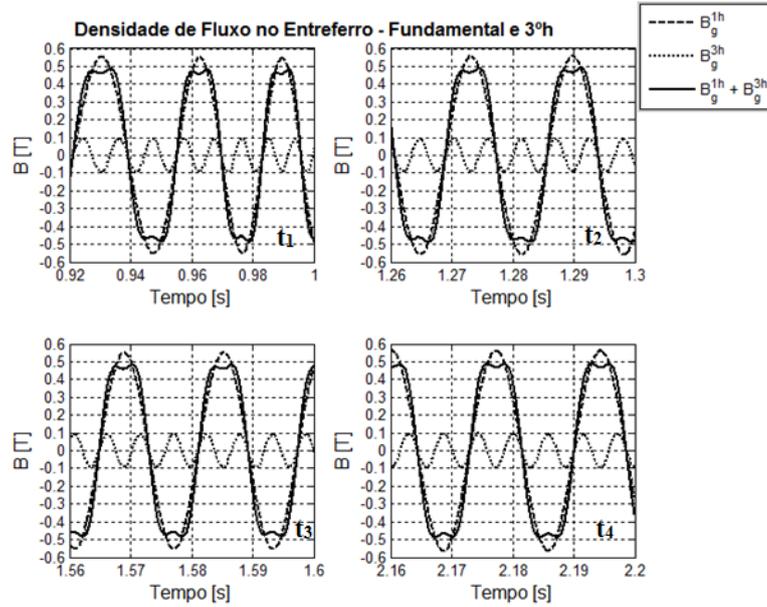


FIGURA 5.12: COMPORTAMENTO DAS DENSIDADES DE FLUXO DURANTE DIVERSAS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO DA MÁQUINA.

Pela Lei de Faraday,

$$\mathcal{E} = -\frac{d\lambda}{dt} \quad (5.20)$$

Supondo que o fluxo seja composto de duas senóides da seguinte forma:

$$\lambda = \lambda_{max}^{1h} \text{sen}(\omega t) + \lambda_{max}^{3h} \text{sen}(3\omega t) \quad (5.21)$$

A tensão induzida terá, então, a seguinte expressão:

$$\mathcal{E} = -\omega[\lambda_{max}^{1h} \text{cos}(\omega t) + 3\lambda_{max}^{3h} \text{cos}(3\omega t)] \quad (5.22)$$

Sendo que cossenóides de fundamental e terceiro harmônico têm picos positivos e negativos em sincronia. Logo, a curva da figura 5.15 faz realmente sentido. Mas, isso representa um problema para o sistema, pois não será possível obter na saída do inversor a mesma tensão de entrada. Logo, a tensão de entrada do inversor terá que ser maior que a tensão nominal da máquina.

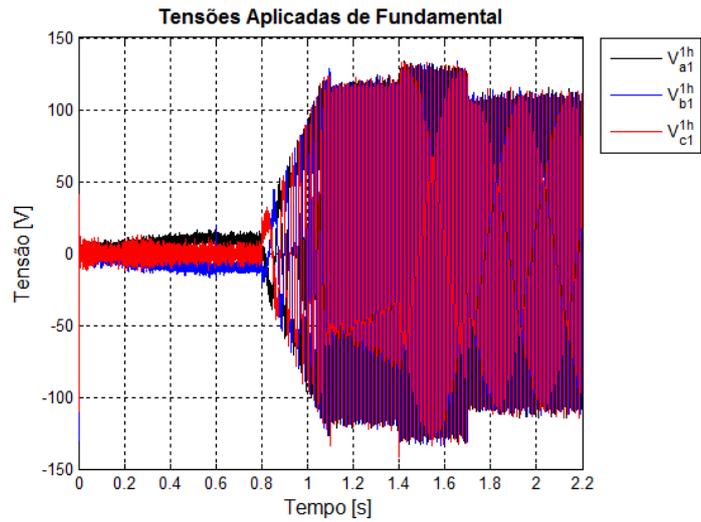


FIGURA 5.13: COMPORTAMENTO DAS TENSÕES APLICADAS COM AS VARIAÇÕES DE COMANDO E CARGA.

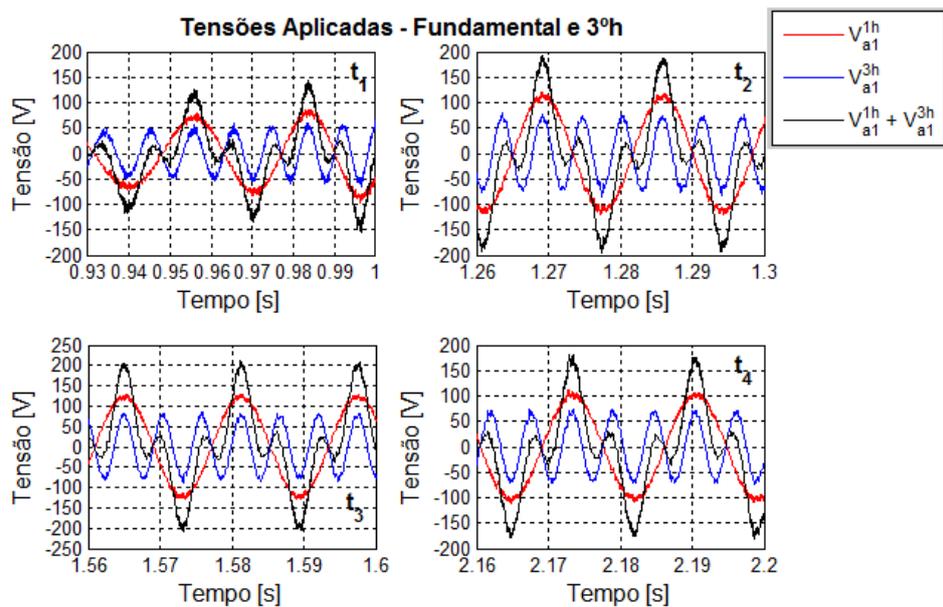


FIGURA 5.14: TENSÕES DE FUNDAMENTAL, 3ºh E RESULTANTE PARA OS QUATRO INSTANTES DE TEMPO DEFINIDOS ANTERIORMENTE.

A figura 5.15 mostra a variação das correntes da fase  $a_1$  com as variações de carga e comando. A figura 5.16 mostra a corrente de fase  $a_1$  de fundamental, 3ºh e resultante. Pode-se ver que a relação de fase entre fundamental e terceiro harmônico varia de acordo com a condição de operação. Isso acontece pela variação do fator de potência causada pela variação do escorregamento. Outra coisa importante de notar é que a amplitude da corrente de terceiro harmônico é pouco maior do que a de fundamental.

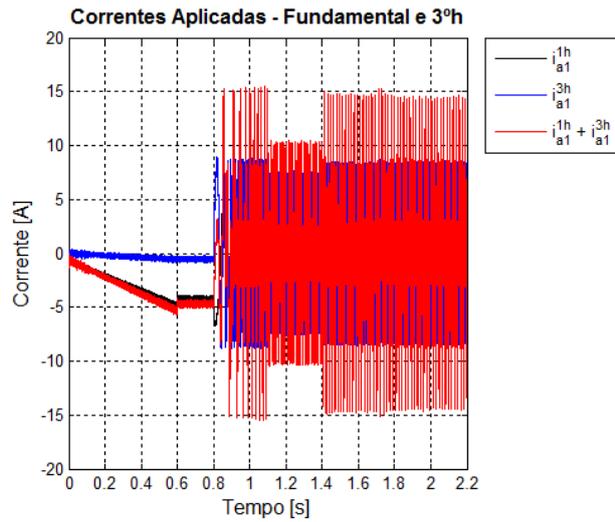


FIGURA 5.15: COMPORTAMENTO DAS CORRENTES DA FASE A<sub>1</sub> COM AS VARIAÇÕES DE COMANDO E CARGA.

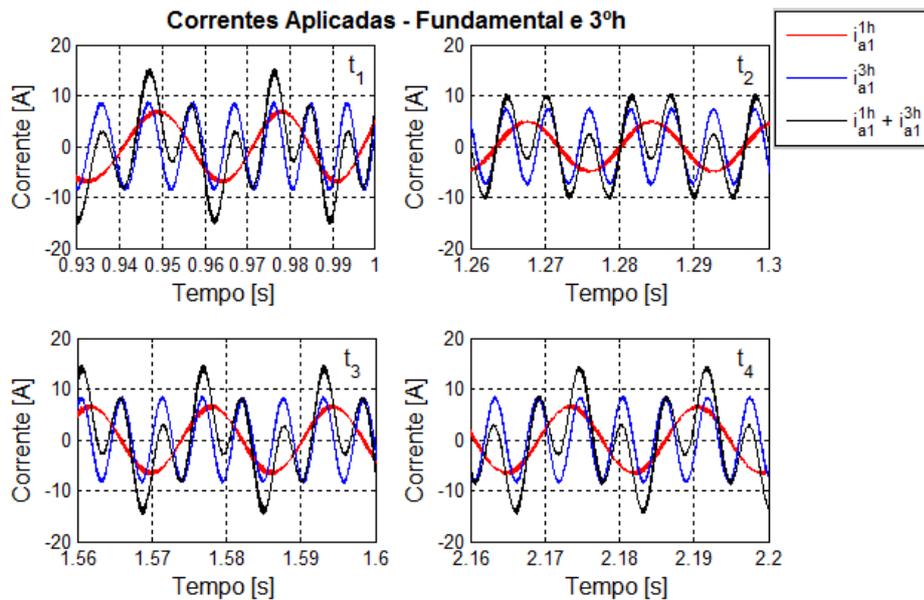


FIGURA 5.16: CORRENTES DE FUNDAMENTAL, 3ºH E RESULTANTE PARA OS QUATRO INSTANTES DE TEMPO DEFINIDOS ANTERIORMENTE.

O cálculo do valor RMS de um sinal que contenha frequências fundamental e terceiro harmônico pode ser feito da seguinte forma:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [f_{max}^{1h} \text{sen}(\omega t) + f_{max}^{3h} \text{sen}(3\omega t)]^2 dt} \quad (5.23)$$

Essa integral pode ser separada em três:

$$integral := \begin{cases} \int_0^{2\pi} \text{sen}^2(\omega t) dt = \pi \\ \int_0^{2\pi} \text{sen}^2(3\omega t) dt = \pi \\ \int_0^{2\pi} 2\text{sen}(\omega t)\text{sen}(3\omega t) dt = 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

Então,

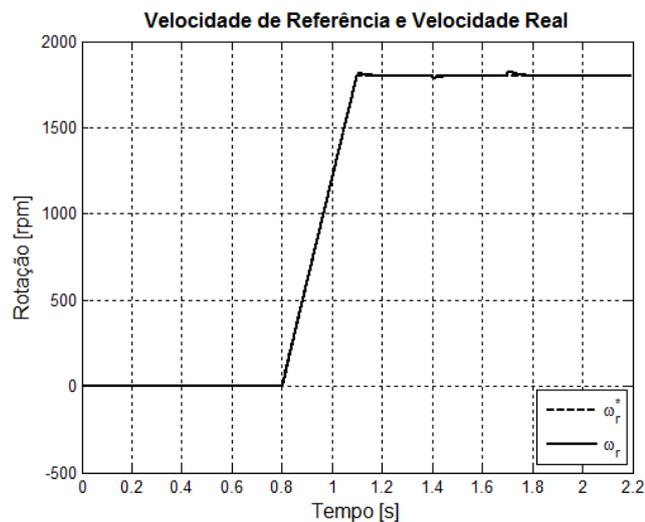
$$RMS = \sqrt{\frac{(f_{max}^{1h})^2 + (f_{max}^{3h})^2}{2}} \quad (5.25)$$

Usando a equação (5.25) foi construída a tabela 5.2, em que são mostrados os valores RMS das correntes para cada instante de tempo da figura 5.16. Pela tabela fica claro que o valor RMS da corrente cresce substancialmente com a injeção do terceiro harmônico.

**TABELA 5.2: VALORES RMS DAS CORRENTES PARA CADA INSTANTE DE TEMPO DA FIGURA 4.22.**

	$i_{a1}^{1h}$ [Arms]	$i_{a1}^{3h}$ [Arms]	$i_{a1}^{1h} + i_{a1}^{3h}$ [Arms]	$(i_{a1}^{1h+3h}/i_{a1}^{1h} - 1)$ [%]
<b>t<sub>1</sub></b>	5,14	6,16	8,02	56,03
<b>t<sub>2</sub></b>	3,56	5,41	6,47	81,74
<b>t<sub>3</sub></b>	4,90	6,03	7,77	58,57
<b>t<sub>4</sub></b>	4,83	6,02	7,71	59,63

A figura 5.17 mostra as curvas de velocidade desejada ( $\omega_r^*$ ) e velocidade ( $\omega_r$ ) versus tempo, já a figura 5.18 mostra o detalhe da influência da variação de carga na velocidade.



**FIGURA 5.17: CURVAS DE VELOCIDADE E VELOCIDADE DESEJADA VERSUS TEMPO.**

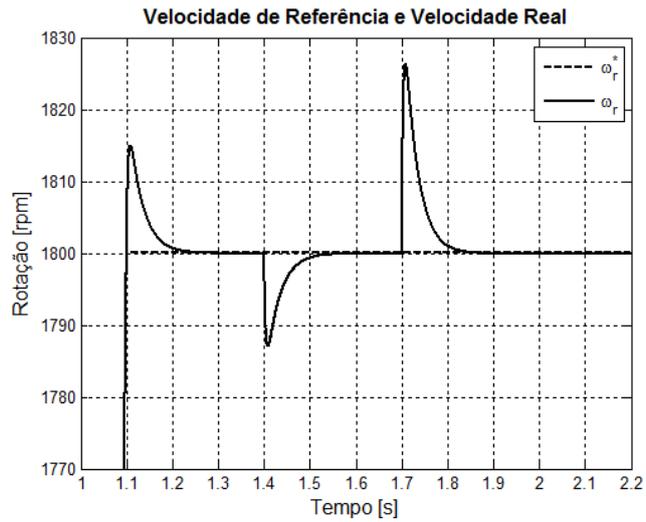


FIGURA 5.18: ZOOM DA FIGURA 4.23 MOSTRANDO A VARIAÇÃO DE VELOCIDADE COM A VARIAÇÃO DE COMANDO DE VELOCIDADE OU TORQUE DE CARGA.

A figura 5.19 mostra o torque eletromagnético e o torque de carga. E a figura 5.20 mostra a contribuição de cada harmônico para o torque resultante. Para 10Nm de carga, o torque de terceiro harmônico corresponde a 9,33% do torque resultante.

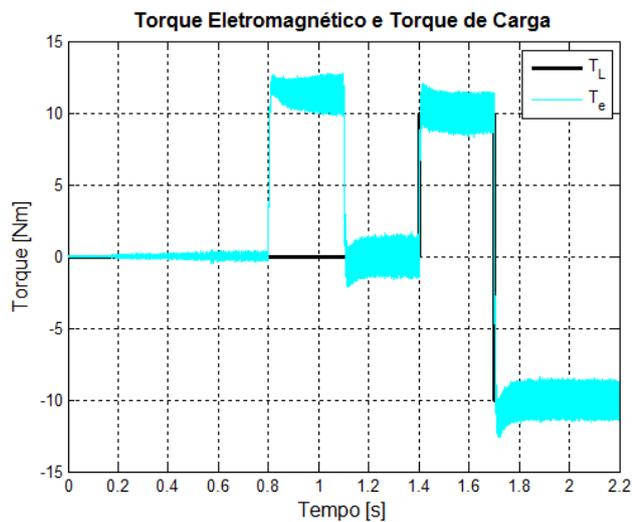


FIGURA 5.19: DEGRAUS DE CARGA E TORQUE ELETROMAGNÉTICO.

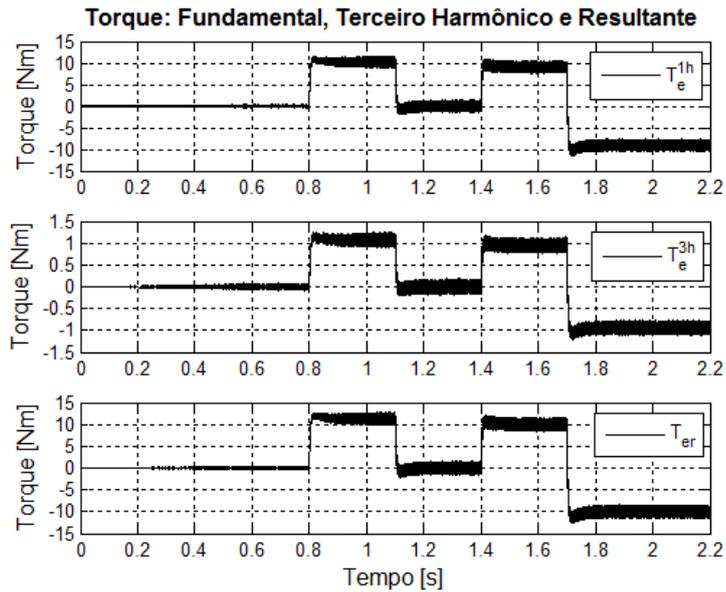


FIGURA 5.20: CONTRIBUIÇÃO DE CADA HARMÔNICO PARA O TORQUE RESULTANTE.

É necessário comparar o quanto a corrente de uma máquina trifásica sobe para dar o mesmo nível de torque.

Para saber se o ganho de torque com 3<sup>o</sup>h é vantajoso ou não, o próximo passo será comparar as perdas na resistência de estator para as máquinas de nove e três fases em duas situações: torque nominal (10Nm) e torque de 24Nm. Para entender melhor o efeito do terceiro harmônico nas perdas da máquina, serão feitas simulações para a máquina de nove fases com alimentação somente com fundamental, sendo que a denominação *fund* indica esse caso.

Como a máquina trifásica tem  $\sqrt{3}$  vezes mais espiras do que a máquina enefásica, a comparação direta entre elas não seria possível. Então, foram calculados novos parâmetros para a máquina de nove fases, considerando o mesmo número de espiras da máquina trifásica – 120 espiras – e ela passa a ser alimentada com uma tensão de fases de 440V (762V de linha). Esses novos parâmetros estão mostrados na tabela 5.3. Para esse último caso, o volume de cobre das duas máquinas é mantido aproximadamente igual: como o número de fases triplica, a área de condutores reduz para um terço do valor na

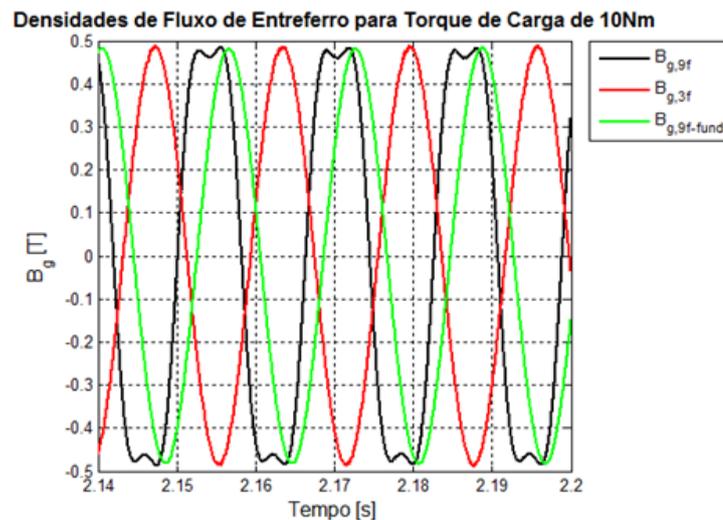
máquina trifásica. O volume não é exatamente igual, pois os enrolamentos na máquina trifásica são distribuídos.

**TABELA 5.3: PARÂMETROS DOS CIRCUITOS EQUIVALENTES DA MÁQUINA DE NOVE FASES COM 120 ESPIRAS POR FASE.**

	$r_s$ [ $\Omega$ ]	$L_{ls}$ [mH]	$L_m$ [mH]	$L_{lr}$ [mH]	$r_r$ [ $\Omega$ ]
<b>Eneafásico – Fundamental</b>	1,749	7,393	147,093	9,130	1,700
<b>Eneafásico – 3ºh</b>	1,749	4,586	16,351	8,582	1,350
<b>Trifásico</b>	1,020	2,403	44,257	2,747	0,476

Nesse caso, os valores das indutâncias da máquina eneafásica são sempre pouco mais de três vezes maiores do que os da máquina trifásica pela distribuição dos enrolamentos na última.

As figuras 5.21, 5.22 e 5.23 mostram as densidades de fluxo, as correntes e as frequências de escorregamento, respectivamente, para 10Nm de carga. As figuras 5.24, 5.25 e 5.26 mostram as mesmas grandezas, mas para 24Nm de carga. A tabela 5.4 resume os resultados e mostra os valores das perdas nos condutores de estator.



**FIGURA 5.21: DENSIDADES DE FLUXO PARA AS MÁQUINAS DE TRÊS E NOVE FASES COM 10NM DE CARGA.**

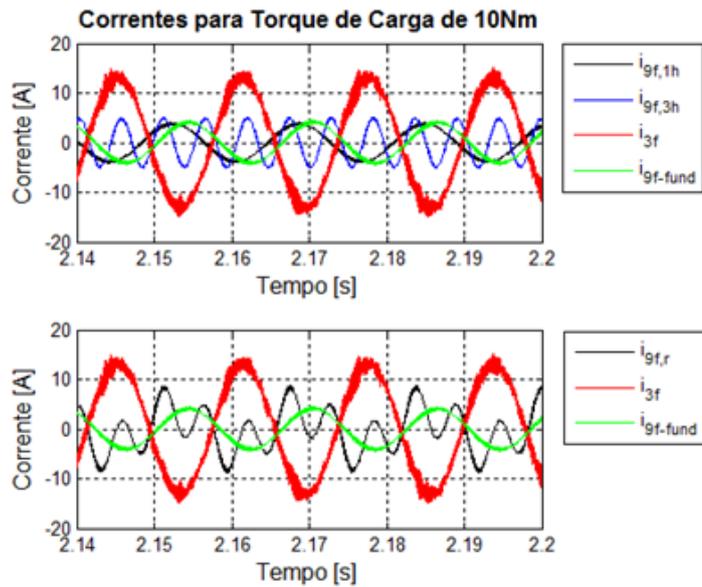


FIGURA 5.22: CORRENTES PARA AS MÁQUINAS DE TRÊS E NOVE FASES COM 10NM DE CARGA.

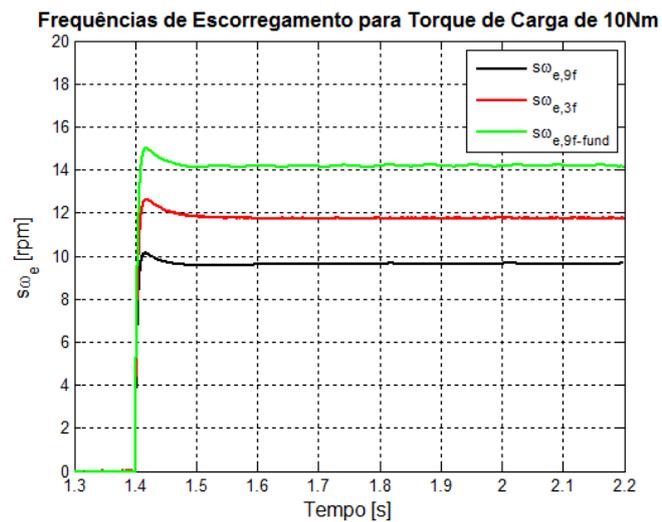


FIGURA 5.23: FREQUÊNCIAS DE ESCORREGAMENTO PARA AS MÁQUINAS DE 3 E 9 FASES COM 10NM DE CARGA.

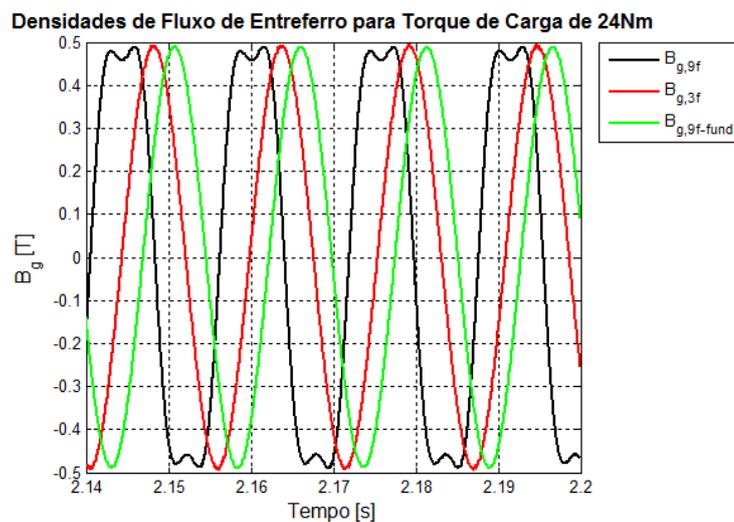


FIGURA 5.24: DENSIDADES DE FLUXO PARA OS MOTORES DE NOVE E TRÊS FASES COM 24NM DE CARGA.

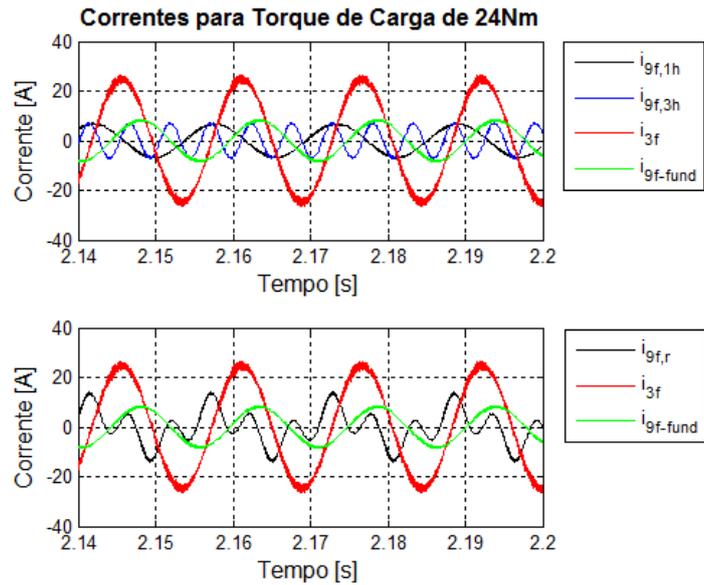


FIGURA 5.25: CORRENTES NAS MÁQUINAS DE TRÊS E NOVE FASES PARA TORQUE DE CARGA DE 24NM.

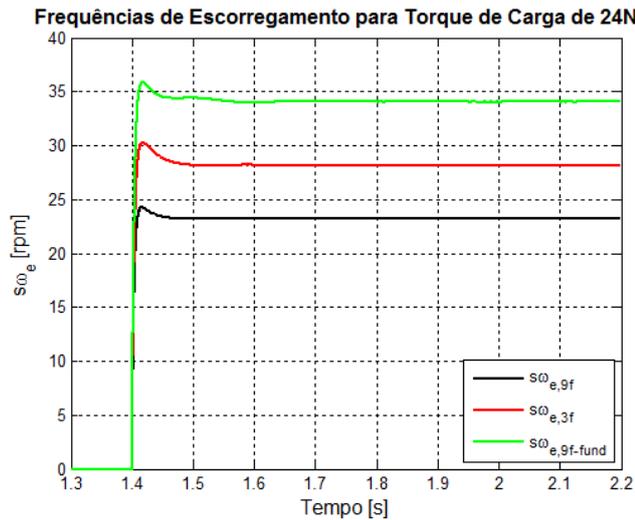


FIGURA 5.26: FREQUÊNCIAS DE ESCORREGAMENTO NAS MÁQUINAS DE TRÊS E NOVE FASES COM TORQUE DE CARGA DE 24NM.

Como pode ser visto nas figuras, as densidades de fluxo foram mantidas constantes e aproximadamente iguais ao valor nominal para os dois casos, então, não há variação nas perdas magnéticas, algo que os modelos desenvolvidos aqui não são capazes de contabilizar. A frequência de escorregamento é sempre menor para o motor de nove fases com injeção de terceiro harmônico, o que indica o ganho de torque da máquina com relação aos outros dois casos. O motor de nove fases, sem injeção do harmônico de corrente, tem sempre a maior frequência de escorregamento, isso indica que o

desempenho dessa máquina com alimentação puramente de fundamental é um pouco pior do que da máquina trifásica.

As perdas são calculadas usando as seguintes equações:

$$W_{perdas,3f} = 3 \cdot r_{s,3f} i_{3f}^2 \quad (5.26)$$

$$W_{perdas,9f}^{1h} = 9 \cdot r_{s,9f}^{1h} (i_{9f}^{1h})^2 \quad (5.27)$$

$$W_{perdas,9f}^{3h} = 9 \cdot r_{s,9f}^{3h} (i_{9f}^{3h})^2 \quad (5.28)$$

$$W_{perdas,9f}^{1h+3h} = P_{9f}^{1h} + P_{9f}^{3h} \quad (5.29)$$

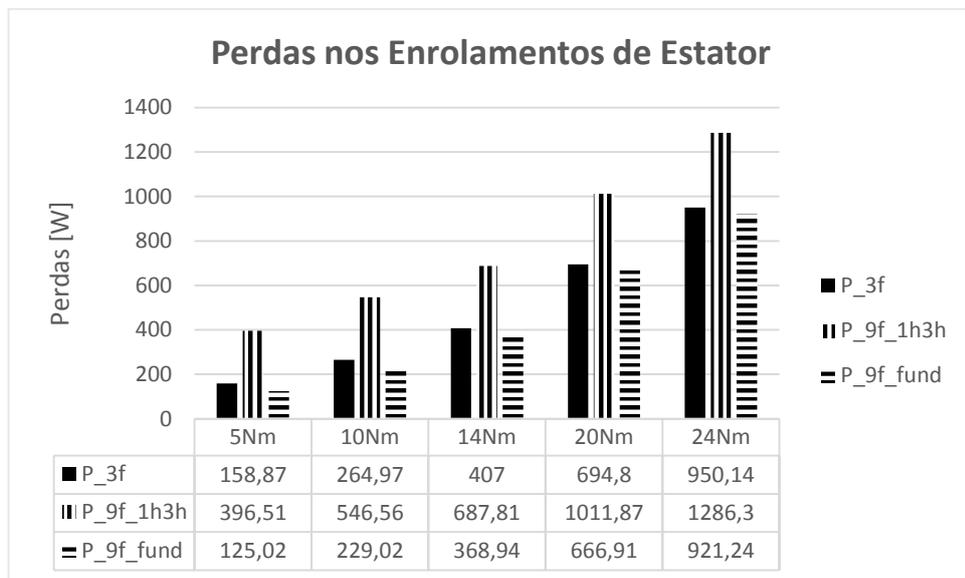
$$W_{perdas,9f}^{fund} = 9 \cdot r_{s,9f}^{1h} (i_{9f}^{fund})^2 \quad (5.30)$$

**TABELA 5.4: CORRENTES E PERDAS JOULICAS NO ESTATOR.**

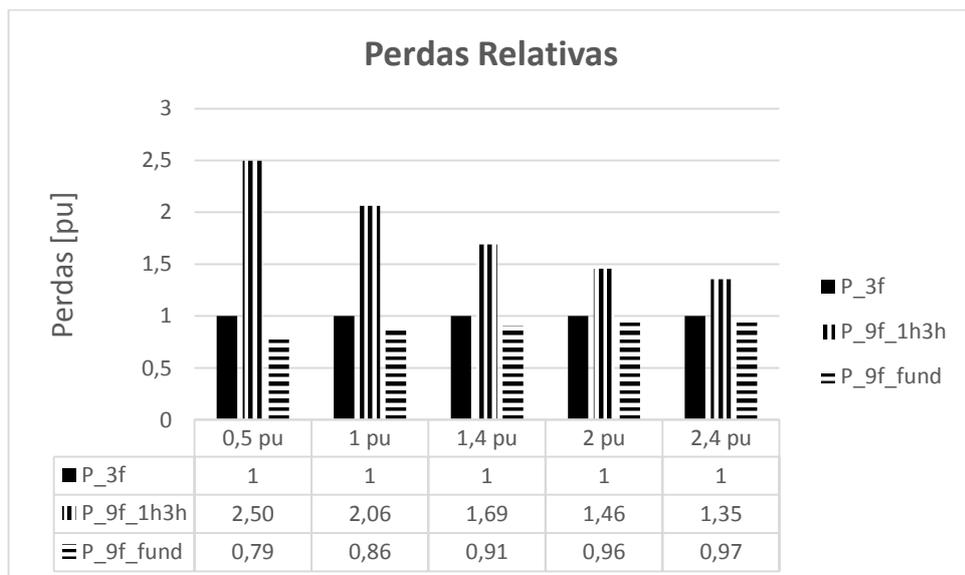
		Valor de pico [A]	Valor rms [A]	Perdas [W]	Nm/A
<b>10Nm</b>	$i_{3f}$	13,16	9,31	264,97	1,07
	$i_{9f}^{1h}$	43,89	2,75	208,17	-
	$i_{9f}^{3h}$	4,96	3,51	338,39	-
	$i_{9f}^{1h+3h}$	-	4,46	546,56	2,24
	$i_{9f}^{fund}$	4,078	2,88	229,02	3,47
<b>24Nm</b>	$i_{3f}$	25,11	17,62	950,14	1,36
	$i_{9f}^{1h}$	6,96	4,78	629,13	-
	$i_{9f}^{3h}$	7,02	4,89	657,17	-
	$i_{9f}^{1h+3h}$	-	6,83	1286,30	3,51
	$i_{9f}^{fund}$	8,44	5,78	921,12	4,15

Pela tabela fica claro que as perdas nos enrolamentos de estator da máquina de nove fases sobem muito com a injeção do terceiro harmônico. As perdas para a máquina trifásica e para a máquina de nove fases, sem terceiro harmônico, não são exatamente iguais pela distribuição do enrolamento da primeira. Isso também é a causa do volume de cobre não ser exatamente o mesmo para os dois casos. A distribuição reduz um pouco o comprimento do enrolamento.

Para entender melhor como funcionam as perdas nas máquinas, foram feitas mais três simulações com outros três valores de torque de carga: 5Nm, 14Nm e 20Nm. Os resultados estão mostrados nas figuras 5.27 e 5.28. A figura 5.27 mostra o valor absoluto de perdas para cada valor de torque. Já a 5.28 mostra o valor em pu de perdas para o torque em pu, sendo que o torque nominal dessas máquinas é de 10Nm. As perdas da máquina trifásica para cada caso simulado são consideradas iguais a 1 pu.



**FIGURA 5.27: PERDAS NOS ENROLAMENTOS DE ESTATOR PARA VÁRIAS CONDIÇÕES DE CARGA.**



**FIGURA 5.28: PERDAS RELATIVAS. O VALOR BASE DE POTÊNCIA DE PERDAS É SEMPRE O CALCULADO PARA O MOTOR TRIFÁSICO.**

Realmente, para todos os casos as perdas do motor de nove fases com injeção de terceiro harmônico são maiores. A redução porcentual da diferença entre as perdas desse caso para os outros dois casos se deve ao maior torque/Ampère da primeira. O valor de perdas é muito alto para baixos torques, pois além de magnetizar a máquina com terceiro harmônico, a fundamental de densidade de fluxo também é maior. Então, com a injeção do terceiro harmônico acontecem os seguintes fenômenos:

- A corrente fundamental de magnetização sobe.
- A corrente fundamental para gerar determinado torque cai.
- A corrente de terceiro harmônico de magnetização é alta, pois a indutância de magnetização é baixa. Outra forma de pensar isso é: gasta-se mais corrente de terceiro harmônico do que de fundamental para gerar determinado pico de densidade de fluxo magnético.

Portanto, a tendência é que o valor de perdas nos enrolamentos de estator sejam sempre mais altos na máquina de nove fases com injeção de terceiro harmônico do que na máquina trifásica. Isso é um ponto contra a utilização do terceiro harmônico, principalmente para baixos valores de torque. O que esses resultados podem indicar é que o melhor uso para o terceiro harmônico seja como um torque adicional transitório, não como uma opção para regime permanente.

Com relação à máquina de nove fases sem injeção de terceiro harmônico, o menor valor de perdas é justificado pelas diferenças entre os valores dos fatores de distribuição e de passo dela e da máquina trifásica. Esses fatores diminuem as indutâncias para além da razão de três, o que implicará no aumento da corrente pelo mesmo fator, ocasionando mais perdas. Caso a máquina trifásica também tivesse enrolamentos concentrados com passo pleno, as perdas seriam iguais:  $W_{perdas,3f} = 3 \cdot R_s \cdot I^2$  e

$$W_{perdas,9f}^{1h} = 9 \cdot (3R_s) \cdot \left(\frac{I}{3}\right)^2, \text{ logo } W_{perdas,3f} = P_{9f}^{1h}.$$

## 5.1. Conclusões

Nesse capítulo foi mostrada mais uma vantagem da máquina de nove fases: menos pulsações de torque do que uma máquina trifásica. Além disso, com a teoria apresentada, é possível escolher o número de barras de rotor para eliminar um valor desejado de frequência de densidade de fluxo de rotor, o que implicará na eliminação de vários harmônicos de pulsação de torque.

Além disso, obteve-se um controle vetorial que faz o correto sincronismo entre fundamental e terceiro harmônico, afim de se alcançar o máximo ganho de torque em todas as condições de operação da máquina. Mas, também foi visto que o uso do terceiro harmônico implica num alto custo na tensão de barramento CC e na corrente de estator.

## 6. Projeto de uma Máquina Eneafásica

---

Nesse capítulo será descrita uma forma de projetar a máquina de nove fases. Serão usados desenhos de chapa de estator e rotor padrões da WEG Motores para esse projeto. O desempenho da máquina será avaliado através de modelos, como o descrito no capítulo 3, e através de simulações no programa de elementos finitos FEMM.

---

A figura 6.1 mostra um exemplo de fluxograma para projeto de um motor elétrico, considerando as características desse trabalho. O processo começa com a escolha do motor desejado: número de fases, número de polos, valores nominais de frequência e de tensão de linha; e valores desejados de potência ativa, fator de potência e rendimento. Esse é um processo iterativo, então, esses três valores desejados podem não ser exatamente obtidos ao final da primeira iteração. O próximo passo é calcular a potência aparente e a corrente de fase ( $i$ ) do motor. Caso o motor seja alimentado com um inversor já existente, como o caso desse trabalho, é necessário sempre atentar para que o valor da potência aparente do motor seja menor ou igual que a potência nominal do inversor. Depois disso, é necessário definir a densidade de fluxo de entreferro, fazer uma suposição do valor da corrente de magnetização ( $i_m$ ) (a suposição inicial será de que  $I_m$  seja igual a 50% do valor da corrente nominal) e definir um valor inicial para a densidade de corrente nos condutores ( $J_c$ ), que não deve passar de  $6A/mm^2$  por questões térmicas [40].

O próximo passo é utilizar as dimensões de estator e rotor para calcular o entreferro efetivo ( $G$ ), o número total de espiras por fase ( $N_s$ ) e a área de condutores por ranhura ( $A_c$ ). É necessário que a área total de condutores por ranhura seja menor ou igual que 45% da área da ranhura para que eles realmente caibam, pois os condutores têm uma camada de verniz para isolamento, que acaba por aumentar sua área, além de existirem regiões da ranhura que não são preenchidas por condutores. Caso esse limite seja

ultrapassado, o primeiro passo seria revisar a densidade de corrente nos condutores e o número de espiras. Se isso ainda não for suficiente, é necessário voltar mais no projeto do motor e corrigir as possíveis inconsistências.

Após isso, o próximo passo é calcular os parâmetros do circuito equivalente da máquina, como mostrado no capítulo 3. Com esses parâmetros, é possível simular a operação da máquina para ver se os dados de placa estão sendo obtidos. Outra forma de se obter o desempenho do motor via simulação é utilizando softwares de elementos finitos, como FEMM, Ansys Maxwell, COMSOL, etc. Se os resultados foram suficientemente próximos dos valores de placa, o projeto finaliza aqui. Senão forem, é necessário repetir o processo.

O inversor de nove fases existente no laboratório é capaz de fornecer até 120kVA de potência aparente para a máquina elétrica. Então, esse será um dos limites de projeto. A frequência nominal de alimentação será de 180Hz e a máquina terá 4 polos, logo a rotação nominal será pouco menor do que 5400rpm. A tensão nominal de operação será de 440V de linha. O fator de potência esperado para essa máquina é baixo, devido ao seu enrolamento ser concentrado com passo pleno, pois as indutâncias de dispersão são mais altas para esse tipo de enrolamento. Então, uma estimativa inicial para seu valor é de 0,7. O rendimento para máquinas desse porte é bem alto, podendo ser feita uma estimativa de 94%.

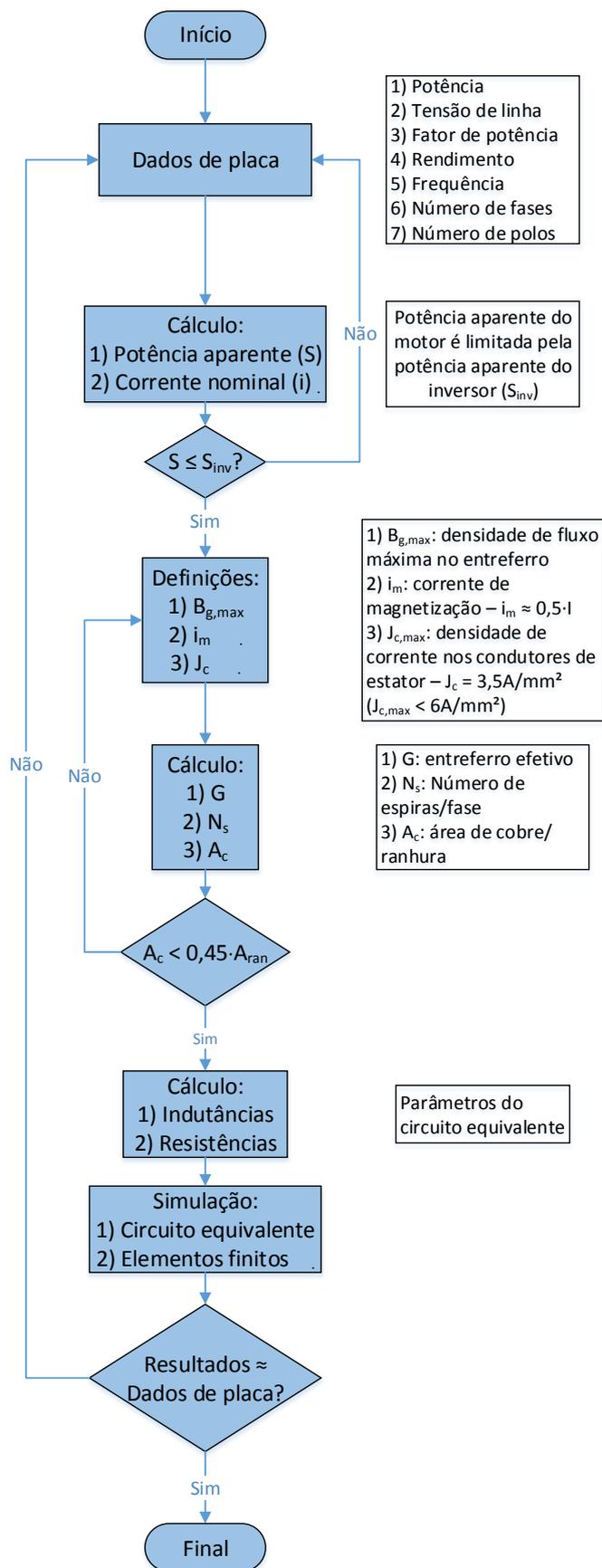


FIGURA 6.1: EXEMPLO DE UMA PROPOSTA DE FLUXOGRAMA PARA O PROJETO DA MÁQUINAS ELÉTRICA DESSE TRABALHO.

Utilizando a metodologia de modelagem descrita no capítulo 3 e utilizando um motor já existente da WEG para o projeto, figura 6.2, foram obtidos parâmetros de três projetos de máquinas de nove fases e um projeto de máquina trifásica para servir de padrão de comparação, valores mostrados na tabela 6.1. A diferença entre os valores dos parâmetros das máquinas de nove fases se deve a uma variação no número de espiras. O primeiro projeto tem 20 espiras/fase, o segundo 18 espiras/fase e o terceiro 16 espiras/fase. Ao reduzir o número de espiras, foi aumentada a área de cobre, mantendo, assim, a ocupação máxima da ranhura.

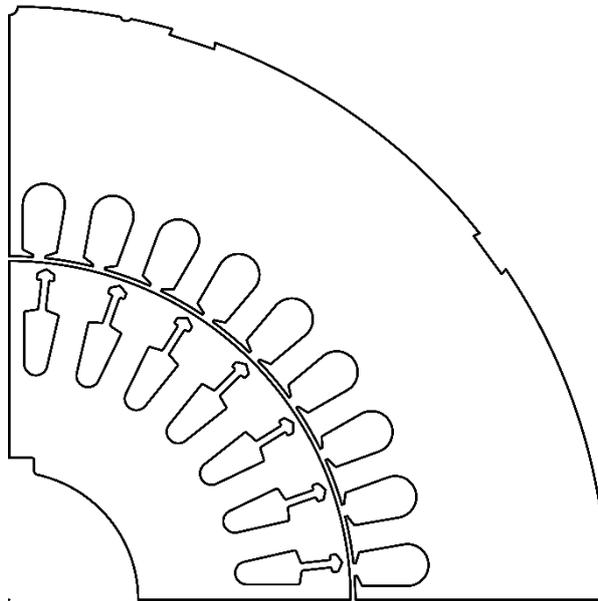


FIGURA 6.2: CHAPA DA WEG UTILIZADA PARA PROJETO DO MOTOR DE NOVE FASES.

O estator da máquina tem 36 ranhuras, então, o enrolamento da máquina trifásica será distribuído em três ranhuras/polo/fase. E ela possui 18 espiras/fase, resultando em 3 espiras/ranhura.

TABELA 6.1: PARÂMETROS DA MÁQUINA FINAL.

	$r_s$ [m $\Omega$ ]	$L_{ls}$ [mH]	$L_m$ [mH]	$L_{lr}$ [mH]	$r_r$ [m $\Omega$ ]
<b>Trifásico</b>	0,822	0,180	2,203	0,342	9,725
<b>Eneafásico 1</b>	2,761	0,732	9,714	1,510	42,870
<b>Eneafásico 2</b>	2,471	0,593	7,868	1,223	34,725
<b>Eneafásico 3</b>	2,193	0,468	6,217	0,966	27,437

A tabela 6.1 mostra algumas dificuldades com relação ao projeto da máquina de nove fases: as indutâncias de dispersão são sempre maiores para ela do que para a máquina trifásica, considerando que o número de espiras por fase é o mesmo. Olhando as equações de indutâncias no capítulo 3, pode-se ver que todas são diretamente proporcionais ao número de fases “ $q$ ”. Além disso, os fatores de passo e de distribuição são menores que um para a máquina trifásica (enrolamento distribuído). Portanto, para um bom projeto de uma máquina de nove fases, é necessário que as chapas de estator e rotor sejam pensadas para produzirem a menor dispersão possível de fluxo magnético.

As figuras 6.3 a 6.5 mostram os resultados de simulação de circuito equivalente para as quatro máquinas da tabela 6.1. Como os circuitos equivalentes dão resultados confiáveis para baixos escorregamentos, as curvas são plotadas para velocidades entre 5000rpm e 5400rpm.

O primeiro ponto a ser notado é que só a máquina de nove fases com 16 espiras/fase teve desempenho superior ao da máquina trifásica. Isso a um custo de maior corrente de magnetização e de maior densidade de fluxo de entreferro. Ambos aumentarão as perdas da máquina. Os resultados das curvas de rendimento não são significativos, mas as perdas no aço não estão sendo contabilizadas nesse modelo, então isso já era esperado.

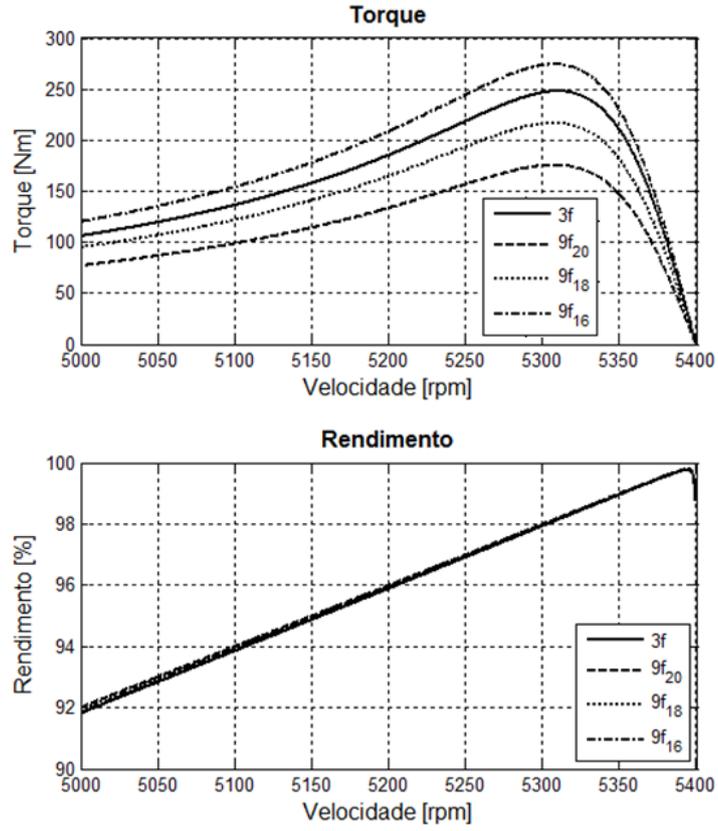


FIGURA 6.3: TORQUE E RENDIMENTO X VELOCIDADE PARA AS QUATRO MÁQUINAS DA TABELA 6.1.

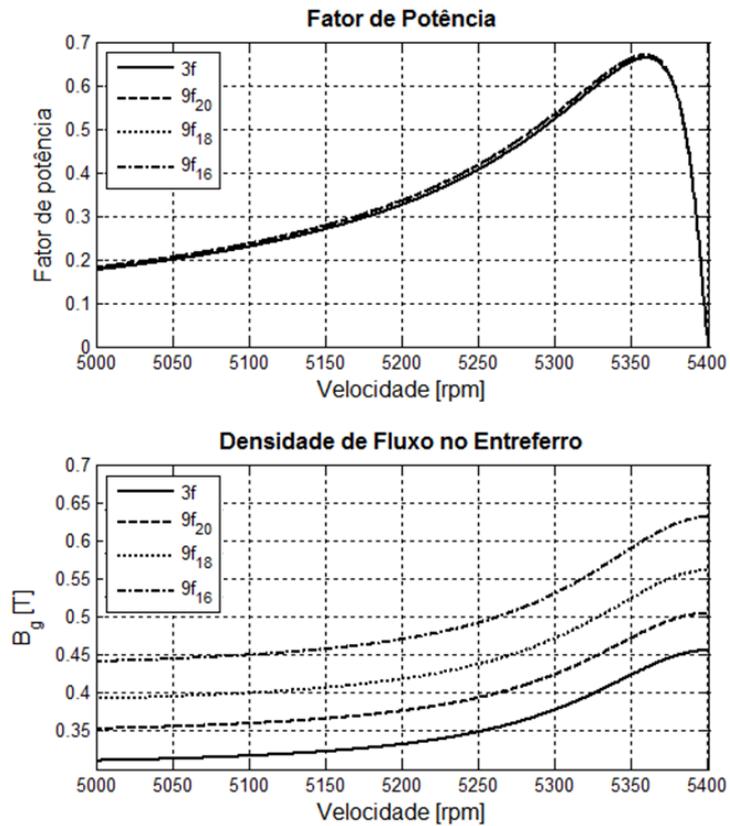


FIGURA 6.4: FATOR DE POTÊNCIA E B<sub>g</sub> X VELOCIDADE PARA AS QUATRO MÁQUINAS DA TABELA 6.1.

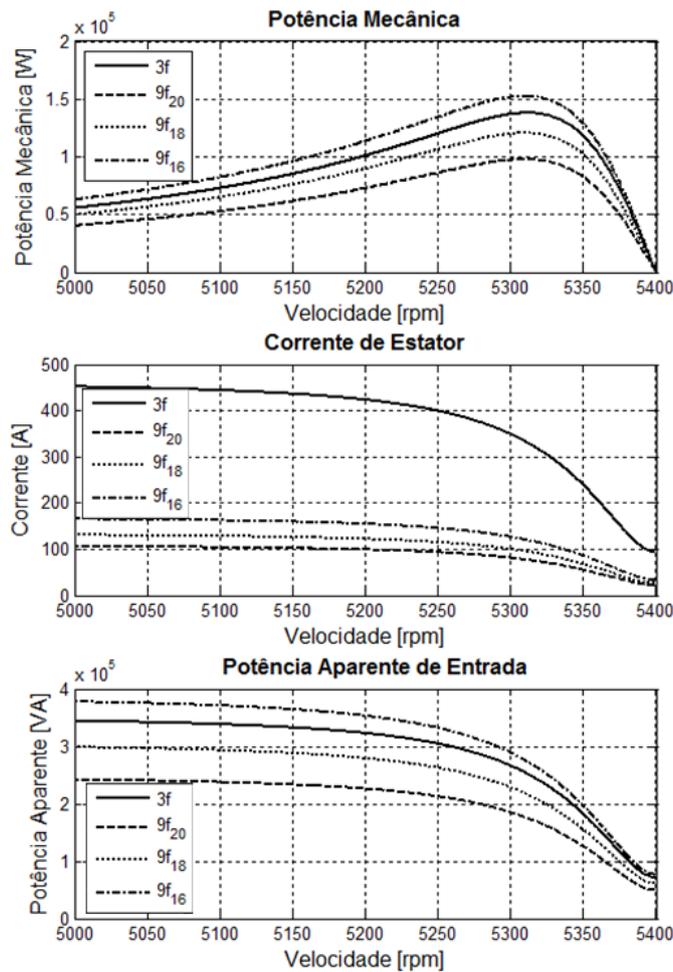


FIGURA 6.5: POTÊNCIA MECÂNICA, APARENTE E CORRENTE DE ESTATOR X VELOCIDADE PARA AS QUATRO MÁQUINAS DA TABELA 6.1.

O ponto nominal será aquele em que, para o rendimento corrigido de 94%, der 120kVA de potência aparente. Isso implica que para um rendimento de 99% o valor da potência aparente deverá ser algo em torno de:

$$S = 120kVA \cdot \frac{94\%}{99\%} = 113,94kVA \quad (6.1)$$

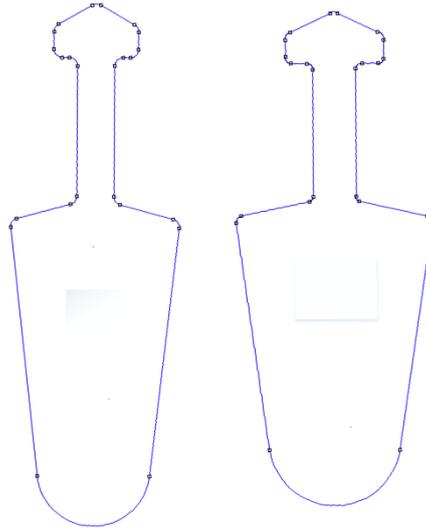
O motor enefásico 2 foi o que teve o maior valor de potência mecânica para a restrição de potência aparente dado pelo inversor: 67,1kW, cuja potência aparente correspondente é de 113,99kVA. Esse valor foi obtido para uma velocidade de 5379rpm, que será o ponto nominal de operação do motor. A tabela 6.2 mostra os valores de cada

uma das grandezas mostradas nas figuras 6.3 a 6.5 nesse ponto de operação, para o motor eneafásico 2.

**TABELA 6.2: PERFORMANCE DO MOTOR DE NOVE FASES 2.**

	<b>Torque [Nm]</b>	<b>FP</b>	<b>B<sub>g</sub> [T]</b>	<b>W<sub>mec</sub> [kW]</b>	<b>I [A]</b>	<b>S [kVA]</b>
<b>9f 2</b>	119,13	0,59	0,62	67,10	49,86	113,99

A performance do motor não é boa, sendo que o fator de potência está muito baixo. A partir desse resultado, resolveu-se mudar a geometria das ranhuras visando a diminuição das indutâncias de dispersão. Pelas equações (3.152), (3.153) e (3.155) pode-se ver que as indutâncias de dispersão de ranhura de estator e de ranhura de rotor são diretamente proporcionais ao comprimento das ranhuras, e inversamente proporcionais à largura das ranhuras. Portanto, foi feita uma rotina no Matlab para avaliar a redução dessas indutâncias de dispersão com a redução do comprimento e aumento da largura das ranhuras de estator e estator. Para que as novas ranhuras tivessem áreas similares às antigas, se o comprimento variasse por um fator, a largura seria variada do inverso desse fator. Após algumas simulações, os menores valores para as indutâncias de dispersão foram obtidos quando as ranhuras de rotor foram encurtadas em 10% e alargadas em 10,7%. A figura 6.6 mostra como ficou a nova ranhura de rotor.



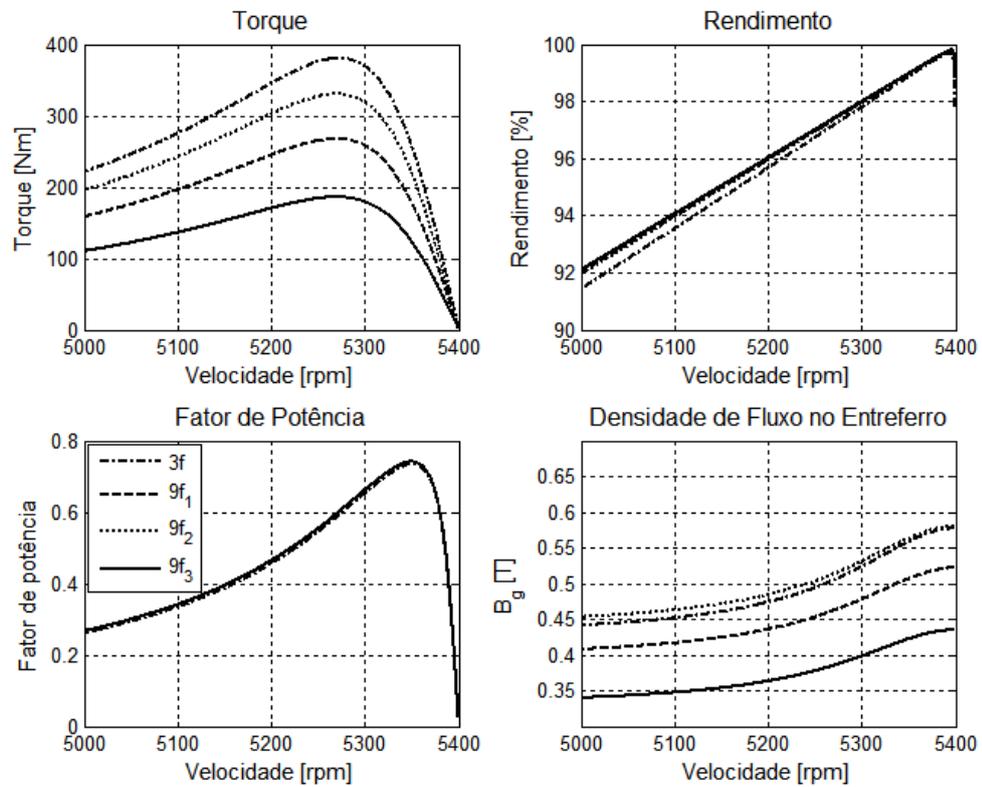
**FIGURA 6.6: RANHURAS DE ROTOR: À ESQUERDA, RANHURA ORIGINAL. À DIREITA, RANHURA MODIFICADA.**

Para essas novas dimensões, foram feitos vários projetos para máquinas trifásicas e enefásicas. O desempenho do melhor projeto para máquina trifásica e de três projetos para máquinas de nove fases estão mostrados nas figuras 6.7 e 6.8. A diferença entre as máquinas enefásicas é o número de espiras por fase:  $9f_1$ ,  $9f_2$ , e  $9f_3$  têm 20, 18 e 24 espiras, respectivamente. A máquina trifásica tem 18 espiras por fase.

O primeiro ponto a ser notado é que o desempenho da máquina trifásica é melhor do que qualquer enefásica, mas, para isso ser verdade, a fonte de potência deve ser capaz de fornecer potência aparente bem superior aos 120kVA do inversor existente. Além disso, com essa limitação da potência aparente da fonte, o ponto nominal obtido será com uma frequência de escorregamento muito baixa, que implicará num baixo fator de potência e numa densidade de fluxo no entreferro bem superior ao valor desejado no projeto.

Para a máquina de nove fases, 24 espiras levam a um desempenho não satisfatório: torque muito menor do que o das outras máquinas. Usando 18 espiras os problemas relatados para a máquina trifásica também vão aparecer, e considerando a limitação de 120kVA, a máquina com 20 espiras trabalha com fator de potência maior, implicando

numa maior potência ativa nominal. Então, esse será o número de espiras escolhido para projeto. A tabela 6.3 mostra os dados dessa máquina na condição nominal desejada.



**FIGURA 6.7: NOVOS PROJETOS PARA MÁQUINA DE NOVE FASES E PARA A MÁQUINA TRIFÁSICA QUE SERVIRÁ DE PADRÃO DE COMPARAÇÃO. CURVAS DE TORQUE, RENDIMENTO, FATOR DE POTÊNCIA E DENSIDADE DE FLUXO NO ENTREFERRO VERSUS VELOCIDADE.**

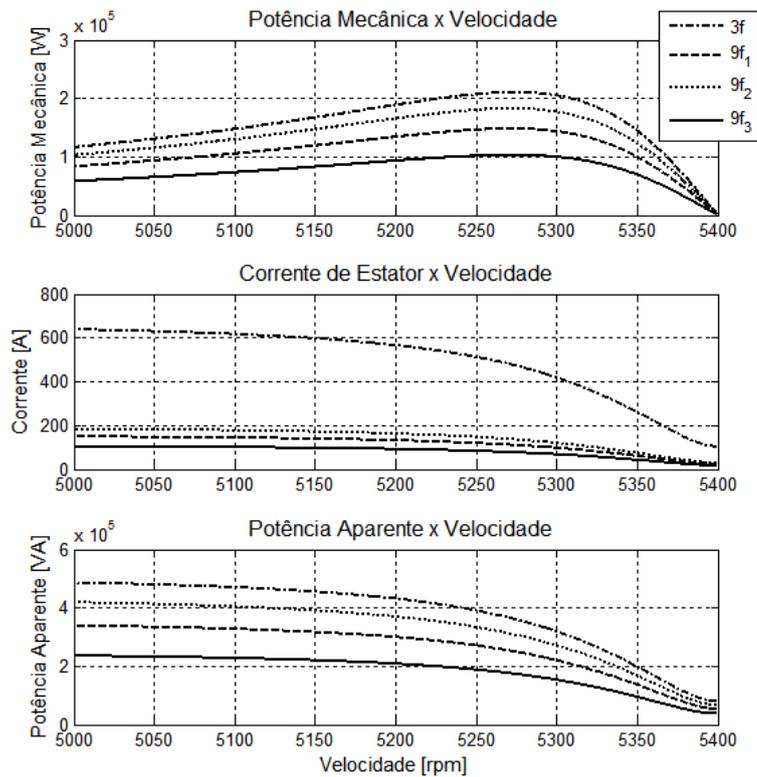


FIGURA 6.8: NOVOS PROJETOS PARA MÁQUINA DE NOVE FASES E PARA A MÁQUINA TRIFÁSICA QUE SERVIRÁ DE PADRÃO DE COMPARAÇÃO. CURVAS DE POTÊNCIA MECÂNICA, CORRENTE E POTÊNCIA APARENTE VERSUS VELOCIDADE.

TABELA 6.3: PERFORMANCE DO MOTOR DE NOVE FASES.

Torque [Nm]	FP	$B_g$ [T]	$W_{mec}$ [kW]	$I$ [A]	S [kVA]	$\omega_r$ [rpm]
145,69	0,7294	0,5126	81,79	49,44	113,03	5361

Comparando os valores das tabelas 6.2 e 6.3 é possível perceber o ganho de desempenho da máquina. Agora, esse projeto será testado no FEMM. O objetivo será ver se com escorregamento e corrente nominais, é obtido o torque nominal. A figura 6.8 mostra o desenho da máquina no FEMM. O material magnético utilizado é um aço fornecido pela APERAM, cuja curva de magnetização foi fornecida pelo fabricante e utilizada no modelo. A resistividade do alumínio utilizada foi o valor de resistividade do alumínio puro: 36,9 MS/m [41]. O valor da resistividade do cobre é o valor *default* dado pelo software. E, apesar de cada espira ser constituída de diversos condutores em paralelo

no motor real, foi considerado aqui que existe somente uma espira cuja área é igual à soma das áreas de todas as espiras em paralelo.

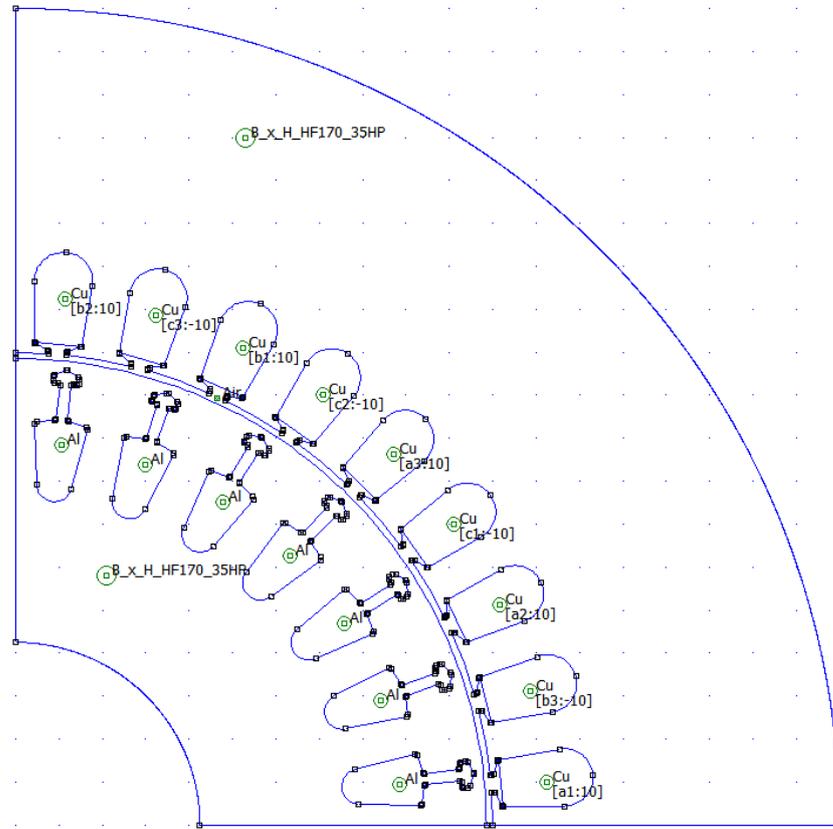
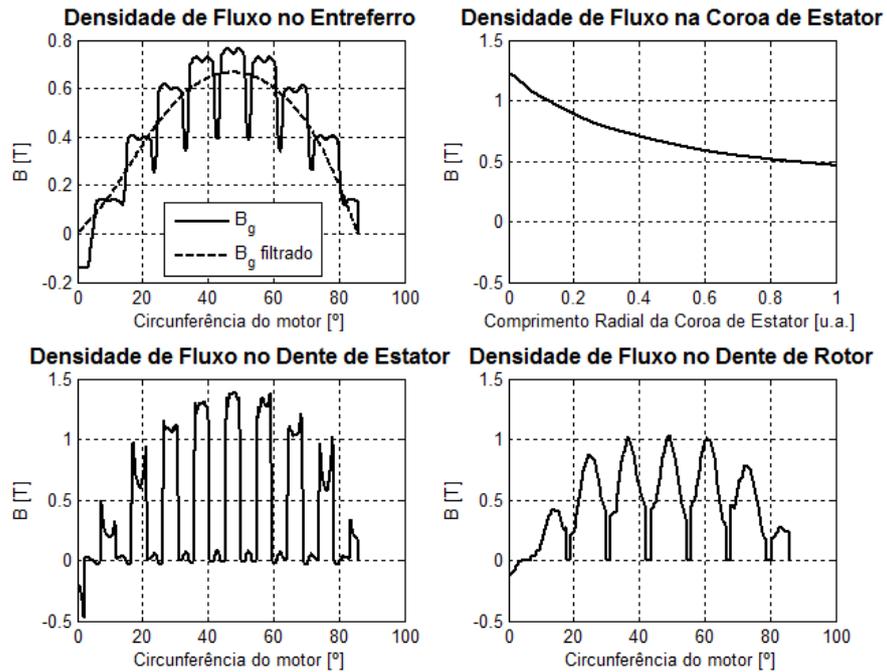


FIGURA 6.9: MODELO DO MOTOR SIMULADO NO FEMM

Com uma frequência de 5361rpm, que corresponde a uma frequência de escorregamento de 0,65Hz, e com uma corrente de 49,44A o torque calculado pelo FEMM foi de 155,92Nm. Esse resultado é 7,02% maior do que o esperado (tabela 6.3).

Foi feita também uma simulação da máquina a vazio com uma corrente de 23,18A dada pelo modelo, figura 6.10. O pico da densidade de fluxo no entreferro calculado pelo FEMM foi maior do que o esperado. É esperado que, com os testes no protótipo de nove fases, essas inconsistências sejam resolvidas.



**FIGURA 6.10: DENSIDADE DE FLUXO NA MÁQUINA A VAZIO.**

## 6.1. Conclusões

Nesse capítulo foi feito o projeto de uma máquina de nove fases. É importante ressaltar o seguinte ponto: os maiores valores das indutâncias de dispersão para a máquina de nove fases, devido ao enrolamento ser do tipo concentrado, o que levou à uma necessidade de mudar o desenho do rotor a fim de reduzir seus valores.

Os valores obtidos para o torque eletromagnético através do modelo e do FEMM foram similares, diferença de 7%. Mas, a densidade de fluxo de entreferro ficou acima do projetado, então, é necessário a realização de testes na máquina de nove fases para poder corrigir os modelos desenvolvidos.

## 7. Conclusão

Com esse trabalho foi possível obter modelos em regime dinâmico e permanente para uma máquina de indução de nove fases. Com eles, foram feitas diversas simulações tanto para entender como essa máquina funciona, quais são algumas de suas vantagens e desvantagens de operação; quanto para entender questões relativas ao seu projeto. As conclusões foram:

- A pulsação de torque tende a ser um problema menor com máquinas com maior número de fases. Mas, é necessária preocupação com os harmônicos das tensões e correntes injetadas, principalmente os harmônicos de baixa frequência (3<sup>º</sup>h, 5<sup>º</sup>h e 7<sup>º</sup>h), pois eles até produzem torque útil, mas com um preço alto em corrente.
- O terceiro harmônico contribui significativamente na produção de torque, mas ele aumenta as perdas do motor, principalmente para baixos valores de torque, região aonde as correntes de magnetização são predominantes. Ele também impossibilita que a tensão de entrada do inversor seja obtida na saída. Portanto, seu uso em regime permanente pode não ser vantajoso.
- Aumento de confiabilidade, variação do número de polos e possibilidade da redução do preço de conversores são as maiores vantagens de uma máquina de nove fases.
  - Existindo uma aplicação em que a injeção de terceiro harmônico seja desnecessária, pode-se desconectar os três neutros dos três sistemas trifásicos internos ao motor, para que seja usada o PWM vetorial tradicional, obtendo, assim, tensão de saída igual a de entrada.

## 8. Trabalhos Futuros

- Como a injeção de terceiro harmônico apresenta problemas importantes, é interessante para o futuro buscar melhorias de projeto da máquina desconsiderando seu uso.
  - Uma vez que não seria mais necessária uma onda de função de enrolamento quadrada, seria interessante ver o desempenho da máquina com enrolamentos distribuídos.
  - Outra opção seria investigar o uso de uma máquina de nove fases assimétrica, sendo essa assimetria inserida para que não haja circulação de terceiro harmônico de corrente sem a conexão do neutro.
- Comparar o desempenho da máquina ao aumentar o número de polos.
- Quantificar o ganho de confiabilidade pelo aumento do número de fases.
- Implementar o controle vetorial desenvolvido aqui para realização de testes experimentais.
- Com relação aos harmônicos de pulsação de torque
  - Calcular suas amplitudes.
  - Uma vez que essa máquina tem frequências de pulsação de torque mais altas, investigar o uso de inversor com onda quadrada, utilizando técnicas de eliminação seletiva de harmônicos e escolhendo o número de barras do rotor, para poder reduzir a frequência de chaveamento do conversor, reduzindo, assim, suas perdas.

## Bibliografia

- [1] R. O. C. Lyra, “Torque Density Improvement in a Six- Phase Induction Motor with Third Harmonic Current Injection,” University of Winsconsin-Madison, 2002.
- [2] H. Kim, K. Shin, S. Englebretson, N. Frank, and W. Arshad, “Analytical model of multiphase permanent magnet synchronous machines for energy and transportation applications,” in *2013 International Electric Machines & Drives Conference*, 2013, pp. 172–179.
- [3] E. E. Ward and H. Härer, “Preliminary investigation of an inverter-fed 5-phase induction motor,” *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 116, no. 6. p. 980, 1969.
- [4] “Preços de Motores elétricos WEG W22.” [Online]. Available: <http://www.acautomacao.com.br/10c8.htm>.
- [5] “Preços de Inversores da WEG.”
- [6] A. Wintrich, U. Nicolai, W. Tursky, and T. Reimann, *Application Manual Power Semiconductors*. Nuremberg, Germany: SEMIKRON International GmbH, 2011.
- [7] J. R. Fu and T. a. Lipo, “Disturbance-free operation of a multiphase current-regulated motor drive with an opened phase,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 30, no. 5, pp. 1267–1274, 1994.
- [8] R. Kianinezhad, B. Nahid-Mobarakeh, L. Baghli, F. Betin, and G. a. Capolino, “Modeling and control of six-phase symmetrical induction machine under fault condition due to open phases,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 5, pp. 1966–1977, 2008.
- [9] E. Vehicle and T. Explained, *Electric Vehicle Technology Explained*, vol. 42. 2003.
- [10] G. H. Rawcliffe and B. C. McDermott, “The theory of third-harmonic and zero-sequence fields,” *Proceedings of the IEE Part C: Monographs*, vol. 103, no. 157. p. 212, 1956.
- [11] M. Osama and T. a. Lipo, “A new inverter control scheme for induction motor drives requiring wide speed range,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 32, no. 4, pp. 938–944, 1996.
- [12] M. Osama and T. a. Lipo, “Modeling and analysis of a wide-speed-range induction motor drivebased on electronic pole changing,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 33, no. 5, pp. 1177–1184, 1997.
- [13] J. W. Kelly, E. G. Strangas, and J. M. Miller, “Control of a continuously operated pole-changing induction machine,” *IEEE Int. Electr. Mach. Drives Conf. 2003. IEMDC’03.*, vol. 1, pp. 211–217, 2003.
- [14] J. Kelly and E. Strangas, “Torque control during pole-changing transition of a 3: 1 pole induction machine,” ... *Mach. Syst. 2007. ICEMS.* ..., pp. 1723–1728, 2007.
- [15] G. . Singh, “Multi-phase induction machine drive research—a survey,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 61, no. 2, pp. 139–147, Mar. 2002.
- [16] E. Levi, R. Bojoi, F. Profumo, H. A. Toliyat, and S. Williamson, “Multiphase

- induction motor drives – a technology status review,” *IET Electr. Power Appl.*, vol. 1, no. 4, p. 489, 2007.
- [17] F. Terrien, “Multiphase induction motor sensorless control for electric ship propulsion,” *Second IEE Int. Conf. Power Electron. Mach. Drives*, vol. 2004, pp. v2-556-v2-556, 2004.
- [18] R. Bucknall and C. Ferreira, “The modelling and real-time simulation of an advanced marine full-electrical propulsion system,” *Power Electron. Mach. ....*, vol. 2004, pp. v2-574-v2-574, 2004.
- [19] C. E. Coates, D. Platt, and V. J. Gosbell, “Performance evaluation of a nine-phase synchronous reluctance drive,” in *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No.01CH37248)*, 2001, vol. 3, no. C, pp. 2041-2047.
- [20] E. Jung, H. Yoo, S. K. Sul, H. S. Choi, and Y. Y. Choi, “A nine-phase permanent-magnet motor drive system for an ultrahigh-speed elevator,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 48, no. 3, pp. 987-995, May 2012.
- [21] A. A. Rockhill and T. A. Lipo, “A simplified model of a nine phase synchronous machine using vector space decomposition,” in *2009 IEEE Power Electronics and Machines in Wind Applications*, 2009, pp. 1-5.
- [22] L. A. Pereira, C. C. Scharlau, L. F. A. Pereira, and J. F. Haffner, “General model of a five-phase induction machine allowing for harmonics in the air gap field,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 21, no. 4, pp. 891-899, Dec. 2006.
- [23] H. a. Toliyat, T. a. Lipo, and J. C. White, “Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications--I: (Motor analysis),” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 6, no. 4, pp. 679-683, 1991.
- [24] T. a. Lipo, “A d-q model for six phase induction machines,” *Int. Conf. Electr. Mach. ICEM*, pp. 860-867, 1980.
- [25] A. S. Abdel-Khalik, M. I. Masoud, S. Ahmed, and A. M. Massoud, “Effect of Current Harmonic Injection on Constant Rotor Volume Multiphase Induction Machine Stators: A Comparative Study,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 48, no. 6, pp. 2002-2013, Nov. 2012.
- [26] M. Mengoni, L. Zarri, A. Tani, L. Parsa, G. Serra, and D. Casadei, “High-Torque-Density Control of Multiphase Induction Motor Drives Operating Over a Wide Speed Range,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, no. 2, pp. 814-825, Feb. 2015.
- [27] D. Casadei, D. Dujic, E. Levi, G. Serra, A. Tani, and L. Zarri, “General Modulation Strategy for Seven-Phase Inverters With Independent Control of Multiple Voltage Space Vectors,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 5, pp. 1921-1932, May 2008.
- [28] E. A. Klingshirn, “High Phase Order Induction Motors - Part I-Description and Theoretical Considerations,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-102, no. 1, pp. 47-53, Jan. 1983.
- [29] T. A. Lipo, “Analysis of Synchronous Machines - ECE 511 Course Notes,” in *University of Winsconsin – Madison*, 1987.
- [30] G. Buja and G. Indri, “Improvement of pulse width modulation techniques,” *Arch. für Elektrotechnik*, vol. 57, no. 5, pp. 281-289, Sep. 1975.
- [31] R. O. C. Lyra and T. a. Lipo, “Torque density improvement in a six-phase

- induction motor with third harmonic current injection,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 38, no. 5, pp. 1351–1360, Sep. 2002.
- [32] H. H. White, D. C .S. and Woodson, *Electromechanical Energy Conversion*. John Wiley & Sons, 1958.
- [33] P. K. Kovács, *Transient Phenomena in Electrical Machines*. Akadémiai Kiadó, 1984.
- [34] T. A. Novotny, D. W. and Lipo, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*. Claredon Press Oxford, 1996.
- [35] P. L. Alger, *Induction Machines. Their Behavior and Uses*. CRC Press, 1995.
- [36] S. Nilsson, J.W. and Riedel, *Electric Circuits*, 8th ed. Prentice Hall.
- [37] Yifan Zhao and T. A. Lipo, “Space vector PWM control of dual three-phase induction machine using vector space decomposition,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 31, no. 5, pp. 1100–1109, 1995.
- [38] W. Leonhard, *Control of Electrical Drives*. Springer-Verlag New York, Inc., 2001.
- [39] M. Jones, D. Dujic, E. Levi, and S. N. Vukosavic, “Dead-time effects in voltage source inverter fed multi-phase AC motor drives and their compensation,” in *2009 13th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2009, p. 10.
- [40] E. S. Hamdi, *Design of small electrical machines*, Illustrate. Wiley, 1994.
- [41] “Properties table of Stainless steel, Metals and other Conductive materials.” [Online]. Available: <http://www.tibtech.com/conductivity.php>.