

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

**COMPARATIVO DE LAJE MACIÇA
NERVURADA E LISA MACIÇA**

AUTOR: WEDER LIMA PINTO
PROF. ORIENTADOR: NEY AMORIM SILVA

2015

Sumário

1	INTRODUÇÃO	3
2	OBJETIVO	4
3	PARAMETROS DO TRABALHO	4
4	DESENVOLVIMENTO	5
4.1	LAJE MACIÇA CONVENCIONAL	5
4.2	LAJE NERVURA.....	5
4.3	LAJE LISA MACIÇA	6
5	CONCLUSÃO	9
6	NORMAS / BIBLIOGRAFIA ADOTADAS	10
7	ANEXO	11

1 INTRODUÇÃO

Na construção civil brasileira nos dias atuais ainda prevalece a utilização do concreto armado nos edifícios residenciais e comerciais, na maioria dos casos lança-se mão de um sistema construtivo que privilegia a utilização de estruturas convencionais formadas por vigas e lajes.

Com a necessidade de vencer vãos maiores ou mesmo um lay out mais flexível em termos de divisórias do pavimento, torna-se mais recomendável técnicas mais específicas como a utilização de lajes nervuradas e/ou lisas maciças.

Segundo a NBR 6118:2003, lajes nervuradas são "lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais é colocado ma material inerte." Esse material inerte tem o peso específico menor que o do concreto e objetiva aumentar a espessura da laje sem contudo aumentar o seu peso próprio.

De acordo com a NBR6118:2003 “Lajes lisas são lajes apoiadas diretamente em pilares sem a necessidade de vigas. Quando na região dos pilares, por motivo de concentrações de esforços, as lajes lisas apresentam umas regiões de reforço, que se denominada capitel, elas ganham o nome de laje cogumelo. A laje lisa pode no entanto, lançando mão de capitéis, fazer uso de nervuras com o mesmo objetivo de diminuir peso próprio aumentando a espessura da laje, com a vantagem de não se utilizar de vigas intermediárias.

Esse trabalho porem não estudará todas essas lajes acima, fazendo apenas uma transição de uma laje convencional, evoluindo para uma laje nervurada, chegando a uma laje lisa.

2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho visa comparar a evolução dos sistemas estruturais, saindo do sistema convencional, com lajes maciças apoiadas sobre vigas; para o sistema com lajes nervuradas apoiadas sobre vigas; finalizando no sistema com lajes lisas maciças apoiadas diretamente em pilares. Para essa análise iremos comparar quantitativos de forma, concreto, aço e material inerte, fazendo uma breve análise econômica de cada sistema apresentado.

Essa análise busca auxiliar o profissional na escolha adequada do sistema construtivo para seu empreendimento.

3 PARAMETROS DO TRABALHO

Para o presente trabalho defini-se a laje da figura-1 para o sistema convencional, a laje da figura-2 como laje nervurada e a figura-3 como laje lisa maciça.

Será utilizado para o dimensionamento o concreto com um $F_{ck}=25\text{MPa}$ e o aço CA50/60.

Será considerado uma sobrecarga comum a todas as lajes de $1,50\text{ kN/m}^2$.

Previsão de alvenaria com uma carga distribuída em todas as lajes de $1,00\text{ kN/m}^2$.

Previsão de revestimento com uma carga distribuída em todas as lajes de $1,00\text{ kN/m}^2$.

Alvenaria de tijolo furado sobre todo o contorno externo, com espessura de $0,20\text{m}$ e altura de $2,80\text{m}$, com peso específico de $1,3\text{ kN/m}^3$.

A altura das lajes foi arbitrada em:

- $h=16\text{cm}$ para laje maciça convencional
- $h=25\text{cm}$ para laje maciça nervurada
- $h=22\text{cm}$ para laje lisa maciça

4 DESENVOLVIMENTO

O cálculo dos esforços e dimensionamento na laje foi feito de forma manual conforme cálculos em anexo.

Para o cálculo dos esforços nas vigas, foi utilizado o programa Ftool, e seu dimensionamento foi feito manualmente.

4.1 LAJE MACIÇA CONVENCIONAL

A análise dos esforços na estrutura convencional de lajes maciças retangulares foi feita a partir das tabelas para cálculo de reação de apoio e de momentos fletores, elaboradas baseadas na teoria da elasticidade aplicada à teoria das grelhas ou quinhão de cargas.

O dimensionamento tanto das lajes quanto das vigas, foi feito manualmente pelo método do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, com as simplificações propostas pelo Prof. José Miranda Tepedino.

4.2 LAJE NERVURA

A análise dos esforços na estrutura com lajes nervurada retangulares apoiadas sobre vigas, foram feitas a partir das tabelas para cálculo de reação de apoio e de momentos fletores, elaboradas baseadas na teoria da elasticidade aplicada à teoria das grelhas ou quinhão de cargas.

O dimensionamento das lajes foi feito manualmente, considerando a nervura como viga T, e das vigas como seção retangular, pelo método do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, com as simplificações propostas pelo Prof. José Miranda Tepedino.

4.3 LAJE LISA MACIÇA

A análise dos esforços na estrutura com lajes lisas maciças retangulares apoiadas sobre pilares foram feitas considerando-se pórticos múltiplos (de vários pisos) em cada direção conforme permitido pela NBR6118-2004, nos casos de apoios dispostos em linhas ortogonais.

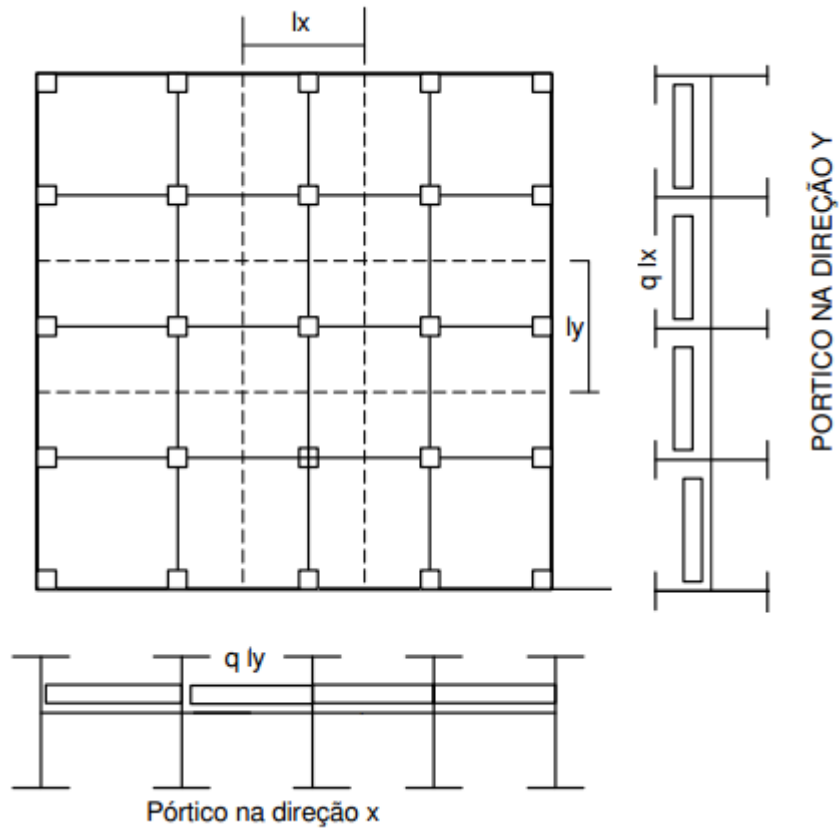
O método considera-se que cada laje esta dividida em faixas nas duas direções ortogonais de vigas formando pórticos com os pilares, considera-se o total da carga.

Para o calculo das inércias a viga do pórtico, será considerada como um faixa de laje da largura da metade da distância entre duas linhas de pilares.

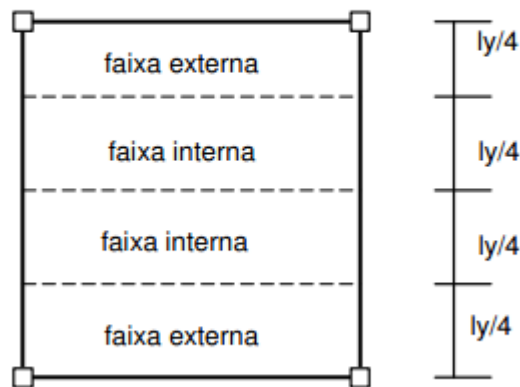
Esse momento assim calculado com a carga total em uma faixa da largura da metade do vão posicionada sobre os pilares será distribuído por toda a laje em faixas internas e externas, da largura de $\frac{1}{4}$ do vão da seguinte maneira:

- a) 22,5% dos momentos positivos para cada faixa interna;
- b) 12,5 % dos momentos negativos para cada faixa interna;
- c) 27.5% dos momentos positivos para cada da faixa externa;
- d) 37,5% dos momentos negativos para cada da faixa externa.

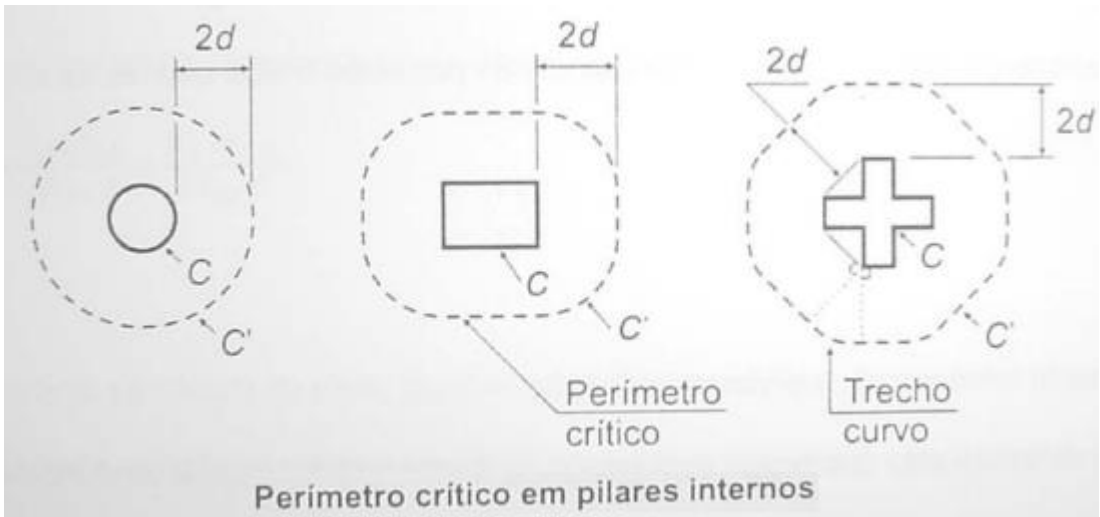
Os valores dos momentos negativos usados com este método devem ser usados para o dimensionamento das armaduras, não sendo permitido o arredondamento do diagrama.



Esquema dos pórticos em ambas direções



A utilização do modelo de laje lisa maciça acarreta na necessidade do cálculo da punção nos apoios das lajes sobre os pilares, que será feita pelo método da verificação de 2 ou mais superfícies de críticas de contorno na face do pilar, em uma distância afastada de $2d$ (d =espessura da laje) da face do pilar.



5 CONCLUSÃO

Analisando os quantitativos dos 3 sistemas, podemos fazer a seguintes observações:

- O sistema com laje nervurada tem o mesmo consumo de forma e concreto do sistema convencional com um menor consumo de aço;
- O sistema com laje lisa maciça tem um menor consumo de forma, mas tem um maior consumo de concreto e aço que as 2 outras lajes, mas tem a maior flexibilidade das divisórias;
- Se levarmos em consideração apenas os quantitativos e custos dos serviços, podemos garantir que a laje nervura, é o sistema de melhor custo benefício entre os 3 sistemas estudados.

Para um estudo posterior poderíamos considerar a inclusão das lajes lisas nervuradas com vigas placas e/ou lajes lisas nervuradas com capitel, pois os indicadores apontam para um desses sistemas ser o de melhor custo benefício.

QUADRO COMPARATIVO			
ESTRUTURA	FORMA (m²)	CONCRETO (m³)	AÇO (Kg)
LAJE MACIÇA CONVENCIONAL	411,02	55,69	2749,66
LAJE NERVURADA	402,16	46,20	1909,12
LAJE LISA MACIÇA	283,39	59,17	4.563,32

6 NORMAS / BIBLIOGRAFIA ADOTADAS

- NBR-6118 / 2003 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.

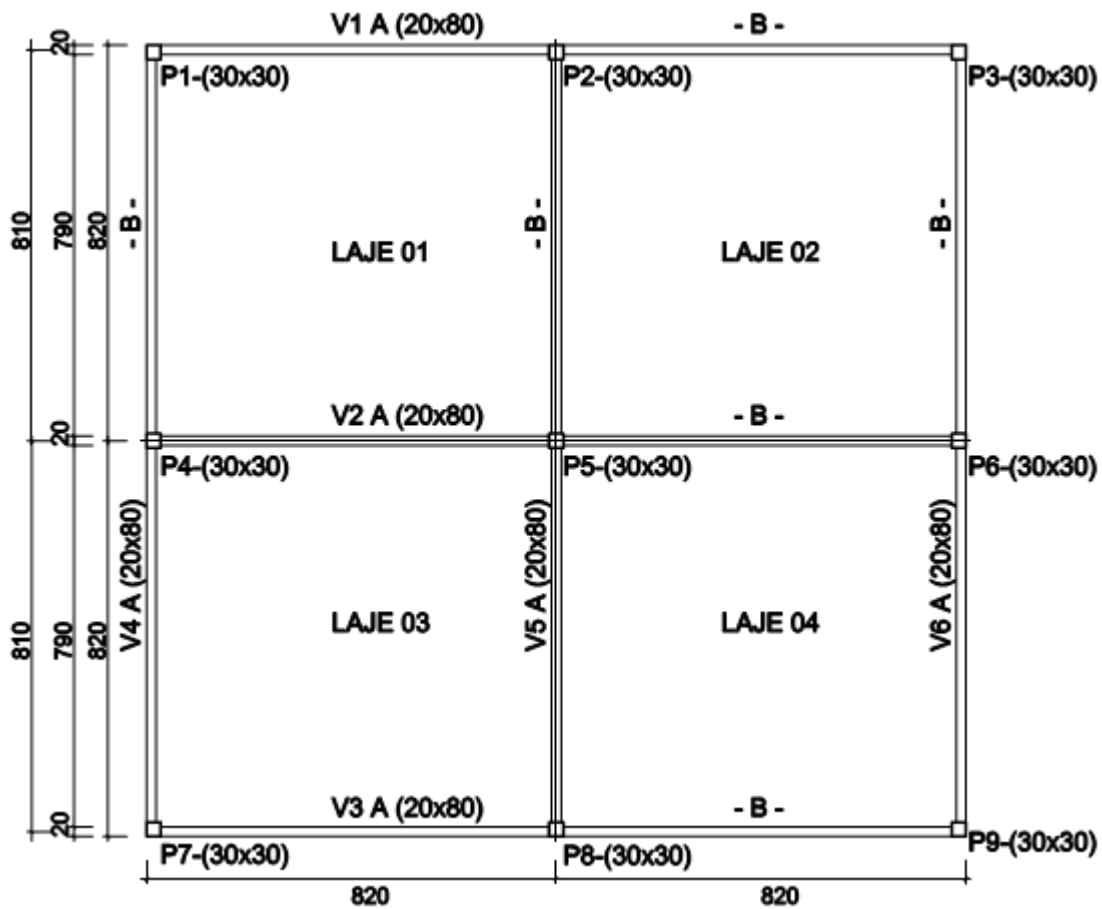
- NBR-8681 / 2003 – Ações e Segurança nas Estruturas.

- Apostila do Curso de Especialização em Estruturas – Projeto de Estruturas de Concreto I do Professores: Ney Amorim Silva

- Apostila do Curso de Especialização em Estruturas – Projeto de Estruturas de Concreto II dos Professores: Ney Amorim Silva, José Miranda Tepedino e Ronaldo Azevedo Chaves

ANEXO

LAJE MACIÇA CONVENCIONAL:



Dados:

- Lajes $L1=L2=L3=L4$
- Espessura da Laje = 16cm
- Concreto $F_{ck} = 25\text{MPa}$
- Aço CA-50
- Cobrimento = 2,0cm

Carregamento da Laje:

Carga permanente (g)

$$pp = 0,16 \times 25 = 4,0 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Alv.} = \dots\dots\dots = 1,0\text{kN/ m}^2$$

$$\underline{\text{Rev.} = \dots\dots\dots = 1,0\text{kN/ m}^2}$$

$$\text{Total} = \dots\dots\dots = 6,0\text{kN/ m}^2$$

Carga Acidental (q)

$$\text{Sobrecarga} = \dots = 1,5 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Carga Total (p)} = 7,50 \text{ kN/ m}^2$$

Análise da Estrutura:

$$L1 = L2 = L3 = L4$$

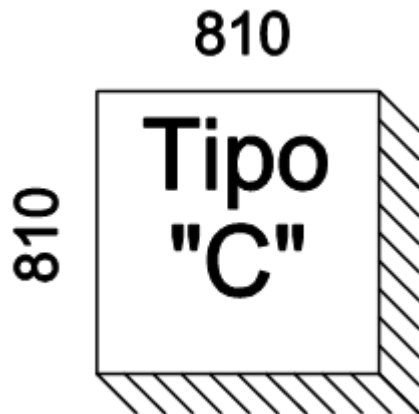


Tabela de regime elástico (Prof. Tepedino)

$$\left(\frac{b}{a} = \frac{810}{810} = 1 \right)$$

$$m_a = m_b = 37,2 \Rightarrow M_a = M_b = \frac{7,5 \times 8,1^2}{37,2} = 13,23 \text{ kN x m}$$

$$n_a = n_b = 14,3 \Rightarrow X_a = X_b = \frac{7,5 \times 8,1^2}{14,3} = 34,41 \text{ kN x m}$$

Cálculo de Armadura:

$$F_{ck} = 25 \text{ MPa} \gg f_c = \frac{0,85 \times 250}{1,4} = 151,80 \text{ kgf/ cm}^2 = 1,518 \text{ kN/ cm}^2$$

$$A_{S_{\min}} = 0,15\% (b \times h) = 0,0015 \times 100 \times 16 = 2,4 \text{ cm}^2$$

$$\bullet M = 1323 \text{ KN x cm} \Rightarrow K = \frac{13,23 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 100 \times 13,5} = 0,067 < K_L \text{ então: } K' = K$$

$$A_s = \frac{1,518 \times 100 \times 13,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,067}) = 3,27 \text{ cm}^2 \text{ [}\phi 8 \text{ c/ 15 (} A_{SR} =$$

$$3,33 \text{ cm}^2 \text{)]}$$

$$\bullet X = 3441 \text{ KN x cm} \Rightarrow K' = \frac{34,41 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 100 \times 13,5} = 0,174 < K_L \text{ então: } K' = K$$

$$A_s = \frac{1,518 \times 100 \times 13,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,174}) = 9,08 \text{ cm}^2 [\phi 12,5 \text{ c/ } 12,5$$

$$(A_{SR} = 10,01 \text{ cm}^2)]$$

Calculo de Flecha

Carga para calculo em serviço em combinações quase permanentes (ELS-DEF)

$$p = g + \psi_2 \times q \text{ (edificação comercial = } \psi_2 = 0,4)$$

$$p = 6 + 0,4 \times 1,5 = 6,6 \text{ kN/ m}^2 = 6,6 \times 10^{-4} \text{ kN/ cm}^2$$

Momento de serviço

$$M_{\text{serv}} = \frac{p \times a^2}{14,3} = \frac{6,6 \times 8,1^2}{14,3} = 30,28 \text{ kN x m} = 3028 \text{ kN x cm}$$

Momento de Fissuração

$$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3} \Rightarrow f_{ctm} = 0,3 \times 25^{2/3} = 2,56 \text{ MPa} = 0,256 \text{ kN/ cm}^2$$

$$M_{\text{resist}} = \frac{150 \times f_{ctm} \times h^2}{6} \Rightarrow M_{\text{resist}} = \frac{150 \times 0,256 \times 16^2}{6} = 1638 \text{ kN x}$$

cm

$$M_{\text{serviço}} > M_{\text{resistente}} \quad (\text{ Fissurou })$$

Calcular flecha infinita pela rigidez equivalente

$$(EI)_{\text{eq}} = E_{cs} \times \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \times I_c + \left(1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right) \times I_{II} \right\} \leq E_{cs} \times I_c \text{ (Rigidez}$$

equivalente)

▪ **Rigidez Equivalente Estádio I (E_{cs} x I_c)**

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \sqrt{25} = 23800 \text{ MPa} = 2380 \text{ kN/ cm}^2$$

$$I_c = \frac{100 \times 16^3}{12} = 34133 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} \times I_c = 2380 \times 34133 = 8,124 \times 10^7 \text{ kN/ cm}^2$$

▪ **Rigidez Equivalente Estádio I I**

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \times \left\{ \left(\frac{Mr}{Ma} \right)^3 \times I_c + \left(1 - \left(\frac{Mr}{Ma} \right)^3 \right) \times I_{II} \right\}$$

$$\frac{Mr}{Ma} = \frac{1638}{3028} = 0,541$$

$$I_{II} = \frac{b \times X_{II}^3}{3} + \alpha_e' \times As' \times (X_{II} - d')^2 + \alpha_e \times As \times (d - X_{II})^2$$

$$X_{II} = -A + \sqrt{A^2 + B}$$

$$A = \left(\frac{\alpha_e As + \alpha_e' As'}{b} \right) \quad B = \left(\frac{2(\alpha_e Asd - \alpha_e' As' d')}{b} \right)$$

$$\alpha_e \frac{Es}{E_{cs}} = \frac{21000}{2380} = 8,82 \quad \alpha_e' = \alpha_e - 1 = 7,82$$

Se : $As = \phi 12,5 \text{ c}/12,5 = 10,01 \text{ cm}^2$ e $As' = 0$

$$A = \left(\frac{8,82 \times 10,01}{100} \right) = 0,883$$

$$B = \left(\frac{2 \times 8,82 \times 10,01 \times 13,5}{100} \right) = 23,84$$

$$X_{II} = -0,883 + \sqrt{0,883^2 + 23,84} = 4,08 \text{ cm}$$

Então:

$$I_{II} = \left(\frac{100 \times 4,08^3}{3} \right) + 8,82 \times 10,01 \times (13,5 - 4,08)^2 = 10098 \text{ cm}^4$$

$$(EI)_{eq} =$$

$$2380 \times \{ (0,541^3 \times 34133) + ((1 - 0,541^3) \times 10098) \}$$

$$(EI)_{eq} = 3,31 \times 10^7 \text{ kN cm}^2 < E_{cs} I_c =$$

$$8,124 \times 10^7 \text{ kN cm}^2$$

Flecha Imediata

$$f_i = \left(\frac{5 \text{ pl}^4}{384 (EI)_{eq}} \right) = \left(\frac{5 \times 6,6 \times 10^{-4} \times 810^4}{384 \times 3,31 \times 10^7} \right) f_i = 0,112 \text{ cm}$$

Flecha Infinita

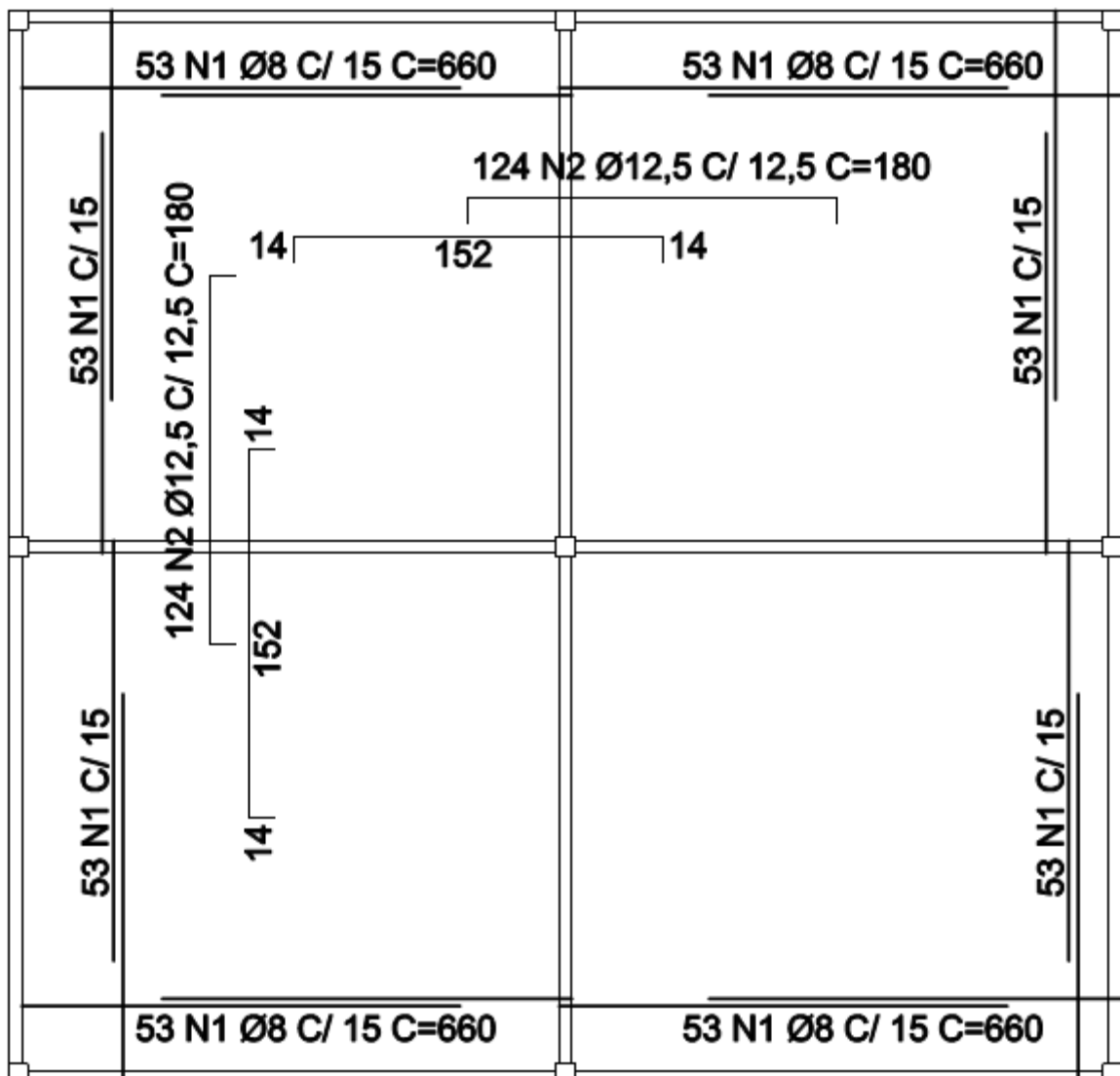
Retirada de escoramento 14 dias \Rightarrow 0,5 mês ($\xi_{\infty} = 2$) e ($\xi_{0,5} = 0,54$)

$$\xi_{0,5} = 0,54$$

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) \times f_i \quad \alpha_f = \xi_{\infty} - \xi_{0,5} = 2 - 0,54 = 1,46$$

$$f_{\infty} = (1 + 1,46) \times 0,112 = 0,275 \text{ cm} <$$

$$f_{adm} = \frac{l}{250} = \frac{810}{250} = 3,24 \text{ cm}$$



Reação de Apoio das Lajes:

$$L1 = L2 = L3 = L4$$

Tabela de reação de apoio (Prof. Tepedino) ($R = r \cdot p \cdot a$)

$$\left(\frac{b}{a} = \frac{810}{810} = 1 \right)$$

$$r'_a = r'_b = 0,183 \Rightarrow R'_{\text{apoio}} = 0,183 \times 7,5 \times 8,1 = 11,12 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$r''_a = r''_b = 0,317 \Rightarrow R'_{\text{apoio}} = 0,317 \times 7,5 \times 8,1 = 19,26 \text{ kN} \times \text{m}$$

CALCULO DAS VIGAS

Dados:

- Seção (20x80)cm
- Concreto $F_{ck} = 25\text{MPa}$
- Aço CA-50
- Cobrimento = 4,0cm

Carregamento da Viga:

V1 = V3 = V4 = V6 (20x80)cm (Vigas externas)

$$PP = 0,2 \times 0,8 \times 25 = 4,00 \text{ kN/ m}$$

$$Alv. = 0,2 \times 2,8 \times 13 = 7,28 \text{ kN/ m}$$

$$\underline{\text{Reação Lajes apoio}} = 11,12 \text{ kN/m}$$

$$\text{Total} = \dots\dots\dots = 22,40 \text{ kN/m}$$

V2 = V5 (20x80)cm (Vigas internas)

$$PP = 0,2 \times 0,8 \times 25 \dots\dots\dots = 4,00 \text{ kN/ m}$$

$$\underline{\text{Reação 2 Lajes engaste}} = 2 \times 19,26 = 38,52 \text{ kN/m}$$

$$\text{Total} = \dots\dots\dots = 42,52 \text{ kN/m}$$

Dimensionamento de Vigas :

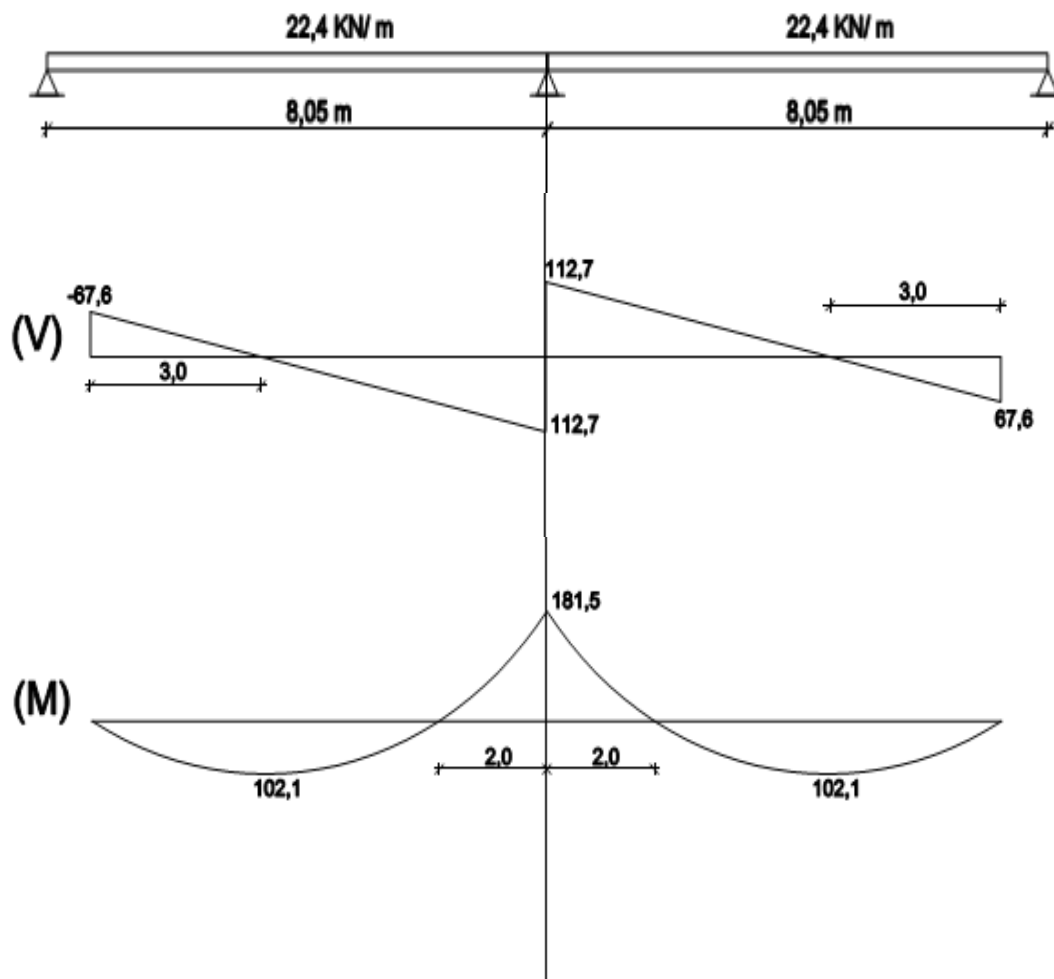
VIGAS => V1=V3=V4=V6 (20x80)cm

Momento Positivo

- $M = \frac{q \times l^2}{14,22} = \frac{22,40 \times 8,05^2}{14,22} = 102,1 \text{ kN.m} = 10210 \text{ kN.cm}$
- $M = 10210 \text{ KN} \times \text{cm} \Rightarrow K = \frac{10210 \times 1,4}{1,518 \times 20 \times 76^2} = 0,0815 < K_L$ então: $K' = K$
- $A_s = \frac{1,518 \times 20 \times 76}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0815}) = 4,52 \text{cm}^2$ [4 ϕ 12,5 ($A_{SR} = 5,0 \text{cm}^2$)]

Momento Negativo

- $X = \frac{q \times l^2}{8} = \frac{22,40 \times 8,05^2}{8} = 181,5 \text{ kN.m} = 18150 \text{ kN.cm}$
- $X = 18150 \text{ KN} \times \text{cm} \Rightarrow K = \frac{18150 \times 1,4}{1,518 \times 20 \times 76^2} = 0,145 < K_L$ então: $K' = K$
- $A_s = \frac{1,518 \times 20 \times 76}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,145}) = 8,34 \text{cm}^2$ [3 ϕ 20 ($A_{SR}=9,45 \text{cm}^2$)]



Decalagem do Diagrama

- $a_l = 0,5 d = 0,5 \times 76 = 38 \text{ cm}$

Comprimento de Ancoragem

- $M = 10210 \text{ KN} \times \text{cm}$ (Região de boa aderência)
 - $l_b = 38\emptyset = 38 \times 1,25 = 47,5 \text{ cm}$
 - $l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,efetivo}} = 47,5 \times \frac{4,52}{5,00} \cong 43 \text{ cm}$

Comprimento de Ancoragem

- $X = 18150 \text{ KN} \times \text{cm}$ (Região de má aderência)
 - $l_b = 55\emptyset = 55 \times 2,0 = 110 \text{ cm}$

$$\blacksquare l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,efetivo}} = 110 \times \frac{8,34}{9,45} \equiv 97 \text{ cm}$$

CISALHAMENTO

- Cortante => V= 112,7 kN

- Verificação da Biela Comprimida

$$\circ \tau_{wd} = \frac{V_{sd}}{b_w \times d} = \frac{1,4 \times 112,7}{20 \times 76} = 0,104 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd,min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

- Calculo da Armadura

$$\circ \tau_{wd} = 0,104 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd,min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

$$\circ \text{Armadura mínima, adotar } \rho_{min} = 0,103$$

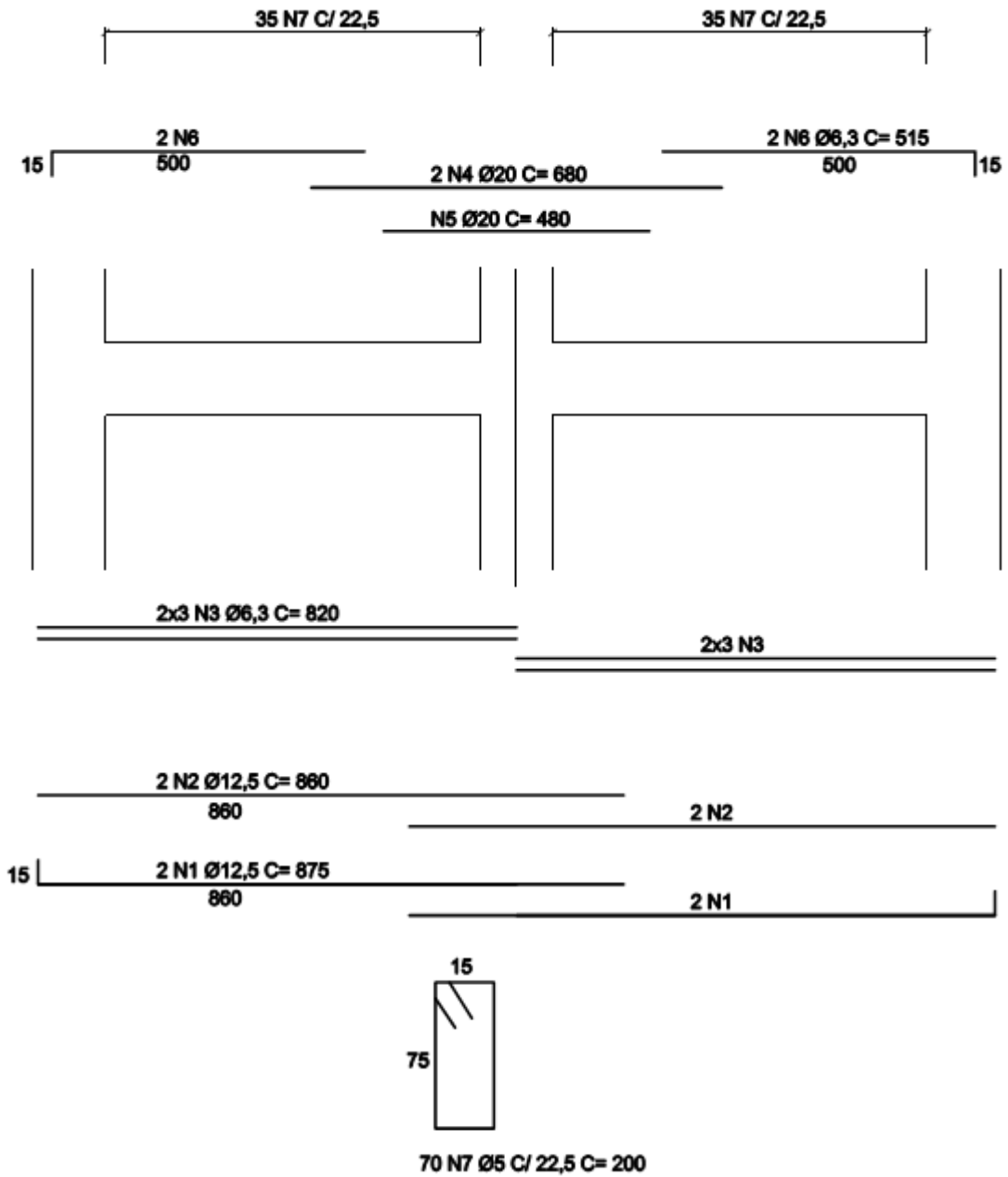
$$\blacksquare A_{sw} = \rho_{min} \times b_w = 0,103 \times 20 = 1,76 \text{ cm}^2 / m$$

$$\blacksquare \frac{A_{sw}}{2 \text{ Ramos}} = \frac{1,76}{2} = 0,88 \text{ cm}^2 / m$$

$$\blacksquare \tau_{wd} = \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,104}{0,434} = 0,240 < 0,67 \begin{cases} S_{max} = 0,6d \\ S_{max} = 0,6 \times 74 \\ = 44,4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\blacksquare \text{Adotar } \Rightarrow \emptyset 5,0 \text{ c/ } 22,5$$

VIGAS => V1=V3=V4=V6 (20x80)cm



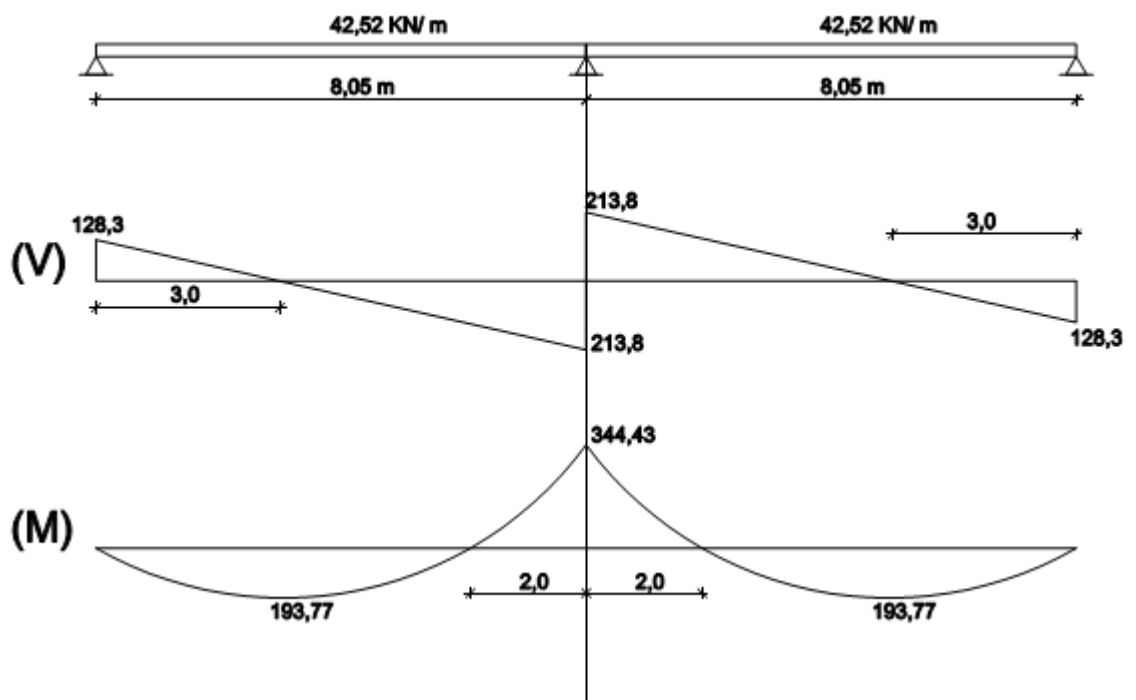
VIGAS => V2=V5 (20x80)cm

Momento Positivo

- $M = \frac{q \times l^2}{14,22} = \frac{42,52 \times 8,05^2}{14,22} = 193,77 \text{ kN} \cdot \text{m} = 19377 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
- $M = 19377 \text{ KN} \times \text{cm} \Rightarrow K = \frac{19377 \times 1,4}{1,518 \times 20 \times 76^2} = 0,155 < K_L$ então: $K' = K$
- $A_s = \frac{1,518 \times 20 \times 76}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,155}) = 8,96 \text{ cm}^2$ [5 $\phi 16$ ($A_{SR} = 10,0 \text{ cm}^2$)]

Momento Negativo

- $X = \frac{q \times l^2}{8} = \frac{42,52 \times 8,05^2}{8} = 344,43 \text{ kN} \cdot \text{m} = 34443 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
- $X = 34443 \text{ KN} \times \text{cm} \Rightarrow K = \frac{34443 \times 1,4}{1,518 \times 20 \times 76^2} = 0,275 < K_L$ então: $K' = K$
- $A_s = \frac{1,518 \times 20 \times 76}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,275}) = 17,46 \text{ cm}^2$ [6 $\phi 20$ ($A_{SR} = 18,9 \text{ cm}^2$)]



Decalagem do Diagrama

- $a_t = 0,5 d = 0,5 \times 76 = 38 \text{ cm}$

Comprimento de Ancoragem

- $M = 19377 \text{ KN x cm}$ (Região de boa aderência)
 - $l_b = 38\emptyset = 38 \times 1,6 = 61,0 \text{ cm}$
 - $l_{b, nec} = l_b \frac{A_{s, cal}}{A_{s, efetivo}} = 61 \times \frac{8,96}{10,0} \equiv 55 \text{ cm}$

Comprimento de Ancoragem

- $X = 34443 \text{ KN x cm}$ (Região de má aderência)
 - $l_b = 55\emptyset = 55 \times 2,0 = 110 \text{ cm}$
 - $l_{b, nec} = l_b \frac{A_{s, cal}}{A_{s, efetivo}} = 110 \times \frac{17,46}{18,9} \equiv 102 \text{ cm}$

CISALHAMENTO

- Cortante => $V = 213,8 \text{ kN}$

- Verificação da Biela Comprimida

- $\tau_{wd} = \frac{V_{sd}}{b_w \times d} = \frac{1,4 \times 213,8}{20 \times 76} = 0,1969 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd2} = 0,434 \text{ kN/cm}^2$

- Calculo para cortante reduzida (35cm da face do pilar)

- $V_{sd, red} = V_{max} - p \frac{(c+d)}{2} = 213,8 - 42,52 \times \frac{(0,30+0,70)}{2} = 192,54 \text{ kN}$

- $\tau_{wd, red} = \frac{V_{sd, red}}{b_w \times d} = \frac{1,4 \times 192,54}{20 \times 76} = 0,177 \text{ kN/cm}^2$

- $\tau_{wd, red} = 0,177 \text{ kN/cm}^2 > \tau_{wd, min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$

- Armadura $\rho_w = \frac{100(\tau_{wd, red} - \tau_{co})}{39,15} = \frac{100(0,177 - 0,0769)}{39,15} = 0,248$

- $A_{sw} = \rho_w \times b_w = 0,248 \times 20 = 4,96 \text{ cm}^2 / m$

$$\blacksquare \frac{A_{sw}}{2 \text{ Ramos}} = \frac{4,96}{2} = 2,48 \text{ cm}^2 / m$$

$$\blacksquare \tau_{wd} = \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,177}{0,434} = 0,407 < 0,67 \begin{cases} S_{\max}=0,6d \\ S_{\max}=0,6 \times 74 \\ =44,4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\blacksquare \text{Adotar} \Rightarrow \text{Ø}6,3 \text{ c} / 12,5$$

• **Calculo para cortante a 215cm** (200cm da face do pilar)

$$\circ V_{sd,50} = V_{\max} - p \cdot x = 213,8 - 42,52 \times 2,15 = 122,4 \text{ kN}$$

$$\circ \tau_{wd,135} = \frac{V_{sd,135}}{b_w \times d} = \frac{1,4 \times 122,4}{20 \times 76} = 0,113 \text{ kN/cm}^2$$

$$\circ \tau_{wd,red} = 0,113 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd,min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

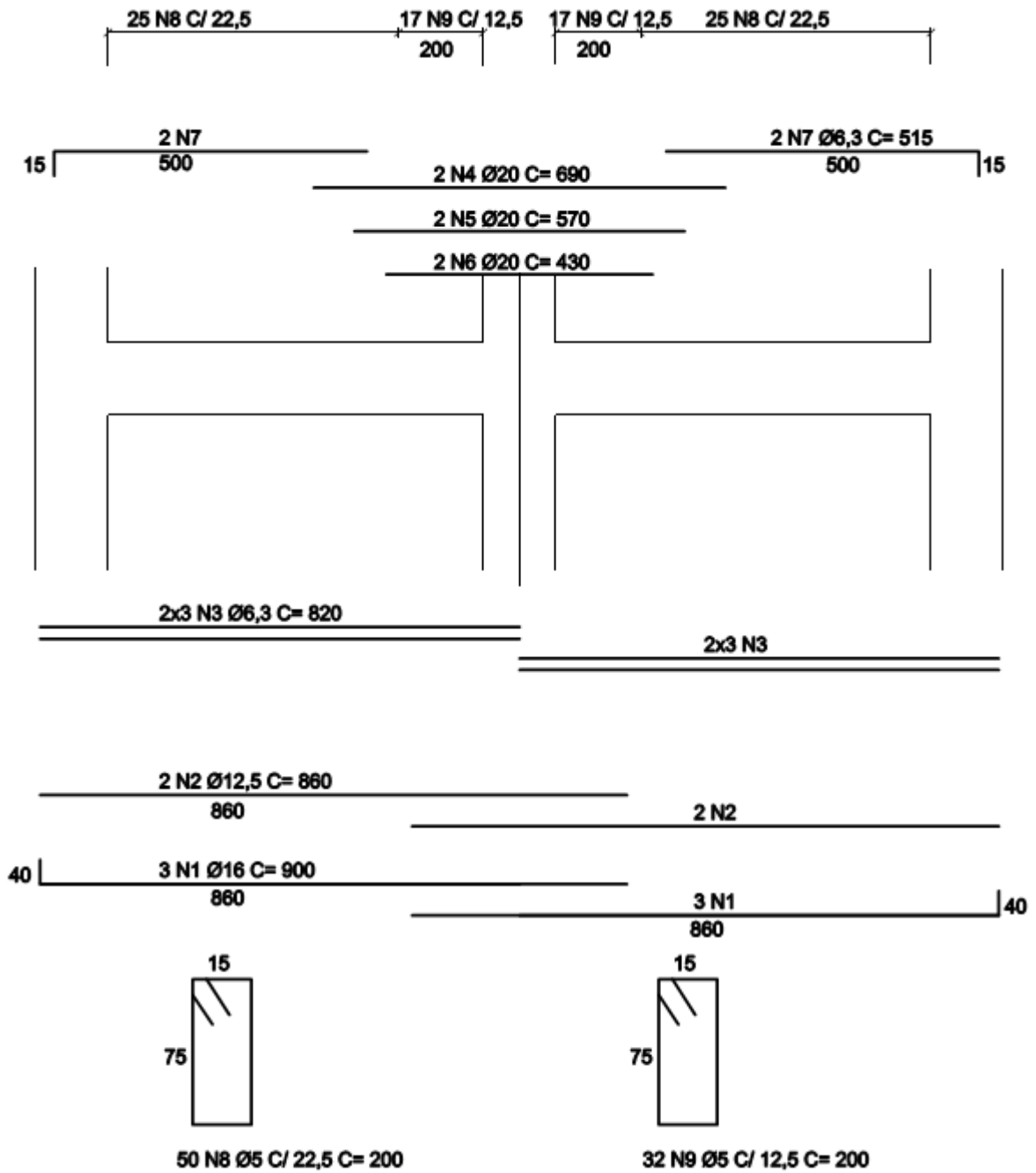
$$\circ \text{Armadura mínima, adotar } \rho_{min} = 0,103$$

$$\blacksquare A_{sw} = \rho_{min} \times b_w = 0,103 \times 20 = 1,76 \text{ cm}^2 / m$$

$$\blacksquare \frac{A_{sw}}{2 \text{ Ramos}} = \frac{1,76}{2} = 0,88 \text{ cm}^2 / m$$

$$\blacksquare \tau_{wd} = \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,104}{0,434} = 0,240 < 0,67 \begin{cases} S_{\max}=0,6d \\ S_{\max}=0,6 \times 74 \\ =44,4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\blacksquare \text{Adotar} \Rightarrow \text{Ø}5,0 \text{ c} / 22,5$$



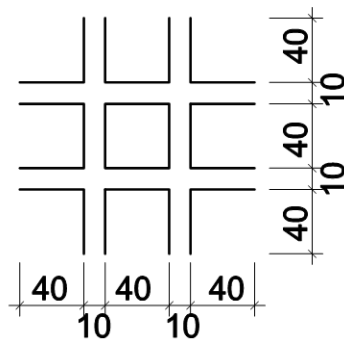
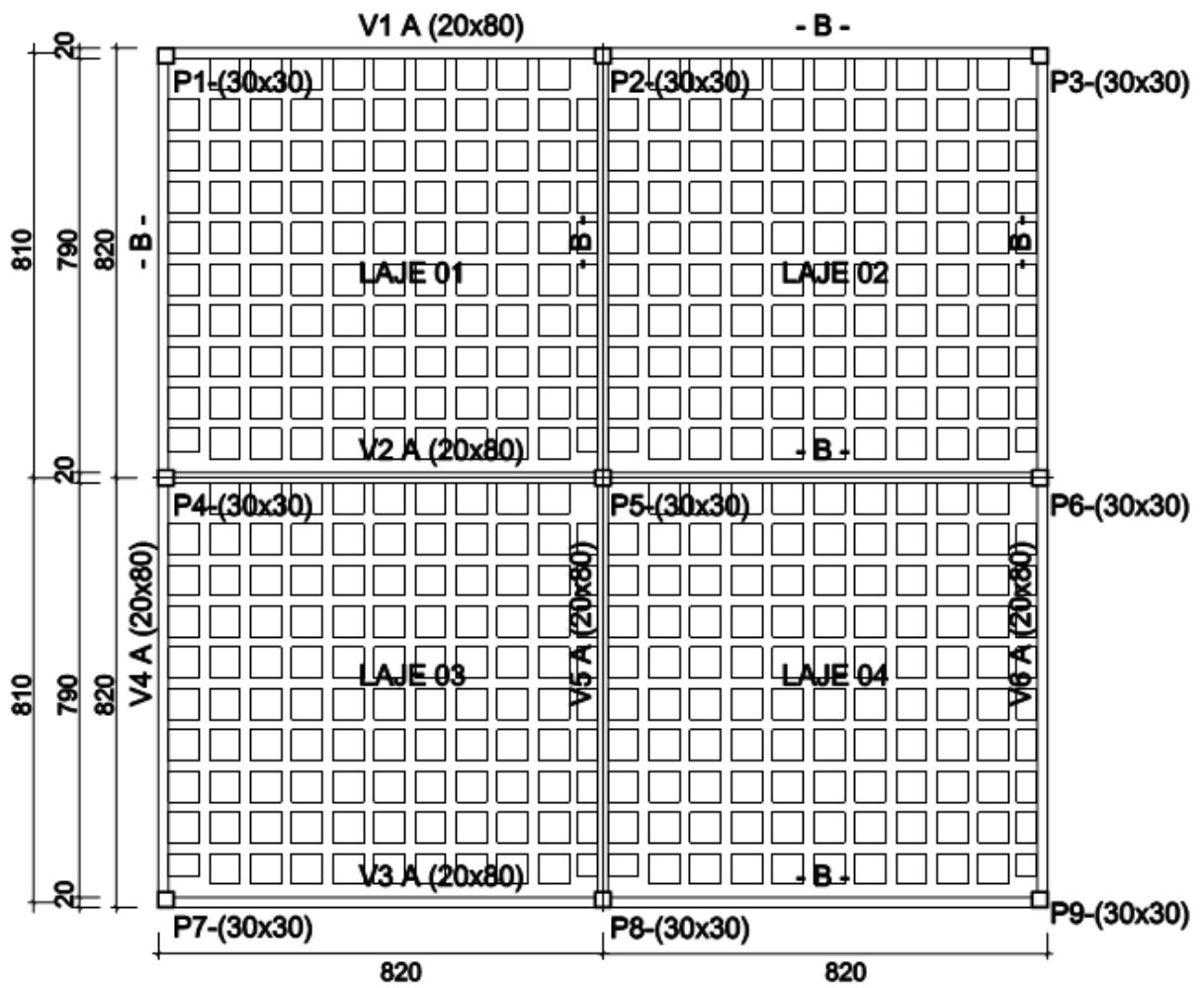
RESUMO DE ARMADURAS

Posição	Diametro (mm)	Quant	Unit	Total
Armadura Positiva - Laje (8x)				
1	8,0	53,0	660,0	279.840
Armadura Negativa - Laje (2x)				
1	12,5	124,0	180,0	44.640
Vigas V1= V3= V4= V6 (4x)				
1	12,5	4,0	875,0	14.000
2	12,5	4,0	860,0	13.760
3	6,3	12,0	820,0	39.360
4	20,0	2,0	680,0	5.440
5	20,0	1,0	480,0	1.920
6	6,3	4,0	515,0	8.240
7	5,0	70,0	200,0	56.000
Vigas V2= V5 (2x)				
1	16,0	6,0	900,0	10.800
2	12,5	4,0	860,0	6.880
3	6,3	12,0	820,0	19.680
4	20,0	2,0	690,0	2.760
5	20,0	2,0	570,0	2.280
6	20,0	2,0	430,0	1.720
7	6,3	4,0	515,0	4.120
8	5,0	50,0	200,0	20.000
9	5,0	32,0	200,0	12.800

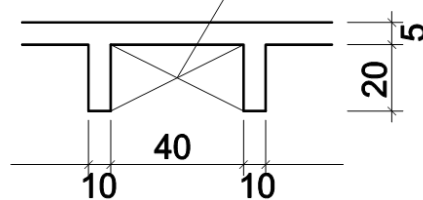
RESUMO	Comp.		Peso p/ metro (kg/m)	Peso (kg)
	(cm)	(m)		
Diametro (mm)				
5,0	88.800	888	0,150	133
6,3	71.400	714	0,250	179
8,0	279.840	2.798	0,400	1.119
12,5	79.280	793	1,000	793
16,0	10.800	108	1,600	173
20,0	14.120	141	2,500	353

PESO TOTAL(KG)	
60B	133
50A	2.616
TOTAL	2.749,7

LAJE NERVURADA:



isopor - Peso esp. = 0,18 kN/m³



Dados:

- Lajes L1=L2=L3=L4
- Espessura da Laje = 25cm
- Capa da Laje = 5 cm
- Nervura constante nas 2 direções com largura = 10 cm
- Enchimento Inerte (ISOPOR = 40x40x20cm)
- Densidade do isopor = 0,18 kN/m³
- Concreto Fck = 25MPa
- Aço CA-50
- Cobrimento = 3,0cm

Carregamento da Laje:

Carga permanente (g)

Peso Proprio (pp)

$$\text{Capa} = 0,05 \times 1,0 \times 1,0 \times 25 = 1,250 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Nervura} = 0,10 \times 0,2 \times 3,6 \times 25 = 1,800 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Isopor} = 0,40 \times 0,40 \times 0,2 \times 4 \times 0,18 = 0,230 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Total (Peso Proprio)} = \dots\dots\dots = 3,073 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Alv.} = \dots\dots\dots = 1,000 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Rev.} = \dots\dots\dots = 1,000 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Total} = \dots\dots\dots = 5,073 \text{ kN/ m}^2$$

Carga Acidental (q)

$$\text{Sobrecarga} = \dots\dots\dots = 1,5 \text{ kN/ m}^2$$

$$\text{Carga Total (p)} = 6,573 \text{ kN/ m}^2$$

Análise da Estrutura:

$$L1 = L2 = L3 = L4$$

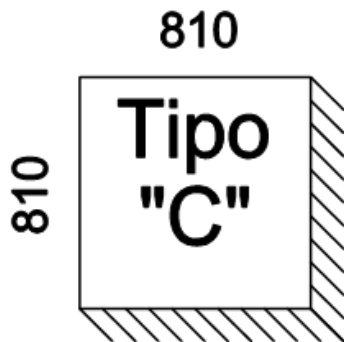


Tabela de regime elástico (Prof. Tepedino)

$$\left(\frac{b}{a} = \frac{810}{810} = 1 \right)$$

$$m_a = m_b = 37,2 \Rightarrow M_a = M_b = \frac{6,573 \times 8,1^2}{37,2} = 11,59 \text{ kN} \times \text{m} = 5,80 \text{ kN} \times \text{m} \text{ (por}$$

Nervura)

$$n_a = n_b = 14,3 \Rightarrow X_a = X_b = \frac{6,573 \times 8,1^2}{14,3} = 30,16 \text{ kN} \times \text{m} = 15,08 \text{ kN} \times \text{m} \text{ (por}$$

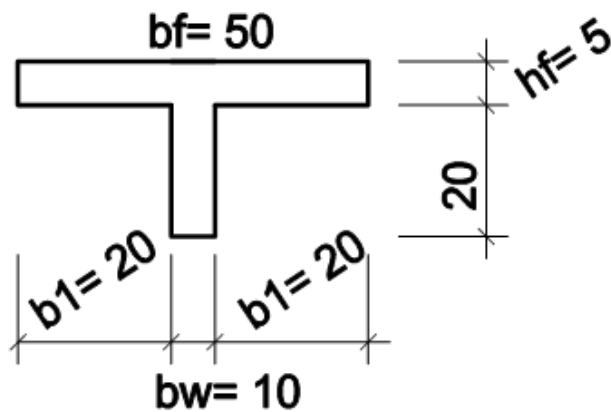
Nervura)

Cálculo de Armadura:

Momento Positivo

$M = 5,80 \text{ kN} / \text{ Nervura}$ em viga T com os seguintes dados:

- $b_f = 50 \text{ cm}$
- $b_w = 10 \text{ cm}$
- $h = 25 \text{ cm}$
- $h_f = 5 \text{ cm}$
- $d = 22 \text{ cm}$
- $F_{ck} = 25 \text{ MPa} \Rightarrow f_c = 1,518 \text{ kN} / \text{ cm}^2$



$$M_R = f_c \times b_f \times h_f \times \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 1,518 \times 50 \times 5 \times \left(22 - \frac{5}{2} \right) = 7400 \text{ kN.cm} = 74 \text{ kN.m}$$

Se $M_d = 5,8 \times 1,4 = 8,12 \text{ kN.m} < M_R$ (Linha Neutra na mesa – dimensionar seção retangular)

- $M = 5,80 \text{ Kg x m} \Rightarrow K = \frac{5,80 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 50 \times 22^2} = 0,022 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 50 \times 22}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,022}) = 0,86 \text{ cm}^2 \text{ [} 3\phi 6,3 \text{ (} A_{sR} = 0,94 \text{ cm}^2 \text{)]}$$

Momento Negativo

$X = 15,08 \text{ kN} /$ Nervura em viga T com os seguintes dados:

- $b_w = 10 \text{ cm}$
- $h = 25 \text{ cm}$
- $d = 22 \text{ cm}$
- $F_{ck} = 25 \text{ MPa} \Rightarrow f_c = 1,518 \text{ kN/cm}^2$
- $X = 15,08 \text{ Kg x m} \Rightarrow K' = \frac{15,08 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 10 \times 22^2} = 0,287 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 10 \times 22}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,287}) = 2,67 \text{ cm}^2 \text{ [} \phi 6,3 \text{ c/ } 10$$

$$\text{(} A_{sR} = 3,15 \text{ cm}^2/\text{m} \text{)]}$$

Calculo de Flecha

Carga para calculo em serviço em combinações quase permanentes (ELS-DEF)

$$p = g + \psi_2 \times q \text{ (edificação comercial = } \psi_2 = 0,4)$$

$$p = 5,073 + 0,4 \times 1,5 = 5,67 \text{ kN/ m}^2 = 5,67 \times 10^{-4} \text{ kN/ cm}^2$$

Para a laje nervurada, sua flecha imediata poderá ser avaliada, corrigindo-se o valor encontrado $\psi_2 = 0,4$ (p/ edificação comercial), pela relação entre as rigidez das seções maciça e nervurada

Flecha Imediata p/ Laje Maciça

$$f_i = \left(\frac{p \times a^4}{E_{cs} \times h^3} \right) f_1 = \left(\frac{0,000567 \times 810^4}{2380 \times 25^3} \right) \times 0,025 = 0,164 \text{ cm}$$

Momento de Inercia

Laje Maciça

$$I_{maciça} = \frac{100 \times 25^3}{12} = 130208 \text{ cm}^4$$

$$y_{cg} = 12,5 \text{ cm}$$

Laje Nervurada

$$I_{nervura} = \left\{ \left[\frac{(50 \times 25^3)}{3} - \frac{(2 \times 20 \times 20^3)}{3} \right] - (450 \times 16,94^2) \right\} =$$

$$24616 \text{ cm}^4$$

$$y_{cg} = \frac{(50 \times 25 \times 12,5) - (40 \times 20 \times 10)}{(50 \times 25) - (40 \times 20)} = 16,94 \text{ cm}$$

Seção Retangular (10x25)cm

$$I = \frac{10 \times 25^3}{12} = 13020,8 \text{ cm}^4$$

$$y_{cg} = 12,5 \text{ cm}$$

Verificação no Momento Positivo (Nervura)

Momento de serviço

$$\frac{M_{serv}}{nerv} = \left(M_{serv} \times \frac{P_{serv}}{P_{total}} \right) = \left(5,80 \times \frac{5,67}{6,573} \right) = 5,0 \text{ kN x m} = 500 \text{ kN cm /}$$

nervura

Momento de Fissuração

$$M_{resist} = \alpha \times f_{ctm} \frac{I_{nerv}}{y_{cg}} \Rightarrow M_{resist} = 1,2 \times 0,256 \frac{24616}{16,94} = 446,4$$

kN x cm

$$M_{serviço} > M_{resistente} \quad (\text{Fissurou} - \text{ESTADIO II})$$

Verificação no Momento Negativo [Seção retangular (10x25)cm]

Momento de serviço

$$\frac{M_{serv}}{nerv} = \left(X_{serv} \times \frac{P_{serv}}{P_{total}} \right) = \left(15,08 \times \frac{5,67}{6,573} \right) = 13,01 \text{ kN x m} = 1301$$

kNcm/nervura

Momento de Fissuração

$$M_{resist} = \alpha \times f_{ctm} \frac{I}{y_{cg}} \Rightarrow M_{resist} = 1,5 \times 0,256 \frac{13020,8}{12,5} = 400$$

kN x cm

$$M_{serviço} > M_{resistente} \quad (\text{Fissurou} - \text{ESTADIO II})$$

Calculo dos Momentos de Inercia no – ESTADIO II

Trecho do Momento Positivo

M = 5,80 kN / Nervura em viga T com os seguintes dados:

- $h_f = 5 \text{ cm}$
- $b_f = 50 \text{ cm}$
- $b_w = 10 \text{ cm}$
- $h = 25 \text{ cm}$
- $d = 22 \text{ cm}$
- $d' = 3 \text{ cm}$

- $A_s = 0,94\text{cm}^2 = 3\phi 6,3$
- $A'_s = 0$

Supondo $X_{II} \leq h_f$

$$n = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{23800} = 8,823$$

$$A = \left(\frac{nA_s + (n-1)A'_s}{b_f} \right) = \left(\frac{(8,823 \times 0,94)}{50} \right) = 0,1659$$

$$B = 2 \left(\frac{nA_s d + (n-1)A'_s d'}{b_f} \right) = 2 \left(\frac{(8,823 \times 0,94 \times 22)}{50} \right) = 7,2996$$

$$X_{II} = -A + \sqrt{A^2 + B} = -0,1659 + \sqrt{0,1659^2 + 7,2996} = 2,54 \text{ cm}$$

$X_{II} \leq h_f$ (confirmado posição da Linha Neutra)

Momentos de Inercia

$$I_{II,vt} = \frac{b_f \times X_{II}^3}{3} + n \times A_s \times (d - X_{II})^2$$

$$I_{II,vt} = \frac{50 \times 2,54^3}{3} + 8,823 \times 0,94 \times (22 - 2,54)^2 = 3413,84\text{cm}^4$$

$$I_{eq,vt} = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \times I_c + \left(1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right) \times I_{II} \right\} \leq I_c = 24616 \text{ cm}^4$$

$I_{eq,vt} =$

$$\left\{ \left(\frac{446,4}{500,0} \right)^3 \times 24616 + \left(1 - \left(\frac{446,4}{500,0} \right)^3 \right) \times 3413,84 \right\} = 18502,22\text{cm}^4 < I_c$$

Trecho do Momento Negativo

$M = 5,80 \text{ kN} / \text{ Nervura em viga T com os seguintes dados:}$

- $h_f = 5 \text{ cm}$
- $b_f = 0 \text{ cm}$
- $b_w = 10 \text{ cm}$
- $h = 25 \text{ cm}$
- $d = 22 \text{ cm}$

- $d' = 3\text{cm}$
- $A_s = 3,15\text{cm}^2/\text{m}$ ($\phi 6,3$ c/ 10)

$$n = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{23800} = 8,823$$

$$A = \left(\frac{nA_s + (n-1)A_s'}{b_f} \right) = \left(\frac{(8,823 \times 3,15)}{10} \right) = 2,779$$

$$B = 2 \left(\frac{nA_s d + (n-1)A_s' d'}{b_f} \right) = 2 \left(\frac{(8,823 \times 3,15 \times 22)}{10} \right) = 122,276$$

$$X_{II} = -A + \sqrt{A^2 + B} = -2,779 + \sqrt{2,779^2 + 122,276} = 8,62 \text{ cm}$$

Momentos de Inercia

$$I_{II, vr} = \frac{b_f \times X_{II}^3}{3} + n \times A_s \times (d - X_{II})^2$$

$$I_{II, vr} = \frac{10 \times 8,62^3}{3} + 8,823 \times 3,15 \times (22 - 8,62)^2 = 7110,54 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq, vr} = \left\{ \left(\frac{Mr}{Ma} \right)^3 \times I_c + \left(1 - \left(\frac{Mr}{Ma} \right)^3 \right) \times I_{II} \right\} \leq I_c = 13020,8 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq, vr} =$$

$$\left\{ \left(\frac{400}{1301} \right)^3 \times 13020,8 + \left(1 - \left(\frac{400}{1301} \right)^3 \right) \times 7110,54 \right\} = 7280,31 \text{ cm}^4 < I_c$$

Momentos de Inercia Ponderado

$$I_{eq} = \frac{(I_{eq, vt} \cdot a_{eq, vt} + I_{eq, vr} \cdot a_{eq, vr})}{L}$$

- $L = 810 \text{ cm}$
- $I_{eq, vt} = 18502,22 \text{ cm}^4$
- $I_{eq, vr} = 7280,31 \text{ cm}^4$
- $a_{vt} = 0,75L = 0,75 \times 810 = 607,5 \text{ cm}$
- $a_{vr} = 0,25L = 0,25 \times 810 = 202,5 \text{ cm}$

$$I_{eq} = \frac{(18502,22 \times 607,5 + 7280,31 \times 202,5)}{810} = 15696,74 \text{ cm}^4 / \text{nervura}$$

$$I_{eq} = 15696,74 \times (1 / 0,5) = 31393,5 \text{ cm}^4 / \text{m}$$

Avaliação da Flecha Imediata p/ nervura

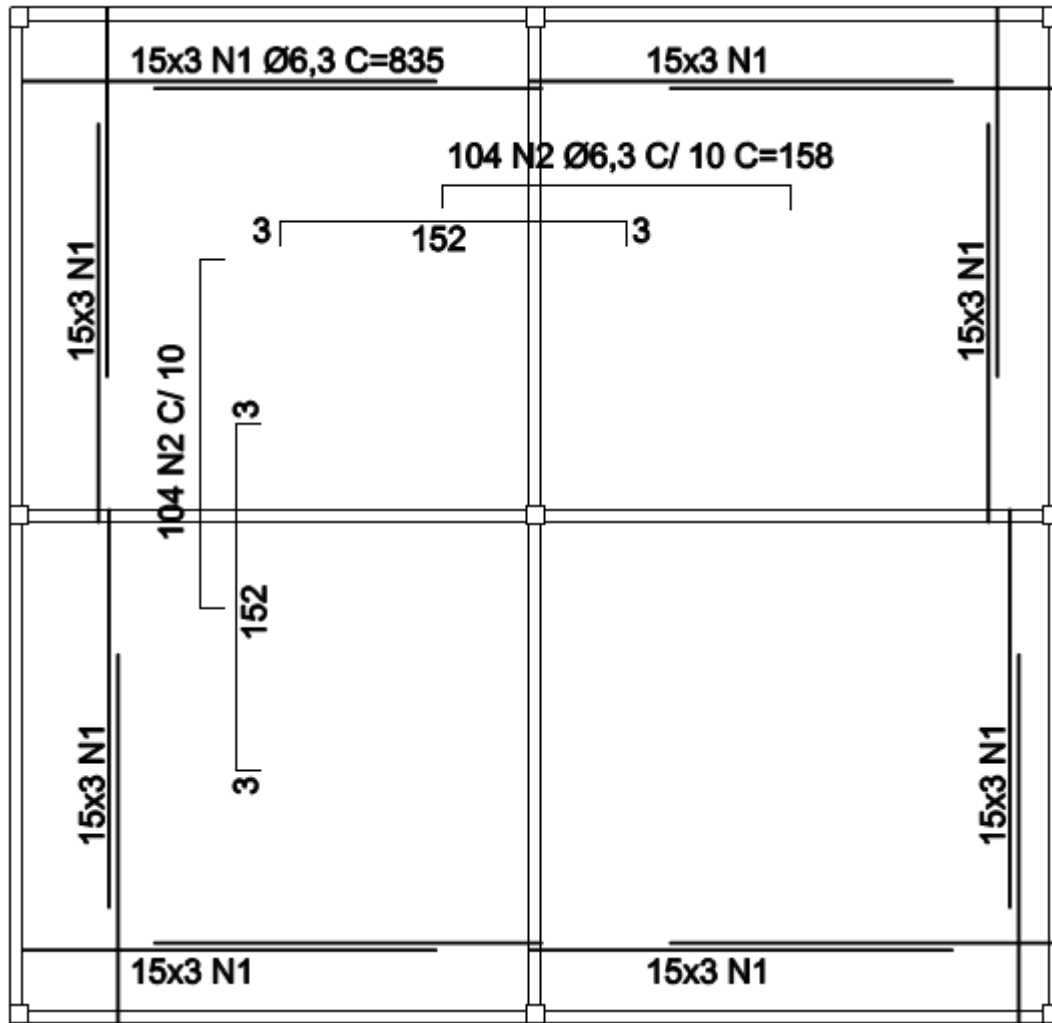
$$f_{i,nerv} = f_i \left(\frac{I_{maciça}}{I_{eq}} \right) = 0,164 \left(\frac{130208}{31393,5} \right) = 0,68 \text{ cm}$$

Avaliação da Flecha Infinita

Retirada de escoramento 14 dias \Rightarrow 0,5 mês ($\xi_{\infty} = 2$) e ($\xi_{0,5} = 0,54$)

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) \times f_i \quad \alpha_f = \xi_{\infty} - \xi_{0,5} = 2 - 0,54 = 1,46$$

$$f_{\infty} = (1 + 1,46) \times 0,68 = 3,14 \text{ cm} < f_{adm} = \frac{l}{250} = \frac{810}{250} = 3,24 \text{ cm}$$



Reação de Apoio das Lajes:

$$L1 = L2 = L3 = L4$$

Tabela de reação de apoio (Prof. Tepedino) ($R = r \cdot p \cdot a$)

$$\left(\frac{b}{a} = \frac{810}{810} = 1 \right)$$

$$r'_a = r'_b = 0,183 \Rightarrow R'_{\text{apoio}} = 0,183 \times 6,573 \times 8,1 = 9,743 \text{ kN x m}$$

$$r''_a = r''_b = 0,317 \Rightarrow R'_{\text{apoio}} = 0,317 \times 6,573 \times 8,1 = 16,88 \text{ kN x m}$$

CALCULO DAS VIGAS

Dados:

- Seção (20x80)cm
- Concreto $F_{ck} = 25\text{MPa}$
- Aço CA-50
- Cobrimento = 4,0cm

Carregamento da Viga:

V1 = V3 = V4 = V6 (20x80)cm (Vigas externas)

$$PP = 0,2 \times 0,8 \times 25 = 4,00 \text{ kN/ m}$$

$$Alv. = 0,2 \times 2,8 \times 13 = 7,28 \text{ kN/ m}$$

$$\underline{\text{Reação Lajes apoio}} = 9,743 \text{ kN/m}$$

$$\text{Total} = \dots\dots\dots = 21,023 \text{ kN/m}$$

V2 = V5 (20x80)cm (Vigas internas)

$$PP = 0,2 \times 0,8 \times 25 \dots\dots\dots = 4,00 \text{ kN/ m}$$

$$\underline{\text{Reação 2 Lajes engaste}} = 2 \times 16,88 = 33,76 \text{ kN/m}$$

$$\text{Total} = \dots\dots\dots = 37,76 \text{ kN/m}$$

Dimensionamento de Vigas :

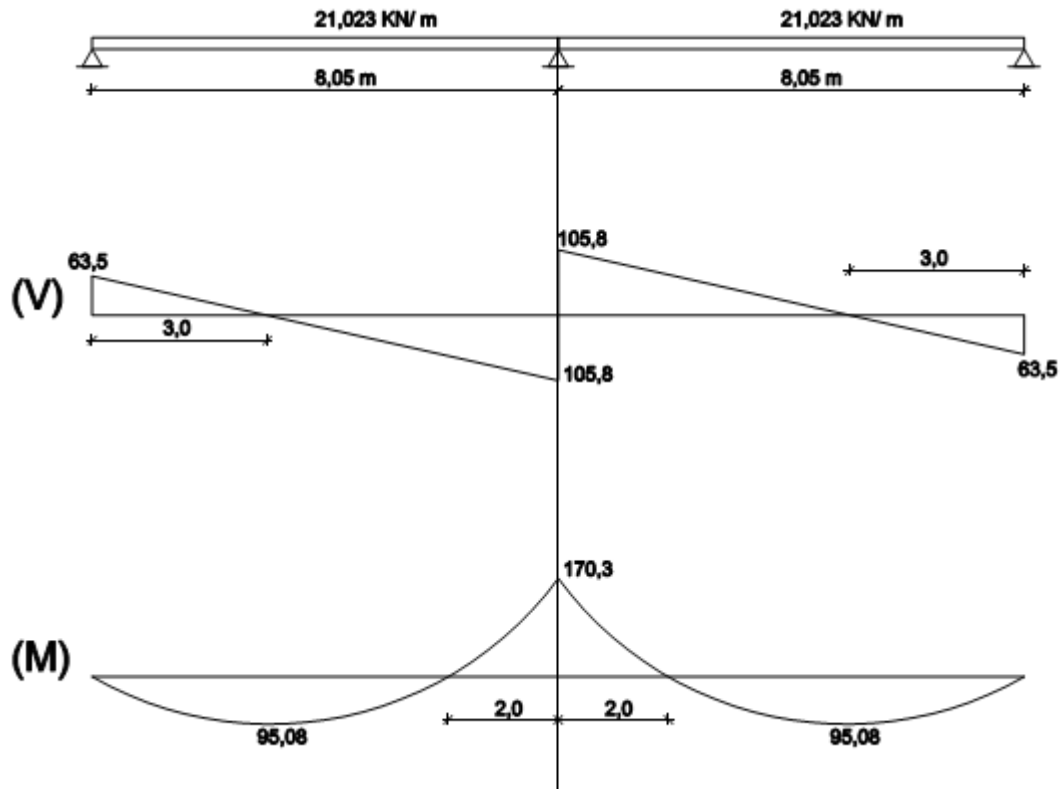
VIGAS => V1=V3=V4=V6 (20x80)cm

Momento Positivo

- $M = \frac{q \times l^2}{14,22} = \frac{21,023 \times 8,05^2}{14,22} = 95,8 \text{ kN.m} = 9580 \text{ kN.cm}$
- $M = 9580 \text{ kN} \times \text{cm} \Rightarrow K = \frac{9580 \times 1,4}{1,518 \times 20 \times 76^2} = 0,076 < K_L$ então: $K' = K$
- $A_s = \frac{1,518 \times 20 \times 76}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,076}) = 4,23 \text{ cm}^2$ [4 $\phi 12,5$ ($A_{SR} = 5,0 \text{ cm}^2$)]

Momento Negativo

- $X = \frac{q \times l^2}{8} = \frac{21,023 \times 8,05^2}{8} = 170,3 \text{ kN.m} = 17030 \text{ kN.cm}$
- $X = 17030 \text{ kN} \times \text{cm} \Rightarrow K = \frac{17030 \times 1,4}{1,518 \times 20 \times 76^2} = 0,136 < K_L$ então: $K' = K$
- $A_s = \frac{1,518 \times 20 \times 76}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,136}) = 7,78 \text{ cm}^2$ [4 $\phi 16$ ($A_{SR} = 8,00 \text{ cm}^2$)]



Decalagem do Diagrama

$$\circ a_t = 0,5 d = 0,5 \times 76 = 38 \text{ cm}$$

Comprimento de Ancoragem

$$\circ M = 9580 \text{ KN x cm (Região de boa aderência)}$$

$$\blacksquare l_b = 38\emptyset = 38 \times 1,25 = 47,5 \text{ cm}$$

$$\blacksquare l_{b, nec} = l_b \frac{A_{s, cal}}{A_{s, efetivo}} = 47,5 \times \frac{4,23}{5,00} \equiv 42 \text{ cm}$$

Comprimento de Ancoragem

$$\circ X = 17030 \text{ KN x cm (Região de má aderência)}$$

$$\blacksquare l_b = 55\emptyset = 55 \times 1,6 = 88 \text{ cm}$$

$$\blacksquare l_{b, nec} = l_b \frac{A_{s, cal}}{A_{s, efetivo}} = 88 \times \frac{7,78}{8,00} \equiv 86 \text{ cm}$$

CISALHAMENTO

- Cortante => V = 105,8 kN

- Verificação da Biela Comprimida

$$\circ \tau_{wd} = \frac{V_{sd}}{b_w \times d} = \frac{1,4 \times 105,8}{20 \times 76} = 0,097 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd, min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

- Calculo da Armadura

$$\circ \tau_{wd} = 0,104 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd, min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

$$\circ \text{Armadura mínima, adotar } \rho_{min} = 0,103$$

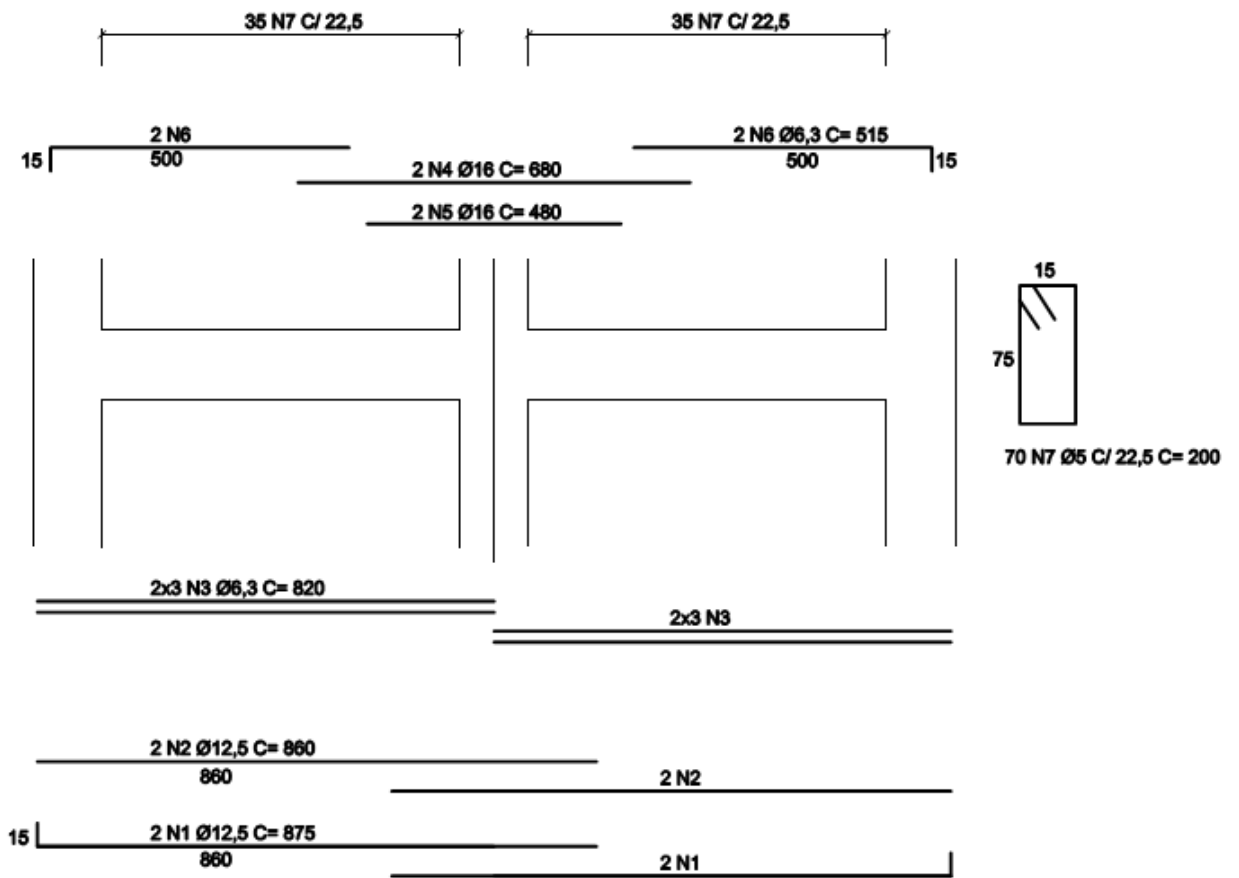
$$\blacksquare A_{sw} = \rho_{min} \times b_w = 0,103 \times 20 = 1,76 \text{ cm}^2 / m$$

$$\blacksquare \frac{A_{sw}}{2 \text{ Ramos}} = \frac{1,76}{2} = 0,88 \text{ cm}^2 / m$$

$$\blacksquare \tau_{wd} = \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,104}{0,434} = 0,240 < 0,67 \begin{cases} S_{max} = 0,6d \\ S_{max} = 0,6 \times 74 \\ = 44,4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\blacksquare \text{Adotar } \Rightarrow \emptyset 5,0 \text{ c/ } 22,5$$

- VIGAS => V1=V3=V4=V6 (20x80)cm



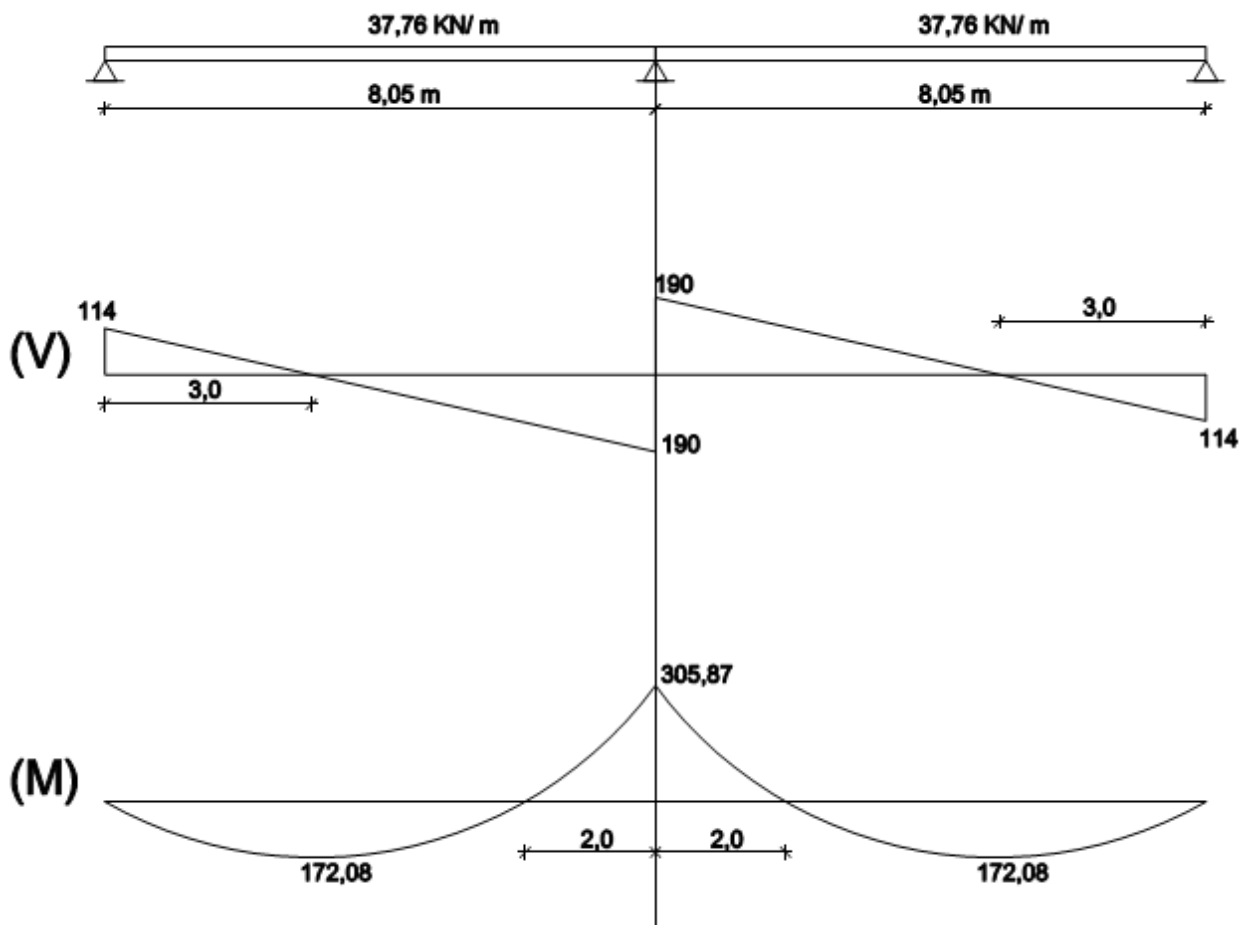
VIGAS => V2=V5 (20x80)cm

Momento Positivo

- $M = \frac{q \times l^2}{14,22} = \frac{37,76 \times 8,05^2}{14,22} = 172,08 \text{ kN} \cdot \text{m} = 17208 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
- $M = 17208 \text{ KN} \times \text{cm} \Rightarrow K = \frac{17208 \times 1,4}{1,518 \times 20 \times 76^2} = 0,137 < K_L$ então: $K' = K$
- $A_s = \frac{1,518 \times 20 \times 76}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,137}) = 7,87 \text{ cm}^2$ [4 $\phi 16$ ($A_{SR} = 8,0 \text{ cm}^2$)]

Momento Negativo

- $X = \frac{q \times l^2}{8} = \frac{37,76 \times 8,05^2}{8} = 305,87 \text{ kN} \cdot \text{m} = 30587 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
- $X = 30587 \text{ KN} \times \text{cm} \Rightarrow K = \frac{30587 \times 1,4}{1,518 \times 20 \times 76^2} = 0,244 < K_L$ então: $K' = K$
- $A_s = \frac{1,518 \times 20 \times 76}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,244}) = 15,10 \text{ cm}^2$ [5 $\phi 20$ ($A_{SR} = 15,75 \text{ cm}^2$)]



Decalagem do Diagrama

$$\circ a_t = 0,5 d = 0,5 \times 76 = 38 \text{ cm}$$

Comprimento de Ancoragem

$$\circ M = 172,08 \text{ KN x cm (Região de boa aderência)}$$

$$\square l_b = 38\emptyset = 38 \times 1,6 = 61,0 \text{ cm}$$

$$\square l_{b, nec} = l_b \frac{A_{s, cal}}{A_{s, efetivo}} = 61 \times \frac{7,87}{8,0} \equiv 60 \text{ cm}$$

Comprimento de Ancoragem

$$\circ X = 34443 \text{ KN x cm (Região de má aderência)}$$

$$\square l_b = 55\emptyset = 55 \times 1,6 = 88 \text{ cm}$$

$$\square l_{b, nec} = l_b \frac{A_{s, cal}}{A_{s, efetivo}} = 88 \times \frac{15,10}{16,0} \equiv 83 \text{ cm}$$

CISALHAMENTO

- Cortante => V= 190 kN

- Verificação da Biela Comprimida

$$\circ \tau_{wd} = \frac{V_{sd}}{b_w \times d} = \frac{1,4 \times 190}{20 \times 76} = 0,175 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd2} =$$

$$0,434 \text{ kN/cm}^2$$

- Calculo para cortante reduzida (35cm da face do pilar)

$$\circ V_{sd, red} = V_{max} - p \frac{(c+d)}{2} = 190 - 37,76 \times \frac{(0,30+0,70)}{2} = 171,12 \text{ kN}$$

$$\circ \tau_{wd, red} = \frac{V_{sd, red}}{b_w \times d} = \frac{1,4 \times 171,12}{20 \times 76} = 0,158 \text{ kN/cm}^2$$

$$\circ \tau_{wd, red} = 0,158 \text{ kN/cm}^2 > \tau_{wd, min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

$$\circ \text{Armadura } \rho_w = \frac{100(\tau_{wd, red} - \tau_{co})}{39,15} = \frac{100(0,158 - 0,0769)}{39,15} =$$

$$0,127$$

$$\square A_{sw} = \rho_w \times b_w = 0,127 \times 20 = 2,54 \text{ cm}^2 / m$$

$$\square \frac{A_{sw}}{2 \text{ Ramos}} = \frac{2,54}{2} = 1,27 \text{ cm}^2 / m$$

$$\blacksquare \tau_{wd} = \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,158}{0,434} = 0,364 < 0,67 \begin{cases} S_{\max}=0,6d \\ S_{\max}=\frac{0,6 \times 74}{44,4 \text{ cm}} \end{cases}$$

▪ Adotar $\Rightarrow \emptyset 5,0 \text{ c}/15$

• **Calculo para cortante a 215cm** (200cm da face do pilar)

○ $V_{sd,50} = V_{\max} - p \cdot x = 190 - 37,76 \times 2,15 = 108,9 \text{ kN}$

○ $\tau_{wd,135} = \frac{V_{sd,135}}{b_w \times d} = \frac{1,4 \times 108,9}{20 \times 76} = 0,100 \text{ kN/cm}^2$

○ $\tau_{wd,red} = 0,100 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd,min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$

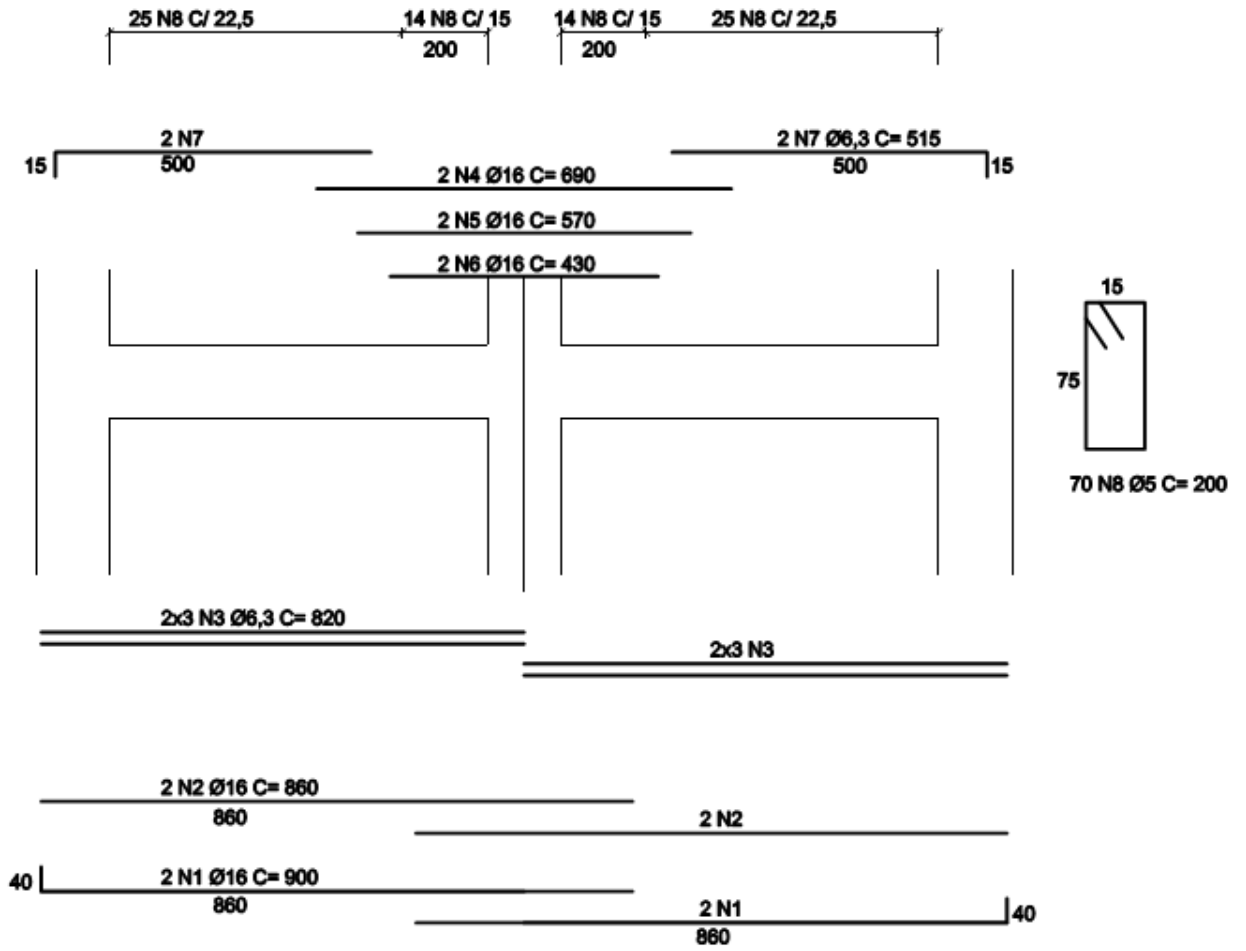
○ Armadura mínima, adotar $\rho_{min} = 0,103$

▪ $A_{sw} = \rho_{min} \times b_w = 0,103 \times 20 = 1,76 \text{ cm}^2 / m$

▪ $\frac{A_{sw}}{2 \text{ Ramos}} = \frac{1,76}{2} = 0,88 \text{ cm}^2 / m$

▪ $\tau_{wd} = \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,104}{0,434} = 0,240 < 0,67 \begin{cases} S_{\max}=0,6d \\ S_{\max}=\frac{0,6 \times 74}{44,4 \text{ cm}} \end{cases}$

▪ Adotar $\Rightarrow \emptyset 5,0 \text{ c}/22,5$



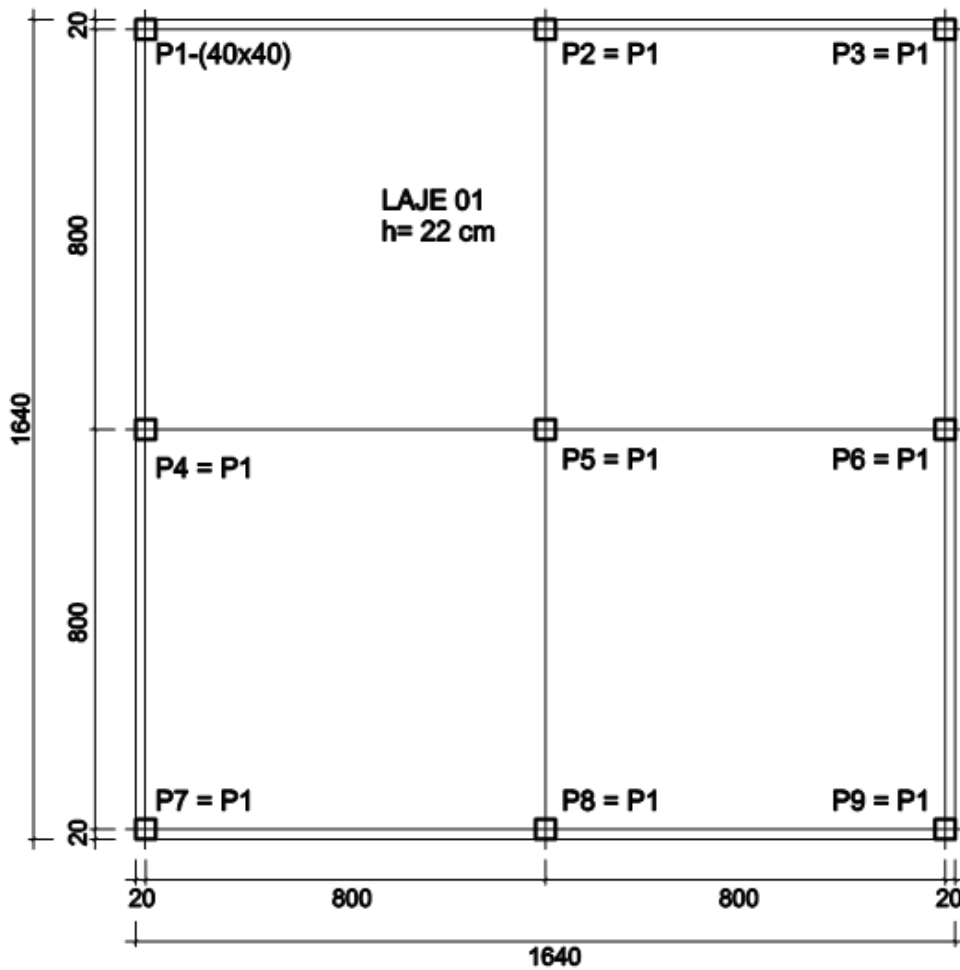
RESUMO DE ARMADURAS

Posição	Diametro (mm)	Quant	Unit	Total
Armadura Positiva - Laje (8x)				
1	6,3	45,0	835,0	300.600
Armadura Negativa - Laje (2x)				
1	6,3	104,0	180,0	37.440
Vigas V1= V3= V4= V6 (4x)				
1	12,5	4,0	875,0	14.000
2	12,5	4,0	860,0	13.760
3	6,3	12,0	820,0	39.360
4	16,0	2,0	680,0	5.440
5	16,0	2,0	480,0	3.840
6	6,3	4,0	515,0	8.240
7	5,0	70,0	200,0	56.000
Vigas V2= V5 (2x)				
1	16,0	4,0	900,0	7.200
2	16,0	4,0	860,0	6.880
3	6,3	12,0	820,0	19.680
4	16,0	2,0	690,0	2.760
5	16,0	2,0	570,0	2.280
6	16,0	2,0	430,0	1.720
7	6,3	4,0	515,0	4.120
8	5,0	70,0	200,0	28.000

RESUMO	Comp.		Peso p/ metro (kg/m)	Peso (kg)
	(cm)	(m)		
Diametro (mm)				
5,0	84.000	840	0,150	126
6,3	409.440	4.094	0,250	1.024
12,5	27.760	278	1,000	278
16,0	30.120	301	1,600	482

PESO TOTAL(KG)	
60B	126
50A	1.783
TOTAL	1.909,1

LAJE LISA MACIÇA:



Dados:

- Lajes L1
- Espessura da Laje = $\frac{L}{36} = \frac{810}{36} \equiv 22,5 \text{ cm}$ (Adotar = 22cm)
- $d = 18,5 \text{ cm}$
- Concreto $F_{ck} = 25 \text{ MPa}$
- Aço CA-50
- Cobrimento = 2,0cm
- Seção do Pilares = $\frac{L}{20} = \frac{810}{20} \equiv 40 \text{ cm}$ (Adotar seção 40x40cm)

Carregamento da Laje:

Carga permanente (g)

$$p_p = 0,22 \times 25 = 5,50 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Alv.} = \dots\dots\dots = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Rev.} = \dots\dots\dots = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Total} = \dots\dots\dots = 7,5 \text{ kN/m}^2 \quad (0,75 \text{ g} = 0,75 \times 7,5 = 5,625 \text{ kN/m}^2)$$

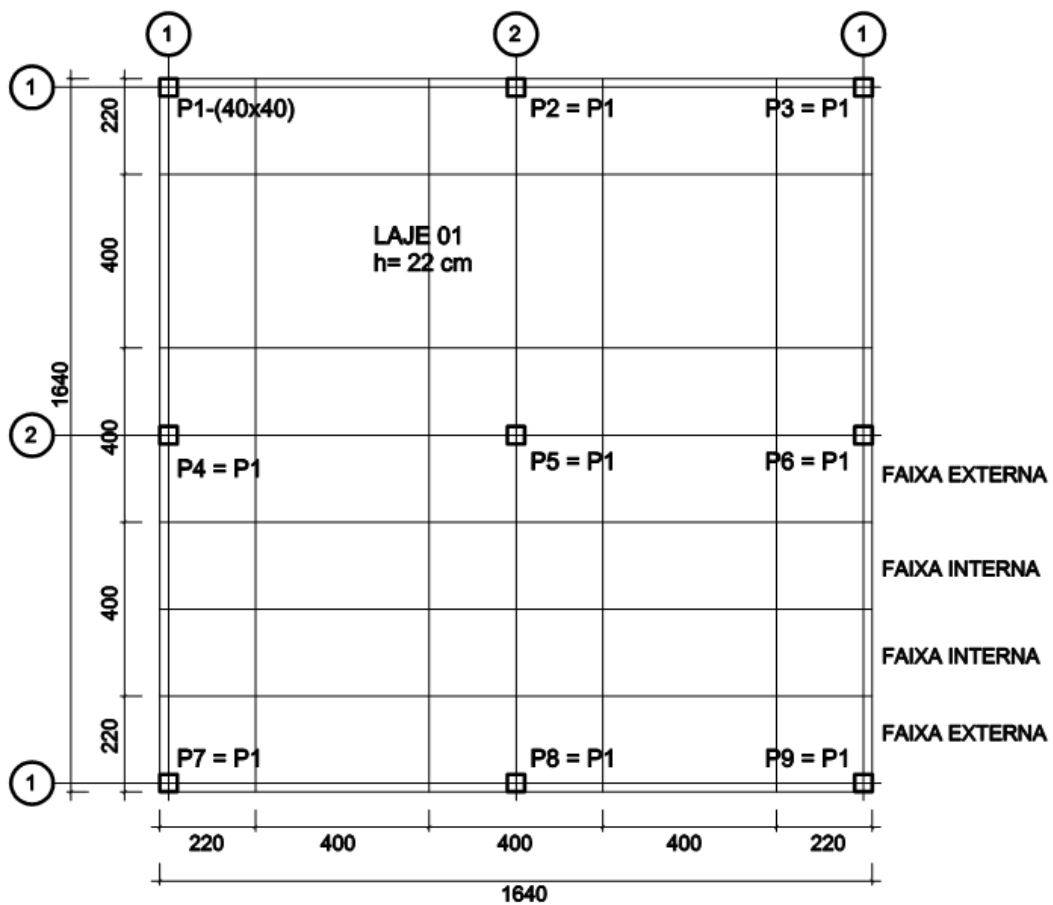
Carga Acidental (q)

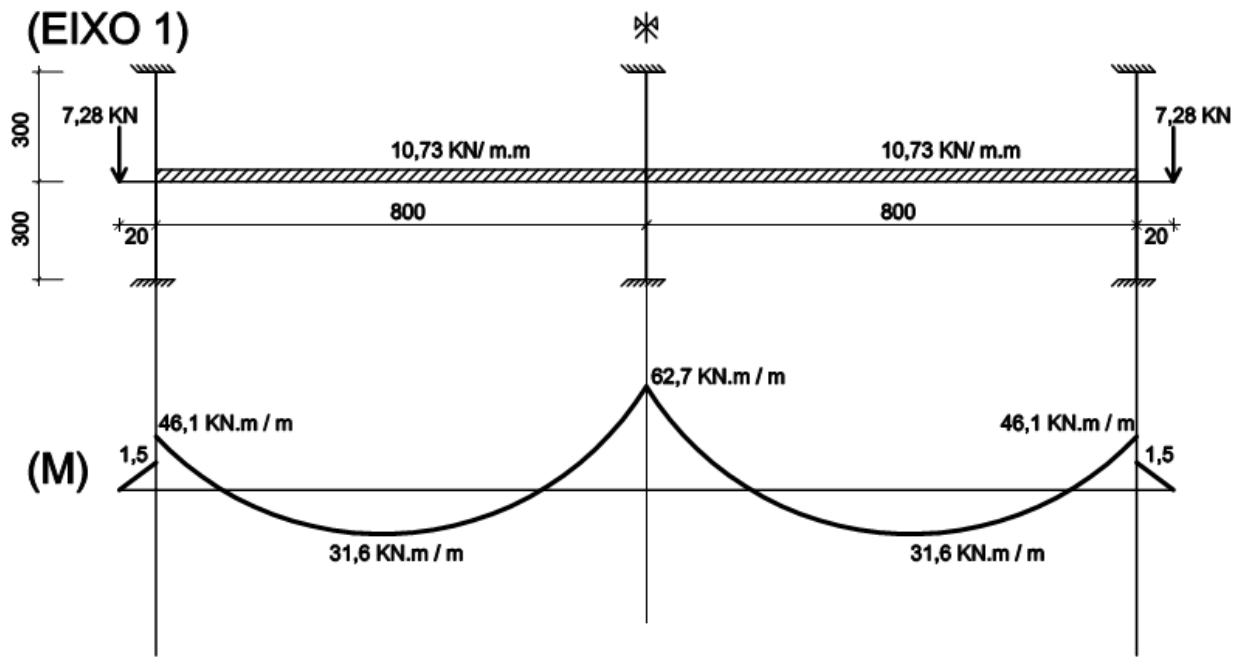
$$\text{Sobrecarga} = \dots\dots\dots = 1,5 \text{ kN/m}^2 \quad (< 0,75 \text{ g})$$

$$\text{Carga Total (p)} = 9,00 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Peso da Alvenaria ext.} = 0,2 \times 2,80 \times 13 = 7,28 \text{ kN/m}^2$$

Análise da Estrutura:





Dimensionamento de Momento Lajes Lisas				
Eixo-1 (Lateral)	Momento no Painel (kN.m)	Faixa	% Faixa	Momento da Faixa (kN.m/m)
Momento Negativo	62,7 x 8,0 = 501,6	Interna	12,5	62,70
		Externa	37,5	188,10
Momento Positivo	31,6 x 8,0 = 252,8	Interna	22,5	56,88
		Externa	27,5	69,52
Momento Negativo	46,1 x 8,0 = 368,8	Interna	12,5	46,10
		Externa	37,5	138,30

Cálculo de Armadura:

- $M = 62,70 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{62,70 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5^2} = 0,084 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,084}) = 11,41 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{s_{cm^2/m}} = 5,71 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 10 \text{ c/ } 12,5 \text{ (} A_{sR} = 6,40 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $X = 188,10 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{188,10 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5^2} = 0,253 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,253}) = 38,44 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{s_{cm^2/m}} = 19,22 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 16 \text{ c/ } 10 \text{ (} A_{sR} = 20,0 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $M = 56,88 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{56,88 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5^2} = 0,077 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,077}) = 10,31 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{s_{cm^2/m}} = 5,15 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 10 \text{ c/ } 15 \text{ (} A_{sR} = 5,33 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $X = 69,52 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{69,52 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5^2} = 0,094 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,094}) = 12,72 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{s_{cm^2/m}} = 6,36 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 10 \text{ c/ } 12,5 \text{ (} A_{sR} = 6,40 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $M = 46,10 \text{ KN} \times \text{m} \Rightarrow K = \frac{46,10 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5} = 0,062 < K_L$ então: $K' = K$

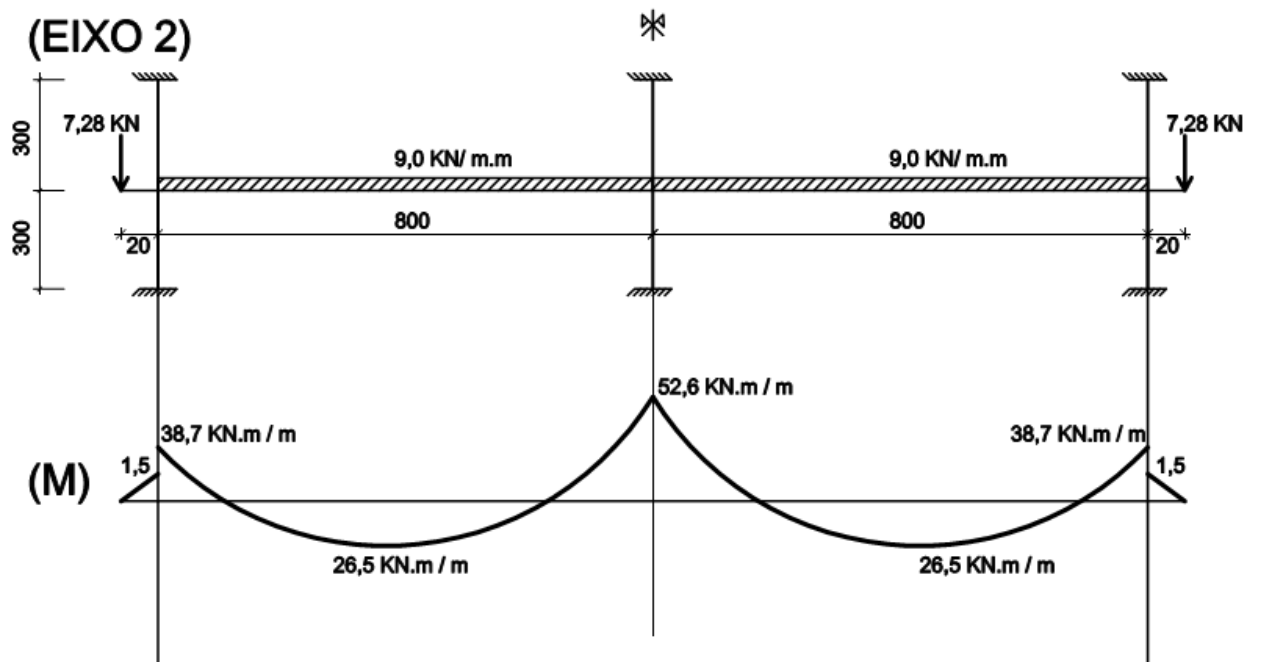
$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,062}) = 8,29 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{s_{\text{cm}^2/\text{m}}} = 4,14 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 10 \text{ c/ } 17,5 \text{ (} A_{sR} = 4,57 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $X = 138,30 \text{ KN} \times \text{m} \Rightarrow K = \frac{138,30 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5} = 0,186 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,186}) = 26,85 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{s_{\text{cm}^2/\text{m}}} = 13,42 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 16 \text{ c/ } 15 \text{ (} A_{sR} = 13,33 \text{ cm}^2\text{)}]$$



Dimensionamento de Momento Lajes Lisas				
Eixo-2 (Central)	Momento no Painel (kN.m)	Faixa	% Faixa	Momento da Faixa (kN.m/m)
Momento Negativo	52,6 x 8,0 = 420,8	Interna	12,5	52,60
		Externa	37,5	157,80
Momento Positivo	26,5 x 8,0 = 212	Interna	22,5	47,70
		Externa	27,5	58,30
Momento Negativo	38,7 x 8,0 = 309,6	Interna	12,5	38,70
		Externa	37,5	116,10

Cálculo de Armadura:

- $M = 52,60 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{52,60 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5^2} = 0,071 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,071}) = 9,50 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{S_{cm^2/m}} = 4,75 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 10 \text{ c/ } 17,5 \text{ (} A_{SR} = 4,57 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $X = 157,80 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{157,80 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5^2} = 0,212 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,212}) = 31,22 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{S_{cm^2/m}} = 15,61 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 16 \text{ c/ } 12,5 \text{ (} A_{SR} = 16,0 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $M = 47,70 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{47,70 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5^2} = 0,064 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,064}) = 8,58 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{S_{cm^2/m}} = 4,29 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 10 \text{ c/ } 17,5 \text{ (} A_{SR} = 4,57 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $X = 58,30 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{58,30 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5^2} = 0,078 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,078}) = 10,57 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{S_{cm^2/m}} = 5,29 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 10 \text{ c/ } 15 \text{ (} A_{SR} = 5,33 \text{ cm}^2\text{)}]$$

- $M = 38,70 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{38,70 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5} = 0,052 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,052}) = 6,92 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{s_{\text{cm}^2/\text{m}}} = 3,46 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 10 \text{ c/ } 22,5 \text{ (} A_{sR} = 3,56 \text{ cm}^2\text{)}]$$

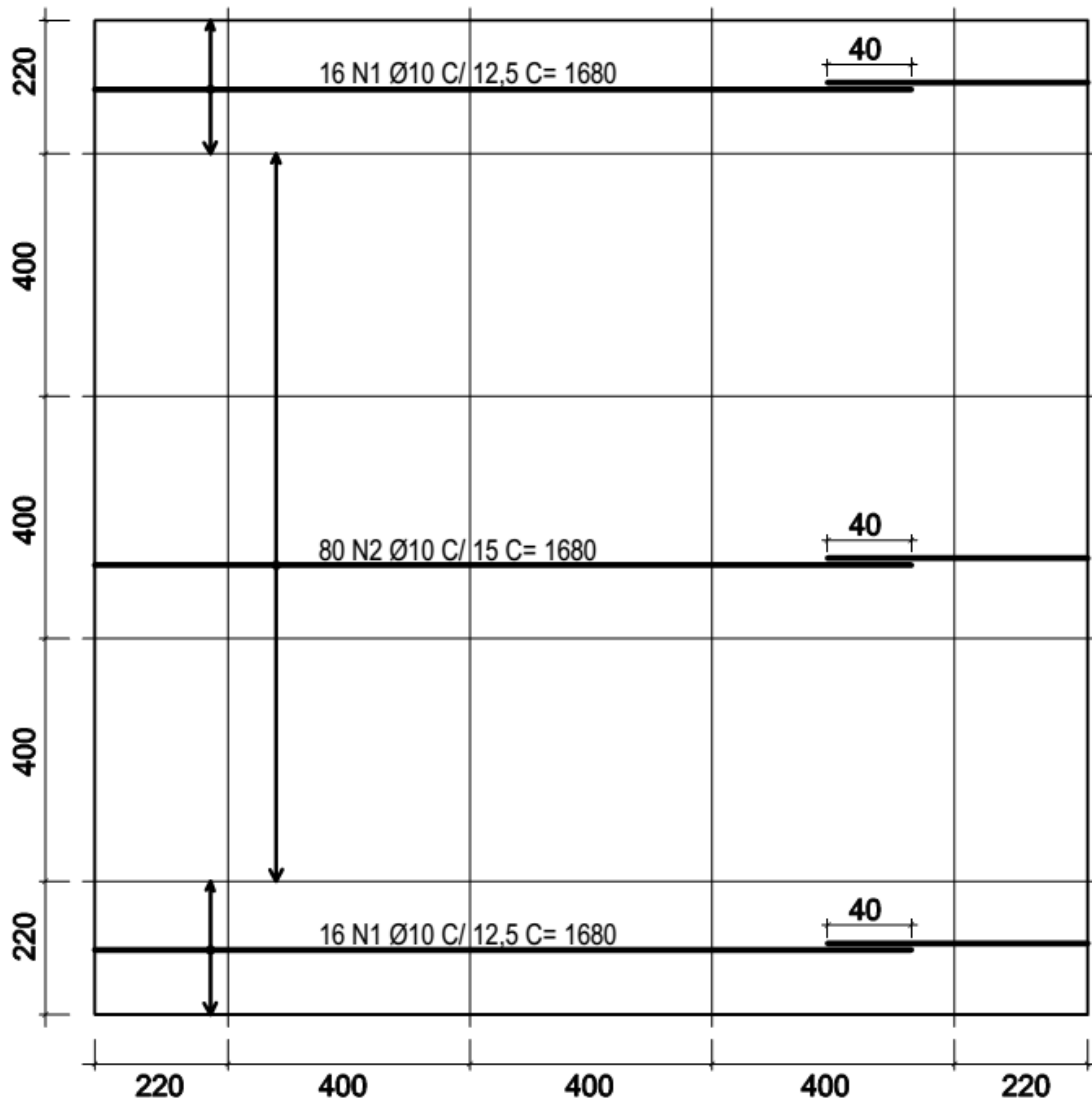
- $X = 116,10 \text{ KN x m} \Rightarrow K = \frac{116,10 \times 100 \times 1,4}{1,518 \times 200 \times 18,5} = 0,156 < K_L$ então: $K' = K$

$$A_s = \frac{1,518 \times 200 \times 18,5}{43,50} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,156}) = 22,08 \text{ cm}^2 \text{ (Total).}$$

$$A_{s_{\text{cm}^2/\text{m}}} = 11,04 \text{ cm}^2/\text{m} \quad [\phi 16 \text{ c/ } 17,5 \text{ (} A_{sR} = 11,43 \text{ cm}^2\text{)}]$$

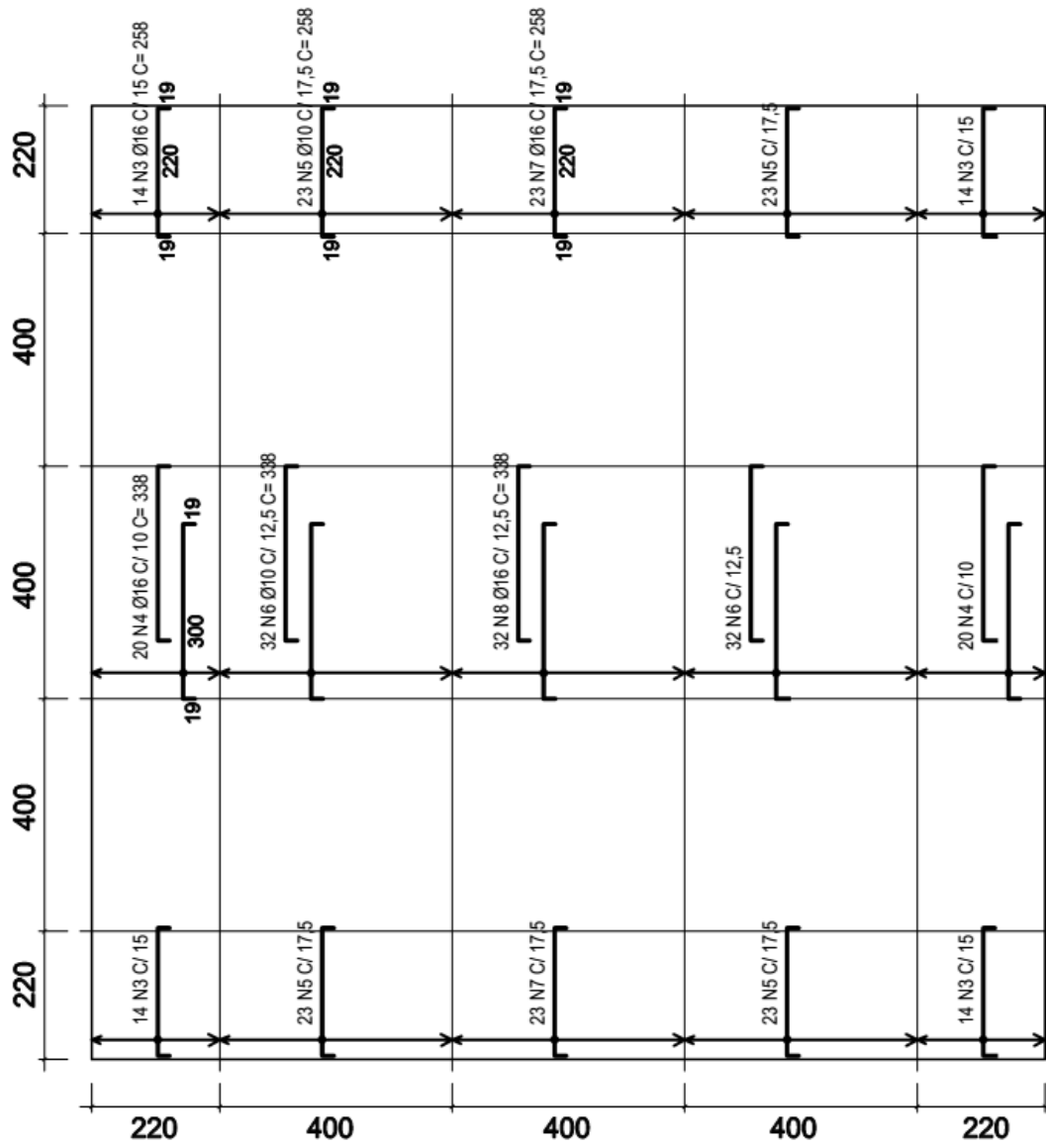
Armação Positiva:

(Simétrica nas 2 direções)



Armação Negativa:

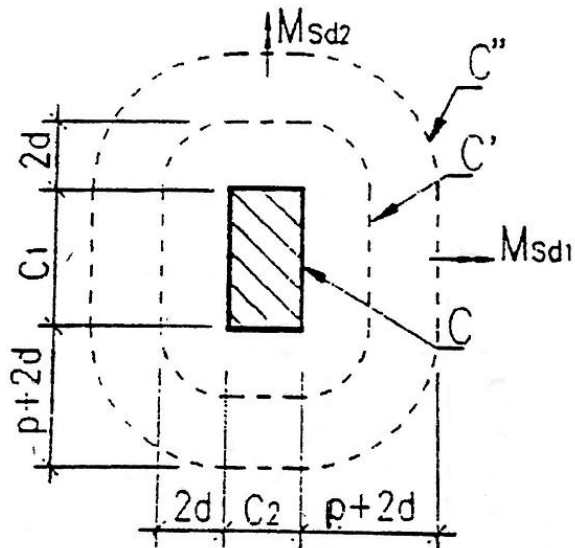
(Simétrica nas 2 direções)



PUNÇÃO

Dimensionamento dos Pilares:

P5 (40x40)



- **Esforços**

- $F_z = F_s = (9,0 \times 8,0 \times 8,0) = 576 \text{ kN}$
 - $F_{sd} = 1,4 \times 576 = 806,4 \text{ kN}$
- $M_x = M_y = 0$

- **Dimensionamento**

- $\frac{c_1}{c_2} = \frac{c_2}{c_1} = 1,0 \begin{cases} K_1=0,60 \\ K_2=0,60 \end{cases}$
- Contorno C
 - $U_0 = 2 (C_1 + C_2) = 2 \times (40 + 40) = 160 \text{ cm}$
 - Tensão Solicitante $\Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U_0 d} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1} d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2} d}$
 - $\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U_0 d} = \frac{806,4}{160 \times 18,5} \cong 0,272 \text{ kN/cm}^2 = 2,72 \text{ MPa}$
 - Tensão Resistente $\Rightarrow \tau_{rd2} = 0,27 \alpha_y \times f_{cd}$
 - $\alpha_y = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$
 - $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{25}{1,4} = 17,88 \text{ MPa}$
 - $\tau_{rd2} = 0,27 \times 0,9 \times 17,88 = 4,34 \text{ MPa}$
 - $\tau_{rd2} = 4,34 \text{ MPa} > \tau_{sd} = 2,72 \text{ MPa}$
 - Ok! p/ contorno C

○ Contorno C' (a distância 2d)

- $U = 2 (C_1 + C_2) + 4\pi d$
 - $U = 2 \times (40 + 40) + 4 \times \pi \times 18,5 = 392,5\text{cm}$
- Tensão Solicitante $\Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U d} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1} d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2} d}$
 - $M_{sd2} = M_{sd1} = 0$
 - $\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U d} = \frac{806,4}{392,5 \times 18,5} \equiv 0,111\text{kN/m}^2 = 1,11\text{ MPa}$
- Tensão Resistente $\Rightarrow \tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \times (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}}$
 - $\rho = \frac{A_s}{A_c} \quad (A_s = \emptyset 16\text{c}/12,5) = \frac{2}{12,5 \times 18,5} = 0,0086$
 - $\tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{18,5}} \right) \times (100 \times 0,0086 \times 25)^{\frac{1}{3}}$
 - $\tau_{rd1} = 0,737\text{ MPa} < \tau_{sd} = 1,11\text{ MPa}$ (precisa de armação)
- Calculo de Armadura

- $f_{ywd} = 250 + 185 \times \frac{(h-15)}{20}$

$$f_{ywd} = 250 + 185 \times \frac{(22-15)}{20} = 314,75\text{MPa} = 31,475\text{ kN/cm}^2$$

- $\tau_{sd} = \frac{0,10}{0,13} \tau_{rd1} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d} ; (\alpha = 90^\circ)$

- $0,111 = \frac{0,10}{0,13} 0,0737 + 1,5 \frac{18,5}{14} \frac{A_{sw} 31,475 \times 1}{392,5 \times 18,5}$

- $A_{sw} = 6,32\text{ cm}^2 / \text{m}$

- Espaçamento máximo

- $S_0 \leq 0,5 d = 0,5 \times 18,5 = 9,25 \cong 10\text{cm}$

- $S_r \leq 0,75 d = 0,75 \times 18,5 = 13,88 \cong 14\text{cm}$

- $S_e \leq 2 d = 2 \times 18,5 = 37\text{cm}$

- Armadura Mínima $\Rightarrow A_{sw}^{min} = \frac{1}{2} \times \frac{F_{sd}}{f_{ywd}}$

$$A_{sw}^{min} = \frac{1}{2} \times \frac{F_{sd}}{f_{ywd}} = \frac{1}{2} \times \frac{806,4}{31,475} = 12,8\text{ cm}^2 / \text{m} \quad (16\emptyset 10\text{mm})$$

○ Contorno C'' (a distância 4d)

- $U = 2 (C_1 + C_2) + 4\pi d + 2\pi p ; (p = 2d = 37\text{cm})$

- $U = 2 \times (40 + 40) + 4\pi \times 18,5 + 2\pi \times 37 = 508,7\text{cm}$

- Tensão Solicitante $\Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1}d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2}d}$

- $M_{sd2} = M_{sd2} = 0$

- $\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} = \frac{806,4}{508,7 \times 18,5} \equiv 0,0857\text{kN/m}^2 = 0,86\text{MPa}$

- Tensão Resistente

$$\tau_{rd1} = 0,737\text{MPa} < \tau_{sd} = 0,86\text{MPa} \text{ (precisa de armadura)}$$

- Calculo de Armadura

- $f_{ywd} = 250 + 185 \times \frac{(h-15)}{20}$

$$f_{ywd} = 250 + 185 \times \frac{(22-15)}{20} = 314,75\text{MPa} = 31,475\text{ kN/cm}^2$$

- $\tau_{sd} = \frac{0,10}{0,13} \tau_{rd1} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d} ; (\alpha = 90^\circ)$

- $0,86 = \frac{0,10}{0,13} 0,737 + 1,5 \frac{18,5}{14} \frac{A_{sw} 31,475 \times 1}{508,7 \times 18,5}$

- $A_{sw} = 3,12\text{ cm}^2 / \text{m}$ (adotar armadura mínima)

- Espaçamento máximo

- $S_0 \leq 0,5 d = 0,5 \times 18,5 = 9,25 \cong 10\text{cm}$

- $S_r \leq 0,75 d = 0,75 \times 18,5 = 13,88 \cong 14\text{cm}$

- $S_e \leq 2 d = 2 \times 18,5 = 37\text{cm}$

- Armadura Mínima \Rightarrow

$$A_{sw}^{min} = 12,8\text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (16}\phi 10\text{mm)}$$

- Contorno C''' (a distância 6d)

- $U = 2 (C_1 + C_2) + 4\pi d + 2\pi p ; (p = 4d = 74\text{cm})$

- $U = 2 \times (40 + 40) + 4\pi \times 18,5 + 2\pi \times 74 = 857,4\text{cm}$

- Tensão Solicitante $\Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1}d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2}d}$

- $M_{sd2} = M_{sd2} = 0$

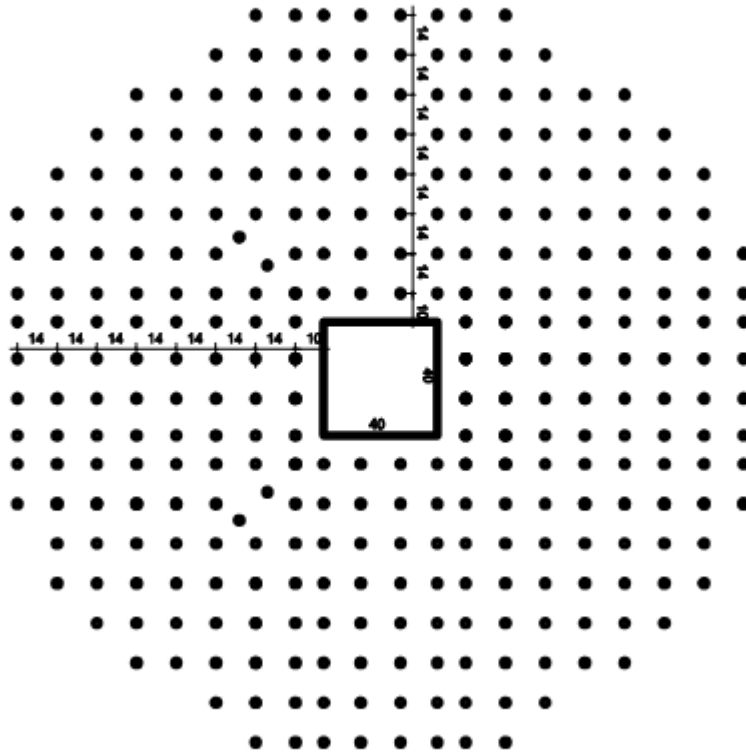
- $\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} = \frac{806,4}{857,4 \times 18,5} \equiv 0,051\text{kN/m}^2 = 0,51\text{MPa}$

- Tensão Resistente

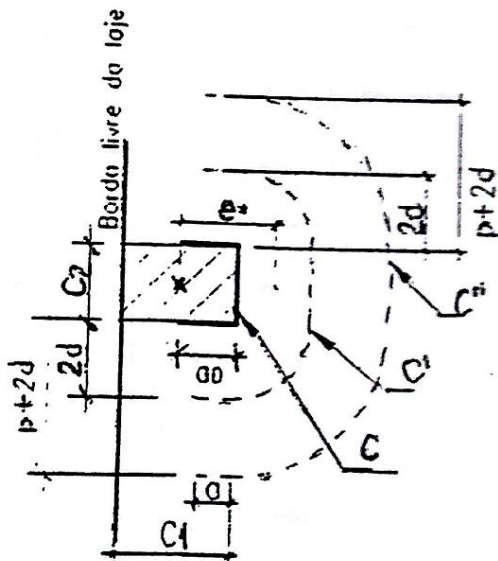
$$\tau_{rd1} = 0,737 \text{ MPa} < \tau_{sd} = 0,51 \text{ MPa} \text{ (não precisa de armação)}$$

- Calculo de Armadura

- $A_{sw} = 3,12 \text{ cm}^2 / \text{m}$ (adotar armadura mínima)



P2=P4=P6=P8 (40x40)



• Esforços

- $F_z = F_s = (9,0 \times 4,2 \times 8) + (8,0 \times 7,28) = 363 \text{ kN}$
 - $F_{sd} = 1,4 \times 363 = 508,2 \text{ kN}$
- $M_x = \frac{((38,7 - 1,5) \times 8)}{2 \times 2} = 74,4 \text{ kN m} = 7440 \text{ kN cm}$
 - $M_{sd1} = 1,4 \times 7440 = 10420 \text{ kN cm}$
 - $M_y = 0 \Rightarrow M_{sd2} = 0$

• Dimensionamento

- Calculo de K
 - $\frac{C_1}{C_2} = 1,0 \Rightarrow K_1 = 0,6$
 - $\frac{C_2}{2C_1} = \frac{40}{2 \times 40} = 0,5 \Rightarrow K_2 = 0,45$
- $a_0 = 1,5 d = 1,5 \times 18,5 = 27,75 \text{ cm}$
- $a \leq \begin{cases} 1,5 d = 27,75 \text{ cm} \\ 0,5 C_1 = 0,5 \times 40 = 20 \text{ cm}^* \end{cases}$
- Contorno C
 - $U_0^* = 2a_0 + C_2 = 2 \times 27,75 + 40 = 95,5 \text{ cm}$
 - $W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2} = \frac{40^2}{2} + \frac{40 \times 40}{2} = 1600 \text{ cm}^2$
 - $W_{p2} = \frac{C_1^2}{4} + C_1 C_2 = \frac{40^2}{4} + 40 \times 40 = 2000 \text{ cm}^2$
 - $e_0^* = \frac{C_1 a_0 - a_0^2 + \frac{C_1 \times C_2}{2}}{2a_0 + C_2} = \frac{40 \times 27,75 - 27,75^2 + \frac{40 \times 40}{2}}{2 \times 27,75 + 40} = 11,94 \text{ cm}$

- $M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = M_{sd} - (F_{sd} e^*)$
 - $M_{sd1} = 7440 - (508,2 \times 11,94) = 1372 \text{ kN cm}$
- Tensão Solicitante $\Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U_0 d} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1} d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2} d}$
 - $M_{sd2} = 0$
 - $\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U_0 d} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1} d}$
 - $\tau_{sd} = \frac{508,2}{95,5 \times 18,5} + 0,6 \frac{1372}{1600 \times 18,5}$
 - $\tau_{sd} \cong 0,315 \text{ kN/cm}^2 = 3,15 \text{ MPa}$
- Tensão Resistente \Rightarrow (Calculado no pilar anterior)
 - $\tau_{rd2} = 4,34 \text{ MPa} > \tau_{sd} = 3,15 \text{ MPa}$
 - Ok! p/ contorno C

○ Contorno C' (a distância 2d)

- $U^* = 2a + C_2 + 2\pi d$
 - $U = (2 \times 20) + 40 + (2 \times \pi \times 18,5) = 196,2 \text{ cm}$
- $W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1$

$$W_{p1} = \frac{40^2}{2} + \frac{40 \times 40}{2} + 2 \times 40 \times 18,5 + 8 \times 18,5^2 + \pi \times 18,5 \times 40$$

$$W_{p1} = 8142,78 \text{ cm}^2$$
- $W_{p2} = \frac{C_1^2}{4} + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2$

$$W_{p2} = \frac{40^2}{2} + 40 \times 40 + 2 \times 40 \times 18,5 + 8 \times 18,5^2 + \pi \times 18,5 \times 40$$

$$W_{p2} = 8942,78 \text{ cm}^2$$
- $e^* = \frac{C_1 a - a^2 + \frac{C_1 \times C_2}{2} + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2a + C_2 + 2\pi d}$
 - $e^* = \frac{40 \times 20 - 20^2 + \frac{40 \times 40}{2} + 2 \times 40 \times 18,5 + 8 \times 18,5^2 + \pi \times 18,5 \times 40}{2 \times 20 + 40 + 2 \times \pi \times 18,5} = 27,6 \text{ cm}$
- $M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = M_{sd} - (F_{sd} e^*)$

$$\circ M_{sd1} = 7440 - (508,2 \times 27,6) = -6586 \text{ kN cm}$$

$$\circ \text{Adotar } M_{sd1} = 0$$

$$\blacksquare \text{ Tensão Solicitante } \Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1}d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2}d}$$

$$\bullet \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} = \frac{508,2}{196,2 \times 18,5} \equiv 0,140 \text{ kN/m}^2 = 1,40 \text{ MPa}$$

$$\circ \text{ Tensão Resistente } \Rightarrow \tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \times (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \rho = \frac{A_s}{A_c} \quad (A_s = \emptyset 16c/17,5) = \frac{2}{17,5 \times 18,5} = 0,0062$$

$$\bullet \tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{18,5}} \right) \times (100 \times 0,0062 \times 25)^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \tau_{rd1} = 0,661 \text{ MPa} < \tau_{sd} = 1,40 \text{ MPa (precisa de armadura)}$$

▪ Calculo de Armadura

$$\bullet f_{ywd} = 31,475 \text{ kN/cm}^2$$

$$\bullet \tau_{sd} = \frac{0,10}{0,13} \tau_{rd1} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sv} f_{ywd} \sin \alpha}{u d} ; (\alpha = 90^\circ)$$

$$\bullet 0,140 = \frac{0,10}{0,13} 0,661 + 1,5 \frac{18,5}{14} \frac{A_{sv} 31,475 \times 1}{196,2 \times 18,5}$$

$$\bullet A_{sv} = 5,18 \text{ cm}^2 \text{ (adotar armadura mínima)}$$

▪ Armadura Mínima

$$A_{sv}^{min} = 12,8 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (16}\emptyset 10\text{mm)}$$

○ Contorno C'' (a distância 4d)

$$\blacksquare U^* = 2a + C_2 + 2\pi d + \pi p ; (p = 2d = 37\text{cm})$$

$$\bullet U^* = 2 \times 20 + 40 + 2\pi \times 18,5 + \pi \times 37 = 312,5\text{cm}$$

▪ Se e^* do contorno anterior já definiu uma redução do momento para zero,

$$\circ \text{Adotar } M_{sd1} = 0$$

$$\blacksquare \text{ Tensão Solicitante } \Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1}d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2}d}$$

$$\bullet M_{sd2} = M_{sd2} = 0$$

$$\bullet \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} = \frac{508,2}{312,5 \times 18,5} \equiv 0,0879 \text{ kN/m}^2 = 0,88 \text{ MPa}$$

- Tensão Resistente
 - $\tau_{rd1} = 0,661 \text{ MPa} < \tau_{sd} = 0,88 \text{ MPa}$ (precisa de armação)

- Calculo de Armadura

- $f_{ywd} = 314,75 \text{ MPa} = 31,475 \text{ kN/cm}^2$
- $\tau_{sd} = \frac{0,10}{0,13} \tau_{rd1} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d}$; ($\alpha = 90^\circ$)
- $0,088 = \frac{0,10}{0,13} 0,0661 + 1,5 \frac{18,5}{14} \frac{A_{sw} 31,475 \times 1}{312,5 \times 18,5}$
- $A_{sw} = 3,44 \text{ cm}^2$ (adotar armadura mínima)
- Armadura Mínima
 $A_{sw}^{min} = 12,8 \text{ cm}^2 / \text{m}$ (16Ø10mm)

- Contorno C''' (a distância 6d)

- $U^* = 2a + C_2 + 2\pi d + \pi p$; ($p = 3d = 74 \text{ cm}$)
 - $U^* = 2 \times 20 + 40 + 2\pi \times 18,5 + \pi \times 74 = 428,7 \text{ cm}$
- Se e^* do contorno anterior já definiu uma redução do momento para zero,

- Adotar $M_{sd1} = 0$

- Tensão Solicitante $\Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U d} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1} d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2} d}$
 - $M_{sd2} = M_{sd2} = 0$
 - $\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U d} = \frac{508,2}{428,7 \times 18,5} \equiv 0,064 \text{ kN/m}^2 = 0,64 \text{ MPa}$

- Tensão Resistente

- $\tau_{rd1} = 0,661 \text{ MPa} > \tau_{sd} = 0,64 \text{ MPa}$ (não precisa de armação)

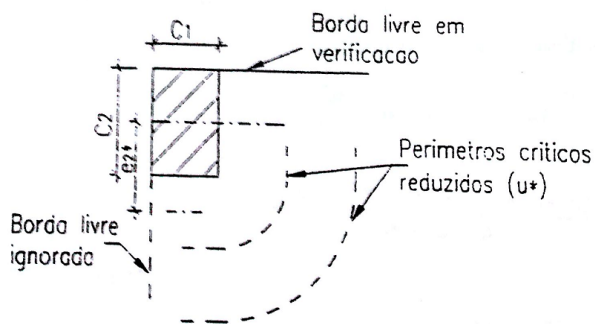
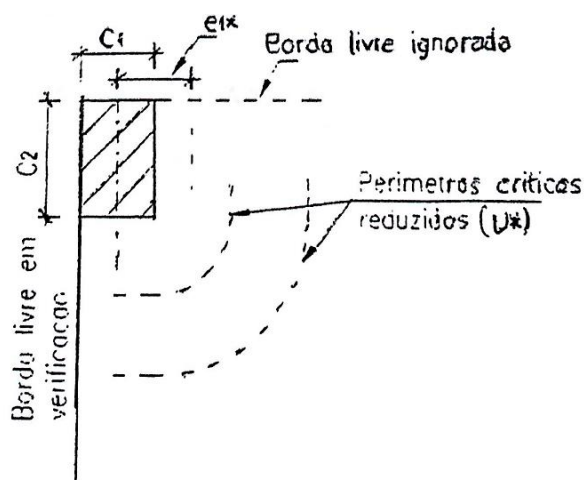
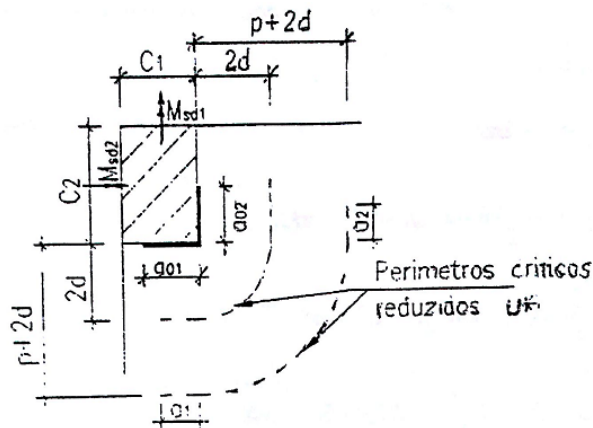
- Calculo de Armadura

- Armadura Mínima
 $A_{sw}^{min} = 12,8 \text{ cm}^2 / \text{m}$ (16Ø10mm)



P1=P3=P5=P7

(40x40)



• **Esforços**

○ $F_z = F_s = (9,0 \times 4,2 \times 4,2) + (8,4 \times 7,28) = 220 \text{ kN}$

$F_{sd} = 220 \times 1,4 = 308 \text{ kN}$

○ $M_x = M_y = \frac{((46,1 - 1,5) \times 4,2)}{2 \times 2} = 46,83 \text{ kN m} = 4683 \text{ kN cm}$

▪ $M_{sd1} = 1,4 \times 4683 = 6556 \text{ kN cm}$

▪ $M_y = 0 \Rightarrow M_{sd2} = 0$

- **Dimensionamento**

- Calculo de K

- $\frac{c_1}{c_2} = 1,0 \Rightarrow K_1 = 0,6$

- $\frac{c_2}{c_1} = 1,0 \Rightarrow K_2 = 0,6$

- $a_{01} = a_{02} = 1,5 d = 1,5 \times 18,5 = 27,75 \text{ cm}$

- $a_1 = a_2 \leq \begin{cases} 1,5 d = 27,75 \text{ cm} \\ 0,5 c_1 = 0,5 \times 40 = 20 \text{ cm}^* \end{cases}$

- Contorno C

- $U_{01}^* = a_{01} + a_{02} = 2 \times 27,75 = 55,5 \text{ cm}$

- $W_{p1} = W_{p2} = \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1 c_2}{2} = \frac{40^2}{4} + \frac{40 \times 40}{2} = 1.200 \text{ cm}^2$

- $e_0^* = \frac{c_1 a_2 - a_1^2 + c_1 a_2}{2(a_1 + a_2)} = \frac{40 \times 20 - 20^2 + 40 \times 20}{2(20 + 20)} = 15 \text{ cm}$

- $M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = M_{sd} - (F_{sd} e^*)$

- $M_{sd1} = 6556 - (308 \times 15) = 1936 \text{ kN cm}$

- Tensão Solicitante $\Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U_0 d} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1} d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2} d}$

- Fazer para cada lado separadamente

- $\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U_0^* d} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1} d}$

- $\tau_{sd} = \frac{308}{55,5 \times 18,5} + 0,6 \frac{1936}{1200 \times 18,5}$

- $\tau_{sd} \cong 0,352 \text{ kN/cm}^2 = 3,52 \text{ MPa}$

- Tensão Resistente \Rightarrow (Calculado no pilar anterior)

- $\tau_{rd2} = 4,34 \text{ MPa} > \tau_{sd} = 3,52 \text{ MPa}$

- Ok! p/ contorno C

- Contorno C' (a distância 2d)

- $U^* = a_1 + a_2 + \pi d$

- $U^* = 20 + 20 + (\pi \times 18,5) = 98,12 \text{ cm}$

- $W_{p1} = \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1 c_2}{2} + 2c_2 d + 4d^2 + \frac{\pi d c_1}{2}$

$$W_{pl} = \frac{40^2}{4} + \frac{40 \times 40}{2} + 2 \times 40 \times 18,5 + 4 \times 18,5^2 + \frac{\pi \times 18,5 \times 40}{2}$$

$$W_{pl} = 5211,39 \text{ cm}^2$$

$$e^* = \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 C_1 + 4a_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2(a_1 + a_2 + \pi d)}$$

$$e^* = \frac{40 \times 20 - 20^2 + 20 \times 40 + 4 \times 20 \times 18,5 + 8 \times 18,5^2 + \pi \times 18,5 \times 40}{2(20 + 20 + \pi \times 18,5)} = 43,5 \text{ cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = M_{sd} - (F_{sd} e^*)$$

$$\circ M_{sd1} = 6556 - (308 \times 43,5) = -6842 \text{ kN cm}$$

$$\circ \text{Adotar } M_{sd1} = 0$$

$$\text{■ Tensão Solicitante } \Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U d} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1} d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2} d}$$

$$\bullet \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{U d} = \frac{308}{98,12 \times 18,5} \equiv 0,170 \text{ kN/m}^2 = 1,70 \text{ MPa}$$

$$\circ \text{Tensão Resistente } \Rightarrow \tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \times (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \rho = \frac{A_s}{A_c} \quad (A_s = \emptyset 16c/15) = \frac{2}{15 \times 18,5} = 0,0072$$

$$\bullet \tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{18,5}} \right) \times (100 \times 0,0072 \times 25)^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \tau_{rd1} = 0,695 \text{ MPa} < \tau_{sd} = 1,70 \text{ MPa} \text{ (precisa de armadura)}$$

■ Cálculo de Armadura

$$\bullet f_{ywd} = 31,475 \text{ kN/cm}^2$$

$$\bullet \tau_{sd} = \frac{0,10}{0,13} \tau_{rd1} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d} ; (\alpha = 90^\circ)$$

$$\bullet 0,170 = \frac{0,10}{0,13} 0,695 + 1,5 \frac{18,5}{14} \frac{A_{sw} 31,475 \times 1}{98,12 \times 18,5}$$

$$\bullet A_{sw} = 3,39 \text{ cm}^2 \text{ (adotar armadura mínima)}$$

•

■ Armadura Mínima

$$A_{sw}^{min} = 12,8 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (16}\emptyset 10 \text{ mm)}$$

○ Contorno C'' (a distância 4d)

$$\blacksquare U^* = a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2} \quad ; \quad (p = 2d = 37\text{cm})$$

$$\bullet U^* = 20 + 20 + (\pi \times 18,5) + \frac{\pi \times 37}{2} = 156,24\text{cm}$$

▪ Se e^* do contorno anterior já definiu uma redução do momento para zero,

○ Adotar $M_{sd1} = 0$

$$\blacksquare \text{Tensão Solicitante} \Rightarrow \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} + k_1 \frac{M_{sd1}}{W_{p1}d} + k_2 \frac{M_{sd2}}{W_{p2}d}$$

$$\bullet M_{sd2} = M_{sd2} = 0$$

$$\bullet \tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{Ud} = \frac{308}{156,24 \times 18,5} \equiv 0,065 \text{ kN/m}^2 = 0,65 \text{ MPa}$$

▪ Tensão Resistente

$$\bullet \tau_{rd1} = 0,661 \text{ MPa} > \tau_{sd} = 0,65 \text{ MPa} \quad (\text{n\~{a}o precisa de arma\~{c}o\~{a})}$$

▪ Calculo de Armadura

$$\bullet f_{ywd} = 314,75 \text{ MPa} = 31,475 \text{ kN/cm}^2$$

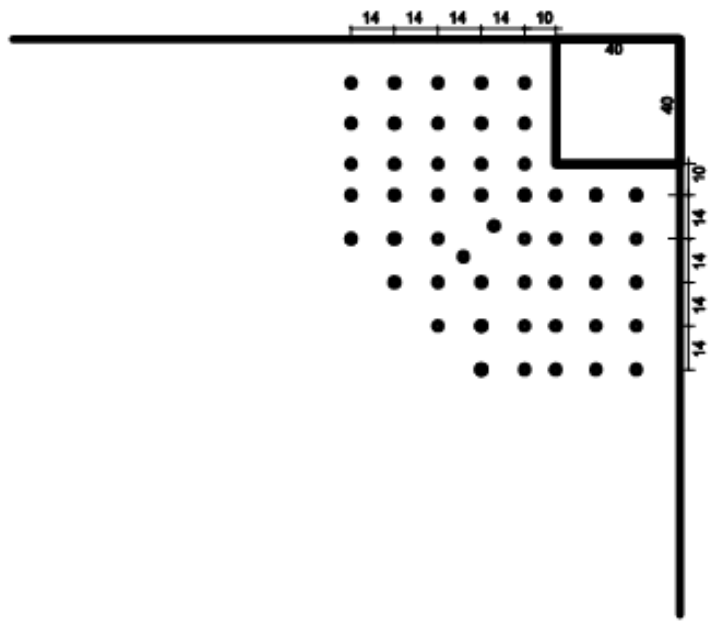
$$\bullet \tau_{sd} = \frac{0,10}{0,13} \tau_{rd1} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d} \quad ; \quad (\alpha = 90^\circ)$$

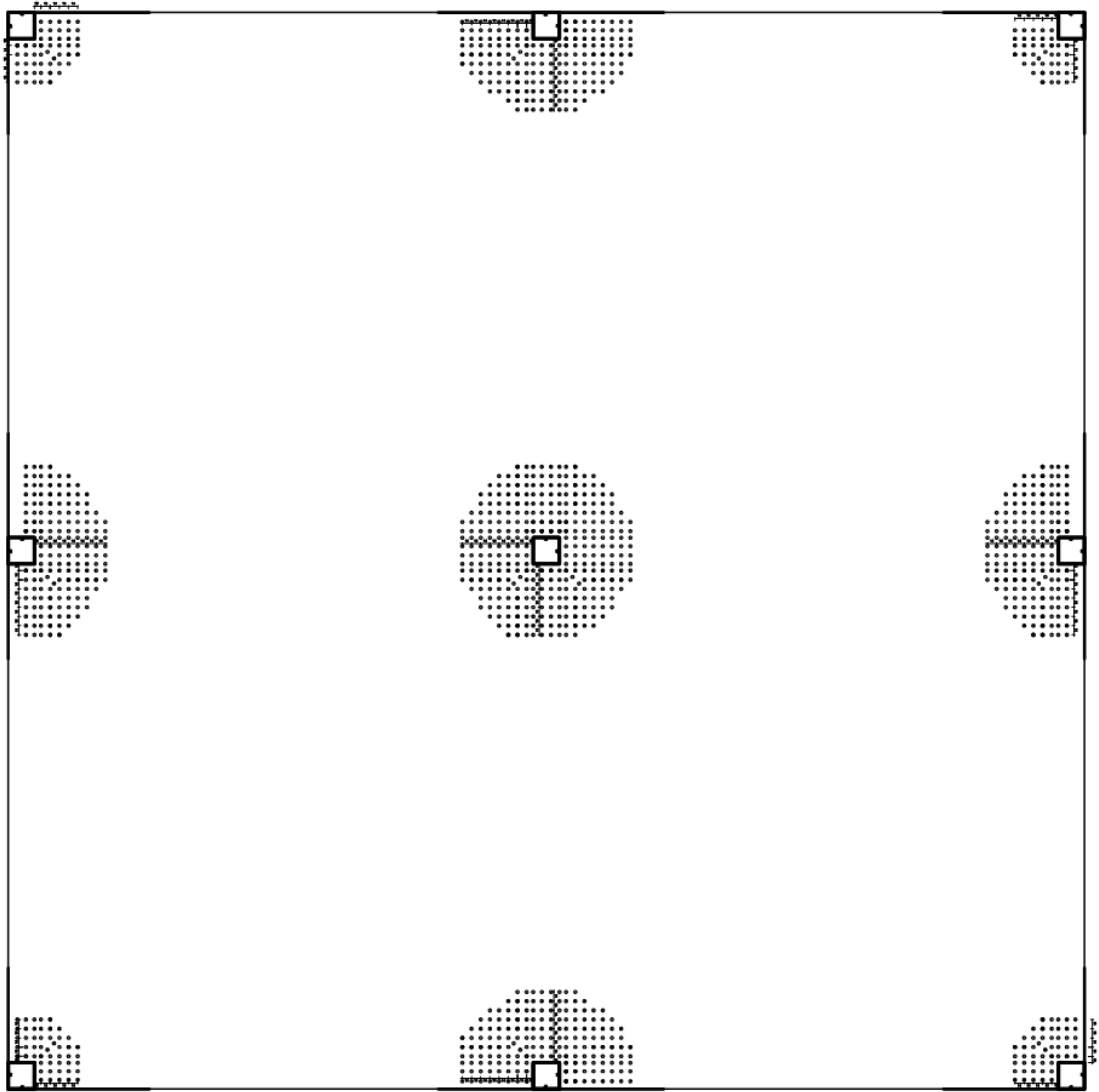
$$\bullet 0,088 = \frac{0,10}{0,13} 0,0661 + 1,5 \frac{18,5}{14} \frac{A_{sw} 31,475 \times 1}{312,5 \times 18,5}$$

$$\bullet A_{sw} = 3,44 \text{ cm}^2 \quad (\text{adotar armadura m\~{i}nima})$$

• Armadura M\~{i}nima

$$A_{sw}^{min} = 12,8 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (16\emptyset 10\text{mm})$$





RESUMO DE ARMADURAS

Posição	Diametro (mm)	Quant	Unit	Total
Armadura Positiva - Laje (2x)				
1	10,0	32,0	1.680,0	107.520
2	10,0	80,0	1.680,0	268.800
Armadura Negativa - Laje (2x)				
3	16,0	56,0	258,0	28.896
4	16,0	40,0	338,0	27.040
5	10,0	92,0	258,0	47.472
6	10,0	64,0	338,0	43.264
7	16,0	46,0	258,0	23.736
8	16,0	32,0	338,0	21.632

RESUMO	Comp.		Peso p/ metro (kg/m)	Peso (kg)
	(cm)	(m)		
Diametro (mm)				
10,0	467.056	4.671	0,630	2.942
16,0	101.304	1.013	1,600	1.621

PESO TOTAL(KG)	
50A	4.563

QUADRO COMPARATIVO:

QUADRO COMPARATIVO			
ESTRUTURA	FORMA (m²)	CONCRETO (m³)	AÇO (Kg)
LAJE MACIÇA CONVENCIONAL	411,02	55,69	2749,66
LAJE NERVURADA	402,16	46,20	1909,12
LAJE LISA MACIÇA	283,39	59,17	4.563,32