

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

## **ESTUDO COMPARATIVO DE FLECHAS**

AUTORA: VANESSA CHAGAS RESENDE PINTO

PROF. ORIENTADOR: NEY AMORIM SILVA

2015

## ÍNDICE

<u>ITEM</u>	<u>DESCRIÇÃO</u>	<u>FOLHA</u>
1	INTRODUÇÃO	3
2	OBJETIVO	3
3	PROGRAMAS UTILIZADOS	4
4	CRITÉRIOS DE PROJETO	4
5	DESENVOLVIMENTO	6
6	CONCLUSÃO	6
7	NORMAS / BIBLIOGRAFIA ADOTADAS	8
8	ANEXO 1	9
9	ANEXO 2	20

## 1 INTRODUÇÃO

A flecha nos projetos estruturais atuais tem sido um fator relevante ao determinar o tipo de estrutura a ser adotada. Isso se deve as grandes tendências do mercado, que são:

- Utilização de elementos estruturais mais esbeltos;
- Emprego de vãos livres cada vez maiores.

Diante disso, tornaram-se necessárias análises mais precisas do comportamento das lajes, visto que, problemas de deformações excessivas em uma laje podem causar transtornos para o empreendimento, até mesmo torná-lo inviável.

No entanto, há de se concordar com uma célebre frase do Eng. Zamarion Diniz: *“As flechas não são calculadas, mas sim estimadas! Analisar uma estrutura em serviço não é uma tarefa fácil! Nenhuma exatidão pode ser cobrada das formulações atuais, por mais refinadas que sejam!”*

Por este raciocínio, há muitos que digam, *“se não há exatidão, porque refinar?”* e há muitos que vão além *“ se não há exatidão, quanto mais refinado, melhor será”*.

Ficando este trabalho a favor do refinar, vale ressaltar a complexidade que envolve uma avaliação, sendo esta em ELS ou ELU. Para a avaliação de serviço, é conhecido o tamanho dos problemas que os engenheiros sofrem ao confrontar valores estimados em projeto com os valores reais obtidos em campo.

Sabendo do tamanho do problema que uma deformação excessiva pode causar, é usual os engenheiros trabalharem com segurança, onde cada um tem seu critério, afinal, ninguém quer ter problemas, correto?

## 2 OBJETIVO

Esse trabalho tem como objetivo estudar as flechas de uma laje de uma edificação existente e compará-la com a real, obtida em campo, dando aos métodos adotados veracidade ou não.

Lembrando que, o problema foi real e empresas foram contratadas para solucionar os problemas detectados.

### **3 PROGRAMAS UTILIZADOS**

Para a análise estrutural e dimensionamento e detalhamento estrutural foi utilizado o sistema CAD/TQS na versão V17.6.37.

### **4 CRITÉRIOS DE PROJETO**

#### **4.1 Concreto utilizado - fck = 30MPa**

Resistência: 300 kgf/cm<sup>2</sup>

Concreto estrutural:  $E_{cs} \geq 26072 \text{MPa}$

Relação água/cimento:  $\leq 0,50$

Aço utilizado: CA 50 e Ca 60

OBS: O teste de fck foi realizado pela empresa TEPAC e o resultado deu um fck médio de 28,4MPa.

#### **4.2 Cobrimentos mínimos**

A definição dos cobrimentos foi feita com base na Classe de Agressividade Ambiental II (Moderada), de acordo com o item 7.4.7 e seus subitens.

Foi considerado que durante a execução do edifício será feito um rígido controle de qualidade e tolerância de medidas. Deste modo, cabe ao executor da obra a obediência do item 7.4.7.4 da NBR6118:2003.

A seguir são apresentados os valores de cobrimento utilizados para os diversos elementos estruturais existentes no projeto:

Vigas e pilares: 2,5 cm

Lajes: 2 cm

### **4.3 Sobrecargas**

Permanete: pp + 100 kgf/m<sup>2</sup>(revestimento)

Acidental: 200 kgf/m<sup>2</sup> (comercial) + 58 kgf/m<sup>2</sup>(divisórias)

### **4.4 NORMA EM USO**

Na análise e dimensionamento foram utilizadas as prescrições indicadas pelas seguintes normas:

NBR6118:2007 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos;

NBR6120:1980 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações - Procedimentos;

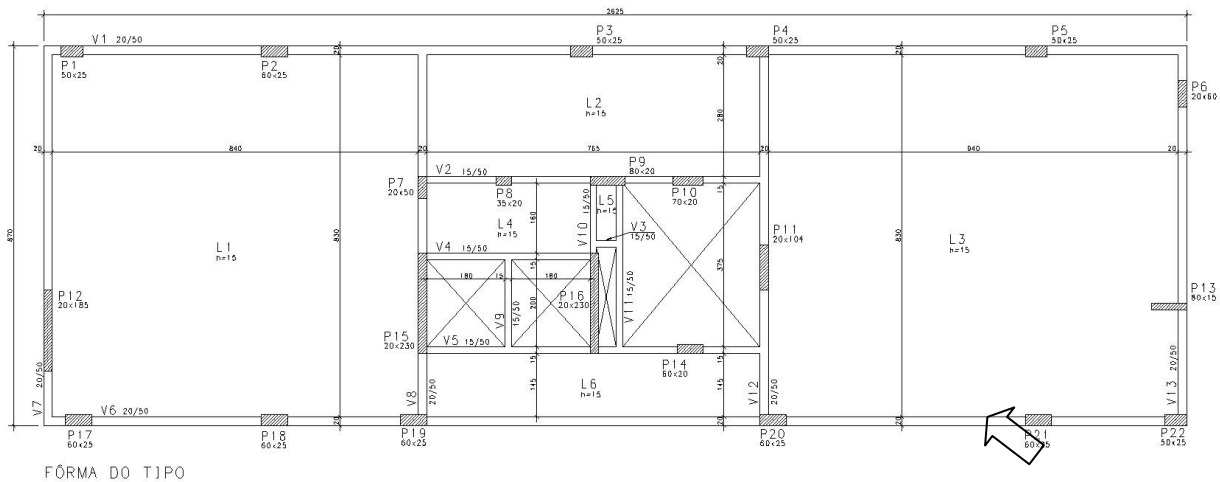
NBR8681:2003 - Ações e segurança nas estruturas – Procedimentos.

## 5 DESENVOLVIMENTO

Foram estudados 2(dois) métodos de cálculo de flecha de uma laje tipo, de uma edificação existente, comparando os resultados com a flecha real, medida no local.

Inicialmente, adotou o software de cálculo TQS, adotando o grelha não linear e o resultado foi comparado com a flecha calculada manualmente.

A laje em estudo está indicada no desenho abaixo.



Ver o desenvolvimento em anexo.

## 6 CONCLUSÃO

A flecha encontrada pelo programa e calculada manualmente diverge uma da outra. Isso pode ser explicado pelo fato da laje estar trabalhando no estágio II.

Sabemos que, quando o momento de fissuração é maior que o momento em serviço, apenas parte da laje trabalha no estágio II, próxima ao momento máximo. Por tanto ao calcular

manualmente a rigidez equivalente, não levamos isso em consideração. O que pode ser o motivo da diferença significativa das flechas calculadas.

Recomenda-se, então, que para o cálculo “exato” da rigidez equivalente o melhor é utilizar um software, que considera as seções fissuradas, trabalhando parte da laje no estágio I e parte no estágio II.

A partir dos dois valores calculados, é possível compará-los com o valor real, medido em obra. Este valor, de 5 cm, é maior do que o encontrado pelo programa, abaixo do encontrado pelo método manual e está fora do limite de serviço admissível para a laje.

Algumas razões podem ser dadas para o fato, e a principal seriam as falhas na execução e após execução, tais como:

- Concreto com baixa resistência
- Ferragem não correspondente a solicitada
- Falta de cobrimento adequado
- Escoramento inadequado
- Excesso de sobrecarga
- Etc.

Optou-se inicialmente por fazer teste de resistência do concreto em laboratório, obtendo o concreto com a resistência de projeto. Além do concreto, outros fatores podem ter interferido, porém optou por não ter mais gastos para encontrar onde estava o erro.

A empresa ao quis fazer mais testes para checar o erro, porém ficou responsável por recuperar o nível do piso, evitando o desconforto para as pessoas.

## **7 NORMAS / BIBLIOGRAFIA ADOTADAS**

NBR-6118 / 2003 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.

NBR-8681 / 2003 – Ações e Segurança nas Estruturas.

Apostila do Curso de Especialização em Estruturas – Projeto de Estruturas de Concreto I do  
Professore: Ney Amorim Silva.

Biblioteca digital TQS.



## **8 ANEXO 1**

Será apresentado, neste anexo, o resultado gerado pelo programa CAD TQS.

### **8.1 Critérios do programa (Gerenciados)**

A seguir são apresentados alguns dos critérios de projeto utilizados.

#### **Critérios gerais**

1) Norma em uso

NBR-6118-2003

2) Verificação de fck mínimo

Ativa

3) Verificação de cobrimentos mínimos

Desativa

4) Verificação de dimensões mínimas

Verifica segunda a ABNT NBR 6118:2003

#### **Ações**

1) Separação de cargas permanentes e variáveis

Com separação

2) Caso 1 agrupa outros casos

Casos de 2 a 4

3) Consideração de peso-próprio de lajes

Sim

4) Consideração de peso-próprio de vigas

Sim

5) Ponderadores

a) Ponderador do peso-próprio

1,4

b) Ponderador das demais ações permanentes (CV)

1,4

c) Ponderador das ações variáveis (CV)

1,4

**Análise Estrutural**

1) Modelo global do edifício

Modelo de vigas e pilares, flexibilizado conforme critérios

2) Trechos rígidos

Método p/ definir extensão de apoio

(1) em função da altura da viga

Multiplicador da altura da viga p/ extensão de apoio

(2) 0,3

3) Pórtico espacial

Vigas

(1) Consideração de seção T

Vigas com inércia de seção retangular

(2) Inércia p/ vigas s/ rigidez à torção

100

(3) Fator de engastamento parcial em vigas

1

b) Pilares

(1) Majoração da rigidez axial p/ efeitos construtivos

Considera majoração da rigidez axial

(2) Multiplicador da rigidez axial p/ efeitos construtivos

3

(3) Pilares não-retangulares c/ eixos principais

Calcula.

c) Ligações viga-pilar

(1) Flexibilização de ligações

Sim

(2) Multiplicador de largura de apoio p/ coeficiente de mola

1,5

(3) Divisor de coeficiente de mola

Sim

(4) Offset-rígido

Sim

d) Separação de modelos para ELU e ELS

Sim

e) Modelo ELU

(1) Não-linearidade física p/ vigas

0,4

(2) Não-linearidade física p/ pilares

0,8

(3) Não-linearidade física p/ lajes

0,3

f) Modelo ELS

(1) Não-linearidade física p/ lajes

1

g) Transferência de esforços

(1) Transferência dos esforços de 2ª ordem (GamaZ)

Sim

(2) Transferência de força normal para vigas

Sim

(3) Tolerância p/ transferência de forças das grelhas

0

(4) Tolerância p/ transferência de momentos das grelhas

0

4) Grelha

a) Vigas

(1) Consideração da seção T em vigas

Vigas com inércia de seção retangular

(2) Inércia p/ vigas s/ rigidez à torção

100

(3) Fator de engastamento parcial em vigas

1

b) Apoios (restrições)

(1) Apoio de vigas em pilares

Modelo p/ o apoio de vigas em pilares

Elástico independente

Multiplicador de largura de apoio p/ coeficiente de mola

1

Divisor de coeficiente de mola

4

Modelo p/ o apoio de nervuras em pilares

Sim

Modelo p/ o apoio de lajes maciças em pilares

Sim

c) Lajes maciças (planas)

(1) Divisor de inércia à torção em barras de lajes

4

(2) Consideração de Wood&Armer

Sim

(3) Espaçamento de barras em X

50

(4) Espaçamento de barras em Y

50

(5) Plastificação de barras de lajes apoiadas em vigas

Não

d) Multiplicador p/ deformação lenta

1

5) Grelha não-linear

a) Análise p/ todas combinações ELS

Adota todas combinações ELS definidas

b) Número total de incrementos de carga

12

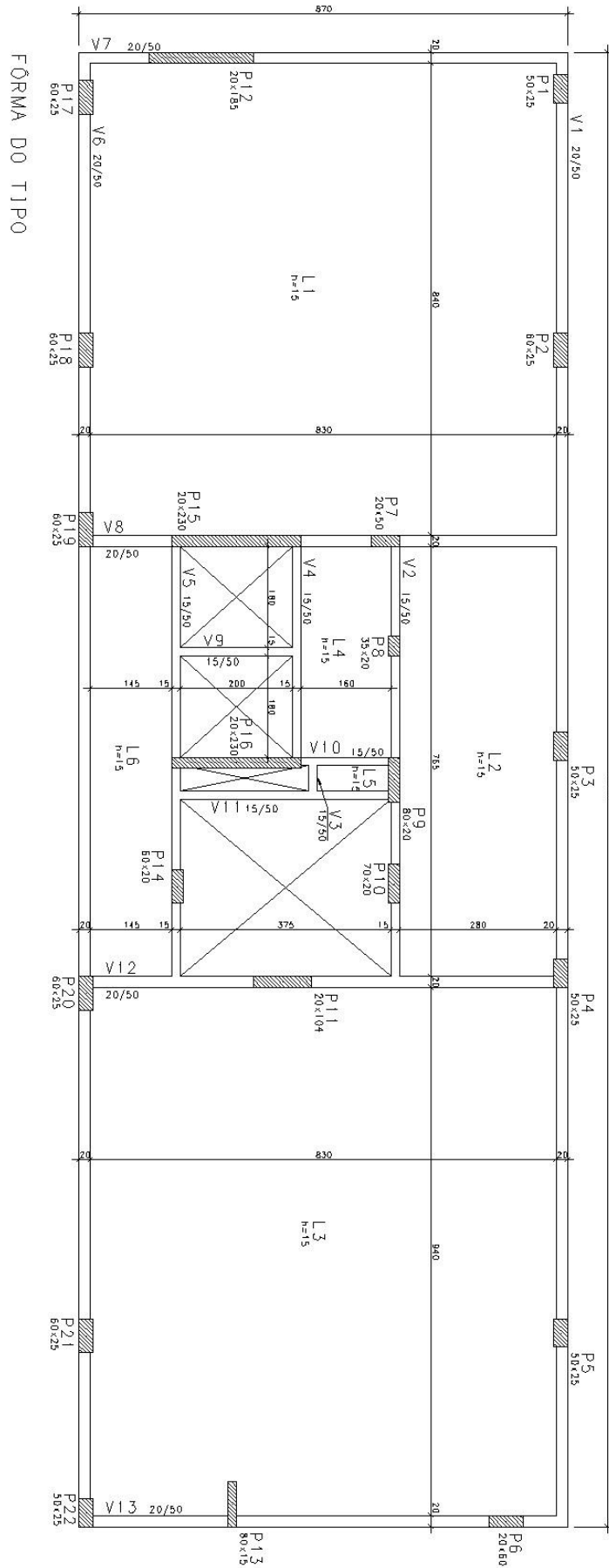
c) Consideração da fissuração

Considera fissuração à flexão e à torção

d) Consideração da fluência

Correção do diagrama tensão-deformação do concreto pelos coeficientes de fluência ( $\beta$ ).

## 8.2 Forma



### 8.3 Momentos fletores

DIAGRAMA DE MOMENTO FLETOR HORIZONTAL

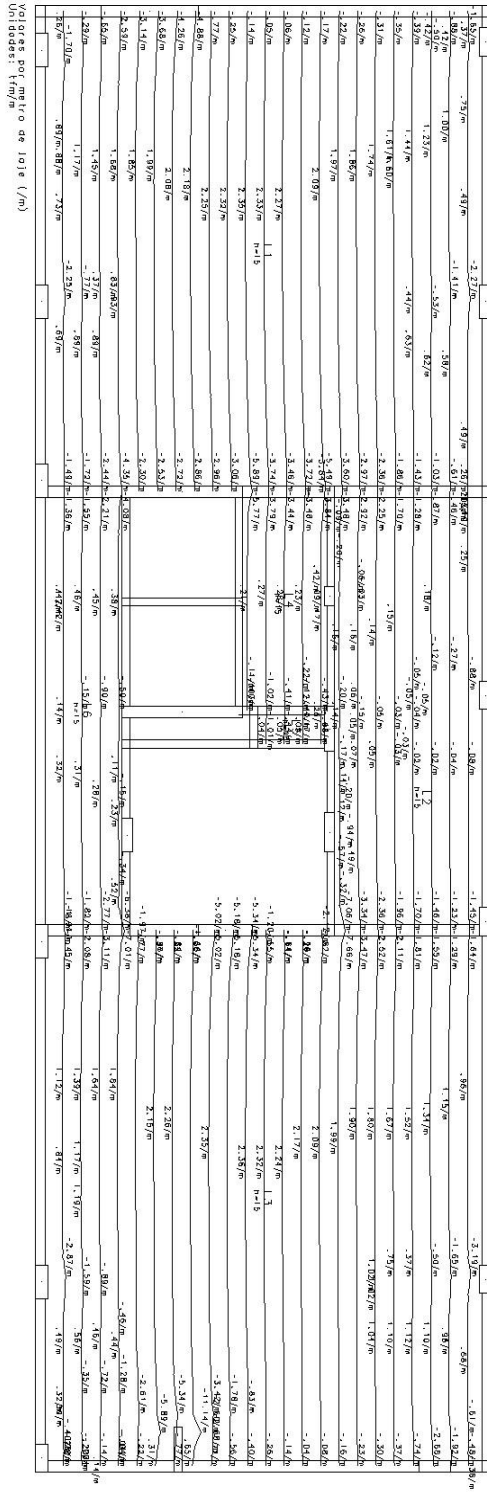




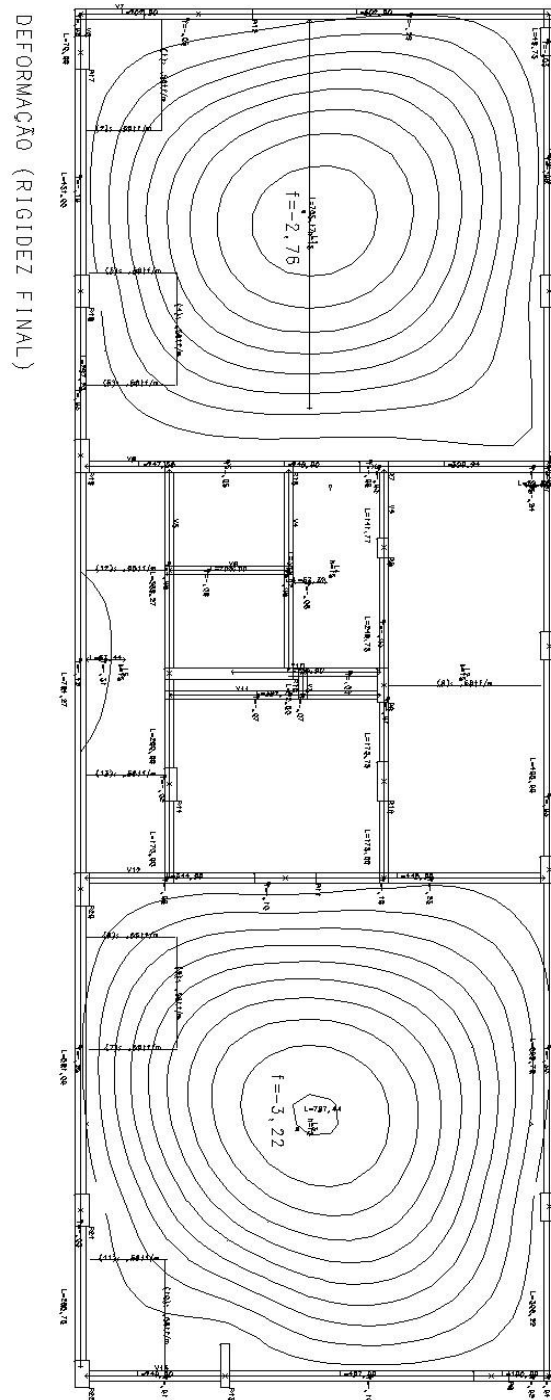
DIAGRAMA DE MOMENTO FLETOR VERTICAL

Diagramas de momento fletor vertical  
valores por metro de Jole (m)

-1.87	-0.50/m	-1.47/m		1.03/m	-0.74/m
-2.84	0.89/m	0.93/m		1.23/m	-3.71/m
-4.04	0.72/m	-0.62/m		1.40/m	-0.86/m
-3.7	0.71/m	-0.25/m		1.55/m	-0.37/m
-3.5	0.73/m	-0.53/m		1.66/m	-0.32/m
-3.0		0.75/m		1.80/m	-0.22/m
-2.4				1.96/m	-0.16/m
-1.8				2.01/m	-0.10/m
-1.1				2.04/m	-0.04/m
-0.4				2.05/m	-0.02/m
0.0				2.03/m	-0.15/m
0.0				1.99/m	-0.49/m
0.5				1.91/m	-1.48/m
1.5				1.89/m	-7.31/m
2.5				1.81/m	-1.48/m
3.5				1.70/m	-0.59/m
4.5				1.67/m	-0.28/m
5.5				1.60/m	-0.28/m
6.5				1.46/m	-0.31/m
7.5				1.17/m	-0.31/m
8.5				0.92/m	-0.33/m
9.5				1.03/m	-0.33/m
10.5				1.01/m	-0.33/m
11.5				0.87/m	-0.33/m
12.5				0.82/m	-0.33/m
13.5				0.81/m	-0.33/m
14.5				0.82/m	-0.33/m
15.5				0.82/m	-0.33/m
16.5				0.82/m	-0.33/m
17.5				0.82/m	-0.33/m
18.5				0.82/m	-0.33/m
19.5				0.82/m	-0.33/m
20.5				0.82/m	-0.33/m
21.5				0.82/m	-0.33/m
22.5				0.82/m	-0.33/m
23.5				0.82/m	-0.33/m
24.5				0.82/m	-0.33/m
25.5				0.82/m	-0.33/m
26.5				0.82/m	-0.33/m
27.5				0.82/m	-0.33/m
28.5				0.82/m	-0.33/m
29.5				0.82/m	-0.33/m
30.5				0.82/m	-0.33/m
31.5				0.82/m	-0.33/m
32.5				0.82/m	-0.33/m
33.5				0.82/m	-0.33/m
34.5				0.82/m	-0.33/m
35.5				0.82/m	-0.33/m
36.5				0.82/m	-0.33/m
37.5				0.82/m	-0.33/m
38.5				0.82/m	-0.33/m
39.5				0.82/m	-0.33/m
40.5				0.82/m	-0.33/m
41.5				0.82/m	-0.33/m
42.5				0.82/m	-0.33/m
43.5				0.82/m	-0.33/m
44.5				0.82/m	-0.33/m
45.5				0.82/m	-0.33/m
46.5				0.82/m	-0.33/m
47.5				0.82/m	-0.33/m
48.5				0.82/m	-0.33/m
49.5				0.82/m	-0.33/m
50.5				0.82/m	-0.33/m
51.5				0.82/m	-0.33/m
52.5				0.82/m	-0.33/m
53.5				0.82/m	-0.33/m
54.5				0.82/m	-0.33/m
55.5				0.82/m	-0.33/m
56.5				0.82/m	-0.33/m
57.5				0.82/m	-0.33/m
58.5				0.82/m	-0.33/m
59.5				0.82/m	-0.33/m
60.5				0.82/m	-0.33/m
61.5				0.82/m	-0.33/m
62.5				0.82/m	-0.33/m
63.5				0.82/m	-0.33/m
64.5				0.82/m	-0.33/m
65.5				0.82/m	-0.33/m
66.5				0.82/m	-0.33/m
67.5				0.82/m	-0.33/m
68.5				0.82/m	-0.33/m
69.5				0.82/m	-0.33/m
70.5				0.82/m	-0.33/m
71.5				0.82/m	-0.33/m
72.5				0.82/m	-0.33/m
73.5				0.82/m	-0.33/m
74.5				0.82/m	-0.33/m
75.5				0.82/m	-0.33/m
76.5				0.82/m	-0.33/m
77.5				0.82/m	-0.33/m
78.5				0.82/m	-0.33/m
79.5				0.82/m	-0.33/m
80.5				0.82/m	-0.33/m
81.5				0.82/m	-0.33/m
82.5				0.82/m	-0.33/m
83.5				0.82/m	-0.33/m
84.5				0.82/m	-0.33/m
85.5				0.82/m	-0.33/m
86.5				0.82/m	-0.33/m
87.5				0.82/m	-0.33/m
88.5				0.82/m	-0.33/m
89.5				0.82/m	-0.33/m
90.5				0.82/m	-0.33/m
91.5				0.82/m	-0.33/m
92.5				0.82/m	-0.33/m
93.5				0.82/m	-0.33/m
94.5				0.82/m	-0.33/m
95.5				0.82/m	-0.33/m
96.5				0.82/m	-0.33/m
97.5				0.82/m	-0.33/m
98.5				0.82/m	-0.33/m
99.5				0.82/m	-0.33/m
100.5				0.82/m	-0.33/m

## 8.4 Deslocamentos (flecha)

Para a avaliação das deformações do pavimento em serviço, foram realizadas análises considerando a não-linearidade física, onde através de incrementos de carga, as inércias reais das seções são estimadas considerando as armaduras de projeto e a fissuração nos estádios I, II ou III.



Flecha admissível =  $850/250 = 3,40\text{cm}$

Pelo cálculo utilizando o software a flecha atuante na laje é menor do que a flecha admissível.

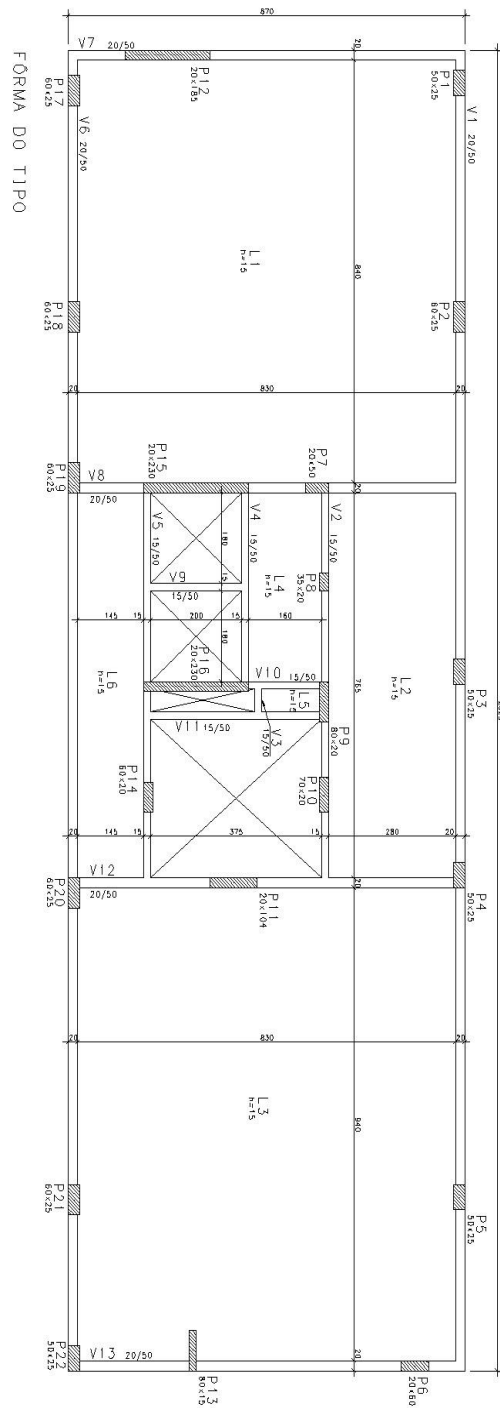
## **8.5 Fissuração**

De acordo com a análise feita pelo programa CAD/TQS a fissuração está dentro do limite admissível.

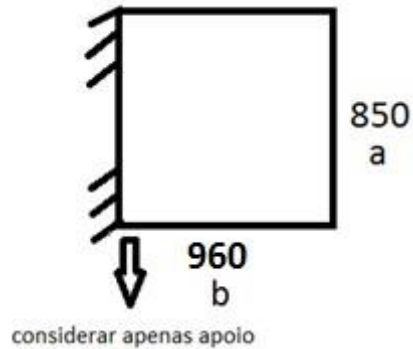
## 9 ANEXO 2

Será apresentado, neste anexo, o cálculo manual da flecha da Laje L3.

### 9.1 Forma



## 9.2 Dados



Concreto  $f_{ck}=30\text{MPa}$

Cobrimento = 2,0cm

Cargas:

Peso próprio = 3,75 kN/m<sup>2</sup> (laje com 15cm de espessura)

Revestimento = 1,00 kN/m<sup>2</sup> obrecarga = 2,00 kN/m<sup>2</sup>

(Edifício comercial)

Alvenaria = 0,58 kN/m<sup>2</sup>

## 9.3 Cálculo da flecha imediata

$$\frac{b}{a} = \frac{960}{850} = 1,13 \text{ (Laje armada em 2 direções)}$$

Pela combinação quase permanente de serviço, a carga atuante em serviço será:

$$p = 0,375 + 0,1 + 0,058 + 0,2 \times 0,4 = 0,613 \frac{\text{t}}{\text{m}^2} = 6,13 \times 10^{-4} \text{KN/cm}^2$$

O valor da flecha imediata é obtido usando a tabela de Tepedino para cálculo de flechas em lajes retangulares, baseada nas tabelas de Bares.

$$f_1 = 0,060$$

$$f_i = \frac{f_1 x (p x a^4)}{E c s x h^3} = 2,45 \text{ cm}$$

$$f_i = \frac{0,060 x (6,13 x 10^{-4} x 850^4)}{2607 x 15^3} = 2,18 \text{ cm}$$

#### 9.4 Verificação do momento de fissuração

$$M_a = 23,5 \text{ kN/m}^2 \text{ (Obtido dos esforços gerados pelo CAD TQS)}$$

$$M_r = \frac{150 f_{ctm} x h^2}{6}$$

$M_a$ : Momento fletor máximo atuante

$M_r$ : Momento de Fissuração

$f_{ctm}$ : resistência média a tração  $h$

= espessura da laje

$$f_{ctm} = 0,3 (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \text{ (MPa)}$$

$$f_{ctm} = 0,3 (30)^{\frac{2}{3}} = 2,896 \text{ MPa} = 0,2896 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = \frac{150 x 0,2896 x 15^2}{6} = 1629 \text{ kN.cm} = 16,29 \text{ kN.m}$$

**$M_a > M_r$  (Laje no estágio II)**

## 9.5 Verificação da rigidez equivalente

$$(EI)_{eq} = Ecs \left( \left( \frac{Mr}{Ma} \right)^3 xIc + \left( 1 - \left( \frac{Mr}{Ma} \right)^3 \right) xI_{II} \right)$$

Ecs: módulo de elasticidade secante do concreto

Ic: momento de inércia da seção bruta do concreto

I<sub>II</sub>: momento de inércia da seção fissurada do concreto no estágio II

Ma: momento fletor máximo atuante

Mr: momento de fissuração

$$Ecs = 0,85x5600x\sqrt{30} = 26072MPa = 2607 \text{ kN/cm}^2$$

$$Ic = \frac{100x15^3}{12} = 28125cm^4$$

$$I_{II} = \frac{bxX_{II}^3}{3} + \alpha_e xAsx(d - X_{II})^2$$

$$\alpha_e = \frac{Es}{Ecs} = \frac{21000}{2607} = 8,05$$

$$X_{II} = -A + \sqrt{A^2 + B}$$

$$A = \frac{\alpha_e xAs}{b} = \frac{8,05x8,93}{100} = 0,719$$

$$B = \frac{2x(\alpha_e xAsxd)}{b} = \frac{2x(8,05x8,93x12,5)}{100} = 17,97$$

$$X_{II} = -0,719 + \sqrt{0,719^2 + 17,97} = 3,58$$

$$I_{II} = \frac{100 \times 3,58^3}{3} + 8,05 \times 8,93(12,5 - 3,58)^2$$

$$I_{II} = 7249 \text{ cm}^4$$

$$(EI)_{eq} = 2607 \left( \left( \frac{1629}{2350} \right)^3 \times 28125 + \left( 1 - \left( \frac{1629}{2350} \right)^3 \right) \times 7249 \right)$$

$$(EI)_{eq} = 37,025 \times 10^6$$

$$EI = 73,322 \times 10^6$$

$$\frac{(EI)_{eq}}{EI} = \frac{37,025 \times 10^6}{73,322 \times 10^6} = 0,50$$

## 9.6 Cálculo da flecha imediata no Estádio II

$$f_i = \frac{2,18}{0,50} = 4,36$$

## 9.7 Cálculo da flecha no tempo infinito

$$f_{\infty} = f_i \times (\alpha_f + 1)$$

$$f_{\infty} = 4,36 \times (1,46 + 1) = 10,7 \text{ cm}$$



## 9.8 Verificação da flecha

Flecha admissível =  $850/250 = 3,40\text{cm}$

Pelo cálculo manual a flecha atuante na laje é maior do que a flecha admissível. Quando isso acontece é possível dar uma contra-flecha máxima de  $1/350 = 850/350 = 2,4\text{cm}$ .

Flecha =  $10,7 - 2,4 = 8,3 >$  flecha admissível.