

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

**CÁLCULO E DETALHAMENTO DE LAJES MACIÇAS,
NERVURADAS E LISAS**

AUTOR: ANGÉLICA MARIA FIGUEIREDO PEIXOTO
PROF. ORIENTADOR: NEY AMORIM SILVA

2015

ÍNDICE

<u>ITEM</u>	<u>DESCRIÇÃO</u>	<u>FOLHA</u>
1	INTRODUÇÃO	3
2	OBJETIVO	5
3	PROGRAMAS UTILIZADOS	5
4	DESENVOLVIMENTO	5
5	CONCLUSÃO FINAL	42
6	NORMAS / BIBLIOGRAFIA ADOTADAS	43

1 INTRODUÇÃO

- LAJES MACIÇAS:

As lajes maciças podem ser definidas como um elemento de placa de concreto armado, que possui uma dimensão (espessura) bem menor que as outras duas em planta. As lajes são solicitadas predominantemente por cargas normais a seu plano.

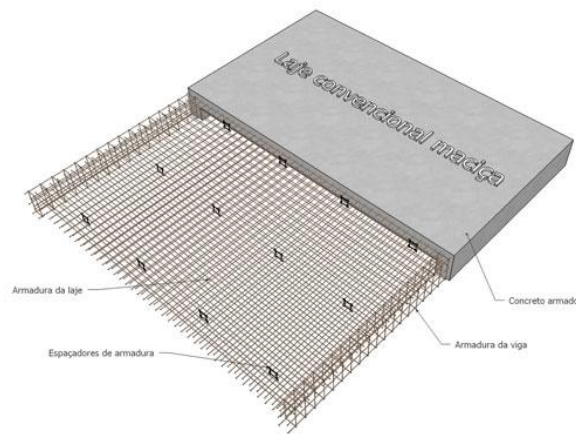


Figura 1 – Laje Convencional Maciça

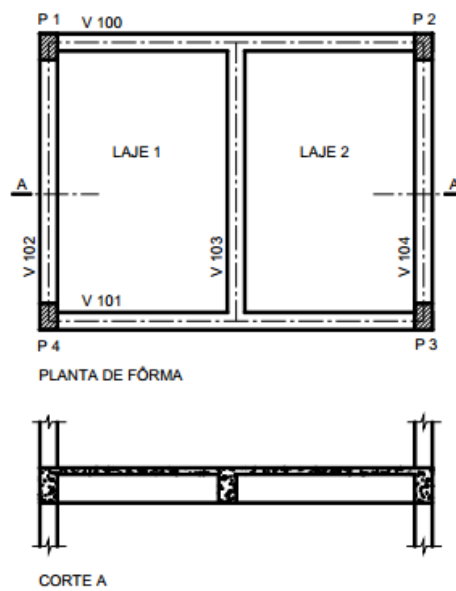


Figura 2 – Esquema Estrutural Laje Maciça

- LAJES NERVURADAS:

As lajes nervuradas foram criadas com o objetivo de economizar concreto, de reduzir o peso próprio e de conseguir vencer vãos maiores (entre 7 e 15 metros). Este tipo de concepção possui as partes inferiores constituídas de nervuras conforme mostram as figuras abaixo:

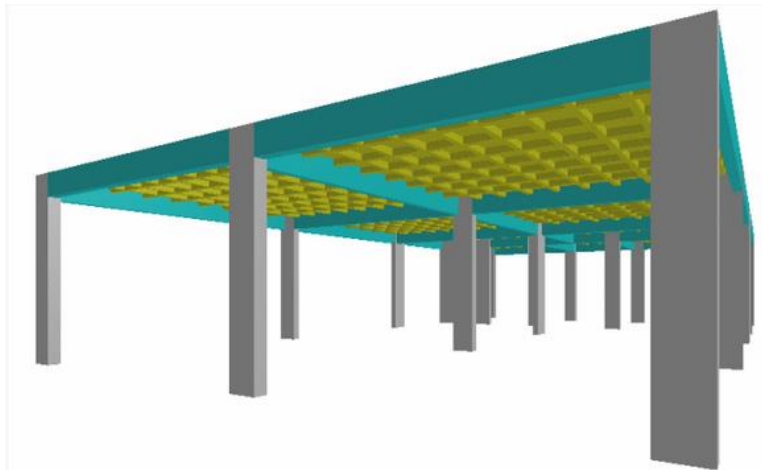


Figura 3 – Vista de uma laje nervurada

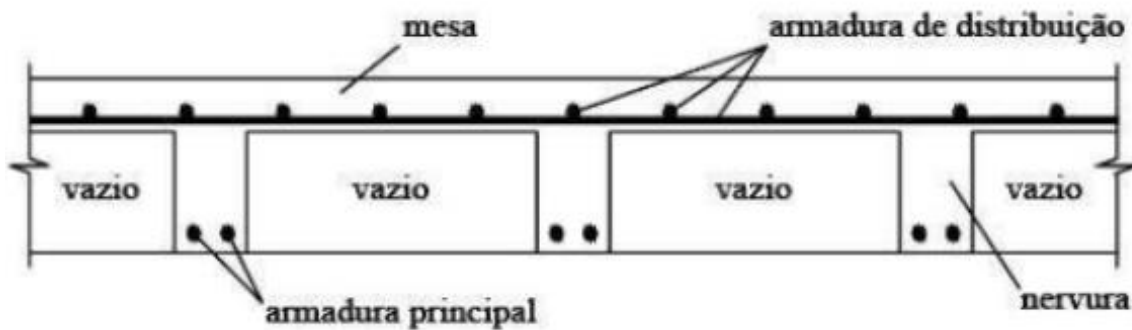


Figura 4 – Vista de armaduras

- **LAJES LISAS OU COGUMELO:**

As lajes cogumelos são lajes lisas em concreto armado apoiadas diretamente sobre os pilares, ou seja, não possuem vigas de sustentação. Podem somente apresentar regiões de reforço, ou seja, um aumento de suas espessuras nas regiões dos apoios, denominadas capitéis, sobre os pilares, conforme figura 3 abaixo:

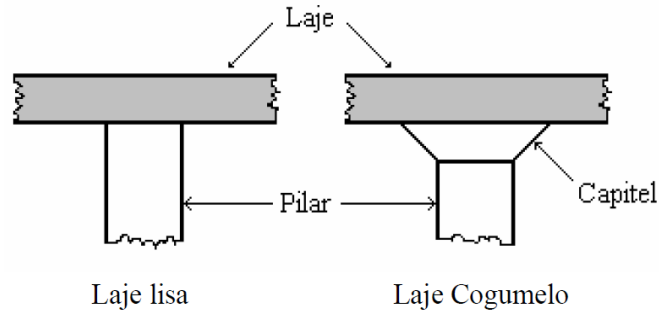


Figura 5 – Laje Lisa ou Cogumelo

2 OBJETIVO

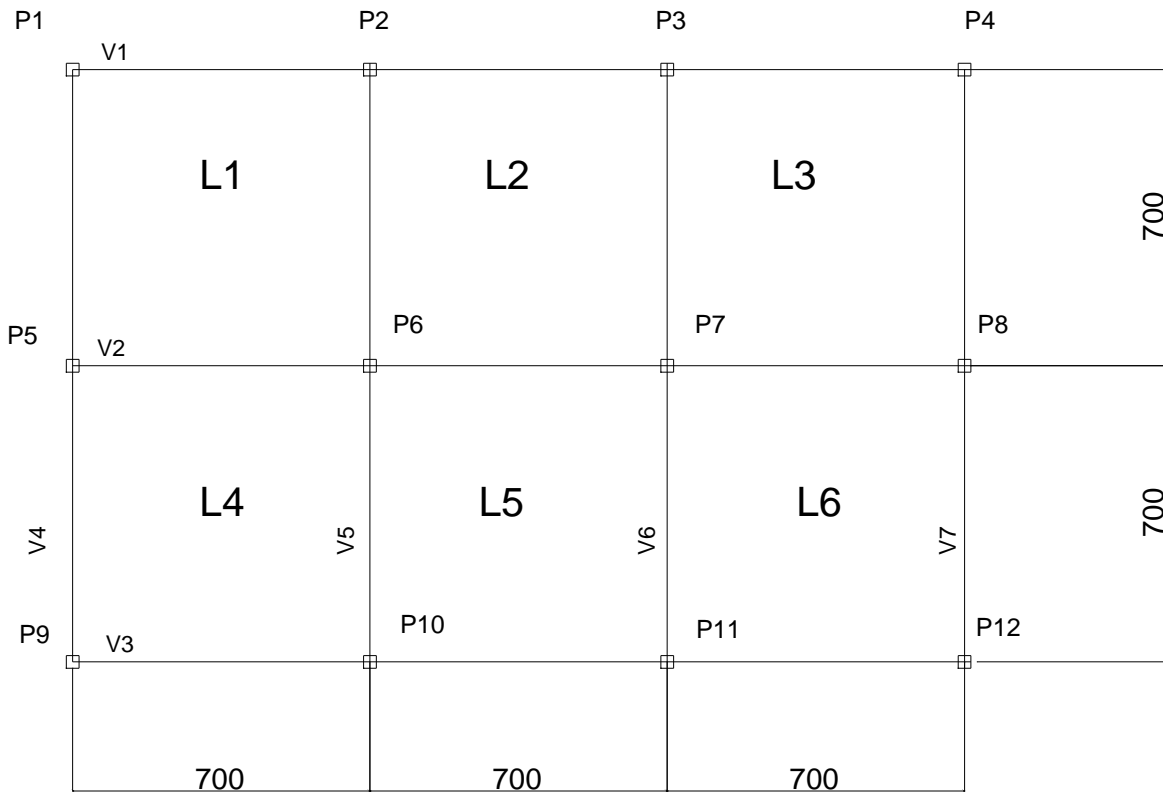
Esse trabalho tem como objetivo desenvolver o cálculo e detalhamento de lajes maciças, nervuradas e lisas.

3 PROGRAMAS UTILIZADOS

Autocad, Ftool e planilhas em excel.

4 DESENVOLVIMENTO

Os cálculos dos esforços nas lajes lisas/cogumelo foram feitos utilizando o software Ftool. Já os cálculos à flexão para as lajes maciças e nervuradas, bem como a verificação à punção foram feitos de forma manual, utilizando-se fórmulas conforme apostilas usadas durante o curso e serão apresentadas adiante.



Dados:

$f_{ck} = 25\text{Mpa}$

Aço CA 50/60

Espessura da Laje: estimada em 10 cm

Cargas: Revestimento = 1 kN/m^2

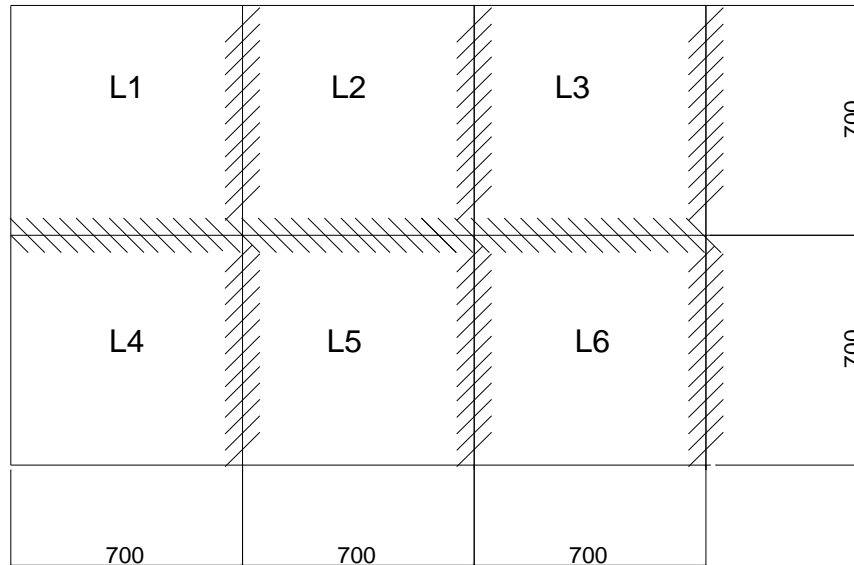
Sobrecarga = 2 kN/m^2

Alvenaria = 1 kN/m^2 (distribuída em todas as lajes)

$g = 0,1810 \cdot 2,5 = 4,5\text{ kN/m}^2$

Carregamento Total = $6,5\text{ kN/m}^2$

1) Cálculo da Laje como maciça e sistema convencional:



Para todas as lajes: $b/a = 1,0$.

Serão analisados dois tipos de laje: Laje tipo E (para as lajes L2 e L5) e Laje tipo C (para as lajes L1, L3, L4 e L6). Ambos os casos no regime elástico.

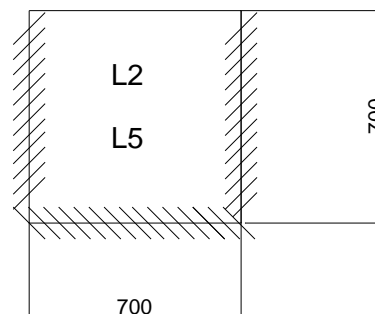
Para descobrir as reações nas lajes, bem como os momentos, serão usadas as tabelas da apostila dada em aula (Concreto I /2014).

- Lajes L2 e L5: Laje Tipo E

$$g = 4,5 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

$$p = 6,5 \text{ kN/m}^2$$



Cálculo das Reações (Tabela 3.8):

$$r'a = 0,144$$

$$R'a = 0,144 \cdot (6,5 \cdot 7) = 6,55 \text{ kN/m}$$

$$r''a = 0,250$$

$$R''a = 0,250 \cdot (6,5 \cdot 7) = 11,37 \text{ kN/m}$$

$$r_b = 0,303$$

$$R_b = 0,303 \cdot (6,5 \cdot 7) = 13,79 \text{ kN/m}$$

$$R = r * (pa)$$

Cálculo dos Momentos (Tabela 3.11 B):

$$\begin{aligned} m_a &= 39,7 & M_a &= (6,5*7^2)/39,7 = 8,02 \text{ kN/m} \\ m_b &= 49,5 & M_b &= (6,5*7^2)/49,5 = 6,43 \text{ kN/m} \\ n_a &= 16,2 & X_a &= (6,5*7^2)/16,2 = 19,66 \text{ kN/m} \\ n_b &= 18,3 & X_b &= (6,5*7^2)/18,3 = 17,40 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\text{Momento Positivo: } M = pa^2/m$$

$$\text{Momento Negativo: } X = pa^2/n$$

Cálculo da Flecha Final:

$$\begin{aligned} M_a &= P_i * a^2 / m_a = 6,54 \\ P_i &= g + 0,4 * q = 5,3 \\ a &= 7 \\ m_a &= 39,7 \\ g &= 4,5 \\ q &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_r &= 150 * f_{ctm} * h^2 / 6 = 640 \\ f_{ctm} &= 0,3 * (f_{ck}^2)^{1/3} = 0,256 \end{aligned}$$

$M_a > M_r$, logo, a laje encontra-se no Estádio II.

$$p_{\infty} = 2,46 * (g + 0,4q) = 13,04$$

$$I_{eq} = ((M_r/M_a)^{1/3}) * I_c + (1 - (M_r/M_a)^{1/3}) I_{ii} = 8029 \text{ cm}^4$$

$$I_c = b * h^3 / 12 = 100 * 10^3 / 12 = 8333 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} = 21735 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * (f_{ck} / 80) = 0,86$$

$$\alpha_e = 0,9 \text{ (brita calcária)}$$

$$E_{ci} = \alpha_e * 5600 * f_{ck}^{1/2} = 25200 \text{ Mpa}$$

$$n = E_s / E_{cs} = 21000 / 21735 = 0,97$$

$$A = n * A_s / 100 = 9,7 * 4,25 / 100 = 0,411$$

$$B = 2 * d_n * A_s / 100 = 2 * 7,5 * 4,25 / 100 = 6,171$$

$$X_{ii} = -A + (A^2 + B)^{1/2} = 2,107$$

$$I_{ii} = 100 * x_{ii}^3 / 3 + n * A_s * (d - x_{ii})^2 = 3508 \text{ cm}^4$$

$$h_{eq} = (12 \cdot I_{eq} / 100)^{1/3} = 9,88 \text{ cm}$$

$$f_1 = 0,018 \text{ (tabela 3.10)}$$

$$f_{\infty} = f_1 \cdot p_{\infty} \cdot a^4 / E_{cs} \cdot h_{eq}^3 = 3,72 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = L / 250 = 700 / 250 = 2,8 \text{ cm - Não Ok!}$$

Conclusão:

A flecha final total deu maior que a flecha admissível, o que implica em aumentar a espessura da laje!

Cálculo da armadura:

Seção retangular:

$$b_w \cdot h = 100 \cdot 10; d = h - 2,5 = 7,5 \text{ cm}$$

$$f_c = f_{cd} = 0,85 \cdot 2,5 / 1,4 = 1,517 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yd} = 50 / 1,15 = 43,47 \text{ kN/cm}^2$$

$$K = M_d / f_c \cdot b \cdot d^2$$

Se $K < K_L$: $K' = K$

Se $K > K_L$: $K' = K_L$

$$A_s = A_s = (f_c \cdot b \cdot d / f_{yd}) \cdot (1 - (1 - 2k')^{1/2})$$

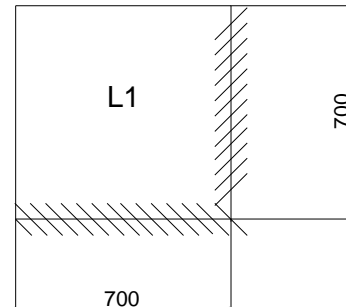
	M (kN.cm)	K (kL = 0,2950)	A_s (cm²/m)	∅ a c/
Ma	802	0,131	3,69	∅ 8 c/ 12,5
Mb	643	0,105	2,91	∅ 6,3 c/ 10
Xa	1966	0,322	9,41	∅ 12,5 c/ 12,5
Xb	1740	0,285	9,01	∅ 12,5 c/ 12,5

- Lajes L1, L3, L4 e L6: Laje Tipo C

$$g = 4,5 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

$$p = 6,5 \text{ kN/m}^2$$



Cálculo das Reações (Tabela 3.8):

$$r'a = r'b = 0,183$$

$$R'a = R'b = 0,183 \cdot (6,5 \cdot 7) = 8,33 \text{ kN/m}$$

$$r''a = r''b = 0,317$$

$$R''a = R''b = 0,317 \cdot (6,5 \cdot 7) = 14,42 \text{ kN/m}$$

$$\mathbf{R = r \cdot (pa)}$$

Cálculo dos Momentos (Tabela 3.11 A):

$$ma = mb = 37,2$$

$$Ma = Mb = (6,5 \cdot 7^2) / 37,2 = 8,56 \text{ kN/m}$$

$$na = nb = 14,3$$

$$Xa = (6,5 \cdot 7^2) / 14,3 = 22,27 \text{ kN/m}$$

$$\text{Momento Positivo: } \mathbf{M = pa^2/m}$$

$$\text{Momento Negativo: } \mathbf{X = pa^2/n}$$

Cálculo da Flecha Final:

$$Ma = Pi \cdot a^2 / ma = 6,98$$

$$Pi = g + 0,4 \cdot q = 5,3$$

$$a = 7$$

$$Ma = 37,2$$

$$g = 4,5$$

$$q = 2$$

$$Mr = 150 \cdot fctm \cdot h^2 / 6 = 640$$

$$fctm = 0,3 \cdot (fck^2)^{1/3} = 0,256$$

$Ma > Mr$, logo, a laje encontra-se no Estádio II.

$$p_{\infty} = ,46 \cdot (g + 0,4 \cdot q) = 13,04$$

$$I_{eq} = ((Mr/Ma)^{1/3}) \cdot I_c + (1 - (Mr/Ma)^{1/3}) \cdot I_{ii} = 7932 \text{ cm}^4$$

$$I_c = b \cdot h^3 / 12 = 100 \cdot 10^3 / 12 = 8333 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} = 21735 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot (f_{ck}/80) = 0,86$$

$$\alpha_e = 0,9 \text{ (brita calcária)}$$

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} = 25200 \text{ Mpa}$$

$$n = E_s/E_{cs} = 21000/21735 = 0,97$$

$$A = n \cdot A_s/100 = 9,7 \cdot 4,25/100 = 0,411$$

$$B = 2 \cdot d_n \cdot A_s/100 = 2 \cdot 7,5 \cdot 4,25/100 = 6,171$$

$$X_{ii} = -A + (A^2 + B)^{1/2} = 2,107$$

$$I_{ii} = 100 \cdot x_{ii}^3/3 + n \cdot A_s \cdot (d - x_{ii})^2 = 3508 \text{ cm}^4$$

$$h_{eq} = (12 \cdot I_{eq}/100)^{1/3} = 9,84 \text{ cm}$$

$$f_1 = 0,025 \text{ (tabela 3.10)}$$

$$f_{\infty} = f_1 \cdot p_{\infty} \cdot a^4/E_{cs} \cdot h_{eq}^3 = 3,78 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = L/250 = 700/250 = 2,8 \text{ cm}$$

Conclusão:

A flecha final total deu maior que a flecha admissível, o que implica em aumentar a espessura da laje!

Cálculo da armadura:

Seção retangular:

$$b_w \cdot h = 100 \cdot 10; d = h - 2,5 = 7,5 \text{ cm}$$

$$f_c = f_{cd} = 0,85 \cdot 2,5/1,4 = 1,517 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yd} = 50/1,15 = 43,47 \text{ kN/cm}^2$$

$$K = M_d/f_c \cdot b \cdot d^2$$

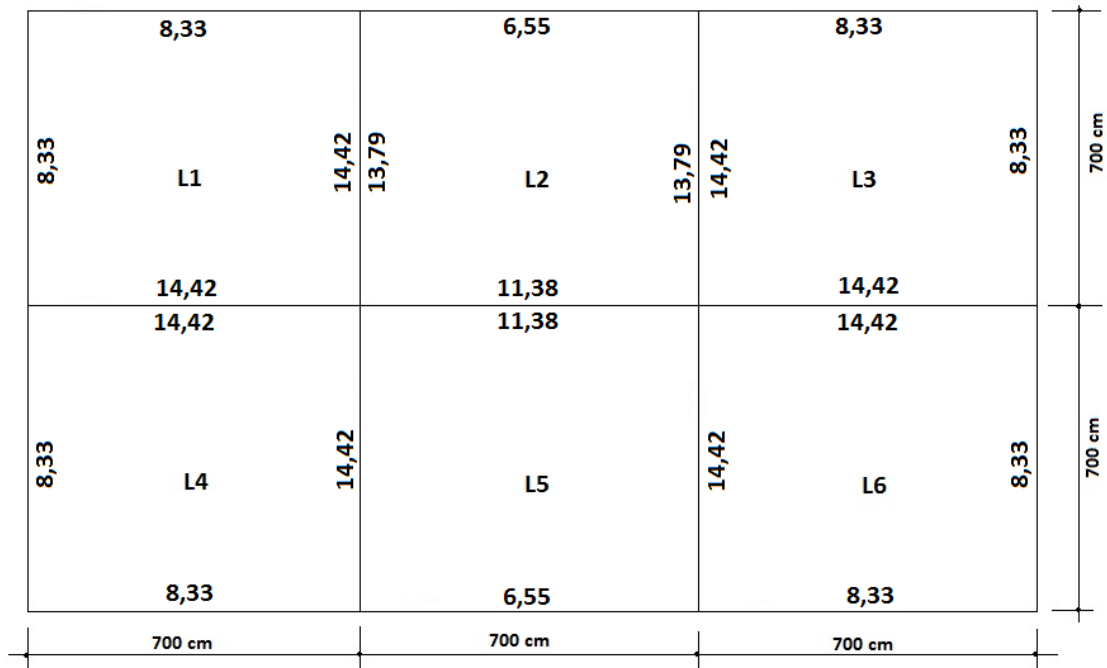
$$\text{Se } K < K_L: K' = K$$

$$\text{Se } K > K_L: K' = K_L$$

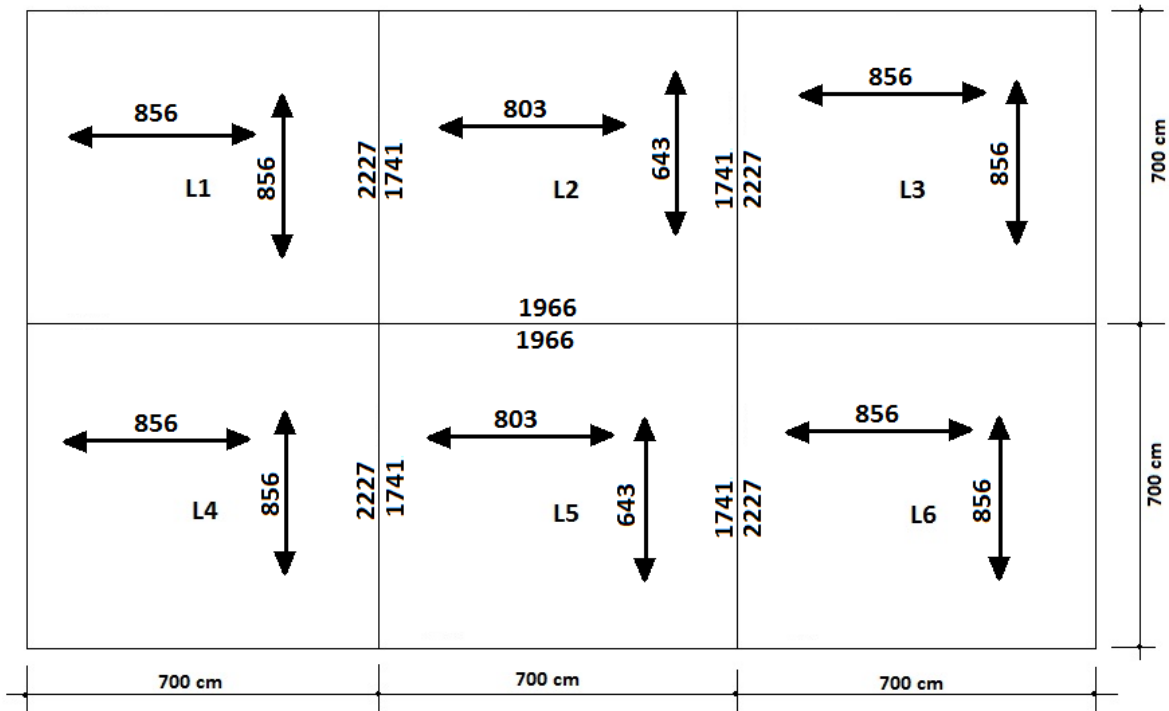
$$A_s = A_s = (f_c \cdot b \cdot d / f_{yd}) \cdot (1 - (1 - 2K')^{1/2})$$

	M (kN.cm)	K (kL = 0,2950)	As (cm ² /m)	∅ a c/
Ma	856	0,140	3,69	∅ 8 c/ 12,5
Mb	856	0,140	3,69	∅ 8 c/ 12,5
Xa	2227	0,365	9,41	∅ 12,5 c/ 12,5
Xb	2227	0,365	9,41	∅ 12,5 c/ 12,5

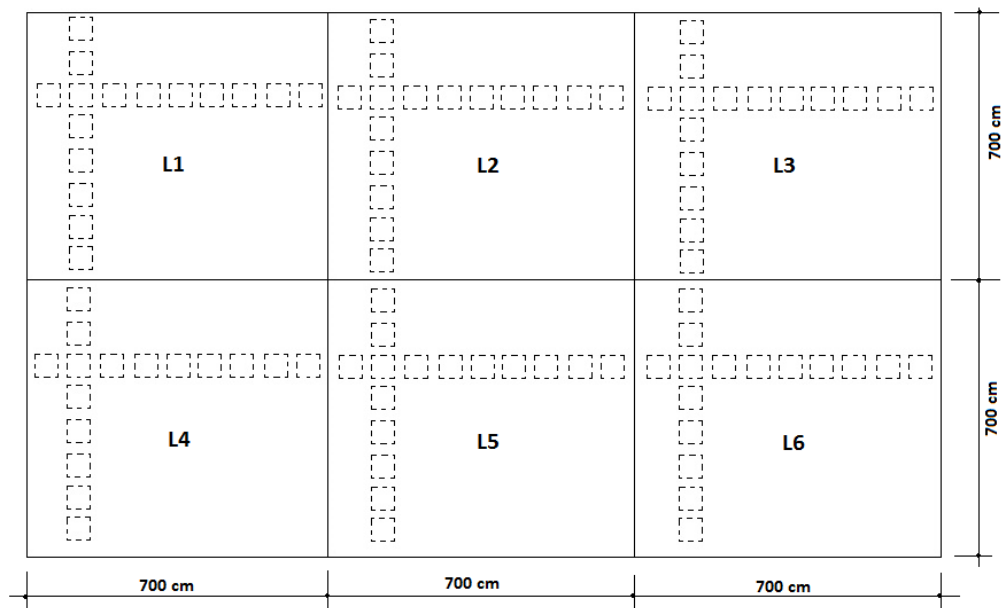
- Reações lançadas nas lajes:



- Compensação de momentos negativos:



2) Cálculo da Laje nervurada:



Análise das Lajes L2 e L5 – Laje Tipo E:

Dados:

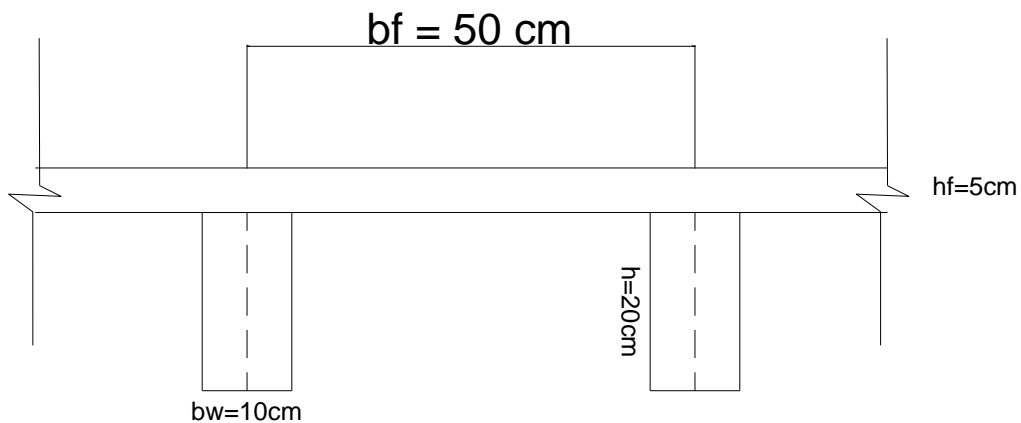
$f_{ck} = 25\text{Mpa}$

Aço CA 50/60

Laje: $\geq h/30$; capeamento = 5 cm

Largura nervuras: 10 cm, com espaçamento = 50 cm entre eixos

Material inerte, blocos com peso específico de 5kN/cm^2



- Estudo da Unidade Padrão:

$$\text{Volume da unidade} = 0,5 * 0,5 * 0,25 = 0,0625 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume dos blocos} = 0,4 * 0,4 * 0,2 = 0,032 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume do concreto} = (0,05 * 0,5 * 0,5) + (0,1 * 0,20 * 0,9) = 0,0305 \text{ m}^3$$

$$\text{Peso próprio da unidade} = 0,0305 * 2,5 + 0,032 * 5 = 0,92 \text{ kN}$$

- Carregamento da Laje:

$$PP = PPV/AV = 0,92/(5 * 0,5) = 3,69 \text{ kN/m}^2$$

Cargas: Revestimento = 1 kN/m²

Sobrecarga = 2 kN/m²

Alvenaria = 1 kN/m² (distribuída em todas as lajes)

Carregamento Total = 7,69 kN/m²

Cálculo dos Momentos (Tabela 3.11 B):

$$m_a = 39,7$$

$$M_a = (7,69 * 7^2) / 39,7 = 9,49 \text{ kN/m}$$

$$m_b = 49,8$$

$$M_b = (7,69 * 7^2) / 49,8 = 7,57 \text{ kN/m}$$

$$n_a = 16,2$$

$$X_a = -(7,69 * 7^2) / 16,2 = -23,26 \text{ kN/m}$$

$$n_b = 18,3$$

$$X_b = -(7,69 * 7^2) / 18,3 = -20,59 \text{ kN/m}$$

Momento Positivo: $M = pa^2/m$

Momento Negativo: $X = -pa^2/n$

Momentos Fletores por nervura:

$$M_a/\text{nerv} = 9,49/2 = 4,75 \text{ kN.m}$$

$$M_b/\text{nerv} = 7,57/2 = 3,79 \text{ kN.m}$$

$$X_a/\text{nerv} = -23,26/2 = -11,63 \text{ kN.m}$$

$$X_b/\text{nerv} = -20,59/2 = -10,30 \text{ kN.m}$$

Dimensionamento:

- Momento Positivo: Cálculo como viga T

Direção a: $M_a/\text{nerv} = 4,75 \text{ kN.m} - M_d = 665,0 \text{ kN.cm}$

$b_f = 50 \text{ cm}$

$f_c = 1,517 \text{ kN/cm}^2$

$M_{ref} = b_f \cdot h_f \cdot f_c \cdot (d - h_f/2) = 50 \cdot 5 \cdot 1,517 \cdot (23 - 5/2) = 7779,75 \text{ kN.cm}$

$M_d < M_{ref}$: Seção pode ser dimensionada como retangular de largura b_f .

$K = M_d / f_c \cdot b \cdot d^2$

$K = 0,017 < K_L = 0,295 - K = K'$

$A_s = f_c \cdot b \cdot d / f_{yd} \cdot (1 - (1 - 2k')^{1/2})$

$A_s \geq 2/3 \cdot 0,15 \cdot A_c / 100 = 0,45 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$

$A_s = 0,67 \text{ cm}^2$

Usar 2 $\varnothing 8,0$ por nervura.

- Momento Positivo: Cálculo como viga T

Direção b: $M_b/\text{nerv} = 3,79 \text{ kN.m} - M_d = 530,6 \text{ kN.cm}$

$M_d < M_{ref}$: Seção pode ser dimensionada como retangular de largura b_f .

$K = M_d / f_c \cdot b \cdot d^2$

$K = 0,0132 < K_L = 0,295 - K = K'$

$A_s = f_c \cdot b \cdot d / f_{yd} \cdot (1 - (1 - 2k')^{1/2})$

$A_s \geq 2/3 \cdot 0,15 \cdot A_c / 100 = 0,45 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$

$A_s = 0,54 \text{ cm}^2$

Usar 2 $\varnothing 6,3$ por nervura.

- Momento negativo: Cálculo como viga retangular de largura b_w

Direção a: $X_a/\text{nerv} = -11,63/2 - M_d = 1628,2 \text{ kN.cm}$

$K = M_d / f_c \cdot b \cdot d^2$

$K = 0,040 < K_L = 0,295 - K = K'$

$A_s = f_c \cdot b \cdot d / f_{yd} \cdot (1 - (1 - 2k)^{1/2})$

$A_s \geq 2/3 \cdot 0,15 \cdot A_c / 100 = 0,45 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$

$A_s = 1,67 \text{ cm}^2/\text{nervura}$

Esta armadura deve ser colocada na face superior de cada nervura. Como a mesa é contínua e para facilitar a execução e reduzir a fissuração, esta armadura deverá ser detalhada como uniformemente distribuída em toda a extensão da laje.

$$A_{s, \text{ dist}} = A_{s \text{ nerv}} \times n^{\circ} \text{ nerv/m}$$

$$A_{s, \text{ dist}} = 1,67 \times 2 = 3,34 \text{ cm}^2/\text{m} - \approx 8 \text{ c/ } 12,5 \text{ cm}$$

$$\text{Direção b: } -X_b/\text{nerv} = -10,30/2 - M_d = 1442,0 \text{ kN.cm}$$

$$K = M_d/f_c \cdot b \cdot d^2$$

$$K = 0,036 < K_L = 0,295 - K = K'$$

$$A_s = f_c \cdot b \cdot d / f_{yd} \cdot (1 - (1 - 2k)^{1/2})$$

$$A_s \geq 2/3 \cdot 0,15 \cdot A_c / 100 = 0,45 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

$$A_s = 1,470 \text{ cm}^2/\text{nervura}$$

Esta armadura deve ser colocada na face superior de cada nervura. Como a mesa é contínua e para facilitar a execução e reduzir a fissuração, esta armadura deverá ser detalhada como uniformemente distribuída em toda a extensão da laje.

$$A_{s, \text{ dist}} = A_{s \text{ nerv}} \times n^{\circ} \text{ nerv/m}$$

$$A_{s, \text{ dist}} = 1,47 \times 2 = 2,94 \text{ cm}^2/\text{m} - \approx 8,0 \text{ c/ } 12,5 \text{ cm}$$

Análise das Lajes L1, L3, L4 e L6 – Laje Tipo C:

Cálculo dos Momentos (Tabela 3.11 B):

$$m_a = m_b = 37,2$$

$$M_a = M_b = (7,69 \cdot 7^2) / 37,2 = 10,13 \text{ kN/m}$$

$$n_a = n_b = 14,3$$

$$X_a = -(7,69 \cdot 7^2) / 14,3 = -26,35 \text{ kN/m}$$

$$\text{Momento Positivo: } M = pa^2/m$$

$$\text{Momento Negativo: } X = -pa^2/n$$

Momentos Fletores por nervura:

$$M_a/\text{nerv} = M_b/\text{nerv} = 10,13/2 = 5,07 \text{ kN.m}$$

$$X_a/\text{nerv} = X_b/\text{nerv} = -26,35/2 = -13,18 \text{ kN.m}$$

Dimensionamento:

- Momento Positivo: Cálculo como viga T

Direções a e b: $M/\text{nerv} = 5,07 \text{ kN.m} - M_d = 709,8 \text{ kN.cm}$

$$b_f = 50 \text{ cm}$$

$$f_c = 1,517 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_{ref} = b_f \cdot h_f \cdot f_c \cdot (d - h_f/2) = 50 \cdot 5 \cdot 1,517 \cdot (23 - 5/2) = 7779,75 \text{ kN.cm}$$

$M_d < M_{ref}$: Seção pode ser dimensionada como retangular de largura b_f .

$$K = M_d / f_c \cdot b \cdot d^2$$

$$K = 0,0178 < K_L = 0,295 - K = K'$$

$$A_s = f_c \cdot b \cdot d / f_{yd} \cdot (1 - (1 - 2k)^{1/2})$$

$$A_s \geq 2/3 \cdot 0,15 \cdot A_c / 100 = 0,45 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

$$A_s = 0,72 \text{ cm}^2$$

Usar 2 \varnothing 8,0 por nervura.

- Momento negativo: Cálculo como viga retangular de largura b_w

Direções a e b: $X_a/\text{nerv} = X_b/\text{nerv} = -13,18 - M_d = 1845,2 \text{ kN.cm}$

$$K = M_d / f_c \cdot b \cdot d^2$$

$$K = 0,046 < K_L = 0,295 - K = K'$$

$$A_s = f_c \cdot b \cdot d / f_{yd} \cdot (1 - (1 - 2k)^{1/2})$$

$$A_s \geq 2/3 \cdot 0,15 \cdot A_c / 100 = 0,45 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

$$A_s = 1,89 \text{ cm}^2/\text{nervura}$$

Esta armadura deve ser colocada na face superior de cada nervura. Como a mesa é contínua e para facilitar a execução e reduzir a fissuração, esta armadura deverá ser detalhada como uniformemente distribuída em toda a extensão da laje.

$$A_{s, \text{dist}} = A_s \text{ nerv} \times n^\circ \text{ nerv/m}$$

$$A_{s, \text{dist}} = 1,89 \cdot 2 = 3,78 \text{ cm}^2/\text{m} - \varnothing 8,0 \text{ c/ } 12,5 \text{ cm}$$

Cálculo das Flechas das Lajes:

Cálculo do Momento Fletor de Serviço:

$$P = 5,69 + 0,4 \cdot 2 = 6,59 \text{ kN/m}^2$$

$$M_{serv} = 12,22 \cdot 6,49 / 7,69 = 10,31 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{serv/nerv} = 10,31 / 2 = 5,16 \text{ kN.m ou } 516 \text{ kN.cm}$$

Cálculo do Momento de fissuração:

$$M_r = \alpha \cdot I_c \cdot f_{ct} / y_t$$

$$I_c = 50 \cdot 23^3 / 12 + 50 \cdot 25 \cdot 5^2 - 40820^3 / 12 - 40 \cdot 20 \cdot 6^2 = 40887,5 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = 1,2 \text{ (seção T)}$$

$$f_{ct} = 0,256 \text{ kN/cm}^2$$

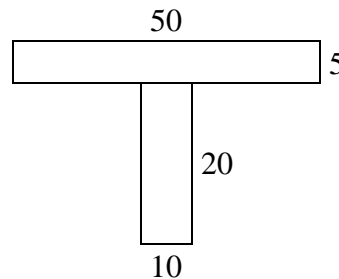
$$y_{cg} = (50 \cdot 5 \cdot 23) + (20 \cdot 10 \cdot 10) / 400$$

$$y_{cg} = y_t = 19,38 \text{ cm}$$

$$M_r = 1,2 \cdot 40887,5 \cdot 0,256 / 19,38$$

$$M_r = 648,12 \text{ kN.cm} > M_{serv} = 464 \text{ kN.cm}$$

Estádio I



Cálculo do Momento de Inércia da seção:

$E_{leq} = \alpha_i \cdot E_{ci}$ (rigidez equivalente igual a da seção bruta de concreto)

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} = 21735 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot (f_{ck} / 80) = 0,86$$

$$\alpha_e = 0,9 \text{ (brita calcária)}$$

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} = 25200 \text{ Mpa}$$

$$I_c = (1 \cdot 0,1^3) / 12 = 8,33 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} \cdot I_c = 1810,5 \text{ kN.m}^2$$

$$p_{\infty} = (1 + \alpha_f) \cdot p_i = 2,46 \cdot (2,96 + 0,4 \cdot 2) = 9,25 \text{ kN/m}$$

$$f_1 = 0,025 \text{ (para L1, L3, L4 e L6)}$$

$$f_1 = 0,018 \text{ (para L2 e L5)}$$

$$f_{\infty} = f_1 \cdot p_{\infty} \cdot a^4 / E_{cs} \cdot h^3 = 0,147 \text{ cm (para L1, L3, L4 e L6)}$$

$$f_{\infty} = f_1 \cdot p_{\infty} \cdot a^4 / E_{cs} \cdot h^3 = 0,106 \text{ cm (para L2 e L5)}$$

$$f_{adm} = L / 250 = 700 / 250 = 2,8 \text{ cm OK!}$$

3) Cálculo da Laje lisa:

Parâmetros:

- Altura da laje: $l/40 \leq h \leq l/36$.:
 $700/40 \leq h \leq 700/36 = 17,5 \leq h \leq 19,4$
Logo, $h = 19$ cm
- Pilares: $\geq (30$ cm ou $l/20)$
Logo, Seção do Pilar = 35x35 cm
- Carregamentos:
PP = $1 * 1 * 0,19 * 25 = 4,75$ kN/m²
Revestimento / Alvenaria = 2 kN/m²
Carga Total Permanente: 6,75 kN/m²
Sobrecarga: 2 kN/m²
Carga Total: 8,75 kN/m²
 $Q \leq 0,75g = 6$ kN/m²

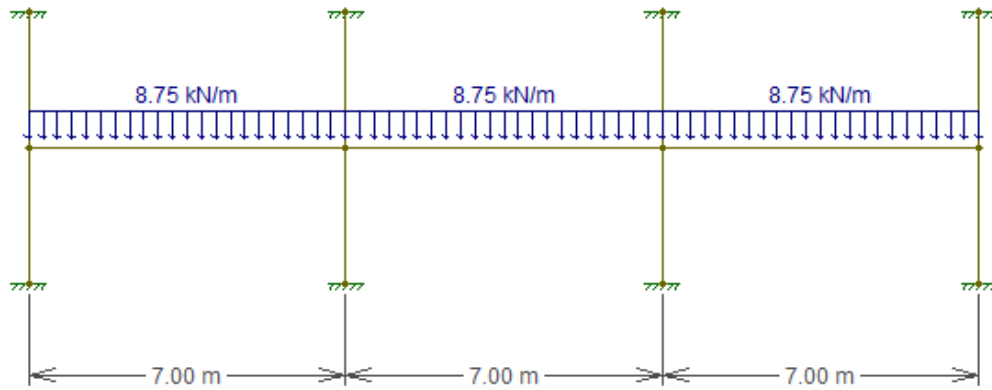
Cálculo dos Esforços pelo Ftool:

Eixos A e C: $J_v = 3,5 * 0,19^3 / 12 = 0,002$ cm⁴

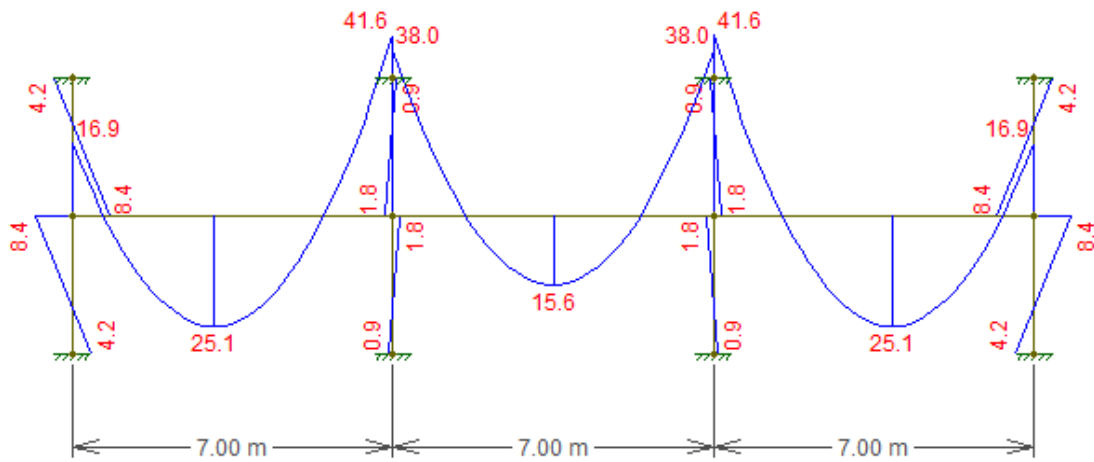
Eixo B: $J_v = 7 * 0,19^3 / 12 = 0,004$ cm⁴

Pilar: $0,35 * 0,35^3 / 12 = 0,00125$ cm⁴

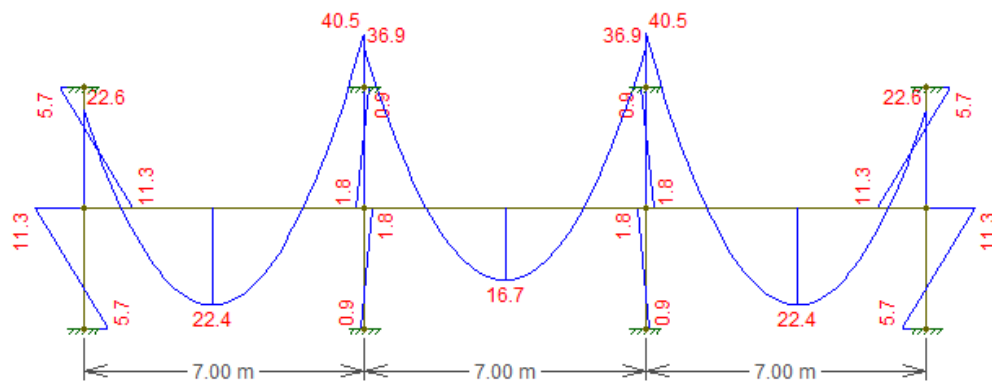
Direção X: Modelo Estrutural:



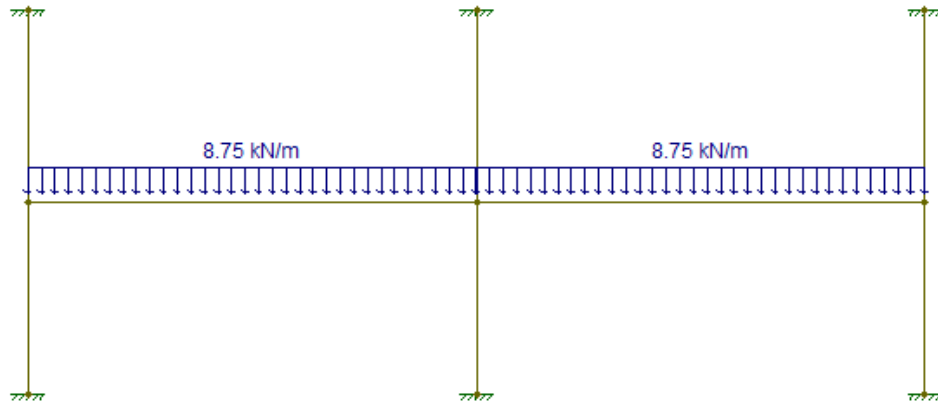
Eixo B: Momento Fletor por metro de laje:



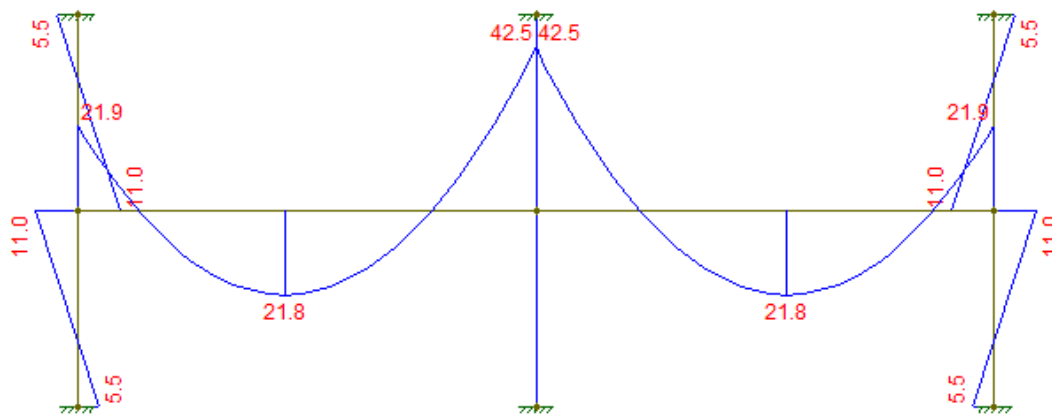
Eixos A e C: Momento Fletor por metro de laje:



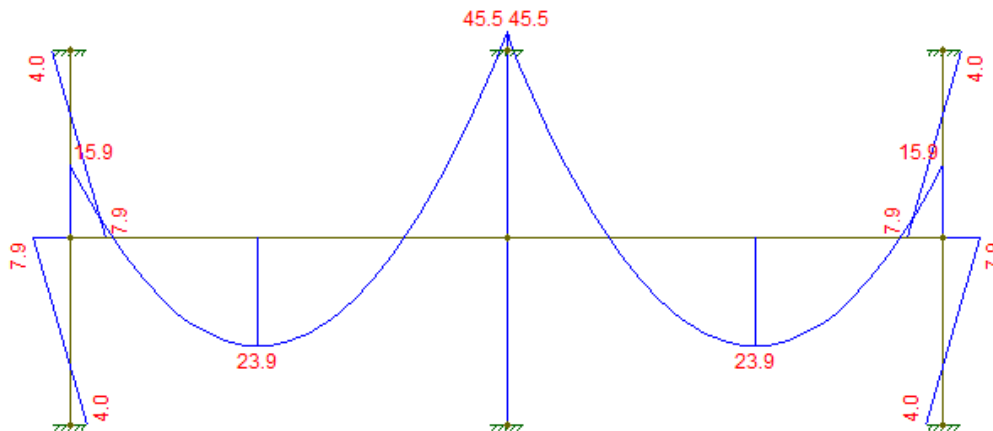
Direção Y: Modelo Estrutural:



Eixos 1 e 4: Momento Fletor por metro de laje:



Eixos 2 e 3: Momento Fletor por metro de laje:



Dimensionamento:

O cálculo será feito para os valores máximos encontrados para cada trecho. O dimensionamento será usado para todos os eixos em cada direção, tendo em vista as pequenas diferenças dos valores dos momentos encontrados.

- **Direção X (largura da faixa = $\frac{700}{4} = 175\text{cm}$)**

$$d = h - 2 * cob - 0,8\emptyset - \frac{\emptyset}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,6) - \left(\frac{1,6}{2}\right)$$

$$d = 12,92\text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\emptyset - \frac{\emptyset}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,25) - \left(\frac{1,25}{2}\right)$$

$$d = 13,38\text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\emptyset - \frac{\emptyset}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,0) - \left(\frac{1,0}{2}\right)$$

$$d = 13,70\text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\emptyset - \frac{\emptyset}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 0,8) - \left(\frac{0,8}{2}\right)$$

$$d = 13,96\text{ cm}$$

Faixas Externas:

Momentos no Painel (KNm)	% por faixa	Momento por faixa (KNm)	d (cm)	k	As total (cm ²)	As/m (cm ² /m)	Ø c/ cm
-189,70	37,5%	-71,14	12,92	0,22459	20,36	11,63	Ø 16,0mm c/ 15 cm
-284,20	37,5%	-106,58	12,92	0,33647	33,80	19,32	Ø 16,0mm c/ 10 cm
158,00	27,5%	43,45	13,70	0,12200	10,93	6,24	Ø 10,0mm c/ 12,5cm
121,80	27,5%	33,50	13,70	0,09405	8,28	4,73	Ø 10,0mm c/ 12,5cm

$$As, \min = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85 \frac{cm^2}{m}$$

$$K = \frac{Md}{fc} * b * d^2 = < KL = 0,295$$

$$As = \left(fc * b * \frac{d}{fyd} \right) * \left(1 - (\sqrt{1 * 2k'}) \right)$$

Faixas Internas:

Para as faixas internas os valores foram gerados já pela planilha abaixo. As fórmulas para encontrar a área de aço são as mesmas do item anterior.

Momentos no Painel (KNm)	% por faixa	Momento por faixa (KNm)	d (cm)	k	As total (cm ²)	As/m (cm ² /m)	Ø c/ cm
-189,70	12,5%	-23,71	13,70	0,06658	5,77	3,30	Ø 10,0mm c/ 17,5cm
-284,20	12,5%	-35,53	13,70	0,09975	8,82	5,04	Ø 10,0mm c/ 15cm
158,00	22,5%	35,55	13,70	0,09982	8,82	5,04	Ø 10,0mm c/ 15cm
121,80	22,5%	27,41	13,70	0,07695	6,71	3,84	Ø 10,0mm c/ 15cm

$$As, \min = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85 \frac{cm^2}{m}$$

$$K = \frac{Md}{fc} * b * d^2 = < KL = 0,295$$

$$As = \left(fc * b * \frac{d}{fyd} \right) * \left(1 - (\sqrt{1 * 2k'}) \right)$$

Direção Y: Largura da faixa = $7,00/4 = 1,75$ m

$As_{min} = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85$ cm²/m

$d = 19 - 2 * 0,8 - 0,8/2 = 16$ cm

- **Direção Y (largura da faixa = $\frac{700}{4} = 175$ cm)**

$$d = h - 2 * cob - 0,8\emptyset - \frac{\emptyset}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 2,0) - \left(\frac{2,0}{2}\right)$$

$$d = 12,40 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\emptyset - \frac{\emptyset}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,6) - \left(\frac{1,6}{2}\right)$$

$$d = 12,92 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\emptyset - \frac{\emptyset}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,25) - \left(\frac{1,25}{2}\right)$$

$$d = 13,38 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\emptyset - \frac{\emptyset}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,0) - \left(\frac{1,0}{2}\right)$$

$$d = 13,70 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 0,8) - \left(\frac{0,8}{2}\right)$$

$$d = 13,96 \text{ cm}$$

Faixas Externas:

Momentos no Painel (KNm)	% por faixa	Momento por faixa (KNm)	d (cm)	k	As total (cm ²)	As/m (cm ² /m)	Ø c/ cm
-186,90	37,5%	-70,09	12,92	0,22128	20,01	11,43	Ø 16,0mm c/ 15cm
-299,60	37,5%	-112,35	12,40	0,38508	39,45	22,54	Ø 20,0mm c/ 12,5 cm
154,70	27,5%	42,54	13,38	0,12524	10,98	6,27	Ø 12,5mm c/ 17,5 cm

$$As, \min = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$K = \frac{Md}{fc} * b * d^2 = < KL = 0,295$$

$$As = \left(fc * b * \frac{d}{fyd} \right) * \left(1 - (\sqrt{1 * 2k'}) \right)$$

Faixas Internas:

Momentos no Painel (KNm)	% por faixa	Momento por faixa (KNm)	d (cm)	k	As total (cm ²)	As/m (cm ² /m)	Ø c/ cm
-186,90	12,5%	-23,36	13,70	0,06560	5,69	3,25	Ø 10,0mm c/ 17,5 cm
-299,60	12,5%	-37,45	13,70	0,10515	9,32	5,33	Ø 10,0mm c/ 15 cm
154,70	22,5%	34,81	13,70	0,09773	8,63	4,93	Ø 10,0mm c/ 15 cm

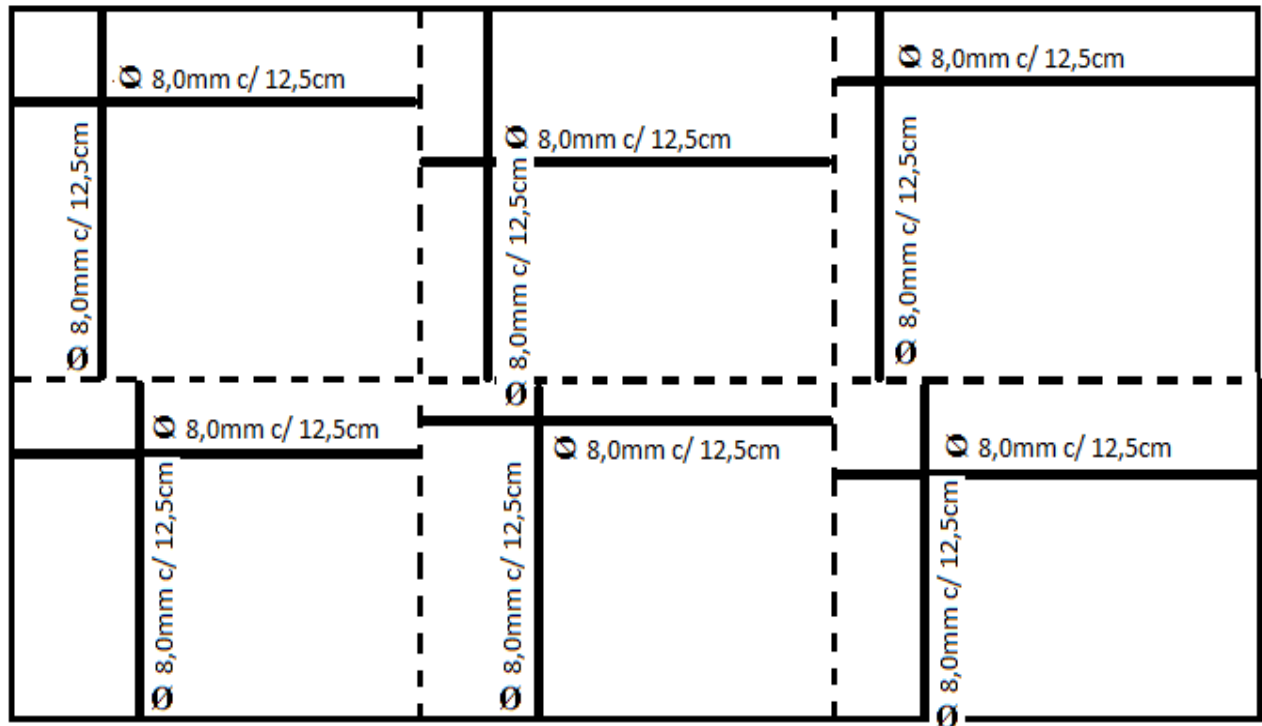
$$As, \min = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$K = \frac{Md}{fc} * b * d^2 = < KL = 0,295$$

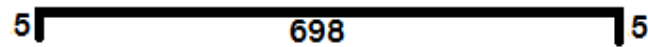
$$As = \left(fc * b * \frac{d}{fyd} \right) * \left(1 - (\sqrt{1 * 2k'}) \right)$$

4) Detalhamento:

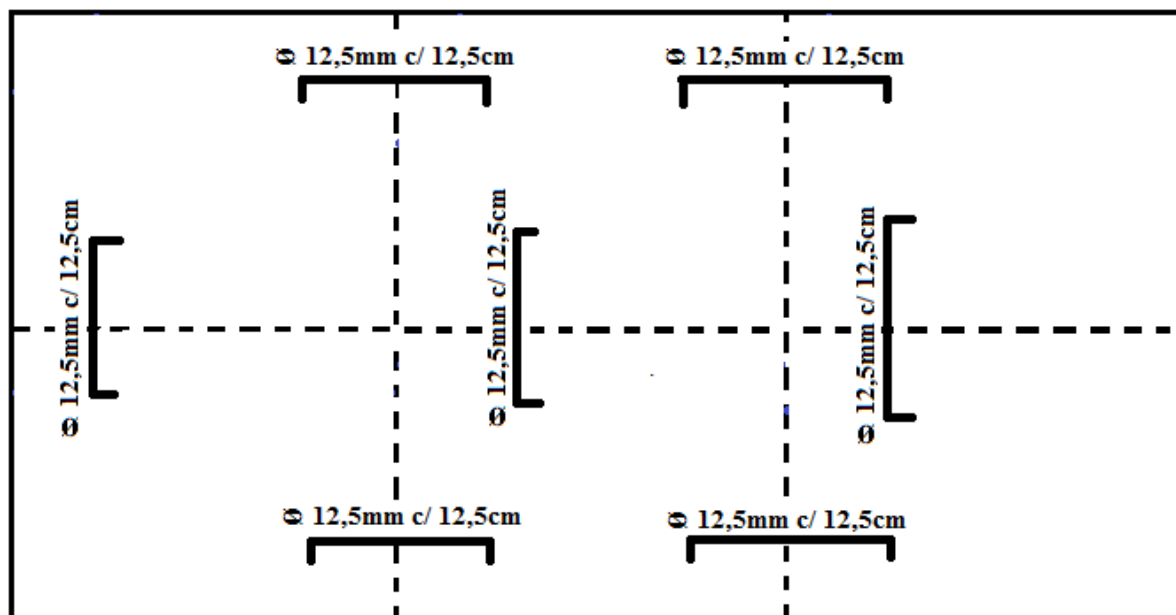
Armadura Positiva: Laje Maciça



$$671 - \varnothing 8,0\text{mm c/ } 12,5\text{ cm} - C = 718\text{ cm}$$



Armadura Negativa: Laje Maciça



$$392 - \varnothing 12,5\text{mm c/ } 12,5\text{cm} - C = 260 \text{ cm}$$

$$5 \quad 250 \quad 5$$

$\varnothing 12,5\text{mm c/ } 12,5\text{cm}$

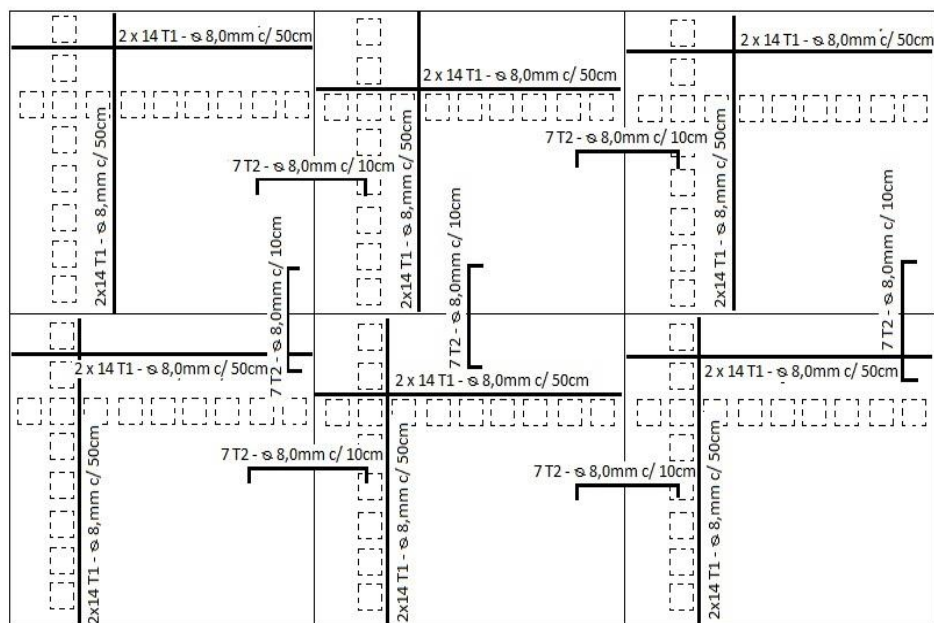
- Lista de Ferros:

Bitola (mm)	Quant.	Comp. Unit. (m)	Massa Linear (Kg/m)	Massa (Kg)
8,0	671	7	0,40	1927,11
12,5	392	3	1,00	1019,20
Massa Total (Kg)				2946,31

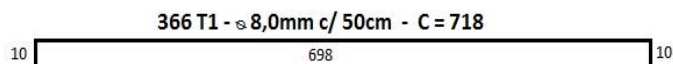
- Volume do Concreto:

$$V_{conc} = 29,40 \text{ m}^3$$

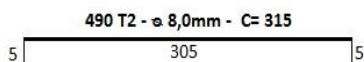
Armadura: Laje Nervurada



Detalhamento T1:



Detalhamento T2:



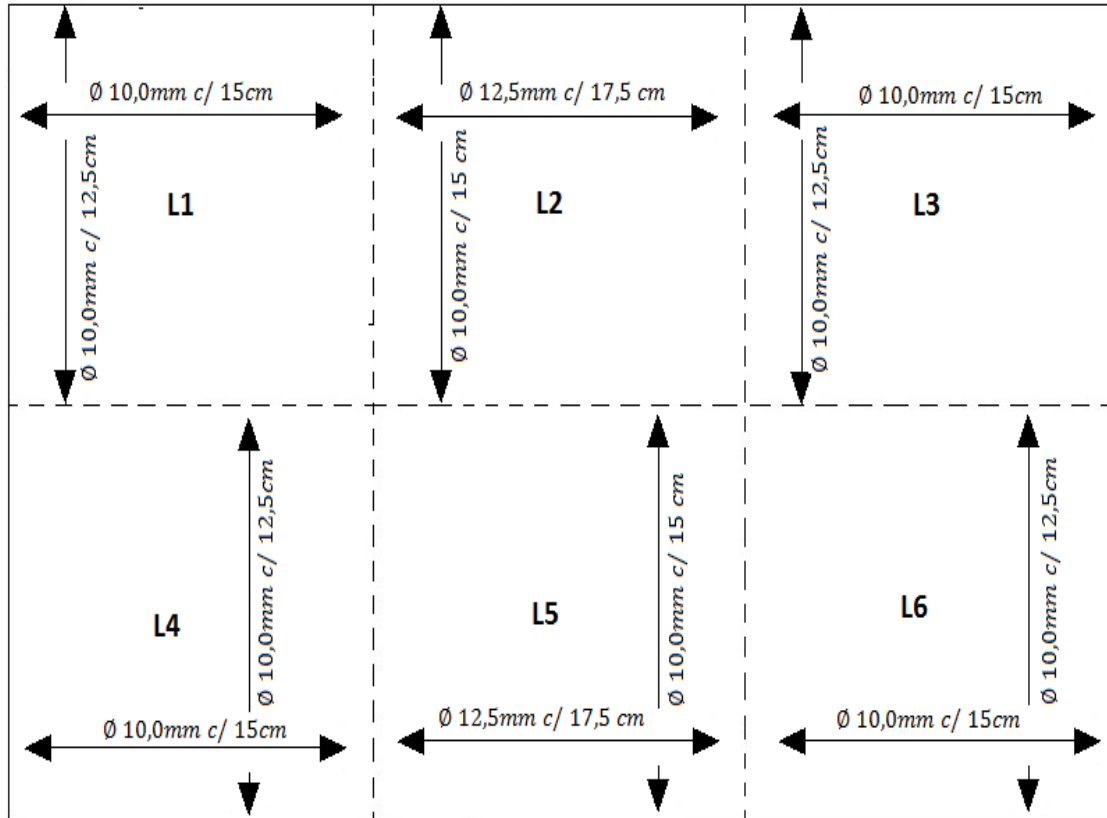
• Lista de Ferros:

Bitola (mm)	Quant.	Comp. Unit. (m)	Massa Linear (Kg/m)	Massa (Kg)
8,0	336	7,18	0,40	964,99
8,0	490	3,15	0,40	617,40
Massa Total (Kg)				1582,39

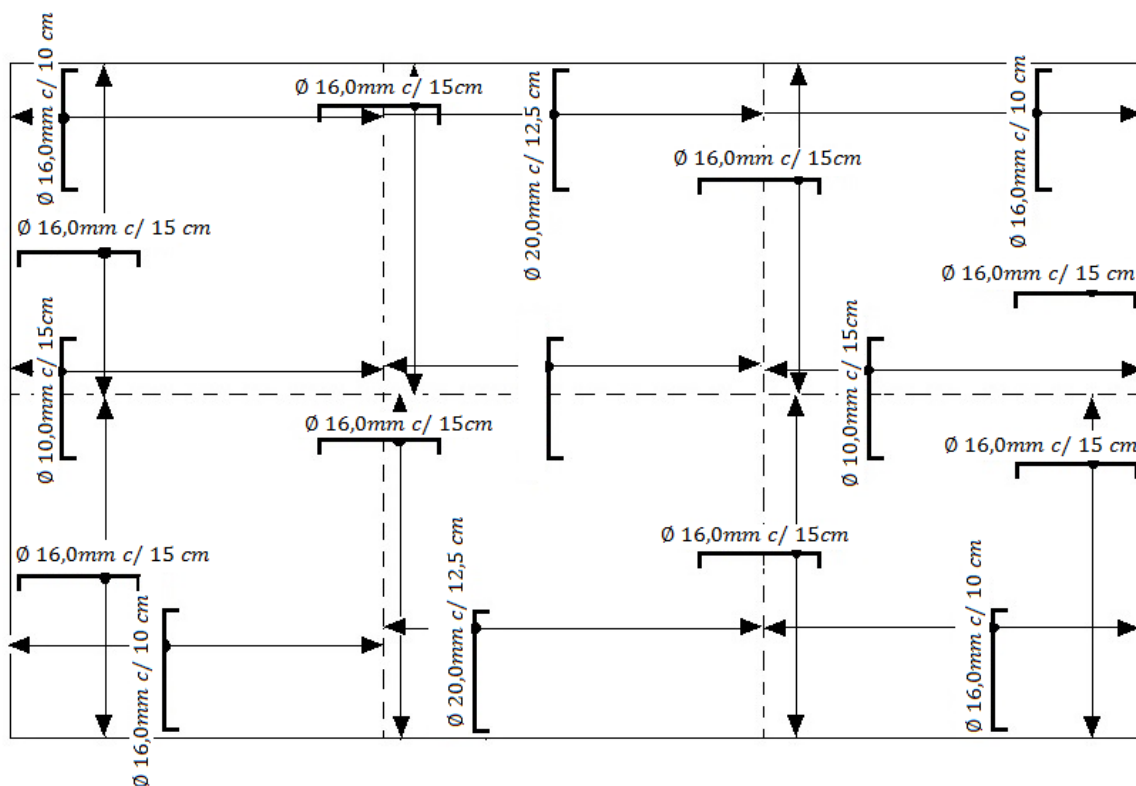
• Volume do Concreto:

$$V_{conc} = 17,94 \text{ m}^3$$

Armadura Positiva: Laje Lisa



Armadura Negativa: Laje Lisa



- **Lista de Ferros:**

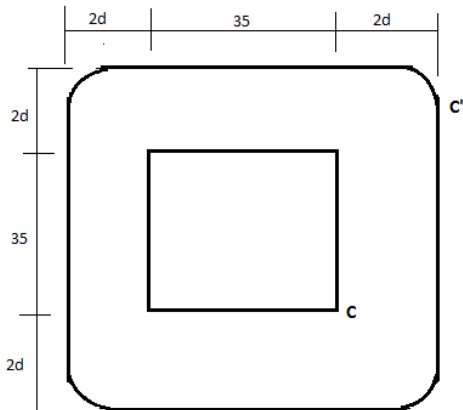
Bitola (mm)	Quant.	Comp. Unit. (m)	Massa Linear (Kg/m)	Massa (Kg)
10,0	336	7,18	0,63	1519,86
10,0	188	7,18	0,63	850,40
12,5	80	7,18	1,60	919,04
16,0	280	1,65	1,60	739,20
16,0	374	3,15	1,60	1884,96
20,0	112	1,65	2,50	462,00
Massa Total (Kg)				6375,46

- **Volume de Concreto:**

$$V_{conc} = 55,86 \text{ m}^3$$

5) Cálculo da armadura de punção para a laje lisa:

- Pilares P6 e P7 (Pilares Centrais)



- Cargas Atuantes:

$$F_s = 33,3 \times 7,00 \times 2$$

$$M_{s1} = M_{s2} = 0$$

- Verificação do Concreto no Contorno C

$$h = 19\text{cm} \quad d = h - c \quad d = 19 - 3 \quad d = 16\text{cm}$$

$$C1 = C2 = 35\text{cm}$$

$$\mu_o = 2 \times (C1 + C2) \quad \mu_o = 2 \times (35 \times 35) \quad \mu_o = 140\text{cm}$$

$$\omega_{p1} = \left(\frac{c1^2}{2}\right) + (C1 \times C2) \quad \omega_{p1} = \left(\frac{35^2}{2}\right) + (35 \times 35) \quad \omega_{p1} = 1837,50\text{ cm}^2$$

$$\omega_{p2} = 1837,50\text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\omega_o \times d} \quad \tau_{sd} = \frac{466,2 \times 1,4}{140 \times 16} \quad \tau_{sd} = 0,292\text{ KN/cm}^2 \quad (\text{Tensão Atuante})$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \times \alpha \times f_{cd}$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \alpha_v = 1 - \frac{25}{250} \quad \alpha_v = 0,90$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \quad f_{cd} = \frac{25}{1,4} \quad f_{cd} = 1,786 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \times 0,90 \times 1,786 \quad \tau_{Rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2 \quad (\text{Tensão Resistente})$$

Logo: $\tau_{Rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2 > \tau_{sd} = 0,292 \text{ KN/cm}^2$ (OK! Para o Contorno C)

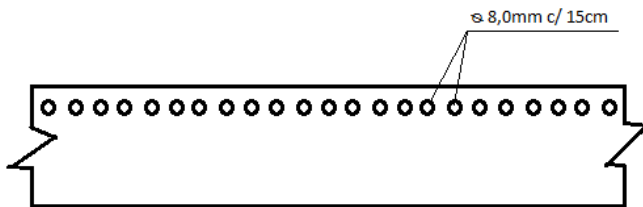
- Verificação do Contorno C'

$$\mu = 2 \times (C1 + C2) + 4\pi \times d \quad \mu = 2 \times (35 + 35) + 4\pi \times 16$$

$$\mu = 341,06 \text{ cm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\omega \times d} \quad \tau_{sd} = \frac{466,2 \times 1,4}{341,06 \times 16} \quad \tau_{sd} = 0,120 \text{ KN/cm}^2 \quad (\text{Tensão Atuante})$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \times \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \times (100 \times \rho \times f_{ck})^{1/3}$$



$$A_s = 3,33 \text{ cm}^2/m$$

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_c}$$

$$\rho_x = \rho_y = \frac{13,33}{100 \times 19} \quad \rho_x = \rho_y = 1,753 \times 10^{-3}$$

$$A_{sx} = A_{sy} = 15,8 \text{ cm}^2/m$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \times \rho_y} \quad \rho = \sqrt{1,753 \times 10^{-3} \times 1,753 \times 10^{-3}} \quad \rho = 0,001753$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \times \left(1 + \sqrt{\frac{20}{16}}\right) \times (100 \times 0,001753 \times 25)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,0451 \text{ KN/cm}^2 \quad \tau_{Rd1} = 0,451 \text{ MPa} \quad (\text{Tensão Resistente})$$

Logo: $\tau_{Rd1} = 0,0451 \text{ KN/cm}^2 > \tau_{sd} = 0,120 \text{ KN/cm}^2$ (Armar ao Cisalhamento)

- Cálculo à Punção

$$\tau_{sd} \leq \left[0,10 \times \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right)\right] \times (100 \rho \times f_{ck})^{1/3} + \left[1,5 \times \frac{d}{S_v} \times \frac{A_{sw} \times f_{ywd} \times \sin \alpha}{\mu \times d}\right]$$

$$0,120 \leq \left[\frac{0,10}{0,13} \times \tau_{Rd1}\right] + \left[\frac{2 \times A_{sw} \times 28,7 \times \sin 90}{423 \times 16}\right]$$

$$f_{ywd} = 250 + \left[\frac{185 \times (h-15)}{20}\right] \quad f_{ywd} = 250 + \left[\frac{185 \times (19-15)}{20}\right]$$

$$f_{ywd} = 287 \text{ MPa}$$

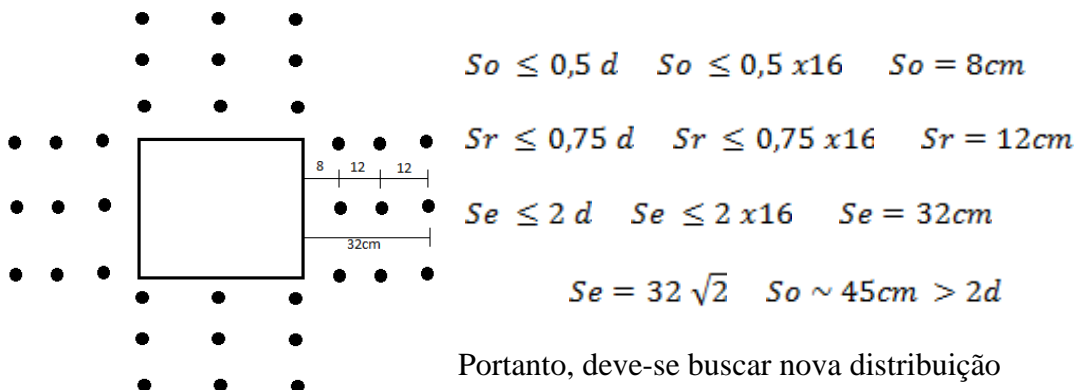
$$f_{ywd} = 28,7 \text{ KN/cm}^2$$

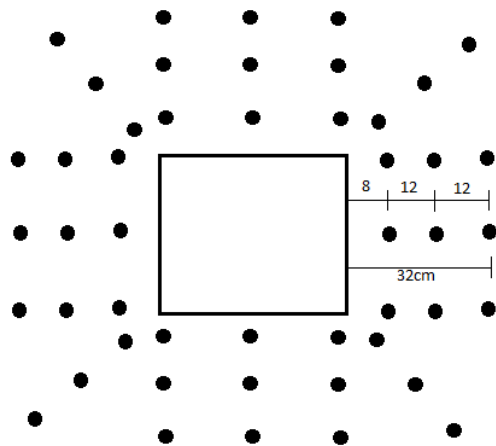
$$0,120 \leq \left[\frac{0,10}{0,13} \times 0,0451\right] + \left[\frac{2 \times A_{sw} \times 28,7 \times \sin 90}{423 \times 16}\right]$$

$$A_{sw} = \frac{0,120 - 0,0347}{0,00848} \quad A_{sw} = 10,06 \text{ cm}^2 \quad (\text{Contorno paralelo ao Contorno C' - 3 linhas$$

de estribos)

Espaçamentos máximos das barras:





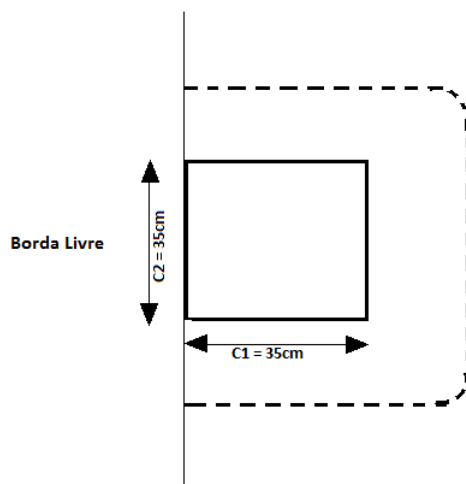
$$y = \sqrt{22,6^2 + 9,4^2} \sim 24,5 < 2d \quad \text{OK!}$$

16 hastes por contorno:

$$\frac{A_{sw}}{16} = 0,63 \text{ cm}^2$$

$$16 \text{ } \varnothing 10,0 \text{ mm} = 16 \times 0,80 \text{ cm}^2 = 12,80 \text{ cm}^2 > A_{sw} = 10,06 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

- Pilares P2; P3; P5; P8; P10; P11 (Pilares com uma Borda Livre)



$$F_s = 33,3 \text{ KN}$$

$$F_{sd} = 46,62 \text{ KN}$$

$$M_{s1} = M_{sy} = 40,6 \text{ KNm}$$

$$M_{sd1} = 5684 \text{ KNcm}$$

$$M_{s2} = M_{sx} = 26,7 \text{ KNm}$$

$$M_{sd2} = 3738 \text{ KNcm}$$

$$a_o = 1,5 d \quad a_o = 1,5 \times 16 \quad a_o = 24 \text{ cm}$$

$$a \leq \{1,5 d\} \quad a \leq \{1,5 \times 16\} \quad a \leq 24 \text{ cm}$$

$$K_1 = 0,60$$

$$a \leq \{0,5 C_1\} \quad a \leq \{0,5 \times 35\} \quad a \leq 17,5 \text{ cm}$$

$$K_2 = 0,60$$

$$a = 17,5 \text{ cm}$$

- Contorno C

$$\mu^* = 2 a_0 + C_2 \quad \mu^* = 2 \times 24 + 35 \quad \mu^* = 83 \text{ cm}$$

$$\omega_{p1} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{(c_1 c_2)}{2} \quad \omega_{p1} = \frac{35^2}{2} + \frac{(35 \times 35)}{2} \quad \omega_{p1} = 1225 \text{ cm}^2$$

$$\omega_{p2} = \frac{c_2^2}{2} + (C_1 C_2) \quad \omega_{p1} = \frac{35^2}{2} + (35 \times 35) \quad \omega_{p1} = 1837,5 \text{ cm}^2$$

$$e^* = \frac{(c_1 a_0) - (a_0^2) + (C_1 C_2 / 2)}{2 a_0 + C_2} \quad e^* = \frac{(35 \times 24) - (24) + (35 \times 35 / 2)}{(2 \times 24) + 35}$$

$$e^* = 10,56 \text{ cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* \quad M_{sd1} = 5684 - (46,62 \times 10,56)$$

$$M_{sd1} = 5191,69 \text{ KNcm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{46,62}{83 \times 16} + \frac{0,60 \times 5191,69}{1225 \times 16} + \frac{0,60 \times 3738}{1837,5 \times 16} \quad \tau_{sd} = 0,270 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 0,270 \text{ KN/cm}^2 < \tau_{Rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

- Contorno C'

$$\mu^* = 2 a + C_2 + 2\pi d \quad \mu^* = (2 \times 17,5) + 35 + (2\pi \times 16) \quad \mu^* = 170,53 \text{ cm}$$

$$\omega_{p1} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{(c_1 c_2)}{2} + 2 C_2 d + 8 d^2 + \pi d C_1$$

$$\omega_{p1} = \left(\frac{35^2}{2}\right) + \left[\frac{(35 \times 35)}{2}\right] + (2 \times 35 \times 16) + (8 \times 16^2) + (\pi \times 16 \times 35)$$

$$\omega_{p1} = 6152,30 \text{ cm}^2$$

$$\omega_{p2} = \frac{c_2^2}{2} + (C_1 C_2) + 4 C_1 d + 8 d^2 + \pi d C_2$$

$$\omega_{p2} = \left(\frac{35^2}{2}\right) + (35 \times 35) + (4 \times 35 \times 16) + (8 \times 16^2) + (\pi \times 16 \times 35)$$

$$\omega_{p2} = 7578,55 \text{ cm}^2$$

$$e^* = \frac{(C1 \alpha) + (\alpha^2) + (C1 + C2/2) + 2 C2 d + 8 d^2 + \pi d C1}{2 \alpha + C2 + 2\pi d}$$

$$e^* = \frac{(35 \times 17,5) + (17,5) + (35 + 35/2) + (2 \times 35 \times 16) + (8 \times 16^2) + (\pi \times 16 \times 35)}{(2 \times 17,5) + 35 + (2\pi \times 16)} \quad e^* = 34,49 \text{ cm}$$

$$Msd1 = Msd - Msd^* \quad Msd1 = 5684 - (46,62 \times 34,49)$$

$$Msd1 = 4076,08 \text{ KNcm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{46,62}{170,53 \times 16} + \frac{0,60 \times 5684}{6152,30 \times 16} + \frac{0,60 \times 3738}{7578,55 \times 16} \quad \tau_{sd} = 0,0702 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 0,0702 \text{ KN/cm}^2 < \tau_{Rd1} = 0,0451 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{Armar ao Cisalhamento!}$$

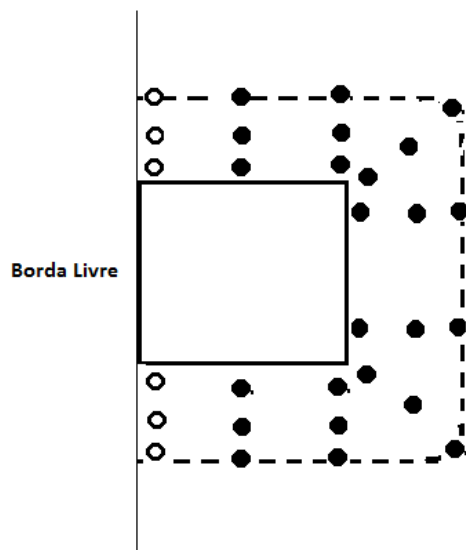
- Cálculo à Punção

$$\tau_{sd} = 0,071 \leq \frac{0,10}{0,13} \times 0,0707 + \frac{1,5 \times d}{0,75 \times d} \times \frac{A_{sw} \times 26 \times 1}{283 \times 13}$$

$$A_{sw} = \frac{\mu d}{2 f_{ywd}} \times \left(\tau_{sd} - \frac{0,10}{0,13} \times \tau_{Rd1} \right)$$

$$A_{sw} = \frac{170,53 \times 16}{2 \times 28,7} \times \left(0,0702 - \frac{0,10}{0,13} \times 0,0451 \right)$$

$$A_{sw} = 1,69 \text{ cm}^2 \quad / \text{Contorno } C'$$



- Armadura Calculada
- Armadura Complementar

$$y = \sqrt{9,4^2 + 27,6^2}$$

$$y = 29,2 \text{ cm} < 2d = 32 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

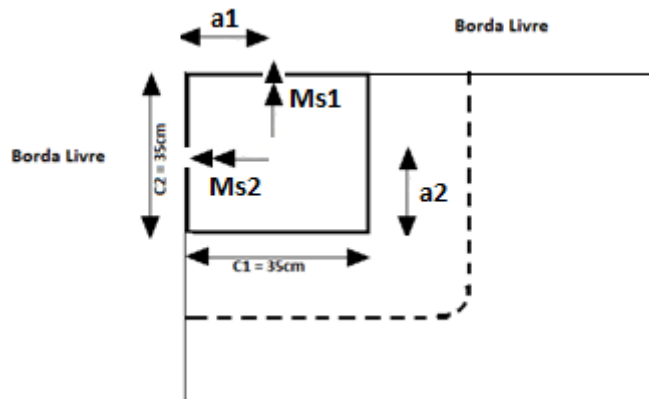
Número de barras por contorno: 8

$$\frac{A_{sw}}{8} = \frac{1,69}{8} \sim 0,22 \text{ cm}^2 \quad \varnothing 6,3 \text{ mm}$$

$$A_{sw \text{ adot}} = 0,315 \times 8$$

$$A_{sw \text{ adot}} = 2,52 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

- Pilares P1; P4; P9; P12 (Pilares de Canto)



$$a_{o1} = a_{o2} \leq 1,5d \quad a_{o1} = a_{o2} \leq 1,5 \times 16 \quad a_{o1} = a_{o2} \leq 24cm$$

$$a_1 \leq 1,5d = 24 cm$$

$$a_2 \leq 1,5d = 24 cm$$

$$a_1 \leq 0,5C_1 = 17,5cm$$

$$a_2 \leq 0,5C_1 = 17,5cm$$

$$a_1 = 17,5 cm$$

$$a_2 = 17,5 cm$$

$$F_s = 28,9 KN$$

$$F_{sd} = 40,46 KN$$

$$K_1 = 0,60$$

$$M_{s1} = 27,1 KNm$$

$$M_{s1} = 3794 KNcm$$

$$K_2 = 0,60$$

$$M_{s1} = 27,7 KNm$$

$$M_{s1} = 3878 KNcm$$

Pilares de canto τ_{sd} serão verificado para cada momento fletor atuante separadamente:

- Contorno C

$$\mu^* = a_{o1} + a_{o2}$$

$$\mu^* = 24 + 24$$

$$\mu^* = 48cm$$

Msd1:

$$\omega p1 = \frac{c1^2}{4} + \frac{c1 c2}{4} \quad \omega p1 = \frac{35^2}{4} + \frac{35 \times 35}{4} \quad \omega p1 = 612,5 \text{ cm}^2$$

$$e1 * = \frac{(c1 a1) - (a1^2) + (a2 c1)}{2(a1 + a2)} \quad e1 * = \frac{(35 \times 17,5) - (17,5) + (35 \times 17,5)}{2(17,5 + 17,5)}$$

$$e1 * = 13,13 \text{ cm}$$

Msd2:

$$\omega p2 = 612,5 \text{ cm}^2$$

$$e2 * = 13,13 \text{ cm}$$

$$\tau sd1 = \frac{Fsd}{\mu * d} + \frac{K1 Msd1}{\omega p1 d} \quad \tau sd1 = \frac{40,46}{48 \times 16} + \frac{0,6 \times 3262,76}{612,5 \times 16}$$

$$\tau sd1 = 0,253 \text{ KN/cm}^2$$

$$Msd1 = Msd - Msd * \quad Msd1 = 3794 - (40,46 \times 13,13)$$

$$Msd1 = 3262,76 \text{ KN cm}$$

$$\tau sd1 = 0,253 \text{ KN/cm}^2 < \tau Rd2 = 0,434 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

$$\tau sd2 = \frac{Fsd}{\mu * d} + \frac{K2 Msd2}{\omega p2 d} \quad \tau sd2 = \frac{40,46}{48 \times 16} + \frac{0,6 \times 3346,76}{612,5 \times 16}$$

$$\tau sd2 = 0,258 \text{ KN/cm}^2$$

$$Msd2 = Msd - Msd * \quad Msd2 = 3878 - (40,46 \times 13,13)$$

$$Msd2 = 3346,76 \text{ KN cm}$$

$$\tau sd1 = 0,258 \text{ KN/cm}^2 < \tau Rd2 = 0,434 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

- Contorno C'

$$\mu^* = a_1 + a_2 + \pi d \quad \mu^* = 17,5 + 17,5 + \pi 16 \quad \mu^* = 85,27 \text{ cm}$$

Msd1:

$$\omega p_1 = \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1 c_2}{2} + 2 C_2 d + 4 d^2 + \frac{\pi d C_1}{2}$$

$$\omega p_1 = \frac{35^2}{4} + \frac{35 \times 35}{2} + 2 \times 35 \times 16 + 4 \times 16^2 + \frac{\pi \times 16 \times 35}{2}$$

$$\omega p_1 = 3942,40 \text{ cm}^2$$

$$e_1^* = \frac{(c_1 a_1) - (a_1^2) + (a_2 c_1) + (4 a_2 d) + (8 d^2) + (\pi d C_1)}{2 (a_1 + a_2 + \pi d)}$$

$$e_1^* = \frac{(35 \times 17,5) - (17,5^2) + (17,5 \times 35) + (4 \times 17,5 \times 16) + (8 \times 16^2) + (\pi \times 16 \times 35)}{2 (17,5 + 17,5 + \pi 16)}$$

$$e_1^* = 22,27 \text{ cm}$$

Msd2:

$$\omega p_2 = 3942,40 \text{ cm}^2$$

$$e_2^* = 22,27 \text{ cm}$$

$$\tau_{sd1} = \frac{F_{sd}}{\mu^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{\omega p_1 d} \quad \tau_{sd1} = \frac{40,46}{85,27 \times 16} + \frac{0,6 \times 2892,96}{3042,40 \times 16}$$

$$\tau_{sd1} = 0,324 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* \quad M_{sd1} = 3794 - (40,46 \times 22,27)$$

$$M_{sd1} = 2892,96 \text{ KN cm}$$

$$\tau_{sd1} = 0,324 \text{ KN/cm}^2 < \tau_{Rd1} = 0,0451 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{Armar ao Cisalhamento!}$$

- Armando à Punção:

$$A_{sw1} = \frac{\mu d}{2 f_{ywd}} \left(\tau_{sd} - \frac{0,10}{0,13} \tau_{Rd1} \right)$$

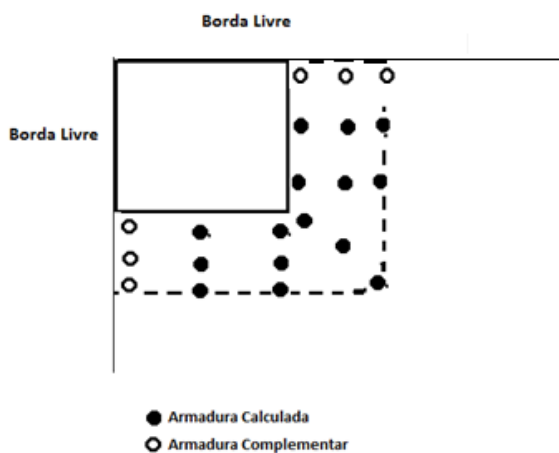
$$A_{sw} = \frac{85,27 \times 16}{2 \times 28,7} \left(0,324 - \frac{0,10}{0,13} 0,0451 \right)$$

$$A_{sw} = 6,88 \text{ cm}^2 / \text{Contorno } C'$$

$$A_{sw2} = \frac{\mu d}{2 f_{ywd}} \left(\tau_{sd} - \frac{0,10}{0,13} \tau_{Rd1} \right)$$

$$A_{sw} = \frac{85,27 \times 16}{2 \times 28,7} \left(0,325 - \frac{0,10}{0,13} 0,0451 \right)$$

$$A_{sw} = 6,90 \text{ cm}^2 / \text{Contorno } C'$$



$$y = \sqrt{9,4^2 + 22,6^2}$$

$$y = 24,5 \text{ cm} < 2d = 32 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

Número de barras por contorno: 5

$$\frac{A_{sw}}{5} = \frac{6,90}{5} \sim 1,38 \text{ cm}^2 \quad \varnothing 16,0 \text{ mm}$$

$$A_{sw \text{ adot}} = 2,00 \times 5$$

$$A_{sw \text{ adot}} = 10,0 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

5 CONCLUSÃO FINAL

A partir dos cálculos realizados entre as três lajes (maciça, nervurada e lisa), temos as seguintes conclusões:

Tipo de Laje	Volume de Concreto (m³)	Massa de Aço (Kg)
Laje Maciça	29,40	2946,31
Laje Nervurada	17,94	1582,39
Laje Lisa/Cogumelo	55,86	6347,46

O aço considerado é referente apenas à flexão, pois não foi calculada a Punção para as Lajes Maciças e Lajes Nervuradas.

Comparando as informações contidas na tabela acima, conclui-se que, para a laje com os vãos e carregamentos propostos por este trabalho, a mais viável, tanto em relação ao consumo de concreto quanto ao consumo de aço, é a Laje Nervurada.

6 NORMAS / BIBLIOGRAFIA ADOTADAS

- Apostila do Curso de Especialização em Estruturas – Projeto de Estruturas de Concreto II dos Professores: Ney Amorim Silva, José Miranda Tepedino e Ronaldo Azevedo Chaves

- NBR-6118 / 2010 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.

- Apostila do Curso de Concreto Armado (NBR 6118/2003): Estudo das lajes - Professor Jefferson S. Camacho – UNESP.

- NBR-8681 / 2003 – Ações e Segurança nas Estruturas.