

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

**CÁLCULO E DETALHAMENTO DE LAJES MACIÇAS,
NERVURADAS E LISAS**

AUTORA: CARLA DA MATA MORAIS
PROF. ORIENTADOR: NEY AMORIM SILVA

2015

ÍNDICE

<u>ITEM</u>	<u>DESCRIÇÃO</u>	<u>FOLHA</u>
1.	INTRODUÇÃO	3
2.	OBJETIVO	6
3.	PROGRAMAS UTILIZADOS	6
4.	DESENVOLVIMENTO	6
4.1.	DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO – LAJE MACIÇA	7
4.1.1.	LAJES L2 E L5:	8
4.1.2.	LAJES L1; L3; L4 E L6:	12
4.2.	DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO – LAJE NERVURADA	19
4.2.1.	LAJES L2 E L5:	19
4.2.2.	LAJES L1; L3; L4 E L6:	25
4.3.	DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO – LAJE LISA OU COGUMELO	31
5.	PUNÇÃO (LAJE LISA OU COGUMELO)	41
6.	CONCLUSÃO	52
7.	NORMAS E BIBLIOGRAFIA	53

1. INTRODUÇÃO

1.1. LAJES MACIÇAS:

Lajes são elementos planos, em geral horizontais, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura. A principal função das lajes é receber os carregamentos atuantes no andar, provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), e transferi-los para os apoios. Esses apoios são admitidos indeslocáveis. Nos edifícios usuais, as lajes maciças têm grande contribuição no consumo de concreto: aproximadamente 50% do total.

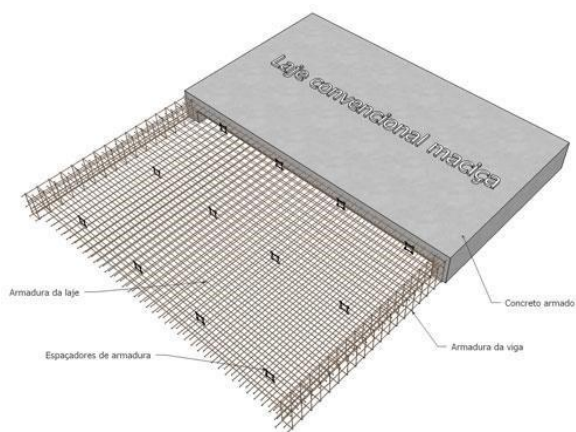


Figura 1 – Laje Convencional Maciça

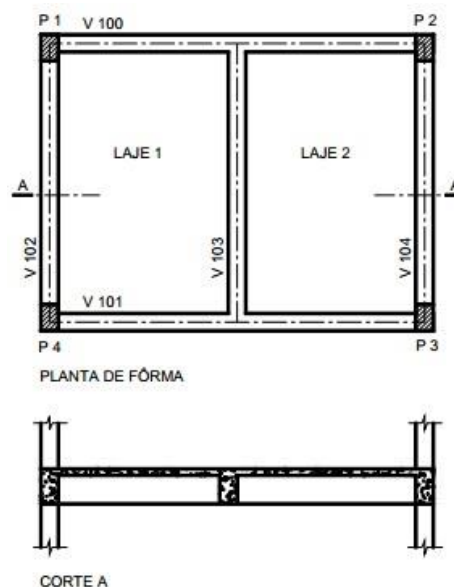


Figura 2 – Esquema Estrutural Laje Maciça

As lajes maciças de concreto, com espessuras que normalmente variam de 7 cm a 15 cm, são comuns em edifícios de pavimentos e em construções de grande porte, como escolas, indústrias, hospitais, pontes, etc. De modo geral, não são aplicadas em construções residenciais e outras de pequeno porte, pois nesses tipos de construção as lajes nervuradas pré-fabricadas apresentam vantagens nos aspectos custo e facilidade de construção.

1.2. LAJES NERVURADAS:

A Laje nervurada é uma laje constituída de nervuras ou barras, interligadas por uma capa ou mesa de compressão. Em relação à laje maciça, a laje nervurada é mais econômica por eliminar o concreto desnecessário na região tracionada. Por ter mais altura que a maciça de mesma inércia, a laje nervurada reduz também a ferragem.

Segundo a NBR 6118:2003, lajes nervuradas são "lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte."

As evoluções arquitetônicas, que forçaram o aumento dos vãos, e o alto custo das formas tornaram as lajes maciças desfavoráveis economicamente, na maioria dos casos. Surgem, como uma das alternativas, as lajes nervuradas.



Figura 3 – Laje Nervurada



Figura 4 – Armação Laje Nervurada

1.3. LAJES LISAS OU COGUMELO:

Lajes de Concreto cogumelo ou lisa são Lajes de Concreto com suas estruturas moldadas no local apoiadas diretamente sobre os pilares, não havendo desta maneira a necessidade de vigas de apoio. Sua armadura é basicamente radial, concentrando maiores taxas próximas as regiões puncionadas ou regiões sobre os apoios.

Utilizada especificamente para vãos de até 12 m, para numerações superiores a laje torna-se demasiadamente espessa impossibilitando seu uso. Como toda estrutura, tais lajes também sofrem esforços, principalmente cortantes, nos apoios, que tendem a perfurar o pano de laje. Buscando evitar tais transtornos, torna-se a própria laje mais espessa (ábaco), ou engrossamos o pilar. Que normalmente recebe a forma de tronco de cone ou pirâmide (capitel). Permitindo, portanto, diminuir a espessura da placa fora da região do pilar. Esse sistema é denominado laje cogumelo protendida.

Lajes cogumelo são, portanto, “lajes contínuas apoiadas em pilares ou suportes de concreto, ou seja, sem vigas. Podem ser apoiadas diretamente nos pilares (LAJES LISAS) ou sobre capitéis (LAJES COGUMELO).”

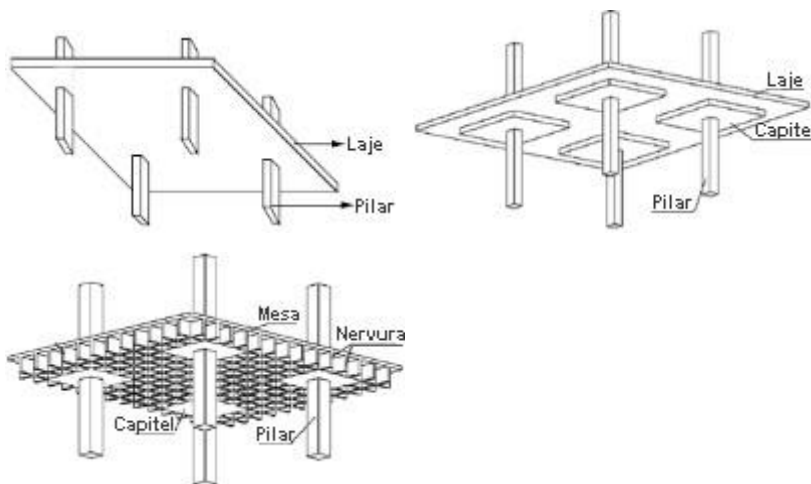


Figura 5 – Lajes Lisas ou Cogumelo

2. OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é dimensionar os três tipos de lajes citados anteriormente à flexão, tomando em conta a punção apenas no caso da Laje Lisa ou Cogumelo. Através desses cálculos será feita uma comparação do consumo de aço e concreto entre os três tipos para analisar a viabilidade de cada uma delas.

3. PROGRAMAS UTILIZADOS

Autocad, Ftool e planilhas em excel.

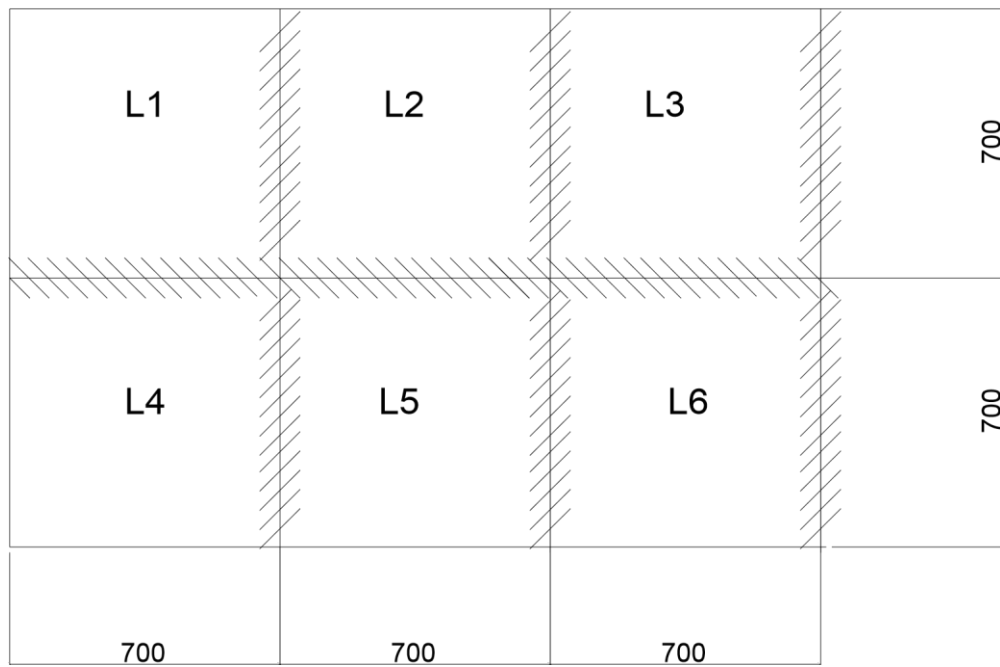
4. DESENVOLVIMENTO

Os cálculos à flexão das Lajes Maciças das Lajes Nervuradas foram desenvolvidos manualmente, apenas para o cálculo dos esforços nas Lajes Lisas ou Cogumelos, utilizou-se o software de cálculo Ftool. Além disso, o cálculo à Punção da Laje Lisa ou Cogumelo também foi feito manualmente. Todos os cálculos foram conduzidos seguindo as prescrições da ABNT NBR 6118:2014.

Dados:

- $f_{ck} = 25\text{Mpa}$
- Aço CA 50/60
- Espessura da Laje: estimada em 10 cm
- Cargas: Revestimento = 1 kN/m^2 ○ Sobrecarga = 2 kN/m^2
 - Alvenaria = 1 kN/m^2 (distribuída em todas as lajes)
- $g = 0,1810 \cdot 2,5 = 4,5\text{kN/m}^2$
Carregamento Total = $6,5\text{kN/m}^2$

4.1. DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO – LAJE MACIÇA

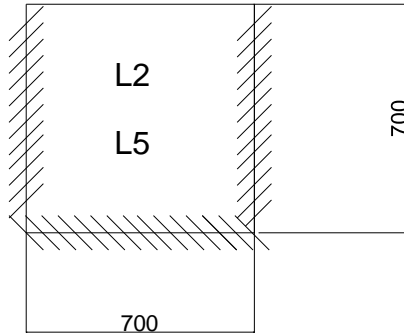


□ Para L1 à L6: $b/a = 1,0$.

4.1.1. LAJES L2 E L5:

- Laje Tipo E

$$g = 4,5 \text{ kN/m}^2$$



$$q = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

$$p = 6,5 \text{ kN/m}^2$$

$$h = 10\text{cm}$$

- Cálculo das Reações:**

$$r'a = 0,144 \quad r''a = 0,250 \quad rb = 0,303 \quad pa = 6,50 * 7,00 = 45,50 \text{ kN/m}$$

$$R = r * (pa)$$

$$R'a = 0,144 * (45,5) = 6,55 \text{ kN/m}$$

$$R''a = 0,250 * (45,5) = 11,37 \text{ kN/m}$$

$$Rb = 0,303 * (45,5) = 13,79 \text{ kN/m}$$

- Cálculo dos Momentos:**

$$ma = 39,7 \quad mb = 49,5 \quad na = 16,2 \quad nb = 18,3$$

$$pa^2 = 6,50 * 7,00^2 \quad pa^2 = 318,50 \text{ kN cm}^2$$

$$Ma = \frac{(318,50)}{39,7} \quad Ma = 8,03 \text{ kN/m} \quad Ma = 803 \text{ kN/cm}$$

$$Mb = \frac{(328,50)}{49,5} \quad Mb = 6,43 \text{ kN/m} \quad Mb = 643 \text{ kN/cm}$$

$$Xa = \frac{(318,50)}{16,2} \quad Xa = 19,66 \text{ kN/m} \quad Xa = 1966 \text{ kN/cm}$$

$$Xb = \frac{(318,50)}{18,3} \quad Xb = 17,41 \text{ kN/m} \quad Xb = 1741 \text{ kN/cm}$$

Momento Positivo: $M = pa^2/m$

Momento Negativo: $X = pa^2/n$

- **Cálculo da armadura:**

Seção retangular:

$$b_w * h = 100 * 10; d = h - 2,5 = 7,5 \text{ cm}$$

$$f_c = f_{cd} = 0,85 * 2,5/1,4$$

$$f_c = f_{cd} = 1,517 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yd} = 50/1,15$$

$$f_{yd} = 43,47 \text{ kN/cm}^2$$

$$K = Md/f_c * b * d^2$$

Se $K < KL$: $K' = K$

Se $K > KL$: $K' = KL$

$$A_s = \left(\frac{f_c * b * d}{f_{yd}} \right) * (1 - (\sqrt{1 - 2k'^2}))$$

$$A_{s\text{mín}} = 0,15\% * b * h *$$

	M (kN. cm)	K (kL = 0,2950)	A_s (cm²/m)	\emptyset c/ cm
Ma	803	0,132	3,72	\emptyset 8,0 c/ 12,5
Mb	643	0,105	2,91	\emptyset 8,0 c/ 12,5
Xa	1966	0,295	9,42	\emptyset 12,5 c/ 12,5
Xb	1740	0,285	9,01	\emptyset 12,5 c/ 12,5

□ **Cálculo da Flecha Final:**

$$Ma = Pi * a^2 / ma \quad Ma = 5,30 * 7,00^2 / 39,7 \quad Ma = 6,54 \text{ KNm}$$

$$Pi = g + 0,4 * q \quad Pi = 4,50 + 0,4 * 2,0 \quad Pi = 5,30 \text{ KN/m}^2$$

$$Mr = 150 * fctm * h^2 / 6 \quad Mr = 150 * 0,256 * 0,10^2 / 6 \quad Mr = 6,40 \text{ KNm}$$

$$fctm = 0,3 * (fck^2)^{1/3} \quad fctm = 0,3 * (25^2)^{1/3} \quad fctm = 0,256 \text{ KN/m}^2$$

$Ma > Mr$, desta forma, a laje encontra-se no Estádio II.

$$p_{\infty} = 2,46 * (g + 0,4q) = 13,04 \quad p_{\infty} = 2,46 * (4,50 + 0,4 * 2,00)$$

$$p_{\infty} = 13,04$$

$$I_{eq} = ((Mr/Ma)^{1/3}) * I_c + (1 - (Mr/Ma)^{1/3}) I_{ii}$$

$$I_{eq} = \left(\frac{6,40}{6,54}\right)^{1/3} * 8333 + \left(1 - \left(\frac{6,40}{6,54}\right)^{1/3}\right) 3508 \quad I_{eq} = 8029 \text{ cm}^4$$

$$I_c = b * \frac{h^3}{12} \quad I_c = 100 * \frac{10^3}{12} \quad I_c = 8333 \text{ cm}^4$$

$$I_{ii} = 100 * \frac{xii^3}{3} + n * A_s * (d - xii)^2 = 3508 \text{ cm}^4$$

$$Xii = -A + \frac{(A^2 + B)^{1/2}}{2} = 2,107$$

$$A = n * \frac{A_s}{100} = 9,7 * \frac{4,25}{100} = 0,411$$

$$B = 2 * dn * \frac{A_s}{100} = 2 * 7,5 * \frac{4,25}{100} = 6,171$$

$$n = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{21000}{21735} = 0,97$$

$$E_{cs} = \alpha_i * \overline{E_{ci}} = 21735 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \left(\frac{f_{ck}}{80}\right) = 0,86$$

$$\alpha_e = 0,9 \text{ (brita calcária)}$$

$$E_{ci} = \alpha_e * 5600 * f_{ck}^{1/2} = 25200 \text{ Mpa}$$

$$h_{eq} = \left(12 * \frac{I_{eq}}{100}\right)^{1/3} = 9,88 \text{ cm}$$

$$f_1 = 0,018 \text{ (tabela 3.10)}$$

$$f_{\infty} = f_1 * p_{\infty} * \frac{a^4}{E_{cs}} * h_{eq}^3 = 3,72 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = \frac{L}{250} = \frac{700}{250} = 2,8 \text{ cm}$$

$$f_{\infty} = 3,72 \text{ cm} > f_{adm} = 2,8 \text{ cm}$$

Aumentar a espessura da Laje!!!

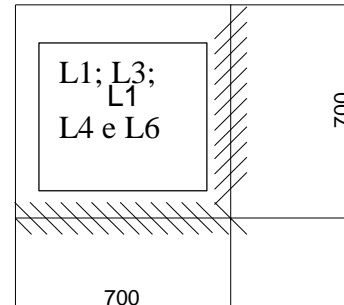
4.1.2. LAJES L1; L3; L4 E L6:

□ Laje Tipo C

$$g = 4,5 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

$$p = 6,5 \text{ kN/m}^2$$



Cálculo das Reações (Tabela 3.8):

$$r'a = r'b = 0,183 \quad r''a = r''b = 0,317 \quad \mathbf{R = r * (pa)}$$

$$R'a = R'b = 0,183 * (6,5 * 7) \quad R'a = R'b = 8,33 \text{ kN/m}$$

$$R'a = R'b = 833 \text{ kN/cm}$$

$$R''a = R''b = 0,317 * (6,5 * 7) \quad R''a = R''b = 14,42 \text{ kN/m}$$

$$R''a = R''b = 1442 \text{ kN/cm}$$

Cálculo dos Momentos (Tabela 3.11 A):

$$ma = mb = 37,2 \quad na = nb = 14,3$$

$$Ma = Mb = \frac{6,5 * 7^2}{37,2} \quad Ma = Mb = 8,56 \text{ kN/m}$$

$$Ma = Mb = 856 \text{ kN/cm}$$

$$Xa = \frac{6,5 * 7^2}{14,3} \quad Xa = 22,27 \text{ kN/m} \quad Xa = 2227 \text{ kN/cm}$$

Momento Positivo: M = pa²/m

Momento Negativo: X = pa²/n

- **Cálculo da armadura:**

Seção retangular:

$$bw * h = 100 * 10; d = h - 2,5 = 7,5 \text{ cm}$$

$$f_c = f_{cd} = 0,85 * \frac{2,5}{1,4} = 1,517 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{yd} = \frac{50}{1,15} = 43,47 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$K = \frac{Md}{f_c} * b * d^2$$

Se $K < KL$: $K' = K$

Se $K > KL$: $K' = KL$

$$A_s = \left(f_c * b * \frac{d}{f_{yd}} \right) * \left(1 - \sqrt{1 - 2 K'^2} \right)$$

$$A_{s\text{mín}} = 0,15\% b * h *$$

	M (kN.cm)	K (kL = 0,2950)	As (cm²/m)	∅ a c/
Ma	856	0,140	3,98	∅ 8,0 c/ 12,5
Mb	856	0,140	3,98	∅ 8,0 c/ 12,5
Xa	2227	0,265	9,42	∅ 12,5 c/ 12,5
Xb	2227	0,265	9,42	∅ 12,5 c/ 12,5

- **Cálculo da Flecha Final:**

$$Ma = Pi * \frac{a^2}{ma} \quad Ma = 5,30 * \frac{7^2}{37,2} \quad Ma = 698 \text{ KNcm}$$

$$Pi = g + 0,4 * q \quad Pi = 4,50 + 0,4 * 2,00 \quad Pi = 5,30 \text{ KN/m}^2$$

$$Mr = 150 * fctm * \frac{h^2}{6} \quad Mr = 150 * 0,256 * \frac{10^2}{6} \quad Mr = 640 \text{ KNcm}$$

$$fctm = 0,3 * (fck^2)^{1/3} \quad fctm = 0,3 * (2,5^2)^{1/3} \quad fctm = 0,256$$

$Ma > Mr$, logo, a laje encontra-se no Estádio II.

$$p_{\infty} = 0,46 * (g + 0,4 * q) \quad p_{\infty} = 0,46 * (4,50 + 0,4 * 2,00) \quad p_{\infty} = 13,04$$

$$I_{eq} = \left(\left(\frac{Mr}{Ma} \right)^{1/3} \right) * I_c + \left(1 - \left(\frac{Mr}{Ma} \right)^{1/3} \right) * I_{ii} = 7932 \text{ cm}^4$$

$$I_c = b * \frac{h^3}{12} = 100 * \frac{10^3}{12} = 8333 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} = 21735 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \left(\frac{fck}{80} \right) = 0,86$$

$$\alpha_e = 0,9 \text{ (brita calcária)}$$

$$E_{ci} = \alpha_e * 5600 * fck^{1/2} = 25200 \text{ Mpa}$$

$$n = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{21000}{21735} = 0,97$$

$$A = n * \frac{As}{100} = 9,7 * \frac{4,25}{100} = 0,411$$

$$B = 2 * dn * \frac{As}{100} = 2 * 7,5 * \frac{4,25}{100} = 6,171$$

$$Xii = -A + \frac{(A^2+B)^1}{2} = 2,107$$

$$l ii = 100 * \frac{xii^3}{3} + n * As * (d - xii)^2 = 3508 \text{ cm}^4$$

$$heq = \left(12 * \frac{leq}{100}\right)^{1/3} = 9,84 \text{ cm}$$

$$f1 = 0,025 \text{ (tabela 3.10)}$$

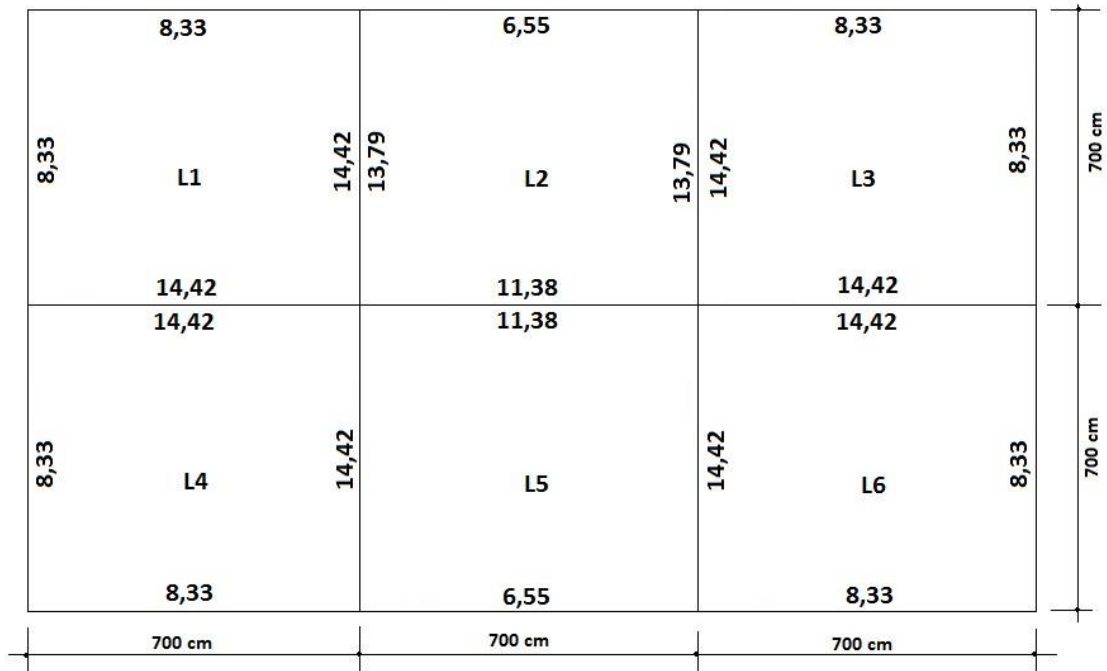
$$f\infty = f1 * p\infty * \frac{a^4}{Ecs} * heq^3 = 3,78 \text{ cm}$$

$$fadm = \frac{L}{250} = \frac{700}{250} = 2,80 \text{ cm}$$

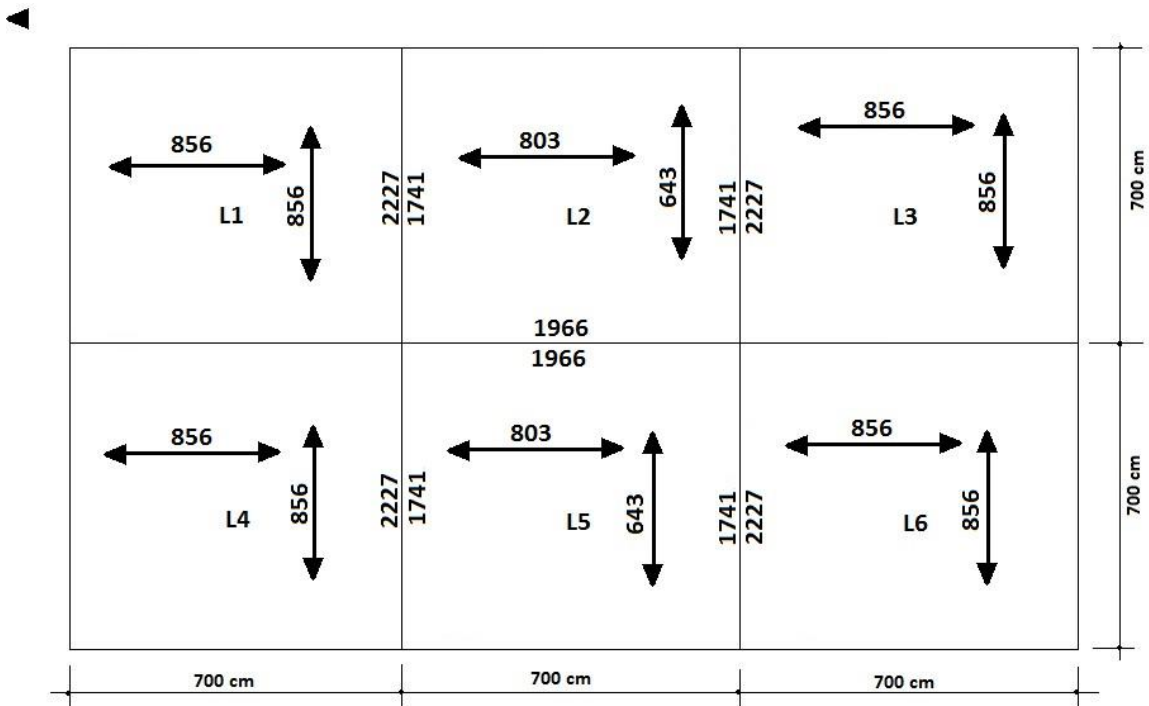
$$f\infty = 3,78 \text{ cm} > fadm = 2,80 \text{ cm}$$

Aumentar a espessura da Laje!!!

- Reações lançadas nas lajes:

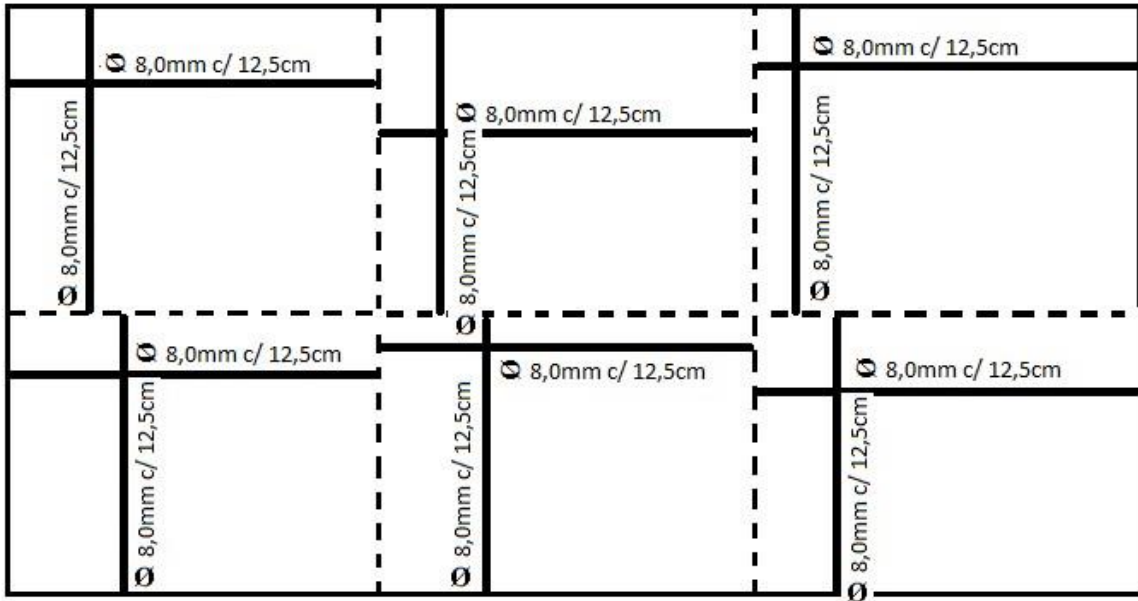


- Compensação de momentos negativos:



- **Detalhamento:**

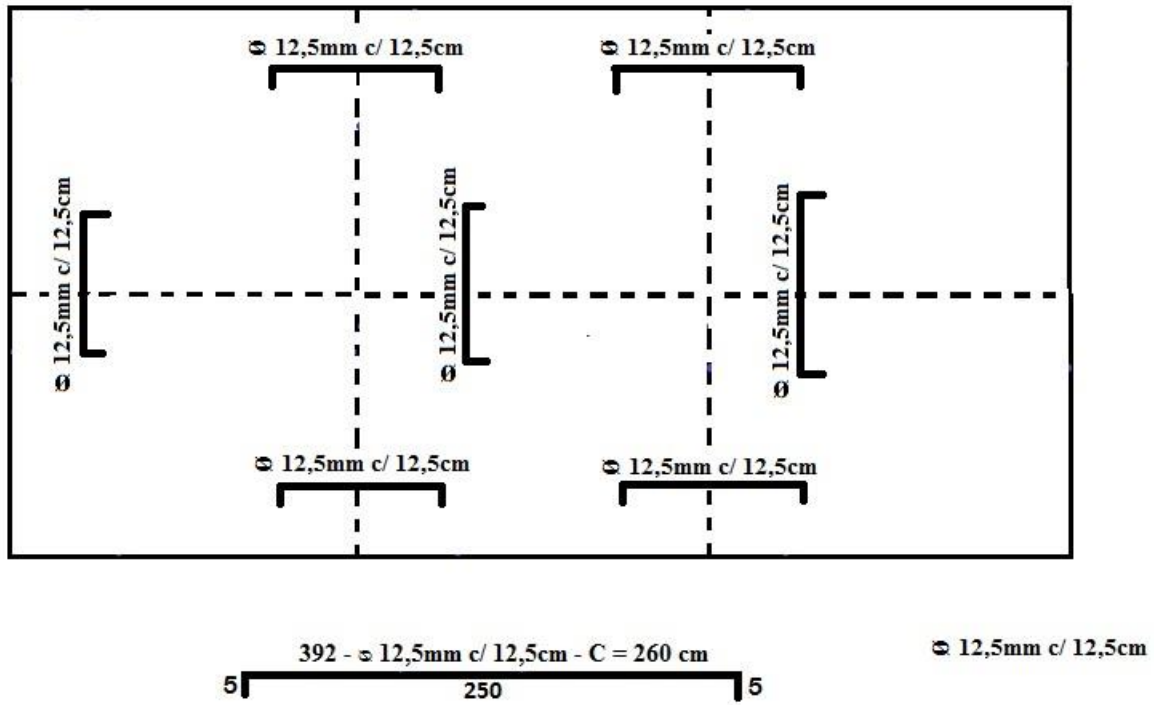
- **Armadura Positiva**



$$671 - 8,0\text{mm c/ } 12,5\text{cm} - C = 718\text{ cm}$$

5 |----- 698 -----| 5

○ Armadura Negativa



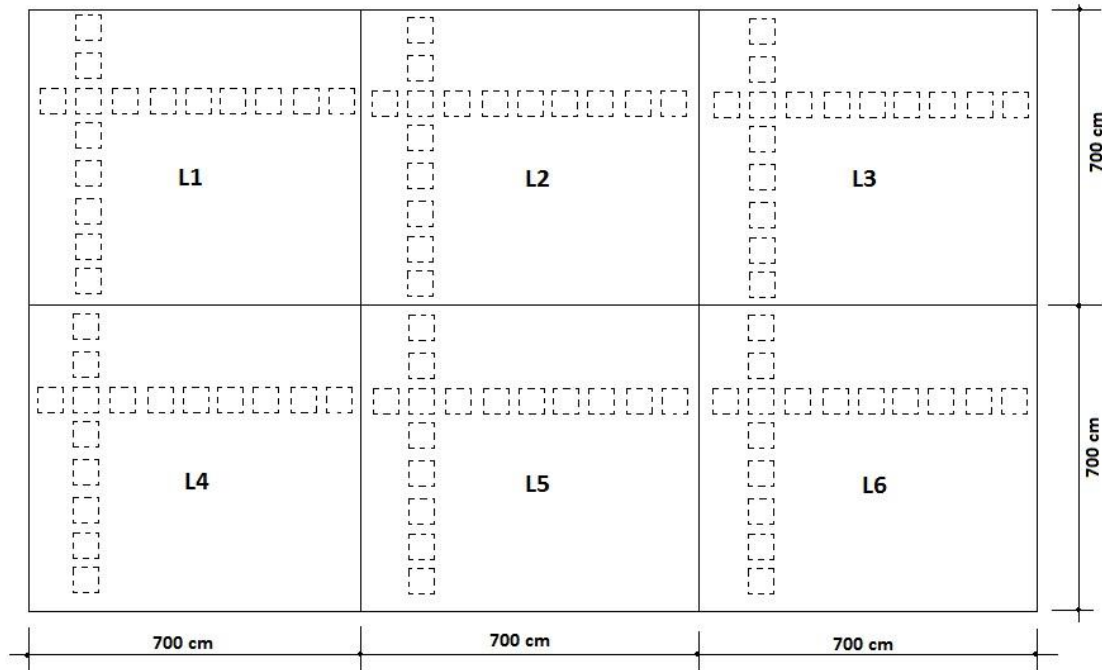
• Lista de Ferros:

Bitola (mm)	Quant.	Comp. Unit. (m)	Massa Linear (Kg/m)	Massa (Kg)
8,0	671	7	0,40	1927,11
12,5	392	3	1,00	1019,20
Massa Total (Kg)				2946,31

• Volume do Concreto:

$$V_{conc} = 29,40 \text{ m}^3$$

4.2. DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO – LAJE NERVURADA



4.2.1. LAJES L2 E L5:

- **Laje Tipo E:**

Dados: ○ $f_{ck} = 25\text{Mpa}$ ○

Aço CA 50/60

○ Laje: $\geq h/30$; capeamento = 5 cm

○ Largura nervuras: 10 cm, com espaçamento = 50 cm entre eixos ○

Material inerte, blocos com peso específico de 5kN/cm^2

- **Estudo da Unidade Padrão:**

$$\text{Volume da unidade} = 0,5 * 0,5 * 0,25 = 0,0625 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume dos blocos} = 0,4 * 0,4 * 0,2 = 0,032 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume do concreto} = (0,05 * 0,5 * 0,5) + (0,1 * 0,20 * 0,9) = 0,0305 \text{ m}^3$$

$$\text{Peso próprio da unidade} = 0,0305 * 25 + 0,032 * 5 = 0,93 \text{ KN}$$

- **Carregamento da Laje:**

$$PP = \frac{PPV}{AV} = \frac{0,93}{0,5 * 0,5} = \frac{3,69 \text{ kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Cargas: Revestimento} = 1 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Sobrecarga} = 2 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Alvenaria} = 1 \text{ kN/m}^2 \text{ (distribuída em todas as lajes)}$$

$$\text{Carregamento Total} = 7,69 \text{ kN/m}^2$$

- **Cálculo das Reações:**

$$r'a = 0,144 \quad r''a = 0,250 \quad rb = 0,303 \quad p * a = 7,69 * 7,00 = 53,83 \text{ KNm}$$

$$R'a = 0,144 * (53,83) = 7,75 \text{ kN/m}$$

$$R''a = 0,250 * (53,83) = 13,46 \text{ kN/m}$$

$$Rb = 0,303 * (53,83) = 16,31 \text{ kN/m}$$

- **Cálculo dos Momentos:**

$$ma = 39,7 \quad mb = 49,5 \quad na = 16,2 \quad nb = 18,3$$

$$p * a^2 = 7,69 * 7,00^2 = 376,81 \text{ KNm}$$

$$Ma = \frac{376,81}{39,7} = 9,59 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$Mb = \frac{376,81}{49,5} = 7,57 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$Xa = -\frac{-376,81}{16,2} = -23,26 \frac{kN}{m}$$

$$Xb = -\frac{-376,81}{18,3} = -20,59 \frac{kN}{m}$$

Momento Positivo: $M = pa^2/m$

Momento Negativo: $X = -pa^2/n$

- **Momentos Fletores por nervura:**

$$\frac{Ma}{nerv} = \frac{9,49}{2} = 4,75 \text{ kN.m}$$

$$\frac{Mb}{nerv} = \frac{7,57}{2} = 3,79 \text{ kN.m}$$

$$\frac{Xa}{nerv} = -\frac{23,26}{2} = -11,63 \text{ kN.m}$$

$$\frac{Xb}{nerv} = -\frac{20,59}{2} = -10,30 \text{ kN.m}$$

• **Dimensionamento:**

○ Momento Positivo: Dimensionar como viga T

$$Ma/nerv = 4,75 \text{ kN.m} \quad Mda = 4,75 * 1,4 * 100 \quad Mda = 665,0 \text{ kN.cm}$$

$$Ma \text{ referência} = bf * hf * fc * \left(d - \frac{hf}{2}\right)$$

$$Ma \text{ referência} = 50 * 5 * 1,518 * \left(23 - \frac{5}{2}\right) \quad Ma \text{ referência} = 7779,75 \text{ KNcm}$$

$Mda \leq Ma \text{ referência}$ Dimensionar a seção como retangular com largura bf

$$bf = 50 \text{ cm}$$

$$fc = 1,517 \text{ kN/cm}^2$$

$$K = \frac{Mda}{fc * b * d^2} \quad K = \frac{665,0}{1,518 * 50 * 23^2} \quad K = 0,017$$

$$K = 0,017 < KL = 0,295 - K = K'$$

$$As = fc * b * \frac{d}{fyd} * \left(1 - \left(\sqrt{1 - 2k}\right)^1\right)$$

$$A^s = 1,518 * 50 * \frac{23}{43,5} * \left(1 - \left(\sqrt{1 - 2 * 0,017}\right)^1\right) \quad As = 0,67 \text{ cm}^2$$

$$Asmín = 0,45 \text{ cm}^2$$

$$As \text{ adot.} = 0,67 \text{ cm}^2 \quad 2 \text{ } \emptyset 8,0\text{mm} / \text{ nervura}$$

$$Mb/nerv = 3,79 \text{ kN.m} \quad Md = 3,79 * 1,4 * 100 \quad Md = 530,60 \text{ kN.cm}$$

$$Mb \text{ referência} = bf * hf * fc * \left(d - \frac{hf}{2}\right)$$

$$Mb \text{ referência} = 50 * 5 * 1,518 * \left(23 - \frac{5}{2}\right) \quad Ma \text{ referência} = 7779,75 \text{ KNcm}$$

$Md \leq Mb \text{ referência}$ Dimensionar a seção como retangular com largura bf bf = 50 cm

$$f_c = 1,517 \text{ kN/cm}^2$$

$$K = \frac{Mdb}{f_c * b * d^2} \quad K = \frac{530,60}{1,518 * 50 * 23^2} \quad K = 0,0132$$

$$K = 0,0132 < KL = 0,295 - K = K'$$

$$A_s = f_c * b * \frac{d}{f_{yd}} * \left(1 - \left(\sqrt{1 - 2k}\right)^1\right)$$

$$A^s = \frac{1,518 * 50 * 23}{43,5} * \left(1 - \left(\sqrt{1 - 2 * 0,0132}\right)^1\right) \quad A_s = 0,54 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\text{mín}} = 0,45 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ adot.} = 0,54 \text{ cm}^2 \quad 2 \text{ } \emptyset 6,3\text{mm} / \text{ nervura}$$

○ Momento negativo: Dimensionar como viga retangular de largura bf

$$\frac{Xa}{nerv} = -1163 \text{ kN.cm} \quad Mda = 1163 * 1,4 = 1628,2 \text{ kN.cm}$$

$$K = \frac{Mda}{(f_c * b * d^2)} \quad K = \frac{1628,2}{(1,518 * 50 * 23^2)} \quad K = 0,040$$

$$K = 0,040 < KL = 0,295 - K = K'$$

$$A_s = \frac{(f_c * b * d)}{f_{yd}} * \left(1 - \sqrt{(1 - 2k')}\right) \quad A_s = \frac{(1,518 * 50 * 23)}{43,5} * \left(1 - \sqrt{(1 - 2 * 0,040)}\right)$$

$$A_s = 1,67 \text{ cm}^2$$

$$A_s \geq 0,15 * A_c / 100 = 0,45 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

$$A_s \text{ adot} = 1,67 \text{ cm}^2 / \text{ nervura}$$

Esta armadura deve ser colocada na face superior de cada nervura. Como a mesa é contínua e para facilitar a execução e reduzir a fissuração, esta armadura deverá ser detalhada como uniformemente distribuída em toda a extensão da laje. Assim, teremos:

$$A_{s, dist} = (A_s / nerv) * (n^{\circ} nerv/m)$$

$$A_{s, dist} = 1,67 * 2 \quad A_{s, dist} = 3,34 \frac{cm^2}{m} - \emptyset 8,0 c / 12,5 cm$$

o Momento negativo: Dimensionar como viga retangular de largura bf

$$\frac{Xb}{nerv} = -1030 kN.cm \quad Mdb = 1030 * 1,4 = 1442 KN.cm$$

$$K = \frac{Mdb}{(f_c * b * d^2)} \quad K = \frac{1442}{(1,518 * 50 * 23^2)} \quad K = 0,036$$

$$K = 0,036 < KL = 0,295 - K = K'$$

$$A_s = \frac{(f_c * b * d)}{f_{yd}} * \left(1 - \sqrt{(1 - 2k')}\right) \quad A_s = \frac{(1,518 * 50 * 23)}{43,5} * \left(1 - \sqrt{(1 - 2 * 0,036)}\right)$$

$$A_s = 1,47 cm^2$$

$$A_s \geq 0,15 * A_c / 100 = 0,45 cm^2 \quad OK!$$

$$A_s adot = 1,47 cm^2 / nervura$$

Esta armadura deve ser colocada na face superior de cada nervura. Como a mesa é contínua e para facilitar a execução e reduzir a fissuração, esta armadura deverá ser detalhada como uniformemente distribuída em toda a extensão da laje. Assim, teremos:

$$A_{s, dist} = (A_s / nerv) * (n^{\circ} nerv/m)$$

$$A_{s, dist} = 1,47 * 2 \quad A_{s, dist} = 3,34 \frac{cm^2}{m} - \emptyset 8,0 c / 12,5 cm$$

4.2.2. LAJES L1; L3; L4 E L6:

- **Laje Tipo C:**

- **Cálculo das Reações:**

$$r'a = r'b = 0,183 \quad r''a = r''b = 0,317 \quad p * a = 7,69 * 7,00 = 53,83 \text{ KNm}$$

$$R'a = R'b = 0,183 * (53,83) = 9,85 \text{ kN/m}$$

$$R''a = R''b = 0,317 * (53,83) = 17,07 \text{ kN/m}$$

- **Cálculo dos Momentos:**

$$ma = mb = 37,2 \quad na = nb = 14,3$$

$$p * a^2 = 7,69 * 7,00^2 = 376,81 \text{ KNm}$$

$$Ma = Mb = \frac{376,81}{37,2} = 10,13 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$Xa = Xb = -\frac{-376,81}{14,3} = -26,35 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Momento Positivo: M = pa²/m

Momento Negativo: X = -pa²/n

- **Momentos Fletores por nervura:**

$$\frac{Ma}{nerv} = \frac{Mb}{nerv} = \frac{10,13}{2} = 5,07 \text{ kN.m}$$

$$\frac{Xa}{nerv} = \frac{Xb}{nerv} = -\frac{26,35}{2} = -13,18 \text{ kN.m}$$

□

Dimensionamento:

- Momento Positivo: Dimensionar como viga T

$$M/\text{nerv} = 5,07 \text{ kN.m} \quad Md = 5,07 * 1,4 * 100 \quad Md = 709,80 \text{ kN.cm}$$

$$M \text{ referência} = bf * hf * fc * \left(d - \frac{hf}{2}\right)$$

$$M \text{ referência} = 50 * 5 * 1,518 * \left(23 - \frac{5}{2}\right) \quad M \text{ referência} = 7779,75 \text{ KNcm}$$

$Md \leq M \text{ referência}$ Dimensionar a seção como retangular com largura
 bf

$$bf = 50 \text{ cm}$$

$$fc = 1,518 \text{ kN/cm}^2$$

$$K = \frac{Mda}{fc * b * d^2} \quad K = \frac{709,80}{1,518 * 50 * 23^2} \quad K = 0,0178$$

$$K = 0,0178 < KL = 0,295 - K = K'$$

$$As = fc * b * \frac{d}{fyd} * \left(1 - \left(\sqrt{1 - 2k}\right)^1\right)$$

$$A^S = \frac{1,518 * 50 * 23}{43,5} * \left(1 - \left(\sqrt{1 - 2 * 0,0178}\right)^1\right) \quad As = 0,72 \text{ cm}^2$$

$$As_{\text{mín}} = 0,45 \text{ cm}^2$$

$$As \text{ adot.} = 0,72 \text{ cm}^2 \quad 2 \text{ } \emptyset 8,0\text{mm} / \text{ nervura}$$

o Momento negativo: Dimensionar como viga retangular de largura bf

$$\frac{X}{nerv} = -1318 \text{ kN.cm} \quad Md = 1318 * 1,4 = 1845,2 \text{KN.cm}$$

$$K = \frac{Mda}{(f_c * b * d^2)} \quad K = \frac{1845,2}{(1,518 * 50 * 23^2)} \quad K = 0,046$$

$$K = 0,046 < KL = 0,295 - K = K'$$

$$As = \frac{(f_c * b * d)}{f_{yd}} * \left(1 - \sqrt{(1 - 2k')}\right) \quad As = \frac{(1,518 * 50 * 23)}{43,5} * \left(1 - \sqrt{(1 - 2 * 0,046)}\right)$$

$$As = 1,89 \text{ cm}^2$$

$$As \geq 0,15 * Ac / 100 = 0,45 \text{ cm}^2 \quad OK!$$

$$As \text{ adot} = 1,89 \text{ cm}^2 / \text{nervura}$$

Esta armadura deve ser colocada na face superior de cada nervura. Como a mesa é contínua e para facilitar a execução e reduzir a fissuração, esta armadura deverá ser detalhada como uniformemente distribuída em toda a extensão da laje. Assim, teremos:

$$As, \text{dist} = (As / nerv) * (n^{\circ} \text{ nerv} / m)$$

$$As, \text{dist} = 1,89 * 2 \quad As, \text{dist} = 3,78 \frac{\text{cm}^2}{m} - \emptyset 8,0 \text{ c} / 12,5 \text{ cm}$$

□

Verificação das Flechas das Lajes:

Cálculo do Momento Fletor de Serviço:

$$\text{Carga } P \text{ quase permanente} = 5,69 * 0,4 * 2,00 = 6,49 \text{ kN/m}^2$$

$$M \text{ serviço} = 12,22 * \frac{6,49}{7,49} = 10,31 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{serv}}{nerv} = \frac{10,31}{2} = 516 \text{ kNcm}$$

□ Cálculo do Momento de fissuração:

$$Mr = \alpha * Ic * \frac{f_{ct}}{y_t} \quad Mr = \frac{1,2 * 40887,5 * 0,256}{19,38} \quad Mr = 648,12 \text{ kNcm}$$

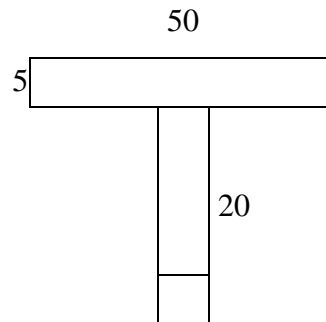
$$Ic = 50 * \frac{25^3}{12} + 50 * 25 * 5^2 - \frac{40 * 20^3}{12} - 40 * 20 * 6^2 = 40887,5 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = 1,2 \text{ (seção T)}$$

$$f_{ct} = 0,256 \text{ kN/cm}^2$$

$$y_{cg} = (50 * 5 * 23) + \frac{20 * 10 * 10}{400}$$

$$y_{cg} = y_t = 19,38 \text{ cm}$$



$$Mr = 648,12 \text{ kN.cm} > M_{serv} = 516 \text{ kN.cm}$$

10

Estádio I

Cálculo do Momento de Inércia da seção:

$E_{eq} = E_{cs} * I_c$ (rigidez equivalente igual a da seção bruta de concreto)

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} = 21735 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \left(\frac{f_{ck}}{80}\right) = 0,86$$

$$\alpha_e = 0,9 \text{ (brita calcária)}$$

$$E_{ci} = \alpha_e * 5600 * \sqrt{f_{ck}} = 25200 \text{ MPa}$$

$$I_c = \frac{1 * 0,1^3}{12} = 8,33 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} * I_c = 1810,5 \text{ kN. m}^2$$

$$p_{\infty} = (1 + \alpha_f) * p_i = 2,46 * (2,96 + 0,4 * 2) = 9,25 \text{ kN/m}$$

$$f_1 = 0,025 \text{ (para L1, L3, L4 e L6)}$$

$$f_1 = 0,018 \text{ (para L2 e L5)}$$

$$f_{\infty} = f_1 * p_{\infty} * \frac{a^4}{E_{cs}} * h^3 = 0,147 \text{ cm (para L1, L3, L4 e L6)}$$

$$f_{\infty} = f_1 * p_{\infty} * \frac{a^4}{E_{cs}} * h^3 = 0,106 \text{ cm (para L2 e L5)}$$

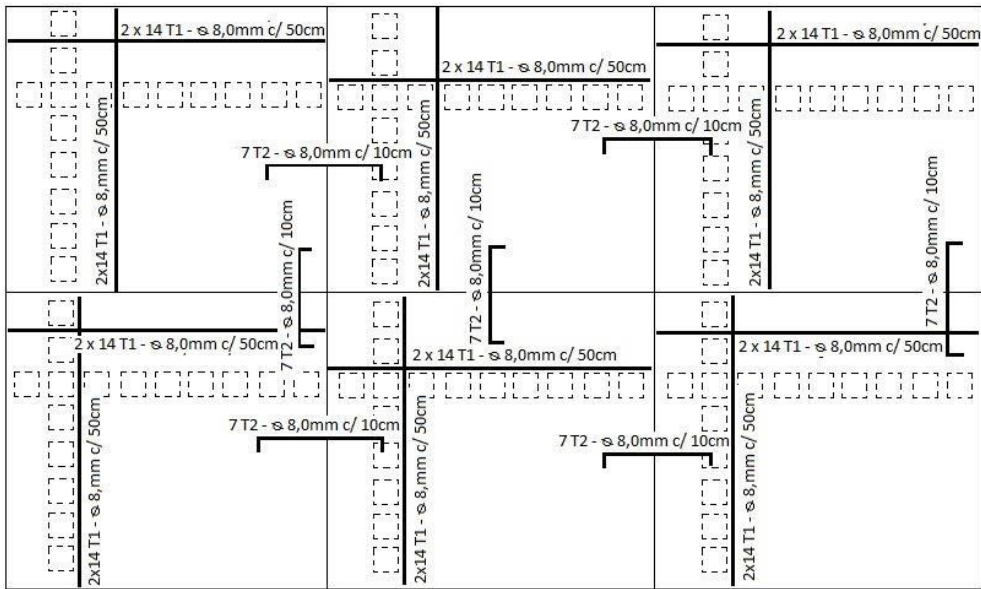
$$f_{adm} = \frac{L}{250} = \frac{700}{250} = 2,80 \text{ cm}$$

$$f_{\infty} = 0,106 \text{ cm} \leq f_{adm} = 2,80 \text{ cm}$$

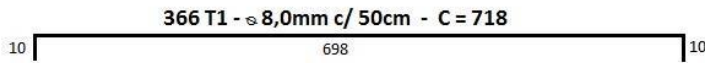
OK!

□

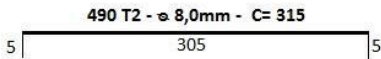
Detalhamento:



Detalhamento T1:



Detalhamento T2:



• **Lista de Ferros:**

Bitola (mm)	Quant.	Comp. Unit. (m)	Massa Linear (Kg/m)	Massa (Kg)
8,0	336	7,18	0,40	964,99
8,0	490	3,15	0,40	617,40
Massa Total (Kg)				1582,39

• **Volume do Concreto:**

$V_{conc} = 17,94 m^3$

4.3. DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO – LAJE LISA OU COGUMELO

- **Parâmetros:** ○ Altura da laje: $l/40 \leq h \leq l/36$.:

$$700/40 \leq h \leq 700/36 = 17,5 \leq h \leq 19,4$$

Logo, $h = 19$ cm

- Pilares: $\geq (30$ cm ou $l/20)$

Logo, Seção do Pilar = 35x35 cm

- Carregamentos:

$$PP = 1 * 1 * 0,19 * 25 = 4,75 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Revestimento / Alvenaria} = 2 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Carga Total Permanente: } 6,75 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Sobrecarga: } 2 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Carga Total: } 8,75 \text{ kN/m}^2$$

$$Q \leq 0,75g = 6 \text{ kN/m}^2$$

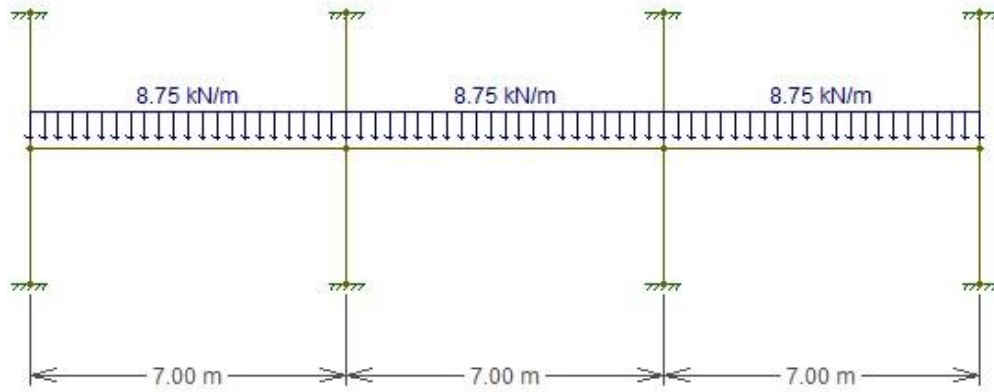
- **Cálculo dos Esforços pelo Ftool:**

$$\text{Eixos A e C: } Jv = 3,5 * \frac{0,19^3}{12} = 0,002 \text{ cm}^4$$

$$\text{Eixo B: } Jv = 7 * \frac{0,19^3}{12} = 0,004 \text{ cm}^4$$

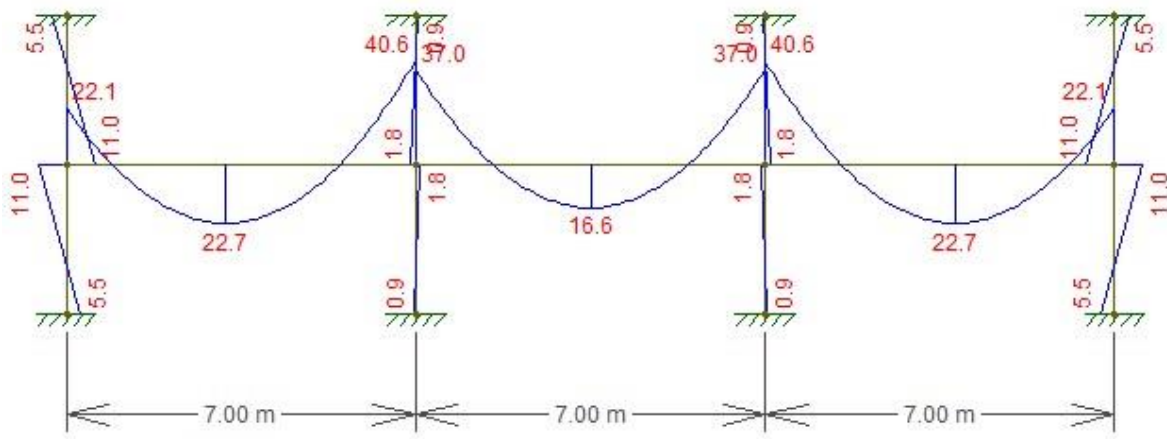
$$\text{Pilar: } 0,35 * \frac{0,35^3}{12} = 0,00125 \text{ cm}^4$$

Direção X: Modelo Estrutural:

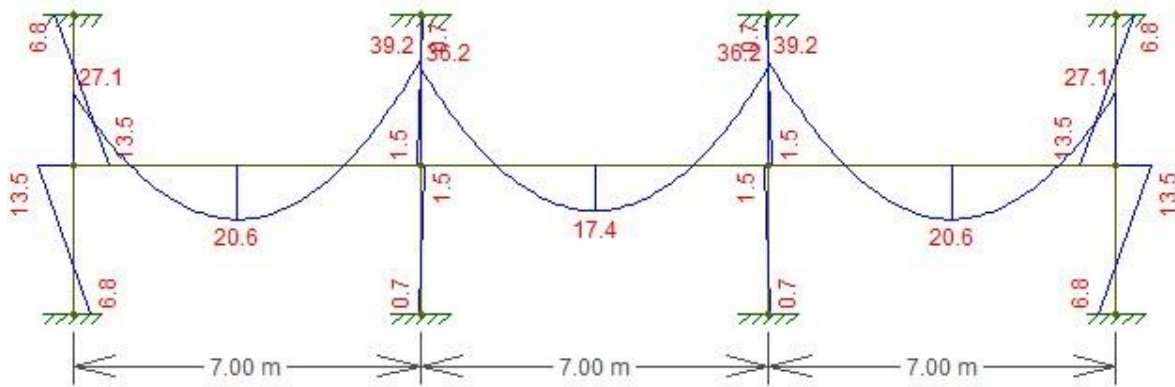


○ **Eixo B**:

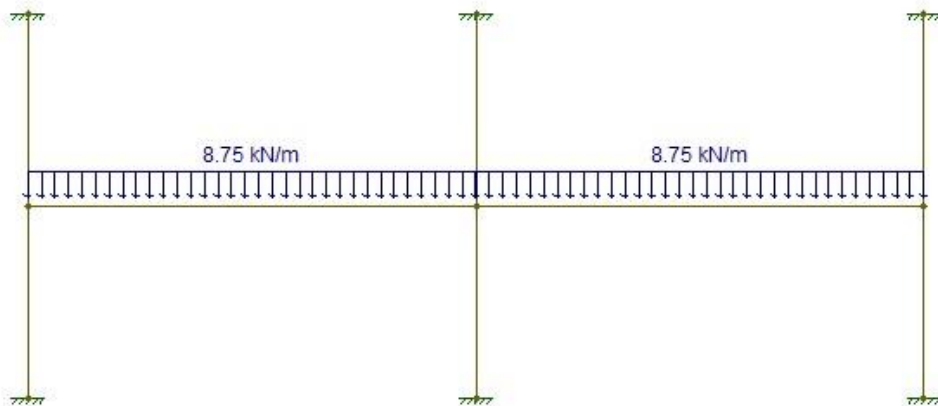
Momento Fletor por metro de laje (KNm):



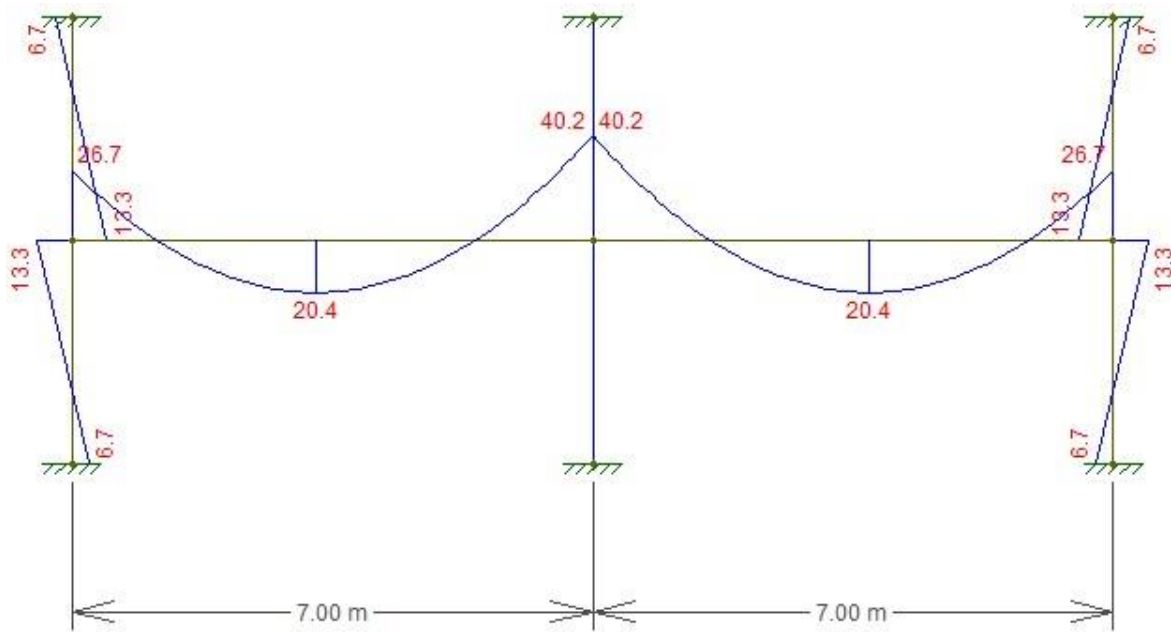
○ **Eixos A e C**: Momento Fletor por metro de laje (KNm):



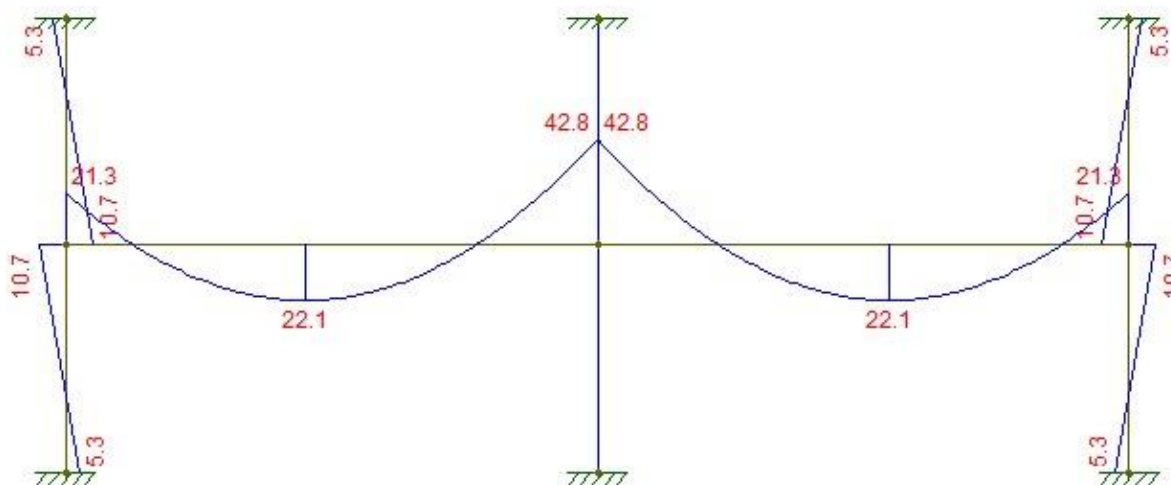
- **Direção Y:** Modelo Estrutural:



Eixos 1 e 4: Momento Fletor por metro de laje (KNm):



- **Eixos 2 e 3:** Momento Fletor por metro de laje (KNm):



- **Dimensionamento:**

Para o dimensionamento serão utilizados os valores máximos por trecho. O dimensionamento será usado para todos os eixos em cada direção, tendo em vista as pequenas diferenças dos valores dos momentos encontrados.

○ **Direção X** (*largura da faixa* = $\frac{700}{4} = 175\text{cm}$)

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,6) - \left(\frac{1,6}{2}\right)$$

$$d = 12,92 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,25) - \left(\frac{1,25}{2}\right)$$

$$d = 13,38 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,0) - \left(\frac{1,0}{2}\right)$$

$$d = 13,70 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 0,8) - \left(\frac{0,8}{2}\right)$$

$$d = 13,96 \text{ cm}$$

Faixas Externas:

Momentos no Pannel (KNm)	% por faixa	Momento por faixa (KNm)	d (cm)	k	As total (cm ²)	As/m (cm ² /m)	Ø c/ cm
-189,70	37,5%	-71,14	12,92	0,22459	20,36	11,63	Ø 16,0mm c/ 15 cm

-284,20	37,5%	-106,58	12,92	0,33647	33,80	19,32	Ø 16,0mm c/ 10 cm
158,00	27,5%	43,45	13,70	0,12200	10,93	6,24	Ø 10,0mm c/ 12,5cm
121,80	27,5%	33,50	13,70	0,09405	8,28	4,73	Ø 10,0mm c/ 12,5cm

$$As, min = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85 \frac{cm^2}{m}$$

$$K = \frac{Md}{fc} * b * d^2 = < KL = 0,295$$

$$As = \left(fc * b * \frac{d}{fyd} \right) * \left(1 - (\sqrt{1 * 2k'}) \right)$$

○ **Faixas Internas:**

Para as faixas externas os valores foram gerados já pela planilha abaixo. As fórmulas para encontrar a área de aço são as mesmas do item anterior.

Momentos no Painel (KNm)	% por faixa	Momento por faixa (KNm)	d (cm)	k	As total (cm ²)	As/m (cm ² /m)	Ø c/ cm
-189,70	12,5%	-23,71	13,70	0,06658	5,77	3,30	Ø 10,0mm c/ 17,5cm
-284,20	12,5%	-35,53	13,70	0,09975	8,82	5,04	Ø 10,0mm c/ 15cm
158,00	22,5%	35,55	13,70	0,09982	8,82	5,04	Ø 10,0mm c/ 15cm
121,80	22,5%	27,41	13,70	0,07695	6,71	3,84	Ø 10,0mm c/ 15cm

$$As, min = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85 \frac{cm^2}{m}$$

$$K = \frac{Md}{fc} * b * d^2 = < KL = 0,295$$

$$As = \left(fc * b * \frac{d}{fyd} \right) * \left(1 - (\sqrt{1 * 2k'}) \right)$$

Para a direção Y, não será apresentado o desenvolvimento dos cálculos para achar a área de aço, já que são os mesmos passos dos itens acima e a planilha já gerou estes valores automaticamente.

○ **Direção Y (largura da faixa = $\frac{700}{4} = 175cm$)**

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 2,0) - \left(\frac{2,0}{2}\right)$$

$$d = 12,40 cm$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,6) - \left(\frac{1,6}{2}\right)$$

$$d = 12,92 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,25) - \left(\frac{1,25}{2}\right)$$

$$d = 13,38 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 1,0) - \left(\frac{1,0}{2}\right)$$

$$d = 13,70 \text{ cm}$$

$$d = h - 2 * cob - 0,8\phi - \frac{\phi}{2}$$

$$d = (19) - (2 * 2,0) - (0,8 * 0,8) - \left(\frac{0,8}{2}\right)$$

$$d = 13,96 \text{ cm}$$

Faixas Externas:

Momentos no Pannel (KNm)	% por faixa	Momento por faixa (KNm)	d (cm)	k	As total (cm ²)	As/m (cm ² /m)	Ø c/ cm
-186,90	37,5%	-70,09	12,92	0,22128	20,01	11,43	Ø 16,0mm c/ 15cm
-299,60	37,5%	-112,35	12,40	0,38508	39,45	22,54	Ø 20,0mm c/ 12,5 cm
154,70	27,5%	42,54	13,38	0,12524	10,98	6,27	Ø 12,5mm c/ 17,5 cm

$$A_{s, \min} = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85 \frac{cm^2}{m}$$

$$K = \frac{Md}{fc} * b * d^2 = < KL = 0,295$$

$$A_s = \left(fc * b * \frac{d}{fyd} \right) * \left(1 - (\sqrt{1 * 2k'}) \right)$$

○ **Faixas Internas:**

Para as faixas externas os valores foram gerados já pela planilha abaixo. As fórmulas para encontrar a área de aço são as mesmas do item anterior.

Momentos no Pannel (KNm)	% por faixa	Momento por faixa (KNm)	d (cm)	k	As total (cm ²)	As/m (cm ² /m)	Ø c/ cm
-186,90	12,5%	-23,36	13,70	0,06560	5,69	3,25	Ø 10,0mm c/ 17,5 cm
-299,60	12,5%	-37,45	13,70	0,10515	9,32	5,33	Ø 10,0mm c/ 15 cm
154,70	22,5%	34,81	13,70	0,09773	8,63	4,93	Ø 10,0mm c/ 15 cm

$$A_{s, \min} = 0,15\% * b * h = 0,15\% * 19 * 100 = 2,85 \frac{cm^2}{m}$$

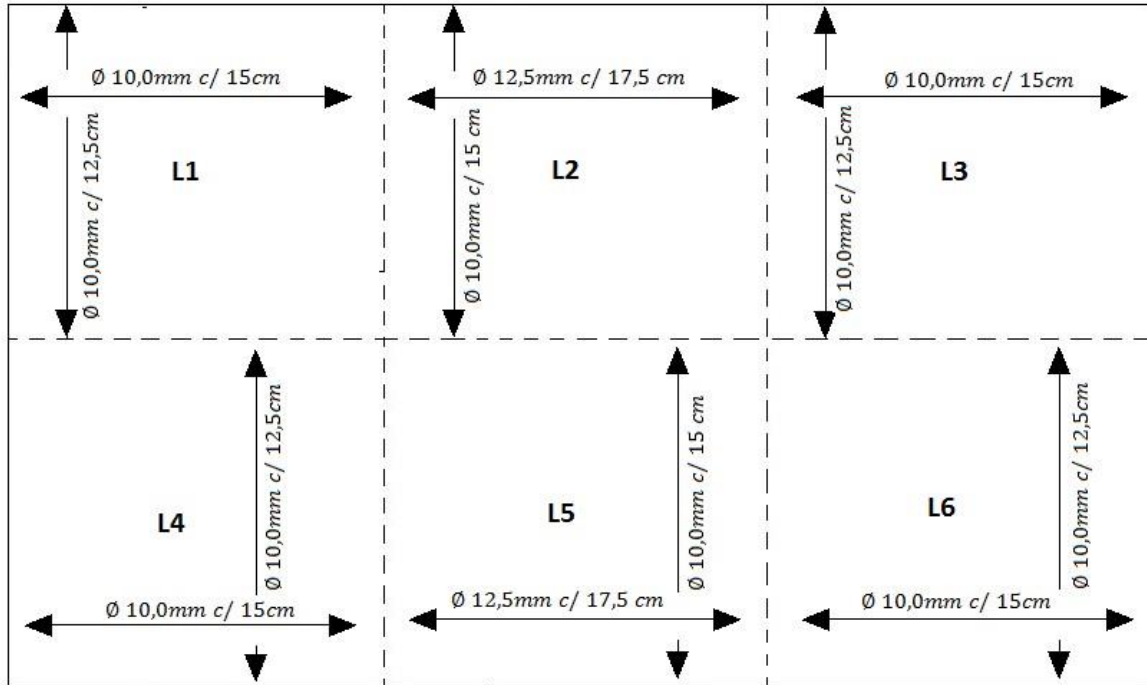
$$K = \frac{Md}{fc} * b * d^2 = < KL = 0,295$$

$$A_s = \left(fc * b * \frac{d}{fyd} \right) * \left(1 - (\sqrt{1 * 2k'}) \right)$$

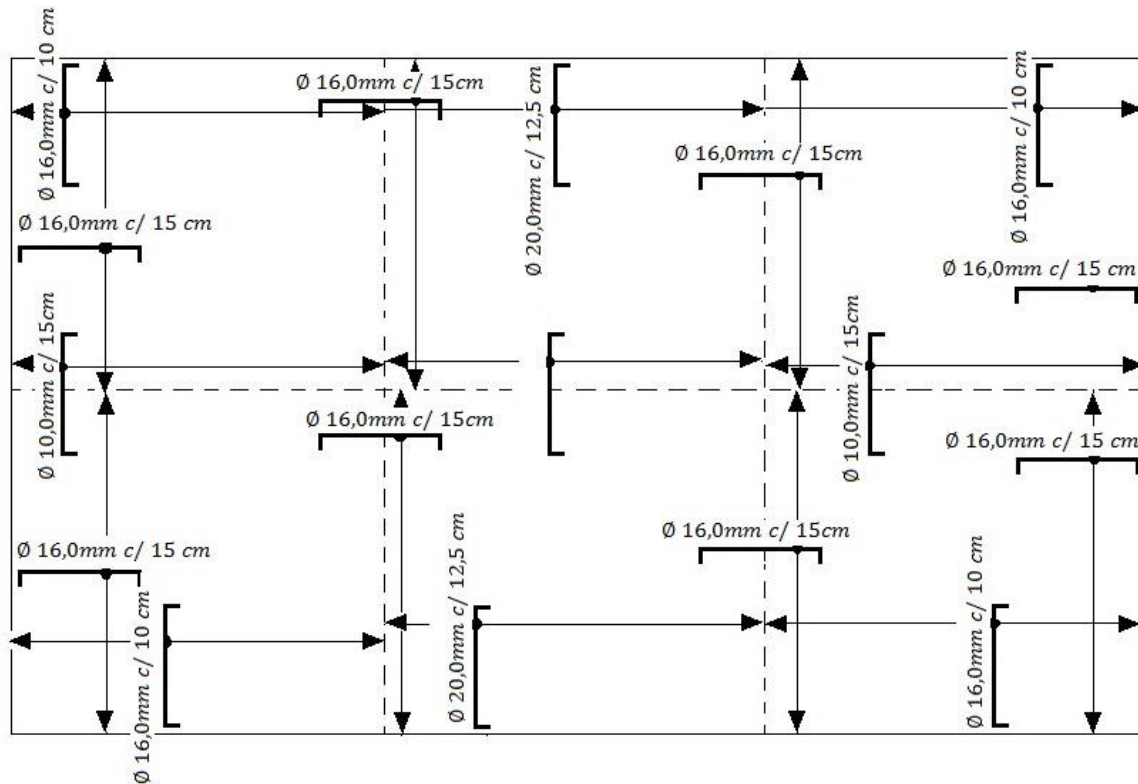
Para a direção Y, não será apresentado o desenvolvimento dos cálculos para achar a área de aço, já que são os mesmos passos dos itens acima e a planilha já gerou estes valores automaticamente.

• **Detalhamento:**

○ **Armadura Positiva**



Armadura Negativa



- **Lista de Ferros:**

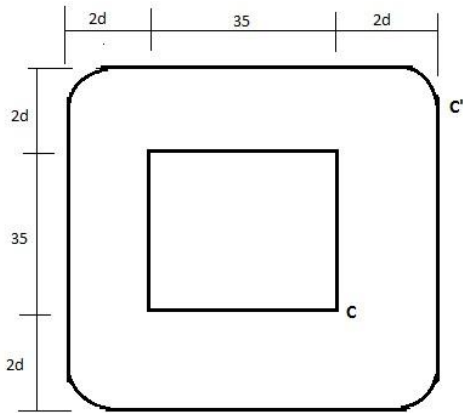
Bitola (mm)	Quant.	Comp. Unit. (m)	Massa Linear (Kg/m)	Massa (Kg)
10,0	336	7,18	0,63	1519,86
10,0	188	7,18	0,63	850,40
12,5	80	7,18	1,60	919,04
16,0	280	1,65	1,60	739,20
16,0	374	3,15	1,60	1884,96
20,0	112	1,65	2,50	462,00
Massa Total (Kg)				6375,46

- **Volume de Concreto:**

$$V_{conc} = 55,86 \text{ m}^3$$

5. PUNÇÃO (LAJE LISA OU COGUMELO)

□ Pilares P6 e P7 (Pilares Centrais)



- Cargas Atuantes:

$$F_s = 33,3 \times 7,00 \times 2$$

$$M_{s1} = M_{s2} = 0$$

○ Verificação do Concreto no Contorno C

$$h = 19\text{cm} \quad d = h - c \quad d = 19 - 3 \quad d = 16\text{cm}$$

$$C1 = C2 = 35\text{cm}$$

$$\mu_o = 2 \times (C1 + C2) \quad \mu_o = 2 \times (35 \times 35) \quad \mu_o = 140\text{cm}$$

$$\omega_{p1} = \left(\frac{c1^2}{2}\right) + (C1 \times C2) \quad \omega_{p1} = \left(\frac{35^2}{2}\right) + (35 \times 35) \quad \omega_{p1} = 1837,50\text{ cm}^2$$

$$\omega_{p2} = 1837,50\text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\omega_o \times d} \quad \tau_{sd} = \frac{466,2 \times 1,4}{140 \times 16} \quad \tau_{sd} = 0,292\text{ KN/cm}^2 \quad (\text{Tensão Atuante})$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \times \alpha \times f_{cd}$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{25}{250}$$

$$\alpha_v = 0,90$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$$

$$f_{cd} = \frac{25}{1,4}$$

$$f_{cd} = 1,786 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \times 0,90 \times 1,786$$

$$\tau_{Rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2$$

(Tensão Resistente)

Logo: $\tau_{Rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2 > \tau_{sd} = 0,292 \text{ KN/cm}^2$ (OK! Para o Contorno C)

o Verificação do Contorno C'

$$\mu = 2 \times (C1 + C2) + 4\pi \times d$$

$$\mu = 2 \times (35 + 35) + 4\pi \times 16$$

$$\mu = 341,06 \text{ cm}$$

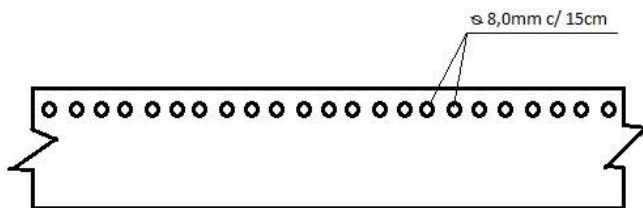
$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\omega \times d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{466,2 \times 1,4}{341,06 \times 16}$$

$$\tau_{sd} = 0,120 \text{ KN/cm}^2$$

(Tensão Atuante)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \times \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \times (100 \times \rho \times f_{ck})^{1/3}$$



$$A_s = 3,33 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_c}$$

$$\rho_x = \rho_y = \frac{13,33}{100 \times 19}$$

$$\rho_x = \rho_y = 1,753 \times 10^{-3}$$

$$A_{sx} = A_{sy} = 15,8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \times \rho_y}$$

$$\rho = \sqrt{1,753 \times 10^{-3} \times 1,753 \times 10^{-3}}$$

$$\rho = 0,001753$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \times \left(1 + \sqrt{\frac{20}{16}} \right) \times (100 \times 0,001753 \times 25)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,0451 \text{ KN/cm}^2 \quad \tau_{Rd1} = 0,451 \text{ MPa} \quad (\text{Tensão Resistente})$$

Logo: $\tau_{Rd1} = 0,0451 \text{ KN/cm}^2 > \tau_{sd} = 0,120 \text{ KN/cm}^2$ (Armar ao Cisalhamento)

○ Cálculo à Punção

$$\tau_{sd} \leq \left[0,10 \times \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \right] \times (100 \rho \times f_{ck})^{1/3} + \left[1,5 \times \frac{d}{s_v} \times \frac{A_{sw} \times f_{ywd} \times \sin \alpha}{\mu \times d} \right]$$

$$0,120 \leq \left[\frac{0,10}{0,13} \times \tau_{Rd1} \right] + \left[\frac{2 \times A_{sw} \times 28,7 \times \sin 90}{423 \times 16} \right]$$

$$f_{ywd} = 250 + \left[\frac{185 \times (h-15)}{20} \right] \quad f_{ywd} = 250 + \left[\frac{185 \times (19-15)}{20} \right]$$

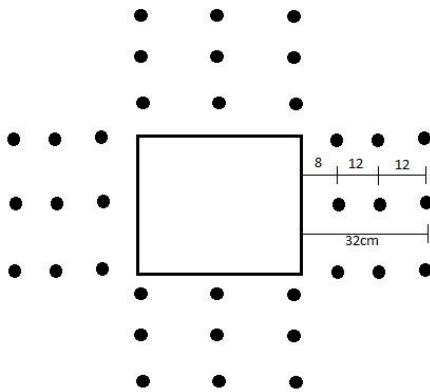
$$f_{ywd} = 287 \text{ MPa} \quad f_{ywd} = 28,7 \text{ KN/cm}^2$$

$$0,120 \leq \left[\frac{0,10}{0,13} \times 0,0451 \right] + \left[\frac{2 \times A_{sw} \times 28,7 \times \sin 90}{423 \times 16} \right]$$

$$A_{sw} = \frac{0,120 - 0,0347}{0,00848} \quad A_{sw} = 10,06 \text{ cm}^2$$

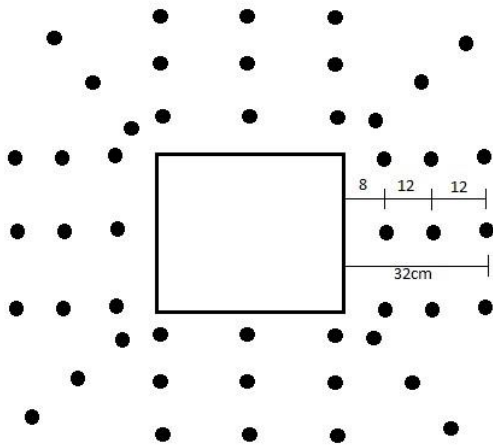
(Contorno paralelo ao Contorno C' – 3 linhas de estribos)

Espaçamentos máximos das barras:



$$\begin{aligned}
 S_o &\leq 0,5 d & S_o &\leq 0,5 \times 16 & S_o &= 8\text{cm} \\
 S_r &\leq 0,75 d & S_r &\leq 0,75 \times 16 & S_r &= 12\text{cm} \\
 S_e &\leq 2 d & S_e &\leq 2 \times 16 & S_e &= 32\text{cm} \\
 S_e &= 32 \sqrt{2} & S_e &\sim 45\text{cm} & & > 2d
 \end{aligned}$$

Portanto, deve-se buscar nova distribuição



$$y = \sqrt{22,6^2 + 9,4^2} \sim 24,5 < 2d \quad \text{OK!}$$

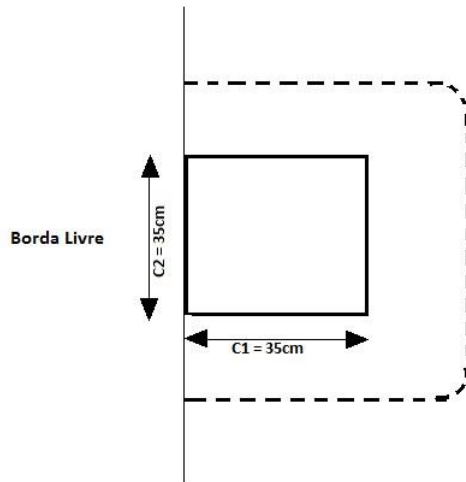
16 hastes por contorno:

$$\frac{A_{sw}}{16} = 0,63\text{cm}^2$$

$$16 \varnothing 10,0\text{mm} = 16 \times 0,80\text{cm}^2 =$$

$$12,80\text{ cm}^2 > A_{sw} = 10,06\text{cm}^2 \quad \text{OK!}$$

- Pilares P2; P3; P5; P8; P10; P11 (Pilares com uma Borda Livre)



$$F_s = 33,3 \text{ KN}$$

$$F_{sd} = 46,62 \text{ KN}$$

$$M_{s1} = M_{sy} = 40,6 \text{ KNm}$$

$$M_{sd1} = 5684 \text{ KNcm}$$

$$M_{s2} = M_{sx} = 26,7 \text{ KNm}$$

$$M_{sd2} = 3738 \text{ KNcm}$$

$$a_o = 1,5 d \quad a_o = 1,5 \times 16 \quad a_o = 24 \text{ cm}$$

$$a \leq \{1,5 d\} \quad a \leq \{1,5 \times 16\} \quad a \leq 24 \text{ cm} \quad K1 = 0,60$$

$$a \leq \{0,5 C1\} \quad a \leq \{0,5 \times 35\} \quad a \leq 17,5 \text{ cm} \quad K2 = 0,60$$

$$a = 17,5 \text{ cm}$$

○ Contorno C

$$\mu^* = 2 a_o + C2 \quad \mu^* = 2 \times 24 + 35 \quad \mu^* = 83 \text{ cm}$$

$$\omega_{p1} = \frac{C1^2}{2} + \frac{(C1 C2)}{2} \quad \omega_{p1} = \frac{35^2}{2} + \frac{(35 \times 35)}{2} \quad \omega_{p1} = 1225 \text{ cm}^2$$

$$\omega_{p2} = \frac{C2^2}{2} + (C1 C2) \quad \omega_{p1} = \frac{35^2}{2} + (35 \times 35) \quad \omega_{p1} = 1837,5 \text{ cm}^2$$

$$e^* = \frac{(C1 a_o) - (a_o^2) + (C1 C2/2)}{2 a_o + C2} \quad e^* = \frac{(35 \times 24) - (24) + (35 \times 35/2)}{(2 \times 24) + 35} \quad e^* = 10,56 \text{ cm}$$

$$Msd1 = Msd - Msd * \quad Msd1 = 5684 - (46,62 \times 10,56) \quad Msd1 = 5191,69 \text{ KNcm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{46,62}{83 \times 16} + \frac{0,60 \times 5191,69}{1225 \times 16} + \frac{0,60 \times 3738}{1837,5 \times 16} \quad \tau_{sd} = 0,270 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 0,270 \text{ KN/cm}^2 < \tau_{Rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

○ **Contorno C'**

$$\mu * = 2a + C2 + 2\pi d \quad \mu * = (2 \times 17,5) + 35 + (2\pi \times 16) \quad \mu * = 170,53 \text{ cm}$$

$$\omega_{p1} = \frac{c1^2}{2} + \frac{(c1 \ c2)}{2} + 2 \ C2 \ d + 8 \ d^2 + \pi \ d \ C1$$

$$\omega_{p1} = \left(\frac{35^2}{2}\right) + \left[\frac{(35 \times 35)}{2}\right] + (2 \times 35 \times 16) + (8 \times 16^2) + (\pi \times 16 \times 35)$$

$$\omega_{p1} = 6152,30 \text{ cm}^2$$

$$\omega_{p2} = \frac{c2^2}{2} + (C1 \ C2) + 4 \ C1 \ d + 8 \ d^2 + \pi \ d \ C2$$

$$\omega_{p2} = \left(\frac{35^2}{2}\right) + (35 \times 35) + (4 \times 35 \times 16) + (8 \times 16^2) + (\pi \times 16 \times 35)$$

$$\omega_{p2} = 7578,55 \text{ cm}^2$$

$$e * = \frac{(C1 \ a) + (a^2) + (C1 + C2/2) + 2 \ C2 \ d + 8 \ d^2 + \pi \ d \ C1}{2 \ a + C2 + 2\pi d}$$

$$e * = \frac{(35 \times 17,5) + (17,5) + (35 + 35/2) + (2 \times 35 \times 16) + (8 \times 16^2) + (\pi \ 16 \times 35)}{(2 \times 17,5) + 35 + (2\pi \ 16)} \quad e * = 34,49 \text{ cm}$$

$$Msd1 = Msd - Msd * \quad Msd1 = 5684 - (46,62 \times 34,49) \quad Msd1 = 4076,08 \text{ KNcm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{46,62}{170,53 \times 16} + \frac{0,60 \times 5684}{6152,30 \times 16} + \frac{0,60 \times 3738}{7578,55 \times 16} \quad \tau_{sd} = 0,0702 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 0,0702 \text{ KN/cm}^2 < \tau_{Rd1} = 0,0451 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{Armar ao Cisalhamento!}$$

○

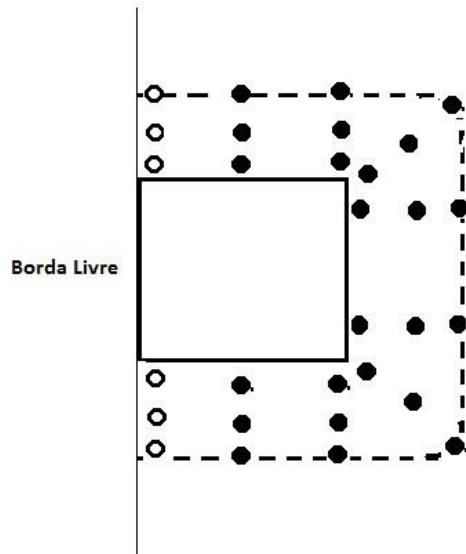
○ **Cálculo à Punção**

$$\tau_{sd} = 0,071 \leq \frac{0,10}{0,13} \times 0,0707 + \frac{1,5 \times d}{0,75 d} \times \frac{A_{sw} \times 26 \times 1}{283 \times 13}$$

$$A_{sw} = \frac{\mu d}{2 f_{ywd}} \times \left(\tau_{sd} - \frac{0,10}{0,13} \times \tau_{Rd1} \right)$$

$$A_{sw} = \frac{170,53 \times 16}{2 \times 28,7} \times \left(0,0702 - \frac{0,10}{0,13} \times 0,0451 \right)$$

$$A_{sw} = 1,69 \text{ cm}^2 \quad / \text{Contorno } C'$$



- Armadura Calculada
- Armadura Complementar

$$y = \sqrt{9,4^2 + 27,6^2}$$

$$y = 29,2 \text{ cm} < 2d = 32 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

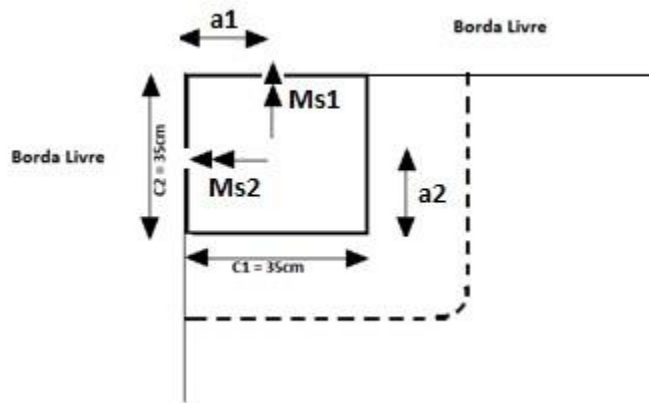
Número de barras por contorno: 8

$$\frac{A_{sw}}{8} = \frac{1,69}{8} \sim 0,22 \text{ cm}^2 \quad \varnothing 6,3 \text{ mm}$$

$$A_{sw \text{ adot}} = 0,315 \times 8$$

$$A_{sw \text{ adot}} = 2,52 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

- Pilares P1; P4; P9; P12 (Pilares de Canto)



$$a_{o1} = a_{o2} \leq 1,5d \quad a_{o1} = a_{o2} \leq 1,5 \times 16 \quad a_{o1} = a_{o2} \leq 24cm$$

$$a_1 \leq 1,5d = 24 cm$$

$$a_2 \leq 1,5d = 24 cm$$

$$a_1 \leq 0,5C_1 = 17,5cm$$

$$a_2 \leq 0,5C_1 = 17,5cm$$

$$a_1 = 17,5 cm$$

$$a_2 = 17,5 cm$$

$$F_s = 28,9 KN$$

$$F_{sd} = 40,46 KN$$

$$K_1 = 0,60$$

$$M_{s1} = 27,1 KNm$$

$$M_{s1} = 3794 KNcm$$

$$K_2 = 0,60$$

$$M_{s1} = 27,7 KNm$$

$$M_{s1} = 3878 KNcm$$

Pilares de canto τ_{sd} será verificado para cada momento fletor atuante separadamente:

○ **Contorno C**

$$\mu^* = a_01 + a_02 \quad \mu^* = 24 + 24 \quad \mu^* = 48 \text{ cm}$$

Msd1:

$$\omega p1 = \frac{c1^2}{4} + \frac{c1 c2}{4} \quad \omega p1 = \frac{35^2}{4} + \frac{35 \times 35}{4} \quad \omega p1 = 612,5 \text{ cm}^2$$

$$e1^* = \frac{(c1 a1) - (a1^2) + (a2 c1)}{2(a1 + a2)} \quad e1^* = \frac{(35 \times 17,5) - (17,5) + (35 \times 17,5)}{2(17,5 + 17,5)} \quad e1^* = 13,13 \text{ cm}$$

Msd2:

$$\omega p2 = 612,5 \text{ cm}^2$$

$$e2^* = 13,13 \text{ cm}$$

$$\tau_{sd1} = \frac{F_{sd}}{\mu^* d} + \frac{K1 M_{sd1}}{\omega p1 d} \quad \tau_{sd1} = \frac{40,46}{48 \times 16} + \frac{0,6 \times 3262,76}{612,5 \times 16} \quad \tau_{sd1} = 0,253 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* \quad M_{sd1} = 3794 - (40,46 \times 13,13) \quad M_{sd1} = 3262,76 \text{ KN cm}$$

$$\tau_{sd1} = 0,253 \text{ KN/cm}^2 < \tau_{Rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

$$\tau_{sd2} = \frac{F_{sd}}{\mu^* d} + \frac{K2 M_{sd2}}{\omega p2 d} \quad \tau_{sd2} = \frac{40,46}{48 \times 16} + \frac{0,6 \times 3346,76}{612,5 \times 16} \quad \tau_{sd2} = 0,258 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_{sd2} = M_{sd} - M_{sd}^* \quad M_{sd2} = 3878 - (40,46 \times 13,13) \quad M_{sd2} = 3346,76 \text{ KN cm}$$

$$\tau_{sd1} = 0,258 \text{ KN/cm}^2 < \tau_{Rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

○ **Contorno C'**

$$\mu^* = a1 + a2 + \pi d$$

$$\mu^* = 17,5 + 17,5 + \pi 16$$

$$\mu^* = 85,27 \text{ cm}$$

Msd1:

$$\omega p1 = \frac{c1^2}{4} + \frac{c1 c2}{2} + 2 C2 d + 4 d^2 + \frac{\pi d c1}{2}$$

$$\omega p1 = \frac{35^2}{4} + \frac{35 \times 35}{2} + 2 \times 35 \times 16 + 4 \times 16^2 + \frac{\pi \times 16 \times 35}{2}$$

$$\omega p1 = 3942,40 \text{ cm}^2$$

$$e1^* = \frac{(C1 a1) - (a1^2) + (a2 C1) + (4 a2 d) + (8 d^2) + (\pi d C1)}{2 (a1 + a2 + \pi d)}$$

$$e1^* = \frac{(35 \times 17,5) - (17,5^2) + (17,5 \times 35) + (4 \times 17,5 \times 16) + (8 \times 16^2) + (\pi \times 16 \times 35)}{2 (17,5 + 17,5 + \pi 16)}$$

$$e1^* = 22,27 \text{ cm}$$

Msd2:

$$\omega p2 = 3942,40 \text{ cm}^2$$

$$e2^* = 22,27 \text{ cm}$$

$$\tau_{sd1} = \frac{F_{sd}}{\mu^* d} + \frac{K1 M_{sd1}}{\omega p1 d}$$

$$\tau_{sd1} = \frac{40,46}{85,27 \times 16} + \frac{0,6 \times 2892,96}{3042,40 \times 16}$$

$$\tau_{sd1} = 0,324 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* \quad M_{sd1} = 3794 - (40,46 \times 22,27) \quad M_{sd1} = 2892,96 \text{ KN cm}$$

$$\tau_{sd1} = 0,324 \text{ KN/cm}^2 < \tau_{Rd1} = 0,0451 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{Armar ao Cisalhamento!}$$

○ **Armando à Punção:**

$$A_{sw1} = \frac{\mu d}{2 f_{ywd}} \left(\tau_{sd} - \frac{0,10}{0,13} \tau_{Rd1} \right)$$

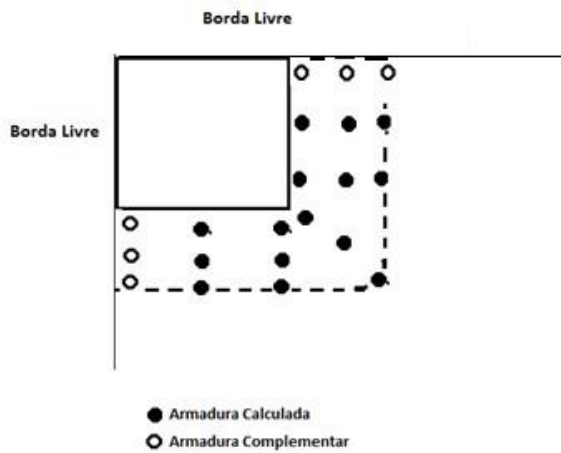
$$A_{sw} = \frac{85,27 \times 16}{2 \times 28,7} \left(0,324 - \frac{0,10}{0,13} 0,0451 \right)$$

$$A_{sw} = 6,88 \text{ cm}^2 / \text{Contorno C'}$$

$$A_{sw2} = \frac{\mu d}{2 f_{ywd}} \left(\tau_{sd} - \frac{0,10}{0,13} \tau_{Rd1} \right)$$

$$A_{sw} = \frac{85,27 \times 16}{2 \times 28,7} \left(0,325 - \frac{0,10}{0,13} 0,0451 \right)$$

$$A_{sw} = 6,90 \text{ cm}^2 / \text{Contorno C'}$$



$$y = \sqrt{9,4^2 + 22,6^2}$$

$$y = 24,5\text{cm} < 2d = 32\text{cm} \quad \text{OK!}$$

Número de barras por contorno: 5

$$\frac{A_{sw}}{5} = \frac{6,90}{5} \sim 1,38 \text{ cm}^2 \quad \varnothing 16,0\text{mm}$$

$$A_{sw \text{ adot}} = 2,00 \times 5$$

$$A_{sw \text{ adot}} = 10,0 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

6. CONCLUSÃO

A partir dos cálculos realizados temos as seguintes informações:

Tipo de Laje	Volume de Concreto (m³)	Massa de Aço (Kg)
Laje Maciça	29,40	2946,31
Laje Nervurada	17,94	1582,39
Laje Lisa/Cogumelo	55,86	6347,46

O aço considerado é referente apenas à flexão, pois não foi calculada a Punção para as Lajes Maciças e Lajes Nervuradas.

Comparando as informações contidas na tabela acima, conclui-se que, para a laje com os vãos e carregamentos propostos por este trabalho, a mais viável, tanto em relação ao consumo de concreto quanto ao consumo de aço, é a Laje Nervurada.

7. NORMAS E BIBLIOGRAFIA

- Apostila do Curso de Especialização em Estruturas – Projeto de Estruturas de Concreto II dos Professores: Ney Amorim Silva, José Miranda Tepedino e Ronaldo Azevedo Chaves
- NBR-6118 / 2010 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.
- Apostila do Curso de Concreto Armado (NBR 6118/2003): Estudo das lajes - Professor Jefferson S. Camacho – UNESP.
- NBR-8681 / 2003 – Ações e Segurança nas Estruturas.