

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SANEAMENTO,
MEIO AMBIENTE E RECURSOS HÍDRICOS

**AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE PROPAGAÇÃO
DE VAZÕES EM CURSOS D'ÁGUA NATURAIS
COM ÊNFASE EM ASPECTOS DA
GEOMORFOLOGIA FLUVIAL**

Francisco Eustáquio Oliveira e Silva

Belo Horizonte

2006

**AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE PROPAGAÇÃO DE
VAZÕES EM CURSOS D'ÁGUA NATURAIS COM
ÊNFASE EM ASPECTOS DA GEOMORFOLOGIA
FLUVIAL**

Francisco Eustáquio Oliveira e Silva

Francisco Eustáquio Oliveira e Silva

**AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE PROPAGAÇÃO DE
VAZÕES EM CURSOS D'ÁGUA NATURAIS COM
ÊNFASE EM ASPECTOS DA GEOMORFOLOGIA
FLUVIAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos.

Área de concentração: Recursos Hídricos

Linha de pesquisa: Simulação Hidráulica/ Hidrológica

Orientador: Nilo de Oliveira Nascimento

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2006

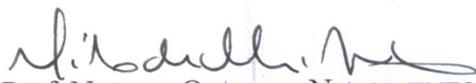


FOLHA DE APROVAÇÃO

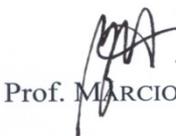
Avaliação de Métodos de Propagação de Vazões de Cursos D'Água Narturais com Ênfase em Aspectos da Geomorfologia Fluvial

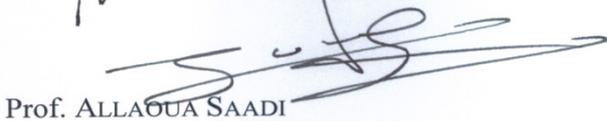
FRANCISCO EUSTÁQUIO OLIVEIRA E SILVA

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:


Prof. NILO DE OLIVEIRA NASCIMENTO


Prof. LUIZ RAFAEL PALMIER


Prof. MARCIO BENEDITO BAPTISTA

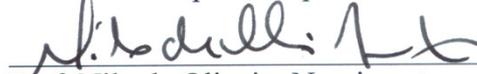

Prof. ALLAOUA SAADI


Prof. FLÁVIO CÉSAR BORBA MASCARENHAS

Aprovada pelo Colegiado do PG SMARH

Prof. Mônica Maria Diniz Leão
Coordenadora

Versão Final aprovada por


Prof. Nilo de Oliveira Nascimento
Orientador

Belo Horizonte, 19 de maio de 2006.

AGRADECIMENTOS

Há tempos me pergunto se o momento de escrever essa página realmente chegaria. Um segundo questionamento, em partes decorrente do primeiro, é como deveria agradecer de maneira justa a todos que de alguma maneira contribuíram para o êxito deste trabalho. De fato, caso optasse por citar nomes, provavelmente teria uma lista interminável e que possivelmente estaria incompleta. Sendo assim, permito-me não transcrevê-los literalmente. Reservo-me o direito de simplesmente descrever parte da trajetória recente que me permitiu chegar até esse momento.

Ao longo de toda graduação houveram inúmeras fases. Duas dessas se destacam: o fascínio inicial e a mais completa decepção com algumas práticas comuns no curso de Engenharia. Durante a segunda, tive a oportunidade de ingressar no Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos por meio de uma bolsa de Iniciação Científica. Tenho certeza que esse episódio foi determinante para que chegasse até aqui. Na pequena sala de bolsistas novas portas foram abertas. Iniciava-se ali um ciclo de amizades que perdura até hoje. A proximidade com os professores e bolsistas da época, hoje todos engenheiros, permitiu-me redescobrir novos desafios que me impulsionaram até a concretização deste trabalho. Entre o 6º e o 10º período convivi quase que diariamente nesse ambiente. Finalizado o curso de graduação, iniciei minha vida profissional no IGAM – Instituto Mineiro de Gestão das Águas, onde convivi com questões relacionadas a conflitos pelo uso da água. Em seguida, ingressei na CPRM – Serviço Geológico do Brasil onde, até a presente data, exerço a função de engenheiro hidrólogo.

Durante essa breve trajetória novos desafios surgiram e outros tantos se esvaíram em função do dia-a-dia da profissão. Entretanto, é necessário considerar um fator único que foi comum a todos esses momentos: a amizade. Seja na forma de um incentivo, de uma simples conversa ou mesmo de um puxão de orelhas, as pessoas que durante esse tempo estiveram ao meu lado proporcionaram-me o principal combustível para a vitória: acreditaram e me fizeram acreditar que eu era capaz. A todos esses que caminharam comigo até aqui os meus mais sinceros agradecimentos. Essa vitória é de todos nós.

Finalmente, gostaria de registrar um agradecimento em especial: refiro-me aos meus pais, minha irmã e minha namorada Maria Helena. A vocês devo muito mais do que as palavras podem exprimir. Perdoem-me pela crescente ausência durante esse período e saibam que sempre estiveram e estarão em meu coração. Fiquemos com Deus. Valeu.

RESUMO

Ao lidar com os riscos de inundações, tendo clara a percepção da impossibilidade óbvia do controle absoluto de enchentes por meio de estruturas hidráulicas, há muito os hidrólogos têm-se dedicado ao desenvolvimento de técnicas e métodos que antecipem a dinâmica que rege o comportamento dos cursos d'água. A compreensão da evolução dos deflúvios em canais naturais pode ser vista sob uma perspectiva mais ampla ao se ponderar que a resposta hidrológica é também função de características do sistema fluvial. A proposta do presente projeto é avaliar diferentes métodos para modelagem da propagação de um hidrograma de cheia ao longo de um curso d'água natural, enfatizando aspectos relacionados à geomorfologia fluvial. A hipótese primordial do estudo é de que parâmetros descritivos da morfologia das bacias e redes de drenagem a essas pertencentes possam explicar, ao menos em parte, a evolução de grandezas relacionadas ao escoamento. Foram selecionadas 40 estações fluviométricas pertencentes às sub-bacias 40 e 41, ambas no Estado de Minas Gerais. As redes e áreas de drenagem foram extraídas automaticamente por meio de um modelo digital de terreno. O emprego dessas técnicas possibilitou a obtenção de uma série de parâmetros descritivos da morfologia dessas unidades. As seções transversais naturais foram aproximadas por trapézios assimétricos, respeitando-se as variações dos parâmetros hidráulicos em função da profundidade. Os hidrogramas modelados foram aproximados à forma prevista pela teoria do hidrograma unitário geomorfológico (HUG) através do emprego da função Gamma, em uma formulação para qual seus parâmetros eram derivados de relações previstas pela teoria do HUG. Os parâmetros empíricos associados aos modelos de armazenamento foram calibrados através da técnica dos algoritmos genéticos. Por meio do emprego dos principais modelos de propagação de vazões procurou-se compreender a influência exercida pela geomorfologia fluvial sobre o fenômeno modelado. Foram discutidos aspectos relacionados às técnicas utilizadas, a adequabilidade dos métodos de propagação em função de características físicas e as perspectivas de calibração indireta de parâmetros e do estabelecimento de relações que pudessem ser utilizadas em situações de escassez de dados. De fato, não se identificou a existência de macro relações entre métodos de propagação e características físicas, ainda que se tenha verificado e derivado relações, previstas na literatura, que permitam uma análise preliminar da adequabilidade de determinada técnica. Uma extensa discussão sobre o tema é realizada e uma série de perspectivas são vislumbradas, em função da série de resultados obtidos.

ABSTRACT

When dealing with flood risks and having a clear perception of the obvious impossibility of total control of floods by means of hydraulic structures, many hydrologists have been making efforts in the development of methods and techniques to predict the dynamism that guides the water channels behavior. The knowledge of the flow evolution in natural water channels can be seen in a larger perspective when pondering that the hydrological response is also a function of the fluvial system characteristic. The proposal of the present study is to evaluate different methods of flood routing modeling through the water channel, emphasizing some aspects related to the fluvial geomorphology. The primordial hypothesis of this study is that the descriptive parameters of the morphology and the drainage system of a basin can, at least, in part, explain the evolution of some flow parameters. Forty gauging station with discharge measurement from the subbasins 40 and 41, located in Minas Gerais State, were selected. The drainage system and areas were automatically determined by means of a digital elevation model. The application of these techniques made possible the attainment of some parameters that describes the morphology of these unities. The natural transversal sections were approximated by anti-symmetrical trapezes, respecting the hydraulic parameters variation as a function of the water level. The modeled hydrographs were approximated to the form defined by the theory of the geomorphological unit hydrograph (GUH) by applying a Gamma function, in a formulation where their parameters were estimated by the functions of the GUH theory. The empirical parameters associated to the storage models were calibrated by using the genetic algorithm. Trough the application of the main flow routing models, this study tried to find out the influence of the fluvial geomorphology over the modeled phenomenon. Some discussions about the aspects of the used techniques, the adjustment of the flow routing models as a function of the physical characteristics and the perspective of indirect parameters calibration and the establishment of mathematical relations that could be used in situations of data missing. For sure, it was not identified the existence of macro relationships between flow routing methods and physical characteristics, even these relations have been founded out and confirmed, as predicted by the literature, which allow a preliminary analysis of the adjustment of a specific technique. A large discussion about this theme is performed and various perspectives are visualized from the study results.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS.....	XIII
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS	XIV
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 OBJETIVOS.....	4
2.1 OBJETIVO GERAL.....	4
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	4
3 REVISÃO DA LITERATURA.....	5
3.1 PROPAGAÇÃO DE VAZÕES EM CURSOS D'ÁGUA NATURAIS	5
3.1.1 <i>Histórico do desenvolvimento das equações que descrevem o escoamento não-permanente</i>	6
3.1.2 <i>Classificação das metodologias de propagação de vazões</i>	7
3.1.2.1 Modelos hidráulicos	8
3.1.2.2 Modelos de armazenamento.....	27
3.1.3 <i>Calibração de parâmetros associados às formulações que descrevem o escoamento não-permanente.....</i>	33
3.2 GEOMORFOLOGIA FLUVIAL	37
3.2.1 <i>Análise de bacias hidrográficas</i>	39
3.2.1.1 Hierarquia fluvial	39
3.2.1.2 Leis de composição da rede de drenagem	42
3.2.1.3 Parâmetros utilizados para análise linear de redes hidrográficas.....	47
3.2.1.4 Parâmetros utilizados para análise areal de bacias hidrográficas	47
3.2.2 <i>Geometria hidráulica de canais fluviais.....</i>	53
3.2.3 <i>Hidrogramas e morfometria de bacias de drenagem</i>	56
4 METODOLOGIA.....	61
4.1 PROPAGAÇÃO DE VAZÕES	65
4.1.1 <i>Modelos hidráulicos: modelo FourPT.....</i>	65
4.1.1.1 Formulação Empregada no Modelo FourPT	66
4.1.1.2 Solução numérica.....	69
4.1.1.3 Condições e parâmetros adotados	70
4.1.2 <i>Modelos de armazenamento</i>	73
4.1.2.1 Critérios adotados.....	73
4.1.2.2 Calibração de parâmetros associados às formulações hidrológicas/ híbridas	73
4.2 GEOMORFOLOGIA FLUVIAL	78
4.2.1 <i>Modelo para levantamento de características geomorfológicas - TauDEM.....</i>	78
4.2.1.1 Delineamento de redes e áreas de drenagem	79
4.2.1.2 Principais características morfológicas fornecidas pelo modelo	82
4.2.1.3 Parâmetros morfológicos extraídos	82
4.2.2 <i>Seções transversais.....</i>	83
4.2.2.1 Aproximação por uma forma geométrica hidráulicamente equivalente	84
4.2.2.2 Critérios adotados.....	88
4.2.3 <i>Hidrogramas.....</i>	88
4.2.3.1 O hidrograma unitário geomorfológico e a distribuição Gamma	88
4.2.3.2 Critérios adotados.....	93
5 ÁREA DE ESTUDO: SUB-BACIAS 40 E 41	95
5.1 LOCALIZAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA REGIÃO	95
5.1.1 <i>Localização e Fisiografia.....</i>	95
5.1.2 <i>Relevo</i>	98
5.1.3 <i>Vegetação</i>	100
5.1.4 <i>Clima</i>	102
5.2 ESTAÇÕES FLUVIOMÉTRICAS UTILIZADAS	104

6	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	106
6.1	ANÁLISE DE DADOS GEOMORFOLÓGICOS	106
6.1.1	<i>Parâmetros geomorfológicos obtidos.....</i>	<i>106</i>
6.1.2	<i>Extração automática de parâmetros geomorfológicos.....</i>	<i>118</i>
6.1.2.1	Problemas verificados	127
6.1.3	<i>Seções transversais.....</i>	<i>130</i>
6.1.3.1	Geometria hidráulica do canais considerados.....	135
6.1.4	<i>Hidrogramas.....</i>	<i>142</i>
6.2	ANÁLISE DOS MÉTODOS DE PROPAGAÇÃO DE VAZÕES.....	146
6.2.1	<i>Modelos hidráulicos</i>	<i>147</i>
6.2.2	<i>Modelos de armazenamento</i>	<i>154</i>
6.2.2.1	Calibração	154
6.2.2.2	Validação	164
6.2.3	<i>Análise de correlações estatísticas entre parâmetros geomorfológicos e os métodos de propagação de vazões.....</i>	<i>167</i>
6.2.3.1	Precisão dos métodos de propagação	168
6.2.3.2	Parâmetros associados aos modelos de armazenamento	170
7	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	173
	REFERÊNCIAS	176
	ANEXOS	184
	ANEXO I: ADEQUAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE SAINT-VENANT AO MÉTODO IMPLÍCITO DE PREISSMANN	185
	ANEXO II: ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS PARÂMETROS DESCRITIVOS DA GEOMORFOLOGIA FLUVIAL	202
	ANEXO III: APROXIMAÇÃO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS NATURAIS A UM TRAPÉZIO ASSIMÉTRICO	204
	ANEXO IV: RELAÇÕES DE GEOMETRIA HIDRÁULICA	247

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Número mundial de fatalidades devidas às inundações.....	1
Figura 3.1 – Representação esquemática dos métodos hidráulicos (distribuídos) e hidrológicos (concentrados).....	8
Figura 3.2 – Representação do volume de controle para a formulação do escoamento não permanente: (a) corte longitudinal, (b) seção transversal, (c) planta.....	10
Figura 3.3 – Representação dos diferentes regimes de escoamento por meio da equação Dinâmica.....	20
Figura 3.4 – Representação dos modelos simplificados e termos negligenciados na equação dinâmica.....	22
Figura 3.5 – Domínio x-t.....	23
Figura 3.6 – Matriz Jacobiana.....	27
Figura 3.7 – Representação gráfica de uma função multimodal.....	37
Figura 3.8 – Hierarquia fluvial – critérios de classificação: (a) Horton, (b) Strahler, (c) Scheidegeer, (d) Shreve.....	42
Figura 3.9 – Relação de bifurcação.....	43
Figura 3.10 – Relação entre comprimentos médios.....	45
Figura 3.11 – Relação entre as declividades médias.....	46
Figura 3.12 – Área da bacia.....	48
Figura 3.13 – Relação entre áreas médias.....	52
Figura 3.14 – Relações entre largura, profundidade média e velocidade média e a vazão média anual.....	55
Figura 3.15 – Hidrogramas como função da forma da bacia e da relação de bifurcação.....	57
Figura 3.16 – Relação entre ordem da bacia e tempo de resposta.....	58
Figura 3.17 – Distribuição de probabilidade log-normal ajustada aos tempos de resposta obtidos para as diferentes bacias analisadas.....	59
Figura 4.1 – Estrutura da metodologia.....	61
Figura 4.2 – Discretização espacial.....	72
Figura 4.3 – Fluxograma do processo dos algoritmos genéticos.....	76
Figura 4.4 – Definição da área de contribuição para um fluxo concentrado e disperso.....	80
Figura 4.5 – Rio Mawheraiti, Nova Zelândia. Grid com pixels de 30 x 30 m. Rede de drenagem delineada a partir de um limite mínimo de área de contribuição de: a) 100 células; b) 300 células.....	81
Figura 4.6 – Hidrogramas obtidos pela distribuição Gamma – linha sólida – e pelo HUG – linha pontilhada para $R_A = 4$; $R_b = 3$; $R_L = 3,5$; $\bar{L}_1 = 250m$; $N = 2,87$ e velocidades.....	92
Figura 4.7 – Hidrogramas obtidos pela distribuição Gamma – linha sólida – e pelo HUG – linha pontilhada – para: $u = 2,5m/s$ e parâmetros geomorfológicos diferentes.....	93
Figura 5.1 – Localização da sub-bacia 40 no estado de Minas Gerais.....	96
Figura 5.2 – Localização da sub-bacia 41 no estado de Minas Gerais.....	98
Figura 5.3 – Estações fluviométricas utilizadas – Sub-bacias 40 e 41.....	106
Figura 6.1 – Distribuição da área de drenagem para as bacias analisadas.....	111
Figura 6.2 – Distribuição da ordem para as bacias analisadas.....	111
Figura 6.3 – Distribuição declividade média do rio principal para as bacias analisadas.....	112

Figura 6.4 – Distribuição do comprimento do rio principal para as bacias analisadas	112
Figura 6.5 – Distribuição do comprimento total da rede de canais para as bacias analisadas	113
Figura 6.6 – Distribuição da densidade de drenagem para as bacias analisadas.....	113
Figura 6.7 – Área versus comprimento do curso d'água principal	115
Figura 6.8 – Área versus magnitude da bacia	116
Figura 6.9 – Área versus declividade do rio principal	117
Figura 6.10 – Área versus perímetro da bacia	117
Figura 6.11 – Área versus comprimento total da rede de canais.....	117
Figura 6.12 – Densidade de drenagem versus densidade de rios.....	117
Figura 6.13 – Bacias e redes de drenagem obtidas através de técnicas de processamento automático – Grupo: São Francisco	121
Figura 6.14 – Bacias e redes de drenagem obtidas através de técnicas de processamento automático – Grupo: Pará	122
Figura 6.15 – Bacias e redes de drenagem obtidas através de técnicas de processamento automático – Grupo: Paraopeba.....	122
Figura 6.16 – Bacias e redes de drenagem obtidas através de técnicas de processamento automático – Grupo: Indaiá-Borrachudo.....	123
Figura 6.17 – Bacias e redes de drenagem obtidas através de técnicas de processamento automático – Grupo: Abaeté	123
Figura 6.18 – Bacias e redes de drenagem obtidas através de técnicas de processamento automático – Grupo: Velhas.....	124
Figura 6.19 – Bacias de drenagem obtidas através de técnicas de processamento automático – Grupo: Completo	124
Figura 6.20 – Comparação entre redes de drenagem delimitadas através do processamento automático (em azul) e fornecidas pelos dados de cartografia digital do IBGE (em vermelho) – Estação fluviométrica: 40025000	125
Figura 6.21 – Comparação entre redes de drenagem delimitadas através do processamento automático (em azul) e fornecidas pelos dados de cartografia digital do IBGE (em vermelho) – Estação fluviométrica: 40025000 – porção sudeste da bacia.....	125
Figura 6.22 – Variação do comprimento dos canais em função da ordem devido a sazonalidade dos níveis fluviométricos	127
Figura 6.23 – Número de canais versus a ordem da bacia – Estação fluviométrica: 40170000	129
Figura 6.24 – Comprimento dos canais versus a ordem da bacia – Estação fluviométrica: 40170000.....	130
Figura 6.25 – Comprimento médio dos canais versus a ordem da bacia – Estação fluviométrica: 40170000.....	130
Figura 6.26 – Perfil transversal natural – Estação fluviométrica: 40025000.....	133
Figura 6.27 – Seção trapezoidal equivalente – Estação fluviométrica: 40025000.....	133
Figura 6.28 – Variação da área em função da profundidade para o perfil natural e o aproximado pela metodologia – Estação fluviométrica: 40032000	134
Figura 6.29 – Variação do perímetro em função da profundidade para o perfil natural e o aproximado pela metodologia – Estação fluviométrica: 40032000.....	134
Figura 6.30 – Variação do raio hidráulico em função da profundidade para o perfil natural e o aproximado pela metodologia – Estação fluviométrica: 40025000.....	135
Figura 6.31 – Geometria hidráulica: profundidade média versus vazão média anual – Grupo: Completo.....	137
Figura 6.32 – Geometria hidráulica: velocidade média versus vazão média anual – Grupo: Completo.....	137

Figura 6.33 – Geometria hidráulica: largura para o nível de margens plenas versus vazão média anual – Grupo: Completo	138
Figura 6.34 – Largura inferior do trapézio equivalente versus a vazão para o nível de margens plenas	141
Figura 6.35 – Largura superior do trapézio equivalente versus a vazão, ambos definidos para o nível de margens plenas	141
Figura 6.36 – Área molhada do trapézio equivalente versus a vazão, ambos definidos para o nível de margens plenas	142
Figura 6.37 – Diferença percentual em função da área entre a metodologia adotada e a preconizada pelo HEC	145
Figura 6.38 – Função que relaciona a velocidade a área de drenagem definida a partir da minimização do erro quadrático entre a metodologia adotada e a preconizada pelo HEC	146
Figura 6.39 – Hidrogramas de calibração e validação de parâmetros – Estação fluviométrica: 40125000	147
Figura 6.40 – Distribuição dos tempos de pico para as bacias analisadas	147
Figura 6.41 – Distribuição do coeficiente de Manning para as bacias analisadas	151
Figura 6.42 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Onda Difusiva – Estação fluviométrica: 40549998	153
Figura 6.43 – Comparação entre os modelos de Onda Dinâmica e Difusiva para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40549998	153
Figura 6.44 – Comparação relativa do efeito de translação entre os métodos avaliados	155
Figura 6.45 – Número de Courant – solução teórica versus a fornecida pela calibração do parâmetro.....	163
Figura 6.46 – Difusividade – solução teórica versus a fornecida pela calibração do parâmetro.....	163
Figura 6.47 – Celeridade – solução teórica versus a fornecida pela calibração do parâmetro.....	163
Figura 6.48 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Muskingum não linear – Estação fluviométrica: 40025000	165
Figura 6.49 – Comparação entre os modelos Onda Dinâmica e Muskingum não linear para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40025000	165
Figura 6.50 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Muskingum não linear – Estação fluviométrica: 40025000	166
Figura 6.51 – Comparação entre os modelos Onda Dinâmica e Muskingum não linear para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40025000	166
Figura 6.52 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Muskingum-Cunge/ solução teórica – Estação fluviométrica: 40025000	167
Figura 6.53 – Comparação entre os modelos Onda Dinâmica e Muskingum-Cunge (solução teórica) para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40025000	167
Figura 6.54 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Muskingum-Cunge (C e D calibrados) – Estação fluviométrica: 40025000	168
Figura 6.55 – Comparação entre os modelos Onda Dinâmica e Muskingum-Cunge (C e D calibrados) para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40025000.....	168
Figura 6.56 – Declividade média do trecho versus pesos médios da equação da continuidade.....	171

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Ordem de grandeza dos termos da equação da conservação da quantidade de movimento	21
Tabela 3.2 – Valores médios dos termos da equação da conservação da quantidade de movimento em alguns rios brasileiros	21
Tabela 5.1 – Estações fluviométricas utilizadas.....	105
Tabela 6.1 – Parâmetros morfológicos obtidos	108
Tabela 6.2 – Parâmetros que definem a seção trapezoidal equivalente.....	132
Tabela 6.3 – Análise de correlações estatística entre os parâmetros que definem o trapézio assimétrico equivalente e os utilizados para descrição e análise da morfologia dos trechos e bacias considerados	139
Tabela 6.4 – Análise de correlações estatística entre a largura superior, profundidade e área molhada para o nível de margens plenas e os parâmetros utilizados para descrição e análise da morfologia dos trechos e bacias considerados.....	140
Tabela 6.5 – Pesos médios assumidos pelos termos da equação da conservação da quantidade de movimento.....	149
Tabela 6.6 – Atenuação percentual dos hidrogramas efluentes aos trechos considerados em função dos hidrogramas e modelos hidráulicos testados	154
Tabela 6.7 – Parâmetros obtidos durante a etapa de calibração para o modelo Muskingum em suas versões linear e não-linear	157
Tabela 6.8 – Valores percentuais assumidos pelas funções objetivo e de critérios de qualidade do ajuste utilizados na comparação entre a solução paradigma e os modelos hidrológicos	158
Tabela 6.9 – Comparação entre valores dos parâmetros assumidos pela solução teórica e a partir da abordagem sugerida.....	161
Tabela 6.10 – Valores assumidos pelas funções objetivo e de critérios de qualidade do ajuste utilizados na comparação entre a solução paradigma e a solução de Muskingum-Cunge obtida através da calibração dos parâmetros C e D	164
Tabela 6.11 – Análise de correlações estatísticas entre os pesos médios assumidos pela equação da continuidade e os parâmetros geomorfológicos	170
Tabela 6.12 – Correlações estatísticas entre os parâmetros utilizados nas formulações dos modelos de armazenamento e características morfológicas dos trechos e bacias analisadas – Muskingum linear e não linear	172
Tabela 6.13 – Correlações estatísticas entre os parâmetros utilizados nas formulações dos modelos de armazenamento e características morfológicas dos trechos e bacias analisadas – Muskingum-Cunge (solução teórica) e Muskingum-Cunge (C e D calibrados).....	173

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

A	Área da seção molhada
A_b	Área da bacia
A_m	Área média
$b(x)$	Largura da seção transversal
b_f	Largura de fundo
c	Celeridade da onda
C	Número de Courant
C_0, C_1, C_2	Coefficientes do método de Muskingum e Muskingum-Cunge
C_c	Coefficiente de compacidade
C_m	Coefficiente de manutenção
D	Difusividade
D_d	Densidade de drenagem
D_r	Densidade dos rios
dx	Elemento de comprimento
eH	Expoente de Hack
E_{ps}	Extensão do percurso superficial
F'_p	Força de pressão
g	Aceleração da gravidade
$h(x,t)$	Profundidade do escoamento
I	Vazão de entrada
i, j	Contadores numéricos (espaço, tempo)
I_{CP}	Declividade média do trecho a ser propagado
I_{RP}	Declividade média do rio principal
K	Constante de armazenamento, fator de condução, parâmetro da função gamma
Lag_i	Tempo de resposta de uma bacia de ordem i
L_m	Comprimento médio dos canais
L_T	Comprimento total dos canais
L_Ω	Comprimento do trecho de maior ordem
M_a	Coefficiente de sinuosidade ponderado pela área
M_f	Quantidade de movimento
M_q	Coefficiente de sinuosidade ponderado pela vazão
N	Número de intervalos, parâmetro de forma, parâmetro da função Gamma
n	Coefficiente de Manning
N_c	Número de canais
P	Perímetro molhado
P_b	Perímetro da bacia de drenagem
Q	Vazão na seção transversal, vazão de saída
q_0	Vazão de referência por unidade de largura
q_p	Vazão de pico para o hidrograma unitário
R_a	Relação entre áreas
R_b	Relação de bifurcação

r_{et}	Intensidade da precipitação
R_h	Raio hidráulico
R_l	Razão de declividades
R_k	Razão entre os tempos de resposta de ordem i e $i-1$
R_L	Relação entre comprimentos médios
S	Volume armazenado
S_f	Gradiente de energia necessário para vencer a resistência ao escoamento
S_o	Declividade longitudinal
t	Tempo
t_p	Tempo de pico
u	Velocidade média na seção transversal
x	Variável de posição
X	Fator de ponderação do método de Muskingum
Y	Distância da superfície da água a um datum
y_t, x_t	Variáveis de saída e entrada de um modelo ideal que descreve um fenômeno no tempo
$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6$	Coefficientes de geometria hidráulica
\bar{h}	Profundidade média, distância da superfície da água ao centróide da seção transversal
\hat{y}	Profundidade estimada
α_1, α_2	Coefficientes obtidos por meio de uma análise de regressão
β	Coefficiente de Boussinesq
ε	Resíduo
Γ	Função Gamma
η	Variável auxiliar de integração da profundidade ao longo do eixo y
θ	Coefficiente de ponderação
Θ	Função objetivo
θ_1, θ_2	Parâmetros de um modelo ideal que descreve um fenômeno no tempo, ângulos que definem os taludes da seção trapezoidal equivalente
ρ	Massa específica
ρ_l	Densidade do fluxo lateral
Σ	Somatório
ξ	Parâmetro de equivalência entre a profundidade para a seção real e a aproximada
Ψ	Variável dependente - método de diferenças finitas

1 INTRODUÇÃO

A vulnerabilidade das sociedades humanas aos desastres naturais tem aumentado com o tempo. A razão principal para esse fato é certamente a crescente concentração de população e atividades humanas em áreas sujeitas a desastres naturais (NAGHETTINI *et al.*, 2001). Entre os diversos desastres naturais, Miller (1997) aponta aqueles resultantes das ocorrências de excesso e/ou escassez de águas como os mais frequentes e destrutivos. Em particular, as conseqüências danosas das inundações têm se tornado muito graves, apresentando uma tendência de crescimento em anos recentes, como ilustrado na Figura 1.1.

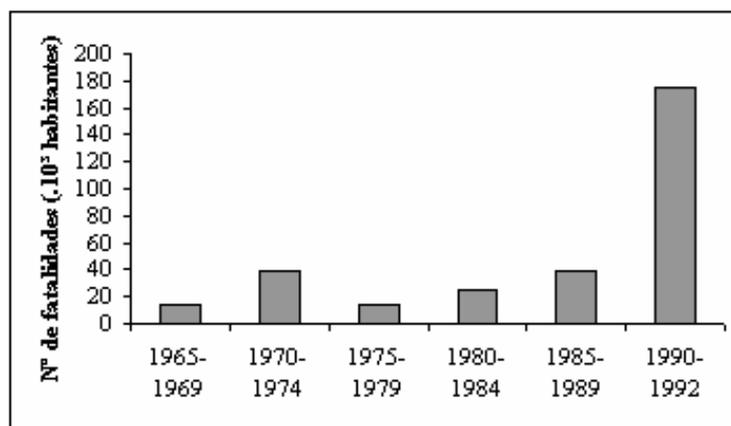


Figura 1.1 – Número mundial de fatalidades devidas às inundações (Fonte: TODINI, 1997).

Ao lidar com os riscos de inundações, tendo clara a percepção da impossibilidade óbvia do controle absoluto de enchentes por meio de estruturas hidráulicas, há muito os hidrólogos têm-se dedicado ao desenvolvimento de técnicas e métodos que antecipem a dinâmica que rege o comportamento dos cursos d'água.

Os cursos d'água naturais desempenham importante papel no processo de esculptura da paisagem pois constituem-se nas principais vias para o transporte de materiais intemperizados. A análise de formas e processos dinâmicos que ocorrem sobre o relevo natural é objeto de estudo da ciência denominada Geomorfologia. A geomorfologia fluvial, especificamente, procura compreender os processos e formas relacionados aos escoamentos em cursos d'água.

De fato, a compreensão da evolução dos deflúvios em canais naturais pode ser vista sob uma perspectiva mais ampla ao se ponderar que a resposta hidrológica é também função de

características do sistema fluvial. Segundo essa ótica, as técnicas que procuram descrever a dinâmica dos escoamentos devem considerar a influência exercida por essas variáveis.

Ainda que esses métodos procurem descrever o fenômeno apenas por trechos específicos, é necessário considerar que esses trechos são parte de um sistema maior, cuja unidade geomórfica fundamental é a bacia hidrográfica. Essa unidade pode ser compreendida como a área que contribui para a geração de escoamento em um ponto considerado do curso fluvial. Fatores como clima, vegetação, geologia, entre outros, interagem de maneira extremamente complexa, exercendo, em maior ou menor grau, influência sobre a geração e evolução desses deflúvios na rede de drenagem.

A proposta da presente dissertação é avaliar diferentes métodos para modelagem da propagação de um hidrograma de cheia ao longo de um curso d'água natural, enfatizando aspectos relacionados à geomorfologia fluvial.

A hipótese primordial do estudo é de que parâmetros descritivos da morfologia das bacias e redes de drenagem a essas pertencentes possam explicar, ao menos em parte, a evolução de grandezas relacionadas ao escoamento. Por conseqüência, as técnicas utilizadas na modelagem do fenômeno devem, de alguma maneira, relacionar-se à morfologia característica dos trechos considerados.

Para isso, foram extraídas diversas características morfológicas das bacias e redes de drenagem aos quais os trechos analisados pertencem. Através do emprego dos principais modelos de propagação de vazões procurou-se compreender a influência exercida pela geomorfologia fluvial sobre o fenômeno modelado. Parte dos dados requeridos por esses métodos foram derivados de relações existentes na literatura que procuram quantificar a influência do sistema fluvial sobre as variáveis hidrológicas.

A compreensão do papel exercido por características físicas sob o processo de escoamento pode fornecer subsídios para identificação da adequabilidade do emprego de determinada técnica. A perspectiva de calibração indireta de parâmetros utilizados nas formulações analisadas, assim como o estabelecimento de relações que possam ser utilizadas em situações de escassez de dados constituem-se nas principais motivações do presente estudo.

Este trabalho é composto por sete capítulos. O primeiro refere-se à própria introdução, onde se descreve o conteúdo da pesquisa, bem como as motivações para o trabalho realizado. O Capítulo 2 faz referência aos objetivos geral e específicos do estudo. O Capítulo 3 apresenta uma revisão bibliográfica abordando tópicos relativos à modelagem unidimensional do escoamento não permanente e variado. Apresenta-se também uma revisão de aspectos da geomorfologia fluvial diretamente relacionados ao propósito do estudo. No Capítulo 4 é apresentada a metodologia adotada no decorrer do trabalho, englobando: os modelos e critérios utilizados para avaliação e calibração dos diferentes métodos de propagação abordados, o modelo utilizado para levantamento das características geomorfológicas e os critérios adotados para aproximação das seções transversais e hidrogramas utilizados. O Capítulo 5 refere-se à descrição da área selecionada para o estudo. Esse capítulo realiza uma breve caracterização da área e cita as estações fluviométricas utilizadas. O Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos com a aplicação dos modelos para extração das características geomorfológicas e propagação de vazões. É realizada uma discussão acerca dos resultados decorrentes da aplicação desses modelos. Abordam-se também questões relacionadas à metodologia utilizada para aproximações dos perfis transversais e hidrogramas utilizados. Por fim realiza-se uma análise de correlações estatísticas entre diversas variáveis envolvidas no problema. Finalmente, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões deste trabalho e algumas recomendações para estudos futuros.

2 OBJETIVOS

2.1 *Objetivo geral*

O objetivo geral deste trabalho é investigar a influência exercida pela geomorfologia fluvial sobre os processos de propagação de vazões em cursos d'água naturais.

2.2 *Objetivos específicos*

São objetivos específicos do presente trabalho:

- avaliar relações de geomorfologia fluvial existentes na literatura para os diferentes canais considerados;
- avaliar os métodos de propagação empregados em função de características morfológicas dos trechos e das bacias de drenagem aos quais pertençam;
- elaborar recomendações para determinação do método de propagação a ser utilizado em função de características físicas dos canais e de suas bacias de drenagem; e
- elaborar recomendações para calibração dos modelos de armazenamento em função da geomorfologia das bacias e redes de drenagem analisadas.

3 REVISÃO DA LITERATURA

A revisão de literatura foi estruturada em dois grandes tópicos: (i) propagação de vazões e (ii) geomorfologia fluvial.

O primeiro, procurou abordar os principais aspectos relacionados a modelagem do escoamento não-permanente variado unidimensional. Os modelos foram inicialmente classificados passando-se então ao detalhamento de cada método. Além da descrição matemática procurou-se evidenciar o significado físico de cada termo envolvido nas formulações tal que se possibilitasse a identificação das variáveis determinantes na dinâmica do escoamento. As hipóteses e premissas consideradas, assim como os métodos numéricos envolvidos na resolução de parte dessas técnicas foram descritos a fim de subsidiar as análises subsequentes. Também foi realizada uma breve revisão sobre calibração de parâmetros restringindo-se aos aspectos relacionados à calibração dos parâmetros empíricos associados aos modelos de armazenamento.

Nos tópicos relativos a geomorfologia fluvial procurou-se inicialmente definir os principais parâmetros morfológicos utilizados na análise de bacias e redes de drenagem. A seguir, foram revistas as teorias geomorfológicas que sugerem a dependência entre variáveis hidrológicas e a morfologia características de redes e bacias de drenagem. Foram apresentadas as teorias que focam aspectos diretamente relacionados à propagação de vazões: a geometria hidráulica de canais e relação entre hidrogramas e morfometria de bacias. Além de justificar a presente abordagem, essas teorias são a base para as formulações adotadas na etapa de obtenção dos dados para avaliação dos métodos de propagação.

3.1 Propagação de vazões em cursos d'água naturais

Um método de propagação de vazões é um processo matemático que visa prever a vazão, a velocidade e a altura de uma onda de cheia como função do tempo em um ou mais pontos de um curso d'água (BENTURA, 1996).

Em situações reais é comum que as condições de escoamento variem com relação ao tempo e ao espaço. As hipóteses matemáticas utilizadas para modelagem do escoamento em rios são formalizadas por meio das equações que tratam do escoamento não-permanente e variado. Essas equações são modelos simplificados de um fenômeno extremamente complexo e procuram incorporar apenas os principais efeitos envolvidos (CUNGE *et al.*, 1980).

3.1.1 Histórico do desenvolvimento das equações que descrevem o escoamento não-permanente

O estudo do escoamento não-permanente e variado em canais cuja superfície está sujeita à pressão atmosférica iniciou-se acerca de 230 anos atrás com os trabalhos do matemático francês Laplace (LAPLACE, 1775 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975) e Lagrange (LAGRANGE, 1781 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975). Segundo Yevjevich e Mahmood (1975), a fórmula da celeridade para pequenas ondas em águas rasas (LAGRANGE, 1788 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975) constitui-se na primeira tentativa de formalização matemática para descrição dos fenômenos associados ao escoamento não-permanente variado.

O tratamento matemático avançado iniciou-se com o desenvolvimento de duas equações diferenciais parciais (SILVA *et al.*, 2003). Em 1871 Barré de Saint-Venant apresentou à Academia Francesa de Ciências o estudo intitulado: “Théorie du Mouvement Non-Permanent des Eaux Avec Application aux Crues des Rivières et à L’Introduction des Marées Dans Leur Lit” (Teoria do escoamento não-permanente das águas com aplicação a cheias de rios e à introdução das marés em seus leitos). A primeira parte desse estudo apresentava o tratamento matemático da celeridade da onda em um estuário inicialmente proposto por Saint-Venant um ano antes (SAINT-VENANT, 1870 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975). A segunda, denominada: “Théorie et Équations Générales du Mouvement Non-Permanent des Eaux Courantes” (Teoria e equações gerais para o escoamento não-permanente em canais abertos), descrevia as equações que são a base para a compreensão dos fenômenos associados ao escoamento não-permanente.

É válido ressaltar que a contribuição fornecida por Saint-Venant não pode ser desassociada de estudos realizados por outros pesquisadores. H.L. Partiot foi quem inicialmente observou o fenômeno natural, descrevendo os movimentos de uma onda em um estuário (PARTIOT, 1858, 1861a, 1861b, 1871 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975). Russel (1837, 1842 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975) e Bazin (1862, 1865 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975) realizaram experimentos com o movimento de ondas ao longo de canais que forneceram dados para a futura verificação das teorias e fórmulas que descreviam a celeridade das ondas. Boussinesq publicou vários trabalhos teóricos em hidráulica (BOUSSINESQ, 1871, 1873, 1877a, 1877b *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975), entre

os quais merece destaque o que descreve a teoria das ondas (BOUSSINESQ, 1872 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975).

Segundo Yevjevich e Mahmood (1975), as equações de Saint-Venant permaneceram praticamente imutáveis durante os 100 anos seguintes, sofrendo apenas pequenas variações quanto à forma pela incorporação de outros termos que procuravam descrever o fenômeno de maneira mais completa. Com o advento dos computadores inicia-se o desenvolvimento de técnicas que permitiriam o estudo e compreensão dessas equações em larga escala.

3.1.2 Classificação das metodologias de propagação de vazões

Segundo Ponce (1989), as metodologias de propagação de vazões podem ser classificadas como hidráulicas ou hidrológicas. Os modelos hidráulicos são baseados nos princípios da conservação da massa e da quantidade de movimento e são descritos pelas equações de Saint-Venant. Os modelos hidrológicos, por sua vez, baseiam-se apenas no princípio de conservação da massa. Estes associam à equação da continuidade uma segunda equação denominada função de armazenamento, que relaciona o armazenamento do trecho de interesse às vazões de entrada e saída do mesmo (CHOW *et al.*, 1988).

Segundo Yevjevich e Mahmood (1975), os modelos hidrológicos surgiram da dificuldade em se obter soluções rápidas por meio dos modelos hidráulicos, uma vez que a resolução das equações diferenciais envolvidas constituía-se em uma etapa complexa do processo.

A abordagem hidrológica permite o cálculo da vazão como função do tempo em apenas uma posição no espaço, isto é, no final do trecho considerado. A hidráulica, no entanto, permite o cálculo em diversos sub-trechos, aproximados pelas seções de interesse ao longo do curso d'água como função do tempo. Decorrente desse fato, é comum na literatura a referência aos métodos hidráulicos como modelos distribuídos, enquanto os hidrológicos são também descritos como modelos concentrados. A Figura 3.1 ilustra esses conceitos.

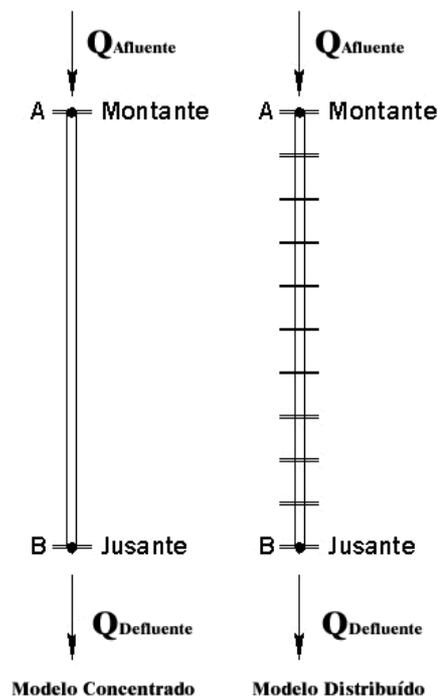


Figura 3.1 – Representação esquemática dos métodos hidráulicos (distribuídos) e hidrológicos (concentrados). (Fonte: FREAD, 1992)

Uma abordagem alternativa aos conceitos de modelos hidráulicos e hidrológicos pode ser considerada. O modelo denominado Muskingum-Cunge utiliza em sua estrutura conceitos similares aos dos modelos hidrológicos e, no entanto, fornece repostas em diferentes posições no espaço, como um modelo distribuído. Ponce (1989) classifica essa abordagem como modelo híbrido. Adiante no texto, optou-se por referenciar os modelos hidrológicos e híbridos como modelos de armazenamento.

3.1.2.1 Modelos hidráulicos

3.1.2.1.1 Hipóteses básicas

As premissas adotadas para a formulação das equações de Saint-Venant são as seguintes (CHOW *et al.*, 1988):

- o escoamento é unidimensional, ou seja, a velocidade (u) e a profundidade (h) do escoamento variam apenas longitudinalmente na direção do mesmo;
- as variações de u e h são graduais, tal que a distribuição de pressões no escoamento possa ser tratada como hidrostática. A aceleração vertical é desprezível;
- a declividade do leito é pequena ($S_0 \leq 0,2$ m/m), o canal é de leito fixo e, portanto, efeitos de erosão ou transporte de sedimentos não são considerados;

- os coeficientes de rugosidade utilizados em equações de escoamento uniforme são aplicáveis ao escoamento não permanente. A equação de Manning pode ser utilizada para descrever efeitos de rugosidade e perdas de carga;
- o fluido é incompressível e de densidade constante; e
- a seção transversal do canal pode variar ao longo do escoamento, porém variações desse tipo são limitadas pela restrição de curvatura das linhas de corrente.

Um sistema de equações que combine a formulação matemática do princípio de conservação da massa com a formulação matemática de um dos dois outros princípios conservativos é suficiente para descrever o escoamento não permanente (CUNGE *et al.*, 1980). Quando as variáveis dependentes do escoamento são contínuas, as duas representações são possíveis e equivalentes entre si. Quando as variáveis do escoamento não são contínuas, como no caso de ressalto hidráulico ou de bruscas variações de nível d'água produzidas, por exemplo, pela operação de comportas, apenas a representação que inclui a conservação do momento é correta. A aplicação do princípio de conservação de energia não é possível, nesses últimos casos, porque não se conhece, a priori, a energia dissipada pela brusca variação da profundidade do escoamento.

Como as leis de conservação da massa e do momento são aplicáveis a situações contínuas e descontínuas de escoamento e as leis de conservação da massa e da energia não o são, as equações de Saint-Venant são usualmente formuladas tendo por base os princípios de conservação da massa e da quantidade de movimento.

3.1.2.1.2 Formulação matemática integral

Considere-se o volume de controle no plano (x, t) entre as seções de controle $x = x_1$ e $x = x_2$ e entre os tempos $t = t_1$ e $t = t_2$ mostrados na Figura 3.2. O ângulo α entre o leito do canal e o eixo cartesiano x é pequeno, podendo-se assumir $\cos(\alpha) = 1$. Com base nas hipóteses de Saint-Venant e valendo-se dos princípios de conservação da massa e da quantidade de movimento, as equações fundamentais do escoamento não permanente variado podem ser formuladas para o volume de controle definido na Figura 3.2.

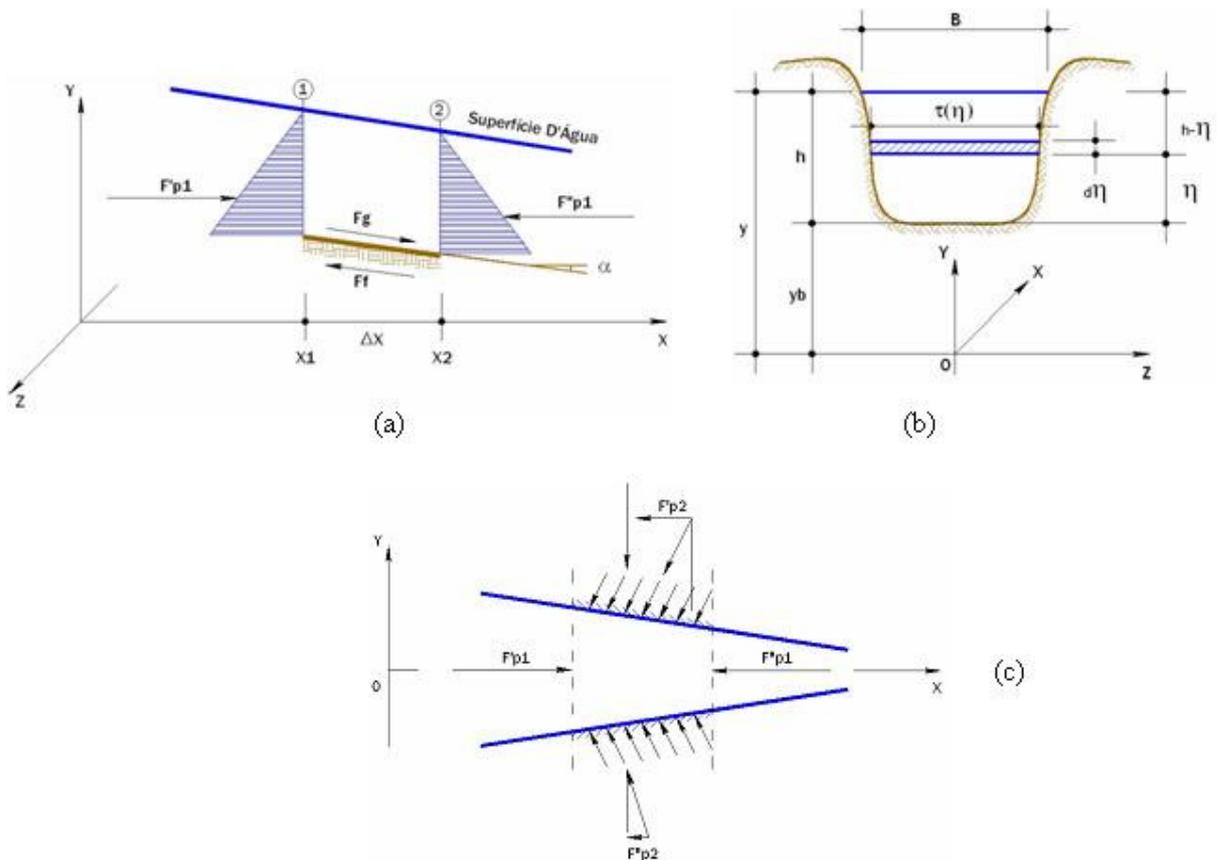


Figura 3.2 – Representação do volume de controle para a formulação do escoamento não permanente: (a) corte longitudinal, (b) seção transversal, (c) planta (Fonte: adaptado de CUNGE *et al.*, 1980).

O princípio de conservação da massa é definido pela integral no tempo da diferença entre as taxas de entrada $(\rho u A)_{x_1}$ e de saída $(\rho u A)_{x_2}$ de massa no volume de controle:

$$\int_{t_1}^{t_2} [(\rho u A)_{x_1}] - [(\rho u A)_{x_2}] dx \quad (3.1)$$

Esse fluxo líquido é igual à variação do volume armazenado no volume de controle durante o intervalo de tempo:

$$\int_{x_1}^{x_2} [(\rho A)_{t_2}] - [(\rho A)_{t_1}] dx \quad (3.2)$$

onde:

- ρ = massa específica da água;

- $u = u(x, t)$ = velocidade média na seção transversal; e
- $A = A(x, t)$ = área molhada.

Em conseqüência, a forma integral da equação da continuidade para massa específica constante é (CUNGE *et al.*, 1980):

$$\int_{x_1}^{x_2} [(A)_{t_2} - (A)_{t_1}] dx + \int_{t_1}^{t_2} [(Q)_{x_2} - (Q)_{x_1}] dt = 0 \quad (3.3)$$

na qual:

- $Q = Q(x, t) = uA$ = vazão na seção transversal.

A conservação da quantidade de movimento na direção x requer que a variação da quantidade de movimento no volume de controle, entre os tempos t_1 e t_2 , seja a integral das forças externas que atuam sobre o mesmo, igualada à soma do fluxo líquido da quantidade de movimento no volume de controle, nesse intervalo de tempo (CUNGE *et al.*, 1980).

A quantidade de movimento é definida como produto da massa pela velocidade, enquanto o fluxo de quantidade de movimento através da seção transversal como o produto do fluxo de massa pela velocidade:

$$\text{Fluxo da quantidade de movimento} = \rho u A \cdot u = \rho u^2 A \quad (3.4)$$

A quantidade de movimento líquida no volume de controle, ou seja, a diferença da quantidade de movimento que entra através da seção $x = x_1$ e que sai do volume de controle pela seção $x = x_2$ é:

$$(\rho u^2 A)_{x_1} - (\rho u^2 A)_{x_2} \quad (3.5)$$

e o fluxo líquido de quantidade de movimento no intervalo (t_1, t_2) é:

$$M_f = \int_{t_1}^{t_2} [(\rho u^2 A)_{x_1} - (\rho u^2 A)_{x_2}] dt \quad (3.6)$$

A quantidade de movimento contida no volume de controle, em qualquer instante, é:

$$\int_{x_1}^{x_2} (\rho u A) dx \quad (3.7)$$

e a variação da quantidade de movimento entre t_1 e t_2 é:

$$\Delta M = \int_{x_1}^{x_2} [(\rho u A)_{t_2} - (\rho u A)_{x_1}] dx \quad (3.8)$$

Assume-se que as forças externas atuantes sobre o volume de controle, na direção x , são forças de pressão, gravitacional e de atrito. A força de pressão F'_{p^1} é a diferença entre as forças de pressão F'_{p^1} e F''_{p^2} , aplicadas nas seções x_1 e x_2 do trecho. Em qualquer seção transversal x , com superfície livre na cota $y(x)$, a força de pressão é expressa, segundo a hipótese de distribuição hidrostática de pressões, como:

$$F'_{p^1} = g \int_0^{h(x)} \rho [h(x) - \eta] \sigma(x, \eta) d\eta \quad (3.9)$$

na qual:

- η = variável auxiliar de integração da profundidade ao longo do eixo y ;
- $h(x, t)$ = profundidade do escoamento; e
- $\sigma(x, \eta)$ = largura da seção transversal, tal que, $\sigma(x, h) = b(x)$ = largura da superfície livre.

A integral da força resultante de pressão, F'_{p^1} , no tempo, é:

$$\int_{t_1}^{t_2} F'_{p^1} dt = \int_{t_1}^{t_2} (F'_{p^1} - F''_{p^1}) dt = g \int_{t_1}^{t_2} [(\rho I_1)_{x_1} - (\rho I_1)_{x_2}] dt \quad (3.10)$$

onde:

$$I_1 = \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \sigma(x, \eta) d\eta$$

Para um trecho de canal de comprimento infinitesimal dx , o aumento da força de pressão decorrente da variação de largura do canal é representado pelo produto da parcela que representa o aumento da área molhada $d\sigma \cdot d\eta$, para uma profundidade constante $h = h_0$, e a distância de seu centróide à superfície livre, $h(x) - \eta$ (CUNGE *et al.*, 1980):

$$\rho g \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) dx \cdot d\eta \right]_{h=h_0} \cdot [h(x) - \eta] \quad (3.11)$$

Essa força deve ser integrada entre $\eta = 0$ e $\eta = h(x)$, para uma dada seção transversal, e de x_1 a x_2 , para que se obtenha a força total de pressão atuando sobre o volume de controle. A integral total sobre o volume de controle, no intervalo de tempo (t_1, t_2) , é:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \rho g \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \left[\frac{\partial \sigma(x, \eta)}{\partial x} \right]_{h_0} d\eta dx dt \quad (3.12)$$

ou

$$\int_{t_1}^{t_2} F_{p^2} dt = g \int_{t_2}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} (\rho I_2) dx dt \quad (3.13)$$

onde:

$$I_2 = \int_0^{h(x)} (h - \eta) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right]_{h=h_0} d\eta$$

A equação (3.13) não é válida se uma abrupta variação de largura de seção ocorre entre as seções x_1 e x_2 . Nesse caso, forças suplementares atuam sobre o volume de controle e devem ser consideradas. Ademais, a curvatura das linhas de corrente não será desprezível, violando-se uma das hipóteses adotadas na presente formulação.

A componente da força gravitacional na direção do escoamento (eixo do canal), F_g , é formulada considerando-se que a declividade do leito, $S_0 = -\frac{\partial y_b}{\partial x} = \tan(\alpha)$, sendo y_b a cota do leito em relação a um datum, é pequena, de tal forma que $\tan(\alpha) \approx \sin(\alpha)$:

$$\int_{t_1}^{t_2} F_g dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \rho g A S_0 dx dt \quad (3.14)$$

A força resultante do atrito da água em escoamento com o leito do canal, F_f , é formulada como (CHOW, 1959):

$$\int_{t_1}^{t_2} F_f dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \rho g A S_f dx dt \quad (3.15)$$

na qual:

- S_f = gradiente de energia necessário para vencer a resistência ao escoamento, em razão do atrito, em condições de escoamento permanente.

O escoamento permante, por sua vez, pode ser descrito pela equação de Manning:

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} \sqrt{S_f} = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \sqrt{S_f} = K \sqrt{S_f} \quad (3.16)$$

onde:

- n é o coeficiente de rugosidade de Manning;
- $A = A(h)$ é a área molhada da seção transversal;
- $R_h = R_h(h) = \frac{A}{P}$ é o raio hidráulico;
- $P = P(h)$ é o perímetro molhado; e
- $K = K(h) = \frac{1}{n} A R_h^{2/3}$ é denominado fator de condutância hidráulica.

A conservação da quantidade de movimento fica, então, formulada da seguinte forma (CUNGE *et al.*, 1980):

$$\Delta M = M_f + \int_{t_1}^{t_2} F_{p_1} dt + \int_{t_1}^{t_2} F_{p_2} dt + \int_{t_1}^{t_2} F_g dt - \int_{t_1}^{t_2} F_f dt \quad (3.17)$$

ou, para ρ constante,

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} [(uA)_{t_2} - (uA)_{t_1}] dx &= \int_{t_1}^{t_2} [(u^2 A)_{x_1} - (u^2 A)_{x_2}] dt \\ + g \int_{t_1}^{t_2} [(I_1)_{x_1} - (I_1)_{x_2}] dt &- g \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \rho I_2 dx dt + g \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} A(S_0 - S_f) dx dt \end{aligned} \quad (3.18)$$

As equações (3.3) e (3.18) representam, em sua forma integral, as equações de Saint-Venant. As mesmas podem ser descritas em sua forma diferencial. Essa representação é preferível à primeira ao se considerar os métodos numéricos utilizados em sua resolução. A fim de descrevê-las dessa forma é necessário assumir que as variáveis dependentes são funções contínuas diferenciáveis. Por expansão em série de Taylor, pode-se escrever:

$$(A)_{t_2} = (A)_{t_1} + \frac{\partial A}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2} + \dots \quad (3.19)$$

$$(Q)_{x_2} = (Q)_{x_1} + \frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2} + \dots \quad (3.20)$$

Nas equações (3.19) e (3.20), restringindo-se às derivadas primeiras e assumindo-se que Δx e Δt tendem a zero, têm-se:

$$\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \int_{x_1}^{x_2} [(A)_{t_2} - (A)_{t_1}] dx = \int_{x_1}^{x_2} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial A}{\partial t} dt dx \quad (3.21)$$

$$\lim_{x_2 \rightarrow x_1} \int_{t_1}^{t_2} [(Q)_{x_2} - (Q)_{x_1}] dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial Q}{\partial x} dx dt \quad (3.22)$$

Então, a equação da continuidade (3.3) torna-se:

$$\int_{x_1}^{x_2} \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \right] dt dx = 0 \quad (3.23)$$

Da mesma forma, pode-se escrever:

$$(u^2 A)_{x_2} - (u^2 A)_{x_1} = \frac{\partial(u^2 A)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2(u^2 A)}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2} + \dots \quad (3.24)$$

$$(uA)_{t_2} - (uA)_{t_1} = \frac{\partial Q}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2} + \dots \quad (3.25)$$

$$(I_1)_{x_2} - (I_1)_{x_1} = \frac{\partial I_1}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 I_1}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2} + \dots \quad (3.26)$$

Substituindo-se os primeiros termos de expansão das equações (3.24), (3.25) e (3.26) na equação (3.18) e aplicando-se o limite ($\Delta t, \Delta x \rightarrow 0$) resulta em:

$$\int_{x_1}^{x_2} \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial(u^2 A)}{\partial x} \right] dt dx = -g \int_{x_1}^{x_2} \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial I_1}{\partial x} - I_2 - A(S_0 - S_f) \right] dt dx \quad (3.27)$$

Se as equações (3.23) e (3.27) são válidas em qualquer ponto do plano (x, t) , então elas são válidas para um volume infinitesimal e duas equações diferenciais podem ser formuladas:

- equação da continuidade:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3.28)$$

- equação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 A)}{\partial x} + g \frac{\partial I_1}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) + gI_2 \quad (3.29)$$

A Equação (3.29) pode ser rescrita substituindo-se u por $\frac{Q}{A}$:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) = gA(S_0 - S_f) + gI_2 \quad (3.30)$$

As equações (3.28) e (3.30) são escritas na chamada forma divergente de equações diferenciais parciais. Se as parcelas à direita dessas equações forem iguais a zero, as mesmas

expressam a não divergência dos vetores massa e quantidade de movimento em qualquer contorno fechado do plano (x,t) , então, nesse caso, há conservação da massa e da quantidade de movimento.

Considera-se, em seguida, a derivada do termo gI_1 na equação (3.30):

$$\frac{\partial}{\partial x}(gI_1) = g \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \sigma(x, \eta) d\eta \quad (3.31)$$

Aplicando-se o teorema de Leibniz para diferenciação de uma integral e sabendo-se que

$$\sigma(x, h) = b(x) \text{ e } \int_0^h \sigma d\eta = A, \text{ obtêm-se:}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(gI_1) = g \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^{h(x)} \sigma(x, \eta) d\eta + g \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \left[\frac{\partial b}{\partial x} \right]_{h=\text{constante}} d\eta \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(gI_1) = gA(x) \frac{\partial h}{\partial x} + gI_2 \quad (3.33)$$

Combinando-se as equações (3.33) e (3.30), obtêm-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + gA(S_f - S_0) = 0 \quad (3.33)$$

Nota-se, entretanto, que duas variáveis hidráulicas são suficientes para definir as condições de escoamento. Assim a equação da continuidade (3.28) pode ser reescrita ao considerar-se:

$$\frac{\partial A(h)}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} = b \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.35)$$

e lembrando que $Q = uA$, obtêm-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = A \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial A}{\partial x} = A \frac{\partial u}{\partial x} + u \left[\frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{const}} \right] \quad (3.36)$$

O último termo da equação (3.36) representa a taxa de variação da área A quando a profundidade h é constante. Logo, $\frac{\partial A}{\partial h} = b$ e portanto:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = A \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial A}{\partial x} = A \frac{\partial u}{\partial x} + u \left[b \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{constante}} \right] \quad (3.37)$$

Similarmente, ao tomar-se $Q = uA$, as derivadas com relação ao tempo e ao espaço na equação da quantidade de movimento (3.34) tornam-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial(uA)}{\partial t} = u \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial Q}{\partial x} + A \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = \frac{2Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} = 2u \frac{\partial Q}{\partial x} - u^2 \left[b \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{constante}} \right] \quad (3.39)$$

Combinando-se as equações (3.38) e (3.39) com (3.37) obtém-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -uA \frac{\partial u}{\partial x} - u^2 \left[b \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{constante}} \right] + A \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = 2uA \frac{\partial u}{\partial x} + u^2 \left[b \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{constante}} \right] \quad (3.41)$$

Ao substituir-se as equações (3.35) e (3.37) em (3.28) obtém-se a equação da continuidade para as variáveis $u(x,t), h(x,t)$. Substituindo-se as equações (3.40) e (3.41) em (3.34) tem-se a equação da quantidade de movimento para essas variáveis (CUNGE *et al.*, 1980):

- equação da continuidade:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{A}{b} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{u}{b} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{constante}} = 0 \quad (3.42)$$

- equação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g(S_f - S_0) = 0 \quad (3.43)$$

onde: $b = b(h)$; $A = A(h)$.

Essas variáveis dependentes definem o estado do escoamento ao longo do curso d'água no tempo, ou seja, como uma função de duas variáveis independentes, o espaço x e o tempo t .

3.1.2.1.3 Equações simplificadas do escoamento não-permanente

Segundo Cunge *et al.* (1980), cada um dos termos da equação dinâmica (3.43) representa uma declividade associada a linha de energia. Assumindo-se que a velocidade é uniformemente distribuída na seção transversal, os dois primeiros termos são termos de inércia ou declividades de aceleração. Assim, ao multiplicar-se a equação (3.43) pela constante $\frac{1}{g}$ pode-se escrever:

se escrever:

- $\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t}$: representa a declividade da linha de energia decorrente da variação da velocidade do escoamento no tempo;
- $\frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2g} \right)$: representa a variação da energia cinética no espaço, em escoamento permanente;
- $\frac{\partial h}{\partial x}$ é a declividade da linha d'água;
- S_0 é a declividade do fundo do canal; e
- S_f representa a declividade da linha de energia decorrente da resistência ao escoamento oferecida pelo leito do curso d'água.

Os termos da equação (3.43) recebem denominações por referência aos processos físicos que representam (CHOW *et al.*, 1988):

- $\frac{\partial u}{\partial t}$: aceleração local;
- $u \frac{\partial u}{\partial x}$: aceleração convectiva;
- $g \frac{\partial h}{\partial x}$: gradiente de pressão;

- gS_0 : gradiente de declividade; e
- gS_f : gradiente de atrito.

Ademais, é possível demonstrar que a equação (3.43) define diferentes regimes de escoamento quanto ao espaço e ao tempo, como ilustrado na Figura 3.3.

$$-\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} + S_0 = S_f$$

Figura 3.3: Representação dos diferentes regimes de escoamento por meio da equação dinâmica (Fonte: adaptado de CHAUDHRY, 1993).

Para o escoamento permanente uniforme a declividade do fundo (S_0) é igual ao gradiente da linha de energia resultante do atrito da água em escoamento com o leito do canal (S_f). Esse regime pode ser descrito pela equação de Manning (3.16).

É comum, devido a complexidade do fenômeno e a escassez de dados, admitir que essa equação seja capaz de representar a linha de energia também para o escoamento não-permanente. Apenas alguns poucos experimentos procuraram verificar essa hipótese (DAILY e JORDAAN, 1956 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975 ; RAGAN, 1966 *apud* YEVJEVICH e MAHMOOD, 1975), no entanto, como descrito, em geral considera-se que essa equação seja representativa também para o caso onde o regime de escoamento seja não-permanente, podendo entretanto considerar-se que o expoente envolvido na representação da condutância hidráulica defira do apresentado.

Os termos da equação (3.43) possuem importância relativa diferente para situações distintas. Henderson (1966) apresenta a ordem de grandeza relativa dos termos da equação de conservação da quantidade de movimento para um canal de declividade elevada e um hidrograma de cheia de pequeno tempo de subida. A Tabela 3.1 descreve esses valores.

Tabela 3.1 – Ordem de grandeza dos termos da equação da conservação da quantidade de movimento (Fonte: HENDERSON, 1966)

Termo	Magnitude
S_f	26

$\left(\frac{\partial h}{\partial x} - S_0\right)$	0,5
$\frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x}$	0,12
$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t}$	0,25

Silva e Mascarenhas, (1981) apresentam valores médios para alguns rios brasileiros. Esses valores são apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Valores médios dos termos da equação da conservação da quantidade de movimento em alguns rios brasileiros (Fonte: SILVA e MASCARENHAS, 1981)

Rio	$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t}$	$\frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x}$	$\frac{\partial h}{\partial x}$	S_0	S_f
Capibaribe (Limoeiro – Paudalho)	0,02	0	0,06	1,6	2,34
Paraibuna (Ponte Alta-Bairro Alto)	0	0	0,03		
Paraíba do Sul (Caçapava-Tremebé)	0	0	0,03	6,67	6,70
Paraíba do Sul (Resende-Floriano)	0	0	0,02	0,21	0,26
Uruguai (Marcelino Ramos-Ita)	0	0	0,06	0,72	0,66

De fato, as ordens de grandeza dos termos da equação da quantidade de movimento variam em função das condições físicas segundo as quais o escoamento ocorre. Por conseqüência, em função de características locais, é possível negligenciar alguns termos da equação da quantidade de movimento a fim de se obter soluções que requeiram menor esforço computacional e dados, sem entretanto, prejudicar a precisão dos resultados obtidos. A Figura 3.4 representa os modelos obtidos pela simplificação da equação dinâmica (3.43) e os termos negligenciados para esses.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g(S_f - S_0) = 0$$

| _____ Onda cinemática
| _____ Onda difusiva
| _____ Onda dinâmica

Figura 3.4 – Representação dos modelos simplificados e termos negligenciados na equação dinâmica (adaptado de CHOW *et al.*, 1988).

O modelo de propagação denominado onda difusiva despreza em sua formulação somente os termos de inércia. Em razão desse fato, o modelo é capaz de levar em conta efeitos de remanso causados por reservatórios, confluências e outras singularidades que caracterizam um controle de jusante do escoamento

A formulação do modelo onda cinemática não considera os termos de inércia e pressão. Assim, sua utilização é condicionada à inexistência de efeitos de remanso sobre o escoamento, condição típica de cursos d'água de elevada declividade (CUNGE *et al.*, 1980). O modelo reproduz a propagação da onda de cheia como uma sucessão de estados permanentes.

3.1.2.1.4 Métodos numéricos

O tratamento matemático das equações Saint-Venant é extremamente complexo, pois além de envolver um grande número de variáveis, tais equações não podem ser resolvidas de forma analítica, exceto em situações que admitam condições bastante simplificadoras, com evidente limitação para aplicações práticas. Em geral, as distribuições de velocidades e os parâmetros de atrito são aproximados por aqueles deduzidos para situações de escoamento permanente. Além disso, o domínio do problema frequentemente considerado é o plano espaço-tempo, e os fluxos tratados de forma unidimensional, na direção preponderante do escoamento. Notadamente, para alguns casos essa abordagem não é representativa, como na propagação de ondas de cheia em uma extensa planície de inundação.

A equação da continuidade e a equação da quantidade de movimento com todos os termos (gravidade, atrito, pressão e inércia) compõem um sistema de equações diferenciais parciais, de primeira ordem, não linear e do tipo hiperbólico. Ainda que diferentes métodos numéricos possam ser utilizados para a solução dos modelos hidrodinâmicos completos, a maior parte das aplicações considera o método das características ou o método das diferenças finitas. Na presente abordagem apenas será considerado o método das diferenças finitas.

Nesse método as derivadas parciais envolvidas na representação do fenômeno são aproximadas por relações de diferenças finitas. Por consequência, o sistema anteriormente descrito de forma contínua no espaço e no tempo passa a ser representado por um número finito de pontos, definido em função da discretização no espaço (Δx) e no tempo (Δt)

adotada. De fato, as variáveis envolvidas são aproximadas em função de seus valores em pontos nodais vizinhos pertencentes ao domínio espaço-tempo ($x-t$). Essas variáveis devem ser conhecidas no instante inicial ($t = 0$) e nos contornos, isto é, nos trechos de montante ($x = 0$) e jusante ($x = L$, onde L é o comprimento do trecho). Para as equações de Saint Venant, a cada ponto nodal estariam associadas os valores de duas variáveis dependentes, por exemplo, u e h . A Figura 3.5 apresenta os conceitos descritos.

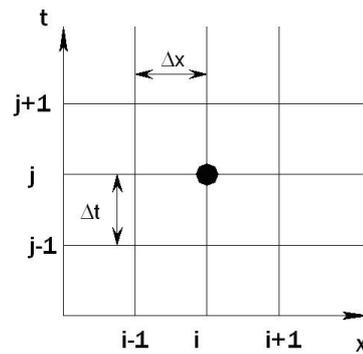


Figura 3.5: Domínio $x-t$ (Fonte: adaptado de FREAD, 1992).

No método de diferenças finitas são possíveis dois esquemas de discretização no tempo: explícito e implícito. No esquema explícito são utilizadas apenas informações do tempo j para o cálculo das variáveis no tempo $j + 1$, enquanto que no esquema implícito são utilizadas tanto informações no tempo j quanto no tempo $j + 1$, o que implica na solução de um sistema de equações a cada passo de tempo.

Muitas aproximações de diferenças finitas são possíveis, desde aquelas em que apenas os valores de dois pontos do domínio são considerados, assim como outras nas quais são utilizados os valores em três ou mais pontos. Aproximações típicas de diferenças finitas de dois pontos para a derivada parcial no espaço, $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ (na qual Ψ pode ser tanto a velocidade, como a profundidade), são mostradas a seguir (CHAUDHRY, 1993):

i) Esquema explícito

- Diferença regressiva:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\Psi_i^j - \Psi_{i-1}^j}{\Delta x} \quad (3.44)$$

- Diferença central:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\Psi_{i+1}^j - \Psi_{i-1}^j}{2\Delta x} \quad (3.45)$$

- Diferença progressiva:

$$\bullet \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\Psi_{i+1}^j - \Psi_i^j}{\Delta x} \quad (3.46)$$

ii) Esquema implícito

- Diferença regressiva:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\Psi_i^{j+1} - \Psi_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} \quad (3.47)$$

- Diferença central:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\Psi_{i+1}^{j+1} - \Psi_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} \quad (3.48)$$

- Diferença progressiva:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\Psi_{i+1}^{j+1} - \Psi_i^{j+1}}{\Delta x} \quad (3.49)$$

Nota-se que os esquemas explícitos conduzem a equações algébricas mais simples, pois os valores desconhecidos das variáveis dependentes são escritos em função de valores conhecidos. Assim, a vantagem do método está relacionada à facilidade de formulação e programação para uso em computador. Por outro lado, não são incondicionalmente estáveis sob o ponto de vista numérico. Já nos esquemas implícitos, a cada passo de tempo, são obtidas equações algébricas relativamente mais complexas, as quais devem ser resolvidas de forma simultânea. Assim como nos esquemas explícitos, a precisão dos resultados nos esquemas implícitos depende dos intervalos de tempo e no espaço. Porém, desde que formulados com coeficientes de ponderação no tempo adequados, os esquemas implícitos são estáveis. Diversos esquemas explícitos e implícitos de diferenças finitas foram propostos e testados para solução das equações de Saint-Venant. O esquema de Preissmann tem sido largamente utilizado desde o início da década de 1960 tanto em problemas de propagação de ondas de

cheias como nos de oscilação de maré. No presente trabalho somente será apresentada essa formulação.

As vantagens da utilização do método de Preissmann residem na possibilidade de simulação de frentes de onda de elevados gradientes pela variação dos coeficientes de ponderação e na obtenção de soluções exatas da forma linearizada das equações de Saint-Venant para valores particulares de Δx e Δt (CHAUDHRY, 1993). As derivadas parciais e outros coeficientes são aproximados como mostrado a seguir (CHAUDHRY, 1993):

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\theta(\Psi_{i+1}^{j+1} - \Psi_i^{j+1})}{\Delta x} + \frac{(1-\theta)(\Psi_{i+1}^j - \Psi_i^j)}{\Delta x} \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{(\Psi_i^{j+1} + \Psi_{i+1}^{j+1}) - (\Psi_i^j + \Psi_{i+1}^j)}{2\Delta t} \quad (3.51)$$

$$\Psi = \frac{\theta(\Psi_{i+1}^{j+1} + \Psi_i^{j+1})}{2} + \frac{(1-\theta)(\Psi_{i+1}^j + \Psi_i^j)}{2} \quad (3.52)$$

onde Ψ pode ser tanto u como h nas equações (3.50) e (3.51), e pode ser tanto u como S_f na equação (3.52). θ é um coeficiente de ponderação no tempo.

A escolha do valor de θ indica o tipo de esquema de diferenças finitas. Por exemplo, se θ for igual a zero tem-se o esquema explícito e se igual a 1, o esquema totalmente implícito. Segundo Chaudhry (1993) o esquema é estável se θ for maior do que 0,55 e menor ou igual a 1. As equações de Saint-Venant em sua forma conservativa podem ser escritas sob a forma matricial, conforme mostrado abaixo (CHAUDHRY, 1993):

$$U_t + F_x + S = 0 \quad (3.53)$$

na qual $U = \begin{pmatrix} A \\ uA \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} uA \\ u^2 A + gA\bar{h} \end{pmatrix}$ e $S = \begin{pmatrix} 0 \\ -gA(S_0 - S_f) \end{pmatrix}$, sendo $A\bar{h}$ igual ao momento

da área de escoamento em relação à superfície livre.

A substituição das equações de aproximação de diferenças finitas (3.50), (3.51) e (3.52) nas equações de Saint-Venant escritas na forma matricial resultam, após remanejamento, em:

$$U_i^{j+1} + U_{i+1}^{j+1} + 2 \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\theta (F_{i+1}^{j+1} - F_i^{j+1}) + (1 - \theta) (F_{i+1}^j - F_i^j) \right] + \Delta t \left[\theta (S_i^{j+1} + S_{i+1}^{j+1}) + (1 - \theta) (S_{i+1}^j + S_i^j) \right] = U_i^j + U_{i+1}^j \quad (3.54)$$

Nas duas equações acima, escritas sob forma matricial, há quatro incógnitas, quais sejam: u_i^{j+1} , h_i^{j+1} , u_{i+1}^{j+1} e h_{i+1}^{j+1} . Se essas duas equações forem escritas para cada ponto do domínio, será obtido um sistema com $2N$ equações, sendo N o número de intervalos de divisão do trecho simulado. Por outro lado, o número total de incógnitas é igual a $2(N + 1)$, isto é, duas para cada ponto do domínio. Assim, para se obter uma solução única são necessárias duas equações adicionais, uma de contorno de montante e outra de contorno de jusante.

No extremo de montante, em geral, conhece-se a vazão a cada intervalo de tempo, ou seja, o hidrograma afluente ao trecho. No extremo de jusante é comum utilizar-se uma das condições abaixo descritas (CEMIG/ UFMG, 2004):

- curva-chave de escoamento permanente;
- curva-chave de fluxo crítico que ocorre em uma queda d'água ou no início de uma pequena correnteza íngreme;
- série temporal de elevações do nível d'água;
- série temporal de vazões; ou
- domínio virtual (SILVA, 2003).

As condições iniciais para resolver as equações de Saint-Venant devem ser conhecidas para todas as seções transversais ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) no início da simulação ($j = 0$). As condições iniciais de fluxo podem ser tanto uniformes como variadas.

Para iniciar o processo de solução iterativa do sistema não linear arbitram-se valores das $2N$ variáveis. Substituindo-os no sistema de equações não lineares, é produzido um conjunto de $2N$ variáveis. O método de Newton-Raphson fornece um meio para corrigir os valores das variáveis até que os resíduos sejam reduzidos a um nível de tolerância aceitável, próximo de zero.

Um sistema linear de $2N \times 2N$ equações lineares relaciona os resíduos com os valores das incógnitas, e um sistema linear cuja matriz de coeficientes tem estrutura em banda é obtido, permitindo que o sistema seja resolvido por um algoritmo de eliminação de Gauss. A Figura 3.6 ilustra a matriz obtida.

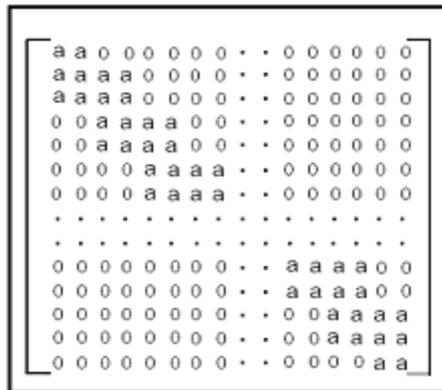


Figura 3.6 – Matriz Jacobiana (Fonte: CEMIG/ UFMG, 2004).

No anexo I são apresentadas detalhadamente todas as etapas matemáticas necessárias para a adequação das equações de Saint-Venant ao método implícito de Preissmann.

3.1.2.2 Modelos de armazenamento

Os modelos de armazenamento utilizam a equação da continuidade em uma forma diferente da apresentada anteriormente e uma equação que relaciona o armazenamento e as vazões de entrada e saída no trecho simulado. Como não são considerados os termos dinâmicos, o modelo só é recomendado para situações em que o efeito preponderante é o amortecimento devido ao armazenamento (CUNGE *et al.*, 1980). Adicionalmente, não podem ser utilizados quando existem efeitos de jusante.

O uso dos modelos de armazenamento é bastante difundido na hidrologia em função do volume relativamente reduzido de dados necessários e da simplicidade da formulação matemática. Por exemplo, são desprezadas as variações da área molhada e da vazão ao longo do escoamento na equação da continuidade. Além disso, assim como em outros modelos, os termos infinitesimais são discretizados, sendo substituídos por termos incrementais. Portanto, a equação da continuidade passa a ser:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = I - Q \tag{3.55}$$

na qual:

- S é o volume armazenado em um dado trecho;
- I é a vazão de entrada do trecho; e
- Q é a vazão de saída do trecho considerado.

A equação anterior é discretizada no tempo da seguinte forma:

$$(I_{i+1} + I_i) \frac{\Delta t}{2} - (Q_{i+1} + Q_i) \frac{\Delta t}{2} = S_{i+1} - S_i \quad (3.56)$$

Conforme mencionado anteriormente, são utilizadas relações empíricas para estabelecer a relação entre ao armazenamento e as vazões de entrada e saída do trecho simulado. O método de Muskingum está entre os modelos de armazenamento mais utilizados. Para esse, a função linear empírica relacionando o armazenamento à média ponderada das vazões de entrada e saída é dada por:

$$S = K[XI + (1 - X)Q] \quad (3.57)$$

na qual K é denominado de constante de armazenamento e representa o tempo médio de deslocamento da onda de cheia, ou seja, a defasagem no tempo entre os centros de gravidade dos hidrogramas de entrada e saída, sendo aproximado, em alguns casos, pela defasagem entre os picos desses hidrogramas. X é um fator de ponderação e deve pertencer ao intervalo $0 \leq X \leq 0,5$.

A fim de se obter a equação para esse modelo é necessário considerar o plano $x-t$ apresentado na Figura 3.5. Rearranjando a equação (3.55) e fazendo $i + 1 = 2$ e $i = 1$ obtém-se:

$$\frac{I_1 + I_2}{2} - \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \frac{S_2 - S_1}{\Delta t} \quad (3.58)$$

na qual os subscritos 1 e 2 representam o início e o final do trecho respectivamente. Pode-se expressar a equação (3.57) para os intervalos de tempo considerados como:

$$S_1 = K[XI_1 + (1 - X)Q_1] \quad (3.59)$$

$$S_2 = K[XI_2 + (1 - X)Q_2] \quad (3.60)$$

Ao substituir as equações (3.59) e (3.60) em (3.58) e explicitando-se Q_2 , tem-se:

$$Q_2 = C_0I_2 + C_1I_1 + C_3Q_1 \quad (3.61)$$

na qual:

$$C_0 = \frac{\Delta t - 2KX}{2K(1 - X) + \Delta t} \quad (3.62)$$

$$C_1 = \frac{\Delta t + 2KX}{2K(1 - X) + \Delta t} \quad (3.63)$$

$$C_3 = \frac{2K(1 - X) - \Delta t}{2K(1 - X) + \Delta t} \quad (3.64)$$

e $(C_0 + C_1 + C_2) = 1$.

De fato, K representa a porção de translação enquanto X a de armazenamento no método de Muskingum. O valor de K é função do comprimento do canal e da velocidade da onda, enquanto X das características do canal responsáveis pela processo de amortecimento (ou difusão) da onda (PONCE, 1989). Para $X > 0,5$ ocorre uma amplificação do hidrograma na saída do trecho, isto é, difusão negativa, o que não acontece na prática. Para $K = \Delta t$ e $X = 0,5$, o hidrograma de saída preserva a mesma forma do hidrograma de entrada translada de um tempo igual a K .

A equação (3.57) representa a uma relação linear entre o armazenamento e as vazões de entrada e saída do trecho. Na prática, no entanto, é comum se verificar que essa relação é não-linear (TUNG, 1985). A fim de se considerar esse efeito foram desenvolvidas duas variações do método de Muskingum, como descrito nas equações a seguir:

$$S = K[XI + (1 - X)Q]^m \quad (3.65)$$

$$S = K[XI^m + (1 - X)Q^m] \quad (3.66)$$

Singh e Scarlatos (1987) realizaram uma análise detalhada de ambas as equações e concluíram que a formulação (3.66) era mais precisa do que a representada pela equação (3.65). A fim de se obter a solução para essa abordagem é necessário substituir a equação (3.66) em (3.55), considerando-a em termos infinitesimais, e em seguida integrá-la rearranjando seus termos, como se descreve a seguir:

$$K(1-X)Q^m + \int_0^t Q dt = \int_0^t I dt - KXI^m + S_0 \quad (3.67)$$

na qual S_0 representa o armazenamento para o instante inicial no trecho considerado, sendo obtido pela expressão $S_0 = K[XI_0^m + (1-X)Q_0^m]$.

Para um pequena variação no tempo (Δt) a equação (3.67) pode ser reescrita como:

$$K(1-X)Q^m + \frac{1}{2}Q(t)\Delta t = -\frac{1}{2}Q(t-\Delta t) + \int_0^t I dt - KXI^m + S_0 \quad (3.68)$$

Assume-se uma variação linear da vazão na saída do trecho (Q) para cada passo de tempo. Assim:

$$K(1-X)Q^m + \frac{1}{2}Q(t)\Delta t = -\frac{1}{2}Q(t-\Delta t) - \int_0^{t-\Delta t} Q dt + \int_0^t I dt - KXI^m + S_0 \quad (3.69)$$

Desde que $Q(t-\Delta t)$ seja calculada a partir do instante de tempo anterior ao do passo de cálculo, o lado direito da equação (3.69) representa os valores conhecidos e, por conseqüência, os valores de Q no instante t podem ser calculados. Ao representar a equação (3.69) em um esquema de diferenças finitas obtém-se:

$$K(1-X)Q_i^m + \frac{1}{2}Q_i\Delta t = -\frac{1}{2}Q_{i-1} - \left(\frac{1}{2}Q_0 + \sum_{j=1}^{i-2} Q_j + \frac{1}{2}Q_{i-1} \right) \Delta t + \left(\frac{1}{2}I_0 + \sum_{j=1}^{i-1} I_j + \frac{1}{2}I_i \right) \Delta t - KXI^m + S_0 \quad (3.70)$$

A raiz da equação (3.70) pode ser obtida através de um algoritmo iterativo como o do método de Pégaso. Detalhes adicionais quanto a esse método podem ser vistos em Barroso *et al.* (1987).

Outra variação do método de Muskingum (em sua versão linear) foi proposta por Cunge *et al.* (1980) e passou a ser denominada Muskingum-Cunge. Em seus estudos esses autores concluíram que o método de Muskingum é uma solução do modelo de onda cinemática e que o amortecimento da onda ocorre devido à difusão numérica do esquema. Partindo do princípio que o armazenamento é uma função das vazões e representando esse armazenamento pela variação no tempo da área molhada pode-se escrever (SILVA *et al.*, 2003):

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{dA}{dQ} \Big|_{\text{constante}} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (3.71)$$

O modelo de Onda Cinemática reproduz a propagação da onda de cheia como uma sucessão de estados permanentes. O escoamento uniforme, como anteriormente descrito, pode ser representado pela equação de Manning (3.16). Assume-se para essa equação, por simplicidade, que n , S_f e P são constantes. Este é o caso de um canal suficientemente largo tal que P possa ser assumido independente de A . Reescrevendo a equação (3.71):

$$Q = \alpha A^\gamma \quad (3.72)$$

, na qual :

$$\alpha = \frac{1}{n} \frac{S_f}{P^{2/3}} \quad (3.73)$$

$$\gamma = \frac{5}{3} \quad (3.74)$$

Na equação (3.72) ao diferenciar-se Q com relação a A obtém-se (PONCE, 1989):

$$\frac{dQ}{dA} = \gamma \frac{Q}{A} = \gamma \cdot u = c \quad (3.75)$$

onde o parâmetro c é denominado celeridade da onda. Ao substituir a equação (3.75) em (3.70) e o resultado na equação da continuidade (3.28), obtém-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3.76)$$

que é a equação da onda cinemática. A fim de comprovar sua premissa, Cunge *et al.* (1980) utilizaram o plano $x-t$ descrito pela Figura 3.5 e discretizaram a equação (3.76) em uma forma semelhante ao método de Muskingum, utilizando um esquema de diferenças centrais para a derivada espacial e um esquema de diferenças ponderado pelo fator X do método de Muskingum para a derivada temporal, obtendo:

$$\frac{X(Q_i^{j+1} - Q_i^j) + (1-X)(Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j)}{\Delta t} + c \frac{(Q_{i+1}^j - Q_i^j) + (Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1})}{2\Delta x} = 0 \quad (3.77)$$

Rearranjando a equação (3.77) para o termo desconhecido (Q_{i+1}^{j+1}) e considerando-se a abordagem sugerida por Ponce *et al.* (1978), obtém-se:

$$Q_{i+1}^{j+1} = C_0 Q_i^{j+1} + C_1 Q_i^j + C_2 Q_{i+1}^j \quad (3.78)$$

na qual:

$$C_0 = \frac{-1 + C + D}{1 + C + D} \quad (3.79)$$

$$C_1 = \frac{1 + C - D}{1 + C + D} \quad (3.80)$$

$$C_2 = \frac{1 - C + D}{1 + C + D} \quad (3.81)$$

onde C e D denominam-se número de Courant e Difusividade respectivamente e são definidos como:

$$C = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3.82)$$

$$D = \frac{q_0}{S_0 c \Delta x} \quad (3.83)$$

Na equação (3.83), q_0 é a razão entre uma vazão de referência adotada pela largura da seção para profundidade correspondente. Essa vazão é definida, em geral, como a vazão de pico ou a vazão média do hidrograma a ser propagado.

Ademais, é possível demonstrar que $K = \frac{\Delta x}{c}$ e $X = \frac{1}{2}(1 - D)$. Essa última expressão, é obtida ao se considerar a associação da difusividade hidráulica e do coeficiente de difusão numérica do esquema de Muskingum, o que confirma a hipótese formulada por Cunge *et al.* (1980) que o amortecimento da onda no método de Muskingum ocorre devido a difusão numérica do esquema.

3.1.3 Calibração de parâmetros associados às formulações que descrevem o escoamento não-permanente

Na calibração das formulações utilizadas para modelagem de escoamento não permanente, o processo consiste em especificações e ajustes de:

- dimensões de elementos geométricos que compõem o sistema fluvial;
- parâmetros hidráulicos empíricos; e
- parâmetros empíricos associados aos modelos de armazenamento.

A qualidade da calibração do modelo bem como da reprodução de eventos reais por esse depende da quantidade e da qualidade dos dados topográficos e hidráulicos disponíveis para o curso d'água em foco.

As características geométricas e hidráulicas do curso d'água em estudo são usualmente representadas, na modelagem unidimensional, por três funções dependentes do nível d'água:

- a largura da superfície livre, $b(h)$;
- a área da seção transversal, $A(h)$; e
- a condutância hidráulica do curso d'água, $K(h)$.

Se a resistência ao escoamento, decorrente da rugosidade do leito do curso d'água, em condições de escoamento não-permanente, for corretamente representada pela equação de Manning e por conseguinte pela condutância hidráulica, então, as funções acima, relacionadas à seção transversal, fornecem a representação adequada de todas as influências físicas sobre o escoamento (CUNGE *et al.*, 1980).

Como anteriormente descrito, devido à complexidade do fenômeno e à escassez de dados, é comum admitir-se que apesar de desenvolvida para condições de escoamento permanente e uniforme, a equação de Manning (3.16) é utilizada para a determinação da declividade da linha de energia. Como a condutância, presente nessa formulação, é função direta da profundidade, pode-se inferir que a adequabilidade dessa premissa é função primordial dos níveis máximos admitidos em uma seção transversal durante o processo de modelagem. No presente estudo tratar-se-á somente do escoamento que ocorre em níveis para os quais não há transbordamento para a planície de inundação. Para esses níveis, não devem ocorrer variações bruscas da largura em função da profundidade. Assim, tanto área como perímetro devem variar gradualmente e a hipótese advinda da consideração da representatividade da condutância em condições de escoamento não-permanente torna-se aceitável. Por consequência o processo de calibração será abordado sob a ótica do terceiro item descrito: a calibração dos parâmetros empíricos associados às formulações hidrológicas.

O processo de calibração consiste na busca do valor de um variável ou de N variáveis, que proporcionem o melhor resultado para uma função dependente dessas variáveis, obedecidas restrições de natureza física ou conceitual relacionadas com o processo modelado (THIMOTTI, 2003). Durante esse processo, geralmente, são utilizadas funções objetivos e algoritmos que buscam minimizar o erro associado ao modelo, ou seja, a diferença entre dados observados ou medidos e simulados.

Adotando-se um enfoque geral proposto por Clarke (1973), admite-se que se disponha de um modelo ideal que descreva um fenômeno que evolui ao longo do tempo segundo a formulação a seguir:

$$f \left[y(t), x(t), \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial x}{\partial t}, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \dots, \theta_1, \theta_2, \dots \right] = 0 \quad (3.84)$$

onde $\theta_1, \theta_2, \dots$ são parâmetros $y(t), x(t)$ são, respectivamente, variáveis de saída e entrada do modelo. Entretanto, erros e dificuldades de modelagem e de observação obrigam a considerar na equação o erro ou resíduo (ε), o que resulta na equação:

$$f[y_t, x_t, y_{t-1}, x_{t-1}, y_{t-2}, x_{t-2}, \dots, \theta_1, \theta_2, \dots] + \varepsilon_t = 0 \quad (3.85)$$

Os índices $t, t-1, t-2, \dots$ indexam as variáveis no tempo e evidenciam a memória do sistema com relação a estados anteriores.

Na calibração, procura-se estimar os valores de $\theta_1, \theta_2, \dots$ que verificam a equação (3.85) a partir de valores conhecidos de x e y .

A calibração é manual quando se busca, no fenômeno, inferências sobre os valores dos parâmetros ou quando se faz medição direta dos parâmetros ou, ainda, quando se adota um procedimento do tipo tentativa e erro. A calibração automática é adotada para reduzir a subjetividade do método de tentativa e erro quando os parâmetros não possuem expressão física conhecida ou são de difícil obtenção experimental, e pode ser dividida em três componentes, a saber (SOROOSHIAN e GUPTA, 1995): (i) função critério ou função objetivo, (ii) algoritmo de otimização e (iii) critério de finalização.

- função objetivo

Muitos procedimentos de calibração automática buscam estimar os valores de $\theta_1, \theta_2, \dots$ que minimizam o erro quadrático do modelo em relação aos dados observados, ou seja, por meio da minimização de uma determinada função objetivo, $F(\theta)$:

$$F(\theta) = \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 = \sum_{t=1}^n [y_t - f(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, \theta_1, \theta_2, \dots)]^2 \quad (3.86)$$

Variantes dessa função objetivo podem, por exemplo, considerar a busca pela melhor representação de um processo particular da modelagem. Na modelagem unidimensional do escoamento não-permanente pode-se adotar como critério de minimização do erro quadrático o coeficiente de determinação, ou critério de Nash. A representação da variação do volume entre hidrogramas simulados e observados pode também ser adotada como função critério,

uma vez que representa um importante processo nesse tipo de modelagem. Essas funções são definidas como:

$$NASH - F(\theta) = 100 \left\{ 1 - \frac{\sum_{t=1}^n [Q_t^{obs} - Q_t^{calc}]^2}{\sum_{t=1}^n [Q_t^{obs} - \bar{Q}_t^{obs}]^2} \right\} \quad (3.87)$$

$$Diferença\ de\ volumes - F(\theta) = 100 \frac{\sum_{t=1}^n [Q_t^{obs}] - \sum_{t=1}^n [Q_t^{calc}]}{\sum_{t=1}^n [Q_t^{obs}]} \quad (3.88)$$

nas quais Q_t^{obs} é a vazão observada e Q_t^{calc} é a vazão calculada. O critério de Nash indica a porcentagem da variância natural do processo modelado que é explicada pelo modelo, enquanto a equação (3.88), a porcentagem decorrente do erro na representação do volumes dos hidrogramas calculados e observados.

- algoritmos de otimização

Os algoritmos de otimização são formulações matemáticas de processo de tentativa e erro segundo regras formais que buscam reduzir os passos necessários para se atingir um objetivo pré-estabelecido, por exemplo, minimizar ou maximizar uma função objetivo por meio de estimativa de valores de parâmetros (THIMOTTI, 2003). Esses algoritmos podem ser agrupados em duas categorias: local ou global.

Os métodos de busca local partem de um vetor de valores iniciais dos parâmetros a calibrar estabelecidos *a priori* $\Theta_i = \{\theta_1, \theta_2, \dots\}$. A função objetivo é calculada para esse vetor, obtendo-se um valor inicial de referência. Em seguida, são criados outros vetores de parâmetros por meio da introdução de pequenas variações em seus valores iniciais, $\Theta_i = \{\theta_{1,i} + \Delta\theta_{1,i}, \theta_{2,i}, \dots\}$. O progresso é feito na direção que melhor atenda ao objetivo de minimizar ou maximizar a função objetivo. O processo é repetido até que se decida, a partir de um critério de interrupção, pela impossibilidade da melhoria da função objetivo.

De fato, os métodos de busca local, devido à sua estrutura, podem, muitas vezes, fornecer apenas “ótimos locais”, uma vez que não são suficientemente robustos para se obter a solução de uma função multimodal. A Figura 3.7 representa uma função desse tipo.

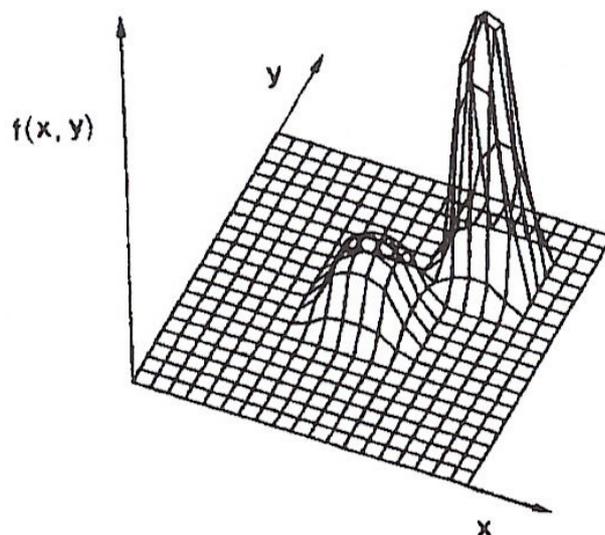


Figura 3.7 – Representação gráfica de uma função multimodal (Fonte: adaptado de Brant *et al.*, 2002).

Os métodos globais de calibração automática têm sido empregados no sentido de contornar as dificuldades inerentes aos métodos de busca local quando a função objetivo é multimodal. O propósito desses métodos é percorrer todo o espaço paramétrico de forma a identificar todos os vetores de parâmetros que resultam em um máximo (ou mínimo) da função objetivo. Classificando-se por ordem de grandeza os valores obtidos pela função objetivo nesses pontos, é possível identificar o jogo ótimo de parâmetros do modelo.

- critério de finalização

Para a finalização do processo de calibração adotam-se diferentes critérios. Os mais correntes interrompem o algoritmo de otimização quando esse não consegue: (i) melhorar significativamente o valor da função objetivo; ou (ii) mudar significativamente o valor dos parâmetros após um certo número de iterações.

3.2 Geomorfologia fluvial

A bacia hidrográfica é a unidade fundamental do sistema fluvial, e por conseqüência uma série de pesquisas foi desenvolvida focando-se aspectos da geometria característica dessa unidade. Incluem-se nesses estudos aspectos relativos à forma e ao relevo dessas e da topologia das redes de canais considerando-se aspectos quantitativos de sua estrutura. Como a

bacia hidrográfica representa a unidade física onde é medido o volume de água e sedimento produzido pelo escoamento superficial e pela erosão, a análise morfométrica foi estendida a fim de contemplar relações entre redes de canais e a geração de vazão e sedimentos em uma bacia (HADLEY e SCHUMM, 1961 *apud* PATTON, 1988).

Horton foi quem iniciou o estudo quantitativo de características físicas de bacias hidrográficas (HORTON, 1932, 1945) ao construir uma base teórica para a abordagem hidrogeomórfica. Esse autor sugeriu que havia certas características que seriam invariáveis em diferentes bacias e essas estariam correlacionadas à resposta hidrológica das mesmas, e tentou reduzir a complexidade do fenômeno hidrológico ao utilizar medidas de características de algumas bacias para prever o escoamento superficial nelas gerado (HORTON, 1932). Os principais fatores que devem necessariamente ser considerados em uma abordagem desse tipo, onde se relaciona esses parâmetros a resposta hidrológica são (PATTON, 1988):

- a morfometria da rede de drenagem;
- as características do solo, especialmente as relacionadas à infiltração;
- a estrutura geológica e sua relação com a erodibilidade do terreno;
- a vegetação e como ela afeta a erosão, a infiltração e o escoamento superficial; e
- as condições meteorológicas que controlam a natureza das precipitações que ocorrem em determinada área.

Horton foi quem primeiramente interessou-se em quantificar esses fatores investigando a composição da rede de drenagem e sua significância hidrofísica (HORTON, 1945). Sua maior contribuição foi dada por meio da elaboração das leis que descrevem a composição da rede de drenagem (HORTON, 1945). Esse estudo gerou uma série de outros que procuravam relacionar elementos da rede de drenagem ao fenômeno hidrológico (SCHUMM, 1956; MAXWELL, 1960; MORISAWA, 1962 *apud* PATTON, 1988). Suas leis sofreram modificações (STRAHLER, 1952; BOWDEN e WALLIS, 1964 *apud* PATTON, 1988) e forneceram subsídio para estudos estatísticos acerca da topologia das redes de canais (SHREVE, 1966, 1967; SMART, 1969 *apud* PATTON, 1988).

Posteriormente, foram criados modelos correlacionando a descrição morfológica das bacias hidrográficas a conceitos hidrológicos relacionados ao escoamento superficial, para geração

de hidrogramas unitários sintéticos. Esses hidrogramas combinam a teoria do hidrograma unitário a parâmetros geomorfológicos e denomina-se Hidrograma Unitário Geomorfológico.

Outra abordagem procurou compreender as relações entre o processo de chuva-vazão e a morfologia das redes de drenagem, enfatizando aspectos de longo-termo relacionados ao clima e à geologia que contribuíram para a formação dessas redes. Nessa abordagem procura-se compreender a evolução dos sistemas de drenagem e a importância relativa da geomorfologia sobre os processos hidrológicos, incorporando a essa análise aspectos relacionados à magnitude e à frequência dos eventos hidrológicos. Em síntese, procura-se compreender as relações existentes entre características morfométricas das bacias hidrográficas e a resposta hidrológica das mesmas e por consequência os processos que governam a evolução do sistema fluvial no tempo e no espaço.

A seguir será realizada uma descrição dos tópicos de geomorfologia fluvial diretamente relacionados ao presente trabalho.

3.2.1 Análise de bacias hidrográficas

3.2.1.1 Hierarquia fluvial

Segundo Christofolletti (1980), a hierarquia fluvial consiste no processo de se estabelecer a classificação de determinado curso d'água (ou área drenada que lhe pertence) no conjunto total da bacia hidrográfica na qual se encontra. Isso é realizado com a função de facilitar e tornar mais objetivos os estudos morfométricos sobre bacias hidrográficas.

Horton (1945) foi quem propôs os critérios iniciais para a ordenação dos cursos de água. Esses critérios são os seguintes:

- os canais de primeira ordem são aqueles que não possuem tributários;
- os canais de segunda ordem somente recebem tributários de primeira ordem;
- os canais de terceira ordem ou superior, recebem tributários da ordem imediatamente inferior, no entanto, podem receber também afluentes de ordens inferiores a essa.

Na ordenação proposta por Horton, a ordem do rio principal é a mesma desde a nascente ao ponto em análise. Isto gera um fator de subjetividade pois deve-se determinar qual é o

afluente e qual é o canal principal a partir da última bifurcação. A fim de solucionar esse problema foram sugeridas as seguintes regras (CHRISTOFOLETTI,1980):

- partindo da jusante da confluência, estender a linha do curso de água para montante, para além da bifurcação, seguindo a mesma direção. O canal confluyente que apresentar maior ângulo em relação a linha estendida é o de ordem menor; e
- se ambos os cursos possuem o mesmo ângulo, o rio de menor extensão é designado como de ordem mais baixa.

O processo de refazer a numeração deve ser efetuado a cada confluência com ordem mais elevada, até que o canal de n-ésima ordem se estenda desde a confluência final até a nascente do tributário mais longo.

Devido à subjetividade do método proposto por Horton, Strahler (1952) propôs um novo sistema para hierarquização da rede de drenagem, cujos critérios são:

- todos os cursos d'água que se iniciam possuem ordem 1;
- um canal de ordem i que se junta a outro canal de ordem i forma um outro de ordem $i + 1$;
- na junção de canais de ordens diferentes prevalece a maior ordem.

A ordenação proposta por Strahler elimina o processo de renumeração a cada confluência e a hipótese que o rio principal possui a mesma ordem desde a nascente.

Scheidegger (1965) propôs um novo sistema de ordenação, partindo da hipótese de que as características físicas de cada trecho fluvial estariam relacionadas à sua ordem, podendo-se especificar condições de similaridade para cada ordem. Em seu sistema, para toda confluência que se efetua ocorre a alteração da numeração. A ordem N de qualquer conexão formada pela confluência de dois canais de ordem r e s é fornecida pela lei de composição logarítmica:

$$N = \log_2(2^r + 2^s) \quad (3.89)$$

Assim, para todos os canais que se iniciam, é admitida a ordem 2, e a cada confluência processa-se o somatório dos valores atribuídos. Dessa maneira, ao dividir-se o número de

ordem de qualquer conexão pelo valor 2, obtém-se a quantidade de canais de primeira ordem que contribuíram para confluência em análise. Dessa forma, todos os canais constituintes da rede são considerados e por conseqüência seus efeitos sobre a ordem do canal principal.

No mesmo sentido é a contribuição de Shreve (1966, 1967) que estabelece a *magnitude* de determinado ligamento ou bacia hidrográfica. Os critérios adotados para sua classificação são:

- todos os cursos d'água que se iniciam possuem a magnitude 1;
- um canal de magnitude m_1 que se junta a outro canal de magnitude m_2 resulta em um canal cuja magnitude é dada pela soma das magnitudes dos canais afluentes a esse, isto é, $m_1 + m_2$.

A magnitude de um ligamento é igual ao número total de nascentes que lhe são tributárias, isto é, o número de canais de primeira ordem que contribuem para sua alimentação.

Nos procedimentos apresentados, verifica-se que a rede de canais pode ser decomposta em segmentos discretos, cada um composto por um ou mais segmentos de acordo com as regras do sistema de ordenação, e a área superficial contribuindo para cada subconjunto é a bacia de drenagem que lhe está associada. Assim, o conceito de ordem ou hierarquia é aplicável à rede de canais como à bacia hidrográfica (CHRISTOFOLETTI, 1980).

A Figura 3.8 ilustra os sistemas de classificação descritos.

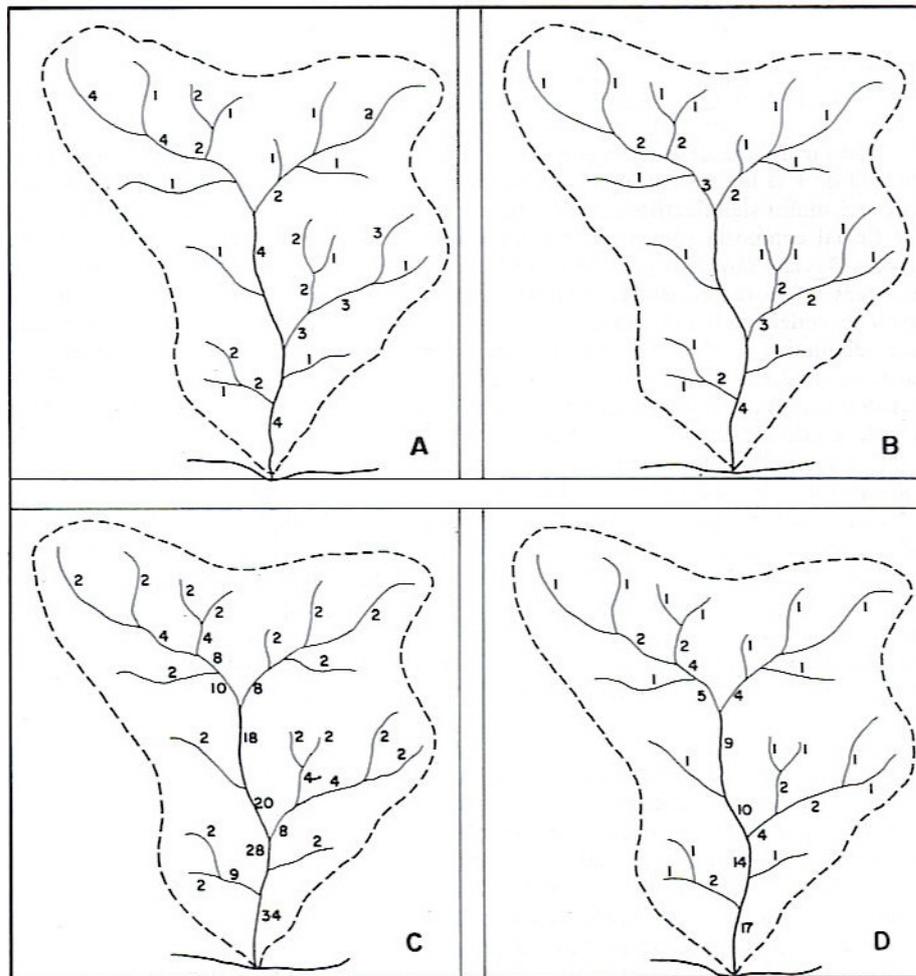


Figura 3.8 – Hierarquia fluvial – critérios de classificação: (a) Horton, (b) Strahler, (c) Scheidegger, (d) Shreve (Fonte: CHRISTOFOLETTI, 1980).

3.2.1.2 Leis de composição da rede de drenagem

- Relação de bifurcação (R_b)

Segundo Horton (1945), em uma determinada bacia, a soma dos números de canais de cada ordem forma uma série geométrica inversa, cujo primeiro termo é a unidade de primeira ordem e a razão é a relação de bifurcação. Considerando a classificação de Strahler têm-se:

$$N_i = R_b^{\Omega-i} \quad (3.90)$$

ou

$$\log N_i = \Omega \cdot \log R_b - i \cdot \log R_b = a - bi \Rightarrow a = \Omega \cdot \log R_b ; b = \log R_b \quad (3.91)$$

nas quais N_i é o número de canais de ordem i , Ω é a ordem da bacia e R_b é a relação de bifurcação, definida como:

$$R_b = \frac{N_i}{N_{i+1}} \quad (3.92)$$

Essa relação pode ser verificada a partir da plotagem em um gráfico semi-logarítmico do número de canais versus à ordem correspondente dos mesmos, como ilustrado pela Figura 3.9.

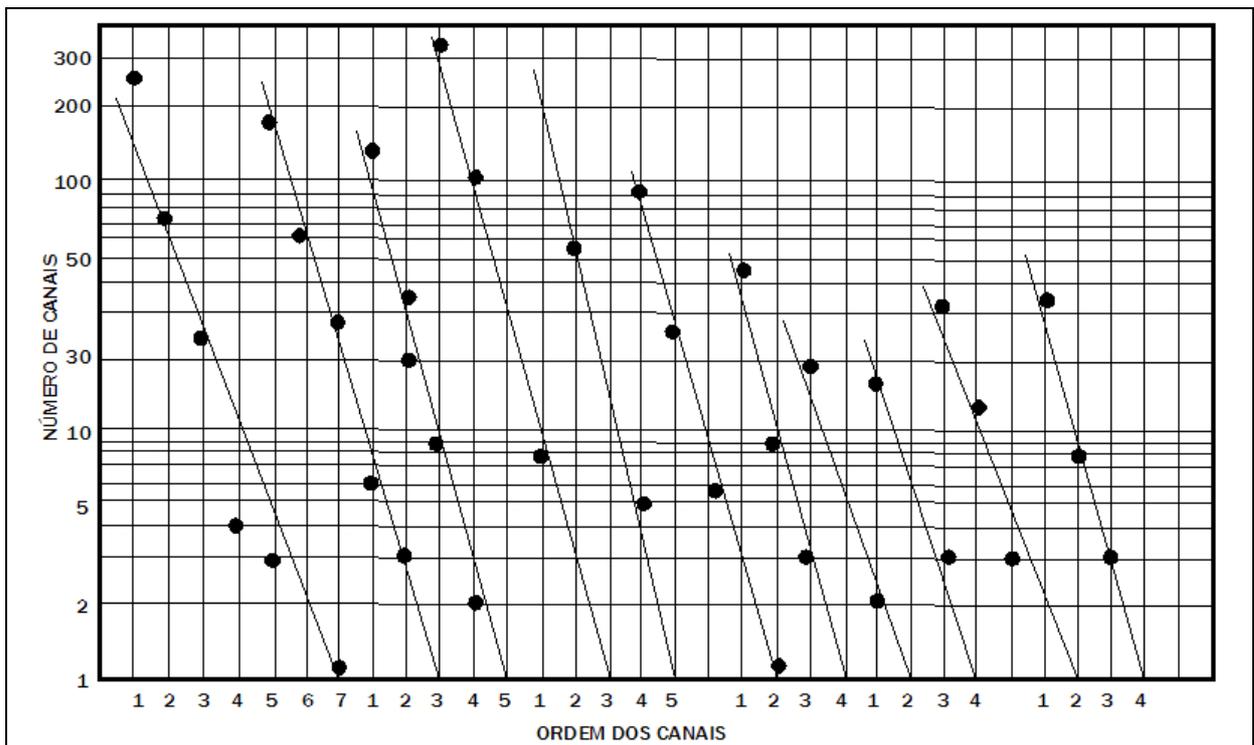


Figura 3.9 – Relação de bifurcação (Fonte: adaptado de HORTON, 1945).

- Relação entre o comprimento médio dos canais (R_L)

O comprimento médio dos canais em função da ordem é definido como a razão entre a soma dos comprimentos dos canais de mesma ordem pelo respectivo número desses. Assim:

$$\bar{L}_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_j} L_{ji}}{N_i} \quad (3.93)$$

onde L_{ji} é o comprimento do j -ésimo canal de ordem i . Segundo Horton (1945), em uma determinada bacia, os comprimentos médios dos canais ordenam-se segundo uma série geométrica direta, cujo primeiro termo é o comprimento médio dos canais de primeira ordem, e a razão é a relação entre os comprimentos médios. Considerando a classificação de Strahler têm-se:

$$\bar{L}_i = \bar{L}_1 R_L^{i-1} \quad (3.94)$$

ou

$$\log \bar{L}_i = \log \bar{L}_1 + (i-1) \log R_L = a - bi \Rightarrow a = \log \left(\frac{\bar{L}_1}{R_L} \right); b = -\log R_L \quad (3.95)$$

nas quais \bar{L}_i é o comprimento médio dos canais de ordem i , \bar{L}_1 é o comprimento médio dos canais de primeira ordem e R_L é a relação entre comprimentos médios, definida como:

$$R_L = \frac{\bar{L}_i}{\bar{L}_{i-1}} \quad (3.96)$$

Essa relação pode ser verificada a partir da plotagem em um gráfico semi-logarítmico do comprimento médio dos canais versus a ordem correspondente dos mesmos como ilustrado pela Figura 3.10.

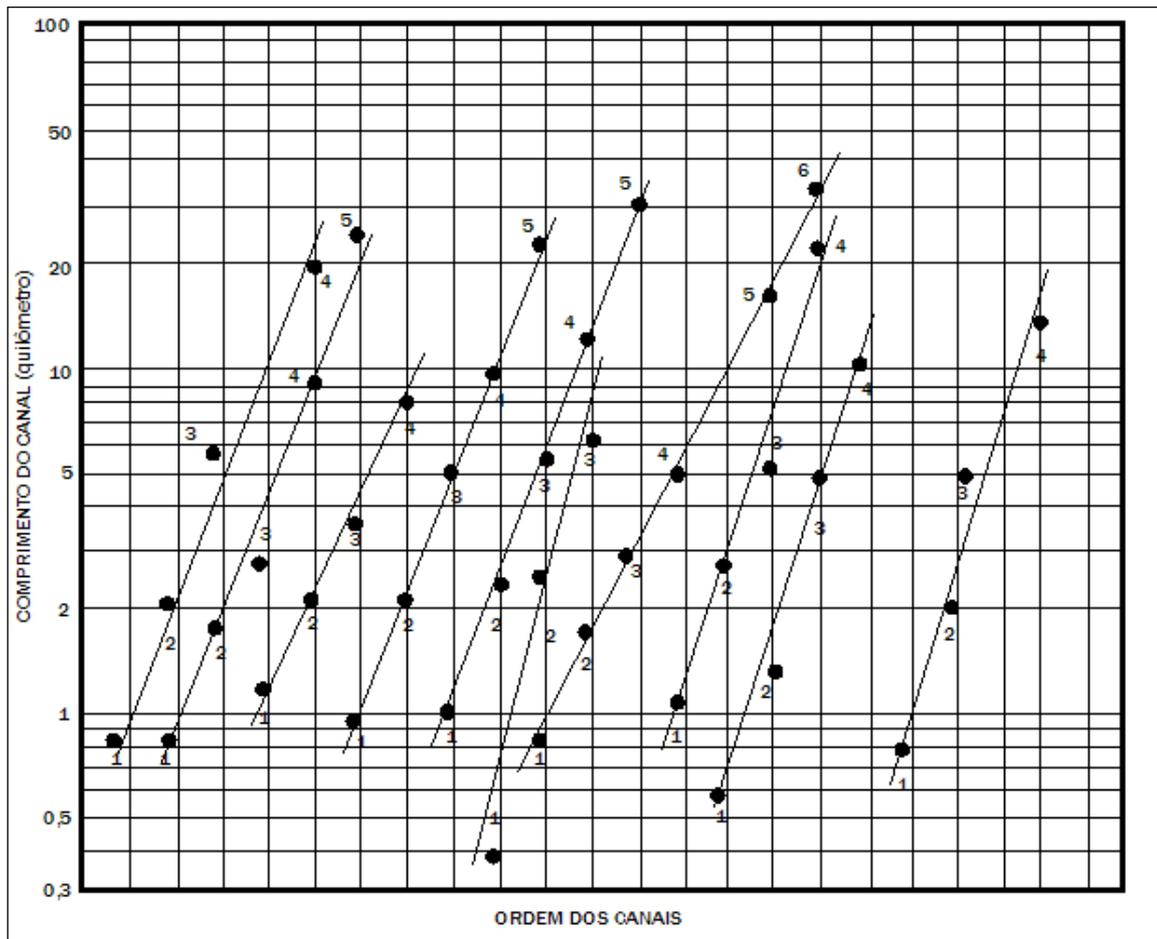


Figura 3.10 – Relação entre comprimentos médios (Fonte: adaptado de HORTON, 1945).

- Relação entre as declividades médias dos canais (R_l)

Segundo Horton (1945), em uma determinada bacia, há uma relação definida entre a declividade média dos canais de certa ordem e a dos canais de ordem imediatamente superior, que pode ser expressa por uma série geométrica inversa, na qual o primeiro termo é a declividade média dos canais de primeira ordem e a razão é a relação entre os gradientes do canais. Considerando a classificação de Strahler têm-se:

$$\bar{I}_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_j} \bar{I}_{j_i}}{N_i} \quad (3.97)$$

$$\bar{I}_i = \bar{I}_1 R_l^{1-i} \quad (3.98)$$

ou

$$\log \bar{I}_i = \log \bar{I}_1 + (1-i)\log R_l = a - bi \Rightarrow a = \log(\bar{I}_1 \cdot R_l); b = \log R_l \quad (3.99)$$

e

$$R_l = \frac{\bar{I}_i}{\bar{I}_{i+1}} \quad (3.100)$$

nas quais nas quais $\bar{I}_{j,i}$ é a declividade média do j-ésimo canal de ordem i , \bar{I}_i é a declividade média dos canais de ordem i , \bar{I}_1 é a declividade média dos canais de primeira ordem e R_l é a relação entre declividades médias.

Essa relação pode ser verificada a partir da plotagem em um gráfico semi-logarítmico das declividades médias dos canais versus a ordem correspondente dos mesmos como ilustrado pela Figura 3.11.

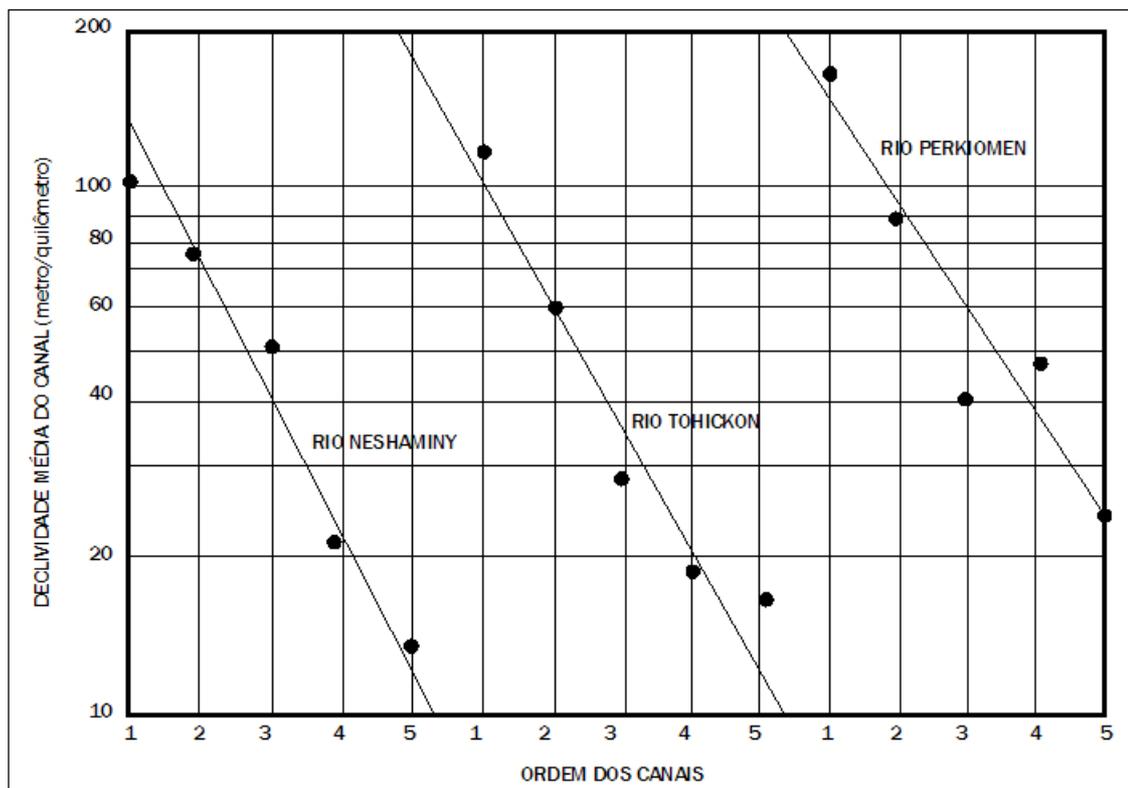


Figura 3.11 – Relação entre as declividades médias (Fonte: adaptado de HORTON, 1945).

3.2.1.3 Parâmetros utilizados para análise linear de redes hidrográficas

- Comprimento do canal principal (L_{RP})

Segundo Christofolletti (1980), o comprimento do rio principal é a distância que se estende ao longo do curso de água desde a desembocadura até determinada nascente. O problema reside em definir qual é o rio principal, podendo-se utilizar os seguintes critérios:

- a) utilizar-se a classificação de Horton e, por conseqüência, optar pelo canal de ordem mais elevada corresponde ao canal principal;
- b) em cada bifurcação, a partir do exutório, optar pelo ligamento de maior magnitude;
- c) em cada confluência, a partir do exutório, seguir pelo canal fluvial situado a montante em posição altimétrica mais baixa até atingir a nascente do segmento de primeira ordem localizado na posição altimétrica mais baixa da bacia;
- d) optar pelo curso de água mais longo, do exutório da bacia até determinada nascente, medido como a soma dos comprimentos dos seus ligamentos (SHREVE, 1974).

- Extensão do percurso superficial

Representa a distância média percorrida pelas enxurradas entre o interflúvio e o canal permanente (CHRISTOFOLETTI, 1980). É definido como:

$$E_{ps} = \frac{1}{2D_d} \quad (3.101)$$

na qual D_d é a densidade de drenagem, não definida até o momento. No próximo item, esse parâmetro será descrito.

3.2.1.4 Parâmetros utilizados para análise areal de bacias hidrográficas

- Área da bacia (A_B)

É a área, projetada em plano horizontal, que drena todo conjunto fluvial a montante de um ponto de interesse, conforme ilustrado na Figura 3.12

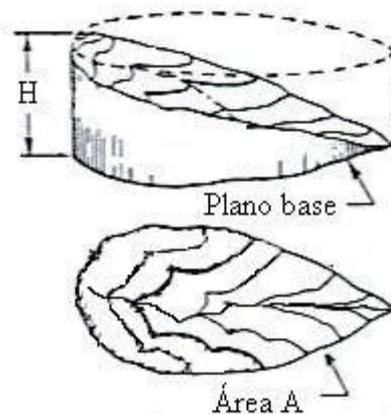


Figura 3.12 – Área da bacia (Fonte: adaptado de CHOW, 1964).

A área é uma das variáveis mais constantemente utilizadas para o estabelecimento de relações que permitam a estimativa de algum quantil relacionado à vazão em um curso d'água. As equações que relacionam essas variáveis, em geral, possuem a forma:

$$Q = \alpha_1 A^{\alpha_2} \quad (3.102)$$

na qual α_1 e α_2 são obtidos por meio de uma análise de regressão e estão associados a um intervalo de recorrência. Wisler e Brater (1959), afirmam que geralmente esses coeficientes variam entre 0,5 e 1. Leopold e Miller (1956), por exemplo, estabeleceram uma relação desse tipo para 12 cursos d'água na área central do estado do Novo México, Estados Unidos, para um intervalo de recorrência de 2,3 anos.

Para uma região que apresente clima e fisiografia similar pode-se construir uma família de curvas que relacionem essas variáveis para diferentes intervalos de recorrência (THOMAS e BENSON, 1970). Essas relações são uma aproximação do potencial de geração de vazão para uma determinada área, e fornecem subsídio para a análise física dos processos de geração e evolução das redes de drenagem (PATTON, 1988).

- Relação entre o comprimento do rio principal e a área da bacia (eH)

Também denominada lei de Hack, estabelece uma relação entre comprimentos do rio principal e a área da bacia, tal que:

$$L \propto A^{eH} \quad (3.103)$$

na qual, para rios naturais, eH varia no intervalo de 0,5 a 0,7 (DOODS *et al.*, 2001).

Segundo Doods e Rothman (2001), essa é uma relação central para os estudos de escala em redes de canais naturais, pois pode ser estendida a outras relações de mesma natureza. Em um trabalho anterior (DOODS e ROTHMAN, 2000) os mesmo autores realizam uma análise dessas relações e propõem equações que as relacionam. Entre essas:

$$eH = \frac{\ln R_b}{\ln R_L} \quad (3.104)$$

$$R_a \approx R_b \quad (3.105)$$

De fato, esses estudos procuram associar certos padrões verificados na natureza por meio de relações que exprimam essa similaridade. As redes de canais têm sido utilizadas para o estudo desse fenômeno (TARBOTON *et al.*, 1992; RIGON *et al.*, 1996 ; RODRIGUEZ-ITURBE e RINALDO, 1997). Esses estudos permitem a elaboração de modelos de evolução do sistema fluvial e são utilizados no desenvolvimento de algoritmos computacionais que permitem a obtenção automática de redes de drenagem a partir de modelo digitais de elevação do terreno.

- Densidade de rios (D_r)

Foi definido por Horton (1945) como:

$$D_r = \frac{N_c}{A_B} \quad (3.106)$$

na qual N_c é o número de canais e A_B é a área da bacia. O número de canais, segundo a classificação de Strahler, é o número de segmentos de primeira ordem para a bacia considerada.

Esse parâmetro permite a comparação entre a frequência ou a quantidade de cursos de água existentes em uma área padrão, como, por exemplo, o quilômetro quadrado, e pode representar o comportamento hidrográfico de determinada área, em um de seus aspectos fundamentais: a capacidade de gerar novos cursos de água (CHRISTOFOLETTI, 1980).

- Densidade de drenagem (D_d)

Proposta por Horton (1945), é definida como a razão entre o comprimento total dos canais e a área da bacia correspondente. Assim:

$$D_d = \frac{L_t}{A_B} \quad (3.107)$$

A densidade da drenagem é uma medida que reflete a eficácia do sistema fluvial, pois, ainda que indiretamente, relaciona o fluxo nos canais à capacidade de infiltração, para uma determinada área (PATTON, 1988). Horton (1945) assinalou que em bacias onde são encontradas baixas densidades de drenagem, os processos de escoamento superficial são regidos pela infiltração e pelo escoamento subterrâneo, enquanto em áreas que apresentam altas densidades de drenagem, esse processo é controlado pela erosão e pelo fluxo em canais. Schumm (1956) pondera que em bacias com relevos semelhantes, a resposta hidrológica da rede de canais está diretamente relacionada à densidade de drenagem, pois o crescimento dessa grandeza está associada a uma redução dos comprimentos dos cursos d'água e a um aumento dos ângulos de inclinação das encostas constituintes da área.

Devido a sua significância hidrofísica, a densidade de drenagem foi correlacionada a uma série de fenômenos hidrológicos, incluindo índices relacionados ao escoamento e a variáveis climáticas (MELTON, 1957; CARLSTON, 1963). Murphey *et al.* (1977) ressaltam que outras variáveis morfométricas, como a área da bacia de drenagem, apresenta resultados mais expressivos para previsão da resposta hidrológica. No mesmo sentido é a contribuição de Patton e Baker (1976), que relatam baixas correlações estatísticas entre a densidade de drenagem e vazões. Os mesmo autores também ressaltam que existe uma subjetividade nessa relação devido aos problemas de escala associados à fonte de onde se obtêm as informações.

- Relação entre áreas das bacias (R_a)

Segundo Schumm (1956), em uma determinada bacia, a área média das bacias de drenagem dos canais de cada ordem ordena-se aproximadamente segundo uma série geométrica direta, na qual o primeiro termo é a área média das bacias de primeira ordem. Com base na classificação de Strahler, define-se a relação entre áreas como a razão entre a área média que drena os canais de ordem i e os de ordem imediatamente inferior $i - 1$. Assim:

$$\bar{A}_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_j} A_{j i}}{N_i} \quad (3.108)$$

$$\bar{A}_i = \bar{A}_1 R_A^{i-1} \quad (3.109)$$

ou

$$\log \bar{A}_i = \log \bar{A}_1 + (i-1) \log R_A = a - bi \Rightarrow a = \log \left(\frac{\bar{A}_1}{R_A} \right); b = -\log R_A \quad (3.110)$$

e

$$R_A = \frac{\bar{A}_i}{\bar{A}_{i-1}} \quad (3.111)$$

nas quais nas quais $A_{j i}$ é a área de contribuição do j-ésimo canal de ordem i , \bar{A}_i é a área média e contribuição dos canais de ordem i , \bar{A}_1 é a área média de contribuição dos canais de primeira ordem e R_A é a relação entre áreas médias.

Essa relação pode ser verificada a partir da plotagem em um gráfico semi-logarítmico das áreas médias dos canais versus a ordem correspondente dos mesmos, como ilustrado pela Figura 3.13.

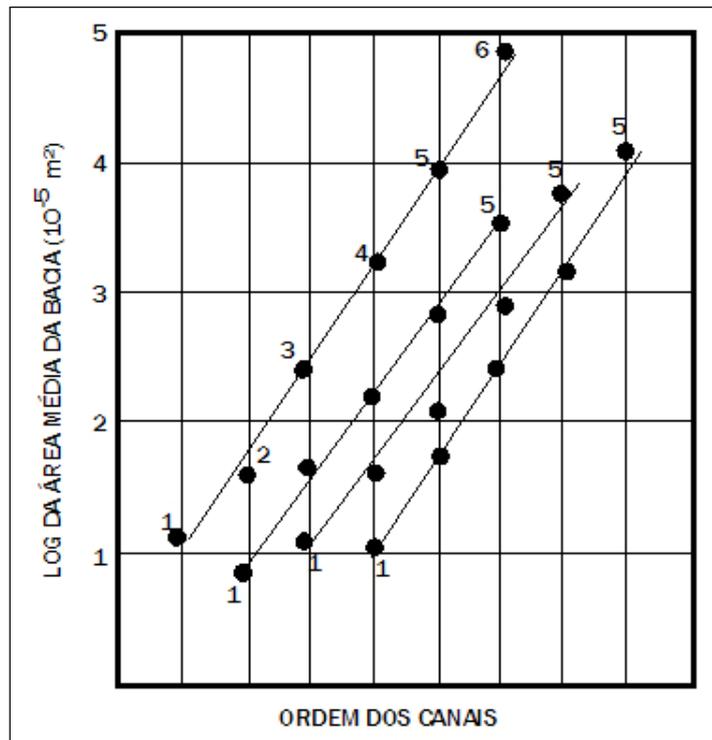


Figura 3.13 – Relação entre áreas médias (Fonte: adaptado de CHOW, 1964).

- Coeficiente de manutenção (C_m)

Proposto por Schumm (1956), esse índice tem a finalidade de estabelecer a área mínima necessária para manutenção de um metro de canal de escoamento. É definido como:

$$C_m = \frac{1}{D_d} \cdot 1000 \quad (3.112)$$

na qual D_d é a densidade de drenagem e C_m é dado em m^2/m .

- Coeficiente de compacidade (C_c)

O coeficiente de compacidade ou índice de Gravelius relaciona o perímetro de uma bacia a circunferência de área igual ao da bacia considerada. É definido como:

$$C_c = \frac{P_B}{A_B^{1/2}} \quad (3.113)$$

onde P_B é o perímetro da bacia de drenagem e A_B é área da mesma. Quanto mais irregular for a forma da bacia, maior será o valor de C_c . Um coeficiente mínimo igual à unidade

corresponderia a uma bacia circular. Esse índice procura associar a menor ou maior propensão de uma bacia a cheias à distribuição de distâncias a serem percorridas pela água a uma seção de controle considerada.

3.2.2 Geometria hidráulica de canais fluviais

Segundo Christofolletti (1981), a geometria hidráulica refere-se ao estudo das características geométricas e de composição dos canais fluviais, consideradas com base nas relações que se estabelecem no perfil transversal. Essa abordagem é fundamental para estudos de caráter físico ou biológico relacionados a cursos de água naturais. A geometria hidráulica exerce controle direto sobre a forma das ondas de cheia (WESTERN e FINLAYSON, 1997) e sobre a capacidade de transporte de nutrientes e poluentes (RICHARDS, 1982; CHANG, 1988).

Leopold e Maddock (1953) foram quem inicialmente descreveram as variações das dimensões dos canais em uma rede hidrográfica. Em seus estudos esses autores descreveram relações empíricas entre a largura (b), a profundidade média (\bar{h}) e a velocidade média (\bar{u}) para diferentes seções transversais como função da vazão (Q). Essas relações possuíam a forma:

$$b = z_1 Q^{z_2} \quad (3.114)$$

$$\bar{h} = z_3 Q^{z_4} \quad (3.115)$$

$$\bar{u} = z_5 Q^{z_6} \quad (3.116)$$

Rhoads (1992) afirma que não há argumentos teóricos para a forma que essas relações possuem, sendo essas seleções baseadas em uma análise puramente empírica.

Os seis parâmetros (z_1, z_2, \dots, z_6) são normalmente estimados com base em regressões a partir de dados de diferentes estações fluviométricas. Leopold e Maddock (1953) demonstraram que essas equações estariam relacionadas pela equação da continuidade, tal que:

$$Q = A \cdot u = z_1 Q^{z_2} \cdot z_3 Q^{z_4} \cdot z_5 Q^{z_6} = (z_1 z_3 z_5) \cdot Q^{(z_2 + z_4 + z_6)} \quad (3.117)$$

E, portanto: $(z_1 z_3 z_5) = (z_2 + z_4 + z_6) = 1$.

Ao representar-se essas relações graficamente em um papel logarítmico, ter-se-á que os valores z_2, z_4 e z_6 representam a inclinação da linha reta, enquanto z_1, z_3 e z_5 expressam a interseção da linha reta com o eixo das ordenadas.

Leopold e Maddock (1953) analisaram essas relações a fim de compreender as alterações apresentadas pelas variáveis da geometria hidráulica em direção a jusante. Para isso, eles utilizaram o nível de margens plenas, ou seja, o nível para o qual toda seção encontra-se preenchida sem que haja transbordamento para a planície de inundação. De fato, a literatura apresenta alguns critérios para definição desse nível, conforme descrição resumida a seguir (CHRISTOFOLETTI, 1981):

- a cota da superfície da planície de inundação determina o estágio de margens plenas (LEOPOLD *et al.*, 1964);
- é definido pelo limite em que a vegetação se estabelece de maneira contínua e definitiva;
- é definido pelo estágio associado com o valor mais baixo da relação entre a largura e a profundidade (WOLMAN, 1955);
- é definido segundo a maior relação obtida pela razão entre a largura e a profundidade em níveis sucessivos obtidos pela discretização da seção em intervalos regulares (RILEY, 1972);
- corresponde ao estágio das cheias que ocorrem com um período de recorrência de 1,58 anos.

Segundo Wolman e Miller (1960), os eventos de magnitude moderada e de ocorrência relativamente freqüente controlam a forma do canal. Assim, as vazões associadas ao nível de margens plenas surgem como as de maior poder efetivo na esculturação do canal, pois as ondas de fluxo escoam com ação morfogenética ativa sobre as margens e o fundo do leito, possuindo energia suficiente para movimentar o material detrítico. Quando há transbordamento para a planície de inundação, os fluxos se espriam e não seguem o padrão sinuoso do canal, e a efetividade erosiva sobre as margens se torna menor. Em geral, associa-se um período de recorrência aos eventos capazes de atingir esse nível entre 1 e 2 anos (CHRISTOFOLETTI, 1981).

A Figura 3.14 ilustra os resultados obtidos por Leopold e Maddock (1953) na análise de seções no rio Powder e em seus tributários, localizado nos estados de Wyoming e Montana, nos Estados Unidos.

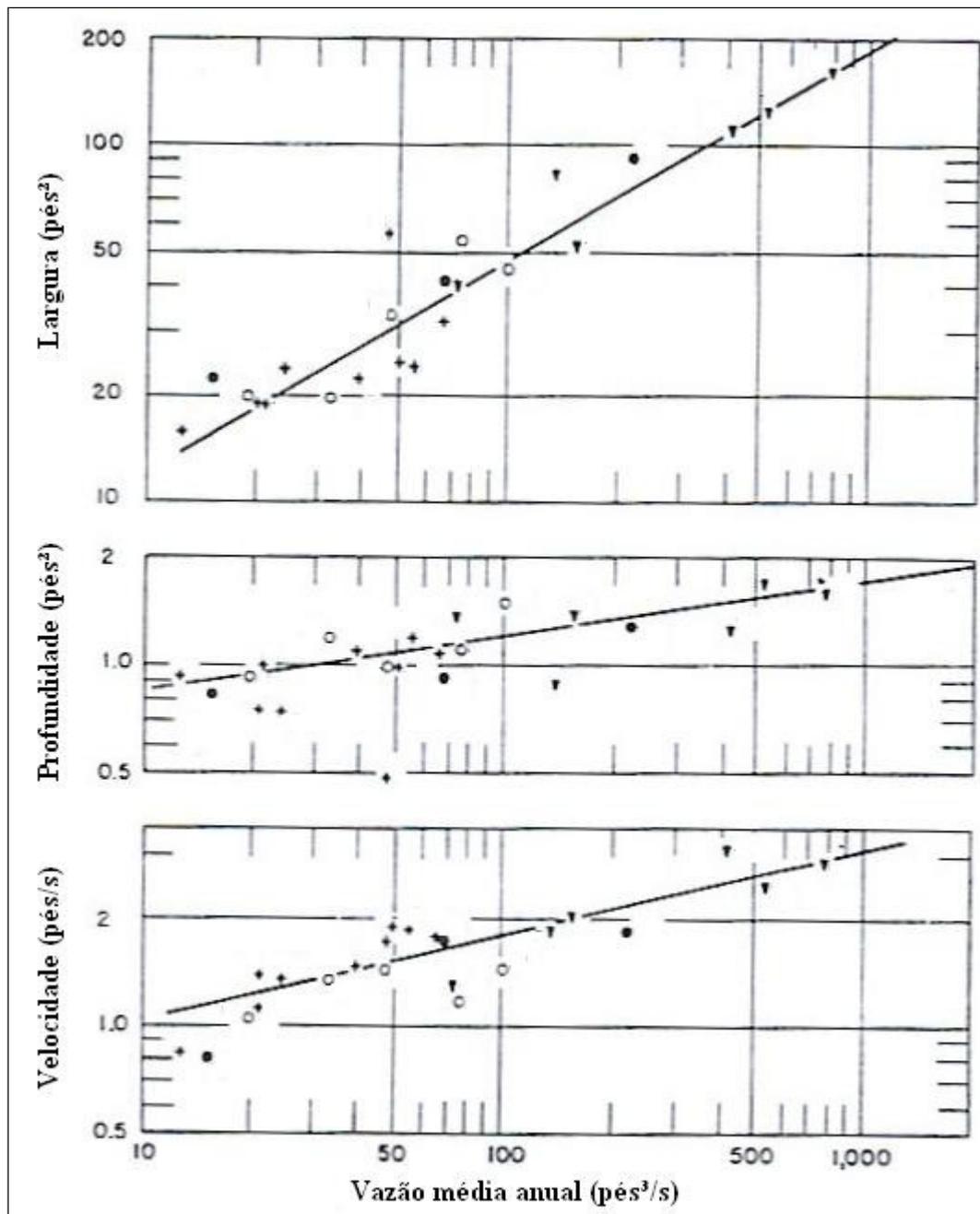


Figura 3.14 – Relações entre largura, profundidade média e velocidade média e a vazão média anual (Fonte: adaptado de LEOPOLD e MADDOCK, 1953).

Em um trabalho posterior, Leopold *et al.* (1964) afirmam que os parâmetros z_2 , z_4 e z_6 relacionam-se não apenas a geometria do canal, mas também a resistência à erosão das margens e do fundo do canal. Para o nível de margens plenas, ocorre um aumento rápido da

profundidade em relação à largura, enquanto se verifica a situação inversa a partir do momento de transbordamento para a planície de inundação. Quando os materiais rochosos das margens e do leito possuem fraca coesão, sendo facilmente removidos pela ação morfogenética fluvial, em qualquer estágio, a largura poderá aumentar muito mais rapidamente que a profundidade e o aumento da velocidade será lento. Ao contrário, em canais compostos por materiais coesivos, a largura varia muito pouco em função do aumento da vazão e os ajustamentos maiores são observados na profundidade e na velocidade.

Christofolletti (1981) e Stewardson (2005) apresentam uma extensa revisão sobre trabalhos publicados acerca do tema (LEOPOLD *et. al.*, 1964; CARLSTON, 1969; KNIGHTON, 1975; GRIFFITHS, 1984; SINGH e MCCONKEY, 1989; PHILLIPS, 1990; RHOADS, 1992; LEWIS *et al.*, 1996), entre os quais merece destaque o apresentado por Park (1977). Em seus estudos, Park (1977) observou que os expoentes associados às equações (3.114), (3.115) e (3.116) apresentaram uma variação considerável. Foram analisados 139 estações fluviométricas e a faixa de valores apresentadas para largura, profundidade e velocidade foram respectivamente: $[0,0 - 0,59]$, $[0,06 - 0,73]$ e $[0,07 - 0,71]$. O autor ponderou que parte dessas flutuações era decorrente de fatores locais, resultado da variação de outros parâmetros relacionados ao escoamento, como a rugosidade, por exemplo. Outra parcela seria devido a erros nos dados hidráulicos, como nas curvas-chaves utilizadas para obtenção das vazões. O mesmo autor sugeriu ainda que essa variação retrata o fato que não existe um modelo único que represente a geometria hidráulica para diferentes regiões e a geomorfologia seria o fator determinante para a adequação ou não de um conjunto de parâmetros a determinada área.

3.2.3 Hidrogramas e morfometria de bacias de drenagem

Strahler (1964) propõe que a forma dos hidrogramas seria controlada parcialmente por grandezas relacionadas à morfometria de bacias de drenagem. Sua hipótese era que a forma da bacia e o arranjo dos canais em seu interior, medido por meio da relação de bifurcação (R_b), produziriam significativas variações na forma dos hidrogramas. O mesmo autor sugeriu dois exemplos extremos: bacias circulares, com uma baixa razão de bifurcação, apresentariam hidrogramas com picos pronunciados e abruptos, enquanto que bacias alongadas, com uma alta razão de bifurcação e comprimentos da rede aproximadamente iguais ao primeiro caso, apresentariam um hidrograma com pico inferior ao primeiro e que se pronunciaria de maneira muito mais suave. A Figura 3.15 ilustra essa hipótese.

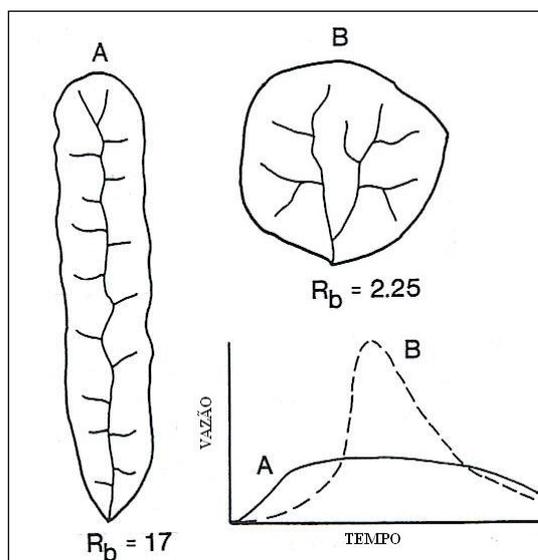


Figura 3.15 – Hidrogramas como função da forma da bacia e da relação de bifurcação (Fonte: adaptado de STRAHLER, 1964).

Um ponto a se considerar no modelo hipotético proposto por Strahler (1964) é a baixa variabilidade da relação de bifurcação para bacias que apresentem significativas variações dos comprimentos da rede de drenagem (PATTON, 1988). No entanto, a possibilidade de se associar a forma do hidrograma a características morfométricas das bacias de drenagem seria complementada pelos avanços na teoria do hidrograma unitário.

O hidrograma unitário é gerado com base em uma chuva efetiva específica, com altura igual a 1mm, uniformemente distribuída sobre a bacia durante um intervalo de tempo especificado (SHERMAN, 1932). A análise da influência física das variáveis geomórficas sobre a forma do hidrograma pode ser realizada ao se admitir hidrogramas unitários gerados a partir de um chuva efetiva única e de altura e duração constantes, variando-se características geomorfológicas como a área de drenagem.

Duas importantes medidas derivadas da teoria do hidrograma unitário são o tempo de resposta da bacia (“lag time”), definido como tempo entre os centróides do ietograma utilizado e do hidrograma resultante, e a magnitude da vazão máxima (SHERMAN, 1932). Características como a área e a forma da bacia de drenagem, o comprimento e declividade do canal principal exercem significativo controle sobre essas medidas (HEERDEGEN e REICH, 1974; HARLIN, 1984). Decorrente dessas inter-relações, foram propostos hidrogramas unitários sintéticos, como o hidrograma sintético de Snyder (SNYDER, 1938), cujo tempo de resposta e magnitude do pico são estimados através de características das bacias.

Boyd (1978) relacionou o tempo de resposta de uma série de bacias à ordem dos canais das mesmas, segundo a metodologia de Strahler, obtendo um modelo similar aos propostos por Horton (1945) em suas leis de composição de rede de drenagem e a relação entre áreas proposta por Schumm (1956). A equação obtida foi:

$$lag_i = lag_1 \cdot R_k^{(i-1)} \quad (3.118)$$

na qual:

- lag_i é o tempo de resposta de uma bacia de ordem i ;
- lag_1 é o tempo de resposta das bacias de ordem 1; e
- $R_k^{(i-1)}$ é a razão entre os tempos de resposta de bacias de ordem i e $(i-1)$.

A Figura 3.16 ilustra esse resultado.

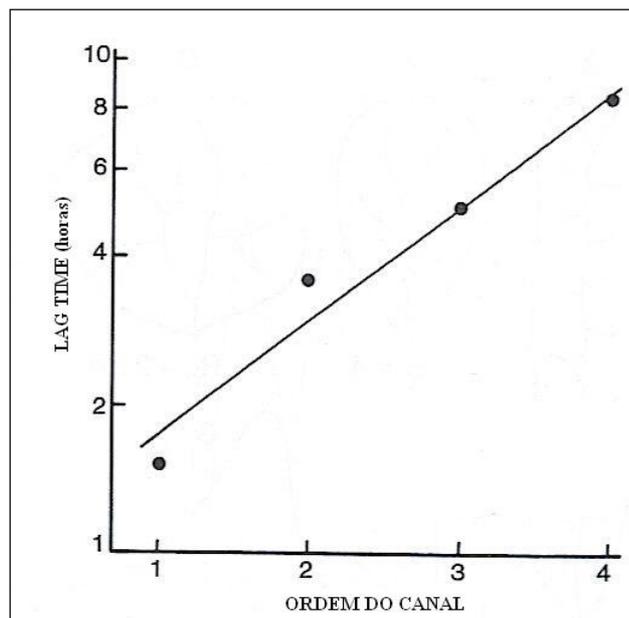


Figura 3.16 – Relação entre ordem da bacia e tempo de resposta (Fonte: adaptado de BOYD, 1978).

Boyd (1978), a fim de considerar os aspectos relacionados à variabilidade da relação entre tempos de resposta para as diferentes estações fluviométricas analisadas, ajustou uma distribuição de probabilidades log-normal ao conjunto de dados analisados. Esse ajuste é apresentado na Figura 3.17.

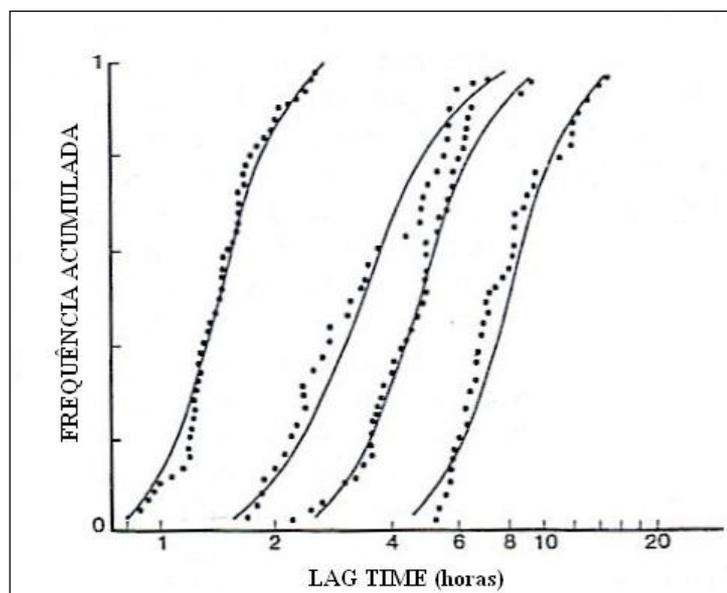


Figura 3.17 – Distribuição de probabilidade log-normal ajustada aos tempos de resposta obtidos para as diferentes bacias analisadas (Fonte: adaptado de BOYD, 1978).

Esse ajuste sugere que o tempo de resposta de todas as sub-bacias para uma dada ordem possam ser aproximados por uma função densidade de probabilidade (BOYD, 1978).

O conceito de tempo de resposta variado para cada curso d'água pertencente a uma dada rede de drenagem pode ser associado ao modelo do hidrograma unitário ao se considerar as relações propostas por Horton (1945) e Schumm (1956), isto é, as relações de bifurcação (R_b), comprimento médio (R_L) e área (R_a). Esse modelo é conhecido como Hidrograma Unitário Geomorfológico (HUG).

O HUG considera que as ordens associadas aos canais, definidas segundo a metodologia de Strahler, representam um estado de residência da chuva efetiva, enquanto as bifurcações da rede a variação desse estado. O caminho percorrido pela chuva efetiva na rede de drenagem é definido com base na probabilidade de variação desse estado, baseada na probabilidade da ocorrência de diferentes topologias de rede de canais (PATTON, 1988).

A mais importante premissa do HUG é o conceito de tempo de residência associado à ordem dos canais. Esse tempo é definido a partir da razão entre comprimento médio de cada ordem e a velocidade associada à máxima vazão. Essa premissa simplifica a dinâmica do processo chuva-vazão ao considerar somente o parâmetro velocidade na representação da variabilidade dos tempos de viagem das ondas na rede de drenagem (HEBSON e WOOD, 1982). Ela se

apóia no fato que pequenas variações são observadas no valor do expoente que relaciona a velocidade à geometria hidráulica na direção de jusante (LEOPOLD e MADDOCK, 1953). De fato, o “lag time” para cada ordem é aproximado por meio de uma função densidade de probabilidade exponencial. Essa hipótese é parcialmente suportada pelas observações realizada por Boyd (1978) anteriormente descritas.

O hidrograma obtido por meio dessa metodologia é calculado pela determinação da probabilidade de uma partícula de água seguir determinado caminho na rede de drenagem, multiplicando-se essa pela função densidade de probabilidade do tempo de residência e somando todos esses produtos decorrentes da consideração da possibilidade da ocorrência de todos os caminhos (RODRIGUEZ-ITURBE e VALDES, 1979).

Rodriguez-Iturbe e Valdes (1979) realizaram simulações para várias configurações de redes de drenagem em bacias de terceira ordem e demonstraram a inter-relação entre a forma do hidrograma e os parâmetros que descreviam essas redes. Essas simulações indicaram que o HUG é extremamente sensível a variações dos tempos de residências e, portanto, à velocidade para a máxima vazão assumida.

4 METODOLOGIA

Para avaliação das alternativas de modelagem da propagação de cheias consideradas, foram avaliadas diferentes formulações matemáticas do problema, partindo-se das equações completas de Saint-Venant em modelagem unidimensional. Alternativas de simplificação como: Onda Difusiva, Onda Cinemática, modelos Muskingum (em suas versões linear e não-linear) e Muskingum-Cunge foram comparadas à modelagem das equações completas de Saint-Venant (1D), cuja solução será adotada como paradigma para o problema da propagação.

A hipótese primordial do estudo é o estabelecimento de relações entre parâmetros geomorfológicos dos trechos em estudo e das bacias às quais esses pertencem e os métodos de propagação em análise. Os parâmetros geomorfológicos retratam o processo de formação e evolução da rede hidrográfica e encontram-se inter-relacionados influenciando de maneira complexa na resposta da bacia. Por conseqüência, as variáveis envolvidas nas formulações que modelam os deflúvios nesses canais naturais devem, de alguma maneira, relacionar-se a esses parâmetros.

A estrutura da metodologia é apresentada na Figura 4.1.

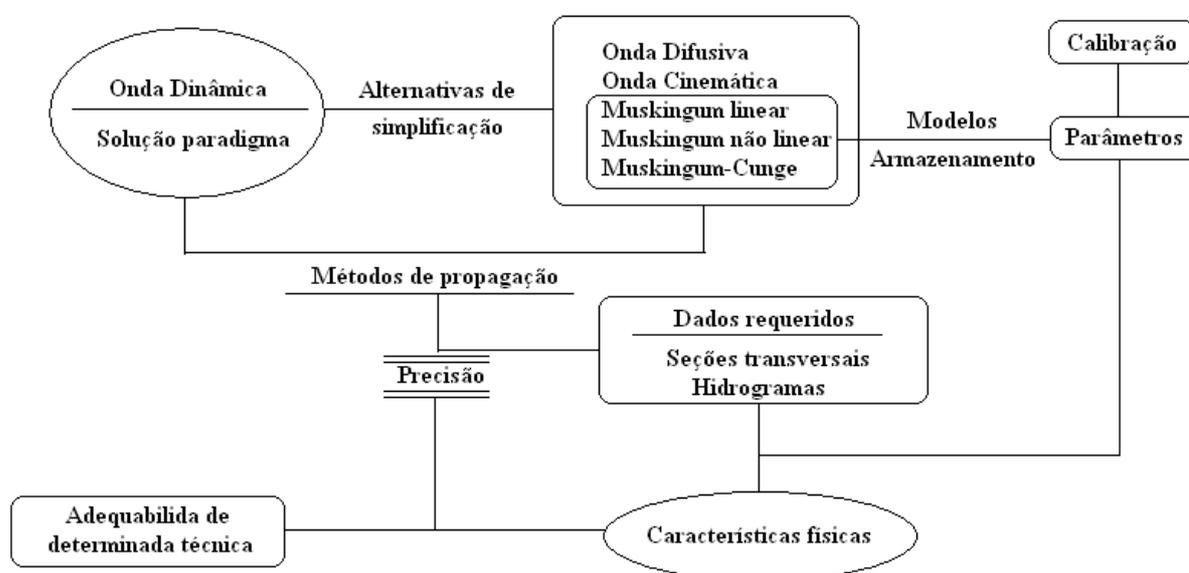


Figura 4.1 – Estrutura da metodologia.

As etapas adotadas na implementação do esquema apresentado foram as seguintes:

- a) modelagem computacional dos métodos de propagação;
- b) definição da área de estudo;
- c) levantamento de dados necessários para execução dos métodos:
- obtenção de parâmetros geomorfológicos dos canais e de suas respectivas bacias hidrográficas;
 - seções transversais:
 - levantamento de seções transversais naturais;
 - aproximação dos perfis transversais originais por uma forma geométrica equivalente.
 - hidrogramas:
 - geração de hidrogramas para calibração e simulação dos métodos em estudo por intermédio das características geomorfológicas das bacias selecionadas.
- d) simulação/calibração dos métodos de propagação:
- simulação dos métodos hidráulicos – Ondas Dinâmica, Difusiva e Cinemática – e conseqüente estabelecimento da solução paradigma;
 - calibração dos parâmetros associados aos modelos de armazenamento – Muskingum linear, Muskingum não linear e Muskingum-Cunge e simulação desses.
- e) análise de correlações estatísticas entre as características geomorfológicas das bacias amostradas e:
- a precisão dos métodos de propagação alternativos à solução paradigma;
 - os parâmetros associados aos modelos de armazenamento;
 - os parâmetros associados à geometria dos canais;
 - entre os próprios parâmetros geomorfológicos.
- f) análise dos resultados e formulação de recomendações para que em função das características geomorfológicas do trecho a ser simulado:
- possibilite-se a determinação do(s) método(s) mais indicado(s);

- determine-se a faixa de valores associados aos parâmetros dos modelos de armazenamento a fim de auxiliar a etapa de calibração desses métodos;
- avali-se a possibilidade de se extrapolar as relações derivadas da análise de correlações estatísticas para utilização em situações onde haja escassez de dados.

A modelagem computacional dos métodos de propagação é uma etapa complexa do processo, devido essencialmente à dificuldade em se resolver os sistemas de equações envolvidos nas formulações hidráulicas. Decorrente desse fato, optou-se por utilizar um pacote computacional que contemplasse todas as soluções em estudo para esse tipo de modelo. O modelo FourPT foi utilizado para esse propósito. Os modelos de armazenamento, por sua vez, foram programados integralmente, uma vez que possuem soluções relativamente simples quando comparados aos modelos hidráulicos.

A escolha da área de estudo baseou-se nos seguintes critérios:

- disponibilidade de dados;
- variabilidade espacial, de maneira a se obter variações nos valores associados aos parâmetros geomorfológicos coletados. Por exemplo, que se possibilitasse obter variações significativas das áreas de drenagem associadas às bacias analisadas;
- existência de estudos que evidenciassem algum grau de similaridade hidrológica e fornecessem subsídios para uma análise mais completa. Exemplo: regionalização de vazões; e
- certo grau de estabilidade quanto às variações temporais dos dados utilizados para análise. Variações bruscas de seções transversais e curvas-chaves entre anos hidrológicos foram evitados.

Com base nesses critérios optou-se por estudar as sub-bacias 40 e 41, pertencentes à bacia hidrográfica do rio São Francisco em sua porção anterior à usina hidrelétrica de Três Marias no estado Minas Gerais. Foram selecionadas 40 sub-bacias pertencentes a essa área.

O número de dados requeridos para execução dos métodos descritos é elevado e, por vezes, de difícil obtenção. Ademais, a obtenção de parâmetros geomorfológicos deveria contemplar o maior número possível de variáveis de maneira a possibilitar um estudo estatístico mais completo. Devido ao número de sub-bacias em estudo, decidiu-se utilizar um método

automático para extração das características geomorfológicas. Para esse fim, utilizou-se a extensão TauDEM, utilizada de maneira integrada ao software ArcGis. Essa extensão permite a obtenção desses parâmetros a partir do fornecimento de um modelo digital de elevação do terreno.

Os perfis transversais dos cursos d'água foram obtidos a partir da rede hidrometeorológica da Agência Nacional de Águas – ANA – e aproximados a seções trapezoidais assimétricas tal que as grandezas geométricas área e perímetro molhado (e, por conseqüência, o raio hidráulico) se mantivessem equivalentes aos da seção original. Essa parametrização visa permitir a análise dos parâmetros envolvidos na definição desses trapézios em função das características geomorfológicas das bacias amostradas de maneira a se construir relações que permitam uma melhor compreensão da evolução da geometria dos canais ao longo do trecho fluvial e a extrapolação dessas relações para regiões onde haja escassez de dados.

Hidrogramas de cheia sintéticos foram construídos a partir da distribuição Gamma com base em uma formulação que relacionava os parâmetros dessa aos utilizados na construção do Hidrograma Unitário Geomorfológico (HUG). O HUG possibilita a determinação das grandezas relacionadas à função de transferência unitária afluente ao trecho como a vazão de pico e o tempo de pico a características geomorfológicas da bacia em estudo (RODRIGUEZ-ITURBE e VALDES, 1979). Essa solução foi adotada em função das dificuldades de implementação computacional do HUG para bacias de ordem elevada.

De posse dos dados coletados foram realizadas as simulações dos métodos hidráulicos e estabelecida a solução paradigma (Onda Dinâmica). Os termos associados à equação da conservação da quantidade de movimento foram explicitados a cada passo de cálculo, fornecendo subsídios para uma análise comparativa entre os métodos.

A partir da solução do modelo hidrodinâmico completo (solução paradigma) passou-se à etapa de calibração do conjunto de parâmetros associados às formulações dos modelos de armazenamento. Foi utilizado o método dos Algoritmos Genéticos para esse propósito. A formulação utilizada permitia o emprego de funções multi-critérios.

Uma vez determinados os parâmetros das formulações de armazenamento, passou-se à fase de validação dos mesmos utilizando-se para isso um hidrograma que diferia do usado anteriormente na fase de calibração.

Enfim, passou-se à fase de análises de correlações estatísticas e conseqüente elaboração das análises e recomendações anteriormente descritas. A seguir essas etapas são descritas de maneira pormenorizada.

4.1 Propagação de vazões

4.1.1 Modelos hidráulicos: modelo FourPT

O modelo FourPT destina-se à simulação do escoamento unidimensional em regime não permanente para canais ou redes de canais em condições de escoamento livre. O software fornece três opções de simulação partindo da solução completa das equações de Saint-Venant, Onda Dinâmica, e contemplando suas simplificações, Onda Difusiva e Onda Cinemática. As equações que regem o escoamento unidimensional não permanente são resolvidas por meio de um esquema de diferenças-finitas de quatro pontos, utilizando para tal os métodos de eliminação Gaussiana e de Newton-Raphson.

O modelo fornece diferentes alternativas para estabelecimento das condições de contorno a montante e jusante dos trechos considerados. Entre essas, merecem ressalva a possibilidade da inclusão de hidrogramas e níveis de profundidade admitidos pelo usuário, a consideração de escoamento uniforme e a presença de estruturas hidráulicas. É possível também gerar hidrogramas hipotéticos com base em uma função harmônica pré-estabelecida.

As seções transversais dos canais podem ser representadas por meio de três opções de geometria: retangular, trapezoidal ou irregular. A seleção da distância das seções transversais a serem fornecidas independe da discretização espacial admitida durante a solução numérica. Opcionalmente pode-se considerar os efeitos de sinuosidade do canal e variação da densidade da água.

Os resultados gerados incluem a série de vazões e profundidades discretizadas no tempo e espaço. São gerados vários arquivos de texto que variam em função das opções que o usuário estabelece nos arquivos de entrada.

Desenvolvido pelo USGS – United States Geological Survey (Serviço Geológico dos Estados Unidos) – o programa foi criado utilizando-se o FORTRAN 77, sendo a 1º versão do ano 1995 disponibilizada na Internet na URL: <http://water.usgs.gov/software/FourPt.html>. Como exemplo de utilização em situações reais pode-se citar a simulação de uma complexa rede de

aproximadamente 500 canais no Delta Sacramento-San Joaquin, pelo Departamento de Recursos Hídricos do Estado da Califórnia - EUA.

4.1.1.1 Formulação Empregada no Modelo FourPT

As equações utilizadas pelo modelo foram derivadas da formulação proposta por Saint-Venant e apresentam duas variações:

- A densidade é assumida constante para uma dada seção transversal, mas não necessariamente fixa no espaço e no tempo. Em outras palavras é possível considerá-la variável, mas, no entanto, para o instante considerado, o valor deverá ser único para cada seção considerada;
- A fim de contemplar os efeitos volumétricos da sinuosidade do trecho em análise foram introduzidos dois coeficientes extras denominados: M_a – coeficiente de sinuosidade ponderado pela área; e M_q – coeficiente de sinuosidade ponderado pela vazão.

As equações de Saint-Venant anteriormente descritas foram apresentadas em sua forma divergente de equações diferenciais parciais por meio das equações (3.28) e (3.30). Outros termos, no entanto, podem ser considerados tal, como o fluxo lateral (q). A distribuição não uniforme das velocidades na seção transversal pode ser corrigida por meio da modificação da equação da quantidade de movimento. A massa específica (ρ) também pode ser considerada variável. Nas equações (3.28) e (3.30) essas variações não aparecem pois foram consideradas nulo, desprezível e constante respectivamente. Ao considerar essas expressões conforme descrito em Cunge *et al.* (1980) e introduzir as variações presentes no modelo obtêm-se:

$$\frac{\partial(\rho M_a A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} - \rho_l q = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho M_q Q) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \rho \frac{Q^2}{A} + \rho g I_1 \right) + \rho g A (S_f - S_0) - \rho g I_2 = 0 \quad (4.2)$$

nas quais:

- M_a é o coeficiente de sinuosidade ponderado pela área;
- M_q é o coeficiente de sinuosidade ponderado pela vazão;

- ρ_l é a massa específica do fluxo lateral;
- β é o coeficiente para incorporação dos efeitos da não uniformidade da velocidade para uma dada seção transversal;
- η, σ, I_1 e I_2 são definidos como nas equações (3.9), (3.10) e (3.13).

Segundo DeLong (1989), o coeficiente de sinuosidade ponderado pela área M_a pode variar com a profundidade do escoamento e com a distância longitudinal do canal e é definido como:

$$M_a = \frac{1}{A} \int_A m dA \quad (4.3)$$

onde m é a razão entre o comprimento do canal s e a distância longitudinal em direção à jusante x , para um incremento de seção transversal dA . Analiticamente:

$$m = \frac{ds}{dx} \quad (4.4)$$

O coeficiente de sinuosidade ponderado pela vazão M_q , similarmente, pode variar tanto com a distância longitudinal em direção a jusante quanto com a profundidade do escoamento (FROEHLICH, 1991) e é expresso como:

$$M_q = \frac{1}{Q} \int_Q m dQ \quad (4.5)$$

onde dQ é o incremento de vazão correspondente a um incremento de área dA .

É válido ressaltar que a utilização de M_q introduz somente uma correção parcial dos erros decorrentes da aproximação unidimensional para rios com meandros. Isso é decorrente do fato de que, ao contrário da massa, a quantidade de movimento é um grandeza vetorial, e portanto não pode ser forçada por uma equação a fim de considerar o movimento decorrente dos meandros.

O coeficiente para incorporação dos efeitos da não uniformidade da velocidade para uma dada seção transversal β é definido como:

$$\beta = \frac{1}{u^2 A} \int_A U^2 dA \quad (4.6)$$

onde U é a velocidade do escoamento e u é a velocidade média na seção transversal considerada.

Todas as hipóteses consideradas nas equações de Saint-Venant são adotadas. Soma-se ainda às já descritas a premissa de que a quantidade de movimento associada ao fluxo lateral é muito pequena e pode ser negligenciada.

A equação (4.2) deve ser rearranjada e simplificada a fim de se eliminar as relações de integral representadas por I_1 e I_2 . Procedendo-se como descrito na equação (3.31), utilizando-se teorema de Leibniz e ao considerar a possível variação da massa específica obter-se-á:

$$g \frac{\partial}{\partial x} (\rho I_1) = g \rho A \frac{\partial h}{\partial x} + g A \frac{\partial \rho}{\partial x} \bar{h} + g \rho I_2 \quad (4.7)$$

,onde \bar{h} é definido como a distância da superfície da água ao centróide da seção transversal. Analiticamente:

$$\bar{h} = \frac{\int_0^h (h - \eta) \sigma d\eta}{\int_0^h \sigma d\eta} \quad (4.8)$$

Substitui-se então a equação (4.8) em (4.2), tal que:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho M_q Q) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \rho \frac{Q^2}{A} \right) + g A \left(\rho S_f - \rho S_0 + \rho \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x} \bar{h} \right) = 0 \quad (4.9)$$

Lembrando-se que y é a distância da superfície d'água a um datum comum, pode-se escrever:

$$-S_0 + \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} \quad (4.10)$$

e então ao rearranjar a equação (4.9), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho M_q Q) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \rho \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\rho \frac{\partial y}{\partial x} + \rho S_f + \frac{\partial \rho}{\partial x} \bar{h} \right) = 0 \quad (4.11)$$

O termo S_f é substituído pela relação:

$$Q = K \sqrt{S_f} \quad (4.12)$$

, onde $K = K(h)$ é denominado fator de condutância hidráulica e é determinado por meio da equação de Manning (3.16):

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} \sqrt{S_f} \quad (4.13)$$

Ao substituir (4.12) em (4.11) obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho M_q Q) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \rho \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\rho \frac{\partial y}{\partial x} + \rho \frac{Q|Q|}{K^2} + \frac{\partial \rho}{\partial x} \bar{h} \right) = 0 \quad (4.14)$$

O módulo presente em (4.14) torna a resistência do escoamento sempre oposta à direção do fluxo.

As equações (4.1) e (4.14) representam, respectivamente, os princípios da conservação da massa e da quantidade de movimento no modelo FourPT.

4.1.1.2 Solução numérica

As expressões matemáticas que governam o modelo são solucionadas por meio da utilização do esquema de diferenças finitas implícito de quatro pontos (ABBOTT, 1979). As variáveis dependentes são a vazão (Q) e a elevação da superfície da água em relação ao datum (y).

As equações (4.1) e (4.14) são preparadas para solução numérica por meio de quatro etapas:

- integração numérica no tempo;
- integração numérica no espaço;

- linearização para cada iteração em termos de variações incrementais das variáveis dependentes por meio de aproximações obtidas pelo truncamento das séries de Taylor referentes a cada variável dependente; e
- aproximação espacial em termos das variáveis dependentes localizadas especificamente nas extremidades de cada trecho.

Detalhes adicionais quanto às etapas acima descritas para a adequação dessas equações segundo o esquema de Preissman podem ser vistos em DeLong *et al.* (1997).

4.1.1.3 Condições e parâmetros adotados

Foram adotadas as seguintes condições e parâmetros para utilização do modelo:

- condições de contorno
 - montante: hidrograma afluente ao trecho;
 - jusante: curva-chave da estação fluviométrica;
- massa específica da água: constante;
- coeficiente para incorporação dos efeitos da não uniformidade da velocidade na seção transversal (β): 1;
- coeficiente de sinuosidade ponderado pela área (M_a): 1;
- coeficiente de sinuosidade ponderado pela vazão (M_q): 1;
- comprimento do trecho:
 - (i) igual ao comprimento para o qual a magnitude associada ao rio principal é maior do que 0,8 da magnitude máxima ou inferior a 40km;
 - (ii) se (i) for inferior a 5km reduz - se o percentual gradativamente de 0,8 até 0,7 M_{Max} a fim de que se obtenha um comprimento mínimo igual a 5km;
 - (iii) caso (ii) não se verifique adota - se o comprimento igual a 0,7 M_{Max}
- declividade: declividade média para o comprimento do trecho considerado;
- coeficiente de ponderação (θ) : 0,6;
- discretização temporal (Δt): 30 segundos ;

- discretização espacial (Δx): $\left(\frac{\text{comprimento do trecho}}{16}\right) \cdot \left(\frac{1}{25}\right) \therefore 401$ seções de cálculo ;
- seções de cálculo consideradas para análise:
 - seção de montante/hidrograma afluente considerado para os modelos de armazenamento:

$$\left(\frac{1}{16} \cdot \text{comprimento do trecho}\right) \therefore \text{seção 26};$$
 - estabelecimento da solução paradigma:

$$\left(\frac{13}{16} \cdot \text{comprimento do trecho}\right) \therefore \text{seção 326};$$
 - cálculo dos termos da equação da continuidade:

seções centrais no trecho \therefore seções 200 e 201
- vazão para o instante inicial ($t=0$) em todas as seções consideradas (x_1, x_2, \dots, x_N):

$$\frac{\text{vazão de pico}}{10};$$
- seção transversal: seção trapezoidal equivalente, considerada invariável para o trecho definido, conforme descrito anteriormente;
- coeficiente de rugosidade de Manning (n): valor médio determinado a partir da curva-chave e da seção transversal da estação fluviométrica considerada; e
- fluxo lateral: nulo.

Segundo Bentura (1996), a adoção das seções para análise conforme acima descrito possibilita que os eventuais erros decorrentes das condições de contorno adotadas sejam minimizadas. A Figura 4.2 ilustra esse critério.

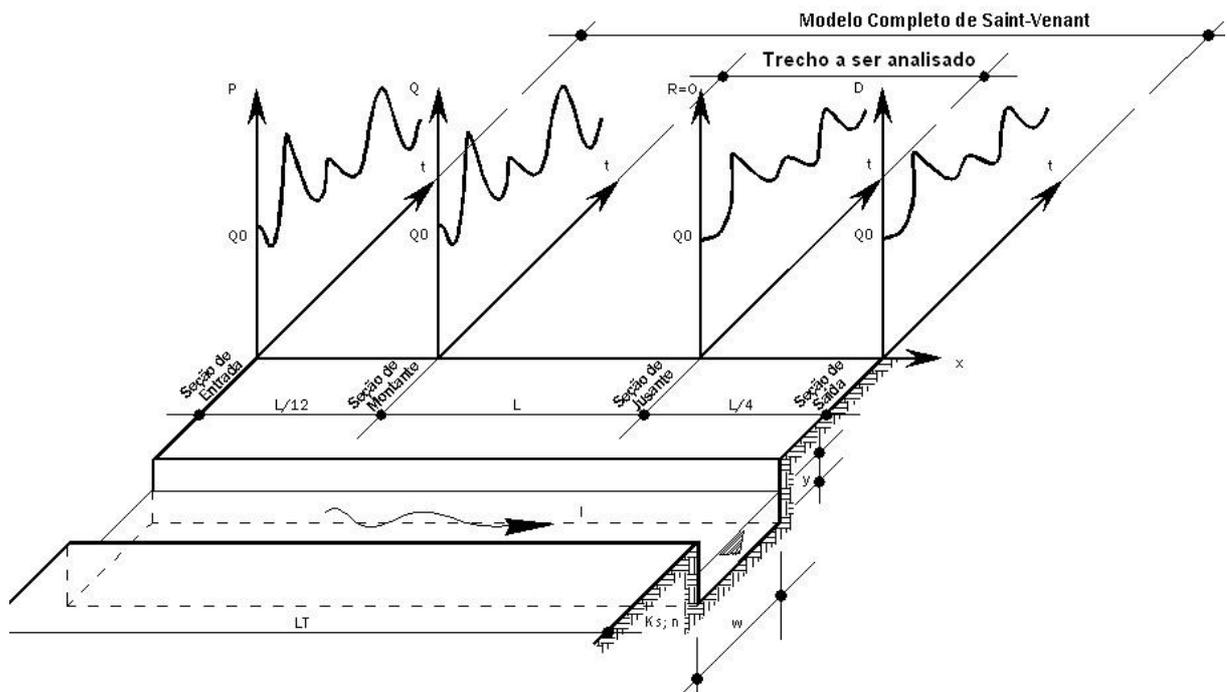


Figura 4.2 – Discretização espacial (Fonte: BENTURA, 1996).

O comprimento do trecho adotado procurou associar a significância da magnitude em relação à evolução do sistema fluvial aos efeitos de amortecimento e translação decorrentes da propagação de vazões. Procurou-se adotar um comprimento que permitisse a verificação desses efeitos sem no entanto violar a consideração de uma seção constante ao longo do trecho. Assim, admitiu-se que para um limite igual 0,8 da máxima magnitude, ou seja, para o trecho posterior ao qual 80% dos segmentos da rede já contribuíssem para o canal principal, a variação da geometria do canal não seria significativa. Na literatura, há vários relatos de estudos de propagação de vazões em trechos que variam entre 5 e 40km (BENTURA,1996). Assim, admitiu-se o limite superior como 40km e procurou-se estender o critério da magnitude até que se verificasse o limite inferior de 5km. Adotou-se então um critério de magnitude mínima ($0,7M_{Max}$) para o qual se permitiu um comprimento inferior a 5km.

O coeficiente de ponderação e a discretização temporal foram adotadas em função das simulações realizadas e de outros estudos correlatos na modelagem do escoamento não-permanente, uma vez que foi verificada a estabilidade numérica, na maior parte dos casos, para os valores descritos.

É válido ressaltar que apesar do modelo incorporar em sua formulação matemática o fluxo lateral, na versão utilizada esse efeito não é considerado. Não há opções para o fornecimento

desse dado ao modelo. Como o código fonte é fornecido, procedeu-se uma longa inspeção a fim de se constatar esse fato.

4.1.2 Modelos de armazenamento

Os modelos de armazenamento foram programados integralmente, uma vez que possuem soluções relativamente simples quando comparados aos modelos hidráulicos. Utilizou-se para isso a linguagem VBA – Visual Basic for Applications –, disponibilizada pela Microsoft em seus aplicativos da plataforma Office. O Microsoft Excel foi o software base. Complementarmente, utilizou-se a linguagem Fortran para criação de rotinas que requeriam um maior esforço computacional.

4.1.2.1 Critérios adotados

Foram adotados os seguintes critérios durante a calibração/validação dos modelos de armazenamento:

- $\Delta x \cong 0,5c\Delta t \left[1 + \left(1 + 1,5 \frac{q}{c^2 S_0 \Delta t} \right)^{1/2} \right]$ (FREAD, 1992);
- $\Delta t = 60s \rightarrow \Delta t \leq \frac{t_p}{5}$, sendo t_p o tempo de pico do hidrograma (FREAD, 1992);
- $q_0 = \frac{Q_0}{b_0} = \frac{Q(h)}{b(h)}$ sendo Q_0 a vazão média do hidrograma afluente ao trecho (PONCE, 1989).
- $c = \gamma \cdot u$, sendo γ obtido por meio da relação $Q(h) = \alpha \cdot A(h)^\gamma$. O valor de γ foi determinado por meio da relação área-vazão, obtida a partir da curva-chave e da seção transversal do trecho considerado, uma vez que tanto Q quanto A são funções da profundidade.

4.1.2.2 Calibração de parâmetros associados às formulações hidrológicas/ híbridas

A partir dos conceitos anteriormente relatados acerca dos processos de calibração e tendo em vista a aplicação desses no presente estudo, optou-se por utilizar um método de calibração global, a fim de se obter o melhor conjunto de parâmetros para as formulações hidrológicas. O método dos algoritmos genéticos (AG) foi selecionado para esse fim e uma breve descrição a seu respeito é realizada a seguir.

4.1.2.2.1 Algoritmos genéticos

Os algoritmos genéticos foram desenvolvidos por Rechenberg no ano de 1973, na Alemanha, e por Holland em 1975, nos Estados Unidos (CALIMAN *et al.*, 2001 *apud* BRANT, 2002). Desde 1980, essa técnica vem sendo estudada e empregada em diversos campos, tais como em projetos de turbinas a gás, redes de telecomunicações e projetos de computadores (FREY *et al.*, 2001 *apud* BRANT, 2002).

Esses algoritmos se baseiam na seletividade das espécies que ocorrem nas leis naturais, como observado por Darwin. Eles procuram considerar que os “indivíduos” que possuem características semelhantes se adaptam melhor a um mesmo “ambiente” e têm melhor chance de sobrevivência. A metodologia busca selecionar esses “indivíduos” e reuni-los em grupos definidos.

Algumas definições são necessárias:

- Indivíduos – representam uma alternativa de solução em um estudo de otimização por meio de *AG*. Os indivíduos podem também ser identificados como caracteres concatenados fornecidos de forma aleatória, representados por um conjunto de números binários (na maioria das vezes) de comprimento finito, convenientemente escolhidos para representar o espaço paramétrico em base dois (BRANT *et al.*, 2001);
- População – conjunto de indivíduos que fazem parte do processo de otimização por *AG*.

Existem vários métodos com diferentes variantes. No entanto, é comum a esses métodos as seguintes etapas (DAVIS, 1991 *apud* TUCCI, 1998): (i) inicialização da população; (ii) avaliação de cada indivíduo da população; (iii) geração de novos indivíduos baseada na população existente; (iv) retirada de indivíduos da população atual considerados inaptos; (v) avaliação de novos indivíduos; e (vi) verificação do critério de finalização. Caso o critério de finalização não seja satisfeito retorna-se a (iii). Tucci (1998) descreve de maneira pormenorizada essas etapas:

- Inicialização – é definida a partir de uma população inicial, determinada pelo usuário ou gerada de forma aleatória;
- Geração/seleção – a geração refere-se aos operadores de busca utilizados pelos *AG*: seleção, cruzamento e mutação. A seleção é um processo similar ao que ocorre na teoria da

evolução das espécies, em que um indivíduo considerado mais apto sobrevive. O indivíduo é mantido, ou melhor, copiado de acordo com o valor da função objetivo. O cruzamento é um processo pelo qual os indivíduos, aos pares, trocam informações genéticas entre si, segundo uma probabilidade de cruzamento. A mutação é o processo pelo qual o valor de certas posições dos indivíduos é modificado arbitrariamente (de 0 para 1 em codificação binária) em função de uma dada probabilidade de mutação;

- Eliminação de indivíduos e regeneração – o processo de entrada e saída de indivíduos pode ocorrer de várias maneiras, dentre as quais: (i) substituição total: a cada etapa m indivíduos são substituídos por outros em igual número; (ii) substituição limitada: são gerados m_{i+1} indivíduos que substituem os piores indivíduos existentes na fase i , tal que $m_{i+1} \ll m_i$;
- Reprodução – é a operação de gerar novos indivíduos com base na população atual. Existem várias combinações que se baseiam em: (i) combinação de dois indivíduos existentes (cruzamento); e (ii) mutação de um indivíduo existente;
- Critério de finalização – em geral, é associado ao número máximo de avaliações da função objetivo ou a geração da população.

A Figura 4.3 demonstra o fluxograma do processo dos algoritmos genéticos.

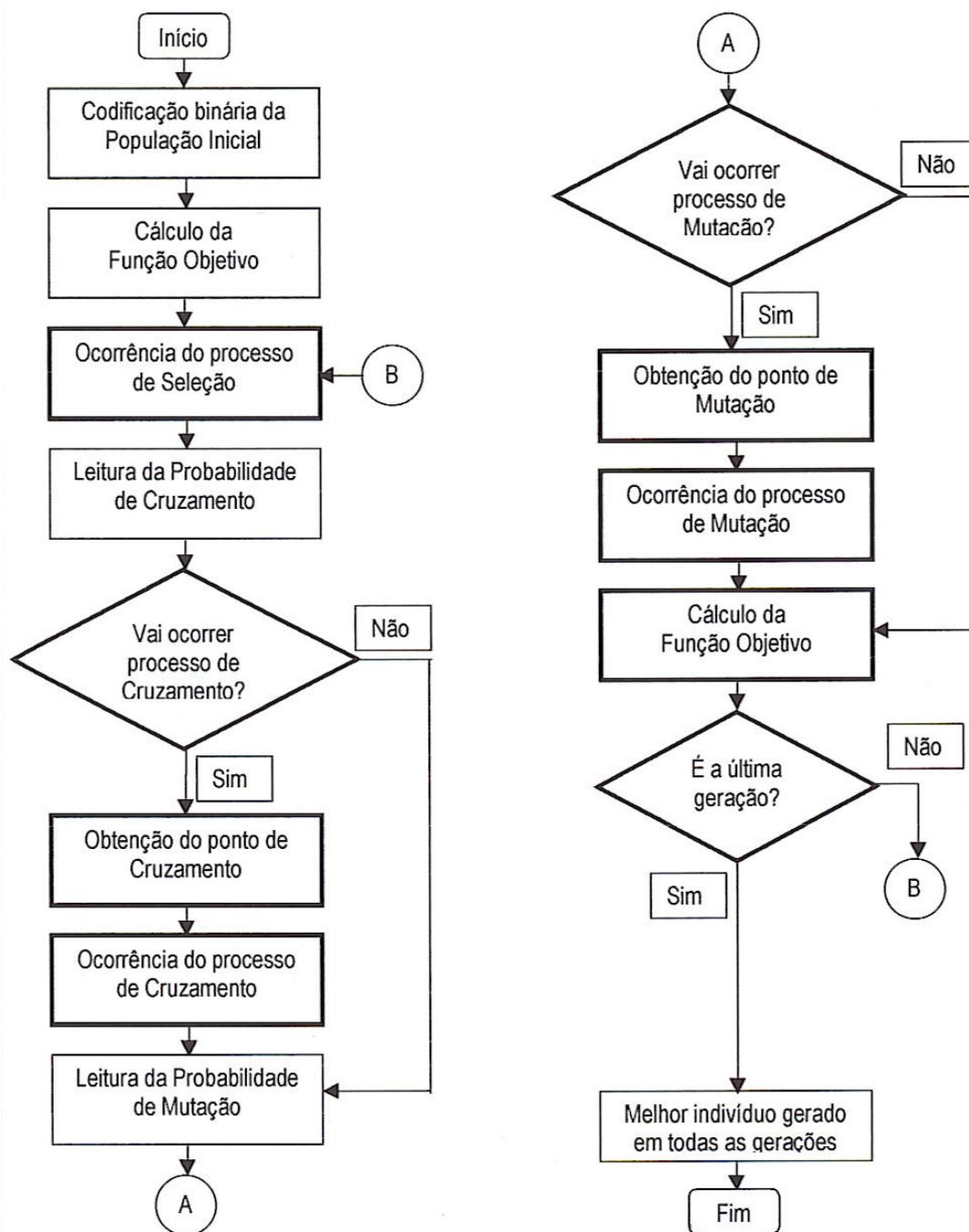


Figura 4.3 – Fluxograma do processo dos algoritmos genéticos (Fonte: BRANT, 2002).

Como aplicações no processo de modelagem do escoamento unidimensional não-permanente pode-se citar os trabalhos de Mohan (1997) e Palmier e Naghettini (2001). Ambos utilizaram essa técnica para calibrar os parâmetros associados ao modelo de Muskingum em sua versão não-linear.

4.1.2.2.2 Modelo/parâmetros utilizados

Como os modelos de armazenamento foram programados utilizando-se como base o software Microsoft Excel, o algoritmo deveria também utilizar essa mesma plataforma. O suplemento OptWorks é um plug-in para Excel que possui diversas ferramentas para otimização, entre esses, o método selecionado para calibração. O mesmo foi utilizado durante essa etapa.

Os parâmetros utilizados foram os sugeridos como default pela fabricante do suplemento. Esses são:

- Número de indivíduos para a população inicial: 50;
- Probabilidade de cruzamento: 0,7;
- Probabilidade de mutação: 0,2; e
- Número máximo de gerações: 50;

Como função objetivo foram utilizados os critérios de Nash e de diferença de volumes, apresentados anteriormente por meio das equações (3.76) e (3.77), ambos considerados com o mesmo peso. Como critério adicional para verificação da qualidade da modelagem utilizaram-se ainda as duas relações a seguir.

$$\text{Relação percentual entre vazões de pico} = 100 \frac{Q_{pico}^{obs} - Q_{pico}^{calc}}{Q_{pico}^{obs}} \quad (4.15)$$

$$\text{Relação percentual entre tempos de pico} = 100 \frac{t_{pico}^{obs} - t_{pico}^{calc}}{t_{pico}^{obs}} \quad (4.16)$$

4.2 Geomorfologia fluvial

4.2.1 Modelo para levantamento de características geomorfológicas - TauDEM

Um modelo digital de terreno – MDT – procura representar uma determinada superfície em uma estrutura matemática que permita sua visualização tridimensional e a extração de informações derivadas (TEIXEIRA *et al.*, 1992).

A distribuição espacial dos atributos topográficos pode ser usada como uma medida indireta da variabilidade espacial dos processos hidrológicos. Segundo Mendes (1995) os atributos topográficos podem ser divididos em atributos primários ou secundários (ou compostos). Os atributos primários são diretamente calculados a partir dos dados de elevação e incluem variáveis como elevação e declividade. Atributos compostos envolvem combinações de atributos primários e índices que descrevem ou caracterizam a variabilidade espacial de um processo físico ocorrendo no relevo, como o potencial de erosão e a distribuição da umidade no solo.

Os MDTs são extremamente úteis na extração de características geomorfológicas (CARVALHO JÚNIOR *et al.*, 1997) e fornecem também subsídios ao mapeamento geológico, pedológico e hidrológico. Os MDT's são utilizados como dados de entrada em várias modelagens hidrológicas e de erosão (RISSO, 1993). Dessa forma, o MDT pode ser utilizado para diferentes finalidades, sendo algumas de suas aplicações básicas:

- Armazenamento de dados de elevação para mapas topográficos digitais;
- Extração de padrões – vales, divisores, forma de vertentes etc;
- Determinação automática da rede drenagem (BAND, 1986);
- Delimitação automática de bacias hidrográficas (MARK *et al.*, 1984);
- Modelagem distribuída; e
- Fundo para visualização de informações temáticas ou para combinação de dados de relevo com dados temáticos tais como solos, cobertura vegetal e precipitação, entre outros.

O MDT das bacias que foram analisadas foi confeccionado a partir dos dados da cartografia digital do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE. Para a área em estudo os dados utilizados para geração do MDT eram disponibilizados em duas diferentes escalas:

1:50.000 e 1:100.000. O modelo digital do terreno foi gerado por meio da utilização do software ArcGis em um grid com resolução espacial uniforme de 40 x 40m.

No presente projeto, a utilização dessas técnicas visa essencialmente à extração de parâmetros geomorfológicos para a análise de características físicas das bacias em estudo. Atualmente, a obtenção de parâmetros topográficos, assim como de métodos automáticos para a delimitação de áreas e geração de redes de drenagem, é disponibilizada por uma série softwares.

O modelo TauDEM – Terrain Analysis Using digital Elevation Models in Hydrology – é um plug-in desenvolvido para o software ArcGis que fornece várias opções para a análise de MDT's com vista a aplicações em Hidrologia. Entre essas vale ressaltar a possibilidade de extração de dados quantitativos da rede de drenagem, tais como classificação dos cursos d'água segundo a metodologia de Strahler e a declividade de cada trecho fluvial constituinte da rede. Significativa contribuição é dada pela discussão acerca dos vários métodos utilizados para delineamento da rede de drenagem. O plug-in, além de possibilitar o uso de diferentes técnicas, estabelece critérios estatísticos para esse tipo de análise. Dentre uma série de softwares e suplementos analisados, o modelo TauDEM foi considerado o mais completo e por esse motivo foi utilizado no presente trabalho.

4.2.1.1 Delineamento de redes e áreas de drenagem

Os processos hidrológicos são fundamentalmente diferentes em encostas e canais. Nos canais o escoamento é concentrado, enquanto para as encostas, o fluxo é disperso. No primeiro caso, a área de drenagem, $A(m^2)$, que contribui para um ponto específico em curso d'água pode ser quantificada. No caso das encostas, a “área” que contribui para um ponto tende a zero, pois a largura do fluxo em direção ao ponto desaparece. Para essas o escoamento e a área de drenagem devem ser caracterizados por unidade de largura do fluxo ($m^3 / s / m = m^2 / s$). A área de contribuição para um ponto específico situado em uma encosta, a , é definida como a razão entre a área de drenagem a montante do escoamento disperso e a largura do fluxo b

$\left[a = \frac{A}{b}; (m^2 / m) \right]$ (MOORE *et al.*, 1991) . A Figura 4.4 ilustra esses conceitos.

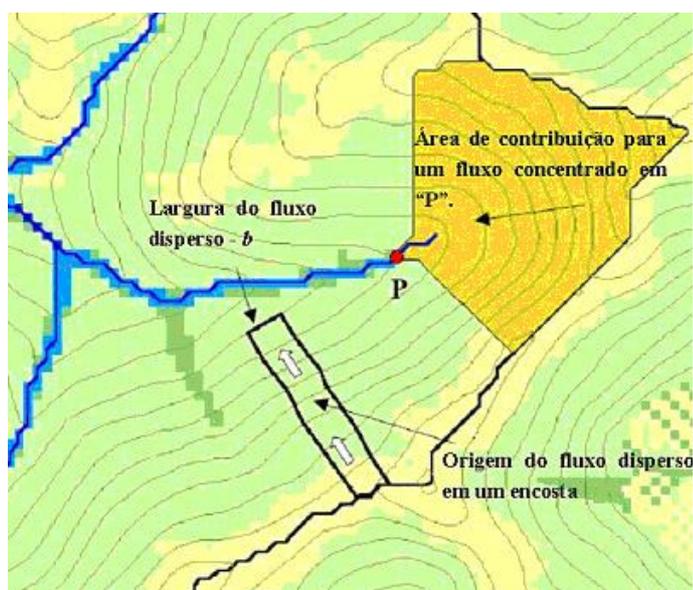


Figura 4.4 – Definição da área de contribuição para um fluxo concentrado e disperso.
(Fonte: TARBOTON, 2003)

As diferenças envolvidas nos processos físicos que ocorrem nas encostas e nos canais devem ser consideradas durante o processo de modelagem hidrológica. A correta escala associada ao relevo necessita ser identificada, pois somente assim os parâmetros de entrada dos modelos poderão ser estimados corretamente.

Tarboton e Ames (2001) apresentam uma forma objetiva para delinear uma rede de drenagem a partir de um MDT respeitando as diferenças entre encostas e cursos d'água. Por meio da consideração de uma área mínima de contribuição e da adoção de um grid da “curvatura local” como ponderador na função de acumulação da área de contribuição a um ponto específico, delimita-se a rede e área de drenagem. Em outras palavras, determina-se inicialmente o caminho preferencial da água no relevo (obtido pela comparação entre as altitudes armazenadas em pixels vizinhos), acumula-se então o número de pixels a medida em que se caminha em direção de jusante e utiliza-se como ponderador o grid de “curvatura local” como suporte para consideração da variabilidade espacial da rede de drenagem. A partir dessa função e de uma área de contribuição mínima, isto é, uma área mínima para qual pode-se considerar que o caminho delineado é permanente, obtém-se a rede de drenagem. A adoção dessa área mínima é um dos pontos de subjetividade nos métodos automáticos de delineamento de redes e áreas de drenagem. Uma das grandes vantagens desse método é que ele fornece um critério objetivo para determinação dessa área limite. A Figura 4.5, a seguir, exemplifica a diferença obtida pela adoção de limites diferentes.

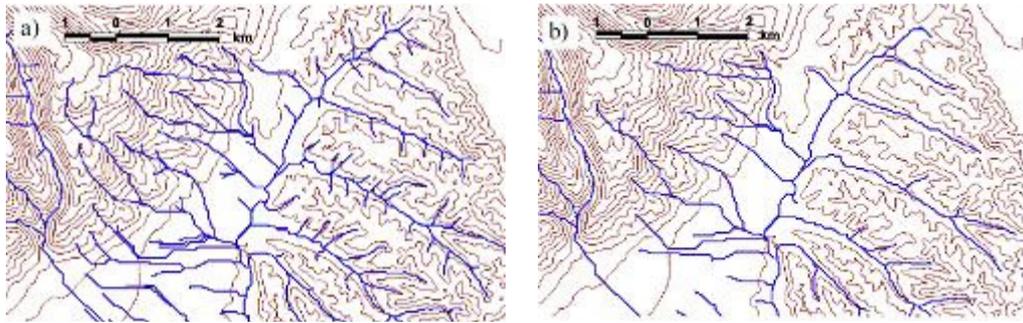


Figura 4.5: Rio Mawheraiti, Nova Zelândia. Grid com pixels de 30 x 30 m. Rede de drenagem delineada a partir de um limite mínimo de área de contribuição de: a) 100 células; b) 300 células (Fonte: TARBOTON, 2003)

Tarboton *et al.* (1991) sugeriu métodos baseados nas relações existentes entre as declividades e as áreas de contribuição e da constante denominada “stream drop” como critério para adoção dessa área limite. Essa constante é definida como a diferença de elevação existente nos trechos que iniciam e encerram os canais de mesma ordem hierarquizados segundo a classificação de Strahler.

Em síntese, o que se deseja é a adoção de uma área de contribuição limite que permita a extração da rede de drenagem de “melhor” resolução e que possua consistência estatística com as leis de geomorfologia. A adoção de valores muito pequenos gera um número de canais de primeira ordem muito grande e por conseqüência inconsistentes com o restante da rede. O oposto, por sua vez, resulta em uma rede que minimiza o número de cursos d’água e que certamente possuirão origens distintas das que ocorrem na realidade.

A partir do conhecimento da rede de drenagem, do grid de elevação do relevo e da localização espacial do exutório, pode-se então determinar a área de drenagem das bacias a serem analisadas.

É válido ressaltar que são disponibilizados pelo plug-in seis diferentes métodos para esses delineamentos. Em síntese a diferença entre eles está na consideração de diferentes fatores como critérios para determinação de singularidades na rede de drenagem. O critério estatístico baseado nos princípios anteriormente descritos é avaliado para todos. Os resultados são fornecidos na forma de tabela e podem ser exportados no formato dbf.

O método que foi utilizado denomina-se: DEM curvature base, e é sugerido pelo modelo quando não se possui um grid com os cursos d’água da área. São utilizados quatro parâmetros em sua formulação: (i) Accumulation threshold; (ii) Weight side; (iii) Weight center; (iv)

Weight diagonal. Para todos foram utilizados os valores sugeridos como default, com exceção do parâmetro (i), relacionado à área mínima de contribuição. A extensão sugere, baseado na constante estatística descrita, o valor para esse parâmetro a cada delimitação de bacia. No entanto, a fim de se obter uma rede de drenagem única para todas as sub-bacias, era necessário adotar-se um valor fixo. Após algumas análises adotou-se o valor 10 como representativo desse parâmetro.

4.2.1.2 Principais características morfológicas fornecidas pelo modelo

Além de delinear as áreas e redes de drenagem de maneira automática, o software fornece na forma de tabela uma série de dados acerca da rede de drenagem que permitem a determinação das características geomorfológicas. Os principais parâmetros que são fornecidos pelo modelo são descritos a seguir:

- número de cursos d'água;
- ordem de cada curso d'água, segundo a metodologia de Strahler;
- magnitude de cada curso d'água;
- comprimento de cada canal constituinte da rede;
- declividade de todos os cursos d'água; e
- área de contribuição de cada curso d'água com relação à área de drenagem total.

4.2.1.3 Parâmetros morfológicos extraídos

A partir da tabela fornecida pelo modelo TauDEM implementou-se um algoritmo computacional a fim de se obter os parâmetros morfológicos descritivos da rede e da bacia de drenagem. Essa rotina foi criada em VBA utilizando-se o Microsoft Excel como base. As características determinadas e que foram utilizadas nas análises subsequentes foram:

- número de segmentos (N_s);
- número de canais (N_c);
- comprimento total da rede de drenagem (L_t);
- relações entre área, comprimento e bifurcação (R_A, R_L, R_b);
- área de drenagem (A_B);

- perímetro da bacia de drenagem (P_B);
- ordem da bacia (O_B);
- comprimento do rio principal (L_{RP}), definido como o curso d'água mais longo na bacia;
- amplitude altimétrica do rio principal – nascente ao exutório (H_{RP});
- declividade média do rio principal (I_{RP});
- comprimento do trecho de maior ordem (L_Ω);
- expoente de Hack (eH);
- densidade de rios (D_r);
- densidade de drenagem (D_d);
- coeficiente de manutenção (C_m);
- extensão do percurso superficial (E_{ps}); e
- coeficiente de compacidade (C_c).

4.2.2 Seções transversais

Ao tomar-se diferentes seções transversais ao longo de um curso d'água natural nota-se uma grande variedade de formas geométricas. De fato, sua forma pode ser considerada função da vazão, da quantidade e características dos sedimentos que fluem pela seção e da composição dos materiais que constituem os leitos maior e menor do canal considerado (LEOPOLD *et al.*, 1995).

A parametrização de seções transversais naturais por uma forma equivalente possibilita a análise de características geomorfológicas das bacias definidas pelas seções consideradas, e dos parâmetros advindos da adoção de uma forma única. Esse confronto, fornece significativa contribuição para compreensão dos processos envolvidos na construção e evolução das redes de drenagem e conseqüentemente dos deflúvios superficiais, uma vez que permite a verificação de semelhanças entre as formas envolvidas e características comuns entre as bacias analisadas.

Quando se utiliza a fórmula de Manning para definição do termo de atrito nas equações de Saint-Venant os elementos geométricos mais importantes da seção transversal são a área molhada e o raio hidráulico. Assim, é necessária a adoção de um método que aproxime as seções naturais a uma forma geométrica tal que esses parâmetros se conservem.

Cardoso Neto (1994) propôs um método em que as seções transversais naturais são aproximadas a seções trapezoidais tais de tal maneira que os elementos geométricos mais importantes fossem mantidos equivalentes aos do canal natural. Tal aproximação é de grande valia na modelagem de propagação de ondas de cheia em redes fluviais interconectadas (CARDOSO NETO *et al.*, 1997).

4.2.2.1 Aproximação por uma forma geométrica hidraulicamente equivalente

O perímetro e a área molhada de uma seção transversal trapezoidal podem ser expressos, respectivamente por:

$$P = b_f + h \left(\frac{1}{\cos \theta_1} + \frac{1}{\cos \theta_2} \right) \quad (4.17)$$

$$A = h \cdot b_f + \frac{h^2}{2} (\tan \theta_1 + \tan \theta_2) \quad (4.18)$$

tal que $h = y - \xi$. Nas duas equações anteriores h é a profundidade da lâmina d'água, y é a cota da superfície livre em relação ao datum, ξ é a cota do fundo, b_f é a largura do fundo e θ_1 e θ_2 são os ângulos formados pelos taludes laterais e uma linha vertical perpendicular ao fundo.

Considere que um vetor y possa ser aproximado por um vetor \hat{y} tal que $\hat{y} = B \cdot x$, onde B é uma matriz $n \times m$ ($n > m$) e x é um vetor de parâmetros. O erro quadrático pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^2 &= \|\hat{y} - y\|^2 = \langle \hat{y} - y, \hat{y} - y \rangle = \langle \hat{y}, \hat{y} \rangle - 2\langle \hat{y}, y \rangle + \langle y, y \rangle \therefore \\ \mathcal{E}^2 &= \hat{y}^T \hat{y} - 2\hat{y}^T y + y^T y \end{aligned} \quad (4.19)$$

Assim,

$$\varepsilon^2 = x^T \cdot B^T \cdot B \cdot x - 2x^T \cdot B^T \cdot y + y^T \cdot y \quad (4.20)$$

Essa expressão é mínima quando sua derivada em relação ao vetor x for nula, ou seja, $B^T \cdot B \cdot x - B^T \cdot y = 0$. Logo:

$$x = (B^T \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot y \quad (4.21)$$

Essa última expressão representa o método dos mínimos quadrados.

A equação (4.18) pode ser escrita como:

$$A = a_2 y^2 + a_1 y + a_0 \quad (4.22)$$

na qual:

$$\tan \theta_1 + \tan \theta_2 = 2a_2; \quad (4.23)$$

$$b_f - 2a_2 \xi = a_1; \quad (4.24)$$

$$a_2 \xi^2 - b_f \xi = a_0. \quad (4.25)$$

Se houver N pares de valores de profundidade de lâmina d'água e suas áreas molhadas correspondentes, por meio da equação (4.21) obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1^2 & y_1 & 1 \\ y_2^2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y_N^2 & y_N & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Utilizando-se o método dos mínimos quadrados, os valores de a_2, a_1, a_0 podem ser determinados a partir da solução do sistema abaixo:

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N y_i^4 & \sum_{i=1}^N y_i^3 & \sum_{i=1}^N y_i^2 \\ \sum_{i=1}^N y_i^3 & \sum_{i=1}^N y_i^2 & \sum_{i=1}^N y_i \\ \sum_{i=1}^N y_i^2 & \sum_{i=1}^N y_i & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N A_i y_i^2 \\ \sum_{i=1}^N A_i y_i \\ \sum_{i=1}^N A_i \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

A partir dos valores de a_2, a_1, a_0 , substitui-se a equação (4.24) em (4.25). Assim:

$$a_2 \xi^2 + a_1 \xi + a_0 = 0 \quad (4.28)$$

cuja solução não negativa é:

$$\xi = \frac{\sqrt{a_1^2 - 4a_2 a_0} - a_1}{2a_2} \quad (4.29)$$

Substitui-se então o valor determinado para cota do fundo ξ em (4.24):

$$b_f = 2a_2 \xi + a_1 \quad (4.30)$$

obtendo-se portanto a largura do fundo da seção equivalente.

Quanto à equação (4.23), há nela duas incógnitas. No entanto, o perímetro molhado pode ser expresso como:

$$P = dy + b_f - d\xi \quad (4.31)$$

onde:

$$d = \frac{1}{\cos \theta_1} \cdot \frac{1}{\cos \theta_2} \quad (4.32)$$

Então, pelo método dos mínimos quadrados, obtém-se:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n y_i P_i - \xi \sum_{i=1}^n P_i - b_f \sum_{i=1}^n y_i + n b_f \xi}{\sum_{i=1}^n y_i^2 + n \xi^2 - 2 \sum_{i=1}^n y_i \xi} \quad (4.33)$$

Encontrado o valor de d pela expressão acima, as equações (4.23) e (4.29) fornecem o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \sigma + \lambda - 2a_2 = 0 \\ \sqrt{1 + \sigma^2} + \sqrt{1 + \lambda^2} - d = 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

onde $\sigma = \tan \theta_1$ e $\lambda = \tan \theta_2$. Por meio do método iterativo abaixo apresentado, o sistema de equações não-lineares pode ser resolvido. As etapas a serem realizadas são:

1. adotam-se valores iniciais diferentes para σ e λ ;
2. calculam-se os parâmetros $\rho = \sqrt{1 + \sigma^2}$ e $\eta = \sqrt{1 + \lambda^2}$;
3. calculam-se os incrementos Δ_1 e Δ_2 :

$$\Delta_1 = -\frac{\eta(\sigma + \lambda - 2a_2) - (\rho + \eta - d)}{\eta - \rho};$$

$$\Delta_2 = -\frac{(\rho + \mu - d) - \rho(\sigma + \lambda - 2a_2)}{\eta - \rho};$$

4. calculam-se os novos valores de σ e λ :

$$\sigma \leftarrow \sigma + \Delta_1$$

$$\lambda \leftarrow \lambda + \Delta_2$$

5. o algoritmo termina caso os valores absolutos de Δ_1 e Δ_2 forem ambos menores que um limite pré-estabelecido. Do contrário, retorna-se ao procedimento nº 2.

Com os valores de σ e λ , calculam-se os ângulos dos taludes laterais da seção equivalente, uma vez que $\theta_1 = \arctan \sigma$ e $\theta_2 = \arctan \lambda$.

4.2.2.2 Critérios adotados

Foram analisados, para cada estação fluviométrica considerada, entre 2 e 5 perfis transversais levantados em diferentes anos hidrológicos, definidos para o nível de margens plenas. As seções selecionadas foram aproximadas a partir do método descrito, sendo o conjunto final de parâmetros para uma dada seção igual à média obtida pela análise dos perfis transversais nos diferentes anos hidrológicos considerados.

A definição do nível de margens plenas ocorreu baseado em uma inspeção visual da seção transversal e da análise dos gráficos de variação das grandezas área, perímetro e raio hidráulico.

Foi criado um algoritmo computacional de modo a possibilitar a obtenção dos parâmetros que definem as seções trapezoidais equivalentes $(b_f, \xi, \theta_1, \theta_2)$. Essa rotina foi criada em VBA utilizando-se o Microsoft Excel como base.

4.2.3 **Hidrogramas**

4.2.3.1 O hidrograma unitário geomorfológico e a distribuição Gamma

A distribuição Gamma de dois parâmetros têm sido utilizada para representar hidrogramas unitários instantâneos em diferentes bacias de drenagem (DOOGE, 1959; NASH, 1959; SINGH, 2000). Esse modelo é representado pela equação:

$$u(t) = \frac{1}{K\Gamma(N)} \left(\frac{t}{K}\right)^{(N-1)} e^{-\left(\frac{t}{K}\right)} \quad (4.35)$$

na qual:

- t é o tempo considerado;
- $u(t)$ é a ordenada do HUI para o instante t ;
- N é o parâmetro de forma, também interpretado como o número de reservatórios lineares com coeficiente de armazenamento comum no modelo de Nash (NASH, 1959); e
- K é o parâmetro de escala, interpretado como o coeficiente de armazenamento no modelo proposto por Nash (1959).

Singh (2004) apresentou um método para derivação do hidrograma a partir da formulação anteriormente exposta. Ele representou o escoamento gerado no exutório de uma dada bacia considerada representado no tempo como:

$$Q(t) = \int_0^t re(t-\tau)u(\tau)d\tau \quad (4.36)$$

onde:

- $Q(t)$ é vazão no instante t ;
- $re(t)$ é a intensidade da precipitação efetiva no instante t ; e
- $u(t)$ é ordenada do HUI para o instante t considerado.

Geralmente, a vazão é observada em intervalos de tempo discretos. Ao adotar-se um intervalo de tempo uniforme Δt e admitir-se a uniformidade da intensidade da precipitação efetiva para esse mesmo intervalo a equação (4.36) torna-se:

$$Q(t) = \sum_{i=1}^n (re_{n-i+1})(UK_m) \quad (4.37)$$

na qual UK_m é a ordenada da função núcleo resposta unitária (kernel) para o m -ésimo intervalo de tempo. Essa função é definida para $t = m$ como o volume no final do m -ésimo passo de tempo gerado a partir de uma precipitação unitária efetiva ocorrida no primeiro intervalo de tempo (SINGH, 2004).

Singh (2004) afirma que ao se utilizar o conceito de função núcleo resposta unitária, ao invés da abordagem usual do hidrograma unitário para a qual se teria na equação (4.37) a precipitação efetiva ao invés da intensidade, garante-se a invariância da curva S, independente do intervalo Δt selecionado, uma vez que a dimensão do hidrograma obtido independe da dimensão do HUI, já que essa função é adimensional.

Assume-se então que o HUI possa ser aproximado por uma parábola discreta por meio da utilização de três pontos consecutivos. Logo pode-se escrever:

$$UK_m = \frac{1}{12}(8u_{m-1} + 5u_m - u_{m-2})\Delta t \quad (4.38)$$

para a qual u_m é expressa por meio da equação (4.35). Para $m=0$ e $m=1$, deve-se considerar $u_{m-1} = u_{m-2} = 0$ e $u_{m-2} = 0$.

A função Gamma pode ser aproximada com precisão razoável para $N > 1$, através da consideração dos dois primeiros termos obtidos a partir de sua expansão em uma série de Stirling's (SINGH, 2004), ou seja:

$$\Gamma(N) = \sqrt{2\pi}e^{-N}N^{\left(N-\frac{1}{2}\right)}\left(1 + \frac{1}{12N}\right) \quad (4.39)$$

Resta ainda estimar os valores dos parâmetros N e K na equação (4.35) para a obtenção da função núcleo resposta unitária (UK_m). Com esse propósito, foram utilizadas as relações propostas por Rosso (1984), que permitem associar esses parâmetros à metodologia do hidrograma unitário geomorfológico.

Rodríguez-Iturbe e Valdes (1979) obtiveram expressões para o tempo e a vazão de pico baseadas na metodologia do hidrograma unitário geomorfológico. Essas expressões foram obtidas por meio de análises de regressão, tal que:

$$q_p = 0,364 \frac{R_L^{0.43} \cdot u}{L_\Omega} \quad (4.40)$$

$$t_p = 1,584 \left(\frac{R_b}{R_a}\right)^{0.55} \frac{R_L^{-0.38} \bar{L}_\Omega}{u} \quad (4.41)$$

nas quais t_p e q_p são o tempo e a vazão de pico, respectivamente, u é a velocidade admitida para a máxima vazão, \bar{L}_Ω é o comprimento médio do canal de maior ordem e R_b, R_L e R_A são definidos como anteriormente.

Rosso (1984), a fim de preservar a forma do HUG e representá-lo por meio da distribuição Gamma assumiu que o produto do tempo e da vazão de pico para ambas as formulações deveriam ser iguais. Esses produtos são descritos como:

$$(t_p q_p)_{HUG} = 0,58 \left(\frac{R_b}{R_a} \right)^{0,55} R_L ; e \quad (4.42)$$

$$(t_p q_p)_{Gamma} = (N-1)^N \frac{e^{(1-N)}}{\Gamma(N)} \quad (4.43)$$

Ao se igualar as equações (4.42) e (4.43) obtém-se:

$$(N-1)^N \frac{e^{(1-N)}}{\Gamma(N)} = 0,58 \left(\frac{R_b}{R_a} \right)^{0,55} R_L \quad (4.44)$$

A equação (4.44) não possui solução analítica. Rosso (1984) obteve a solução através de métodos numéricos e análise de regressões múltiplas, por meio da adoção dos seguintes intervalos para as relações de escala: $2,5 \leq R_b \leq 5,0$, $3,0 \leq R_a \leq 6,0$, $1,5 \leq R_L \leq 4,1$. O resultado obtido foi:

$$N = 3,29 \left(\frac{R_b}{R_a} \right)^{0,78} R_L \quad (4.45)$$

O parâmetro de escala (K) foi obtido através da relação:

$$N-1 = \frac{t_p}{K} \quad (4.46)$$

Que, de fato, é uma propriedade da distribuição Gamma. Ao substituir o tempo de pico (t_p) na equação (4.46) pela expressão (4.41) utilizada para estimar essa grandeza a partir do HUG, obtém-se:

$$N = 1,584 \left(\frac{R_b}{R_a} \right)^{0,55} R_L^{-0,38} \left(\frac{\bar{L}_\Omega}{K \cdot u} \right) + 1 \quad (4.47)$$

Ao substituir a equação (4.47) em (4.45) e a resolvê-la numericamente para $K^* = \left(\frac{\bar{L}_\Omega}{K \cdot u} \right)$ adotando-se os intervalos descritos para as relações de escala e o processo de regressão múltipla obtém-se:

$$K^* = 0.70 \left[\frac{R_A}{(R_b \cdot R_L)} \right]^{-0.48} \quad \therefore \quad (4.48)$$

$$K = 0.70 \left[\frac{R_A}{(R_b \cdot R_L)} \right]^{-0.48} \left(\frac{\bar{L}_\Omega}{u} \right)$$

As equações (4.45) e (4.48) descrevem os parâmetros da distribuição Gamma a partir da metodologia do hidrograma unitário geomorfológico. As Figuras 4.6 e 4.7 ilustram os resultados obtidos por Rosso (1984).

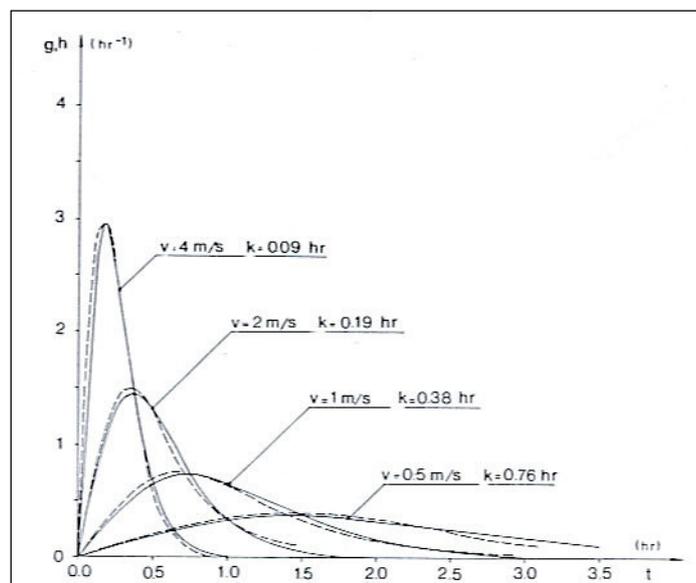


Figura 4.6 – Hidrogramas obtidos pela distribuição Gamma – linha sólida – e pelo HUG – linha pontilhada – para: $R_A = 4$; $R_b = 3$; $R_L = 3.5$; $\bar{L}_1 = 250m$; $N = 2.87$ e velocidades variáveis (Fonte: ROSSO, 1984)

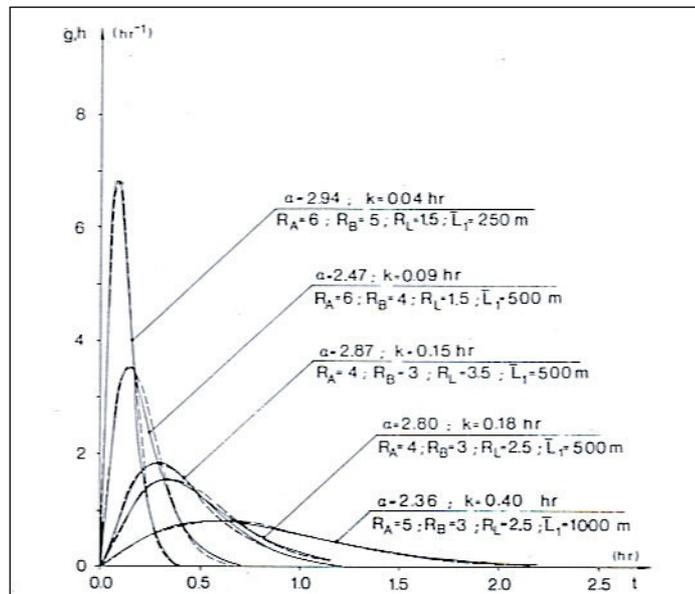


Figura 4.7 – Hidrogramas obtidos pela distribuição Gamma – linha sólida – e pelo HUG – linha pontilhada – para: $u = 2.5\text{ m/s}$; e parâmetros geomorfológicos diferentes (Fonte: ROSSO, 1984)

4.2.3.2 Critérios adotados

A partir da formulação descrita foram criados dois hidrogramas, sendo o primeiro utilizado na fase de calibração dos modelos de armazenamento, enquanto o último na fase de validação dos parâmetros calibrados.

Conheciam-se de antemão as vazões máximas para o nível de margens plenas, obtidas por meio das curvas-chaves das estações fluviométricas. Assim, no processo de convolução representado pela equação (4.37), a intensidade da precipitação efetiva foi substituída por um valor de vazão, a fim de se obter um hidrograma resultante cuja forma e a distribuição temporal fosse decorrente da função núcleo resposta unitária (UK) obtida e cuja máxima vazão não propiciasse o transbordamento para a planície de inundação.

Foram adotados os seguintes critérios para criação desses hidrogramas:

- calibração: no primeiro instante de tempo da função núcleo resposta unitária (UK) foi considerada a vazão igual a $Q_{\max} / UK_{i\text{ Max}}$, sendo $i\text{ Max}$ a ordenada para qual a função núcleo unitária é máxima. De fato, não é necessário se utilizar a equação (4.37), uma vez que apenas um pulso é considerado. O processo é equivalente à multiplicação de

$\frac{Q_{\max}}{UK_{i \text{ Max}}}$ pelas ordenadas da função núcleo resposta unitária. O hidrograma obtido continua sendo unitário, no entanto a vazão de pico é igual a vazão máxima considerada.; e

- validação: foram considerados três pulsos: (i) durante o primeiro instante de tempo da função núcleo resposta unitária – $\frac{6Q_{\max}}{10UK_{i \text{ Max}}}$; (ii) durante o instante de tempo imediatamente posterior ao qual o somatório das ordenadas de UK é superior a $\frac{2}{3} - Q_{\max} - \left[\left(\frac{6Q_{\max}}{10UK_{i \text{ Max}}} \right) * UK_{i \text{ Max}+j} \right]$, sendo j o instante de tempo imediatamente posterior ao qual o somatório é superior a $\frac{2}{3}$; e (iii) a partir do segundo pulso procede-se um novo somatório de UK e considera-se o terceiro pulso no instante imediatamente posterior em que esse somatório for superior a $\frac{5}{6} - \frac{Q_{\max}}{2UK_{i \text{ Max}}}$. A partir da equação (4.37) determina-se o hidrograma tal que o mesmo possui dois picos menores intercalados pelo máximo pico para o qual a vazão será igual a Q_{\max} .

5 ÁREA DE ESTUDO: SUB-BACIAS 40 E 41

O presente capítulo baseia-se nos estudos de regionalização de vazões (CPRM, 1995a, 1995b) e relatórios de consistência de dados fluviométricos (CPRM, 2001) das sub-bacias 40 e 41 realizados pela Superintendência Regional da CPRM – Serviço Geológico do Brasil – em Belo Horizonte, cujo autor do presente trabalho integra a equipe na atualidade. A entidade é responsável pela operação da rede hidrometeorológica da ANA nessas regiões.

5.1 *Localização e Caracterização da Região*

5.1.1 *Localização e Fisiografia*

- Sub-bacia 40

A sub-bacia 40 situa-se na região central do estado de Minas Gerais, numa área da ordem de 51.000 km² compreendida entre as nascentes do rio São Francisco e a barragem de Três Marias, correspondendo aproximadamente às latitudes 18°15' e 20°40' Sul e longitudes 43°50' e 46°10' Oeste

Essa sub-bacia engloba, além do alto rio São Francisco, todos os seus afluentes até a barragem de Três Marias, sendo os principais os rios Paraopeba, Pará, Indaiá e Borrachudo.

A Figura 5.1 ilustra a localização da sub-bacia 40 no estado de Minas Gerais.

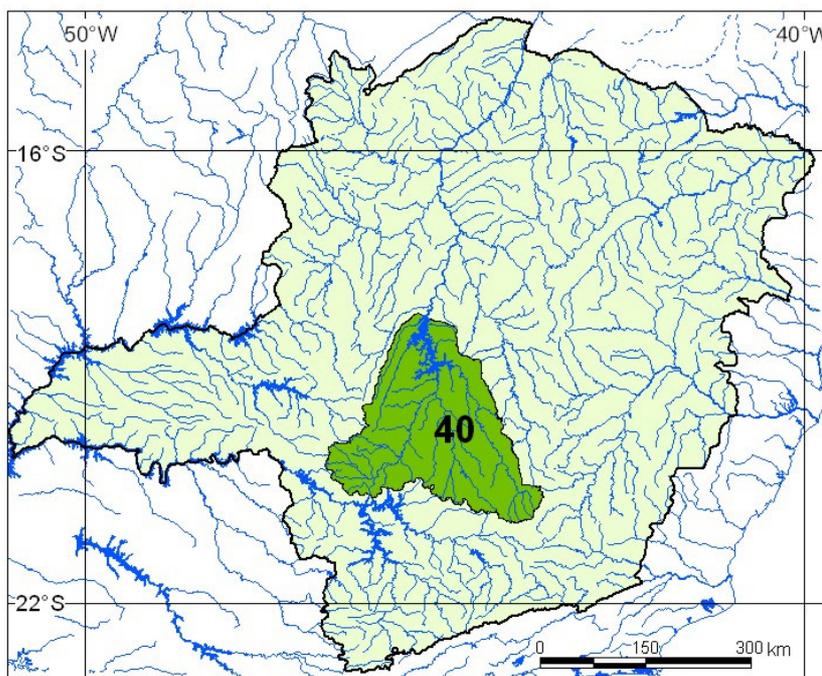


Figura 5.1 – Localização da sub-bacia 40 no estado de Minas Gerais. (Fonte: CPRM, 2001)

O rio São Francisco nasce na serra da Canastra, no município de São Roque de Minas, a uma cota altimétrica da ordem de 1.450m. Apresenta um desenvolvimento longitudinal de aproximadamente 300km até o reservatório de Três Marias, cuja altitude é de 585m. Possui no seu segmento inicial orientação E-W; a partir do sétimo quilômetro descreve um arco passando a correr na direção W-E até a localidade de Lagoa dos Martins. A partir daí toma a direção SW-NE até atingir o reservatório.

O rio Paraopeba tem suas nascentes localizadas no município de Cristiano Ottoni, a uma altitude de cerca de 1.140m. Apresenta desenvolvimento longitudinal da ordem de 370 km no sentido predominante SE-NW até alcançar o reservatório de Três Marias. A área total da bacia é de 13.640 km². Seus principais afluentes são os rios Maranhão, Camapuã, Macaúbas, Manso e Soledade.

O rio Pará nasce nas vertentes das serras do Galba e da Cebola, próximo à localidade denominada Colônia, a uma altitude de 1.200m. Apresenta orientação predominante SE-NW até desaguar no rio São Francisco, à montante da barragem de Três Marias. Tem como principais tributários os rios Itapeçerica, São João, Lambari, Peixes e Picão. Sua bacia possui área de drenagem da ordem de 12.230km².

O rio Indaiá tem uma extensão de aproximadamente 200km desde suas nascentes, situadas próximo à localidade de Cachoeirinha numa altitude de 1.150m, até a represa de Três Marias. Possui orientação SW-NE, determinada pelas encostas da serras da Saudade e Palmital; apresenta área de drenagem de 3.340km².

O rio Borrachudo tem suas nascentes localizadas no município de São Gotardo, numa altitude de 1.150m. Drena uma área de 1362km², apresentando uma extensão total da ordem de 160km no sentido SW-NE, até alcançar a represa de Três Marias.

- Sub-bacia 41

A sub-bacia 41 corresponde à parcela da bacia do rio São Francisco, com área aproximada de 39.000km², compreendida entre a barragem de Três Marias, exclusive, e a barra do rio das Velhas, inclusive. Está localizada no centro do estado de Minas Gerais, entre as latitudes 17° 20' e 20° 30' Sul e longitudes 43° 30' e 46° 20' Oeste. Apresenta forma irregular, abrangendo

trecho relativamente curto do curso do rio São Francisco, cerca de 150km, sendo sua área mais expressiva a bacia do rio das Velhas, o maior tributário do Alto São Francisco. O rio Abaeté é o segundo maior tributário do rio São Francisco nessa sub-bacia, seguindo-se outros bem menos expressivos, como o rio Formoso, afluente da margem esquerda, e o rio de Janeiro, afluente da margem direita.

A Figura 5.2 ilustra a localização da sub-bacia 41 no estado de Minas Gerais.

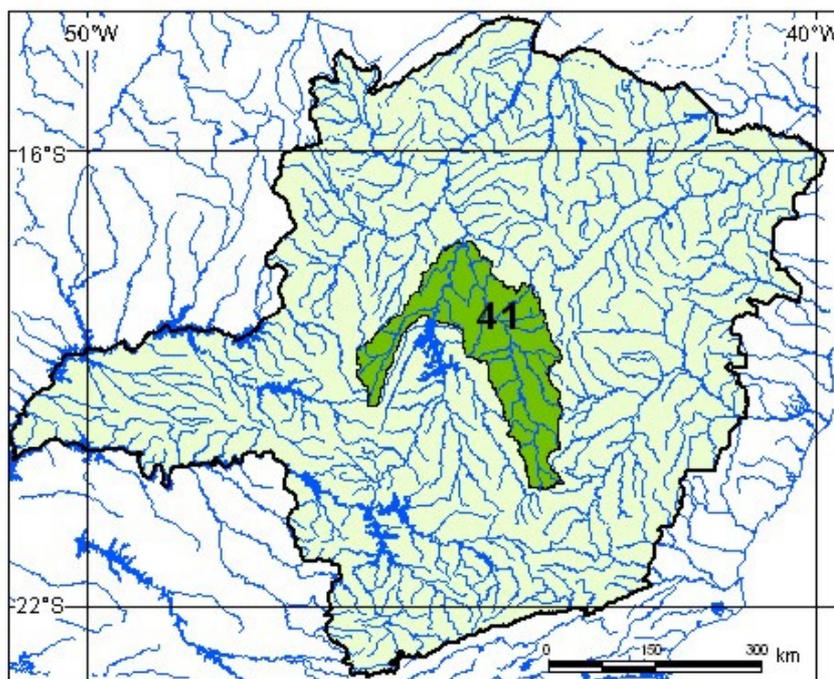


Figura 5.2 – Localização da sub-bacia 41 no Estado de Minas Gerais. (Fonte: CPRM, 2001)

O rio das Velhas, que drena uma área de 29.173km², nasce na serra Geral, entre as serras de Ouro Preto e Antônio Pereira, no município de Ouro Preto, numa altitude de cerca de 1.300m. Depois de desenvolver um percurso de cerca de 500km, predominantemente no sentido SSE-5 NNW, desemboca no rio São Francisco pela sua margem direita, próximo à cidade de Guaiçuí. Seus principais afluentes da margem esquerda são os ribeirões Jequitibá e Picão e o rio Bicudo; da margem direita, os rios Taquaraçú, Paraúna, Pardo e Curimataí.

O rio Abaeté nasce próximo à localidade de Guardo dos Ferreiros, no município de São Gotardo, a uma altitude de cerca de 1.100m. Após um curso de cerca de 180km, predominantemente no sentido SSW-NNE, deságua na margem esquerda do rio São Francisco, cerca de 35km a jusante da barragem de Três Marias. A área de sua bacia hidrográfica é de aproximadamente 6.400km². Seus principais afluentes da margem esquerda

são o rio Confusão, o córrego dos Arrependidos e o ribeirão de Tiros; da margem direita, o rio Areado, o ribeirão da Extrema e os córregos da Água Limpa e do Grotão.

5.1.2 Relevo

- Sub-bacia 40

O relevo da sub-bacia 40 é caracterizado por planaltos, depressões e áreas dissecadas resultantes predominantemente da alternância de atuação de processos morfoclimáticos associados ao condicionamento geológico. As unidades geomorfológicas existentes são as seguintes:

- Planalto Dissecado do Centro-Sul e Leste de Minas;
- Depressão São Franciscana; e
- Planalto do São Francisco

O Planalto Dissecado do Centro-Sul e Leste de Minas corresponde à região das nascentes dos rios Paraopeba, Pará e Lambarí, delimitada à leste pela serra da Moeda e a oeste (longitude aproximada 45°30') pela Depressão São Franciscana, apresentando uma descontinuidade na área compreendida entre as cidades de Divinópolis e Itaúna. Essa região é caracterizada por formas de relevo do tipo colinas e cristas com vales encaixados e/ou de fundo chato. As altitudes variam entre 1.000m nas cristas e 700m nos vales.

A Depressão São Franciscana corresponde a cerca de 60% da região em estudo, englobando toda a área do rio São Francisco e o médio curso dos rios Pará e Paraopeba. Nessa região as formas aplainadas e superfícies onduladas decorrentes de processos de erosão areolar intercalam-se às formas fluviais de dissecação, ou seja, cristas e colinas com vales encaixados e/ou de fundo chato e vertentes ravinadas. As altitudes variam entre 600 e 800m.

Na extremidade oeste da região em estudo encontra-se o Planalto do São Francisco, formado por superfícies tabulares, com coberturas sedimentares predominantemente arenosas, recobertas por vegetação do tipo cerrado e entrecortadas por cabeceiras de drenagem pouco aprofundadas, denominadas veredas. Nessas áreas as altitudes variam de 600 a 1.000m.

- Sub-bacia 41

O relevo da sub-bacia 41 é caracterizado por unidades morfoestruturais e por planaltos, depressões e áreas dissecadas resultantes de processos morfoclimáticos. As unidades presentes são:

- Planalto do São Francisco;
- Depressão São Franciscana;
- Quadrilátero Ferrífero; e
- Serra do Espinhaço.

O Planalto do São Francisco ocorre predominantemente na extremidade oeste e norte da sub-bacia em estudo, abrangendo toda a bacia do rio Abaeté e parte das bacias dos demais afluentes do rio São Francisco, sendo delimitado a leste pela serra do Espinhaço. Essa unidade apresenta descontinuidades nas ocorrências da Depressão São Franciscana desenvolvida ao longo da drenagem do rio São Francisco e de seus afluentes, a partir de altitudes inferiores a 600m. É formado por superfícies tabulares com coberturas sedimentares predominantemente arenosas, recobertas normalmente por cerrado, registrando-se também a ocorrência de veredas. As altitudes no Planalto de São Francisco variam entre 600 e 1.000m.

A Depressão São Franciscana ocorre principalmente na bacia do rio das Velhas, sendo delimitada ao sul pelo Quadrilátero Ferrífero e a leste pela serra do Espinhaço. A mesma originou-se ao longo da drenagem do rio São Francisco, inicialmente nos vales dos grandes rios orientados por fraturas, alargando-se posteriormente por processos de aplainamento. Aí predominam, portanto, as formas aplainadas, as superfícies onduladas e pedimentos ravinados. No contato com os escarpamentos ocidentais da serra do Espinhaço, predominam colinas e cristas com vertentes ravinadas e vales encaixados. As altitudes variam entre 500 e 900m.

As cabeceiras do rio das Velhas se encontram no chamado Quadrilátero Ferrífero, com características geomorfológicas peculiares no estado de Minas Gerais. Nas rochas não controladas pela estrutura, predominam as cristas com vertentes ravinadas, vales encaixados e as colinas com vales de fundo chato. As altitudes variam entre 900 e 1.500m.

A extremidade leste da sub-bacia é formada pela Serra do Espinhaço, de desenvolvimento longitudinal e cotas altimétricas entre 1.000 e 1.300m. A mesma é constituída de formas de

dissecação em rochas do Super-Grupo Espinhaço e restos de antigas superfícies de aplainamento que se alternam em picos, cristas e escarpamentos orientados por fratura. Em sua borda ocidental verifica-se uma sucessão de escarpas de linha de falha. Nessa unidade encontram-se importantes aquíferos fraturados de onde se originam numerosas fontes.

5.1.3 Vegetação

- Sub-bacia 40

A vegetação nativa na região do alto São Francisco é constituída predominantemente pelo cerrado, que se estendia originalmente por quase toda a sub-bacia. Esse tipo de vegetação é característico de regiões de clima semi-úmido, constituindo-se principalmente de gramíneas, arbustos e árvores de médio porte, tendo como principais características os troncos e galhos retorcidos e folhas espessas.

Nas áreas de solos mais ricos em água e sais minerais, o cerrado apresenta uma gradação denominada cerradão, o qual possui uma composição florística similar à do cerrado, apresentando, entretanto, uma vegetação mais densa e de maior porte. É composto por três estratos: o superior, arbóreo, constituído de indivíduos com altura média entre 8 e 12 metros, podendo alcançar até 20 metros; o intermediário, arbóreo-arbustivo, constituído de indivíduos similares aos do cerrado, com altura entre 1 e 8 metros; e o inferior, herbáceo, constituído de gramíneas, ciperáceas e bromeliáceas.

Atualmente, principalmente nas regiões mais planas, grandes áreas de cerrado vêm sendo substituídas por pastagens e áreas de cultivo mecanizado, ou mesmo devastadas para a exploração de lenha e carvão. Nas regiões de relevo mais acidentado, entretanto, o cerrado se encontra mais preservado.

As áreas de florestas subcaducifólias, originalmente localizadas ao sul da bacia, já não existem na região em sua forma original, tendo sido totalmente substituídas por pastagens. Manchas de matas e capoeiras, entretanto, podem ser encontradas na região, principalmente próximas aos municípios de Pará de Minas, Pitangui e Bom Despacho. Florestas artificiais, geralmente de eucaliptus, foram implantadas nas regiões compreendidas entre os municípios de Paraopeba - Curvelo e Bom Despacho - Martinho Campos.

As áreas de altitudes mais elevadas, normalmente acima de 900 - 1000 metros, como é o caso das serras da Canastra e Moeda, apresentam vegetação do tipo campos de altitude, caracterizada por vegetação herbácea contínua com a ocorrência de pequenos arbustos. Esses campos naturais são, em muitos casos, utilizados como pastagens para pecuária em regime extensivo.

Em algumas áreas, os campos são originados a partir das intervenções antrópicas que resultaram na degradação de áreas de cerrado. Esses campos são encontrados à oeste da bacia e próximo à barragem de Três Marias.

- Sub-bacia 41

A vegetação nativa da sub-bacia 41 era constituída originalmente por formações características de climas semi-úmidos, com duas estações bem marcadas, uma chuvosa e outra seca. Essas formações seriam: a floresta subcaducifólica tropical, existente na parte leste das bacias do alto e médio rio das Velhas; os campos de altitude, característicos das altitudes superiores a 900m, aliados a solos rasos e topografia suave, predominantes na serra do Espinhaço; e o cerrado, presente nas demais áreas da sub-bacia em suas diversas gradações ou seja, o cerradão, o cerrado típico e o cerrado ralo. Essa vegetação original foi sendo gradativamente eliminada pela desordenada ocupação humana. As regiões com relevo suave, propícias à agricultura mecanizada e à criação extensiva de gado, bem como as regiões onde predominavam as matas, posteriormente depredadas para a extração da madeira, para plantio e para a exploração de lenha e carvão, foram as mais atingidas, permanecendo mais preservada a vegetação nas áreas de relevo mais acentuado.

Na bacia do alto rio das Velhas, a vegetação original está praticamente desaparecida, devido à sua intensa ocupação, tendo sido substituída por vastas extensões de pastos e combinação de pastos e capoeiras nas regiões anteriormente ocupadas por matas. Na área que se estende desde as nascentes do rio das Velhas até aproximadamente a cidade de Caeté, podem ser observados, nas capoeiras (formação em fase de desenvolvimento originária de floresta cortada ou queimada), vestígios da floresta subcaducifólica outrora existente, caracterizada por dois estratos arbóreos constituídos de elementos com troncos esbeltos.

A partir da cidade de Belo Horizonte, em grande extensão ao longo da calha do rio das Velhas, até aproximadamente a cidade de Santana do Pirapama, a vegetação atual constitui-se

de pastos, observando-se nas extremidades oeste e leste da bacia, respectivamente, o cerrado e os campos de altitude, que se estendem ao longo de toda a serra do Espinhaço, desde o município de Jaboticatubas até a serra do Cabral. Nessa área, verifica-se ainda a ocorrência de algumas manchas de florestas artificiais em monocultura de eucaliptus.

No médio curso do rio das Velhas, predomina a ocorrência alternada de cerrado e campo, este notadamente na região do Espinhaço, além de pequenas áreas de reflorestamento artificial.

Já no baixo curso do rio das Velhas, voltam a ocorrer a existência de pastos em faixa estreita ao longo do rio das Velhas, enquanto as áreas mais elevadas a oeste dessa bacia são ocupadas novamente por cerrado.

Na extremidade oeste da sub-bacia em estudo, em toda a margem esquerda do rio São Francisco, região bem menos ocupada, a vegetação original está mais preservada, observando-se o cerrado típico do São Francisco, que possui fisionomia própria, com o estrato superior formado por árvores e arbustos de troncos menos retorcidos, espaçados de três a cinco metros, cujas copas raramente se tocam, e o estrato inferior formado por gramíneas dispostas em forma contínua ou de tufos. Nessa região ocorrem também consideráveis extensões de reflorestamento artificial em monocultura de Pinus.

5.1.4 Clima

- Sub-bacia 40

A região em estudo apresenta temperatura média anual variando entre 19 e 23°C, sendo que as menores temperaturas são encontradas ao sul da bacia devido à influência orográfica, ocorrendo um aumento gradativo à medida que se alcançam as latitudes mais baixas.

Esses valores indicam a predominância de temperaturas medianas a elevadas na região durante quase todo o ano, principalmente na primavera e no verão. O mês mais quente, janeiro, apresenta média das máximas variando entre 28 e 30°C. Já no período outono-inverno ocorre um significativo decréscimo na temperatura, sendo que a média das mínimas do mês mais frio, julho, varia entre 8 e 10°C. A amplitude térmica anual é da ordem de 12 a 14°C.

Com relação às precipitações, os totais pluviométricos anuais variam, de forma geral, entre 1700mm nas cabeceiras da bacia a 1150mm na região próxima à barragem de Três Marias. O

regime pluviométrico é típico das regiões de clima tropical, com a ocorrência dos valores mensais máximos no período de verão e dos mínimos no inverno.

O trimestre mais chuvoso contribui com cerca de 55 a 60% do total anual precipitado, correspondendo, para a quase totalidade da bacia, aos meses de novembro-dezembro-janeiro. A exceção ocorre na extremidade ocidental da bacia, onde os meses mais chuvosos são dezembro, janeiro e fevereiro. Já o trimestre mais seco, correspondente aos meses de junho, julho e agosto, contribui com menos de 5% da precipitação anual.

- Sub-bacia 41

As características climáticas mais importantes na região em estudo são a predominância de temperaturas medianas a elevadas durante todo o ano e a existência de duas estações bem marcadas: uma estação chuvosa no verão e outra seca no inverno.

As temperaturas médias anuais variam entre 20° e 23°C, atingindo valores inferiores a 20°C apenas nas altitudes mais elevadas encontradas na serra do Espinhaço e nas cabeceiras dos rios Abaeté e das Velhas.

O mês mais quente do ano na região é o mês de fevereiro, com médias variando de 22° a 24°C, com exceção apenas em reduzida área no alto da serra do Espinhaço, onde a média cai a 21°C. A máxima absoluta oscila entre 38° e 40° nas áreas da sub-bacia com altitudes inferiores a 700m.

Julho, o mês mais frio do ano, registra temperaturas médias entre 16° e 20°C, com a média das mínimas variando entre 7° e 12°C. Nas cabeceiras dos rios das Velhas e Abaeté, as mínimas absolutas atingem valores próximos a 0°C. A amplitude térmica anual na sub-bacia 41 é da ordem de 14° a 19°C.

O regime pluviométrico da sub-bacia 41 sofre significativa influência orográfica, com o registro de precipitações mais elevadas nas encostas das montanhas situadas a barlavento. Os ventos predominantes são na direção NW-NE. O regime pluviométrico é típico dos climas tropicais, com estação chuvosa no verão e estação seca no inverno.

Na bacia do rio das Velhas, as precipitações médias anuais variam de 1.700mm nas cabeceiras, decrescendo com as latitudes, até 1.000mm na confluência do mesmo com o rio

São Francisco. A influência orográfica se faz notar uma vez que há registro de precipitações médias anuais mais significativas, em torno de 1500mm, nos contrafortes da serra do Espinhaço. Na bacia do rio Abaeté, a precipitação média anual varia entre 1500mm e 1300mm em seu alto e médio curso.

O trimestre mais chuvoso ocorre nos meses de novembro a janeiro em toda a sub-bacia, contribuindo com 50 a 55% da precipitação ocorrida no ano e o trimestre mais seco ocorre nos meses de junho a agosto.

5.2 Estações fluviométricas utilizadas

Na área apresentada no item anterior foram selecionadas 40 estações fluviométricas a fim de se realizar as avaliações anteriormente descritas. A Tabela 5.1 e a Figura 5.3, a seguir, apresentam as estações fluviométricas utilizadas.

Tabela 5.1 – Estações fluviométricas utilizadas

	Estação	Área de Drenagem km²		Estação	Área de Drenagem km²
1	40025000	302	21	40740000	3960
2	40032000	754	22	40800001	5685
3	40037000	758	23	40810350	11
4	40040000	250	24	40810800	57
5	40050000	5757	25	40811100	105
6	40060001	578	26	40821998	37
7	40070000	10051	27	40822995	91
8	40080000	742	28	40823500	160
9	40100000	14070	29	40850000	8730
10	40150000	2499	30	40930000	887
11	40170000	1043	31	40975000	957
12	40185000	1909	32	41050000	1219
13	40269900	340	33	41075001	4123
14	40400000	1787	34	41151000	178
15	40500000	727	35	41180000	319
16	40530000	422	36	41199998	1683
17	40549998	461	37	41250000	708
18	40579995	566	38	41260000	3726
19	40680000	479	39	41300000	56
20	40710000	2765	40	41340000	4948

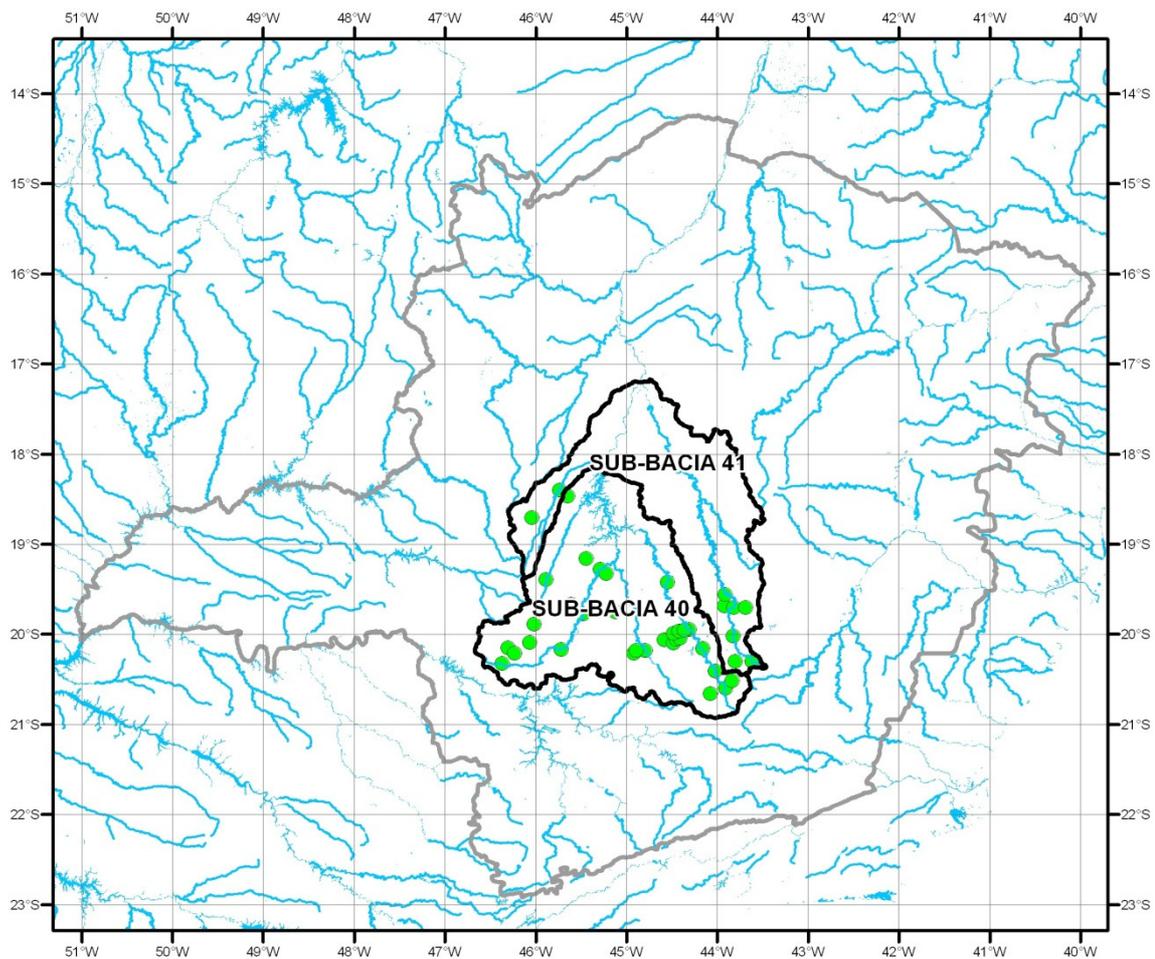


Figura 5.3 – Estações fluviométricas utilizadas – Sub-bacias 40 e 41.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O capítulo de resultados foi estruturado em função da metodologia adotada. Inicialmente são analisados os dados geomorfológicos e técnicas utilizadas em sua obtenção para avaliação dos métodos de propagação. Esses dados são apresentados em dois tópicos distintos: (i) análise de dados geomorfológicos; e (ii) análise dos métodos de propagação. Procurou-se discutir os resultados obtidos em função dos objetivos descritos. Foram abordados aspectos relacionados às técnicas utilizadas que poderiam influenciar os resultados obtidos durante a modelagem do escoamento. Ademais, analisaram-se relações previstas na literatura e as hipóteses assumidas pelos métodos utilizados. Posteriormente, são apresentados os resultados decorrentes da avaliação dos métodos de propagação, para os quais foram analisados a qualidade do ajuste das soluções simplificadas à solução paradigma, questões relacionadas a calibração dos modelos de armazenamento e a associação dos parâmetros presentes nessas formulações à variáveis geomorfológicas.

6.1 Análise de dados geomorfológicos

6.1.1 Parâmetros geomorfológicos obtidos

Os parâmetros geomorfológicos das bacias e trechos fluviais obtidos são descritos por meio da Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Parâmetros geomorfológicos obtidos.

Estação	N_s	N_c	L_t	R_A	R_L	R_B	A_B	P_B
	-	-	km	-	-	-	km ²	km
40025000	1017	509	513,7	2,071	1,476	1,838	301,6	88,4
40032000	2173	1087	1186,9	1,999	1,442	1,803	753,8	183,5
40037000	2463	1232	1309,9	1,971	1,500	1,895	757,7	156,1
40040000	779	390	416,2	1,792	1,589	1,957	249,8	100,4
40050000	16983	8492	9234,9	1,868	1,453	1,868	5756,9	504,5
40060001	1823	912	977,1	1,970	1,427	1,788	578,5	153,1
40070000	25521	12761	14965,5	2,014	1,514	2,014	10051,2	674,2
40080000	1379	690	1025,9	2,128	1,533	1,987	742,4	151,9
40100000	31023	15512	19621,2	2,014	1,522	2,014	14069,7	837,4
40150000	8765	4383	4305,4	1,885	1,466	1,885	2499,4	338,5
40170000	2857	1429	1608,0	2,065	1,464	1,897	1043,3	205,8
40185000	5897	2949	3109,1	2,248	1,499	2,031	1909,1	289,1
40269900	1337	669	603,8	2,091	1,634	2,132	340,5	130,1
40400000	4403	2202	2696,2	2,055	1,524	1,959	1787,0	277,9
40500000	933	467	770,9	1,781	1,428	1,781	727,1	147,7
40530000	881	441	616,1	1,992	1,452	1,777	422,0	117,8
40549998	1943	972	885,7	2,050	1,453	1,825	460,8	132,5
40579995	2591	1296	1102,3	2,083	1,497	2,003	566,3	144,1
40680000	1979	990	911,3	2,171	1,512	1,994	479,0	117,3
40710000	11389	5695	5225,5	1,953	1,463	1,953	2765,2	287,2
40740000	15995	7998	7359,9	1,937	1,491	1,937	3960,0	383,4
40800001	23281	11641	10687,9	1,951	1,503	1,951	5684,7	499,9
40810350	35	18	17,9	2,156	1,404	1,732	10,8	16,1
40810800	211	106	101,6	2,277	1,530	1,974	56,6	40,7
40811100	387	194	187,1	2,083	1,496	1,878	105,0	52,6
40821998	119	60	63,8	2,120	1,385	1,721	37,4	29,3
40822995	365	183	166,2	2,087	1,466	1,880	91,1	53,5
40823500	585	293	277,5	1,986	1,442	1,777	160,3	73,4
40850000	33045	16523	15851,4	1,948	1,515	1,948	8729,5	667,9
40930000	2995	1498	1590,2	1,967	1,466	1,927	887,1	187,7
40975000	2789	1395	1561,4	1,887	1,597	1,946	957,3	302,2
41050000	5839	2920	2236,7	2,139	1,467	1,941	1219,0	221,0
41075001	20965	10483	7948,6	1,956	1,500	1,956	4123,5	404,4
41151000	1131	566	419,4	2,177	1,556	2,051	177,6	74,0
41180000	2323	1162	807,5	1,923	1,553	1,970	319,1	132,8
41199998	11777	5889	4105,9	1,993	1,484	1,929	1682,7	206,2
41250000	5563	2782	1888,3	2,180	1,523	1,973	708,3	150,7
41260000	26127	13064	9205,5	1,920	1,483	1,920	3726,1	399,7
41300000	403	202	147,7	2,199	1,672	2,066	56,4	38,5
41340000	33763	16882	12084,4	1,995	1,528	1,995	4948,1	471,1

N_s	Número de segmentos	R_L	Relação entre comprimentos médios
N_c	Número de canais	R_b	Relação de bifurcação
L_t	Comprimento total da rede de canais	A_B	Área da bacia
R_A	Relação entre áreas	P_B	Perímetro da bacia

Tabela 6.1 – Parâmetros geomorfológicos obtidos (continuação).

Estação	O _B	H _{RP}	L _{RP}	L _{t MáxOrdem}	eH	I _{RP med.}
	-	m	km	km	-	m/ m
40025000	5	663,6	38,5	23,7	0,639	0,01723
40032000	6	389,7	60,9	31,1	0,620	0,00640
40037000	6	674,5	66,8	3,4	0,634	0,01009
40040000	5	341,8	45,1	32,4	0,690	0,00757
40050000	7	499,6	176,6	99,7	0,598	0,00283
40060001	6	493,6	48,9	30,5	0,612	0,01010
40070000	8	499,6	234,9	40,7	0,592	0,00213
40080000	6	348,6	61,2	5,1	0,622	0,00570
40100000	8	502,6	309,4	114,6	0,600	0,00162
40150000	7	415,6	112,1	56,3	0,603	0,00371
40170000	6	329,8	62,6	34,9	0,595	0,00527
40185000	7	322,7	74,9	5,8	0,571	0,00431
40269900	6	257,7	43,9	0,9	0,649	0,00588
40400000	7	337,8	109,2	36,9	0,627	0,00309
40500000	5	196,9	58,4	40,4	0,617	0,00337
40530000	5	298,7	50,5	30,6	0,649	0,00592
40549998	6	216,7	45,2	18,8	0,621	0,00479
40579995	6	198,8	39,8	6,4	0,581	0,00499
40680000	6	214,8	40,3	17,3	0,599	0,00532
40710000	8	296,6	90,2	26,7	0,568	0,00329
40740000	8	356,6	149,6	86,2	0,604	0,00238
40800001	8	377,5	194,0	130,5	0,609	0,00195
40810350	3	168,8	4,3	1,6	0,617	0,03890
40810800	5	228,8	12,5	2,1	0,625	0,01837
40811100	5	256,8	19,5	8,5	0,639	0,01315
40821998	4	241,8	8,8	4,9	0,600	0,02753
40822995	5	280,7	15,4	5,6	0,606	0,01827
40823500	5	357,6	25,3	15,4	0,636	0,01414
40850000	8	396,5	286,3	223,0	0,623	0,00139
40930000	7	377,7	52,2	0,7	0,583	0,00724
40975000	5	338,7	125,0	93,9	0,703	0,00271
41050000	7	339,6	60,8	1,9	0,578	0,00559
41075001	7	481,5	153,5	67,0	0,605	0,00314
41151000	6	519,5	24,2	0,6	0,615	0,02146
41180000	6	539,3	42,3	5,9	0,649	0,01276
41199998	7	675,1	86,5	23,5	0,600	0,00780
41250000	7	313,6	58,2	17,1	0,619	0,00539
41260000	8	739,0	144,0	5,8	0,604	0,00513
41300000	5	819,4	17,4	3,1	0,708	0,04714
41340000	8	769,0	185,1	46,8	0,614	0,00415

O_B Ordem da bacia
 H_{RP} Amplitude altimétrica
 L_{RP} Comprimento do rio principal
 L_{t MáxOrdem} Comprimento do trecho de máxima ordem
 eH Expoente de Hack
 I_{RP} Declividade média do rio principal

Tabela 6.1 – Parâmetros geomorfológicos obtidos (continuação)

Estação	$C_c = P_B / A^{1/2}$	$D_r = N_c / A$	$D_d = L_t / A$	$C_m = (1 / D_d) \cdot 1000$	$E_{ps} = 1 / (2 \cdot D_d)$
	-	km ² · ⁻¹	km/ km ²	m ² / m	m
40025000	5,1	1,7	1,7	587,0	293,5
40032000	6,7	1,4	1,6	635,1	317,5
40037000	5,7	1,6	1,7	578,4	289,2
40040000	6,4	1,6	1,7	600,3	300,2
40050000	6,6	1,5	1,6	623,4	311,7
40060001	6,4	1,6	1,7	592,0	296,0
40070000	6,7	1,3	1,5	671,6	335,8
40080000	5,6	0,9	1,4	723,7	361,8
40100000	7,1	1,1	1,4	717,1	358,5
40150000	6,8	1,8	1,7	580,5	290,3
40170000	6,4	1,4	1,5	648,9	324,4
40185000	6,6	1,5	1,6	614,0	307,0
40269900	7,1	2,0	1,8	563,9	281,9
40400000	6,6	1,2	1,5	662,8	331,4
40500000	5,5	0,6	1,1	943,1	471,6
40530000	5,7	1,0	1,5	684,9	342,5
40549998	6,2	2,1	1,9	520,2	260,1
40579995	6,1	2,3	1,9	513,7	256,9
40680000	5,4	2,1	1,9	525,7	262,8
40710000	5,5	2,1	1,9	529,2	264,6
40740000	6,1	2,0	1,9	538,0	269,0
40800001	6,6	2,0	1,9	531,9	265,9
40810350	4,9	1,7	1,7	602,2	301,1
40810800	5,4	1,9	1,8	556,6	278,3
40811100	5,1	1,8	1,8	561,1	280,6
40821998	4,8	1,6	1,7	585,7	292,9
40822995	5,6	2,0	1,8	548,1	274,1
40823500	5,8	1,8	1,7	577,4	288,7
40850000	7,1	1,9	1,8	550,7	275,4
40930000	6,3	1,7	1,8	557,8	278,9
40975000	9,8	1,5	1,6	613,1	306,5
41050000	6,3	2,4	1,8	545,0	272,5
41075001	6,3	2,5	1,9	518,8	259,4
41151000	5,6	3,2	2,4	423,5	211,8
41180000	7,4	3,6	2,5	395,2	197,6
41199998	5,0	3,5	2,4	409,8	204,9
41250000	5,7	3,9	2,7	375,1	187,6
41260000	6,5	3,5	2,5	404,8	202,4
41300000	5,1	3,6	2,6	381,8	190,9
41340000	6,7	3,4	2,4	409,5	204,7

C_c Coeficiente de compacidade
 D_r Densidade de rios
 D_d Densidade de drenagem
 C_m Coeficiente de manutenção

E_{ps} Extensão do percurso superficial

A inspeção visual da Tabela 6.1, em função do elevado número de parâmetros extraídos e de estações fluviométricas consideradas, pode em um primeiro instante revelar-se insuficiente para caracterizar o meio físico das bacias analisadas. A fim de contornar esse fato são a seguir apresentados por meio das Figuras 6.1 a 6.6 gráficos que procuram facilitar essa análise.

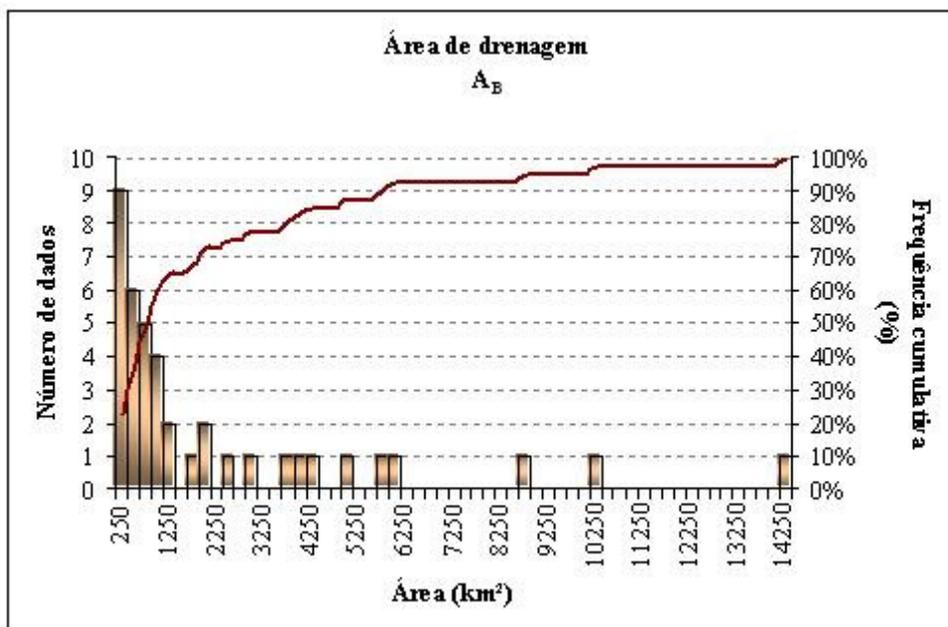


Figura 6.1 – Distribuição da área de drenagem para as bacias analisadas.

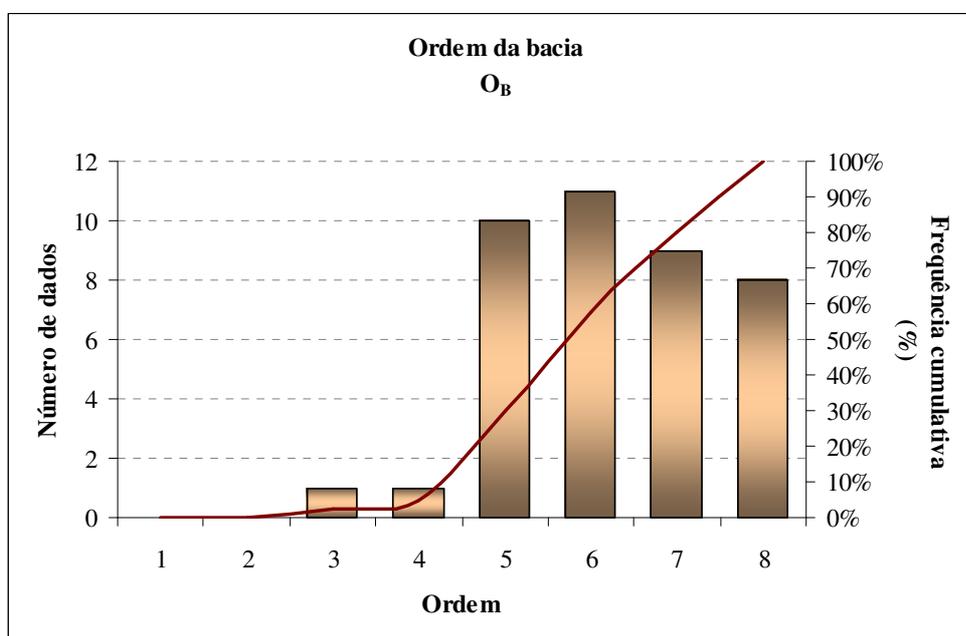


Figura 6.2 – Distribuição da ordem para as bacias analisadas.

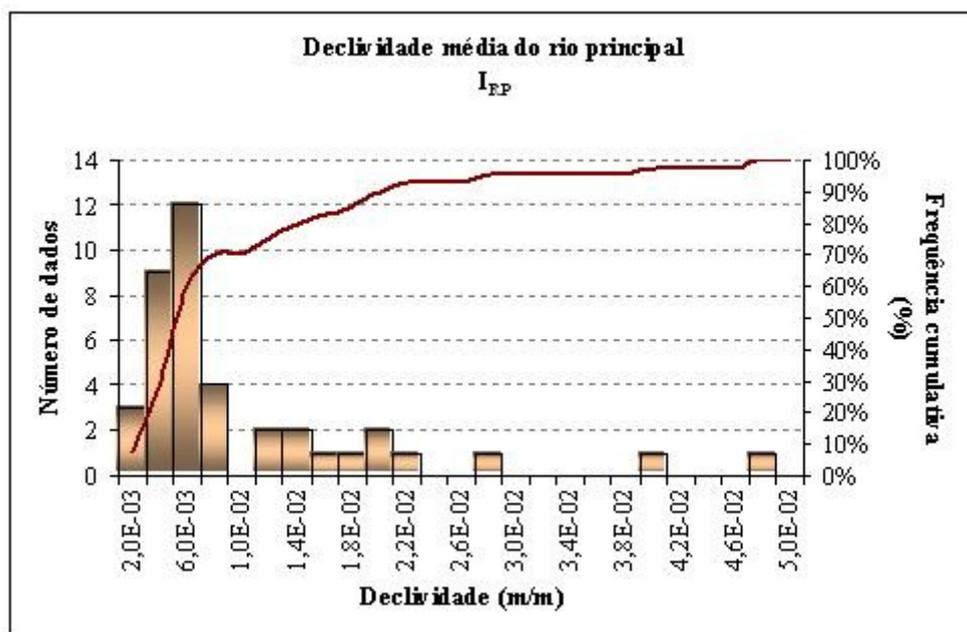


Figura 6.3 – Distribuição declividade média do rio principal para as bacias analisadas.

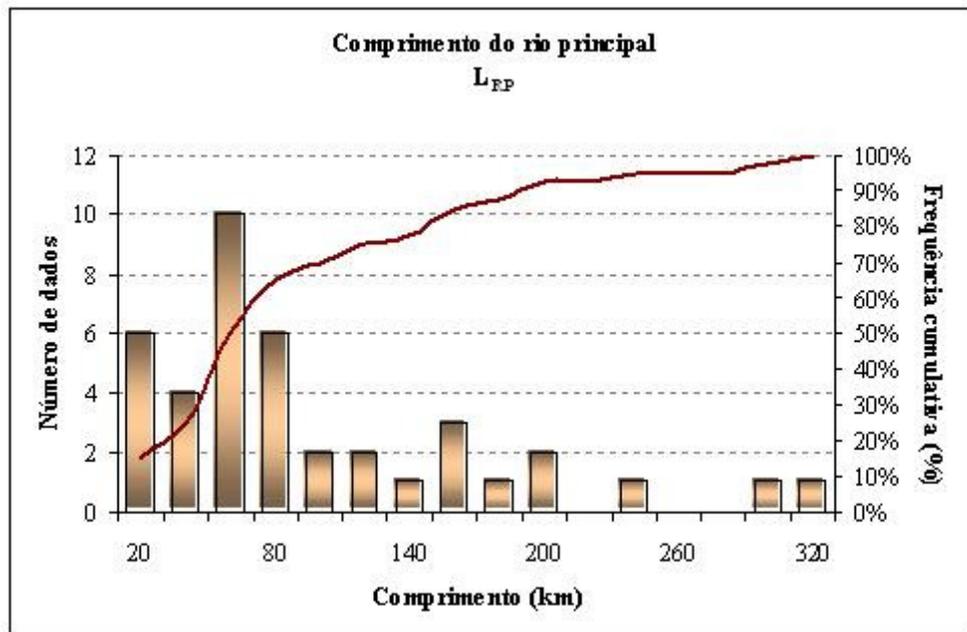


Figura 6.4 – Distribuição do comprimento do rio principal para as bacias analisadas.

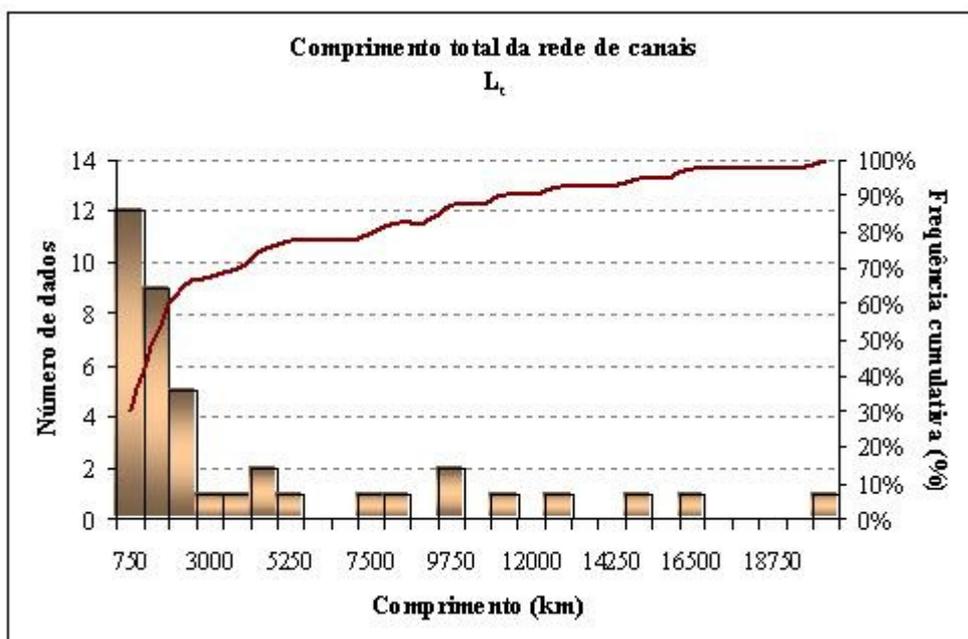


Figura 6.5 – Distribuição do comprimento total da rede de canais para as bacias analisadas.

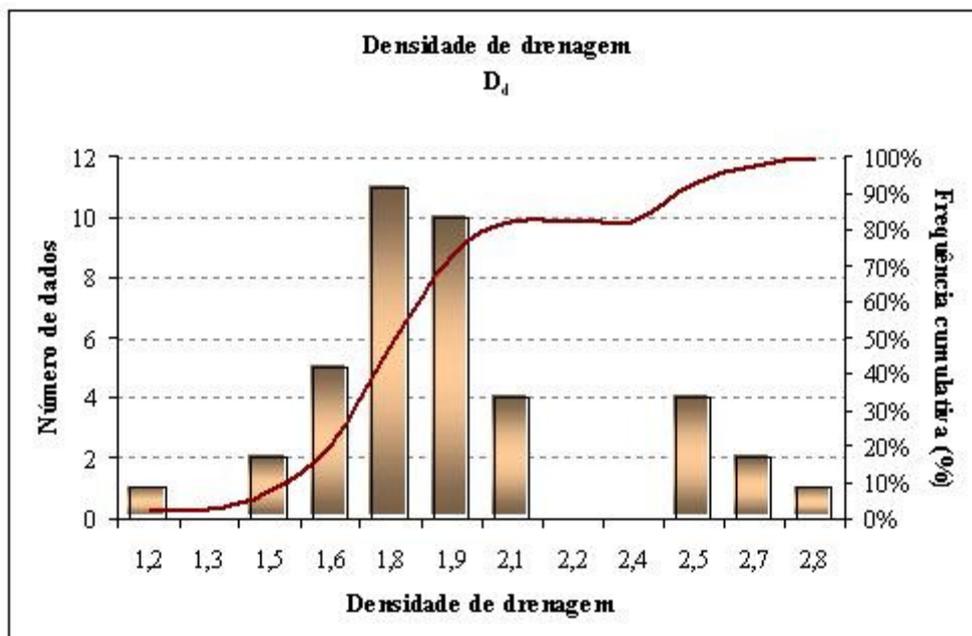


Figura 6.6 – Distribuição da densidade de drenagem para as bacias analisadas.

A Tabela 6.1 e as Figuras 6.1 a 6.6 demonstram que:

- 75% das bacias de drenagem consideradas possuem área inferior a 2250 km²;
- 70% das bacias de drenagem possuem ordem superior ou igual a 5;
- 70% dos rios principais das bacias consideradas possuem declividade média inferior a 0,008;

- 75% dos rios principais possuem comprimento inferior a 120km;
- 77,5% das redes de canais possuem comprimento inferior a 5250 km;
- 62,5% das densidades de drenagem obtidas situam-se entre 1,6 e 2,1.

A fim de evidenciar relações previstas na literatura e outras particulares a área em estudo procurou-se estabelecer relações entre os parâmetros geomorfológicos amostrados. Devido ao número elevado de variáveis as tabelas nas quais são descritos os coeficientes de determinação são apresentadas no anexo II. Ao analisá-la notar-se-á que as relações na forma de potência se revelaram mais adequadas quando comparadas à forma linear. De fato, os ajustes também foram feitos considerando-se as formas exponencial, logarítmica e polinomial. No entanto, os resultados advindos da adoção dessas formas se demonstraram inferiores aos anteriores. Entre as relações estabelecidas destacam-se:

- área de drenagem versus comprimento do curso d'água principal – Coeficiente de correlação = 0,978;
- área de drenagem versus magnitude da bacia – $R^2 = 0,943$;
- área de drenagem versus declividade do rio principal – $R^2 = 0,821$;
- área de drenagem versus perímetro da bacia – $R^2 = 0,984$;
- área de drenagem versus comprimento total da rede – $R^2 = 0,986$;
- densidade de drenagem versus densidade de rios – $R^2 = 0,971$.

As Figuras 6.7 a 6.12 apresentam as relações descritas.

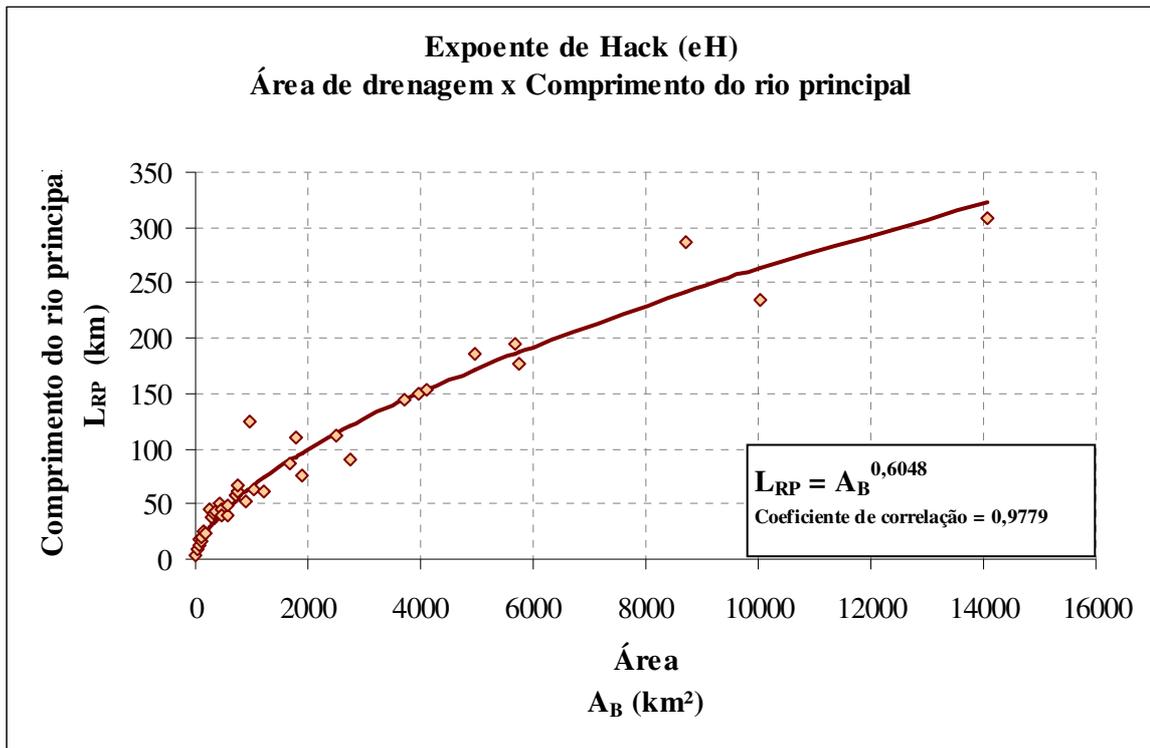


Figura 6.7 – Área versus comprimento do curso d'água principal.

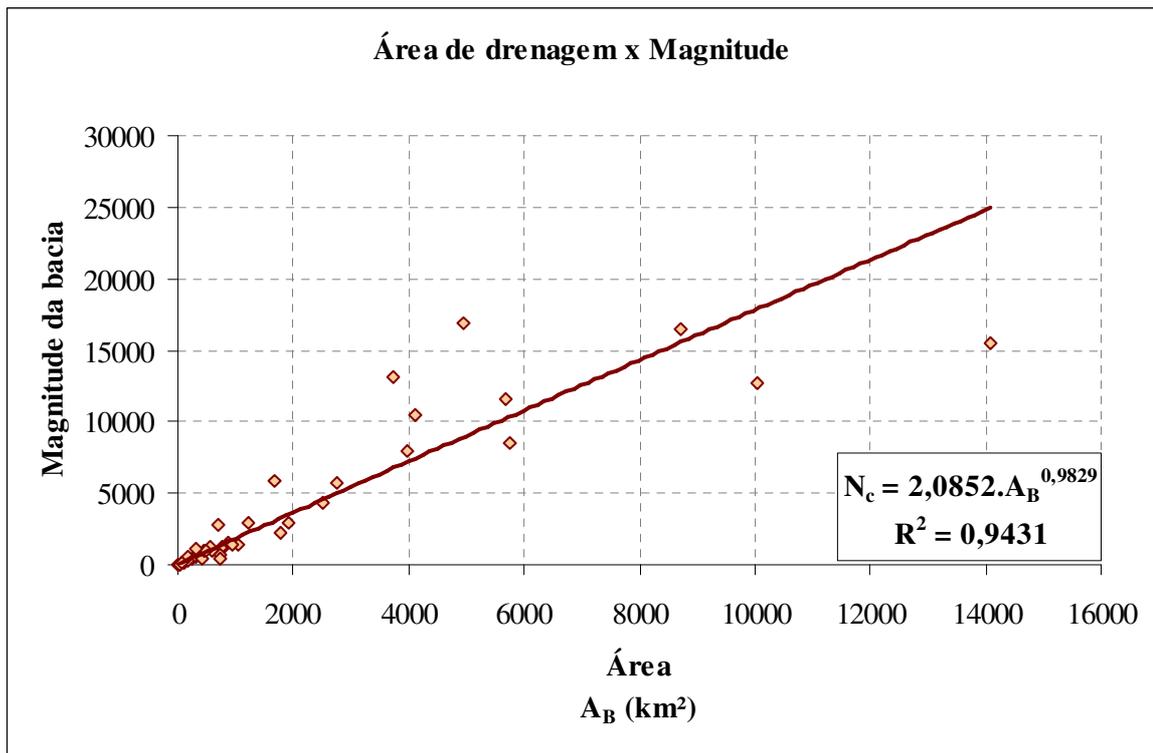


Figura 6.8 – Área versus magnitude da bacia.

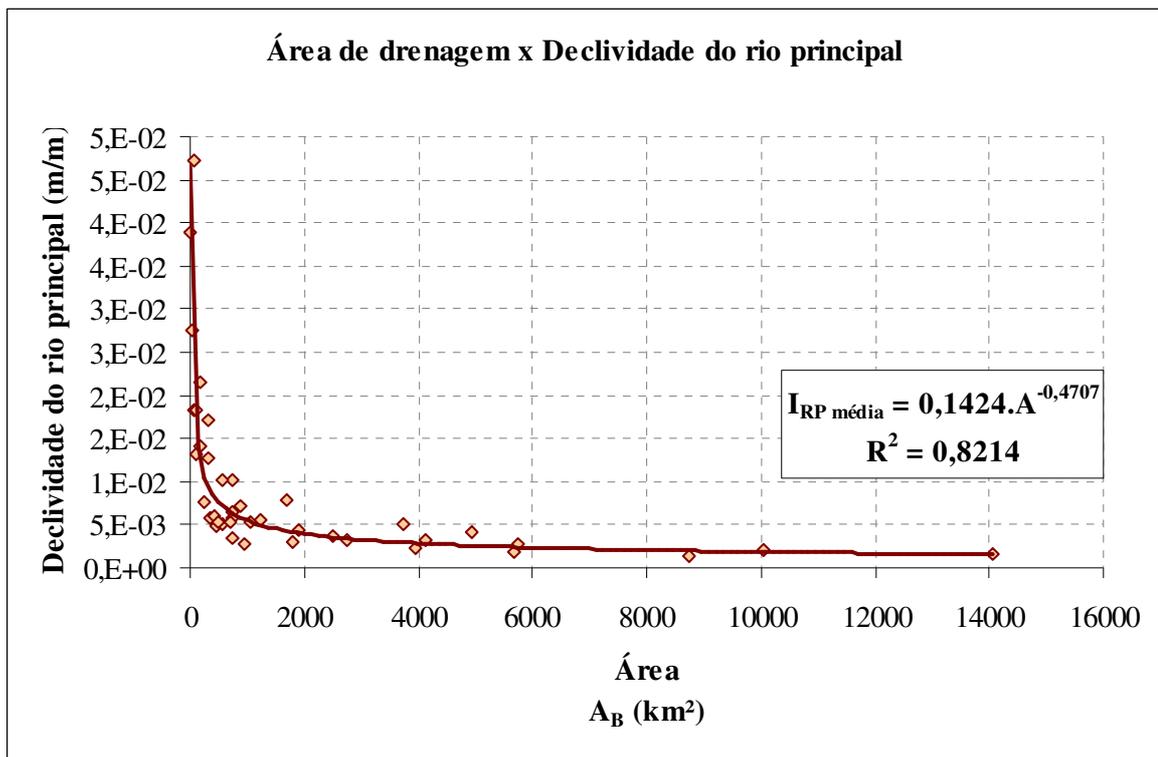


Figura 6.9 – Área versus declividade do rio principal.

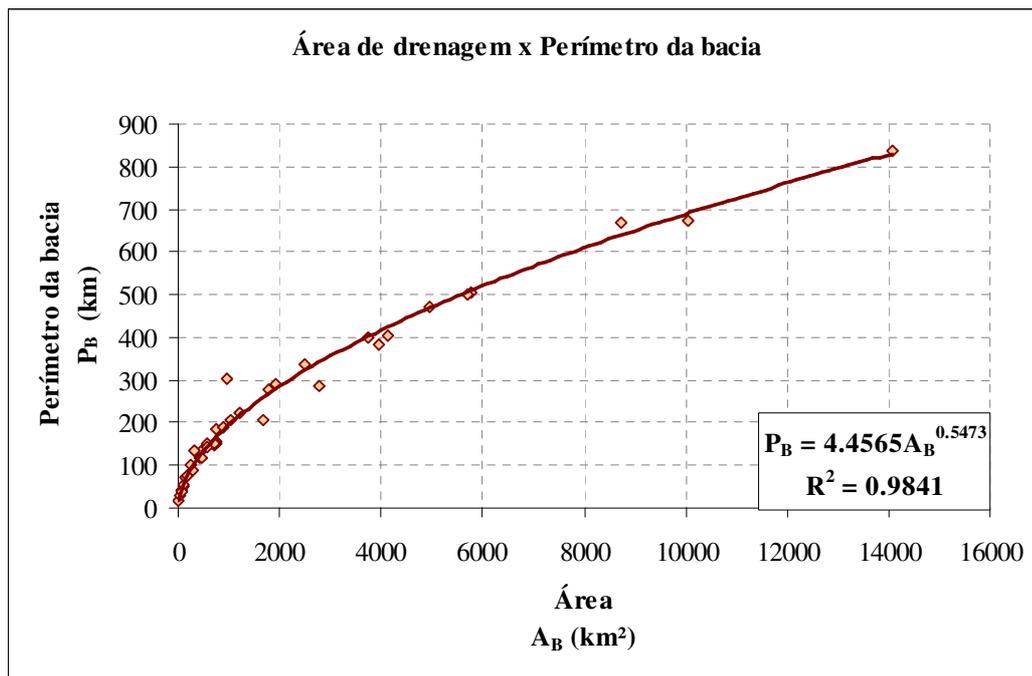


Figura 6.10 – Área versus perímetro da bacia.

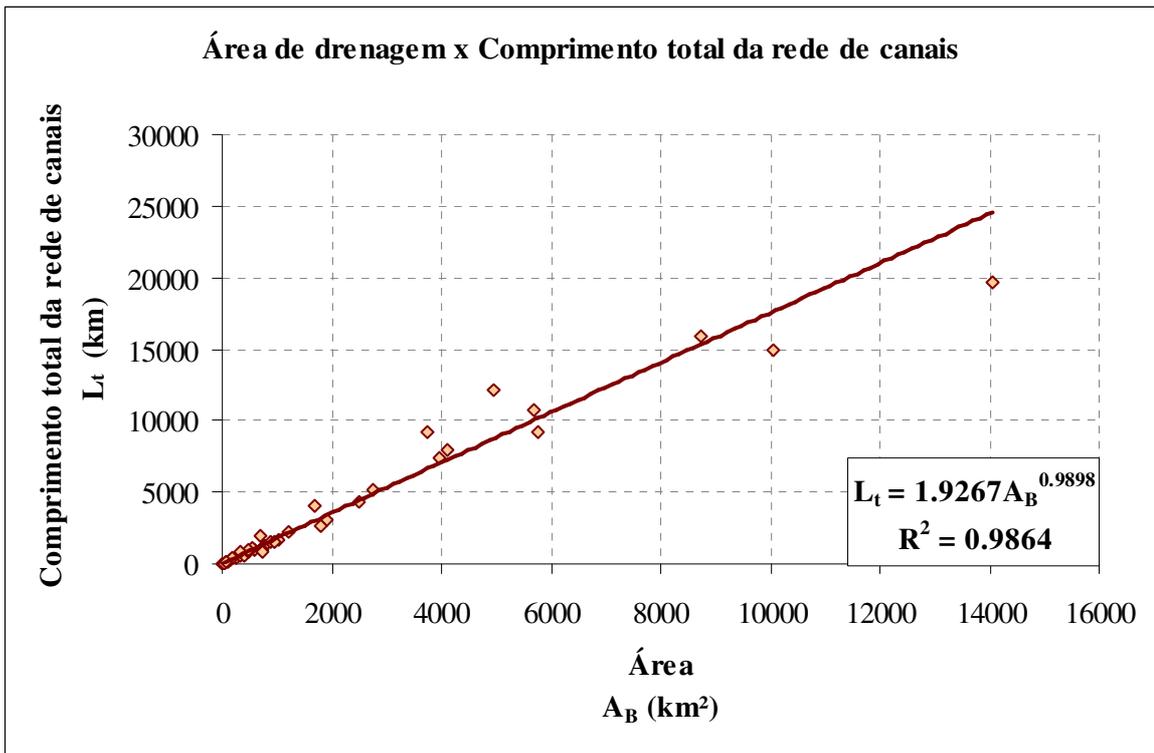


Figura 6.11 – Área versus comprimento total da rede de canais.

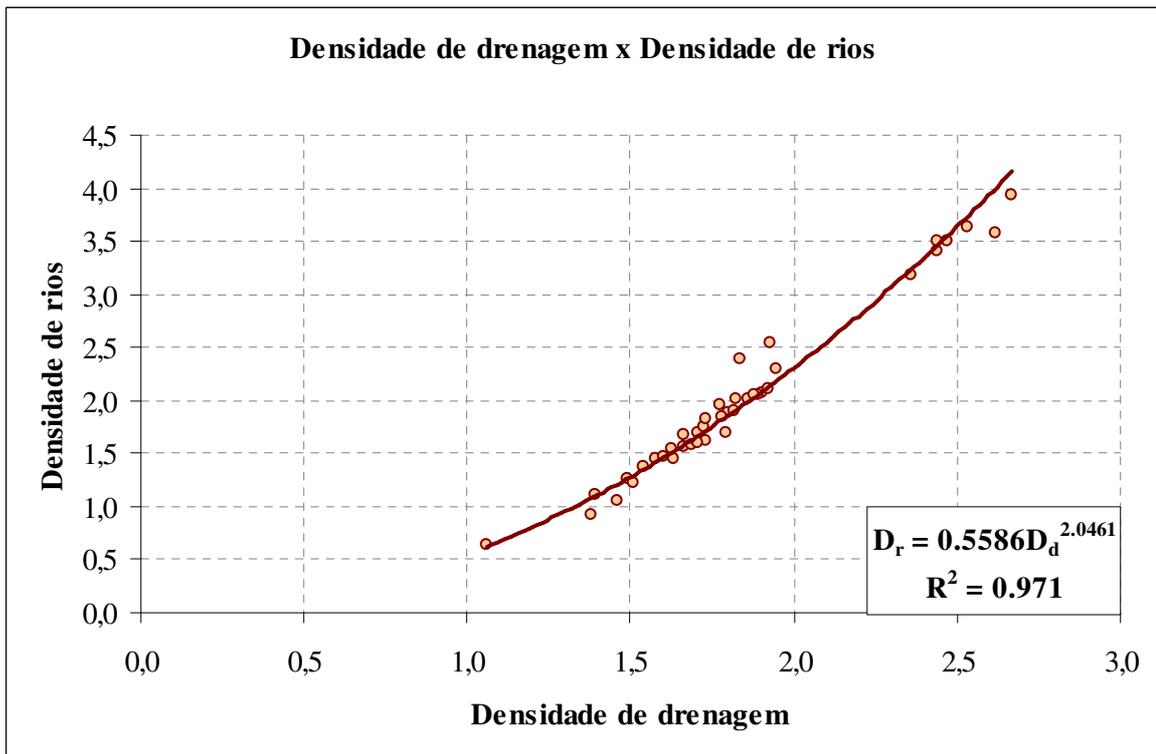


Figura 6.12 – Densidade de drenagem versus densidade de rios.

Ao analisar os gráficos apresentados por meio das Figuras 6.7 a 6.12 nota-se que as três primeiras relações ($A_B \times L_{RP}$; $A_B \times N_c$; $A_B \times I_{RP}$), de fato, são descritas pela literatura, enquanto as três restantes ($A_B \times P_B$; $A_B \times L_t$; $D_d \times D_r$) caracterizam peculiaridades da área em estudo.

A primeira relação apresentada ($A_B \times L_{RP}$), como anteriormente descrito, denomina-se expoente de Hack. O valor assumido por essa constante ($eH = 0,6048$) apresentou-se em perfeita consonância com os resultados previstos na literatura (DOODS e ROTHMAN, 2001). As duas seguintes, por sua vez, se interrelacionam. Essa afirmativa deriva-se do fato que tanto o número de canais quanto a declividade média e a área de drenagem relacionam-se com a ordem dos canais segundo as leis de composição de drenagem (relações de bifurcação, declividade média e área). Assim, ainda que não descrita explicitamente pela literatura, a relação entre essas variáveis era aguardada. A opção em apresentá-las como função da área de drenagem deve-se ao fato de que essa variável, além de ser obtida mais facilmente, é disponibilizada para as estações fluviométricas pertencentes a rede hidrometeorológica nacional. Em especial, a última relação ($A_B \times I_{RP}$) pode ser muito útil em estudos de modelagem do escoamento não permanente para uma estimativa da declividade média em situações onde não haja dados.

As três relações seguintes refletem particularidades da área estudada. O elevado coeficiente de determinação apresentado pela relação entre área e perímetro indica uma certa uniformidade nas formas das bacias amostradas. O coeficiente de compacidade, parâmetro utilizado como indicativo da forma apresentou valores máximos e mínimos respectivamente iguais a 9,8 e 4,8 e um desvio padrão de 0,90. Sendo assim, há uma certa contradição ao se ponderar a variação apresentada por esse parâmetro e o elevado coeficiente de determinação obtido. Entretanto, os resultados obtidos não foram suficientes para explicar tal comportamento. A relação entre área de drenagem e comprimento total da rede de canais reflete-se diretamente na forma assumida pela distribuição da densidade de drenagem (Figura 6.6) e reflete uma característica particular da área em estudo. A correlação entre densidade de drenagem e densidade de rios, de fato, exprime indiretamente uma relação entre o número de canais e o comprimento total da rede e a exemplo da anterior reflete uma particularidade da região utilizada nos estudos.

6.1.2 Extração automática de parâmetros geomorfológicos

A adoção de um método automático para extração de características geomorfológicas propiciou o levantamento de um maior número de parâmetros cuja obtenção seria praticamente inviável ao considerar a manipulação manual de cartas topográficas. Entretanto, é necessário considerar as incertezas associadas à metodologia, em especial as relacionadas aos seguintes aspectos:

- qualidade da base de dados;
- escala associada à base utilizada; e
- hipóteses consideradas no cálculo para delineamento de área e redes de drenagem.

Ao longo do estudo, foram utilizadas duas fontes de dados distintas para obtenção do modelo digital de terreno: (i) SRTM; e (ii) dados da cartografia digital do IBGE.

O primeiro MDT foi confeccionado a partir dos dados disponibilizados pelo laboratório de geoprocessamento do centro de Ecologia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – LABGEO/UFRGS – que por sua vez foram obtidos pela missão do ônibus espacial de topografia por radar (SRTM). Essa missão foi um projeto internacional liderado pela Agência Nacional de Inteligência Geoespacial (EUA) e pela NASA e seu objetivo era gerar a mais completa base de dados topográfica digital de alta resolução da Terra. Os dados foram processados no Jet Propulsion Laboratory (JPL) da NASA e são distribuídos no United States Geological Survey's EROS Data Center por meio da URL: <http://seamless.usgs.gov/>. O acesso é gratuito e a cobertura dos dados abrange a maior parte da superfície emersa da Terra entre as latitudes 60° Norte e 56° Sul.

O LABGEO/UFRGS processou e organizou mosaicos com modelos digitais de elevação de todos os estados brasileiros e os disponibilizou à comunidade científica por meio da URL: http://www.ecologia.ufrgs.br/labgeo/SRTM_BR.php. O processamento envolveu uma interpolação por superfície de tendência para preenchimento de falhas existentes nos dados originais, conversão para valores inteiros e transformação para o DATUM SAD 69. O grid de elevação é formado por pixels com aproximadamente 90 x 90m.

A partir desse MDT e utilizando-se a extensão TauDEM, foram delineadas as áreas e redes de drenagem para as bacias em estudo. Procedeu-se então uma análise visual dos resultados

obtidos versus os dados disponibilizados pelo IBGE. Verificou-se que as redes de drenagem calculadas não representavam, com o grau de precisão requerida para o propósito do estudo, a rede de drenagem mapeada pelo IBGE. Como explicação a esse fato foram consideradas duas hipóteses: (i) a qualidade dos dados e (ii) a resolução espacial da base.

O NIMA (National Imagery and Mapping Agency - EUA) foi responsável por várias operações de pós-tratamento, que incluíam a remoção de picos e vórtices da base de dados original. Nas informações que acompanham os dados o usuário é lembrado que as características dos dados (inerentes a todo dado geo-espacial) devem condicionar seu desempenho ante aplicações específicas: uma característica dos dados SRTM que o torna inadequado para uma determinada aplicação pode ser inócua para outra. Informava-se ainda que nenhuma edição foi aplicada sobre os dados e que o conjunto em questão continha um grande número de vãos e outros pontos espúrios, como valores extremamente altos (picos) ou extremamente baixos (vórtices). Corpos d'água eram geralmente mal definidos, assim como as linhas de costa. Essas eram informações fornecidas pelo JPL sobre o programa SRTM. Como descrito, os dados utilizados foram pré-processados pelo LABGEO/UFRGS, no entanto, foram verificadas ainda algumas falhas, que se refletiram diretamente no tempo de processamento computacional (aproximadamente 3 dias para as rotinas que geravam a base completa necessária à geração das redes e área de drenagem).

Outra peculiaridade indesejável desses dados é sua sensibilidade a quaisquer objetos presentes sobre a superfície do terreno, tais como antenas, edificações e mesmo variações da cobertura vegetal. Embora tais objetos façam parte da superfície terrestre, sua inclusão no modelo atrapalha a percepção da superfície do terreno em si, como conviria à obtenção de informações de cunho topográfico (VALERIANO, 2004). Ao considerar-se a resolução espacial do dado e características de ocupação da área em estudo, pode-se inferir que essa base de dados não possuía a qualidade e a resolução necessária para a utilização dessas técnicas.

Um segundo MDT foi então gerado por meio dos dados de cartografia digital do IBGE. As informações associadas a esses dados são disponibilizadas em diferentes escalas que variam em função da longitude. A área de estudo situava-se em uma região coberta por duas diferentes escalas: 1:50.000 e 1:100.000. O software utilizado realizou as operações necessárias para a obtenção do MDT em uma base que possuía duas escalas associadas

forneendo o modelo em um grid único com resolução espacial de 40 x 40m. Essa resolução foi definida com base em contatos com profissionais que possuíam experiências com esse tipo de problema e considerando-se os relatos existentes na literatura acerca da resolução utilizada em bases cujo o propósito era o mesmo do presente trabalho.

Uma nova inspeção visual foi realizada confrontando-se a rede delineada e a disponibilizada pelo IBGE sendo os resultados considerados satisfatórios. As Figuras 6.13 a 6.21 demonstram os resultados obtidos a partir do segundo MDT. Esses resultados são apresentados em 6 grupos distintos definidos pela proximidade espacial e nomeadas segundo o maior curso d'água da região.

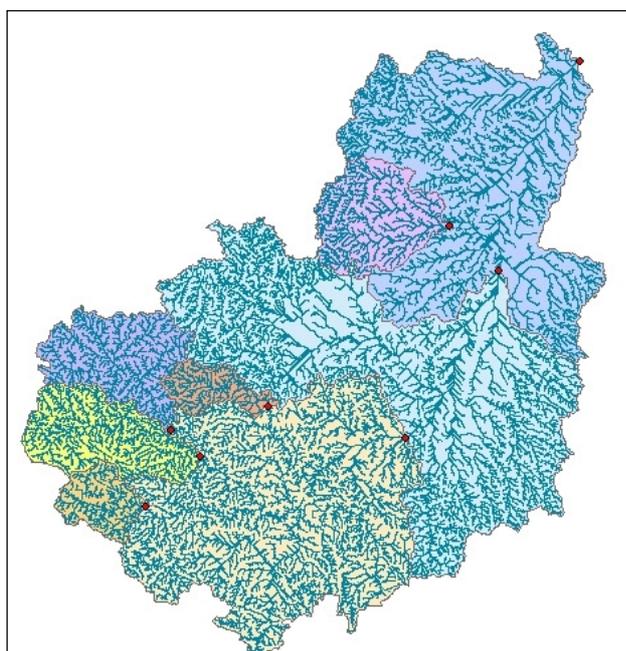


Figura 6.13 – Bacias e redes de drenagem obtidas com o uso de técnicas de processamento automático – Grupo: São Francisco.

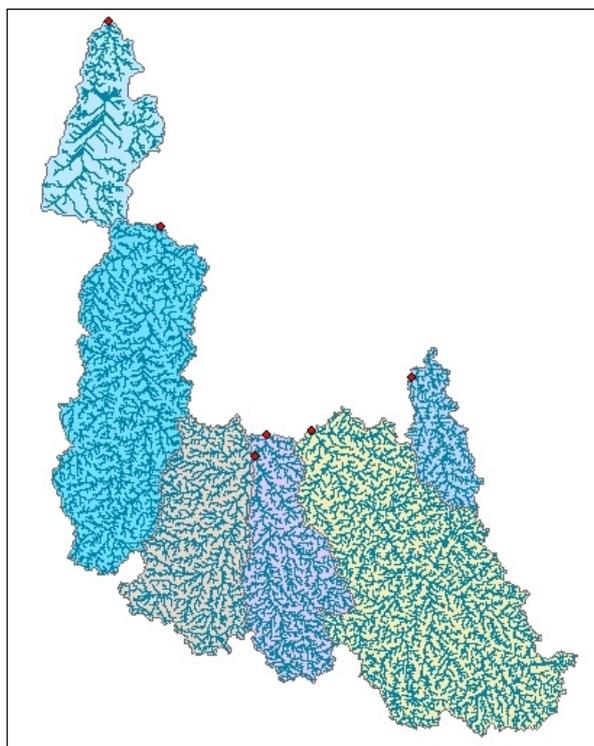


Figura 6.14 – Bacias e redes de drenagem obtidas com o uso de técnicas de processamento automático – Grupo: Pará.

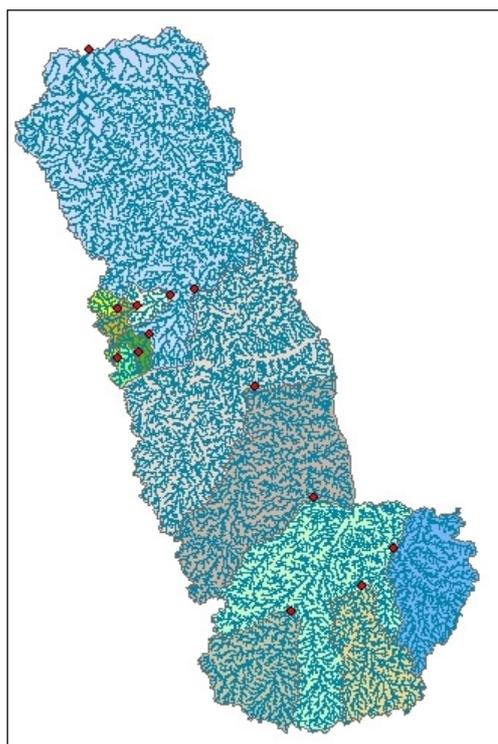


Figura 6.15 – Bacias e redes de drenagem obtidas com o uso de técnicas de processamento automático – Grupo: Paraopeba.

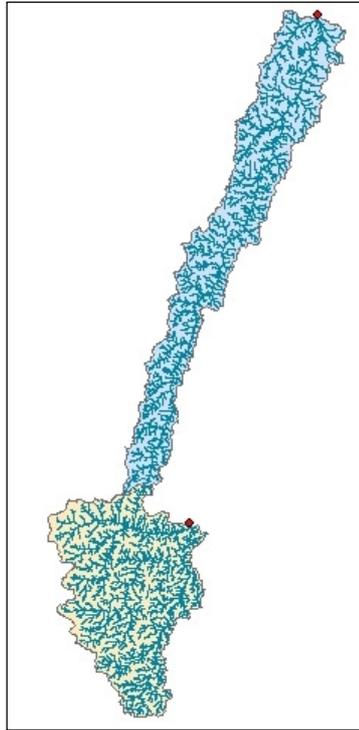


Figura 6.16 – Bacias e redes de drenagem obtidas com o uso de técnicas de processamento automático – Grupo: Indaiá-Borrachudo.

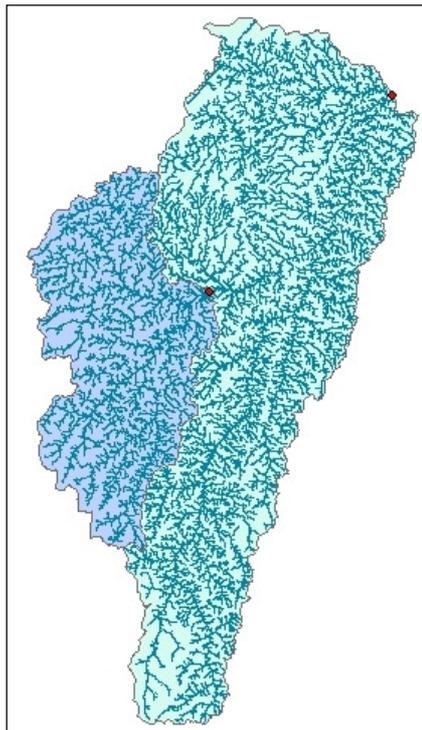


Figura 6.17 – Bacias e redes de drenagem obtidas com o uso de técnicas de processamento automático – Grupo: Abaeté.

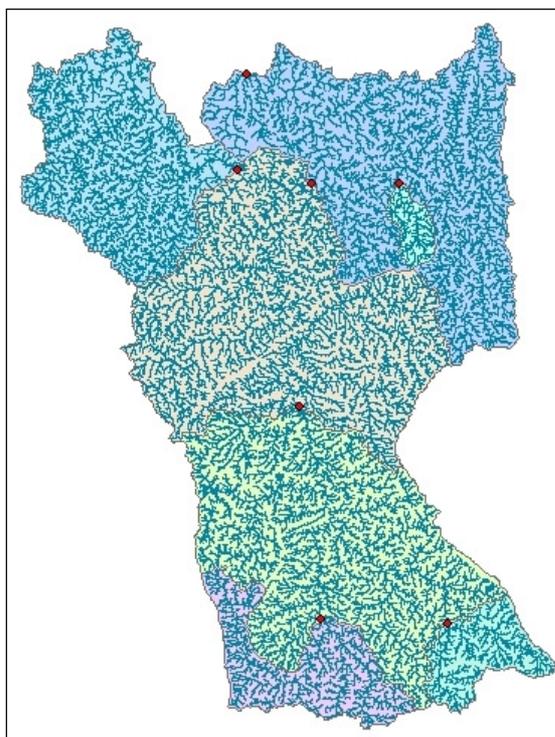


Figura 6.18 – Bacias e redes de drenagem obtidas com o uso de técnicas de processamento automático – Grupo: Velhas.

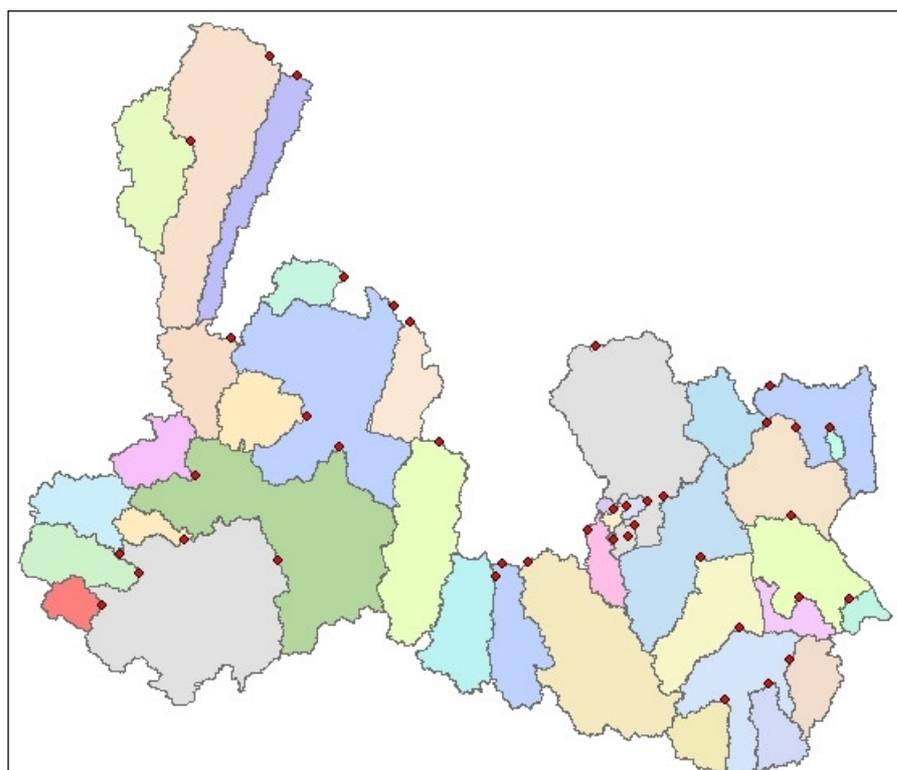


Figura 6.19 – Bacias de drenagem obtidas com o uso de técnicas de processamento automático – Grupo: Completo.

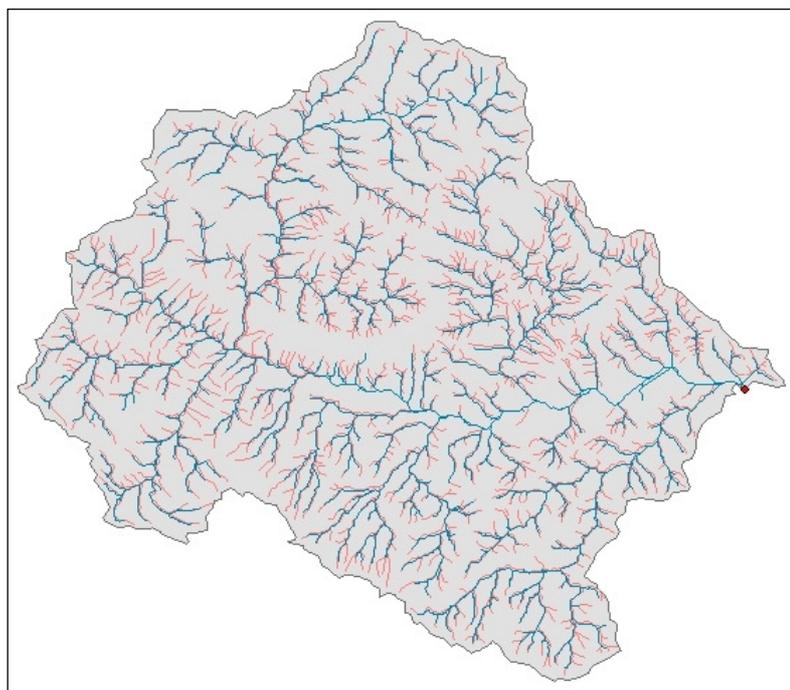


Figura 6.20 – Comparação entre redes de drenagem delimitadas através do processamento automático (em azul) e fornecidas pelos dados de cartografia digital do IBGE (em vermelho) – Estação fluviométrica: 40025000.

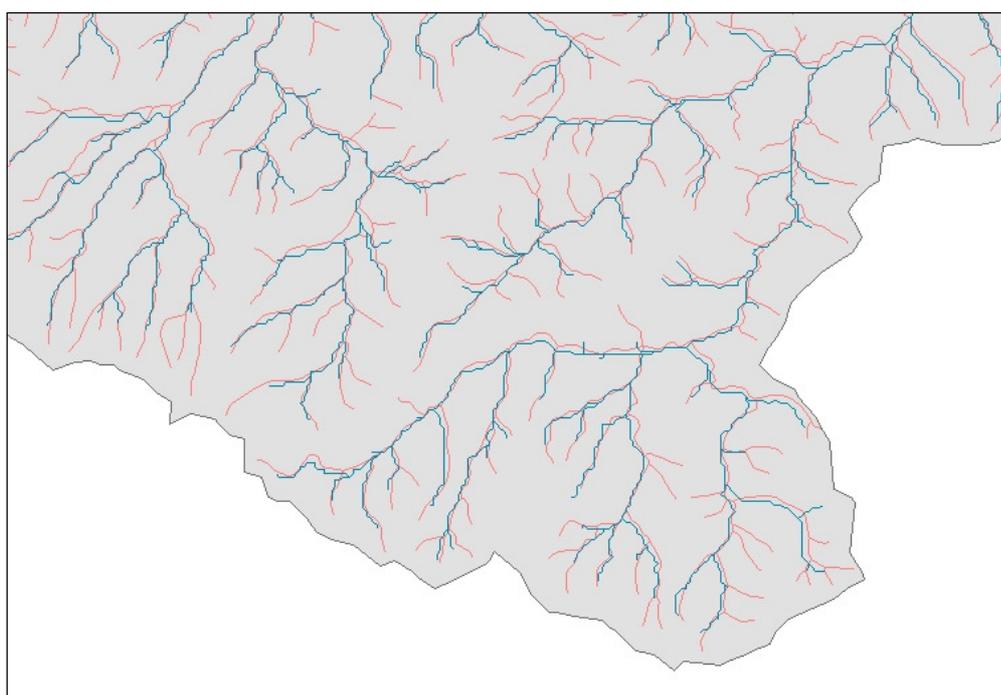


Figura 6.21 – Comparação entre redes de drenagem delimitadas através do processamento automático (em azul) e fornecidas pelos dados de cartografia digital do IBGE (em vermelho) – Estação fluviométrica: 40025000 – porção sudeste da bacia.

Ainda que não apoiado em uma análise quantitativa que permitisse a comparação entre os resultados obtidos e os dados do IBGE, admitiu-se, por meio da inspeção visual como a demonstrada nas Figuras 6.20 e 6.21, que a base possuía a qualidade necessária para o estudo

pretendido. A compatibilização das escalas na geração do MDT, no entanto, não pôde ser analisada, pois desconhece-se a técnica utilizada para interpolação das informações. Outro fator a considerar é que a maior escala associada ao dado era 1:50.000. Para estudos unicamente focados na modelagem unidimensional do escoamento não-permanente recomenda-se utilizar escalas da ordem de 1:10.000 para a adequada obtenção de informações topográficas (CUNGE *et al.*, 1980). Esse tipo de mapa raramente existe para grandes áreas de terreno, sendo mais comuns os mapas com escala de 1:50.000 a 1:100.000 (CEMIG/UFMG, 2004). Em função desse fato a tentativa de compatibilização das escalas torna-se justificável e a hipótese decorrente da correta representação das características morfológicas em função da escala, mesmo que não verificada, aceitável frente a escassez de dados.

Outro ponto a considerar na utilização dessas técnicas diz respeito às premissas consideradas no cálculo para delineamento de área e redes de drenagem. Serão avaliadas duas dessas: (i) a representação do relevo e sua relação com o escoamento superficial; e (ii) a adoção de uma área mínima considerada como limite para a identificação da existência de um canal permanente.

O processo de interpolação necessário à geração do modelo digital de terreno pode, por vezes, gerar pontos espúrios na superfície do relevo, isto é, picos e vórtices. O processamento inclui a remoção desses pontos espúrios através de uma interpolação por superfície de tendência para preenchimento das falhas. Essa é a primeira rotina associada às técnicas utilizadas para extração automática de redes e áreas de drenagem. No entanto, soma-se a esse fator a hipótese de que as redes de drenagem desenvolvem-se sempre a partir de uma elevação maior em direção ao fundo do vale e que, portanto, uma vez verificada a convergência dos fluxos em uma direção preponderante, as elevações vizinhas a esse devem necessariamente convergir para o mesmo sentido. Na prática essa hipótese não pode ser verificada totalmente. Tome-se por exemplo a ocorrência de um lago. A interpolação por pixels vizinhos distorceria a feição real do relevo o que necessariamente implicaria em um erro no delineamento da rede. A existência de “sumidouros”, comumente verificados em áreas cásticas, é outro exemplo de que essa hipótese não pode ser completamente sustentada. Essa suavização do relevo refletir-se-á em maiores ou menores erros em função da área em estudo.

O segundo ponto a considerar diz respeito à subjetividade na adoção de um limite mínimo para a área de contribuição capaz de gerar um canal permanente. No presente estudo

pretendia-se analisar a evolução dos parâmetros morfológicos à medida que se caminhava no sentido de jusante do curso fluvial. Para isso, a rede de drenagem deveria ser única tal que, ao delinear uma bacia, independente da posição no curso fluvial, a origem da rede se mantivesse inalterada. Assim, era necessário a adoção de um valor único para esse parâmetro. Várias simulações foram realizadas em sub-bacias localizadas em cabeceiras a fim de adotar-se um valor médio representativo da variação espacial. No entanto, esse valor único implicaria necessariamente em um erro no delineamento da rede e por conseqüência dos quantis levantados.

É necessário ainda analisar a subjetividade na adoção desse parâmetro na perspectiva da variação sazonal dos níveis fluviométricos. Blyth e Rodda (1973) apresentam dados obtidos em pequenas bacias no sul da Inglaterra. Em seus estudos esses autores verificaram que durante períodos secos o número de cursos d'água com ordem 1 representava menos do que 20% do total de canais presentes na rede. No entanto, quando vazões significativas eram verificadas, esse percentual aproximava-se de 50%. A Figura 6.22 ilustra essa variação.

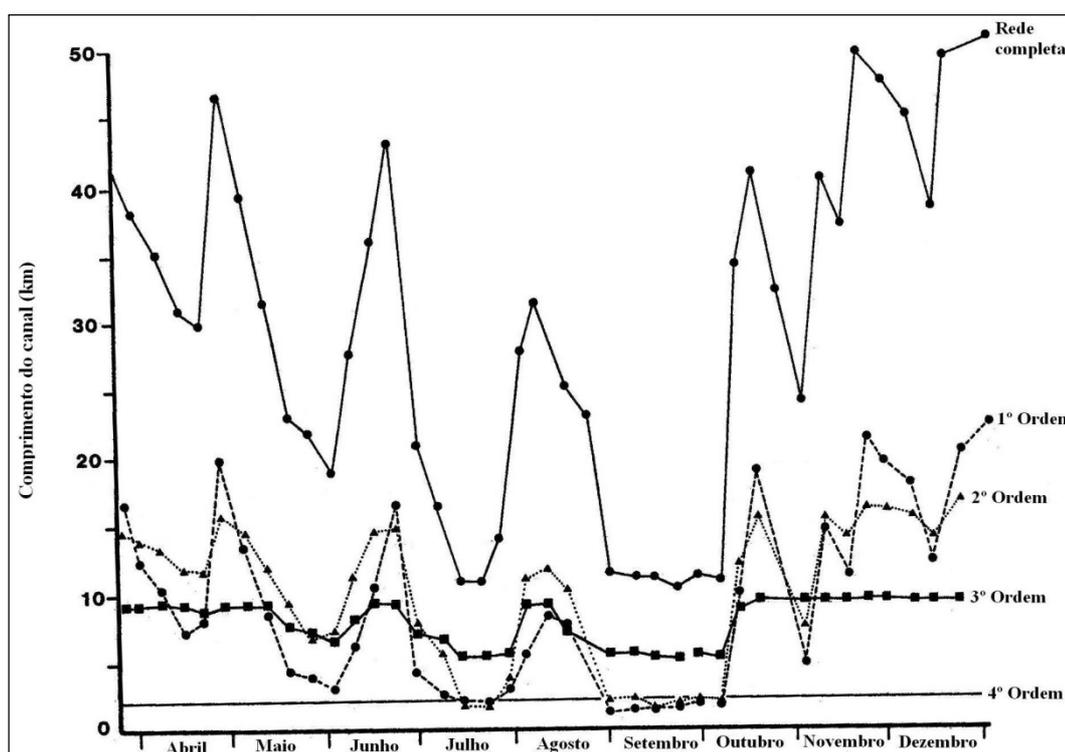


Figura 6.22 – Variação do comprimento dos canais em função da ordem devido à sazonalidade dos níveis fluviométricos.

Decorrente desse fato, pode-se inferir que há uma variação natural da origem desses canais e que esse parâmetro é incapaz de representar totalmente o fenômeno em estudo.

Apesar de todas as considerações realizadas, é preciso relatar que essas técnicas são relativamente recentes e que estão se desenvolvendo continuamente em um ritmo acelerado. Se por um lado há uma incerteza inerente associada aos quantis levantados, por outro a adoção dessas técnicas permitiram a consideração de um maior número de estações, com uma variabilidade espacial necessária aos propósitos do estudo. Um maior número de bacias analisadas reflete-se diretamente na representatividade das análises estatísticas realizadas. Ainda que somente um confronto visual entre redes e áreas delineadas automaticamente e mapeadas em campo tenha sido realizada, espera-se que os parâmetros coletados sejam representativos da morfologia da região.

Ao se analisar a evolução dos estudos nessa área notar-se-á que até o fim da década de 1980 os maiores esforços se deram na direção da criação de modelos teóricos acerca da evolução do sistema fluvial. Mesmo que haja relatos de estudos a fim de verificar esses modelos, os mesmos estavam restritos a pequenas áreas, em sua grande maioria em países do hemisfério norte. Com o desenvolvimento computacional essas técnicas puderam ser implementadas em maior escala e então passou-se efetivamente à fase de validação dessas teorias. A disponibilização de dados em escala global é recente (o SRTM, por exemplo, foi disponibilizado no segundo semestre de 2004) e extremamente válido ao considerar a escassez de recursos destinados a levantamentos desse tipo em países em desenvolvimento. Assim, a adoção dessa técnica deve ser vista também como uma contribuição à evolução dessa área do conhecimento tendo em vista os fatores descritos.

6.1.2.1 Problemas verificados

Durante a etapa de pós-processamento das informações extraídas automaticamente do MDT notou-se que havia uma distorção nos quantis relacionados à área de contribuição dos canais pertencentes à rede de drenagem gerada. Esse erro ocorrera para as bacias que possuíam uma rede de drenagem com muitos segmentos de canais. De fato, uma das premissas da classificação de Strahler é que uma confluência é definida em função da junção de dois canais, não sendo permitida junções tríplices. Especificamente nessas bacias (12 das 40), a geração automática não respeitara esse princípio, o que resultou em um erro e, portanto, na impossibilidade em se obter a relação de área (R_a) para essas.

Ainda na etapa de pós-processamento notou-se que os quantis relacionados aos comprimentos médios dos canais, definidos em função da ordem, não se comportavam como a teoria

preconizava. Em outras palavras, o comportamento linear descrito por Horton (1945) na elaboração de sua leis de drenagem não se verificara. De fato, ao considerar-se somente os comprimentos para as diferentes ordens essa relação se revelou em perfeita consonância com as leis de composição de drenagem. Assim, admite-se que esse erro esteja relacionado ao número de canais, mais especificamente, aos de primeira ordem pelas razões discutidas anteriormente. A relação de bifurcação (R_b) apresentou comportamento similar aos descritos por Horton (1945), mas ao se analisar sua formulação notar-se-á que ainda que haja um erro no número de canais de primeira ordem ele não se refletirá de maneira preponderante sobre o resultado, ao contrário da relação de comprimentos médios, onde a razão entre duas grandezas distintas (comprimentos e número de canais) define a relação. As Figuras 6.23 a 6.25 ilustram essa análise.

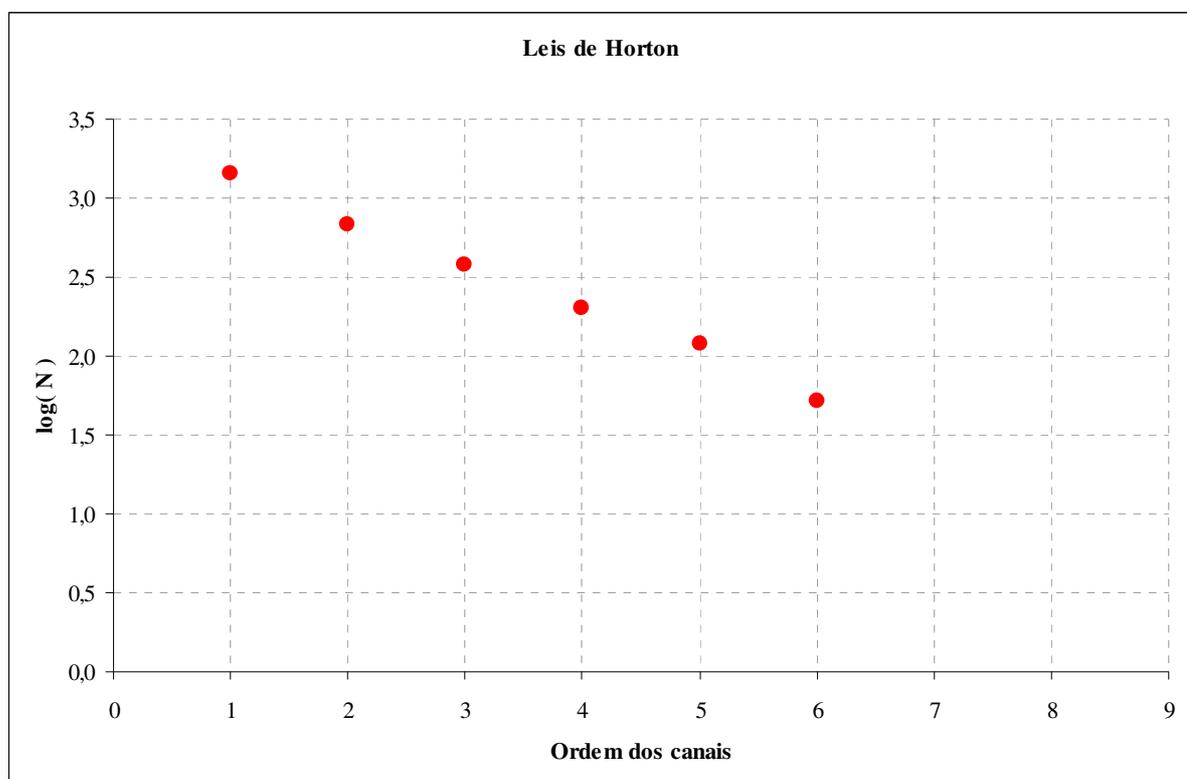


Figura 6.23 – Número de canais versus a ordem da bacia – Estação fluviométrica: 40170000.

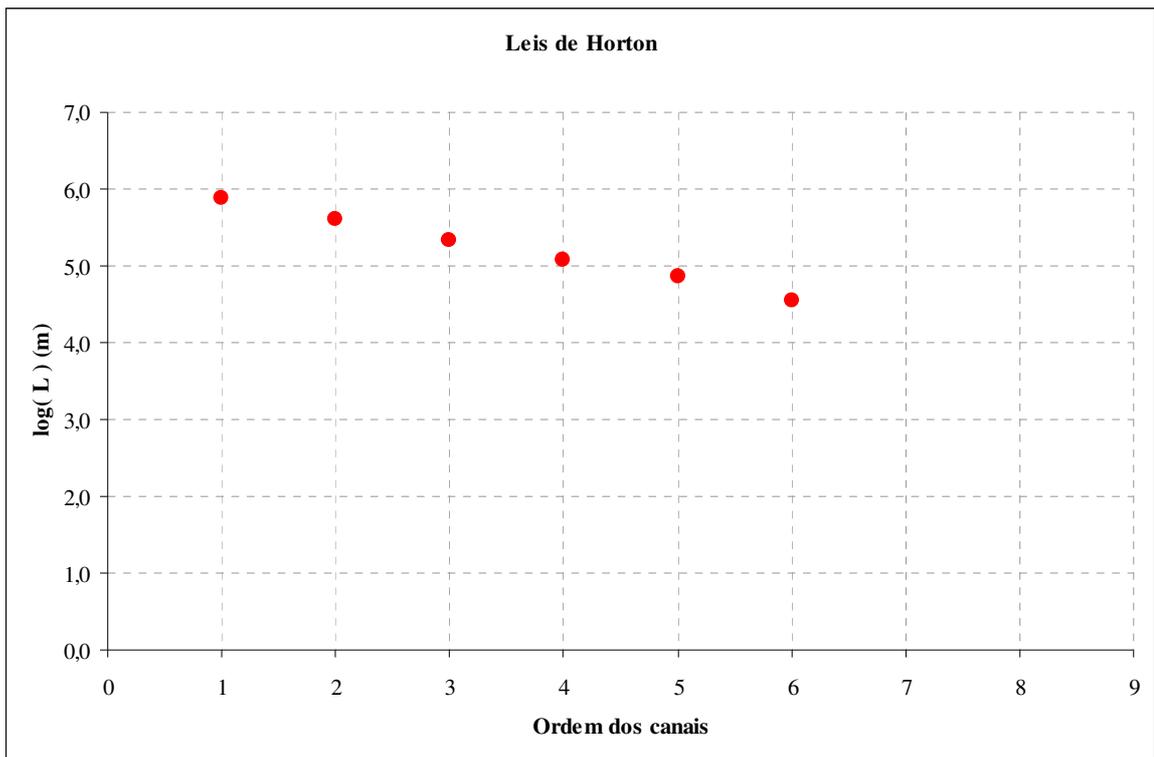


Figura 6.24 – Comprimento dos canais versus a ordem da bacia – Estação fluviométrica: 40170000.

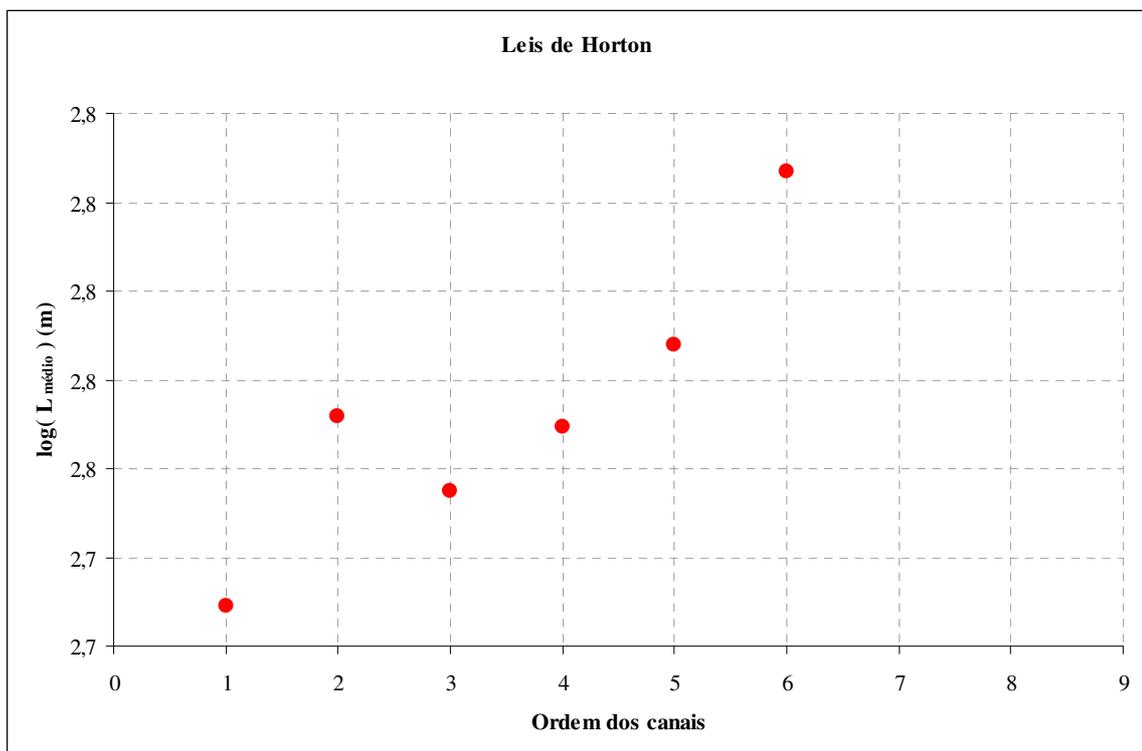


Figura 6.25 – Comprimento médio dos canais versus a ordem da bacia – Estação fluviométrica: 40170000.

Assim, os erros advindos da extração automática de parâmetros geomorfológicos impossibilitavam a determinação das relações de área (R_a) e comprimento médio (R_L).

6.1.3 Seções transversais

O método utilizado para a aproximação das seções transversais naturais a uma forma geométrica padronizada (um trapézio assimétrico), respeitando-se as variações dos parâmetros hidráulicos em função da profundidade, apresentaram ótimos resultados. A Tabela 6.2 descreve os parâmetros obtidos para cada uma das seções analisadas e as Figuras 6.26 a 6.30 um exemplo da aproximação obtida com uso dessa metodologia. As demais seções são apresentadas no anexo III.

Tabela 6.2 – Parâmetros que definem a seção trapezoidal equivalente

Estação	b_f	ξ	θ_1	θ_2
	m	m	rad.	rad.
40025000	20,979	0,218	0,821	1,278
40032000	14,713	0,051	0,746	1,328
40037000	18,440	0,357	0,810	1,143
40040000	3,942	0,111	0,803	0,933
40050000	20,747	0,137	0,626	1,135
40060001	9,261	0,165	0,872	1,131
40070000	33,837	0,266	0,808	1,204
40080000	11,132	0,108	0,786	0,963
40100000	92,843	0,133	0,895	1,301
40150000	25,817	0,284	0,832	1,505
40170000	7,179	0,241	0,860	1,444
40185000	23,803	0,337	0,821	1,432
40269900	6,859	0,183	0,825	1,246
40400000	29,805	0,160	0,827	1,410
40500000	11,564	0,067	0,811	1,178
40530000	9,018	0,168	0,815	1,270
40549998	4,838	0,190	0,821	1,064
40579995	11,119	0,142	0,910	1,037
40680000	12,585	0,267	0,819	1,254
40710000	40,462	0,220	0,834	1,255
40740000	28,621	0,413	0,995	1,160
40800001	40,057	0,503	0,833	1,296
40810350	4,798	0,222	0,851	1,336
40810800	4,563	0,141	0,913	0,915
40811100	4,307	0,084	0,320	0,886
40821998	2,803	0,084	0,817	1,313
40822995	4,201	0,072	0,742	0,748
40823500	5,203	0,173	0,882	1,001
40850000	67,357	0,536	0,846	1,376
40930000	10,555	-0,055	0,057	1,397
40975000	39,851	0,291	0,821	1,286
41050000	14,025	-0,089	0,000	1,356
41075001	63,908	0,299	0,825	1,339
41151000	8,225	0,059	0,939	1,069
41180000	13,835	0,114	0,917	1,189
41199998	30,894	0,220	0,829	1,459
41250000	9,434	0,134	0,821	1,268
41260000	39,363	0,270	0,817	1,300
41300000	12,631	0,166	0,836	1,386
41340000	31,778	0,172	0,921	1,329

b_f Largura inferior do trapézio equivalente

ξ Parâmetro de posição

θ_1 Ângulos dos talude laterais do trapézio

θ_2 equivalente

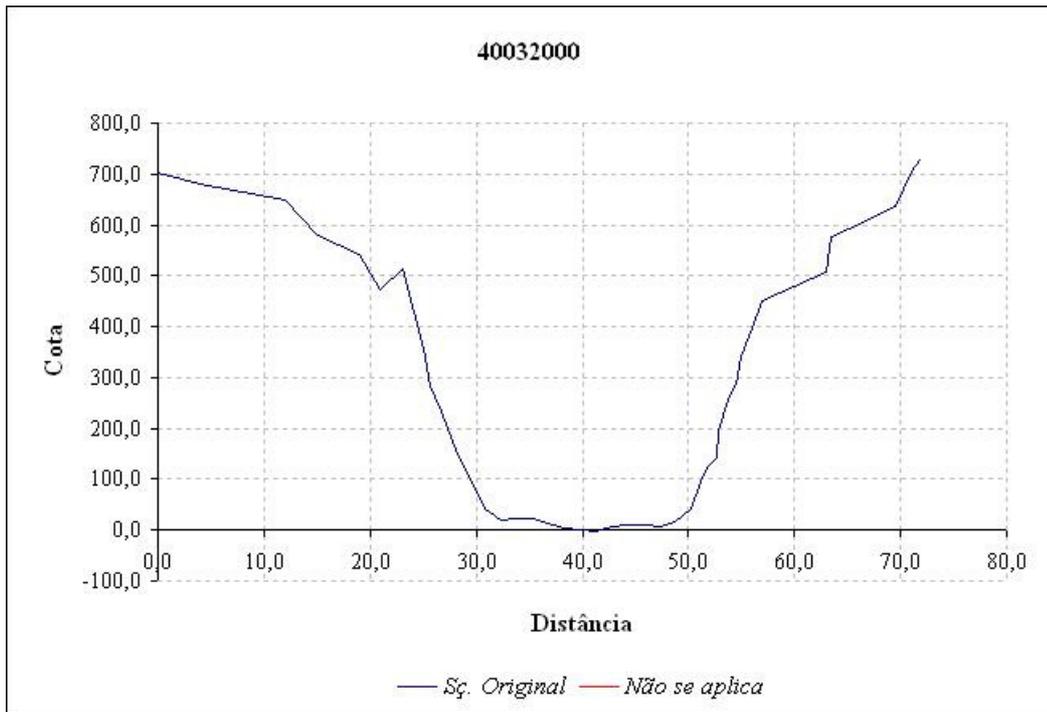


Figura 6.26 – Perfil transversal natural – Estação fluviométrica: 40032000.

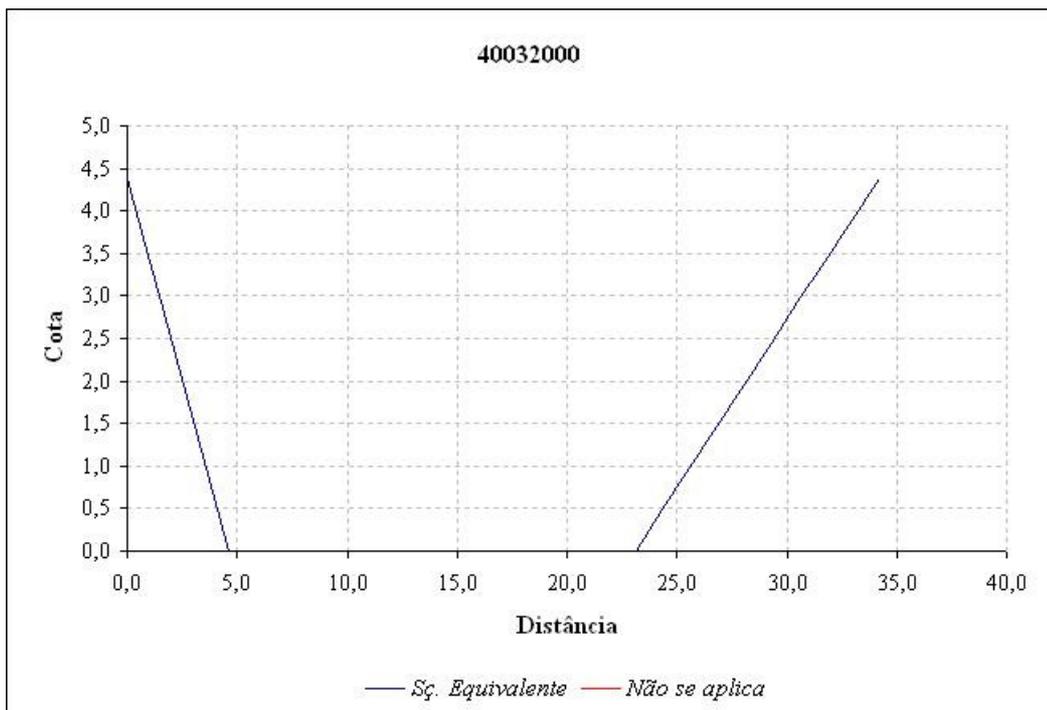


Figura 6.27 – Seção trapezoidal equivalente – Estação fluviométrica: 40032000.

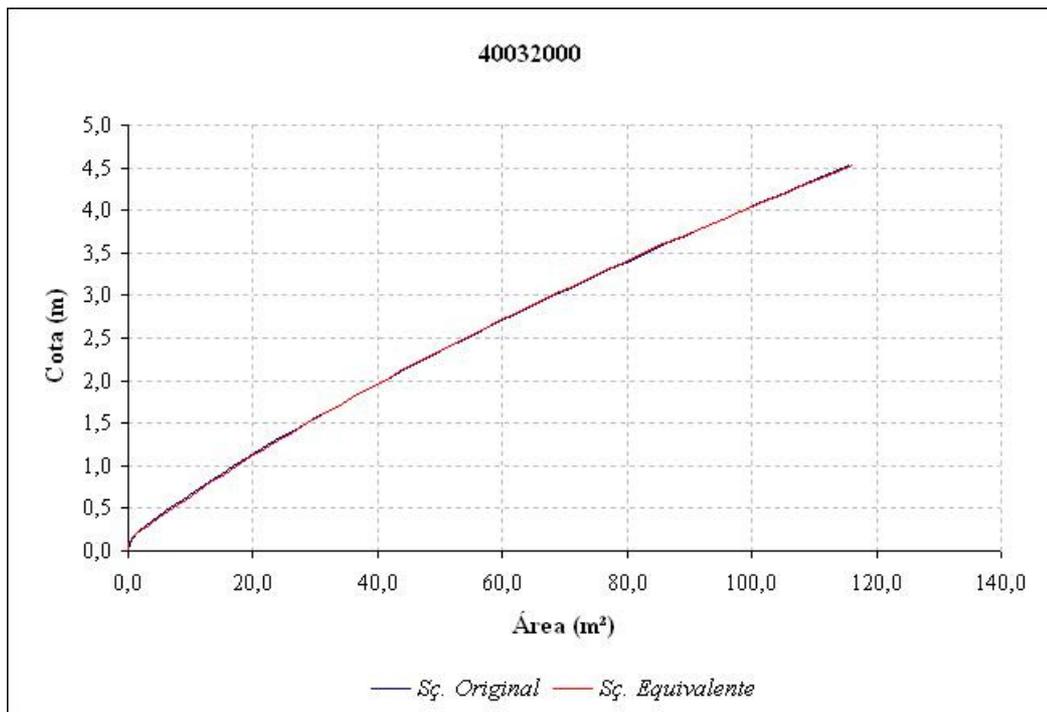


Figura 6.28 – Variação da área em função da profundidade para o perfil natural e o aproximado pela metodologia – Estação fluviométrica: 40032000.

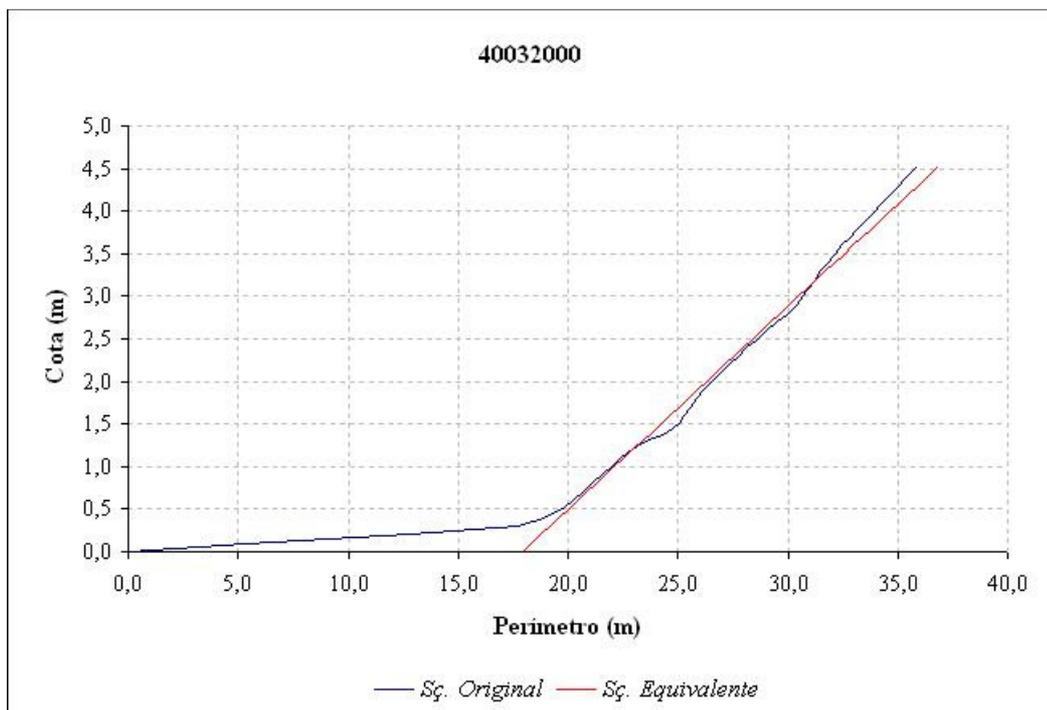


Figura 6.29 – Variação do perímetro em função da profundidade para o perfil natural e o aproximado pela metodologia – Estação fluviométrica: 40032000.

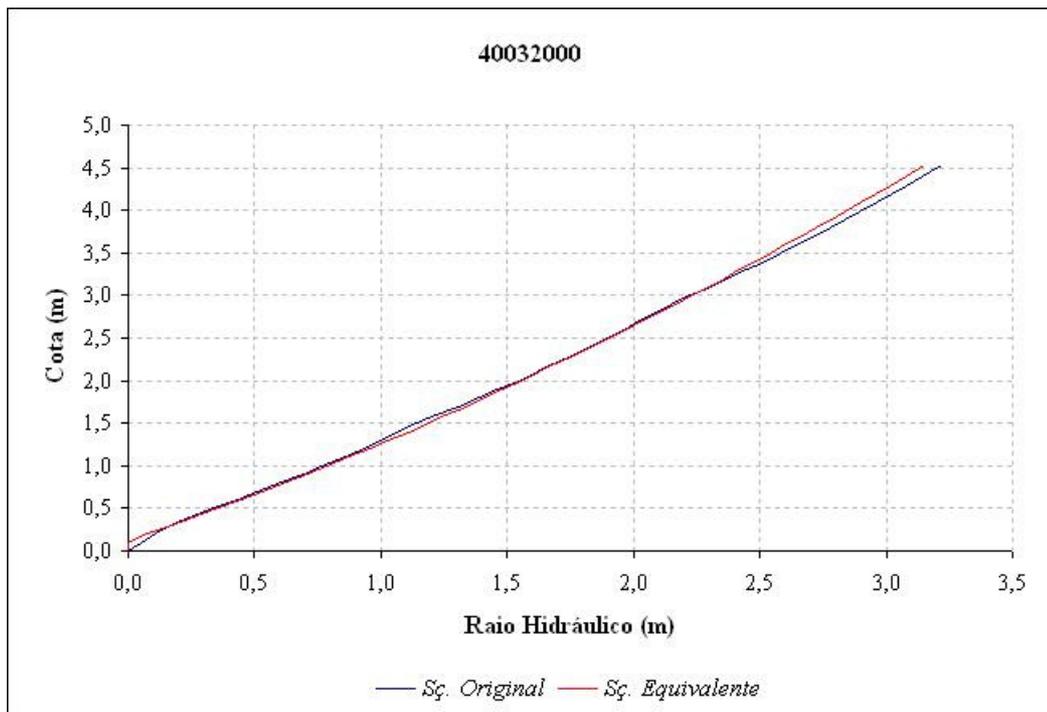


Figura 6.30 – Variação do raio hidráulico em função da profundidade para o perfil natural e o aproximado pela metodologia – Estação fluviométrica: 40032000.

Durante a revisão de literatura e posteriormente na metodologia foi descrito que o nível utilizado para definição dessas seções foi o nível de margens plenas e que a definição desse fora baseado em uma inspeção visual da seção transversal e da análise dos gráficos de variação das grandezas área, perímetro e raio hidráulico. Esse critério, em função dos resultados obtidos, foi considerado satisfatório e prático. Ressalva-se no entanto, que em aplicações mais específicas deve-se proceder uma análise mais detalhada, em especial, para trechos nos quais não se verifique uma planície de inundação bem definida.

De fato, a análise se restringiu a esse nível em função de dois aspectos: (i) as dificuldades associadas a modelagem do escoamento não-permanente unidimensional quando o fluxo ocorre também na planície de inundação; e (ii) a significância desse nível para a esculturação do canal.

Em seções transversais compostas, envolvendo o leito maior do curso d'água, as profundidades de escoamento, a composição do material de leito e a velocidade do escoamento variam significativamente ao longo da seção transversal. Cunge *et al.* (1980) observam não ser possível, no caso de seções compostas, admitir simultaneamente as hipóteses de superfície livre horizontal e energia constante, ao longo da seção transversal. Em razão da elevada resistência ao escoamento nas planícies, é frequente o leito maior

desempenhar apenas o papel de área de armazenamento, não ocorrendo aí escoamentos. Assim, é necessário a introdução de coeficientes de correção nas equações de Saint-Venant a fim de se quantificar esses efeitos. A modelagem nesse caso se torna mais específica e sua qualidade função direta de características específicas da área em análise.

Wolman e Miller (1960) analisaram os efeitos decorrentes de uma cheia extraordinária sobre a forma do canal em um rio no hemisfério norte e concluíram que os eventos de magnitude moderada associadas aos níveis de margens plenas controlariam a forma do canal. No entanto, em regiões tropicais os níveis fluviométricos tendem a variar significativamente entre as estações do ano e a hipótese de que uma única vazão (associada ao nível de margens plenas) seria a de maior poder efetivo sobre a forma do canal deve ser vista com ressalva. Gupta (1995) admite a hipótese que uma faixa de vazões governaria o processo de esculturação do canal para rios em regiões tropicais, uma vez que grande parte do volume escoado concentra-se em uma pequena parcela do tempo. No entanto, a magnitude dessas vazões varia em função de características locais associados ao clima, ao transporte de sedimentos e a atividade antrópica sobre o curso fluvial (GUPTA, 1995). Por consequência, a consideração desse nível para as análises realizadas ainda que não totalmente sustentada pela hipótese da significância desse nível para a esculturação do canal, torna-se aceitável ao considerar as incertezas associados a modelagem do escoamento para níveis superiores a esse. Essa análise estende-se ao próximo tópico: a geometria hidráulica dos canais considerados.

6.1.3.1 Geometria hidráulica dos canais considerados

A análise da geometria hidráulica dos canais utilizados ocorreu em duas etapas distintas: (i) verificação das relações previstas na literatura; e (ii) associação dos parâmetros advindos da adoção de uma forma geométrica única a parâmetros geomorfológicos.

Inicialmente procurou-se verificar as relações previstas na literatura para a evolução dos parâmetros profundidade média, velocidade média e largura definida para o nível de margens plenas ao longo do curso fluvial. Essas grandezas foram plotadas conjuntamente e no esquema de grupos, como anteriormente descrito, em função da vazão média anual, obtida por meio do estudo de regionalização de vazões. Essa vazão foi utilizada em função de duas razões: (i) a dificuldade em se estabelecer a vazão com maior potencial efetivo na esculturação do canal; e (ii) por ser essa a vazão utilizada no estudo precursor desse tipo de análise (LEOPOLD e MADDOCK, 1953). As Figuras 6.31 a 6.33 ilustram os resultados

obtidos para o conjunto de estações. Os gráficos individuais de cada grupo são apresentados no anexo IV.

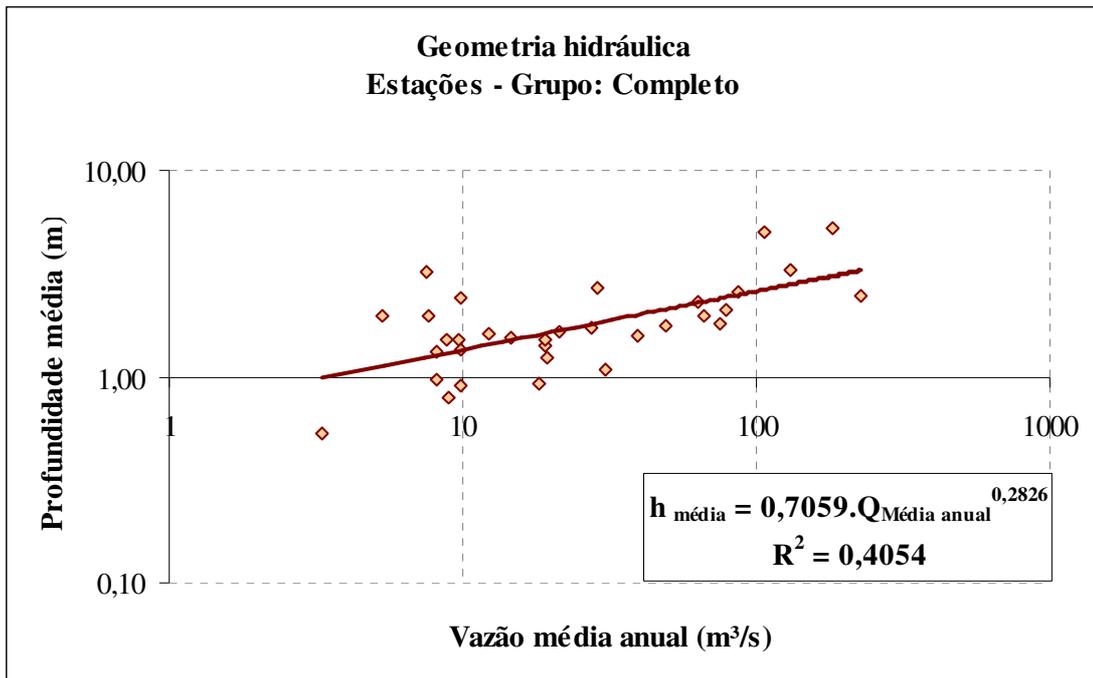


Figura 6.31 – Geometria hidráulica: profundidade média versus vazão média anual – Grupo: Completo.

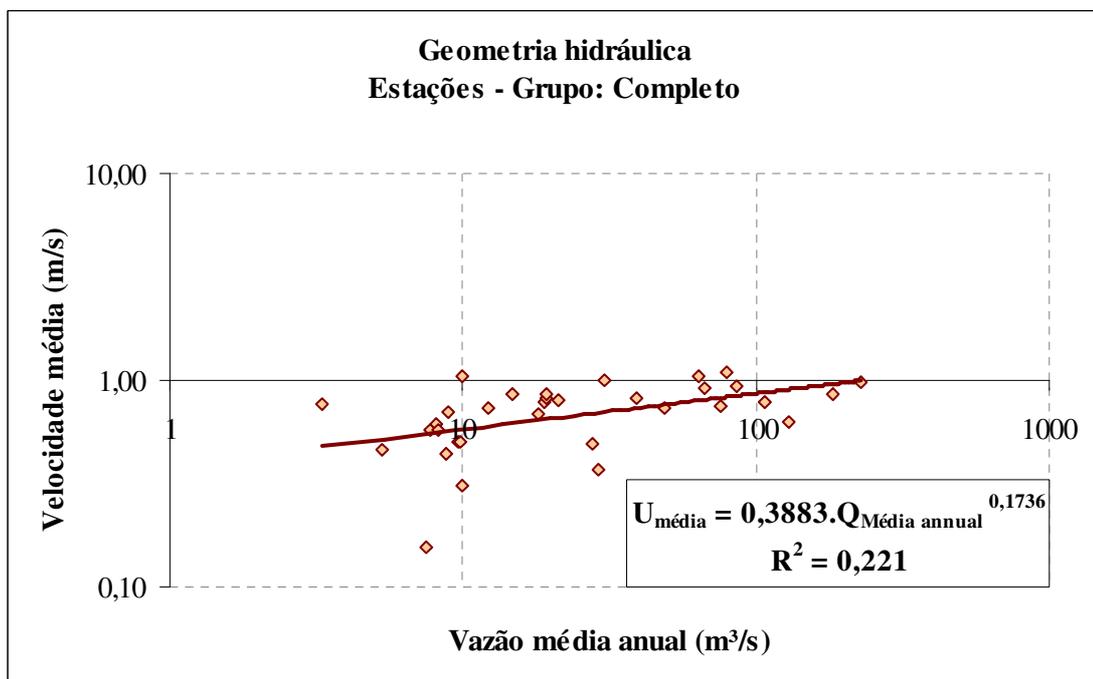


Figura 6.32 – Geometria hidráulica: velocidade média versus vazão média anual – Grupo: Completo.

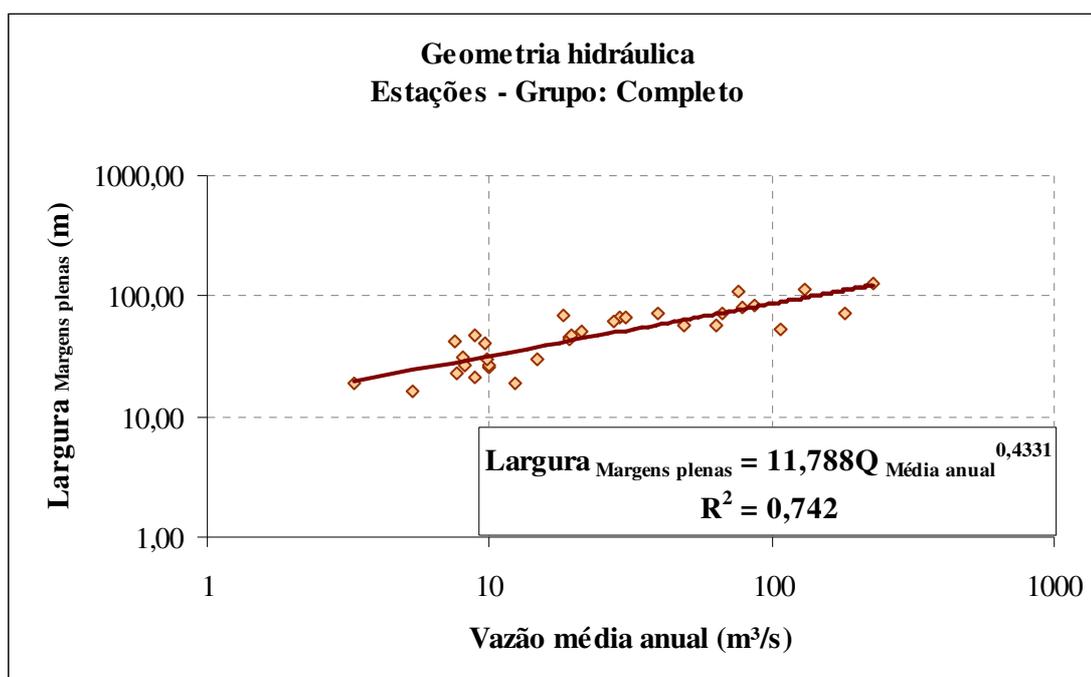


Figura 6.33 – Geometria hidráulica: largura para o nível de margens plenas versus vazão média anual – Grupo: Completo.

Os gráficos apresentados descrevem uma dispersão considerável dos dados, em especial, os relacionados à profundidade e à velocidade média. É necessário entretanto considerar os erros advindos das curvas-chaves adotadas e a inerente variabilidade dessas grandezas decorrentes da intervenção humana sobre a paisagem. A inspeção da Figura 3.14, onde são apresentados os resultados obtidos por Leopold e Maddock (1953) evidenciam também uma dispersão significativa dos dados em torno da reta ajustada. Ainda que as relações avaliadas apresentem um coeficiente de determinação baixo quando comparados a outros estudos que procuram enfatizar aspectos que impliquem em similaridade hidrológica, percebe-se que essas variáveis variam segundo uma tendência como esperado.

A segunda etapa procurou relacionar os parâmetros decorrentes da adoção de uma forma geométrica única aos parâmetros geomorfológicos extraídos do MDT. A Tabela 6.3 apresenta os coeficientes de determinação obtidos.

Tabela 6.3 – Análise de correlações estatística entre os parâmetros que definem o trapézio assimétrico equivalente e os utilizados para descrição e análise da morfologia dos trechos e bacias considerados.

Variáveis explicativas	b_f		θ_1		θ_2	
	Linear	Potência	Linear	Potência	Linear	Potência
Prof. _{Máx.}	0,228	0,395	0,003		0,018	
VZ _{Máx.}	0,724	0,787	0,011		0,104	
N _s	0,666	0,721	0,020		0,100	
N _c	0,666	0,722	0,020		0,100	
L _t	0,723	0,730	0,018		0,081	
R _A	0,093	0,114	0,001		0,002	
R _L	0,018	0,032	0,027		0,002	
R _B	0,084	0,133	0,005		0,004	
A _B	0,709	0,717	0,014		0,060	
P _B	0,744	0,708	0,008		0,119	
O _B	0,430	0,538	0,001		0,122	
H _{RP}	0,111	0,271	0,015		0,079	
L _{RP}	0,774	0,729	0,019		0,106	
L _{t MáxOrdem}	0,007	0,187	0,015		0,038	
eH	0,027	0,041	0,041		0,033	
I _{RP med.}	0,177	0,500	0,004		0,010	
$C_c = P_B / A^{1/2}$	0,187	0,235	0,001		0,047	
$D_r = N_c / A$	0,000	0,003	0,008		0,015	
$D_d = L_t / A$	0,001	0,002	0,012		0,011	
$C_m = (1 / D_d) \cdot 1000$	0,001	0,002	0,003		0,006	
$E_{ps} = 1 / (2 \cdot D_d)$	0,001	0,002	0,003		0,006	
Largura _{MP}	0,886	0,881	0,009		0,322	
A _{MP}	0,788	0,813	0,006		0,114	
$[(A^{5/3} / P^{2/3}) \cdot S^{1/2}]_{MP}$	0,517	0,694	0,003		0,079	
K _{MP}	0,509	0,748	0,002		0,062	
I _{CP med.}	0,144	0,343	0,003		0,001	

Os dados apresentados pela Tabela 6.3 indicam que o parâmetro que define a largura inferior do trapézio pode ser explicado com relativa confiança por meio da largura definida para o nível de margens plenas através de uma relação de potência ($R^2 = 0.881$). Para os taludes, no entanto, não foram verificadas evidências estatísticas que pudessem descrever os valores assumidos por essas grandezas em função das variáveis analisadas.

A fim de se obter uma relação que pudesse ser adotada para estimativa da forma da seção em casos de escassez de dados, assumiu-se a hipótese que os ângulos dos taludes poderiam ser obtidos caso se possuísse uma estimativa da largura superior e da área molhada ambos definidos para o nível de margens plenas. Assim uma nova análise de correlações foi realizada e os resultados são apresentados na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Análise de correlações estatística entre a largura superior, profundidade e área molhada para o nível de margens plenas e os parâmetros utilizados para descrição e análise da morfologia dos trechos e bacias considerados.

Variáveis explicativas	Largura _{MP}		A _{MP}	
	Linear	Potência	Linear	Potência
Prof. _{Máx.}	0,384	0,521	0,624	0,785
Vz _{Máx.}	0,754	0,858	0,863	0,877
N _s	0,702	0,701	0,761	0,715
N _c	0,702	0,702	0,761	0,716
L _t	0,707	0,713	0,774	0,732
R _A	0,096	0,096	0,103	0,117
R _L	0,011	0,016	0,011	0,024
R _B	0,086	0,101	0,071	0,111
A _B	0,647	0,702	0,716	0,726
P _B	0,769	0,699	0,793	0,727
O _B	0,528	0,500	0,458	0,514
H _{RP}	0,153	0,233	0,138	0,220
L _{RP}	0,782	0,707	0,819	0,746
L _{t MáxOrdem}	0,033	0,175	0,022	0,145
eH	0,048	0,053	0,032	0,038
I _{RP med.}	0,240	0,503	0,225	0,550
$C_c = P_B / A^{1/2}$	0,224	0,255	0,205	0,279
$D_r = N_c / A$	0,000	0,002	0,000	0,000
$D_d = L_t / A$	0,000	0,001	0,002	0,000
$C_m = (1 / D_d) \cdot 1000$	0,000	0,001	0,000	0,000
$E_{ps} = 1 / (2 \cdot D_d)$	0,000	0,001	0,000	0,000
Largura _{MP}	1,000	1,000	0,857	0,914
A _{MP}	0,857	0,914	1,000	1,000
$[(A^{5/3} / P^{2/3}) \cdot S^{1/2}]_{MP}$	0,640	0,802	0,848	0,932
K _{MP}	0,509	0,807	0,631	0,871
I _{CP med.}	0,170	0,265	0,165	0,311

A Tabela 6.4 revela que tanto a área quanto a largura para o nível de margens plenas se correlacionam por meio de uma relação na forma de potência, com a vazão máxima definida para esse nível ($R^2 = 0,858$ e $0,877$ respectivamente). As Figura 6.34 a 6.36 apresentam esses resultados.

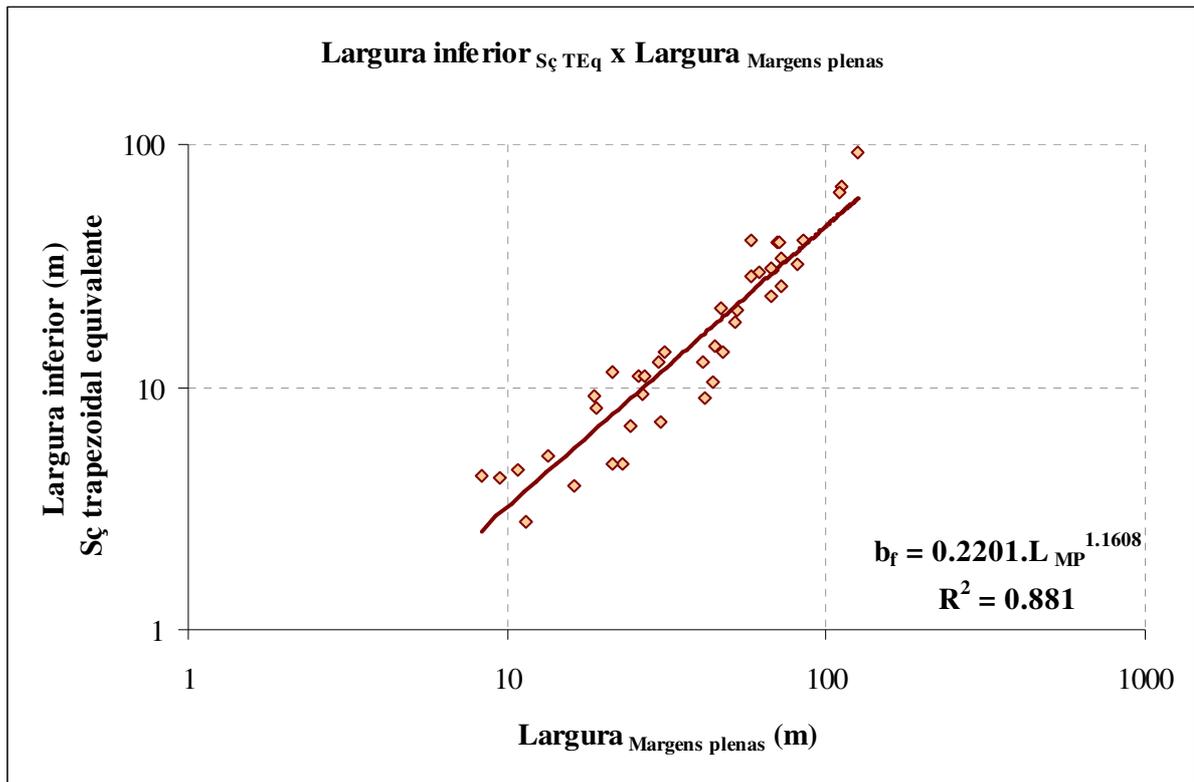


Figura 6.34 – Largura inferior do trapézio equivalente versus a vazão para o nível de margens plenas.

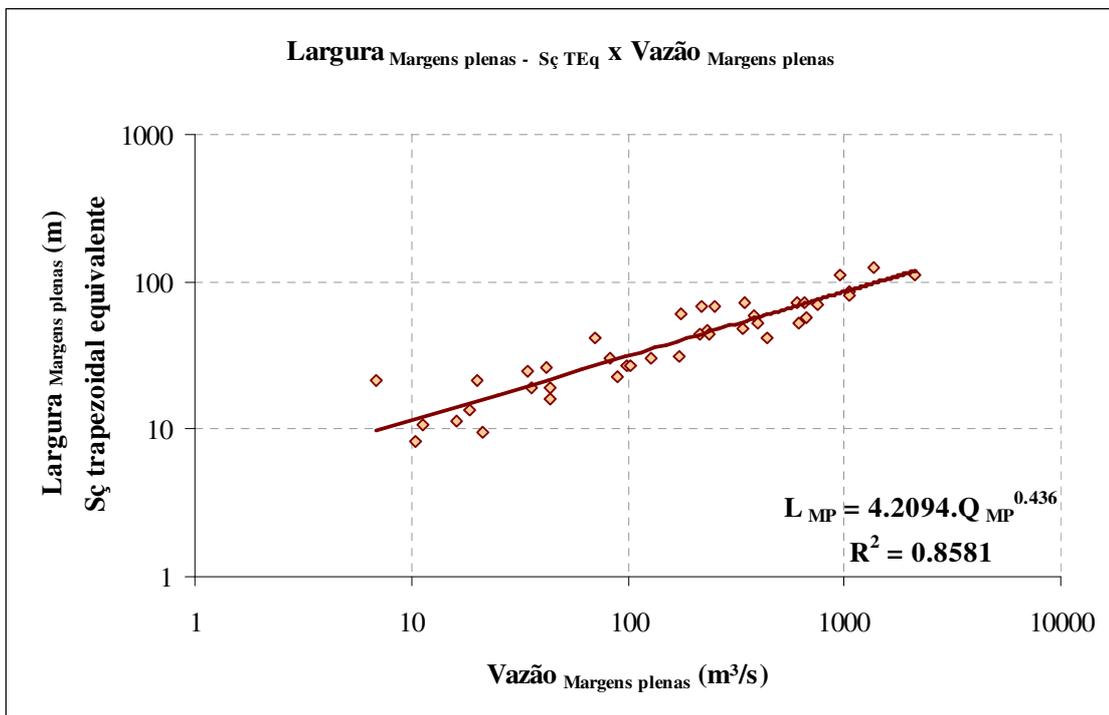


Figura 6.35 – Largura superior do trapézio equivalente versus a vazão, ambos definidos para o nível de margens plenas

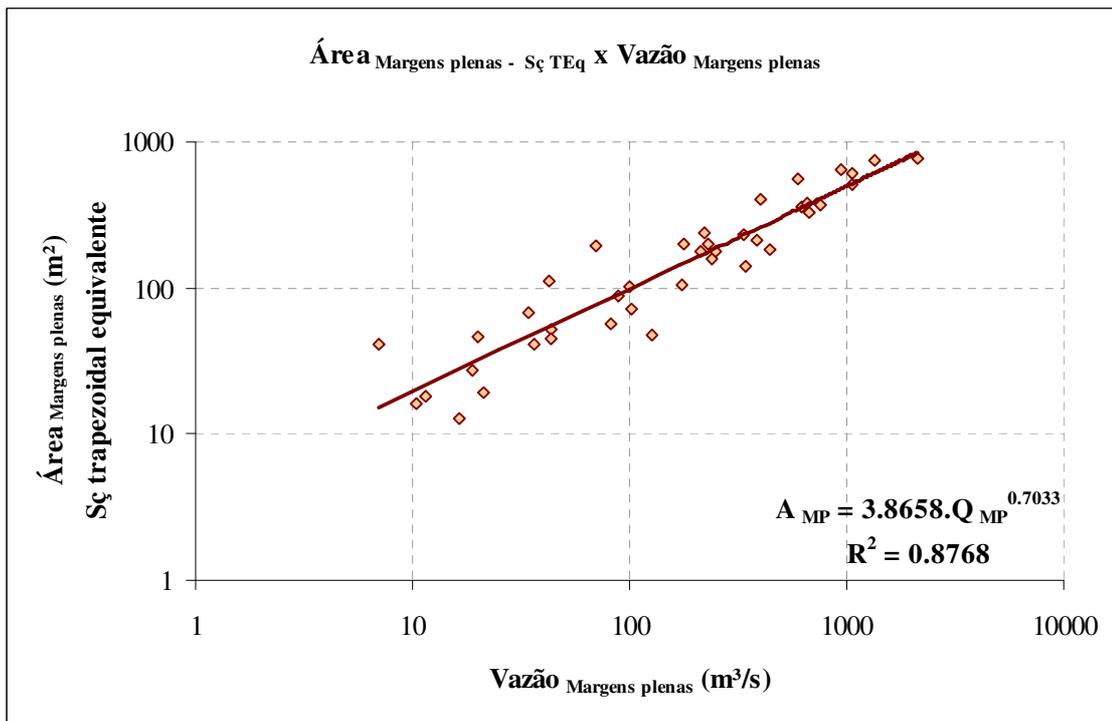


Figura 6.36 – Área molhada do trapézio equivalente versus a vazão, ambos definidos para o nível de margens plenas

A partir dessas relações é possível obter uma aproximação da forma da seção. Uma vez estimada a vazão para o nível de margens plenas obtém-se a área e a largura para esses níveis e a largura inferior do trapézio por meio das relações descritas. Considera-se a expressão

$$h = \frac{2 \cdot A_{MP}}{(b_f + L_{MP})}$$

(4.18) que a exemplo da expressão utilizada para determinação da profundidade também define a área de um trapézio, obtém-se: $(\tan \theta_1 + \tan \theta_2) = \frac{2}{h^2} \cdot [A_{MP} - (h \cdot b_f)]$. Variando-se θ_1 e θ_2 por meio de um algoritmo iterativo obtém-se os ângulos dos taludes laterais do trapézio que satisfazem tanto a estimativa da área quanto da largura para seção de margens plenas.

Essas relações devem ser utilizadas com ressalvas, uma vez que foram definidas para uma região específica. Entretanto é necessário considerar que a metodologia adotada revelou-se aplicável e passível de ser utilizada em outras regiões para obtenção de relações similares à apresentada.

6.1.4 Hidrogramas

A geração dos hidrogramas a serem propagados procurou contemplar a associação anteriormente descrita entre parâmetros morfométricos das bacias de drenagem e a forma dos hidrogramas. Esse tipo de abordagem foi explorada quantitativamente por Rodrigues-Iturbe e Valdes (1979) por meio do método do Hidrograma Unitário Geomorfológico (*HUG*).

O HUG é calculado pela determinação da probabilidade de uma partícula de água seguir determinado caminho na rede de drenagem, multiplicando-se essa pela função densidade de probabilidade do tempo de residência e somando-se todos esses produtos decorrentes da consideração da possibilidade da ocorrência de todos os caminhos (RODRIGUES-ITURBE e VALDES, 1979). De fato, Rodrigues-Iturbe e Valdes (1979) apresentaram as equações envolvidas nesse processo para bacias com ordem 3, no entanto esse processo pode ser generalizado para bacias de maior ordem.

Devido à complexidade dessas equações, em especial quando as ordens das bacias tornam-se muito superiores a 3, a aplicabilidade do HUG torna-se restrita. A metodologia adotada utiliza uma função que se aproxima da forma de um hidrograma clássico – a distribuição Gamma – e associa os parâmetros necessários a sua definição a duas grandezas essenciais na teoria do hidrograma unitário – a vazão e o tempo de pico – aproximados segundo a teoria do HUG.

A utilização dessa formulação propiciou a incorporação dos efeitos advindos das características morfológicas das bacias sobre o hidrograma a ser propagado, de maneira menos complexa à simples adoção do HUG. No entanto, é necessário analisar os seguintes aspectos: (i) o intervalo das relações de escala utilizado para determinação da formulação que une a abordagem tradicional do HU aproximado pela função Gamma e o HUG; (ii) as dificuldades advindas da adoção do método automático para extração das características geomorfológicas; e (iii) a estreita dependência do hidrograma obtido e da velocidade considerada em sua formulação.

Rosso (1984), a fim de preservar a forma do HUG e representá-lo através da distribuição Gamma assumiu que o produto do tempo e da vazão de pico para ambas as formulações deveriam ser iguais. A equação resultante não possuía solução analítica e por conseqüência a solução foi obtida através de métodos numéricos e análise de regressões múltiplas, por meio da adoção dos seguintes intervalos para as relações de escala: $2,5 \leq R_b \leq 5,0$, $3,0 \leq R_A \leq 6,0$,

$1,5 \leq R_L \leq 4,1$. A Tabela 6.1 descreve os parâmetros obtidos para essas grandezas, cujos intervalos foram: $1,7 \leq R_b \leq 2,1$, $1,8 \leq R_a \leq 2,3$, $1,4 \leq R_L \leq 1,7$. Nota-se que nenhuma das relações obtidas está totalmente contida no intervalo utilizado para obtenção da solução.

Como anteriormente descrito os erros advindos da extração automática de parâmetros geomorfológicos impossibilitavam a determinação das relações de área (R_a) e comprimento médio (R_L). Logo, era necessário estimar esses parâmetros a partir de relações de escala entre esses quantis e outros obtidos. Foram utilizadas as relações propostas por Doods e Rothman (2001) – $R_L = e^{\frac{\ln R_b}{eH}}$ e $R_a \approx R_b$ – descritas anteriormente pelas equações (3.97) e (3.98) para esse fim.

Esses fatos, além de dificultar a utilização da metodologia, levaram ao questionamento da representatividade dos hidrogramas obtidos e dos verificados na prática. No entanto decidiu-se, seguir em frente devido à impossibilidade de obtenção de hidrogramas reais discretizados em um intervalo de tempo coerente com a proposta do estudo. Outra possibilidade seria a adoção de um outro método que relacionasse parâmetros morfométricos de bacias a grandezas associadas a característica dos hidrogramas. Essa solução foi parcialmente adotada e relaciona-se diretamente com o terceiro item anteriormente levantado: a estreita dependência do hidrograma obtido e da velocidade considerada em sua formulação.

O centro de hidrologia do Corpo de Engenheiros dos Estados Unidos (HEC) desenvolveu uma série de softwares, amplamente utilizados no mundo, em hidrologia aplicada. Esses softwares utilizam em suas formulações relações advindas de suas experiências decorrente de uma série de pesquisas e trabalhos na área. Entre essas, há uma que descreve o tempo de pico para o hidrograma unitário sintético de Clark. A construção desse método baseia-se no histograma tempo-área. A idéia básica é a de distribuir frações da área total da sub-bacia que tem tempos iguais para concentrar suas respectivas contribuições na seção exutória. Se o histograma for estimado diretamente a partir da cartografia da bacia, essas sub-áreas são delineadas a partir das chamadas linhas isócronas, as quais representam linhas de igual tempo para concentrar o escoamento na seção fluvial que individualiza a sub-bacia em questão. Detalhes adicionais podem ser vistos em Ponce (1989). A relação que define o tempo de pico para essa formulação é:

$$t_p = \frac{0.625}{2} \sqrt{A_B} \quad (6.1)$$

A função núcleo resposta unitária (kernel) utilizada para determinação do hidrograma unitário por meio da distribuição Gamma, na abordagem utilizada, possui a velocidade como parâmetro da formulação que fornece o tempo de pico. Assim, desenvolveu-se um rotina computacional para minimizar o erro quadrático advindo da diferença entre as equações que definem essa grandeza, utilizando-se como variável a ser calibrada a velocidade. A equação obtida foi:

$$u = 2,2585A_B^{-0.1771} \quad (6.2)$$

e as Figura 6.37 e 6.38 ilustram os resultados.

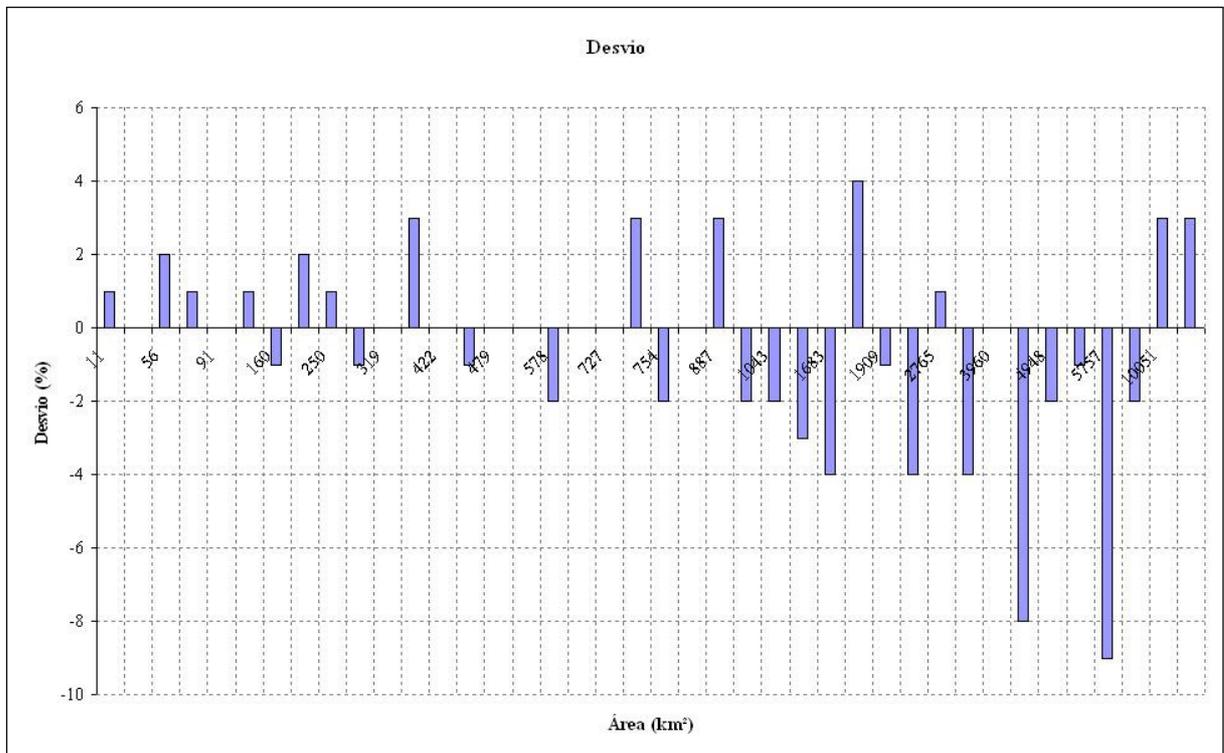


Figura 6.37 – Diferença percentual em função da área entre a metodologia adotada e a preconizada pelo HEC.

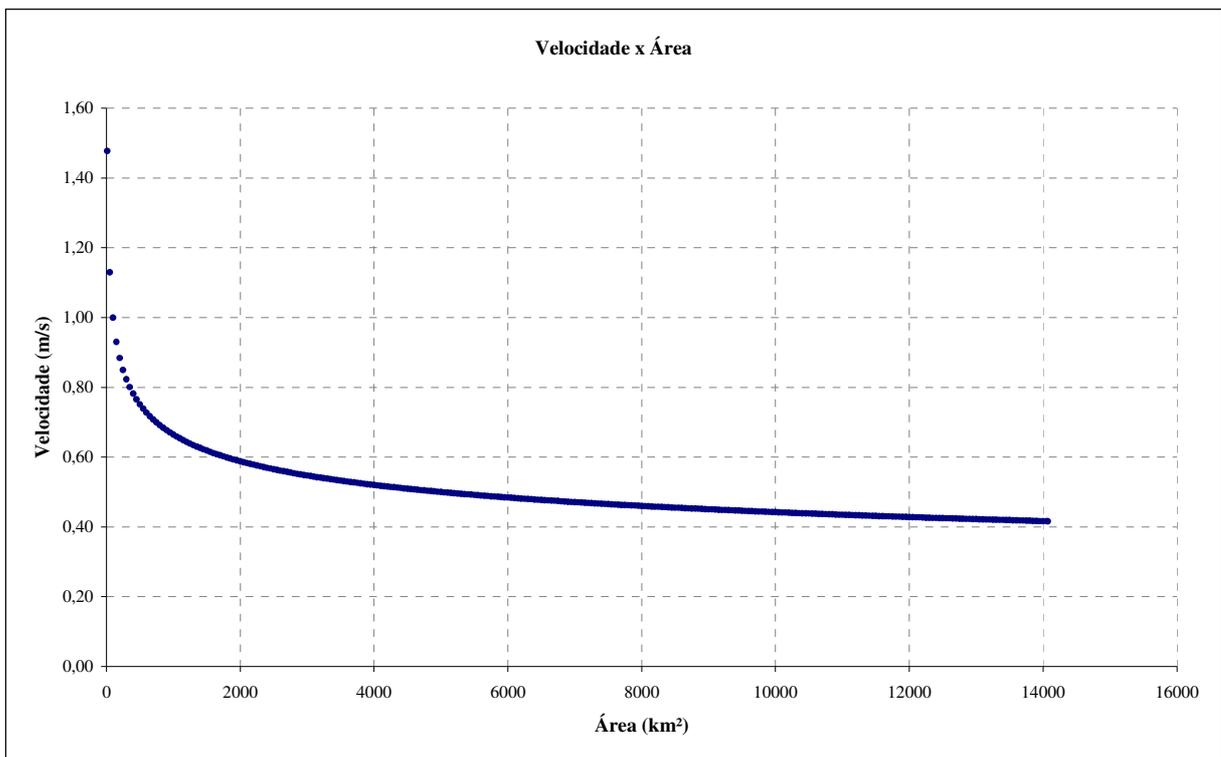


Figura 6.38 – Função que relaciona a velocidade a área de drenagem definida a partir da minimização do erro quadrático entre a metodologia adotada e a preconizada pelo HEC.

Esse procedimento minimizou o erro advindo dos limites utilizados na determinação das relações de escala na formulação que une a abordagem tradicional do HU aproximado pela função Gamma e o HUG e do decorrente da utilização do algoritmo para delineamento automático de áreas e redes de drenagem.

A seguir, por meio das Figura 6.39 e 6.40, são apresentadas as formas do hidrogramas utilizados durante as fases de calibração e validação de parâmetros e a distribuição dos tempos de pico para as bacias analisadas.

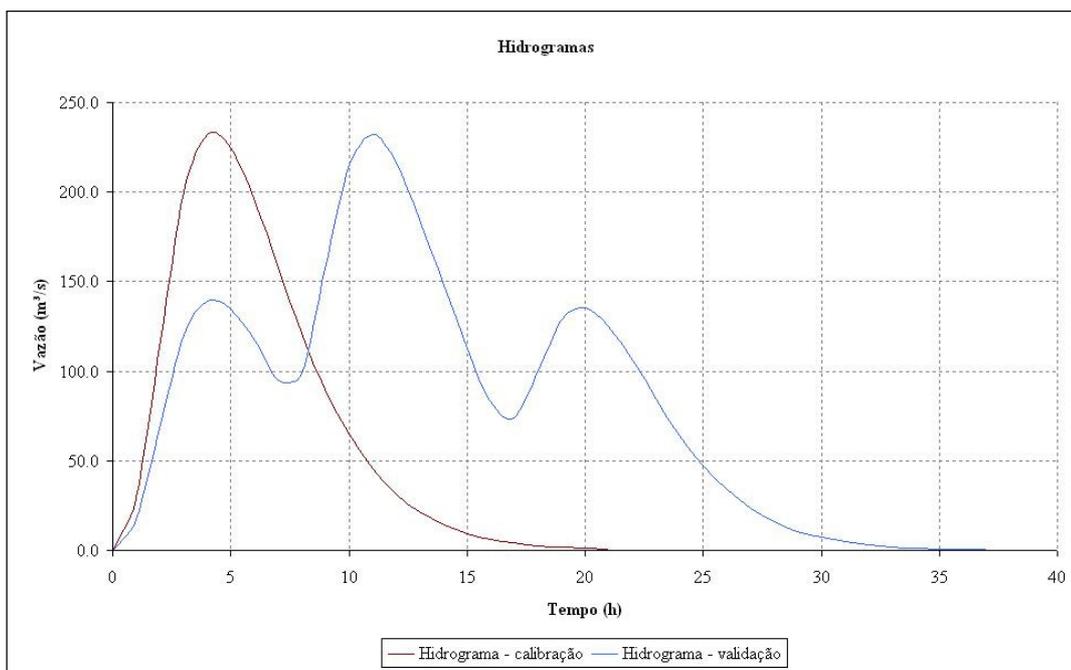


Figura 6.39 – Hidrogramas de calibração e validação de parâmetros – Estação fluviométrica: 40125000.

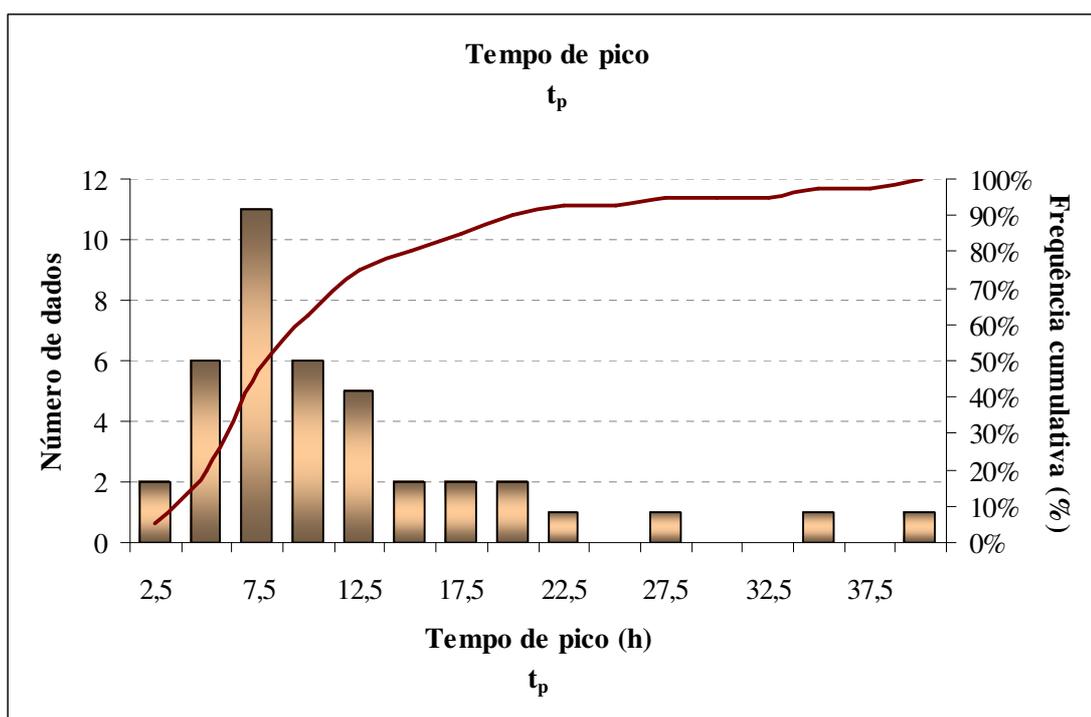


Figura 6.40 – Distribuição dos tempos de pico para as bacias analisadas.

6.2 Análise dos métodos de propagação de vazões

Por meio dos parâmetros morfológicos, seções transversais equivalentes e hidrogramas obtidos, passou-se à fase de avaliação dos métodos de propagação de vazões. Essa etapa iniciou-se com a determinação da solução paradigma – Onda Dinâmica – passando-se então a

simulação dos modelos hidráulicos simplificados – Onda Difusiva e Cinemática. A seguir, os modelos de armazenamento – Muskingum linear, Muskingum não-linear e Muskingum-Cunge – foram calibrados e seus parâmetros validados por meio de um hidrograma cuja forma diferia do utilizado na calibração. Adiante, os resultados obtidos são descritos.

6.2.1 Modelos hidráulicos

As soluções decorrentes da utilização dos modelos hidráulicos foram obtidas com o uso do software FourPT. Um sistema de pré e pós-processamento, a fim de facilitar a manipulação dos dados de entrada e saída fornecidos pelo modelo, foi desenvolvido, uma vez que o software trabalhava em ambiente DOS.

O modelo de Onda Dinâmica considera em sua formulação todos os termos da equação de conservação da quantidade de movimento. Esses termos foram explicitados para cada estação analisada, sendo calculado o percentual ou peso assumido por esses a cada passo de tempo. Os pesos médios calculados em função dos hidrogramas utilizados são apresentados por meio da Tabela 6.5. As seções utilizadas nessa análise foram anteriormente representadas pela Figura 4.2.

Para três entre as quarenta estações fluviométricas analisadas não foi possível obter a solução paradigma, pois ocorreram problemas de instabilidade que persistiram ainda que alterados os parâmetros fornecidos ao modelo. De fato, quatro alterações foram testadas a fim de solucionar esse problema: coeficiente de ponderação, discretização espacial e temporal e coeficiente de rugosidade. Não se obteve êxito para quaisquer dessas tentativas, sendo os valores inicialmente fornecidos os que resultaram em um comportamento menos anômalo das soluções obtidas. Os códigos das estações e suas respectivas áreas de drenagem são: 40530000/ 422km²; 40810350/ 10,8km²; 40821998/ 37,4km². A Figura 6.41 ilustra a distribuição do coeficiente de Manning para as bacias analisadas.

Tabela 6.5 – Pesos médios assumidos pelos termos da equação da conservação da quantidade de movimento.

Estação	Hidrograma - Calibração			
	Ac. Local	Ac. Convectiva	Pressão	Gravidade/ Atrito
40025000	0,034	0,045	0,203	0,719
40032000	0,002	0,002	0,005	0,991
40037000	0,008	0,014	0,147	0,831
40040000	0,003	0,003	0,044	0,949
40050000	0,010	0,010	0,234	0,746
40060001	0,036	0,036	0,246	0,682
40070000	0,004	0,003	0,095	0,898
40080000	0,004	0,005	0,249	0,741
40100000	0,023	0,024	0,107	0,847
40150000	0,006	0,005	0,023	0,966
40170000	0,002	0,002	0,005	0,991
40185000	0,008	0,009	0,178	0,804
40269900	0,007	0,008	0,220	0,766
40400000	0,018	0,020	0,179	0,783
40500000	0,010	0,011	0,266	0,714
40530000				
40549998	0,010	0,009	0,133	0,848
40579995	0,021	0,028	0,198	0,754
40680000	0,005	0,004	0,039	0,952
40710000	0,002	0,002	0,014	0,983
40740000	0,003	0,002	0,017	0,978
40800001	0,063	0,079	0,189	0,669
40810350				
40810800	0,010	0,012	0,123	0,855
40811100	0,002	0,002	0,011	0,986
40821998				
40822995	0,003	0,003	0,014	0,981
40823500	0,009	0,008	0,136	0,847
40850000	0,005	0,005	0,084	0,906
40930000	0,020	0,028	0,096	0,855
40975000	0,092	0,107	0,231	0,570
41050000	0,010	0,020	0,154	0,817
41075001	0,098	0,113	0,211	0,578
41151000	0,002	0,002	0,012	0,984
41180000	0,002	0,002	0,012	0,984
41199998	0,007	0,006	0,012	0,975
41250000	0,002	0,002	0,018	0,979
41260000	0,018	0,022	0,126	0,834
41300000	0,002	0,002	0,007	0,989
41340000	0,004	0,003	0,018	0,975

Tabela 6.5 – Pesos médios assumidos pelos termos da equação da conservação da quantidade de movimento (continuação).

Estação	Hidrograma - Validação			
	Ac. Local	Ac. Convectiva	Pressão	Gravidade/ Atrito
40025000	0,024	0,031	0,171	0,774
40032000	0,001	0,001	0,004	0,994
40037000	0,006	0,012	0,147	0,835
40040000	0,002	0,002	0,031	0,964
40050000	0,007	0,007	0,162	0,825
40060001	0,025	0,025	0,188	0,762
40070000	0,002	0,002	0,064	0,931
40080000	0,003	0,004	0,187	0,806
40100000	0,016	0,016	0,075	0,893
40150000	0,004	0,004	0,017	0,976
40170000	0,002	0,002	0,004	0,993
40185000	0,006	0,007	0,134	0,852
40269900	0,005	0,005	0,160	0,830
40400000	0,012	0,014	0,130	0,843
40500000	0,007	0,008	0,186	0,799
40530000				
40549998	0,007	0,006	0,100	0,887
40579995	0,014	0,019	0,209	0,758
40680000	0,003	0,003	0,028	0,966
40710000	0,001	0,001	0,010	0,988
40740000	0,002	0,002	0,012	0,984
40800001	0,045	0,056	0,132	0,767
40810350				
40810800	0,007	0,007	0,116	0,869
40811100	0,002	0,001	0,008	0,989
40821998				
40822995	0,002	0,002	0,010	0,987
40823500	0,007	0,006	0,102	0,885
40850000	0,004	0,003	0,059	0,934
40930000	0,015	0,019	0,064	0,902
40975000	0,071	0,080	0,165	0,683
41050000	0,007	0,018	0,139	0,836
41075001	0,074	0,081	0,180	0,664
41151000	0,001	0,001	0,008	0,989
41180000	0,002	0,002	0,009	0,987
41199998	0,005	0,005	0,007	0,983
41250000	0,001	0,001	0,012	0,986
41260000	0,013	0,017	0,111	0,859
41300000	0,002	0,001	0,005	0,992
41340000	0,003	0,002	0,013	0,983

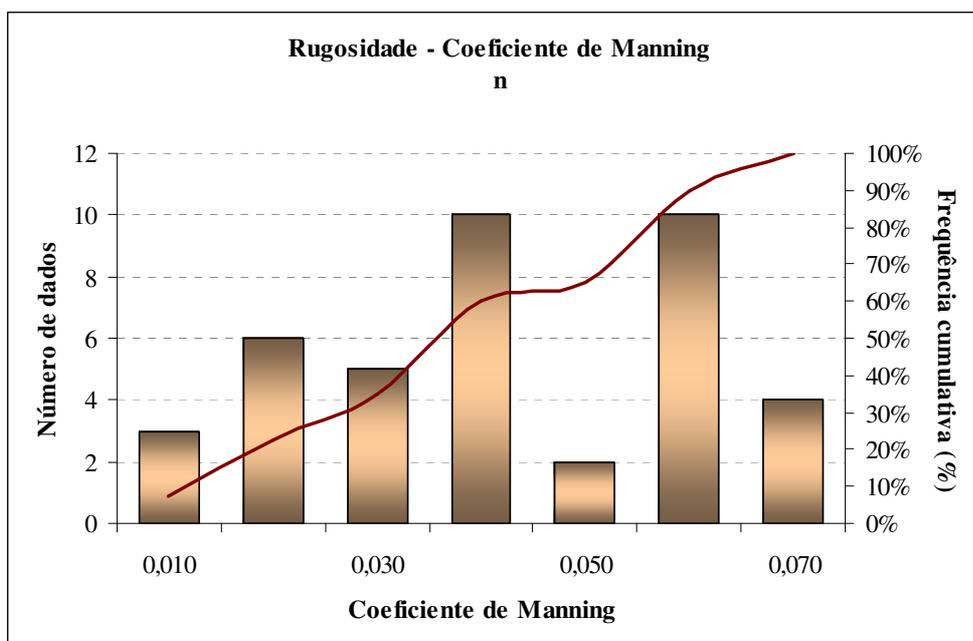


Figura 6.41 – Distribuição do coeficiente de Manning para as bacias analisadas.

O modelo de Onda Difusiva, por sua vez, apresentou problemas para as estações: 40579995/ 566,3km² e 41300000/ 56,4km², enquanto que o modelo de Onda Cinemática em todas as estações analisadas. Ao contrário da instabilidade constatada para a Onda Dinâmica, os problemas ocorridos para as soluções simplificadas se deram em decorrência de problemas específicos do software utilizado. Durante o processo iterativo de resolução da matriz de equações para cada passo de tempo, o modelo realizava alguma operação ilegal que impossibilitava a obtenção da solução.

A principal razão da adoção do software FourPT era a possibilidade da obtenção dos hidrogramas efluentes aos trechos em análise por meio de diferentes modelos hidráulicos. Outra razão foi a inerente dificuldade em se programar esses métodos devido à complexidade dos métodos numéricos envolvidos. Como anteriormente descrito, há relatos da utilização desse software para a modelagem unidimensional do escoamento não-permanente, em situações mais complexas, o que era um indicativo da confiabilidade do modelo. Durante a fase de reconhecimento, todas as soluções foram testadas e não foram verificados problemas, mas essa confiabilidade não se observou durante as simulações realizadas.

É válido ressaltar que, para alguns casos, os resultados obtidos para o modelo de Onda Dinâmica foram comparados aos fornecidos pelo software HEC-RAS, largamente difundido entre engenheiros para obtenção de soluções em problemas consoantes ao do presente estudo. Os resultados mostraram-se equivalentes, não sendo verificadas diferenças significativas.

Ao analisar-se a Tabela 6.1 nota-se que os resultados obtidos revelam que os termos de aceleração representam uma parcela muito pequena da solução final, enquanto que os de pressão se tornaram representativos em alguns casos. A maior parcela, no entanto, foi descrita pelos termos Gravidade/Atrito, sendo superiores em alguns casos a 0.95.

A esses fatos foram associadas duas razões: (i) as formas suaves de ascensão e recessão dos hidrogramas utilizados; (ii) a inexistência de efeitos de jusante nos trechos considerados.

Os hidrogramas adotados como representativos dos trechos em análise apresentavam formas suaves, não havendo variações abruptas nos intervalos de tempo considerados. Yevjevich e Mahmood (1975) observam que em canais naturais para os quais o escoamento subcrítico seja dominante, as ondas de cheia, em geral, se propagam em velocidades relativamente baixas, sofrendo uma atenuação gradual e lenta. Assim, as acelerações local e convectiva e o termo de pressão presentes na equação da quantidade de movimento assumem valores muito menores do que o gradiente de declividade (S_0).

Outro fato relevante é a inexistência de efeitos de jusante nos trechos analisados. Efeitos de remanso causados por reservatórios, confluências e outras singularidades não foram considerados. Para situações onde se verifique essas casos, os termos de aceleração e pressão tornam-se significativos e a qualidade da modelagem decorrente da adoção de uma solução simplificada questionável.

As Figuras 6.42 e 6.43 apresentam os resultados obtidos para a estação fluviométrica 40549998/ 460km² e refletem a proximidade das soluções consideradas em função dos critérios adotados. A Tabela 6.6 apresenta a variação percentual decorrente do efeito de amortecimento em função dos modelos hidráulicos testados e hidrogramas considerados para o instante em que ocorre a vazão máxima. A Figura 6.44 demonstra a comparação relativa do efeito de translação entre as soluções avaliadas.

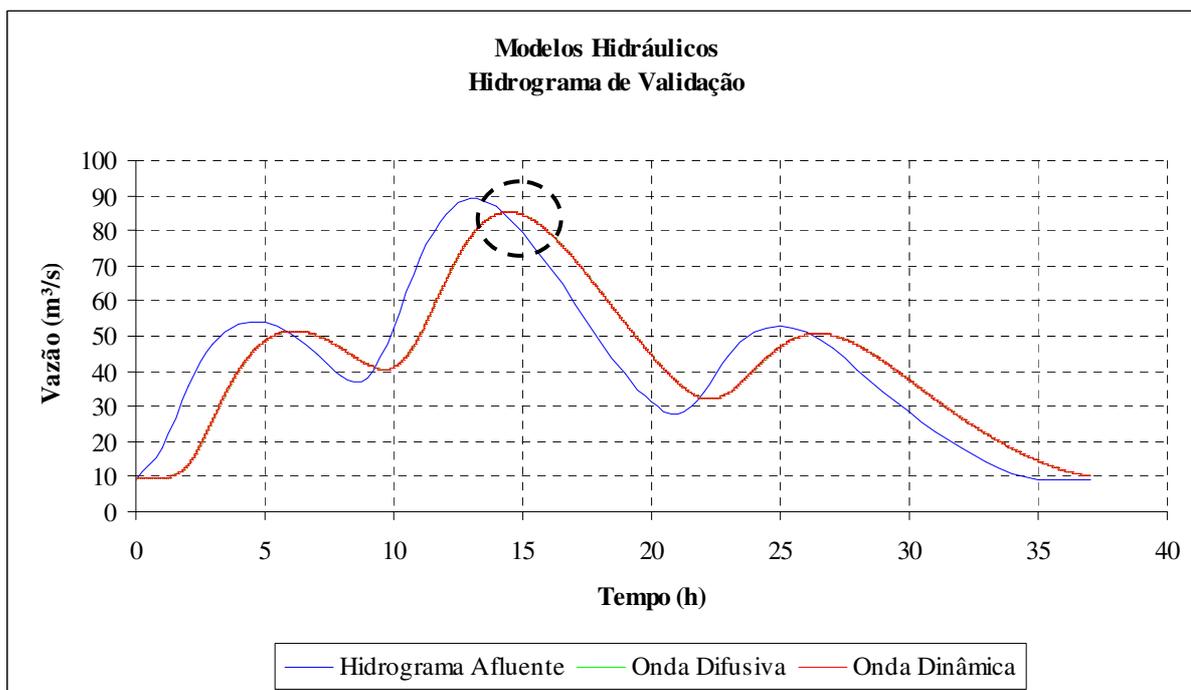


Figura 6.42 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Onda Difusiva – Estação fluviométrica: 40549998.

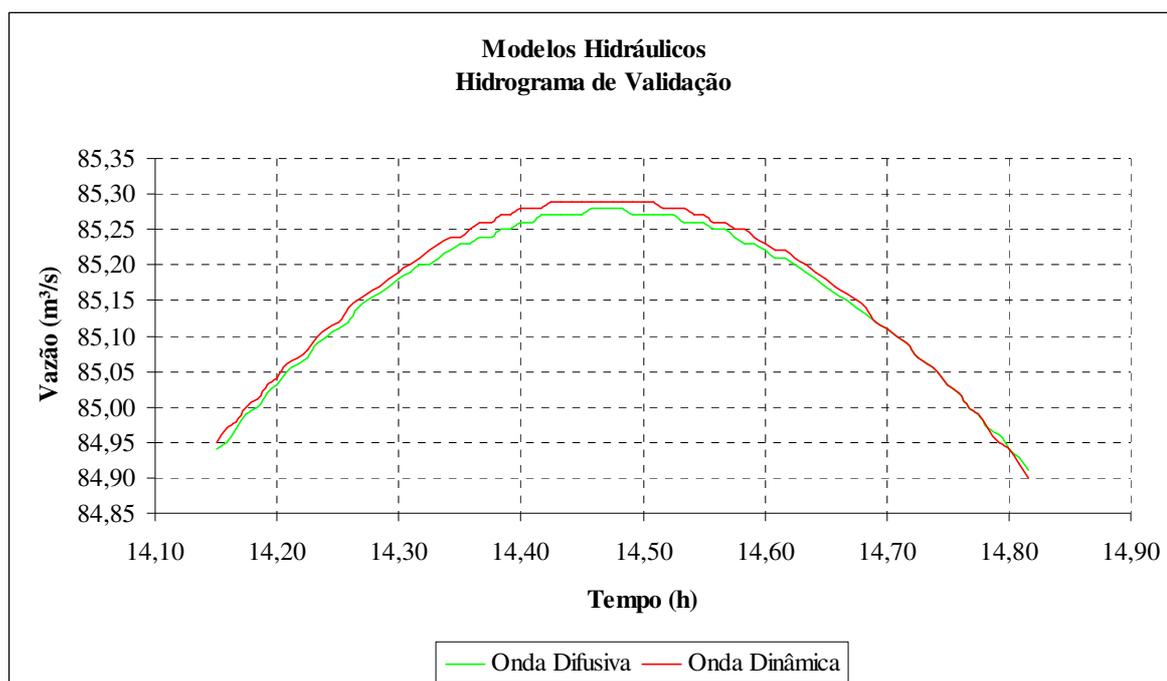


Figura 6.43 – Comparação entre os modelos de Onda Dinâmica e Difusiva para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40549998.

Tabela 6.6 – Atenuação percentual dos hidrogramas efluentes aos trechos considerados em função dos hidrogramas e modelos hidráulicos testados.

Estação	Vz Máx. (m ³ /s)	Atenuação (%)			
		Hidrograma - Calibração		Hidrograma - Validação	
		O. Dinâmica	O. Difusiva	O. Dinâmica	O. Difusiva
40025000	232,2	6,25	6,16	6,21	6,01
40032000	213,5	0,28	0,29	0,00	0,00
40037000	621,0	1,24	1,27	1,76	1,69
40040000	43,5	0,35	0,35	0,39	0,39
40050000	402,1	17,25	17,19	13,45	13,42
40060001	36,0	1,81	1,78	1,43	1,42
40070000	600,1	4,72	4,72	4,13	4,13
40080000	42,2	1,08	1,07	0,87	0,87
40100000	1359,9	5,06	4,85	4,33	4,21
40150000	344,8	0,78	0,79	0,62	0,63
40170000	127,1	0,06	0,06	0,08	0,08
40185000	219,4	0,68	0,66	0,58	0,57
40269900	34,2	1,18	1,18	0,95	0,94
40400000	178,0	2,36	2,30	1,93	1,90
40500000	20,1	0,82	0,82	0,72	0,71
40530000	70,5				
40549998	89,6	1,66	1,65	1,53	1,52
40579995	99,6	1,53	0,00	1,43	0,00
40680000	439,1	1,30	1,30	1,62	1,59
40710000	382,5	0,43	0,43	0,34	0,34
40740000	670,5	0,59	0,60	0,63	0,63
40800001	1058,2	17,47	16,79	14,12	13,63
40810350	6,9				
40810800	11,4	0,13	0,13	0,23	0,22
40811100	10,5	0,02	0,02	0,00	0,00
40821998	16,3				
40822995	21,5	0,10	0,10	0,12	0,12
40823500	18,8	0,52	0,53	0,53	0,53
40850000	951,5	6,52	6,45	5,62	5,58
40930000	237,4	0,49	0,49	0,49	0,48
40975000	752,9	23,91	22,71	18,54	18,36
41050000	337,7	0,59	0,56	0,04	0,03
41075001	2121,4	23,34	21,79	19,30	18,31
41151000	43,6	0,03	0,04	0,09	0,09
41180000	173,1	0,31	0,31	0,00	0,00
41199998	249,9	0,26	0,27	0,31	0,31
41250000	102,3	0,13	0,13	0,10	0,10
41260000	657,9	0,93	0,87	0,76	0,74
41300000	82,1	0,16	0,00	0,11	0,00
41340000	1052,6	1,02	1,05	1,09	1,09

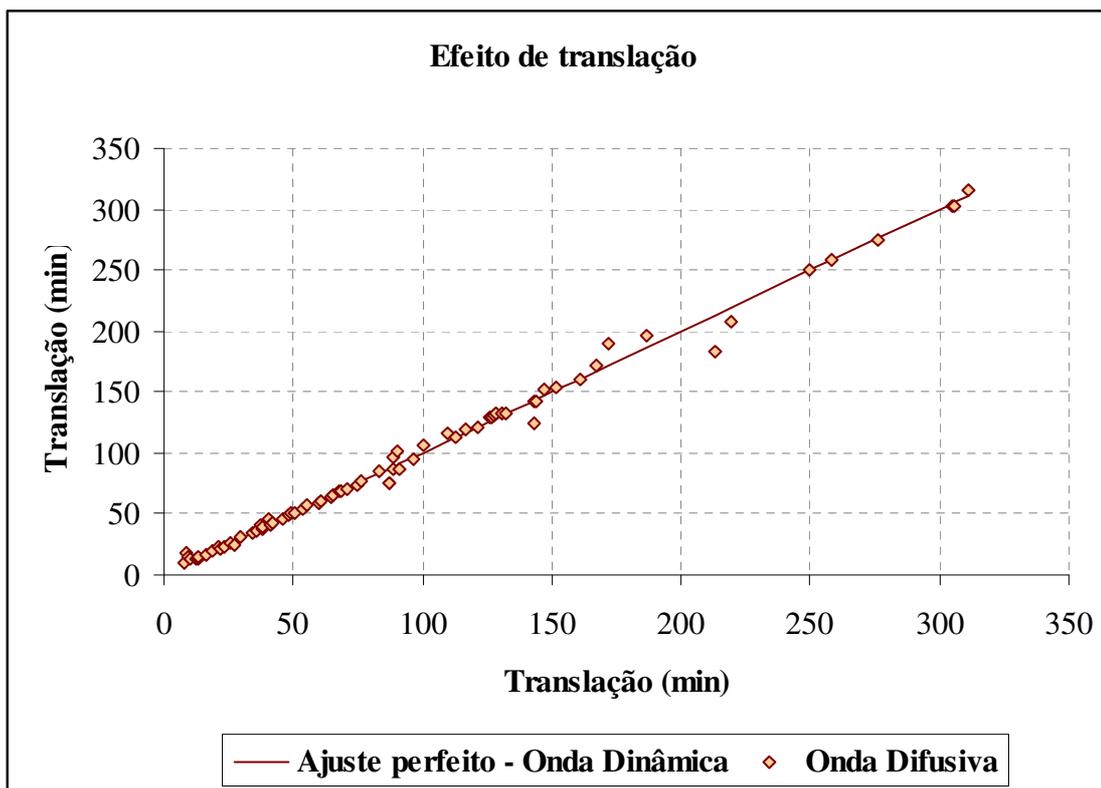


Figura 6.44 – Comparação relativa do efeito de translação entre os métodos avaliados.

6.2.2 Modelos de armazenamento

6.2.2.1 Calibração

Os modelos de armazenamento foram inicialmente calibrados por meio da solução fornecida pelo método da Onda Dinâmica, considerando-se um trecho igual a $\frac{12L_T}{16}$, onde L_T é o comprimento utilizado para os modelos hidráulicos. Bentura (1996) recomenda esses valores a fim de se reduzir os efeitos decorrentes das condições de contorno utilizadas na determinação da solução paradigma. Em função desse critério, os hidrograma afluentes aos modelos de armazenamento diferiram dos utilizados pelas formulações hidráulicas, mas todas as estatísticas referem-se a seções comuns.

Os modelos Muskingum em suas versões linear e não-linear apresentaram excelentes resultados, no entanto, para as estações 40500000/ 727km², 40810800/ 57km² e 40811100/ 105km², a versão não-linear não pôde ser calibrada. Para essas estações, pequenas variações do expoente presente na formulação resultavam em vazões negativas e, por conseqüência, um erro era gerado decorrente de operações matemáticas inválidas. Optou-se por utilizar um Δt igual a 60s para os modelos hidrológicos (para os hidráulicos utilizou-se 30s) a fim de que o

tempo de processamento fosse reduzido. A Tabela 6.7 apresenta os parâmetros obtidos para ambas as formulações. Ao se comparar esses notar-se-á que:

- o parâmetro K é superior na formulação não-linear, em especial quando m difere de 1;
- o parâmetro X varia de maneira menos pronunciada quando comparado a K e na maioria dos casos apresenta valores inferiores para a formulação não-linear; e
- destaca-se o intervalo de valores 0,59-0,74 (60% das soluções) para parâmetro m .

Singh e Scarlatos (1987) apresentam valores descritos na literatura para o expoente m . Os limites assumidos para esse parâmetro eram 0,25 e 1. Na presente análise, assumiu-se que os parâmetros K e X não variavam ao longo do tempo. Singh e Scarlatos (1987) observaram que para essa situação valores de expoente menores, isto é, próximos a 0,5, resultavam em uma perda na precisão obtida. Ainda que essa afirmativa esteja atrelada ao método utilizado para a estimativa de K e X , optou-se por não estender o limite inferior a um valor que diferisse significativamente de 0,5. Para K , esse intervalo restringia-se à adoção do limite superior. O valor adotado foi igual ao tempo total de simulação. Esse valor foi assumido tendo em vista a descrição realizada na literatura para o caso em que somente se verifica a translação do hidrograma (PONCE, 1989). Certo que uma translação dessa magnitude para os comprimentos considerados seria completamente irreal, tinha-se a certeza que o ótimo valor pertenceria ao intervalo considerado.

Como anteriormente descrito, os resultados para ambas formulações foram excelentes. Assim, a hipótese da variação dos parâmetros como função única da não linearidade na relação entre armazenamento e vazões afluentes e efluentes ao trecho não pode ser totalmente validada. De fato, pode-se assinalar que grande parte das variações verificadas devem-se ao ajuste matemático inerente à alteração da forma das equações adotadas. A Tabela 6.8 exhibe os valores assumidos pelas funções objetivo e de critérios de qualidade do ajuste utilizados na comparação entre a solução paradigma e os modelos hidrológicos.

Tabela 6.7 – Parâmetros obtidos durante a etapa de calibração para o modelo Muskingum em suas versões linear e não-linear.

Estação	Muskingum linear		Muskingum não linear		
	K (h)	X	K (h)	X	m
40025000	0,77	0,00	4,72	0,00	0,69
40032000	1,54	0,47	8,96	0,37	0,69
40037000	0,44	0,28	4,30	0,00	0,68
40040000	2,32	0,44	12,34	0,38	0,60
40050000	5,25	0,21	16,57	0,19	0,81
40060001	2,23	0,14	3,35	0,12	0,90
40070000	5,37	0,44	52,49	0,35	0,68
40080000	2,53	0,00	2,30	0,03	0,997
40100000	4,18	0,37	50,17	0,11	0,66
40150000	3,14	0,49	8,98	0,44	0,83
40170000	0,44	0,50	3,40	0,14	0,64
40185000	1,24	0,29	6,70	0,00	0,69
40269900	2,32	0,15	4,80	0,11	0,81
40400000	2,76	0,06	15,15	0,00	0,70
40500000	1,84	0,08			
40530000					
40549998	1,46	0,25	7,52	0,24	0,66
40579995	0,99	0,06	1,49	0,03	0,88
40680000	1,17	0,50	13,38	0,34	0,62
40710000	3,01	0,50	23,79	0,44	0,68
40740000	2,93	0,50	31,49	0,45	0,66
40800001	3,56	0,00	44,32	0,00	0,66
40810350	0,00	0,00			
40810800	0,54	0,20			
40811100	0,69	0,50			
40821998					
40822995	0,57	0,50	3,12	0,37	0,54
40823500	1,15	0,31	5,76	0,00	0,54
40850000			25,98	0,34	0,78
40930000	0,64	0,27	1,70	0,02	0,83
40975000	1,84	0,00	9,06	0,00	0,78
41050000	0,16	0,01	1,59	0,00	0,70
41075001	1,70	0,13			
41151000	0,74	0,50	4,57	0,47	0,58
41180000	0,53	0,50	2,23	0,38	0,72
41199998	1,16	0,50	14,22	0,37	0,59
41250000	1,12	0,19	5,58	0,40	0,68
41260000	0,54	0,31	4,08	0,00	0,72
41300000	0,33	0,41	2,32	0,36	0,59
41340000	2,79	0,50	38,68	0,41	0,64

Tabela 6.8 – Valores percentuais assumidos pelas funções objetivo e de critérios de qualidade do ajuste utilizados na comparação entre a solução paradigma e os modelos hidrológicos.

Estação	Muskingum linear				Muskingum não-linear			
	NASH	D.Vol.	R.V _P	R.T _P	NASH	D.Vol.	R.V _P	R.T _P
40025000	99,89	0,23	-1,45	-0,97	99,78	0,08	-2,39	0,32
40032000	98,92	-1,25	0,73	-3,60	99,23	-1,44	1,23	-1,35
40037000	99,98	-0,05	-0,30	-0,82	99,98	-0,05	-0,19	0,00
40040000	98,03	-2,10	1,67	-3,57	98,46	-3,21	2,60	0,67
40050000	99,38	1,16	-2,12	-3,38	99,62	0,65	-2,68	-1,28
40060001	99,16	1,23	-2,41	-2,41	99,33	0,98	-1,93	-2,41
40070000	99,70	0,42	-1,29	-0,29	99,94	0,14	-0,97	1,79
40080000	99,87	0,24	-1,01	-0,12	99,79	0,33	-2,17	1,74
40100000	99,84	0,13	-0,47	-3,07	99,99	0,02	-0,34	0,41
40150000	99,16	-0,54	0,24	-4,59	99,47	-0,68	0,77	-2,93
40170000	99,92	-0,21	-0,14	1,58	99,96	-0,21	0,17	2,48
40185000	99,90	-0,10	-0,16	-1,37	99,99	-0,14	0,00	0,96
40269900	99,66	0,36	-2,06	-0,94	99,71	-0,03	-2,33	0,79
40400000	99,85	0,20	-0,09	-1,37	99,98	-0,10	-0,60	1,17
40500000	99,29	0,85	-3,30	-0,19				
40530000								
40549998	99,70	-0,11	0,32	-4,16	99,93	-0,31	-0,96	2,22
40579995	99,57	0,61	-0,67	-1,50	99,83	0,40	-1,77	2,76
40680000	99,80	-0,16	-0,30	-0,74	99,94	-0,23	0,11	2,48
40710000	99,37	-0,21	-0,01	-3,57	99,76	-0,41	0,20	0,60
40740000	99,73	0,08	-0,12	-2,49	99,95	-0,03	-0,02	1,33
40800001	99,94	0,24	-0,59	-0,29	99,84	-0,08	-1,73	3,00
40810350								
40810800	99,82	0,22	-1,50	-0,40				
40811100	99,11	-1,43	-0,81	3,66				
40821998								
40822995	99,59	-0,93	1,02	-1,80	99,89	0,25	1,24	1,35
40823500	99,53	-0,16	-1,32	0,00	98,98	-1,07	3,54	2,12
40850000	99,60	-0,12	-0,49	-1,01	99,81	-0,40	-0,23	-0,12
40930000	99,99	0,03	-0,29	-1,31	99,997	0,03	-0,14	-0,65
40975000	99,75	0,46	-1,21	0,18	99,84	0,14	-1,93	1,40
41050000	99,96	0,01	-0,19	1,15	99,99	0,01	-0,14	0,69
41075001	99,85	0,22	-0,26	-1,16	99,75	0,11	0,67	-2,17
41151000	99,72	0,29	-0,40	0,91	99,95	0,20	-0,35	3,04
41180000	99,91	-0,15	-0,11	0,31	99,98	-0,15	0,05	1,85
41199998	99,50	-0,62	0,08	-3,93	99,76	-0,70	0,35	2,06
41250000	99,63	-0,15	1,23	-2,59	99,96	-0,18	0,01	0,20
41260000	99,98	0,01	-0,17	1,33	99,998	0,00	-0,09	1,09
41300000	99,81	-0,30	0,58	-0,78	99,93	0,04	0,34	1,54
41340000	99,74	-0,06	-0,13	-2,54	99,94	-0,18	0,08	1,57

Tabela 6.8 – Valores percentuais assumidos pelas funções objetivo e de critérios de qualidade do ajuste utilizados na comparação entre a solução paradigma e os modelos hidrológicos (continuação).

Estação	Muskingum-Cunge			
	NASH	D.Vol.	R.V _F	R.T _F
40025000	98,54	-0,22	6,06	2,58
40032000	80,43	0,13	0,62	-22,97
40037000	99,96	-0,05	0,29	-1,23
40040000	95,49	-0,70	1,15	-10,94
40050000	97,19	0,27	5,68	-4,65
40060001	95,82	0,01	8,36	-1,97
40070000	99,30	0,29	0,71	-4,69
40080000	97,65	-0,59	5,79	2,99
40100000	99,71	0,12	1,03	-2,02
40150000	93,35	-0,43	-0,43	6,76
40170000	99,64	-0,15	-0,05	1,13
40185000	99,69	-0,12	0,87	0,96
40269900	97,55	-0,41	5,81	-6,13
40400000	99,05	0,01	3,17	0,00
40500000	96,96	-0,23	7,41	-4,84
40530000				
40549998	98,99	-0,10	1,62	-7,20
40579995	98,86	0,37	4,67	-1,00
40680000	98,63	-0,16	-0,35	1,73
40710000	98,38	-0,16	-0,12	1,29
40740000	99,75	0,08	0,04	-2,57
40800001	97,11	-0,84	6,03	7,39
40810350				
40810800	99,54	0,18	2,92	-2,38
40811100	88,00	0,38	0,89	-11,72
40821998				
40822995	98,90	-0,08	0,26	-6,76
40823500	96,99	-0,16	4,05	-9,89
40850000	98,82	-0,11	-0,49	0,54
40930000	99,94	0,02	0,71	-0,65
40975000	96,05	-0,96	7,39	4,90
41050000	99,99	0,01	0,21	0,69
41075001	98,27	-0,09	4,83	3,77
41151000	98,01	0,26	0,29	-6,38
41180000	99,85	-0,15	-0,07	-0,62
41199998	98,77	-0,44	0,21	-6,55
41250000	99,64	-0,12	-0,08	0,60
41260000	99,95	0,00	0,57	-1,57
41300000	99,87	-0,35	-0,01	-1,93
41340000	99,41	-0,07	0,17	-5,07

O modelo Muskingum-Cunge, ao contrário dos anteriores, não necessita de calibração pois todos os seus parâmetros são obtidos por meio da seção transversal e da curva-chave da estação. O único parâmetro a se estimar é a vazão de referência, adotada como a vazão média do hidrograma afluente (PONCE, 1989). Em contrapartida, ao se analisar a Tabela 6.8, verificar-se-á que a precisão, na maioria dos casos, foi inferior às das outras formulações calibradas. De modo a verificar a razão desse fato procedeu-se uma calibração do número de Courant (C) e da Difusividade (D) a fim de obter o conjunto de parâmetros que resultaria no melhor ajuste entre a série paradigma e a obtida por esse método.

Os critérios adotados para essa abordagem foram os seguintes:

- $\Delta x \cong 0,5c\Delta t \left[1 + \left(1 + 1,5 \frac{q}{c^2 S_0 \Delta t} \right)^{1/2} \right]$ (FREAD, 1992). Essa discretização também foi adotada para os resultados anteriormente descritos; e
- $\Delta t = 3600s \rightarrow \Delta t \leq \frac{t_p}{5}$, onde t_p é o tempo de pico do hidrograma (FREAD, 1992). Ainda que não satisfeito para todas as sub-bacias (6/37), assumiu-se esse valor por ser uma discretização temporal mais comumente verificada em hidrogramas utilizados em simulações reais.

A partir da determinação dos valores ótimos de C e D e manipulando-se as equações (3.75), (3.82) e (3.83), foram realizados os seguintes cálculos:

1. $c_1 = C \frac{\Delta x}{\Delta t}$
2. $q = DS_0 c_1 \Delta x$
3. $q \rightarrow h_0 \begin{cases} Q_0 = Q(h_0) \\ b_0 = b(h_0) \end{cases} \rightarrow q = \frac{Q_0}{b_0}$
4. $h_0 \rightarrow A_0 = A(h_0) \rightarrow u_0 = \frac{Q_0}{A_0}$

A hipótese advinda desse cálculo é que a celeridade adotada não era representativa do trecho considerado. Os resultados obtidos são expostos na Tabela 6.9.

Tabela 6.9 – Comparação entre valores dos parâmetros assumidos pela solução teórica e a partir da abordagem sugerida.

Estação	C e D calibrados			Muskingum-Cunge teórico		
	C	D	c	C	D	c
40025000	1,23	1,42	1,32	1,15	3,11	1,24
40032000	1,87	0,00	2,46	1,04	0,09	1,37
40037000	2,00	1,03	2,11	1,85	1,29	1,96
40040000	0,93	0,16	1,26	0,75	0,22	1,02
40050000	0,63	1,65	1,30	0,55	3,53	1,13
40060001	0,44	0,79	1,06	0,40	1,59	0,96
40070000	0,68	0,08	1,32	0,62	2,14	1,22
40080000	0,41	1,10	0,44	0,39	3,37	0,42
40100000	0,55	0,32	2,17	0,58	3,75	2,26
40150000	0,68	0,00	2,01	1,23	0,10	3,65
40170000	2,00	0,08	2,32	3,40	0,04	3,95
40185000	0,87	0,47	1,04	1,04	2,11	1,24
40269900	0,87	1,50	0,67	0,70	2,36	0,54
40400000	0,38	0,71	1,11	0,38	2,16	1,12
40500000	0,52	0,95	0,58	0,41	1,69	0,46
40530000						
40549998	0,73	0,40	1,34	0,64	0,56	1,17
40579995	1,18	1,26	1,13	1,04	3,28	0,99
40680000	0,90	0,00	2,16	1,28	0,14	3,07
40710000	0,65	0,00	1,80	0,88	0,10	2,45
40740000	1,04	0,00	2,38	1,03	0,30	2,36
40800001	0,27	1,10	1,93	0,28	5,25	2,02
40810350						
40810800	1,76	1,18	0,77	1,50	1,22	0,66
40811100	1,39	0,00	1,31	0,77	0,07	0,72
40821998						
40822995	1,80	0,08	1,63	1,40	0,07	1,27
40823500	0,84	0,63	0,90	0,69	0,47	0,74
40850000	0,57	0,24	1,56	0,71	1,04	1,96
40930000	1,54	0,79	1,69	1,59	2,73	1,74
40975000	0,52	1,10	2,35	0,50	3,62	2,27
41050000	2,00	1,70	0,79	4,58	3,44	1,80
41075001	0,47	1,26	2,50	0,67	4,18	3,56
41151000	1,32	0,00	1,49	0,92	0,09	1,04
41180000	2,00	0,16	2,09	2,35	0,09	2,46
41199998	1,37	0,00	2,46	1,26	0,15	2,25
41250000	0,91	0,00	1,51	1,06	0,09	1,75
41260000	1,62	0,63	1,96	1,65	3,72	2,00
41300000	2,00	0,12	1,29	3,00	0,05	1,93
41340000	0,96	0,00	2,50	0,93	0,35	2,42

Ao se comparar as celeridades descritas notar-se-á que a solução teórica, na maioria dos casos, subestimou essa grandeza. De fato, como anteriormente descrito, a celeridade teórica foi obtida por meio da consideração do parâmetro γ , que associava a variação da vazão, em função da curva-chave, à da área obtida por meio da seção transversal ($c = \gamma \cdot u \rightarrow Q = \alpha A^\gamma$). O item 3.1.2.2 descreve que essa relação é obtida ao se assumir n , S_f e P constantes na equação da Manning. Esse é o caso de um canal suficientemente largo, tal que P possa ser assumido independente de A . De fato, caso essa premissa não fosse considerada, obter-se-ia (FREAD, 1992):

$$\gamma = \frac{1}{u} \frac{dQ}{dA} = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \frac{A}{(bP)} \frac{dP}{dy}. \quad (6.3)$$

Ainda que haja um erro na estimativa desse parâmetro, é necessário considerar o erro decorrente da estimativa da vazão por meio da curva-chave adotada. A relação utilizada para os modelos hidráulicos deveria associar a vazão à profundidade do escoamento em uma única expressão do tipo: $Q = a_1 y^{b_1}$, devido a uma limitação do software utilizado. É comum na prática verificar-se a ocorrência de diferentes curvas em função do nível e do período considerado. Não menos comum é verificar curvas cuja forma seja: $Q = a_2 (Cota - z_0)^{b_2}$, na qual a_2 , z_0 e b_2 são parâmetros estimados por meio de análises de regressão. Frente a essas limitações, foram adotados os valores médios descritos pelas curvas cujo período fosse comum aos dos utilizados para determinação dos trapézios assimétricos equivalentes. A partir desses valores ajustou-se uma função na forma requerida pelo software, privilegiando-se o ajuste no ramo superior dessas curvas. Logo, um erro é introduzido nessa relação e o mesmo se manifestará em maior ou menor grau em função da vazão de referência assumida. Acredita-se que esse erro seria minorado, para as simulações realizadas, caso fosse adotada a vazão de pico como a de referência, uma vez que se privilegiou o ramo superior no ajuste da curva utilizada.

Entretanto, o principal ponto a considerar é que a formulação teórica superestimou, na maioria dos casos, a difusividade. Ao tomar-se a equação (3.83) e as considerações anteriores pondera-se que o aumento da celeridade não seria suficiente para reproduzir os valores obtidos pela metodologia descrita. Logo, é necessário considerar a necessidade da variação dos parâmetros de discretização espacial e temporal, uma vez que o primeiro relaciona-se

diretamente à difusividade e ambos ao número de Courant. As Figuras 6.45 a 6.47 e a Tabela 6.10 descrevem os resultados obtidos.

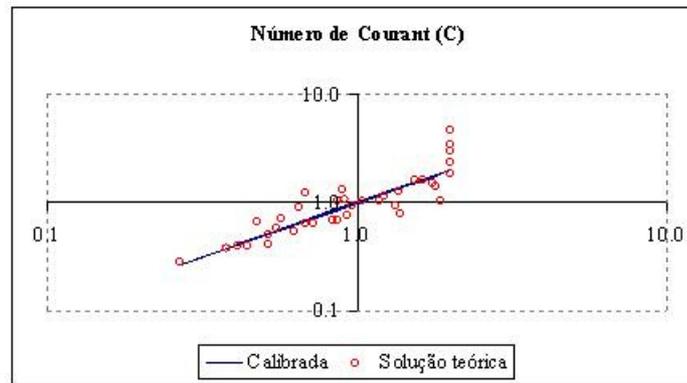


Figura 6.45 – Número de Courant – solução teórica versus a fornecida pela calibração do parâmetro.

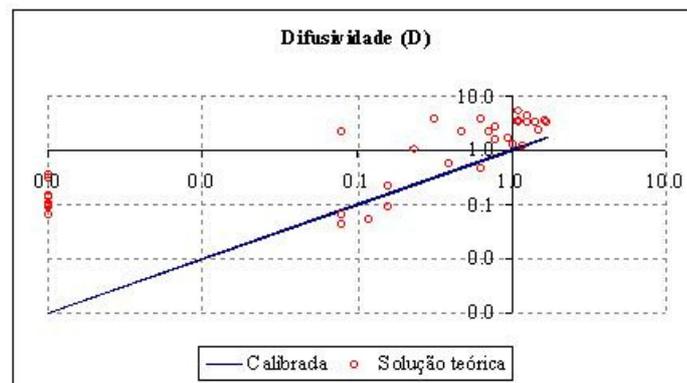


Figura 6.46 – Difusividade – solução teórica versus a fornecida pela calibração do parâmetro.

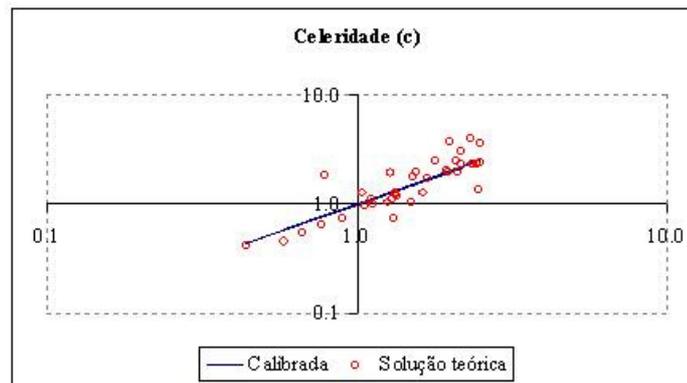


Figura 6.47 – Celeridade – solução teórica versus a fornecida pela calibração do parâmetro.

Tabela 6.10 – Valores assumidos pelas funções objetivo e de critérios de qualidade do ajuste utilizados na comparação entre a solução paradigma e a solução de Muskingum-Cunge obtida por meio da calibração dos parâmetros C e D.

Estação	Muskingum-Cunge / C e D calibrados			
	NASH	R. Vol.	R.VP	R.TP
40025000	99,95	2,94E-04	-0,07	0,00
40032000	99,52	-1,24E-03	-0,58	-12,50
40037000	99,99	-4,27E-04	-0,24	0,00
40040000	98,97	-2,22E-02	-0,93	-12,50
40050000	98,86	1,44E-02	-3,56	-5,26
40060001	99,17	1,11E-02	-2,19	0,00
40070000	99,82	4,18E-03	-1,79	-2,86
40080000	99,89	2,27E-03	-0,98	0,00
40100000	99,94	1,37E-03	-0,70	-2,70
40150000	99,54	-4,63E-03	-0,30	0,00
40170000	99,98	4,91E-04	-0,39	0,00
40185000	99,93	-7,12E-04	-0,22	0,00
40269900	99,50	3,53E-03	-1,94	0,00
40400000	99,83	2,30E-03	-0,90	0,00
40500000	99,36	7,42E-03	-2,49	0,00
40530000				
40549998	99,78	2,80E-04	-1,46	0,00
40579995	99,85	3,70E-03	-0,87	0,00
40680000	99,87	-7,50E-04	-1,06	0,00
40710000	99,55	-1,99E-03	-0,18	0,00
40740000	99,80	8,44E-04	-0,17	-4,76
40800001	99,91	1,85E-03	-0,05	0,00
40810350				
40810800	99,92	-7,62E-04	-0,83	0,00
40811100	99,53	6,59E-05	-2,05	0,00
40821998				
40822995	99,76	1,88E-03	-3,78	0,00
40823500	99,37	1,92E-03	0,32	0,00
40850000	99,70	-1,46E-03	-1,18	-3,45
40930000	99,99	9,28E-05	-0,29	0,00
40975000	99,77	5,01E-03	-0,51	-10,00
41050000	99,52	-1,77E-04	0,49	-12,50
41075001	99,18	1,49E-03	2,68	-8,33
41151000	99,83	4,49E-03	-0,56	0,00
41180000	99,96	8,50E-04	-0,66	0,00
41199998	99,38	-4,76E-03	-0,18	0,00
41250000	99,90	-1,04E-03	-0,13	0,00
41260000	99,99	-2,63E-05	-0,19	0,00
41300000	98,56	-2,36E-03	-1,63	-20,00
41340000	99,63	-4,92E-04	-0,24	-5,00

6.2.2.2 Validação

É comum, em situações naturais, que uma sucessão de ondas de cheias ocorram, tal que a ascensão de uma onda a montante seja superposta à recessão da cheia de jusante. O hidrograma utilizado na fase de validação procurou representar essa situação. No entanto, não ocorreram variações significativas nos quantis levantados. As Figuras 6.48 a 6.55 apresentam os resultados obtidos.

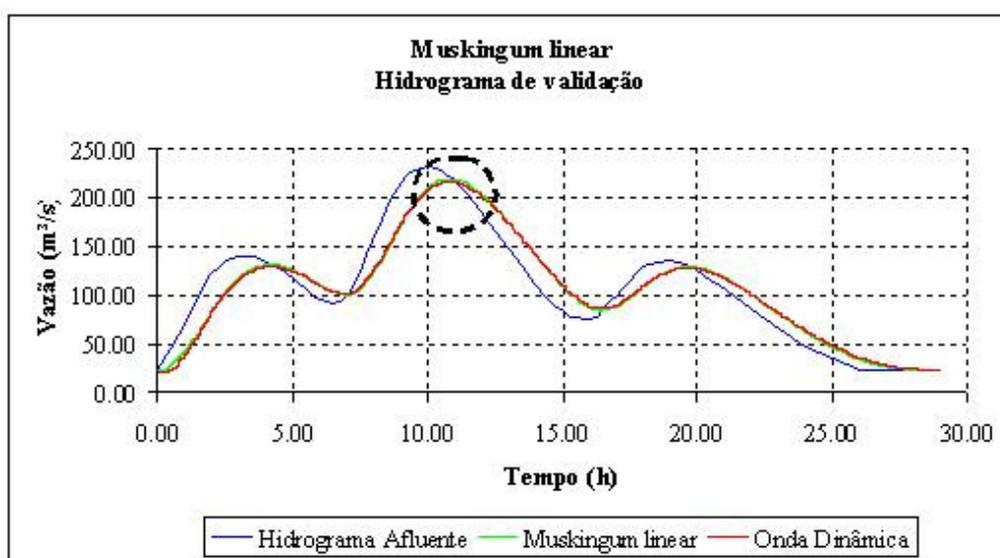


Figura 6.48 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Muskingum linear – Estação fluviométrica: 40025000.

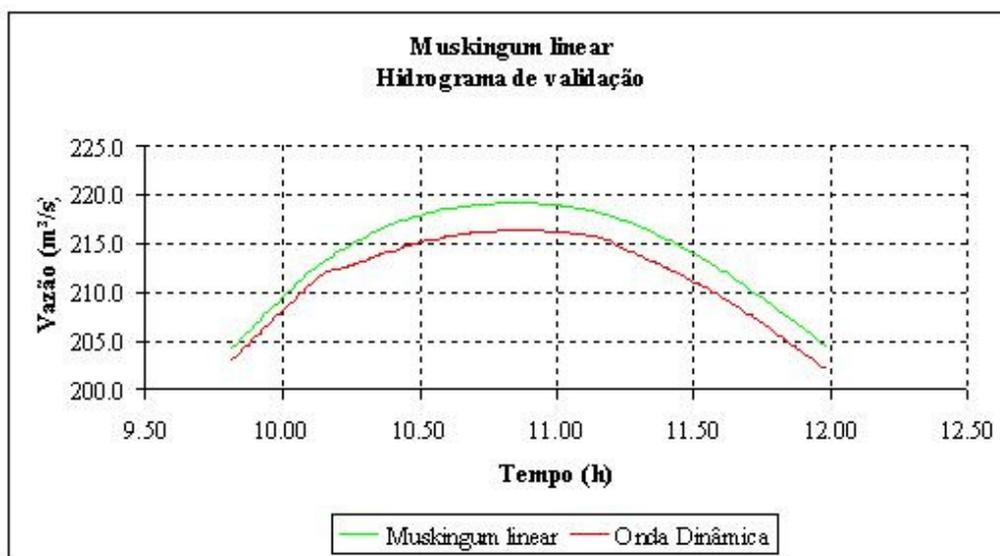


Figura 6.49 – Comparação entre os modelos Onda Dinâmica e Muskingum linear para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40025000.

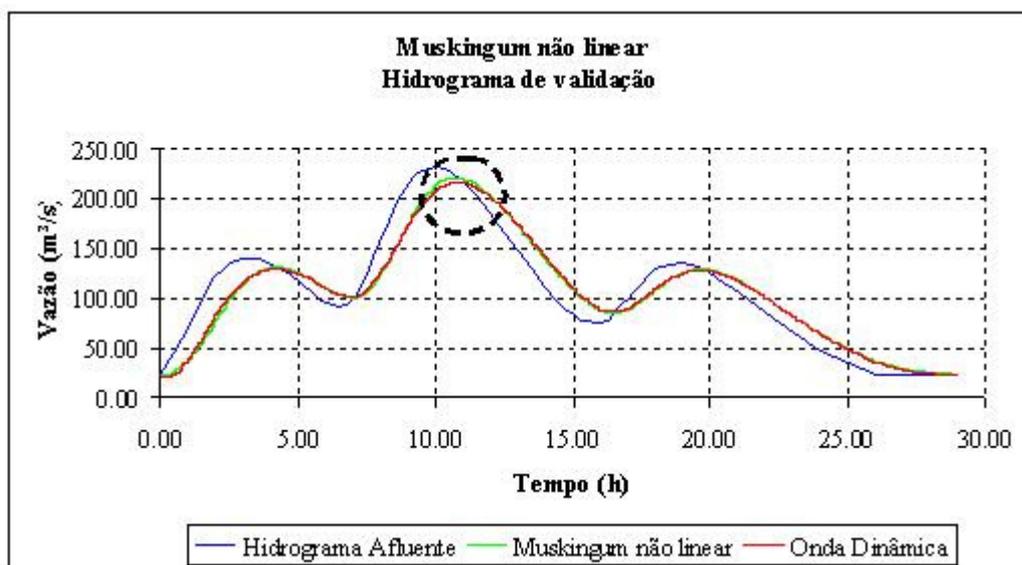


Figura 6.50 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Muskingum não linear – Estação fluviométrica: 40025000.

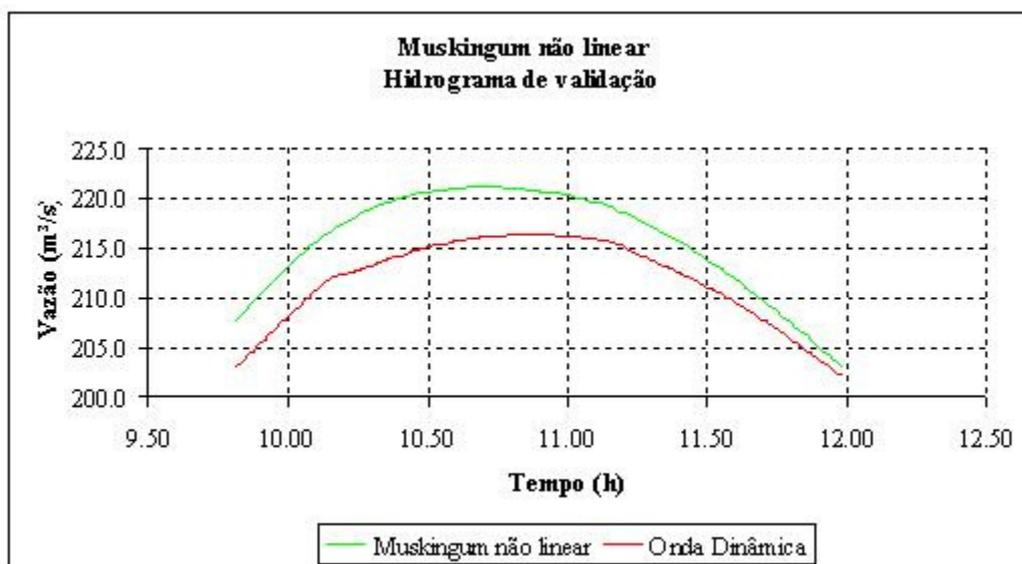


Figura 6.51 – Comparação entre os modelos Onda Dinâmica e Muskingum não linear para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40025000.

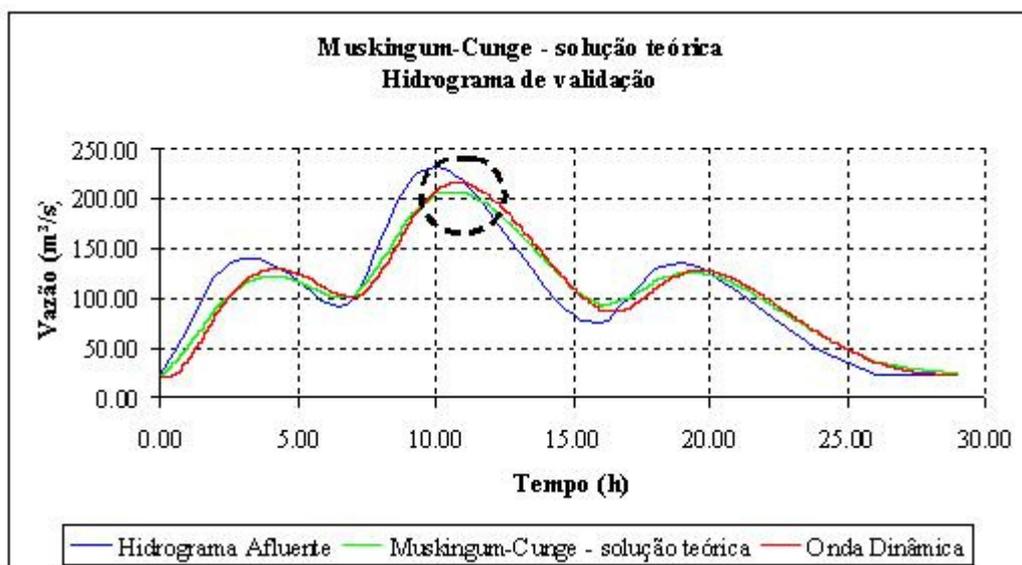


Figura 6.52 – Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Muskingum-Cunge/ solução teórica – Estação fluviométrica: 40025000.

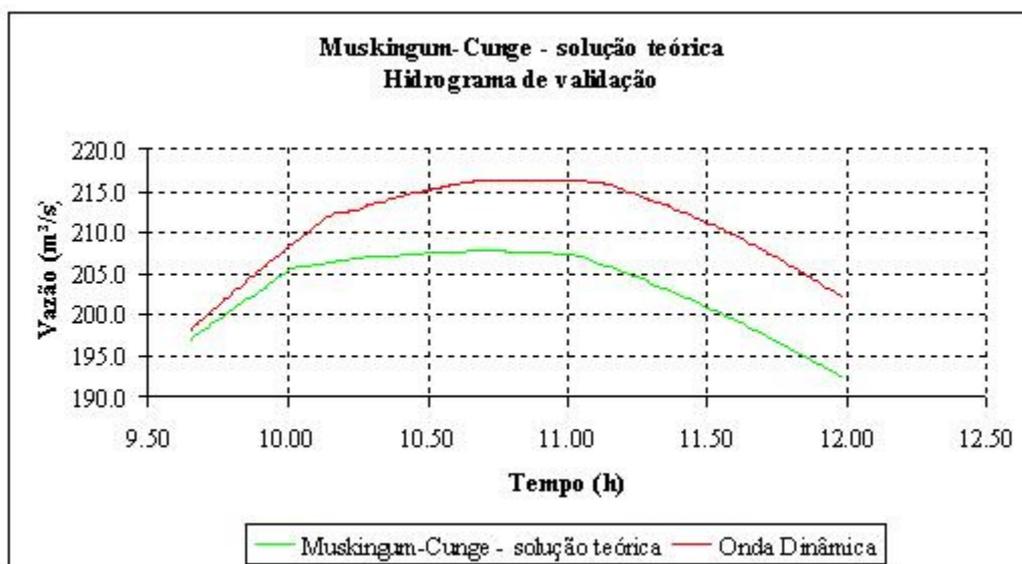


Figura 6.53 – Comparação entre os modelos Onda Dinâmica e Muskingum-Cunge (solução teórica) para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40025000.

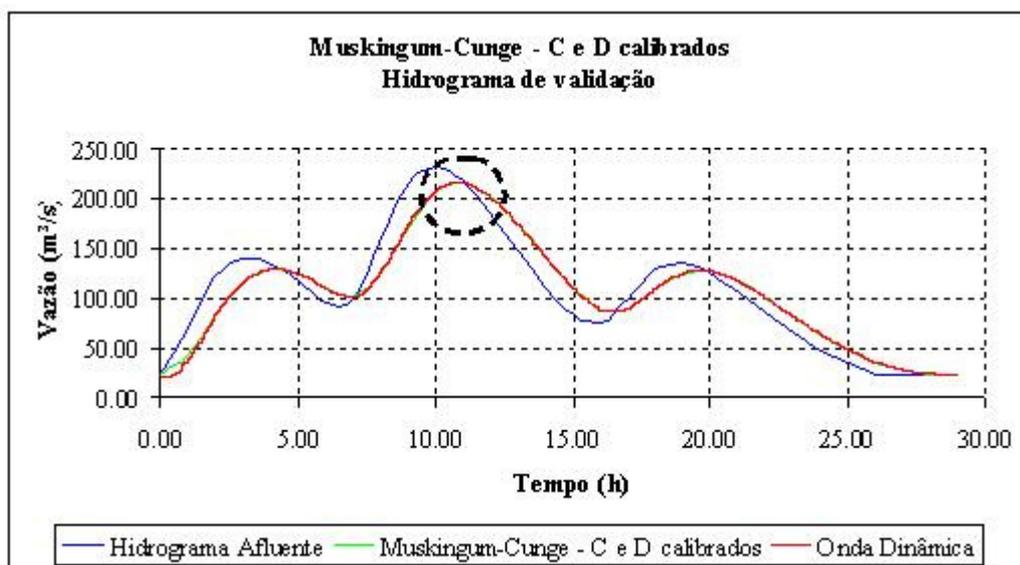


Figura 6.54– Hidrogramas afluente e efluente ao trecho considerando-se os modelos: Onda Dinâmica e Muskingum-Cunge (C e D calibrados) – Estação fluviométrica: 40025000.

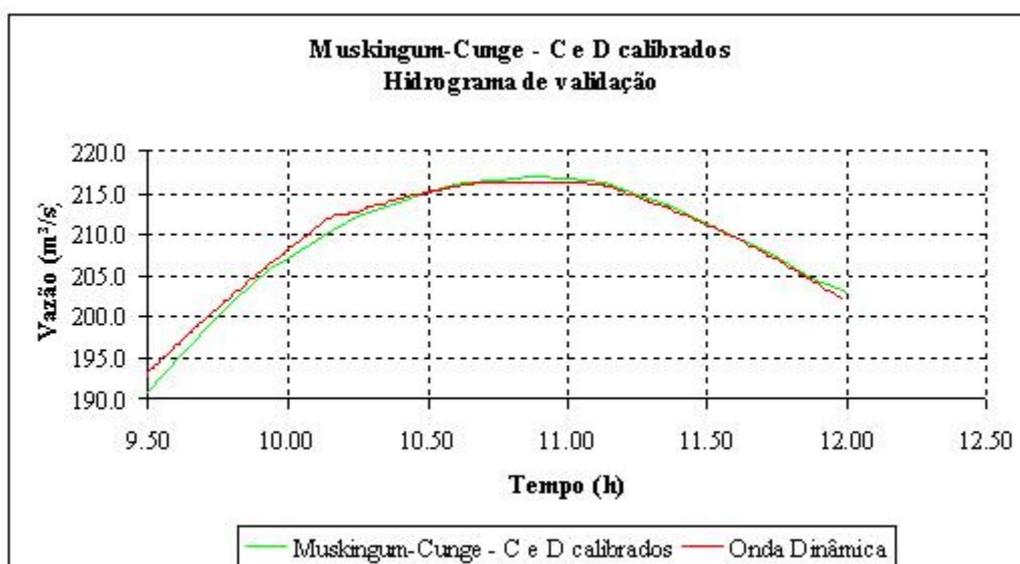


Figura 6.55 – Comparação entre os modelos Onda Dinâmica e Muskingum-Cunge (C e D calibrados) para o instante em que ocorre a vazão máxima – Estação fluviométrica: 40025000.

6.2.3 Análise de correlações estatísticas entre parâmetros geomorfológicos e os métodos de propagação de vazões

A análise de correlações estatísticas procurou identificar a interação entre parâmetros que descrevem aspectos da geomorfologia fluvial e:

- a precisão dos métodos de propagação;
- os parâmetros associados aos modelos de armazenamento.

A seguir, essas análises são apresentadas.

6.2.3.1 Precisão dos métodos de propagação

Ao se analisar a precisão dos métodos de propagação por meio dos resultados anteriormente descritos notar-se-á que as soluções apresentaram resultados muito próximos. Conforme discutido, esse fato está parcialmente associado aos critérios utilizados na presente metodologia.

Devido às pequenas variações nos quantis levantados – NASH, diferença de volumes e relação entre vazões e tempos de pico – um estudo estatístico que demonstre a relação entre essas variáveis e os parâmetros descritivos da morfologia dos trechos e bacias analisados não agrega informações relevantes à descrição do fenômeno em estudo.

É possível, no entanto, analisar o peso médio assumido pelos termos da equação da continuidade em função dos parâmetros geomorfológicos amostrados. A Tabela 6.11 apresenta os resultados dos coeficientes de determinação decorrentes dessa análise.

Tabela 6.11 – Análise de correlações estatísticas entre os pesos médios assumidos pela equação da continuidade e os parâmetros geomorfológicos.

Estação	Hidrograma - Calibração				Hidrograma - Validação			
	Ac. Local	Ac. Convectiva	Pressão	Gravidade/ Atrito	Ac. Local	Ac. Convectiva	Pressão	Gravidade/ Atrito
40025000	0,034	0,045	0,203	0,719	0,024	0,031	0,171	0,774
40032000	0,002	0,002	0,005	0,991	0,001	0,001	0,004	0,994
40037000	0,008	0,014	0,147	0,831	0,006	0,012	0,147	0,835
40040000	0,003	0,003	0,044	0,949	0,002	0,002	0,031	0,964
40050000	0,010	0,010	0,234	0,746	0,007	0,007	0,162	0,825
40060001	0,036	0,036	0,246	0,682	0,025	0,025	0,188	0,762
40070000	0,004	0,003	0,095	0,898	0,002	0,002	0,064	0,931
40080000	0,004	0,005	0,249	0,741	0,003	0,004	0,187	0,806
40100000	0,023	0,024	0,107	0,847	0,016	0,016	0,075	0,893
40150000	0,006	0,005	0,023	0,966	0,004	0,004	0,017	0,976
40170000	0,002	0,002	0,005	0,991	0,002	0,002	0,004	0,993
40185000	0,008	0,009	0,178	0,804	0,006	0,007	0,134	0,852
40269900	0,007	0,008	0,220	0,766	0,005	0,005	0,160	0,830
40400000	0,018	0,020	0,179	0,783	0,012	0,014	0,130	0,843
40500000	0,010	0,011	0,266	0,714	0,007	0,008	0,186	0,799
40530000								
40549998	0,010	0,009	0,133	0,848	0,007	0,006	0,100	0,887
40579995	0,021	0,028	0,198	0,754	0,014	0,019	0,209	0,758
40680000	0,005	0,004	0,039	0,952	0,003	0,003	0,028	0,966
40710000	0,002	0,002	0,014	0,983	0,001	0,001	0,010	0,988
40740000	0,003	0,002	0,017	0,978	0,002	0,002	0,012	0,984
40800001	0,063	0,079	0,189	0,669	0,045	0,056	0,132	0,767
40810350								
40810800	0,010	0,012	0,123	0,855	0,007	0,007	0,116	0,869
40811100	0,002	0,002	0,011	0,986	0,002	0,001	0,008	0,989
40821998								
40822995	0,003	0,003	0,014	0,981	0,002	0,002	0,010	0,987
40823500	0,009	0,008	0,136	0,847	0,007	0,006	0,102	0,885
40850000	0,005	0,005	0,084	0,906	0,004	0,003	0,059	0,934
40930000	0,020	0,028	0,096	0,855	0,015	0,019	0,064	0,902
40975000	0,092	0,107	0,231	0,570	0,071	0,080	0,165	0,683
41050000	0,010	0,020	0,154	0,817	0,007	0,018	0,139	0,836
41075001	0,098	0,113	0,211	0,578	0,074	0,081	0,180	0,664
41151000	0,002	0,002	0,012	0,984	0,001	0,001	0,008	0,989
41180000	0,002	0,002	0,012	0,984	0,002	0,002	0,009	0,987
41199998	0,007	0,006	0,012	0,975	0,005	0,005	0,007	0,983
41250000	0,002	0,002	0,018	0,979	0,001	0,001	0,012	0,986
41260000	0,018	0,022	0,126	0,834	0,013	0,017	0,111	0,859
41300000	0,002	0,002	0,007	0,989	0,002	0,001	0,005	0,992
41340000	0,004	0,003	0,018	0,975	0,003	0,002	0,013	0,983

Os dados apresentados indicam que a declividade média do trecho, como previsto pela literatura, apresentou-se relevante na presente análise. A Figura 6.56 apresenta o gráfico que relaciona essas grandezas.

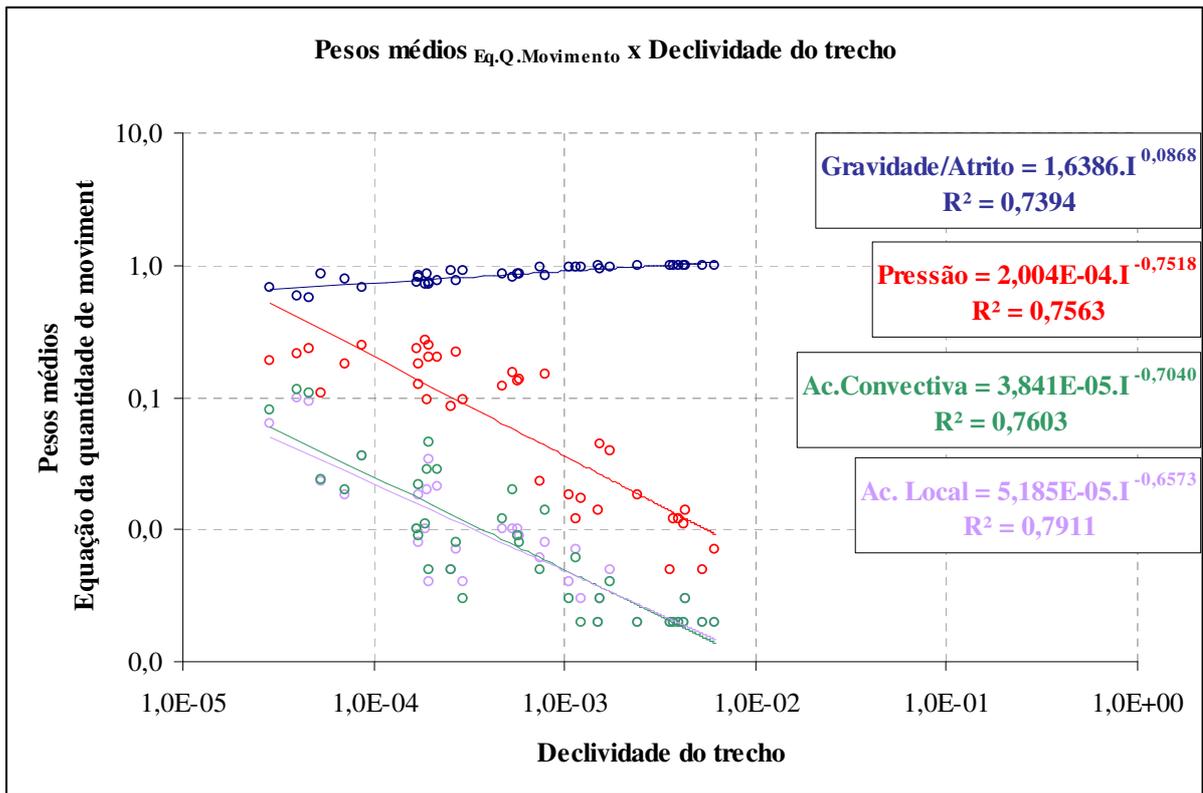


Figura 6.56 – Declividade média do trecho versus pesos médios da equação da continuidade.

6.2.3.2 Parâmetros associados aos modelos de armazenamento

Durante essa etapa procurou-se identificar a existência de correlações estatísticas entre os parâmetros associados aos modelos de armazenamento e características morfológicas dos trechos e bacias analisadas. As Tabela 6.12 e 6.13 apresentam os resultados obtidos.

Tabela 6.12 – Correlações estatísticas entre os parâmetros utilizados nas formulações dos modelos de armazenamento e características morfológicas do trechos e bacias analisadas – Muskingum linear e não linear.

Variáveis explicativas	Muskingum Linear				Muskingum Não-Linear					
	K		X		K		X		n	
	Linear	Potência	Linear	Potência	Linear	Potência			Linear	Potência
Prof. _{Max.}	0,252	0,135	0,030		0,283	0,199	0,046		0,028	0,061
VZ _{Máx.}	0,162	0,103	0,002		0,275	0,294	0,025		0,018	0,026
N _s	0,432	0,272	0,024		0,587	0,409	0,007		0,001	0,050
N _c	0,432	0,272	0,024		0,587	0,409	0,007		0,001	0,050
L _t	0,566	0,342	0,021		0,705	0,446	0,004		0,001	0,071
R _A	0,168	0,194	0,001		0,064	0,115	0,003		0,025	0,029
R _L	0,001	0,002	0,000		0,000	0,000	0,016		0,005	0,004
R _B	0,008	0,001	0,006		0,041	0,007	0,014		0,001	0,001
A _B	0,598	0,391	0,015		0,711	0,457	0,001		0,001	0,088
P _B	0,628	0,398	0,003		0,660	0,434	0,001		0,018	0,111
O _B	0,324	0,200	0,020		0,446	0,314	0,011		0,014	0,037
H _{RP}	0,000	0,002	0,037		0,012	0,009	0,005		0,020	0,009
L _{RP}	0,640	0,442	0,002		0,663	0,510	0,000		0,013	0,090
L _t MórOrdem	0,001	0,195	0,044		0,065	0,328	0,094		0,037	0,019
eH	0,022	0,008	0,006		0,037	0,010	0,002		0,019	0,021
I _{RP med.}	0,252	0,507	0,028		0,148	0,436	0,034		0,119	0,116
C _t = P _B / A ^{1/2}	0,128	0,132	0,028		0,040	0,046	0,040		0,082	0,117
D _r = N _c / A	0,136	0,149	0,079		0,032	0,037	0,141		0,080	0,088
D _d = L _t / A	0,129	0,134	0,097		0,033	0,037	0,163		0,084	0,082
C _m = (1 / D _d).1000	0,112	0,134	0,103		0,045	0,037	0,152		0,088	0,082
E _{ps} = 1 / (2.D _d)	0,112	0,134	0,103		0,045	0,037	0,152		0,088	0,082
Largura _{MP}	0,306	0,172	0,000		0,392	0,310	0,016		0,019	0,063
A _{MP}	0,360	0,196	0,006		0,480	0,333	0,032		0,017	0,076
[(A ^{5/3} / P ^{2/3}).S ^{1/2}] _{MP}	0,146	0,088	0,013		0,257	0,209	0,065		0,012	0,046
K _{MP}	0,045	0,091	0,101		0,099	0,156	0,169		0,035	0,091

Tabela 6.13 – Correlações estatísticas entre os parâmetros utilizados nas formulações dos modelos de armazenamento e características morfológicas do trechos e bacias analisadas – Muskingum-Cunge (solução teórica) e Muskingum-Cunge (C e D calibrados).

Variáveis explicativas	Muskingum-Cunge - solução teórica				Muskingum-Cunge - C e D calibrados			
	C		D		C		D	
	Linear	Potência	Linear	Potência	Linear	Potência	Linear	Potência
Prof. _{Máx.}	0,246	0,238	0,210	0,267	0,057	0,072	0,082	0,036
VZ _{Máx.}	0,115	0,062	0,163	0,062	0,106	0,052	0,009	0,002
N _f	0,094	0,094	0,097	0,102	0,116	0,144	0,013	0,013
N _c	0,094	0,094	0,097	0,102	0,116	0,144	0,013	0,013
L _t	0,116	0,142	0,138	0,148	0,151	0,199	0,011	0,004
R _A	0,044	0,045	0,048	0,051	0,094	0,100	0,000	0,007
R _L	0,013	0,002	0,000	0,009	0,004	0,003	0,001	0,002
R _B	0,000	0,000	0,002	0,000	0,000	0,001	0,002	0,004
A _B	0,124	0,189	0,161	0,194	0,162	0,246	0,008	0,000
P _B	0,161	0,210	0,207	0,211	0,206	0,253	0,001	0,001
O _B	0,055	0,044	0,051	0,057	0,093	0,089	0,023	0,038
H _{RP}	0,010	0,002	0,004	0,004	0,067	0,030	0,010	0,003
L _{RP}	0,164	0,218	0,211	0,214	0,224	0,288	0,002	0,000
L _{t MáxOrdem}	0,014	0,002	0,042	0,001	0,000	0,091	0,075	0,170
eH	0,017	0,006	0,002	0,015	0,006	0,002	0,000	0,019
I _{RP med.}	0,230	0,258	0,152	0,262	0,279	0,411	0,016	0,002
$C_c = P_B / A^{1/2}$	0,089	0,136	0,139	0,119	0,068	0,091	0,023	0,075
$D_r = N_c / A$	0,183	0,222	0,180	0,195	0,141	0,184	0,084	0,130
$D_d = L_t / A$	0,200	0,229	0,191	0,207	0,143	0,173	0,108	0,142
$C_m = (1 / D_d) \cdot 1000$	0,170	0,229	0,188	0,207	0,143	0,173	0,080	0,142
$E_{ps} = 1 / (2 \cdot D_d)$	0,170	0,229	0,188	0,207	0,143	0,173	0,080	0,142
Largura _{MP}	0,121	0,121	0,157	0,116	0,136	0,114	0,000	0,000
A _{MP}	0,212	0,204	0,257	0,211	0,141	0,126	0,015	0,007
$[(A^{5/3} / P^{2/3}) \cdot S^{1/2}]_{MP}$	0,181	0,161	0,179	0,171	0,033	0,046	0,049	0,012
K _{MP}	0,180	0,322	0,350	0,320	0,104	0,118	0,102	0,071

Ao se analisar os dados das Tabelas 6.12 e 6.13 percebe-se que não houveram evidências estatísticas significativas relacionando às grandezas descritas. Em parte, esse resultado é previsto na literatura. De fato, esses parâmetros se relacionam diretamente às características da onda em análise. Ainda que a forma dessa esteja relacionada às variáveis geomorfológicas, e portanto, condicionada às características do trecho, a evolução desses parâmetros é função primordial das características hidráulicas decorrentes do escoamento no instante de tempo considerado. Ao se considerar a complexidade do fenômeno, pode-se inferir que essa abordagem é incapaz de descrever toda variância associada ao problema.

7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente estudo procurou avaliar os métodos de propagação de vazão enfatizando aspectos relacionados à geomorfologia fluvial. De fato, ao longo do trabalho, procurou-se evidenciar a intrínseca relação entre o processo de escoamento na calha de canais naturais e fatores advindos do processo de formação e evolução do sistema fluvial.

Apesar de relacionados, a identificação de macro relações entre grandezas associadas aos métodos utilizados para modelagem do escoamento em canais e de parâmetros descritivos do sistema fluvial é de difícil verificação. As análises apresentadas evidenciam essa afirmativa. Assim, restringindo-se a análise da adequabilidade das soluções simplificadas e tendo em vista os resultados obtidos pode-se assinalar que:

- a opção em se adotar um modelo simplificado é função primordial de características hidráulicas do escoamento. Fatores como a existência de efeitos de jusante, escoamento sobre a planície de inundação e características do hidrograma afluyente (tempo e vazão de pico) refletem-se de maneira pronunciada na precisão desses métodos;
- as características do sistema fluvial que exercem influência direta sobre as formulações, como a declividade, por exemplo, também devem ser consideradas como primordiais durante o processo de avaliação da adequabilidade de determinada solução;
- a compreensão do processo de evolução das variáveis hidráulicas ao longo da rede de drenagem fornece significativo auxílio, em especial durante as etapas preliminares, em um estudo de modelagem como o do fenômeno em análise;
- frente à identificação da possibilidade de adoção de um modelo simplificado, destacam-se as soluções fornecidas pelo modelos Muskingum linear e Muskingum-Cunge. O primeiro, para as situações estudadas, revelou-se significativamente preciso quando comparado à solução paradigma. Outro fator a considerar é a relativa facilidade em se calibrar o modelo. Ainda que não se disponha de um algoritmo automático, como no presente estudo, o procedimento de tentativa e erro fornece bons resultados em poucas iterações. O modelo Muskingum-Cunge, no entanto, possui a vantagem de possibilitar a estimativa de todos os seus parâmetros a partir de características físicas, suplantando a priori a necessidade de calibração. Entretanto, como descrito, pode-se incorrer em erros caso esses quantis não sejam suficientemente representativos do escoamento a ser modelado;

- o modelo Muskingum não-linear não apresentou melhora nos resultados quando comparado à versão linear. A inclusão de uma nova variável torna o processo de calibração mais complexo e praticamente atrelado à adoção de um algoritmo automático. O modelo de Onda Difusiva necessita de tantos dados quanto o modelo de Onda Dinâmica, além de possuir uma solução que requer a utilização de complexos métodos numéricos. Assim, a adoção desses métodos em contrapartida às metodologias a partir das quais se originam, deve ser vista com reserva;
- caso opte-se pela utilização do modelo Muskingum não-linear sugere-se que as primeiras estimativas do expoente presente na formulação pertençam ao intervalo 0,6-0,8; e
- a relação entre os pesos médios assumidos pelos termos da equação da quantidade de movimento e a declividade do trecho pode fornecer uma estimativa inicial da relativa importância assumida por esses sobre o resultado final a ser obtido.

Ao longo da apresentação do trabalho, em especial durante a discussão dos resultados, procurou-se analisar as implicações decorrentes da utilização da presente metodologia adotada frente às respostas obtidas. A partir dessas considerações, expõe-se a seguir as recomendações vislumbradas para futuros trabalhos correlatos aos temas abordados:

- Propagação de vazões
 - incluir diferentes singularidades ao longo dos trechos em estudo a fim de se verificar quantitativamente a importância assumida pelos termos da equação da quantidade de movimento e, por conseqüência, os erros advindos da adoção de um modelo simplificado para essas situações;
 - sobre a mesma ótica, recomenda-se simular hidrogramas que apresentem variações mais abruptas dos que utilizados no presente trabalho, tal que se possibilite estabelecer relações entre os tempos de ascensão desses e os métodos mais indicados; e
 - avaliar as variações das soluções obtidas pelos diferentes métodos por meio de relações específicas entre variáveis hidráulicas do trecho, como condutância, e características dos hidrogramas afluentes, como celeridade e tempos de pico.
- Geomorfologia fluvial
 - Extração automático de parâmetros geomorfológicos

- realizar uma análise quantitativa do procedimento de delineamento de áreas e redes de drenagem a partir do confronto entre resultados obtidos e dados da cartografia digital; e
- utilizar outros softwares, em especial os gratuitos desenvolvidos por entidades de pesquisa, entre os quais se destacam: (i) HIDROSIG; (ii) CatchmentSIM; e (iii) GRASS.
- seções transversais
 - analisar comparativamente as soluções decorrentes da adoção de um perfil transversal real e o aproximado por um forma geométrica simplificada; e
 - investigar estatisticamente novas relações que possibilitem a estimativa de uma seção aproximada a partir de características descritivas do trechos e bacias de drenagem analisados de modo a possibilitar a extrapolação dessas para situações onde haja escassez de dados ou possibilidade de se suprimir algumas seções reais.
- parâmetros descritivos da geomorfologia fluvial
 - proceder uma análise crítica das relações estatísticas estabelecidas em especial no que se refere a possibilidade de extrapolação para outras regiões;
 - incluir análises estatísticas mais robustas, como análise de regressões múltiplas, a fim de se reduzir a incerteza associadas a essas relações.

É necessário considerar ainda a inerente necessidade de se incentivar estudos de caráter interdisciplinar em assuntos relacionados à ciência hidrológica, tal que se possibilite uma evolução do conhecimento por meio da consideração de diferentes abordagens do mesmo problema.

REFERÊNCIAS

- ABBOTT, M. B. Computational Hydraulics. London: Pitman, 1979.
- BAND, L. E. Topographic portion of watersheds with digital elevation models. *Water Resources Research*, v. 22, p. 15-24, 1986.
- BARROSO, L. C., BARROSO, M. M. A. CAMPOS, F. F., CARVALHO, M. L. B., MAIA, M. L. Cálculo numérico (com aplicações). 2º ed., editora Harbra, 367 p., 1987.
- BAZIN, H. Expériences sur les ondes et la propagation des remous. *Acad. Sci.*, v. 55, p. 353-357, Paris, 1862.
- BAZIN, H. Recherches expérimentales sur la propagation des ondes. *Acad. Sci.*, v. 19, p. 495-644, Paris, 1865.
- BENTURA, P.L.F. Développement d'une méthode de propagation de crue ("méthode delai-stockage"). Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Paris XII Val de Marne, 490 p., Paris, 1996.
- BLYTH, K., RODDA, J. C. A stream length study. *Water Resources Research.*, v. 9, p. 1454-1461, 1973.
- BOUSSINESQ, J. Additions et éclaircissements au mémoire intitulé: Essai sur la théorie des eaux courantes. *Acad. Sci.*, v. 24, p. 51-58, Paris, 1877b.
- BOUSSINESQ, J. Essai sur la théorie des eaux courantes. *Acad. Sci.*, v. 23, p. 261-529, Paris, 1877a.
- BOUSSINESQ, J. Théorie de l'intumescence liquide appelée onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire. *Acad. Sci.*, v. 72, p. 755-759, Paris, 1871.
- BOUSSINESQ, J. Théorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide continu dans ce canal des vitesses sensiblement parallèles de la surface au fond. *Jour. Math. Pures et Appl. De M. Liouville*, v. 17, p. 55-108, France, 1872.
- BOUSSINESQ, J. Théorie des ondes liquides périodiques. In: Mémoires présentés par divers savants. *Acad. Sci.*, v. 20, p. 509-615, Paris, 1873.
- BOWDEN, K. L., WALLIS, J. R. Effect of stream-ordering technique on Horton's laws of drainage composition. *Geol. Soc. Am. Bull.*, v. 75, p. 767-774, 1964.
- BOYD, M. J. A storage-routing model relating drainage basin hydrology and geomorphology. *Water Resources Research*, v. 14, p. 921-928, 1978.
- BRANT, J. M. C. Otimização de redes de distribuição de água de abastecimento por meio de algoritmos genéticos. Dissertação (Mestrado em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos) – Escola de Engenharia. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 135 p., 2002.
- BRANT, J. M. C., NAGHETTINI, M., PALMIER, L. R. Otimização de redes de distribuição de água utilizando algoritmos genéticos. XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos e V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú, 2001.
- CALIMAN, R. O., REIS, L. F. R., SILVA, F. G. B., PORTO, R. M., CHAUDHRY, F. H. Determinação dos parâmetros do modelo pressão x vazamento para um sub-setor da

- cidade de São Carlos, SP, com a utilização de algoritmos genéticos. XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos e V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú, 2001.
- CARDOSO NETO, A. The development of a simulation model of the surface water response of a catchment. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Southampton, Inglaterra, 247 p., 1994.
- CARDOSO NETO, A., LOCK, A.C. Acoplagem de sistemas unidimensionais de propagação de enchente. XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, v. 2, p. 7-13. Vitória, 1997.
- CARLSTON, C. W. Drainage density and streamflow. Geol. Surv. Prof. Pap. (U. S.), p. 1-8, 1963.
- CARLSTON, C. W. Downstream variations in the hydraulic geometry of streams: special emphasis on mean velocity. American Journal of Science, v. 267(4), p. 499-509, 1969.
- CARVALHO JÚNIOR, O. A., MARTINS, E. S., PEREIRA, F. J., ARAÚJO, A. H., CARVALHO, A. P. F. Aplicação de modelo digital de elevação do terreno no mapeamento e estudo ambiental do parque nacional da Chapada dos Veadeiros. Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Cartografia, Rio de Janeiro, 1997.
- CEMIG/UFMG. Companhia Energética de Minas Gerais – Departamento de Planejamento Energético, Projeto CEMIG-UFMG de P&D 100 – Ciclo 2002/2003: Desenvolvimento de metodologia para propagação de ondas de cheia em cenários de operação extrema e de ruptura de barragens. 191 p., março de 2004.
- CHANG, H. H. Fluvial processes in River Engineering. Wiley, New York, USA, 1988.
- CHAUDHRY, M. H. Open Channel Flow. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 483 p., 1993.
- CHOW, V. T. Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill, New York, 1959.
- CHOW, V. T. Handbook of Applied Hydrology. McGraw-Hill, 1465 p., New York, 1964.
- CHOW, V. T., MAIDMENT, D.R., MAYS, L.W. Applied Hydrology. McGraw-Hill, 572 p., New York, 1988.
- CHRISTOFOLETTI, A. Geomorfologia Fluvial: volume I – O canal fluvial. Editora Edgard Blucher, 312 p., São Paulo, 1981.
- CHRISTOFOLETTI, A. Geomorfologia. Editora Edgard Blucher, ed. 2º, 188 p., São Paulo, 1980.
- CLARKE, R. T. Mathematical Models in Hydrology. FAO Irrigation and Drainage Paper, n. 19, UNO-FAO, Rome, 1973.
- COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS. Projeto Análise de Consistência de Dados Pluviométricos – Bacia do Rio São Francisco. Sub-Bacias 40 a 44: Relatório Técnico Parcial. Sub-Bacia 40. DNAEE/CPRM, Belo Horizonte, 1995a.
- COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS. Projeto Análise de Consistência de Dados Pluviométricos – Bacia do Rio São Francisco. Sub-Bacias 40 a 44: Relatório Técnico Parcial. Sub-Bacia 41. DNAEE/CPRM, Belo Horizonte, 1995b.
- COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS. Regionalização de Vazões. Sub-Bacias 40 e 41: Relatório Final. Vazões Máximas. Vol. 1, CPRM/ANEEL. Belo Horizonte, 2001.

- CUNGE, J.A., HOLLY, F. M., VERWEY, A. Practical Aspects of Computational River Hydraulics. Boston: Pitman, 419 p., 1980.
- DAILY, J. W., JOORDAN, J. M. Effects of unsteadiness on resistance and energy dissipation. Hydrodynamics Laboratory: Technical Report n. 22. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1956.
- DAVIS, L. Handbook of Genetic Algorithms. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
- DELONG, L. L. Mass conservation: 1-D open channel flow equations. Journal of Hydraulic Engineering, v. 115, n. 2, p. 263-269, 1989.
- DELONG, L. L.; THOMPSON, D. B.; JONATHAN, K. L. A Model for Simulating One-Dimensional, Unsteady, Open-Channel Flow: Water-Resources Investigations Report 97-4016. Bay St. Louis: USGS, 1997.
- DOODGE, J. C. I. A general theory of unit hydrographs. J. Geophys. Res., v. 64(2), p. 241-256, 1959.
- DOODS, P. S., ROTHMAN, D. H. Geometry of river networks I: scaling, fluctuations and deviations. Phys. Rev., 2001.
- DOODS, P. S., ROTHMAN, D. H. Unified view of scaling laws for river networks. Phys. Rev., v. 59(5), 2000.
- FREAD, D. L. Flow routing. In: Handbook of Hydrology: Chapter 10. MAIDMENT, D. R., McGRAW-HILL, 1992.
- FREY, J., MCCULLER, R., HENKE, J., SPACHMAN, R., MURPHY, L. J. Optimizing a water master plan. Journal AWWA, p. 86-99, 2001.
- FROEHLICH, D.C. Discussion of "Mass conservation: 1-D open-channel flow equations". Journal of Hydraulic Engineering, v. 117, n. 8, p. 1078-1080, 1991.
- GRIFFITHS, G. A. Extremal hypotheses for river regime: an illusion of progress. Water Resources Research, v. 20, p. 113-118, 1984.
- HADLEY, R. F., SCHUMM, S. A. Hydrology of the upper Cheyenne River basin. Geol. Water-Supply Pap. (U. S.), n. 1531-B, p. 186-198, 1961.
- HARLIN, J. M. Watershed morphometry and time to hydrograph peak. Journal of Hydrology, v. 67, p. 141-154, 1984.
- HEERDEGEN, R. G., REICH, B. M. Unit hydrographs for catchments of different sizes and dissimilar regions. Journal of Hydrology., v. 22, p. 143-153, 1974.
- HENDERSON, F. M. Open Channel Flow. MacMillan, New York, 522 p., 1966.
- HERBSON, C., WOOD, E. F. A derived flood frequency distribution using Horton order ratios. Water Resources Research, v. 18, p. 1509-1518, 1982.
- HORTON, R. E. Drainage basin characteristics. Am. Geophys. Union, v. 13, p. 350-361, 1932.
- HORTON, R. Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology. Geological Society of American Bulletin, v. 56, p. 275-370, 1945.
- JARVIS, R. S., WOLDENBERG, M. J. River Networks: Volume 80. Benchmark Papers in Geology, New York, 386p., 1984.

- KNIGHTON, L. B. Variations in at-a-station hydraulic geometry. *American Journal of Science*, v. 275, p. 186-218, 1975.
- LAGRANGE, I. L. *Mécanique analytique*. Ed. Bertrand, p. 192, Paris, 1788.
- LAGRANGE, I. L. *Mémoire sur la théorie du mouvement des fluides*. Acad. Royale, p. 151-198, Berlin, 1781.
- LAPLACE, P. S. *Recherches sur quelques points du système du monde*. Acad. Sci., v. 9, Paris, 1775.
- LEOPOLD, L. B., MILLER, J. P. Fluvial Ephemeral streams: hydraulic factors and their relations to the drainage net. *U. S. Geol. Surv. Prof.*, Paper 282-A, 1956.
- LEOPOLD, L. B., MADDOCK Jr., T. The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications. *U. S. Geol. Survey Professional Paper*, v. 252, p. 1-57, 1953.
- LEOPOLD, L. B., WOLMAN, M. G., MILLER, J. P. *Fluvial processes in geomorphology*. Dover Publications, New York, 1995.
- LEOPOLD, L.B., WOLMAN, M.G., MILLER, J.P. *Fluvial Processes in Geomorphology*. New York: Dover Publications, 519 p., 1964.
- LEWIS, C. A., LESTER, N. P., BRADSHAW, A. D., FITZGIBBON, J. E., FULLER, K., HAKANSON, L. RICHARS, C. Consideration of scale in habitat conservation and restoration. *Canadian Journal of Aquatic Science*, v. 53 (suppl. 1), p. 440-445, 1996.
- MARK, D., DOZIER, J., FREW, J. Automated Basin Delineation from Digital Elevation Data. *Geoprocessing*, v. 2, p. 299-331, 1984.
- MAXWELL, J. C. Quantitative geomorphology of the San Dimas Experimental Forest. Tech. Rep. No. 19, Dept. of Geology, Columbia University, New York, 1960.
- MELTON, M. A. An analysis of the Relation among Elements of Climate, Surface Properties and Geomorphology. Tech. Rep. No. 11, Dept. of Geology, Columbia University, New York, 1957.
- MENDES, C. A. B. Modelos Numéricos do Terreno e suas Aplicações a Recursos Hídricos. In: CLARKE, R. T., CHAUDHRY, F., BAPTISTA, M. *Desenvolvimento Sustentável dos Recursos Hídricos*. ABRH Publicações, v. 1, p. 331-336, 1995.
- MILLER, J.B. *Floods: people at risk, strategies for prevention*. [S.I.]: United Nations Department of Humanitarian Affairs, 1997.
- MOHAN, S. Parameter estimation of nonlinear Muskingum models using genetic algorithm. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 123, n. 2, p. 137-142, 1997.
- MOORE, I. D., GRAYSON, R. B., LADSON, A. R. Digital Terrain Modelling: A Review of Hydrological, Geomorphological and Biological Applications. *Hydrological Processes*. vol. 5, p. 3-30, 1991.
- MORISAWA, M. E. Quantitative geomorphology of some watersheds in the Appalachian Plateau. *Geol. Soc. Am. Bull.*, v. 73, p. 1025-1046, 1962.
- MURPHEY, J. B., WALLACE, D. E., LANE, L. J. Geomorphic parameters predict hydrograph characteristics in the southwest. *Water Resources Bulletin*, v. 13, p. 25-38, 1977.

- NAGHETTINI, M.C.; NASCIMENTO, N.O.; LIMA, A.A.; BALBI, D.; THIMOTTI, T.; QUEIROGA, Y.G. Modelos de Simulação Hidrológica para Previsão de Vazões de Curto Prazo: Relatório Técnico Parcial 4. Belo Horizonte: EHR/ UFMG, 2002.
- NASH, J. E. Systematic determination of unit hydrograph parameters. *J. Geophys. Res.*, v. 64(1), p. 111-115, 1959.
- PALMIER, L. R., NAGHETTINI, M. Otimização do método de Muskingum não linear utilizando algoritmo genético. XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos e V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú, 2001.
- PARK, C. C. World-wide variations in hydraulic geometry exponents of stream channels: an analysis and some observations. *Journal of Hydrology*, v. 33, p. 133-146, 1977.
- PATRIOT, H. L. Étude sur les mouvements des marées dans la partie maritime des fleuves. Paris, 1861b.
- PATRIOT, H. L. Mémoire sur le mascaret. In. *Ponts et Chaussées Annales*, v. 2, p. 17-48, Paris, 1861a.
- PATRIOT, H. L. Mémoire sur les marées fluviales. *Acad. Sci.*, v. 73, p. 91, Paris, 1871.
- PATRIOT, H. L. Mémoire sur mascaret. *Acad. Sci.*, v. 47, p. 651-654, Paris, 1858.
- PATTON, P. C. Drainage basin morphometry and floods. In.: *Flood Geomorphology: Chapter 3*. BAKER, V. R., KOCHER, R. C. Wiley-Interscience, USA, 1988.
- PATTON, P. C., BAKER, V. R. Morphometry and floods in small drainage basins subject to diverse hydrogeomorphic controls. *Water Resources Research*, v. 12, p. 941-952, 1976.
- PHILLIPS, J. D. The instability of hydraulic geometry. *Water Resources Research*, v. 26(4), p. 739-744, 1990.
- PONCE, V. M. *Engineering Hydrology: Principles and Practices*. Prentice-Hall, New Jersey, 640 p., 1989.
- PONCE, V. M., LI, R. M., SIMONS, D. B. Applicability of kinematic and diffusion models. *Journal of the Hydraulics Division*, v. 104, n. HY3, p. 353-360, 1978.
- RAGAN, R. M. Laboratory evaluation of a numerical flood routing technique for channels subject to lateral inflows. *Water Resources Research*, v. 2, n. 1, 1966.
- RHOADS, B. L. Statistical models of fluvial processes systems. *Geomorphology*, v. 5, p. 433-455, 1992.
- RICHARDS, K. S. *Form and process in alluvial channels*. Methuen, New York, USA, 1982.
- RIGON, R., RODRIGUEZ-ITURBE, I. MARITAN, A., GIACOMETTI, A., TARBOTON, D. G., RINALDO, A. On Hack's law. *Water Resources Research*, v. 32(11), p. 3367-3374, 1996.
- RILEY, S. J. A comparison of morphometric measures of bankfull. *Journal of Hydrology*, v. 17(1), p. 23-31, 1972.
- RODRIGUEZ-ITURBE, I., VALDES, J. B. The geomorphologic structure of hydrologic response. *Water Resources Research*, v. 15, p.1409-1420, 1979.

- RODRIGUEZ-ITURBE, RINALDO, A. Fractal river basins: chance and self-organization. Cambridge University Press, Great Britain, 1997.
- ROSSO, R. Nash model relation to Horton order ratios. *Water Resources Research*, v. 20, n. 7, p. 914-920, 1984.
- RUSSEL, J. S. Experimental researches into the laws of certain hydro-dynamic phenomena that accompany the motion of floating bodies, and have not previously been reduced into conformity with the known laws of the resistance of fluids. *Points et Chaussées*, p. 143-234, Paris, 1837.
- RUSSEL, J. S. Report on waves. *British Assoc. Adv. Sci. Proc.*, p. 311-390, Scott, 1842.
- SAINT-VENANT, B. Demonstration élémentaire de la formule de propagation d'une onde ou d'une intumescence dans un canal prismatique; et remarques sur les propagations du son et de la lumière, sur les ressauts, ainsi que sur la distinction des rivières et des torrents. *Acad. Sci.*, v. 71, p. 186-195, Paris, 1870.
- SCHEIDEGGER, A. E. The algebra of stream order numbers. *U. S. Geol. Surv. Prof.*, Paper 525-B, 1965.
- SCHUMM, S. A. Evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboy. *New Jersey, Geol. Soc. Am. Bull.*, v. 67, p. 597-646, 1956.
- SHERMAN, L. K. Streamflow from rainfall by the unit-graph method. *Engineering News Record*, v. 108, 1932.
- SHREVE, R. L. Infinite topologically random channel networks. *Journal of Geology.*, v. 77, p. 397-414, 1967.
- SHREVE, R. L. Statistical law of stream numbers. *Journal of Geology.*, v. 74, p. 17-37, 1966.
- SILVA, R. C. V., MASCARENHAS, F. C. B. Condições de aplicabilidade dos métodos hidrológicos em canais. In: *IV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, Fortaleza, 1981.
- SILVA, R. C.V., MASCARENHAS, F.C.B., MIGUEZ, M.C. Hidráulica fluvial: Volume 1. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 306 p., 2003.
- SINGH, K. P., MCCONKEY, S. Hydraulic geometry of streams and stream habitat assessment. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 115(5), p. 583-597, 1989.
- SINGH, S. K. Simplified use of gamma-distribution/Nash model for runoff modeling. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 9, n. 3, p. 240-243, 2004.
- SINGH, S. K. Transmuting synthetic unit hydrographs into a gamma distribution. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 5(4), p. 380-385, 2000.
- SINGH, V. P., SCARLATOS, P. D. Analysis of nonlinear Muskingum flood routing. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 113, n. 1, p. 61-79, 1987.
- SMART, J. S. Topological properties of channel networks. *Geol. Soc. Am. Bull.*, v. 80, p. 1757-1774, 1969.
- SNYDER, F. F. Synthetic unit graphs. *Am. Geophys. Union*, v. 19, p. 447-454, 1938.
- SOROOSHIAN, S., GUPTA, V. Model Calibration. In: Singh, V. P. *Computer Model of Watershed Hydrology*, WRP, Highlands Ranch, p. 23-68, 1995.

- STEWARTSON, M. Hydraulic geometry of stream reaches. *Journal of Hydrology*, v. 306, p. 97-111, 2005.
- STRAHLER, A. N. Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topography. *Geol. Soc. Am. Bull.*, v. 63, p. 1117-1142, 1952.
- STRAHLER, A. N. Quantitative geomorphology of drainage basins and channel networks. In: *Handbook of Applied Hydrology* (V. T. Chow, ed.), McGraw-Hill, p. 4.40-4.74, New York, 1964.
- TARBOTON, D. G. Terrain Analysis Using Digital Elevation Model. 23° ESRI International Users Conference, San Diego, California, 2003.
- TARBOTON, D. G., AMES, D. P. Advances in the Mapping of Flow Networks from Digital Elevation Data. World Water and Environmental Resources Congress. Orlando, Florida, 2001.
- TARBOTON, D. G., BRAS, R. L., RODRIGUEZ-ITURBE, I. A physical basis for drainage density. In: R. S. Snow and L. Mayer (editors), *Fractals in geomorphology, Geomorphology*, v. 5, p. 59-76, 1992.
- TARBOTON, D. G., BRAS, R. L., RODRIGUEZ-ITURBE, I. On the extraction of channel of channel net from digital elevation data. *Hydrol. Processes*, v. 5(1), p. 81-100, 1991.
- TEIXEIRA, A. L. A., MORETTI, E., CRISTOFOLETTI, A. Introdução aos Sistemas de Informação Geográfica. Rio Claro, 79 p., 1992.
- THIMOTTI, T. C. M. Concepção e avaliação de um sistema de previsão de vazões de longo termo. Dissertação (Mestrado em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos) – Escola de Engenharia. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 290 p., 2003.
- THOMAS, D. M., BENSON, M. A. Generalization of streamflow characteristics from drainage-basin characteristics. *Geol. Surv. Water-Supply Pap.* (U. S.) 1975, p. 1-55, 1970.
- TODINI, E. The role of rainfall measurements and forecasts in real-time flood forecasting and management. Bologna, 1997. Disponível em: <<http://www.unesco.org/uy/phi/libros/radar/art13.html>>. Acesso em: 3 Jan. 2004.
- TUCCI, C. E. M. Modelos Hidrológicos. Ed. Universidade UFRGS, Porto Alegre, 1998.
- TUNG, Y. K. River flood routing nonlinear muskingum method. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 111, 1985.
- WESTERN, A. W., FINLAYSON, B. L. A method for characterizing longitudinal irregularity in river channels. *Geomorphology*, v. 21, p. 39-51. 1997.
- WISLER, C. O., BRATER, E. F. *Hydrology*. John Wiley & Sons, New York, 1959.
- WOLMAN, M. G. The natural channel of Brandywine Creek. U. S. Geol. Sur., Prof. Pap. 271, 56 p., Pennsylvania, USA, 1955.
- WOLMAN, M. G., MILLER, J. P., Magnitude and Frequency of geomorphic processes. *Journal of Geology*, v. 68(1), p. 54-74, 1960.
- YEVJEVICH, V., MAHMOOD, K. Unsteady flow in open channels. *Water Resources Publications*, v. 1, Fort Collins, Estados Unidos, 1975.

VALERIANO, M. M., Modelo Digital de Elevação com dados SRTM disponíveis para a América do Sul. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2004.

ANEXOS

ANEXO I: Adequação das equações de Saint-Venant ao método implícito de Preissmann

❖ Equação da continuidade:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial A}{\partial x} + A \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - q = 0 \quad (\text{I.1})$$

❖ Equação da conservação da quantidade de movimento:

$$g \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - g \cdot S_x + g \cdot S_f + \frac{q \cdot u}{A} = 0 \quad (\text{I.2})$$

onde:

- u – velocidade;
- A – área molhada;
- x – distância longitudinal;
- y – profundidade do escoamento;
- t – tempo;
- q – contribuição lateral por unidade de comprimento do canal por unidade de tempo;
- S_x – declividade do fundo do canal;
- S_f – declividade da linha de energia.
- g – gravidade;

Considerando-se A como uma função conhecida da profundidade pode-se escrever:

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{dA}{dy} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} = B \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \quad (\text{I.3})$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{dA}{dy} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} = B \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \quad (\text{I.4})$$

onde:

- B – largura superficial

Pode-se reescrever (I.1) valendo-se de (I.3) e (I.4), tal que obtém-se:

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + u \cdot B \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + A \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - q = 0 \quad ; \text{dividindo-se por } B$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{q}{B} = 0 \quad (\text{I.5})$$

Os termos das equações (I.2) e (I.5) podem ser aproximados a partir do método de diferenças finitas em um esquema de quatro pontos ponderado por meio das seguintes funções arbitrárias:

$$\Gamma(M) = \frac{\theta}{2} \cdot (\Gamma_{i+1}^{j+1} + \Gamma_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot (\Gamma_{i+1}^j + \Gamma_i^j) \quad (\text{I.6})$$

$$\frac{\partial \Gamma(M)}{\partial x} = \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (\Gamma_{i+1}^{j+1} - \Gamma_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (\Gamma_{i+1}^j - \Gamma_i^j) \quad (\text{I.7})$$

$$\frac{\partial \Gamma(M)}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} \cdot [(\Gamma_{i+1}^{j+1} + \Gamma_i^{j+1}) - (\Gamma_{i+1}^j + \Gamma_i^j)] \quad (\text{I.8})$$

O termo S_x é definido como se segue:

$$S_x = -\frac{dz}{dx} \quad (\text{I.9})$$

onde: z – cota do fundo do canal em relação a um datum.

A partir das equações (I.6), (I.7), (I.8) e (I.9) pode-se reescrever os termos de (I.2) e (I.5) tal que se obtém:

❖ pela equação da continuidade – (I.5):

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} \cdot [(y_{i+1}^{j+1} + y_i^{j+1}) - (y_{i+1}^j + y_i^j)]$$

$$u = \frac{\theta}{2} \cdot (u_{i+1}^{j+1} + u_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\theta}{2} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^{j+1}}{B_{i+1}^{j+1}} + \frac{A_i^{j+1}}{B_i^{j+1}} \right) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j)$$

$$q \cdot \frac{1}{B} = \frac{\theta}{2} \cdot q \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}^{j+1}} + \frac{1}{B_i^{j+1}} \right) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot q \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \right)$$

❖ e pela equação da conservação da quantidade de movimento – (I.2):

$$g \cdot \frac{\partial y}{\partial x} = g \cdot \left[\frac{\theta}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j) \right]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} \cdot \left[(u_{i+1}^{j+1} + u_i^{j+1}) - (u_{i+1}^j + u_i^j) \right]$$

$$u = \frac{\theta}{2} \cdot (u_{i+1}^{j+1} + u_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j)$$

$$g \cdot S_x = g \cdot \frac{1}{\Delta x} \cdot (z_i^j - z_{i+1}^j)$$

$$g \cdot S_f = g \cdot \left[\frac{\theta}{2} \cdot (S_{f_{i+1}}^{j+1} + S_{f_i}^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot (S_{f_{i+1}}^j + S_{f_i}^j) \right]$$

$$q \cdot \frac{u}{A} = \frac{\theta}{2} \cdot q \cdot \left(\frac{u_{i+1}^{j+1}}{A_{i+1}^{j+1}} + \frac{u_i^{j+1}}{A_i^{j+1}} \right) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot q \cdot \left(\frac{u_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{u_i^j}{A_i^j} \right)$$

O sistema formado pelas equações (I.2) e (I.5) é insuficiente para determinar as variáveis envolvidas no problema – $u_i, y_i, u_{i+1}, y_{i+1}$ – uma vez que o número de incógnitas é superior ao de equações. De fato, ao se considerar todos os trechos e intervalos de tempo envolvidos na análise existirão $2N$ variáveis e somente $2(N-1)$ equações. Torna-se necessário portanto, a consideração de duas outras funções que são estabelecidas a partir das condições de contorno de montante e jusante do trecho fluvial em estudo. Ter-se-á então um sistema formado por $2N$ equações e $2N$ incógnitas o que possibilitará a resolução do problema.

Amein e Fang (1970), propuseram um método para solução das equações de Saint-Venant a partir de um método de diferenças finitas de quatro pontos. O sistema descrito é resolvido no plano $x-t$ considerando-se os instantes de tempo $t = j$ e $t = j+1$. As variáveis envolvidas – u, y – são conhecidas para cada trecho considerado $(x_i, x_{i+1}, \dots, x_k)$ no instante $t = j$, podendo

portanto ser tratadas como constantes. As variáveis envolvidas são determinadas em todos os trechos na linha de tempo $t = j+1$ conjuntamente, através da resolução do sistema. O método de Newton-Raphson é utilizado a fim de se obter as variáveis que atendam as equações.

A metodologia pode ser estruturada em duas etapas distintas: determinação do sistema de equações para cada intervalo de tempo t e resolução deste via Newton-Raphson.

❖ 1º etapa:

As equações (2) e (5) aproximadas pelas funções arbitrárias são reescritas considerando-se os termos em $t = j$ como constantes. Conseqüentemente o sobrescrito $j+1$ pode ser descartado, uma vez que todas as incógnitas pertencem ao mesmo intervalo de tempo. Assim:

- em (I.5):

$$F(u_i, y_i, u_{i+1}, y_{i+1}) = 2\Delta t \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - q \right) \underset{\text{Diferenças Finitas}}{=} 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2\Delta t \cdot \frac{\partial y}{\partial t} &= \\ &= \frac{2\Delta t}{2\Delta t} \cdot [(y_{i+1} + y_i)] + \frac{2\Delta t}{2\Delta t} \cdot [-(y_{i+1}^j + y_i^j)] \\ &= (y_{i+1} + y_i) + a \end{aligned}$$

$$\therefore a = -(y_{i+1}^j + y_i^j)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2\Delta t \cdot u \frac{\partial y}{\partial x} &= \\ 2\Delta t \cdot u &= \\ &= 2\Delta t \cdot \frac{\theta}{2} \cdot (u_{i+1} + u_i) + 2\Delta t \cdot \frac{(1-\theta)}{2} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \\ &= \theta \cdot \Delta t \cdot (u_{i+1} + u_i) + \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \\ &= \theta \cdot \Delta t \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] \end{aligned}$$

$$\therefore b = (u_{i+1}^j + u_i^j)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial y}{\partial x} &= \\
&= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (y_{i+1} - y_i) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j) \\
&= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (y_{i+1} - y_i) + \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j) \\
&= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \left[(y_{i+1} - y_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c \right]
\end{aligned}$$

$$\therefore c = (y_{i+1}^j - y_i^j)$$

$$\begin{aligned}
2\Delta t \cdot u \frac{\partial y}{\partial x} &= \\
&= \left\{ \theta \cdot \Delta t \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] \right\} \cdot \left\{ \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \left[(y_{i+1} - y_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c \right] \right\} \\
&= \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] \cdot \left[(y_{i+1} - y_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c \right] \\
&= \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \\
&\quad \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c \right] \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] \\
&= \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \\
&\quad [(1-\theta) \cdot c] \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [\theta \cdot (u_{i+1} + u_i) + (1-\theta) \cdot b] \\
&= \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \\
&\quad c \cdot \theta \cdot (1-\theta) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (u_{i+1} + u_i) + \\
&\quad c \cdot (1-\theta)^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot b \\
&= \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \\
&\quad c \cdot (u_{i+1} + u_i) \cdot \left[\theta \cdot (1-\theta) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \right] + d
\end{aligned}$$

$$\therefore d = (1-\theta)^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j) \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2\Delta t \cdot \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \\ 2\Delta t \cdot \frac{A}{B} &= \\ &= 2\Delta t \cdot \frac{\theta}{2} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + 2\Delta t \cdot \frac{(1-\theta)}{2} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \\ &= \theta \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + (1-\theta) \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \\ &= \theta \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \\ &= \theta \cdot \Delta t \cdot \left[\left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \\ &= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \\ &= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (u_{i+1} - u_i) + \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \\ &= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \right] \\ &= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \end{aligned}$$

$$\therefore e = (u_{i+1}^j - u_i^j)$$

$$\begin{aligned}
& 2\Delta t \cdot \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \\
& = \left\{ \theta \cdot \Delta t \cdot \left[\left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \right\} \cdot \left\{ \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \right\} \\
& = \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[\left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \\
& = \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \cdot \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \\
& = \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] + \\
& \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left\{ \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \cdot u_{i+1} - \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \cdot u_i + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \cdot \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \right\} \\
& = \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \{h \cdot u_{i+1} + m \cdot u_i + p\}
\end{aligned}$$

∴

$$h = \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right]$$

$$m = - \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right]$$

$$p = \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j)$$

$$\Leftrightarrow 2\Delta t \cdot q \cdot \frac{1}{B} =$$

$$\begin{aligned}
&= 2\Delta t \cdot \frac{\theta}{2} \cdot q \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}} + \frac{1}{B_i} \right) + 2\Delta t \cdot \frac{(1-\theta)}{2} \cdot q \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \right) \\
&= \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}} + \frac{1}{B_i} \right) + \Delta t \cdot q \cdot (1-\theta) \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \right) \\
&= \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}} + \frac{1}{B_i} \right) + \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \right) \\
&= \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[\left(\frac{1}{B_{i+1}} + \frac{1}{B_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \right) \right] \\
&= \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[\left(\frac{1}{B_{i+1}} + \frac{1}{B_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} w \right] \\
\therefore w &= \left(\frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \right)
\end{aligned}$$

- em (I.2):

$$G(u_i, y_i, u_{i+1}, y_{i+1}) = \frac{2\Delta x}{g} \cdot \left(g \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - g \cdot S_x + g \cdot S_f + \frac{q \cdot u}{A} = 0 \right) \quad \text{Diferenças Finitas} = 0$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{2\Delta x}{g} \cdot \left(g \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \right) &= \\
&= 2\Delta x \cdot \left[\frac{\theta}{\Delta x} \cdot (y_{i+1} - y_i) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j) \right] \\
&= 2\theta \cdot (y_{i+1} - y_i) + 2(1-\theta) \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j) \\
&= 2\theta \left[(y_{i+1} - y_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j) \right] \\
&= 2\theta \left[(y_{i+1} - y_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot a' \right]
\end{aligned}$$

$$\therefore a' = (y_{i+1}^j - y_i^j)$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{2\Delta x}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} &= \\
&= \frac{2\Delta x}{g} \cdot \frac{1}{2\Delta t} \cdot [(u_{i+1} + u_i) - (u_{i+1}^j + u_i^j)] \\
&= \frac{\Delta x}{g\Delta t} \cdot [(u_{i+1} + u_i) + b']
\end{aligned}$$

$$\therefore b' = -(u_{i+1}^j + u_i^j)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{2\Delta x}{g} \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} &= \\ \frac{2\Delta x}{g} \cdot u &= \\ &= \frac{2\Delta x}{g} \cdot \left[\frac{\theta}{2} \cdot (u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \right] \\ &= \frac{\Delta x}{g} \cdot \left[\theta \cdot (u_{i+1} + u_i) + \theta \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \right] \\ &= \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \\ &= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot (u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \\ &= \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{2\Delta x}{g} \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \\
& = \left\{ \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \right] \right\} \cdot \left\{ \frac{\theta}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \right] \right\} \\
& = \frac{\theta^2}{g} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \right] \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \right] \\
& = \frac{\theta^2}{g} \cdot \left\{ \begin{aligned} & (u_{i+1} + u_i) \cdot (u_{i+1} - u_i) + (u_{i+1} + u_i) \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) + \\ & + (u_{i+1} - u_i) \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) + \frac{(1-\theta)^2}{\theta^2} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \end{aligned} \right\} \\
& = \frac{\theta^2}{g} \cdot \left\{ \begin{aligned} & (u_{i+1}^2 - u_i^2) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \cdot u_{i+1} + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j) \cdot u_i + \\ & + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \cdot u_{i+1} - \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j) \cdot u_i + \frac{(1-\theta)^2}{\theta^2} \cdot (u_{i+1}^j{}^2 - u_i^j{}^2) \end{aligned} \right\} \\
& = \frac{\theta^2}{g} \cdot \left\{ \begin{aligned} & (u_{i+1}^2 - u_i^2) + \\ & \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_{i+1}^j \right] \cdot u_{i+1} - \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_i^j \right] \cdot u_{i+1} + \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_{i+1}^j \right] \cdot u_i - \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_i^j \right] \cdot u_i + \\ & + \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_{i+1}^j \right] \cdot u_{i+1} + \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_i^j \right] \cdot u_{i+1} - \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_{i+1}^j \right] \cdot u_i - \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_i^j \right] \cdot u_i + \\ & + \frac{(1-\theta)^2}{\theta^2} \cdot (u_{i+1}^j{}^2 - u_i^j{}^2) \end{aligned} \right\} \\
& = \frac{\theta^2}{g} \cdot \left\{ u_{i+1}^2 + 2 \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_{i+1}^j \right] \cdot u_{i+1} - 2 \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot u_i^j \right] \cdot u_i - u_i^2 + \frac{(1-\theta)^2}{\theta^2} \cdot (u_{i+1}^j{}^2 - u_i^j{}^2) \right\} \\
& = \frac{\theta^2}{g} \cdot \left\{ u_{i+1}^2 + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c' \cdot u_{i+1} + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot d' \cdot u_i - u_i^2 + \frac{(1-\theta)^2}{\theta^2} \cdot e' \right\}
\end{aligned}$$

∴

$$\begin{aligned}
c' &= 2 \cdot u_{i+1}^j \\
d' &= -2 \cdot u_i^j \\
e' &= (u_{i+1}^j{}^2 - u_i^j{}^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{2\Delta x}{g} \cdot g \cdot S_x &= \\
&= 2\Delta x \cdot \frac{1}{\Delta x} \cdot (z_i^j - z_{i+1}^j) \\
&= 2 \cdot (z_i^j - z_{i+1}^j) \\
&= n'
\end{aligned}$$

$$\therefore n' = 2(y_{i+1}^j - y_i^j)$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{2\Delta x}{g} \cdot g \cdot S_f &= \\
&= 2\Delta x \cdot \left[\frac{\theta}{2} \cdot (S_{f_{i+1}} + S_{f_i}) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot (S_{f_{i+1}}^j + S_{f_i}^j) \right] \\
&= \Delta x \cdot \left[\theta \cdot (S_{f_{i+1}} + S_{f_i}) + \theta \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (S_{f_{i+1}}^j + S_{f_i}^j) \right] \\
&= \theta \cdot \Delta x \cdot \left[(S_{f_{i+1}} + S_{f_i}) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot (S_{f_{i+1}}^j + S_{f_i}^j) \right] \\
&= \theta \cdot \Delta x \cdot \left[(S_{f_{i+1}} + S_{f_i}) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot h' \right]
\end{aligned}$$

$$\therefore h' = (S_{f_{i+1}}^j + S_{f_i}^j)$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{2\Delta x}{g} \cdot q \cdot \frac{u}{A} &= \\
&= \frac{2\Delta x}{g} \cdot \left[\frac{\theta}{2} \cdot q \cdot \left(\frac{u_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{u_i}{A_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{2} \cdot q \cdot \left(\frac{u_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{u_i^j}{A_i^j} \right) \right] \\
&= \frac{\Delta x}{g} \cdot \left[\theta \cdot q \cdot \left(\frac{u_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{u_i}{A_i} \right) + \theta \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot q \cdot \left(\frac{u_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{u_i^j}{A_i^j} \right) \right] \\
&= \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot \left[\left(\frac{u_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{u_i}{A_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{u_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{u_i^j}{A_i^j} \right) \right] \\
&= \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \left[\left(\frac{u_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{u_i}{A_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot m' \right]
\end{aligned}$$

$$\therefore m' = \left(\frac{u_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{u_i^j}{A_i^j} \right)$$

EQUAÇÕES	
$F(u_i, y_i, u_{i+1}, y_{i+1})$	$ \begin{aligned} &= (y_{i+1} + y_i) + a + \\ &+ \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \\ &+ c \cdot (u_{i+1} + u_i) \cdot \left[\theta \cdot (1-\theta) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \right] + d + \\ &+ \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] + \\ &+ \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \{ h \cdot u_{i+1} + m \cdot u_i + p \} - \\ &- \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[\left(\frac{1}{B_{i+1}} + \frac{1}{B_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} w \right] \end{aligned} $
$G(u_i, y_i, u_{i+1}, y_{i+1})$	$ \begin{aligned} &= 2\theta \left[(y_{i+1} - y_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot a' \right] + \\ &+ \frac{\Delta x}{g\Delta t} \cdot [(u_{i+1} + u_i) + b'] + \\ &+ \frac{\theta^2}{g} \cdot \left\{ u_{i+1}^2 + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c' \cdot u_{i+1} + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot d' \cdot u_i - u_i^2 + \frac{(1-\theta)^2}{\theta^2} \cdot e' \right\} - \\ &- n' + \theta \cdot \Delta x \cdot \left[(S_{f_{i+1}} + S_{f_i}) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot h' \right] + \\ &+ \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \left[\left(\frac{u_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{u_i}{A_i} \right) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot m' \right] \end{aligned} $

CONSTANTES	
$F(u_i, y_i, u_{i+1}, y_{i+1})$	$G(u_i, y_i, u_{i+1}, y_{i+1})$
$a = -(y_{i+1}^j + y_i^j)$	$a' = (y_{i+1}^j - y_i^j)$
$b = (u_{i+1}^j + u_i^j)$	$b' = -(u_{i+1}^j + u_i^j)$
$c = (y_{i+1}^j - y_i^j)$	$c' = 2 \cdot u_{i+1}^j$
$d = (1-\theta)^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (y_{i+1}^j - y_i^j) \cdot (u_{i+1}^j + u_i^j)$	$d' = -2 \cdot u_i^j$
$e = (u_{i+1}^j - u_i^j)$	$e' = (u_{i+1}^{j2} - u_i^{j2})$
$h = \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right]$	$h' = (S_{f_{i+1}}^j + S_{f_i}^j)$
$m = - \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right]$	$m' = \left(\frac{u_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{u_i^j}{A_i^j} \right)$
$p = \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot \left(\frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) \right] \cdot (u_{i+1}^j - u_i^j)$	$n' = 2(y_{i+1}^j - y_i^j)$
$w = \left(\frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \right)$	

❖ 2º etapa:

A solução do sistema apresentado ocorre através da utilização do método generalizado de Newton-Rapshon. Para tanto é necessário o conhecimento das derivadas das equações descritas. Inicialmente é apresentado o cálculo de algumas derivadas relativas aos termos presentes nas equações, seguindo-se do cálculo das derivadas a serem utilizadas no método.

○ Derivadas de termos das equações descritas:

$$\frac{\partial \left(\frac{A}{B} \right)}{\partial y} = \frac{\frac{dA}{dy} \cdot B - A \cdot \frac{dB}{dy}}{B^2} = \frac{B \cdot B - A \cdot \frac{dB}{dy}}{B^2} = 1 - \frac{A}{B^2} \cdot \frac{dB}{dy}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{B} \right)}{\partial y} = \frac{\frac{d(1)}{dy} \cdot B - 1 \cdot \frac{dB}{dy}}{B^2} = \frac{-\frac{dB}{dy}}{B^2} = -\frac{1}{B^2} \cdot \frac{dB}{dy}$$

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{A} \right)}{\partial y} = \frac{\frac{d(1)}{dy} \cdot A - 1 \cdot \frac{dA}{dy}}{A^2} = -\frac{B}{A^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_f}{\partial y} &= n^2 \cdot u \cdot |u| \cdot \frac{d \left(\frac{P}{A} \right)^{4/3}}{dy} = n^2 \cdot u \cdot |u| \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{1/3} \cdot \frac{d \left(\frac{P}{A} \right)}{dy} \\ &= n^2 \cdot u \cdot |u| \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{1/3} \cdot \frac{\frac{dP}{dy} \cdot A - P \cdot \frac{dA}{dy}}{A^2} = n^2 \cdot u \cdot |u| \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{1/3} \cdot \frac{\frac{dP}{dy} \cdot A - P \cdot B}{A^2} \\ &= n^2 \cdot u \cdot |u| \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{1/3} \cdot \left[\frac{1}{A} \cdot \frac{dP}{dy} - P \cdot \frac{B}{A^2} \right] = n^2 \cdot u \cdot |u| \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{1/3} \cdot \frac{\left(\frac{P}{A} \right)}{\left(\frac{P}{A} \right)} \cdot \left[\frac{1}{A} \cdot \frac{dP}{dy} - P \cdot \frac{B}{A^2} \right] \\ &= \frac{4}{3} \cdot \left[n^2 \cdot u \cdot |u| \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{4/3} \right] \cdot \left[\frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dy} - \frac{B}{A} \right] \\ &= \frac{4}{3} \cdot S_f \cdot \left[\frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dy} - \frac{B}{A} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_f}{\partial u} &= n^2 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{4/3} \cdot \frac{d(u \cdot |u|)}{du} = n^2 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{4/3} \cdot \left[|u| + u \cdot \frac{|u|}{u} \right] = \\ &= n^2 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{4/3} \cdot 2|u| = 2 \cdot n^2 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{4/3} \cdot |u| \cdot \frac{u}{u} = 2 \cdot \left[n^2 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{4/3} \cdot u \cdot |u| \right] \cdot \frac{1}{u} = \\ &= 2 \cdot \frac{S_f}{u} \end{aligned}$$

○ Derivadas das equações a serem utilizadas:

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial y_i} =$$

$$\begin{aligned}
&= 1 - \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \cdot \frac{d\left(\frac{A_i}{B_i}\right)}{dy_i} - \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \frac{d\left(\frac{1}{B_i}\right)}{dy_i} \\
&= 1 - \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \cdot \left[1 - \frac{A_i}{B_i^2} \cdot \frac{dB_i}{dy_i} \right] - \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[-\frac{1}{B_i^2} \cdot \frac{dB_i}{dy_i} \right] \\
&= 1 - \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \cdot \left[1 - \frac{A_i}{B_i^2} \cdot \frac{dB_i}{dy_i} \right] + \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[\frac{1}{B_i^2} \cdot \frac{dB_i}{dy_i} \right]
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial y_{i+1}} =$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \cdot \frac{d\left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}}\right)}{dy_{i+1}} - \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \frac{d\left(\frac{1}{B_{i+1}}\right)}{dy_{i+1}} \\
&= 1 + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \cdot \left[1 - \frac{A_{i+1}}{B_{i+1}^2} \cdot \frac{dB_{i+1}}{dy_{i+1}} \right] - \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[-\frac{1}{B_{i+1}^2} \cdot \frac{dB_{i+1}}{dy_{i+1}} \right] \\
&= 1 + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot b \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot e \right] \cdot \left[1 - \frac{A_{i+1}}{B_{i+1}^2} \cdot \frac{dB_{i+1}}{dy_{i+1}} \right] + \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[\frac{1}{B_{i+1}^2} \cdot \frac{dB_{i+1}}{dy_{i+1}} \right]
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial u_i} = \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] + \left[\theta \cdot (1-\theta) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \right] \cdot c - \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot m$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial u_{i+1}} = \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] + \left[\theta \cdot (1-\theta) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \right] \cdot c + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot h$$

$$\Rightarrow \frac{\partial G}{\partial y_i} =$$

$$\begin{aligned}
&= -2\theta + \theta \cdot \Delta x \cdot \frac{d(S_{fi})}{dy_i} + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \frac{d\left(\frac{1}{A_i}\right)}{dy_i} \cdot u_i \\
&= -2\theta + \theta \cdot \Delta x \cdot \left[\frac{4}{3} \cdot S_{fi} \cdot \left(\frac{1}{P_i} \cdot \frac{dP_i}{dy_i} - \frac{B_i}{A_i} \right) \right] + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \left[\frac{-B_i}{A_i^2} \right] \cdot u_i \\
&= -2\theta + \frac{4}{3} \cdot \theta \cdot \Delta x \cdot S_{fi} \cdot \left[\frac{1}{P_i} \cdot \frac{dP_i}{dy_i} - \frac{B_i}{A_i} \right] - q \cdot \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot u_i \cdot \frac{B_i}{A_i^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{\partial G}{\partial y_{i+1}} &= \\
&= 2\theta + \theta \cdot \Delta x \cdot \frac{d(S_{f_{i+1}})}{dy_{i+1}} + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot u_{i+1} \cdot \frac{d\left(\frac{1}{A_{i+1}}\right)}{dy_{i+1}} \\
&= 2\theta + \theta \cdot \Delta x \cdot \left[\frac{4}{3} \cdot S_{f_{i+1}} \cdot \left(\frac{1}{P_{i+1}} \cdot \frac{dP_{i+1}}{dy_{i+1}} - \frac{B_{i+1}}{A_{i+1}} \right) \right] + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot u_{i+1} \cdot \left[\frac{-B_{i+1}}{A_{i+1}^2} \right] \\
&= 2\theta + \frac{4}{3} \cdot \theta \cdot \Delta x \cdot S_{f_{i+1}} \cdot \left[\frac{1}{P_{i+1}} \cdot \frac{dP_{i+1}}{dy_{i+1}} - \frac{B_{i+1}}{A_{i+1}} \right] - q \cdot \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot u_{i+1} \cdot \left[\frac{B_{i+1}}{A_{i+1}^2} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{\partial G}{\partial u_i} &= \\
&= \frac{\Delta x}{g\Delta t} + \frac{\theta^2}{g} \cdot \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot d' - 2u_i \right] + \theta \cdot \Delta x \cdot \frac{d(S_{f_i})}{du_i} + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \frac{1}{A_i} \\
&= \frac{\Delta x}{g\Delta t} + \frac{\theta^2}{g} \cdot \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot d' - 2u_i \right] + 2 \cdot \theta \cdot \Delta x \cdot \frac{S_{f_i}}{u_i} + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \frac{1}{A_i}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{\partial G}{\partial u_{i+1}} &= \\
&= \frac{\Delta x}{g\Delta t} + \frac{\theta^2}{g} \cdot \left[2 \cdot u_{i+1} + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c' \right] + \theta \cdot \Delta x \cdot \frac{d(S_{f_{i+1}})}{du_{i+1}} + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \frac{1}{A_{i+1}} \\
&= \frac{\Delta x}{g\Delta t} + \frac{\theta^2}{g} \cdot \left[2 \cdot u_{i+1} + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c' \right] + 2 \cdot \theta \cdot \Delta x \cdot \frac{S_{f_{i+1}}}{u_{i+1}} + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \frac{1}{A_{i+1}}
\end{aligned}$$

EQUAÇÕES – DERIVADAS FINAIS

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} = 1 - \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta) \cdot b}{\theta} \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta) \cdot e}{\theta} \right] \cdot \left[1 - \frac{A_i}{B_i^2} \cdot \frac{dB_i}{dy_i} \right] + \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[\frac{1}{B_i^2} \cdot \frac{dB_i}{dy_i} \right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_{i+1}} = 1 + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} + u_i) + \frac{(1-\theta) \cdot b}{\theta} \right] + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[(u_{i+1} - u_i) + \frac{(1-\theta) \cdot e}{\theta} \right] \cdot \left[1 - \frac{A_{i+1}}{B_{i+1}^2} \cdot \frac{dB_{i+1}}{dy_{i+1}} \right] + \theta \cdot \Delta t \cdot q \cdot \left[\frac{1}{B_{i+1}^2} \cdot \frac{dB_{i+1}}{dy_{i+1}} \right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial u_i} = \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] + \left[\theta \cdot (1-\theta) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \right] \cdot c - \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot m$$

$$\frac{\partial F}{\partial u_{i+1}} = \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [y_{i+1} - y_i] + \left[\theta \cdot (1-\theta) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \right] \cdot c + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \theta^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot h$$

$$\frac{\partial G}{\partial y_i} = -2\theta + \frac{4}{3} \cdot \theta \cdot \Delta x \cdot S_{f_i} \cdot \left[\frac{1}{P_i} \cdot \frac{dP_i}{dy_i} - \frac{B_i}{A_i} \right] - q \cdot \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot u_i \cdot \frac{B_i}{A_i^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial y_{i+1}} = 2\theta + \frac{4}{3} \cdot \theta \cdot \Delta x \cdot S_{f_{i+1}} \cdot \left[\frac{1}{P_{i+1}} \cdot \frac{dP_{i+1}}{dy_{i+1}} - \frac{B_{i+1}}{A_{i+1}} \right] - q \cdot \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot u_{i+1} \cdot \left[\frac{B_{i+1}}{A_{i+1}^2} \right]$$

$$\frac{\partial G}{\partial u_i} = \frac{\Delta x}{g\Delta t} + \frac{\theta^2}{g} \cdot \left[\frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot d' - 2u_i \right] + 2 \cdot \theta \cdot \Delta x \cdot \frac{S_{f_i}}{u_i} + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \frac{1}{A_i}$$

$$\frac{\partial G}{\partial u_{i+1}} = \frac{\Delta x}{g\Delta t} + \frac{\theta^2}{g} \cdot \left[2 \cdot u_{i+1} + \frac{(1-\theta)}{\theta} \cdot c' \right] + 2 \cdot \theta \cdot \Delta x \cdot \frac{S_{f_{i+1}}}{u_{i+1}} + \theta \cdot \frac{\Delta x}{g} \cdot q \cdot \frac{1}{A_{i+1}}$$

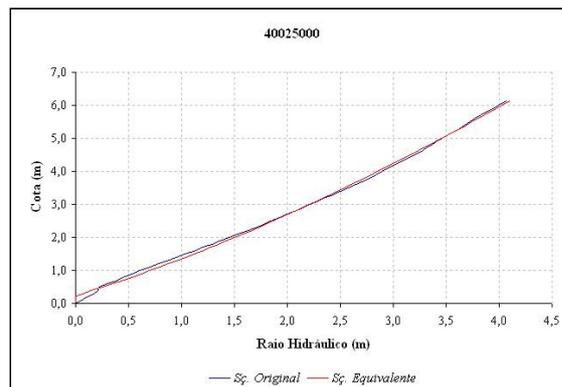
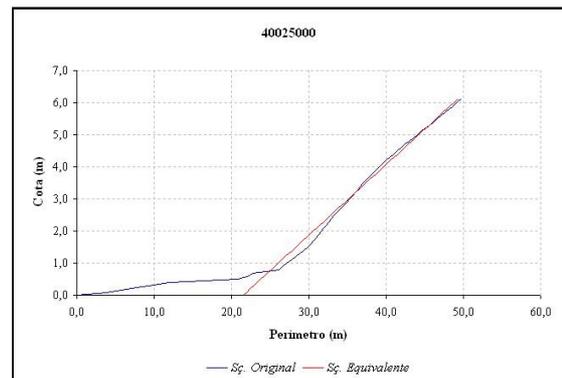
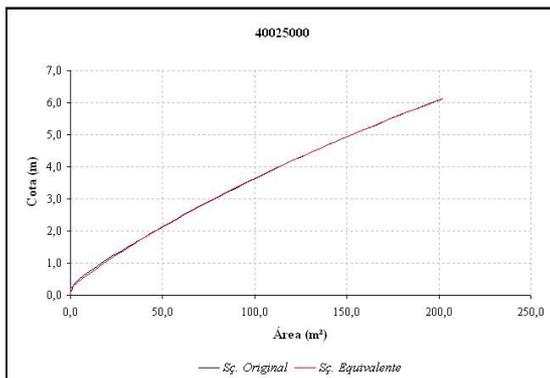
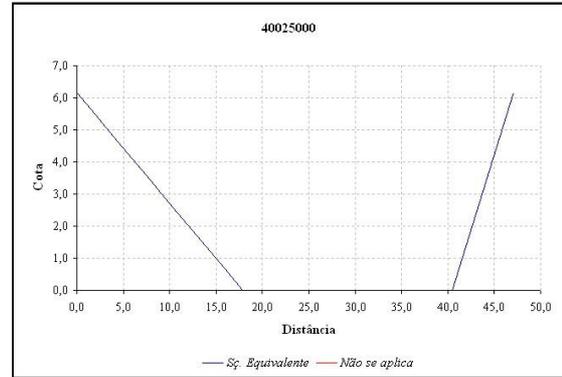
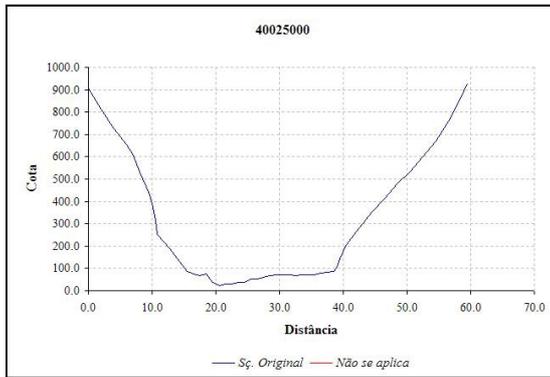
ANEXO II: Análise estatística dos parâmetros descritivos da geomorfologia fluvial

AJUSTE NA FORMA LINEAR																									
Variáveis explicativas	Variáveis explicadas																								
	N _s	N _c	L _t	R _A	R _B	R _L	A _B	P _B	O _B	H _{RP}	L _{RP}	L _t MáxOrdem	eH	I _{RP med.}	C _f	C _c	F _s	D _r	D _d	C _m	E _{ps}	L _(0.8 . M Max)	I _{CP med.}		
N _s	1.00																								
N _c	1.00	1.00																							
L _t	0.93	0.93	1.00																						
R _A	0.10	0.10	0.09	1.00																					
R _B	0.08	0.08	0.08	0.07	1.00																				
R _L	0.00	0.00	0.00	0.02	0.68	1.00																			
A _B	0.78	0.78	0.95	0.07	0.07	0.00	1.00																		
P _B	0.83	0.83	0.94	0.14	0.09	0.00	0.92	1.00																	
O _B	0.62	0.62	0.58	0.06	0.23	0.01	0.48	0.63	1.00																
H _{RP}	0.18	0.18	0.12	0.03	0.06	0.09	0.07	0.08	0.12	1.00															
L _{RP}	0.85	0.85	0.94	0.16	0.07	0.01	0.91	0.98	0.57	0.10	1.00														
L _t MáxOrdem	0.14	0.14	0.05	0.00	0.02	0.01	0.01	0.02	0.07	0.16	0.03	1.00													
eH	0.09	0.09	0.09	0.02	0.00	0.36	0.08	0.09	0.23	0.04	0.04	0.00	1.00												
I _{RP med.}	0.19	0.19	0.20	0.22	0.03	0.01	0.18	0.33	0.45	0.02	0.30	0.01	0.13	1.00											
C _f	0.17	0.17	0.17	0.30	0.10	0.25	0.15	0.24	0.21	0.20	0.31	0.02	0.21	0.27	1.00										
C _c	0.11	0.11	0.13	0.18	0.08	0.12	0.13	0.27	0.13	0.00	0.26	0.00	0.05	0.27	0.34	1.00									
F _s	0.03	0.03	0.00	0.04	0.14	0.12	0.01	0.01	0.05	0.24	0.01	0.24	0.00	0.05	0.00	0.01	1.00								
D _r	0.03	0.03	0.00	0.04	0.13	0.12	0.01	0.01	0.05	0.24	0.01	0.24	0.00	0.06	0.00	0.01	1.00	1.00							
D _d	0.02	0.02	0.00	0.05	0.13	0.13	0.02	0.02	0.04	0.25	0.01	0.22	0.01	0.08	0.00	0.01	0.97	0.97	1.00						
C _m	0.02	0.02	0.00	0.07	0.13	0.11	0.02	0.01	0.04	0.19	0.01	0.15	0.00	0.07	0.00	0.00	0.85	0.86	0.91	1.00					
E _{ps}	0.02	0.02	0.00	0.07	0.13	0.11	0.02	0.01	0.04	0.19	0.01	0.15	0.00	0.07	0.00	0.00	0.85	0.86	0.91	1.00	1.00				
L _(0.8 . M Max)	0.18	0.18	0.07	0.00	0.02	0.01	0.01	0.03	0.08	0.24	0.04	0.96	0.00	0.00	0.03	0.00	0.26	0.26	0.25	0.17	0.17	1.00			
I _{CP med.}	0.08	0.08	0.08	0.10	0.12	0.05	0.07	0.14	0.34	0.05	0.14	0.00	0.01	0.46	0.42	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00		

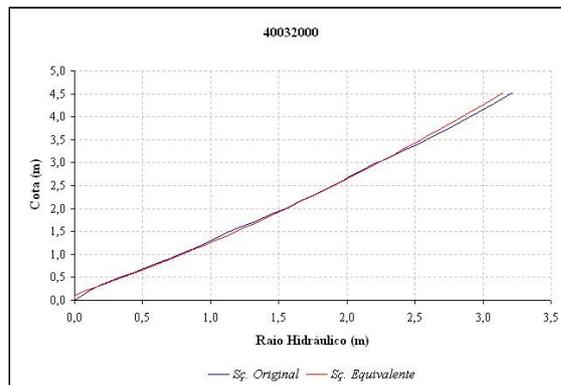
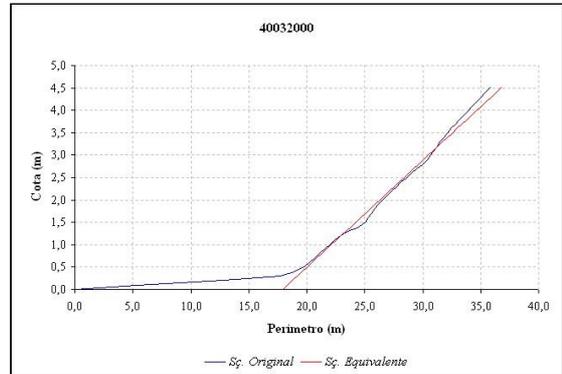
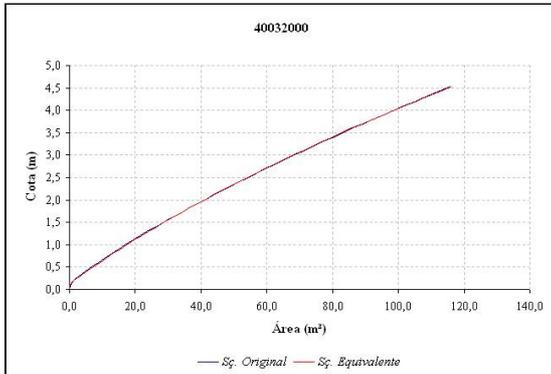
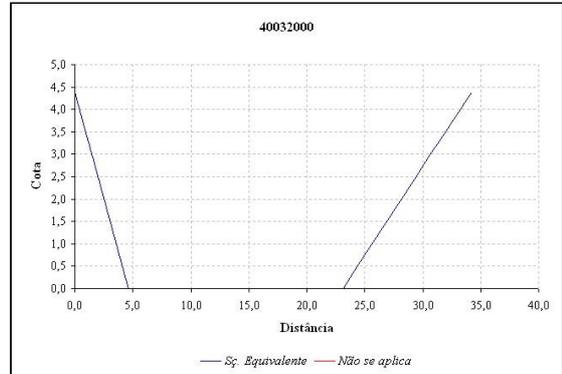
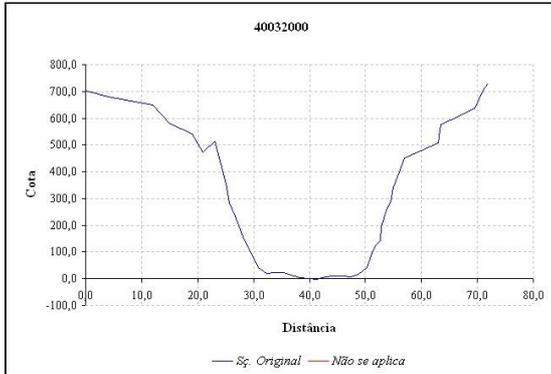
AJUSTE NA FORMA DE POTÊNCIA																								
Variáveis explicativas	Variáveis explicadas																							
	N _s	N _c	L _t	R _A	R _B	R _L	A _B	P _B	O _B	H _{RP}	L _{RP}	L _t MáxOrdem	eH	I _{RP med.}	C _f	C _c	F _s	D _r	D _d	C _m	E _{ps}	L _(0.8 . M Max)	I _{CP med.}	
N _s	1.00																							
N _c	1.00	1.00																						
L _t	0.98	0.98	1.00																					
R _A	0.15	0.15	0.18	1.00																				
R _B	0.18	0.18	0.15	0.06	1.00																			
R _L	0.02	0.02	0.01	0.02	0.69	1.00																		
A _B	0.94	0.94	0.99	0.20	0.11	0.00	1.00																	
P _B	0.93	0.93	0.97	0.22	0.13	0.01	0.98	1.00																
O _B	0.89	0.89	0.87	0.05	0.28	0.03	0.82	0.79	1.00															
H _{RP}	0.24	0.24	0.20	0.05	0.07	0.09	0.16	0.15	0.20	1.00														
L _{RP}	0.91	0.91	0.95	0.26	0.12	0.03	0.96	0.97	0.75	0.20	1.00													
L _t MáxOrdem	0.29	0.29	0.28	0.08	0.00	0.00	0.25	0.23	0.17	0.09	0.28	1.00												
eH	0.14	0.14	0.14	0.02	0.00	0.34	0.15	0.11	0.20	0.03	0.04	0.00	1.00											
I _{RP med.}	0.69	0.69	0.77	0.22	0.07	0.00	0.82	0.84	0.57	0.00	0.82	0.20	0.10	1.00										
C _f	0.26	0.26	0.29	0.31	0.08	0.27	0.29	0.35	0.14	0.20	0.47	0.19	0.30	0.31	1.00									
C _c	0.29	0.29	0.31	0.18	0.10	0.11	0.32	0.44	0.19	0.03	0.41	0.02	0.02	0.39	0.47	1.00								
F _s	0.03	0.03	0.00	0.06	0.13	0.10	0.00	0.00	0.05	0.15	0.01	0.04	0.00	0.07	0.01	0.00	1.00							
D _r	0.03	0.03	0.00	0.06	0.13	0.10	0.00	0.01	0.05	0.15	0.01	0.04	0.00	0.07	0.01	0.01	1.00	1.00						
D _d	0.02	0.02	0.00	0.06	0.13	0.12	0.01	0.01	0.04	0.18	0.01	0.04	0.01	0.09	0.00	0.01	0.97	0.97	1.00					
C _m	0.02	0.02	0.00	0.06	0.13	0.12	0.01	0.01	0.04	0.18	0.01	0.04	0.01	0.09	0.00	0.01	0.97	0.97	1.00	1.00				
E _{ps}	0.02	0.02	0.00	0.06	0.13	0.12	0.01	0.01	0.04	0.18	0.01	0.04	0.01	0.09	0.00	0.01	0.97	0.97	1.00	1.00	1.00			
L _(0.8 . M Max)	0.29	0.29	0.24	0.02	0.08	0.09	0.19	0.17	0.24	0.29	0.22	0.56	0.01	0.07	0.18	0.01	0.24	0.24	0.27	0.27	0.27	1.00		
I _{CP med.}	0.32	0.31	0.38	0.16	0.04	0.02	0.44	0.46	0.22	0.03	0.50	0.08	0.00	0.50	0.35	0.23	0.15	0.16	0.16	0.16	0.16	0.01	1.00	

ANEXO III: Aproximação das seções transversais naturais a um trapézio assimétrico

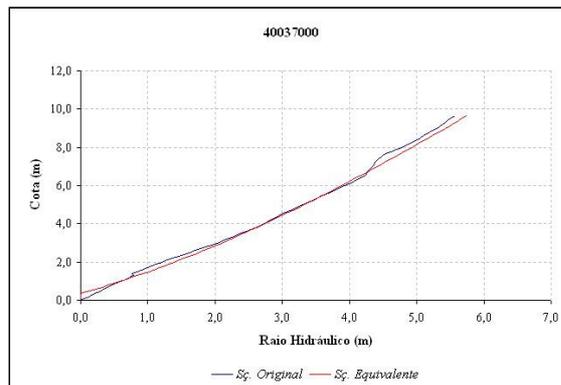
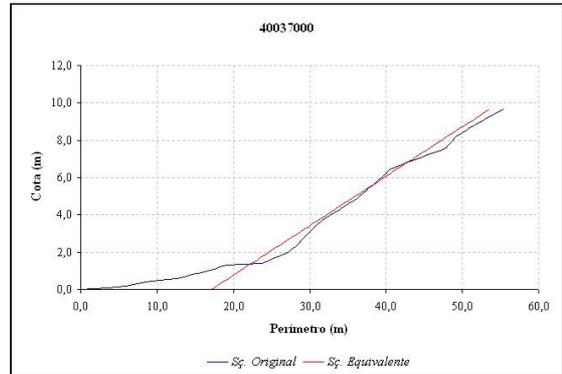
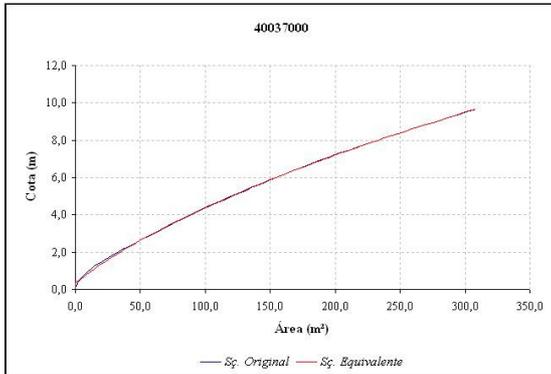
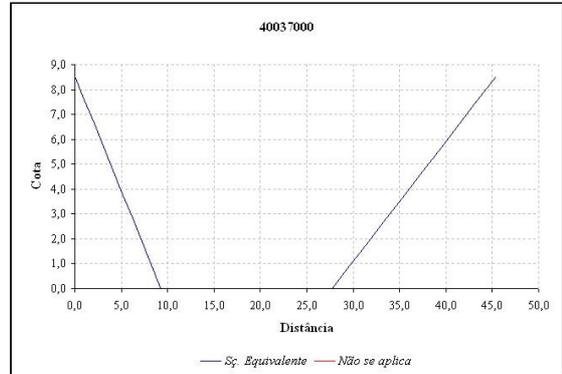
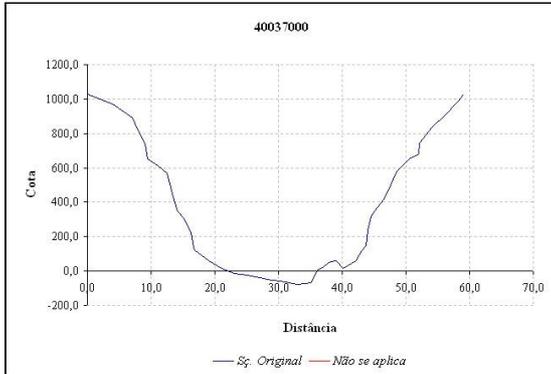
ESTAÇÃO 40025000



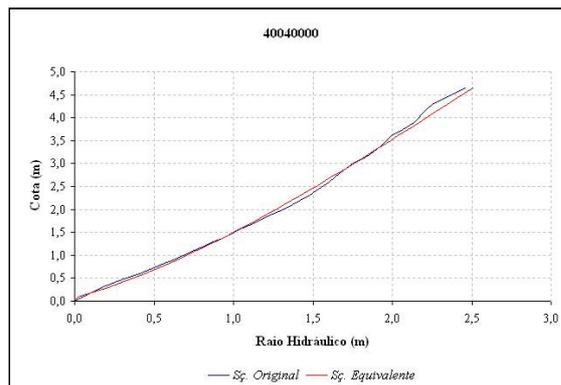
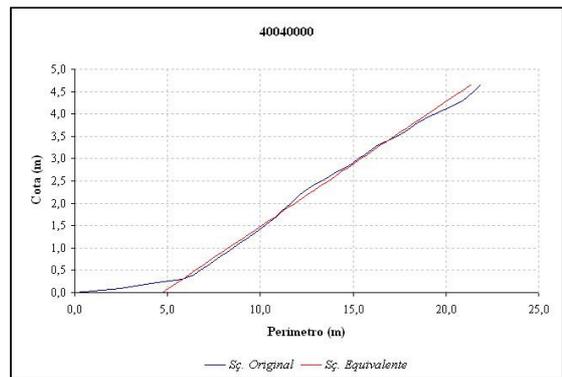
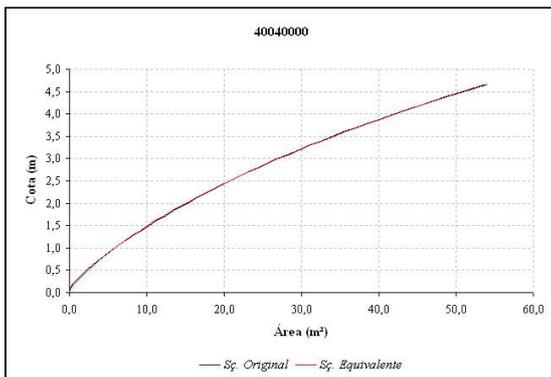
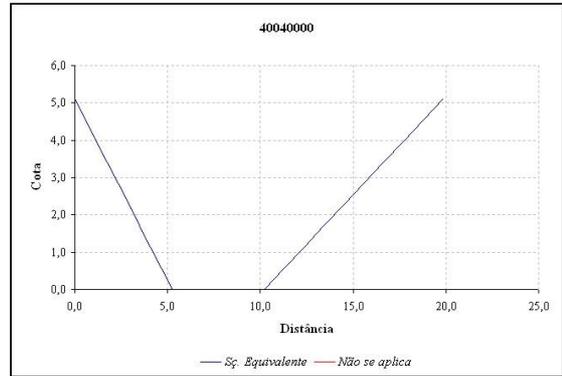
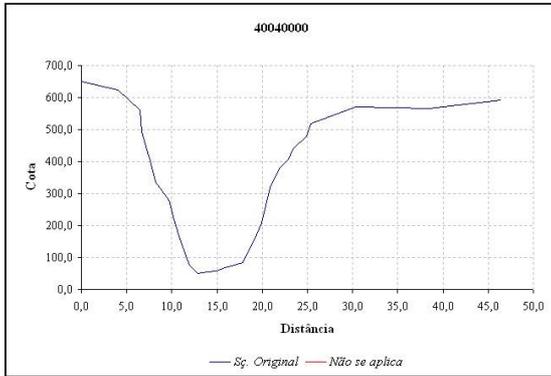
ESTAÇÃO 40032000



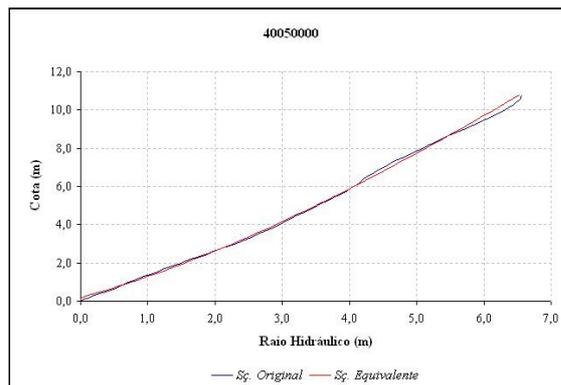
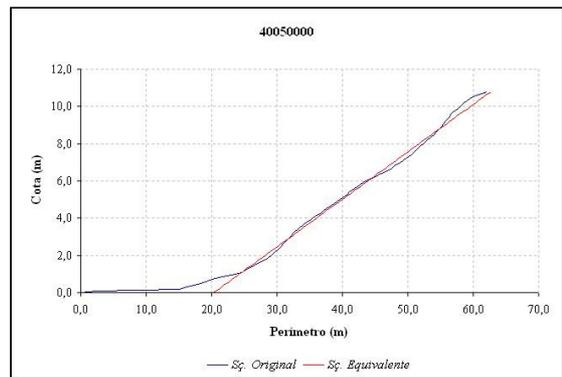
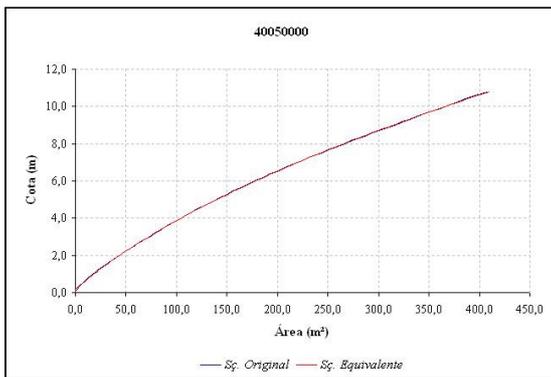
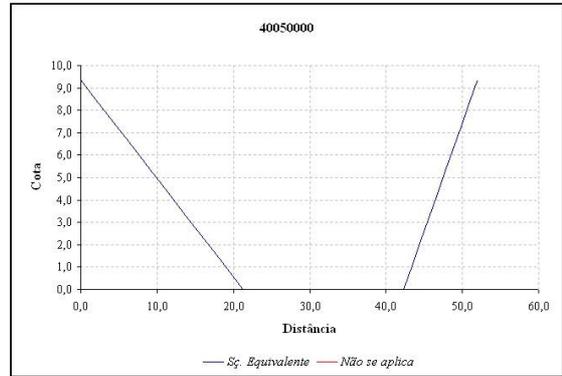
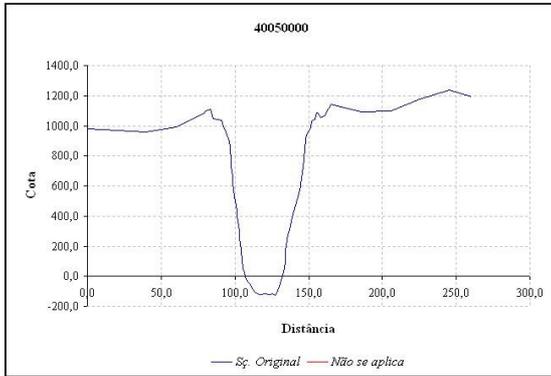
ESTAÇÃO 40037000



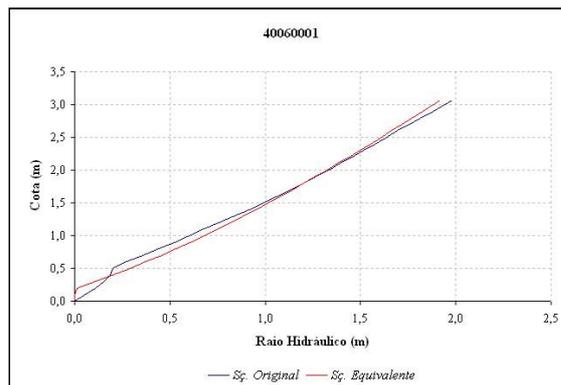
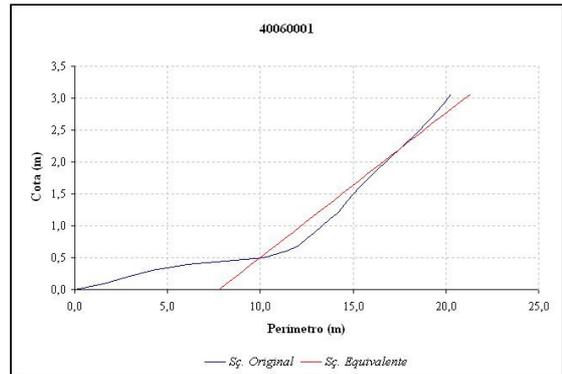
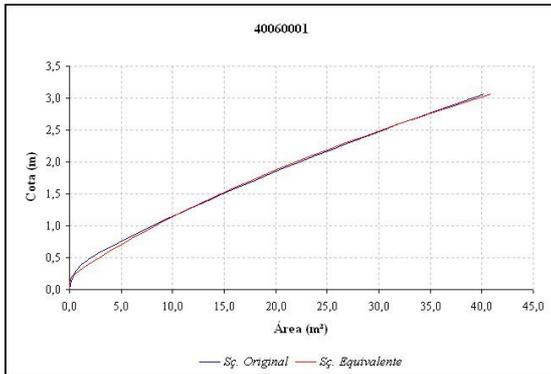
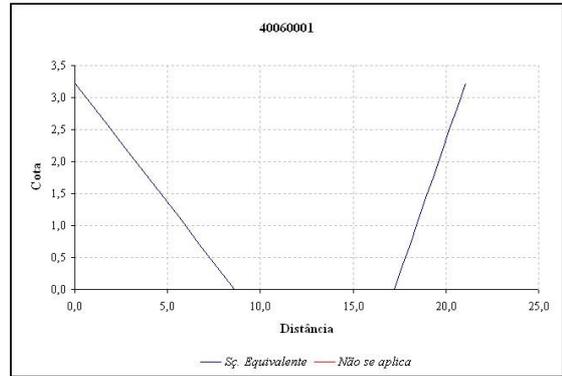
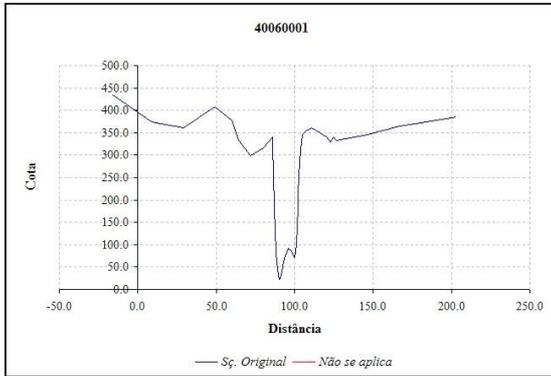
ESTAÇÃO 40040000



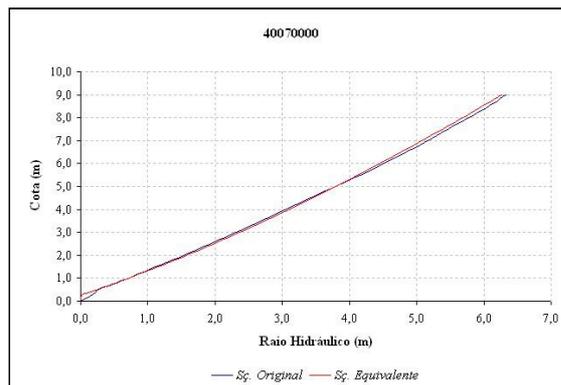
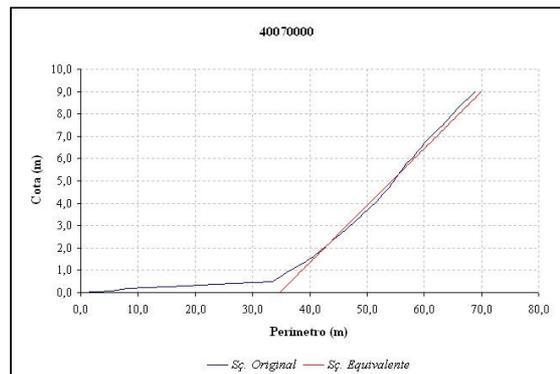
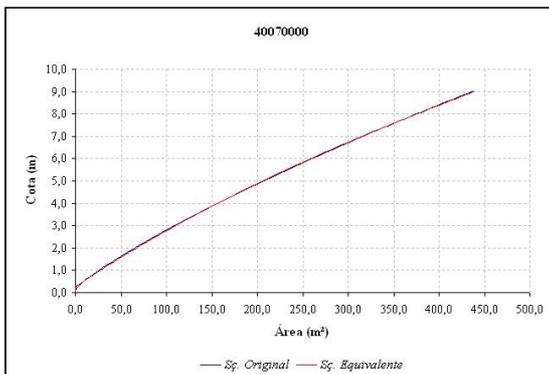
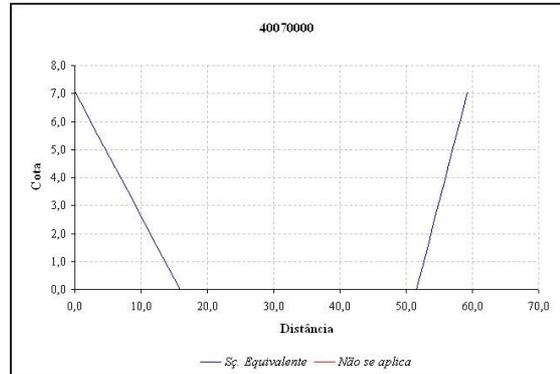
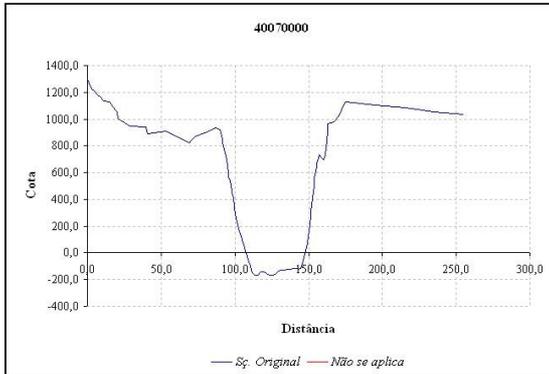
ESTAÇÃO 40050000



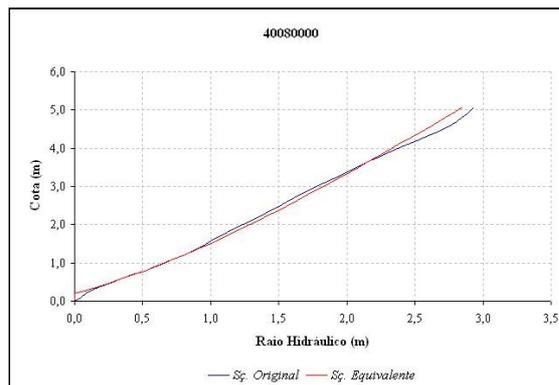
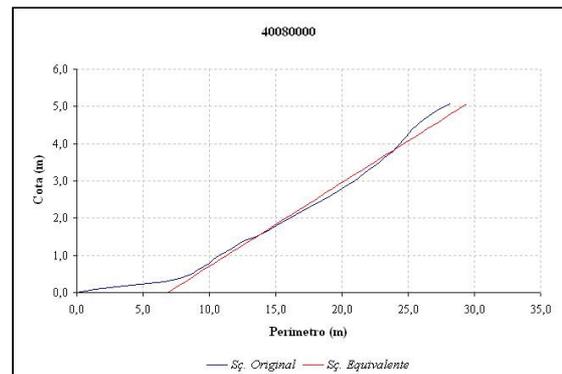
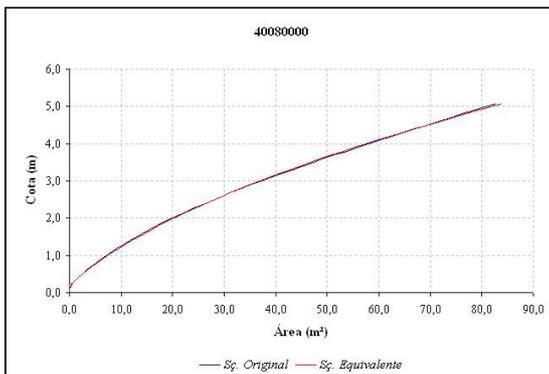
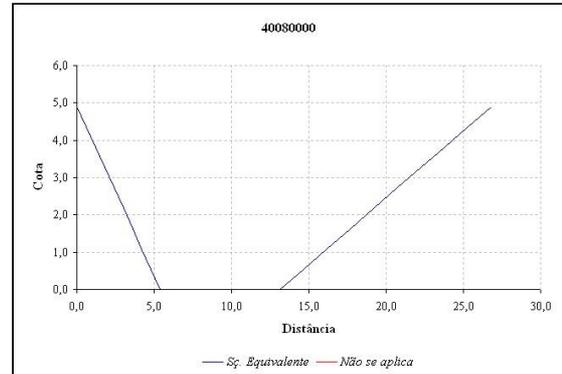
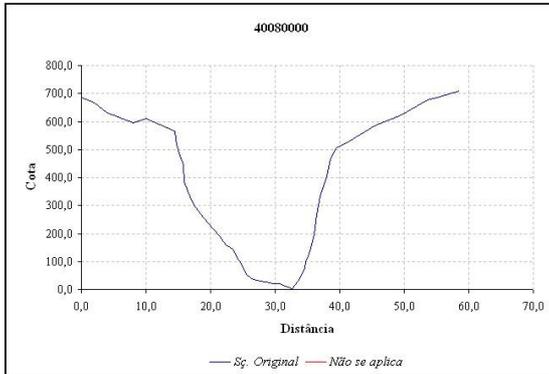
ESTAÇÃO 40060001



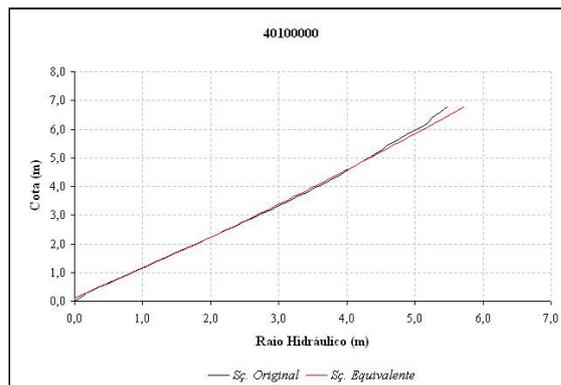
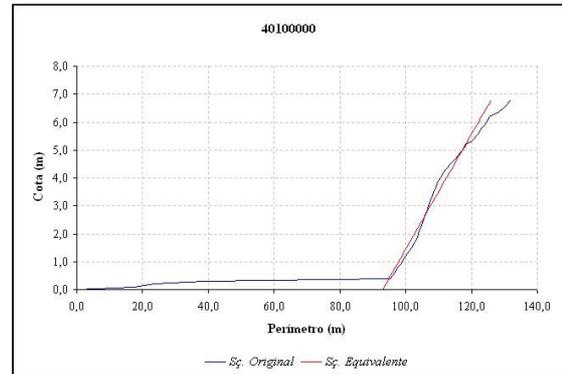
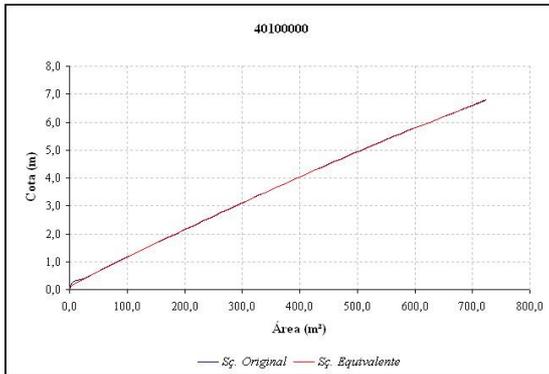
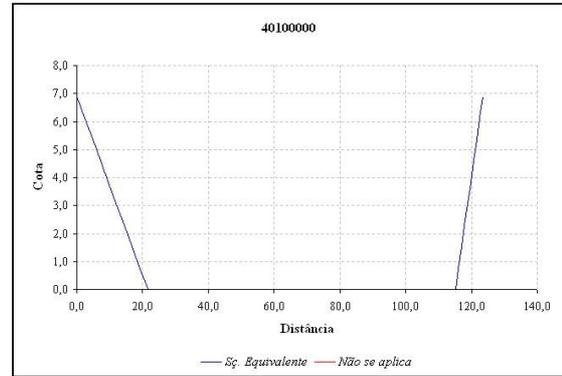
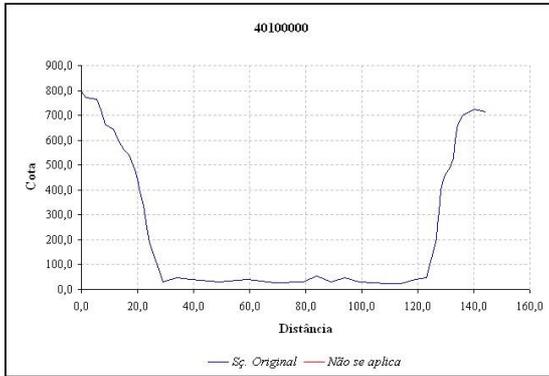
ESTAÇÃO 40070000



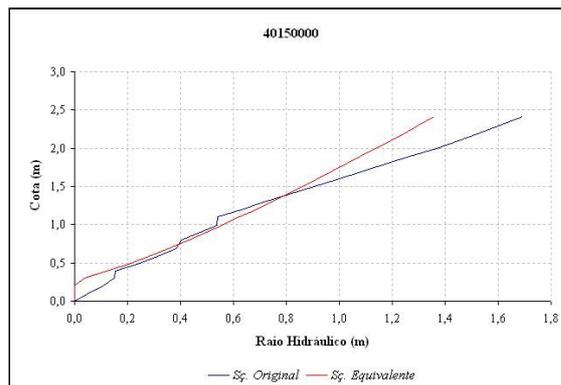
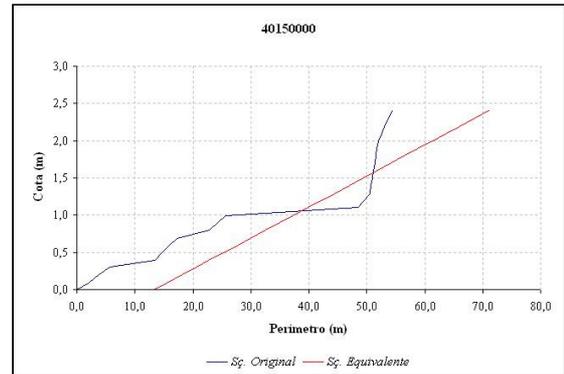
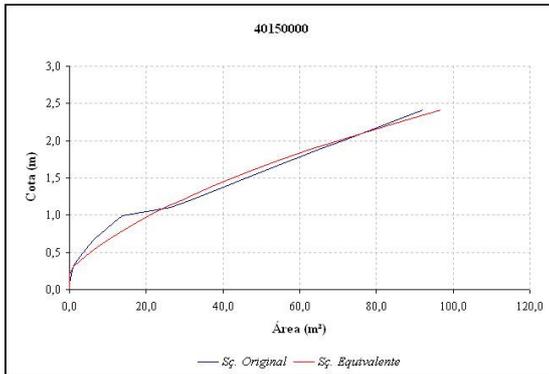
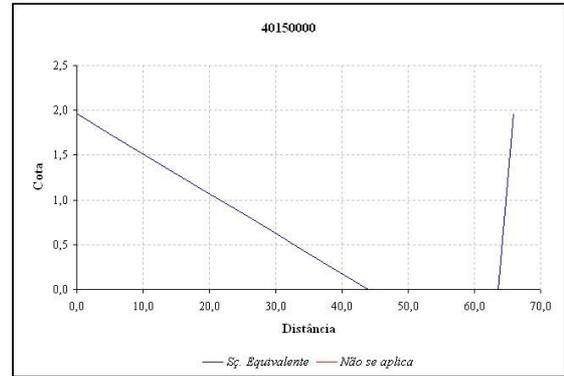
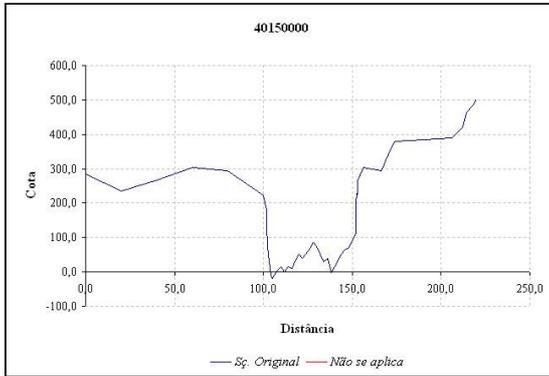
ESTAÇÃO 40080000



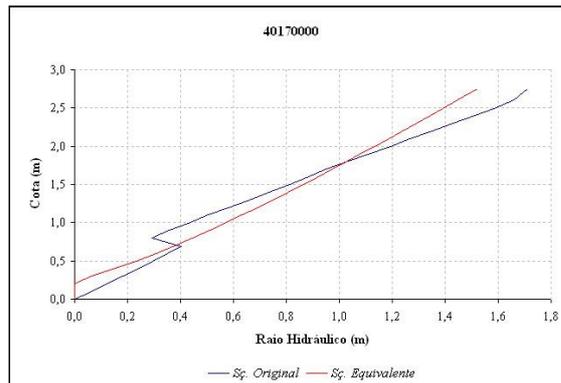
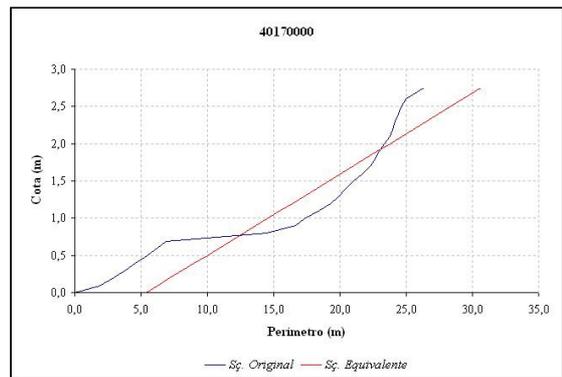
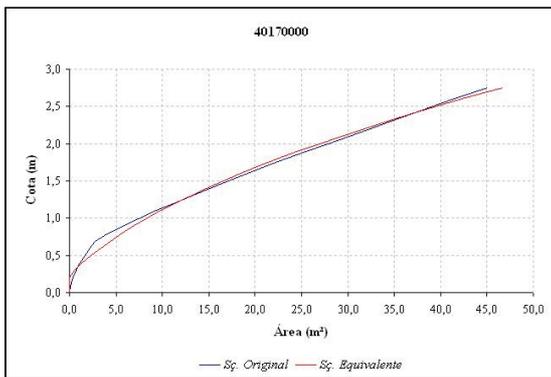
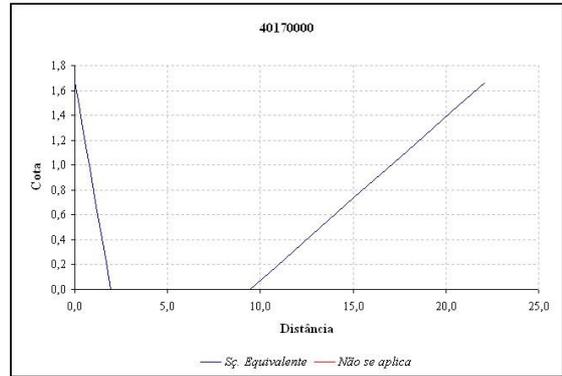
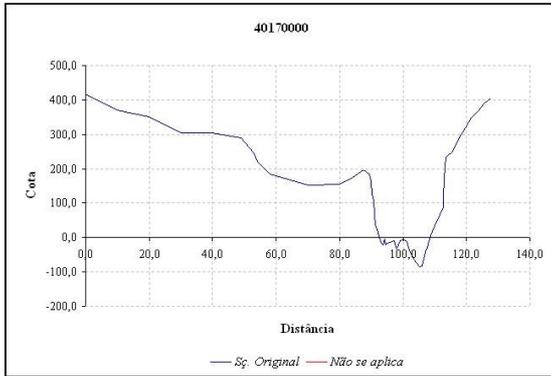
ESTAÇÃO 40100000



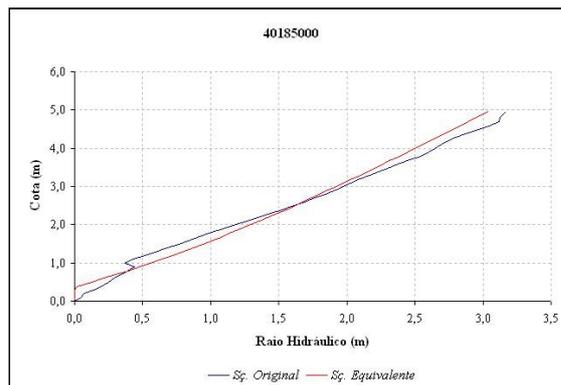
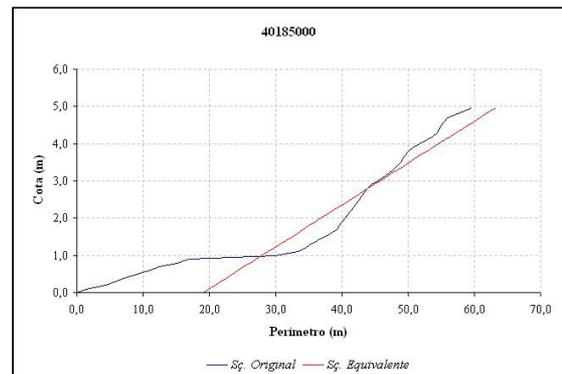
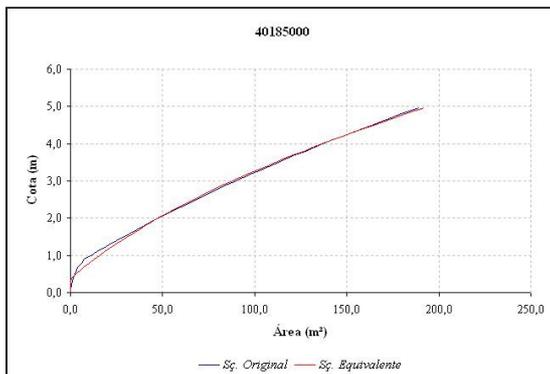
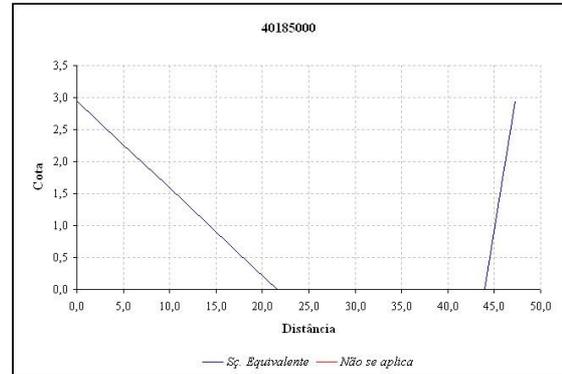
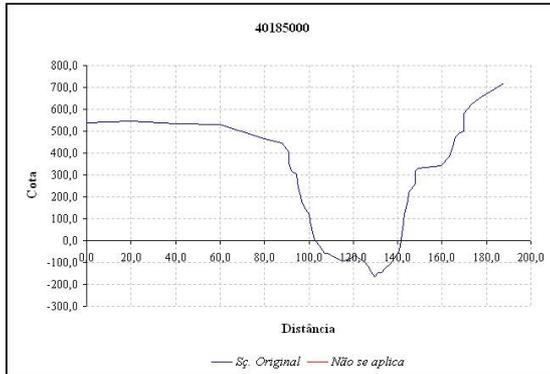
ESTAÇÃO 40150000



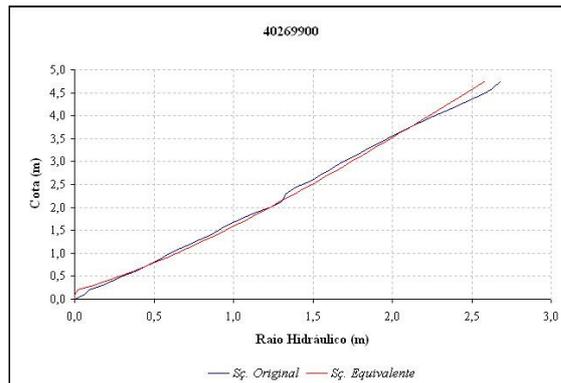
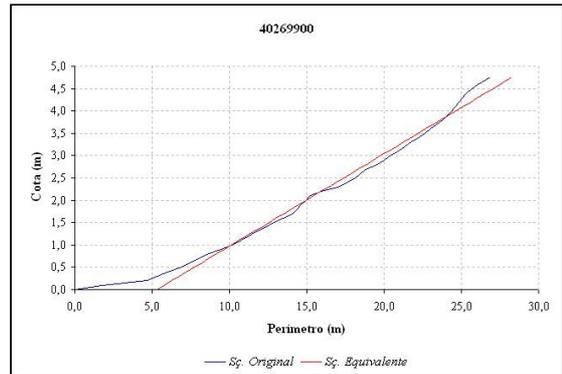
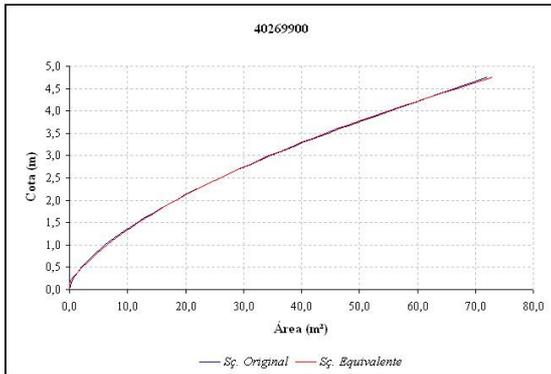
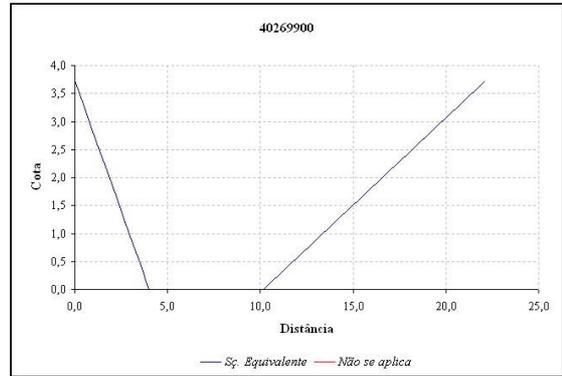
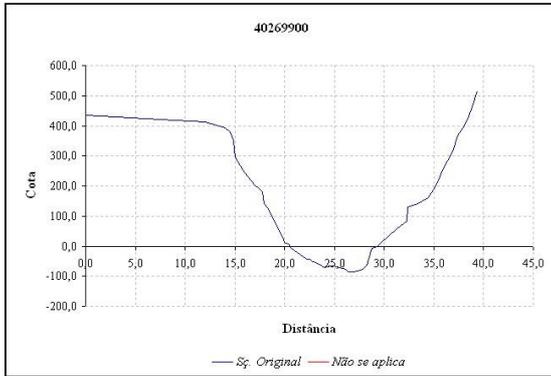
ESTAÇÃO 40170000



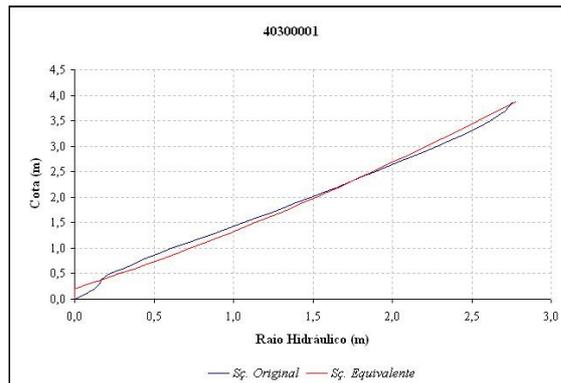
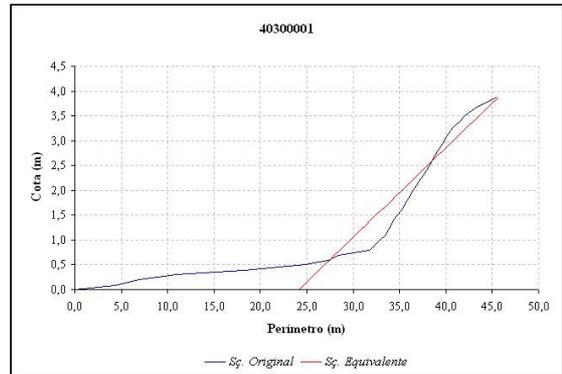
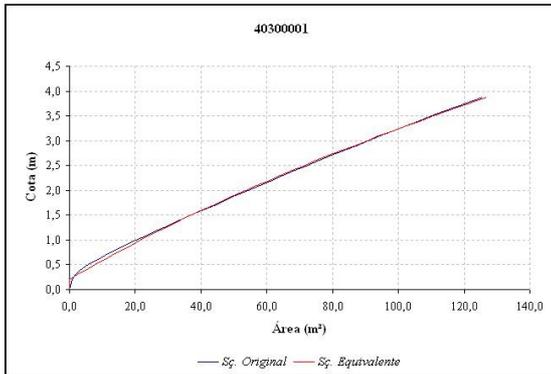
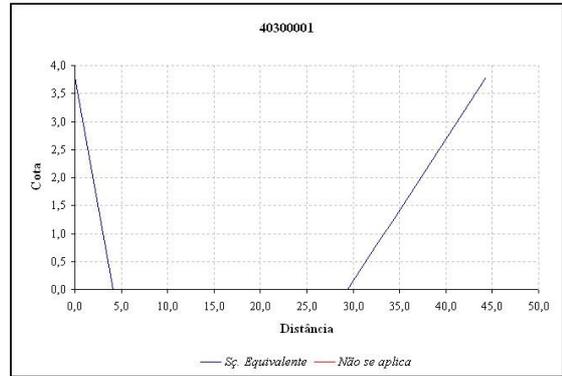
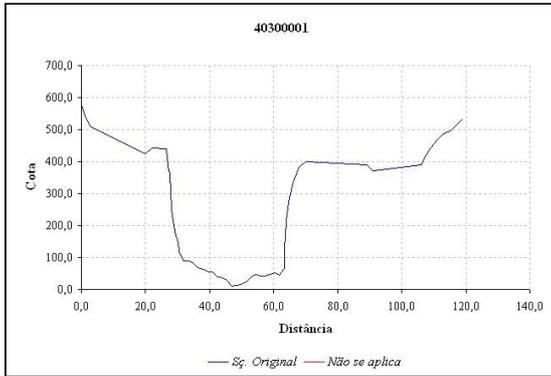
ESTAÇÃO 40185000



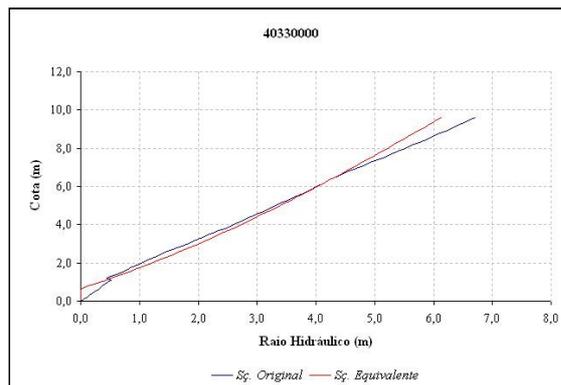
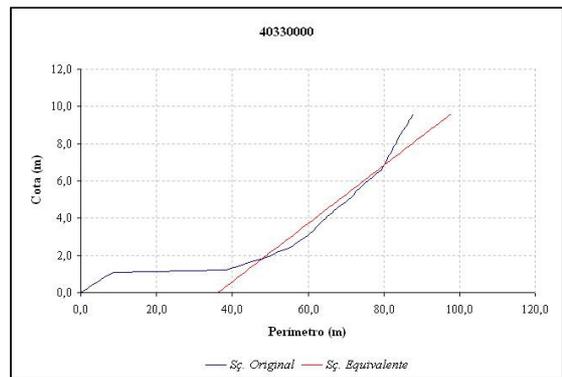
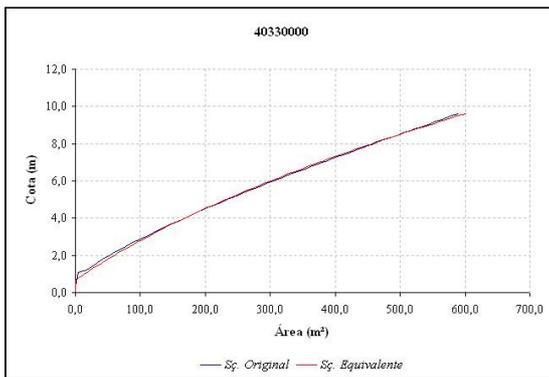
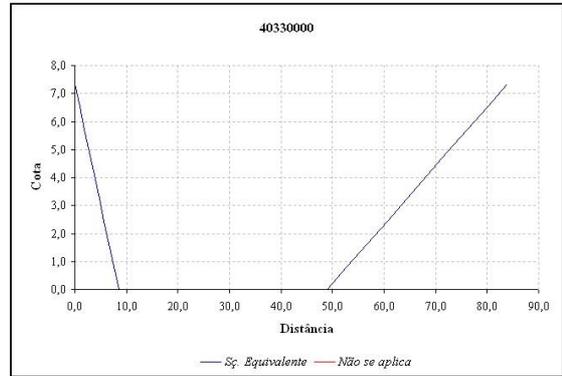
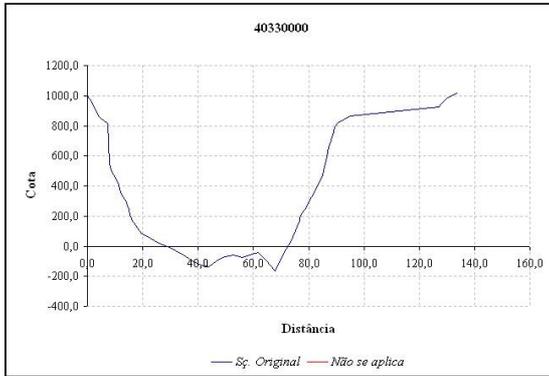
ESTAÇÃO 40269900



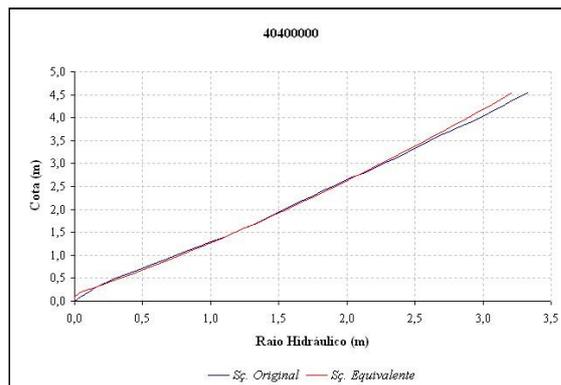
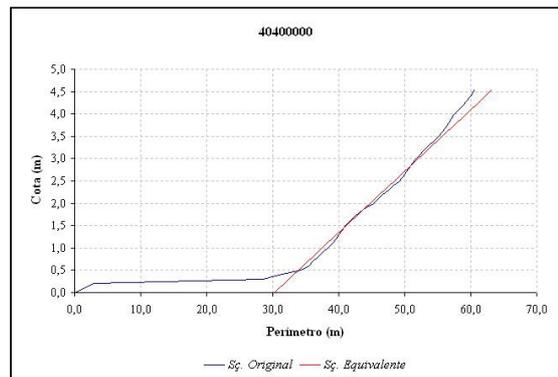
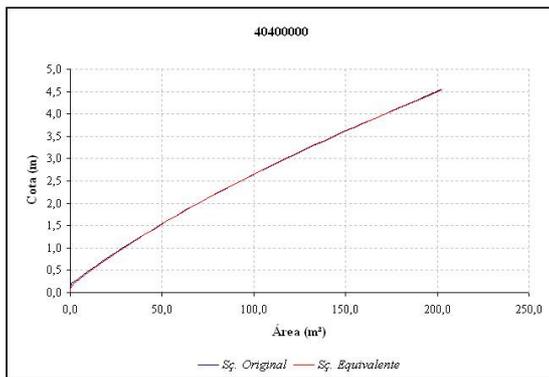
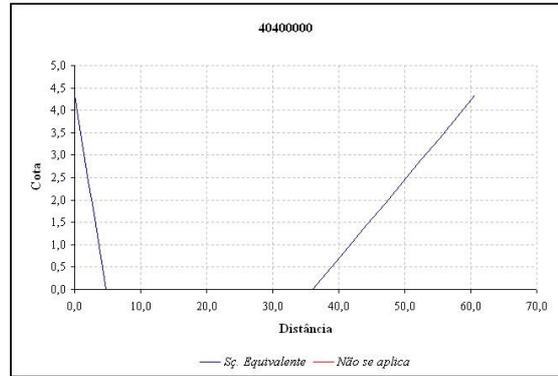
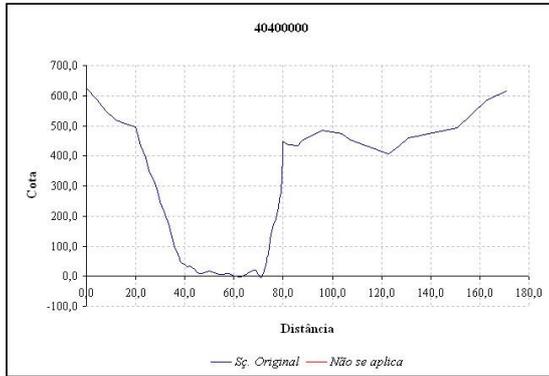
ESTAÇÃO 40300001



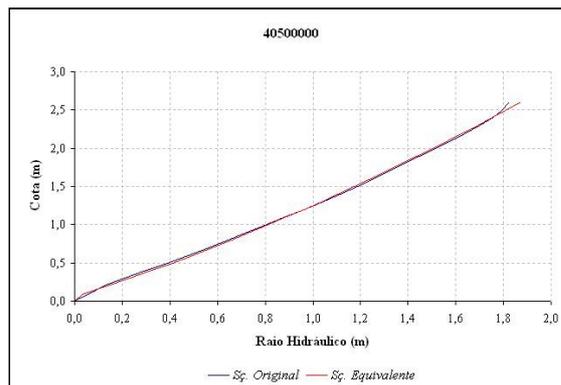
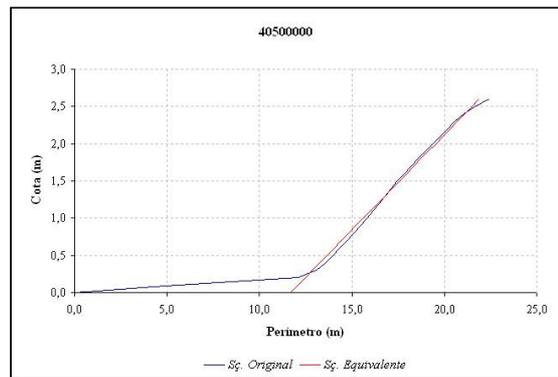
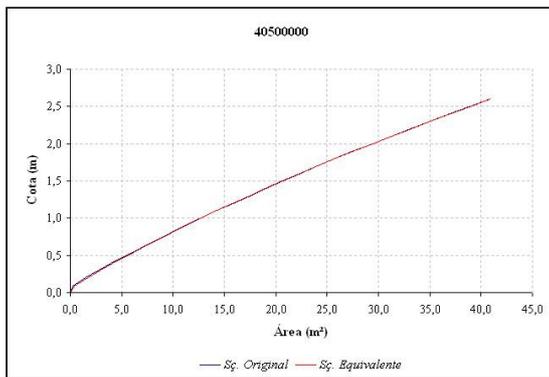
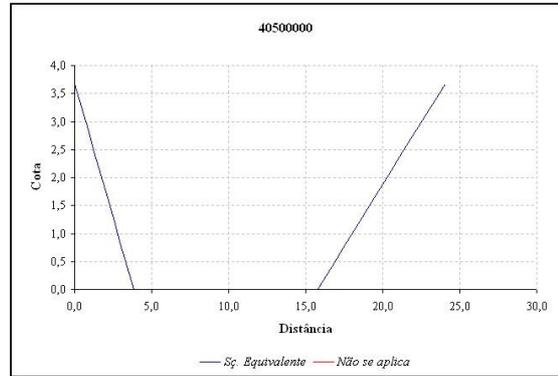
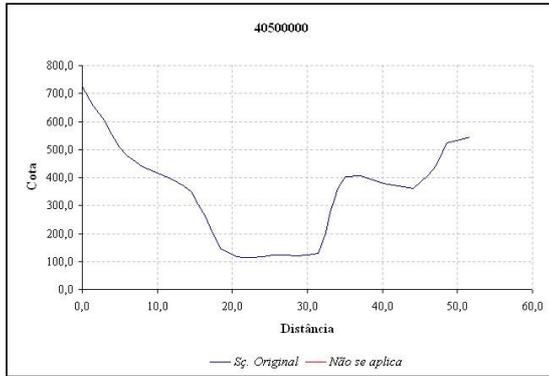
ESTAÇÃO 40330000



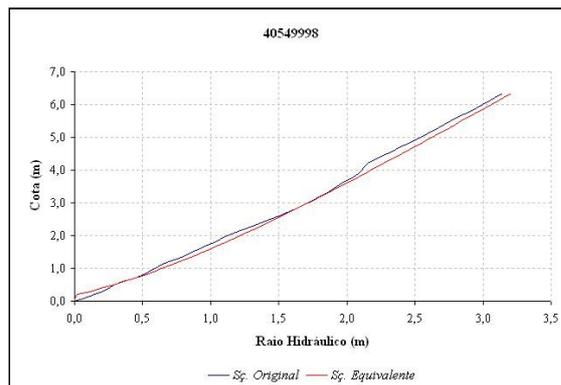
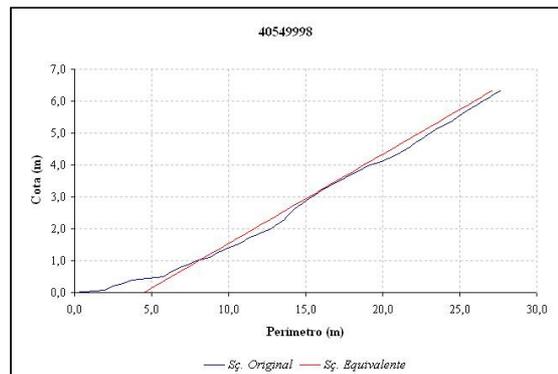
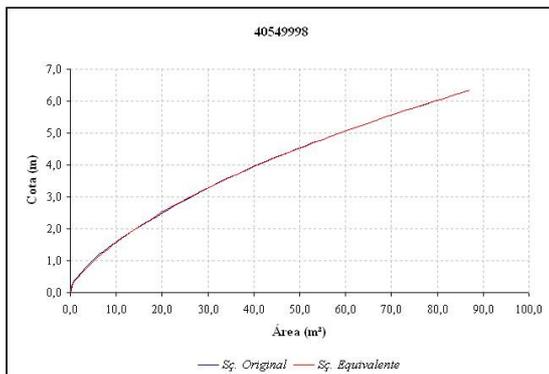
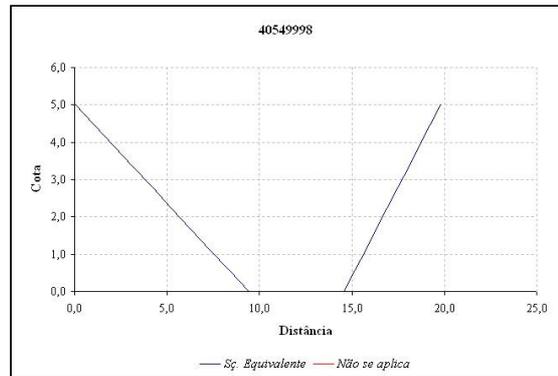
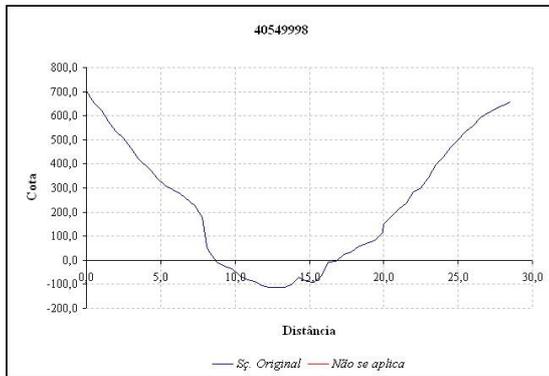
ESTAÇÃO 40400000



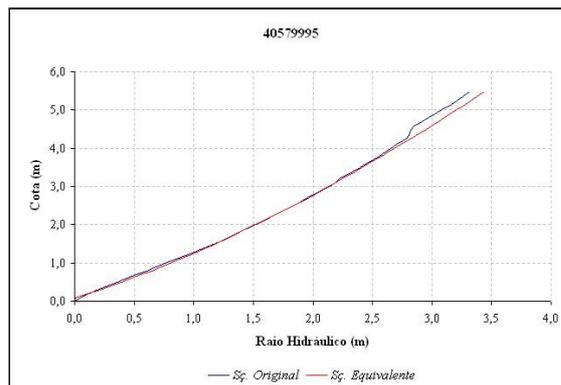
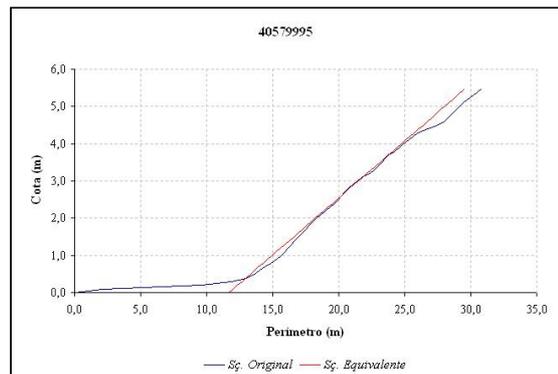
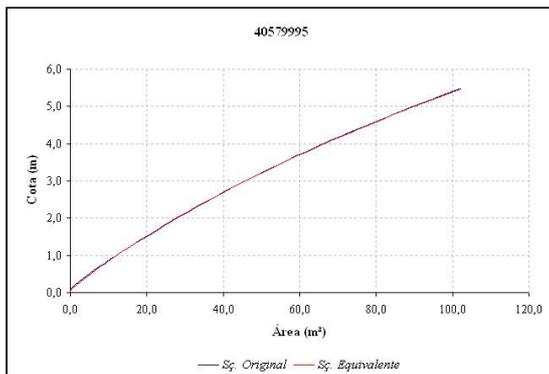
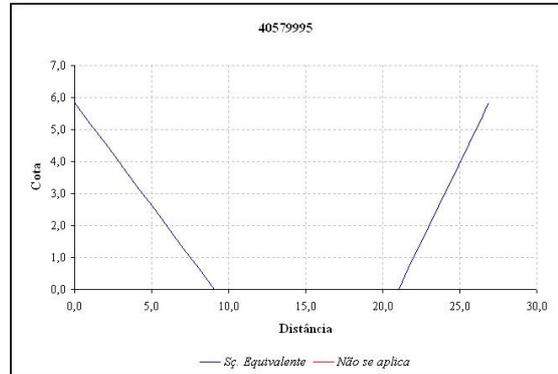
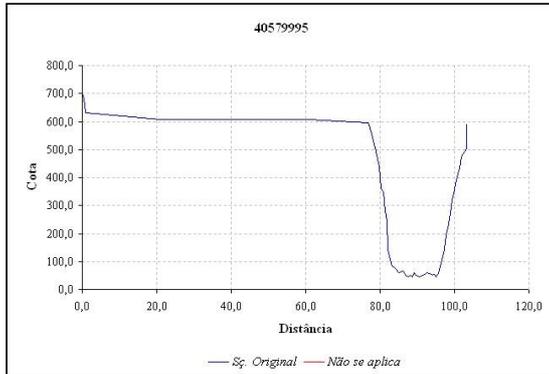
ESTAÇÃO 40500000



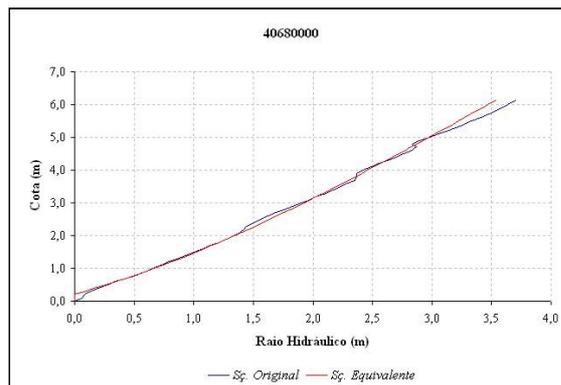
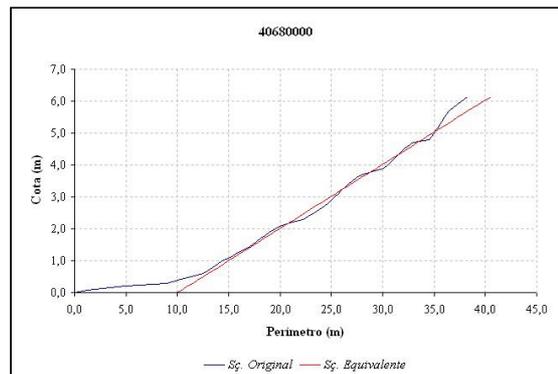
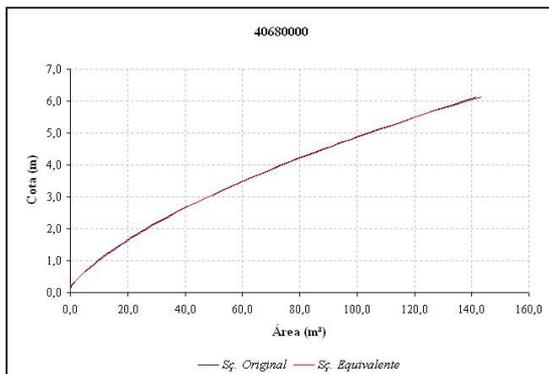
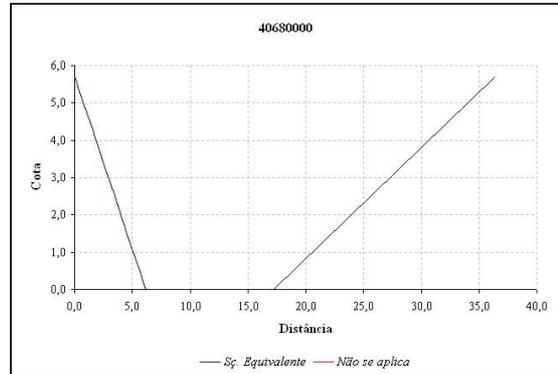
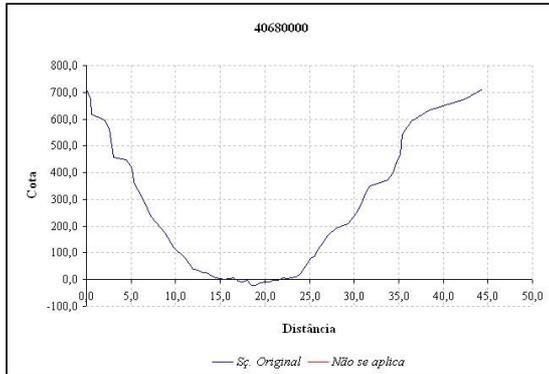
ESTAÇÃO 40549998



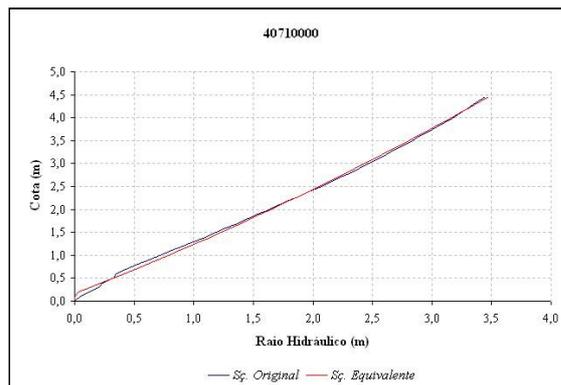
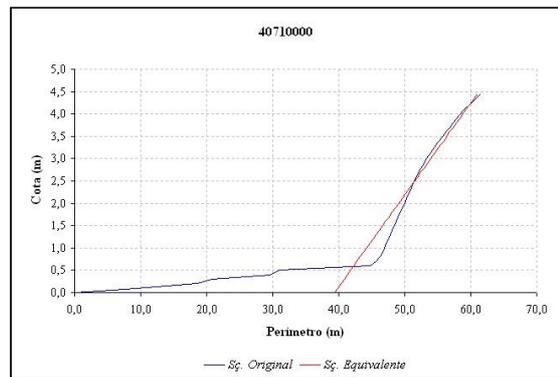
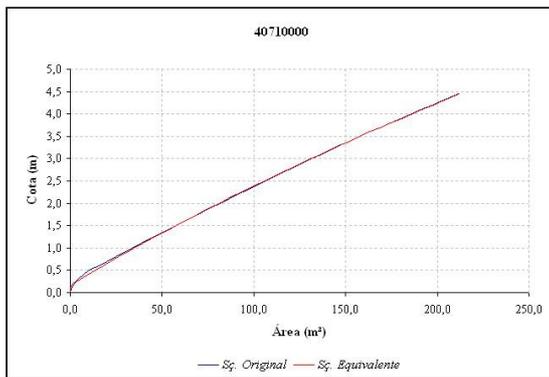
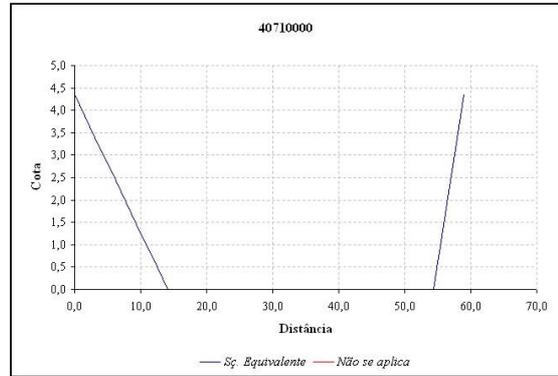
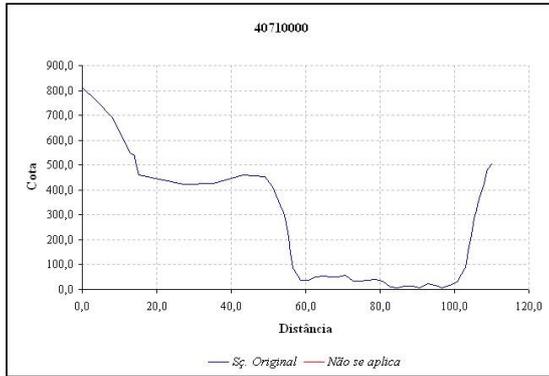
ESTAÇÃO 40579995



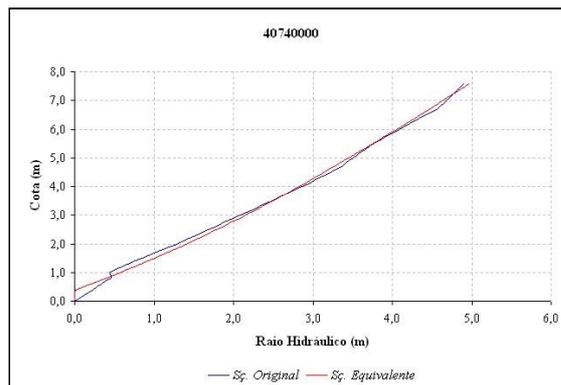
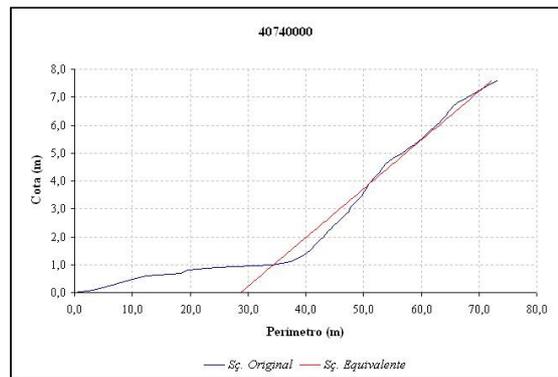
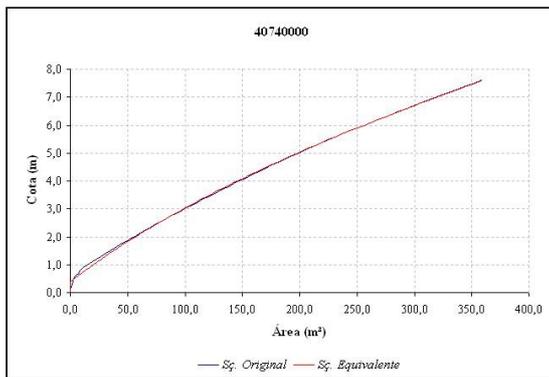
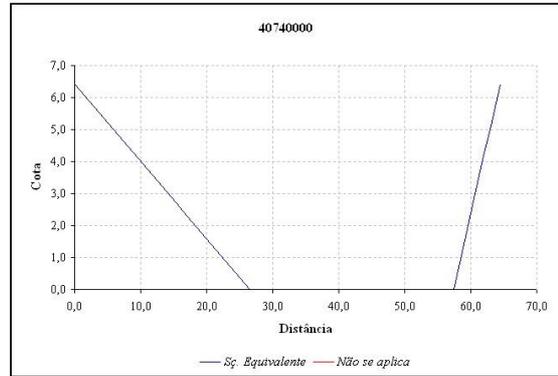
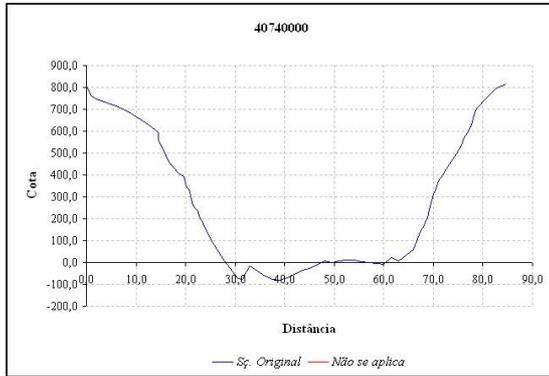
ESTAÇÃO 40680000



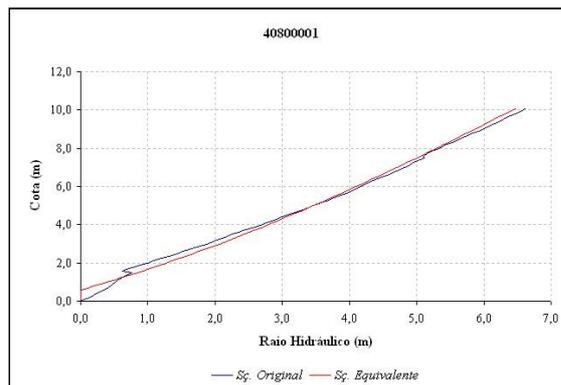
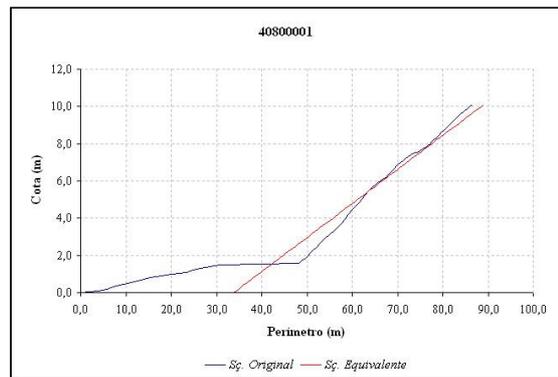
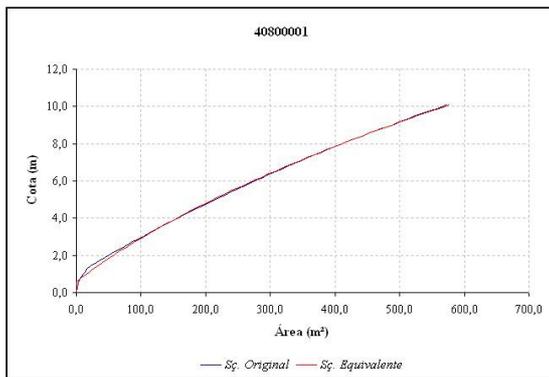
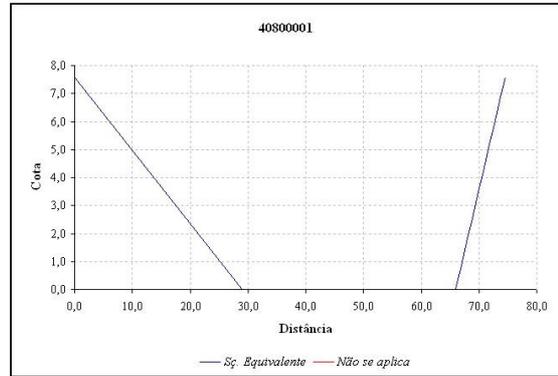
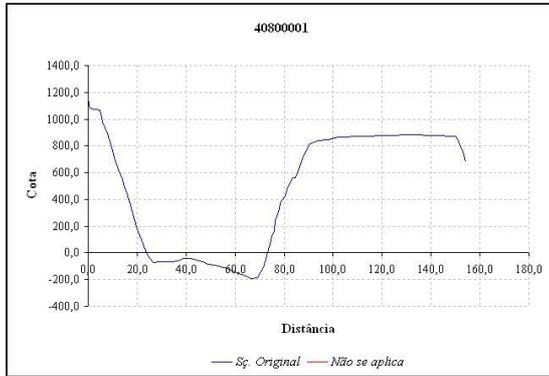
ESTAÇÃO 40710000



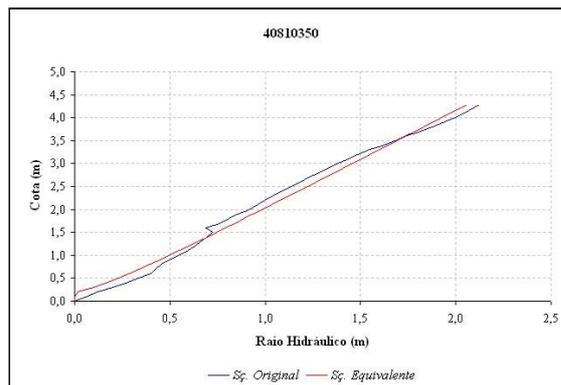
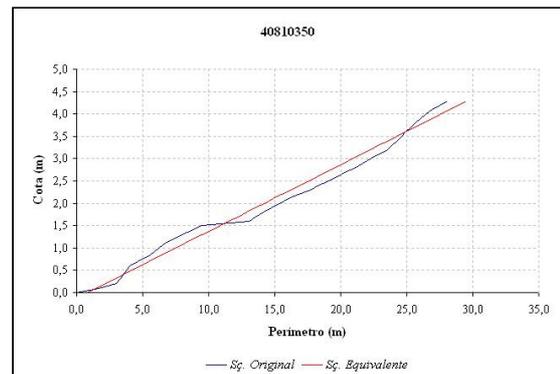
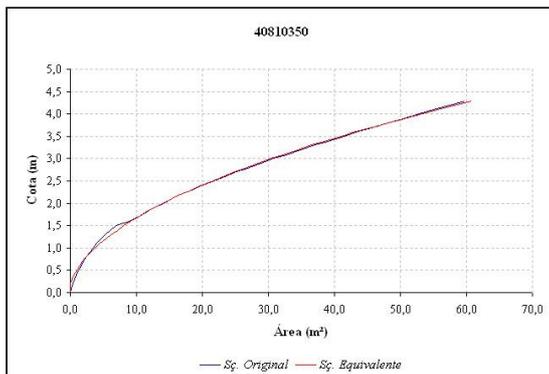
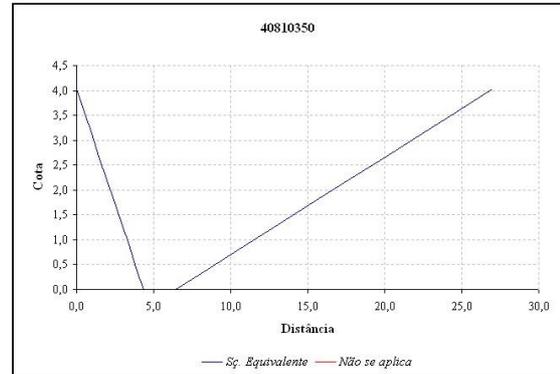
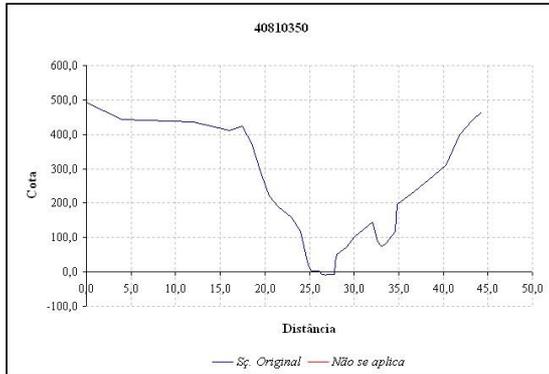
ESTAÇÃO 40740000



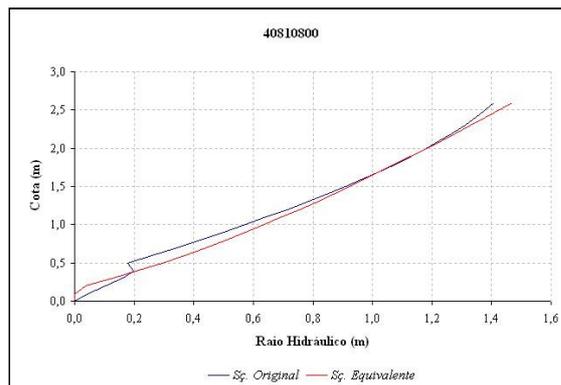
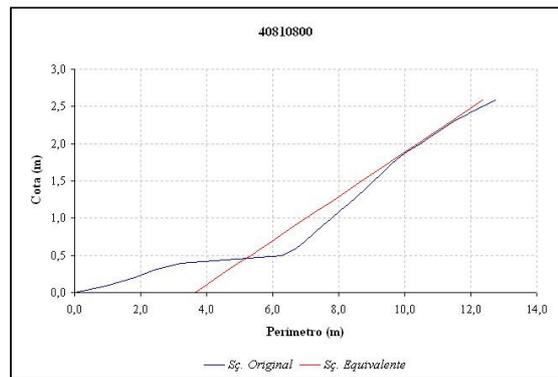
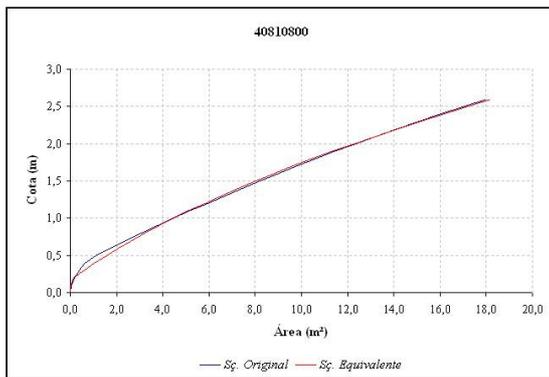
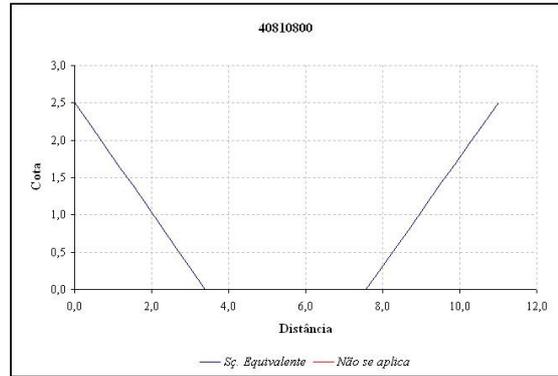
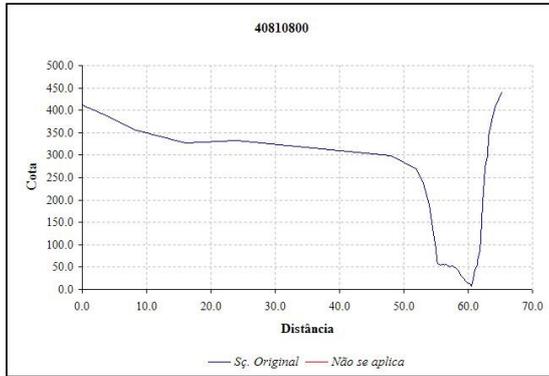
ESTAÇÃO 40800001



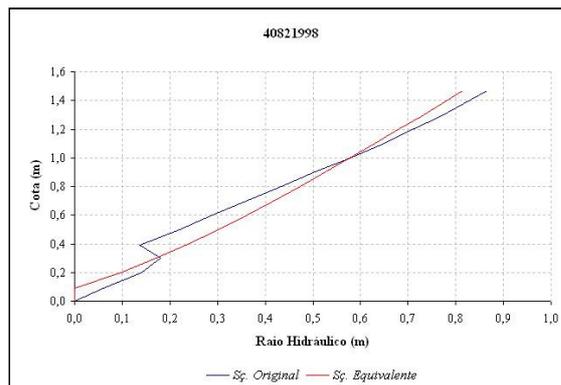
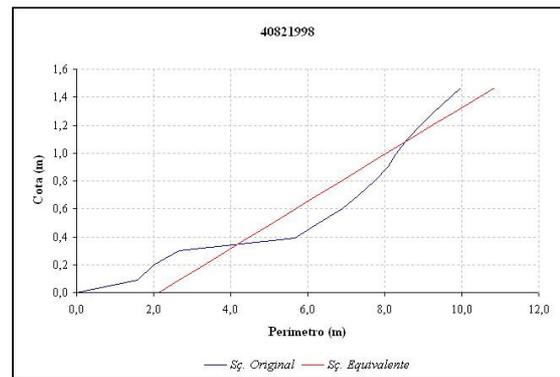
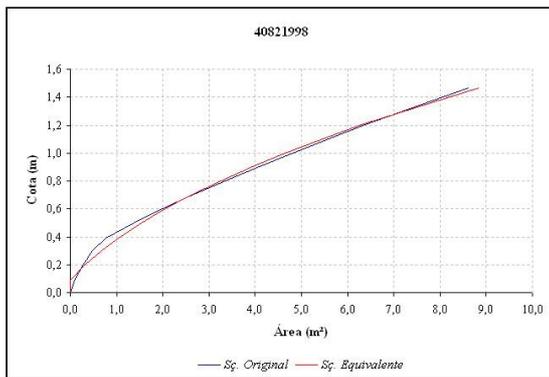
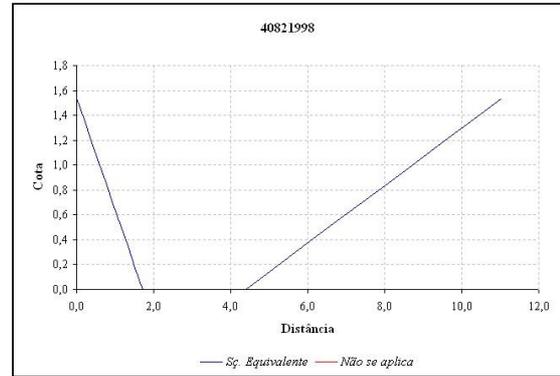
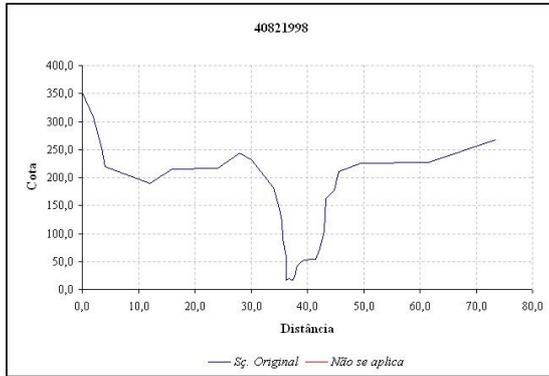
ESTAÇÃO 40810350



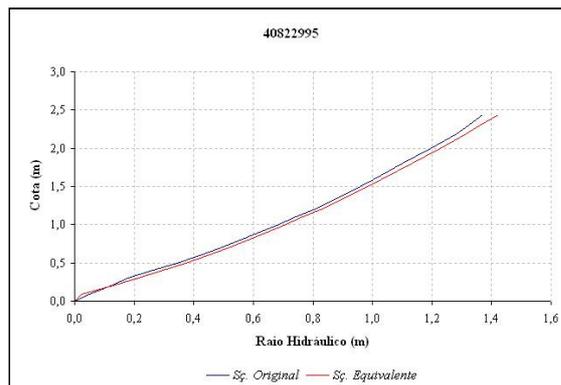
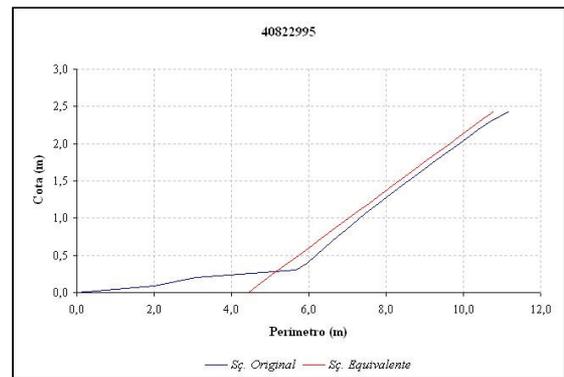
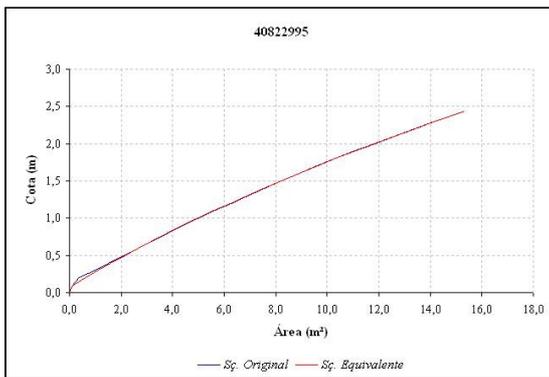
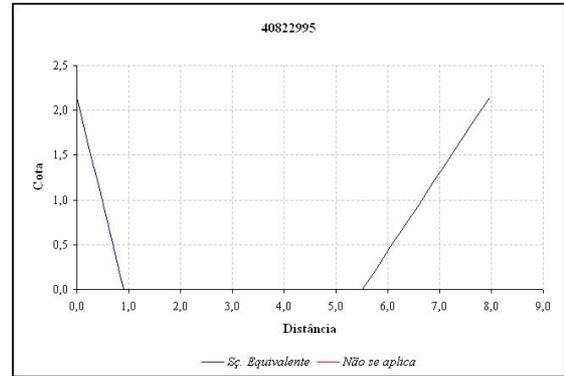
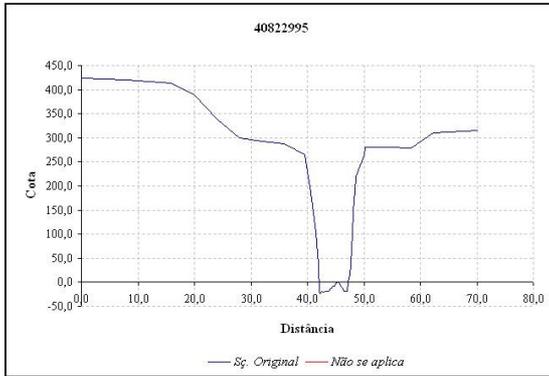
ESTAÇÃO 40810800



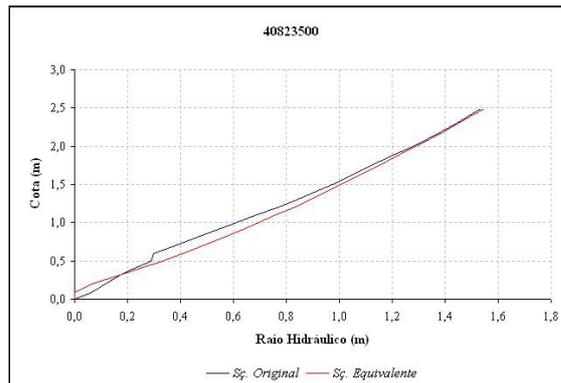
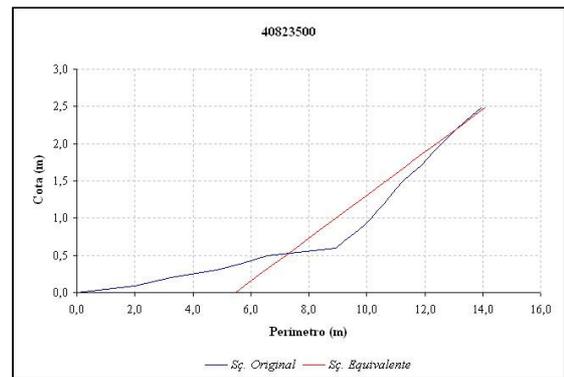
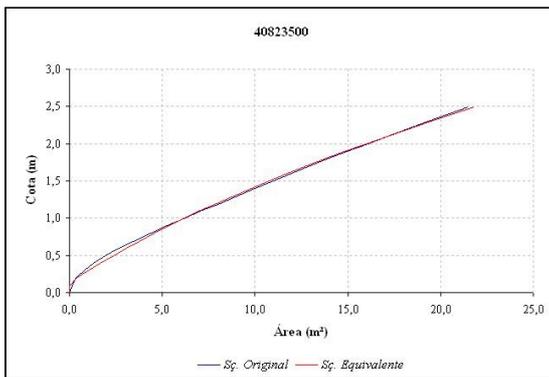
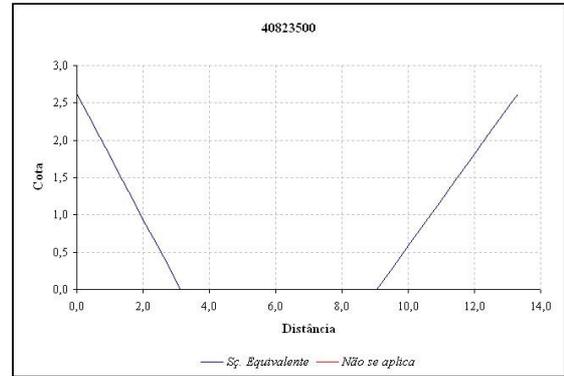
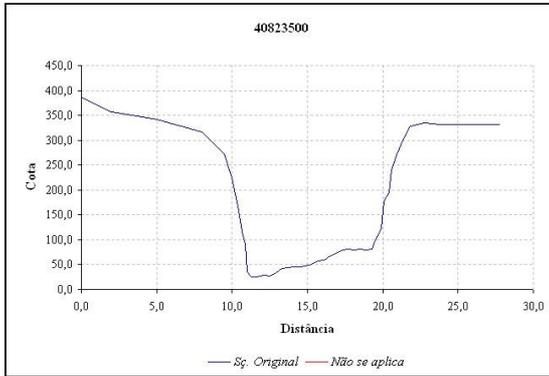
ESTAÇÃO 40821998



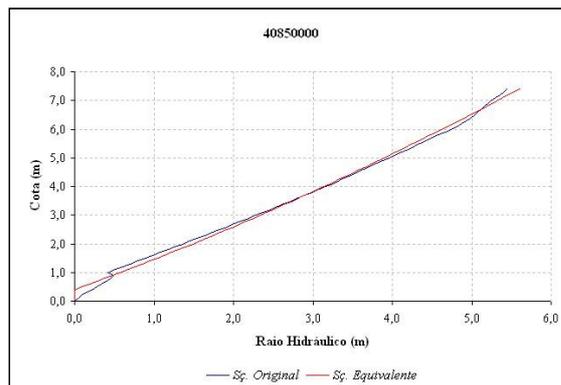
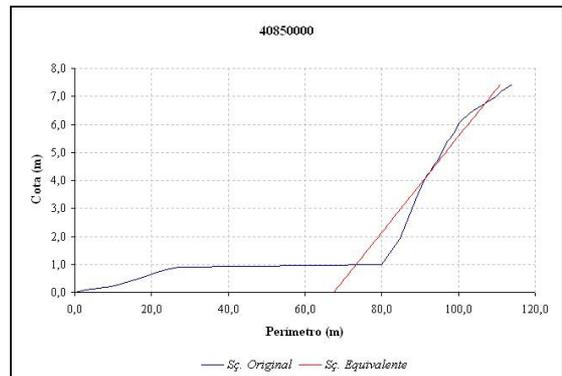
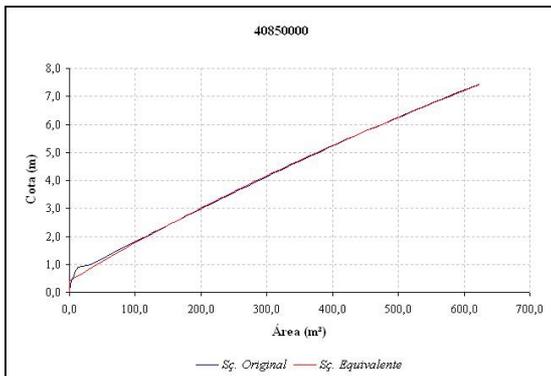
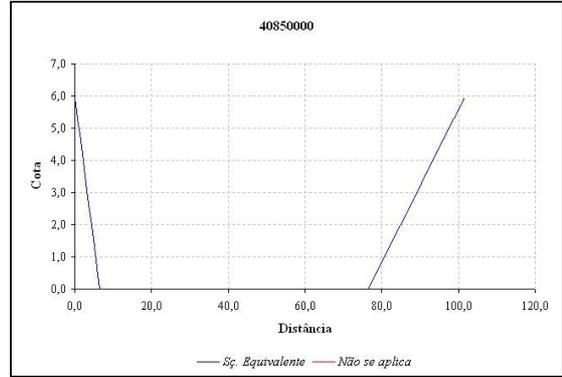
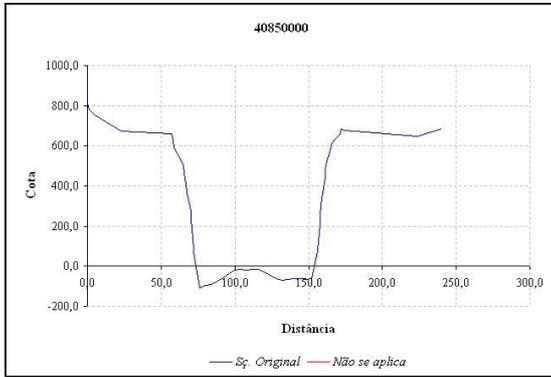
ESTAÇÃO 40822995



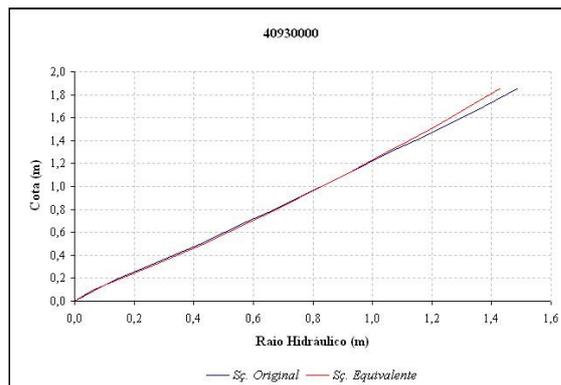
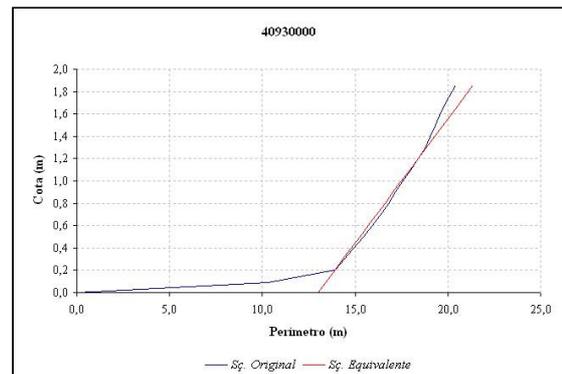
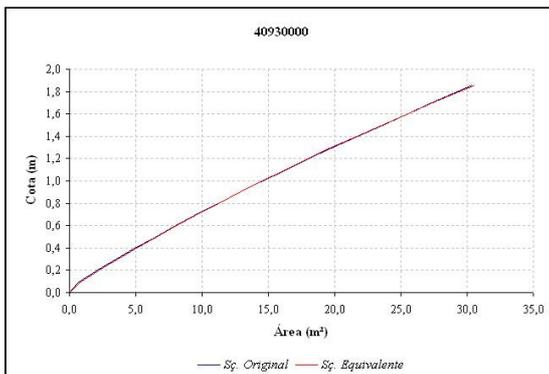
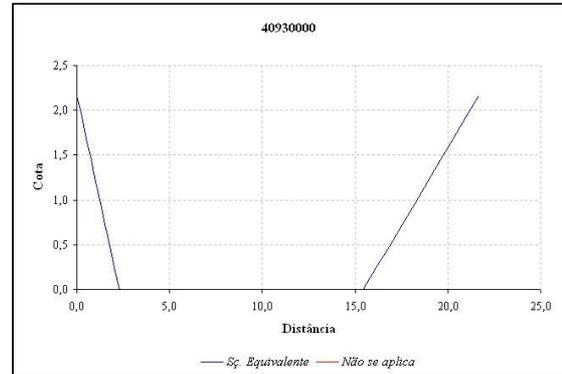
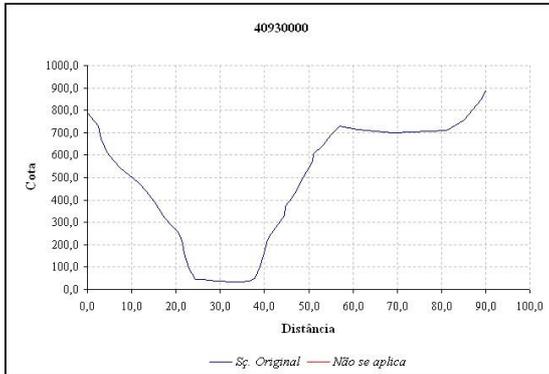
ESTAÇÃO 40823500



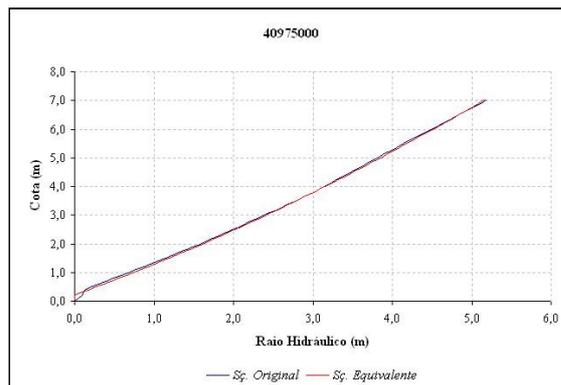
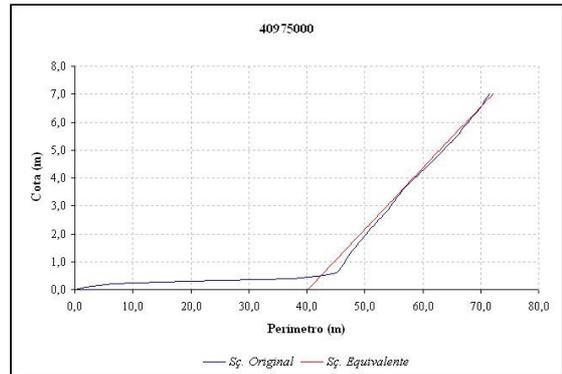
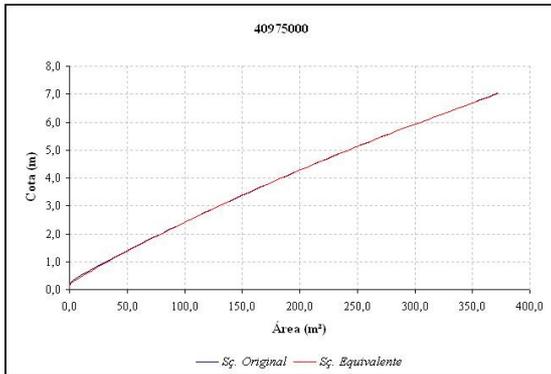
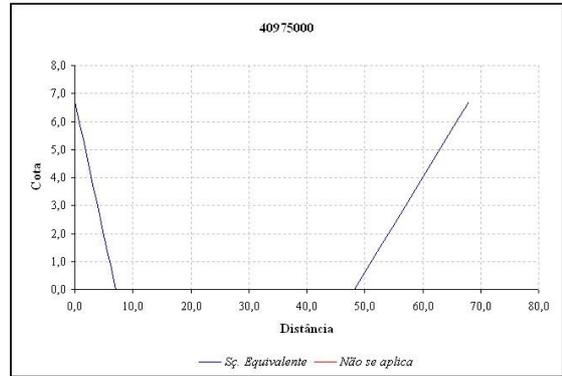
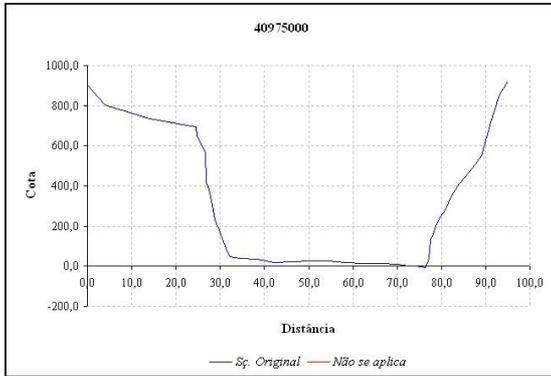
ESTAÇÃO 40850000



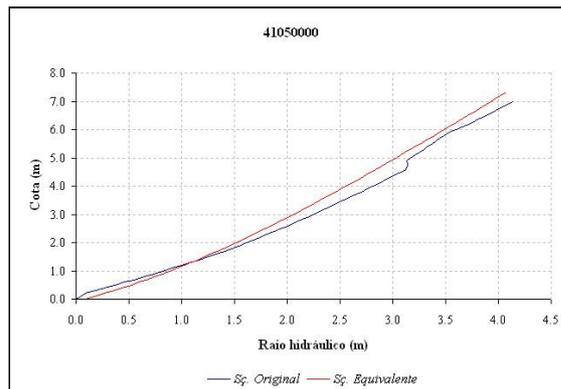
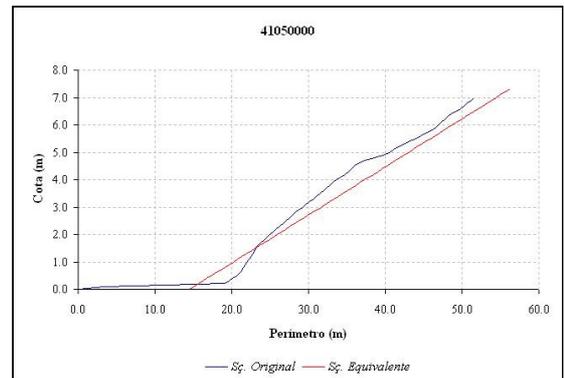
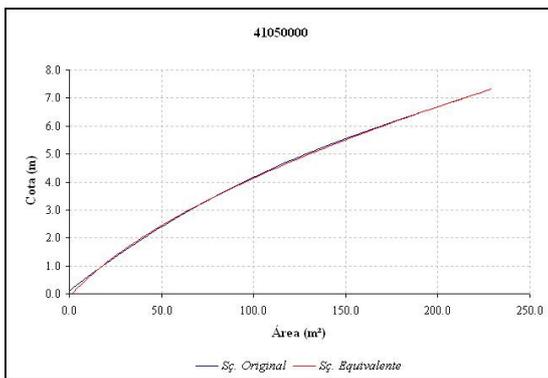
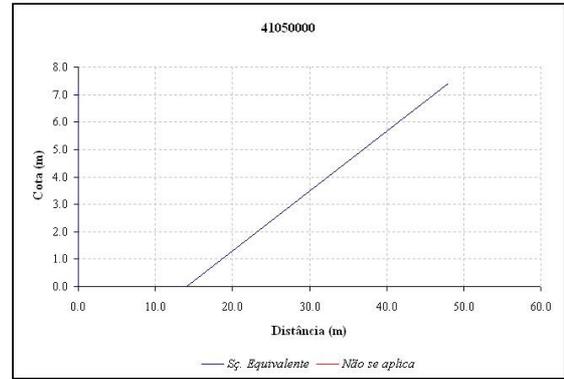
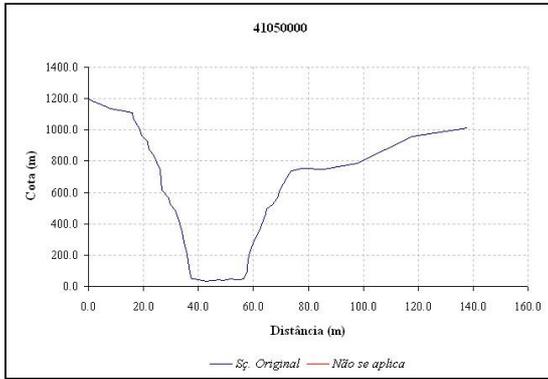
ESTAÇÃO 40930000



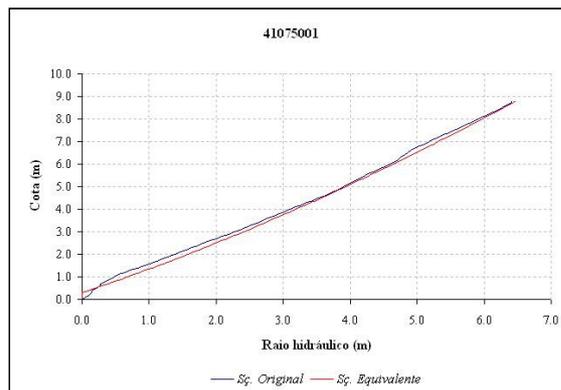
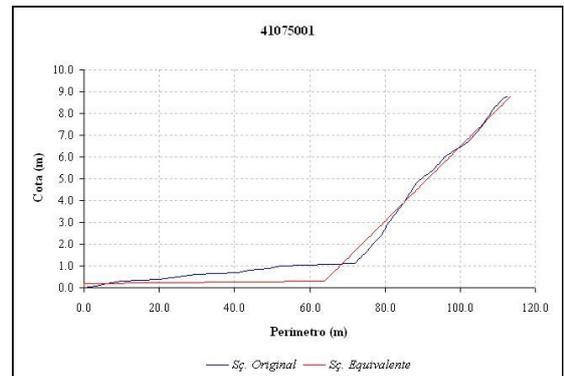
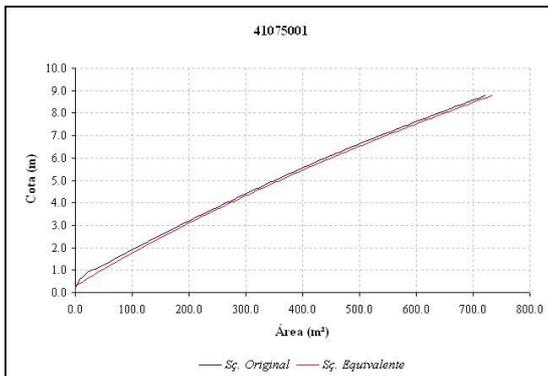
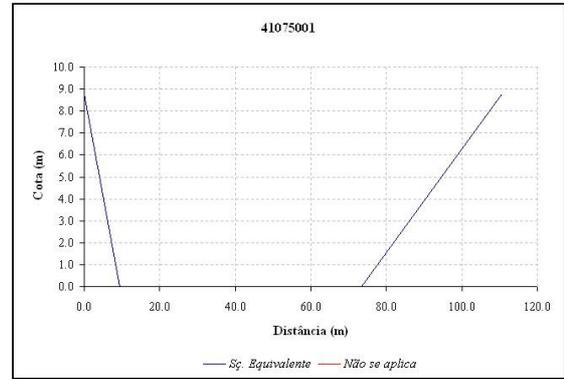
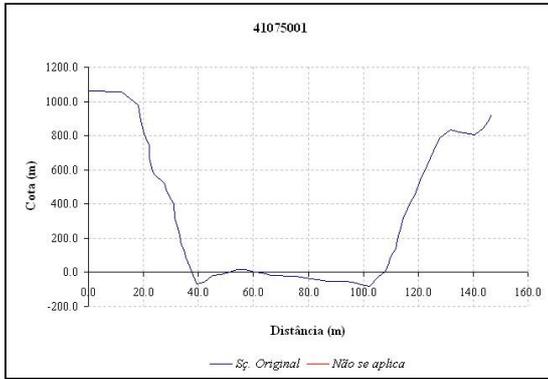
ESTAÇÃO 40975000



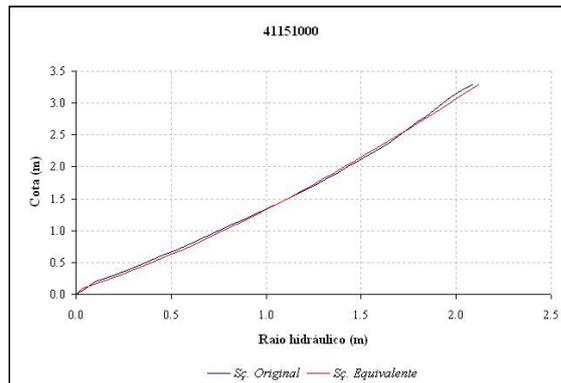
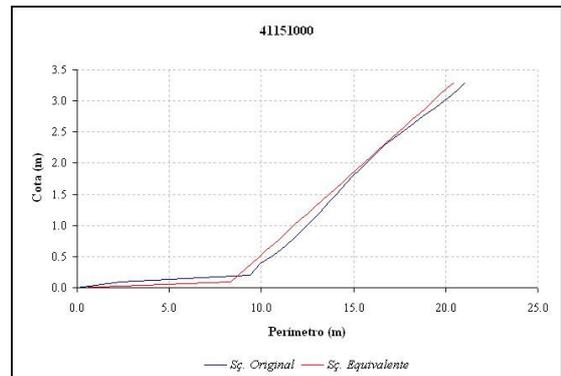
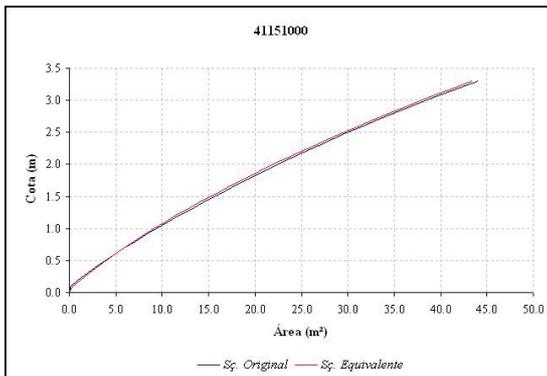
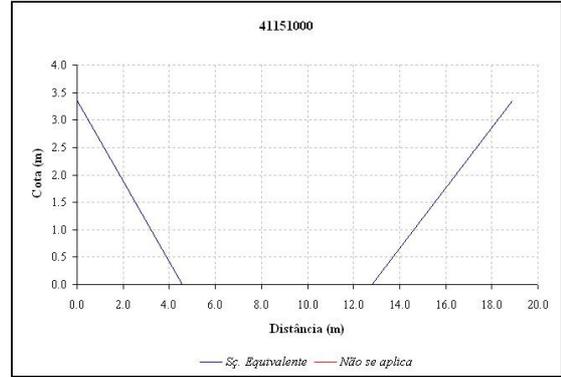
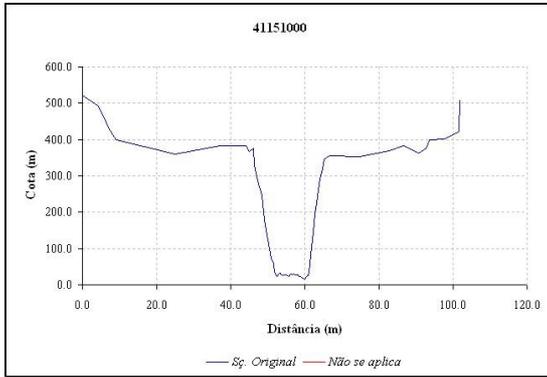
ESTAÇÃO 41050000



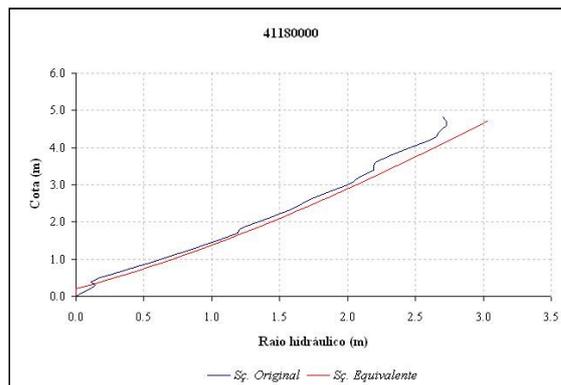
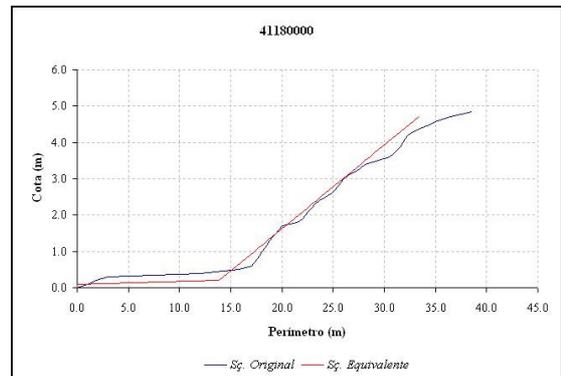
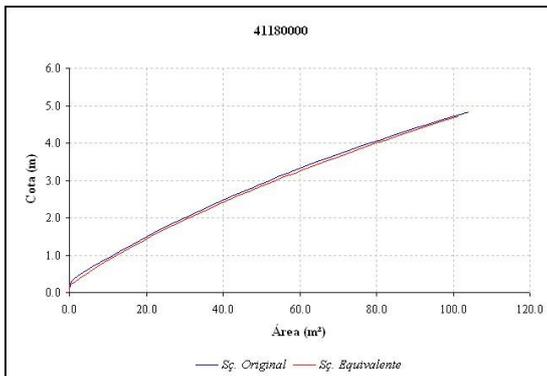
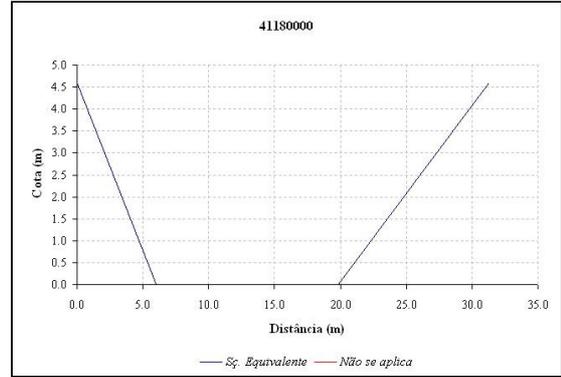
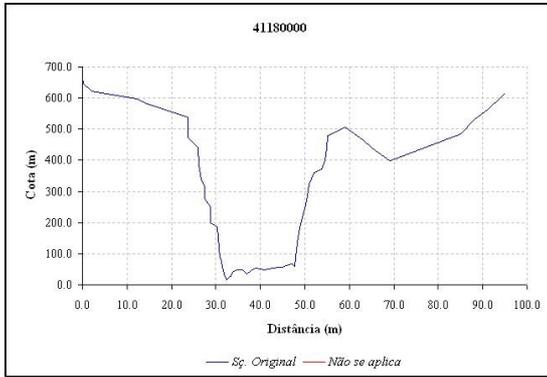
ESTAÇÃO 41075001



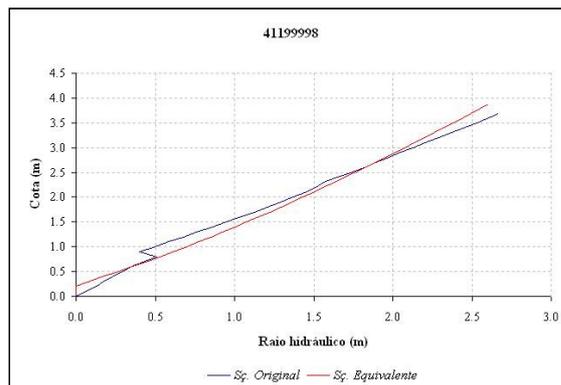
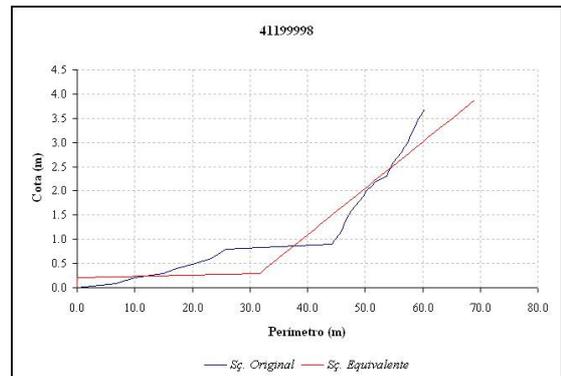
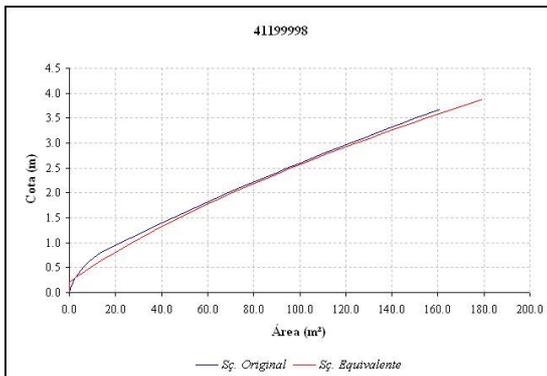
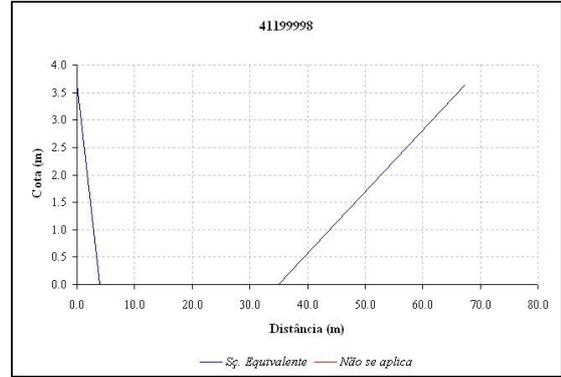
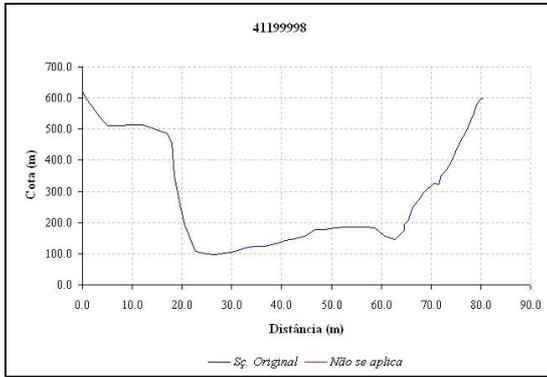
ESTAÇÃO 41151000



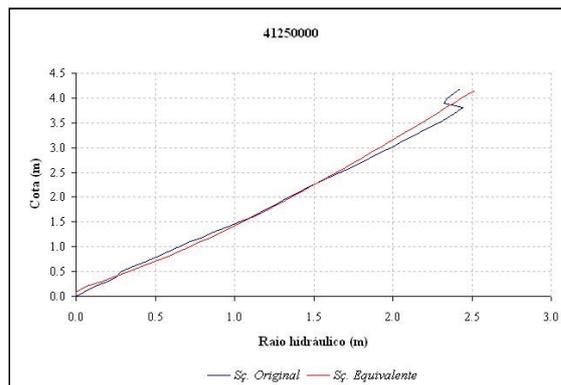
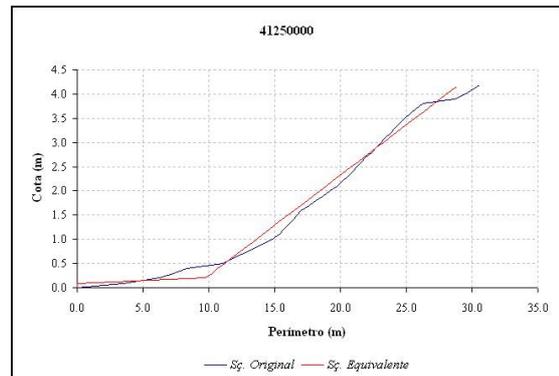
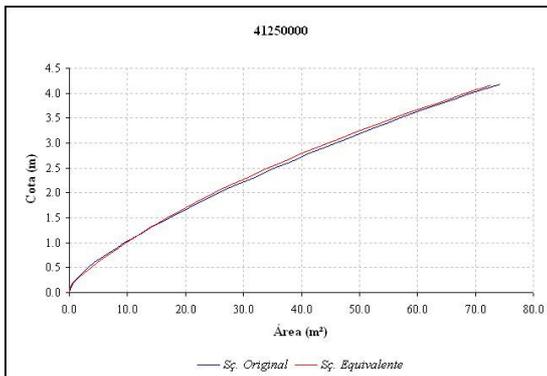
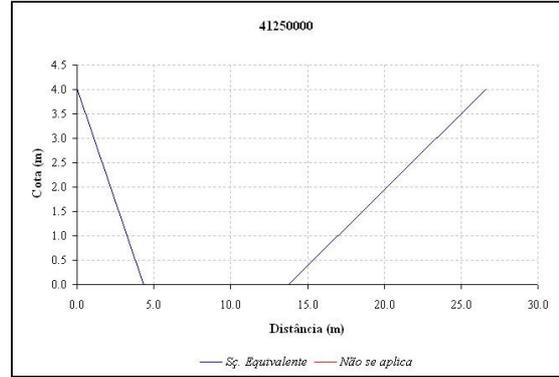
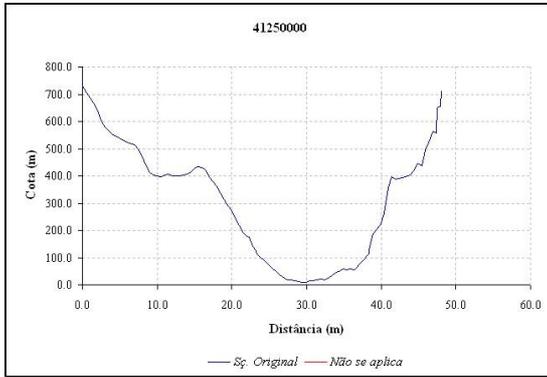
ESTAÇÃO 41180000



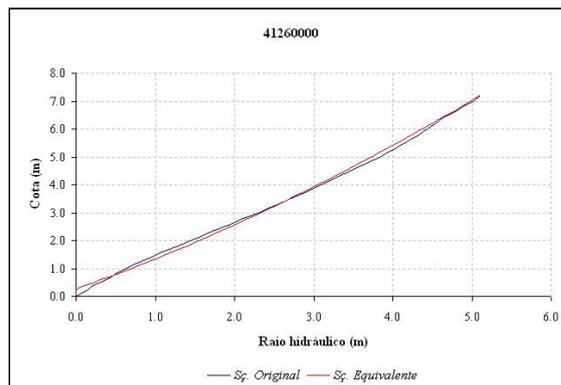
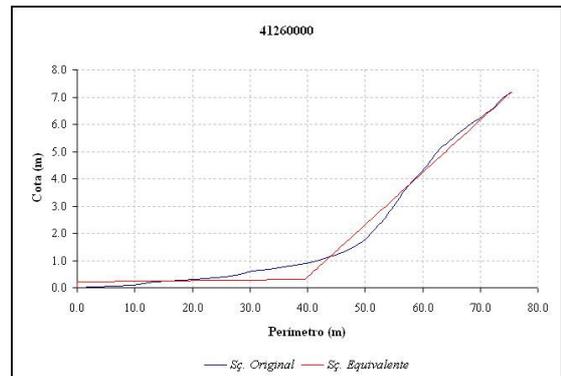
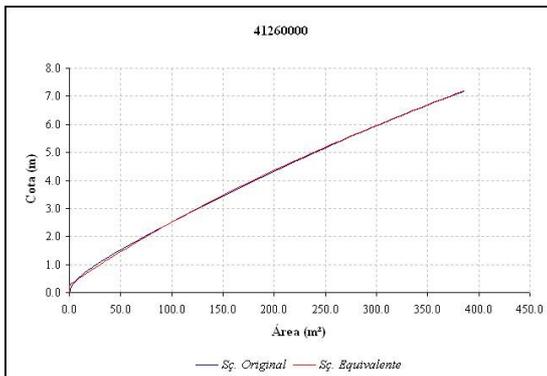
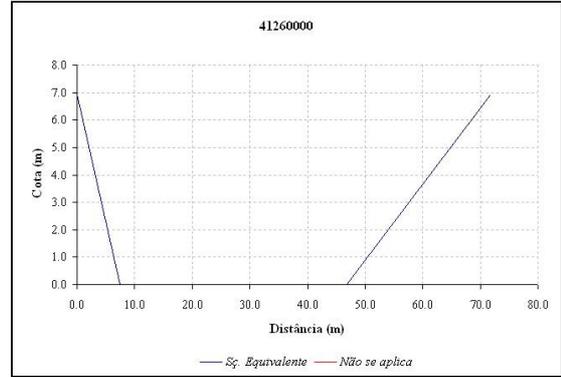
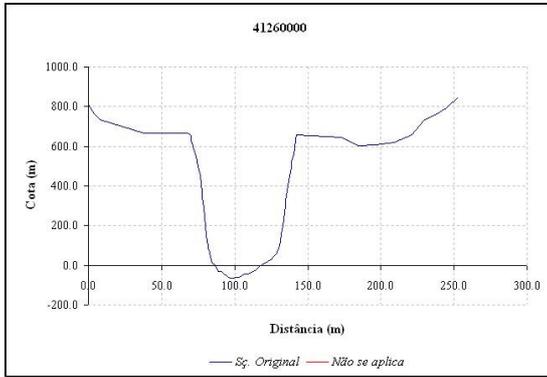
ESTAÇÃO 41199998



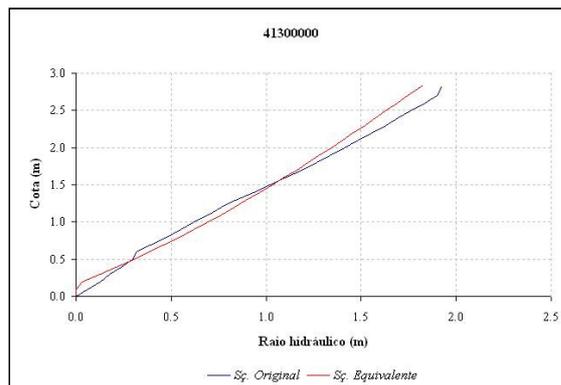
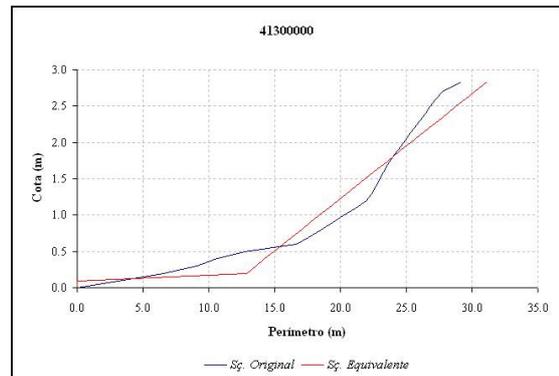
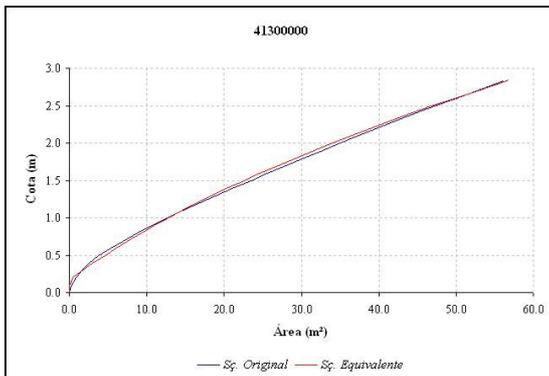
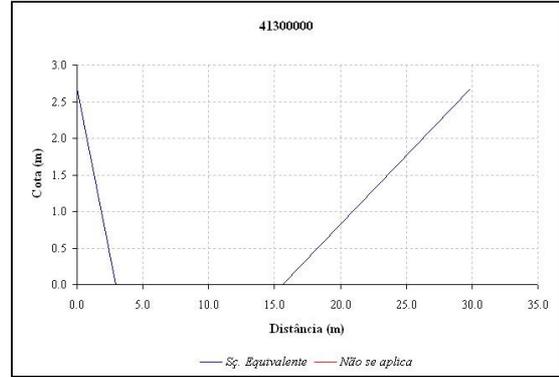
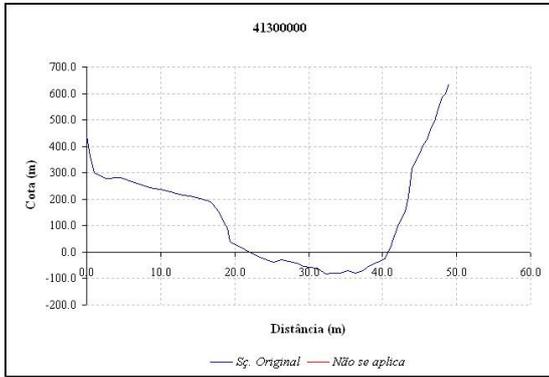
ESTAÇÃO 41250000



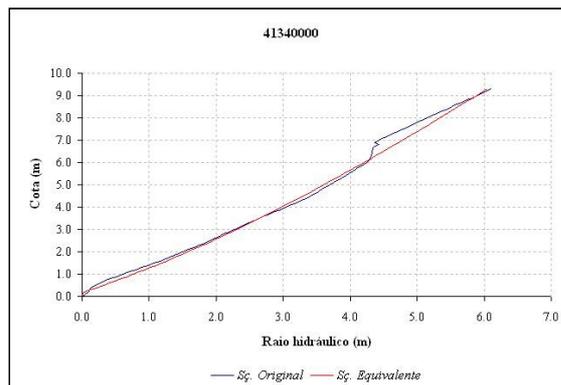
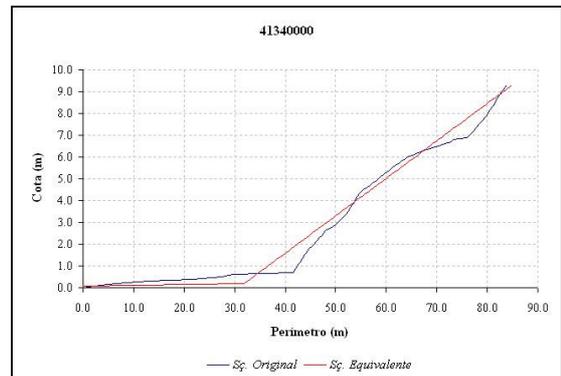
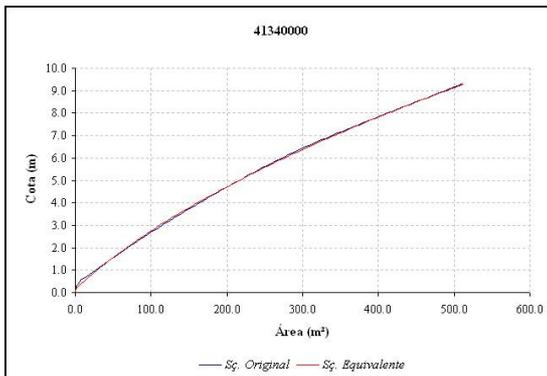
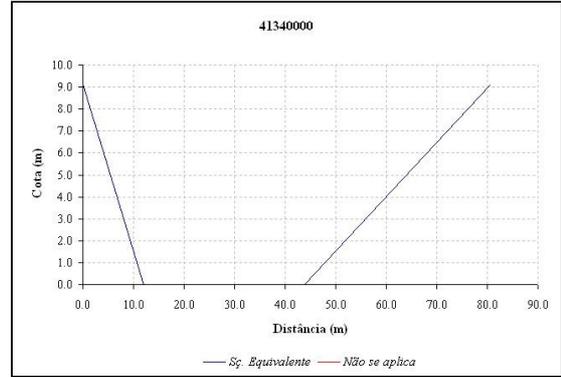
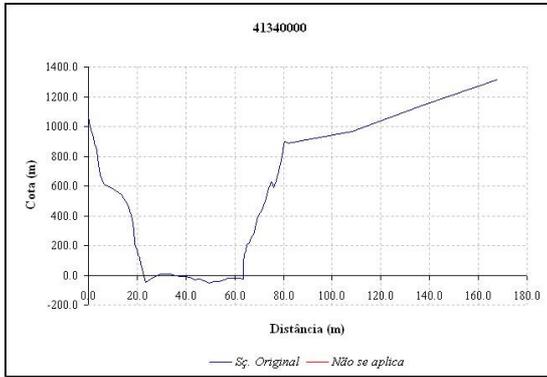
ESTAÇÃO 41260000



ESTAÇÃO 41300000

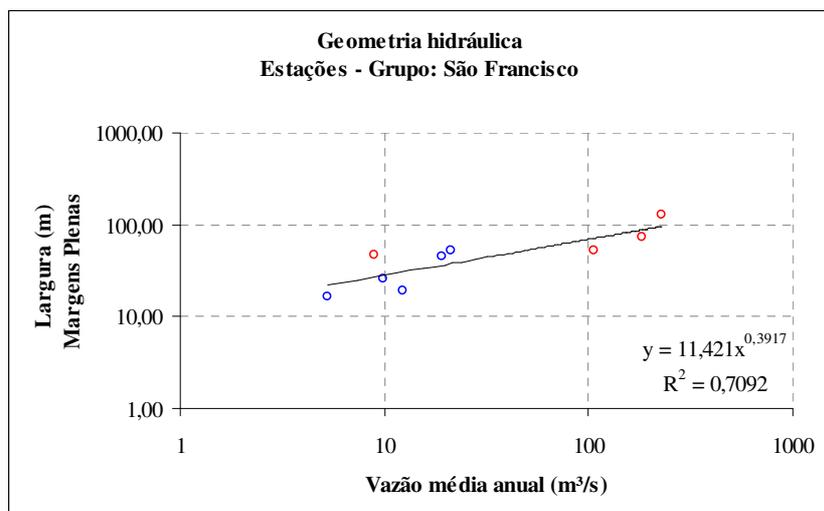
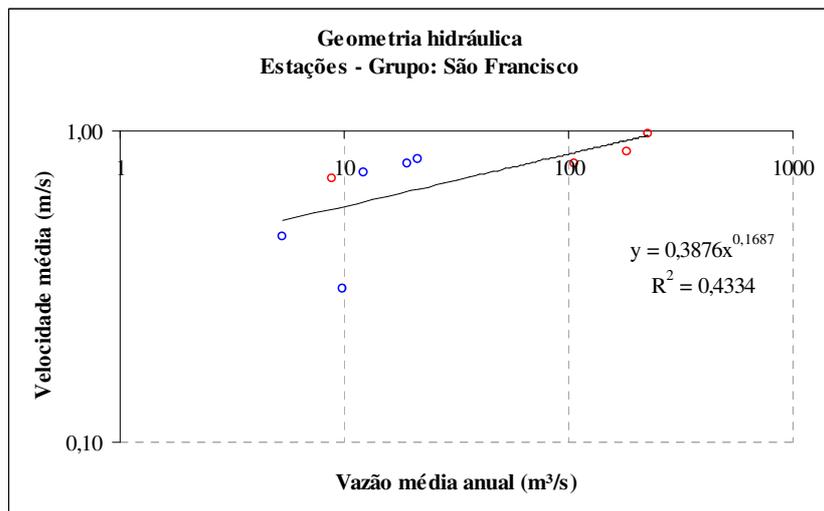
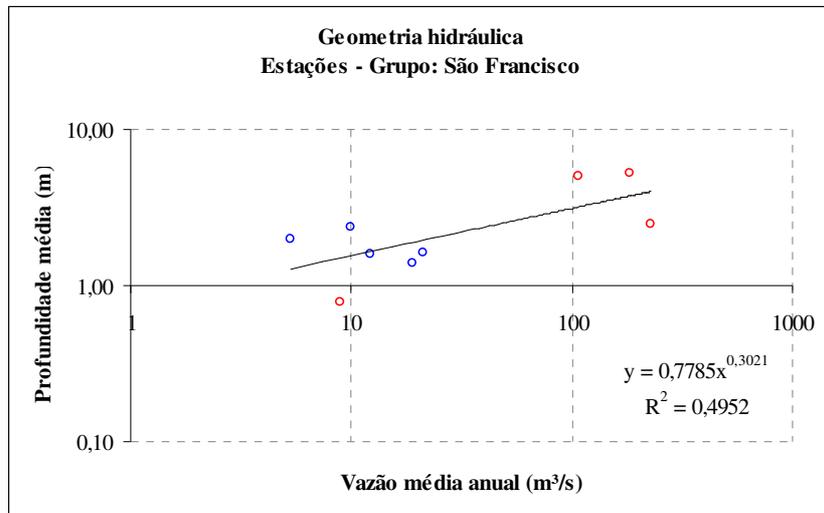


ESTAÇÃO 41340000

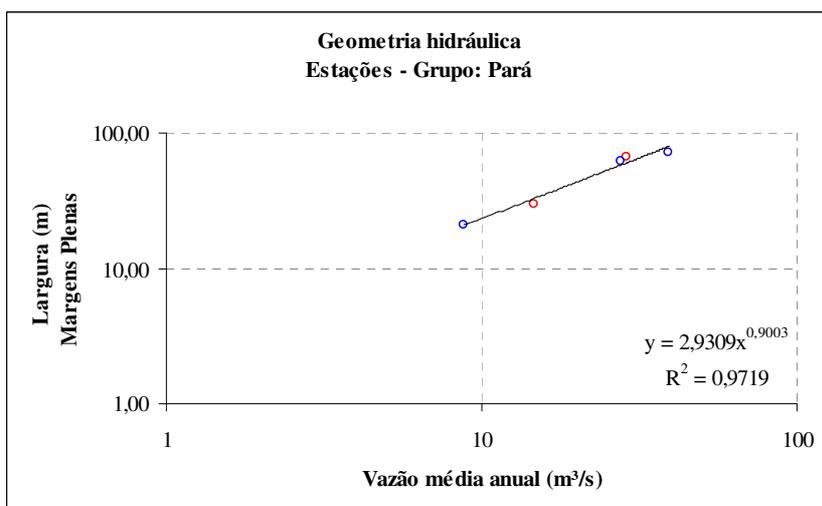
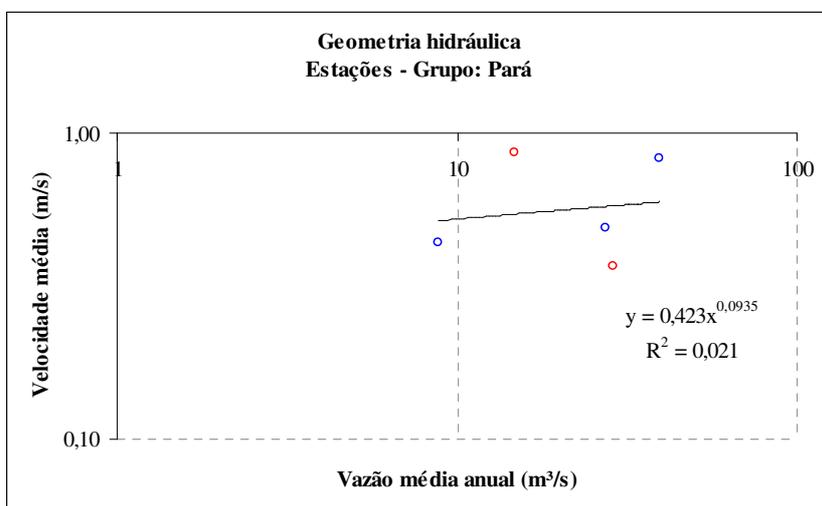
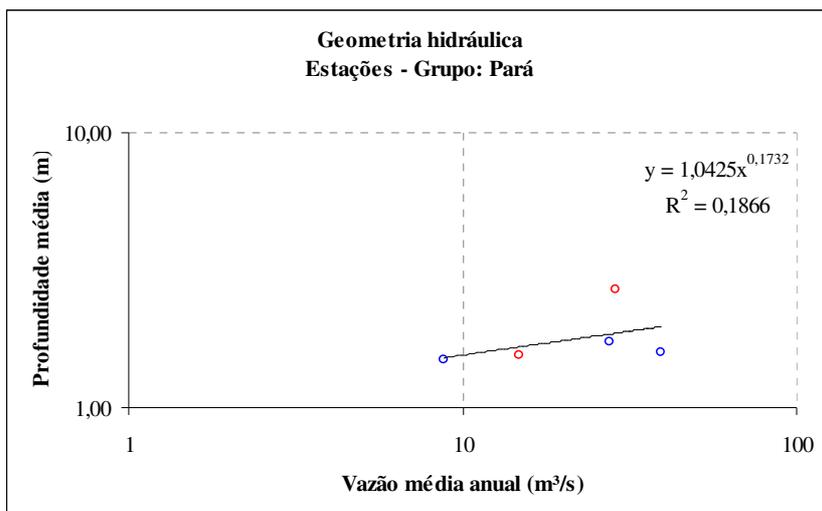


ANEXO IV: Relações de geometria hidráulica

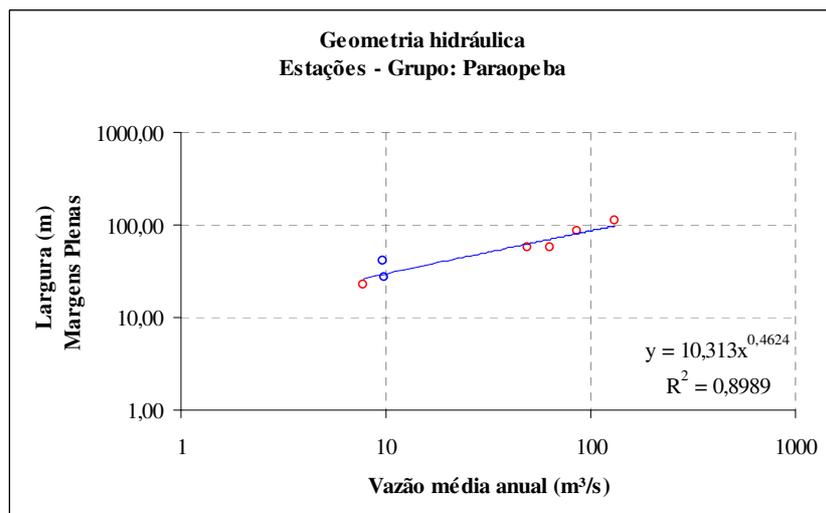
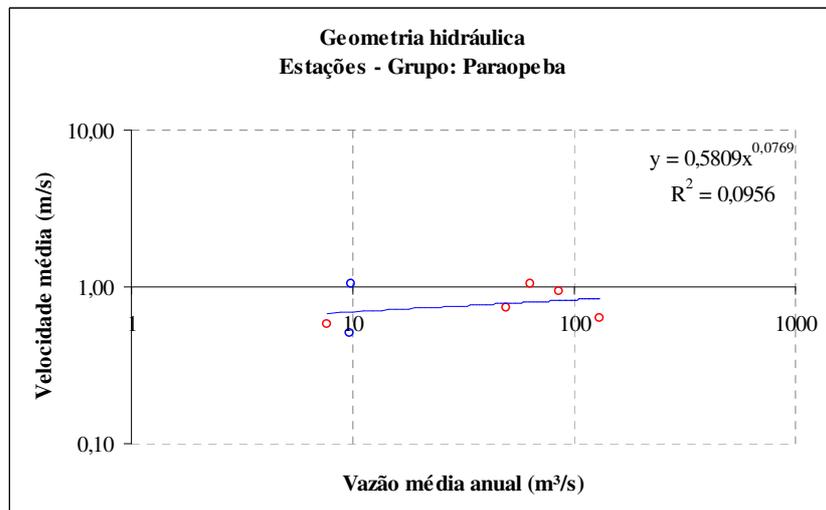
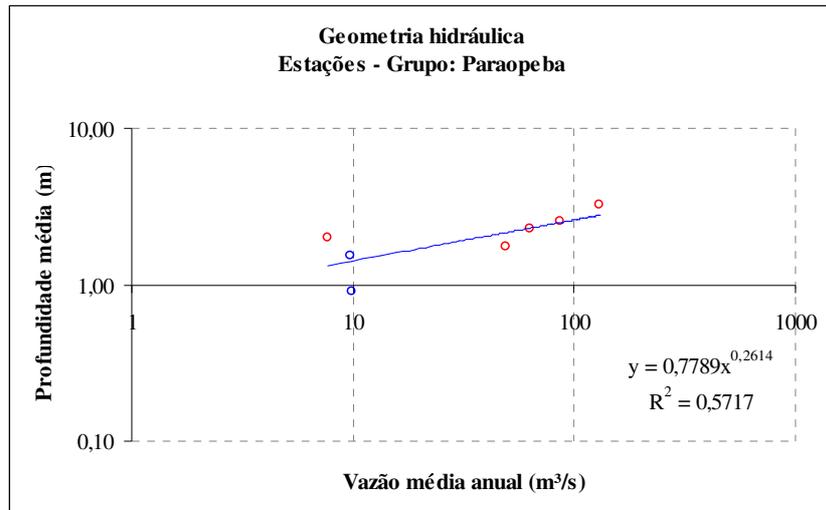
GRUPO: SÃO FRANCISCO



GRUPO: PARÁ



GRUPO: PARAOPEBA



GRUPO: VELHAS

