

Vigilância espaço-temporal de eventos pontuais via superfícies acumuladas

Taynãna C Simões¹ and Renato M Assunção*¹

¹Departamento de Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil

Email: Taynãna C Simões - tay_estadistica@yahoo.com.br; Renato M Assunção* - assuncao@est.ufmg.br;

*Corresponding author

Abstract

Background: Nós propomos um sistema de vigilância para monitorar a ocorrência de eventos pontuais no espaço e no tempo. O sistema tem o intuito de detectar uma mudança na incidência dos eventos tão logo quanto possível e de identificar no espaço a região ou regiões onde os clusters emergentes estão localizados. Nosso método usa o índice local de Knox proposto por Rogerson [1] como um indicador do grau de interação espaço-temporal considerando a região ao redor do último evento observado e o passado recente. Nós distribuímos este índice no espaço gerando superfícies estocásticas que são somas acumuladas. O sistema baseia-se no máximo que essas superfícies de somas acumuladas atingem. Se a superfície ultrapassar um limiar pré-determinado, um alarme é disparado. Condicionado no evento do alarme ter soado, propomos um método para obter uma seção transversa da superfície que permite visualizar a localização da região ou regiões onde estão localizados os clusters que dispararam o alarme

Results: Estudos de simulação mostram que o método permite identificar bem os clusters, uma vez que detecta as posições espaciais dos mesmos de forma bem aproximada.

Conclusions: Nós recomendamos o uso do método de superfícies acumuladas para a identificação do cluster atípico no espaço, dado que esta característica é relevante em diversas situações práticas.

Background

Existe um grande interesse atual em desenvolver sistemas de monitoramento que detectem conglomerados espaço-temporais de forma rápida e eficiente pois esses sistemas podem fornecer uma base para atividades de controle sanitário e vigilância epidemiológica (Lawson e Kleinman [?]). Ocorrendo o risco de epidemia numa dada região não-especificada a priori, é importante ter um sistema de vigilância que alerte rapidamente sobre um aumento significativo na incidência da doença naquele local. Uma das

razões para este interesse recente é o desejo de estender sistemas de vigilância puramente temporais para incluir também a informação espacial, hoje coletada regularmente e facilmente analisada com equipamentos de informação geográfica de uso amigável, como o software de geoprocessamento TerraView, desenvolvido pelo INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais).

Nesse contexto, tem sido cada vez maior a demanda por estudos prospectivos, nos quais são feitas análises repetidas de dados distribuídos espacial-

mente e acumulados sequencialmente ao longo do tempo. A utilização desses estudos na detecção de conglomerados espaço-temporais tem sido o foco de alguns estudos recentes tais como Raubertas [2], Rogerson [3], Järpe [4], Kulldorff [5], entre outros. Uma revisão de toda a literatura relacionada a este assunto é apresentada por Sonesson e Bock [6] e por Lawson e Kleinman [?].

Dois dos mais promissores métodos para eventos pontuais são apresentados por Kulldorff *et al.* [7] e Rogerson [1]. O primeiro desses trabalhos propõe o uso de uma estatística de varredura no espaço e no tempo para o monitoramento prospectivo de doenças. O método localiza a região mais provável de existir um cluster, bem como clusters secundários. Além disso, permite análises puramente espaciais ou puramente temporais. A distribuição sob a hipótese de que não existam conglomerados é obtida por permutação.

Rogerson [1] adota uma abordagem diferente. A cada novo evento que é registrado, calcula-se sequencialmente uma estatística local de interação espaço-temporal, chamada de estatística ou escore local de Knox. Esta estatística pode ser vista como um escore que mede o grau de aglomeração dos eventos mais recentes em torno da posição do último evento. Estas estatísticas locais são acumuladas através de uma soma à medida que os eventos são observados. Caso essa soma exceda um limiar predeterminado, há evidência a favor da hipótese de interação espaço-tempo, indicando a formação de clusters emergentes. Quando este limiar é ultrapassado, dizemos que o alarme foi disparado e espera-se que aconteça uma intervenção. Daqui por diante, este método de Rogerson [1] será denominado de Knox+CUSUM.

Existem dois problemas no método Knox+CUSUM que dificultam seu uso na prática. O primeiro é que, ao trabalhar com uma soma acumulada para detectar os conglomerados emergentes, as posições espaciais dos eventos são ignoradas após o cálculo dos escores locais. A consequência é que o método detecta a emergência dos clusters mas não os identifica no espaço. Isto é, o sistema indica que clusters estão emergindo mas não consegue identificar onde eles estão.

Uma possível solução para esse problema seria o exame dos escores locais de Knox mais recentes, imediatamente antes do alarme ter disparado. O objetivo é identificar aqueles eventos cujos escores locais possuam valores positivos muito grandes, em particular aqueles que levaram à ultrapassagem do limiar.

No entanto, esta possível solução esbarra com o segundo problema do método Knox+CUSUM. Após um ou mais clusters emergirem, existirão escores advindos de eventos pertencentes aos clusters mas também haverão escores associados com eventos que não estão nos clusters mas que ocorrem próximos no tempo com aqueles pertencentes aos clusters. Em particular, o evento que faz a soma acumulada ultrapassar o limiar crítico pode nem mesmo pertencer a cluster algum. Uma dificuldade adicional é que, como os clusters devem ter emergido recentemente e devem estar localizados em pequenas regiões do espaço, provavelmente a maioria dos escores mais recentes deve estar associada com eventos não pertencentes aos clusters.

Nosso trabalho procura corrigir esses problemas do método de Knox+CUSUM. Ele tem o intuito de identificar os clusters emergentes e que seriam a principal causa do disparo do alarme. A identificação resume-se a delimitar a região do espaço geográfico onde os eventos dos clusters estão localizados. A técnica proposta permite também isolar eventos que não pertençam aos clusters mas que contribuem eventualmente para fazer o alarme soar.

A idéia chave é monitorar os novos eventos não através de uma soma acumulada, mas através de uma sequência de superfícies acumuladas. De forma resumida, a cada novo evento, é calculado o escore local de Knox e este é distribuído no espaço através de uma densidade de kernel. O resultado é uma superfície plana exceto na região do evento mais recente onde aparece uma protuberância de altura proporcional ao escore. Estas superfícies são sequencialmente acumuladas e, enquanto não existir um cluster, a superfície acumulada terá pequenas e suaves oscilações de altura. A emergência de um cluster vai gerar escores positivos maiores e as superfícies de cada escore vão somando-se às anteriores. Isto acaba por gerar uma saliência pronunciada em torno do eventual cluster emergente. Se o máximo dessas superfícies acumuladas ultrapassar um certo limiar, o alarme é disparado.

Methods

Teste de Knox

Suponha que existam n eventos pontuais (x_i, y_i, t_i) localizados no espaço e no tempo com $i = 1, \dots, n$ e $t_i < t_{i+1}$. O teste de Knox é baseado na contagem do número de pares de eventos que ocorrem dentro

de intervalos críticos pré-especificados de tempo (T) e distância (D).

Sejam n_s os pares de eventos observados que são próximos no espaço (i.e., separados por uma distância menor ou igual a D), n_t os pares de eventos que são próximos no tempo (i.e., separados no tempo por menos que o intervalo crítico T), e n_{st} os pares de eventos que são próximos no espaço e no tempo. A estatística de teste N_{st} deve ser comparada com o seu valor esperado sob a hipótese nula de que não há interação espaço-tempo. Caso o número de eventos próximos no espaço e no tempo exceda substancialmente este valor esperado, há uma indicação da presença de interação espaço-tempo.

Essa estatística testa a presença de interação espaço-temporal de forma global. Rogerson [1] adaptou-a para um contexto prospectivo e local.

Estatística Local de Knox

Dentre os $n - 1$ eventos restantes, sejam $n_s(i)$ o número de eventos que são próximos do i -ésimo evento no espaço, $n_t(i)$ o número de eventos que são próximos do i -ésimo evento no tempo e $n_{st}(i)$ o número de eventos que são próximos simultaneamente no espaço e tempo do evento i .

Para encontrar a distribuição de $N_{st}(i)$, sob a hipótese nula de não interação espaço-tempo, usa-se que cada permutação aleatória dos n índices dos tempos t_1, \dots, t_n é igualmente provável (mantendo-se as posições espaciais fixas). Considerando todos os valores possíveis de tempo para o i -ésimo evento, Rogerson [1] mostra que $N_{st}(i)$ é uma soma ponderada de distribuições hipergeométricas. Sob H_0 , mostra-se também que:

$$E\{N_{st}(i)\} = \frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \quad (1)$$

A variância da variável aleatória $N_{st}(i)$ apresentada no artigo do Rogerson [1] está incorreta. No apêndice, mostramos a dedução da expressão correta da variância $\text{Var}(N_{st}(i))$, que é igual a:

$$\begin{aligned} \text{Var}(N_{st}(i)) = & \\ & \left[\sum_{j=1}^n (n_t^j(i))^2 \right] \frac{n_s(i)}{n(n-1)^2} \left[\frac{n-1-n_s(i)}{n-2} + n_s(i) \right] \quad (2) \\ & + \left[\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \frac{n-1-n_s(i)}{n-2} - \left(\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Padroniza-se $N_{st}(i)$, resultando na seguinte estatística escore z_i ajustada:

$$z_i = \frac{n_{st}(i) - E\{N_{st}(i)\} - 0,5}{\sqrt{\text{Var}\{N_{st}(i)\}}} \quad (3)$$

onde o valor 0,5 no numerador é resultado de uma correção de continuidade para melhorar a aproximação normal para a distribuição de z_i .

Caso não existam clusters espaço-temporais e $E\{N_{st}(i)\}$ não seja muito pequeno, a variável z_i possui distribuição aproximadamente normal, com média zero e variância 1 (denotada por $N(0,1)$). Espera-se que z_i tenha distribuição com média maior que zero se o evento i fizer parte de um cluster. Um valor muito positivo de z_i é indicativo de um excesso de eventos que ocorreram em torno de t_i e que estão geograficamente próximos do evento i .

Soma Acumulada (CUSUM)

Na prática, a cada instante de tempo t_n , só nos interessa o valor z_n do escore local de Knox para o evento mais recente (o n -ésimo) avaliado com os $n - 1$ eventos anteriores. Estes escores são acumulados numa soma $S_n = \max(0, S_{n-1} + z_n - k)$ com $S_0 = 0$. A soma S_n acumula desvios da média de z_n sob H_0 (a qual é igual a zero) que excedam um valor k , detectando rapidamente qualquer mudança substancial no processo. O alarme é soado no primeiro tempo n tal que S_n exceda um limiar predeterminado h .

O parâmetro k é frequentemente escolhido como sendo igual à metade do desvio-padrão associado com a variável monitorada. No nosso caso, isto significa $k = 0.5$. No entanto, em várias simulações que fizemos, percebemos que o método de Rogerson funciona melhor com $k = 0$, em termos de controle de alarmes que soam falsamente. Isso acontece porque a soma acumulada se torna zero menos frequentemente, não tendo tendências de diminuir e possibilitando um alarme mais eficaz, no sentido de detecção de cluster mais rapidamente.

o limiar h depende do valor do parâmetro ARL_0 que representa o número médio de eventos até que o alarme soe falsamente. O valor de ARL_0 é obtido como $ARL_0 = -n / \log(1 - p)$, onde p é a probabilidade pré-estabelecida de obtermos pelo menos um alarme falso após n eventos. A relação entre h e

ARL_0 usada por Rogerson [1] foi derivada por Siegmund [8]: $ARL_0 \approx 2\{\exp(h + 1.166) - h - 2.166\}$. Estas relações assumem que os valores z_n são independentes entre si, o que não é estritamente correto quando trabalhamos com eventos espaço-temporais.

Existe um trade-off fundamental na escolha de ARL_0 . Como h é uma função crescente de ARL_0 , se fixarmos um valor extremamente alto para ARL_0 , a consequência será um limiar h bastante alto. Isto faz com que o alarme demore muito a soar nos casos em que existir de fato um cluster presente. Assim, devemos escolher o menor valor possível e tolerável para o parâmetro ARL_0 de forma a ter uma detecção rápida quando clusters emergirem. Esta escolha de ARL_0 depende muito do problema e do tipo de evento em estudo.

Exemplo ilustrativo do método Knox+CUSUM

Para ilustrar o comportamento da técnica proposta por Rogerson [1], foram gerados 100 pontos com coordenadas (x_i, y_i, t_i) . Os primeiros 80 eventos têm coordenadas espaciais x e y geradas independentemente a partir de uma distribuição uniforme entre os valores 0 e 1 (denotada por $U(0, 1)$) e instantes de tempo t em que o evento ocorreu gerados de uma distribuição uniforme entre os valores 0 e 10 (denotada por $U(0, 10)$). Os outros 20 eventos foram gerados com coordenadas espaciais x e y de uma distribuição $U(0.5, 0.6)$ e com instantes de tempo t gerados de uma distribuição $U(5, 6)$, a fim de formar um cluster.

Os eventos foram ordenados de acordo com o tempo de ocorrência e rotulados por $i = 1, \dots, 100$ de forma que $t_i < t_{i+1}$. Para calcular as estatísticas locais de Knox, usamos os parâmetros críticos $D = 0.1$ e $T = 1.0$. A escolha dos valores dos parâmetros D e T é arbitrária e devem ser escolhidos de acordo com a situação trabalhada. Neste exemplo, os mesmos foram escolhidos como 10% da amplitude dos eventos gerados no espaço e no tempo. O limiar h utilizado foi obtido como proposto por Rogerson [1], com probabilidade $p = 0.1$ de ocorrer pelo menos um falso alarme em $n = 100$ eventos sucessivos.

Na Figura 1 observa-se o resultado do método, compreendendo um gráfico da soma acumulada (denotada por S_i) no eixo das ordenadas versus os eventos (denotados por id) no eixo das abcissas. O limiar h tem seu valor próximo a 5 (reta horizontal paralela ao eixo das abcissas) e é ultrapassado por S_i pela primeira vez no 45º evento. O cluster de tamanho 20

contém os eventos de números 40-47, 50, 51, 54-59, 62, 65, 66. Como o primeiro alarme foi verificado no evento de número 45, nota-se que o mesmo foi soado por um evento que pertence ao cluster e após acumular evidência de 5 eventos prévios do cluster. Neste exemplo, não há nenhuma intervenção após o alarme soar e a soma acumulada retorna a zero voltando a ultrapassar o limiar h nos eventos de números 50, 53-62, 65 e 66.

Superfícies acumuladas

Se $S_i > h$, o alarme soa. Neste momento, devemos enfrentar dois problemas. O primeiro deles é descobrir onde estão os clusters que fizeram o alarme disparar. O segundo é procurar identificar, dentre os eventos mais recentes, quais deles fazem parte desses clusters. Estes problemas aparecem por que o método das somas acumuladas não usa as coordenadas geográficas dos eventos após calcular os escores z_i . Para resolver estes dois problemas, nós propomos o uso de superfícies espaciais sequencialmente acumuladas.

Embora esteja associado unicamente com a posição (x_i, y_i) do i -ésimo evento, o escore z_i é um indicador de interação espaço-temporal em torno dessa posição. Assim, procuramos distribuir essa medida de interação em torno da posição do i -ésimo evento. Para isso, utilizamos uma função de kernel bidimensional que é obtida a partir de funções de densidade de probabilidade bidimensionais $K^*(x, y) \geq 0$, tais que $\int \int K^*(x, y) dx dy = 1$, com máximo na origem $(0, 0)$, radialmente simétrica e decrescendo suavemente à medida que nos afastamos da origem. Uma função muito utilizada, e a que adotaremos neste artigo, é a função de densidade gaussiana bivariada definida como

$$K^*(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2}(x^2 + y^2)\right) \quad (4)$$

As funções de kernel modificam as funções $K^*(x, y)$ deslocando-as para um novo centro e mudando sua concavidade com um parâmetro chamado de largura de banda e denotado por τ . A função de kernel centrada na posição (x_i, y_i) do i -ésimo evento e com largura de banda τ , é dada por

$$K_i(x, y) = \frac{1}{\tau^2} K^*\left[\frac{x - x_i}{\tau}, \frac{y - y_i}{\tau}\right] \quad (5)$$

O efeito do parâmetro τ é crítico. Um valor muito pequeno irá gerar uma superfície com oscilações muito bruscas, enquanto que, se τ for grande demais, a superfície ficará muito achatada. Há diferentes propostas sobre como escolher τ . Uma abordagem simples que será considerada neste trabalho é sugerida por Härdle [9], página 91, para obter boas estimativas de kernel para a densidade unidimensional de uma variável aleatória contínua Z a partir de uma amostra de tamanho n :

$$\tau = \frac{1.06}{n^{1/5}} \min \left\{ sd(Z), \frac{iqr(Z)}{1.34} \right\} \quad (6)$$

onde $sd(Z)$ é o desvio-padrão e $iqr(Z)$ é a distância inter-quartilica da variável Z . No nosso caso, a variável Z deve ser substituída pelas coordenadas (x, y) dos eventos, sendo o desvio-padrão na fórmula acima calculado como a média entre $sd(x)$ e $sd(y)$ e a distância inter-quartilica calculada como a média entre $iqr(x)$ e $iqr(y)$.

Nós usamos a função de kernel gaussiana (5) e largura de banda como proposto acima (6) para espalhar os valores dos escores z_i positivos em torno de suas localizações espaciais. Seja $z_i^+ = \max\{0, z_i\}$ e

$$w_i(x, y) = z_i^+ K_i(x, y) = \frac{z_i^+}{\tau^2} K^* \left(\frac{x - x_i}{\tau}, \frac{y - y_i}{\tau} \right) \quad (7)$$

Observe que a altura máxima da superfície $w_i(x, y)$ ocorre na posição (x_i, y_i) e é proporcional ao escore z_i^+ : $w_i(x_i, y_i) = z_i^+ K^*(0, 0)/\tau^2 = z_i^+ / (2\pi\tau^2)$. Além disso, $w_i(x, y)$ converge para 0 à medida que a posição (x, y) afasta-se de (x_i, y_i) . Note também que $z_i^+ = \iint w_i(x, y) dx dy$, mostrando que, de fato, estamos distribuindo o valor z_i no espaço, usando a função $w_i(x, y)$.

A cada i -ésimo evento, nós acumulamos iterativamente as últimas m superfícies $w_j(x, y)$:

$$\begin{aligned} S_i(x, y) &= \sum_{j=i-m+1}^i w_j(x, y) \\ &= S_{i-1}(x, y) - w_{i-m}(x, y) + z_i^+ K_i(x, y) \end{aligned} \quad (8)$$

se $i > m$. Se $i \leq m$, nós definimos $S_i(x, y) = \sum_{j=1}^i w_j(x, y)$. Assim, as observações mais antigas

são descartadas com a superfície acumulando as informações presentes nos últimos valores z_j^+ , até um total de m valores.

A razão para esse descarte é que valores muito antigos não devem ajudar a detectar um cluster emergente. Na verdade, como os escores z_i^+ de eventos muito antigos devem ter distribuição aproximadamente $N(0, 1)$, sua presença em superfícies acumuladas mais recentes vai afetar apenas a variância fazendo com que ela seja muito grande. Este "ruído" torna mais ineficiente a detecção eventual de clusters emergentes.

Nosso método dispara um alarme imediatamente após o i -ésimo evento se $S_i(x, y) > h$ para alguma posição (x, y) . O limiar h deve controlar a taxa de alarmes falsos dentre m^* eventos sucessivos. Suponha que, dentre m^* eventos observados sem a presença de nenhum cluster espaço-temporal, deseje-se que a probabilidade de algum alarme falso seja igual ou menor que α . Seja $Q_j = \max_{x, y} S_j(x, y)$ e

$$M_i = \max_{x, y} \{Q_{i-m^*+1}, \dots, Q_i\} \quad (9)$$

Então, desejamos que $P(M_i > h) \leq \alpha$. Assim, h é o α -ésimo quantil da distribuição do máximo de m^* superfícies acumuladas sob a hipótese de que não existem clusters espaço-temporais. O valor de h não pode ser obtido analiticamente e por isto nós utilizamos métodos Monte Carlo, como explicamos a seguir.

Determinando o limiar h

Para encontrar a distribuição de Q_j sob a hipótese de que não existem clusters, utilizamos alguns eventos iniciais. Os valores z_i^+ são baseados no número $n_{st}(i)$ de vizinhos espaço-temporais dentre os eventos prévios ao i -ésimo evento. Assim, para os primeiros eventos, esse número deve ser zero devido a presença de poucos eventos prévios. Isso quer dizer que, no período de tempo inicial do estudo, existem poucos eventos próximos no espaço e no tempo, tornando os valores z_i^+ muito instáveis. Após um período maior ou igual ao limiar crítico temporal, os valores z_i devem começar a estabilizar-se. No entanto, para $i < m$, a superfície acumulada $S_i(x, y)$ será composta apenas da soma das i primeiras superfícies $w_j(x, y)$, $j = 1, \dots, i$. Apenas quando i for maior ou igual a m teremos $S_i(x, y)$ composta sempre da soma de m superfícies $w_j(x, y)$. Assim, para

evitar que a distribuição de Q_j seja afetada pela presença de valores z_j^+ com j associado aos primeiros eventos e para garantir que $S_j(x, y)$ seja sempre composta da soma acumulada de m superfícies, vamos utilizar os primeiros $2m$ eventos para obter o limiar h .

A partir desses $2m$ eventos, permutamos aleatoriamente os índices dos tempos B vezes, mantendo as posições espaciais fixas. Aplicamos a técnica das superfícies acumuladas calculando $S_i(x, y)$, $i = 1, \dots, 2m$ para cada j -ésima permutação, onde $j = 1, \dots, B$. A cada j -ésima permutação, é calculado o valor máximo atingido pela superfície final $S_{2m}(x, y)$. Essa permutação dos tempos garante que estamos obtendo os valores do máximo Q_{2m} sob a hipótese de não interação espaço-tempo, o que nos permite obter a sua distribuição empírica condicionada nas primeiras $2m$ posições geográficas e nos $2m$ primeiros tempos observados.

Para obter h , devemos considerar a distribuição do máximo de m^* superfícies $S_j(x, y)$ sucessivas. Procuramos evitar aumentar ainda mais o descarte de informações prévias utilizando apenas a distribuição do valor Q_{2m} . Para isto, seja α a probabilidade de um alarme falso dentre m^* eventos sucessivos. Seja A o evento em que pelo menos uma superfície $S_j(x, y)$, com $j = i - m^* + 1, \dots, i$ ultrapassa o limiar h e A_j o evento em que a superfície j ultrapassa o limiar. Assumindo estacionariedade temporal de $S_j(x, y)$, teremos $P(A_j) = p$ e portanto,

$$\begin{aligned} \alpha = P(A) &= P(A_{i-m^*+1} \cup \dots \cup A_i) \\ &\leq P(A_{i-m^*+1}) + \dots + P(A_i) \\ &\leq p + \dots + p = m^*p \end{aligned}$$

Assim, basta tomar h igual ao quantil associado com a probabilidade $p = \alpha/m^*$ na distribuição empírica de Q_{2m} para garantir que $P(M_i > h) \leq \alpha$. Esta escolha de h será denotada por h_1 .

Outra possibilidade para escolher h , denotada por h_2 , é tomá-lo como sendo o θ -ésimo percentil da distribuição empírica, onde $\theta = 1/ARL_0$ e o valor de ARL_0 é obtido como em Rogerson [1], dependendo apenas do número n de eventos e da probabilidade p de alarmes falsos. A expressão para θ é justificada dado que se $\theta = P(S_i > h|H_0)$, o tempo que o limiar é ultrapassado pela primeira vez é $RL_0 \sim \exp(\theta)$, e portanto, $ARL_0 = 1/\theta$.

Exemplo do método de superfícies acumuladas

Foram gerados 200 pontos com posições espaciais de uma distribuição $U(0;1)$, instantes de tempo t com distribuição $U(0;10)$ e parâmetros críticos de distância e tempo de $D = 0.1$ e $T = 1.0$, respectivamente. Estes 200 eventos foram reservados para obter a distribuição empírica do máximo sob H_0 , com $m^* = m = 100$ e $B = 1000$ permutações. Para obter os limiares h_1 e h_2 foi usado $p = 0.01$ como a taxa de alarmes falsos necessária para o cálculo de α e de θ . Nesse exemplo, $h_1 = h_2 = 22.29$. O valor de τ foi calculado usando-se (6).

Adicionando-se 100 eventos aos 200 iniciais, dois cenários foram analisados. No primeiro deles, não existe cluster entre as novas observações e os eventos são gerados exatamente do mesmo modo que os 200 primeiros. No segundo cenário, geramos mais 80 eventos como os 200 primeiros e 20 outros para constituir um cluster na região $[0.5, 0.6]^2 \times [8.5, 9.5]$. Os eventos são reordenados pelo seu tempo de ocorrência de forma que $t_i < t_{i+1}$. Para os dois cenários, utilizamos os métodos Knox+CUSUM e superfícies acumuladas.

No cenário 1, a Figura 3 mostra os resultados dos dois métodos, sob a hipótese nula de não interação espaço-tempo. O gráfico da esquerda mostra que a soma acumulada S_i sai algumas vezes do valor zero, mas não chega nem próxima do limiar $h \approx 7.35$. Desta forma, o alarme não é soado, como desejado sob a hipótese nula de não interação. O gráfico da direita mostra superfícies acumuladas $S_{300}(x, y)$. Vemos apenas algumas elevações formadas, resultantes da contribuição das somas das superfícies de kernel dos eventos anteriores. Os valores dos máximos Q_{201}, \dots, Q_{300} não ultrapassaram o valor de limiar h das superfícies, indicando que também não há evidência de interação espaço-tempo no método das superfícies acumuladas.

No cenário 2, os 100 eventos mais recentes dentre os 300 gerados contém um cluster formado pelos eventos de números 241 e 285. O alarme foi soado no evento $i = 259$ no método Knox-CUSUM (ver na Figura 4, gráfico da esquerda) e no evento $i = 255$ no método de superfícies acumuladas (ver superfície $S_{255}(x, y)$ no gráfico da direita na Figura 4). Existe uma elevação significativa em relação às demais regiões na superfície $S_{255}(x, y)$, levando a considerar a presença de um cluster na região de maior saliência. O limiar é ultrapassado pela primeira vez com o valor 25.81.

Avaliando o método de superfícies acumuladas

Simulando 1000 cenários como os cenários 1 e 2 do exemplo anterior, testamos o comportamento do método para três valores de largura de banda τ , três posições em que o cluster começava a surgir e vários tamanhos de cluster.

Um dos valores de τ foi escolhido como proposto por Härdle [9], página 91, e é denotado por τ_a . Os outros dois valores são $\tau_b = \tau_a/2$ e $\tau_c = 2\tau_a$. Os duzentos eventos iniciais foram usados para encontrar a distribuição sob a hipótese nula para o método de superfícies acumuladas. Os 100 últimos eventos são aqueles usados para testar o desempenho do método. Foram testadas três posições para o cluster. A primeira delas corresponde a um cluster localizado no início do período dos 100 eventos restantes. Ele está localizado entre os instantes de tempo 7.5 e 8.5. O segundo cluster ocorre entre os instantes de tempo 8.5 e 9.5 e portanto fica localizado no meio do período dos 100 últimos eventos. Finalmente, o terceiro cluster fica localizado no final do período, entre os instantes 9.5 e 10.0. Analisamos clusters com 13 tamanhos diferentes de acordo com o número de eventos: entre 5 e 30 eventos, variando de dois em dois.

Apresentamos apenas os resultados para clusters de tamanhos 5, 15 e 21, na Tabela 2. Em 1000 simulações, temos o número de alarmes que soaram (denotado por *soou*); o número de alarmes motivados dentre os que soaram (ou seja, o cluster já tinha começado e denotado por *mot.*); o tempo médio de espera por um alarme (*delay*); e o número de alarmes que soaram antes do cluster começar (*al.falso*). Para avaliar a diferença dessas variáveis entre os diferentes τ 's foi utilizado o teste não-paramétrico de Kruskal-Wallis. Para testar a diferença entre alarmes soados e alarmes motivados, usamos o teste não-paramétrico de Mann-Whitney. Sob H_0 (sem a presença de cluster), as proporções de alarmes falsos em 100 superfícies $S_j(x, y)$ sucessivas com τ_a , τ_b e τ_c foram de 0.005, 0.000 e 0.004, respectivamente.

A Figura 5 mostra a proporção de alarmes que soaram em 1000 simulações para os três τ 's à medida que aumentamos o número de eventos no cluster. Não há diferença significativa entre os τ 's (p-valor = 0.729). A proporção de alarmes que soaram aumenta com o aumento do número de eventos no cluster e há alto poder em detectar alarmes para clusters de tamanhos moderados (acima de 15 eventos). A mesma interpretação é feita para a Figura 6 que

mostra a proporção de alarmes motivados dentre os alarmes que soaram, ou seja, a proporção de alarmes soados após os eventos do cluster começarem a ocorrer. A proporção de alarmes que soaram e de alarmes motivados é próxima mostrando que, quando um alarme soa, na imensa maioria dos casos existe de fato um cluster presente. Não houve diferença significativa da proporção de ambos os alarmes em relação à posição do cluster.

Apesar da pequena diferença entre proporções de alarmes soados e alarmes motivados, analisamos também sua diferença, isto é, a proporção de alarmes que soaram antes do cluster começar (alarmes falsos). Há diferença significativa dessa proporção entre os τ 's (p-valor=0,000). A proporção de alarmes falsos é maior para τ_b comparado a τ_a e a τ_c , que são equivalentes. Não existe diferença quanto ao tamanho do cluster (p-valor=0.774), ao contrário da posição dos mesmos (p-valor=0,000). As Figuras 7, 8 e 9 mostram a distribuição desses alarmes para cada τ . Para os três, há diferença das proporções entre as posições (p-valor < 0.002), sendo maior quando o cluster surge no fim das observações e menor quando está no início, como mostrado pelos Box-plots. No entanto, para τ_b , não há diferença entre as posições no início e no meio. Não há diferença entre as proporções de alarmes falsos de cada τ , em relação ao tamanho do cluster (p-valor > 0.821).

A Figura 10 mostra o tempo médio de espera por um alarme (*delay*) para os τ 's, à medida que aumentamos o número de eventos do cluster. Existe evidência de diferença entre os τ 's (p-valor = 0.051). O *delay* é maior para τ_b comparado a τ_a e a τ_c (p-valor=0,020). Note que, independentemente do τ , o *delay* aumenta até o tamanho de 15 eventos no cluster e depois diminui (p-valor=0.000).

Localização do cluster emergente

Apesar da técnica gráfica fornecer uma boa visualização da posição do cluster, é de interesse encontrar uma forma mas precisa de delimitá-lo no espaço. Para isso, seccionamos por níveis de contorno a superfície $S_i(x, y)$ que faz o alarme disparar. Queremos escolher o conjunto de coordenadas (x, y) tais que $S_i(x, y) = c$, onde c é uma constante que deve ser escolhida de forma a obter uma curva de nível próxima da região onde está o cluster.

No momento em que o alarme é acionado, vemos uma região (ou mais de uma) com saliência significativa em relação às demais regiões em estudo, in-

dicando a mais provável localização do cluster. Esta região de maior protuberância contém o valor de máximo global da superfície gerada. No entanto, a superfície que contém esse máximo global pode estar rodeada por superfícies de máximos locais bem menores que este máximo global. Assim, a constante c não deve ser escolhida com valor muito próximo do plano, dado que pequenas elevações na vizinhança do máximo global também podem ser seccionadas, superestimando o tamanho do cluster. A Figura 11 ilustra o impacto da escolha da constante c . No primeiro gráfico, o valor de c foi escolhido muito próximo do plano, levando à superestimação do tamanho do cluster. No segundo gráfico, a escolha da constante c foi mais apropriada, dado que o corte foi feito apenas na superfície que contém o valor de máximo global.

Nós supomos que a superfície que contém o ponto de máximo global pode ser aproximada por uma densidade de probabilidade normal bivariada, com vetor de médias μ e matriz de variância-covariância Σ . Nessa distribuição, os contornos compreendendo os valores (x, y) que estão a uma mesma altura têm valor constante da densidade e formam elipses, ou seja, o valor da densidade é o mesmo em superfícies onde a distância quadrática $((x, y) - \mu)' \Sigma^{-1} ((x, y) - \mu)$ é constante. Estes contornos são denominados contornos de nível. Assim, podemos encontrar os pontos de coordenadas x e y que formam uma elipse que engloba $(1 - \alpha) \times 100\%$ dos pontos da distribuição e que representariam os pontos ao redor do cluster.

Os eixos de cada elipse de densidade constante estão na direção dos autovetores de Σ^{-1} e seus comprimentos são proporcionais aos inversos das raízes quadradas dos autovalores de Σ^{-1} . Logo, os contornos de densidade constante para uma distribuição normal bivariada são elipses definidas por (x, y) tais que

$$((x, y) - \mu)' \Sigma^{-1} ((x, y) - \mu) = c^2 \quad (10)$$

Segundo Johnson e Wichern [10], essas elipses são centradas em μ e tem eixos $\pm \sqrt{\tau_i} e_i$, onde e_i é o autovetor relacionado ao autovalor λ_i e $\Sigma e_i = \tau_i e_i$, $i = 1, 2$. Mostra-se que a escolha de $c^2 = \chi_2^2(\alpha)$, onde $\chi_p^2(\alpha)$ é o 100α -ésimo percentil de uma distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade, leva a contornos que contém $(1 - \alpha) \times 100\%$ de probabilidade. Ou seja

$$((x, y) - \mu)' \Sigma^{-1} ((x, y) - \mu) \leq \chi_2^2(\alpha) \quad (11)$$

Dado que escolhemos um contorno de nível razoável, a partir de um percentil α podemos obter as coordenadas aproximadas do cluster como as coordenadas da elipse que engloba $(1 - \alpha) \times 100\%$ dos pontos da superfície. Para isto, o vetor de médias μ é obtido como as coordenadas x e y do ponto de máximo global da superfície, no momento que o alarme soa. A matriz Σ pode ser obtida através da matriz de variância-covariância das coordenadas (x, y) do nível de contorno adotado (Σ^*) a menos de uma constante u , ou seja, $\Sigma^* = u\Sigma$.

Pela expressão da densidade normal bivariada, vemos que o ponto de máximo é dado por

$$Max = \frac{1}{2\pi \sqrt{\det(\Sigma)}} \quad (12)$$

e portanto podemos fazer

$$A = \det(\Sigma) = \left(\frac{1}{2\pi Max} \right)^2 \quad (13)$$

Como exposto anteriormente, $\Sigma^* = u\Sigma$. Aplicando o determinante em ambos os lados, podemos fazer

$$B = \det(\Sigma^*) = k^2 \det(\Sigma) \quad (14)$$

Finalmente, de A e B , mostra-se que a matriz Σ procurada é dada por

$$\Sigma = \left(\frac{A}{B} \right)^{1/2} \Sigma^* \quad (15)$$

Dado que exista um cluster no conjunto de dados, uma questão importante é encontrar o contorno de nível que forneça as menores diferenças entre as coordenadas do cluster verdadeiro e as coordenadas da

elipse. Testando todos os decis, em 1000 simulações do cenário descrito no exemplo de aplicação das superfícies acumuladas, chegamos a conclusão que o nível de contorno correspondente ao percentil 30 deve ser utilizado. Isto sugere que não há diferença estatisticamente significativa entre as coordenadas do cluster verdadeiro e da elipse, tomando valores próximos ao percentil mencionado.

Exemplo de visualização do cluster no método Knox+CUSUM

Aplicamos a idéia de elipses da normal bivariada para encontrar as coordenadas aproximadas do cluster, no momento que o alarme soou no exemplo anterior para o método de superfícies acumuladas (255º evento) e o percentil 30 para o corte da superfície.

Na Figura 12, vemos a superfície $S_{255}(x, y)$ com a curva de nível e o gráfico de níveis de contorno dessa superfície. No gráfico de imagem da Figura 13, os pontos plotados representam os eventos do cluster e a elipse as coordenadas estimadas pela técnica sugerida de localização espacial do cluster. Vemos que a elipse engloba todos os pontos. A amplitude das coordenadas estimadas e das coordenadas do cluster, nos eixos x e y , são mostradas na Tabela 1. Todos os decis foram testados e novamente o percentil 30 forneceu as menores diferenças entre as coordenadas.

Aplicação: Meningite Meningocócica

Para ilustrar o método proposto, utilizaremos dados referentes a casos de meningite meningocócica, ocorridos entre os anos de 1998 a 2000, nos bairros da cidade de Belo Horizonte, Brasil. Foram registrados 149 casos que continham informações sobre a posição no espaço e o tempo de ocorrência, além de outras informações.

A Figura 14 mostra o Mapa de Kernel com a distribuição da doença na cidade, independentemente do ano de ocorrência.

No método Knox+CUSUM, o alarme soou uma única vez, deflagrado pelo evento de número 91. No método de superfícies acumuladas, a estatística monitorada ficou acima do limiar a partir do evento de número 94. A Figura 15 mostra a superfície formada no momento de ocorrência do 94º evento. Vemos uma protuberância elevada a noroeste da região observada, indicando a localização mais provável de um cluster espaço-temporal. A Figura 16 é uma

imagem da superfície anterior, com as cores associadas às alturas da superfície da Figura 15. Note que a região de maior protuberância da figura anterior é destacada no gráfico de imagem, indicando uma ocorrência excessiva, refletida nas estimativas mais altas da superfície, como visto na legenda.

A Figura 17 mostra o mapa da cidade de Belo Horizonte, apenas com os casos de Meningite Meningocócica no ano de 1999. Os pontos em destaque indicam os eventos que dispararam o alarme no método Knox+CUSUM e no método das superfícies acumuladas. Além disso, as posições aproximadas que circundam o cluster são representadas pela elipse destacada.

Conclusions

O método de superfícies acumuladas identifica bem a posição espacial de clusters espaço-temporais emergentes, no momento que a incidência de eventos pontuais está acima do esperado. A identificação é feita através da visualização de representações gráficas das superfícies acumuladas e obtenção das coordenadas aproximadas dos eventos que circundam o cluster. Consideramos esta uma contribuição de grande relevância pois a localização do cluster, pois leva a tomadas de decisão importantes na prática.

Um dos parâmetros críticos do método é a largura de banda (τ) da função de kernel gaussiana. Supondo que o processo pontual é gerado conforme uma distribuição uniforme, concluímos que a mesma deve ter como limite inferior a medida proposta por Härdle [9]. A probabilidade de alarmes falsos sob H_0 está num limite aceitável para larguras de banda testadas nessa faixa. Além disso, o sistema detecta com alto poder clusters que não sejam formados por um número muito pequeno de eventos. Consideramos que o resultado é satisfatório quando existem pelo menos 15 eventos. A proporção de alarmes motivados é muito próxima da proporção de alarmes soados. Isso significa que o sistema quase não soa falsamente entre o início do tempo observado e o primeiro evento do cluster.

Por fim, dado que os parâmetros básicos do método estejam bem definidos, sugerimos o uso do método de superfícies acumuladas para a identificação do cluster emergente, quando trabalhamos com processos pontuais uniformes. Além das vantagens de identificação espacial do cluster emergente, ressaltamos que o limiar proposto por esse método

tem a vantagem de considerar o fato dos eventos serem correlacionados entre si, diferentemente do método sugerido por Rogerson [1]. Para trabalhos futuros, sugerimos o testar o método para diferentes processos pontuais, como por exemplo, eventos gerados através de uma distribuição gaussiana.

Acknowledgements

Este trabalho foi feito como parte integrante dos projetos desenvolvidos no LESTE-UFMG (Laboratório de Estatística Espacial) e no CRISP-UFMG (Centro de Estudos de Criminalidade e Segurança Pública). A primeira autora teve o apoio financeiro da Fundação FORD e do CNPq através do projeto SAUDAVEL.

References

1. Rogerson PA: **Monitoring point patterns for the development of space-time clusters**. *Journal Royal Statistical Society* 2001, **164**:87–96.
2. Raubertas R: **An analysis of disease surveillance data uses geographic locations of the reporting units**. *Statistics in Medicine* 1989, **8**:267–271.
3. Rogerson PA: **Surveillance systems for monitoring the development of spatial patterns**. *Statistics in Medicine* 1997, **16**:2081–2093.
4. Järpe E: **Surveillance of spatio-temporal patterns: Change of interaction in a ising dynamic model** 1999.
5. Kulldorff M: **Prospective time periodic geographical disease surveillance using a scan statistic**. *Journal Royal Statistical Society* 2001, **164**, Part 1:61–72.
6. Sonesson C, Bock D: **A review and discussion of prospective statistical surveillance in public health**. *Journal Royal Statistical Society* 2003, **166**, Part 1:5–21.
7. Kulldorf M, Heffernan R, Hartman J, Assunção R, Mostashari F: **A space-time permutation scan statistic for disease outbreak detection**. *PLoS Medicine* 2005, **2**:216–224.
8. Siegmund DO: **Sequential analysis: Tests and confidence intervals**. *Journal Royal Statistical Society* 2003, **166**, Part 1:5–21.
9. Härdle W: *Smoothing Techniques*. Louvain-La-Neuve: Springer-Verlag 1990.
10. Johnson RD, Wichern DW: *Applied Multivariate Analysis*. New Jersey: Prentice Hall 1998.

Apêndice

0.1 Variância de $N_{st}(i)$

Seja $n_t^j(i)$ o número de eventos que estão próximos no tempo do evento i quando a este é associado o j -ésimo valor do tempo. Rogerson [1] mostra que a distribuição de $N_{st}(i)$ é hipergeométrica com parâmetros $n - 1$, $n_s(i)$ e $n_t^j(i)$. Então

$$p\{N_{st}(i) = n_{st}(i)\} = \frac{1}{n} \frac{\sum_{j=1}^n \binom{n_t^j(i)}{n_{st}} \binom{n-1-n_t^j(i)}{n_s(i)-n_{st}}}{\binom{n-1}{n_s(i)}} \quad (16)$$

Assim, se o evento i recebe o j -ésimo valor do tempo, tem-se que a esperança de $N_{st}(i)$ é dada por:

$$E(N_{st}(i) \mid i \text{ recebe } j) = n_s(i) \frac{n_t^j(i)}{n-1} \quad (17)$$

$$E(N_{st}(i)) = E \left[n_s(i) \frac{n_t^j(i)}{n-1} \right] = \frac{n_s(i)}{n-1} \sum_{j=1}^n n_t^j(i) \frac{1}{n} = \frac{n_s(i)}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n n_t^j(i) \quad (18)$$

Usando o resultado $\sum_{j=1}^n n_t^j(i) = 2n_t$, temos:

$$E(N_{st}(i)) = \frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \quad (19)$$

Para o cálculo da variância de $N_{st}(i)$, temos:

$$Var(N_{st}(i) \mid i \text{ recebe } j) = n_s(i) \frac{n_t^j(i)}{n-1} \frac{(n-1) - n_t^j(i)}{n-1} \frac{(n-1) - n_s(i)}{n-2} \quad (20)$$

$$Var(N_{st}(i)) = E\{Var\{N_{st}(i) \mid i \text{ recebe } j\}\} + Var\{E\{N_{st}(i) \mid i \text{ recebe } j\}\} \quad (21)$$

Seja a primeira expressão da equação 21, após a igualdade, denominada expressão 1 e a segunda expressão 2. Desenvolvendo a expressão 1, temos:

$$\begin{aligned}
E\{\text{Var}\{N_{st}(i) \mid i \text{ recebe } j\}\} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{n_s(i)n_t^j(i)[(n-1)-n_t^j(i)][(n-1)-n_s(i)]}{(n-1)^2(n-2)} \\
&= \frac{n_s(i)(n-1-n_s(i))}{n(n-1)^2(n-2)} \sum_{j=1}^n n_t^j(i)(n-1-n_t^j(i)) \\
&= \frac{n_s(i)(n-1-n_s(i))}{n(n-1)^2(n-2)} \left[(n-1) \sum_{j=1}^n n_t^j(i) - \sum_{j=1}^n (n_t^j(i))^2 \right] \quad (22)
\end{aligned}$$

Desenvolvendo a expressão 2, temos:

$$\begin{aligned}
\text{Var}\{E\{N_{st}(i) \mid i \text{ recebe } j\}\} &= E \left[\left(\frac{n_s(i)n_t^j(i)}{n-1} \right)^2 \right] - \left[\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \right]^2 \\
&= \frac{n_s(i)^2}{n(n-1)^2} \left(\sum_{j=1}^n n_t^j(i)^2 \right) - \left[\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \right]^2 \quad (23)
\end{aligned}$$

Unindo as expressões 22 e 23:

$$\begin{aligned}
\text{Var}(N_{st}(i)) &= \frac{n_s(i)(n-1-n_s(i))}{n(n-1)^2(n-2)} \left[2(n-1)n_t - \sum_{j=1}^n (n_t^j(i))^2 \right] \\
&\quad + \frac{n_s(i)^2}{n(n-1)^2} \left(\sum_{j=1}^n (n_t^j(i))^2 \right) - \left[\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \right]^2 \\
&= \frac{2n_t(n-1)n_s(i)(n-1-n_s(i))}{n(n-1)^2(n-2)} - \frac{\sum_{j=1}^n ((n_t^j(i))^2)[n_s(i)(n-1-n_s(i))]}{n(n-1)^2(n-2)} \\
&\quad + \frac{n_s(i)^2}{n(n-1)^2} \left(\sum_{j=1}^n (n_t^j(i))^2 \right) - \left[\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \right]^2 \\
&= \left[\sum_{j=1}^n (n_t^j(i))^2 \right] \left[\frac{n n_s(i) - n_s(i) - n_s(i)^2}{n(n-1)^2(n-2)} + \frac{n_s(i)^2}{n(n-1)} \right] \\
&\quad + \frac{2n_t(n-1)n_s(i)(n-1-n_s(i))}{n(n-1)^2(n-2)} - \left[\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \right]^2 \quad (24)
\end{aligned}$$

Assim, a variância de $N_{st}(i)$ é dada por:

$$\begin{aligned}
\text{Var}(N_{st}(i)) &= \left[\sum_{j=1}^n (n_t^j(i))^2 \right] \frac{n_s(i)}{n(n-1)^2} \left[\frac{n-1-n_s(i)}{n-2} + n_s(i) \right] \\
&\quad + \left[\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \frac{n-1-n_s(i)}{n-2} - \left(\frac{2n_t n_s(i)}{n(n-1)} \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{25}$$

Tables

Table 1 - Amplitudes das coordenadas do cluster localizado e do cluster verdadeiro.

Amplitude	Cluster localizado	Cluster verdadeiro
coordenadas x	(0.3604884 - 0.6921432)	(0.5019981 - 0.5885624)
coordenadas y	(0.3856045 - 0.7722902)	(0.5021474 - 0.5979194)

Table 1: Amplitudes das coordenadas do cluster localizado e do cluster verdadeiro.

Table 2 - Simulando a técnica de superfícies acumuladas, usando a distribuição uniforme para a gerar os eventos e diferentes parâmetros. Resultados entre 1000 simulações.

Tamanho do cluster = 5 eventos												
Tau	Posição: Início				Posição: Meio				Posição: Fim			
	soou	mot.	delay	al.falso	soou	Motivado	delay	al.falso	soou	Motivado	delay	al.falso
a	36	34	4.735	2	39	35	4.771	4	29	26	4.115	3
b	22	22	4.727	0	18	18	4.333	0	21	19	4.316	2
c	77	75	4.747	2	58	54	4.611	4	35	30	4.000	5

Tamanho do cluster = 15 eventos												
τ	Posição: Início				Posição: Meio				Posição: Fim			
	soou	mot.	delay	al.falso	soou	Motivado	delay	al.falso	soou	Motivado	delay	al.falso
a	974	971	8.696	3	969	966	8.813	3	987	986	7.898	1
b	945	944	9.043	0	942	942	9.211	0	987	987	8.152	0
c	984	980	8.266	0	983	974	8.372	9	987	979	7.828	8

Tamanho do cluster = 21 eventos												
Tau	Posição: Início				Posição: Meio				Posição: Fim			
	soou	mot.	delay	al.falso	soou	Motivado	delay	al.falso	soou	Motivado	delay	al.falso
a	996	996	8.178	0	996	989	8.132	7	997	991	7.364	6
b	997	997	8.511	0	996	994	8.481	2	998	994	7.539	4
c	991	990	7.809	0	993	982	7.832	11	997	988	7.389	9

Table 2: Simulando a técnica de superfícies acumuladas, usando a distribuição uniforme para a gerar os eventos e diferentes parâmetros. Resultados entre 1000 simulações.

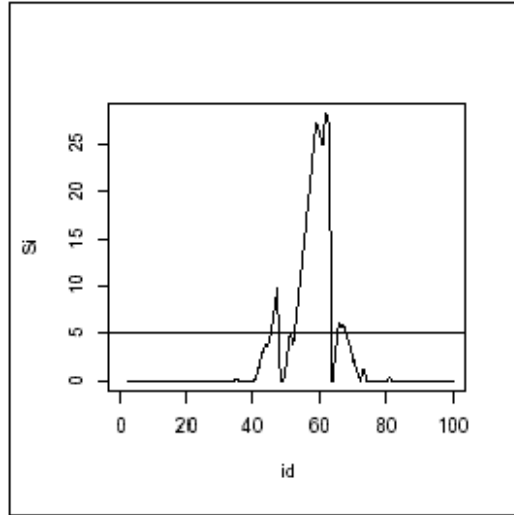


Figure 1: Visualização do método Knox+CUSUM.

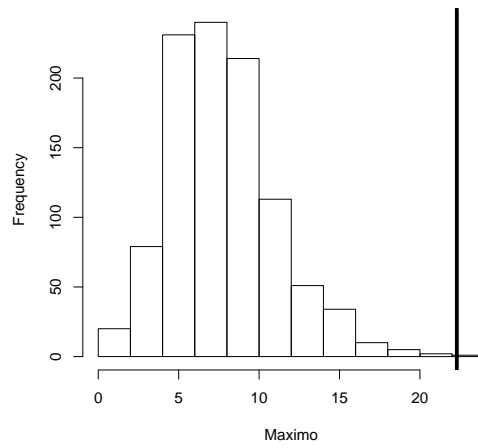


Figure 2: Distribuição do máximo sob H_0 e identificação do limiar (reta vertical).

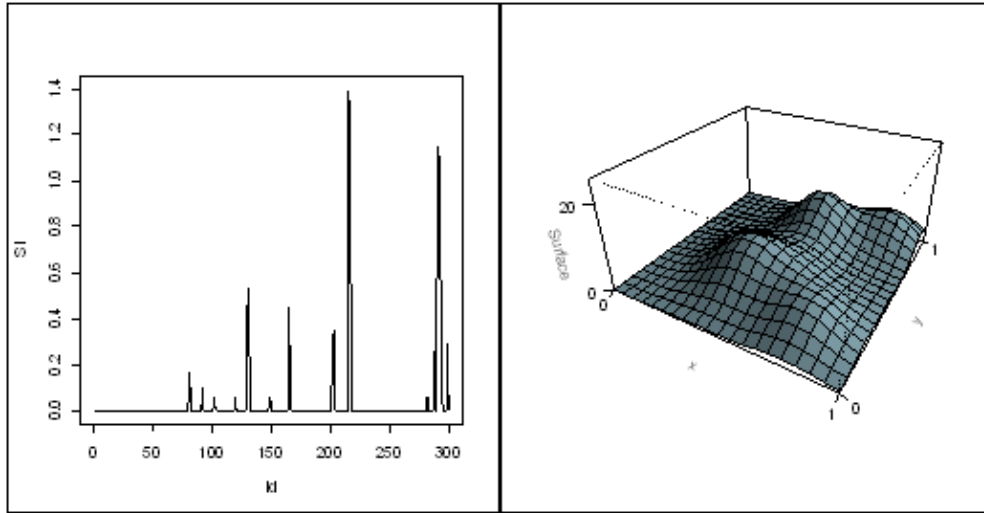


Figure 3: O gráfico da esquerda mostra a soma acumulada S_i no cenário 1, que não ultrapassa o limiar. O gráfico da direita mostra a superfície acumulada $S_{300}(x, y)$ no mesmo cenário.

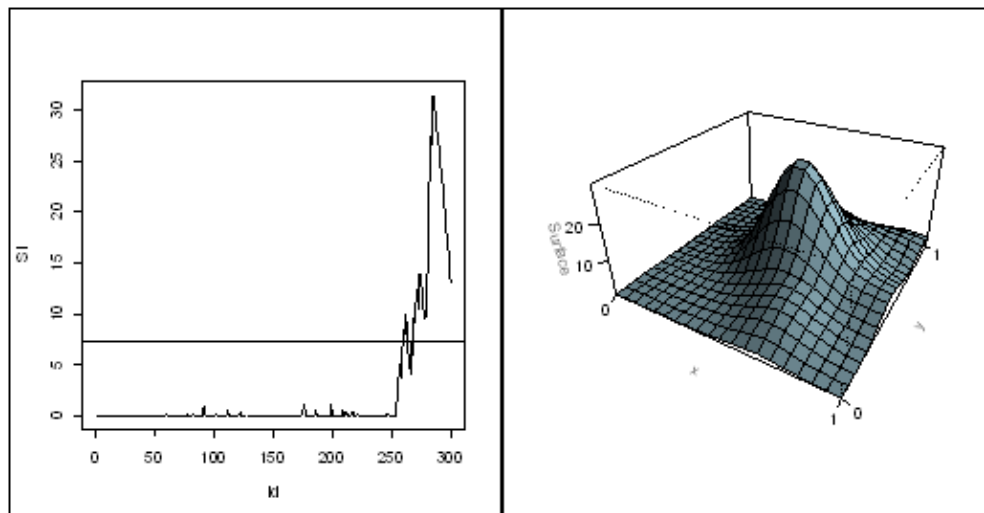


Figure 4: O gráfico da esquerda mostra a soma acumulada S_i no cenário 2, onde existe um cluster de 20 eventos entre as últimas observações. O gráfico da direita mostra a superfície acumulada $S_{255}(x, y)$ no mesmo cenário.

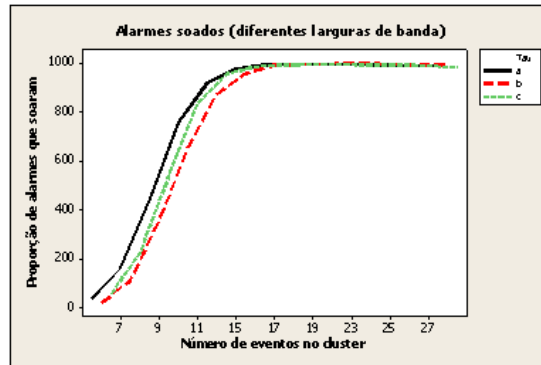


Figure 5: Gráficos de linhas comparando as proporções de alarmes que soaram em 1000 simulações para os três τ 's, à medida que aumentamos o número de eventos no cluster.

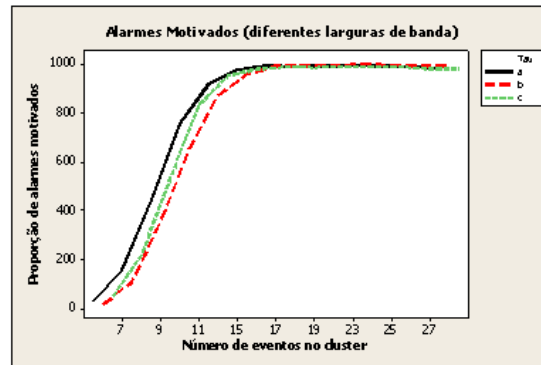


Figure 6: Gráficos de linhas comparando as proporções de alarmes motivados, dentre os alarmes que soaram em 1000 simulações, para os três τ 's, à medida que aumentamos o número de eventos no cluster.

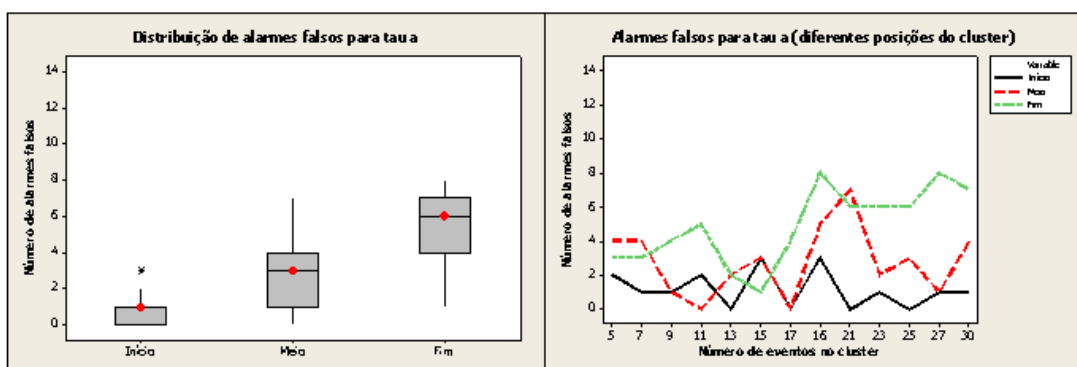


Figure 7: Box-plot com distribuição de alarmes falsos em τ_a para as três posições do cluster, independente do tamanho do cluster. Gráfico de linhas da proporção de alarmes falsos para as diferentes posições do cluster, à medida que aumenta o tamanho do cluster.

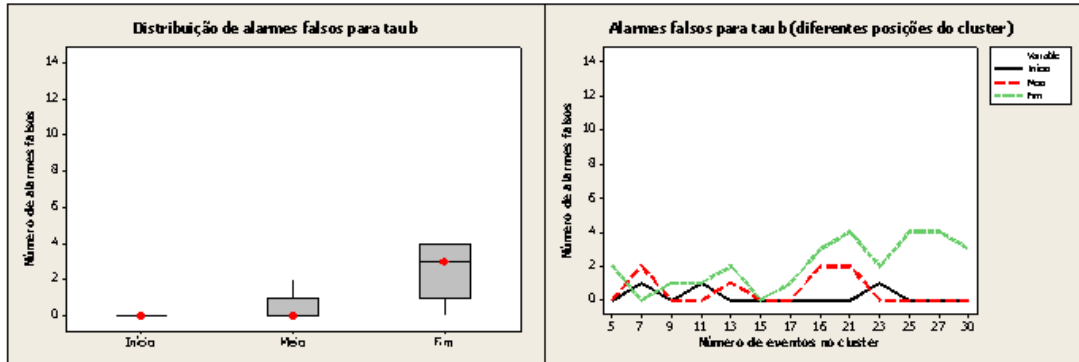


Figure 8: Box-plot com distribuição de alarmes falsos em τ_b para as três posições do cluster, independente do tamanho do cluster. Gráfico de linhas da proporção de alarmes falsos para as diferentes posições do cluster, à medida que aumenta o tamanho do cluster.

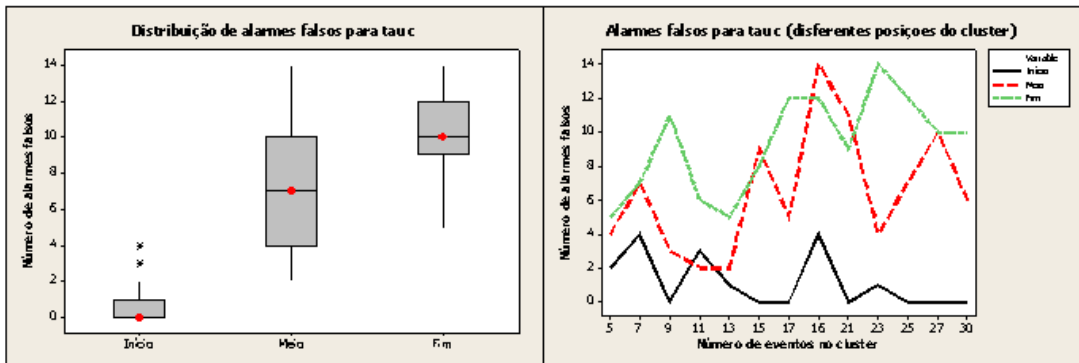


Figure 9: Box-plot com distribuição de alarmes falsos em τ_c para as três posições do cluster, independente do tamanho do cluster. Gráfico de linhas da proporção de alarmes falsos para as diferentes posições do cluster, à medida que aumenta o tamanho do cluster.

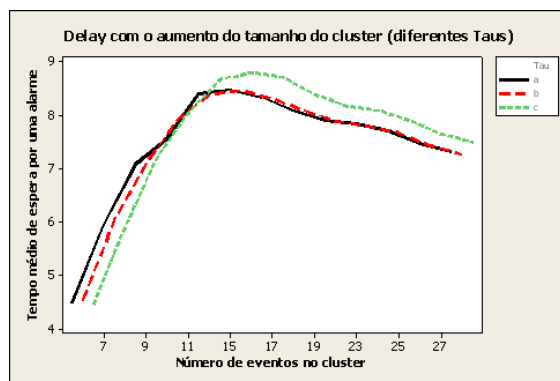


Figure 10: Gráficos de linhas comparando os tempos médios de espera por um alarme motivado (delay), para os três τ 's, à medida que aumentamos o número de eventos no cluster.

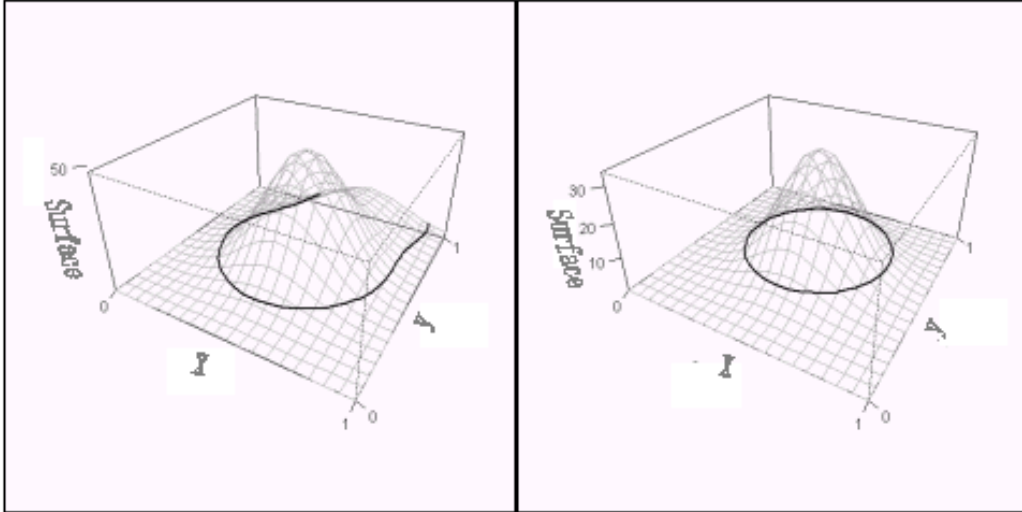


Figure 11: Figuras com superfície acumulada seccionada em diferentes patamares da superfície.

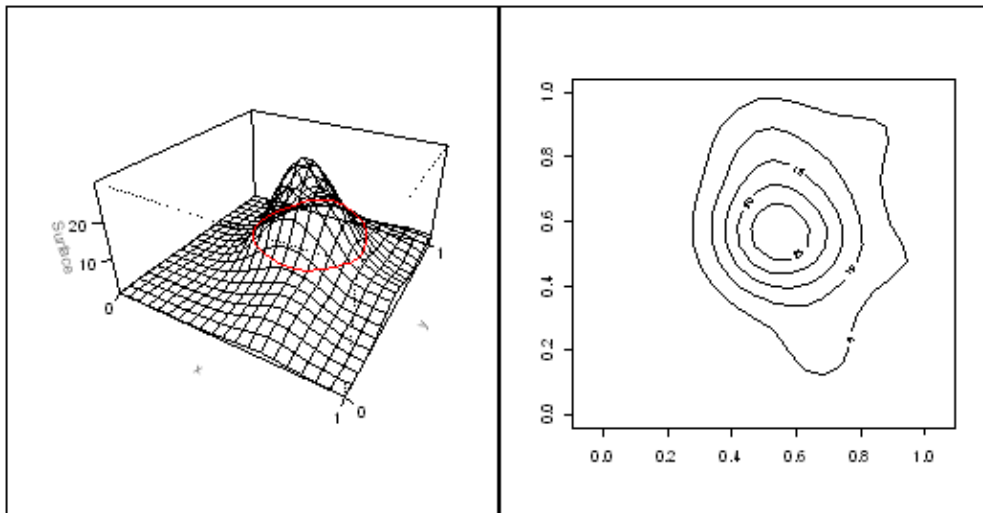


Figure 12: Superfície formada no momento em que o alarme soa, cortada pelo nível de contorno correspondente ao percentil 30%. Gráficos de níveis de contorno.

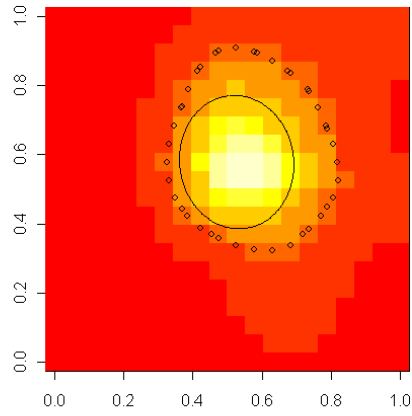


Figure 13: A figura mostra o gráfico de imagem que é formado no momento de ocorrência do 87^o evento. Os pontos representam os eventos do cluster e a elipse as coordenadas estimadas da provável localização do cluster.

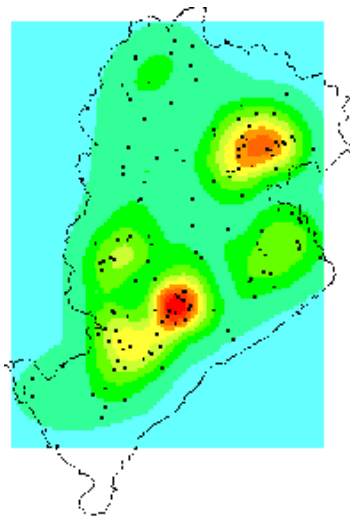


Figure 14: Mapa de kernel mostrando a distribuição da ocorrência de meningite meningocócica, na cidade de Belo Horizonte, entre os anos de 1998-2000.

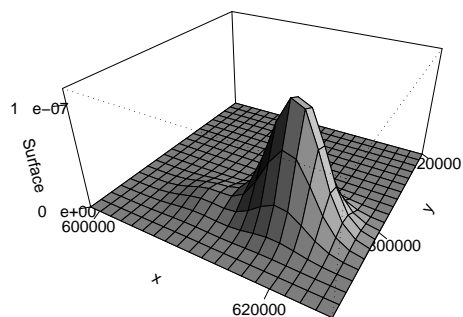


Figure 15: Superfície formada no 94º evento, para os casos de Meningite Meningocócica, BH 1998-2000.

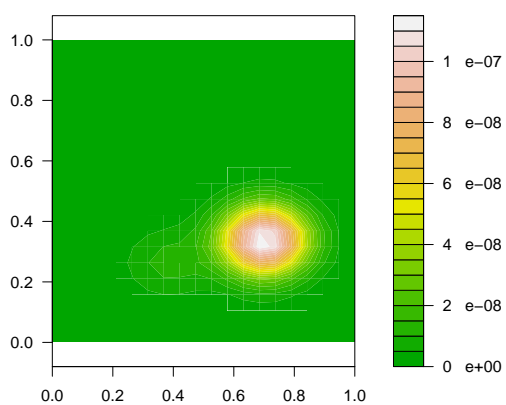


Figure 16: Gráfico de imagem da superfície no momento do 94º evento, destacando a região com ocorrência excessiva de casos de Meningite no passado recente.

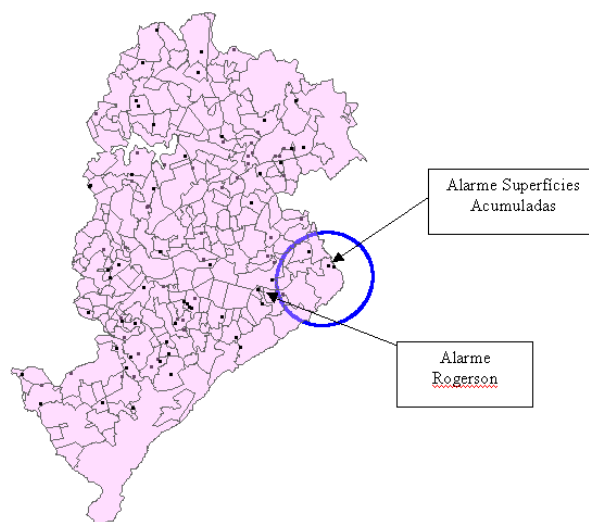


Figure 17: Distribuição de casos de Meningite, indentificando eventos que soaram o alarme no método Knox+CUSUM e no método das superfícies acumuladas, incluindo identificação do cluster (BH, 1999).