

André Luiz de Oliveira

Modelo e Algoritmos para Organização de Redes de  
Sensores Sem Fio Hierárquicas

Dissertação apresentada ao Departamento  
de Ciência da Computação da Universidade  
Federal de Minas Gerais como requisito par-  
cial para obtenção do título de mestre em  
Ciência da Computação.

Belo Horizonte

18 de junho de 2004



Universidade Federal de Minas Gerais

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Modelo e Algoritmos para Organização de Redes de Sensores  
Sem Fio Hierárquicas

ANDRÉ LUIZ DE OLIVEIRA

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:

---

Prof. Geraldo Robson Mateus - Orientador  
Departamento de Ciência da Computação - UFMG

---

Prof. Antônio Alfredo F. Loureiro  
Departamento de Ciência da Computação - UFMG

---

Prof. Frederico Rodrigues Borges da Cruz  
Departamento de Estatística - UFMG

Belo Horizonte, 18 de junho de 2004.

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por permitir a realização deste trabalho.

Aos meus pais, minha imensa gratidão por sempre me apoiarem nos meus estudos não medindo esforços para isso.

À minha querida Adriana, pelo amor, carinho, apoio e compreensão principalmente nos momentos em que eu não podia estar ao seu lado.

Ao Tio João, Leila e Filipe muito obrigado por me receberem em sua casa durante esses quase dois anos.

Ao professor Geraldo Robson, agradeço por estar sempre disposto a me atender, mesmo quando estava atarefado. Obrigado pela paciência, dicas e orientações decisivas que me deixavam mais confiante quando as coisas pareciam não caminhar.

A todos os colegas do LaPO, agradeço pela convivência agradável. Em especial agradeço ao Gustavo e à Fabíola com quem estive mais próximo durante a realização deste trabalho e ao amigo Martin que estava sempre disposto a ajudar e dar uma palavra de incentivo.

Aos colegas do DCC/UFMG, em especial aos alunos de mestrado e doutorado da turma de 2002, agradeço pelo companheirismo e convivência agradável.

À CAPES agradeço pelo apoio financeiro através da bolsa de mestrado.

*Aos meus pais,  
Antônio e Aparecida.*

# Resumo

Rede de Sensores Sem Fio (RSSF) é uma tecnologia emergente que possibilita a habilidade de monitorar o mundo físico através de uma rede de pequenos sensores densamente distribuídos. Um grande desafio nessas redes consiste na escassez de energia disponível nos sensores, fazendo com que trabalhos que procurem economizar energia e consequentemente prolongar a vida dessas redes seja um foco interessante. Outros temas de pesquisa nessas redes são os problemas de cobertura e roteamento. O objetivo deste trabalho consiste em propor uma solução que trate conjuntamente os problemas de cobertura e roteamento considerando a organização hierárquica dessas redes. Essa organização permite tirar vantagens dessas redes principalmente no que se refere à economia de energia. Como solução foi proposto um modelo de programação linear inteira mista e diante da dificuldade de se obter soluções utilizando o modelo, a técnica de relaxação Lagrangeana foi utilizada na elaboração de um algoritmo que possibilitasse obter boas soluções em menor tempo computacional. Para validar e avaliar as soluções, foram realizados testes a partir de um conjunto de instâncias fornecidas por um gerador desenvolvido para esse propósito. Os resultados numéricos permitem validar as soluções obtidas com o modelo matemático e verificar ganhos da organização hierárquica sobre a organização plana dessas redes. Os testes realizados com o objetivo de avaliar a qualidade do algoritmo mostram o seu ganho em relação ao Cplex no que se refere ao tempo computacional para obter soluções, porém os *gaps* de dualidade para o problema ainda são bastante altos.

# Abstract

Wireless Sensor Networks (WSNs) are an emerging technology that permits to monitor the physical world via a network of small sensors densely distributed. Wireless sensor networks are intrinsically energy constrained. Therefore, it is an interesting research topic to explore approaches to save energy and consequently to extend the lifetime of these networks. Other research themes are the coverage and routing problems. The objective of this work consists of proposing a solution that treats the coverage and routing problems together, considers the hierarchical network organization and takes advantages of energy savings. We propose a mixed integer linear programming model. To overcome the difficulties to obtain solutions using the model, the Lagrangian Relaxation technique is explored to obtain good solutions in smaller processing time. A group of instances supplied by a generator developed for this purpose is used in the accomplished tests to validate and evaluate the solutions. The results show the comparison between the hierarchical organization and the plane organization of these networks. The accomplished tests also show the gain when we compare the processing time for the proposed heuristic to the results obtained with the commercial software Cplex. However the duality gaps are still quite large.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação e proposta . . . . .	2
1.2	Estrutura do texto . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Redes de sensores sem fio</b>	<b>5</b>
2.1	Classificação das redes de sensores sem fio . . . . .	6
2.2	Algumas características das RSSF . . . . .	7
2.3	Localização em RSSF . . . . .	8
2.4	Trabalhos relacionados . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Formulação do problema</b>	<b>12</b>
3.1	Definição do problema . . . . .	12
3.2	Modelo matemático . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Algoritmo de solução</b>	<b>16</b>
4.1	Limite inferior . . . . .	18
4.1.1	Lagrangeano . . . . .	19
4.1.2	Lagrangeano dual . . . . .	25
4.2	Limite superior . . . . .	30
4.2.1	Heurística Lagrangeana . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Experimentos computacionais</b>	<b>32</b>
5.1	Consumo com transmissão . . . . .	32
5.2	Gerador de instâncias . . . . .	33
5.3	Resultados computacionais . . . . .	35
5.3.1	Análise das soluções do modelo matemático . . . . .	36
5.3.2	Análise do algoritmo baseado na relaxação Lagrangeana . . . . .	40

<b>6 Conclusões</b>	<b>47</b>
6.1 Trabalhos futuros . . . . .	48
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>50</b>



# Lista de Tabelas

5.1	Consumo de corrente do sensor com transmissão . . . . .	34
5.2	Instâncias de Teste . . . . .	36
5.3	Porcentagem de sensores ativos e número de grupos formados . . . . .	38
5.4	Comparação entre rede hierárquica e plana . . . . .	40
5.5	Solução com todos os sensores vs. Solução com sensores selecionados . . . . .	41
5.6	Comparação entre soluções do Cplex e da relaxação Lagrangeana - raio de comunicação = raio de sensoriamento = 15 com 4 sorvedouros . . . . .	42
5.7	Comparação entre soluções do Cplex e da relaxação Lagrangeana - raio de comunicação = raio de sensoriamento = 15 com 1 sorvedouro . . . . .	43
5.8	Comparação entre soluções do Cplex e da relaxação Lagrangeana - raio de comunicação = 30, raio de sensoriamento = 15 com 4 sorvedouros . . . . .	44
5.9	Comparação entre soluções do Cplex e da relaxação Lagrangeana - raio de comunicação = 30, raio de sensoriamento = 15 com 1 sorvedouro . . . . .	45
5.10	Cplex permitindo <i>gap</i> de 20% vs. Algoritmo usando Rel. Lagrangeana . . . . .	46

# Lista de Figuras

4.1	Algoritmos para cálculo de limites para a solução de um problema inteiro	17
5.1	Área de 80x80 com pontos espaçados de 5 unidades de distância . . . . .	35
5.2	Total de sensores . . . . .	39
5.3	Sensores selecionados . . . . .	39

# Capítulo 1

## Introdução

Recentes avanços tecnológicos ocorridos em micro sistemas eletro-mecânicos (MENS - *Micro Electro-Mechanical Systems*), micro-processadores, sistemas embutidos e comunicação sem fio têm estimulado o desenvolvimento e uso de sensores “inteligentes” em áreas ligadas a processos físicos, químicos, biológicos e outros. É usual ter em um único *chip* vários sensores controlados pela lógica do circuito integrado e possuindo uma interface de comunicação sem fio. Normalmente o termo “sensor inteligente” é aplicado ao *chip* que possui um ou mais sensores com capacidade de processamento de sinais e comunicação de dados [37, 2]. A tendência é produzir esses sensores em larga escala, barateando assim o custo, e investir ainda mais no desenvolvimento tecnológico desses dispositivos.

A disponibilidade de tais sensores com poder de processamento e comunicação sem fio possibilitaram o sensoriamento para uma grande variedade de aplicações ambientais, militares, industriais, biológicas e médicas entre outras [10, 24, 6, 1] emergindo, então, as redes de sensores sem fio (RSSF)[44] com um grande potencial de aplicação.

Uma RSSF consiste de um conjunto de componentes compactos e autônomos, os sensores, os quais possuem capacidade de sensoriamento, processamento e comunicação. Os sensores podem sensoriar informações do ambiente através de uma variedade de modalidades, incluindo acústico, sísmico, térmico, entre outros. Eles colaboram entre si para realizar tarefas de sensoriamento e os dados coletados são enviados para nós especiais chamados de sorvedouros ou monitores, onde os dados coletados são analisados. Um sensor é composto de bateria, memória, processador, transceptor (responsável pela transmissão) e dispositivo de sensoriamento. A bateria é o armazenador de energia do sensor e possui capacidade limitada com pouca possibilidade de reposição. A memória e o processador possuem capacidade reduzida devido ao tamanho do sensor. O rádio inclui o sistema de transmissão, recepção, amplificador e antena.

Dentre as características destas redes destacam-se as restrições de energia, o elevado número de elementos, a baixa largura de banda, a grande dependência da aplicação e a possibilidade de serem estabelecidas em áreas de difícil acesso através do lançamento dos nós nesta regiões.

## 1.1 Motivação e proposta

As RSSF podem ser utilizadas em diversos tipos de aplicações, como já mencionado, além de possuir um grande potencial científico que abre um leque de possibilidades de pesquisa para inúmeras áreas do conhecimento destacando-se como uma grande área de pesquisa atualmente.

Há um consenso de que uma das mais necessárias e desafiantes questões em redes de sensores é a escassez de energia dessas redes. Diante disso, pesquisas que procurem prolongar a vida das RSSF através da economia de energia utilizada torna-se fundamental. Surge, então, a área de otimização com um papel importante dentro das pesquisas em redes de sensores, não só voltada para o problema da escassez de energia, mas para tratar também outros problemas como disposição dos sensores e cobertura da área sensoriada.

O agrupamento hierárquico dos sensores permite tirar vantagens de características específicas das RSSF. Na hierarquização, os nodos se organizam em grupos ou *clusters* e elegem por um período de tempo um dos membros do grupo como líder (*cluster-head*). Para que o gasto de energia seja igual entre os sensores, periodicamente ocorre uma reorganização dos *clusters* elegendo-se novos líderes. Essa organização permite uma utilização mais eficiente da energia para muitas tarefas realizadas pela rede.

As principais características dessa organização são:

- Cada sensor transmite informação somente para o líder do seu grupo e este se encarrega de fazer a informação chegar ao destino, economizando assim energia gasta com transmissão. O custo de transmitir um bit é maior que uma computação [38].
- O líder pode ficar encarregado de executar computações extras como processar ou fundir dados recebidos dos membros do grupo. Com isso a informação a ser transmitida pela rede é reduzida diminuindo o tráfego e conseqüentemente economizando energia.
- Os membros de um grupo são adjacentes e portanto possuem dados similares. Isso pode tornar a fusão dos dados realizada pelos líderes mais efetiva.

- A atividade de gerenciamento pode ser facilitada atribuindo-se aos líderes funções de gerenciamento. Assim o gerenciamento pode ser feito por região e não individualmente.
- O roteamento dos dados pode tornar-se mais simples uma vez que somente os líderes devem saber como rotear os dados pela rede.
- Possibilita o uso de algoritmos localizados, os quais gastam menos energia que algoritmos centralizados.

Dadas as vantagens que podem ser obtidas com a organização hierárquica das redes de sensores e o fato da comunicação ser uma atividade de alto consumo de energia nessas redes, organizar uma rede de sensores considerando esses aspectos torna-se uma tarefa relevante.

Pode-se identificar no contexto das RSSFs três problemas cujas soluções são bastante interdependentes. São eles os problemas de cobertura, conectividade e roteamento.

O problema de cobertura, dado que deseja-se ativar o menor número de sensores para economizar energia daqueles não ativos, consiste em selecionar, a partir de um conjunto de sensores candidatos, um subconjunto mínimo capaz de cobrir toda a região a ser monitorada ou sensoriada.

O problema de conectividade considerando a organização hierárquica da rede consiste em conectar cada sensor ativo a um líder e possibilitar que cada líder seja capaz de fazer sua informação chegar ao sorvedouro. Cada líder pode se conectar diretamente a um sorvedouro ou pode se conectar a outro líder definindo assim um roteamento da informação entre líderes e sorvedouro(s). O objetivo é definir a solução que minimize o custo de comunicação para o conjunto de sensores selecionados.

O objetivo desta dissertação de mestrado é formular um modelo de programação linear inteira mista que trate conjuntamente os problemas de cobertura e roteamento considerando a organização hierárquica dos sensores. Como uma característica das RSSF é apresentar um número muito grande de sensores, temos um indicativo de que a solução do problema para instâncias de tamanho prático em tempo aceitável seja um desafio. Diante disso, propõe-se ainda um algoritmo de solução baseado na relaxação Lagrangeana com o objetivo de obter eficientemente boas soluções para o problema. O modelo e/ou algoritmo podem ser inseridos em um ambiente de gerenciamento de RSSFs como o proposto em [41], possibilitando uma solução que indique uma boa organização da rede (considerando gastos com transmissão) quando solicitado.

O problema proposto neste trabalho será, daqui em diante, designado como PHR (Planejamento Hierárquico de RSSF).

## **1.2 Estrutura do texto**

O restante deste trabalho é organizado como segue. No capítulo 2 é apresentada uma descrição sobre as redes de sensores sem fio. Em seguida é apresentada a formulação matemática proposta para o problema PHR. No capítulo 4 é apresentado o algoritmo de solução baseado na técnica de relaxação Lagrangeana. No capítulo 5 são apresentados os experimentos computacionais e por fim são apresentadas as conclusões e trabalhos futuros no capítulo 6.

## Capítulo 2

# Redes de sensores sem fio

Rede de Sensores sem Fio (RSSF) é uma tecnologia emergente que possibilita monitorar e manipular o mundo físico através de uma rede de pequenos sensores densamente distribuídos.

As RSSF podem ser vistas como um tipo especial de rede móvel *ad hoc* (MANET - *Mobile Ad Hoc Network*). Em uma rede tradicional, a comunicação entre os elementos computacionais é feita através de estações rádio base que constituem um infra-estrutura de comunicação. Por outro lado em um rede móvel *ad hoc* os elementos computacionais trocam dados diretamente entre si. Do ponto de vista de organização RSSF e MANETs são idênticas, já que seus elementos computacionais comunicam diretamente entre si. No entanto, MANETs têm como função básica prover um suporte à comunicação entre esses elementos computacionais, que individualmente, podem estar executando tarefas distintas. Já as redes de sensores tendem a executar uma função colaborativa, onde os elementos (sensores) provêm dados coletados do ambiente que são tratados pelo(s) sorvedouro(s).

Tais redes incorporam peculiaridades que as diferem das redes tradicionais. Normalmente possuem um número muito grande de nodos distribuídos; possuem limitação de energia e devem possuir mecanismos de auto-configuração e adaptação devido a problemas como falhas de comunicação e perda de sensores. Diferente de redes tradicionais, as RSSF têm como importantes objetivos prolongar a vida da rede e prevenir a degradação da conectividade através de eficiente gerenciamento da energia dos sensores. Dados esses objetivos, a economia de energia torna-se importante foco nas RSSF, sendo muitas das pesquisas sobre estas redes voltadas para o uso eficiente da energia.

## 2.1 Classificação das redes de sensores sem fio

As RSSF podem ser classificadas segundo alguns critérios:

### 1. Composição

- (a) *Homogênea*: todos os nós <sup>1</sup> são idênticos em relação ao tipo, dimensão e funcionalidades.
- (b) *Heterogênea*: caso os nós não sejam idênticos em relação ao tipo, dimensão e funcionalidades.

### 2. Organização

- (a) *Plana*: não possui agrupamento de nós em sua organização
- (b) *Hierárquica*: apresenta formação de grupos na sua organização.

### 3. Distribuição

- (a) *Regular*: os nós são distribuídos simetricamente como em uma grade.
- (b) *Irregular*: caso uma distribuição simétrica não ocorra.

### 4. Mobilidade

- (a) *Estática*: os elementos após depositados permanecem estacionários.
- (b) *Dinâmica*: um ou mais de seus elementos podem se mover.

### 5. Densidade

- (a) *Balanceada*: a concentração de nós por área é a mesma em toda a área de monitoração
- (b) *Densa*: a concentração de nós por área é alta.
- (c) *Esparsa*: a concentração de nós por área é baixa.

### 6. Controle

- (a) *Aberta*: a rede apenas monitora a região.
- (b) *Fechada*: a rede monitora e atua na região.

### 7. Coleta de dados

---

<sup>1</sup>Nó é usado neste texto como sinônimo de sensor



- (a) *Periódica*: os dados são coletados em intervalos regulares de tempo.
- (b) *Contínua*: a coleta de dados é realizada de maneira ininterrupta.
- (c) *Reativa*: a coleta de dados é realizada se um evento ocorre.
- (d) *Tempo real*: o objetivo é coletar a maior quantidade possível de dados dentro de um intervalo de tempo.

#### 8. Disseminação

- (a) *Programada*: os nós disseminam os dados em intervalos programados.
- (b) *Contínua*: os dados são disseminados continuamente.
- (c) *Sob-demanda*: os nós respondem a consultas.
- (d) *Dirigida a evento*: os dados são disseminados quando ocorre um evento.

## 2.2 Algumas características das RSSF

Redes de sensores sem fio apresentam características particulares conforme as áreas que são aplicadas. Isso faz com que questões específicas tenham que ser resolvidas. Algumas dessas questões e características são:

- **Endereçamento dos sensores**: Dependendo da aplicação cada sensor pode ser endereçado unicamente ou não. Por exemplo, sensores embutidos em peças em uma linha de montagem devem ser endereçados unicamente caso deseje-se saber exatamente o local de onde o dado está sendo coletado. Por outro lado, sensores monitorando um ambiente numa dada região possivelmente não precisam ser identificados individualmente já que o ponto importante é saber o valor de uma determinada variável nessa região.
- **Agregação dos dados**: Indica a capacidade de uma RSSF de sumarizar ou agregar os dados coletados pelos sensores. Caso a rede tenha essa funcionalidade, é possível reduzir o número de mensagens que precisam ser transmitida por ela.
- **Quantidade de sensores**: São previstas redes com grande número de sensores para aplicações ambientais como monitoramento em oceanos ou florestas. Logo, escalabilidade é uma questão importante.
- **Limitação de energia disponível**: Considerando que a fonte de energia de um sensor (bateria) é finita e que em muitas aplicações os sensores serão colocados em áreas

remotas, o que não permitirá fácil acesso a esses elementos para manutenção, é necessário que as operações executadas pela RSSF sejam eficientes quanto ao consumo de energia. Portanto, aplicações, protocolos, e algoritmos para RSSFs devem ser escolhidos considerando quantidade de energia consumida.

- Auto-organização da rede: Sensores em uma RSSF podem ser perdidos por causa de sua destruição física ou falta de energia. Sensores também podem ficar incommunicáveis devido a problemas no canal de comunicação sem fio ou por decisão de um algoritmo de gerenciamento da rede. Neste caso, isso pode acontecer por diversas razões como, por exemplo, para economizar energia ou por causa da presença de outro sensor na mesma região que já coleta o dado desejado. A situação contrária também pode acontecer: sensores inativos se tornarem ativos ou novos sensores passarem a fazer parte da rede. Em qualquer um dos casos, de sensores ficarem inoperantes ou passarem a participar de sua estrutura, é necessário haver mecanismos de auto-organização para que a rede continue a executar a sua função. Essa configuração deve ser automática e periódica já que a configuração manual não é viável devido a problemas de escalabilidade.
- Tarefas colaborativas: O objetivo principal de uma RSSF é executar alguma tarefa colaborativa na qual é importante detectar e estimar eventos de interesse e não apenas prover mecanismos de comunicação.

Uma descrição mais detalhada das redes de sensores sem fio pode ser encontrada em [1, 28, 40].

## 2.3 Localização em RSSF

A localização dos sensores dentro de uma rede é uma atividade não trivial porém muito importante, por exemplo, para nomear dados com suas coordenadas. Para que esse processo de localização geográfica dos sensores ocorra, geralmente alguns sensores da rede devem saber antecipadamente sua posição. Estes sensores, denominados nós âncoras ou *beacons*, conhecem sua localização porque dispõem de um equipamento como GPS (Global Positioning System) acoplado ou porque foi colocado em local pré-definido.

Os algoritmos de localização geralmente seguem três fases:

1. Medição das distâncias: nesta fase os sensores procuram estimar as distâncias entre eles e seus vizinhos. Para estimar as distâncias são utilizadas técnicas baseadas na potência do sinal de recepção (RSSI - *Received Signal Strength Indicator*, no

ângulo de recepção do sinal (AoA - *Angle of Arrival*, no tempo de chegada do sinal (ToA - *Time of Arrival*), na diferença do tempo de chegada do sinal (TDoA - *Time Difference of Arrival*).

2. Deteminação da localização dos sensores a partir da distância entre eles e os nós âncoras. Para isso são utilizadas técnicas como trilateração, triangulação e multilateração [18].
3. Refinamento da localização através de processos de cálculo de erro.

As abordagens dos algoritmos propostos para solucionar o problema de localização seguem duas linhas distintas: centralizada e distribuída. Na primeira os nós enviam as informações para uma única unidade computacional que é responsável pelo cálculo das posições dos sensores [25]. Na segunda, o cálculo das posições é feito de forma distribuída pelos próprios sensores que trocam informações entre si [36, 42, 43].

O modelo matemático e algoritmo apresentados neste trabalho consideram que a informação de localização dos sensores é conhecida a priori e, portanto, é possível saber a distância entre eles e conseqüentemente quais os sensores conseguem comunicar entre si.

## 2.4 Trabalhos relacionados

Este trabalho aborda alguns temas de pesquisa em redes de sensores: cobertura, roteamento, conectividade, agrupamento de sensores, controle de densidade de nós. O problema de cobertura está relacionado à qualidade de monitoramento da área. O roteamento e a conectividade estão relacionados à comunicação entre os sensores e ao fluxo de dados na rede. O agrupamento está interessado em determinar a melhor forma de agrupar os sensores e eleger líderes. O controle de densidade determina os elementos que devem estar ativos na rede. A seguir é apresentado alguns trabalhos relacionados a esses temas.

Meguerdichian et al. [31] aborda o problema da cobertura em redes de sensores enfatizando que, em geral, a cobertura pode ser considerada como medida da qualidade de serviço que pode ser provida por uma rede de sensores particular. Inicialmente o problema de cobertura é definido sobre vários pontos de vista incluindo determinístico, estatístico, pior e melhor caso. Em seguida um algoritmo polinomial que utiliza técnicas de teoria dos grafos e geometria computacional foi proposto para tratar o pior e melhor caso de cobertura em uma rede de sensores. No pior caso o objetivo é determinar o caminho entre dois pontos predefinidos no campo de sensoriamento em que a cobertura seja mínima, ou seja, um caminho em que ocorra baixo nível de cobertura ou até regiões

descobertas. Já no melhor caso o interesse é identificar o caminho entre dois pontos predefinidos que passe por regiões de alta cobertura. Semelhante trabalho é apresentado em [26].

Em [32], Meguerdichian et al. aborda o problema da exposição em redes de sensores, mais especificamente o problema de encontrar caminhos de mínima exposição, que está bastante relacionado a cobertura. O problema da exposição é definido como a medida de quão bem um objeto, movendo em um caminho arbitrário, pode ser observado pela rede de sensores em um período de tempo. Utilizando os algoritmos de caminho mínimo, é apresentado um algoritmo para determinar caminhos de mínima exposição em uma rede de sensores.

Chakrabarty et al. apresenta em [7] um modelo de programação linear inteira que minimiza o custo de sensores heterogêneos necessários para garantir a cobertura da área de sensoriamento. Uma outra abordagem feita neste trabalho consiste em definir o posicionamento dos sensores na área de sensoriamento, de forma que cada ponto nessa área seja coberto por um único subconjunto de sensores e assim seja possível a identificação única da localização de um fenômeno detectado.

Alguns modelos de programação linear com o objetivo de garantir cobertura e economizar a energia consumida pela rede são propostos em [30]. Para tal, os modelos procuram determinar um conjunto mínimo de sensores ativos que cubram a área. Os modelos variam segundo algumas particularidades como garantir cobertura independente da intensidade de sensoriamento em cada ponto; garantir que a intensidade de sensoriamento em cada ponto seja maior que um determinado valor; definir conjuntos disjuntos que cubram a área e que possam ser escalonados para atuar em diferentes períodos.

Em [3] é apresentado um algoritmo distribuído para organizar os sensores de uma rede em grupos com o objetivo de minimizar a energia usada para comunicar as informações ao sorvedouro. A partir desse algoritmo um outro é desenvolvido organizando os líderes hierarquicamente, ou seja, enquanto o primeiro considera apenas um nível de líderes o segundo permite mais de um nível. Nessa hierarquia os sensores obtêm os dados e comunicam para um líder de nível-1. Os líderes de nível-1 agregam a informação para um líder de nível-2 e assim por diante. Somente os líderes de mais alto nível comunicam a informação ao sorvedouro. Uma análise da influência do número de níveis na hierarquia sobre a energia economizada é feita.

Heinzelman et al. em [21] apresenta o LEACH (*Low-Energy Adaptive Clustering Hierarchy*), um algoritmo de roteamento para redes de sensores hierárquicas que procura utilizar de maneira eficiente a energia da rede prolongando assim a vida da rede.

O LEACH é um algoritmo de roteamento baseado na formação de grupos (*clusters*), em que os sensores se auto elegem líderes de grupo com alguma probabilidade. Tais líderes coletam dados dos sensores do seu grupo, agregam os dados coletados através de métodos de fusão de dados (reduz a quantidade de informação que deve ser transmitida) e transmitem os dados diretamente para o sorvedouro. Os líderes atuam nessa função por um certo período ocorrendo uma rotatividade para distribuir uniformemente a carga de energia entre os sensores. A cada início de período cada nodo determina se ele pode ser líder naquele período. Se ele decide ser um líder ele anuncia para seus vizinhos e aqueles que decidiram não ser líder se juntam a um dos líderes dos quais recebeu anúncio, baseados em parâmetros predeterminados. O LEACH é proposto para roteamento de dados em redes de sensores que tenham sorvedouros fixos e é considerado que todos os sensores são estáticos, homogêneos e possuem restrição de energia. Segundo os autores, o LEACH pode reduzir por um fator de 8 a dissipação de energia quando comparado com protocolos de roteamento convencionais. Entre outros algoritmos de roteamento para redes de sensores podem-se citar Directed Diffusion [23], Pegasus [27], SPIN [20] e [19].

Este trabalho não trata do problema de localização dos sensores. Algumas abordagens para solucionar este problema são encontradas em [4, 33, 36, 42].

# Capítulo 3

## Formulação do problema

Um grande desafio em RSSF é definir uma topologia que minimize o consumo de energia com transmissão de dados e garanta a cobertura da área de interesse. Neste capítulo é apresentada uma formulação matemática que considera conjuntamente o problema de cobertura e o roteamento dos dados gerados pelos sensores. A abordagem apresentada considera também a formação de grupos (*clusters*) de sensores bem como a indicação de um líder para cada grupo.

### 3.1 Definição do problema

O problema a ser tratado pode ser definido como: *Dada uma área a ser monitorada, representada por um conjunto de pontos pertencentes a essa área, um conjunto de sensores e um conjunto de sorvedouros, determinar um subconjunto de sensores que cubra todos os pontos, organizá-los em grupos indicando um líder para cada grupo e indicar o caminho que a informação deve percorrer desde um líder até um sorvedouro de forma a minimizar o consumo de energia com transmissão.*

Para o desenvolvimento do modelo matemático foi assumido que os sensores conhecem suas localizações, as quais podem ser determinadas por alguma das técnicas de localização apresentadas na seção 2.3 e também possuem um identificador único. É assumido também que as posições dos sorvedouros são conhecidas assim como os raios de sensoriamento e comunicação dos sensores.

Para tratar o problema de cobertura, a área a ser monitorada é representada como um conjunto de pontos que requerem sensoriamento. Logo, garantir cobertura significa que estes pontos devem estar dentro do raio de sensoriamento de algum(ns) dos sensores ativos. O número de pontos pode variar dependendo de quão bem se deseja que a área seja coberta ou de características do fenômeno que será monitorado.

## 3.2 Modelo matemático

Para a formulação apresentada a seguir os seguintes conjuntos, parâmetros e variáveis são considerados:

Conjuntos

$S$  - conjunto de sensores disponíveis.

$M$  - conjunto de sorvedouros (monitores).

$P$  - conjunto de pontos a serem cobertos.

$A^S$  - arcos que conectam os sensores entre si.

$A^P$  - arcos que conectam pontos a sensores, quando um ponto pertence ao raio de cobertura do sensor.

$A^M$  - arcos que ligam sensores a sorvedouros (somente no sentido sensor para sorvedouro).

$A^U = A^S \cup A^M$ .

Parâmetros

$t_{ij}$  - gasto (consumo) para transmitir entre o sensor  $i$  e o sensor ou sorvedouro  $j$ .

$u_i$  - limita o número máximo de sensores no grupo cujo sensor  $i$  seja líder.

Variáveis

$w_{pi}$  - 1 se o ponto  $p \in P$  é coberto pelo sensor  $i \in S$ ; 0 caso contrário.

$x_{ij}$  - 1 se o sensor  $i \in S$  é atendido pelo líder  $j \in S$ ; 0 caso contrário.

$z_{ij}^l$  - 1 se o arco  $(i, j) \in A^U$  está no caminho entre o líder  $l$  e o sorvedouro que o atende; 0 caso contrário.

$y_i$  - 1 se o sensor  $i \in S$  está ativo; 0 caso contrário.

Os arcos do conjunto  $A^S$  são determinados a partir do raio de comunicação dos sensores. Se a distância euclidiana entre um par de sensores é menor ou igual ao raio de comunicação, então existe um arco entre esse par de sensores. O mesmo vale para determinar os arcos do conjunto  $A^M$ . Semelhante também é determinado o conjunto  $A^P$ , porém considera-se o raio de sensoriamento, ou seja, se a distância entre um ponto  $p$  e um sensor  $s$  é menor que o raio de sensoriamento, então o arco entre  $p$  e  $s$  existe.

$$Z_{PHR} = \text{Min} \sum_{(i,j) \in A^S} t_{ij} x_{ij} + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} t_{ij} z_{ij}^l + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^M} t_{ij} z_{ij}^l \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{(i,j) \in A^S} x_{ij} \geq y_i, \quad \forall i \in S \quad (3.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A^S} x_{ij} \leq u_j x_{jj}, \quad \forall j \in S \quad (3.3)$$

$$\sum_{(p,i) \in A^P} w_{pi} \geq 1, \quad \forall p \in P \quad (3.4)$$

$$w_{pi} \leq y_i, \quad \forall (p,i) \in A^P \quad (3.5)$$

$$- \sum_{(j,i) \in A^U} z_{ji}^j = -x_{jj}, \quad \forall j \in S \quad (3.6)$$

$$\sum_{(j,i) \in A^S} z_{ji}^l - \sum_{(i,k) \in A^U | k \neq l} z_{ik}^l = 0, \quad \forall i \in S | i \neq l, \forall l \in S \quad (3.7)$$

$$z_{ij}^l \leq x_{jj}, \quad \forall (i,j) \in A^S | j \neq l, \forall l \in S \quad (3.8)$$

$$z_{ij}^l \leq x_{ii}, \quad \forall (i,j) \in A^U | j \neq l, \forall l \in S \quad (3.9)$$

$$0 \leq w_{pi} \leq 1, \quad \forall (p,i) \in A^P \quad (3.10)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in A^S \quad (3.11)$$

$$z_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in A^U | j \neq l, \forall l \in S \quad (3.12)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in S \quad (3.13)$$

A função objetivo (3.1) minimiza o gasto com comunicação entre sensores e líderes, dos líderes entre si e entre líderes e sorvedouros. As restrições (3.2) garantem que cada sensor ativo esteja ligado a um líder. As restrições (3.3) garantem que um sensor  $i$  só seja atendido por um sensor  $j$ , se  $j$  for um líder e limitam o número máximo de sensores em cada grupo. As restrições (3.4) garantem que cada ponto seja coberto por pelo menos um sensor. As restrições (3.5) garantem que um ponto seja coberto por um sensor  $i$  somente se  $i$  estiver ativo. As restrições (3.6) e (3.7) garantem a conservação do fluxo durante o caminho percorrido por cada informação até seu sorvedouro de destino. As restrições (3.8) e (3.9) garantem que somente sensores que forem líderes participarão do caminho até um sorvedouro.



O parâmetro  $u_i$  que limita o número de sensores por grupo pode ser desconsiderado caso não se deseje impor esse limite. Para desconsiderá-lo basta atribuir a  $u_i$  um valor igual ou maior que o número de sensores no alcance de comunicação do sensor  $i$ . Assim a solução fornece a melhor formação de grupos sem nenhuma limitação. O parâmetro  $u_i$  também pode ser utilizado para solucionar o problema considerando redes planas. Neste caso, basta atribuir a  $u_i$  o valor 1, ou seja, cada grupo só poderá ter um sensor (ele mesmo).

Na solução dada pelo modelo apresentado, o caminho percorrido pela informação é estabelecido somente entre os sensores escolhidos para serem líderes. Consideramos também que os líderes fazem um processamento da informação recebida de cada um dos membros do seu grupo juntamente com a informação gerada por ele e a informação que será transmitida corresponde a uma única informação. Porém, é assumido que a informação transmitida de um líder para outro líder é simplesmente retransmitida, ou seja, se um líder recebe  $n$  unidades de informação  $n$  unidades de informação serão retransmitidas.

Algumas considerações a respeito do modelo devem ser feitas. Assume-se que todos os pontos que representam a área a ser sensoriada podem ser cobertos por algum dos sensores disponíveis. Assume-se também que todos os sensores disponíveis têm iguais condições de serem selecionados para serem ativados ou serem líderes. Sabe-se que os líderes em uma rede hierárquica consomem mais energia que os demais sensores ativos, porém o modelo apresentado não considera a quantidade de energia dos sensores para a eleição dos líderes.

# Capítulo 4

## Algoritmo de solução

O problema tratado neste trabalho tende a ser aplicado na prática a instâncias de grande porte, uma vez que as RSSF tendem a possuir um número elevado de sensores. Adiciona-se a isso o fato de se tratar de um problema combinatório e conseqüentemente de difícil solução. Portanto, encontrar a solução ótima ou uma boa solução para o problema de programação linear inteira PHR aqui proposto não é trivial. A grande dificuldade reside em encontrar algum algoritmo que seja capaz de encontrar uma boa solução e que seja ao mesmo tempo computacionalmente eficiente.

Encontrar boas soluções para problemas difíceis de otimização combinatória tais como o PHR requer a consideração de dois pontos centrais. O primeiro ponto é encontrar um limite superior que seja o mais próximo possível da solução ótima e o segundo é encontrar um limite inferior que também seja o mais próximo possível da solução ótima. Bons limites superiores podem ser encontrados utilizando técnicas heurísticas gerais como *simulated annealing*, pesquisa tabu, algoritmo genéticos, ou heurísticas específicas para o problema que está sendo resolvido. Em relação ao limite inferior, uma técnica bem conhecida na literatura é a relaxação linear. Nela as restrições de integralidade são relaxadas e o modelo de programação mista ou inteira é resolvido como um modelo de programação linear (PL). Para a solução do PL podem ser utilizados algoritmos exatos e bem conhecidos como simplex e o algoritmo de pontos interiores. Outra técnica bastante conhecida e utilizada para o cálculo de limites inferiores é a Relaxação Lagrangeana [13, 12, 39, 34, 11, 16, 17, 29, 9]. Segundo Fisher em seu trabalho publicado em 1985 [13], a relaxação Lagrangeana tem sido utilizada com grande sucesso em aplicações de programação inteira de grande porte. Resumidamente a técnica de relaxação Lagrangeana consiste em tirar do problema as restrições complicantes e colocá-las com um termo de penalidade na função objetivo com o uso de multiplicadores. O problema Lagrangeano é fácil de resolver e providencia um limite inferior para o valor ótimo do



cedimento de pesquisa pode também ser utilizado para melhorar a qualidade da solução aproximada. Este tipo de estratégia é utilizado quando o tempo de pesquisa é muito grande.

Nesta seção é apresentado um algoritmo para o cálculo do limite inferior para o problema PHR baseado na técnica de relaxação Lagrangeana. A técnica de relaxação Lagrangeana é utilizada em conjunto com o método do subgradiente [5, 39, 14, 13], que tem a finalidade de atualizar os multiplicadores de Lagrange. Os limites superiores para o PHR são calculados a partir de duas heurísticas desenvolvidas especificamente para o PHR. A primeira é utilizada para se obter um limite superior inicial para o PHR (antes de utilizar o método do subgradiente) e a segunda busca, a partir da solução da relaxação Lagrangeana, obter uma solução viável para o problema.

## 4.1 Limite inferior

Nesta seção, o limite inferior para o PHR é calculado a partir da relaxação Lagrangeana.

A técnica de relaxação Lagrangeana surgiu da observação de que muitos problemas difíceis de programação inteira são formados por um problema (ou conjunto de problemas) relativamente fácil (fáceis), que é (são) complicado(s) por um conjunto de restrições complicantes. O que a relaxação Lagrangeana propõe é retirar este conjunto de restrições complicantes do problema de forma que o problema relaxado torne-se um problema fácil, ou possa ser decomposto em um conjunto de problemas fáceis. Cada restrição retirada do conjunto de restrições é introduzida na função objetivo juntamente com um multiplicador chamado multiplicador de Lagrange. Estes multiplicadores introduzidos na função objetivo procura penalizar a violação das restrições relaxadas.

Existem duas questões estratégicas na relaxação Lagrangeana que devem ser resolvidas. A primeira é quais restrições devem ser relaxadas. A relaxação Lagrangeana fornece um limite inferior que é maior ou igual ao limite inferior da relaxação linear. Se o problema relaxado se tornar muito fácil, ou seja, se suas restrições de integralidade puderem ser relaxadas e a integralidade da solução mantida, o limite da relaxação Lagrangeana torna-se igual ao da relaxação linear. Este é o pior caso da relaxação Lagrangeana. Portanto, o compromisso existente na escolha das restrições está em obter um problema relaxado fácil e que forneça o maior (ou melhor) limite inferior possível.

A segunda questão é como ajustar os multiplicadores de Lagrange de forma que o problema relaxado forneça o maior limite inferior possível. O problema de calcular os multiplicadores de Lagrange que maximizem o problema relaxado é chamado de Lagrangeano dual. Para resolver o Lagrangeano dual pode ser usado o método do

subgradiente. Na programação linear, o valor ótimo da solução do Lagrangeano dual é igual ao valor da solução ótima do problema original. Em problemas de programação inteira, os valores das soluções ótimas podem não se igualar. Neste caso, a distância entre as soluções é chamada de *gap* de dualidade. É por isso que a relaxação Lagrangeana é um método exato para problemas de programação linear, mas para problemas de programação inteira ela fornece apenas um limite inferior.

### 4.1.1 Lagrangeano

O modelo PHR, da seção(3.2), apresenta um grupo de restrições, bastante considerável, formado por restrições que relacionam variáveis diferentes, a saber as restrições (3.2), (3.5), (3.6), (3.7), (3.8) e (3.9). Este tipo de restrição dificulta que o problema relaxado possa ser decomposto em problemas independentes e fáceis de serem resolvidos.

Como pode ser observado, o modelo PHR é um modelo de programação linear inteira mista muito difícil de ser resolvido e que requer a relaxação de muitas restrições para que o problema relaxado possa se tornar um problema fácil.

A princípio tentativas foram feitas com o objetivo de relaxar o menor número de restrições possíveis para que fosse mantido o máximo possível das características do problema original. Neste sentido relaxamos as restrições (3.2)e (3.5) gerando 3 sub-problemas, um com as variáveis  $y$  ( $RL_y$ ), outro com as variáveis  $w$  ( $RL_w$ ), e por último um subproblema com as variáveis  $x$  e  $z$  ( $RL_{xz}$ ) que são estão bastante relacionadas no problema.

Os dois primeiros problemas obtidos,  $RL_y$  e  $RL_w$ , são bastante simples de se resolver, porém o mesmo não pode ser dito com relação ao problema  $RL_{xz}$ . Várias tentativas foram feitas para que fosse possível obter a solução ótima para esse último subproblema sem que fosse necessário separá-lo em dois subproblemas. Em nenhuma das tentativas feitas foi possível obter um algoritmo que nos fornecesse a solução ótima para  $RL_{xz}$ .

Sendo assim, restou como opção relaxar também as restrições que relacionavam as variáveis  $x$  e  $z$  e o conjunto de restrições relaxadas foram: (3.2), (3.5), (3.6), (3.7), (3.8) e (3.9).

Seja  $\alpha_i \geq 0, \forall i \in S$  o conjunto de multiplicadores associados às restrições (3.2),  $\beta_{pi} \geq 0, \forall (p, i) \in A^P$  o conjunto de multiplicadores associados às restrições (3.5),  $\gamma_j, \forall j \in S$  o conjunto de multiplicadores associados às restrições (3.6),  $\rho_{lj}, \forall l \in S, \forall j \in S | j \neq l$  o conjunto de multiplicadores associados às restrições (3.7),  $\delta_{ij}^l \geq 0, \forall l \in S, \forall (i, j) \in A^S | j \neq l$  o conjunto dos multiplicadores associados às restrições (3.8) e  $\epsilon_{ij}^l \geq 0, \forall l \in S, \forall (i, j) \in A^U | j \neq l$  o conjunto de multiplicadores associados às restrições (3.9) a relaxação Lagrangeana (RL) do PHR é definida por:

$$\begin{aligned}
 Z_{RL}(\alpha, \beta, \gamma, \rho, \delta, \epsilon) = \text{Min} & \sum_{(i,j) \in A^S} t_{ij} x_{ij} + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} t_{ij} z_{ij}^l + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^M} t_{ij} z_{ij}^l \\
 & + \sum_{i \in S} \alpha_i (y_i - \sum_{(i,j) \in A^S} x_{ij}) \\
 & + \sum_{(p,i) \in A^P} \beta_{pi} (w_{pi} - y_i) \\
 & + \sum_{j \in S} \gamma_j (x_{jj} - \sum_{(j,i) \in A^U} z_{ji}^j) \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{j \in S | j \neq l} \rho_{lj} \left( \sum_{(i,j) \in A^S} z_{ij}^l - \sum_{(j,k) \in A^U | k \neq l} z_{jk}^l \right) \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} \delta_{ij}^l (z_{ij}^l - x_{jj}) \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^U | j \neq l} \epsilon_{ij}^l (z_{ij}^l - x_{ii}) \tag{4.1}
 \end{aligned}$$

Sujeito a:

$$\sum_{(i,j) \in A^S} x_{ij} \leq u x_{jj}, \quad \forall j \in S \tag{4.2}$$

$$\sum_{(p,i) \in A^P} w_{pi} \geq 1, \quad \forall p \in P \tag{4.3}$$

$$0 \leq w_{pi} \leq 1, \quad \forall (p,i) \in A^P \tag{4.4}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in A^S \tag{4.5}$$

$$z_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in A^U | j \neq l, \forall l \in S \tag{4.6}$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in S \tag{4.7}$$

O modelo RL pode ser decomposto em três subproblemas, tal que  $Z_{RL}(\alpha, \beta, \gamma, \rho, \delta, \epsilon) = RL_{xz}(\alpha, \gamma, \rho, \delta, \epsilon) + RL_y(\alpha, \beta) + RL_w(\beta)$ .

**Subproblema  $RL_{xz}(\alpha, \gamma, \rho, \delta, \epsilon)$**

$$\begin{aligned}
 Z_{RL_{xz}}(\alpha, \gamma, \rho, \delta, \epsilon) = \quad & \text{Min} \sum_{i \in S} \sum_{(i,j) \in A^S} (t_{ij} - \alpha_i) x_{ij} \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} t_{ij} z_{ij}^l + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^M} t_{ij} z_{ij}^l \\
 & + \sum_{j \in S} \gamma_j (x_{jj} - \sum_{(j,i) \in A^U} z_{ji}^j) \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{j \in S | j \neq l} \rho_{lj} \left( \sum_{(i,j) \in A^S} z_{ij}^l - \sum_{(j,k) \in A^U | k \neq l} z_{jk}^l \right) \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} \delta_{ij}^l (z_{ij}^l - x_{jj}) \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^U | j \neq l} \epsilon_{ij}^l (z_{ij}^l - x_{ii}) \tag{4.8}
 \end{aligned}$$

*Sujeito a:*

$$\sum_{(i,j) \in A^S} x_{ij} \leq u x_{jj}, \quad \forall j \in S \tag{4.9}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A^S \tag{4.10}$$

$$z_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A^U | j \neq l, \forall l \in S \tag{4.11}$$

O subproblema  $RL_{xz}(\alpha, \gamma, \rho, \delta, \epsilon)$  pode ser decomposto em 2 subproblemas:

**Subproblema  $RL_x(\alpha, \gamma, \delta, \epsilon)$**

$$\begin{aligned}
 Z_{RL_x}(\alpha, \gamma, \delta, \epsilon) = \text{Min} \quad & \sum_{i \in S} \sum_{(i,j) \in A^S} (t_{ij} - \alpha_i) x_{ij} \\
 & + \sum_{j \in S} \gamma_j x_{jj} \\
 & - \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} \delta_{ij}^l x_{jj} \\
 & - \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^U | j \neq l} \epsilon_{ij}^l x_{ii}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

*Sujeito a:*

$$\sum_{(i,j) \in A^S} x_{ij} \leq ux_{jj}, \quad \forall j \in S \tag{4.13}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A^S \tag{4.14}$$

A solução ótima para o problema  $RL_x(\alpha, \gamma, \delta, \epsilon)$  é obtida como segue:

*Início*

*Calcule o custo associado a cada variável  $x_{ij}$*

*Se custo de  $x_{ij} < 0$*

*Faça  $x_{ij} = 1$*

*Senão*

*Faça  $x_{ij} = 0$*

*Para cada  $j \in S$  tal que  $x_{jj} = 0$  faça*

*$c_j = \sum_{(i,j) \in A^S | x_{ij}=1} \text{custo } x_{ij}$*

*Se  $(\text{custo } x_{jj} + c_j) < 0$*

*Faça  $x_{jj} = 1$*

*Senão*

*Para todo  $x_{ij} = 1$  faça*

*$x_{ij} = 0$*

*Fim*



**Subproblema**  $RL_z(\gamma, \rho, \delta, \epsilon)$

$$\begin{aligned}
 Z_{RL_z}(\gamma, \rho, \delta, \epsilon) = & \text{Min} \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} t_{ij} z_{ij}^l + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^M} t_{ij} z_{ij}^l \\
 & - \sum_{j \in S} \sum_{(j,i) \in A^U} \gamma_j z_{ji}^j \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{j \in S | j \neq l} \rho_{lj} \left( \sum_{(i,j) \in A^S} z_{ij}^l - \sum_{(j,k) \in A^U | k \neq l} z_{jk}^l \right) \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} \delta_{ij}^l z_{ij}^l \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^U | j \neq l} \epsilon_{ij}^l z_{ij}^l \tag{4.15}
 \end{aligned}$$

*Sujeito a:*

$$z_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A^U | j \neq l, \forall l \in S \tag{4.16}$$

Reorganizando a função objetivo do problema  $RL_z$  podemos escrevê-lo como segue:

$$\begin{aligned}
 Z_{RL_z}(\gamma, \rho, \delta, \epsilon) = & \text{Min} \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^S | j \neq l} (t_{ij} + \delta_{ij}^l + \epsilon_{ij}^l) z_{ij}^l \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{(i,j) \in A^M} (t_{ij} + \epsilon_{ij}^l) z_{ij}^l \\
 & - \sum_{j \in S} \sum_{(j,i) \in A^U} \gamma_j z_{ji}^j \\
 & + \sum_{l \in S} \sum_{j \in S | j \neq l} \rho_{lj} \left( \sum_{(i,j) \in A^S} z_{ij}^l - \sum_{(j,k) \in A^U | k \neq l} z_{jk}^l \right) \tag{4.17}
 \end{aligned}$$

*Sujeito a:*

$$z_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A^U | j \neq l, \forall l \in S \tag{4.18}$$

A solução ótima para o problema  $RL_z$  é obtida como segue:

*Início*

Calcule o custo associados a cada variável  $z_{ij}^l$

Se custo de  $z_{ij}^l < 0$

Faça  $z_{ij}^l = 1$

Senão

Faça  $z_{ij}^l = 0$

*Fim*

**Subproblema**  $RL_y(\alpha, \beta)$

$$Z_{RL_y}(\alpha, \beta) = \text{Min} \sum_{i \in S} (\alpha_i - \sum_{(p,i) \in A^P} \beta_{pi}) y_i \quad (4.19)$$

*Sujeito a:*

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in S \quad (4.20)$$

A solução ótima para o problema  $RL_y$  é obtida como segue:

*Início*

*Para cada*  $i \in S$  *faça*

*Calcule o custo*  $(\alpha_i - \sum_{(p,i) \in A^P} \beta_{pi})$

*Se*  $(\alpha_i - \sum_{(p,i) \in A^P} \beta_{pi}) \leq 0$  *então*

*Faça*  $y_i = 1$

*Senão*

*Faça*  $y_i = 0$

*Fim*

**Subproblema**  $RL_w(\beta)$

$$Z_{RL_w}(\beta) = \text{Min} \sum_{(p,i) \in A^P} \beta_{pi} w_{pi} \quad (4.21)$$

*Sujeito a:*

$$\sum_{(p,i) \in A^P} w_{pi} \geq 1, \quad \forall p \in P \quad (4.22)$$

$$0 \leq w_{pi} \leq 1, \quad \forall (p,i) \in A^P \quad (4.23)$$

A solução ótima para o problema  $RL_w$  é obtida como segue:

*Início*

*Para cada*  $p \in P$  *faça*

*Determine*  $i$  *tal que*  $(p,i) \in A^P$  *e*  $\beta_{pi}$  *seja o menor*

*Faça*  $w_{pi} = 1$

*Fim*

### 4.1.2 Lagrangeano dual

Para os conjuntos de multiplicadores de Lagrange  $\alpha_i, \beta_{di}, \gamma_j, \rho_{lj}, \delta_{ij}^l, \epsilon_{ij}^l$  já apresentados, o Lagrangeano fornece uma solução  $Z_{RL}$  que é sempre inferior o igual à solução  $Z_{PHR}$  do problema PHR. Portanto, quanto maior for a solução  $Z_{RL}$ , melhor será o limite inferior para o problema PHR. O problema de encontrar os valores para o conjunto de multiplicadores de Lagrange que maximizem a solução  $Z_{RL}$  do Lagrangeano é chamado de Lagrangeano dual (LD), que é definido como:

$$Z_{LD} = \text{Max } Z_{RL}(\alpha, \beta, \gamma, \rho, \delta, \epsilon) \quad (4.24)$$

$$\alpha, \beta, \delta, \epsilon \geq 0 \quad (4.25)$$

$$\gamma, \rho \text{ livre} \quad (4.26)$$

O Lagrangeano dual é um problema de otimização não diferenciável, onde a função  $Z_{LD}$  é uma função côncava e linear por partes. Um algoritmo utilizado na solução do Lagrangeano dual é o método do subgradiente [5, 39, 14, 13]. Reeves, em [39], argumenta que embora existam outros algoritmos que possam ser utilizados na solução do problema LD, o método do subgradiente é um método geral que pode ser aplicado a qualquer problema sem que seja necessária a adequação do método ao problema, que sua solução é quase sempre muito boa e que a grande parte dos melhores algoritmos publicados na literatura para cálculo de limite inferior é baseado no método do subgradiente. Uma análise de convergência do método do subgradiente é apresentado em [5].

O método do subgradiente consiste em iterativamente ajustar os multiplicadores de Lagrange. Na  $n$ -ésima iteração os multiplicadores são calculados por:

$$\alpha_i^{n+1} = \text{Max}\{0, \alpha_i^n + p^n d_{\alpha_i}^n(x^n, y^n)\}, \forall i \in S \quad (4.27)$$

$$\beta_i^{n+1} = \text{Max}\{0, \beta_i^n + p^n d_{\beta_{di}}^n(w^n, y^n)\}, \forall i \in S \quad (4.28)$$

$$\gamma_j^{n+1} = \gamma_j^n + p^n d_{\gamma_j}^n(x^n, z^n), \forall j \in S \quad (4.29)$$

$$\rho_{lj}^{n+1} = \rho_{lj}^n + p^n d_{\rho_{lj}}^n(z^n), \forall j \in S | j \neq l, \forall l \in S \quad (4.30)$$

$$\delta_{ij}^{l, n+1} = \text{Max}\{0, \delta_{ij}^{l, n} + p^n d_{\delta_{ij}^l}^n(x^n, z^n)\}, \forall (i, j) \in A^S | j \neq l, \forall l \in S \quad (4.31)$$

$$\epsilon_{ij}^{l, n+1} = \text{Max}\{0, \epsilon_{ij}^{l, n} + p^n d_{\epsilon_{ij}^l}^n(x^n, z^n)\}, \forall (i, j) \in A^U | j \neq l, \forall l \in S \quad (4.32)$$

onde  $d_{\alpha}^n, d_{\beta}^n, d_{\gamma}^n, d_{\rho}^n, d_{\delta}^n$  e  $d_{\epsilon}^n$  corresponde a direção de subida gerada a partir das componentes do vetor do subgradiente  $\xi = (g_{\alpha}, g_{\beta}, g_{\gamma}, g_{\rho}, g_{\delta}, g_{\epsilon})$ , referente ao problema relaxado  $Z_{RL}(\alpha, \beta, \gamma, \rho, \delta, \epsilon)$  na iteração  $n$ , com respeito a  $\alpha, \beta, \gamma, \rho, \delta$  e  $\epsilon$  respectivamente.

As componentes do vetor do subgradiente são definidas como apresentado a seguir:

$$g_{\alpha_i}^n(x^n, y^n) = y_i^n - \sum_{(i,j) \in A^S} x_{ij}^n, \forall i \in S \quad (4.33)$$

$$g_{\beta_{pi}}^n(w^n, y^n) = w_{pi}^n - y_i^n, \forall (p, i) \in A^P \quad (4.34)$$

$$g_{\gamma_j}^n(x^n, z^n) = x_{jj}^n - \sum_{(j,i) \in A^U} z_{ji}^n, \forall j \in S \quad (4.35)$$

$$g_{\rho_{lj}}^n(z^n) = \sum_{(i,j) \in A^S} z_{ij}^n - \sum_{(j,k) \in A^U | k \neq l} z_{jk}^n, \forall j \in S | j \neq l, \forall l \in S \quad (4.36)$$

$$g_{\delta_{ij}^l}^n(x^n, z^n) = z_{ij}^n - x_{jj}^n, \forall (i, j) \in A^S | j \neq l, \forall l \in S \quad (4.37)$$

$$g_{\epsilon_{ij}^l}^n(x^n, z^n) = z_{ij}^n - x_{ii}^n, \forall (i, j) \in A^U | j \neq l, \forall l \in S \quad (4.38)$$

As primeiras versões do método do subgradiente utilizavam apenas informações do subgradiente da iteração corrente para calcular a direção de subida, isto é,  $d^n = \xi^n$ , o que equivale a dizer que para a relaxação apresentada, teríamos:

$$d_{\alpha_i}^n(x^n, y^n) = g_{\alpha_i}^n(x^n, y^n) \quad (4.39)$$

$$d_{\beta_{pi}}^n(w^n, y^n) = g_{\beta_{pi}}^n(w^n, y^n) \quad (4.40)$$

$$d_{\gamma_j}^n(x^n, z^n) = g_{\gamma_j}^n(x^n, z^n) \quad (4.41)$$

$$d_{\rho_{lj}}^n(z^n) = g_{\rho_{lj}}^n(z^n) \quad (4.42)$$

$$d_{\delta_{ij}^l}^n(x^n, z^n) = g_{\delta_{ij}^l}^n(x^n, z^n) \quad (4.43)$$

$$d_{\epsilon_{ij}^l}^n(x^n, z^n) = g_{\epsilon_{ij}^l}^n(x^n, z^n) \quad (4.44)$$

Entretanto, notou-se que utilizando a informação da direção de subida da iteração anterior,  $d^{n-1}$ , é possível obter uma melhoria de performance. A equação de atualização da direção de subida apresentada em (4.45) tem se mostrado mais efetiva desde que se faça escolhas razoáveis para o valor de  $\varrho^n$ .

$$d^n = \xi^n + \varrho^n d^{n-1} \quad (4.45)$$

Uma opção simples, denominada *regra de Crowder* [8] utiliza um valor de  $\varrho^n$  fixo e menor que 1, podendo ainda ser formulada como em [22]:

$$d^n = \frac{\xi^n + \varrho d^{n-1}}{1 + \varrho} \quad (4.46)$$

em que  $\varrho$  é igual a 0.7.

Os multiplicadores  $\alpha, \beta, \delta$  e  $\epsilon$ , como já definido, devem ser não negativos. Para que essa condição seja obedecida, esses multiplicadores são atualizados com o máximo entre

0 e o valor calculado para eles. Esse é o motivo do uso de *Max* para determinar o valor desses multiplicadores diferente do que acontece com  $\gamma$  e  $\rho$  que são livres.

O parâmetro  $p^n$ , comum às equações (4.27) a (4.32), representa o tamanho do passo a ser dado na direção do subgradiente. Esse passo é definido por:

$$p^n = \lambda \frac{1.05LS - Z_{RL}(\alpha^n, \beta^n, \gamma^n, \rho^n, \delta^n, \epsilon^n)}{\|\xi^n\|^2} \quad (4.47)$$

onde  $\lambda$  é um escalar definido no intervalo  $0 < \lambda \leq 2$ , que é utilizado para regular o tamanho do passo, e portanto a velocidade de convergência do método.  $LS$  representa o valor do melhor limite superior encontrado para o problema PHR, o qual pode ser obtido a partir de uma heurística. Seu valor é multiplicado pela constante 1.05 a fim de acelerar a convergência do algoritmo quando o  $LS$  se aproxima de  $LI$ .  $Z_{LR}(\alpha^n, \beta^n, \gamma^n, \rho^n, \delta^n, \epsilon^n)$  corresponde ao valor da solução ótima do problema RL na iteração  $n$  (valor do limite inferior calculado na  $n$ -ésima iteração conforme a relaxação apresentada). Finalmente,  $\|\xi^n\|$  é uma norma qualquer do subgradiente na  $n$ -ésima iteração, em geral, a norma euclidiana.

O procedimento utilizado na implementação do método do subgradiente pode ser sistematicamente organizado da seguinte forma:

## Início

### Passo 1

Inicialize os parâmetros e variáveis:

Faça  $\lambda = 2$

Faça  $n = 0$

Faça  $N = 0$  ( $N$  é o número de iterações consecutivas sem que haja uma melhora do limite inferior  $LI$ )

Inicialize  $N_C$  ( $N_C$  limita o número de iterações consecutivas sem que haja uma melhora do limite inferior  $LI$ )

Inicialize o limite superior  $LS$  ( $+\infty$ ) ou com o valor obtido com uma heurística para o limite superior e o limite inferior  $LI$  com um valor suficientemente pequeno ( $-\infty$ )

Inicialize os multiplicadores de Lagrange

### Passo 2

Faça  $n = n + 1$  e resolva o Lagrangeano  $Z_{RL}(\alpha^n, \beta^n)$  para os valores atuais dos multiplicadores, de forma a obter a solução  $(y^n, x^n, w^n, z^n)$  de valor  $Z_{RL}$

### Passo 3

Se  $Z_{RL} > LI$ :

Atualize o limite inferior ( $LI = Z_{RL}$ )

Utilize uma heurística que tente obter uma solução viável para o problema PHR ( $Z_h$ ) a partir da solução de RL

Se uma solução viável for encontrada e seu valor for melhor que o limite superior atual, atualize  $LS$  (se  $Z_h < LS$ , faça  $LS = Z_h$ )

$N_C = 0$

Senão

Faça  $N = N + 1$

Se o  $LI$  não é reduzido em  $N_C$  iterações consecutivas, ou seja,  $N = N_C$ :

Faça  $N_C = 0$

Faça  $\lambda = \lambda/2$

Se  $\lambda \leq 1 \times 10^{-3}$ , conclua o procedimento

### Passo 4

Calcule o vetor do subgradiente  $\xi^n = (g_\alpha^n, g_\beta^n, g_\gamma^n, g_\rho^n, g_\delta^n, g_\epsilon^n)$  a partir das equações (4.33) a (4.38)

Se todos os vetores forem identicamente nulos:

Se a solução  $(y^n, x^n, w^n, z^n)$  for uma solução viável:

$Z_{RL}(\alpha^n, \beta^n)$  é a solução ótima do problema PHR

Senão

$Z_{RL}(\alpha^n, \beta^n)$  é apenas um limite inferior para o problema PHR

Conclua o procedimento

Senão

Prossiga

**Passo 5**

Calcule o valor do passo  $p^n$  a partir da equação (4.47)

**Passo 6**

Atualize os multiplicadores de Lagrange  $\alpha_i^{n+1}$ ,  $\beta_i^{n+1}$ ,  $\gamma_j^{n+1}$ ,  $\rho_{lj}^{n+1}$ ,  $\delta_{ij}^{l, n+1}$  e  $\epsilon_{ij}^{l, n+1}$  a partir das equações (4.27) a (4.32)

Volte ao passo 2

**Fim**

Conforme descrito no passo 1 do procedimento acima o limite superior é inicializado com  $(+\infty)$  ou com o valor obtido com uma heurística para o limite superior. Optamos por implementar uma heurística para fornecer o valor do limite superior inicial. Essa heurística é apresentada a seguir:

Seja:

C - conjunto dos sensores que possuem caminho até um sorvedouro.

P - conjunto dos pontos ainda não cobertos.

A - conjunto dos sensores ativos.

*Início*

$P = \text{todos os pontos}$

$A = \phi$

Determine o caminho mínimo (CM) entre cada sorvedouro e todos os sensores

Faça C o conjunto dos sensores que possuem CM até sorvedouro

Enquanto  $P \neq \phi$

Para cada sensor  $i \in C$  determine o custo:

$$\text{custo}_i = \frac{\text{custo do CM}_i}{\text{numero de pontos em } P \text{ e cobertos por } i}$$

$m = \text{sensor em } C \text{ com menor } \text{custo}_i$

$A = A + m$

Para cada ponto  $p \in P$  faça

Se  $m$  alcança  $p$  então

$$P = P - p$$

Determine o CM para cada sensor  $i \in A$  utilizando somente sensores  $j \in A$

Faça  $A^C = \text{sensores em } A \text{ com CM encontrado.}$

Faça  $A^S = \text{sensores em } A \text{ sem CM encontrado.}$

*Enquanto  $A^S \neq \phi$  faça*

*Determine o CM entre o sensor  $i \in A^S$  e um sensor  $j \in A^C$*

*$A^C = A^C +$  sensores utilizados no CM*

*$A^S = A^S -$  sensores utilizados no CM*

*Para cada sensor  $i \in A^C$  faça*

*Se  $i$  é predecessor de outro sensor  $j \in A^C$ , faça  $i$  líder*

*Fim*

Após o término do procedimento do subgradiente tem-se a solução do Lagrangeano dual. A solução do Lagrangeano dual representa o melhor limite inferior  $LI$  obtido para o problema PHR. Conforme descrito no passo 3 do procedimento, a cada melhora do limite inferior, uma heurística é invocada para o cálculo de um novo limite superior a partir da solução do Lagrangeano. Portanto, quando o procedimento é concluído, sua solução fornece um limite inferior e um limite superior para o problema PHR. O limite superior calculado pela heurística fornece, além da cota máxima para o problema, uma solução viável  $(y, x, w, z)$  do problema PHR.

Definidos os limites inferior e superior para o problema, a qualidade da heurística pode ser avaliada a partir da expressão  $100(Z_{LS} - Z_{LI})/Z_{LS}$  já definida.

## 4.2 Limite superior

Conforme apresentado na seção (4.1.2), o procedimento de cálculo para o  $LI$  invoca uma heurística para a solução do PHR a partir da solução do Lagrangeano. Nesta seção, é apresentada a heurística utilizada para a solução do PHR, que é chamada de heurística Lagrangeana.

### 4.2.1 Heurística Lagrangeana

A heurística Lagrangeana procura a partir da solução fornecida pelo Lagrangeano gerar uma solução viável para o PHR a partir da viabilização das restrições violadas na solução do Lagrangeano. A heurística consiste de quatro etapas. Na primeira etapa é utilizada a solução do subproblema  $RL_w(\beta)$ . Nesta etapa os pontos são cobertos pelos mesmos sensores que os cobrem na solução dada pelo subproblema  $RL_w(\beta)$  e para cada sensor utilizado na solução o identificamos como ativo. Na segunda etapa é utilizada a solução do subproblema  $RL_x(\alpha, \gamma, \delta, \epsilon)$  para identificar os sensores que devem ser líderes e caso algum desses sensores não tenha sido identificado como ativo na etapa anterior isso é



feito. Tendo identificado os sensores que devem ser líderes, na terceira etapa determina-se o caminho mínimo (CM) entre cada sensor e o sorvedouro mais próximo utilizando em cada caminho somente sensores que são líderes. Caso não exista caminho entre algum dos líderes e um sorvedouro a heurística considera que não é possível obter uma solução e a heurística é encerrada. Por fim, resta ligar aos líderes os sensores ativos que não são líderes. Isso é feito na quarta etapa onde ligamos cada sensor não líder ao líder mais próximo. Caso algum dos sensores ativos e não líder não consiga se comunicar com nenhum dos líderes, a heurística também considera que não é possível obter uma solução.

A seguir é apresentado de forma sintetizada as etapas da heurística descritas anteriormente:

*Início*

1- Utilizando solução do subproblema  $RL_w(\beta)$

*Faça  $w_{di} = 1$ , para todo  $w_{di}$  utilizado em  $RL_w$*

*Faça  $y_i = 1$  caso  $w_{di} = 1$  para algum  $d$*

2- Utilizando solução do subproblema  $RL_x(\alpha, \gamma, \delta, \epsilon)$

*Faça  $x_{jj} = 1$  se  $x_{jj} = 1$  em  $RL_x$*

*Se  $y_j$  não tiver sido ativado no passo 1 faça*

*$y_j = 1$*

3- Se  $x_{jj} = 1$  então

*Determinar o caminho mínimo (CM) entre cada sorvedouro e cada sensor, utilizando no caminho somente sensores que são líderes*

*Para cada sensor  $j$ , escolha o menor dos caminhos mínimos entre  $j$  e algum dos sorvedouros*

*Se não existir CM utilizando somente os sensores que são líderes então*

*Não existe solução*

4- Para todo sensor  $i$  tal que  $x_{ii} \neq 1$  e  $y_i = 1$  faça

*$x_{ij} = 1$  para o sensor  $j$  tal que  $x_{jj} = 1$  e cujo  $t_{ij}$  seja o menor possível.*

*Se o sensor  $i$  não consegue se comunicar com nenhum líder  $j$  então*

*Não existe solução*

*Fim*

# Capítulo 5

## Experimentos computacionais

A proposta deste trabalho consiste em apresentar uma abordagem que trate conjuntamente os problemas de cobertura, roteamento e formação de grupos (*clusters*) em redes de sensores, procurando minimizar o consumo de energia com transmissão. Neste capítulo são apresentados alguns resultados numéricos para validar e avaliar a proposta deste trabalho.

Inicialmente, na seção 5.1, é apresentada uma descrição de como foi considerado o gasto com transmissão (parâmetro  $t_{ij}$ ) nos testes realizados. Em seguida é feita uma descrição do gerador de instâncias desenvolvido para gerar os testes. Na seção 5.3 são apresentados os resultados computacionais permitindo verificar a minimização do número de sensores para se garantir a cobertura e o ganho da organização hierárquica frente a organização plana no que diz respeito à economia de energia com transmissão e por fim são apresentados resultados para uma comparação entre as soluções obtidas via Cplex e através do algoritmo baseado na relaxação Lagrangeana.

### 5.1 Consumo com transmissão

A energia consumida na transmissão depende da corrente gasta na transmissão. A corrente consumida na transmissão, por sua vez, depende das potências de transmissão e recepção. Quanto maior a distância que se deseja transmitir, maior será a potência necessária e conseqüentemente maior será a corrente consumida. Foi determinado então uma relação entre corrente consumida e o alcance do rádio.

Para determinar o alcance do rádio do sensor, foi utilizada a equação (5.1) elaborada por H. T. Friis [15].

$$P_r(d) = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{4(\pi)^2 d^2 L} \quad (5.1)$$

onde:

$P_r$  é a potência de recepção.

$P_t$  é a potência de transmissão.

$G_t$  é o ganho da antena do transmissor.

$G_r$  é o ganho da antena do receptor.

$\lambda$  é o comprimento de onda, dado pela velocidade da luz dividido pela frequência do sinal.

$d$  é a distância entre transmissor e receptor.

$L$  é a perda do sistema.

Inicialmente foi calculada a potência de recepção. Para os cálculos foi considerado características dos sensores MICA2 [45]. Para determinar esse valor foram utilizados a potência máxima de  $5dBm$ , alcance de 150 metros e frequência de 868Mhz fornecidos pelo fabricante do MICA2 e os valores de  $G_t$ ,  $G_r$  e  $L$  iguais a 1, normalmene usados em simulações de redes com o Network Simulator (NS-2) [35]. O valor obtido para a potência de recepção foi  $1,06 \times 10^{-7}mW$  ou  $-69.73dBm$ <sup>1</sup>. Considerando que o rádio CC1000 do MICA2 tem uma sensibilidade de  $-98dBm$ , o valor de  $-69.73dBm$  está dentro do limite mínimo para recepção.

Utilizando a equação (5.1), os valores de  $G_t$ ,  $G_r$  e  $L$  já citados, o valor de potência de recepção  $-69.73dBm$  e os valores de potência de transmissão entre  $-20dBm$  e  $5dBm$ , foi calculado o alcance do rádio do MICA2. Os valores obtidos são apresentados na tabela 5.1. Os valores referentes à corrente são fornecidos pelo fabricante do rádio.

## 5.2 Gerador de instâncias

Para geração dos testes foi desenvolvido um gerador de instâncias com as seguintes características:

- Área de sensoriamento: um parâmetro é passado para o gerador indicando as dimensões das laterais da área.
- Posicionamento dos sensores: os sensores são gerados aleatoriamente com distribuição uniforme. É sempre garantido que as posições geradas para os sensores estão dentro da área de sensoriamento.
- Disposição dos pontos: para gerar os pontos a serem cobertos, um parâmetro é informado ao gerador indicando o espaçamento entre dois pontos vizinhos horizontalmente ou verticalmente. Com base nesse parâmetro os pontos são gerados

---

<sup>1</sup>A fórmula para transformar potência em mW para dBm é  $P(dBm) = 10\log P(mW)$

Potência de transmissão (dBm)	Potência de transmissão (mW)	Alcance (m)	Corrente (mA)
-20	0.0100	8.435	8.6
-19	0.0126	9.464	8.8
-18	0.0158	10.619	9.0
-17	0.0200	11.915	9.0
-16	0.0251	13.369	9.1
-15	0.0316	15.000	9.3
-14	0.0398	16.830	9.3
-13	0.0501	18.884	9.5
-12	0.0631	21.188	9.7
-11	0.0794	23.773	9.9
-10	0.1000	26.674	10.1
-9	0.1259	29.929	10.4
-8	0.1585	33.581	10.6
-7	0.1995	37.678	10.8
-6	0.2512	42.276	11.1
-5	0.3162	47.434	13.8
-4	0.3981	53.222	14.5
-3	0.5012	59.716	14.5
-2	0.6310	67.003	15.1
-1	0.7943	75.178	15.8
0	1.0000	84.351	16.8
1	1.2589	94.644	17.2
2	1.5849	106.192	18.5
3	1.9953	119.149	19.2
4	2.5119	133.688	21.3
5	3.1623	150.000	25.4

Tabela 5.1: Consumo de corrente do sensor com transmissão

formando uma grade começando a partir de uma extremidade da área de sensoriamento. A figura (5.1) ilustra a distribuição de pontos em uma área de 80x80 com espaçamento de 5 unidades de distância entre os pontos.

- Raios de sensoriamento e comunicação: são fornecidos para o gerador.
- Posição dos sorvedouros: para os testes realizados limitamos em gerar sempre um ou quatro sorvedouros de acordo com parâmetro fornecido ao gerador. No caso de um sorvedouro, esse é posicionado no centro da área de sensoriamento e no caso de quatro, eles são posicionados nas quatro extremidades da área.

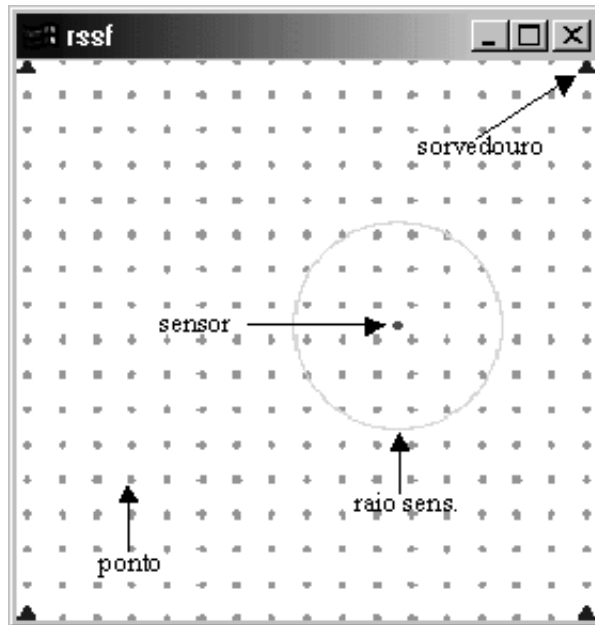


Figura 5.1: Área de 80x80 com pontos espaçados de 5 unidades de distância

- Parâmetro  $u_i$  (número de sensores por grupo): para os testes realizados não limitamos o número de sensores por grupo. Para cada sensor  $i$  o parâmetro  $u_i$  corresponde ao número de sensores dentro do seu raio de alcance.
- Consumo ( $t_{ij}$ ): para cada par de sensores  $(i,j)$  cuja distância entre eles é menor ou igual ao raio de comunicação, considera-se como valor de  $t_{ij}$  o valor da corrente utilizada na transmissão como apresentado na tabela 5.1. Se a distância exata entre os sensores  $i$  e  $j$  não corresponde aos alcances apresentado na tabela, considera-se a corrente gasta para o alcance imediatamente superior.

Seguindo o descrito anteriormente, foram geradas as instâncias de testes apresentadas na tabela 5.2. Os sensores, como já foi dito, foram gerados randomicamente, mas a medida que aumenta-se o número de sensores as posições dos sensores anteriores são mantidas. O número de pontos, de 289 a 25921, considera o espaçamento referente apresentado na tabela (campo Esp.).

### 5.3 Resultados computacionais

Os testes foram executados em uma máquina Sun Blade 100 UltraSPARC-IIe com um processador de 500 MHz e 1.0 Gb de memória RAM. O sistema operacional é o Solaris

Teste	Sens.	Pontos	Esp.( <i>unid</i> )	Área( <i>unid</i> <sup>2</sup> )
T1	30	289	5.0	6400
T2	30	441	4.0	6400
T3	30	1089	2.5	6400
T4	30	1681	2.0	6400
T5	30	6561	1.0	6400
T6	30	25921	0.5	6400
T7	40	289	5.0	6400
T8	40	441	4.0	6400
T9	40	1089	2.5	6400
T10	40	1681	2.0	6400
T11	40	6561	1.0	6400
T12	40	25921	0.5	6400
T13	50	289	5.0	6400
T14	50	441	4.0	6400
T15	50	1089	2.5	6400
T16	50	1681	2.0	6400
T17	50	6561	1.0	6400
T18	50	25921	0.5	6400

Tabela 5.2: Instâncias de Teste

5.8 e o pacote de otimização Cplex 7.0 foi utilizado na solução dos testes com o modelo matemático apresentado.

### 5.3.1 Análise das soluções do modelo matemático

Alguns testes foram realizados com o intuito de validar e avaliar o modelo matemático. Como o tempo necessário para se encontrar a solução ótima para algumas instâncias de teste seria muito grande, o tempo de execução do Cplex foi limitado em 3 horas em todos os testes. Sempre que nas tabelas de resultados algum campo for preenchido com \*, isso significa que não foi possível obter o valor para aquele campo no referente teste.

Nas tabelas 5.3 (a), (b), (c) e (d) são apresentados alguns resultados que mostram a porcentagem de sensores ativos e o número de grupos formados em cada teste. As tabelas (a) e (b) apresentam os resultados dos testes considerando o raio de comunicação igual a 30 unidades de distância e o raio de sensoriamento igual a 15 unidades de distância. A primeira considera 4 sorvedouros e a segunda 1 sorvedouro. Os resultados apresentados nas tabelas (c) e (d) referem-se a testes semelhantes aos anteriores, porém

considerando tanto o raio de comunicação quanto o raio de sensoriamento igual a 15 unidades de distância. A medida que aumenta o número de sensores disponíveis, pode parecer estranho o fato de que em alguns casos o número de sensores ativos aumentem, como por exemplo no caso dos testes T3, T9 e T15 da tabela 5.3 (d). Estes três testes consideram o mesmo número de pontos, porém o número de sensores disponíveis são 30, 40 e 50 respectivamente. Porém este fato pode acontecer, pois mesmo que um número maior de sensores tenha sido utilizado, suas posições são tais que o consumo com transmissão é reduzido. Isso foi comprovado comparando o valor da função objetivo nos casos onde isso ocorreu. Verifica-se que o número de sensores ativos varia ao se acrescentar novos sensores e provavelmente esse número tende a estabilizar. Vale dizer que, apesar da minimização do número de sensores ativos não estar explícita na função objetivo do modelo matemático esse fato ocorre como vemos nos resultados apresentados. Isso já era esperado, pois a ativação de um sensor a mais implica em custo para fazer sua informação chegar a um líder ou a um sorvedouro e esse custo está sendo minimizado. Logo, o modelo não só cobre todos os pontos, mas o faz com o menor número de sensores possível e é claro levando em conta também a conectividade. Pode-se constatar também que o número de sensores ativos considerando 4 sorvedouros nos cantos das áreas foi sempre menor ou igual ao número de sensores ativos, no caso em que um único sorvedouro é colocado no centro da área. Nas figuras 5.2 e 5.3 são ilustrados respectivamente os sensores disponíveis e aqueles que devem ser ativados com seus respectivos raios de sensoriamento para o teste T13 da tabela 5.3 (a).

Quanto ao número de grupos formados, os resultados indicam que para um determinado número de sensores disponíveis esse número pouco varia, o que nos leva a concluir que o número de grupos para um determinado número de sensores disponíveis tende a convergir para um valor ideal. Se o número de grupos formados nos testes apresentados for comparado ao número de sensores ativos, verifica-se que o número de sensores por cluster é muito pequeno. Isso se deve às dimensões dos raios de comunicação e sensoriamento utilizados nos testes. Em casos onde o raio de comunicação for muito maior que o raio de sensoriamento, o número de sensores por grupo certamente será bem maior. Isso pode ser percebido nos testes apresentados. Veja que se for considerado a relação *Sens.ativos/Grupos* nos testes apresentados, obtem-se um valor maior para o caso onde considerou-se o raio de comunicação igual a duas vezes o raio de sensoriamento se comparado com o caso onde os raios são iguais.

Para fazermos uma comparação entre o ganho da organização hierárquica dos sensores sobre a organização plana, foram realizados testes com o modelo apresentado considerando a organização plana. Para isso foi fixado o parâmetro  $u_i$  (número de sen-

Nº sens.	Sens.ativos	Grupos	% ativos
T1	20	6	66.66
T2	19	6	63.33
T3	20	7	66.66
T4	20	7	66.66
T5	22	7	73.33
T6	22	7	73.33
T7	20	8	50.00
T8	18	7	45.00
T9	20	8	50.00
T10	20	8	50.00
T11	22	7	55.00
T12	22	7	55.00
T13	17	7	34.00
T14	17	6	34.00
T15	18	7	36.00
T16	18	7	36.00
T17	*	*	*
T18	*	*	*

(a) raio com = 30 / raio sens = 15 / 4 sorv.

Nº sens.	Sens.ativos	Grupos	% ativos
T1	20	8	66.66
T2	20	7	66.66
T3	22	8	73.33
T4	21	7	70.00
T5	23	8	76.66
T6	23	8	76.66
T7	20	8	50.00
T8	19	8	47.50
T9	21	6	52.50
T10	21	8	52.50
T11	23	8	57.50
T12	23	8	57.50
T13	17	5	34.00
T14	17	5	34.00
T15	18	5	36.00
T16	18	5	36.00
T17	*	*	*
T18	*	*	*

(b) raio com = 30 / raio sens = 15 / 1 sorv.

Nº sens.	Sens.ativos	Grupos	% ativos
T1	24	13	80.00
T2	25	13	83.33
T3	25	13	83.33
T4	24	13	80.00
T5	25	13	83.33
T6	25	13	83.33
T7	25	12	62.50
T8	23	13	57.50
T9	25	13	62.50
T10	24	13	60.00
T11	25	13	62.50
T12	*	*	*
T13	*	*	*
T14	25	13	50.00
T15	24	12	48.00
T16	*	*	*
T17	*	*	*
T18	*	*	*

(c) raio com = 15 / raio sens = 15 / 4 sorv.

Nº sens.	Sens.ativos	Grupos	% ativos
T1	28	18	93.33
T2	27	18	90.00
T3	28	18	93.33
T4	27	18	90.00
T5	28	18	93.33
T6	28	18	93.33
T7	27	17	67.50
T8	27	17	67.50
T9	29	17	72.50
T10	28	17	70.00
T11	29	17	72.50
T12	29	17	72.50
T13	27	16	54.00
T14	29	17	58.00
T15	30	17	60.00
T16	30	17	60.00
T17	*	*	*
T18	*	*	*

(d) raio com = 15 / raio sens = 15 / 1 sorv.

Tabela 5.3: Porcentagem de sensores ativos e número de grupos formados



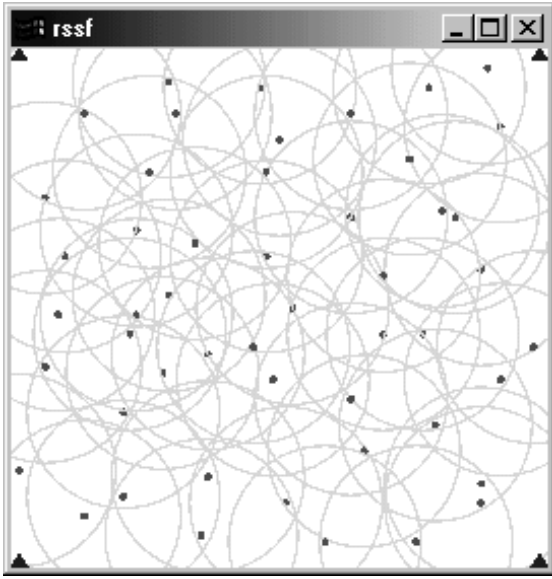


Figura 5.2: Total de sensores

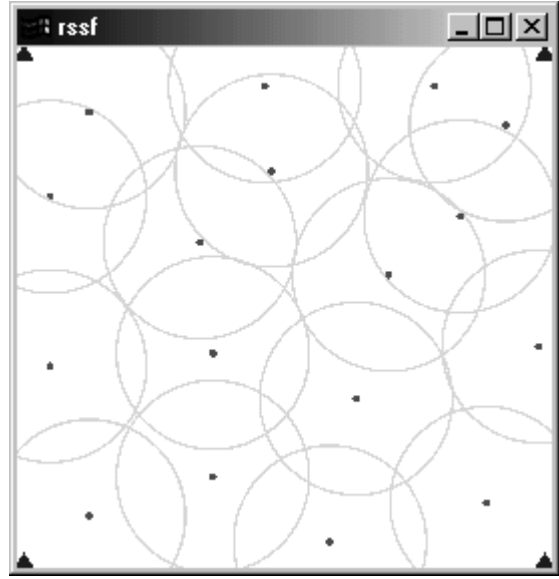


Figura 5.3: Sensores selecionados

sores por *cluster*) em 1. As tabelas 5.4 (a) e (b) apresentam os resultados, onde o campo S.A. corresponde ao número de sensores ativos, o campo f.o corresponde ao valor dado pela função objetivo e o campo H/P corresponde à divisão do valor obtido para a função objetivo na organização hierárquica (H) pelo valor obtido na organização plana (P). Verifica-se analisando essas tabelas que o número de sensores ativos pouco varia, pois em ambos os casos a cobertura é garantida. É apresentado na tabela, também, os valores da função objetivo nos dois tipos de organização da rede, hierárquica e plana. Esse valor corresponde a soma das correntes utilizadas na transmissão. Como a energia gasta com transmissão é dependente da corrente utilizada, um crescimento no valor da solução corresponde a um crescimento da energia consumida com transmissão. Observa-se que o valor obtido para a organização hierárquica apresentado na tabela 5.4 (a) fica em torno de 60% do valor obtido para a organização plana. Nos resultados apresentados na tabela 5.4 (b) esse percentual fica em torno de 66%. Logo percebe-se o ganho da organização hierárquica frente a organização plana no que se refere à economia no consumo com transmissão. Nos testes feitos foi considerado que para a organização hierárquica a fusão de dados é feita nos líderes e no caso da organização plana os dados são apenas repassados pelo sensores. Isso faz com que o número de dados trafegando na rede seja maior e conseqüentemente maior o gasto com transmissão. Porém, é claro que a fusão de dados pode ser feita nas redes planas também. O modelo apresentado é que não considera assim.

Com o intuito de poder comparar as soluções dadas pelo modelo matemático que

Teste	Hierárquica		Plana		H/P
	S.A.	f.o	S.A	f.o	
T1	24	375.3	24	605.9	0.61
T2	25	364.7	23	577.4	0.63
T3	25	384.1	25	638.2	0.60
T4	24	375.0	24	613.0	0.61
T5	25	384.1	25	638.2	0.60
T6	25	384.1	25	638.2	0.60
T7	25	349.5	24	559.6	0.62
T8	23	348.8	23	560.0	0.62
T9	25	366.3	25	608.2	0.60
T10	24	357.6	24	589.5	0.60
T11	25	366.7	25	614.3	0.59
T12	*	*	25	633.8	*
T13	*	*	23	513.7	*
T14	25	329.8	23	549.8	0.59
T15	25	322.0	24	542.4	0.59
T16	*	*	24	559.4	*
T17	*	*	24	561.6	*
T18	*	*	24	*	*

Teste	Hierárquica		Plana		H/P
	S.A.	f.o	S.A	f.o	
T1	20	163.0	20	243.5	0.66
T2	19	167.0	19	252.3	0.66
T3	20	175.4	20	260.0	0.67
T4	20	169.7	20	253.9	0.66
T5	22	186.1	22	272.9	0.68
T6	22	186.1	22	272.9	0.68
T7	20	143.0	19	221.4	0.64
T8	18	142.8	18	220.1	0.64
T9	20	160.6	20	243.1	0.66
T10	20	160.4	20	239.8	0.66
T11	22	169.0	23	256.7	0.65
T12	22	169.0	23	256.7	0.65
T13	17	131.1	17	188.8	0.69
T14	17	133.3	19	209.2	0.63
T15	18	140.6	18	205.4	0.68
T16	18	141.5	19	213.4	0.66
T17	*	*	*	*	*
T18	*	*	*	*	*

(a) raio com = 15 / raio sens = 15 / 4 sorv.

(b) raio com = 30 / raio sens = 15 / 4 sorv.

Tabela 5.4: Comparação entre rede hierárquica e plana

minimiza o número de sensores ativos, com soluções que utilizam todos os sensores disponíveis, foi inserida uma restrição no modelo matemático que exigia que todos os sensores fossem utilizados. As tabelas 5.5 (a) e (b) mostram os resultados indicando o valor da função objetivo utilizando todos os sensores (f.o TS), o valor da função objetivo em que o número de sensores são minimizados (f.o MS) e o ganho obtido com a abordagem que minimiza os sensores ativos. Nos testes iniciais onde o número de sensores disponíveis é menor, grande parte deles são utilizados para cobrir toda a área, porém já pode ser percebido o ganho da solução dada pelo modelo, a qual minimiza o número de sensores ativos. A medida que o número de sensores disponíveis aumenta fica ainda mais evidente o ganho das soluções do modelo proposto.

### 5.3.2 Análise do algoritmo baseado na relaxação Lagrangeana

Nesta seção as instâncias de testes são resolvidas utilizando o algoritmo baseado na relaxação Lagrangeana proposto neste trabalho. O objetivo é avaliar a qualidade do

Teste	f.o TS	f.o. MS	MS/TS
T1	454.7	375.3	0.82
T2		364.7	0.80
T3		384.1	0.84
T4		375.0	0.82
T5		384.1	0.84
T6		384.1	0.84
T7	583.7	349.5	0.59
T8		348.8	0.59
T9		366.3	0.62
T10		357.6	0.61
T11		366.7	0.62
T12		*	*
T13	682.0	*	*
T14		329.8	0.48
T15		322.0	0.47
T16		*	*
T17		*	*
T18		*	*

Teste	f.o TS	f.o. MS	MS/TS
T1	255.6	163.0	0.63
T2		167.0	0.65
T3		175.4	0.68
T4		169.7	0.66
T5		186.1	0.72
T6		186.1	0.72
T7	319.0	143.0	0.44
T8		142.8	0.44
T9		160.6	0.50
T10		160.4	0.50
T11		169.0	0.52
T12		169.0	0.52
T13	366.6	131.1	0.35
T14		133.3	0.36
T15		140.6	0.38
T16		141.5	0.38
T17		*	*
T18		*	*

(a) raio com = 15 / raio sens = 15 / 4 sorv.

(b) raio com = 30 / raio sens = 15 / 4 sorv.

Tabela 5.5: Solução com todos os sensores vs. Solução com sensores selecionados

algoritmo proposto. Para isso, são considerados o *gap* de dualidade (*gap dual.*) que avalia a solução viável encontrada em relação ao limite inferior encontrado e o *gap* de otimalidade (*gap otim.*) que avalia a solução viável encontrada pelo algoritmo em relação a solução ótima obtida pelo Cplex.

As tabelas 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 apresentam os resultados obtidos. Nas 2 primeiras considera-se o caso em que os raios de comunicação e sensoriamento são iguais, havendo a variação do número de sorvedouros disponíveis (1 ou 4). Nas 2 últimas faz-se o raio de comunicação o dobro do raio de sensoriamento considerando também 1 ou 4 sorvedouros disponíveis.

Os resultados mostram que os valores dos *gaps* de dualidade obtidos através da relaxação Lagrangeana não são bons e portanto não é possível fazer uma análise da qualidade das soluções obtidas. Os valores de *gap* de otimalidade para os casos em que se obteve uma solução ótima apresentam valores substancialmente melhores que os valores de *gap* de dualidade, porém eles também não são bons, principalmente a medida que as dimensões dos testes aumentam. Vale lembrar que as soluções, utilizando o algoritmo, foram obtidas aplicadando-se a relaxação Lagrangeana apenas no nó raiz, ou seja, não

foi implementado um algoritmo de *branch-and-bound* o que provavelmente melhorará a qualidade da solução encontrada. O uso de restrições adicionais e cortes também poderá melhorar a qualidade das soluções.

Quanto ao tempo de solução o algoritmo se mostrou mais eficiente que o Cplex. Em instâncias menores ocorre ganhos do Cplex, mas à medida que as dimensões dos problemas crescem fica evidente o ganho do algoritmo.

Teste	Solução Cplex	Solução R. Lag.			
	Tempo(s)	Iterações	Tempo(s)	gap dual.(%)	gap otim.(%)
T1	22.56	500	19.73	35.62	9.12
T2	22.33	500	21.55	31.45	3.05
T3	21.93	500	29.20	38.42	10.79
T4	24.22	500	36.02	40.59	12.74
T5	40.60	500	102.12	51.89	21.09
T6	145.62	500	353.17	70.44	19.22
T7	789.42	500	43.38	47.38	18.53
T8	544.43	500	46.47	47.04	19.12
T9	714.66	500	55.75	50.55	16.75
T10	1100.81	500	65.79	54.09	21.25
T11	2112.77	500	151.80	65.93	12.73
T12	*	500	499.57	95.37	*
T13	*	500	82.41	46.76	*
T14	10089.24	500	84.98	56.80	21.92
T15	8494.85	500	97.08	58.89	23.42
T16	*	500	108.72	63.85	*
T17	*	500	215.05	85.48	*
T18	*	500	640.97	98.25	*

Tabela 5.6: Comparação entre soluções do Cplex e da relaxação Lagrangeana - raio de comunicação = raio de sensoriamento = 15 com 4 sorvedouros

Como pode ser visto nos resultados apresentados nas tabelas 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 , os *gaps* de otimalidade obtidos para as soluções do algoritmo em vários casos não se aproximaram de 0% e portanto as soluções nestes casos não estão próximas da solução ótima. Torna-se interessante, então, fazer uma comparação entre os tempos de solução do algoritmo e do Cplex, porém aceitando soluções do Cplex com *gaps* maiores que 0 já que as soluções obtidas pelo algoritmo apresentam *gaps* de otimalidade superiores a 0%.

Foram feitos, então, testes com as instâncias com 50 sensores (T13 a T18), aceitando soluções do Cplex que possuíssem *gap* de até 20%. Os resultados são apresentados nas

Teste	Solução Cplex	Solução R. Lag.			
	Tempo(s)	Iterações	Tempo(s)	gap dual.(%)	gap otim.(%)
T1	5.87	500	19.37	41.38	1.54
T2	3.85	500	21.75	41.59	3.02
T3	6.35	500	28.38	41.12	1.54
T4	7.12	500	35.70	43.53	3.02
T5	8.46	500	101.26	46.14	1.54
T6	30.15	500	360.17	55.92	1.54
T7	141.19	500	42.33	49.53	15.18
T8	146.03	500	46.13	48.00	12.63
T9	187.75	500	54.43	54.63	19.32
T10	130.94	500	63.52	46.64	5.11
T11	392.03	500	152.36	53.53	3.48
T12	1315.21	500	488.22	73.24	3.48
T13	3608.31	500	81.23	59.13	21.02
T14	2132.99	500	83.49	62.58	25.09
T15	2504.20	500	95.83	63.25	26.13
T16	3966.84	500	106.84	62.51	9.64
T17	*	500	213.33	78.03	*
T18	*	500	644.41	94.73	*

Tabela 5.7: Comparação entre soluções do Cplex e da relaxação Lagrangeana - raio de comunicação = raio de sensoriamento = 15 com 1 sorvedouro

tabelas 5.10 (a), (b), (c) e (d). Pode ser verificado que mesmo permitindo um *gap* de 20% os tempos de solução do Cplex continuam bastante elevados e bem superiores aos tempos de solução do algoritmo baseado na relaxação Lagrangeana. Dado que os tempos de solução do algoritmo e os *gaps* de otimalidade não crescem abruptamente com o crescimento das instâncias e os tempos de solução são bastante inferiores aos tempos do Cplex, podemos considerar boas as soluções fornecidas pelo algoritmo apresentado neste trabalho.

Teste	Solução Cplex	Solução R. Lag.			
	Tempo(s)	Iterações	Tempo(s)	gap dual.(%)	gap otim.(%)
T1	25.37	500	26.86	21.43	0.30
T2	80.33	500	28.45	33.69	8.59
T3	31.80	500	36.00	26.92	5.49
T4	43.59	500	42.68	31.25	9.15
T5	91.85	500	108.55	26.89	5.05
T6	282.86	500	360.89	43.53	13.36
T7	357.41	500	59.90	38.38	21.29
T8	221.53	500	62.00	40.20	20.31
T9	307.73	500	71.98	37.69	14.16
T10	520.53	500	82.13	37.64	13.80
T11	1129.53	500	167.61	40.83	13.81
T12	5009.37	500	515.59	54.15	12.43
T13	4307.77	500	114.98	43.91	18.14
T14	4127.66	500	117.91	50.48	28.78
T15	2288.24	500	129.52	52.11	27.82
T16	7843.38	500	142.05	51.24	24.96
T17	*	500	248.53	62.90	*
T18	*	500	671.73	87.17	*

Tabela 5.8: Comparação entre soluções do Cplex e da relaxação Lagrangeana - raio de comunicação = 30, raio de sensoriamento = 15 com 4 sorvedouros

Teste	Solução Cplex	Solução R. Lag.			
	Tempo(s)	Iterações	Tempo(s)	gap dual.(%)	gap otim.(%)
T1	14.72	500	26.35	30.78	6.18
T2	15.58	500	28.63	35.03	9.42
T3	34.36	500	35.38	30.96	3.34
T4	39.41	500	42.40	31.36	6.28
T5	61.15	500	107.88	33.34	10.49
T6	216.18	500	367.67	43.21	12.35
T7	365.22	500	58.82	37.81	17.49
T8	240.78	500	61.07	35.96	15.54
T9	424.02	500	70.83	38.52	15.52
T10	404.65	500	80.20	40.83	21.26
T11	1577.15	500	168.52	44.97	13.56
T12	7653.90	500	505.22	55.95	13.56
T13	982.14	500	113.57	47.78	32.15
T14	1019.20	500	116.66	46.42	29.35
T15	1919.32	500	128.94	52.75	34.21
T16	3417.88	500	140.86	57.12	37.80
T17	*	500	248.03	64.25	*
T18	*	500	671.23	84.08	*

Tabela 5.9: Comparação entre soluções do Cplex e da relaxação Lagrangeana - raio de comunicação = 30, raio de sensoriamento = 15 com 1 sorvedouro

Teste	Cplex		Rel. Lag.	
	t(s)	gap	t(s)	gap otim.
T13	2532.93	11.98	14.98	18.14
T14	3843.22	17.40	17.91	28.78
T15	2182.04	1.32	129.52	27.82
T16	6682.05	5.24	142.05	24.96
T17	10235.01	18.45	248.53	*
T18	*	$\infty$	671.73	*

(a) raio com = 30 / raio sens = 15 / 4 sorv.

Teste	Cplex		Rel. Lag.	
	t(s)	gap	t(s)	gap otim.
T13	982.14	0.0	113.57	32.15
T14	1019.20	0.0	116.66	29.35
T15	1919.32	0.0	128.94	34.21
T16	3417.88	0.0	140.86	37.80
T17	9138.96	14.73	248.03	*
T18	*	$\infty$	671.23	*

(b) raio com = 30 / raio sens = 15 / 1 sorv.

Teste	Cplex		Rel. Lag.	
	t(s)	gap	t(s)	gap otim.
T13	4779.77	15.87	82.41	*
T14	5151.08	19.08	84.98	21.92
T15	3914.21	13.98	97.08	23.42
T16	6633.02	20.01	108.72	*
T17	*	56.70	215.05	*
T18	*	$\infty$	640.97	*

(c) raio com = 15 / raio sens = 15 / 4 sorv.

Teste	Cplex		Rel. Lag.	
	t(s)	gap	t(s)	gap otim.
T13	2402.59	20.33	81.23	21.02
T14	1582.94	19.84	83.49	25.09
T15	1888.83	19.82	95.83	26.13
T16	1792.70	19.98	106.84	9.64
T17	*	25.65	213.33	*
T18	*	42.77	644.41	*

(d) raio com = 15 / raio sens = 15 / 1 sorv.

Tabela 5.10: Cplex permitindo *gap* de 20% vs. Algoritmo usando Rel. Lagrangeana



# Capítulo 6

## Conclusões

Este trabalho propôs uma abordagem para tratar conjuntamente os problemas de cobertura, roteamento e formação de grupos em redes de sensores. O objetivo da solução é atender a esses problemas de forma a minimizar a energia gasta com transmissão. Para isso, foi desenvolvido um modelo de programação linear inteira mista. Porém a escalabilidade é um impecilho para o modelo dado que para instâncias de tamanho prático o tempo computacional exigido é impraticável. Diante disso um algoritmo de solução baseado na técnica de relaxação Lagrangeana também foi elaborado. As soluções obtidas, tanto pelo modelo matemático como pelo algoritmo, indicam um conjunto de sensores que devem estar ativos, como esses sensores devem se agrupar e qual o líder de cada grupo além de definir uma rota para fazer a informação ir desde um líder até um sorvedouro.

Como mérito deste trabalho pode-se destacar o fato de se tratar os problemas citados de forma conjunta. Vários trabalhos tratam estes problemas, porém de forma isolada. Estes problemas no entanto apresentam compromissos. Uma solução obtida que garanta cobertura, por exemplo, pode não ser uma boa solução quando se considera o roteamento da informação até um sorvedouro. Uma solução que trate apenas de agrupar os sensores não estará considerando uma solução que consiga cobrir a mesma área, porém usando um número menor de sensores economizando energia dos sensores não ativos. Talvez a abordagem de tratar conjuntamente esses problemas seja o grande diferencial desse trabalho.

Com o objetivo de validar e avaliar as soluções um conjunto de instâncias de testes foi elaborado. Com os testes pode-se certificar que o modelo matemático fornece soluções que atendem aos problemas tratados com um número mínimo de sensores. Pode-se constatar o ganho das redes hierárquicas frente às redes planas e o ganho de uma abordagem que procura minimizar os sensores ativos em relação às redes que utilizam todos

os sensores disponíveis, no que diz respeito à economia de energia com transmissão.

Os testes realizados com o algoritmo baseado na relaxação Lagrangeana tinham o objetivo de permitir verificar a qualidade das soluções através dos valores dos *gaps* encontrados e a obtenção de soluções em tempos melhores que aqueles gastos para encontrar a solução ótima. Os resultados dos testes mostraram que o algoritmo baseado na relaxação Lagrangeana não apresenta, em sua forma atual, resultados animadores no que se refere aos *gaps* encontrados. Quanto aos tempos de solução, um ganho significativo do algoritmo em relação ao Cplex é percebido. Um grande diferencial do uso da relaxação Lagrangeana em relação ao uso de outras heurísticas, que é a possibilidade de ter como avaliar a qualidade da solução, ficou prejudicada já que os *gaps* de dualidade ficaram altos. O fato da relaxação Lagrangeana juntamente com o método de subgradientes não conseguirem fornecer limites inferiores bons impossibilitou que boas soluções para o limite superior fossem obtidas a partir do limite inferior. Em consequência disto as soluções viáveis encontradas não conseguem se aproximar do ótimo. O método de *branch-and-bound* aplicado as soluções viáveis encontradas certamente conduzirá a soluções melhores.

Dado que as soluções do limite inferior pouco contribuem para a obtenção de boas soluções viáveis, grande parte das vezes a solução obtida com a heurística inicial corresponde à melhor solução encontrada, mesmo sendo essa heurística bastante simples. Portanto, investir na heurística inicial levará a obtenção de melhores soluções.

## 6.1 Trabalhos futuros

Como opções imediatas para melhorar as soluções obtidas com o algoritmo, temos a elaboração de uma heurística mais sofisticada para obtenção do limite superior inicial e a implementação do método de *branch-and-bound*. Por se tratar de um problema de grande porte, será impraticável aplicar o método a todas as variáveis do problema, já que isso levaria a um espaço de busca extremamente grande. Portanto apenas algumas variáveis devem ser utilizadas no processo de ramificação.

Outra opção seria aplicar um método de planos de corte. Esta opção é bastante complicada, pois envolve um estudo da estrutura facial do poliedro associado ao conjunto de restrições do problema. Cortes simples, consistindo de restrições redundantes foram elaborados, porém os limites impostos por eles eram bastante folgados e não contribuíam para uma melhor solução.

Como trabalho futuro, também seria interessante simular as soluções obtidas com o modelo e algoritmo apresentados neste trabalho para analisar como as soluções forneci-

das se comportam em situações reais onde outros aspectos são considerados.

# Referências Bibliográficas

- [1] I. F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, and E. Cayirci. Wireless Sensor Networks: A Survey. In *Computer Networks*, volume 38, pages 393–422, March 2002.
- [2] G. Asada, T. Dong, F. Lin, G. Pottie, W. Kaiser, and H. Marcy. Wireless Integrated Network Sensors: Low Power Systems on a Chip. In *Proceedings of European Solid State Circuits Conference*, Boston, MA, United States, 1998.
- [3] S. Bandyopadhyay and E. J. Coyle. An Energy Efficient Hierarchical Clustering Algorithm for Wireless Sensor Networks. In *Proceedings of the Twenty-Second Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies*, volume 3, pages 1713–1723, 2003.
- [4] N. Bulusu, J. Heidemann, and D. Estrin. GPS-Less Low Cost Outdoor Localization for Very Small Devices. *IEEE Personal Communications Magazine*, 7(5):28–34, 2000.
- [5] M. H. J. Campos, N. Maculan, P. R. Oliveira, and S. S. de Makler. Programação-diferenciável. In *Encontro de Algoritmos e Otimização*, 1989.
- [6] A. Cerpa, J. Elson, D. Estrin, L. Girod, M. Hamilton, and J. Zhao. Habitat Monitoring: Application Driver for Wireless Communications Technology. In *2001 ACM SIGCOMM Workshop on Data Communications in Latin America and the Caribbean*, Costa Rica, April 2001.
- [7] K. Chakrabarty, S. S. Iyengar, H. Qi, and E. Cho. Grid Coverage for Surveillance and Target Location in Distributed Sensor Networks. *IEEE Transactions on Computers*, 51(12):1448–1453, 2002.
- [8] H. Crowder. Computational Improvements for Subgradient Optimization. In *Symposia Mathematica*, volume XIX, 1976.

- [9] F. R. B. Cruz, G. R. Mateus, and J. M. Smith. A Branch and Bound Algorithm to Solve the Multi-level Network Optimization Problem. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2:37–56, 2003.
- [10] D. Estrin, R. Govindan, J. Heidemann, and S. Kumar. Next Century Challenges: Scalable Coordination in Sensor Networks. In *Proceedings of ACM MobiCom'99*, Washington, August 1999.
- [11] N. Maculan Filho, R. E. Campello, and L. B. R. Lopes. Relaxação Lagrangeana em Programação Inteira. Technical Reports ES40-84, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1984.
- [12] M. L. Fisher. The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems. *Management Science* 27(1):1–18, January, 1981.
- [13] M. L. Fisher. An Applications Oriented Guide to Lagrangian Relaxation. *Interfaces* 15(2):10–21, March-April, 1985.
- [14] M. L. Fisher, W. D. Northup, and J. F. Shapiro. Using Duality to Solve Discrete Optimization Problems: Theory and Computational Experience. In *Mathematical Programming Study* 3, pages 56–94, 1975.
- [15] H. T. Friis. A Note on a Simple Transmission Formula. In *Proc. IRE*, page 34, 1946.
- [16] A. Geoffrion. Lagrangean Relaxation Applied to Capacitated Facility Location Problems. In *AIIE Transactions* 10, 1, 1978.
- [17] A. M. Geoffrion. Lagrangean Relaxation and its Uses in Integer Programming. In *Mathematical Programming Study* 2, pages 82–114, 1974.
- [18] J. Gibson. *The Mobile Communication Handbook*. IEEE Press, 1999.
- [19] E. Habib, D. Camara, and A. A. F. Loureiro. Ica: Um Novo Algoritmo de Roteamento para Redes de Sensores. In *SBRC*, Maio 2004.
- [20] W. Heinzelman, J. Kulik, and H. Balakrishnan. Negotiation-Based Protocols for Disseminating Information in Wireless Sensor Networks. In *Proceedings of the 5th Annual ACM/IEEE International Conference on Mobile Computing and Networking*, 1999.

- [21] W. R. Heinzelman, A. Chandrakasan, and H. Balakrishnan. Energy-Efficient Communication Protocol for Wireless Microsensor Networks. In *Proceedings of the 33rd Hawaii International Conference on System Sciences*, volume 8, pages 3005–3014, 2000.
- [22] K. Holmberg and D. Yuan. A Lagrangean Approach to Network Design Problems. *Int. Trans. Opl. Res.*, 5(6):529–539, 1998.
- [23] C. Intanagonwiwat, R. Govindan, and D. Estrin. Directed Diffusion: A Scalable and Robust Communication Paradigm for Sensor Networks. In *Proceedings of the Sixth Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, pages 56–67, Boston, MA, USA, August 2000.
- [24] J. Kahn, R. Katz, and K. Pister. Next Century Challenges: Mobile Networking for Smart Dust. In *Proceedings of ACM MobiCom'99*, Washington, August 1999.
- [25] K. S. J. Pister, L. Doherty and L. El Ghaoui. Convex Position Estimation in Wireless Sensor Networks. In *Proceedings of IEEE Infocom 2001*, volume 3, pages 1655–1663, Anchorage, AK, USA, April 2001.
- [26] Xiang-Yang Li, Peng-Jun Wan, and Ophir Frieder. Coverage in Wireless Ad Hoc Sensor Networks. *IEEE Transactions on Computers*, 52(6), June 2003.
- [27] S. Lindsey, C. Raghavendra, and S. Raghavendra. Pegasus: Power-Efficient Gathering in Sensor Information Systems. In *International Conference on Communications*, 2001.
- [28] A. A. F. Loureiro, L. B. Ruiz, R. A. Mini, and J. M. Nogueira. Rede de Sensores sem Fio. *Simpósio Brasileiro de Computação - Jornada de Atualização de Informática*, 2002.
- [29] F. F. Mazzini, G. R. Mateus, and J. M. Smith. Lagrangean Based Methods for Solving Large-Scale Cellular Network Design Problems. *Wireless Networks*, 9(6):659–672, 2003.
- [30] S. Megerian and M. Potkonjak. Low Power 0/1 Coverage and Scheduling Techniques in Sensor Networks. Technical Reports 030001, University of California, Los Angeles, January 2003.
- [31] S. Meguerdichian, F. Koushanfar, M. Potkonjak, and Mani B. Srivastava. Coverage Problems in Wireless Ad-Hoc Sensor Networks. In *Proceedings of the IEEE INFOCOM*, volume 3, pages 1380–1387, 2001.

- [32] S. Meguerdichian, F. Koushanfar, G. Qu, and M. Potkonjak. Exposure In Wireless Ad-Hoc Sensor Networks. *Mobile Computing and Networks*, pages 139–150, 2001.
- [33] S. Meguerdichian, S. Slijepcevic, V. Karayan, and M. Potkonjak. Localized Algorithms in Wireless Ad-Hoc Networks: Location Discovery and Sensor Exposure. In *The ACM Symposium on Mobile Ad Hoc Networking & Computing*, Long Beach, CA, USA, October 2001.
- [34] G. L. Nemhauser and L. A. Wosley. *Integer and Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons, Inc., 1988.
- [35] The Network Simulator NS 2. <http://www.isi.edu/nsnam/ns>, Setembro 2003.
- [36] D. Niculescu and B. Nath. Ad Hoc Positioning System (APS). In *Proceedings of the 2001 IEEE Global Communications Conference (GlobeCom2001)*, San Antonio, TX, USA, 2001.
- [37] S. Park, A. Savvides, and M. B. Srivastava. Sensorsim: A Simulation Framework for Sensor Networks. In *Proceedings of the 3rd ACM International Workshop on Modeling, Analysis and Simulation of Wireless and Mobile Systems*, pages 104–111, Boston, MA, United States, 2000.
- [38] G. J. Pottie and W.J. Kaiser. Wireless Integrated Network Sensors. *Communication of the ACM*, 43(5):51–58, May 2000.
- [39] C. R. Reeves. *Modern Heuristics Techniques for Combinatorial Problems*. John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [40] P. Rentala, R. Musunuri, S. Gandham, and U. Saxena. Survey on Sensor Networks. *Submitted as Per the Requirements of Mobile Computing (CS6392) Course*, 2001.
- [41] L. B. Ruiz. *Mana: Uma Arquitetura para Gerenciamento de Redes de Sensores sem Fio*. PhD Thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Ciência da Computação, 2003.
- [42] C. Savarese, J. M. Rabaey, and J. Beutel. Locationing in Distributed Ad-Hoc Wireless Sensor Networks. In *Proceedings of the IEEE Signal Processing Society International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing 2001 (ICASSP 2001)*, volume 4, pages 2037–2040, Salt Lake City, UT, USA, May 2001.

- 
- [43] A. Savvides, Chih-Chieh Han, and M. B. Srivastava. Dynamic Fine-Grained Localization in Ad-Hoc Networks of Sensors. In *Proceedings of 7th Annual ACM/IEEE International Conference on Mobile Computing and Networking (MobiCom '01)*, pages 166–179, Rome, Italy, July 2001.
- [44] A. Savvides, S. Park, and M. B. Srivastava. On Modeling Networks of Wireless Microsensors. *ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review*, 29(1):318–319, 2001.
- [45] Mica2 Wireless Measurement System. [http://www.xbow.com/products/product-pdf-files/wireless pdf/mica2.pdf](http://www.xbow.com/products/product-pdf-files/wireless%20pdf/mica2.pdf), Outubro 2003.