

Formação de Imagem com Fótons Não Detectados

Arthur Castro Cardoso

Outubro de 2016



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA–ICEX
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Formação de imagem com fótons não detectados

Autor:
Arthur Castro Cardoso

Orientador:
Dr. Sebastião José
Nascimento de Pádua

Dissertação apresentada à Universidade Federal De Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Área de Concentração: Óptica Quântica, Ótica clássica.

Dedico este trabalho à minha família.

Agradecimentos

Agradeço aos meu pais, Humberto e Vera, ao meu irmão, Eduardo e à minha namorada, Samira pelo apoio incondicional e pelo estímulo que foram essenciais para que este trabalho fosse realizado.

Agradeço ao meu orientador, o professor Sebastião José Nascimento de Pádua pela orientação com paciência, dedicação e atenção.

Agradeço a todos companheiros de República Tcheca, em todas suas formações, pelos momentos de diversão e descontração.

Agradeço aos meus colegas de laboratório: Gilberto, Artur, Wanderson e Paula pelos ensinamentos acerca da ótica quântica experimental. Agradeço Lucas e Denise, que tomaram conta do meu experimento enquanto eu escrevia este texto.

À Shirley da biblioteca da física pela dedicação e profissionalismo.

A todos meus amigos da graduação: Fred, Patrão, Soldado e Veneno, entre outros.

Ao professor Pablo Lima Saldanha pelo suporte teórico e pela ideia do experimento de formação de imagem detectando fótons que não interagiram com o objeto utilizando campos clássicos.

Ao professor Carlos Henrique Monken pelo suporte teórico e por ter emprestado o laser estimulador.

Aos órgãos de fomento a pesquisa: CNPq, CAPES, INCT e FAPEMIG pelo auxílio financeiro.

Resumo

Neste trabalho realizamos uma revisão teórica acerca da coerência temporal abordando duas maneiras de induzi-la entre dois modos do campo gerado na conversão paramétrica descendente, em dois cristais iguais em posições diferentes. A primeira recorre à indistinguibilidade intrínseca entre as duas gerações, enquanto a segunda recorre ao processo de geração paramétrica estimulada, utilizando um laser auxiliar.

Por fim, abordamos como a coerência induzida pode ser explorada para a formação de imagem detectando fótons que não interagiram com o objeto, com campos com diferentes estatísticas de fótons. Fizemos isto a partir de uma revisão teórica do caso quântico, que explora a conversão paramétrica descendente espontânea, e propomos uma realização experimental análoga utilizando campos clássicos, provenientes da conversão paramétrica descendente estimulada. Esta proposta mostra que, para tal propósito, conseguimos resultados semelhantes se utilizarmos modos de alta intensidade correlacionados e que não é necessário ter um campo em um estado emaranhado. Em suma, o processo chamado "formação de imagem quântica com fótons não detectados" tem análogo clássico.

Abstract

In this work we performed a review about induced temporal coherence. We approached two ways to induce it between two modes of the field generated in parametric down conversion, in two different crystals. The first one resort to the indistinguishability between the two spontaneous parametric generations, while the second one explores the process of stimulated parametric generation.

Finally, we studied how induced coherence may be used for the imaging with photons which never interacted with the object. It was made through a theoretical review of the quantum case and a suggestion of an analogous experimental realization, using classical fields from the stimulated parametric down conversion. This proposal shows that the phenomena known as "quantum imaging with undetected photons" has a classical version.

Lista de Figuras

1.1	Setup experimental utilizado em [1] para induzir coerência entre os fótons produzidos na CPD em dois cristais distintos. O laser de bombeamento é dividido por um divisor de feixes e desencadeia a conversão paramétrica em dois cristais distintos. Os modos idlers são sobrepostos e seguem para um detector. Enquanto os modos signals são interferidos em um divisor de feixes e chegam a outro detector.	3
1.2	Ilustração dos modos relevantes interagindo com o divisor de feixes BS_i	4
1.3	Setup experimental utilizado em [2] para induzir coerência entre os fótons produzidos na CPDE em dois cristais distintos. Dois campos coerentes V_1 e V_2 , bombeiam dois cristais não lineares, NL1 e NL2. O laser auxiliar é dividido em dois modos, v_1 e v_2 , por um divisor de feixes (BS). Sobrepondo com os campos gerados, s_1 e s_2 , podemos estimular a conversão paramétrica nos dois cristais. Os outros dois modos gerados, i_1 e i_2 , são sobrepostos.	11
2.1	Montagem experimental preliminar utilizada em [3]. O laser de bombeamento é dividido em dois pelo BS1, os dois modos bombeiam dois cristais não lineares NL1 e NL2, gerando pares de fótons. Enquanto os modos idler gerados nos dois cristais são sobrepostos e descartados pelos espelhos D1, D2 e D3, os modos signal são interferidos no divisor de feixe BS2.	18
2.2	Montagem experimental utilizada em [3] para reconstruir a imagem de um objeto detectando fótons que nunca interagiram com ele. Um laser de bombeamento é dividido por um divisor de feixes polarizado (PBS). Cada um dos modos divididos bombeia um cristal não linear (NL1 e NL2) gerando pares de fótons gêmeos. Quando os modos idler são alinhados observamos coerência induzida sem emissão estimulada no modo signal. Tratando os padrões de interferência entre os feixes que saem do divisor de feixes (BS) é possível recuperar as informações de fase e amplitude do objeto.	20
2.3	Objeto reconstruído (esquerda). As duas saídas do BS (centro). Subtração das imagens nas duas saídas do BS (direita) [3]	21
2.4	Soma das imagens nas duas saídas do BS utilizando o mesmo objeto da figura 2.3 [3].	21

2.5	Ilustração da espessura do objeto de silício [3].	22
2.6	Imagem das duas saídas do BS com o objeto ilustrado na figura 2.5 [3].	22
2.7	Caracterização da geração no cristal NL2, com e sem a presença da geração em NL1. As cruzeiras em azul mostram as contagens com o caminho entre D1 e D2 bloqueado, enquanto os pontos vermelhos mostram as contagens sem o bloqueio de caminho. Os losangos azuis mostram a razão entre as contagens da configuração com o caminho entre D1 e D2 bloqueado e desbloqueado [3].	23
2.8	Ilustração do modo idler do cristal NL1 interagindo com as lentes L2 e L2' e com o objeto. A onda plana que chega até L2 tem vetor de onda $\tilde{\mathbf{k}}_I$ e a que sai de L2' tem \mathbf{k}_I	25
2.9	Ilustração de uma lente L focalizando uma onda plana em um ponto da câmara.	25
3.1	Montagem experimental utilizada para reconstruir a imagem de um objeto detectando luz clássica que nunca interagiu com ele. O pump, P_1 atinge o cristal NL então é refletido pelo espelho EP no modo P_2 , gerando pares de fótons gêmeos na ida e na volta: I_1 e S_1 , I_2 e S_2 . Os campos S_{E1} e S_{E2} são os feixes de laser auxiliares que estimulam primeira e segunda geração, respectivamente. Os modos S_1 e S_2 , gerados nas duas passagens pelo cristal, são sobrepostos na câmara CCD. O alterador de fase (AF) torna possível ajustar a fase adquirida pelo modo I_1 ao propagar pelo trajeto NL-E1-NL. Registrando os padrões de interferência construtivo e destrutivo, podemos reconstruir as imagens de fase e amplitude para o objeto O.	30
3.2	Montagem experimental utilizada para alinhar os fótons gêmeos da primeira geração. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1 , que passam pelos orifícios O2 e O4, respectivamente. Então, eles são refletidos pelos espelhos E2 e E1 de tal forma que voltam alinhados com os pares de orifícios O1-O2 e O3-O4. Após serem focalizados pelas lentes LS e LI, os fótons gêmeos atingem os detectores Det S e Det I.	34
3.3	Montagem experimental utilizada para alinhar os fótons gêmeos das duas gerações. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1 , que passam pelos orifícios O2 e O4, respectivamente. Após ser refletido pelo espelho EP, o pump P_2 volta no cristal, gerando um outro par de fótons correlacionados, S_2 e I_2 . Os modos S_1 e I_1 são refletidos pelos espelhos E2 e E1 de tal forma que voltam alinhados com os modos S_2 e I_2 e com os pares orifícios O1-O2 e O3-O4, respectivamente. Após serem focalizados pelas lentes LS e LI, os fótons gêmeos gerados na ida e na volta atingem os detectores Det S e Det I.	35

3.4	<p>Montagem experimental utilizada para estimular a CPD e induzir coerência nas duas gerações. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1, que passam pelos orifícios O2 e O4, respectivamente. Após ser refletido pelo espelho EP, o pump P_2 volta no cristal, gerando um outro par de fótons correlacionados, S_2 e I_2. Os modos S_1 e I_1 são refletidos pelos espelhos E2 e E1 de tal forma que voltam alinhados com os modos S_2 e I_2 e com os pares orifícios O1-O2 e O3-O4, respectivamente. Um feixe de laser auxiliar no modo S_{E1}, é alinhado nos orifícios O1-O2 e estimula a CPDE na primeira geração. Então este laser é refletido pelo espelho E2 com incidência normal, voltando pelos orifícios O1-O2 e estimulando a CPDE na volta. Desta forma, observamos um padrão de interferência entre os campos gerados na ida e na volta, no detector Det I.</p>	36
3.5	<p>Montagem experimental utilizada para estimar o comprimento de coerência induzido no modo idler da primeira geração. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1. O laser auxiliar S_{E1} estimula a CPDE. O modo idler é refletido pelos espelhos E1 e E5, até entrar em um interferômetro de Michelson, formado pelos espelhos E6 e E7, e pelo divisor de feixes BS. Transladando o espelho E6, podemos variar a diferença de caminho ótico entre os feixes que se interferem na CCD e, de acordo com a visibilidade do padrão de interferência obtido, estimar o comprimento de coerência.</p>	38
3.6	<p>Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 0cm entre os braços do interferômetro (direita).</p>	39
3.7	<p>Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 1cm entre os braços do interferômetro (direita).</p>	39
3.8	<p>Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 2cm entre os braços do interferômetro (direita).</p>	40

3.9	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 3cm entre os braços do interferômetro (direita).	40
3.10	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 4cm entre os braços do interferômetro (direita).	40
3.11	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 5cm entre os braços do interferômetro (direita).	41
3.12	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 6cm entre os braços do interferômetro (direita).	41
3.13	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 7cm entre os braços do interferômetro (direita).	41
3.14	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 8cm entre os braços do interferômetro (direita).	42
3.15	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 9cm entre os braços do interferômetro (direita).	42

3.16	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 10cm entre os braços do interferômetro (direita).	42
3.17	Gráfico das visibilidades em função da diferença de caminho para a primeira geração.	43
3.18	Montagem experimental utilizada para medir o comprimento de coerência induzido no modo idler da segunda geração. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1 , depois ele é refletido pelo espelho EP e interage novamente com o cristal gerando os modos S_2 e I_2 . O laser auxiliar S_{E1} estimula a CPDE na ida que, depois de ser refletido pelo espelho E2 no modo S_{E2} , estimula a CPDE na volta. O modo I_1 é bloqueado, enquanto o modo I_2 bate no espelho E5 e entrar em um interferômetro de Michelson, formado pelos espelhos E6 e E7, e pelo divisor de feixes BS. Transladando o espelho E6, podemos variar a diferença de caminho ótico entre os feixes que se interferem na CCD e, de acordo com a visibilidade do padrão de interferência obtido, estimar o comprimento de coerência.	44
3.19	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 0cm entre os braços do interferômetro (direita).	45
3.20	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 1cm entre os braços do interferômetro (direita).	46
3.21	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 2cm entre os braços do interferômetro (direita).	46
3.22	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 3cm entre os braços do interferômetro (direita).	46

3.23	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 4cm entre os braços do interferômetro (direita).	47
3.24	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 5cm entre os braços do interferômetro (direita).	47
3.25	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 6cm entre os braços do interferômetro (direita).	47
3.26	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 7cm entre os braços do interferômetro (direita).	48
3.27	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 8cm entre os braços do interferômetro (direita).	48
3.28	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 9cm entre os braços do interferômetro (direita).	48
3.29	Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 10cm entre os braços do interferômetro (direita).	49
3.30	Gráfico das visibilidades em função da diferença de caminho para a segunda geração.	49
A.1	Ilustração de três ondas planas monocromáticas interagindo com um cristal não linear.	55

A.2	Gráfico da função $\text{sinc}^2\alpha$, onde $\alpha = \Delta kL/2$. (Figura retirada de www.amstechnologies.com)	59
A.3	Representação vetorial do casamento de fase.	60
A.4	Desenho do casamento de fase tipo I (a) e tipo II (b). Imagem obtida de [4]	60
B.1	Diagrama que representa a conservação de energia na CPD.	63
B.2	Figura que representa a CPDE. Dois feixes de laser interagem com um cristal não linear gerando um terceiro modo do campo eletromagnético. (Imagem retirada de: www.if.ufrj.br/phsr/PHSR/PDC.htm)	67
C.1	Esquema experimental de Hanbury-Brown e Twiss. A frente de onda incide em um divisor de feixes 50/50 que atingem dois detectores. Em um detector, adicionamos um gerador de atraso acoplado a um contador que registra as coincidências. Retirada de [5].	71

Lista de Tabelas

3.1	Tabela das visibilidades retiradas dos ajustes das figuras 3.6 - 3.16.	43
3.2	Tabela das visibilidades retiradas dos ajustes das figuras 3.19 - 3.29.	50

Sumário

1	Coerência induzida na conversão paramétrica descendente	2
1.1	Coerência induzida por indistinguibilidade	2
1.1.1	O estado do campo	2
1.1.2	Taxa de detecção de fótons	5
1.1.3	O grau de coerência induzido	8
1.2	Coerência induzida na conversão paramétrica descendente es- timulada (CPDE)	9
1.2.1	Tratamento mono modal	9
1.2.2	Tratamento multimodal	12
2	Formação de imagem quântica com fótons não detectados	17
2.1	O experimento de Viena	17
2.1.1	Montagem esquemática	17
2.1.2	Montagem experimental	19
2.2	Resultados experimentais	21
2.2.1	Detecção das imagens quânticas	21
2.2.2	Coerência induzida sem emissão estimulada	22
2.3	A teoria	23
2.3.1	A relação entre os operadores dos modos idlers	23
2.3.2	O sistema de lentes	24
2.3.3	O estado dos fótons gerados nos dois cristais	26
2.3.4	Formação de imagem	27
3	Formação de imagem clássica com fótons não detectados	29
3.1	O experimento	29
3.1.1	Montagem experimental	29
3.2	A teoria	31
3.2.1	Os campos gerados pelos dois cristais	31
3.2.2	A Formação da imagem	32
3.3	Técnicas de alinhamento	34
3.3.1	O alinhamento dos modos produzidos pela CPD nas duas gerações	34
3.3.2	O alinhamento do laser estimulador	35
3.4	Resultados preliminares	37
3.4.1	Estimativa do comprimento de coerência do modo idler da primeira geração	37
3.4.2	Estimativa do comprimento de coerência do modo idler da segunda geração	44

4	Conclusão	51
A	Teoria semi-clássica da conversão paramétrica descendente	53
A.1	Amplificação de ondas planas monocromáticas devido a uma interação não linear	53
A.1.1	A polarização de um meio não linear	53
A.1.2	A variação das amplitudes das ondas ao se propagarem por um cristal não linear	56
A.2	Condição de casamento de fase	57
A.2.1	A amplificação paramétrica dos campos e suas intensidades	57
A.2.2	Tipos de casamento de fase	59
A.3	A relação de Manley-Rowe	61
B	Teoria quântica da CPD	62
B.1	O hamiltoniano de interação da CPD	62
B.1.1	A polarização não linear e a energia do campo	62
B.2	A conversão paramétrica descendente espontânea	64
B.2.1	Operadores campo elétrico para a onda eletromagnética	64
B.2.2	O estado dos fótons criados na CPD	65
B.3	A conversão paramétrica descendente estimulada CPDE	67
C	Teoria de coerência e coerência induzida	69
C.1	Coerência temporal e funções de correlação	69
C.1.1	Função correlação de primeira ordem	70
C.1.2	Função correlação de segunda ordem	71

Introdução

Neste trabalho, tivemos como objetivo estudar formas de reconstruir imagens, de fase e de amplitude, de um objeto detectando luz que nunca interagiu com ele. Isso só é possível porque utilizamos fótons correlacionados, produzidos através da CPD (conversão paramétrica descendente) e da CPDE (conversão paramétrica descendente estimulada), e conseguimos induzir coerência entre dois modos da CPD em cristais diferentes. As correlações existentes entre os fótons produzidos nestes processos são exploradas para inúmeros propósitos nas áreas de ótica quântica e informação quântica. Neste caso, as correlações são utilizadas para a chamada "formação de imagem com fótons não detectados".

No capítulo 1, fizemos uma revisão acerca da coerência temporal. Revisamos duas técnicas utilizadas para induzir coerência entre dois modos gerados na conversão paramétrica descendente, em dois cristais idênticos em posições diferentes, abordando principalmente os aspectos teóricos. Uma técnica explora a indistinguibilidade entre os processos nos dois cristais, enquanto a outra explora a conversão paramétrica descendente estimulada.

Posteriormente, abordamos duas maneiras de reconstruir as imagens de amplitude e fase de um objeto detectando luz que nunca interagiu com ele. No capítulo 2, fizemos uma revisão de um experimento recente que utilizou os modos produzidos na CPD para reconstruir as imagens. A montagem deste experimento é uma variação do esquema utilizado para induzir coerência sem emissão estimulada. A interferência de dois modos que nunca interagiram com o objeto nos permite reconstruir o perfil de fase e amplitude do objeto. Os autores utilizam campos quânticos e verificam experimentalmente que a CPD ocorre de forma espontânea. No capítulo 3, propomos um outro esquema experimental para reconstruir a imagem de um objeto detectando luz que nunca interagiu com ele. Este caso difere do anterior porque utiliza campos eletromagnéticos de alta intensidade gerados a partir da CPDE, que podem ser tratados classicamente. O processo de CPDE, quando predominante com relação ao espontâneo, induz coerência entre os modos que se interferem na câmera CCD. Assim, podemos formar imagens clássicas com fótons não detectados.

Capítulo 1

Coerência induzida na convesão paramétrica descendente

1.1 Coerência induzida por indistinguibilidade

Já sabemos que a luz produzida na emissão estimulada em um sistema quântico, como um átomo, por exemplo, é coerente com a luz que estimulou o decaimento. Ou seja, é impossível distinguirmos o fóton que estimulou do que decaiu por emissão estimulada [6]. De forma análoga à descrita na seção (1.2), Wang *et. al.*, conseguiram demonstrar que o mesmo ocorre para a CPDE quando o processo envolve campos intensos, *i. e.*, com alto número de ocupação de fótons por modo [2].

Cerca de um ano depois, o mesmo grupo conseguiu demonstrar teoricamente [7] e experimentalmente [1] que podemos induzir coerência entre dois feixes de luz gerados na CPD em dois cristais diferentes, desta vez, sem emissão estimulada.

1.1.1 O estado do campo

A situação ilustrada na figura (1.1) foi utilizada para induzir coerência sem estimular a CPD. Os dois cristais NL1 e NL2 têm susceptibilidade não linear $\chi^{(2)}$ e são bombeados com um mesmo laser de frequência central ω_0 . Representamos os campos clássicos de bombeio por $V_1(t)$ e $V_2(t)$ de forma que $|V_j(t)|$ para $j = 1, 2$ é expressado em unidades fótons por segundo. A interação entre os pumps e os cristais geram os modos signals e idlers, os quais podem ser tratados quanticamente. Na representação de Schrödinger, o operador unitário que nos dá a evolução temporal do estado gerado na CPD, considerando os cristais centrados em \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 , é representado por :

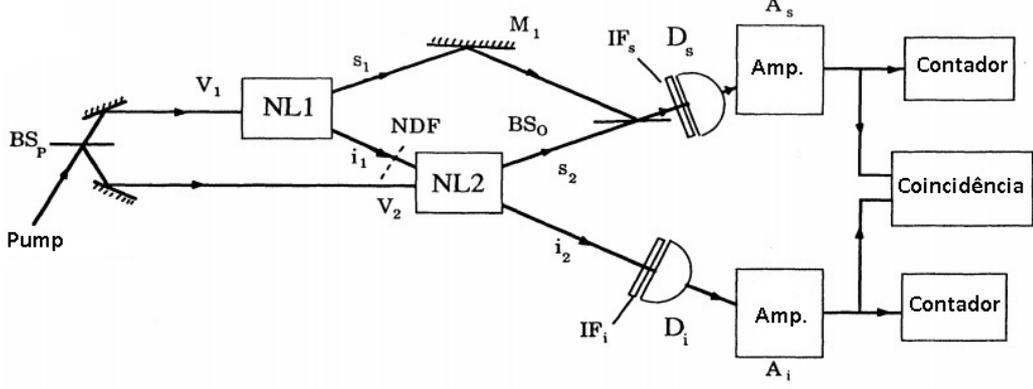


Figura 1.1: Setup experimental utilizado em [1] para induzir coerência entre os fótons produzidos na CPD em dois cristais distintos. O laser de bombeamento é dividido por um divisor de feixes e desencadeia a conversão paramétrica em dois cristais distintos. Os modos idlers são sobrepostos e seguem para um detector. Enquanto os modos sinais são interferidos em um divisor de feixes e chegam a outro detector.

$$\begin{aligned}
 \hat{U}(t, t - t_1) &= \exp \left[\frac{1}{i\hbar} \int_{t-t_1}^t \hat{H}_I(t') dt' \right] \\
 &= \exp \left[\frac{(\delta\omega)^{\frac{3}{2}}}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \eta_1 \sum_{\omega_1} \sum_{\omega'_1} \sum_{\omega''_1} e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}''_1) \cdot \mathbf{r}_1} \phi_1(\omega'_1, \omega''_1; \omega_1) \right. \\
 &\quad \times \frac{\text{sen}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1) \frac{t_1}{2}}{(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1)^{\frac{1}{2}}} e^{i(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1)(t - \frac{t_1}{2})} v_1(\omega_1) \hat{a}_{s1}^\dagger(\omega'_1) \hat{a}_{i1}^\dagger(\omega''_1) \\
 &\quad + \frac{(\delta\omega)^{\frac{3}{2}}}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \eta_2 \sum_{\omega_2} \sum_{\omega'_2} \sum_{\omega''_2} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}'_2 - \mathbf{k}''_2) \cdot \mathbf{r}_2} \phi_2(\omega'_2, \omega''_2; \omega_2) \\
 &\quad \times \frac{\text{sen}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2) \frac{t_1}{2}}{(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2)^{\frac{1}{2}}} e^{i(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2)(t - \frac{t_1}{2})} v_2(\omega_2) \hat{a}_{s2}^\dagger(\omega'_1) \hat{a}_{i2}^\dagger(\omega''_2) \\
 &\quad \left. - h.c. \right], \tag{1.1}
 \end{aligned}$$

nesta equação, o tempo de interação t_1 é muito maior que o tempo de coerência dos fótons gerados na CPD. \hat{a}_{sj}^\dagger e \hat{a}_{ij}^\dagger são os operadores criação para os modos sinal e idler no cristal j . η_j é uma constante tal que $|\eta_j|^2$ é a fração dos fótons incidentes do pump que são convertidos espontaneamente na CPD. $\delta\omega$ é o espaçamento entre os modos, $\phi_j(\omega'_j, \omega''_j; \omega_j)$ é a função espectral caracterizando os campos sinal e idler no cristal j , correspondendo a um pump de frequência ω_j . A função espectral assume valor máximo para $\omega'_j = \omega_{sj}$, $\omega''_j = \omega_0 - \omega_{sj}$, $\omega_j = \omega_0$ e é normalizada quando $\delta\omega \rightarrow 0$ de acordo com a equação (1.42).

Na equação (1.1) garantimos que as direções dos campos gerados na CPD, caracterizadas por \mathbf{k}'_j e \mathbf{k}''_j são bem definidas por pequenas aberturas fixas. Como podemos ver na figura (1.1), os campos sinais s_1 e s_2 dos dois cristais

são juntados em um divisor se feixes e interferem no detector D_s . O modo i_1 do cristal NL1 é alinhado com o modo i_2 do cristal NL2, passa através do NL2 e vai para o detector D_i . O filtro neutro (NDF) colocado no modo i_1 pode ser tratado como um divisor de feixes BS_i entre o cristal NL1 e NL2 com transmissividade complexa \mathcal{T} e reflectividade \mathcal{R} . Logo, o operador $\hat{a}_{i2}(\omega)$ se relaciona com $\hat{a}_{i1}(\omega)$, da seguinte forma [8]:

$$\hat{a}_{i2}(\omega) = \mathcal{T}\hat{a}_{i1}(\omega) + \mathcal{R}\hat{a}_0(\omega), \quad (1.2)$$

onde $\hat{a}_0(\omega)$ descreve o campo do vácuo entrando pela outra porta do BS_i .

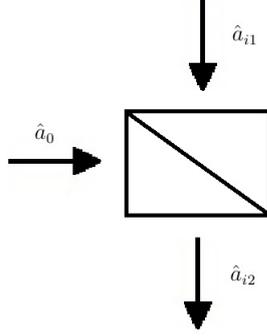


Figura 1.2: Ilustração dos modos relevantes interagindo com o divisor de feixes BS_i .

Assumindo que o estado inicial de todos os campos quânticos é o estado de vácuo quando o feixe de bombeamento é ligado. Segue das equações (1.1) e (1.2) que o estado do campo produzido em ambos os cristais no tempo t é:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \hat{U}(t, t - t_1) |\psi_{vac}\rangle_{s1,i1,s2,0} \\ &= |\psi_{vac}\rangle_{s1,i1,s2,0} + \eta_1 \frac{(\delta\omega)^{\frac{3}{2}}}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \sum_{\omega_1} \sum_{\omega'_1} \sum_{\omega''_1} \phi_1(\omega'_1, \omega''_1; \omega_1) \frac{\text{sen}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1) \frac{t_1}{2}}{(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1)^{\frac{1}{2}}} \\ &\quad \times e^{i(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1)(t - \frac{t_1}{2})} v_1(\omega_1) |\omega'_1\rangle_{s1} |\omega''_1\rangle_{i1} |\psi_{vac}\rangle_{s2,0} \\ &\quad + \eta_2 \frac{(\delta\omega)^{\frac{3}{2}}}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \sum_{\omega_2} \sum_{\omega'_2} \sum_{\omega''_2} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}'_2 - \mathbf{k}''_2) \cdot \mathbf{r}_2} \phi_2(\omega'_2, \omega''_2; \omega_2) \frac{\text{sen}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2) \frac{t_1}{2}}{(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2)^{\frac{1}{2}}} \\ &\quad \times e^{i(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2)(t - \frac{t_1}{2})} v_2(\omega_2) |\omega'_2\rangle_{s2} \\ &\quad \times \left(\mathcal{T}^* |\omega''_2\rangle_{i1} |\psi_{vac}\rangle_{s1,0} + \mathcal{R}^* |\omega''_2\rangle_0 |\psi_{vac}\rangle_{s1,i1} \right) + \dots, \quad (1.3) \end{aligned}$$

simplificamos a equação (1.3) assumindo que o cristal NL1 se encontra na origem $\mathbf{r}_1 = 0$. Supondo que o tempo de interação é muito menor que a média de intervalo de tempo entre duas gerações, podemos desconsiderar termos com mais de dois fótons. Nestas condições o estado produzido corresponde à geração espontânea em NL1 e NL2.

1.1.2 Taxa de detecção de fótons

Considerando τ_0 o tempo de propagação do fóton i_1 de NL1 até NL2, τ_1 o tempo que o fóton s_1 demora para percorrer de NL1 até o detector D_s , τ_2 o tempo gasto por s_2 para ir de NL2 até D_s e τ_3 o tempo de propagação de i_2 de NL2 até D_i , podemos escrever os operadores campo como:

$$\hat{E}_s^{(+)}(t) = \left(\frac{\delta\omega}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{i}{\sqrt{2}} \sum_{\omega} (\hat{a}_{s1}(\omega)e^{-i\omega(t-\tau_1)} + \hat{a}_{s2}(\omega)e^{i[\mathbf{k}_{s2} \cdot \mathbf{r}_2 - \omega(t-\tau_2)]}) , \quad (1.4)$$

$$\hat{E}_i^{(+)}(t) = \left(\frac{\delta\omega}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\omega} \hat{a}_{i2}(\omega)e^{i[\mathbf{k}_{i2} \cdot \mathbf{r}_2 - \omega(t-\tau_3)]} , \quad (1.5)$$

novamente, os campos são representados considerando que o cristal NL1 se encontra na origem do sistema de coordenadas. Eles são normalizados de forma que $\hat{E}^{(-)}\hat{E}^{(+)}$ é dado em unidade de fótons por segundo.

Considerando que os detectores D_s e D_i têm eficiência quântica α_s e α_i , respectivamente, a taxa média de contagens de fótons nos dois detectores é dada por [9]:

$$R_s = \alpha_s \langle \psi(t) | \hat{E}_s^{(-)}(t)\hat{E}_s^{(+)}(t) | \psi(t) \rangle , \quad (1.6)$$

$$R_i = \alpha_i \langle \psi(t) | \hat{E}_i^{(-)}(t)\hat{E}_i^{(+)}(t) | \psi(t) \rangle , \quad (1.7)$$

utilizando as equações (1.3) e (1.4):

$$\begin{aligned} R_s = \alpha_s \left\langle \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \eta_1 \frac{(\delta\omega)^2}{2\pi} \sum_{\omega_1} \sum_{\omega'_1} \sum_{\omega''_1} \phi_1(\omega'_1, \omega''_1; \omega_1) \frac{\text{sen}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1) \frac{t_1}{2}}{(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1) \frac{1}{2}} \right. \right. \\ \times e^{i(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1)(t - \frac{t_1}{2})} e^{-i\omega'_1(t - \tau_1)} v_1(\omega_1) |\omega''_1\rangle_{i1} | \psi_{vac} \rangle_{s1, s2, 0} \\ \left. \left. + \eta_2 \frac{(\delta\omega)^2}{2\pi} \sum_{\omega_2} \sum_{\omega'_2} \sum_{\omega''_2} e^{i[(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}'_2) \cdot \mathbf{r}_2 - \omega'_2(t - \tau_2)]} \phi_2(\omega'_2, \omega''_2; \omega_2) \frac{\text{sen}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2) \frac{t_1}{2}}{(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2) \frac{1}{2}} \right. \right. \\ \left. \left. \times e^{i(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2)(t - \frac{t_1}{2})} v_2(\omega_2) \left(\mathcal{J}^* |\omega''_2\rangle_{i1} | \psi_{vac} \rangle_{s1, s2, 0} + \mathcal{R}^* |\omega''_2\rangle_0 | \psi_{vac} \rangle_{s1, s2, i1} \right) \right|^2 \right\rangle . \quad (1.8) \end{aligned}$$

Introduzimos as mudanças de variáveis:

$$\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_1 = \Omega_1 \quad \text{e} \quad \omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2 = \Omega_2 , \quad (1.9)$$

substituindo os somatórios em R_s sobre ω'_1 e ω'_2 por integrais nas variáveis Ω_1 e Ω_2 , obtemos:

$$\begin{aligned}
 R_s &= \alpha_s \left\langle \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \eta_1 \delta\omega \sum_{\omega_1} \sum_{\omega_1''} \frac{1}{2\pi} \int d\Omega_1 \phi_1(\omega_1 - \omega_1'' + \Omega_1, \omega_1''; \omega_1) \frac{\text{sen} \frac{\Omega_1 t_1}{2}}{\frac{\Omega_1}{2}} e^{-i\Omega_1(\frac{t_1}{2} - \tau_1)} \right. \right. \\
 &\quad \times e^{-i(\omega_1 - \omega_1'')(t - \tau_1)} \nu_1(\omega_1) |\omega_1''\rangle_{i1} |\psi_{vac}\rangle_{s1, s2, 0} \\
 &\quad + \eta_2 \delta\omega \sum_{\omega_2} \sum_{\omega_2''} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_2'') \cdot \mathbf{r}_2} \frac{1}{2\pi} \int d\Omega_2 \phi_2(\omega_2 - \omega_2'' + \Omega_2, \omega_2''; \omega_2) \frac{\text{sen} \frac{\Omega_2 t_1}{2}}{\frac{\Omega_2}{2}} e^{-i\Omega_2(\frac{t_1}{2} - \tau_2)} \\
 &\quad \left. \times e^{-i(\omega_2 - \omega_2'')(t - \tau_2)} \nu_2(\omega_2) \left(\mathcal{T}^* |\omega_2''\rangle_{i1} |\psi_{vac}\rangle_{s1, s2, 0} + \mathcal{R}^* |\omega_2''\rangle_0 |\psi_{vac}\rangle_{s1, s2, i1} \right) \right|^2 \rangle . \tag{1.10}
 \end{aligned}$$

Se t_1 é muito maior que o tempo de coerência dos fótons gerados, ou $\frac{1}{\delta\omega}$, da luz gerada na CPD, que geralmente é muito curto, então as principais contribuições para as integrais em Ω_1 , Ω_2 vêm de valores de Ω_1 e Ω_2 muito menores que $\delta\omega$. Portanto podemos substituir $\phi_1(\omega_1 - \omega_1'' + \Omega_1, \omega_1''; \omega_1)$ e $\phi_2(\omega_2 - \omega_2'' + \Omega_2, \omega_2''; \omega_2)$ por $\phi_1(\omega_1 - \omega_1'', \omega_1''; \omega_1)$ e $\phi_2(\omega_2 - \omega_2'', \omega_2''; \omega_2)$ com boa aproximação. Assim, integrais em Ω_1 e Ω_2 se simplificam para integral descontínua de Dirichlet [8]

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega \frac{\text{sen} \frac{\Omega t}{2}}{\frac{\Omega}{2}} e^{-i\Omega(\frac{t}{2} - T)} = 1 , \tag{1.11}$$

válido para $T > 0$. Desta forma a taxa média de detecção de fótons se torna:

$$\begin{aligned}
 R_s &= \alpha_s \sum_{\omega_1''} \left[\left\langle \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \eta_1 \delta\omega \sum_{\omega_1} \phi_1(\omega_1 - \omega'', \omega''; \omega_1) e^{-i(\omega_1 - \omega'')(t - \tau_1)} \nu_1(\omega_1) \right. \right. \right. \\
 &\quad + \eta_2 \mathcal{T}^* \delta\omega \sum_{\omega_2} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_2'') \cdot \mathbf{r}_2} \phi_2(\omega_2 - \omega'', \omega''; \omega_2) e^{-i(\omega_2 - \omega'')(t - \tau_2)} \nu_2(\omega_2) \left. \right|^2 \rangle \\
 &\quad \left. + \left\langle \left| \eta_2 \mathcal{R}^* \delta\omega \sum_{\omega_2} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_2'') \cdot \mathbf{r}_2} \phi_2(\omega_2 - \omega'', \omega''; \omega_2) e^{-i(\omega_2 - \omega'')(t - \tau_2)} \nu_2(\omega_2) \right|^2 \right\rangle \right] . \tag{1.12}
 \end{aligned}$$

O espectro de frequência do pump está centrado em ω_0 e sua largura de banda é muito menor que a da luz gerada na CPD então, de acordo com a equação (C.2), seu tempo de coerência é muito maior que o dos fótons gêmeos. Logo podemos substituir $\phi_1(\omega_1 - \omega'', \omega''; \omega_1)$ por $\phi_1(\omega_0 - \omega'', \omega''; \omega_0) = \phi_1(\tilde{\omega}'', \omega'')$ e $\phi_2(\omega_2 - \omega'', \omega''; \omega_2)$ por $\phi_2(\omega_0 - \omega'', \omega''; \omega_0) = \phi_2(\tilde{\omega}'', \omega'')$ com boa aproximação, considerando $\tilde{\omega}'' = \omega_0 - \omega$. Para dois cristais não lineares semelhantes podemos fazer:

$$\phi_1(\tilde{\omega}, \omega) = \phi_2(\tilde{\omega}, \omega) = \phi(\tilde{\omega}, \omega) . \tag{1.13}$$

O vetor \mathbf{k}_2'' é paralelo ao \mathbf{r}_2 , portanto $\mathbf{k}_2'' \cdot \mathbf{r}_2 = \omega'' \tau_0$. Podemos fazer a decomposição de Fourier para os campos do pump, da seguinte forma:

$$V_j(t) = \left(\frac{\delta\omega}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\omega_j} v_j(\omega_j) e^{i(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}_j - \omega_j t)} \quad , \quad j = 1, 2. \quad (1.14)$$

Considerando as equações (1.42) e (1.14) e que o BS_i é um divisor de feixes ideal, ou seja, $|\mathcal{R}| + |\mathcal{T}| = 1$, temos:

$$R_s = \frac{1}{2} \alpha_s \left[|\eta_1|^2 \langle I_1(t - \tau_1) \rangle + |\eta_2|^2 \langle I_2(t - \tau_2) \rangle - i\eta_1^* \eta_2 \langle V_1^*(t - \tau_1) V_2(t - \tau_2) \rangle \right. \\ \left. \times \mu(\tau_0 + \tau_2 - \tau_1) \mathcal{T}^* e^{-i\omega_i(\tau_0 + \tau_2 - \tau_1)} + c.c. \right] , \quad (1.15)$$

onde ω_s e ω_i são as frequências centrais dos campos signal e idler, respectivamente, com $\omega_s + \omega_i = \omega_0$. Introduzimos a função de correlação normalizada para os fótons gerados na CPD $\mu(\tau)$, a versão normalizada da equação (C.6), definida por [8]:

$$\mu(\tau) = 2\pi \int_0^\infty d\omega |\phi(\tilde{\omega}, \omega)|^2 e^{-i\omega\tau} , \quad (1.16)$$

onde $\mu(\tau)$ é normalizado tal que $\mu(0) = 1$. Logo:

$$2\pi \int_0^{\omega_0} d\omega |\phi(\tilde{\omega}, \omega)|^2 e^{-i\omega\tau} = 2\pi e^{-i\omega_1\tau} \int_{-\omega_i}^{\omega_s} d\omega' |\phi(\omega_s - \omega', \omega_i + \omega')|^2 e^{-i\omega'\tau} \\ = e^{-i\omega_i\tau} \mu(\tau) , \quad (1.17)$$

$I_1 = |V_1|^2$ e $I_2 = |V_2|^2$ são as intensidades do pump em cada um dos cristais e são independentes do tempo para um campo estacionário. A função de correlação de primeira ordem do pump pode ser escrita como:

$$\gamma_{12}^{(1)}(\tau_1 - \tau_2) = \frac{\langle V_1^*(t - \tau_1) V_2(t - \tau_2) \rangle}{\sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}} . \quad (1.18)$$

De acordo com a equação (1.15) podemos ver que o estado estacionário é atingido para t_1 suficientemente longo no qual a taxa R_s não depende de t_1 .

Vamos supor que τ_0 , τ_1 e τ_2 são incrementados por pequenos intervalos de tempo $\delta\tau_0$, $\delta\tau_1$ e $\delta\tau_2$, todos eles muito menores que o comprimento de coerência dos fótons gêmeos. Então podemos escrever:

$$\gamma_{12}^{(1)}(\tau_1 + \delta\tau_1 - \tau_2 - \delta\tau_2) \approx \gamma_{12}^{(1)}(\tau_1 - \tau_2) e^{-i\omega_0(\delta\tau_1 - \delta\tau_2)} , \quad (1.19)$$

com estas aproximações a equação (1.15) fica:

$$R_s = \frac{1}{2} \alpha_s \left\{ |\eta_1|^2 \langle I_1 \rangle + |\eta_2|^2 \langle I_2 \rangle + 2|\mathcal{T}| |\eta_1 \eta_2| \sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} |\gamma_{12}^{(1)}(\tau_1 - \tau_2)| \right. \\ \times |\mu(\tau_0 + \tau_2 - \tau_1)| \cos [\omega_i(\tau_0 + \tau_2 - \tau_1) + \omega_i \delta\tau_0 + \omega_s(\delta\tau_1 - \delta\tau_2) \\ \left. + \arg(\eta_1 \eta_2^*) - \arg \gamma_{12}^{(1)}(\tau_1 - \tau_2) - \arg \mu(\tau_0 + \tau_2 - \tau_1) - \arg \mathcal{T} - \frac{\pi}{2}] \right\} , \quad (1.20)$$

logo a taxa de contagem R_s exibe um padrão de interferência a medida que que a diferença de caminho $c\delta\tau_0$ varia com periodicidade $\frac{2\pi c}{\omega_i}$ e $c(\delta\tau_1 - \delta\tau_2)$ varia com periodicidade $\frac{2\pi c}{\omega_s}$. A visibilidade V é dada por:

$$V = \frac{2|\eta_1\eta_2|\sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} |\gamma_{12}^{(1)}(\tau_1 - \tau_2)| |\mu(\tau_0 + \tau_2 - \tau_1)|}{|\eta_1|^2 \langle I_1 \rangle + |\eta_2|^2 \langle I_2 \rangle} |\mathcal{J}|, \quad (1.21)$$

para visibilidade máxima a diferença entre $\tau_0 + \tau_2$ e τ_1 deve ser menor ou igual ao comprimento de coerência dos fótons gerados na CPD, e $V_1(t - \tau_1)$ deve ser igual a $V_2(t - \tau_2)$. Então podemos colocar $|\gamma_{12}^{(1)}(\tau_1 - \tau_2)| = 1$ e $|\mu(\tau_0 + \tau_2 - \tau_1)| = 1$, a visibilidade passa a ser:

$$V = \left| \frac{2|\eta_1\eta_2|\sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}}{|\eta_1|^2 \langle I_1 \rangle + |\eta_2|^2 \langle I_2 \rangle} \right| |\mathcal{J}|, \quad (1.22)$$

o primeiro termo, $\left| \frac{2|\eta_1\eta_2|\sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}}{|\eta_1|^2 \langle I_1 \rangle + |\eta_2|^2 \langle I_2 \rangle} \right|$, tem a estrutura familiar de franjas de interferência, apesar das intensidades envolvidas serem as intensidades dos pumps e não dos campos que se interferem. O segundo termo mostra que a visibilidade é diretamente proporcional ao fator $|\mathcal{J}|$, que corresponde à transmissividade do divisor de feixes BS_i , e é nula para $|\mathcal{J}| = 0$. Podemos concluir que o campo idler i_1 ao passar pelo cristal NL2 induz coerência entre os signals gerados pelos dois cristais.

1.1.3 O grau de coerência induzido

O grau de coerência induzida entre os dois fótons signals s_1 e s_2 , pode ser encontrado através das equações (C.5) e (C.6) :

$$\gamma_{s_1 s_2}^{(1)} = \frac{\langle \hat{E}_{s_1}^{(-)}(t) \hat{E}_{s_2}^{(+)}(t) \rangle}{\left[\langle \hat{E}_{s_1}^{(-)}(t) \hat{E}_{s_1}^{(+)}(t) \rangle \langle \hat{E}_{s_2}^{(-)}(t) \hat{E}_{s_2}^{(+)}(t) \rangle \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (1.23)$$

onde $\hat{E}_{s_1}^{(+)}(t)$ e $\hat{E}_{s_2}^{(+)}(t)$ são o primeiro e o segundo termo da equação (1.4), respectivamente. Considerando as equações (1.3) e (1.4) e utilizando os mesmos argumentos usados para obter a equação (1.20), temos que o grau de coerência induzido é dado por:

$$|\gamma_{s_1 s_2}^{(1)}| = |\gamma_{12}^{(2)}(\tau_1 - \tau_2)| |\mu(\tau_1 - \tau_2 - \tau_0)| |\mathcal{J}|, \quad (1.24)$$

portanto se $|\gamma_{12}^{(2)}(\tau_1 - \tau_2)| = 1$ e $|\tau_1 - \tau_2 - \tau_0| \ll \frac{1}{\Delta\omega}$, o grau de coerência induzida entre os dois signals s_1 e s_2 é $|\mathcal{J}|$. Na prática existe uma perda de coerência ocasionada pela falta de correlação completa entre os campos $\hat{E}_s^{(+)}$ e $\hat{E}_i^{(+)}$. Todavia, a proporcionalidade entre $|\gamma_{s_1 s_2}^{(1)}|$ e $|\mathcal{J}|$ é confirmada experimentalmente.

Para mostrarmos que a coerência induzida não está acompanhada de emissão estimulada, encontraremos agora o taxa de emissão de fótons do cristal NL2 no modo signal. Considerando que $\hat{E}_{s_2}^{(+)}(t)$ é dado pelo segundo termo da equação (1.4), temos que:

$$\begin{aligned}
R_{s_2} &= \frac{1}{2} \alpha_s \langle \psi(t) | \hat{E}_{s_2}^{(-)}(t) \hat{E}_{s_2}^{(+)}(t) | \psi(t) \rangle \\
&= \frac{1}{2} \alpha_s \frac{(\delta\omega)^3}{2\pi} \left\langle \left| \eta_2 \sum_{\omega_2} \sum_{\omega'_2} \sum_{\omega''_2} \phi_2(\omega'_2, \omega''_2; \omega_2) \frac{\text{sen}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2) \frac{t_1}{2}}{(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2)^{\frac{1}{2}}} v_2(\omega_2) \right. \right. \\
&\quad \times e^{i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_2} e^{i(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_2)(t - \frac{t_1}{2})} e^{-i\omega'_2(t - \tau_2)} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_{s_2} - \mathbf{k}_{i_2}) \cdot \mathbf{r}_2} \\
&\quad \left. \left. \times \left(\mathcal{T}^* |\omega''_2\rangle_{i_1} |\psi_{vac}\rangle_{s_1, s_2, 0} + \mathcal{R}^* |\omega''_2\rangle_0 |\psi_{vac}\rangle_{s_1, i_1, s_2} \right) \right|^2 \right\rangle, \quad (1.25)
\end{aligned}$$

onde novamente, utilizamos os mesmos argumentos para chegar até à equação (1.20), que nos leva imediatamente até o resultado para o estado estacionário:

$$R_{s_2} = \frac{1}{2} \alpha_s |\eta_2|^2 \langle I_2 \rangle (|\mathcal{T}|^2 + |\mathcal{R}|^2) = \frac{1}{2} \alpha_s |\eta_2|^2 \langle I_2 \rangle, \quad (1.26)$$

que não depende do termo $|\mathcal{T}|$ e descreve a taxa de fótons convertidos na CPD espontaneamente pelo cristal NL2, multiplicada pela eficiência do detector, que é independente do que acontece no cristal NL1. De forma similar, podemos mostrar que a taxa de detecção dos fótons idlers, contados pelo detector D_i é:

$$R_i = \alpha_i (|\mathcal{T}|^2 |\eta_1|^2 \langle I_1 \rangle + |\eta_2|^2 \langle I_1 \rangle), \quad (1.27)$$

que se trata dos fótons gerados pelo cristal NL1 atenuados de acordo com a transmitância do BS_i , somada com os fótons gerados pelo cristal NL2, ambos ponderados pela eficiência quântica do detector. Podemos então concluir que o idler i_1 não estimula a CPD no cristal NL2 sob condições assumidas.

Para este caso, a superposição de caminho do dois feixes idlers torna impossível distinguir em qual dos dois cristais os fótons foram criados. A ausência desta informação torna os dois feixes signals coerentes. Qualquer informação de caminho pode destruir o padrão de interferência [6].

1.2 Coerência induzida na conversão paramétrica descendente estimulada (CPDE)

No começo da década de noventa, o grupo de L. Mandel lançou uma série de artigos investigando a coerência nos fótons da conversão paramétrica descendente (CPD) gerados por dois cristais distintos, assim como formas de induzir coerência entre estes fótons [2, 7, 10–13]. Nesta seção estudaremos uma forma de induzir coerência a partir da emissão estimulada, de forma análoga à descrita em [2], que foi verificada experimentalmente em [12]. Posteriormente, abordaremos como este fenômeno pode ser utilizado para a formação de imagem com fótons não detectados.

1.2.1 Tratamento mono modal

O hamiltoniano da CPD (B.11), em sua forma mais simples possível, pode ser escrito como [2]:

$$\hat{H}_I = i\hbar g \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger V + c.h. , \quad (1.28)$$

onde: g é a constante de acoplamento de modo, V a amplitude complexa do campo clássico (pump), \hat{a}_s^\dagger e \hat{a}_i^\dagger são os operadores criação de fótons dos modos signal e idler, respectivamente. A evolução temporal deste hamiltoniano dada por (B.12), é:

$$|\psi(t)\rangle = [1 + gt(\hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger V - h.c)] |\psi(0)\rangle + \dots , \quad (1.29)$$

tomando como estado inicial o estado de vácuo para os campos signal e idler, de 1.29, temos que a função de correlação mútua (C.6) para os campos é:

$$\langle \psi(t) | \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i | \psi(t) \rangle = 0 , \quad (1.30)$$

ou seja, os campos signal e idler gerados pela CPD são incoerentes. Na prática, estes modos têm por característica um comprimento de coerência muito curto, delimitado pela largura de banda de detecção [14].

Entretanto, para o caso da CPDE, com um campo estimulador sendo um laser (estado coerente), temos um estado inicial $|v\rangle_s |\psi_{vac}\rangle_i$, portanto a equação (1.29) se torna:

$$|\psi(t)\rangle = |v\rangle_s |\psi_{vac}\rangle_i + gtV \hat{a}_s^\dagger |v\rangle_s |1\rangle_i + \dots , \quad (1.31)$$

para este estado, a função de correlação (C.6) se torna:

$$\langle \psi(t) | \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i | \psi(t) \rangle = gtV v^{*2} , \quad (1.32)$$

que geralmente é diferente de zero. Portanto, podemos afirmar que o campo inicial coerente, signal, induziu coerência entre os modos signal e idler.

Analisaremos agora um caso um pouco mais complexo, conforme mostrado na figura (1.3). Suponhamos que dois cristais não lineares NL1 e NL2, são ambos bombeados com dois campos coerentes V_1 e V_2 de mesma frequência de bombeio ω_0 .

Se interferíssemos os campos i_1 e i_2 , na ausência dos campos estimuladores v_1 e v_2 , não observaríamos franjas de interferência pois eles são mutuamente incoerentes. Porém, quando introduzimos estes campos monocromáticos coerentes na frequência ω_s , utilizando um laser auxiliar, observamos uma coerência induzida entre os campos idlers.

Consideramos o estado quântico $|\psi(t)\rangle$ da luz produzida na CPDE pelos dois cristais como o produto tensorial dos estados produzidos pelos dois cristais separadamente, portando, da equação (1.31) segue que:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= (|v_1\rangle_{s1} |\psi_{vac}\rangle_{i1} + g_1 t V_1 \hat{a}_{s1}^\dagger |v_1\rangle_{s1} |1\rangle_{i1}) \\ &\otimes (|v_2\rangle_{s2} |\psi_{vac}\rangle_{i2} + g_2 t V_2 \hat{a}_{s2}^\dagger |v_2\rangle_{s2} |1\rangle_{i2}) . \end{aligned} \quad (1.33)$$

Para o caso mono modal, o produto dos operadores campo é $\hat{E}^{(-)} \hat{E}^{(+)} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$. Para o estado da equação (1.33), vemos que:

$$\langle \psi(t) | \hat{a}_{i1}^\dagger \hat{a}_{i2} | \psi(t) \rangle = (g_1 t)(g_2 t) V_1^* V_2 v_1 v_2^* , \quad (1.34)$$

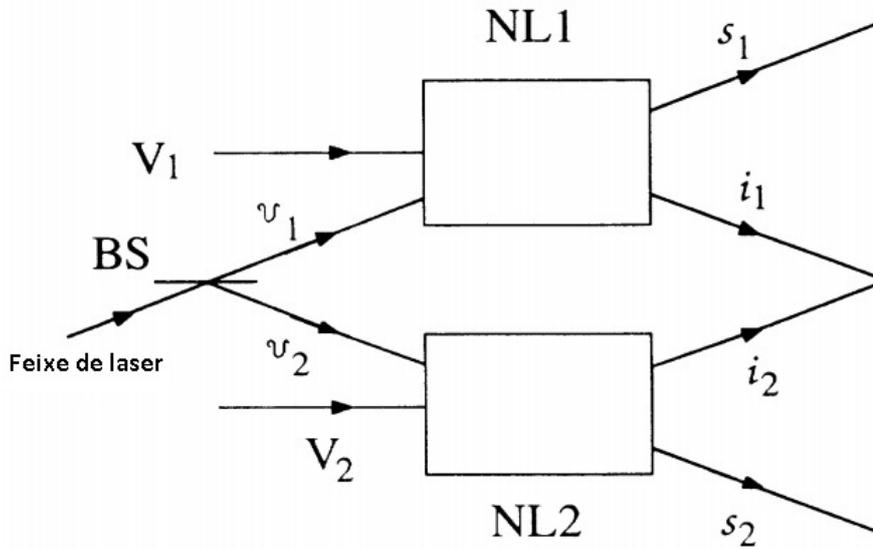


Figura 1.3: Setup experimental utilizado em [2] para induzir coerência entre os fótons produzidos na CPDE em dois cristais distintos. Dois campos coerentes V_1 e V_2 , bombeiam dois cristais não lineares, NL1 e NL2. O laser auxiliar é dividido em dois modos, v_1 e v_2 , por um divisor de feixes (BS). Sobrepondo com os campos gerados, s_1 e s_2 , podemos estimular a conversão paramétrica nos dois cristais. Os outros dois modos gerados, i_1 e i_2 , são sobrepostos.

$$\langle \psi(t) | \hat{a}_{i1}^\dagger \hat{a}_{i1} | \psi(t) \rangle = (g_1 t)^2 |V_1|^2 (|v_1|^2 + 1), \quad (1.35)$$

$$\langle \psi(t) | \hat{a}_{i2}^\dagger \hat{a}_{i2} | \psi(t) \rangle = (g_2 t)^2 |V_2|^2 (|v_2|^2 + 1). \quad (1.36)$$

Portanto, se $g_1 = g_2 = g$, $|v_1| = |V_2| = |V|$ e $|v_1| = |v_2| = |v|$, temos que o valor esperado da superposição dos campos idler oscila dando origem a um padrão de interferência:

$$\langle \psi(t) | (\hat{a}_{i1}^\dagger + \hat{a}_{i2}^\dagger)(\hat{a}_{i1} + \hat{a}_{i2}) | \psi(t) \rangle = 2(gt)^2 |V|^2 [|v|^2 + 1 + |v| \cos(\theta_1 - \theta_2 + \phi_1 - \phi_2)], \quad (1.37)$$

onde representamos os campos clássicos como:

$$V_1 = |V| e^{i\theta_1}, \quad (1.38)$$

$$V_2 = |V| e^{i\theta_2}, \quad (1.39)$$

$$v_1 = |v| e^{i\phi_1}, \quad (1.40)$$

$$v_2 = |v| e^{i\phi_2}.$$

Quando $|v| \gg 1$, o padrão de interferência entre os feixes idler tem 100% de visibilidade. Novamente, os campos signal coerentes induziram coerência entre os modos idlers através do processo de CPD estimulada.

1.2.2 Tratamento multimodal

A conclusão acima foi tomada a partir de um modelo simples de campos monocromáticos na CPDE, o que não é o suficiente para tratarmos os processos que iremos descrever. Devemos repetir os cálculos em um tratamento multimodal como uma abordagem mais realista do processo. Utilizaremos o mesmo formalismo para a CPDE descrito em [10], assim, a evolução temporal do estado é dada por:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & [1 + \eta V \delta\omega \sum_{[\omega']_s} \sum_{[\omega'']_i} \phi(\omega', \omega'') \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)t}{\frac{1}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)}] \\ & \times e^{\frac{i}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)t} \hat{a}_s^\dagger(\omega') \hat{a}_i^\dagger(\omega'') + h.c.] |\psi(0)\rangle + \dots, \end{aligned} \quad (1.41)$$

onde $\phi(\omega', \omega'')$ é a função densidade espectral para os modos signal ω' e idler ω'' , que assumimos ser distintos, $\delta\omega$ é o espaçamento de frequência entre os modos. Quando $\delta\omega \rightarrow 0$, o somatório sobre os modos discretos podem ser transformados em integrais, isto é,

$$2\pi\delta\omega \sum_{[\omega]_s} |\phi(\omega, \omega_0 - \omega)|^2 \rightarrow 2\pi \int d\omega |\phi(\omega, \omega_0 - \omega)|^2 = 1. \quad (1.42)$$

V é amplitude do pump expressada em unidades tais que $|V|^2$ seja dado em intensidade de fótons por segundo e $|\eta|^2 |V|^2$, a taxa de fótons por segundo

1.2. COERÊNCIA INDUZIDA NA CONVERSÃO PARAMÉTRICA
DESCENDENTE ESTIMULADA (CPDE)

gerados. Novamente, o estado dos fótons produzidos nos dois cristais é o produto tensorial do estado de cada cristal:

$$|\psi(t)\rangle = |\psi_1(t)\rangle_1 |\psi_2(t)\rangle_2, \quad (1.43)$$

com:

$$\begin{aligned} |\psi_1(t)\rangle_1 &= M_1 |\{v_1\}\rangle_{s_1} |\psi_{vac}\rangle_{i_1} + \eta_1 V_1 \delta\omega \sum_{\omega'} \sum_{\omega''} \phi_1(\omega', \omega'') \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)t}{\frac{1}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)} \\ &\times e^{\frac{i}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)t} \hat{a}_{s_1}^\dagger(\omega') |\{v_1\}\rangle_{s_1} |\omega''\rangle_{i_1}, \end{aligned} \quad (1.44)$$

$$\begin{aligned} |\psi_2(t)\rangle_2 &= M_2 |\{v_2\}\rangle_{s_2} |\psi_{vac}\rangle_{i_2} + \eta_2 V_2 \delta\omega \sum_{\omega'} \sum_{\omega''} \phi_2(\omega', \omega'') \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)t}{\frac{1}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)} \\ &\times e^{\frac{i}{2}(\omega' + \omega'' - \omega_0)t} \hat{a}_{s_2}^\dagger(\omega') |\{v_2\}\rangle_{s_2} |\omega''\rangle_{i_2}, \end{aligned} \quad (1.45)$$

onde: $|\{v_1\}\rangle_{s_1}$ e $|\{v_2\}\rangle_{s_2}$ são os estados multimodais coerentes dos campos s_1 e s_2 , respectivamente. $|\omega''\rangle_{i_1}$ e $|\omega''\rangle_{i_2}$ representam o estado de um fóton idler de frequência ω'' nos modos s_1 e s_2 , respectivamente. M_1, M_2 são as amplitudes dos estados iniciais. A notação $|\{v_1\}\rangle_{s_1}$ se refere a um campo coerente multimodal em polarização e vetor de onda, ou seja, $|\{v_i\}\rangle_{s_i} = \prod_{\vec{k}_i, s_i} |v_{i\vec{k}_i, s_i}\rangle_{s_i}$

Os operadores campos elétricos idler, $\hat{E}_{i_1}^{(+)}$ e $\hat{E}_{i_2}^{(+)}$ são expressos pelas expansões multimodais:

$$\hat{E}_{i_1}^{(+)} = \left[\frac{\delta\omega}{2\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \sum_{\omega} \hat{a}_{i_1}(\omega) e^{-i\omega(t-\tau_1)}, \quad \hat{E}_{i_2}^{(+)} = \left[\frac{\delta\omega}{2\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \sum_{\omega} \hat{a}_{i_2}(\omega) e^{-i\omega(t-\tau_2)}, \quad (1.46)$$

com τ_1 e τ_2 sendo os respectivos tempos de propagação dos cristais NL1 e NL2 até o detector no plano de interferência. Utilizando as equações (1.43)-(1.46), podemos obter a função de correlação (C.6):

$$\begin{aligned} \Gamma_{12} &= \left[\frac{\delta\omega}{2\pi} \right]^3 M_1 \eta_1^* V_1^* \sum_{\omega'_1} \sum_{\omega''_1} \phi_1^*(\omega'_1, \omega''_1) \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_0)t}{\frac{1}{2}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_0)} \\ &\times e^{-\frac{i}{2}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_0)t} e^{i\omega''_1(t-\tau_1)} {}_{s_1}\langle \{v_1\} | \hat{a}_{s_2}(\omega'_1) | \{v_1\} \rangle_{s_1} \\ &\times M_2^* \eta_2 V_2 \sum_{\omega'_2} \sum_{\omega''_2} \phi_2(\omega'_2, \omega''_2) \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_0)t}{\frac{1}{2}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_0)} \\ &\times e^{\frac{i}{2}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_0)t} e^{-i\omega''_2(t-\tau_2)} {}_{s_2}\langle \{v_2\} | \hat{a}_{s_2}^\dagger(\omega'_2) | \{v_2\} \rangle_{s_2}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Esta expressão pode ser modificada se substituirmos as variáveis ω'_1 e ω''_2 fazendo:

$$\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_0 = \Omega_1 \quad \text{e} \quad \omega'_2 + \omega''_2 - \omega_0 = \Omega_2. \quad (1.48)$$

1.2. COERÊNCIA INDUZIDA NA CONVERSÃO PARAMÉTRICA
DESCENDENTE ESTIMULADA (CPDE)

Considerando que o tempo é longo, no limite que ele é muito maior que o inverso das bandas de frequência, podemos converter $\frac{\delta\omega}{2\pi} \sum_{\Omega}$ em uma integral quando $\delta\omega \rightarrow 0$. Podemos notar que para um longo t as contribuições dominantes vêm dos pequenos valores de Ω , de tal forma que podemos substituir $\phi_1(\omega'_1, \omega_0 - \omega'_1 + \Omega_1)$ e $\phi_2(\omega'_2, \omega_0 - \omega'_2 + \Omega_2)$ por $\phi_1(\omega'_1, \omega_0 - \omega'_1)$ e $\phi_2(\omega'_2, \omega_0 - \omega'_2)$, com boa aproximação. Portanto, as integrais em Ω_1 e Ω_2 se reduzem a:

$$\frac{1}{2\pi} \int d\Omega_1 \frac{\text{sen} \frac{1}{2}\Omega_1 t}{\frac{1}{2}\Omega_1 t} e^{i\Omega_1(\frac{1}{2t} - \tau_1)} = 1, \quad (1.49)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int d\Omega_2 \frac{\text{sen} \frac{1}{2}\Omega_2 t}{\frac{1}{2}\Omega_2 t} e^{i\Omega_2(\frac{1}{2t} - \tau_2)} = 1. \quad (1.50)$$

Como:

$$\langle \{v_1\} | \hat{a}_{s1}(\omega'_1) | \{v_1\} \rangle = v_1(\omega'_1) \quad \text{e} \quad \langle \{v_2\} | \hat{a}_{s2}^\dagger(\omega'_2) | \{v_2\} \rangle = v_2^*(\omega'_2), \quad (1.51)$$

nós temos das equações (1.47)-(1.51), que:

$$\begin{aligned} \Gamma_{12} &= 2\pi\delta\omega M_1 M_2^* \eta_1^* V_1^* \eta_2 V_2 \sum_{\omega'_1} \phi_1^*(\omega'_1, \omega_0 - \omega'_1) v_1(\omega'_1) e^{i(\omega_0 - \omega'_1)(t - \tau_1)} \\ &\quad \times \sum_{\omega'_2} \phi_2(\omega'_2, \omega_0 - \omega'_2) v_2^*(\omega'_2) e^{-i(\omega_0 - \omega'_2)(t - \tau_2)}. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Na prática, as funções espectrais $\phi_1(\omega'_1, \omega_0 - \omega'_1)$ e $\phi_2(\omega'_2, \omega_0 - \omega'_2)$ que caracterizam as conversões são funções muito largas se comparadas com $v_1(\omega)$ e $v_2(\omega)$, que descrevem o feixe estimulador. Se ele estiver centrado em uma frequência ω_s , podemos substituir $\phi_1^*(\omega'_1, \omega_0 - \omega'_1)$ e $\phi_2(\omega'_2, \omega_0 - \omega'_2)$ por $\phi_1^*(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)$ e $\phi_2(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)$, respectivamente. Convertendo as somas em integrais, em analogia com a equação (1.46):

$$\left(\frac{\delta\omega}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\omega} v_1(\omega) e^{-i\omega\tau} = \mathcal{R}W(\tau) \quad \text{e} \quad \left(\frac{\delta\omega}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\omega} v_2(\omega) e^{-i\omega\tau} = \mathcal{T}W(\tau), \quad (1.53)$$

onde $W(\tau)$ é a amplitude complexa do campo do laser, supondo que ambos campos coerentes signal são provenientes do mesmo laser passando pelo divisor de feixes de reflectividade complexa \mathcal{R} e transmissividade \mathcal{T} , nós obtemos:

$$\begin{aligned} \Gamma_{12} &= (2\pi)^2 M_1 M_2^* \eta_1^* V_1^* \eta_2 V_2 \phi_1^*(\omega_s, \omega_0 - \omega_s) \phi_2(\omega_s, \omega_0 - \omega_s) \\ &\quad \mathcal{R}\mathcal{T}^* W(t - \tau_1) W^*(t - \tau_2) e^{i\omega_0(\tau_2 - \tau_1)}. \end{aligned} \quad (1.54)$$

Se o feixe de laser tem um tempo de coerência longo, o qual é muito maior que τ_1 e τ_2 , podemos aproximar $W(t - \tau_1)$ e $W^*(t - \tau_2)$ por:

$$W(t - \tau_1) \approx W(t)e^{i\omega_s\tau_1} \quad \text{e} \quad W(t - \tau_2) \approx W^*(t)e^{-i\omega_s\tau_2}, \quad (1.55)$$

logo, a equação (1.54) se reduz a:

$$\begin{aligned} \Gamma_{12} = & (2\pi)^2 \mathcal{R}\mathcal{T}^* M_1 M_2^* \eta_1^* V_1^* \eta_2 V_2 \phi_1^*(\omega_s, \omega_0 - \omega_s) \\ & \times \phi_2(\omega_s, \omega_0 - \omega_s) |W(t)|^2 e^{i(\omega_0 - \omega_s)(\tau_2 - \tau_1)}, \end{aligned} \quad (1.56)$$

aqui $|W(t)|^2$ é a intensidade do feixe de laser expressa em fótons por segundo.

Em seguida, calcularemos Γ_{11} e Γ_{22} de maneira similar. Das equações (1.43)-(1.46) nós encontramos:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} = & \left[\frac{\delta\omega}{2\pi} \right]^3 |\eta_1 V_1|^2 \sum_{\omega'_1} \sum_{\omega''_1} \phi_1^*(\omega'_1, \omega''_1) \frac{\text{sen} \frac{1}{2}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_0)t}{\frac{1}{2}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_0)} e^{-\frac{i}{2}(\omega'_1 + \omega''_1 - \omega_0)t} \\ & \times e^{i\omega''_1(t - \tau_1)} \sum_{\omega'_2} \sum_{\omega''_2} \phi_2(\omega'_2, \omega''_2) \frac{\text{sen} \frac{1}{2}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_0)t}{\frac{1}{2}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_0)} \\ & \times e^{\frac{i}{2}(\omega'_2 + \omega''_2 - \omega_0)t} e^{-i\omega''_2(t - \tau_2)} [v_1(\omega'_1) v_2^*(\omega'_2) + \delta_{\omega'_1 \omega'_2}], \end{aligned} \quad (1.57)$$

no limite de tempo longo, usando as equações (1.49) e (1.50), juntamente com as definições (1.53) e as aproximações monocromáticas (1.55), temos:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} = & |\eta_1 V_1|^2 \left(2\pi\delta\omega \sum_{\omega} |\phi_1(\omega, \omega_0 - \omega)|^2 + (2\pi)^2 |\phi_1(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|^2 |\mathcal{R}|^2 |W(t)|^2 \right) \\ = & |\eta_1 V_1|^2 \left(1 + (2\pi)^2 |\phi_1(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|^2 |\mathcal{R}|^2 |W(t)|^2 \right), \end{aligned} \quad (1.58)$$

na ultima passagem utilizamos a equação (1.42). De maneira análoga, para Γ_{22} temos:

$$\Gamma_{22} = |\eta_2 V_2|^2 \left(1 + (2\pi)^2 |\phi_2(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|^2 |\mathcal{T}|^2 |W(t)|^2 \right). \quad (1.59)$$

Então combinamos as equações (1.56), (1.58) e (1.59), para obter:

$$\begin{aligned} \left\langle \left(\hat{E}_{i1}^{(-)} + \hat{E}_{i2}^{(-)} \right) \left(\hat{E}_{i1}^{(+)} + \hat{E}_{i2}^{(+)} \right) \right\rangle = & |\eta V|^2 (2 + (2\pi)^2 |\phi(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|^2 |W(t)|^2 \\ & \times \{1 + 2|\mathcal{R}\mathcal{T}| \cos [(\omega_0 - \omega_s)(\tau_2 - \tau_1) + \chi]\}), \end{aligned} \quad (1.60)$$

onde:

$$\begin{aligned} \chi = & \text{arg}\phi_2(\omega_s, \omega_0 - \omega_s) - \text{arg}\phi_1(\omega_s, \omega_0 - \omega_s) \\ & + \text{arg}(\eta_2 V_2 \eta_1^* V_1^*) + \text{arg}(\mathcal{R}\mathcal{T}^*) + \text{arg}(M_1 M_2^*), \end{aligned} \quad (1.61)$$

1.2. COERÊNCIA INDUZIDA NA CONVERSÃO PARAMÉTRICA
DESCENDENTE ESTIMULADA (CPDE)

também assumimos que: $|\eta_1 V_1| = |\eta_2 V_2| = |\eta V|$, $|\phi_1(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)| = |\phi_2(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)| = |\phi(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|$ e $|M_1 M_2| \approx 1$, para simplificar os resultados.

Na equação (1.59) o termo no cosseno depende da frequência dos campos idler ($\omega_0 - \omega_s$) portanto temos um padrão de interferência que depende da diferença de caminho ótico $c(\tau_2 - \tau_1)$. Todavia, a visibilidade do padrão depende fortemente do termo $(2\pi)^2 |\phi(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|^2 |W(t)|^2$. Se,

$$\mathcal{N} = (2\pi)^2 |\phi(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|^2 |W(t)|^2 \gg 1, \quad (1.62)$$

a visibilidade é dada por $2|\mathcal{R}\mathcal{J}|$ e pode ser 100%, se $|\mathcal{R}| = |\mathcal{J}| = 1/\sqrt{2}$. Em virtude da condição de normalização (1.42), $2\pi|\phi(\omega_s)|^2$ é da ordem da largura de banda $1/\Delta\omega$ da luz convertida, onde segue que:

$$\mathcal{N} \approx \frac{|W(t)|^2}{\Delta\nu}, \quad (1.63)$$

\mathcal{N} é, portanto, a média da ocupação de fótons por modo do campo indutor. Da equação (1.60), temos que o grau de coerência para os campos idlers é [12]:

$$|\gamma_{12}| = \frac{(2\pi)^2 |\phi(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|^2 |W(t)|^2}{1 + (2\pi)^2 |\phi(\omega_s, \omega_0 - \omega_s)|^2 |W(t)|^2} = \frac{\mathcal{N}}{1 + \mathcal{N}}, \quad (1.64)$$

que pode ser muito próximo de um, para um campo estimulador com um grande número de fótons por modo, como um laser [15]. No caso onde não há campo estimulador, $\mathcal{N} = 0$, o grau de coerência induzido é nulo.

Capítulo 2

Formação de imagem quântica com fótons não detectados

Nas últimas décadas, uma maior precisão para manipular sistemas quânticos de fótons permitiu explorar melhor as propriedades peculiares destes sistemas. O estudo das imagens quânticas tem se mostrado promissor para aplicações em protocolos quânticos [16–21]. Além disso, a formação de imagem fantasma tem se mostrado mais robusta a ruídos quando formada a partir de campos quânticos [22].

Experimentos de formação de imagem quântica têm sido realizados de diferentes maneiras [23–27]. Em um artigo recente [3], G.B. Lemos *et. al.* conseguiram reconstruir a imagem de um objeto detectando luz que nunca interagiu com ele, e diferentemente dos outros casos, sem a necessidade de detecção em coincidências. Para este propósito, eles exploraram o fenômeno de coerência induzida sem emissão estimulada abordado na seção 1.1. O experimento foi realizado utilizando um esquema experimental que é uma variação do utilizado em [7, 13], ilustrado na figura 2.1.

2.1 O experimento de Viena

2.1.1 Montagem esquemática

Os cristais não lineares NL1 e NL2 são iluminados com o mesmo feixe de bombeamento, produzindo os pares signal e idler. O fóton idler do cristal NL1 passa pelo objeto e tem seu modo sobreposto com o idler criado no cristal NL2, de forma que se tornam indistinguíveis. Os fótons idlers de NL1, que interagem com o objeto, nunca são detectados, as imagens são obtidas apenas com a detecção dos modos signals dos dois cristais, sem a necessidade de detecção de coincidências.

O laser de bombeamento (verde) é dividido em um divisor de feixes 50 : 50 BS1 e interage com dois cristais não lineares idênticos, NL1 e NL2, onde pares de fótons gêmeos colineares são criados. Na figura 2.1 modos signals estão marcados de amarelo e os idlers de vermelho, de tal forma que os modos espaciais $|c\rangle$ e $|d\rangle$ são criados por NL1 e $|e\rangle$ e $|f\rangle$ por NL2. O fóton idler gerado pelo cristal NL1 é refletido pelo espelho dicróico D1 no modo

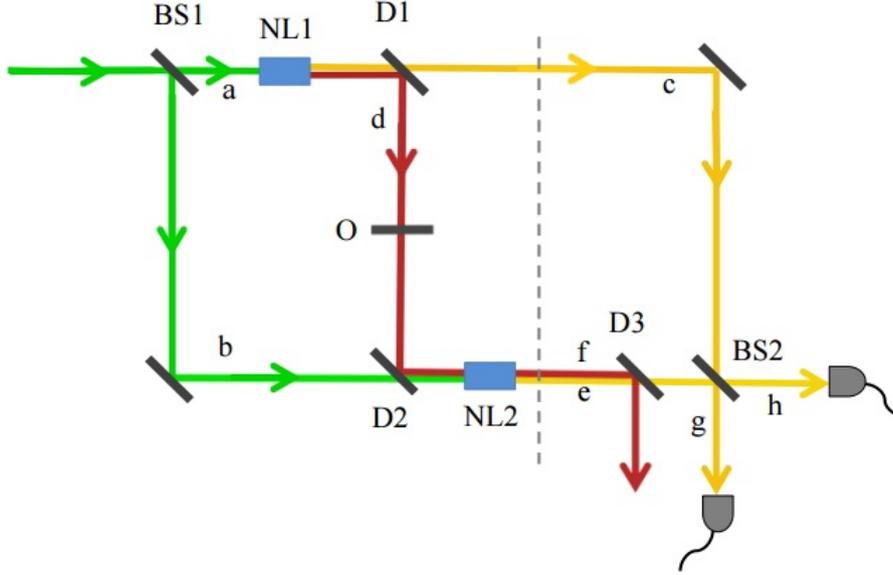


Figura 2.1: Montagem experimental preliminar utilizada em [3]. O laser de bombeamento é dividido em dois pelo BS1, os dois modos boveiam dois cristais não lineares NL1 e NL2, gerando pares de fótons. Enquanto os modos idler gerados nos dois cristais são sobrepostos e descartados pelos espelhos D1, D2 e D3, os modos sinal são interferidos no divisor de feixe BS2.

espacial longitudinal $|d\rangle$, enquanto o sinal é transmitido no modo $|c\rangle$. O idler interage com o objeto O com transmitância real T e é submetido a uma variação de fase γ , provocando uma alteração no estado correspondente a:

$$|c\rangle_s |d\rangle_i \rightarrow T e^{i\gamma} |c\rangle_s |d\rangle_i + \sqrt{1 - T^2} |c\rangle_s |w\rangle_i, \quad (2.1)$$

onde se coloca toda amplitude perdida pelo idler no estado $|w\rangle_i$. Após a reflexão no espelho dicróico D2, o idler de NL1 se alinha perfeitamente com o idler produzido por NL2, $|d\rangle_i \rightarrow |f\rangle_i$, induzindo coerência conforme visto na seção 1.1. O estado logo após o cristal NL2, na linha cinza tracejada é:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[(T e^{i\gamma} |c\rangle_s + |e\rangle_s) |f\rangle_i + \sqrt{1 - T^2} |c\rangle_s |w\rangle_i \right], \quad (2.2)$$

o idler é refletido pelo espelho dicróico D3 e descartado sem detecção. Os estados sinal $|c\rangle_s$ e $|e\rangle_s$ são combinados no divisor de feixes 50:50 BS2. As probabilidades de detecção nos modos $|g\rangle_s$ e $|h\rangle_s$ nas saídas do divisor de feixes são obtidos tomando o traço parcial sob os modos sinal:

$$P_{g/h} = \frac{1}{2} (1 \pm T \cos \gamma). \quad (2.3)$$

Portanto, temos franjas de interferência com visibilidade T em cada uma das saídas do BS2 [7, 28].

Neste esquema não detectamos nenhum fóton no modo $|d\rangle$. O ponto mais importante deste experimento é que a informação sobre qual cristal foi a fonte dos fótons está relacionada com T :

- Para $T = 0$, temos certeza que um fóton signal detectado em $|g\rangle_s$ ou $|h\rangle_s$ foi gerado no cristal NL2. E a detecção de um fótons signal sem um idler coincidente indicaria que eles foi gerado em NL1. Esta informação sobre a fonte em que os fótons gêmeos foram gerados destrói o padrão de interferência pois ela torna distinguível os estados que se sobrepõem no BS2 [6].
- Para $T = 1$, o fóton idler não carrega nenhuma informação sobre o cristal em que ele foi criado, logo, os fótons signal sobrepostos no BS2 são indistinguíveis e temos o termo de interferência na equação (2.3).

Estes argumentos são válidos mesmo se os fótons idler não são detectados, a mera possibilidade de se obter a informação sobre qual foi a fonte dos fótons já elimina o padrão de interferência [6].

Se removermos o objeto O e o espelho D2, a equação (2.2) seria um estado emaranhado de duas partículas $|c\rangle_s |d\rangle_i + |e\rangle_s |f\rangle_i$ [29]. Com eles no experimento, $|d\rangle_i \rightarrow T e^{i\gamma} |f\rangle_i$, temos a equação (2.2). Um estado emaranhado de duas partículas se tornou uma superposição, e esta é especialmente interessante quando $T(x, y)$ e $\gamma(x, y)$ dependem das coordenadas transversais à direção de propagação da luz, x e y .

2.1.2 Montagem experimental

Para capturar a imagem do objeto O, o arranjo experimental montado na Figura 2.1 foi incrementado com um conjunto de lentes, filtros e placas de onda. Além disso, os detectores foram substituídos por câmeras EMCCD's. Estas câmeras possuem fotomultiplicadores que amplificam o sinal das contagens simples e são sensíveis apenas ao comprimento de onda dos modos signal e não respondem ao comprimento de onda dos modos idler.

Para este experimento foram utilizados fótons da CPD não degenerados em comprimento de onda, os do modo idler têm 1550nm enquanto os signals têm 810nm. O esquema experimental com os novos componentes está ilustrado na figura 2.2.

Um feixe de bombeamento de 532nm é gerado por um laser contínuo de diodo *Coherent Sapphire SF*. Ele é linearmente polarizado e de perfil transversal Gaussiano. O laser de bombeamento é focalizado pela lente L1 nos planos 1 e dividido por um divisor de feixes polarizado (PBS). Ele ilumina dois cristais não lineares idênticos de *ppKTP*, NL1 e NL2, com dimensões de $1\text{mm} \times 1\text{mm} \times 2\text{mm}$. O PBS e o conjunto de placas de onda (WPs) são usadas para controlar as amplitudes relativas e a diferença de fase entre os pumps refletidos e transmitidos. Uma placa de meia onda extra (HWP) no feixe refletido faz com que os feixes de bombeamento tenham a mesma polarização. A amplitude do feixe idler em 1550nm produzida em NL1 é refletida pelo espelho dicróico D1, que transmite o feixe signal em 810nm. O espelho D4 transmite o feixe de 532nm e reflete o de 810nm.

Um filtro, que não está na figura 2.2, é colocado logo antes do objeto para evitar que qualquer resíduo de luz dos modos de bombeamento e signal cheguem até ele. Este filtro absorve os menores comprimentos de onda e

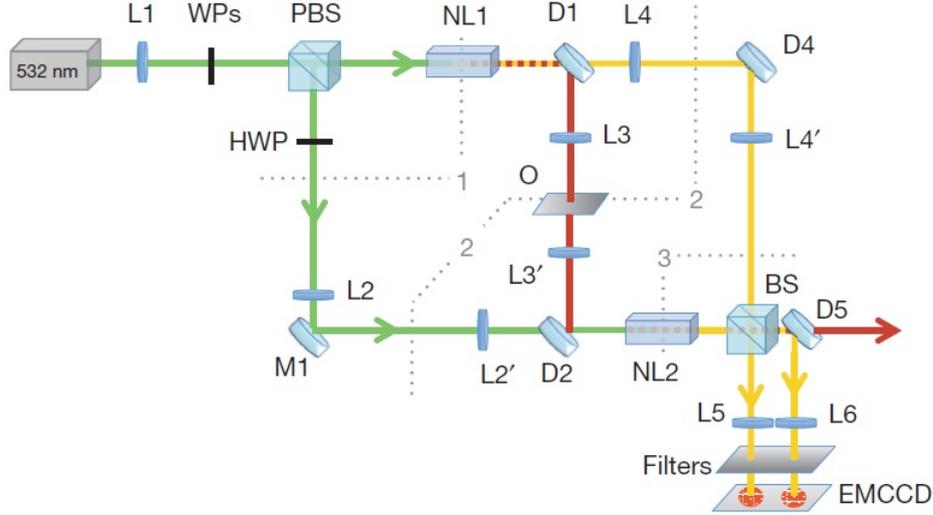


Figura 2.2: Montagem experimental utilizada em [3] para reconstruir a imagem de um objeto detectando fótons que nunca interagiram com ele. Um laser de bombeamento é dividido por um divisor de feixes polarizado (PBS). Cada um dos modos divididos bombeia um cristal não linear (NL1 e NL2) gerando pares de fótons gêmeos. Quando os modos idler são alinhados observamos coerência induzida sem emissão estimulada no modo signal. Tratando os padrões de interferência entre os feixes que saem do divisor de feixes (BS) é possível recuperar as informações de fase e amplitude do objeto.

transmite o comprimento de onda do modo idler. O idler de NL1 interage com o objeto O e é refletido pelo diâmetro D2 de forma que fica sobreposto com o pump. O espelho diâmetro D2 transmite luz de 532nm e reflete de 1550nm. Um filtro de banda passante de 3nm centrado em 810nm e dois filtros que transmitem altas frequências são colocados diretamente na frente da câmera.

Os pares de lentes L2-L2', L3-L3' e L4-L4' têm comprimento focal $F_1 = 75\text{mm}$, estão em uma configuração confocal e fazem a imagem do plano 1 no plano 3. Assim, elas asseguram que pump, idler e signal, respectivamente, sejam idênticos nestes planos, contribuindo para melhorar a visibilidade das franjas de interferência [30]. As lentes L5 e L6 juntamente com L3' e L4' fazem a imagem do objeto (plano 2) na superfície da câmera. L5 e L6 têm comprimento focal $F_2 = 150\text{mm}$ e estão a 150mm de distância do plano 3 e das EMCCD's.

Na figura 2.2 os caminhos D1-D4-BS e D1-D2-BS devem ser iguais. Para assegurarmos a indistinguibilidade das emissões nos dois cristais o atraso entre os fótons signal e idler das duas gerações deve ser o mesmo. A diferença entre os caminhos PBS-D1-D2-NL2 e PBS-M1-NL2 deve ser menor ou igual que o comprimento de coerência do pump. O laser usado em [3] tinha um comprimento de coerência de aproximadamente $200m$.

Este interferômetro possui cerca de 77% de visibilidade. Os fótons com $810 \pm 1,5\text{nm}$ são detectados em contagens simples nas duas saídas do BS pelas EMCCD's.

2.2 Resultados experimentais

2.2.1 Detecção das imagens quânticas

Em uma primeira medida, foi utilizado um objeto vazado de cerca de 3mm de altura. A reconstrução da transmitância da primeira imagem está na figura 2.3:

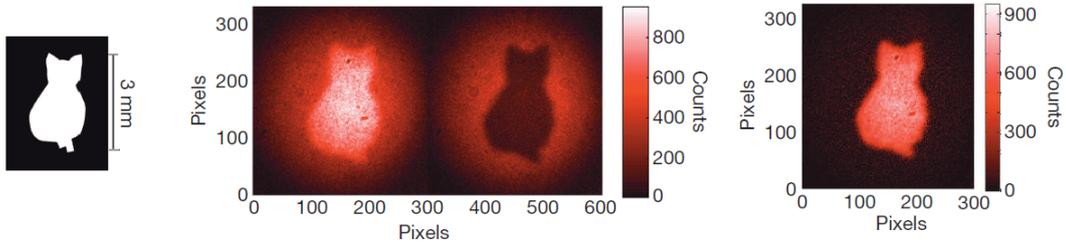


Figura 2.3: Objeto reconstruído (esquerda). As duas saídas do BS (centro). Subtração das imagens nas duas saídas do BS (direita) [3]

Como podemos ver na figura 2.3, em uma das saídas do BS temos interferência construtiva e na outra, interferência destrutiva, na região onde o objeto iluminado é transparente à luz. Na região onde o objeto absorve a luz, temos uma superposição incoerente dos campos. A subtração das imagens nas saídas do BS nos permite estimar a transmitância em função das coordenadas transversais. A soma das imagens nas duas saídas do divisor de feixes nos dá a figura 2.4. Esta soma nos dá o perfil transversal de intensidade do pump.

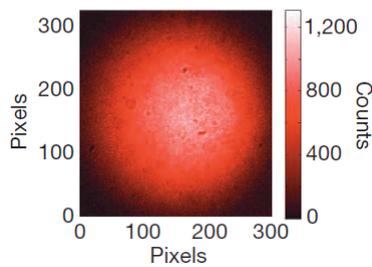


Figura 2.4: Soma das imagens nas duas saídas do BS utilizando o mesmo objeto da figura 2.3 [3].

A imagem de um objeto com uma figura litografada em uma placa de silício também foi detectada. As partes gravadas têm cerca de $550\mu\text{m}$ de espessura, o objeto está ilustrado na figura 2.5. O silício absorve a luz com 810nm e transmite bem luz com comprimento de onda de 1550nm . A diferença de caminho ótico entre as partes litografadas e não litografadas corresponde a uma diferença de fase relativa de π . As imagens das duas saídas do divisor de feixes está na figura 2.6.

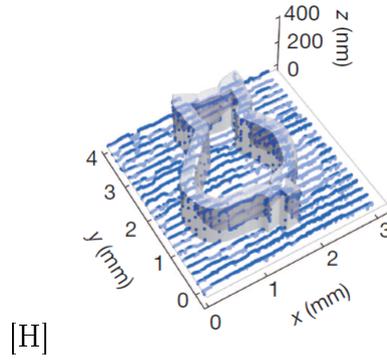


Figura 2.5: Ilustração da espessura do objeto de silício [3].

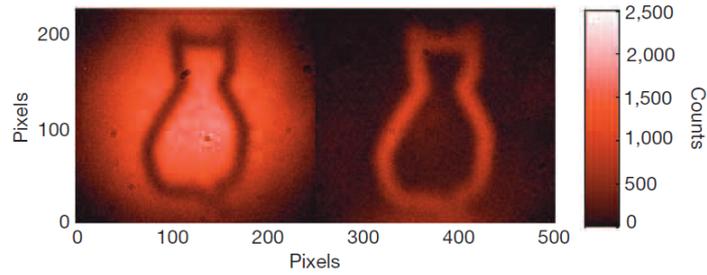


Figura 2.6: Imagem das duas saídas do BS com o objeto ilustrado na figura 2.5 [3].

2.2.2 Coerência induzida sem emissão estimulada

Os autores de [3] também fizeram uma caracterização interessante do experimento. Eles determinaram a taxa em que a CPD ocorre no cristal NL2 com e sem a presença do modo idler do cristal NL1. Esta caracterização é crucial para diferirmos este experimento do caso que será estudado no capítulo 3. Os resultados das medidas de contagem em função da potência de bombeamento estão na figura 2.7

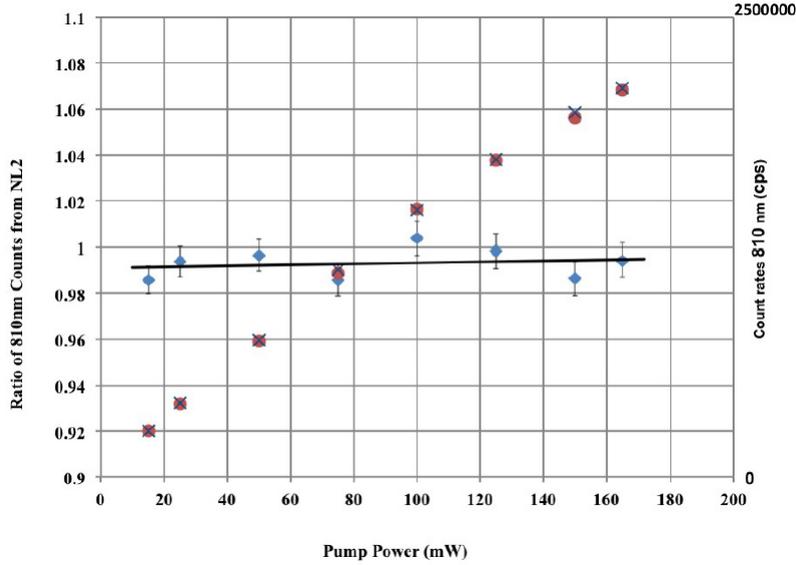


Figura 2.7: Caracterização da geração no cristal NL2, com e sem a presença da geração em NL1. As cruces em azul mostram as contagens com o caminho entre D1 e D2 bloqueado, enquanto os pontos vermelhos mostram as contagens sem o bloqueio de caminho. Os losangos azuis mostram a razão entre as contagens da configuração com o caminho entre D1 e D2 bloqueado e desbloqueado [3].

A correspondência entre as contagens com e sem o bloqueio de caminho, para as diferentes potências do pump, verificam experimentalmente que os fótons gerados por NL1 não estimulam a CPD no cristal NL2.

2.3 A teoria

Um outro artigo lançado posteriormente pelo mesmo grupo de pesquisa que realizou o experimento [31] fornece uma explicação teórica detalhada para o fenômeno observado em [3]. Seguindo os mesmos passos, podemos esclarecer matematicamente como a formação de imagem quântica com fótons que não passam pelo objeto ocorre.

2.3.1 A relação entre os operadores dos modos idlers

Podemos fazer uma expansão multimodal nos campos. Os operadores tomam a forma das equações (B.7)-(B.9) enquanto o pump pode ser representado por ondas planas, da seguinte maneira:

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} v_p(\mathbf{k}_p, \varepsilon_p) e^{i(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \omega_p t)} \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p}. \quad (2.4)$$

O estado gerado pela CPD em cada um dos cristais é dado pela equação (B.17). O alinhamento dos modos idlers pode ser representado analiticamente pela fórmula:

$$\hat{a}_{i2}(\mathbf{k}_{i2}, \varepsilon_{i2}) = \hat{a}_{i1}(\mathbf{k}_{i1}, \varepsilon_{i1}) e^{i\phi_{i1}(\mathbf{k}_{i1}, \varepsilon_{i1})}, \quad (2.5)$$

onde o modo $(\mathbf{k}_{i1}, \varepsilon_{i1})$ é gerado no cristal NL1 e está alinhado com o modo $(\mathbf{k}_{i2}, \varepsilon_{i2})$ que é gerado no cristal NL2. $\phi_{i1}(\mathbf{k}_{i1}, \varepsilon_{i1})$ é um fator de fase que corresponde à fase adquirida pelo modo $(\mathbf{k}_{i1}, \varepsilon_{i1})$ durante a propagação de NL1 até NL2.

Em [3] podemos assumir que os campos pump, signal e idler têm polarização linear uniforme dentro e fora dos cristais. Nestas condições podemos eliminar, nos operadores campo elétrico, os somatórios sob os modos de polarização ε_p , ε_s e ε_i e considerar:

$$l(\mathbf{k}_{sj}, \varepsilon_{sj}) \approx l_{sj}(\omega_{sj}) \quad , \quad l(\mathbf{k}_{ij}, \varepsilon_{ij}) \approx l_{ij}(\omega_{ij}), \quad (2.6)$$

onde $j = 1, 2$ representa os cristais NL1 e NL2, respectivamente. Levando em conta a aproximação da polarização linear feita anteriormente podemos substituir os operadores $\hat{a}(\mathbf{k}, \varepsilon)$ por $\hat{a}(\mathbf{k})$, o estado $|\mathbf{k}, \varepsilon\rangle$ por $|\mathbf{k}\rangle$ e o tensor $\chi_{ijk}^{(2)}$ por um escalar χ . Portanto a relação entre os operadores dada pela equação (2.5) se torna:

$$\hat{a}_{i2}(\mathbf{k}_{i2}) = \hat{a}_{i1}(\mathbf{k}_{i1}) e^{i\phi_{i1}(\mathbf{k}_{i1})}. \quad (2.7)$$

2.3.2 O sistema de lentes

A relação entre \mathbf{k}_{i1} e \mathbf{k}_{i2} depende do sistema ótico usado para alinhar os feixes idler. Conforme relatado na subseção 2.1.2, na ilustração da figura 2.2 os pares de lentes L2-L2', L3-L3' e L4-L4' têm mesmo comprimento focal e estão em uma configuração confocal. Assumimos que os eixos de propagação dos feixes estão no eixo ótico do sistema de lentes (eixo \mathbf{z}).

Uma onda plana do modo idler do cristal NL1, caracterizada pelo vetor de onda $\tilde{\mathbf{k}}_I$ chega até a lente L2 e é convertida em uma onda esférica que converge em um ponto $\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}$ no plano focal de L2. A amplitude da onda esférica divergente pode ser obtida através da amplitude da onda incidente e do coeficiente de transmitância $\mathcal{T}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})$ do objeto no ponto onde a luz é focalizada. Então, a onda esférica é reconvertida em onda plana com vetor de onda \mathbf{k}_I pela lente L2', conforme a figura 2.8.

Consideramos o ponto O, onde o eixo \mathbf{z} intercepta o objeto. Desprezando os efeitos de difração, podemos dizer que a onda plana que sai de L2' contém a informação de um ponto específico do objeto.

Assim como fizemos na subseção 1.1.1, trataremos o objeto como um divisor de feixes. O modo $i1$ entra na porta transmitida do BS e o estado de vácuo entra pela porta refletida, conforme a figura 1.2. Assim, a equação (2.7) se torna:

$$\hat{a}_{i2}(\mathbf{k}_I) = \left(\mathcal{T}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}) \hat{a}_{i1}(\tilde{\mathbf{k}}_I) + \mathcal{R}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}) \hat{a}_0(\tilde{\mathbf{k}}_I) \right) e^{i\phi_I(\tilde{\mathbf{k}}_I)}, \quad (2.8)$$

onde $\mathcal{R}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})$ é a transmissividade do divisor de feixes no ponto $\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}$ e \hat{a}_0 representa o estado de vácuo. Como os focos das lentes na figura 2.8 são

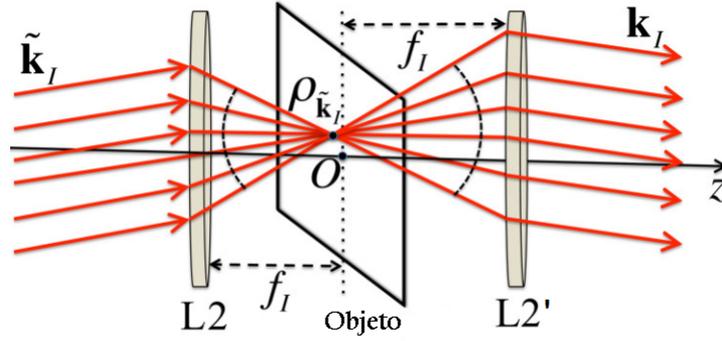


Figura 2.8: Ilustração do modo idler do cristal NL1 interagindo com as lentes L2 e L2' e com o objeto. A onda plana que chega até L2 tem vetor de onda $\tilde{\mathbf{k}}_I$ e a que sai de L2' tem \mathbf{k}_I .

iguais, os vetores de onda \mathbf{k}_I e $\tilde{\mathbf{k}}_I$ formam o mesmo ângulo com relação ao eixo \mathbf{z} .

Na figura 2.2, os modos signal dos dois cristais se encontram em um divisor de feixes 50 : 50 (BS) que tem as duas saídas focalizadas nas EMCCD's pelas lentes L5 e L6. Os filtros fazem com que a luz que chega até as câmeras tenha frequência central $\tilde{\omega}_s$. Desconsiderando os efeitos de difração, as lentes focalizam uma onda plana de vetor de onda \mathbf{k}_s em um ponto $\rho_{\mathbf{k}_s}$ da câmera, conforme a figura 2.9.

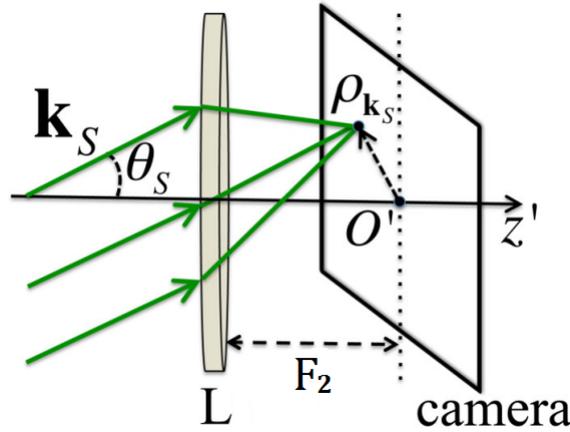


Figura 2.9: Ilustração de uma lente L focalizando uma onda plana em um ponto da câmera.

As partes de frequência positiva do operador campo elétrico para esta situação pode ser expressado da seguinte forma:

$$\hat{E}_s^{(+)}(\rho_{\mathbf{k}_s}, t) \propto e^{-i\tilde{\omega}_s \left(t - \frac{L_1(\mathbf{k}_s)}{c} \right)} \hat{a}_{s1}(\mathbf{k}_s) + i e^{i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}_0 - i\tilde{\omega}_s \left(t - \frac{L_2(\mathbf{k}_s)}{c} \right)} \hat{a}_{s2}, \quad (2.9)$$

onde $L_j(\mathbf{k}_s)$ é o caminho óptico percorrido pelo modo \mathbf{k}_s do cristal j até a câmera, com $|\mathbf{k}_s| = \frac{\tilde{\omega}_s}{c}$. Escolhemos a origem do sistema de coordenadas no ponto onde se localiza o cristal NL1, assim, $\mathbf{r}_{01} = 0$ com $\mathbf{r}_{02} - \mathbf{r}_{01} = \mathbf{r}_0$.

2.3.3 O estado dos fótons gerados nos dois cristais

A evolução temporal do estado dos fótons produzidos na CPD, dado pela equação (B.12), pode ser escrito na forma mono modal:

$$|\psi_j\rangle = \left(\mathbb{1} + G_j \hat{a}_{s_j}^\dagger \hat{a}_{i_j}^\dagger + \dots \right) |\psi_j(0)\rangle = \hat{\mathcal{H}}_j |\psi_{j0}\rangle, \quad (2.10)$$

onde $j = 1, 2$ representa cada um dos cristais, $|\psi_j(0)\rangle$ é o estado antes da CPD, G_j é uma constante que engloba todos os coeficientes. As reticências na equação (2.10) são referentes aos termos de maior ordem em G_j . Levando-se em conta as duas gerações o estado é dado por:

$$|\psi\rangle = \hat{\mathcal{H}}_2 \hat{\mathcal{H}}_1 |\psi(0)\rangle |\psi_{vac}\rangle. \quad (2.11)$$

A versão mono modal da equação (2.8) é:

$$\hat{a}_{i2} = (\mathcal{T} \hat{a}_{i1} + \mathcal{R} \hat{a}_0) e^{i\phi_I}. \quad (2.12)$$

Levando em conta as equações (2.10), (2.11) e (2.12), temos que o estado gerado pelos dois cristais é:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle = & |\psi_{vac}\rangle + G_1 |1\rangle_{s1} |1\rangle_{i1} |0\rangle_{s2} |0\rangle_0 \\ & + G_2 e^{-i\phi_I} (\mathcal{T}^* |0\rangle_{s1} |1\rangle_{i1} |1\rangle_{s2} |0\rangle_0 + \mathcal{R}^* |0\rangle_{s1} |0\rangle_{i1} |1\rangle_{s2} |1\rangle_0) + \dots, \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde $|n\rangle_{lj}$ é um estado de Fock com n fótons no modo $l = s, i$ gerado pelo cristal $j = 1, 2$. Os termos de maior ordem podem ser desconsiderados para uma taxa de conversão baixa.

A análise mono modal feita acima pode ser estendida para uma expansão muti modal pois o procedimento não muda quando todos os modos estão presentes. Assumindo que cada cristal é bombeado por uma onda plana de frequência média $\tilde{\omega}_p$ com a amplitude em cada cristal dada por V_{pj} . A equação para o estado gerado nos dois cristais pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle \approx & |\psi_{vac}\rangle_{s1, i1, s2, 0} + \frac{tD}{i\hbar} \sum_{\mathbf{k}_{s1}} \sum_{\mathbf{k}_{i1}} \left[g(\omega_{s1}, \omega_{i1}) V_{p1} \left\{ \prod_{n=1}^3 \frac{\text{sen}(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{i1})_n \frac{L_n}{2}}{(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{i1})_n \frac{L_n}{2}} \right\} \right. \\ & \times \left. \frac{\text{sen}(\omega_{s1} + \omega_{i1} - \tilde{\omega}_p) \frac{t'}{2}}{(\omega_{s1} + \omega_{i1} - \tilde{\omega}_p) \frac{t'}{2}} |\mathbf{k}_{s1}\rangle_{s1} |\mathbf{k}_{i1}\rangle_{i1} |0\rangle_{s2} |0\rangle_0 \right] \\ & + \frac{tD}{i\hbar} \sum_{\mathbf{k}_{s2}} \sum_{\mathbf{k}_{i2}} \left[g(\omega_{s2}, \omega_{i2}) V_{p2} e^{i(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_{i2}) \cdot \mathbf{r}_0} e^{-i\phi_I(\tilde{\mathbf{k}}_{i2})} \frac{\text{sen}(\omega_{s2} + \omega_{i2} - \tilde{\omega}_p) \frac{t'}{2}}{(\omega_{s2} + \omega_{i2} - \tilde{\omega}_p) \frac{t'}{2}} \right. \\ & \times \left. \left\{ \prod_{n=1}^3 \frac{\text{sen}(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_{i2})_n \frac{L_n}{2}}{(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_{i2})_n \frac{L_n}{2}} \right\} (\mathcal{T}^*(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_{i2}}) |0\rangle_{s1} |\tilde{\mathbf{k}}_{i1}\rangle_{i1} |\tilde{\mathbf{k}}_{s2}\rangle_{s2} |0\rangle_0 \right. \\ & \left. \left. + \mathcal{R}^*(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_{i2}}) |0\rangle_{s1} |0\rangle_{i1} |\tilde{\mathbf{k}}_{s2}\rangle_{s2} |\tilde{\mathbf{k}}_{i2}\rangle_0 \right) \right], \end{aligned} \quad (2.14)$$

onde $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_{02} - \mathbf{r}_{01}$, onde \mathbf{r}_{01} é a posição do cristal NL2 e \mathbf{r}_{02} a posição de NL2, $|\tilde{\mathbf{k}}_{i2}\rangle_0 = \hat{a}_0^\dagger(\tilde{\mathbf{k}}_{i2}) |\psi_{vac}\rangle$. Cada l_n é uma dimensão do cristal $n = 1, 2, 3$, com dimensões da ordem de $10^{-3}m$ de comprimento.

Os termos $sinc(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_{sj} - \mathbf{k}_{ij})_n \frac{l_n}{2}$ contribuem de forma relevante apenas quando $\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_{sj} - \mathbf{k}_{ij} \approx 0$, isto implica a condição de casamento de fase com uma boa precisão, $\mathbf{k}_p \approx \mathbf{k}_{sj} + \mathbf{k}_{ij}$. Da mesma forma, a contribuição do termo $sinc(\omega_{sj} + \omega_{ij} - \tilde{\omega}_p) \frac{t}{2}$ só é considerada não nula para $\tilde{\omega}_p \approx \omega_{sj} + \omega_{ij}$.

2.3.4 Formação de imagem

A taxa de contagem de fótons no ponto $\rho_{\mathbf{k}_s}$ na câmera é dado por:

$$R(\rho_{\mathbf{k}_s}) \propto \langle \psi | \hat{E}_s^{(-)}(\rho_{\mathbf{k}_s}, t) \hat{E}_s^{(+)}(\rho_{\mathbf{k}_s}, t) | \psi \rangle , \quad (2.15)$$

onde o estado $|\psi\rangle$ é dado pela equação (2.14) e o operador campo $\hat{E}_s^{(+)}(\rho_{\mathbf{k}_s}, t)$ é dado por (2.9). A probabilidade de detecção a menos de uma constante de proporcionalidade é:

$$R(\rho_{\mathbf{k}_s}) \approx |V_{p1}|^2 + |V_{p2}|^2 + 2|V_{p1}||V_{p2}||\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})| \cos \left(\phi_{s2}(\mathbf{k}_s) - \phi_{s1}(\mathbf{k}_s) - \phi_I(\tilde{\mathbf{k}}_I) - \arg(\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})) + \phi_p + \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}_0 + C_0 \right) , \quad (2.16)$$

onde $\phi_{sj}(\mathbf{k}_s) = \frac{\tilde{\omega}_s L_j(\mathbf{k}_s)}{c}$, $\phi_p = \arg(V_{p2}) - \arg(V_{p1})$ e C_0 inclui todos os outros termos de fase.

Como o diâmetro da seção transversal do feixe signal na câmera é muito menor que as distâncias propagadas $L_j(\mathbf{k}_s)$ e que a distância $|\mathbf{r}_0|$ entre os cristais, os termos $\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}_0$ e $\phi_{sj}(\mathbf{k}_s)$ podem ser tratados como funções que variam pouco com \mathbf{k}_s . Analogamente, o diâmetro do feixe idler do cristal NL1 dentro de NL2 é muito menor que a distância entre os dois cristais, de forma que podemos desprezar a dependência de $\phi_I(\tilde{\mathbf{k}}_I)$ com $\tilde{\mathbf{k}}_I$. Isto nos permite escrever $\phi_{s2}(\mathbf{k}_s) - \phi_{s1}(\mathbf{k}_s) \approx \Delta\phi_s$, $\phi_I(\tilde{\mathbf{k}}_I) = \phi_I$ e $\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}_0 + C_0 = C'_0$.

Vamos considerar o caso em que o objeto não está presente, *i. e.*, $|\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})| = 1$ e $\arg(\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})) = 0$, levando em conta as aproximações supracitadas, a equação (2.16) se torna:

$$R(\rho_{\mathbf{k}_s}) \approx |V_{p1}|^2 + |V_{p2}|^2 + 2|V_{p1}||V_{p2}| \cos(\Delta\phi_s - \phi_I + \phi_p + C'_0) . \quad (2.17)$$

O valor de ϕ_p pode ser controlado para que se consiga interferência construtiva ou destrutiva, ou seja:

$$\Delta\phi_s - \phi_I + \phi_{pc} + C'_0 \approx 2n\pi , \quad (2.18)$$

$$\Delta\phi_s - \phi_I + \phi_{pd} + C'_0 \approx (2n + 1)\pi , \quad (2.19)$$

onde $n \in \mathbb{N}$, ϕ_{pc} e ϕ_{pd} são as fases do pump que fornecem interferência construtiva e destrutiva, respectivamente.

Quando o objeto é inserido no caminho do feixe idler do cristal NL1, segue das equações (2.16), (2.18) e (2.19) que as taxas de contagem na ocorrência interferência construtiva e destrutiva são, respectivamente:

$$R_c(\rho_{\mathbf{k}_s}) \approx |V_{p1}|^2 + |V_{p2}|^2 + 2|V_{p1}||V_{p2}||\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})|\cos [\arg(\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}))], \quad (2.20)$$

$$R_d(\rho_{\mathbf{k}_s}) \approx |V_{p1}|^2 + |V_{p2}|^2 + 2|V_{p1}||V_{p2}||\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})|\cos [\arg(\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}))]. \quad (2.21)$$

As equações (2.20) e (2.21) implicam que a imagem de um objeto absorvedor ($\arg(\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}) = 0$), assim como a imagem de um objeto de fase ($\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}) = 1$), aparecem na câmara tanto para interferência construtiva quanto para destrutiva. Segue delas também, que a subtração das duas probabilidades de detecção, a menos de uma contante de proporcionalidade, é:

$$R_c(\rho_{\mathbf{k}_s}) - R_d(\rho_{\mathbf{k}_s}) \approx |\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I})|\cos [\arg(\mathcal{J}(\rho_{\tilde{\mathbf{k}}_I}))], \quad (2.22)$$

de acordo com a equação (2.22), podemos remover o efeito de fundo devido aos termos $|V_{p1}|^2$ e $|V_{p2}|^2$ subtraindo as duas imagens (ver figura 2.3). A soma das equações (2.20) e (2.21), é:

$$R_c(\rho_{\mathbf{k}_s}) + R_d(\rho_{\mathbf{k}_s}) \approx 2 (|V_{p1}|^2 + |V_{p2}|^2) . \quad (2.23)$$

A equação (2.23) nos diz que: ao somarmos as taxas de contagem das duas saídas do BS a informação sobre o objeto é apagada (ver figura 2.4) e temos apenas um soma incoerente das amplitudes dos pumps, ponderadas por um fator de proporcionalidade.

Capítulo 3

Formação de imagem clássica com fótons não detectados

3.1 O experimento

No capítulo 2 estudamos uma forma de detectar a imagem de amplitude e fase de um objeto detectando luz que nunca interagiu com ele. Para tal propósito, os autores do experimento exploraram a correlação que existe entre os fótons gerados na CPD espontânea e o fenômeno de coerência induzida sem emissão estimulada estudado na subseção 1.1.

Um experimento semelhante ao realizado em [3] pode ser feito com campos clássicos, ou seja, podemos formar a imagem de um objeto detectando luz clássica que nunca interagiu com ele. Isso só é possível porque os campos gerados pela CPDE guardam informação sobre o perfil transversal do pump e do laser estimulador, como demonstrado no apêndice A.

3.1.1 Montagem experimental

Para realizar o experimento, exploramos a forma de induzir coerência com emissão estimulada estudado na seção 1.2. A montagem é análoga à utilizada em [2] e [12], porém utiliza apenas um cristal, que é bombeado em dois sentidos. A ilustração do esquema experimental utilizado está na figura 3.1.

Na primeira geração, o pump P_1 e o laser estimulador S_{E1} interagem com o cristal não linear (NL) gerando os campos S_1 e I_1 . O laser estimulador e o campo S_1 interagem com o objeto e são refletidos pelo espelho E2 no modo S_{E2} . O objeto encontra-se o mais próximo possível do espelho E2. O pump é refletido pelo espelho EP no modo P_2 que, juntamente com o campo S_{E2} , interage com o cristal gerando S_2 e I_2 .

A lente L1 focaliza o laser estimulador S_{E1} no cristal NL. A lente L2 está posicionada entre o cristal e o espelho E2, a distância dela até cristal e até espelho são iguais e tem módulo igual ao seu comprimento focal. Assim, ela faz com que a imagem de S_{E1} e de S_1 (S_{E2}) estimule a segunda geração. A lente L3 está posicionada de forma análoga à L2, de forma a formar a imagem de I_1 no cristal, depois que ele é refletido por E1. O alterador de fase (AF) torna possível ajustar a fase adquirida pelo modo I_1 ao propagar pelo trajeto

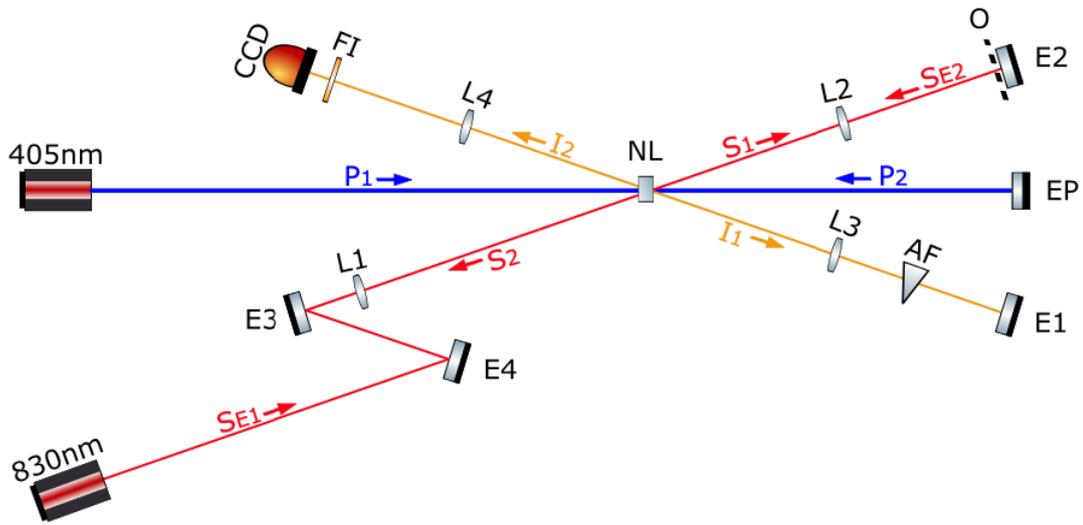


Figura 3.1: Montagem experimental utilizada para reconstruir a imagem de um objeto detectando luz clássica que nunca interagiu com ele. O pump, P_1 atinge o cristal NL então é refletido pelo espelho EP no modo P_2 , gerando pares de fótons gêmeos na ida e na volta: I_1 e S_1 , I_2 e S_2 . Os campos S_{E1} e S_{E2} são os feixes de laser auxiliares que estimulam primeira e segunda geração, respectivamente. Os modos S_1 e S_2 , gerados nas duas passagens pelo cristal, são sobrepostos na câmera CCD. O alterador de fase (AF) torna possível ajustar a fase adquirida pelo modo I_1 ao propagar pelo trajeto NL-E1-NL. Registrando os padrões de interferência construtivo e destrutivo, podemos reconstruir as imagens de fase e amplitude para o objeto O.

NL-E1-NL.

O modo I_2 , da segunda geração, juntamente com a imagem de I_1 , são focalizados por L4 em um câmera CCD. L4 tem o cristal e a CCD posicionados em seus focos. I_1 e I_2 têm seus modos alinhados e interferem coerentemente, ver 1.2, caso o campo gerado pela CPDE for muito maior que o gerado espontaneamente. I_2 é proporcional ao perfil ao perfil transversal do laser que estimulou o processo de CPDE, S_{E2} traz consigo uma dependência da fase, $\gamma(x, y)$, e da transmitância, $\mathcal{T}(x, y)$, do objeto O.

A câmera CCD amplifica o sinal dos fótons incidentes em seus fotodiodos e nos fornece um valor de contagens simples para cada um de seus *pixels*. Assim como em [3], a imagem do objeto é obtida subtraindo duas imagens capturadas pela câmera CCD, uma obtida com interferência construtiva e outra, com interferência destrutiva. O filtro de interferência (FI) posicionado na frente da CCD tem banda passante de frequência centrada em 792nm com largura de banda de 20nm.

O laser de bombeio é um laser de diodo da marca *Tóptica* de frequência central de 405nm. O laser estimulador é um laser de diodo *ThorLabs ITC4000* e tem frequência central de 830nm. O caminho NL-EP-NL precisa ser menor que o comprimento de coerência do laser de bombeamento e o caminho NL-E2-NL tem que ser menor que o comprimento de coerência do laser estimulador.

Os modos signal, S_{E1} , S_1 , S_2 e S_{E2} , que interagem com o objeto, são descartados e nunca são detectados.

3.2 A teoria

3.2.1 Os campos gerados pelos dois cristais

Quando atingimos um bom alinhamento entre os feixes signals gerados e os lasers estimuladores, os campos gerados na CPDE possuem altas intensidade e podem ser tratados como campos clássicos. Nestas condições, o módulo do campo idler gerado na primeira geração, pode ser aproximado pela equação (A.33). Considerando o pump P_1 e laser estimulador S_{E1} como ondas planas propagando na direção \hat{z} :

$$E_{P1}(x, y, z) = E_{P1}(x, y)e^{i(k_p z - \omega_p t)}, \quad (3.1)$$

$$E_{SE1}(x, y, z) = E_{E1}(x, y)e^{i(k_s z - \omega_s t)}, \quad (3.2)$$

onde: $E_{P1}(x, y)$ é o perfil transversal da amplitude do campo elétrico do pump da primeira geração, $E_{E1}(x, y)$ é o perfil transversal de amplitude do campo elétrico do laser estimulador da primeira geração. Consideramos que as amplitudes dos campos não dependem da coordenada z nas regiões de fora do cristal NL. ω_p é a frequência central do pump, ω_s é a frequência central do laser estimulador, enquanto k_p e k_s são seus respectivos vetores de onda. Levando em conta os modos interagentes dados pelas equações (3.1) e (3.2), a equação para o campo idler gerado pela primeira CPDE logo após sair do cristal, dado pela equação (A.33), pode ser escrito da seguinte forma:

$$E_{I1}(x, y, z) = \eta_1 E_{P1}(x, y) E_{E1}(x, y) e^{i(k_i z - \omega_i t)} e^{i\phi_{I1}}, \quad (3.3)$$

onde η_1 é uma susceptibilidade efetiva que engloba todas constantes de equação (A.33) e a fase ϕ_{i1} depende da condição de casamento de fase Δk e da distância percorrida pelo feixe z .

O campo total no modo signal, logo após a saída do cristal é o campo do laser estimulador dado pela equação (3.2), somado ao campo signal amplificado gerado pela CPDE, que tem a mesma amplitude do campo idler gerado, dado pela equação (3.3). Portanto, o campo signal total após a primeira geração é:

$$E_{ST1}(x, y, z) = E_{E1}(x, y) e^{i(k_s z - \omega_s t)} + \eta_1 E_{P1}(x, y) E_{E1}(x, y) e^{i(k_s z - \omega_s t)}. \quad (3.4)$$

O campo $E_{ST1}(x, y, z)$ passa pela lente, interage com o objeto duas vezes e passa pela lente novamente, se transformando novamente em uma onda plana. Assim, ele volta até o cristal e estimula a segunda geração com o seguinte campo:

$$E_{SE2}(x, y, z) = (1 + \eta_1 E_{P1}(x, y)) E_{E1}(x, y) e^{i(k_s z - \omega_s t)} \mathcal{T}^2(x, y) e^{i2\gamma(x, y)} e^{i\phi_{E2}}. \quad (3.5)$$

onde ϕ_{E2} é a fase adquirida pelo modo ao propagar o caminho NL-E2-NL na ausência do objeto. O feixe de bombeamento da segunda geração é:

$$E_{P2}(x, y, z) = E_{P2}(x, y) e^{i(k_p z - \omega_p t)} e^{i\phi_{P2}}, \quad (3.6)$$

onde: $E_{P2}(x, y)$ é o perfil transversal de amplitude do pump da segunda geração e ϕ_{P2} é a fase adquirida durante o trajeto NL-EP-NL. Assim, o modo idler gerado na segunda CPDE, no plano da CCD, pode ser descrito como:

$$E_{I2CCD}(x, y, z) = (1 + \eta_1 E_{P1}(x, y)) \eta_2 E_{P2}(x, y) E_{E1}(x, y) \times e^{i(k_i z - \omega_i t)} \mathcal{T}^2(x, y) e^{2i\gamma(x, y)} e^{i\phi_{I2}}, \quad (3.7)$$

onde η_2 é uma constante de acoplamento e ϕ_{I2} é uma fase que depende da condição de casamento de fase e da distância propagada pelo modo do cristal até a câmera.

3.2.2 A Formação da imagem

O campo idler gerado na primeira geração percorre o caminho NL-E1-NL-CCD e interage com o alterador de fase AF, adquirindo uma fase total neste percurso ϕ_{AF} :

$$E_{I1CCD}(x, y, z) = \eta_1 E_{P1}(x, y) E_{E1}(x, y) e^{i(k_i z - \omega_i t)} e^{i(\phi_{I1} + \phi_{AF})}, \quad (3.8)$$

Os campos são focalizados pela lente L4 no plano da CCD e interferem, graças ao fenômeno de coerência induzida na CPDE. A intensidade detectada pela câmera ζ_{CCD} é a intensidade correspondente ao campo que é a soma dos modos idlers das duas gerações, $E_{ITCCD} = E_{I1CCD} + E_{I2CCD}$, portanto:

$$\zeta_{CCD} = |E_{ITCCD}|^2 = (E_{I1CCD} + E_{I2CCD})(E_{I1CCD}^* + E_{I2CCD}^*). \quad (3.9)$$

As amplitudes dos pumps podem ser ajustadas de modo que, na ausência do objeto, os modos idlers cheguem na CCD com a mesma intensidade e se interfiram com visibilidade máxima. Para que isso ocorra é necessário que $\eta_1 E_{P1}(x, y) = (1 + \eta_1 E_{P1}(x, y)) \eta_2 E_{P2}(x, y)$. Assim, utilizando os campos dados pelas equações (3.7) e (3.8) o padrão de interferência detectado pela CCD é:

$$\begin{aligned} \zeta_{CCD} = & |\eta_1 E_{P1} E_{E1}|^2 (1 + \mathcal{T}^4(x, y) \\ & + 2\mathcal{T}^2(x, y) \cos(\phi_{I1} + \phi_{AF} - 2\gamma(x, y) - \phi_{I2})) . \end{aligned} \quad (3.10)$$

Para $\mathcal{T}(x, y) = 1$, a equação (3.10) fica:

$$\zeta_{CCD} = 2|\eta_1 E_{P1} E_{E1}|^2 (1 + \cos(\phi_{I1} + \phi_{AF} - 2\gamma(x, y) - \phi_{I2})) . \quad (3.11)$$

Desta forma, podemos reconstruir o perfil de fase do objeto analisando a imagem registrada na CCD.

Analogamente, podemos reconstruir o perfil de transmissividade do objeto fazendo $\gamma(x, y) = 0$. Assim como em [3], a intensidade de fundo gerada pelo pump e pelo laser estimulador é removida subtraindo a imagem obtida com interferência destrutiva da imagem obtida com interferência construtiva. Isto pode ser feito com a ajuda do alterador de fase, AF. A fase cedida ao modo idler da primeira geração precisa ajustada de duas maneiras:

$$\phi_c = \phi_{I1} + \phi_{AF} - \phi_{I2} = 2n\pi \quad \text{e} \quad \phi_d = \phi_{I1} + \phi_{AF} - \phi_{I2} = (2n + 1)\pi, \quad (3.12)$$

com $n \in \mathbb{N}$. A primeira condição representa a fase que gera um padrão de interferência construtiva e a segunda condição corresponde a uma fase que gera um padrão de interferência destrutiva. A intensidade dos respectivos padrões, ζ_{CCD}^c e ζ_{CCD}^d , são:

$$\zeta_{CCD}^c = |\eta_1 E_{P1} E_{E1}|^2 (1 + \mathcal{T}^4(x, y) + 2\mathcal{T}^2(x, y)) , \quad (3.13)$$

$$\zeta_{CCD}^d = |\eta_1 E_{P1} E_{E1}|^2 (1 + \mathcal{T}^4(x, y) - 2\mathcal{T}^2(x, y)) . \quad (3.14)$$

Assim, a subtração das intensidade é:

$$\zeta_{CCD}^O = \zeta_{CCD}^c - \zeta_{CCD}^d = 4|\eta_1 E_{P1} E_{E1}|^2 \mathcal{T}^2(x, y) . \quad (3.15)$$

Desta forma, conseguimos reconstruir o perfil transversal de transmitância do objeto ou a imagem de fase.

3.3 Técnicas de alinhamento

3.3.1 O alinhamento dos modos produzidos pela CPD nas duas gerações

Antes de começarmos o alinhamento utilizamos uma rotina em *MathLab* que determina os ângulos de saída do fótons gêmeos com relação ao pump. De acordo com os resultados, para a maneira que foi cortado o nosso cristal os modos signal e idler saem com um ângulo 9° e 8° , respectivamente.

O alinhamento do experimento começa com a detecção das contagens simples e em coincidência dos fótons gerados espontaneamente pela CPD. O esquema experimental utilizado para alinhar os fótons da primeira geração está ilustrado na figura 3.2

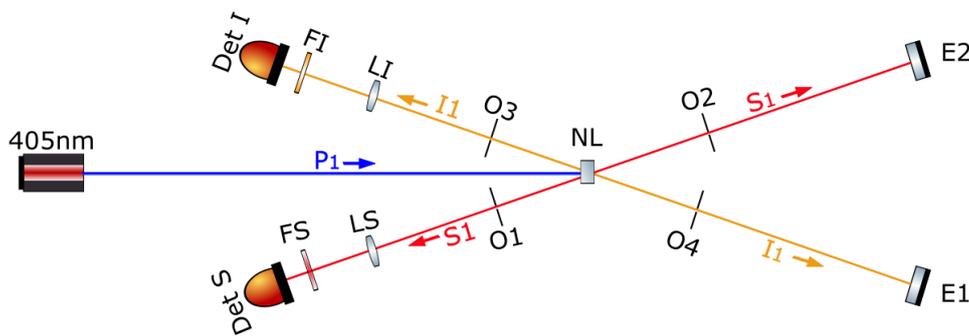


Figura 3.2: Montagem experimental utilizada para alinhar os fótons gêmeos da primeira geração. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1 , que passam pelos orifícios O_2 e O_4 , respectivamente. Então, eles são refletidos pelos espelhos E_2 e E_1 de tal forma que voltam alinhados com os pares de orifícios O_1 - O_2 e O_3 - O_4 . Após serem focalizados pelas lentes LS e LI , os fótons gêmeos atingem os detectores $Det S$ e $Det I$.

Primeiramente, posicionamos os pares de orifícios O_1 - O_2 e O_3 - O_4 de forma que cada par delimita uma linha reta com a angulação desejada. Além de nos fornecer uma reta bem definida com relação à direção de propagação do pump, estes orifícios servem para selecionar espacialmente os modos produzidos na CPD. O cristal está em uma montagem de ângulo, *theta-phi*, de forma que variar o ângulo entre a direção de propagação do pump e o eixo ótico do cristal. Podemos também, variar a direção de propagação do pump e fazer com que os modos dos fótons gêmeos produzidos na primeira CPD passem pelos orifícios O_2 e O_4 .

Posteriormente, regulamos os ângulos dos espelhos E_1 e E_2 para que os modos passem pelos orifícios, pelas lentes e pelos filtros, FS e FI , para chegarem até os detectores. As lentes LS e LI têm comprimento focal de $20cm$ e focalizam os fótons gêmeos nos detectores para aumentar as contagens. O filtro FI tem banda passante centrada em $792nm$ com largura de $20nm$, enquanto o filtro FS tem banda passante centrada em $830nm$ com largura de $40nm$.

Com esta configuração já é possível obter uma quantidade apreciável de contagens simples nos detectores Det S e Det I. Todavia, alguns ajustes finos nos espelhos, nos detectores, nas lentes, no ângulo do cristal e na direção de propagação do pump devem ser feitos, priorizando as contagens em coincidência entre os detectores. Um alto número de contagens em coincidência indica que os fótons que chegam até o Det S estão correlacionados com os que chegam no Det I. Esta correlação é essencial para que, ao estimularmos a CPD, possamos observar o fenômeno de coerência induzida estudado na seção 1.2.

A seguir, adicionamos o espelho que reflete o pump novamente para o cristal, EP, e chegamos ao esquema ilustrado na figura 3.3.

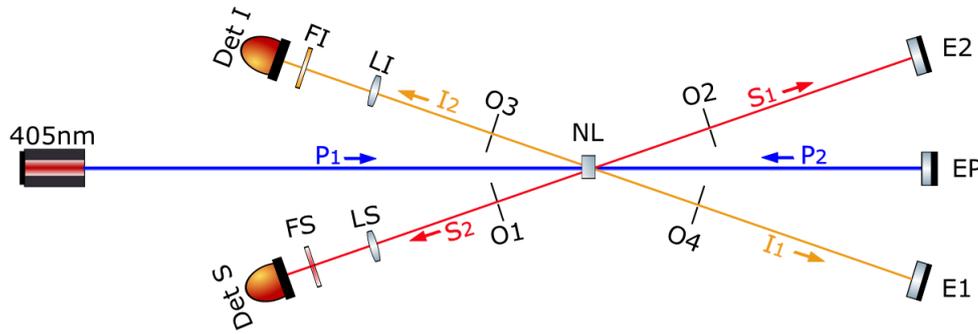


Figura 3.3: Montagem experimental utilizada para alinhar os fótons gêmeos das duas gerações. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1 , que passam pelos orifícios O2 e O4, respectivamente. Após ser refletido pelo espelho EP, o pump P_2 volta ao cristal, gerando um outro par de fótons correlacionados, S_2 e I_2 . Os modos S_1 e I_1 são refletidos pelos espelhos E2 e E1 de tal forma que voltam alinhados com os modos S_2 e I_2 e com os pares orifícios O1-O2 e O3-O4, respectivamente. Após serem focalizados pelas lentes LS e LI, os fótons gêmeos gerados na ida e na volta atingem os detectores Det S e Det I.

Ajustando a orientação do espelho EP em relação ao feixe de bombeamento incidente, podemos fazer com que os modos gerados na segunda geração, I_2 e S_2 , passem pelos orifícios O1 e O3 e atinjam os detectores Det I e Det S. Caso seja necessário, os detectores e as lentes podem ser submetidos a um ajuste fino de posição e ângulo. Desta forma, podemos fazer com que as contagens em coincidência dos fótons gerados na primeira e na segunda geração sejam balanceadas. Se este ajuste diminuir muito as contagens em coincidência da primeira geração, um ajuste nos espelhos E1 e E2 e na direção de propagação de P1 poderá ajudar a recuperá-las. Maximizadas as contagens de coincidência das duas gerações, vamos ao próximo passo.

3.3.2 O alinhamento do laser estimulador

O laser estimulador é introduzido na montagem experimental conforme a figura 3.4.

Para que a CPD seja estimulada com mais eficiência induzindo, assim, um maior grau de coerência, é essencial que os modos espaciais dos campos

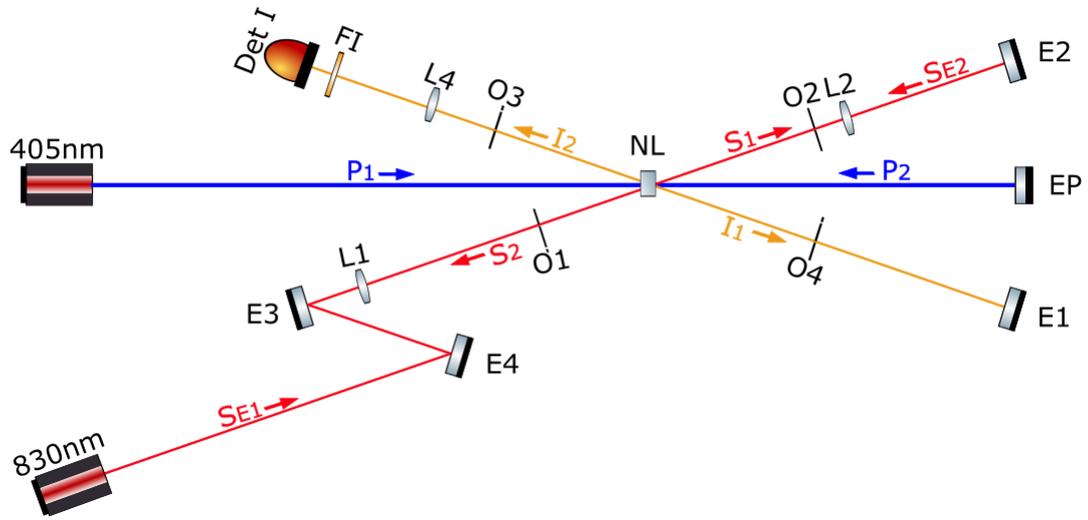


Figura 3.4: Montagem experimental utilizada para estimular a CPD e induzir coerência nas duas gerações. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1 , que passam pelos orifícios O2 e O4, respectivamente. Após ser refletido pelo espelho EP, o pump P_2 volta no cristal, gerando um outro par de fótons correlacionados, S_2 e I_2 . Os modos S_1 e I_1 são refletidos pelos espelhos E2 e E1 de tal forma que voltam alinhados com os modos S_2 e I_2 e com os pares orifícios O1-O2 e O3-O4, respectivamente. Um feixe de laser auxiliar no modo S_{E1} , é alinhado nos orifícios O1-O2 e estimula a CPDE na primeira geração. Então este laser é refletido pelo espelho E2 com incidência normal, voltando pelos orifícios O1-O2 e estimulando a CPDE na volta. Desta forma, observamos um padrão de interferência entre os campos gerados na ida e na volta, no detector Det I.

estimuladores estejam bem sobrepostos com os modos a serem estimulados e que suas polarizações sejam iguais. Para sobrepor os modos, variamos o ângulo dos espelhos E3 e E4 até que o modo produzido pelo laser, S_{E1} , esteja bem alinhado com os orifícios O1 e O2. Realizamos um ajuste fino de forma a maximizar as contagens simples no detector Det I. Quanto maior o número de contagens simples neste detector, maior a eficiência da CPDE e maior o grau de coerência induzido [2, 12].

Então, utilizamos o espelho E2 para refletir o laser estimulador de volta e fazer com que ele passe pelos orifícios O1 e O2, desta forma, sobrepor os modos S_2 e S_{E2} , olhando sempre para as contagens simples no detector Det I. Um ajuste fino na lente L2, no espelho EP e no ângulo do cristal poderá ajudar a aumentar estas contagens.

3.4 Resultados preliminares

Durante a montagem do setup, nos deparamos com uma série de desafios experimentais. O mais complicado deles, foi observar o padrão de interferência entre os modos idler produzidos pela CPDE nos dois cristais. Diante desta dificuldade, decidimos caracterizar o grau de coerência induzido no experimento. Para este propósito, construímos um interferômetro de Michelson com cada os feixes produzidos na ida e na volta, separadamente. Assim, podemos estimar o comprimento de coerência do modo idler produzido em cada uma das gerações.

3.4.1 Estimativa do comprimento de coerência do modo idler da primeira geração

Um interferômetro de Michelson foi construído utilizando o campo do modo idler da primeira geração proveniente da CPDE. A montagem experimental construída está na figura 3.5.

Nesta montagem, a lente L1 tem comprimento focal de 100cm e focaliza o laser estimulador no cristal. Todas as demais lentes, L2, L3, L4, L5 e L6 têm comprimento focal de 15cm. L2 é posicionada de forma que o cristal se encontra em um de seus focos e o espelho E2 encontra-se no outro. L3, L4, L5 e L6 estão em uma configuração confocal. Assim, o campo gerado pela CPDE no modo I_1 pode ser considerado uma onda plana de perfil transversal gaussiano durante toda sua propagação pelo interferômetro de Michelson.

O modo idler da primeira geração é refletido pelos espelhos E1 e E5 e entra no interferômetro. O campo é dividido pelo divisor de feixes 50 : 50, BS. Estes feixes incidem nos espelhos E6 e E7 com um ângulo de 0° e são superpostos novamente no BS. O filtro de interferência FI é um filtro centrado em $792nm$ de banda passante de $20nm$ e seleciona os comprimentos e onda que chegam até a câmera. O padrão de interferência resultante da superposição é detectado pela câmera CCD. As franjas do padrão de interferência foram alinhadas para ficarem posicionadas longitudinalmente. Com o auxílio de um translador podemos variar a distância do espelho E6 até

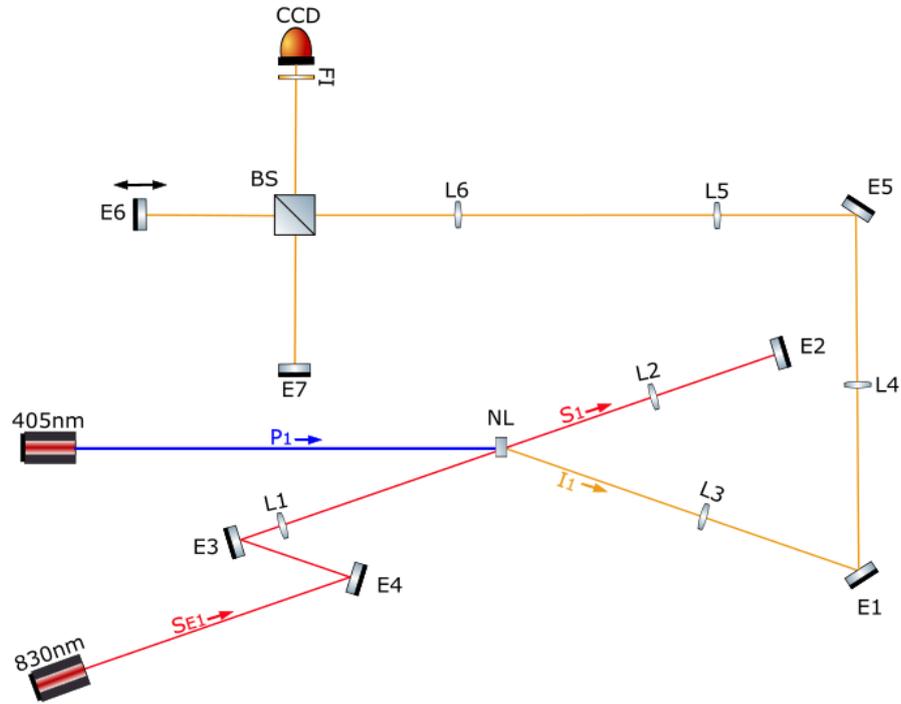


Figura 3.5: Montagem experimental utilizada para estimar o comprimento de coerência induzido no modo idler da primeira geração. O pump atinge o cristal não linear gerando pares de fótons gêmeos nos modos S_1 e I_1 . O laser auxiliar S_{E1} estimula a CPDE. O modo idler é refletido pelos espelhos E1 e E5, até entrar em um interferômetro de Michelson, formado pelos espelhos E6 e E7, e pelo divisor de feixes BS. Transladando o espelho E6, podemos variar a diferença de caminho óptico entre os feixes que se interferem na CCD e, de acordo com a visibilidade do padrão de interferência obtido, estimar o comprimento de coerência.

3.4. RESULTADOS PRELIMINARES

o BS, desta forma, podemos alterar a diferença de caminho percorrido pelos feixes no interferômetro.

As imagens detectadas pela CCD foram tratadas em uma rotina de *Math-Lab*. Esta rotina transforma a imagem em uma matriz onde cada elemento de matriz, A_{ij} , corresponde a um valor de contagem de fótons, correspondente às posições horizontais e verticais, i e j , do pixel da câmera. A soma das contagens de fótons dos pixels que têm a mesma coordenada horizontal nos dá o perfil do padrão de interferência, este perfil foi submetido a um ajuste no programa de tratamento de dados *OriginPro*. Assim, estimamos a visibilidade dos padrões de interferência para várias diferenças de caminho percorrido pelos feixes. As várias imagens de padrões de interferências juntamente com os ajustes utilizados para obter as visibilidades estão nas figuras 3.6 - 3.16.

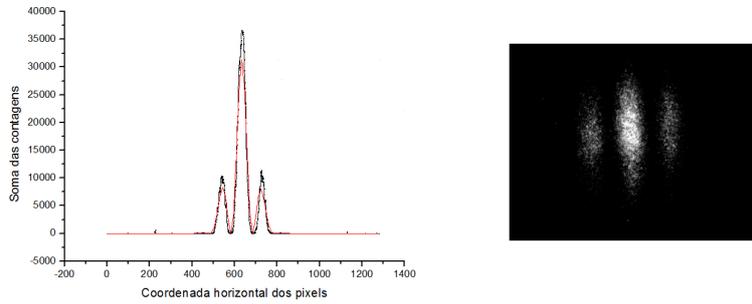


Figura 3.6: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 0cm entre os braços do interferômetro (direita).

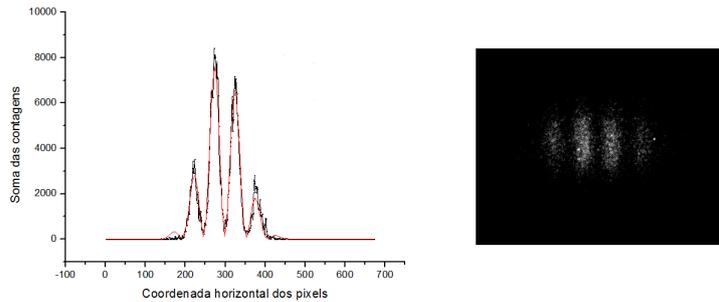


Figura 3.7: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 1cm entre os braços do interferômetro (direita).

Os ajustes no *OriginPro* foram feitos de acordo com a seguinte equação:

$$y = A(1 + V \cos(wx + c)) e^{-\left(\frac{x-x_0}{\Delta x}\right)^2}. \quad (3.16)$$

3.4. RESULTADOS PRELIMINARES

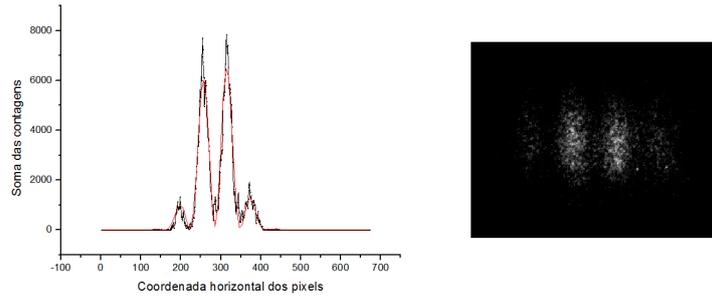


Figura 3.8: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 2cm entre os braços do interferômetro (direita).

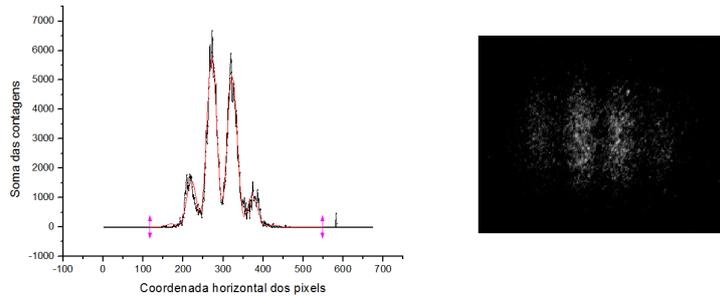


Figura 3.9: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 3cm entre os braços do interferômetro (direita).

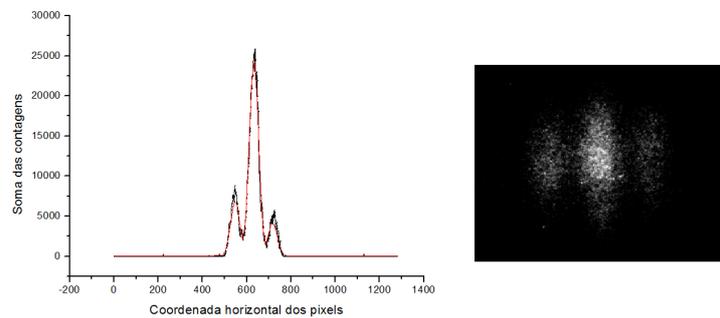


Figura 3.10: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmara CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 4cm entre os braços do interferômetro (direita).

3.4. RESULTADOS PRELIMINARES

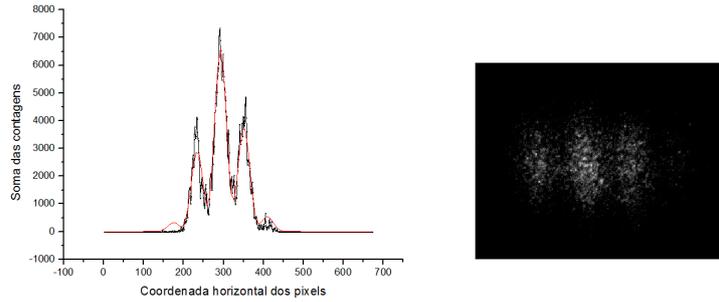


Figura 3.11: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 5cm entre os braços do interferômetro (direita).

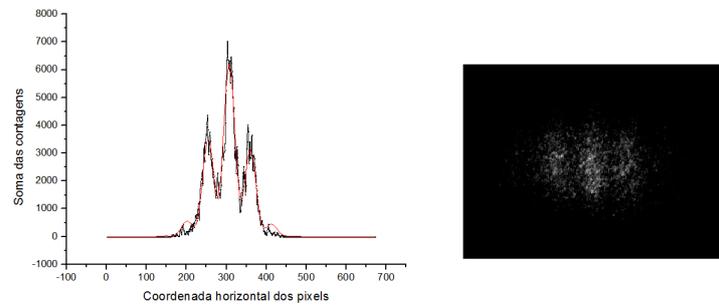


Figura 3.12: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 6cm entre os braços do interferômetro (direita).

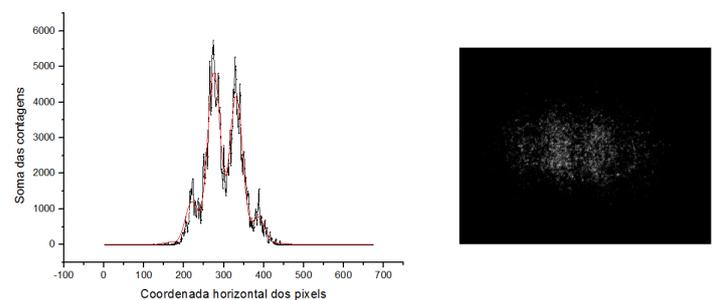


Figura 3.13: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 7cm entre os braços do interferômetro (direita).

3.4. RESULTADOS PRELIMINARES

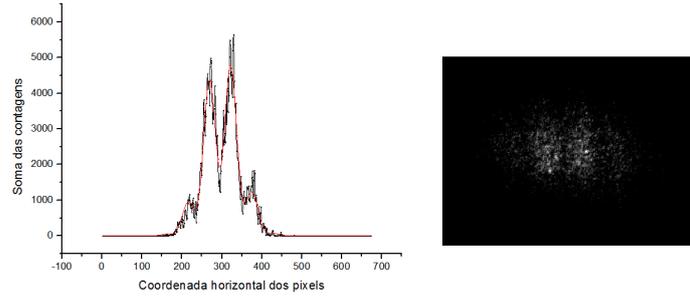


Figura 3.14: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 8cm entre os braços do interferômetro (direita).

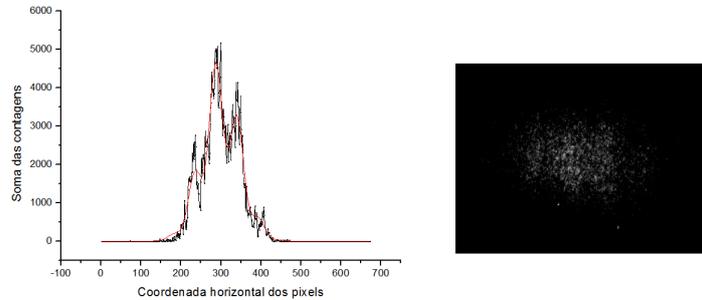


Figura 3.15: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 9cm entre os braços do interferômetro (direita).

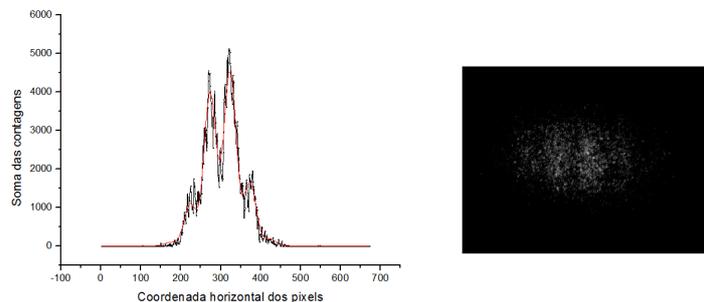


Figura 3.16: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 10cm entre os braços do interferômetro (direita).

3.4. RESULTADOS PRELIMINARES

no qual w , V , A , c , x_0 e Δx são parâmetros do ajuste. Trata-se de uma equação clássica de um padrão de interferência horizontal multiplicado por uma Gaussiana que, de acordo com os fabricantes, corresponde ao perfil transversal de intensidade do pump e do laser estimulador.

Os resultados das visibilidades obtidos através dos ajustes para as várias diferenças de caminho estão na tabela 3.1.

Diferença de caminho (cm)	Visibilidade
0	1
1	0,96
2	0,96
3	0,77
4	0,8
5	0,68
6	0,60
7	0,49
8	0,50
9	0,31
10	0,39

Tabela 3.1: Tabela das visibilidades retiradas dos ajustes das figuras 3.6 - 3.16.

As visibilidades foram plotados em um gráfico, e com ajuda do programa *OriginPro*, fizemos um ajuste Gaussiano no gráfico para estimarmos o comprimento de coerência da primeira geração. O gráfico ajustado está ilustrado na figura 3.17.

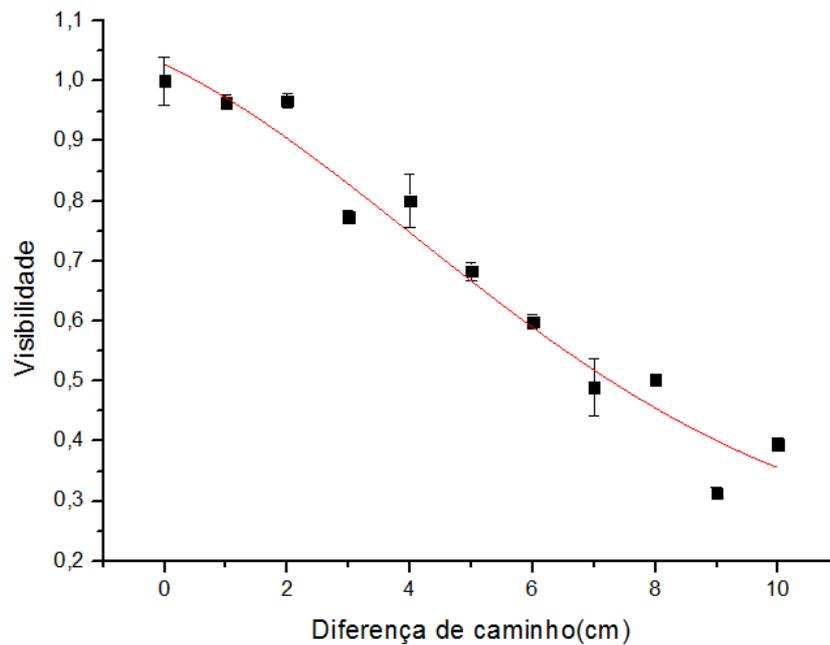


Figura 3.17: Gráfico das visibilidades em função da diferença de caminho para a primeira geração.

estímulo a segunda. L4 e L5 estão em uma configuração confocal, desta forma, o campo gerado pela CPDE no modo I_2 pode ser considerado uma onda plana de perfil transversal gaussiano durante toda sua propagação pelo interferômetro de Michelson.

O modo idler da primeira geração é bloqueado para que apenas o modo idler da segunda geração entre no interferômetro. O campo I_2 é refletido pelo espelho E5 que, a seguir, é dividido pelo divisor de feixes 50 : 50, BS. Os feixes refletidos e transmitidos incidem nos espelhos E6 e E7, respectivamente, com um ângulo de 0° e são superpostos no BS. O filtro de interferência FI é um filtro centrado em $792nm$ de banda passante de $20nm$ e seleciona os comprimentos de onda que chegam até a câmera. O padrão de interferência resultante da superposição é detectado pela câmera CCD. As franjas do padrão de interferência foram alinhadas para ficarem posicionadas longitudinalmente. Com o auxílio de um transladador podemos variar a distância do espelho E6 até o BS, desta forma, podemos alterar a diferença de caminho percorrido pelos feixes nos braços interferômetro.

Os padrões de interferência detectados pela câmera CCD foram tratados com a mesma rotina de *MathLab* que foi usada para a primeira geração. Os padrões de interferências juntamente com os ajustes, para as várias diferenças de caminho estão nas figuras 3.19 - 3.29.

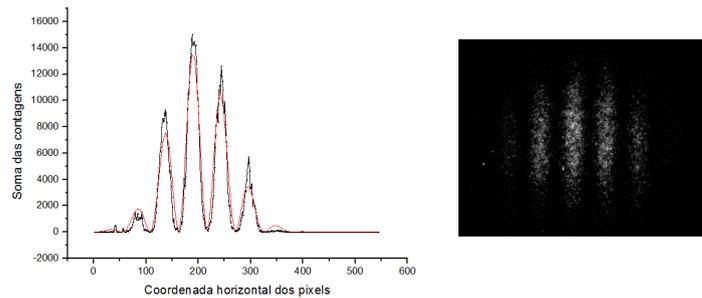


Figura 3.19: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de $0cm$ entre os braços do interferômetro (direita).

Os ajustes no *OriginPro* foram feitos de acordo com a equação (3.16) que é a equação do perfil de um padrão de interferência unidimensional para um feixe Gaussiano. Os resultados das visibilidades obtidos através dos ajustes para as várias diferenças de caminho estão na tabela 3.2.

As visibilidades foram distribuídas em um gráfico, em função da diferença de caminho entre os braços do interferômetro. Com ajuda do programa *OriginPro* fizemos um ajuste Gaussiano no gráfico para estimarmos o comprimento de coerência da primeira geração. O gráfico ajustado está ilustrado na figura 3.17.

A meia largura na meia altura da Gaussiana nos dá uma estimativa do comprimento de coerência do modo idler da segunda geração. De acordo com o ajuste ele é de $(6,35 \pm 0,06)cm$.

3.4. RESULTADOS PRELIMINARES

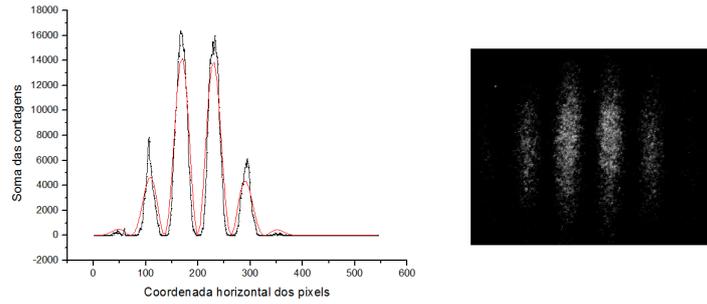


Figura 3.20: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 1cm entre os braços do interferômetro (direita).

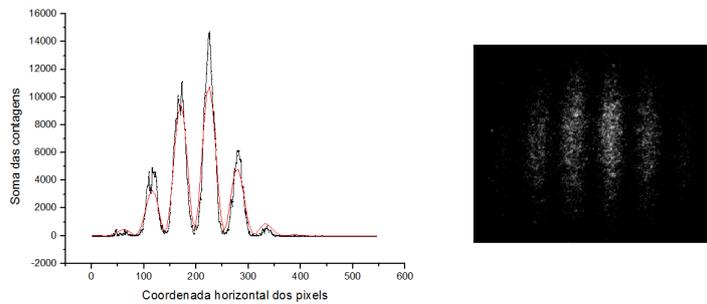


Figura 3.21: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 2cm entre os braços do interferômetro (direita).

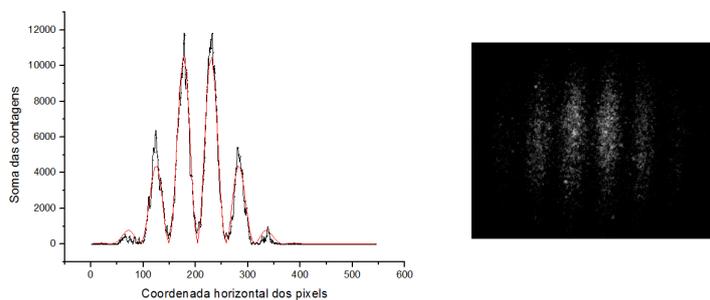


Figura 3.22: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 3cm entre os braços do interferômetro (direita).

3.4. RESULTADOS PRELIMINARES

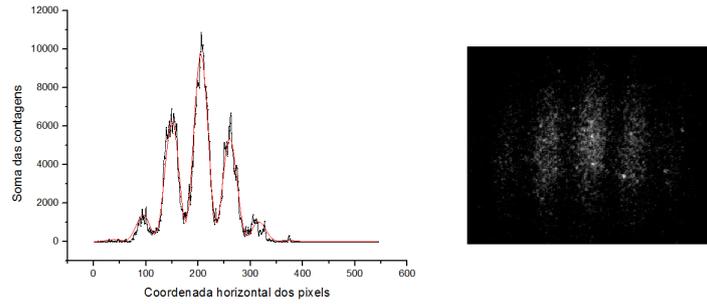


Figura 3.23: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 4cm entre os braços do interferômetro (direita).

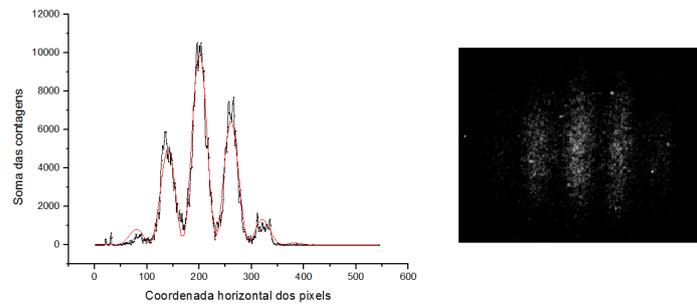


Figura 3.24: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 5cm entre os braços do interferômetro (direita).

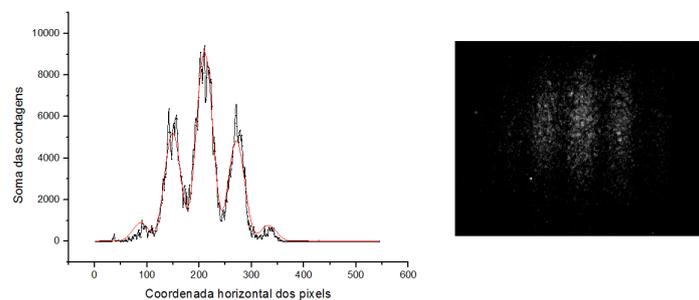


Figura 3.25: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 6cm entre os braços do interferômetro (direita).

3.4. RESULTADOS PRELIMINARES

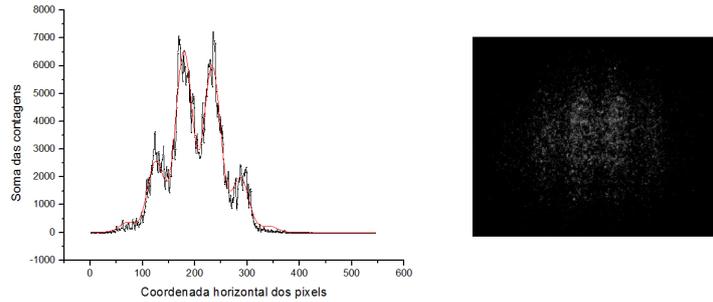


Figura 3.26: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 7cm entre os braços do interferômetro (direita).

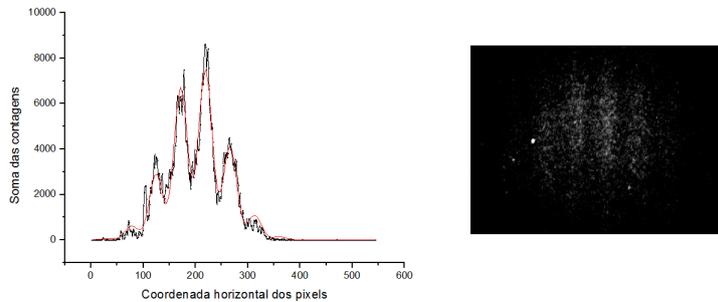


Figura 3.27: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 8cm entre os braços do interferômetro (direita).

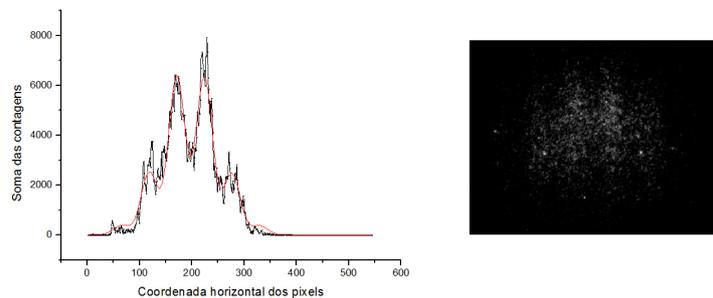


Figura 3.28: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 9cm entre os braços do interferômetro (direita).

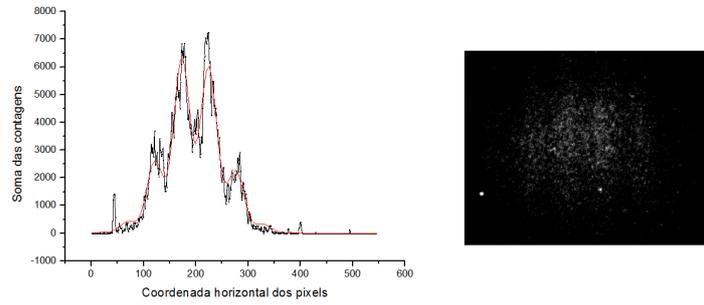


Figura 3.29: Soma das contagens dos pixels nas coordenadas verticais da câmera CCD que detecta os fótons na saída do interferômetro de Michelson em função da coordenada horizontal (esquerda). Imagem do padrão de interferência obtida pela CCD na saída do interferômetro de Michelson para uma diferença de caminho de 10cm entre os braços do interferômetro (direita).

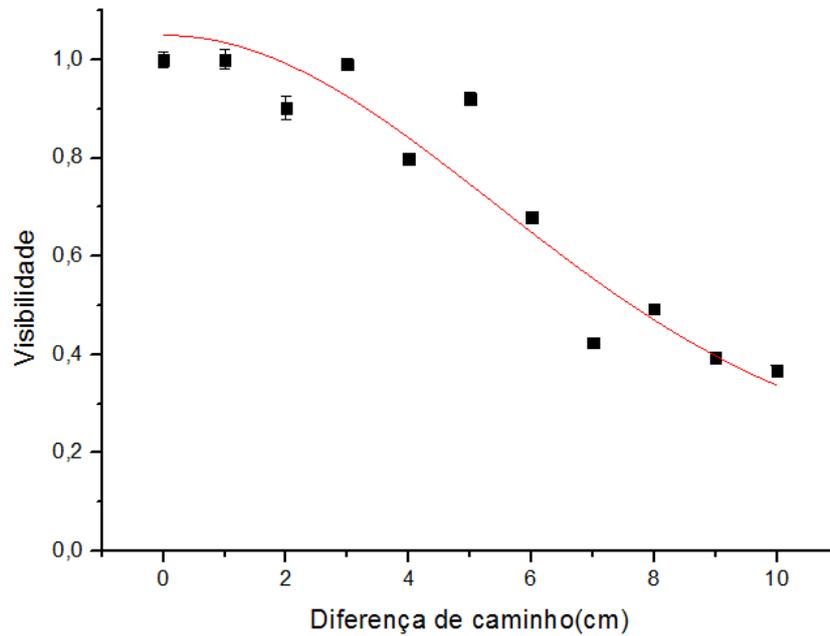


Figura 3.30: Gráfico das visibilidades em função da diferença de caminho para a segunda geração.

Diferença de caminho (cm)	Visibilidade
0	1
1	1
2	0,90
3	0,99
4	0,80
5	0,92
6	0,68
7	0,42
8	0,49
9	0,39
10	0,37

Tabela 3.2: Tabela das visibilidades retiradas dos ajustes das figuras 3.19 - 3.29.

Capítulo 4

Conclusão

O objetivo principal deste texto é rever formas de induzir coerência nos campos gerados pela CPD em dois cristais e elucidar como a coerência induzida pode ser explorada para a "formação de imagem com fótons não detectados". Primeiramente revemos o caso quântico, onde os autores utilizam uma fonte quântica de pares de fótons emaranhados. A visibilidade do padrão de interferência, que é responsável pelo contraste da imagem pode ser ajustado de acordo com o regime de ganho da CPD [32]. Esta técnica pode ser aplicada em inúmeras situações, entre elas podemos citar: imagens "Sub-Rayleigh" [20, 21] e imagem de fótons únicos com "luz estruturada" [33]. Diferentemente de outros processos já existentes como: as "imagens fantasmas" [34, 35], imagem direta [36] e imagem sem interação [25], este método não requer detecção de coincidências uma vez que apenas um fóton de cada par é detectado, sendo o outro descartado.

Posteriormente, propomos um experimento análogo utilizando campos clássicos provenientes da CPDE, inspirado em um esquema experimental de Herzog e colaboradores [37]. Assim como no caso quântico, esta técnica tem uma vantagem muito grande, se utilizarmos os fótons gerados pela CPDE não degenerados em frequência. Podemos incidir uma luz em um comprimento de onda no objeto e reconstruirmos a imagem do objeto detectando luz com outro comprimento de onda. Este fato pode ser explorado para otimizar o processo de imagem quando a luz que ilumina o objeto precisa ter uma frequência longe da banda de absorção do objeto. Em amostras biológicas, por exemplo, podemos iluminar amostra com luz infravermelha, evitando absorção excessiva e deterioração da amostra enquanto detectamos luz no visível, faixa do espectro na qual os detectores usualmente têm maior eficiência.

As potenciais aplicações futuras deste método são as mesmas do caso quântico, com exceção daquelas em que a amostra precisa ser iluminada por campos com estatísticas de fótons únicos. Uma grande vantagem do caso clássico diz respeito a objetos com baixa transmitância, diferentemente do experimento em [3], a visibilidade do padrão de interferência não é uma função linear da transmitância, desta forma, podemos conseguir imagens com alta resolução mesmo com objetos praticamente opacos. Para objetos de baixa transmissividade média, a relação sinal-ruído em um experimento clássico é maior do que em um esquema análogo que utiliza campos quânticos

[38].

Além disso, o interferômetro proposto no capítulo 3 é mais fácil de ser alinhado que o estudado no capítulo 2. Os fótons gerados pela CPDE têm um comprimento de coerência muito alto, se comparados com os da CPD, que têm comprimento de coerência determinado pelo inverso da largura de banda dos filtros de interferência dos detectores. Assim, com campos clássicos conseguimos reconstruir a imagem de objetos com grandes variações de espessura no seu perfil, o que seria impossível em [3]. No caso quântico, um pequeno desalinhamento entre os modos que se sobrepõem, gerando a indistinguibilidade, pode gerar uma queda brusca no grau de coerência induzido, podendo trazer instabilidade à montagem. Uma outra vantagem do experimento clássico com relação ao quântico é que, devido à sua alta intensidade, os campos clássicos são muito mais fáceis de serem detectados.

Neste trabalho, mostramos que o experimento de formação de imagem com fótons não detectados tem um análogo clássico, ou seja, podemos reproduzir um experimento com resultados semelhantes utilizando campos clássicos. Isto só é possível porque, assim como os estados emaranhados gerados na CPD em [3], os modos gerados na CPDE também têm um alto grau de correlação espacial e de fase. O único aspecto realmente quântico em [3] é que os autores conseguiram obter os perfis de intensidade e fase de um objeto detectando luz proveniente da CPD que nunca interagiu com ele, este fato não pode ser explicado pela física clássica.

Uma montagem inicial foi realizada onde a conversão paramétrica espontânea e estimulada foram demonstradas no aparato. Em seguida, caracterizamos as propriedades da coerência dos feixes gerados na CPDE medindo o comprimento de coerência com um interferômetro de Michelson.

Apêndice A

Teoria semi-clássica da conversão paramétrica descendente

Na CPD a luz interage com um material não linear sofrendo drásticas mudanças nas suas propriedades de momento e frequência. Este processo surge através de oscilações não lineares da polarização gerada por um campo eletromagnético. Ao expandir-se a polarização dentro do material em termos do campo elétrico da onda eletromagnética, os termos de maior ordem, chamados de não lineares, são normalmente muito menores que o termo linear, para fontes de luz convencionais [39–41].

Os processos não lineares eram pouco conhecidos antes da década de sessenta. Com invenção do laser, conseguimos campos eletromagnéticos coerentes e de altas intensidades, só então pudemos observar melhor os efeitos não lineares da polarização. O comportamento da polarização em função do campo eletromagnético depende da estrutura da rede cristalina do meio onde a luz se propaga, processos não lineares de segunda ordem ocorrem em materiais não centrossimétricos, ou seja, que não apresentam simetria de inversão.

A conversão paramétrica é amplamente utilizada como fonte coerente de infravermelho, neste caso como oscilador ou amplificador paramétrico. Contudo uma das aplicações mais interessantes da conversão paramétrica que conhecemos hoje é a geração de fótons emaranhados [42, 43]. O estudo de fótons emaranhados tem se mostrado de fundamental importância em problemas que relacionam de fundamentos da mecânica quântica [44, 45], assim como em protocolos de informação quântica, que utilizam estados emaranhados para transmissão e processamento de informação [46, 47].

A.1 Amplificação de ondas planas monocromáticas devido a uma interação não linear

A.1.1 A polarização de um meio não linear

Quando um átomo neutro é submetido a um campo elétrico observamos que seu núcleo é deslocado na direção do campo, enquanto sua nuvem eletrônica é deslocada em sentido oposto [48]. Se a intensidade deste campo for sufi-

cientemente alta, por exemplo, ele poderá arrancar elétrons de seu átomo, processo que chamamos de ionização. Para campos não tão intensos, esta distorção na distribuição de carga atômica, ou molecular, provoca a indução de momentos de dipolos microscópicos no meio. Desta forma, o material como um todo se torna polarizado; para meios dielétricos lineares representamos a polarização macroscópica como [49]:

$$\mathbf{P}(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}(t) , \quad (\text{A.1})$$

onde $\chi^{(1)}$ é o tensor susceptibilidade elétrica de primeira ordem do meio e ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo. Neste caso, a polarização do material é diretamente proporcional ao campo aplicado sobre ele. Mas, na natureza nem todos materiais exibem este comportamento. Em alguns materiais submetidos a campos com energia da mesma ordem de grandeza da energia de ligação atômica, observamos termos de maior ordem na polarização do meio, com relação ao campo eletromagnético. Para um material não linear a polarização é descrita por [39]:

$$\mathbf{P}(t) = \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}(t)}_{\mathbf{P}_l} + \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}^2(t) + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}^3(t) + \dots}_{\mathbf{P}_{nl}} , \quad (\text{A.2})$$

onde $\chi^{(2)}$ e $\chi^{(3)}$ são os tensores de susceptibilidades elétricas não lineares de segunda e terceira ordem [40], respectivamente. Nas equações acima, supomos que a polarização do meio depende apenas do campo elétrico instantâneo e que o material não tem perdas nem dispersão. Os tensores de susceptibilidade geralmente dependem da frequência, entretanto para um meio com resposta imediata devemos supor que eles são constantes.

Em um meio material dielétrico, as equações de Maxwell assumem a seguinte forma [49]:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 , \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 , \quad (\text{A.4})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \quad (\text{A.5})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} , \quad (\text{A.6})$$

considerando influências do campo elétrico na polarização apenas até segunda ordem, em um meio não magnético, as relações entre os campos principais e os auxiliares são:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}(t) + \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}(t) + \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}^2(t) , \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} . \quad (\text{A.8})$$

Tomando o rotacional de (A.5), temos:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (\text{A.9})$$

Qualquer função vetorial \mathbf{A} possui a seguinte propriedade [50]:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}, \quad (\text{A.10})$$

para um meio sem cargas livres, temos que $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, assim, a equação (A.9) se torna:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (\text{A.11})$$

das equações (A.6) e (A.8), temos:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(2)}}{\partial t^2} \quad \therefore, \quad (\text{A.12})$$

onde $\mathbf{P}^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}^2(t)$ é o termo de polarização não linear de segunda ordem.

Um campo eletromagnético de uma onda plana monocromática, propagando na direção $\hat{\mathbf{z}}$, pode ser escrito da seguinte forma [14]:

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{0n}(z) e^{i(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{z} - \omega_n t)} + c.c., \quad (\text{A.13})$$

onde \mathbf{k}_n é o vetor de onda. Supomos o caso em que três diferentes campos, que usualmente chamamos de feixe de bombeamento, sinal e complementar (em inglês *pump*, *signal* e *idler*) ($n = p, s, i$), com características de ondas planas monocromáticas, interagem com um meio não linear, conforme na figura A.1:

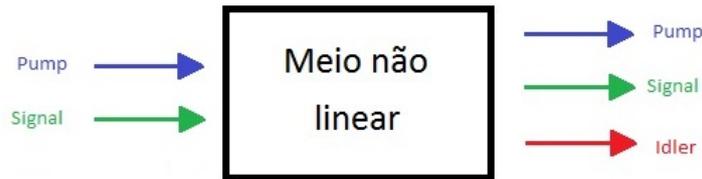


Figura A.1: Ilustração de três ondas planas monocromáticas interagindo com um cristal não linear.

De acordo com o princípio da superposição, campo total é dado pela soma total dos campos individuais dos três modos [14]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t), \quad (\text{A.14})$$

Para $n = p, s, i$, a polarização não linear de segunda ordem provocada pela interação deste campo com o material dielétrico, que geralmente é um cristal, é dada pela equação (A.2). Além dos termos de geração de segundo harmônico (GSH) e de soma de frequências (GSF) a polarização tem termos extras:

$$\mathbf{P}^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} (\mathbf{E}_i^* (\mathbf{r}, t) \mathbf{E}_p (\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_s^* (\mathbf{r}, t) \mathbf{E}_p (\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_s (\mathbf{r}, t) \mathbf{E}_i (\mathbf{r}, t) + c.c) + GSH + GSF. \quad (\text{A.15})$$

A seguir, substituímos a equação (A.15) em (A.12), sem levar em conta os processos de geração de segundo harmônico e de soma de frequências. De acordo com a equação (A.12) temos três equações para os campos pump, signal e idler:

$$\left(\nabla^2 - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E}_p + c.c = \mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}_i \mathbf{E}_s + c.c., \quad (\text{A.16})$$

$$\left(\nabla^2 - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E}_s + c.c. = \mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}_i^* \mathbf{E}_p + c.c., \quad (\text{A.17})$$

$$\left(\nabla^2 - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E}_i + c.c. = \mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}_s^* \mathbf{E}_p + c.c.. \quad (\text{A.18})$$

Como podemos ver em (A.16 - A.18), a equação de onda para uma determinada frequência é diretamente proporcional ao produto dos campos elétricos das outras duas frequências. Logo, podemos dizer que estas equações são equações diferenciais não-lineares de segunda ordem [39]. Para simplificarmos os cálculos trocamos os tensores de susceptibilidades por uma susceptibilidade efetiva, que é um escalar de acordo com as condições propostas em [39, 40].

A.1.2 A variação das amplitudes das ondas ao se propagarem por um cristal não linear

Para o caso de ondas planas monocromáticas se propagando na direção \hat{z} (A.13), temos de (A.16)-(A.18):

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}_{0p}}{\partial z^2} + 2ik_p \frac{\mathbf{E}_{0p}}{\partial z} - k_p^2 + \mu_0 \epsilon \omega_p^2 \right) e^{i(k_p z - \omega_p t)} = -\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} (\omega_s + \omega_i)^2 \mathbf{E}_i \mathbf{E}_s, \quad (\text{A.19})$$

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}_{0s}}{\partial z^2} + 2ik_s \frac{\mathbf{E}_{0s}}{\partial z} - k_s^2 + \mu_0 \epsilon \omega_s^2 \right) e^{i(k_s z - \omega_s t)} = -\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} (\omega_p - \omega_i)^2 \mathbf{E}_i^* \mathbf{E}_p, \quad (\text{A.20})$$

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}_{0i}}{\partial z^2} + 2ik_i \frac{\mathbf{E}_{0i}}{\partial z} - k_i^2 + \mu_0 \epsilon \omega_i^2 \right) e^{i(k_i z - \omega_i t)} = -\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} (\omega_p - \omega_s)^2 \mathbf{E}_s^* \mathbf{E}_p. \quad (\text{A.21})$$

As equações podem ser simplificadas, pois: $k_n = \frac{\omega_n}{v_n}$ e $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon}}$. Portando o terceiro e o quarto termo entre parênteses, na primeira parte das equações (A.19 - A.21) se anulam. Dividindo a equação (A.19) por $e^{i(k_p z - \omega_p t)}$, a (A.20) por $e^{i(k_s z - \omega_s t)}$ e a equação (A.21) $e^{i(k_i z - \omega_i t)}$. Neste ponto, também utilizaremos uma aproximação, onde supomos que:

$$\left| \frac{\partial^2 \mathbf{E}_{0n}}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_n \frac{\mathbf{E}_{0n}}{\partial z} \right|, \quad (\text{A.22})$$

em inglês, esta aproximação é chamada de *slow varying envelope amplitude approximation* que é válida quando assumimos que amplitude do envelope da onda varia pouco, enquanto ela percorre distâncias da ordem do seu comprimento de onda. Neste limite, as equações (A.19 - A.21) ficam:

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{0p}}{\partial z} = \frac{-\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} (\omega_s + \omega_i)^2}{2ik_p} \mathbf{E}_{0s} \mathbf{E}_{0i} e^{i((-k_p + k_s + k_i)z - (-\omega_p + \omega_s + \omega_i)t)}, \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{0s}}{\partial z} = \frac{-\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} (\omega_p - \omega_i)^2}{2ik_s} \mathbf{E}_{0i} \mathbf{E}_{0p} e^{i((k_p - k_s - k_i)z - (\omega_p - \omega_s - \omega_i)t)}, \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{0i}}{\partial z} = \frac{-\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} (\omega_p - \omega_s)^2}{2ik_i} \mathbf{E}_{0s} \mathbf{E}_{0p} e^{i((k_p - k_i - k_s)z - (\omega_p - \omega_i - \omega_s)t)}. \quad (\text{A.25})$$

A.2 Condição de casamento de fase

Em um ponto de vista dos *quantas* de luz, na CPD, um fóton do pump interage com o meio não linear e transforma nos fótons signal e idler. Este é um processo que nem sempre respeita a conservação de energia, portanto:

$$\Delta E = \hbar\omega_p - \hbar\omega_s - \hbar\omega_i. \quad (\text{A.26})$$

O momento, também, nem sempre é conservado. Definimos então, o que chamamos de dessintonia de fase:

$$\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i. \quad (\text{A.27})$$

Para o caso onde todas as ondas se propagam na direção $\hat{\mathbf{z}}$, a equação toma a forma escalar:

$$\Delta k = k_p - k_s - k_i. \quad (\text{A.28})$$

A.2.1 A amplificação paramétrica dos campos e suas intensidades

Supomos que o meio não linear seja um cristal de tamanho L , que se estende de $z = 0$ até $z = L$. As equações (A.23 - A.25) podem ser integradas ao longo de todo material, já levando em conta a conservação de energia e (A.28):

$$\mathbf{E}_{0p} = \frac{-\mu_0\epsilon_0\chi^{(2)}(\omega_s + \omega_i)^2}{2ik_s} \mathbf{E}_{0i}\mathbf{E}_{0s} \int_0^L e^{-i\Delta kz} dz, \quad (\text{A.29})$$

$$\mathbf{E}_{0s} = \frac{-\mu_0\epsilon_0\chi^{(2)}(\omega_p - \omega_i)^2}{2ik_s} \mathbf{E}_{0i}\mathbf{E}_{0p} \int_0^L e^{i\Delta kz} dz, \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{E}_{0i} = \frac{-\mu_0\epsilon_0\chi^{(2)}(\omega_p - \omega_s)^2}{2ik_i} \mathbf{E}_{0s}\mathbf{E}_{0p} \int_0^L e^{i\Delta kz} dz. \quad (\text{A.31})$$

Com a condição que: $\mathbf{E}_{0s}(z=0) = 0$ e supondo que as amplitudes dos campos pump e idler não variam enquanto eles se propagam pelo material, temos que a amplitude do campo signal após a interação é:

$$\mathbf{E}_{0s}(z=L) = \frac{-\mu_0\epsilon_0\chi^{(2)}\omega_s^2}{2k_s} \mathbf{E}_{0i}\mathbf{E}_{0p} \frac{e^{i\Delta kL} - 1}{\Delta k}. \quad (\text{A.32})$$

Para o campo idler, considerando que as amplitudes do pump e do signal não variam e $\mathbf{E}_{0i}(z=0) = 0$, obtemos:

$$\mathbf{E}_{0i}(z=L) = \frac{-\mu_0\epsilon_0\chi^{(2)}\omega_i^2}{2k_i} \mathbf{E}_{0s}\mathbf{E}_{0p} \frac{e^{i\Delta kL} - 1}{\Delta k}. \quad (\text{A.33})$$

Vale ressaltar que na primeira situação supomos que $\mathbf{E}_{0s}(z=0) = 0$, mas precisamos necessariamente que $\mathbf{E}_{0i}(z=0) \neq 0$. Analogamente para a geração do campo idler supomos $\mathbf{E}_{0i}(z=0) = 0$ com $\mathbf{E}_{0s}(z=0) \neq 0$. Para uma teoria semi-clássica, se tomarmos simultaneamente $\mathbf{E}_{0s}(z=0) = 0$ e $\mathbf{E}_{0i}(z=0) = 0$, teríamos que as amplitudes dadas pelas equações (A.32) e (A.33) seriam identicamente nulas, por este motivo este processo é chamado de amplificação paramétrica [51]. Logo, por meio desta abordagem, não podemos desenvolver uma teoria eletromagnética clássica para a conversão paramétrica descendente espontânea [52], onde apenas um modo do campo eletromagnético, o pump, interage com o cristal. Este caso será estudado mais detalhadamente no apêndice B.

Tomando o módulo ao quadrado dos campos (A.32) e (A.33), podemos obter as intensidades dos campos ao deixarem o cristal [14]:

$$\begin{aligned} I_s(z=L) &= \left(\frac{\mu_0\epsilon_0\chi^{(2)}\omega_s^2 L}{2k_s} E_{0i}E_{0p} \right)^2 \left(\frac{e^{i\Delta kL} - 1}{\Delta kL} \right) \left(\frac{e^{-i\Delta kL} - 1}{\Delta kL} \right) \\ &= \left(\frac{\mu_0\epsilon_0\chi^{(2)}\omega_s^2 L}{2k_s} E_{0i}E_{0p} \right)^2 2 \left(\frac{1 - \cos(\Delta kL)}{(\Delta kL)^2} \right) \\ &= \left(\frac{\mu_0\epsilon_0\chi^{(2)}\omega_s^2 L}{2k_s} E_{0i}E_{0p} \right)^2 \frac{\text{sen}^2(\Delta kL/2)}{(\Delta kL/2)^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Analogamente, para o campo idler:

$$I_i(z = L) = \left(\frac{\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} \omega_i^2 L}{2k_i} E_{0s} E_{0p} \right)^2 \frac{\text{sen}^2(\Delta k L / 2)}{(\Delta k L / 2)^2}. \quad (\text{A.35})$$

As intensidades são dadas em unidades de energia por unidade área por intervalo de tempo. Nestas equações podemos ver dois parâmetros que influenciam na intensidade na conversão paramétrica descendente: a não linearidade efetiva do meio presente através do termo $\chi^{(2)}$ e a variação de vetor de onda (momento linear a menos de uma constante) no processo Δk . Como podemos observar no gráfico da função $\text{sinc}^2(\alpha)$ na figura (A.2), a intensidade é máxima para $\Delta k = 0$, *i. e.*, quando há conservação de momento, esta condição é chamada de casamento de fase ou *phase matching*.

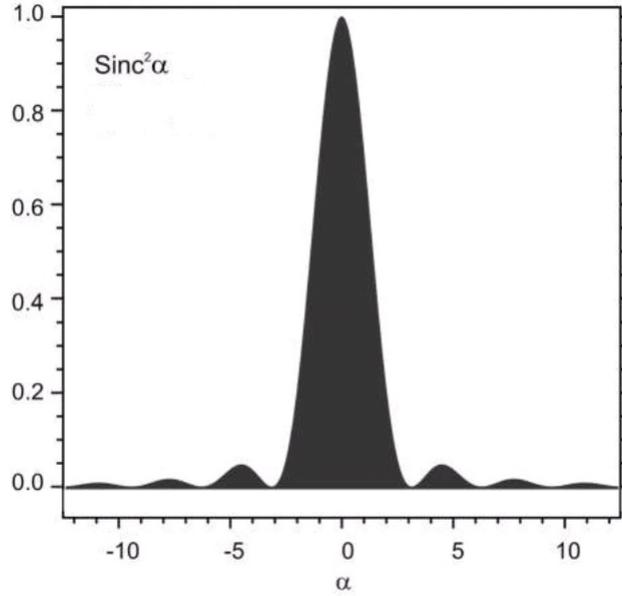


Figura A.2: Gráfico da função $\text{sinc}^2\alpha$, onde $\alpha = \Delta k L / 2$. (Figura retirada de www.amstechnologies.com)

Em um ponto de vista ondulatório, durante o processo não linear, os campos são criados em diferentes pontos localizados, cada um propagando com sua própria velocidade de fase. Estes campos são criados ao longo de todo material, então, as componentes criadas em cada ponto se superpõem gerando interferência que geralmente é destrutiva, tornando desprezível o resultado da interação não linear, mesmo envolvendo campos intensos. Para os casos onde a condição de *phase matching* é respeitada, os campos criados em cada ponto do cristal estão em fase, logo, temos uma interferência construtiva entre eles [53]. Desta maneira conseguimos aumentar de forma mais efetiva as amplitudes dos campos signal e idler.

A.2.2 Tipos de casamento de fase

Levando em conta a dispersão do meio e a birrefringência, existem duas maneiras de atingirmos o casamento de fase determinado por $\Delta k = 0$ [53], representado pela figura abaixo:

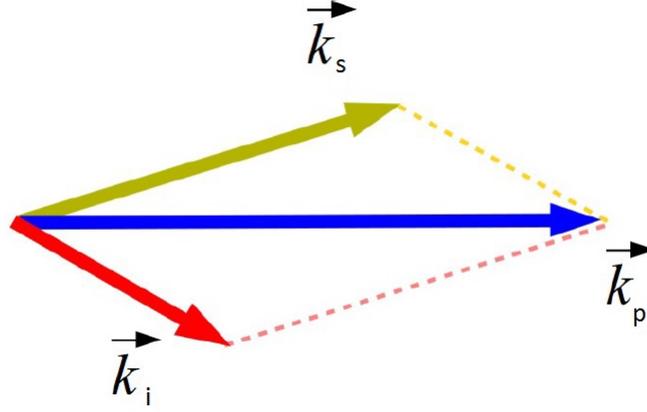


Figura A.3: Representação vetorial do casamento de fase.

- Na condição de casamento de fase tipo I, os campos signal e idler são gerados com polarização ortogonal ao laser de bombeio, na forma de cones com eixos de simetria na direção de propagação do pump.
- No casamento de fase tipo II, os campos gerados tem polarização ortogonal entre si, sendo que um deles tem a mesma polarização do pump. Neste caso os fótons são gerados em dois cones secantes.

A figura A.4 mostra uma ilustração dos casamentos de fase tipo I e II.

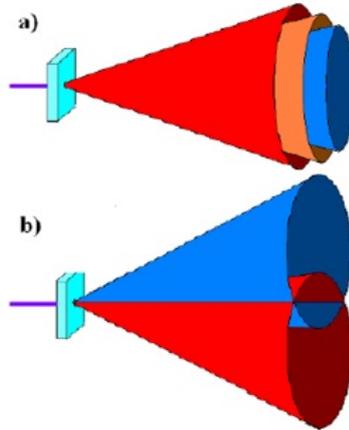


Figura A.4: Desenho do casamento de fase tipo I (a) e tipo II (b). Imagem obtida de [4]

Para o caso colinear, a conservação de momento é descrita por (A.28). Em um meio dispersivo, temos a seguinte relação para o módulo do vetor de onda [54]:

$$k_n = \frac{n(\omega_n)\omega_n}{c}, \quad (\text{A.36})$$

o que implica:

$$n(\omega_p)\omega_p = n(\omega_s)\omega_s + n(\omega_i)\omega_i = n(\omega_s)\omega_s + (\omega_p - \omega_s)n(\omega_i) . \quad (\text{A.37})$$

já levando em conta a conservação de energia, segue que:

$$\omega_p(n(\omega_p) - n(\omega_i)) = \omega_s(n(\omega_s) - n(\omega_i)) . \quad (\text{A.38})$$

Considerando que $\omega_p > \omega_i > \omega_s$, em um meio isotrópico com dispersão positiva temos que: $n(\omega_p) > n(\omega_i) > n(\omega_s)$, portanto $n(\omega_p) - n(\omega_i) > 0$ e $n(\omega_s) - n(\omega_i) < 0$. Desta forma, não é possível haver casamento de fase colinear para um meio isotrópico [41]. Neste caso, é necessário apelar para a birrefringência, onde o índice de refração não depende apenas da frequência angular do campo, ele também depende da polarização do mesmo. Por isso, em alguns casos, o casamento de fase é chamado de casamento de índice.

Uma outra possível solução seria apelar para meios com dispersão anômala: onde para $\omega_p > \omega_i > \omega_s$ temos $n(\omega_p) < n(\omega_i) < n(\omega_s)$. Porém, de acordo com a relação de Kramers-Kronig [49, 55] a dispersão anômala é sempre acompanhada de absorção, o que torna o processo de CPD inviável [39].

A.3 A relação de Manley-Rowe

Se repetirmos os mesmos procedimentos das equações (A.34) e (A.35) para a intensidade do pump, após uma manipulação algébrica das equações (A.23 - A.25) e considerando (A.26), obtemos o importante resultado:

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{\partial I_s}{\partial z} = \frac{1}{\omega_i} \frac{\partial I_i}{\partial z} = -\frac{1}{\omega_p} \frac{\partial I_p}{\partial z} . \quad (\text{A.39})$$

Nesta relação podemos ver explicitamente a troca de energia entre os modos. Esta equação é chamada de relação de Manley-Rowe, ela foi derivada primeiramente a partir da conservação de energia em circuitos elétricos não lineares [56] e depois estendida para outros campos, incluindo a ótica não linear [57]. Podemos também, obter uma expressão equivalente para os fótons envolvidos no processo, utilizando a expressão para a intensidade de cada modo em função do número de fótons [53]:

$$I_n(z) = \frac{N_n(z) \hbar \omega_n v}{S} , \quad (\text{A.40})$$

onde $N_n(z)$ é o número de fótons do modo n cruzando a superfície S , com velocidade v , por unidade de tempo. Como esta equação é válida para todos os modos ($n = p, s, i$) a partir de (A.39), temos que a variação nos números de fótons dos campos se relacionam da seguinte forma:

$$\frac{\partial N_s}{\partial z} = \frac{\partial N_i}{\partial z} = -\frac{\partial N_p}{\partial z} \quad (\text{A.41})$$

i. e., a cada fóton do campo do pump que é destruído, um do signal e um do idler são criados. Vale ressaltar que esta equação (A.41) está de acordo com a equação (A.26).

Apêndice B

Teoria quântica da CPD

Na teoria clássica da CPD podemos observar a amplificação dos campos sinal e idler a partir da interação do pump com um meio não linear, assim como fazer um estudo sobre a condição de casamento de fase. Embora nesta abordagem possamos conjecturar, com algumas aproximações, a intensidade em função da distância propagada no meio, o resultado que há de mais interessante na CPD não pode ser obtido classicamente.

O que torna a luz proveniente da CPD tão explorada é o emaranhamento, que é um aspecto exclusivo de luz quântica, portanto só podemos entender como isto acontece com uma abordagem quântica. Outro aspecto importante, é que é possível gerar os pares de fótons sinal e idler introduzindo apenas o feixe de bombeio (pump) no cristal, fenômeno conhecido como conversão paramétrica descendente espontânea, que é previsto apenas no tratamento quântico. Neste ponto de vista, um fóton do pump interage com o meio não linear e se transforma em dois fótons de menor energia, sinal e idler. Estes fótons são criados simultaneamente, por este motivo são chamados de fótons gêmeos, e guardam entre si uma correlação temporal [58, 59].

Da polarização não linear do meio podemos obter o hamiltoniano de interação da CPD espontânea. Considerando a energia desta interação muito menor que a energia da interação do campo com o meio polarizado linearmente, podemos utilizar teoria quântica de perturbação dependente do tempo [60]. Desta forma, veremos como os campos sinal e idler são amplificados de flutuações no estado de vácuo. Para o caso onde a energia é conservada podemos representar este processo pela figura B.1:

B.1 O hamiltoniano de interação da CPD

B.1.1 A polarização não linear e a energia do campo

Em um meio dielétrico não linear, a componente $\hat{\mathbf{i}}$ do termo de menor ordem da polarização não linear, pode ser escrita como [49]:

$$P_i^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') E_j(\mathbf{r}, t - t') E_k(\mathbf{r}, t - t''), \quad (\text{B.1})$$

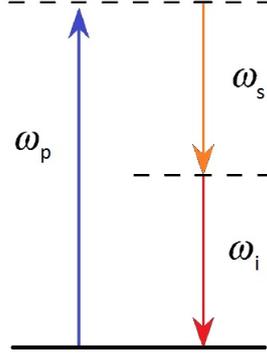


Figura B.1: Diagrama que representa a conservação de energia na CPD.

onde $\chi_{ijk}^{(2)}(t', t'')$ é a componente da susceptibilidade de segunda ordem do meio, E_j e E_k são as componentes dos campos elétricos das ondas presentes no meio.

De acordo com teorema de Poynting [55], a energia do campo eletromagnético em um meio é dada por:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{r} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) , \quad (\text{B.2})$$

onde a integral se estende sobre todo volume \mathcal{V} do meio não linear e os campos \mathbf{D} e \mathbf{H} são dados pelas equações (A.7) e (A.8). Para um meio dielétrico e não magnético a contribuição na energia do produto escalar dos campos \mathbf{B} e \mathbf{H} é desprezível, portanto:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{r} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} . \quad (\text{B.3})$$

Considerando a influência da polarização até segunda ordem, de acordo com (A.7), podemos dividir este Hamiltoniano em dois termos: um termo que leva em conta a interação linear e outro, de menor ordem de grandeza, referente à polarização não linear.

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{\mathcal{H}}_I , \quad (\text{B.4})$$

logo, temos que o hamiltoniano de interação não linear é dado por:

$$\hat{\mathcal{H}}_I = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{r} \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}_j(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{E}_k(\mathbf{r}, t - t'') . \quad (\text{B.5})$$

A relação entre $\chi_{ijk}^{(2)}(t', t'')$ e $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_s, \omega_i)$ é dada pela transformada de Fourier, que usamos para substituir o domínio do tempo pelo domínio da frequência angular, da seguinte forma:

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega = \omega_s + \omega_i) = \int_0^\infty \int_0^\infty dt' dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') e^{-i(\omega_s t' + \omega_i t'')} . \quad (\text{B.6})$$

B.2 A conversão paramétrica descendente espontânea

B.2.1 Operadores campo elétrico para a onda eletromagnética

Em uma abordagem quântica, podemos descrever uma onda plana como operador que é a soma de dois operadores campo, um de frequência positiva e outro de frequência negativa [8, 61]:

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) + \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t), \quad (\text{B.7})$$

onde os operadores campos elétricos $\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t)$ e $\hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t)$, são funções dos operadores aniquilação (\hat{a}) e criação (\hat{a}^\dagger) de excitações do campo eletromagnético (fótons), com vetor de onda \mathbf{k} e polarização $\mathbf{k}\varepsilon$, dadas por:

$$\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \sum_{\mathbf{k}, \varepsilon} \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}, \varepsilon} l_{\mathbf{k}, \varepsilon} \hat{a}_{\mathbf{k}, \varepsilon} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (\text{B.8})$$

$$\hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) = \left[\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \right]^\dagger = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \sum_{\mathbf{k}, \varepsilon} (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}, \varepsilon})^* l_{\mathbf{k}, \varepsilon}^* \hat{a}_{\mathbf{k}, \varepsilon}^\dagger e^{i(-\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t)}, \quad (\text{B.9})$$

onde: \mathcal{V} é o volume delimitado pelo meio não linear, $\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}, \varepsilon}$ é o vetor unitário que indica a direção de polarização do campo, de vetor de onda \mathbf{k} e polarização ε , a constante de normalização $l_{\mathbf{k}, \varepsilon}$, vale:

$$l_{\mathbf{k}, \varepsilon} = i \sqrt{\frac{\hbar \omega(\mathbf{k}, \varepsilon)}{2\epsilon_0 n^2(\mathbf{k}, \varepsilon)}}, \quad (\text{B.10})$$

Com o operador campo dado por (B.7)-(B.9), o hamiltoniano clássico (B.5) se torna [58, 62]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_I &= \frac{1}{2\mathcal{V}^{\frac{3}{2}}} \sum_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s} \sum_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i} \sum_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} l_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s}^* l_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i}^* l_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} \hat{a}_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} e^{i(\omega_i + \omega_s - \omega_p)t} \\ &\quad \times \chi_{ijk}^{(2)} (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s})_i^* (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i})_j^* (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p})_k \\ &\quad \times \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{r} e^{-i(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_p) \cdot \mathbf{r}} + c.h., \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

onde fizemos: $\chi_{ijk} = \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_p) + \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_i) + \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_s)$.

Como podemos observar na equação (B.11), o hamiltoniano que representa a CPD é diretamente proporcional aos operadores $\hat{a}_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p}$, *i. e.*, ele descreve a possibilidade de um fóton do pump ser destruído criando os fótons signal e idler.

B.2.2 O estado dos fótons criados na CPD

Na representação de Schödinger, podemos obter a evolução temporal de um estado quântico através de um operador que representa uma transformação unitária [60, 63]. Considerando o tempo inicial da interação sendo $t_0 = 0$, temos a transformação:

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U}(t) |\Psi(0)\rangle . \quad (\text{B.12})$$

O operador unitário $\hat{U}(t)$ se relaciona com o hamiltoniano da seguinte maneira:

$$\hat{U}(t) = e^{\frac{1}{i\hbar} \int_0^t \mathcal{H}(t') dt'} . \quad (\text{B.13})$$

Se o pump é fraco o suficiente de forma que o tempo de interação seja menor que o tempo médio entre duas conversões, podemos fazer uma expansão em séries de potência para (B.12) e manter apenas os termos com dois fótons:

$$\hat{U}(t) = \mathbb{1} + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t \mathcal{H}(t') dt' + \dots , \quad (\text{B.14})$$

nesta equação está explícita apenas a expansão até primeira ordem, que representa a aniquilação de um fóton do pump e a geração do signal e do idler, enquanto o termo da identidade representa uma certa probabilidade de que a CPD não ocorra. Do hamiltoniano da CPD dado pela equação (B.11), temos que a integral $\int_0^t \mathcal{H}(t') dt'$, vale [9]:

$$\begin{aligned} \int_0^t \mathcal{H}(t') dt' &= \frac{t}{2\mathcal{V}^{\frac{3}{2}}} \sum_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s} \sum_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i} \sum_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} l_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s}^* l_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i}^* l_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} \hat{a}_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} e^{i(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2} \\ &\times \frac{\text{sen}((\omega_i + \omega_s - \omega_p)t/2)}{(\omega_i + \omega_s - \omega_p)t/2} \chi_{ijk}^{(2)} (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s})_i^* (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i})_j^* (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p})_k \\ &\times \prod_{m=i,j,k} \left[\frac{\text{sen}((\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m l_m/2)}{(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m l_m/2} \right] e^{-i(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_p) \cdot \mathbf{r}_0} + c.h. , \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

onde cada l_m representa uma dimensão do cristal não linear e \mathbf{r}_0 a origem do sistema de coordenadas. Aplicando o operador que representa a evolução temporal no estado de vácuo, temos:

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U} |\Psi(0)\rangle = \left[\mathbb{1} + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t \mathcal{H}(t') dt' \right] |\psi_{vac}\rangle_{s,i} , \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle &= |\psi_{vac}\rangle_{s,i} + \frac{t}{2i\hbar V^{\frac{3}{2}}} \sum_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s} \sum_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i} \sum_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} l_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s}^* l_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i}^* l_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} \chi_{ijk}^{(2)} \\
&\times \frac{\text{sen}((\omega_i + \omega_s - \omega_p)t/2)}{(\omega_i + \omega_s - \omega_p)/2} (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s})_i^* (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i})_j^* (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p})_k e^{i(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2} \\
&\times \prod_{m=i,j,k} \left[\frac{\text{sen}((\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m l_m/2)}{(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m/2} \right] e^{-i(k_s + k_i - k_p)\mathbf{r}_0} \\
&\times v_p(\mathbf{k}_p) |\mathbf{k}_s, \varepsilon_s\rangle |\mathbf{k}_i, \varepsilon_i\rangle, \tag{B.17}
\end{aligned}$$

onde $|\mathbf{k}_s, \varepsilon_s\rangle$ e $|\mathbf{k}_i, \varepsilon_i\rangle$ representam um fóton no estado de coerente dos modos signal e idler [8]. $v_p(\mathbf{k}_p)$ é a amplitude clássica do pump. Neste tratamento o campo do feixe de bombeamento é considerado um campo clássico coerente, que é autoestado do operador aniquilação, portanto a destruição de um fóton do feixe de bombeio não altera o seu estado. Logo, o operador aniquilação do modo do pump foi substituído por sua amplitude clássica na equação B.11.

De acordo com [62, 64], podemos simplificar o estado dos pares de fótons realizando as seguintes aproximações:

- O tempo de interação é suficientemente grande, de forma que podemos assumir que $\text{sinc}\left(\frac{(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t}{2}\right)$ seja relevante apenas quando $\omega_s + \omega_i = \omega_p$.
- Os campos pump, signal e idler são aproximadamente monocromáticos.
- Os valores de $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega)$ variam lentamente com a frequência e podemos considerar eles constantes.
- O pump se propaga sobre eixo z e cristal está centrado na origem ($\mathbf{r}_0 = 0$), o cristal é suficientemente grande e pode cobrir todo perfil transversal do feixe.
- Os campos são observados somente em pontos próximos ao eixo z , ou seja, considerando apenas os casos em que $|\mathbf{q}| \ll |\mathbf{k}|$.
- Podemos aproximar os somatórios em \mathbf{k} por integrais: $\sum_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{\mathbf{k}}$
- A dimensão z do cristal é suficientemente pequena (aproximação de cristal fino).

Assim, a integral do Hamiltoniano se torna:

$$\int_0^t \mathcal{H}(t') dt' = \eta \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{q}_s \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{q}_i v_p(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_s) \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_i), \tag{B.18}$$

onde η é uma constante que absorve todas as constantes. Nesta aproximação todos os efeitos de birrefringência foram desprezados [65–67]. Utilizando a equação (B.18) a equação (B.17) fica de seguinte forma:

$$|\Psi\rangle = |vac\rangle_{s,i} + \eta \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{q}_s \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{q}_i v_p(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) |1\mathbf{q}_s\rangle |1\mathbf{q}_i\rangle, \tag{B.19}$$

$$\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle &= |v(\omega_s)\rangle_s |\psi_{vac}\rangle_i + \frac{1}{i\hbar V^{\frac{3}{2}}} \sum_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s} \sum_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i} \sum_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} l_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s}^* l_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i}^* l_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p} \chi^{(2)}(\omega_p, \omega_s, \omega_i) \\
&\times \frac{\text{sen}((\omega_i + \omega_s - \omega_p)t/2)}{(\omega_i + \omega_s - \omega_p)/2} (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s})_i^* (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_i, \varepsilon_i})_j^* (\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}_p, \varepsilon_p})_k \\
&\times \prod_{m=i,j,k} \left[\frac{\text{sen}((\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m l_m/2)}{(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_p)_m / 2} \right] e^{-i(k_s + k_i - k_p)\mathbf{r}_0} \\
&\times v_p(\omega_p) |\mathbf{k}_i, \varepsilon_i\rangle \hat{a}_{\mathbf{k}_s, \varepsilon_s}^\dagger |v(\omega_s)\rangle . \tag{B.21}
\end{aligned}$$

Apêndice C

Teoria de coerência e coerência induzida

C.1 Coerência temporal e funções de correlação

De acordo com o princípio da superposição, que para ondas monocromáticas é representado pela equação (A.14), o campo elétrico resultante é a soma de todos os campos presentes no ponto \mathbf{r} no tempo t . Ao calcularmos a intensidade de uma sobreposição de duas ondas planas em um certo ponto, o resultado não é apenas a soma das duas intensidades, observamos uma dependência em relação à diferença de fase dos campos, presente no termo cruzado. Este termo é chamado de termo de interferência e depende de propriedades de coerência da luz.

Fontes de luz reais não são perfeitamente monocromáticas. Na prática, os campos que conseguimos produzir que mais se aproximam deste tipo de radiação têm uma pequena banda de frequência, em torno de um máximo central. Fazemos uma análise de coerência clássica e de forma mais simplificada, para uma onda plana quase monocromática com largura de frequência $\Delta\omega$. Em um experimento de interferência, como por exemplo: fenda dupla, interferômetro de Michelson ou Mach-Zehnder; observamos franjas de interferência se [14]:

$$\Delta l \leq \frac{c}{\Delta\omega}, \quad (\text{C.1})$$

onde Δl é a diferença de caminho percorrido pelos feixes de luz que interferem. Fora desse regime, a fase relativa entre os campos flutua de maneira aleatória, de forma que ela tem uma média temporal nula. Definimos o comprimento de coerência longitudinal e o tempo de coerência da luz:

$$l_c = \frac{c}{\Delta\omega} \quad \text{e} \quad \Delta\tau_c = \frac{l_c}{c} = \frac{1}{\Delta\omega}. \quad (\text{C.2})$$

Em uma abordagem mais elaborada, podemos quantificar a coerência da luz a partir de algumas correlações existentes entre os feixes que estão interferindo. As propriedades de coerência devem ser analisadas por meio de

técnicas matemáticas utilizadas no estudo de flutuações em processos estocásticos [69]. Assim, podemos estabelecer os diferentes tipos de luz usando como critério o seu grau de coerência. As chamadas funções de correlação podem ser utilizadas para estudar a coerência de campos clássicos e quânticos [8].

C.1.1 Função correlação de primeira ordem

Para duas fontes independentes de luz, definimos a função de correlação de primeira ordem como:

$$\Gamma_{12}^{(1)}(\tau) = \langle E_1^*(t) E_2(t + \tau) \rangle, \quad (\text{C.3})$$

onde a média temporal é dada por:

$$\Gamma_{12}^{(1)}(\tau) = \langle E_1^*(t) E_2(t + \tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt_1 E_1^*(t) E_2(t + \tau), \quad (\text{C.4})$$

e da definição da função de correlação para os campos, introduzimos o grau de coerência:

$$\gamma_{12}^{(1)}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}^{(1)}(\tau)}{\Gamma_{12}^{(1)}(0)} = \frac{\langle E_1^*(t) E_2(t + \tau) \rangle}{\langle E_1^*(t) E_2(t) \rangle}, \quad (\text{C.5})$$

assumindo que os campos são estacionários, *i. e.*, as funções de correlação para os campos não dependem do tempo inicial onde o período T é avaliado, e considerando que T é muito maior que o tempo destas flutuações.

Para campos quânticos o valor da função de correlação é dado pela regra de Born [61]:

$$\Gamma_{12}^{(1)}(\tau) = \langle \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_2^{(+)} \rangle = \text{Tr} \left[\hat{\rho} \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_2^{(+)} \right]. \quad (\text{C.6})$$

De acordo com a função de correlação de primeira ordem podemos definir a luz como:

$$\begin{aligned} |\gamma_{12}^{(1)}(\tau)| &= 1, && \text{coerente} \\ 1 &< |\gamma_{12}^{(1)}(\tau)| < 0, && \text{parcialmente coerente} \\ |\gamma_{12}^{(1)}(\tau)| &= 0, && \text{incoerente.} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

A correlação de primeira ordem está relacionada diretamente com a visibilidade do padrão de interferência e com a probabilidade de detecção de um fóton [70]. De acordo com a definição de Rayleigh para a visibilidade das franjas:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (\text{C.8})$$

onde:

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}^{(1)}(\tau)| \quad \text{e} \quad I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}^{(1)}(\tau)|, \quad (\text{C.9})$$

portanto, a visibilidade do padrão de interferência se torna:

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}^{(1)}(\tau)|}{I_1 + I_2}. \quad (\text{C.10})$$

Mais especificamente, para o caso em que os feixes que interferem têm a mesma intensidade, temos: $V = |\gamma_{12}^{(1)}(\tau)|$, portanto, neste caso, a visibilidade do padrão de interferência é igual ao módulo do grau de coerência.

C.1.2 Função correlação de segunda ordem

Como vimos na subseção anterior (C.1.1), a função correlação de primeira ordem pode nos fornecer informação sobre a largura de banda de frequência de um feixe de luz ou determinar seu grau de coerência. Todavia, ela não nos diz nada sobre as propriedades estatísticas da luz, ou seja, experimento que exploram esta correlação não são capazes de distinguir estados com diferentes distribuições estatísticas de fótons [5].

Nos anos cinquenta, dois astrofísicos: Hanbury-Brown e Twiss (HBT), estavam interessados em medir o diâmetro de estrelas. Para realizar tal façanha, eles construíram um interferômetro de intensidade, desta forma, puderam medir correlações nas flutuações das intensidades [71]. O esquema experimental deles, conhecido como interferômetro de Brown-Twiss consistia em um feixe de luz incidindo em um divisor de feixes, com um detector em cada saída do divisor, conforme na figura(C.1).

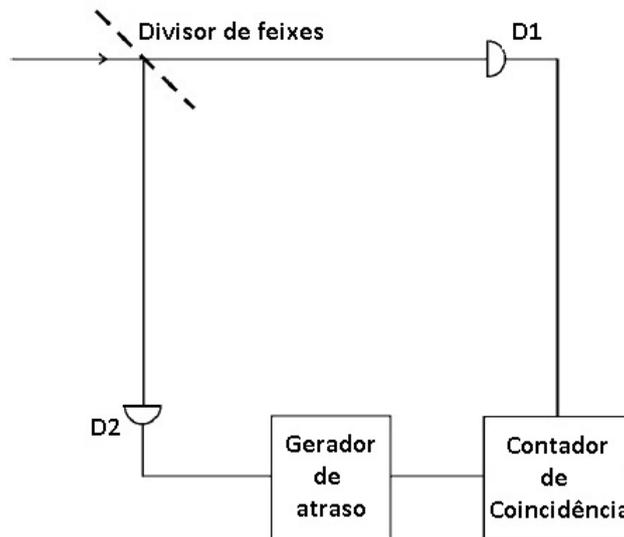


Figura C.1: Esquema experimental de Hanbury-Brown e Twiss. A frente de onda incide em um divisor de feixes 50/50 que atingem dois detectores. Em um detector, adicionamos um gerador de atraso acoplado a um contador que registra as coincidências. Retirada de [5].

Este setup mede a taxa de coincidências quando um fóton chega em um detector em um tempo t e o outro chega no outro detector em um tempo $t + \tau$.

Se τ , o tempo de atraso, é menor que o tempo de coerência τ_c , podemos obter algumas informações sobre a estatísticas dos fótons que chegam no divisor de feixes. Das intensidades dos feixes incidentes, obtemos a função correlação de segunda ordem:

$$\begin{aligned} \gamma_{12}^{(2)}(\tau) &= \frac{\langle I(t) I(t + \tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} \\ &= \frac{\langle \hat{E}_1^\dagger(t) \hat{E}_2^\dagger(t + \tau) \hat{E}_1(t) \hat{E}_2(t + \tau) \rangle}{\langle \hat{E}_1^\dagger(t) \hat{E}_2^\dagger(t) \hat{E}_1(t) \hat{E}_2(t) \rangle} \end{aligned} \tag{C.11}$$

Para o caso da CPD, esta função está relacionada com distribuição estatística dos fótons e a probabilidade de detecção em coincidência dos fótons gêmeos nos dois detectores [9, 59].

Referências Bibliográficas

- [1] X. Y. Zou, L. J. Wang, and L. Mandel. Induced coherence and indistinguishability in optical interference. *Phys. Rev. Lett.*, 67:318–321, Jul 1991.
- [2] Z. Y. Ou, L. J. Wang, X. Y. Zou, and L. Mandel. Coherence in two-photon down-conversion induced by a laser. *Phys. Rev. A*, 41:1597–1601, Feb 1990.
- [3] Gabriela Barreto Lemos, Victoria Borish, Garrett D. Cole, Sven Rameelow, Radek Lapkiewicz, and Anton Zeilinger. Quantum imaging with undetected photons. *Nature*, 512:409–412, Aug 2014.
- [4] Wanderson Maia Pimenta. Tomografia experimental de estados quânticos implementação de tomografia mínima. Master’s thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.
- [5] C. Gerry and P. Knight. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, 2005.
- [6] L. Mandel. Coherence and indistinguishability. *Opt. Lett.*, 16(23):1882–1883, Dec 1991.
- [7] L. J. Wang, X. Y. Zou, and L. Mandel. Induced coherence without induced emission. *Phys. Rev. A*, 44:4614–4622, Oct 1991.
- [8] L. Mandel and E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995.
- [9] Chung Ki Hong. *Investigation of Two-Photon Correlation Effects in Parametric Down-Conversion*. PhD thesis, The University Of Rochester., 1988.
- [10] Z. Y. Ou, L. J. Wang, and L. Mandel. Vacuum effects on interference in two-photon down conversion. *Phys. Rev. A*, 40:1428–1435, Aug 1989.
- [11] Z. Y. Ou, L. J. Wang, X. Y. Zou, and L. Mandel. Evidence for phase memory in two-photon down conversion through entanglement with the vacuum. *Phys. Rev. A*, 41:566–568, Jan 1990.
- [12] L. J. Wang, X. Y. Zou, and L. Mandel. Observation of induced coherence in two-photon downconversion. *J. Opt. Soc. Am. B*, 8(5):978–980, May 1991.

- [13] X. Y. Zou, L. J. Wang, and L. Mandel. Induced coherence and indistinguishability in optical interference. *Phys. Rev. Lett.*, 67:318–321, Jul 1991.
- [14] G.R. Fowles. *Introduction to Modern Optics*. Dover Books on Physics. Dover Publications, 2012.
- [15] Paulo Henrique Souto Ribeiro. *Estudo de Propriedades da Coerência da Luz Produzida na Conversão Paramétrica Descendente*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 1995.
- [16] E D Lopaeva, I Ruo Berchera, S Olivares, G Brida, I P Degiovanni, and M Genovese. A detailed description of the experimental realization of a quantum illumination protocol. *Physica Scripta*, 2014(T160):014026, 2014.
- [17] Vincent Boyer, Alberto M. Marino, Raphael C. Pooser, and Paul D. Lett. Entangled images from four-wave mixing. *Science*, 321(5888):544–547, 2008.
- [18] Katherine Wagner, Jiri Janousek, Vincent Delaubert, Hongxin Zou, Charles Harb, Nicolas Treps, Jean François Morizur, Ping Koy Lam, and Hans A. Bachor. Entangling the spatial properties of laser beams. *Science*, 321(5888):541–543, 2008.
- [19] Ivan F. Santos, J. G. Aguirre-Gómez, and S. Pádua. Comparing quantum imaging with classical second-order incoherent imaging. *Phys. Rev. A*, 77:043832, Apr 2008.
- [20] Ivan F. Santos, Leonardo Neves, G. Lima, C. H. Monken, and S. Pádua. Generation and detection of magnified images via illumination by entangled photon pairs. *Phys. Rev. A*, 72:033802, Sep 2005.
- [21] Ivan F. Santos, M. A. Sagiore, C. H. Monken, and S. Pádua. Resolution and apodization in images generated by twin photons. *Phys. Rev. A*, 67:033812, Mar 2003.
- [22] G. Brida, M. V. Chekhova, G. A. Fornaro, M. Genovese, E. D. Lopaeva, and I. Ruo Berchera. Systematic analysis of signal-to-noise ratio in bipartite ghost imaging with classical and quantum light. *Phys. Rev. A*, 83:063807, Jun 2011.
- [23] A Gatti, E Brambilla, L A Lugiato, and M Kolobov. Quantum aspects of imaging. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 2(2):196, 2000.
- [24] L A Lugiato, A Gatti, and E Brambilla. Quantum imaging. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 4(3):S176, 2002.
- [25] Andrew G. White, Jay R. Mitchell, Olaf Nairz, and Paul G. Kwiat. “interaction-free” imaging. *Phys. Rev. A*, 58:605–613, Jul 1998.

- [26] Alessandra Gatti, Enrico Brambilla, and Luigi Lugiato. Chapter 5 quantum imaging. volume 51 of *Progress in Optics*, pages 251 – 348. Elsevier, 2008.
- [27] Reuben S Aspden, Daniel S Tasca, Robert W Boyd, and Miles J Padgett. Epr-based ghost imaging using a single-photon-sensitive camera. *New Journal of Physics*, 15(7):073032, 2013.
- [28] H.M Wiseman and K Mølmer. Induced coherence with and without induced emission. *Physics Letters A*, 270(5):245 – 248, 2000.
- [29] M. Horne. *Experimental Metaphysics*, volume 1. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [30] T. P. Grayson and G. A. Barbosa. Spatial properties of spontaneous parametric down-conversion and their effect on induced coherence without induced emission. *Phys. Rev. A*, 49:2948–2961, Apr 1994.
- [31] Mayukh Lahiri, Radek Lapkiewicz, Gabriela Barreto Lemos, and Anton Zeilinger. Theory of quantum imaging with undetected photons. *Phys. Rev. A*, 92:013832, Jul 2015.
- [32] Mikhail I Kolobov, Enno Giese, Samuel Lemieux, Robert Fickler, and Robert W Boyd. Controlling induced coherence for quantum imaging. *Journal of Optics*, 19(5):054003, 2017.
- [33] Halina Rubinsztein-Dunlop, Andrew Forbes, M V Berry, M R Dennis, David L Andrews, Masud Mansuripur, Cornelia Denz, Christina Alpmann, Peter Banzer, Thomas Bauer, Ebrahim Karimi, Lorenzo Marrucci, Miles Padgett, Monika Ritsch-Marte, Natalia M Litchinitser, Nicholas P Bigelow, C Rosales-Guzmán, A Belmonte, J P Torres, Tyler W Neely, Mark Baker, Reuven Gordon, Alexander B Stilgoe, Jacqueline Romero, Andrew G White, Robert Fickler, Alan E Willner, Guodong Xie, Benjamin McMorran, and Andrew M Weiner. Roadmap on structured light. *Journal of Optics*, 19(1):013001, 2017.
- [34] T. B. Pittman, D. V. Strekalov, D. N. Klyshko, M. H. Rubin, A. V. Sergienko, and Y. H. Shih. Two-photon geometric optics. *Phys. Rev. A*, 53:2804–2815, Apr 1996.
- [35] Reuben S Aspden, Daniel S Tasca, Robert W Boyd, and Miles J Padgett. Epr-based ghost imaging using a single-photon-sensitive camera. *New Journal of Physics*, 15(7):073032, 2013.
- [36] Ayman F. Abouraddy, Patrick R. Stone, Alexander V. Sergienko, Bahaa E. A. Saleh, and Malvin C. Teich. Entangled-photon imaging of a pure phase object. *Phys. Rev. Lett.*, 93:213903, Nov 2004.
- [37] T. J. Herzog, J. G. Rarity, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. Frustrated two-photon creation via interference. *Phys. Rev. Lett.*, 72:629–632, Jan 1994.

- [38] Jeffrey H. Shapiro, Dheera Venkatraman, and Franco N. C. Wong. Classical imaging with undetected photons. *Scientific Reports*, 5(10329), 2015.
- [39] R.W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Elsevier Science, 2013.
- [40] Y.R. Shen. *The principles of nonlinear optics*. Wiley classics library. Wiley-Interscience, 2003.
- [41] R.L. Sutherland. *Handbook of Nonlinear Optics*. Optical Science and Engineering. Taylor & Francis, 2003.
- [42] Paul G. Kwiat, Klaus Mattle, Harald Weinfurter, Anton Zeilinger, Alexander V. Sergienko, and Yanhua Shih. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4337–4341, Dec 1995.
- [43] Paul G. Kwiat, Edo Waks, Andrew G. White, Ian Appelbaum, and Philippe H. Eberhard. Ultrabright source of polarization-entangled photons. *Phys. Rev. A*, 60:R773–R776, Aug 1999.
- [44] Z. Y. Ou and L. Mandel. Violation of bell’s inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 61:50–53, Jul 1988.
- [45] Y. H. Shih and C. O. Alley. New type of einstein-podolsky-rosen-bohm experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion. *Phys. Rev. Lett.*, 61:2921–2924, Dec 1988.
- [46] Charles H. Bennett and Stephen J. Wiesner. Communication via one- and two-particle operators on einstein-podolsky-rosen states. *Phys. Rev. Lett.*, 69:2881–2884, Nov 1992.
- [47] Artur K. Ekert. Quantum cryptography based on bell’s theorem. *Phys. Rev. Lett.*, 67:661–663, Aug 1991.
- [48] D.J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Pearson Education, 2014.
- [49] J.D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, 1998.
- [50] M.L. Boas. *Mathematical Methods in the Physical Sciences*. Wiley, 2005.
- [51] R. Loudon. *The Quantum Theory of Light*. OUP Oxford, 2000.
- [52] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, and C. Cohen-Tannoudji. *Introduction to Quantum Optics: From the Semi-classical Approach to Quantized Light*. Cambridge University Press, 2010.
- [53] M. Fox. *Quantum Optics: An Introduction*. Oxford Master Series in Physics. OUP Oxford, 2006.

- [54] M. Born, E. Wolf, A.B. Bhatia, D. Gabor, A.R. Stokes, A.M. Taylor, P.A. Wayman, and W.L. Wilcock. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, 2000.
- [55] A. Zangwill. *Modern Electrodynamics*. Modern Electrodynamics. Cambridge University Press, 2013.
- [56] J. M. Manley and H. E. Rowe. Some general properties of nonlinear elements-part i. general energy relations. *Proceedings of the IRE*, 44(7):904–913, July 1956.
- [57] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Phys. Rev.*, 127:1918–1939, Sep 1962.
- [58] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.*, 59:2044–2046, Nov 1987.
- [59] C. K. Hong and L. Mandel. Theory of parametric frequency down conversion of light. *Phys. Rev. A*, 31:2409–2418, Apr 1985.
- [60] L.E. Ballentine. *Quantum Mechanics: A Modern Development*. World Scientific, 1998.
- [61] J. Garrison and R. Chiao. *Quantum Optics*. OUP Oxford, 2014.
- [62] S.P. Walborn, C.H. Monken, S. Pádua, and P.H. Souto Ribeiro. Spatial correlations in parametric down-conversion. *Physics Reports*, 495:87–139, 2010.
- [63] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe. *Quantum Mechanics*. Number v. 1 in Quantum Mechanics. Wiley, 1991.
- [64] C. H. Monken, P. H. Souto Ribeiro, and S. Pádua. Transfer of angular spectrum and image formation in spontaneous parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, 57:3123–3126, Apr 1998.
- [65] Alexandre Gutenberg da Costa Moura. Propagação de feixes eletromagnéticos em cristais birrefringentes uniaxiais. Master’s thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2003.
- [66] Alexandre Gutenberg da Costa Moura. *Propriedades espaciais e de frequência e um estudo da pureza e fidelidade do estado quântico gerado na conversão paramétrica descendente em cristais uniaxiais*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.
- [67] Nadja K. Bernardes, A.G. da Costa Moura, and C.H. Monken. Purity and entanglement of two-photon polarization states generated by spontaneous parametric down-conversion. *Optics Communications*, 282(9):1830 – 1836, 2009.

- [68] P. H. Souto Ribeiro, S. Pádua, and C. H. Monken. Image and coherence transfer in the stimulated down-conversion process. *Phys. Rev. A*, 60:5074–5078, Dec 1999.
- [69] J.W. Goodman. *Statistical Optics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2015.
- [70] Roy J. Glauber. The quantum theory of optical coherence. *Phys. Rev.*, 130:2529–2539, Jun 1963.
- [71] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. Correlation between Photons in two Coherent Beams of Light. *Nature*, 177(4497):27–29, January 1956.