

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA**

TULIO VIEGAS BICALHO RESENDE

**ESTIMAÇÃO DO ERRO DE ENSAIO DE PENEIRAMENTO DE MINÉRIO DE
FERRO**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

**BELO HORIZONTE
2014**

TULIO VIEGAS BICALHO RESENDE

**ESTIMAÇÃO DO ERRO DE ENSAIO DE PENEIRAMENTO DE MINÉRIO DE
FERRO**

Monografia apresentada ao Programa de Pós -
Graduação do Departamento de Estatística da
Universidade Federal de Minas Gerais como
parte integrante dos requisitos para obtenção
do título de Especialista em Estatística.

Orientador: Prof. Roberto da Costa Quinino

BELO HORIZONTE
2014

Resende, Tulio Viegas Bicalho.

Estimação do Erro de Ensaio Peneiramento de Minério de Ferro/ Tulio Viegas Bicalho Resende. 2014.

Orientador: Prof. Roberto da Costa Quinino

Monografia de Especialização – Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós Graduação do Departamento de Estatística, 2014.

Bibliografia: 1 Ensaio de Peneiramento; 2 Variância dos Erros Amostragem.

RESUMO

Neste trabalho desenvolveu-se um método de estimação da variância do erro do ensaio de peneiramento. Este foi verificado na caracterização do limite superior de especificação de amostras de minério de ferro. Os resultados foram utilizados no cálculo do intervalo de confiança para os percentuais de fragmentos menores que a tela superior de especificação. Foi determinado o coeficiente de efetividade de peneiramento, razão entre o número de apresentações dos fragmentos à tela da peneira e o número de oscilações do sistema, a partir da lei da probabilidade total e da probabilidade de passagem de fragmentos por uma tela de peneira. Considerando-se a distribuição granulométrica dos produtos testados, verificou-se que o tempo de ensaio poderia ser reduzido para determinar o percentual de fragmentos passantes à tela de especificação.

.

ABSTRACT

In this work it was developed a method for estimating the variance of the sieving test error to the upper specification limit of an iron ore product. The results allowed the calculation of the confidence interval for the percentage of material finer than the upper screen limit. Those were applied for estimating the effectiveness coefficient of screening, which is the ratio between particle presentations to passage and number of oscillations during the material flow on screen surface. This estimation was based on the law of total probability and the particle size distribution of feed. Considering the size distribution of the products tested the results have shown that the time could be reduced in determining the percentage of material finer than the upper specification screen.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fluxograma de divisão do lote para ensaio de granulometria.....	11
Figura 2: Distribuição granulométrica média dos produtos amostrados	14

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros dos amostradores obtidos a partir da ABNT 3082 para 99,5 % de precisão.....	10
Tabela 2: Massa necessária para a obtenção do erro fundamental de amostragem aproximadamente igual.....	11
Tabela 3: Variâncias dos erros relativos calculados	14
Tabela 4: Cálculo do número de apresentações necessárias à obtenção do percentual de material passante igual aquele do limite inferior do intervalo de confiança do valor esperado de passante do HTV.....	15
Tabela 5: Cálculo do número de apresentações necessárias à obtenção do percentual de material passante igual aquele do limite inferior do intervalo de confiança do valor esperado de passante do HTP	15
Tabela 6: Número de apresentações necessárias à obtenção do limite inferior do intervalo de confiança da medida	16

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO.....	3
2.1	Apuração do Erro do Ensaio de Peneiramento	7
2.2	Probabilidade de Passagem na Peneira	8
2.3	Teorema da Probabilidade Total	9
3	MATERIAIS E MÉTODOS	10
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	14
5	DISCUSSÕES FINAIS.....	17
6	REFERÊNCIAS	18

1 INTRODUÇÃO

Ferro é extraído na natureza como minério, tendo como formas mais importantes a magnetita e a hematita. Dentre outras aplicações a sua principal utilização é como matéria prima na produção de aço (MACHADO, 2006). Estimulada pela forte demanda das aciarias chinesas, a produção de minério de ferro atingiu o patamar de 1,6 bilhões de toneladas em 2009. Fazendo deste o segundo maior mercado mundial de *commodity* em valor, atrás apenas do petróleo (INDIAN COMMODITY EXCHANGE, 2013).

A caracterização dos produtos de minério de ferro é obtida com a determinação de parâmetros químicos, físicos ou metalúrgicos. Sendo o teor de ferro elementar e a caracterização granulométrica os mais importantes. O primeiro por ser aquele que determina o preço final de venda e o segundo por definir a aplicabilidade do produto: *sínter-feed* para a sinterização, *pellet-feed* para pelotização e granulados naturais para altos-fornos.

A determinação dos parâmetros de qualidade dos produtos de minério de ferro demanda a obtenção de porções analíticas para a representação de bateladas que detêm até milhares de toneladas. A formação dessas porções passa por estágios de redução da massa e do tamanho das partículas. Essa sequência de redução de massa e cominuição, para a obtenção de uma alíquota representativa, é a amostragem. Sendo a etapa efetivamente mais importante para qualquer controle de qualidade, uma vez que os resultados analíticos estão baseados no teor da amostra (GY, 2004).

Os procedimentos de amostragem, baseados em seleções probabilísticas, e os ensaios caracterizadores são operações geradoras de erros (PITARD, 1993). Minkkinen (2004) afirma que estes erros da seleção da amostra podem ser até 100 vezes maiores que aqueles da etapa de caracterização. No entanto um viés na delimitação, extração e seleção das partículas pode ser diagnosticado na distribuição da granulometria dos produtos. A existência de anisotropias na densidade do fluxo de particulados faz com que determinadas faixas de tamanho sejam coletadas em detrimento de outras. Nesse sentido a caracterização granulométrica de amostras distingue-se, por ser onde os desvios da amostragem correta ocasionam maior viés nos resultados (GY, 1992). Fazendo deste ensaio um sensor da qualidade da amostragem, desde que o processo de caracterização esteja controlado e o erro seja conhecido.

Grigorieff, Costa e Koppe (2004) estudaram a influência dos protocolos de preparação de amostras de carvão mineral na determinação do erro global de estimação. Os autores

compararam a precisão dos resultados de análise do teor de cinzas de amostras que passaram por preparações diferentes com os erros previstos pela teoria da amostragem de Gy (1992). Neste método as amplitudes dos pares de amostras supostamente idênticas forneceram a precisão da característica de qualidade apurada. O erro previsto foi estimado para cada um dos protocolos de preparação adotados. Considerando-se que para ensaios de caracterização granulométrica por peneiramento não há a redução de massa na obtenção da alíquota de ensaio. O erro de preparação de amostras pode ser desconsiderado e os demais erros previstos pela teoria de Gy (1992) rearranjados para que a variância do erro de ensaio de caracterização por peneiramento seja obtida.

O objetivo deste trabalho é estabelecer um método de verificação da variância do erro do ensaio de peneiramento e garantir o seu papel de verificador da qualidade da amostragem.

2 REVISÃO

Um lote L de materiais granulados é homogêneo quando a proporção de um componente de interesse a_L está perfeitamente distribuída, isto é para qualquer unidade U tem-se o teor de qualquer componente idêntico ao teor do lote, $a_U \equiv a_L$. Considera-se um lote consistindo-se de uma população de N_F fragmentos não correlacionados, uma massa total M_L e uma massa média dos fragmentos representada por $M_{\bar{i}} = M_L N_F^{-1}$. A heterogeneidade h_i de cada fragmento individual de acordo com Gy (1992) é definida como o seguinte:

$$h_i = \frac{(a_i - a_L)}{a_L} \frac{M_i}{M_{\bar{i}}} = N_F \frac{(a_i - a_L)}{a_L} \frac{M_i}{M_L} \quad (1)$$

A heterogeneidade do lote L de N_F fragmentos foi definida como a variância da distribuição de h_i (PITARD, 1993):

$$\sigma^2 (h_i) = \frac{1}{N_F} \sum_i h_i^2 = N_F \sum_i \left[\frac{(a_i - a_L)}{a_L} \right]^2 \left[\frac{M_i}{M_L} \right]^2 \quad (2)$$

onde $i = 1, 2 \dots N_F$

A variância $\sigma^2 (h_i)$ rigorosamente é a variância relativa de a_i , tendo em vista a divisão por a_L . Sendo uma propriedade intrínseca da matéria da qual o lote é constituído, esta variância relativa da população de fragmentos não correlacionados foi denominada heterogeneidade de constituição, CH_L . Contudo esta última é aplicável apenas para uma população finita de unidades, pois o cálculo demanda o conhecimento do número total de fragmentos. Como aproximação utiliza-se a heterogeneidade invariante, HI_L , que é independente do tamanho do lote (PITARD, 1993):

$$HI_L = CH_L M_{\bar{i}} = \frac{1}{M_L} \sum_i \left[\frac{(a_i - a_L)}{a_L} \right]^2 M_i^2 \quad (3)$$

A heterogeneidade invariante de uma determinada classe granulométrica de interesse é calculada pela seguinte aproximação (GY, 1992):

$$HI_L \approx \frac{(1 - 2a_{Lc})}{2a_{Lc}} M_{FLc} + \sum_k M_{FLk} a_{Lk} \quad (4)$$

em que,

M_{FLC} é a massa do fragmento médio da classe de interesse, cuja heterogeneidade invariante deseja-se estimar;

a_{LC} é a proporção da classe de interesse;

k é a representação de cada uma das classes de fragmentos médios F_{Lk} que caracterizam a distribuição granulométrica do produto;

F_{Lk} é o fragmento médio de cada uma das classes k ;

M_{FLk} é a massa do fragmento médio das classes k ;

a_{Lk} é a proporção de cada uma das frações das classes k ;

A massa média dos fragmentos é obtida com as seguintes aproximações:

$$M_{FLC} = f\rho d_{FLC}^3 \quad M_{FLk} = f\rho d_{FLk}^3 \quad (5)$$

em que,

f é o fator de forma adimensional, obtido empiricamente por Gy (1992) como 0,5 ;

ρ é a massa específica;

d_{FLC} é o tamanho do fragmento médio da classe de interesse;

d_{FLk} é o tamanho do fragmento médio em cada uma das k classes;

Segundo Gy (1992) para uma amostragem correta as sete condições listadas devem ser simultaneamente atendidas:

- I. deve haver uma probabilidade P uniforme de seleção de todos os fragmentos do lote L para constituir o incremento;
- II. a velocidade do cortador de fluxo do amostrador não pode ser superior a 0,6 m /s e deve permanecer constante na coleta dos incrementos;
- III. a abertura do cortador de fluxo do amostrador deve ser igual a pelo menos 3 vezes o tamanho da partícula mais grosseira ou 10 mm para valores menores, além disso os lados do cortador devem estar perfeitamente paralelos ou radiais quando o caso;
- IV. a integridade da amostra selecionada deve ser preservada durante todo o processo;
- V. a seleção dos fragmentos do lote deve ocorrer independentemente, essa condição ideal é atendida com lote o mais homogêneo possível para minimizar as correlações espaciais entre os grupos de fragmentos;
- VI. os intervalos de coleta dos incrementos são pequenos o suficiente para minimizar os efeitos de variabilidade do processo produtivo;
- VII. o esquema de amostragem é escolhido respeitando as oscilações periódicas do processo produtivo.

O erro fundamental da amostragem FSE é definido como aquele que ocorre quando as condições listadas de I a VII são atendidas na seleção de uma amostra. Este erro é gerado apenas pela heterogeneidade de constituição CH_L e tem este nome por ser um erro da amostragem que nunca pode ser eliminado, mesmo em condições ideais, o erro fundamental denota o limite um físico. A variância deste erro é definida pela seguinte relação:

$$\sigma^2(FSE) = \frac{1-P}{P} \sum_i \left[\frac{(\alpha_i - \alpha_L)}{\alpha_L} \right]^2 \left[\frac{M_i}{M_L} \right]^2 \quad (6)$$

Observa-se que a variância do erro fundamental é a variância relativa do α_i . Ela ocorre quando os fragmentos N_F do lote são submetidos a um processo de seleção com probabilidade uniforme, além de coletados individualmente e independentemente. Substituindo-se a probabilidade P pela relação $M_s = PM_L$, que denota a probabilidade constante de coleta dos fragmentos para cada incremento, além da definição de HI_L na equação da variância do erro fundamental tem-se:

$$\sigma^2(FSE) = \left(\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L} \right) HI_L \quad (7)$$

Sendo M_s a massa amostral ou aquela extraída em uma etapa qualquer de um protocolo de amostragem, M_L a massa do lote ou a massa da etapa imediatamente anterior aquela em que a massa M_s foi extraída.

A partir da substituição da heterogeneidade invariante para a caracterização granulométrica, a variância do erro fundamental na estimativa da proporção de uma classe Lc em um ensaio de peneiramento fica representada por:

$$\sigma^2(FSE) = \left[\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L} \right] \left[\frac{(1-2\alpha_{Lc})}{2\alpha_{Lc}} M_{FLc} + \sum_k M_{FLk} \alpha_{Lk} \right] \quad (8)$$

Em um processo de amostragem correta a variância do erro global de estimação $\sigma^2(GEE)$, de acordo com Gy (1992), é obtida com a adição da variância dos erros dos ensaios $\sigma^2(TAE)$ ao erro fundamental da amostragem $\sigma^2(FSE)$:

$$\sigma^2(\text{GEE}) = \sigma^2(\text{FSE}) + \sigma^2(\text{TAE}) \quad (9)$$

Observa-se que os erros denotados na relação imediatamente anterior são erros relativos e independentes. As condições de probabilidade uniforme e independência na coleta dos fragmentos devem ser preservadas na amostragem para que a equação imediatamente anterior seja válida.

2.1 Apuração do Erro do Ensaio de Peneiramento

A variabilidade total de um processo é composta pela variabilidade instantânea e por aquela decorrente dos deslocamentos de qualidade ao longo do tempo. A primeira é obtida tomando-se amostras em subgrupos, com o intervalo de tempo entre elas tendendo a zero. A segunda variabilidade é obtida medindo-se as oscilações entre os subgrupos. Sob estes aspectos a variação total de um processo qualquer é representada por:

$$\sigma^2(\text{total}) = \sigma^2(\text{dentro dos subgrupos}) + \sigma^2(\text{entre subgrupos}) \quad (10)$$

A variância de dentro dos subgrupos de tamanho 2 pode ser estimada a partir da média das amplitudes dos resultados das amostras que os compõem denotada por \bar{R} :

$$s^2(\text{dentro dos subgrupos}) = (0,886 \times \bar{R})^2 \quad (11)$$

Já a variância entre os subgrupos de tamanho 2 é estimada a partir das amplitudes móveis \overline{MR}

:

$$s^2(\text{entre os subgrupos}) = (0,886 \overline{MR})^2 - \frac{s^2(\text{dentro dos subgrupos})}{2} \quad (12)$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=1}^m |x_i - x_{i-1}|}{m}$$

sendo m o número de amostras coletadas e x os valores médio de cada subgrupo amostral;

2.2 Probabilidade de Passagem na Peneira

De acordo com Gy (1992) a passagem de fragmentos com uma dimensão d através de uma malha de peneira com abertura $a > d$ é um processo aleatório. Sendo a probabilidade de um fragmento qualquer passar através de uma malha das peneiras sempre menor que a unidade, quanto menor a diferença $(a - d)$ menor esta probabilidade. Contudo existem fragmentos de tamanho aproximado ao tamanho nominal da abertura, $d \approx a$, que podem tanto ficar retidos quanto passarem pela tela de abertura a . Em um experimento hipotético em que um mesmo material é várias vezes peneirado, os fragmentos de dimensão $d \approx a$ podem ficar retidos por um momento ou passar pela malha em outra oportunidade, dado que a probabilidade passagem exatamente pelo mesmo ponto é mínima.

Considera-se uma única partícula esférica, isolada e de diâmetro d . A probabilidade p_1 de passagem através desta partícula por uma tela de abertura quadrada a , com fio de espessura φ , em uma única apresentação, com abordagem ortogonal à superfície, foi estabelecida por Gaudin (1975):

$$p_1 = \left(\frac{a-d}{a+\varphi} \right)^2 \quad (13)$$

Já a probabilidade, p_n , de uma partícula isolada da classe k passar pela peneira somente na n -ésima tentativa é calculada pela seguinte relação:

$$p_n = 1 - (1 - p_1)^n \quad (14)$$

Sendo que p_n é a probabilidade para n tentativas de passagem de uma partícula esférica da classe de tamanho k com apresentação ortogonal a tela da peneira; p_1 é a probabilidade de passagem de uma partícula da classe k com uma única apresentação à tela; n é o número de apresentações ou tentativas de passagem. O número de apresentações de cada partícula à tela é uma função do tempo de residência τ , considerando-se uma efetividade da frequência operacional. Esta última é definida como sendo a razão entre o número de apresentações da partícula até a sua passagem pelo produto entre o tempo de residência e a frequência nominal, conforme o disposto na equação seguinte:

$$y = \frac{n}{f\tau} \quad (15)$$

Em uma condição de peneiramento ideal com a partícula isolada o coeficiente de efetividade y é igual a 1 (LUZ ; CARVALHO, 2005).

2.3 Teorema da Probabilidade Total

Considerando $A_1, A_2 \dots A_n$ como eventos mutuamente exclusivos e $P(B|A_n)$ como um evento arbitrário da probabilidade condicional de B assumindo-se A_n , tem-se a seguinte relação:

$$P(B) = [P(B|A_1).P(A_1)] + [P(B|A_2).P(A_2)] + \dots + [P(B|A_n).P(A_n)] \quad (16)$$

A lei da probabilidade total relaciona probabilidades marginais com probabilidades condicionais. Ela expressa a probabilidade total de um resultado que pode ser obtido a partir de uma série de eventos.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Para estimar a variância do erro relativo de ensaio de peneiramento foram amostrados dois produtos de minério de ferro, denominado *HTP* e *HTV*. Estes foram produzidos em usinas de beneficiamento típicas, entre março de 2012 e setembro do ano de 2013. A caracterização granulométrica escolhida para estimar a variância do erro relativo do ensaio de peneiramento foi àquela referente ao percentual retido na tela de 19,0 mm, limite superior de especificação do tipo de produto testado e abertura pela qual toda a massa ensaiada possui contato. Os amostradores utilizados foram do tipo linear cortador de fluxo operando conforme os parâmetros listados na tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros dos amostradores obtidos a partir da ABNT 3082 para 99,5 % de precisão

Produto	Incrementos/h	Massa incremento [kg]	Massa amostral [kg]	Q [ton/h]	Abertura cortador [m]	V [m/s]
HTP	15	7,99	120	230,0	0,075	0,6
HTV	14	8,68	120	250,0	0,075	0,6

Foram extraídas 40 amostras globais de 120 kg para cada um dos produtos, estas foram secas em chapas térmicas a temperatura máxima de 160 °C e divididas em amostra i e amostra ii, conforme a etapa 1 do fluxograma da figura 1. Na divisão subsequente, identificada por etapa 2, determinaram-se as reduções de massa necessárias à obtenção de uma mesma variância do erro fundamental $\sigma^2(\text{FSE})$, a partir da soma da variância do erro fundamental de cada etapa de divisão da amostra:

$$\sigma^2(\text{FSE}) = [\sigma^2(\text{FSE})_1 + \sigma^2(\text{FSE})_2] \quad (17)$$

As duas amostras idênticas de massas de 60 kg, foram reduzidas para 18 kg no caso do produto HTV e 20 kg para HTP, conforme a tabela 2. Em sequência conduziram-se os ensaios de caracterização granulométrica utilizando-se de um peneirador Manupen de 500 x 500 x 100 mm com temporizador ajustado para 5 minutos e frequência nominal de 20 Hz. As telas foram montadas em ordem crescente de abertura 6,3 mm, 8,0 mm, 10,0 mm, 12,5 mm, 16,0

mm e 19,0 mm. Os ensaios foram procedidos registrando-se as proporções de materiais retidos na tela de 19,0 mm para a amostra i e amostra ii, conforme o fluxograma da figura 1.

Tabela 2: Massa necessária para a obtenção do erro fundamental de amostragem aproximadamente igual

Produto	H_L [kg]	Massa do Lote [Kg]	M_{s1} [kg]	M_{s2} [kg]	$\sigma^2(FSE)_1$	$\sigma^2(FSE)_2$	$\sigma^2(FSE)$
HTP	0,632	120	60	18	5,27E-03	2,46E-02	3,0E-02
HTV	0,708	120	60	20	5,90E-03	2,36E-02	2,9E-02

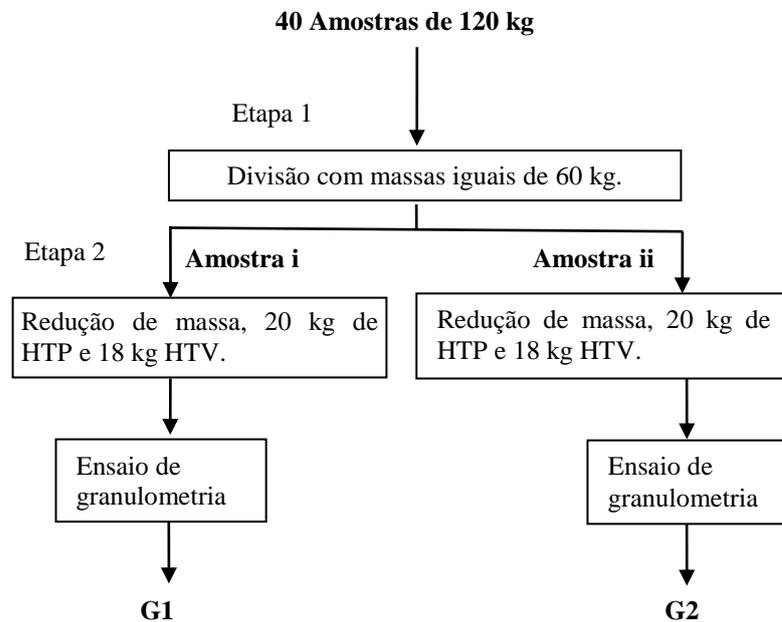


Figura 1: Fluxograma de divisão do lote para ensaio de granulometria

A partir dos resultados identificados no fluxograma da figura 1 por G1e G2 dos ensaios das 40 amostras de cada um dos produtos, foi estimada a variância do erro global de estimação. A variância do erro de ensaio de granulometria por peneiramento, para a medida de retido na tela de 19,0 mm, foi calculada por diferença entre as estimativas das variâncias do erro global de estimação e a variância do erro fundamental de amostragem. Considerando-se que amostrar subgrupos permite verificar as oscilações aleatórias e desprezar aquelas oriundas dos deslocamentos ao longo do tempo, a variabilidade decorrente do erro global de

estimação como foi aproximada como sendo a única causa da variabilidade instantânea de uma amostragem de uma população de fragmentos não correlacionados:

$$s^2(\text{GEE}) = \left[\frac{(0,886 \times \bar{R})}{a_L} \right]^2 = s^2(\text{FSE}) + s^2(\text{TAE}) \quad (18)$$

A variância do erro global de estimação $s(\text{GEE})$ a rigor é a variância relativa do teor estimado com relação ao conteúdo real do lote a_L . A variância do erro de ensaio de granulometria por peneiramento de amostras foi obtida pela seguinte aproximação:

$$s^2(\text{TAE}) = \left[\frac{(0,886 \times \bar{R})}{a_L} \right]^2 - \left[\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L} \right] \left[\frac{(1-2a_{Lc})}{2a_{Lc}} M_{FLc} + \sum_k M_{FLk} a_{Lk} \right] \quad (19)$$

Verifica-se que a relação denotada pela equação imediatamente anterior demanda independência entre os erros apurados. O teor do parâmetro medido no lote a_L foi considerado como sendo igual à média apurada dos subgrupos G1 e G2, para o percentual retido a tela de 19,0 mm medido no experimento. A partir da variância do erro de ensaio de peneiramento determinou-se o limite inferior do intervalo de confiança do percentual de material passante a tela de 19,0 mm, considerando-se como valor esperado aquele referente à diferença entre 100% e a média apurada para o percentual retido:

$$LI \ 95 \% = (100 \% - \text{Média Apurada}) - \sqrt{s^2(\text{TAE}) a_L^2} \cdot 1,96 \quad (20)$$

Em sequência determinou-se o número de apresentações n necessárias para a obtenção de um percentual igual aquele do limite inferior do intervalo de confiança determinado. Para tal considerou-se a probabilidade de passagem de um fragmento da dimensão d_k , na tela de 19,0 mm, como sendo a aplicação da probabilidade de passagem da equação de Gaudin (1975) para n apresentações. A probabilidade $p(d_k)$ de uma determinada dimensão d_k existir no produto foi considerada como igual ao percentual médio retido em uma classe k . A partir dessas considerações o produto $p(\text{passar}/d_k) p(d_k)$ para cada uma das classes k quando somado, pela lei da probabilidade total, forneceu a probabilidade de passagem de todas as classes k pela tela superior de especificação conforme a seguinte relação:

$$p(\text{passar}) = \sum_k p(\text{passar}/d_k) p(d_k) \quad (21)$$

com k variando para cada uma das classes granulométricas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na figura 2 observam-se os percentuais médios retidos nas telas utilizadas para os dois produtos. Verifica-se uma distribuição granulométrica similar e uma baixa presença de material retido na tela de 19,0 mm.

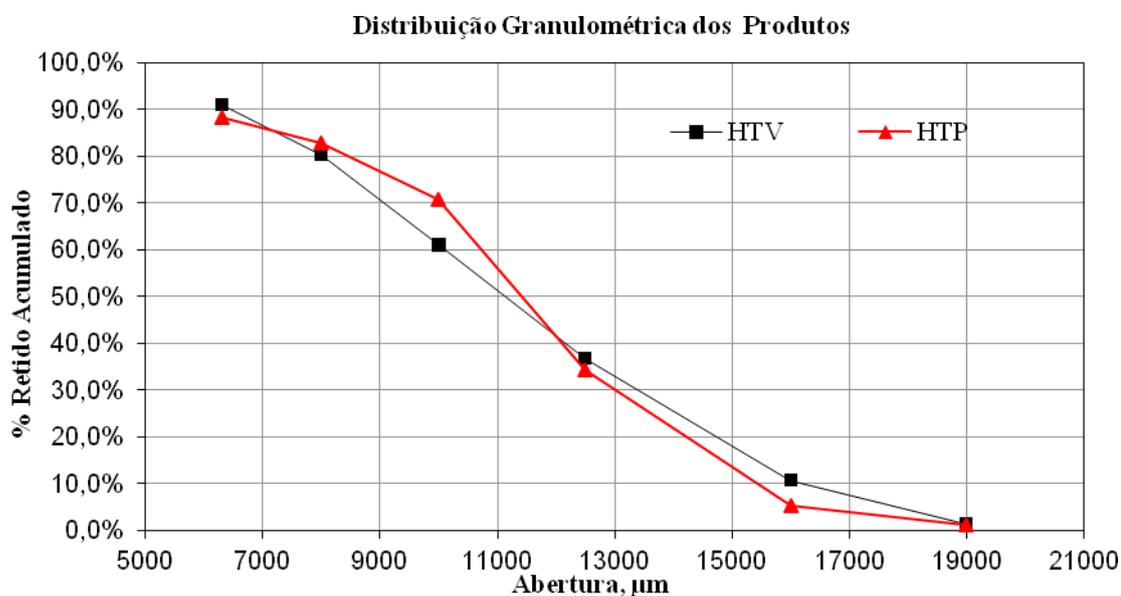


Figura 2: Distribuição granulométrica média dos produtos amostrados

Na tabela 3 estão expostas as variâncias do erro de análise granulométrica, do erro global de estimação e do erro fundamental. Observa-se que a variância do erro análise granulométrica para o produto HTV é da mesma ordem de grandeza identificada para o HTP.

Tabela 3: Variâncias dos erros relativos calculados

Produto	s^2 (GEE)	s^2 (TAE)
HTV	0,066	0,036
HTP	0,056	0,026

O limite inferior do intervalo de confiança para o percentual de material passante a tela de 19,0 mm foi determinado a partir do desvio padrão do erro de ensaio de análise granulométrica. Sendo verificado um percentual de 97,97 %, de material passante para o produto HTV e 98,25 % de passante para o produto HTP, conforme as tabelas 4 e 5.

Tabela 4: Cálculo do número de apresentações necessárias à obtenção do percentual de material passante igual aquele do limite inferior do intervalo de confiança do valor esperado de passante do HTV

d partícula [mm]	Probabilidade de passagem da partícula do diâmetro d na tela de 19 mm com uma única apresentação	Probabilidade de passagem da partícula do diâmetro d na tela de 19 mm com n apresentações	Probabilidade da partícula ser do diâmetro d no HTV
19,0	0,0%	0,000%	1,48%
16,0	2%	94%	9,29%
12,5	9%	100%	26,02%
10,0	17%	100%	24,28%
8,0	25%	100%	19,30%
6,3	33%	100%	10,65%
Menor 6,3	46%	100%	8,98%
			Percentual de Partículas passantes na tela de abertura de 19 mm
			97,97%

Tabela 5: Cálculo do número de apresentações necessárias à obtenção do percentual de material passante igual aquele do limite inferior do intervalo de confiança do valor esperado de passante do HTP

d partícula [mm]	Probabilidade de passagem da partícula do diâmetro d na tela de 19 mm com uma única apresentação	Probabilidade de passagem da partícula do diâmetro d na tela de 19 mm com n apresentações	Probabilidade da partícula ser do diâmetro d no HTP
19,0	0%	0,000%	1,33%
16,0	2%	89%	4,01%
12,5	9%	100%	29,08%
10,0	17%	100%	36,25%
8,0	25%	100%	12,05%
6,3	33%	100%	5,50%
Menor 6,3	46%	100%	11,79%
			Percentual de Partículas passantes na tela de abertura de 19 mm
			98,25%

Considerando-se o tempo de peneiramento e a frequência no nominal do peneirador o número de apresentações necessárias para a passagem dos fragmentos foram 153 apresentações para o HTV e 121 apresentações para o HTP. Embora este último apresente um percentual maior de passantes à tela de 19,0 mm. A maior quantidade de partículas de dimensão aproximada de 16,0 mm no produto HTV de 9,3 % em comparação com o HTP 4,0 % demandou um maior número de apresentações para a passagem à tela de 19,0 mm. Pelo teorema de probabilidade total a menor probabilidade de existência de fragmentos grosseiros no HTP diminuiu o peso da menor probabilidade de passagem das partículas de dimensões próximas a abertura de 19,0 mm.

A efetividade da frequência operacional identificada y na obtenção do limite inferior do intervalo de confiança do valor esperado do passante foi de aproximadamente 0,02 conforme a tabela 6.

Tabela 6: Número de apresentações necessárias à obtenção do limite inferior do intervalo de confiança da medida

Produto	Número de apresentações n	Efetividade
HTV	153	0,026
HTP	121	0,020

Este resultado denota um grande desvio da efetividade para a condição ideal, $y=1$, em que a partícula se apresenta isolada para o peneiramento. Esta condição indica ou que o ensaio está sendo realizado com a peneira cheia ou que o tempo de procedimento está maior que o necessário. Porém sendo o percentual de partículas nos dois produtos maiores que 19,0 mm pequeno, cerca de 1%, a passagem dos fragmentos nessa tela ocorre em um tempo bem menor que 5 minutos. Logo caso fosse necessária a informação apenas desta tela o adequado seria a redução do tempo do ensaio.

5 DISCUSSÕES FINAIS

A técnica adaptada para o cálculo da variância do erro de ensaio de peneiramento evidenciou a padronização da caracterização do limite superior de especificação dos produtos ensaiados. Esta pode ser, portanto uma ferramenta útil para garantir a caracterização granulométrica e assegurar a boa qualidade da amostragem.

O método desenvolvido a partir de cálculo iterativo para a identificação da efetividade da frequência operacional y do peneiramento mostrou a baixa efetividade para a verificação do passante a tela de 19,0 mm. Para trabalhos futuros sugere-se o cálculo da efetividade para as demais telas do ensaio de caracterização.

6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 3082: Minérios de ferro: Procedimentos de amostragem e Preparação de Amostras*. Rio de Janeiro: ABNT, 2011.

GAUDIN, A. M. *Principles of Mineral Dressing*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1939. 554 p.

GRIGORIEFF, A.; COSTA, J. F.; KOPPE, J. Quantifying the influence of grain top size and mass on a sample preparation protocol. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, Amsterdam, v. 74, p. 201-207, 2004.

GY, P. M. *Sampling of Particulate Material: Theory and Practice*. Amsterdam: Elsevier, 1979. 431 p.

GY, P. M. *Sampling of Heterogeneous and Dynamic Material Systems: Theories of Heterogeneity, Sampling and Homogenizing*. Amsterdam: Elsevier, 1992. 686 p.

GY, P. M. Sampling of discrete materials: a new introduction to the theory of sampling I. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, Amsterdam, v. 74, p. 7-24, 2004.

INDIAN COMMODITY EXCHANGE. Commodity Profile: Iron Ore. Disponível em: <http://www.icexindia.com/profiles_html/iron_ore.html>. Acessado em: 26 de novembro de 2013.

LUZ, J. A. M.; CARVALHO, S.C. Modelamento Matemático de Peneiramento Vibratório (parte 1): Dimensionamento Clássico. *Revista Escola de Minas*, Ouro Preto, v. 58, nº 1, p.57-60, 2005.

MACHADO, M. L. P. *Siderurgia: da matéria prima ao aço laminado*. Disponível em: <<http://ftp.cefetes.br/cursos/EngenhariaMetalurgica/Marcelolucas/SIDERURGIA%20da%20Mat%20Prima%20ao%20Lam.pdf>>. Acessado em: 25 de novembro de 2013.

MINKKINEN, P. Practical applications of sampling theory. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. Amsterdam, v. 74, p.85–94, 2004.

MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. 5th edition. Phoenix: John Wiley & Sons, 2011. 768 p.

PITARD, F. F. *Pierre Gy's Sampling Theory and Sampling Practice*. 2nd edition. New York : CRC Press, 1993. 488p.