

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM DOCÊNCIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

**Ana Luisa Viana Pacheco**

**O PAPEL DE MATERIAIS CONCRETOS NA COMPREENSÃO DO  
SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL**

Belo Horizonte  
2012

**Ana Luisa Viana Pacheco**

**O PAPEL DE MATERIAIS CONCRETOS NA COMPREENSÃO DO  
SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL**

Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Educação Matemática, pelo Curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* em Docência na Educação Básica, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Orientador(a): Vanessa Sena Tomaz

Belo Horizonte

2012

Ana Luisa Viana Pacheco

**O PAPEL DE MATERIAIS CONCRETOS NA COMPREENSÃO DO  
SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL**

Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Educação Matemática, pelo Curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* em Docência na Educação Básica, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Orientador(a): Vanessa Sena Tomaz

Aprovado em 14 de julho de 2012.

BANCA EXAMINADORA

---

Nome orientador – Faculdade de Educação da UFMG

---

Nome do Convidado – Faculdade de Educação da UFMG

## RESUMO

O tema central deste trabalho consiste na discussão sobre o papel de materiais concretos – ficha com valores e ábaco de papel – como possíveis mediadores da compreensão de regras do Sistema de numeração Decimal. Um plano de ação foi realizado a partir de revisão da literatura relacionada ao uso de material concreto utilizado na compreensão do Sistema de Numeração Decimal, quando esses materiais são usados no contexto de jogos. O plano de ação foi desenvolvido na Escola Municipal Antônio Salles Barbosa, com 27 crianças na faixa etária de 7 e 8 anos, sendo 14 meninos e 13 meninas. O ábaco de papel e fichas com valores atribuídos de acordo com a cor e a base foram utilizados pelas crianças para desenvolver o jogo “Troca-troca”. Para explorar as potencialidades do jogo adotei a metodologia de resolução de problemas. Durante o jogo as crianças refletiram sobre as jogadas, explicaram o que estavam pensando e reorganizaram suas idéias em várias situações-problema propostas pela professora. Como resultado da investigação, pode-se afirmar que o simples fato de manusear materiais concretos não é suficiente para promover uma aprendizagem mais significativa. É preciso ir além, explorar, questionar, perguntar, desfazer, refazer os problemas propostos. Inicialmente, para a maioria das crianças, o jogo troca-troca era direcionado apenas pela cor das fichas. Após a inclusão do ábaco, um aspecto muito importante para a compreensão do Sistema de Numeração Decimal foi introduzido - o valor posicional. As crianças compreenderam que existe uma disposição espacial necessária para o jogo, onde o valor das fichas é retratado pela posição que ela é colocada na mesa ou no ábaco.

**Palavras-chave: Ábaco de papel, Sistema de Numeração Decimal, Jogos.**

## SUMÁRIO

<b>1.INTRODUÇÃO .....</b>	<b>6</b>
<b>1.1 Apresentação pessoal .....</b>	<b>7</b>
<b>1.2 Apresentação da escola .....</b>	<b>8</b>
<b>1.3 O tema escolhido .....</b>	<b>9</b>
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>12</b>
<b>2.1 A história por trás do Sistema de Numeração Decimal .....</b>	<b>12</b>
<b>2.2 O trabalho com agrupamentos e trocas em bases variadas .....</b>	<b>13</b>
<b>2.3 Origem do ábaco .....</b>	<b>15</b>
<b>2.4 O ábaco de papel e as fichas coloridas .....</b>	<b>16</b>
<b>2.5 O trabalho com jogos e matérias concretos .....</b>	<b>18</b>
<b>3. PLANO DE AÇÃO .....</b>	<b>20</b>
<b>3.1 Justificativa .....</b>	<b>20</b>
<b>3.2 A turma .....</b>	<b>20</b>
<b>3.3 Objetivo geral .....</b>	<b>21</b>
<b>3.4 Objetivos específicos .....</b>	<b>21</b>
<b>3.5 Metodologia .....</b>	<b>21</b>
<b>3.6 O jogo troca-troca .....</b>	<b>21</b>
<b>3.7 Atividades .....</b>	<b>23</b>
<b>3.8 Análise e discussão dos resultados .....</b>	<b>28</b>
<b>4. CONCLUSÃO .....</b>	<b>37</b>
<b>5. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>40</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é discutir o papel de materiais concretos, como fichas coloridas e o ábaco de papel na compreensão do Sistema de Numeração Decimal (SND), no contexto de jogos. A escolha do tema se justifica pela incorporação de práticas de exploração das noções básicas de número que foram naturalizadas ao longo dos anos e que não condiziam com uma aprendizagem mais significativa pautada na investigação e análise de situações-problema. Ao participar de atividades de formação percebi que o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal para crianças pequenas não era muito explorado, muito menos discutido pelas professoras dos anos iniciais do ensino fundamental.

Na verdade, o domínio do Sistema de Numeração Decimal é um dos aspectos mais complexos relacionadas à aprendizagem sobre números. A própria humanidade aponta para uma longa trajetória até chegar ao sistema de numeração que adotamos hoje, capaz de representar grandes quantidades utilizando poucos símbolos e de forma prática.

Assim, trabalhar na escola com o sistema que adotamos em nossa sociedade também requer uma longa caminhada que se desenvolverá em todo o ensino fundamental. Desde os anos iniciais é preciso realizar atividades de agrupamentos e trocas para que as crianças façam comparações, observem as características e percebam as regularidades existentes.

Alguns materiais didáticos facilitam o trabalho com agrupamentos realizados em bases diferentes da base 10. Optei por trabalhar com fichas, cujos valores são atribuídos de acordo com a cor e com a base, e com o ábaco de papel. Explorar estes materiais juntamente com as crianças me permitiu compreender qual o papel de materiais concretos como possíveis mediadores de uma aprendizagem mais significativa para as crianças. Assim, as questões centrais deste plano de ação são: Qual o papel de materiais concretos como fichas coloridas e o ábaco de papel na compreensão do Sistema de Numeração Decimal no contexto de jogos? Agrupar e fazer trocas usando as fichas e o ábaco de papel no contexto de jogos garante o entendimento de algumas regras do sistema?

Tendo em vista o objetivo deste trabalho, foi desenvolvido um plano de ação a partir da revisão da literatura sobre aspectos relacionados ao SND e sobre o papel de atividades de agrupamentos e trocas. Adotando-se uma metodologia orientada

pelo uso de jogo na perspectiva da resolução de problemas foram planejadas atividades que foram registradas em vídeo para que, posteriormente, pudesse analisar a participação das crianças e as potenciais aprendizagens.

Este trabalho está estruturado em 4 capítulos. No capítulo 1 consta a apresentação pessoal onde descrevo minha trajetória profissional na educação; a apresentação da escola descrevendo seu funcionamento, espaço físico e público atendido e a escolha do tema onde retrato minha insatisfação com minha prática e problematizo a temática, apontando as questões que serão investigadas. O capítulo 2 refere-se ao referencial teórico, onde faço a revisão da literatura sobre os antigos sistemas de numeração adotados por vários povos; discuto o trabalho com agrupamentos e troca em bases variadas apontando para a importância deste trabalho; apresento a origem do ábaco; relaciono o uso do ábaco de papel e as fichas coloridas para a compreensão das regras do SND e discuto a importância do trabalho com jogos e materiais concretos. O capítulo 3 é destinado ao plano de ação. Nele apresento o trabalho desenvolvido em sala de aula, incluindo a justificativa, caracterização da turma, objetivos, metodologia, descrição das atividades realizadas; a análise e discussão dos resultados. No capítulo 4 teço minhas reflexões e conclusões sobre o trabalho realizado.

Espero que este trabalho possa trazer contribuições para a prática docente de outros professores e debates sobre a importância de um trabalho sistemático e bem planejado sobre o SND, desde os anos iniciais do ensino fundamental.

## **1.1 Apresentação pessoal**

Trabalho na área da educação há 8 anos. A opção pela carreira foi feita no ensino médio quando ingressei no magistério (1996), no Instituto de Educação de Minas Gerais e depois quando fiz o curso de Pedagogia na Universidade Estadual de Minas Gerais (2004).

Em 2003, ainda cursando a faculdade, ingressei na carreira por meio de concurso público na Rede Municipal de Educação de Contagem. Desde o início, quis trabalhar com alfabetização. Fascinava-me a idéia de ensinar crianças pequenas a ler e escrever. Logo no primeiro ano muitos foram os desafios e vi que minha formação inicial era insuficiente. Então, fiz o PROFA - Programa de formação de professores alfabetizadores – oferecido pela Prefeitura Municipal de Contagem

através de um convênio com o MEC e tive a oportunidade de repensar minha prática que até então não me satisfazia, enquanto professora alfabetizadora.

O curso foi tão produtivo que em 2004 sai da sala de aula, pois fui convidada para fazer parte da equipe que trabalhava com formação de professores na área de alfabetização na SEDUC (Secretaria Municipal de Educação de Contagem). No período que estive na SEDUC tive a oportunidade de participar da produção de um livro sobre Projeto Político Pedagógico na Educação Infantil. Também fiz parte da equipe que começou a implantar os CEMEI's (Centro Municipal de Educação Infantil), em Contagem.

Ainda na SEDUC, em 2006, fiz concurso para professora de primeiro e segundo ciclo da Rede Municipal de Belo Horizonte, mas só assumi a docência em Belo Horizonte em 2008 quando retornei à sala de aula também em Contagem. Até este ano fiquei em disponibilidade para a SEDUC. Atualmente trabalho como professora de 1º ciclo, sempre com turmas de 1º e 2º ano.

## **1.2 Apresentação da escola**

Este plano de ação foi desenvolvido na Escola Municipal Antônio Salles Barbosa (EMASB) na regional Barreiro.

Pela manhã funciona o terceiro ciclo com aproximadamente 500 estudantes e a tarde o primeiro e segundo ciclos também com 500 alunos.

A escola possui um espaço físico privilegiado, com 16 salas, cantina, refeitório, 2 salas de informática, biblioteca infantil, biblioteca juvenil, brinquedoteca, auditório, 2 salas de vídeo, 2 salas de intervenção pedagógica, laboratório de ciências, sala de artes, horta, 2 quadras, sala de coordenação, direção, secretaria, mecanografia, horta, jardins e uma sala com muitas árvores e mesas ao ar livre chamada de sala ecológica.

Apesar de o espaço ser bem amplo, ainda não atende a crescente demanda por vagas, o que demonstra a necessidade de ampliação das instalações. Há também a necessidade de adaptação para atender adequadamente o ensino fundamental e os programas que possui, tais como: Escola Aberta, Escola Integrada, Projeto de Intervenção Pedagógica e Floração.

O quadro de funcionários é composto por mais de 150 funcionários entre professores, funcionários do setor administrativo e caixa escolar.

A instituição atende crianças carentes da região, principalmente, das Vilas Ideal, Piratininga e Itaipu. Em sua maioria, são alunos oriundos de famílias de baixa renda, cujo acesso aos bens culturais e ao mundo letrado é bem restrito.

Há 6 anos, gradativamente, o primeiro e segundo ciclos foram implantados na escola que até então atendia apenas o terceiro ciclo e o Ensino Médio, que foi extinto. Assim, não há uma proposta pedagógica pensada e planejada coletivamente pelos profissionais da escola de modo a refletir o público de crianças, pré-adolescentes e adolescentes que são atendidos hoje. O documento que orienta a prática dos professores são as Proposições da Rede Municipal de Belo Horizonte, mas não há uma linha comum para cada ciclo. Este é um desafio já apontado pelos professores, mas que ainda não foi discutido.

### **1.3 O tema escolhido**

Quando retornei à sala de aula em 2008, após deixar o trabalho na SEDUC, percebi que meu trabalho ia muito além ensinar crianças a ler e escrever. Havia outras questões envolvidas. Uma delas referia-se às aulas de matemática. Minha prática estava distante de um fazer reflexivo nesta área.

Comecei, então, a localizar o problema: não sabia o que trabalhar muito menos como ensinar. Entretanto, tinha certeza que seguir o livro didático não era o melhor caminho para sustentar uma prática reflexiva e muito menos uma aprendizagem mais significativa para as crianças. Segundo Nacarato *et al* (2009), é o professor quem cria as oportunidades para a aprendizagem, seja na escolha das atividades, seja na gestão da sala de aula, na postura investigativa, na ousadia de sair da “zona de conforto” e arriscar-se na “zona de risco” proporcionando aos estudantes experiências e descobertas.

Para sair da “zona de conforto”, percebi que precisava conhecer melhor a “matemática” e passei a me questionar sobre algumas práticas que havia incorporado e naturalizado ao longo dos anos. Propus-me a fazer o que Bicudo (2005) orienta quando há o desejo de superar a situação de insatisfação gerada pelo desconhecimento daquilo que se ensina: voltar a matriz geradora de minha formação e procurar formação continuada. Entretanto, o enfoque da maioria dos cursos oferecidos era a alfabetização. Mesmo assim, quando surgia formação em Educação Matemática procurava participar.

À medida que participava das atividades de formação, minha prática começou a ser mais diversificada. Passei a incluir jogos, atividades que envolviam a exploração de tabelas e gráficos, resolução de problemas, mas, ainda assim, percebia que os cursos de formação não atingiam questões que considerava essenciais no ensino da matemática, em especial o trabalho com o SND para crianças pequenas.

Os autores Moreira e David (2005, p.53) fazem referência ao livro “Children Learning Mathematics”, de Dickson *et al* (1993) que descreve os diferentes aspectos do conhecimento matemático subjacente à construção e uso do sistema de numeração decimal: a noção de agrupamento, a linguagem envolvida na leitura dos números, a idéia de valor relativo do algarismo, somar e subtrair mentalmente e estimar resultados das operações, decompor números ou reagrupá-los, a noção de distributividade do produto em relação à adição, a associatividade e comutatividade da adição, etc. Apontam ainda, de acordo com o livro, que o domínio do sistema de numeração é um dos aspectos mais complicados da aprendizagem sobre números e que se desenvolve ao longo de todo o ensino fundamental.

Desta forma, considero fundamental um trabalho bem planejado e de longo prazo para que aspectos importantes do SND não sejam desconsiderados ou trabalhados superficialmente. Há uma complexidade no sistema de numeração adotado em nossa sociedade que precisa ser compreendida e, portanto, trabalhada em sala desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Uma possibilidade seria investir em atividades de agrupamentos e trocas de forma significativa, antes mesmo do trabalho com os algoritmos.

Diante de tantos aspectos relevantes para a compreensão do SND, optei por investigar *o papel de materiais concretos no trabalho com agrupamentos e trocas*. Nesta pesquisa, material concreto deve ser entendido como objetos que podem ser fisicamente manipulados.

Observo que, atualmente, este tema é pouco discutido entre os/as professores/professoras dos anos iniciais, o que, muitas vezes, leva a um trabalho mecânico em sala de aula. Percebi que usar material concreto apenas para manipular objetos e logo, em seguida, introduzir o quadro posicional em atividades fotocopiadas, como eu vinha fazendo, não são estratégias suficientes para possibilitar a compreensão do SND. Na verdade, neste tipo de trabalho, as crianças faziam vários exercícios repetitivos e de memorização.

Para sustentar uma prática que tenha como objetivo uma aprendizagem mais significativa, o professor deve privilegiar algumas ações e atitudes:

Propor questões para fomentar a discussão e análise de situações reais de sala ou de outros ambientes que envolvam a aprendizagem escolar; propor formas de organização e sistematização de conhecimento e experiências de aprendizagem que levem à ressignificação por parte do aluno de suas experiências escolares e não escolares; propor a elaboração pelos alunos de atividades (em grupo ou individual), criando um ambiente que facilite o diálogo em sala de aula, valorize os tipos de raciocínio e de registros, e as concepções sobre matemática; promover situações de sala de aula que facilitem os alunos a fazerem a contraposição ou reflexão de suas experiências de aprendizagem nas diversas áreas abordadas que envolvem a vida social de um indivíduo. (TOMAZ, 2010, p.4)

Assim, uma aprendizagem mais significativa perpassa por intensificar interações entre os estudantes, fomentar discussões e reflexões entre eles. Partindo deste pressuposto, se torna, no mínimo, desafiador refletir sobre o papel de materiais concretos como possíveis mediadores de aprendizagem. Então, as questões centrais deste plano de ação são: Qual o papel de materiais concretos como fichas coloridas e o ábaco de papel na compreensão do Sistema de Numeração Decimal no contexto de jogos? Agrupar e fazer trocas usando as fichas e o ábaco de papel garante o entendimento de algumas regras do sistema?

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 A história por trás do Sistema de Numeração Decimal

Os algarismos que usamos hoje são frutos de uma longa história cheia de idas e vindas. Trata-se de uma caminhada longa e árdua da humanidade que resultou na criação de um sistema de numeração capaz de representar grandes quantidades utilizando poucos símbolos e de forma prática.

Egípcios, babilônios, maias, romanos, chineses e indo-arábicos, entre outros, inventaram sistemas de numeração na tentativa de responder as demandas da época. Cada um deles representa um determinado momento da evolução do homem. Veja o quadro abaixo descrevendo alguns dos antigos sistemas de numeração.

SISTEMA	SÍMBOLOS E RESPECTIVOS VALORES	REGRAS E OBSERVAÇÕES																																								
EGÍPCIO	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Símbolo Egípcio</th> <th>Descrição do símbolo</th> <th>O número na nossa notação</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>I</td> <td>bastão</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>U</td> <td>calcanhar</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td>rolo de corda</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>flor de lótus</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td>Z</td> <td>dedo a apontar</td> <td>10000</td> </tr> <tr> <td>W</td> <td>peixe</td> <td>100000</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>homem</td> <td>1000000</td> </tr> </tbody> </table>	Símbolo Egípcio	Descrição do símbolo	O número na nossa notação	I	bastão	1	U	calcanhar	10	Q	rolo de corda	100	Y	flor de lótus	1000	Z	dedo a apontar	10000	W	peixe	100000	V	homem	1000000	<p>Cada marca só pode ser repetida dez vezes (base 10). Cada 10 marcas são trocadas por outra de um agrupamento superior. Para saber o número escrito é preciso somar os valores dos símbolos utilizados. Desta forma as contas eram feitas em ábacos e só os resultados eram registrados com os símbolos.</p>																
Símbolo Egípcio	Descrição do símbolo	O número na nossa notação																																								
I	bastão	1																																								
U	calcanhar	10																																								
Q	rolo de corda	100																																								
Y	flor de lótus	1000																																								
Z	dedo a apontar	10000																																								
W	peixe	100000																																								
V	homem	1000000																																								
BABILÔNICO		<p>O símbolo na vertical era repetido no máximo 9 vezes e representava os números de 1 a 9. Já o símbolo na horizontal representava o 10 e podia ser repetido até 5 vezes. Desta forma, os números de 1 a 59 eram representados de forma aditiva. Já os maiores que 59 tinham valor posicional na base sexagesimal. A cada sessenta unidades passava-se para um agrupamento superior. Inicialmente o zero era representado por uma casa vazia, somente mais tarde é que duas pequenas cunhas em posição oblíqua passaram a marcar o lugar vazio.</p>																																								
MAIA	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td></td><td>•</td><td>••</td><td>•••</td><td>••••</td></tr> <tr> <td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr> <td>—•</td><td>—••</td><td>—•••</td><td>—••••</td><td>—•••••</td></tr> <tr> <td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td></tr> <tr> <td>—•—</td><td>—••</td><td>—•••</td><td>—••••</td><td>—•••••</td></tr> <tr> <td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td></tr> <tr> <td>—•—•</td><td>—•••</td><td>—••••</td><td>—•••••</td><td>—••••••</td></tr> </tbody> </table>	0	1	2	3	4		•	••	•••	••••	5	6	7	8	9	—•	—••	—•••	—••••	—•••••	10	11	12	13	14	—•—	—••	—•••	—••••	—•••••	15	16	17	18	19	—•—•	—•••	—••••	—•••••	—••••••	<p>Os numerais são representados por símbolos compostos por pontos e barras, sendo o zero a única exceção por ser representado pelo desenho de uma concha. O símbolo representado por um ponto era usado até quatro vezes e o símbolo representado pelo traço era usado até três vezes. Números superiores a dezenove são escritos na vertical seguindo potências de vinte em notação posicional e nos lugares "vazios" colocavam o sinal que representa o zero.</p>
0	1	2	3	4																																						
	•	••	•••	••••																																						
5	6	7	8	9																																						
—•	—••	—•••	—••••	—•••••																																						
10	11	12	13	14																																						
—•—	—••	—•••	—••••	—•••••																																						
15	16	17	18	19																																						
—•—•	—•••	—••••	—•••••	—••••••																																						
ROMANO (MODERNO)	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>I</td><td>→</td><td>1</td></tr> <tr> <td>V</td><td>→</td><td>5</td></tr> <tr> <td>X</td><td>→</td><td>10</td></tr> <tr> <td>L</td><td>→</td><td>50</td></tr> <tr> <td>C</td><td>→</td><td>100</td></tr> <tr> <td>D</td><td>→</td><td>500</td></tr> <tr> <td>M</td><td>→</td><td>1000</td></tr> </tbody> </table>	I	→	1	V	→	5	X	→	10	L	→	50	C	→	100	D	→	500	M	→	1000	<p>Utilizavam-se os símbolos criados observando o número a ser escrito e aplicando o princípio aditivo ou subtrativo, lembrado que na escrita de grandes valores usava-se o traço acima do símbolo e multiplica-se o valor por mil.</p>																			
I	→	1																																								
V	→	5																																								
X	→	10																																								
L	→	50																																								
C	→	100																																								
D	→	500																																								
M	→	1000																																								

SISTEMA	SÍMBOLOS E RESPECTIVOS VALORES	REGRAS E OBSERVAÇÕES												
CHINÊS (atual)	<table border="1"> <tr> <td>1: 一</td> <td>6: 六</td> <td>10: 十</td> </tr> <tr> <td>2: 二</td> <td>7: 七</td> <td>100: 百</td> </tr> <tr> <td>3: 三</td> <td>8: 八</td> <td>1000: 千</td> </tr> <tr> <td>4: 四</td> <td>9: 九</td> <td>10000: 萬</td> </tr> </table>	1: 一	6: 六	10: 十	2: 二	7: 七	100: 百	3: 三	8: 八	1000: 千	4: 四	9: 九	10000: 萬	Usam-se os símbolos criados em coluna de cima para baixo ou da esquerda para direita, sendo que, se um símbolo de valor menor for escrito antes de um de valor maior, o valor dos dois serão multiplicados e os resultados somados. Esses numerais eram a representação das barras verdadeiras (bambu, marfim ou ferro) que os administradores do Império carregavam em uma sacolinha para fazer seus cálculos.
1: 一	6: 六	10: 十												
2: 二	7: 七	100: 百												
3: 三	8: 八	1000: 千												
4: 四	9: 九	10000: 萬												
INDO-ARÁBICO	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	Utilizam-se os símbolos para escrever os números de 1 a 9. Daí em diante são utilizados os agrupamentos de 10 em 10 e é a posição do símbolo no numeral que vai determinar seu valor, incluindo, se necessário o 0 para indicar a posição vazia. Assim, o valor do número é obtido pela adição dos valores posicionais que os símbolos adquirem nos respectivos lugares que ocupam, sendo que um algarismo à esquerda do outro vale dez vezes o valor posicional que teria se tivesse ocupando a posição desse outro.												

Analisando o quadro percebe-se que um dos maiores desafios para essas civilizações era a representação de números de ordem maiores. A utilização de um símbolo para representar o zero foi a solução encontrada por algumas, juntamente com a utilização de um valor posicional. O povo babilônico, por sua vez, deixou um espaço vazio para representar o zero que acabou gerando confusão e grandes dificuldades em sua leitura e escrita.

Nota-se que a maioria destes povos não baseou seu sistema de numeração no valor posicional do símbolo. Os egípcios, por exemplo, tinham um sistema tão limitado que o cálculo era feito no ábaco e só o registro era feito com os símbolos criados.

O sistema de numeração que utilizamos até hoje teve origem na Índia e observa-se que representa várias idéias que outros povos antigos já adotavam: base decimal, notação posicional e signos que possibilitam a representação de qualquer número. A necessidade de um signo para representar a casa “vazia” só apareceu depois. Somente no século X, quando os árabes adotaram o sistema indiano é que o chamado Sistema de Numeração Indo-arábico ficou conhecido em toda Europa.

## 2.2 O trabalho com agrupamentos e trocas em bases variadas

Podemos perceber que as civilizações antigas percorreram um longo caminho até chegar a um sistema de numeração prático e capaz de representar grandes quantidades. A idéia de agrupar e trocar presente neste sistema vem de longa data.

A humanidade sempre empregou tais ações. Há registros de seu uso desde a Pré-História. No Sistema de Numeração Decimal utilizamos o valor posicional dos algarismos para representar estas ações. Assim, cada algarismo em um numeral tem um determinado valor de acordo com a posição relativa que ele ocupa na representação do numeral.

O ensino do valor posicional e, conseqüentemente, do Sistema de Numeração Decimal, no âmbito escolar, não merece menor atenção, visto que tal esforço mostra que nosso sistema de numeração não é tão simples, nem fácil de ser compreendido, como pode parecer.

Portanto, precisa ser trabalhado ao longo do ensino fundamental. Para introduzi-lo, Toledo & Toledo (2009) aconselham que o professor realize um trabalho extenso, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, abarcando atividades variadas sobre agrupamentos e trocas, além da familiarização com o valor posicional dos algarismos.

Propor às crianças situações diversificadas de agrupamentos e trocas permite que elas façam comparações, observem características e percebam regularidades, no intuito de compreender, posteriormente, as regras do Sistema de Numeração Decimal.

De acordo com Toledo & Toledo (2009), quanto mais diversificadas forem as situações de agrupamentos e trocas em que a criança estiver envolvida, mais oportunidades ela terá de observar as semelhanças e diferenças entre essas situações, realizando abstrações e construindo o conceito.

Soares (2009) nos lembra ainda que há outros motivos para incluir o trabalho com bases variadas no cotidiano escolar. Primeiro, variar a base é importante para perceber que o valor relativo é convencional. A base 10 que adotamos é convencional, poderia ser outra qualquer. Segundo, trabalhar com agrupamentos e trocas em diferentes bases nas aulas de matemática permite mostrar diferentes soluções encontradas em outros sistemas para o registro de grandes quantidades e compará-las com o sistema que adotamos, levando à exploração de suas regras. Assim, as crianças precisam ter experiências não apenas com a base 10. Até porque ela não é a única base que utilizamos no nosso dia a dia.

Cabe mencionar que, ao oportunizar situações de agrupar grandes quantidades, as crianças precisarão fazer pelo menos duas trocas para compreender o significado de base de um sistema. Entretanto, o professor deve ficar

atento às atividades em que é preciso agrupar e fazer trocas com bases maiores, pois precisará de muitas fichas e ele terá que reorganizar o tempo para que a atividade não fique muito extensa e cansativa, e, perca seu objetivo.

Alguns materiais didáticos podem facilitar o trabalho com outros sistemas e promover um amplo trabalho sobre sistema de numeração, levando em consideração, obviamente, a faixa etária das crianças. Neste trabalho optei pelas fichas cujos valores são atribuídos de acordo com a cor e com a base, e o ábaco de papel.

### **2.3 Origem do ábaco**

Realizar operações nos sistemas de numeração antigos não era tarefa fácil, principalmente para aqueles com muitos símbolos diferentes, sem representação para o zero e sem valor posicional. De acordo com Cardoso (1992), usar as mãos para realizar os cálculos não era muito prático, especialmente, com números muito grandes. Tudo indica que a solução para este problema foi o uso de uma máquina de calcular muito eficiente, apesar de não ser muito sofisticada - o ábaco.

Ainda de acordo com Cardoso (1992), a origem do ábaco é incerta. Há indícios de que os primeiros modelos de ábaco surgiram das pedrinhas usadas pelo homem primitivo. Gregos e babilônios afirmam que inventaram este instrumento, que se deu há 5000 anos. Entretanto, os chineses são os responsáveis pelo aperfeiçoamento do modelo do ábaco que conhecemos hoje. Provavelmente, a palavra “*abacus*” deriva da palavra semítica “*abq*” que quer dizer pó, o que indica que em várias regiões o ábaco veio de uma bandeja de areia usada como tábua de contar.

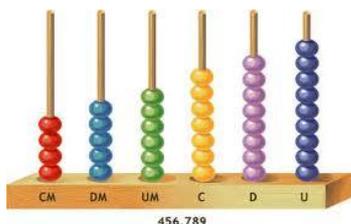
Durante muito tempo o ábaco foi utilizado pela humanidade para fazer contas. Seu abandono só ocorreu com a utilização do sistema indo-arábico, apesar de países como Japão, Coréia e Rússia ainda hoje o usarem no comércio, bancos e escolas.

Muitos são os tipos de ábaco utilizados hoje, mas todos seguem o mesmo princípio – troca de peças de uma posição por outra de maior valor, que se encontra na posição seguinte. Geralmente, cada corda, arame ou pino equivale cada uma a uma posição, isto é, uma ordem no sistema de numeração, caso ele seja decimal

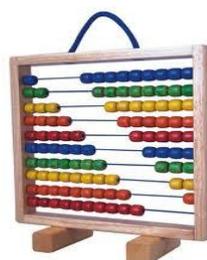
teremos unidade, dezena, centena, etc. O valor de cada peça depende da coluna em que está localizada.

Os ábacos de pinos e de arame são os mais conhecidos no ambiente escolar. É também muito fácil confeccioná-los e utilizá-los. Sua estrutura privilegia o trabalho com o valor posicional, permitindo a realização dos agrupamentos e trocas, necessários à compreensão do nosso sistema de numeração.

Veja alguns modelos de ábaco:



Ábaco de pino  
Fonte: educador.brasilecola.com



Ábaco de arame  
Fonte: rdvalentim.com.br



Ábaco chinês  
Fonte: matematica.com.sapo.pt



*Abaco Romano*  
Fonte: abacolivre.codigolivre.org.br

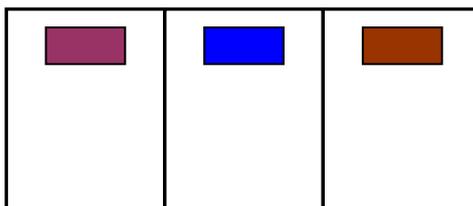
O ábaco de papel é outra denominação utilizada para “quadro valor de lugar”. É confeccionado com peças adaptadas a partir do material dourado e cortadas em papel quadriculado. Entretanto, neste plano de ação, o ábaco de papel será confeccionado com papel e fichas de EVA coloridas, aproximando-se mais do ábaco de papel sugerido por Toledo & Toledo (2009), como veremos a seguir.

## 2.4 O ábaco de papel e as fichas coloridas

Neste trabalho fiz a opção de usar o ábaco de papel principalmente por ser mais fácil de confeccionar, ter baixo custo e por permitir fácil visualização nas trocas

das ordens, abrindo caminho para a compreensão do valor posicional dos algarismos no numeral.

Ele consiste em uma folha de papel dividida, neste caso, em três partes iguais. Cada parte deve conter uma identificação de cor em ordem crescente de valor posicional, conforme o valor das fichas. O ábaco que aqui será utilizado terá três partes para que o aluno realize pelo menos duas trocas de cada vez para compreender o que significa a “base” de trocas.



Modelo do ábaco de papel

O uso do ábaco de papel será sugerido juntamente com o jogo “Troca-troca” em que as crianças deverão trocar fichas de uma cor por outra, de acordo com a base escolhida. O jogo, que será explicado mais detalhadamente à frente, baseia-se na idéia de um valor relativo, ou seja, no valor que o algarismo possui de acordo com a posição que ocupa no número.

Como vimos anteriormente, a criação de um sistema de numeração levou o homem a pensar em possibilidades para representar grandes quantidades e, então, a superar a idéia de que um algarismo só pode representar um único número. Isto significa que o valor de um algarismo depende da posição que ele ocupa no número. É esta idéia que o jogo pretende demonstrar, associando cores às ordens em que os algarismos estão posicionados.

Aprender esta regra não é tarefa fácil, principalmente porque “os algarismos permanecem os mesmos, embora mudem o valor simplesmente porque mudam seu lugar relativo no numeral” (Soares, 2009, p.35).

Se pensarmos que estamos trabalhando com crianças nos anos iniciais, a responsabilidade aumenta, pois segundo Nunes *et al* (2009) os obstáculos existentes na compreensão do sistema de numeração encontram-se na relação entre o desenvolvimento da criança e a complexidade da representação numérica usada. Uma idéia especialmente complexa é a composição aditiva, ou seja, cada número é igual ao anterior mais 1. De acordo com Kamii (1986) apud Toledo &

Toledo (2009, p.64) a criança de 6 a 7 anos está construindo o sistema numérico através da inclusão hierárquica com operações de “+1”. Nosso sistema de numeração de base 10 exige a construção mental de “1” em “10” unidades e a coordenação da estrutura hierárquica de 2 níveis.

## **2.5 O trabalho com jogos e materiais concretos**

Existem muitos motivos para utilizar jogos e materiais concretos nas aulas de matemática: desenvolver a organização, a atenção, a concentração, a linguagem, a criatividade, o raciocínio lógico, etc. Pastells (2009) cita em seu livro “Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos” dez argumentos a favor do uso dos jogos como recurso didático no ensino da matemática, entre eles:

Trata distintos tipos de conhecimentos, habilidades e atitudes relativas à matemática; permite aprender com o próprio erro e com o erro dos demais; persegue e consegue em muitas ocasiões a aprendizagem significativa; facilita o processo de socialização e, ao mesmo tempo, a própria autonomia pessoal”. (PASTELLS, 2009, p.11)

Também através dos jogos podemos perceber uma mudança nos papéis desempenhados pelas crianças e professores. A criança deixa de ser expectador e passa a exercer um papel ativo no seu processo de aprendizagem, o que certamente irá gerar conflitos e construção de hipóteses falsas, aspectos estes necessários a construção de conhecimento. O professor terá o papel de observador e de problematizador, incentivando a criança a descobrir as estratégias necessárias para resolver cada conflito.

Neste sentido, torna-se necessário repensar a forma como os jogos são utilizados em sala de aula e, antes mesmo de escolher um jogo, fazer uma reflexão sobre qual matemática acreditamos e, principalmente, sobre qual aluno queremos. É importante criar situações que levem as crianças a refletir sobre suas ações, exercitar suas habilidades mentais, a sentirem-se desafiadas a observar e analisar e, assim, buscar respostas que certamente levaram a uma nova aprendizagem.

Assim, parece evidente que o jogo é um recurso de aprendizagem que não pode ser dispensado no ensino da matemática. Entretanto, será que podemos

afirmar que o uso de materiais manipulativos ou jogos pedagógicos garantem a aquisição de competências matemáticas?

Muitos são os autores que discutem esta questão. Pastells (2009), já mencionado neste trabalho, afirma que a manipulação é um passo necessário e indispensável, porém, não é a manipulação em si o mais importante no aprendizado da matemática, mas sim, como já sugeriram Piaget, Kamii e outros, a ação mental que é estimulada no contato das crianças com objetos e materiais.

Fiorentini e Miorim (1990) esclarecem que nenhum material é válido por si só. Simplesmente introduzir jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem. Ao aluno deve ser dado o direito de aprender significativo, do qual ele participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão, fragmentada e parcial da realidade. Macedo *et al* (2000, p.24) acreditam que a principal questão é como o jogo é explorado. Jogar deve corresponder “a um conjunto de ações intencionais e integradas no sistema como um todo”.

Kamii (1990) defende que o professor precisa encorajar a criança a colocar todos os tipos de coisas em todos os tipos de relação, pois o conhecimento lógico-matemático consiste em coordenar relações. Assim, o professor tem o papel de criar um ambiente material e social que encoraje a autonomia e o pensamento infantil. A autora não propõe nenhum tipo de material especialmente construído para este fim, mas sim, o uso de jogos em grupos e situações da vida diária para favorecer ações mentais necessárias à construção dos conceitos numéricos. O mais importante é que a criança tenha boas oportunidades de pensar, tomar decisões e discuti-las com outras crianças e adultos.

No capítulo a seguir apresento o plano de ação onde estão descritos: a justificativa para o trabalho proposto, a caracterização da turma onde a intervenção foi realizada, os objetivos, a metodologia adotada, a descrição das atividades realizadas, a análise e discussão dos resultados. Para retratar com mais clareza a cronologia da intervenção realizada usarei no plano de ação o tempo verbal no futuro. Nos capítulos seguintes faço a análise retrospectiva e, por isso, retorno ao uso do tempo verbal no passado.

### **3. PLANO DE AÇÃO**

O plano de ação propõe o uso do jogo “Troca-troca” para trabalhar agrupamentos e trocas com as crianças do 2ºano do 1ºciclo do Ensino Fundamental. No jogo são utilizadas fichas coloridas e o ábaco de papel.

#### **3.1 Justificativa**

É preciso estar atento às atividades propostas desde os anos iniciais do ensino fundamental, dada a complexidade do nosso Sistema de Numeração Decimal. Manipular um sistema de quantidades sem sua compreensão pode trazer várias dificuldades nas operações com números naturais. Portanto, é preciso realizar atividades de agrupamentos e trocas e problematizá-las. As crianças devem ter a oportunidade de agrupar quantidades e de trocá-las em várias bases.

Diante da necessidade de se realizar atividades de agrupamentos e trocas é preciso pensar em como concretizar este trabalho. Proponho atividades com fichas coloridas e o ábaco de papel como forma de compreender qual é o papel do uso de materiais concretos na compreensão de regras do nosso sistema de numeração.

#### **3.2 A turma**

O trabalho que aqui está descrito será realizado por mim, professora regente, em uma turma que acompanho desde 2010. A turma 12A é constituída por 27 crianças, 14 meninos e 13 meninas, na faixa etária de 7 e 8 anos. É uma turma de 2º ano do 1º ciclo do Ensino Fundamental bastante heterogênea e diversificada. Apesar de a maioria estar alfabetizada, são crianças em níveis diferentes de conhecimento. Algumas apresentam um conhecimento de mundo mais amplo, tem contato com a natureza, freqüentam espaços socioculturais, tem acesso a revistas, livros, internet. Outras, apesar de poucas experiências/vivências com o mundo que as cercam, são curiosas e sempre querem saber mais. Mas, nem todas têm a mesma curiosidade e disponibilidade para interagir com os colegas e professores. A maioria vem de famílias carentes, com pouco nível de escolaridade.

O trabalho será desenvolvido com toda a turma por se tratar de um conteúdo a ser trabalhado, também no 1º ciclo, como apontam as Proposições do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Belo Horizonte.

### **3.3 Objetivo geral**

Compreender e fazer uso de regras do Sistema de Numeração Decimal utilizando material concreto (fichas e ábaco de papel).

### **3.4 Objetivos específicos**

- Realizar agrupamentos e trocas em diferentes bases;
- Manipular material concreto para realizar agrupamentos e trocas em diferentes bases;
- Utilizar o ábaco de papel como forma de organizar os agrupamentos e trocas;
- Explorar o valor posicional dos algarismos nos sistemas de numeração por meio de fichas coloridas;
- Compreender o princípio do agrupamento e reagrupamento, base para vários sistemas de numeração;
- Desenvolver o pensamento numérico, por meio de agrupamentos e reagrupamentos, não associados especificadamente ao SND.

### **3.5 Metodologia**

Para desenvolver o trabalho com agrupamentos e trocas será proposto às crianças o jogo troca-troca, na perspectiva da resolução de problemas. O jogo será realizado em 8 aulas, focando problematizações diferentes a cada dia.

Antes de iniciar o jogo, será explicado às crianças o que é e como surgiu nosso sistema de numeração para que percebam que ele não é o único existente e que possui uma história.

### **3.6 O Jogo troca-troca**

Esse jogo é uma adaptação de versões de jogos baseados em agrupamentos e trocas já mencionados por autores como Soares (2009) e Toledo & Toledo (2009).

Consiste em agrupar uma determinada quantidade de fichas e trocá-los por outra de cor diferente, de acordo com a base de troca estabelecida pela professora e as cores das fichas. A cada partida as crianças terão oportunidade de jogar em bases diferentes, combinadas antes do início das partidas.

### *Organização das crianças*

As mesas da sala serão organizadas de forma que as crianças possam se sentar em dupla. Em seguida o jogo será explicado.

### *Regras do jogo*

1. Para iniciar uma partida deve-se definir a base das trocas.
2. Cada dupla receberá um dado e fichas da cor marrom, azul e vinho.
3. Antes de começar o jogo todas as fichas ficam dispostas na mesa, isto é, não pertencem a nenhum participante;
4. O primeiro jogador lança o dado e pega na mesa a quantidade de fichas marrons que correspondem a quantidade retirada no dado;
5. Na sequência o jogador 2 faz o mesmo que o jogador 1;
6. À medida que lançam os dados os dois jogadores vão acumulando fichas marrons que deverão ser trocadas por fichas azuis assim que o número de fichas marrons for igual ao valor da base combinada;
7. O jogo continua da mesma forma: na sua vez de jogar o participante joga o dado e retira do monte a quantidade de fichas marrons que correspondem à quantidade tirada no dado. Troca-se as fichas marrons por azuis quando a quantidade de fichas marrons for igual a base combinada.
8. Quando um jogador acumular uma quantidade de fichas azuis correspondentes ao da base do jogo, trocará por uma ficha vinho.
9. O jogo termina quando não restar mais nenhuma ficha vinho na mesa.
10. Ganha quem fizer mais pontos.

Exemplo: Na base 5, a ficha marrom valerá 1 ponto, a azul 5 e a vinho 25. Toda vez que um jogador acumular 5 fichas marrons deverá trocar por 1 azul e 5 azuis por 1 vinho, ou seja, cada participante não poderá acumular 5 fichas marrons, nem azuis.

### **3.7 Atividades**

#### **Aula 1 - Jogo Troca- troca: aprendendo a jogar**

As duplas iniciam o jogo na base combinada e a professora passa pelas mesas das duplas dando as orientações necessárias. Nas primeiras partidas não serão propostos problemas sobre trocas para as crianças resolverem. O objetivo é que as crianças joguem livremente para explorar o material e aprender as regras. Só serão feitas perguntas para garantir que estão entendendo o jogo, tais como: Quem tem mais fichas? Quem tem menos fichas? Quem ganhou a partida? Há necessidade de contar ponto por ponto para saber quem ganhou? Podemos concluir que quem tem mais fichas sempre ganhará a partida?

#### **Aula 2 - Jogo Troca- troca: aprendendo a jogar**

Novamente a turma será dividida em duplas, receberão o material e jogarão nas bases combinadas a cada partida. As duplas iniciam o jogo e a professora passa pelas duplas, orientando.

#### **Aula 3 - Jogo Troca- troca: praticando as jogadas**

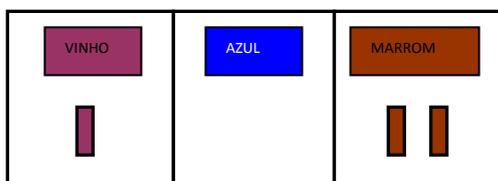
Novamente a turma será dividida em duplas, receberão o material e jogarão nas bases combinadas a cada partida. As duplas iniciam a jogada e a professora passa pelas duplas, orientando de forma a garantir o entendimento do jogo e instigando o aluno a analisar suas estratégias e postura frente ao outro jogador e ao próprio jogo. Podemos, em vez de jogar o dado, colocá-lo na quantidade que desejo? E podemos acrescentar fichas sem jogar ou pegar uma quantidade de fichas diferente da tirada no dado? Você gostaria de ver sua dupla utilizando estas estratégias para ganhar o jogo? Ganhar utilizando de regras que não fazem parte do jogo vale à pena?

#### **Aula 4 - Jogo Troca- troca e o ábaco de papel: organizando as jogadas**

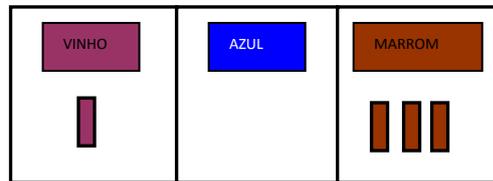
Antes de iniciar o jogo apresentar o ábaco de papel e perguntar às crianças se conhecem o material e como acham que será usado. Quando estão jogando, as crianças organizam as trocas e agrupamentos na mesa. Sugerir o uso do ábaco nas

jogadas, neste momento, como forma de organizar as trocas e resultados. Depois sua utilização será avaliada com a turma.

Exemplos de registros no ábaco:



27 pontos com trocas  
de 5 em 5



12 pontos com trocas  
de 3 em 3

Após explicação sobre o uso do ábaco de papel as crianças jogam na base que escolherem com o auxílio do material. Depois de algumas rodadas utilizando o ábaco de papel o professor deve perguntar o que acharam de jogar com o material: Quem acha que é melhor jogar usando o ábaco de papel? Por quê? Quem acha que não é necessário? Por quê? Após essas questões o professor deve propor que só deverá usar o ábaco de papel aqueles alunos que acharem necessário, pois seu uso não é obrigatório.

Neste momento, se já estiver garantido que as crianças entenderam o jogo, iniciar a exploração do mesmo, com a seguinte problematização:

**Problema 1:** Se eu entregar a um aluno 64 fichas marrons e pedir que ele faça as trocas na base 4, ao final das trocas ele ficará com 4 fichas vinho. Então, a jogada acaba aqui? Mas, se de acordo com as regras, não posso ter 4 fichas de uma mesma cor, o que fazer?

O objetivo dessa pergunta é fazer com que as crianças percebam que o jogo pode ter mais de 3 cores pois, se quiser, posso continuar trocando as fichas.

### **Aula 5 - Problematização: explorando o jogo**

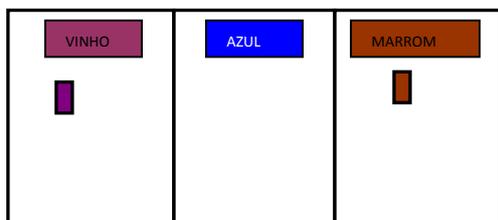
O professor deve propor novamente uma jogada. Nesta e nas próximas partidas as crianças farão a opção de jogar com ou sem o ábaco. O objetivo das problematizações é explorar o jogo, levando as crianças a raciocinar sobre algumas possibilidades de jogadas e sobre algumas regras do SND.

**Problema 1:** Nós já fizemos várias partidas com bases diferentes. Se estamos jogando na base 3, qual seriam as melhores quantidades a serem tiradas no dado para fazer a troca logo na primeira jogada? Tirar 2 no dado é bom? E 3? Se eu tirar 4 poderei trocar logo na primeira vez? Vão sobrar fichas marrons? Quantas? E se eu tirar 5 no dado? Sobrarão fichas? Quantas? E se eu tirar 6, quantas trocas poderei fazer? Por quê? Então, de todas as quantidades, qual é a melhor a ser retirada no dado? E na base 5, qual é a melhor quantidade a se tirada? E se eu tirar 1 é bom? Por quê? Quantas vezes vou precisar tirar 1 para fazer a troca? Então, independente da base, é melhor tirar quantidades altas ou baixas, para fazer as trocas? Por quê?

**Problema 2:** Se ao iniciar uma rodada na base 6, a face sorteada no dado for 2, quais faces do dado precisará sortear na próxima jogada para fazer a primeira troca? E na base 3? Na base 8? Na base 2?

**Problema 3:** Dividir a turma em jogadores 1 e 2. Todos que forem 1 vão colocar na sua mesa ou no ábaco o seguinte resultado de uma partida: 1 ficha vinho e 1 marrom e todos que forem o jogador 2 vão 1 ficha vinho e 2 marrons. Se a partida terminasse assim, quem ganharia? Jogadores 1 ou 2? Por quê?

Jogador 1



Jogador 2



Agora os jogadores 1 vão acrescentar 4 fichas marrons. Quem ganhará? Por quê? E se os jogadores 2 acrescentarem mais 1 ficha vinho. Quem ganhará? Por quê? Jogadores 1 acrescentem 1 vinho. E agora quem vencerá?

## Aula 6 - Problematização: descobrindo a base das trocas

O objetivo desta atividade é descobrir qual é a base da troca usada pela professora, possibilitando a exploração do jogo e de regras do SND através de

problematizações. Para isto, as crianças deverão prestar atenção nas jogadas que serão realizadas.

**Problema 1:** A professora chamará algumas duplas em sua mesa para descobrirem a base da troca das jogadas que realizará. Todas as duplas terão a oportunidade de descobrir a base da troca.

**Problema 2:** Dividir a turma em 2 grandes grupos, um de jogadores e outro de observadores. Pedir que as duplas jogadoras combinem, em segredo, em qual base de troca vão jogar para que os observadores tentem acertar qual a base da troca combinada. Depois inverter as posições. Quem é jogador passa a ser observador e vice-versa. Ao final, as crianças deverão falar quais estratégias utilizaram para descobrir a base e o que acharam da atividade.

### **Aula 7 - Problematização: continuando o jogo de outra dupla**

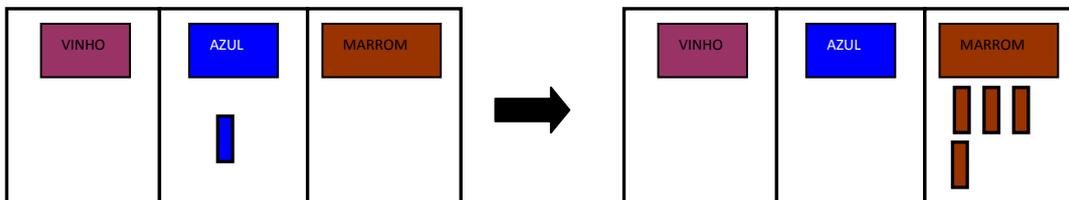
O objetivo desta atividade é que uma dupla de crianças descubra em que base outra dupla está jogando e continue o jogo, promovendo uma reflexão sobre o jogo e sobre regras do SND, através de problematizações.

**Problema 1:** Propor que uma dupla comece uma rodada e que outras duplas terminem o mesmo jogo. A dupla que começar o jogo irá, em segredo, combinar a base da troca. A próxima dupla terá que descobrir a base do jogo, escrevendo em um papel, e quando acertarem, deverão continuar a rodada para que outra dupla que será chamada tente descobrir a base da mesma forma, até que todas as duplas tenham participado.

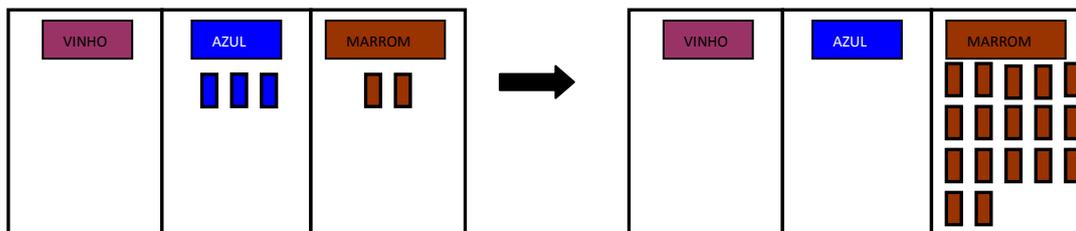
### **Aula 8 - Problematização: desfazendo as trocas**

O objetivo desta atividade é possibilitar que as crianças desfaçam as trocas de um jogo para descobrirem a pontuação feita e, assim, refletir sobre regras do SND, através de problematizações.

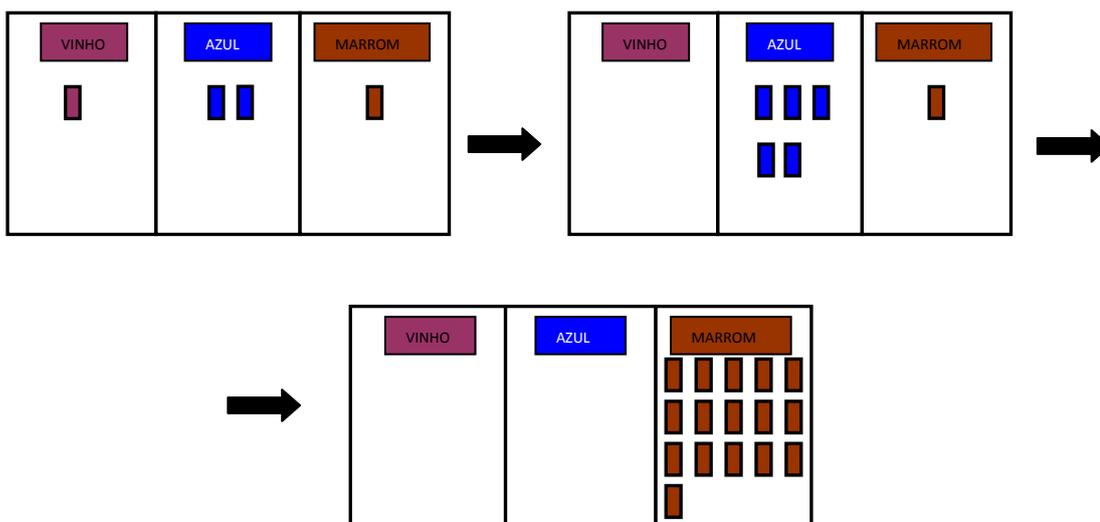
**Problema 1:** Em duplas, as crianças irão desfazer as trocas, ou seja, trocar uma ficha de maior valor por um grupo de fichas menores para descobrir quantos pontos foram feitos. Exemplos: Após realizar suas jogadas, uma pessoa ficou com apenas 1 ficha azul. Sabendo que as trocas de fichas haviam sido feitas de 4 em 4, descubra quantos pontos essa pessoa fez.



Após realizar suas jogadas, uma pessoa ficou com 3 fichas azuis e 2 marrons. Sabendo que as trocas de fichas haviam sido feitas de 5 em 5, quantos pontos essa pessoa fez?



Ao fazer as trocas de 3 em 3, uma pessoa ficou com 1 ficha vinho, 2 azuis e 1 marrom. Quantos pontos essa pessoa fez?



### 3.8 Análise e discussão dos resultados

O domínio do SND é um dos aspectos mais complexos relacionadas à aprendizagem sobre números. A própria humanidade percorreu uma longa trajetória até chegar ao sistema de numeração que adotamos hoje. Assim, o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal no cotidiano escolar deve ser bem planejado e contemplar atividades variadas com agrupamentos e trocas em bases variadas. Neste plano de ação propus o jogo troca-troca, utilizando o ábaco de papel e fichas, essas com valores atribuídos de acordo com a cor e com a base, com o objetivo de entender qual o papel de materiais concretos como possíveis mediadores da compreensão do sistema de numeração decimal pelas crianças.

A exploração do jogo nas primeiras aulas permitiu que as crianças explicitassem suas primeiras impressões sobre o jogo, suas dúvidas e descobertas. A princípio ficaram confusos com as cores, quando deveriam trocar de ficha e definir quantas pegar. Assim, precisaram jogar muitas vezes para dominar as regras do jogo, pois neste momento o objeto de aprendizagem era o próprio jogo. Apesar das muitas dúvidas geradas pelo desconhecimento de como jogar, este momento permitiu que as crianças explorassem o formato, o tipo de material, suas características, sua postura diante do colega, além de aprenderem como usá-lo. Como afirmam Macedo *et al* (2000), num primeiro momento, conhecer o jogo é uma ação física que envolve movimento e manipulação. À medida que a criança se desenvolve, passa a estabelecer relações, coordenar informações e articular diferentes pontos de vista. Por isso, dominar as regras é importante, mas não é suficiente para o bom desempenho do jogo. É preciso praticar o jogo para desenvolver competências como concentração, perseverança e flexibilidade para depois desafiar as crianças, propondo diversas situações-problema.

Após as primeiras jogadas, percebi que algumas crianças estavam apresentando resistência em trocar as fichas de uma cor por outra, o que pode indicar que elas ainda não haviam compreendido as regras do jogo. Acreditavam que estavam perdendo peças e, conseqüentemente, o jogo. À medida que jogavam, essas crianças descobriram que era vantajoso trocar as fichas porque, trocando, obteriam mais fichas da cor vinho. Assim, não se importavam mais em perder fichas das outras cores e se mostravam satisfeitas em tirar quantidades maiores no dado. Alguns até tentavam manipular o dado, trocando a posição tirada ao lançá-lo, para

que saísse uma quantidade maior. O jogo troca-troca, a princípio, não poderia ser classificado como um jogo de estratégia, pois de acordo com Borin (1996), esse tipo de jogo caracteriza-se por possuir uma estratégia vencedora que não depende da sorte. Entretanto, devido as problematizações feitas, o jogo permitiu que as crianças utilizassem estratégias próprias, formulando hipóteses e testando sua validade para ganhar. Ou seja, criaram uma estratégia que não faziam parte das regras do jogo para ganhá-lo.

Após as primeiras aulas, aproveitei para verificar se estavam compreendendo o jogo fazendo alguns questionamentos sobre quem ganhou a rodada. Num primeiro momento, a turma não chegou a um consenso. Então, usei o resultado de uma dupla como exemplo (jogadora 1 com 5 fichas vinho e 3 azuis e jogadora 2 com 5 vinhos e 1 azul) e uma das jogadoras avaliou que era necessário saber quantos pontos valia a peça marrom. Quando perguntei para a turma se precisava saber quanto vale cada peça, a maioria disse que não. Então, “se não precisamos olhar quantos pontos vale cada um, vocês vão olhar o quê?” Uma aluna respondeu que bastava olhar a cor. Ao serem questionados sobre qual cor valia mais, logo perceberam que era a vinho. Entretanto, as duas jogadoras tinham a mesma quantidade de peças da cor vinho, então uma aluna respondeu que deveríamos olhar a cor azul porque “é a segunda que vale mais”. A partir desta fala, questionei qual peça valia mais e estabelecemos uma ordem decrescente de valores para analisar os resultados de todas as duplas. Neste momento, alteram-se as regras do jogo. Não era mais necessário saber quantos pontos valia cada peça, pois as crianças concluíram que bastava analisar quem tinha mais peças vinho e, para isto, não precisavam contar pontos. Neste momento, demonstraram que estavam aprendendo não só o valor das fichas, mas também uma das regras do nosso SND: o valor relativo dos algarismos que representam os números.

As crianças continuaram jogando e passei a observar outro aspecto: a organização das fichas que faziam a cada rodada. Foi bem interessante observá-las organizando as fichas porque utilizaram estratégias próprias. Alguns empilharam as fichas e mantiveram assim até a introdução do ábaco (figura 1), enquanto outros logo viram que ficava difícil manipular as fichas empilhadas e adotaram outras estratégias: colocar uma ficha do lado da outra levando em consideração a cor e valor das fichas ou distribuí-las aleatoriamente (figura 2). Outros ficaram com as fichas na mão como se fossem cartas. Assim, sem nenhuma orientação da

professora, algumas crianças agruparam as fichas pela visualização de suas características, de modo que o valor delas estava associado a localização espacial no jogo, estabelecendo critérios para colocá-las na mesa. Dispor as fichas levando em consideração que há uma ordem de grandeza relacionada às cores demonstra o papel do material como mediador da aprendizagem.



Figura 1



Figura 2

Na aula seguinte, incluí o ábaco de papel. Deixei que manipulassem o material e depois perguntei como achavam que seria usado (figura 3). Alguns cogitaram a possibilidade de escrever a pontuação com o lápis no ábaco. Entretanto, a maioria percebeu que as fichas deveriam ser dispostas de acordo com as cores fixadas no ábaco. Esclarecido sobre o uso do ábaco de papel, orientei que, neste momento, todos deveriam jogar utilizando-o para depois avaliarmos como foi jogar com o ábaco (figura 4). Mais uma vez, as crianças precisaram aprender sobre um material novo. Desta forma, foi necessário manipular e testar o material para depois explorá-lo através de problematizações.



Figura 3



Figura 4

Depois de algumas jogadas questionei sobre seu uso: “Vocês acharam melhor jogar com ou sem o ábaco de papel?” Por quê? A maioria achou melhor

jogar com o ábaco de papel. As crianças relataram vários motivos, entre eles, a possibilidade de colocar uma ficha debaixo da outra em colunas, e, assim, ver quem estava ganhando; não misturar uma cor com outra; ficar mais organizado; facilitar a verificação da quantidade de peças que tem para fazer a troca. Apenas 3 disseram que não fazia diferença e preferiram não usá-lo durante o jogo.

Esclareci que nas próximas vezes que jogassem, eles teriam a opção de usar ou não o ábaco. Interessante é que no dia seguinte todos jogaram com o ábaco de papel, inclusive os que haviam avaliado anteriormente que não era necessário utilizá-lo, mesmo sabendo que não era obrigatório. Na aula seguinte, esclareci novamente que podiam optar em usar ou não o ábaco e, mais uma vez todos utilizaram o material.

Percebi que somente depois de algumas aulas, algumas crianças começaram a desistir de usar o ábaco (figuras 5 e 6). Parece-me que por algum tempo o ábaco foi necessário para a visualização das fichas nos agrupamentos e trocas, usando um material que, até então, não fazia parte do jogo. Quando “dominaram” o uso do material, passaram a ter mais autonomia para decidir sobre seu uso e 7 crianças descartaram o ábaco, voltando a jogar na mesa, sem dificuldade. Destas 7 crianças, somente 1 pertencia ao grupo que antes da introdução do ábaco já dispunha as fichas observando a relação existente entre as cores e sua posição. As outras 6, até então, não colocavam as fichas seguindo uma ordem. Percebi que ao optarem por jogar na mesa, sem usar o ábaco, a disposição espacial das fichas foi mantida assim como se as fichas estivessem no ábaco. Assim, parece que para estas 6 crianças o ábaco de papel mediou a aprendizagem, possibilitando que aprendessem além do jogo.



Figura 5



Figura 6

Desta forma, fica evidente que nem todas as crianças necessitam de utilizar as mesmas ferramentas, neste caso, o mesmo material fisicamente manipulável para aprender. Para algumas crianças usá-lo não é necessário para a compreensão de algumas regras do SND. De acordo com Spinillo e Magina (2004), o material concreto não é mais importante recurso na compreensão matemática e muito menos o único. As autoras não desejam, contudo, que eles caiam em desuso, mas que sejam analisados criticamente, observando se realmente contribui para a compreensão matemática. Se, inicialmente, para a maioria das crianças, o jogo troca-troca era direcionado apenas pela cor, após a inclusão do ábaco, outro aspecto, muito importante para a compreensão do SND foi inserido: o valor posicional, através da posição das fichas. Mesmo decidindo por não utilizar o ábaco, as crianças compreenderam que existe uma disposição espacial necessária para o jogo, onde o valor das fichas é retratado pela posição que ela é colocada na mesa ou no ábaco.

Durante as jogadas, analisando as duplas, observei que algumas crianças ao jogarem lançavam o dado e em vez de pegar fichas marrons, pegavam direto a ficha azul. Questionei uma criança que pegava direto a ficha azul para que ela esclarecesse o que estava fazendo. “Por que ao tirar 4 no dado você pegou direto uma ficha azul?”. Sem hesitar ela respondeu que se 1 ficha azul vale o mesmo que 4 marrons (base 4), não precisa perder tempo pegando primeiro a marrom para depois trocar. Deixei o jogo terminar e depois lancei a questão para a turma: “Quando um participante está jogando na base 3, por exemplo, e tirar 3 no dado é preciso pegar primeiro 3 fichas marrons, certo? E se ele pegar direto 1 ficha azul, estará errado?”. A maioria disse que estava errado. Porém, as crianças que pegavam direto a ficha azul fizeram a mesma defesa apresentada antes. “Pra que preciso pegar 3 marrons primeiro, se já vou ter que trocar pela azul. Pego logo uma azul! Entendeu?”. Após analisarmos a questão, continuei observando as jogadas e percebi que outras crianças passaram a pegar diretamente a ficha azul. Esta estratégia mostrou que um conhecimento foi socializado em sala e que elas haviam entendido, de fato, o agrupamento. Eles passaram a fazer a troca direto, sem necessariamente, agrupar para depois trocar.

Em uma das aulas, uma criança me fez o seguinte questionamento: “Se eu tiver 4 fichas vinho (na base 4) eu posso trocar?”. Não respondi a pergunta e esperei o momento oportuno para levar a questão ao grupo: “Eu queria fazer uma pergunta

que um colega de vocês me fez: A ficha vinho eu posso trocar?”. Alguns responderam que não e outros ficaram calados. Então propus a seguinte questão: “Se eu entregar a um aluno 64 fichas marrons e pedir que ele faça as trocas na base 4, ao final das trocas ele ficará com 4 fichas vinhos, certo? Então, posso trocar estas fichas vinho por outra cor? Se estou jogando na base 4 e tenho 4 fichas vinhos, posso trocar?”. Concordaram que sim. Uma criança respondeu: “É só por outra cor, verde ou amarela”. Remeti a eles outra pergunta: “Então, o jogo acaba com 3 cores?” e eles responderam que não. Concluí explicando a eles que havia estabelecido 3 cores para que o jogo tivesse um fim e para não ficar muito demorado, mas que era possível acrescentar quantas cores quisesse.

Quando a criança aponta para a possibilidade de se incluir mais cores para dar continuidade das trocas, ela traz um elemento novo: a capacidade de fazer generalizações, ou seja, através de um aspecto comum no jogo - trocas de fichas de acordo com a base - ela generalizou e concluiu que é possível continuar trocando as fichas por outras cores não mencionadas no jogo, formando números de ordem cada vez maior.

Na atividade de acertar a base de troca de outra dupla as crianças ficaram empolgadas. Elas se sentiram desafiadas a descobrir a base que os outros colegas jogavam. No início demoravam a acertar a base do jogo e erravam com mais frequência, mas à medida que foram observando com mais atenção passaram a acertar com maior agilidade e frequência. Quando alguns jogadores usavam a estratégia de pegar diretamente a ficha azul porque a quantidade tirada no dado representava a própria base, ficava atenta para perceber se o jogador observador percebia a estratégia e acertava a base (figura 7). Alguns conseguiam acertar logo que o jogador pegava a peça e outros não. Esta atividade exigiu das crianças as capacidades de analisar e avaliar uma situação proposta. De acordo com Grandó (2000), um jogo pode ser favorável à criança quando desenvolve sua capacidade de pensar, refletir, analisar e compreender conceitos matemáticos, levantar, testar e avaliar hipóteses com autonomia e cooperação.



Figura 7

Ainda na atividade de descobrir a base de troca de outra dupla, uma criança me chamou a atenção. Ele escolhia um dos jogadores da dupla para observar e usava os dedos para registrar quantas peças o jogador acumulava. Assim que alcançava a quantidade para fazer a troca e juntava as peças para prosseguir com a troca, ele, rapidamente, acertava a base (figura 8).



Figura 8

Depois de muitas aulas percebi que as crianças acertavam a base com muita facilidade. Mesmo quando jogavam em uma base e logo em seguida em outra, não apresentavam dificuldades. Esta constatação mostra que perceberam que o valor das fichas é uma convenção, assim como acontece com os algarismos no Sistema de Numeração Decimal. A base 10 é uma invenção da humanidade, assim, é considerada convencional, pois qualquer outra base poderia ser escolhida para reger o sistema de numeração.

Também verifiquei que as crianças se interessaram em experimentar jogadas com grandes quantidades. Isso ficou bem evidente quando puderam jogar na base que quisessem. Escolhiam, geralmente, bases mais altas que eu não havia proposto em nenhum momento. Na aula em que uma dupla combinava uma base para outra descobrir (figura 9), precisei, durante a atividade, alterar a base escolhida por eles

porque o jogo estava demorado e cansativo. Ao propor a atividade eu não havia previsto que as crianças poderiam escolher bases maiores, entretanto, o fato ocorreu logo nas primeiras jogadas e precisei intervir. Expliquei que se continuassem escolhendo bases maiores, os jogadores observadores demorariam mais tempo para descobrir a base e o jogo ficaria cansativo, perdendo seu objetivo (descobrir a base e continuar o jogo da outra dupla).



Figura 9

Desfazer a troca foi um grande desafio para as crianças, principalmente quando precisavam desfazer as trocas partindo da cor vinho. Esta atividade demandava que as crianças conseguissem fazer a operação inversa que vinham fazendo. Para Kamii (1990), de acordo com os estudos de Piaget, a reversibilidade se refere a capacidade de reverter ações, permitindo antecipar e reconstruir ações, numa perspectiva dedutiva. Assim, se antes tinham que agrupar e fazer as trocas de acordo com a base, agora precisavam desfazer as trocas. A tarefa era muito complexa, pois, para resolvê-la, as crianças precisavam usar o raciocínio reverso, o que me remeteu aos procedimentos usados nos algoritmos da adição e subtração. O jogo troca-troca evidenciou as origens dos procedimentos operatórios da adição e da subtração – agrupar, reagrupar e decompor números - e as relações existentes entre as operações inversas.

Observando as crianças desfazendo as trocas, percebi que uma participante adotou a estratégia de agrupar as peças para desfazer a troca (figura 10). Ela devolvia uma ficha azul e pegava 2 marrons, sucessivamente, agrupando-as na mesa (não quis usar o ábaco de papel), quantas vezes fosse possível, já que a base era 2.

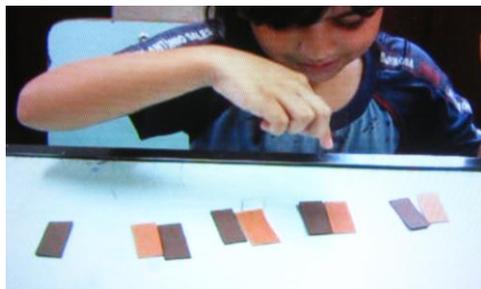


Figura 10

O jogo troca-troca trabalhado na perspectiva da resolução de problemas permitiu às crianças muitas aprendizagens que foram além das minhas expectativas. As primeiras jogadas possibilitaram que aprendessem como se joga, assim, o objeto da aprendizagem era o próprio jogo. À medida que jogavam, exploravam e eram incentivadas a “desvendar” o jogo, as relações entre ele (o jogo) e o conhecimento matemático como a ser delineado. Assim, aprenderam não só a jogar, mas descobriram algumas regras do SND: a noção de agrupamentos e o valor relativo demarcado pela notação posicional adotado em nosso sistema. Contudo, o desenvolvimento do pensamento matemático não se restringiu apenas a compreensão de regras do nosso sistema. Durante a análise fui percebendo que outros conhecimentos foram construídos como a capacidade de generalizar considerada uma das habilidades necessárias ao desenvolvimento do raciocínio indutivo, muito empregado para justificar regras matemáticas. Também desenvolveram habilidades ligadas à organização, atenção e concentração, além do desenvolvimento da linguagem oral e do próprio raciocínio lógico através das observações, análises e verificações de hipóteses necessárias durante as problematizações.

As fichas coloridas e o ábaco de papel também foram objeto de análise e, certamente, cumpriram seu papel de mediar a aprendizagem. É claro que cada material teve um significado diferente para cada criança, pois elas não aprendem e nem interagem da mesma forma com os objetos, neste caso, os materiais manipuláveis fisicamente.

Assim como eu, as crianças não saíram deste plano de ação como entraram. Elas participaram ativamente de todas as aulas e o medo de errar foi tomado pelo desejo de aprender. Mesmo as mais tímidas foram tomadas de autoconfiança, pois puderam, em algum momento, se destacar em relação às outras, dando suas contribuições e aprendendo com os outros.

#### 4. CONCLUSÕES

Ao propor o jogo troca-troca meu objetivo era analisar a papel de materiais concretos na compreensão de regras do SND. Entretanto, os resultados alcançados foram além e incluem a percepção de outros conhecimentos matemáticos que envolvem a argumentação, a capacidade de generalizar, levantar hipóteses e o raciocínio lógico. O jogo usado na perspectiva da resolução de problemas também desenvolveu outras capacidades tais como cooperação, descentralização, respeito ao outro e a si mesmo. Assim, jogando e resolvendo problemas, as crianças tiveram a oportunidade de aprender sobre si, sobre o jogo, sobre os colegas, sobre o conteúdo do jogo e sua relação com o pensamento matemático, através das várias problematizações realizadas.

Entretanto, não posso afirmar que foi o material por si só que proporcionou o desenvolvimento de tantas habilidades. Há que se considerar um aspecto muito importante relacionado a forma como foi explorado. Explorar o jogo na perspectiva da resolução de problemas permitiu que as crianças tivessem muitas oportunidades de discutir as jogadas, avaliar quem ganhou, qual a base da troca, quais as melhores jogadas. As crianças foram levadas a refletir, a buscar soluções para resolver os problemas, a descobrir estratégias, estabelecer relações que provocaram conflitos e desequilíbrios necessários à construção de novos conhecimentos.

No que diz respeito aos conhecimentos voltados ao sistema de numeração, o jogo troca-troca em diferentes bases, fazendo uso das fichas e do ábaco de papel, contribuiu na compreensão de duas regras fundamentais na compreensão do SND citadas por Moreira e David (2005) anteriormente neste trabalho: a noção de agrupamento e a idéia de valor relativo do algarismo. A aquisição destas noções foi apontada na análise e revela a necessidade de se fazer uma opção metodológica condizente quando se ensina o Sistema de Numeração Decimal. O professor pode trabalhar com o jogo para introduzir as idéias do sistema como um conjunto de regras cujo objetivo é levar as crianças a memorizar a nomenclatura (unidade, dezena, centena, etc.) ou explorá-lo, levando-os a compreender como surgem estas regras e como funcionam, criando situações que permitam a criança estabelecer relações entre o jogo e o conhecimento que se quer produzir.

Parece-me, assim, que o ábaco de papel além de organizar as jogadas e os

resultados, também cumpriu o papel de um material concreto capaz de mediar uma aprendizagem tão complexa como é a compreensão do SND, principalmente no que se refere ao valor posicional dos algarismos. Poucas crianças desistiram de jogar com o ábaco e só o fizeram depois de algumas jogadas com o mesmo. Por algum tempo usar o ábaco foi necessário para a visualização das fichas nos agrupamentos e trocas. Dominada a nova situação, as crianças tiveram autonomia para descartar o material e continuar jogando mantendo a mesma disposição espacial das fichas na mesa. Ou seja, apenas para estas crianças, o ábaco não era mais necessário na compreensão do valor posicional.

Assim como o ábaco, as fichas coloridas também desempenharam um importante papel na compreensão das regras do SND, principalmente, em relação ao valor posicional, um aspecto, para muitas crianças, de difícil compreensão. Quando perceberam que havia uma relação entre a cor e a posição que ocupavam no jogo através da disposição das fichas, estavam, na verdade, demonstrando o caráter mediador do material naquele momento.

A compreensão por parte do professor, sobre a flexibilidade no uso de materiais concretos, de suas possibilidades e limites é fundamental no planejamento da prática docente e interfere diretamente na aprendizagem das crianças, uma vez que nem todos aprendem da mesma forma.

Trabalhar com o jogo troca-troca também possibilitou observar com mais atenção cada aluno e a obter informações sobre o que pensam e como agem para resolver problemas. Tive a oportunidade de instigá-los a analisar suas ações e a dos colegas e refazê-las quando necessário e assim, entender melhor o pensamento infantil. Também pude observar e intervir com aquelas crianças que não dão muitas pistas sobre o que pensam e como agem na resolução de problemas. O professor precisa estar atento a estas crianças que quase não expõem seu ponto de vista para que não se tornem “invisíveis” na sala. Por outro lado, também precisei fazer muitas conversas para que todas as crianças tivessem a oportunidade de expor seus pensamentos, porque havia um grupo de crianças, principalmente meninas, que acabam participando muito ativamente, deixando pouco espaço para os demais.

Em relação a minha prática, muitas atitudes ainda precisam ser repensadas. Para quem sempre teve em sua trajetória escolar marcada pelo professor como o detentor do conhecimento, não é fácil deixar de ser a única comunicadora do

conhecimento, para ser observadora, problematizadora e interventora da aprendizagem, abrindo espaço para as crianças se posicionarem e refletirem sobre suas ações. Quando propus este plano de ação parti do meu incômodo com a forma de ensinar e de trabalhar alguns aspectos do SND, mas meu aprendizado foi além. Hoje, enquanto educadora matemática percebo que meu papel é lançar questões desafiadoras, favorecendo a reflexão e a descobertas de novas aprendizagens.

## 5. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BICUDO, M.A.V. O professor de Matemática nas escolas de 1° e 2° graus. In: BICUDO, M.A.V. (org.). **Educação Matemática**. São Paulo: Centauro, 2005, p. 45-47.

BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: IME-USP, 1996, 110p.

CARDOSO, Virgínia Córdia. **Materiais didáticos para as quatro operações**. São Paulo: IME-USP, 1992.

CENTURIÓN, Marília. **Números e Operações**. São Paulo: Scipione, 1994.

Dickson, L., BROWN, M., GIBSON, O. **Children learning mathematics. A teachers guide to recent research**. London: Schools Council Publications, 1993.

FIORENTINI, Dario e MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática**. Texto extraído do Boletim da SBEM-SP, n. 7, de julho-agosto de 1990.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Campinas, SP, 2000, Tese de doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Disponível em: <[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos\\_teses/2010/Matematica/tese\\_grando.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/2010/Matematica/tese_grando.pdf)>. Acesso em 30 maio, 2012.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. Campinas, SP, 1995, 175p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, Unicamp.

IFRAH, Georges. **Os números: história de uma grande invenção**. Tradução de Stella M, de Freitas Senra. 7. Ed. São Paulo: Globo, 1994.

KAMII, Constance. **A criança e o número. Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos.** Tradução Regina A. de Assis Campinas, SP: Papyrus, 11ª edição, 1990.

MACEDO, L. de, PETTY, A. L. S. e PASSOS, N. C. **Aprender com jogos e situações-problema.** Porto Alegre: Artmed, 2000, p. 20-27.

MOREIRA, P.C; DAVID, M. M. M. S. **O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica.** Revista Brasileira de Educação, Campinas, SP, v.28, p. 50-61, 2005.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S. e PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NUNES, Terezinha et al. **Educação Matemática: números e operações numéricas.** 2. Ed. São Paulo: Cortez, 2009.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PASTELLS, Angel Alsina. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos: para crianças de 6 a 12 anos.** Curitiba: Base Editorial, 2009, p. 10-14.

Secretaria Municipal de Educação. **Proposições do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Belo Horizonte.** Prefeitura de Belo horizonte, 2009. Caderno de matemática.

SPINILLO, A. G. e MAGINA, S. Alguns mitos sobre a educação matemática e suas conseqüências para o ensino fundamental. In: Regina Maria Pavanello (org). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula.** São Paulo: Biblioteca do educador Matemático, 2004, p. 7-35.

SOARES, Eduardo Sarquis. **Ensinar matemática: desafios e possibilidades**. Belo Horizonte: Dimensão, 2009, p. 26-44.

TOLEDO, M.; TOLEDO M. **Teoria e prática de matemática: como dois e dois**. São Paulo: FTD, 2009, p.58-82.

TOMAZ, Vanessa Sena. **A atividade do Professor de Matemática: mudando o olhar sobre os conteúdos curriculares**, 2011. (no prelo)

TOMAZ, Vanessa Sena. **Perspectivas teórico-metodológicas na aula de matemática**. Notas de aula. 2010.