UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM DOCÊNCIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Quele Lousada Sanches

A PERCEPÇÃO DE REGULARIDADES EM PADRÕES E SUA GENERALIZAÇÃO

Belo Horizonte
2012

Quele Lousada Sanches

A PERCEPÇÃO DE REGULARIDADES EM PADRÕES E SUA GENERALIZAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Educação Matemática, pelo Curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* em Docência na Educação Básica, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Orientador (a): Paula Resende Adelino

Belo Horizonte

2012

Quele Lousada Sanches

A PERCEPÇÃO DE REGULARIDADES EM PADRÕES E SUA GENERALIZAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Educação Matemática, pelo Curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* em Docência na Educação Básica, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Orientador (a): Paula Resende Adelino

Aprovado em 14 de julho de 2012.

BANCA EXAMINADORA

Paula Resende Adelino – Colégio Técnico da UFMG

Avaliador externo

RESUMO

Este trabalho consistiu na realização de uma atividade em grupo relacionada à percepção de padrões e de regularidades. O objetivo principal era verificar se os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental percebiam tais padrões e regularidades e como essa percepção era registrada. Foi desenvolvida, durante o projeto, a atividade de observação de regularidades de padrões a partir da resolução de um problema. Levando em consideração o ciclo de generalização de Mason *et al* (1985) verificou-se que os alunos dos grupos 1, 2, 3 e 4 foram capazes de reconhecer a regularidade e expressá-la. Os grupos 1, 2 e 3, além disso, expressaram simbolicamente a generalidade permitindo a sua manipulação para resolver o problema. O grupo 5 apenas percebeu o padrão por meio de desenhos, mas não conseguiu expressar simbolicamente a generalidade. Já o grupo 6 não percebeu o padrão por meio de desenhos e, consequentemente, não conseguiu expressar simbolicamente a generalidade.

Palavras-chave: Álgebra, Regularidades e Padrões, Ensino Fundamental.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação pessoal

Sou Quele Lousada Sanches, professora da rede municipal de ensino de Belo Horizonte.

Iniciei meu trabalho como professora no programa Curumim[1], contratada pela Secretaria do Estado da Criança e do Adolescente de Minas Gerais. Minha área de atuação era acompanhamento escolar, onde auxiliava as crianças nos deveres de casa, tirando as dúvidas, consolidando e ampliando os conhecimentos sobre os conteúdos estudados. Fui designada para um núcleo que ainda iria ser iniciado, o Curumim Sarandi.

Neste período da minha prática docente, vivenciei um fato que me abriu um horizonte de possibilidades. Tive um aluno com dificuldade no aprendizado da multiplicação, e tentei de várias formas e com diversos recursos didáticos, explicar-lhe o processo. Mas nada o fazia compreender. Até que uma aluna, um ano mais velha que ele, me pediu para ela explicar a ele. Pois assim ela o fez e ele compreendeu. Percebi que "ensinar" Matemática era um pouco mais complexo do que parecia. Teria que voltar a infância, estudando os processos de aprendizagem em cada etapa e não achar que tudo era simples para eles como era para mim.

Apesar do belo trabalho, o programa era constituído, em grande parte, por indicações políticas. Mudando o governo, mudava o Secretario do Estado e toda sua equipe. Em 1997 sai do programa.

Em 2004, por meio de concurso, fui chamada para ingressar na Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte. Iniciei minhas atividades na E. M. Municipal Florestan Fernandes[2], localizada no bairro Solimões e atendendo, também, os bairros Conjunto Felicidade, Tupi e alguns alunos oriundos de outras comunidades, como dos bairros Jaqueline e Letícia da regional norte de Belo Horizonte. Esta escola foi referência para minha experiência docente.

Trabalhei também na E.M. Belo Horizonte, na E. M. Nossa Senhora do Amparo e na E.M. Professor Cláudio Brandão. Sendo que, nessa última, encontro-me em readaptação funcional, trabalhando como auxiliar de secretaria durante o ano de 2011 e durante o primeiro semestre de 2012.

---

[1] Programa desenvolvido pelo Governo de Minas Gerais, que atende crianças de 06 a 14 anos, no horário contrário ao escolar. Possui atividades de arte, recreação, acompanhamento escolar e de esportes.
[2] E.M. Abreviação de Escola Municipal, que será utilizada como referência às mesmas.

Durante minha trajetória profissional percebi que, nos anos iniciais do ensino fundamental, a Matemática é deixada em segundo plano, ficando o professor preocupado com a alfabetização. Percebi que, para "ensinar" Matemática, demandaria mais tempo que um ano letivo, demandaria também aperfeiçoamento profissional, envolvendo assim outros docentes e novas articulações.

Iniciei o Curso de Pós-graduação em Educação Matemática do Laseb. Comecei então a me olhar como professora de Matemática, refletindo sobre o que sei e como esse saber influência ou são expressos na minha prática. Fiz uma reflexão sobre minhas vivências pedagógicas como estudante, e percebi o quanto isso influenciou minha prática. Tanto as tendências da época em que cursei o ensino fundamental, como as da trajetória formativa e profissional moldaram a professora que sou atualmente.

1.2 Descrição da escola

A E. M. Professor Cláudio Brandão está situada na Rua Cantagalo, 1147, Bairro Parque Riachuelo, CEP 31230-770, Belo Horizonte, MG. A escola funciona atendendo 320 crianças. Na Educação Infantil atende 39 crianças de 4 a 5 anos e 87 crianças de 5 a 6 anos divididas em 6 salas, sendo 3 em cada turno. No Ensino Fundamental I, atende 104 crianças no 1º turno em 4 turmas do 2º ciclo, sendo duas turmas do final do ciclo com total de 57 alunos e duas do meio do ciclo no total de 47 alunos. No 2º turno atende 86 crianças do 1º ciclo em 4 turmas, sendo duas do início do ciclo com 47 alunos e duas do meio do ciclo com 39 alunos.

Trabalham nesta escola 25 professores. Na Educação Infantil temos 9 professores, no fundamental I temos 12 professores, um coordenador da escola integrada e 2 professores de intervenção pedagógica. Tem ainda 4 professores de laudo médico exercendo atividades na biblioteca, na secretaria e trabalhando com pequenos grupos de alunos em intervenção pedagógica.

1.3 – Perfil da turma

O estudo foi desenvolvido em uma turma do 6º ano do 2º ciclo, antiga 5ª série, da E. M. Professor Cláudio Brandão. A turma é composta por 23 alunos, na faixa etária de 10 a 13 anos. Sendo 14 meninos e 9 meninas. De modo geral, os alunos são participativos e interessados em aprender. Um pequeno grupo tem dificuldades de aprendizagem.

Essa turma tem como professora regente Cláudia Oliveira, lecionando Língua Portuguesa, Matemática (com formação específica em Matemática), Artes e Educação Física. A professora de apoio Cleide, leciona Geografia e História. A escolha da turma foi feita pela empatia que tenho com pré-adolescentes, pois estou em readaptação funcional na secretaria da escola.

1.4 Problematização

Sempre ouvia que a 7ª série (8º ano) era a turma que apresentava maior dificuldade em relação à matemática e não entendia o porquê. Descobri, posteriormente, que a álgebra era a causa de toda essa dificuldade, pois os alunos não entendiam como fazer contas com letras e números. Em uma discussão na disciplina *Fundamentos da Matemática III – Iniciação à Álgebra*, do curso de Especialização Lato Sensu em Educação Matemática do Laseb, ministrada pela professora Maria Cristina Costa Ferreira, percebi o incômodo dos professores e a falta de preparo para trabalhar ou introduzir álgebra nas séries iniciais do ensino fundamental, não havendo, inclusive, nenhum relato de um aluno-professor[3] que tivera trabalhado tal conteúdo nesse período da escolarização.

Segundo a professora Maria Cristina, pode-se introduzir álgebra desde a educação infantil em trabalhos que favoreçam o pensamento algébrico por meio da observação e generalização de padrões aritméticos ou geométricos, em uma situação de modelagem matemática ou em qualquer conceito matemático trabalhado nas séries iniciais.

Moreira e Oliveira (2003) também afirmam que os padrões podem ser abordados desde a Educação Infantil, integrados em vivências do cotidiano, proporcionando à criança compreensão sobre os fenômenos e sobre o mundo que a rodeia.

Para fundamentar a importância da abordagem de padrões e regularidades para o desenvolvimento de competências matemáticas das crianças pequenas, Moreira e Oliveira (2003) apresentam as seguintes razões:

> • contribuem para a compreensão global do número e das operações;
> • evidenciam a importância da matemática na criança de modelos que permitam interpretar fenômenos do mundo real;
> • são importantes para as crianças explorarem e investigarem situações problemáticas em geometria;
> • contribuem para desenvolver intuitivamente a noção de relação funcional, se a criança tiver a oportunidade de trabalhar com padrões que possam ser generalizáveis;

[3] Utilizarei o termo aluno-professor para designar os alunos que participam do curso de Educação Matemática do Laseb e que são professores da rede municipal de ensino de Belo Horizonte.

> • possibilitam encontrar padrões e relações como uma estratégia para resolver problemas;
> • desenvolvem competências ao nível da organização do pensamento (p.155).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998),

> O estudo da álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (p.115).

Vale e Pimentel (2005) afirmam que a procura e identificação de padrões desenvolvem a exploração, a investigação, a conjectura e a prova, desafiando os alunos a recorrerem às suas destrezas de pensamento e ordem.

Segundo essas autoras,

> Na medida em que a matemática é a ciência dos padrões, ela trata da procura da estrutura comum subjacente a coisas que em todo o resto parecem completamente diferentes. Deste modo o uso de padrões é uma componente poderosa da atividade matemática, uma vez que a sua procura é indispensável para conjecturar e generalizar (p. 14).

Durante as discussões da disciplina *Fundamentos da Matemática III – Iniciação à Álgebra*, os alunos-professores se mostravam apáticos e impacientes, alguns até se perguntavam o que o estudo precoce da álgebra ajudaria no ensino da matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Outros mostravam verdadeiro repúdio ao ensino da álgebra. Muitos não conseguiam conceber que o pensamento algébrico precede o ensino da álgebra e se desenvolve com a observação e generalização de padrões.

Assim, veio o desejo de estudar e me orientar para saber se a observação de padrões, de regularidades e a generalização contribuem para a introdução da álgebra e, portanto, para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental sem haver um ensino prévio intencional dos mesmos, ou seja, sem uma introdução ou sistematização do conteúdo de generalização de padrões.

Dessa maneira, achei que seria interessante aplicar uma atividade sobre generalização e observação de padrões em uma turma do último ano do 2º ciclo (6º ano do Ensino Fundamental).

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 Desenvolvimento e análise da atividade

O trabalho com padrões possibilita investigar uma lei de formação para continuar determinada sequência e chegar à generalização de todos os termos pertencentes a ela.

Vale e Pimentel (2005) afirmam que o aspecto generalizador da álgebra é valorizado pelo trabalho com padrões numéricos ou figurativos, pois torna propício o desenvolvimento do pensamento algébrico ao promover investigação e manipulação adequada para descoberta de uma regra geral que identifique todos os casos particulares.

No dia 16 de setembro de 2011, como combinado com a professora da turma do 3º ano do 2º ciclo (6º ano do Ensino Fundamental), assumi a aula. A atividade foi passada no quadro como estratégia de os alunos lerem a atividade ao copiá-la e relerem tal atividade ao pensar em como poderiam resolver as questões.

A turma foi dividida em cinco grupos de três integrantes cada e um grupo de dois integrantes cada. Não houve interferência na organização dos grupos, assim sendo, os grupos se organizaram da seguinte forma: três grupos compostos por meninos, dois por meninas e um grupo formado por duas meninas e um menino. Participaram da atividade 17 alunos.

ATIVIDADE[4] Um restaurante possui mesas quadradas iguais para quatro lugares. Se juntarmos duas mesas, teremos lugar para seis pessoas. Se juntarmos três mesas (numa única direção), teremos lugar para oito pessoas. a) Se juntarmos linearmente 5 mesas, teremos lugar para quantas pessoas? b) E se juntarmos 50 mesas? c) Se juntarmos um número qualquer de mesas, o que se poderia dizer sobre o número de lugares disponíveis?

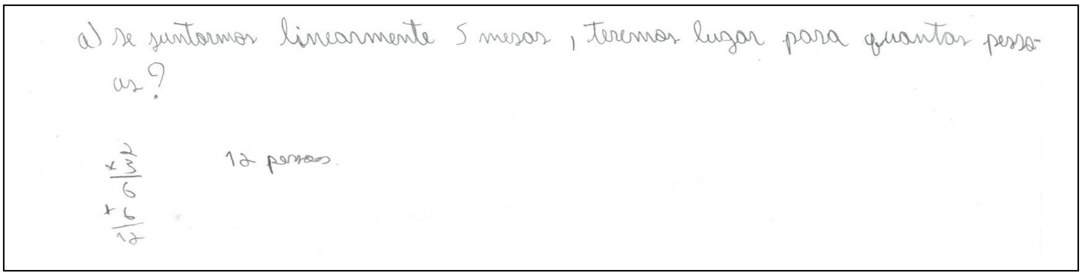
[4] Essa atividade foi retirada da apostila distribuída pela professora Maria Cristina Costa Ferreira na disciplina *Fundamentos da Matemática III – Iniciação à Álgebra*, do curso de Especialização Lato Sensu em Educação Matemática do Laseb.

Propus a atividade e as únicas explicações dadas foram em relação ao significado da palavra "linearmente", que poderia ser fonte de dúvida, e em relação à resolução, que todas as anotações deveriam acompanhar a atividade.

Os grupos começaram a resolver as questões. Perguntavam-me sobre como resolver, mas me restringi a falar que "não sabia nada" e que eles tinham que fazer a atividade realmente em grupo, respeitando e levando em consideração o pensamento do outro.

O “ciclo da generalização” é uma proposta feita por Mason *et al* (1985) na qual apresentam a conversão do específico para o geral: primeiro a percepção da generalidade; posteriormente, a expressão da generalidade; em seguida, a expressão simbólica da generalidade; e, finalmente, a manipulação da generalidade para resolver um problema.

O grupo 1 percebeu o padrão e as regularidades. Eles multiplicaram o número por 2, que são as mesas centrais, e somaram 6, que seriam as mesas das pontas.

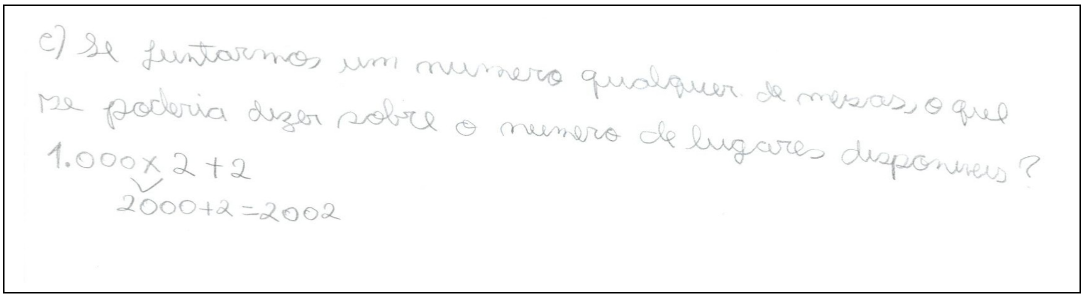

a) se juntarmos linearmente 5 mesas, teremos lugar para quantas pessoas?

2 × 3 = 6

6 + 6 = 12

12 pessoas.

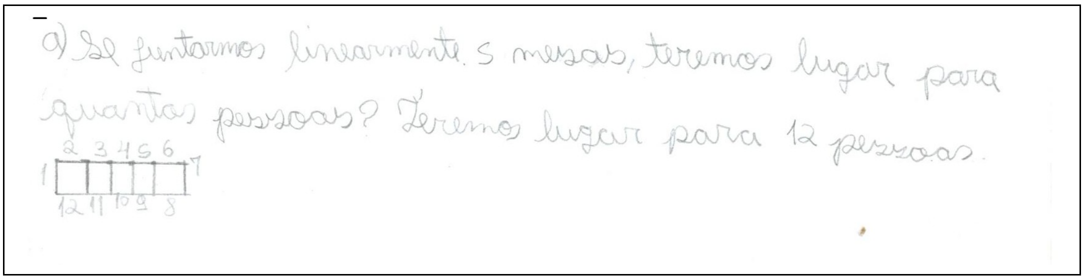
Na última pergunta, quando precisaram generalizar, disseram que era só multiplicar o número por 2 e somar 2 para obter o resultado. Fizeram dessa forma, pois achavam que, desse modo, a fórmula ficaria mais fácil de ser escrita e compreendida. Representaram por escrito e numericamente.

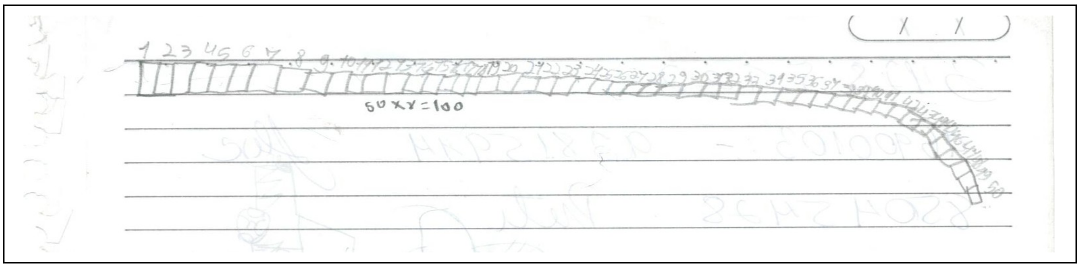

c) Se juntarmos um numero qualquer de mesas, o que se poderia dizer sobre o numero de lugares disponiveis?

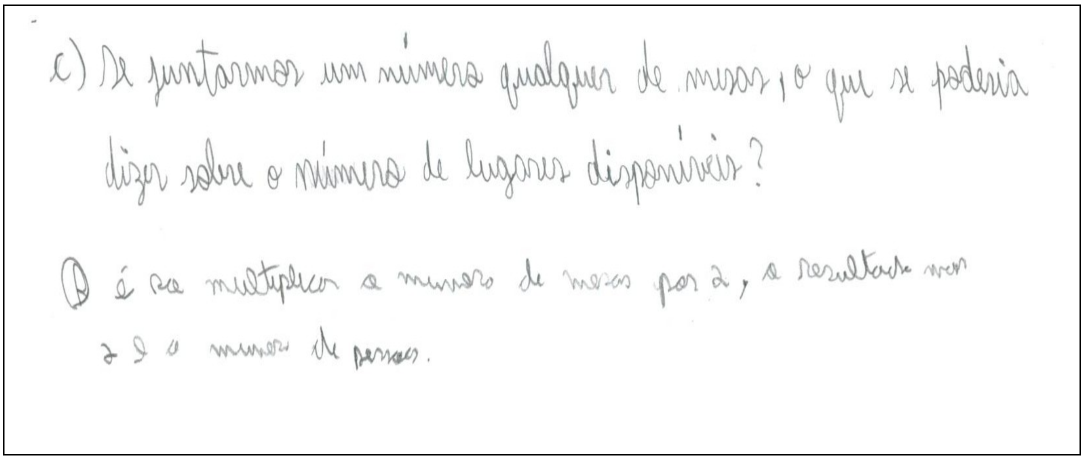
1.000 × 2 + 2

2000 + 2 = 2002

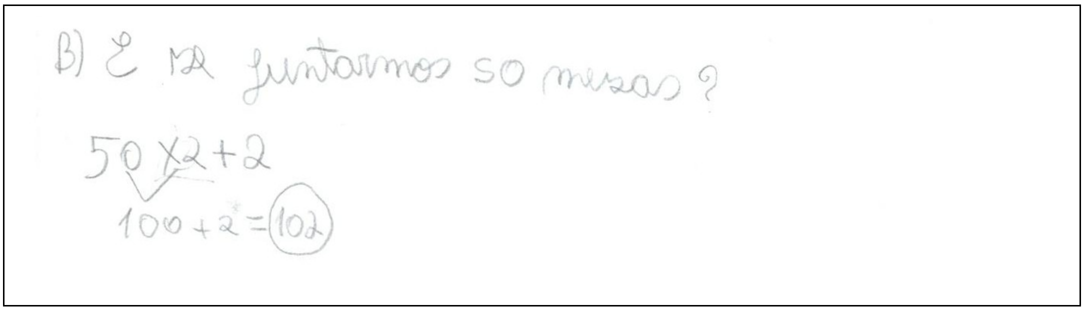
O grupo 2 utilizou o desenho como recurso para facilitar o raciocínio, pois dois integrantes do grupo ainda não acreditavam na fórmula que os colegas conseguiram encontrar. Conseguiram observar a regularidade e generalizar, expressando-se por meio de palavras.


a) Se juntarmos linearmente 5 mesas, teremos lugar para quantas pessoas? Teremos lugar para 12 pessoas.




c) Se juntarmos um número qualquer de mesas, o que se poderia dizer sobre o número de lugares disponíveis?

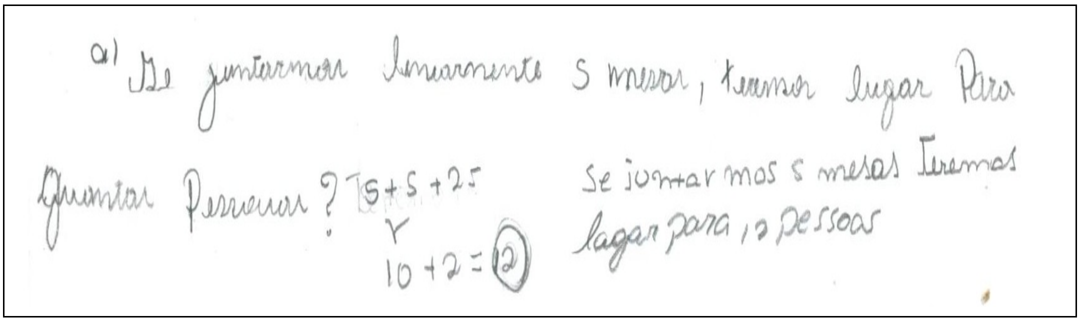
R: é só multiplicar o número de mesas por 2, o resultado mais 2 é o número de pessoas.

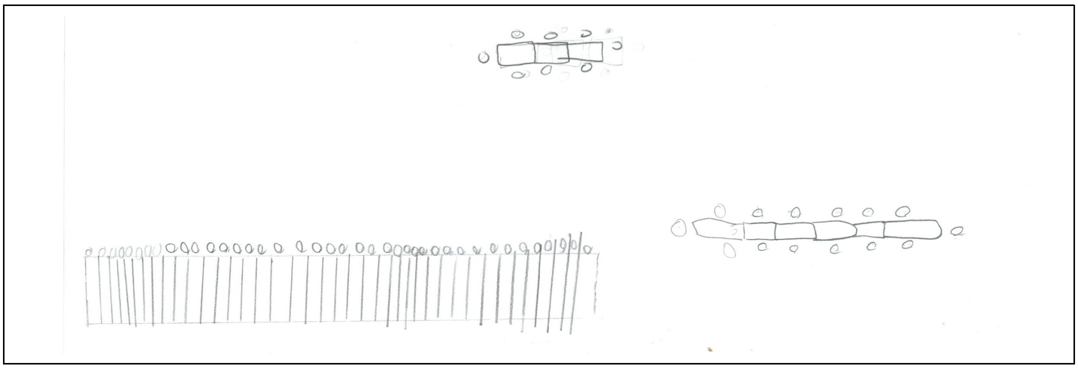

B) E se juntarmos 50 mesas?

$50 \times 2 + 2$

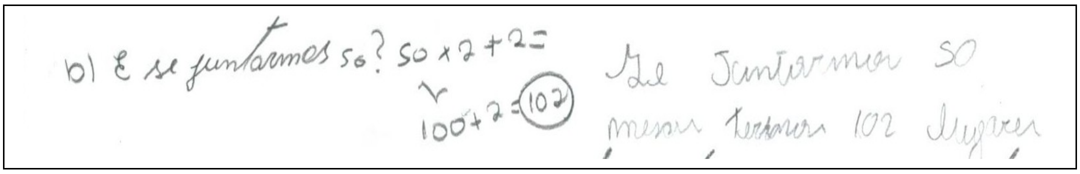
$100 + 2 = 102$

O grupo 3 também utilizou o desenho como recurso para facilitar o raciocínio e provar a fórmula. Somaram as 5 cadeiras dispostas linearmente em cada lado e depois somaram os dois lugares das pontas das mesas.

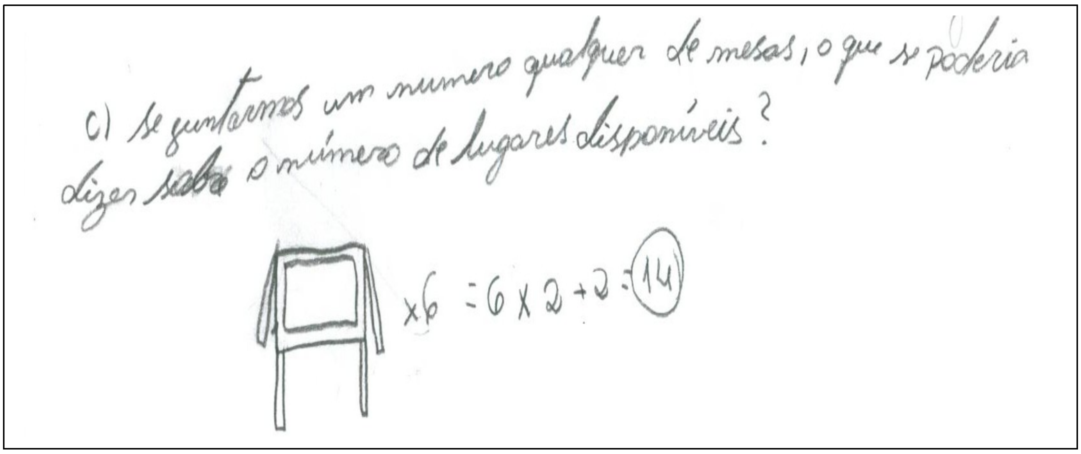

a) Se juntarmos linearmente 5 mesas, teremos lugar para quantas pessoas? 5+5+2=
10+2=12
Se juntarmos 5 mesas teremos lagar para 12 pessoas



Na questão b, quando possuíam um número maior, eles afirmaram que “utilizaram a multiplicação para facilitar as contas”.


b) E se juntarmos 50? 50×2+2=
100+2=102
Se juntarmos 50 mesas, teremos 102 lugares

Este grupo fez a tentativa de colocar uma incógnita ou expressar um número qualquer na resposta da letra c. Desenharam uma carteira, mas a necessidade de expressar fez com que colocassem vezes seis como se somente assim pudessem ser compreendidos.

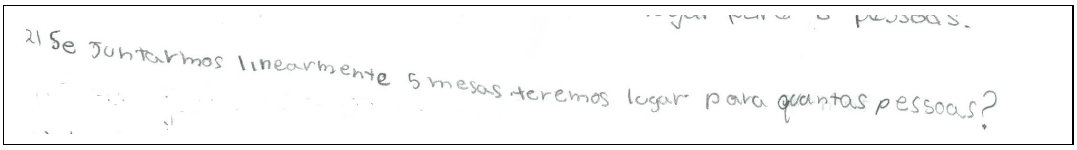


c) Se juntarmos um numero qualquer de mesas, o que se poderia dizer ~~saber~~ o número de lugares disponíveis?

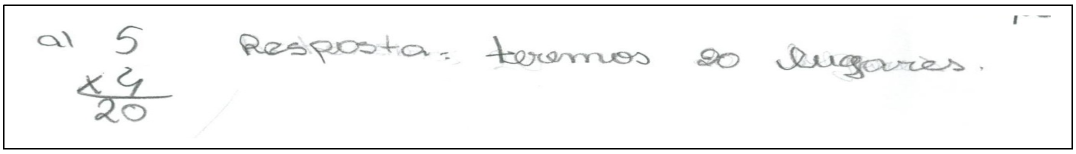
x6 = 6 x 2 + 2 = 14

Os três primeiros grupos, além de perceberem e expressarem a generalidade, conseguiram chegar a uma expressão simbólica da generalidade observada, manipulando-a para encontrar as respostas das questões.

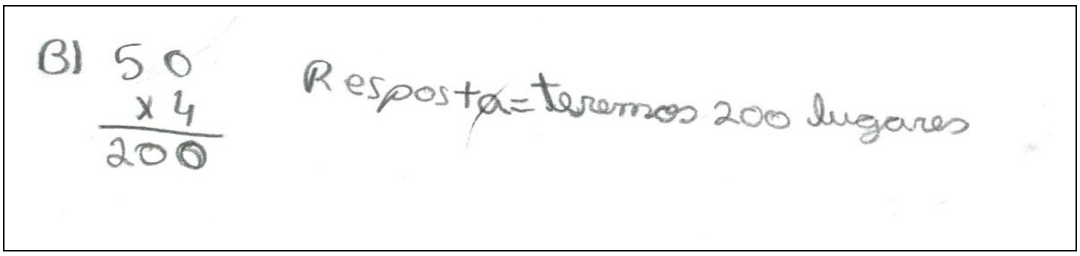
O grupo 4 multiplicou o número de cadeiras pelo número de mesas em todas as perguntas sem observar que se perde dois lugares sempre que se adiciona uma mesa. Conseguiu observar que havia um padrão, mas não expressou corretamente a regularidade encontrada.



2) Se juntarmos linearmente 5 mesas teremos lugar para quantas pessoas?



a) 5 x 4 = 20 Resposta: teremos 20 lugares.



B) 50 x 4 = 200 Resposta = teremos 200 lugares

c) 300 Resposta = teremos 1.200 lugares

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times\ 4 \\ \hline 1200 \end{array}$$

O grupo 5 não conseguiu observar as regularidades, nem generalizar.

a) se juntarmos linearmente 5 mesas. teremos lugar para quantas pessoas?

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times\ 8 \\ \hline 24 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ -\ 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

20 pessoas

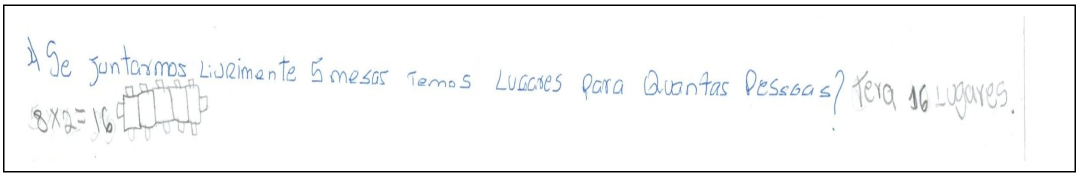
b) E se juntarmos 50 mesas? tera 196 lugares.

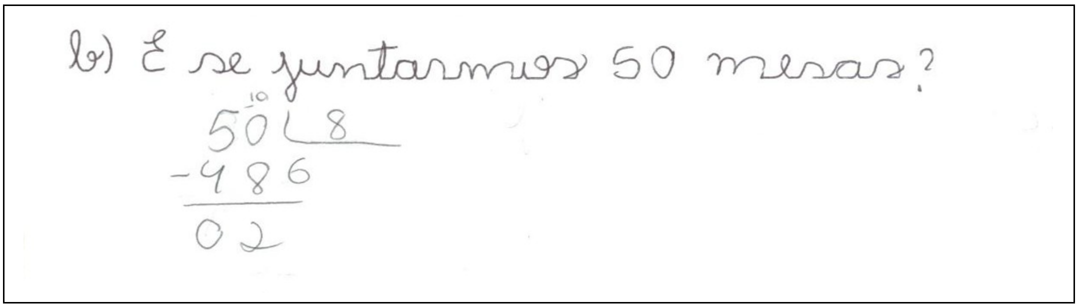
$$\begin{array}{r} 50 \\ \times\ 4 \\ \hline 200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 \\ -\ 4 \\ \hline 196 \end{array}$$

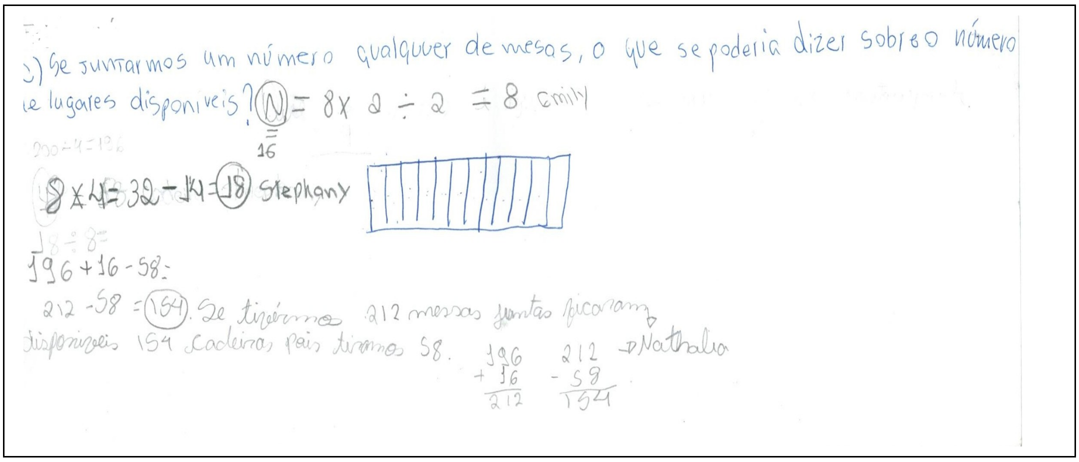
c) se juntarmos um número qualquer de mesas. o que se poderia dizer sobre o número de lugares disponíveis?

$$\begin{array}{r|l} 83 & 50 \\ -50 & 1 \\ \hline 33 & \end{array}$$

O grupo 6, mesmo utilizando o desenho como recurso e visualizando a resposta, teve a necessidade de uma representação aritmética e não conseguiu solucionar as atividades. Foi o único grupo que não chegou a um consenso na questão c, dando cada uma a sua resposta.







As estratégias previstas para resolução desse problema foram:

E_1 - Continua o padrão representado desenhando as mesas e contando os lugares.

E_2 - Observa que, nos exemplos, uma mesa tem 4 lugares, se juntarmos duas, teremos 6 lugares, se juntarmos três, teremos 8 lugares. Dessa forma percebe que o padrão na sequência dos lugares das mesas é crescente.

E_3 - Observa que, nos exemplos, uma mesa tem 4 lugares, se juntarmos duas, teremos 6, se juntarmos três, teremos 8 lugares. Dessa forma percebe que a sequência das mesas é crescente, aumentando de 2 em 2 lugares e sempre perdendo 2 lugares, percebendo o padrão e sua regularidade.

E_4 - Observa e estabelece relações entre o número de mesas e a posição por ela ocupada. Percebe que o número de lugares é igual ao número de mesas multiplicado por 2 e somado a 2, chegando à generalização simbólica $L = 2.m + 2$.

	Letra a	**Letra b**	**Letra c**	**Estratégias**
Grupo 1	Percebeu e expressou a generalidade simbolicamente manipulando-a para responder a questão.	Percebeu e expressou a generalidade simbolicamente manipulando-a para responder a questão.	Expressou a generalidade simbolicamente, manipulando-a para responder a questão.	$\mathbf{E_4}$
Grupo 2	Percebeu e expressou a generalidade simbolicamente manipulando-a para responder a questão.	Percebeu e expressou a generalidade simbolicamente manipulando-a para responder a questão.	Expressou a generalidade simbolicamente, manipulando-a para responder a questão.	$\mathbf{E_1}$ **e** $\mathbf{E_4}$
Grupo 3	Percebeu e expressou a generalidade simbolicamente manipulando-a para responder a questão.	Percebeu e expressou a generalidade simbolicamente manipulando-a para responder a questão.	Expressou a generalidade simbolicamente, manipulando-a para responder a questão.	$\mathbf{E_1}$, $\mathbf{E_2}$, $\mathbf{E_3}$ **e** $\mathbf{E_4}$
Grupo 4	Percebeu e expressou a generalidade.	Percebeu e expressou a generalidade.	Percebeu e expressou a generalidade.	$\mathbf{E_2}$
Grupo 5	Não solucionou.	Não solucionou.	Não solucionou.	$\mathbf{E_1}$
Grupo 6	Não solucionou.	Não solucionou.	Não solucionou.	**Sem estratégia**

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve como objetivo principal verificar se os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental percebiam padrões e regularidades e como essa percepção era registrada.

Levando em consideração o ciclo de generalização de Mason *et al* (1985) verificou-se que os alunos dos grupos 1, 2, 3 e 4 foram capazes de reconhecer a regularidade e expressá-la. Os grupos 1, 2 e 3, além disso, expressaram simbolicamente a generalidade permitindo a sua manipulação para resolver o problema. O grupo 5 apenas percebeu o padrão por meio de desenhos, mas não conseguiu expressar simbolicamente a generalidade. Já o grupo 6 não percebeu o padrão por meio de desenhos e, consequentemente, não conseguiu expressar simbolicamente a generalidade.

A troca de informações e ideias na realização da atividade em grupo foi importante no processo de realização da mesma. Os alunos discutiam, falavam sobre suas dúvidas e defendiam suas ideias, optando pela que lhes pareciam correta. Vale ressaltar que apenas no grupo 6, os alunos não conseguiram essa interação.

A atividade sobre generalização e observação de padrões envolveu o caráter investigativo da matemática o que, segundo Devlin (1998), é uma prática que resgata a construção do conhecimento por meio da compreensão de padrões.

Assim, considero que os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental são capazes de perceber padrões e regularidades e em alguns casos registrar uma regra que permite indicar um termo geral através dessa percepção.

Finalizo concluindo que o presente trabalho trouxe mudanças na minha prática e na percepção sobre o estudo da Álgebra, mais especificamente na observação e generalização de padrões. Os alunos foram capazes de observar e generalizar sem um trabalho pedagógico sistematizado, dentro do ciclo de aprendizagem. Acredito que trabalhar com atividades as quais possibilitam esse olhar para a percepção de padrões auxilie no desenvolvimento do pensamento algébrico no Ensino Fundamental.

4. REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasil: SEF, 1998.

DEVILIN, K. Matemática: a ciência dos padrões. Porto: Porto Editora, 2002.

MASON, J. *et al*. Routes to/Roots of Algebra. The Open University Press, Great Britain, 1985.

MOREIRA, D. e OLIVEIRA, I. Iniciação à Matemática no Jardim-de-Infância. Lisboa: Universidade Aberta, 2003.

VALE, I; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal do currículo. Revista da Associação de Professores de Matemática, Portugal, n.85, p. 43-64.