UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência /MP

Fernanda Avelino Ramos

JOGANDO COM A EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Belo Horizonte
2024

Fernanda Avelino Ramos

JOGANDO COM A EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Dissertação apresentada ao Programa de pós-graduação em Educação e Docência como requisito parcial para obtenção de título de Mestra em Educação

Orientador: Wagner Ahmad Auarek

Belo Horizonte

2024

R175j
T

Ramos, Fernanda Avelino, 1987-
Jogando com a equação de primeiro grau como estratégia de ensino [manuscrito] / Fernanda Avelino Ramos. -- Belo Horizonte, 2024.
145 f. : enc, il., color.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.
Orientador: Wagner Ahmad Auarek.
Bibliografia: f. 120-122.
Anexos: f. 123-145.

1. Educação -- Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) -- Estudo e ensino -- Teses. 3. Matemática (Ensino fundamental) -- Métodos de ensino -- Teses. 4. Jogos em educação matematica -- Teses. 5. Jogos educativos -- Teses. 6. Capacidade matemática -- Teses.
I. Título. II. Auarek, Wagner Ahmad, 1957-. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 372.1397

Catalogação da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)
Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROMESTRE - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

FERNANDA AVELINO RAMOS

Realizou-se, no dia 15 de março de 2024, às 14:30 horas, sala 4001, da Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Minas Gerais, a 491ª defesa de dissertação, intitulada "*Jogando com a Equação de Primeiro Grau: Uma estratégia de ensino para os anos finais do Ensino Fundamental*", apresentada por **FERNANDA AVELINO RAMOS**, número de registro 2021650736, graduada no curso de MATEMÁTICA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, à seguinte Comissão Examinadora: Prof(a). Wagner Ahmad Auarek - Orientador (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Samira Zaidan (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Carolina Tamayo Osorio (Universidade Federal de Minas Gerais).

A Comissão considerou a dissertação:

(X) Aprovada.

( ) Reprovada.

( ) Aprovada com indicação de correções.

A Banca sugeriu e o candidato acatou a mudança do título da dissertação para:

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 15 de março de 2024.

Prof. Wagner Ahmad Auarek (Doutor)

Profa. Samira Zaidan (Doutora)

Profa. Carolina Tamayo Osorio (Doutora)

Documento assinado eletronicamente por **Wagner Ahmad Auarek**, **Professor do Magistério**

Superior, em 04/07/2024, às 14:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Carolina Tamayo Osorio**, **Professora do Magistério Superior**, em 04/07/2024, às 17:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Keli Cristina Conti**, **Subcoordenador(a)**, em 28/08/2024, às 17:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3150532** e o código CRC **FB62E130**.

Dedicatória

Dedico a conclusão desse trabalho primeiramente a Deus e à Nossa Senhora, que sempre me mantiveram forte. Também à minha amada mãe, Eliane Avelino de Souza, que sempre foi minha fortaleza, minha guia e minha maior inspiração. Sem ela, nada em minha vida seria possível.

Agradecimentos

Ao meu orientador Dr. Wagner Ahmad Auarek, que me ajudou e incentivou a prosseguir com o meu trabalho.

A todos os que, direta ou indiretamente, estiveram comigo e me apoiaram, como minha irmã Patrícia Avelino Ramos.

Resumo

O presente estudo fundamenta-se na proposta da utilização de jogos desenvolvidos pela pesquisadora em turmas do oitavo ano do Ensino Fundamental, durante as aulas de Matemática, tendo como foco o ensino e a aprendizagem do conceito de equação do primeiro grau. Utilizar jogos como um recurso pedagógico favorece o diálogo do conteúdo com o cotidiano do estudante e a possibilidade de produzir conhecimentos. As metodologias norteadoras utilizadas foram a pesquisa participante e a pesquisa da própria prática, desenvolvidas a partir da interação entre a pesquisadora e os membros das situações investigadas e visam melhorar a própria prática da docente e o aprendizado dos sujeitos envolvidos na pesquisa. Foi realizada em uma escola da rede estadual de Minas Gerais, na cidade de Belo Horizonte, e teve como objetivo principal analisar a potencialidade do uso de jogos para trabalhar a fixação do conteúdo de equações. Os resultados obtidos foram além do alcance da melhora no aprendizado, pois os estudantes conseguiram realizar atividades semelhantes à atividade de diagnóstico feita no início da pesquisa, porém com resultados considerados corretos e demonstrando organização de pensamentos que não foram apresentados anteriormente. Nesse sentido, o aproveitamento desse recurso aconteceu além do aprendizado, pois foi perceptível verificar uma melhora na relação pessoal entre os estudantes, maior liberdade para troca de experiências e dúvidas, controle de seu próprio aprendizado e um maior desenvolvimento para o trabalho em grupo. Os resultados obtidos possibilitaram gerar elementos que auxiliarão outros professores a melhorarem as condições de aprendizado experimentais e utilizar essa estratégia da aula com jogos para o aprendizado e treino de habilidades de cálculo da equação do primeiro grau.

Palavras-chave: Jogos matemáticos; Ensino Fundamental; Educação Matemática; Habilidades de cálculo.

Abstract

This study is based on the proposal to use games developed by the researcher in eighth grade classes during math lessons, focusing on the teaching and learning of the concept of a first-degree equation. Using games as a pedagogical resource encourages dialogue between the content and the student's daily life and the possibility of producing knowledge. The guiding methodologies used were participant research and research into one's own practice, developed from the interaction between the researcher and the members of the situations investigated, and aimed at improving the teacher's own practice and the learning of the subjects involved in the research. It was carried out in a state school in Minas Gerais, in the city of Belo Horizonte, and its main objective was to analyze the potential of using games to work on fixing the content of equations. The results obtained went beyond achieving an improvement in learning, as the students were able to carry out activities similar to the diagnostic activity carried out at the beginning of the research, but with results considered correct and showing organization of thoughts that had not been presented previously. In this sense, the use of this resource went beyond learning, as it was noticeable that there was an improvement in the personal relationship between the students, greater freedom to exchange experiences and doubts, control of their own learning and greater development of group work. The results obtained made it possible to generate elements that will help other teachers to improve experimental learning conditions and use this classroom strategy with games for learning and training first-degree equation calculation skills.

Keywords: Mathematical games; Primary education; Mathematics education; Calculation skills.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Imagem 1: Tabuleiro do jogo Trilha 44

Imagem 2: Modelos das cartas 46

Imagem 3: Modelos das fichas 47

Imagem 4: Modelos das cartas Uno 48

Imagem 5: Modelos das cartas Uno (+2) 49

Imagem 6: Modelo das cartas Uno (+4) 50

Imagem 7: Modelo das cartas Uno reverse 50

Imagem 8: Modelo das cartas Uno bloqueio 51

Imagem 9: Modelo das cartas Uno troca de cor 51

Imagem 10: Rascunho jogo 1 52

Imagem 11: Rascunho jogo digital 53

Imagem 12: Criando as equações 54

Imagem 13: Regras manuscritas 55

Imagem 14: Criando regras Uno 56

Imagem 15: Símbolos ou incógnitas 57

Imagem 16: Testando as equações 58

Imagem 17: Desenvolvendo o dominó 59

Imagem 18: Quantidade de peças 60

Imagem 19: Testando equações 60

Imagem 20: Testando equações 2 61

Imagem 21: Planejando o dominó 62

Imagem 22: Respostas 1 66

Imagem 23: Respostas 2 67

Imagem 24: Respostas 3 68

Imagem 25: Respostas 4 68

Imagem 26: Respostas 5 69

Imagem 27: Respostas 6 70

Imagem 28: Respostas 7 70
Imagem 29: Respostas 8 71
Imagem 30: Respostas 9 73
Imagem 31: Respostas 10 74
Imagem 32: Respostas 11 75
Imagem 33: Respostas 12 75
Imagem 34: Respostas 13 76
Imagem 35: Respostas 14 77
Imagem 36: Respostas 15 77
Imagem 37: Respostas 16 77
Imagem 38: Respostas 17 78
Imagem 39: Respostas 18 78
Imagem 40: Respostas 19 79
Imagem 41: Respostas 20 79
Imagem 42: Respostas 21 79
Imagem 43: Respostas 22 80
Imagem 44: Respostas 23 80
Imagem 45: Respostas 24 81
Imagem 46: Respostas 25 83
Imagem 47: Jogos na prática 1 84
Imagem 48: Jogos na prática 2 86
Imagem 49: Jogos na prática 3 86
Imagem 50: Jogos na prática 4 89
Imagem 51: Jogos na prática 5 92
Imagem 52: Jogos na prática 6 93
Imagem 53: Jogos na prática 7 94
Imagem 54: Jogos na prática 8 95
Imagem 55: Jogos na prática 9 97

Imagem 56: Jogos na prática 10 99
Imagem 57: Jogos na prática 11 100
Imagem 58: Jogos na prática 12 101
Imagem 59: Jogos na prática 13 102
Imagem 60: Jogos na prática 14 103
Imagem 61: Jogos na prática 15 103
Imagem 62: Respostas dos estudantes 1 104
Imagem 63: Respostas dos estudantes 2 104
Imagem 64: Respostas dos estudantes 3 104
Imagem 65: Respostas dos estudantes 4 105
Imagem 66: Respostas dos estudantes 5 105
Imagem 67: Respostas dos estudantes 6 105
Imagem 68: Respostas dos estudantes 7 105
Imagem 69: Respostas dos estudantes 8 105
Imagem 70: Respostas dos estudantes 9 106
Imagem 71: Respostas dos estudantes 10 106
Imagem 72: Respostas dos estudantes 11 106
Imagem 73: Respostas dos estudantes 12 106
Imagem 74: Respostas dos estudantes 13 106
Imagem 75: Respostas dos estudantes 14 107
Imagem 76: Respostas dos estudantes 15 107
Imagem 77: Respostas dos estudantes 16 107
Imagem 78: Respostas dos estudantes 17 107
Imagem 79: Respostas dos estudantes 18 107
Imagem 80: Respostas dos estudantes 19 108
Imagem 81: Respostas dos estudantes 20 108
Imagem 82: Respostas dos estudantes 21 108
Imagem 83: Respostas dos estudantes 22 108

Imagem 84: Respostas dos estudantes 23 108
Imagem 85: Respostas dos estudantes 24 109
Imagem 86: Respostas dos estudantes 25 109
Imagem 87: Respostas dos estudantes 26 109
Imagem 88: Respostas dos estudantes 27 109
Imagem 89: Respostas dos estudantes 28 110
Imagem 90: Respostas dos estudantes 29 110
Imagem 91: Respostas dos estudantes 30 110
Imagem 92: Respostas dos estudantes 31 110
Imagem 93: Respostas dos estudantes 32 111
Imagem 94: Respostas dos estudantes 33 111
Imagem 95: Respostas dos estudantes 34 111
Imagem 96: Respostas dos estudantes 35 111
Imagem 97: Respostas dos estudantes 36 111
Imagem 98: Respostas dos estudantes 37 112
Imagem 99: Respostas dos estudantes 38 112
Imagem 100: Respostas dos estudantes 39 112
Imagem 101: Respostas dos estudantes 40 112
Imagem 102: Respostas dos estudantes 41 112
Imagem 103: Respostas dos estudantes 42 113
Imagem 104: Respostas dos estudantes 43 114
Imagem 105: Respostas dos estudantes 44 114
Imagem 106: Respostas dos estudantes 45 114
Imagem 107: Respostas dos estudantes 46 114
Imagem 108: Respostas dos estudantes 47 115

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Vantagens e desvantagens 41

Tabela 2: Fichas dos jogos 46

Tabela 3: Tabulações das respostas 65

Tabela 4: Composição dos grupos 81

Tabela 5: Fala dos estudantes 1 83

Tabela 6: Fala dos estudantes 2 88

Tabela 7: Fala dos estudantes 3 89

Tabela 8: Fala dos estudantes 4 90

Tabela 9: Fala dos estudantes 5 98

Tabela 10: Fala dos estudantes 6 99

Tabela 11: Fala dos estudantes 7 102

Tabela 12: Respostas das atividades finais 102

Tabela 13: Respostas das atividades finais 113

Sumário

1. MEMORIAL 14
2. INTRODUÇÃO 17
3. METODOLOGIA DA PESQUISA 21
3.1 A pesquisa 21
3.2 A escola e os sujeitos da pesquisa 23
3.3 A realização da pesquisa 26
4. BASE TEÓRICA DA PESQUISA 29
4.1 A Equação de Primeiro Grau 29
4.2 Possíveis dificuldades encontradas no ensino de equação 30
5. O JOGO NO ENSINO DE EQUAÇÕES 36
5.1 Os jogos para as aulas de matemática 39
5.2 Fases do jogo 41
6. OS JOGOS PROPOSTOS 43
6.2 Trilha das Equações 43
6.2 Dominó das Equações 46
6.3 Uno das Equações 48
6.4 Como os jogos foram desenvolvidos 52
7. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO 63
7.1 Organização dos grupos 82
7.2 Aplicação do jogo Trilha das Equações 83
7.2.1 Dúvidas sobre as regras do jogo 84
7.2.2 Dúvidas sobre o conteúdo equação 87
7.2.3 Interesse da turma durante a aplicação dos jogos 91
7.3 Aplicação do jogo Dominó das Equações 92
7.4 Aplicação do jogo Uno das Equações 95
7.4.1 Dúvidas apresentadas pelos estudantes 96
7.4.2 Interesse da turma durante a aplicação do jogo Uno das Equações 101
7.5 ATIVIDADE FINAL 104
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS 115
REFERÊNCIAS 120
ANEXOS 123

1. MEMORIAL

O ambiente escolar me fascina desde a infância. Uma das causas que me motivaram a abraçar a docência foi por acreditar que, como professora, poderia contribuir positivamente para as trajetórias escolar e de vida de muitos jovens por meio da educação e da troca de conhecimentos e saberes que a escola proporciona.

Desde criança, me sentia muito feliz quando, de presente, ganhava itens relacionados a materiais escolares. Na época, eles eram mais legais do que bonecas e brinquedos para mim. Uma vez, meus pais juntaram dinheiro para me dar uma bicicleta de Natal, mas fiquei mais feliz ao ganhar, de uma tia, uma maleta com materiais escolares.

Cursei todo o meu ensino básico em escolas públicas de Belo Horizonte. Como aluna, sempre fui aplicada: gostava de manter meus cadernos organizados, o conteúdo em dia e gostava de estudar. Meus cadernos sempre eram referência para meus professores e para a turma.

Eu me formei no Ensino Médio em 2005 e decidi continuar os estudos com a graduação no campo da docência, pois ir à escola sempre foi a parte mais feliz do meu dia. Ingressei na graduação em 2006, no Centro Universitário de Belo Horizonte (UNI-BH), no curso de licenciatura em Matemática, porque, de todas as disciplinas, era a que mais me chamava a atenção, mesmo com algumas dificuldades.

Meus pais tinham se divorciado e minha mãe não conseguiria arcar com todos os custos do meu curso; então, busquei estágios durante a graduação que pudessem me ajudar com esse investimento. Meu primeiro estágio foi no setor administrativo do próprio curso, onde trabalhava recebendo, protocolando e lançando no sistema os trabalhos de conclusão de curso dos estudantes, os estágios obrigatórios e as atividades complementares obrigatórias que o curso exigia.

Após um ano, fui convidada para estagiar em outros setores, por exemplo, o Laboratório de Matemática, onde era responsável pelo cuidado e zelo com o espaço e os materiais pertencentes a ele, por receber os estudantes do curso e professores durante suas aulas, além da parte que mais me agradava, que era a criação e o desenvolvimento de jogos matemáticos.

Outro setor em que estagiei, foi no grupo de pesquisa do curso, onde tive a oportunidade de pesquisar e escrever sobre professores de Matemática que foram referência

em Belo Horizonte. Infelizmente, eu me formei antes de finalizar a pesquisa. Outros setores da faculdade dos quais participei foram os diretórios acadêmicos, a biblioteca e os grupos culturais, como teatro, coral e dança.

Aprendi muito durante meu curso de graduação, tive excelentes professores que me chamaram muito a atenção, como o professor Laurito Miranda Alves, que, apesar de suas imensas listas de atividades, sempre trazia aulas divertidas, pois sempre usava seu time de coração ou o filho como distrações nos exercícios ou nas provas. Tive professores carinhosos e rígidos, com conhecimentos fantásticos, e professores esforçados, o que me motivava, cada dia mais, a concluir a graduação, poder ser uma professora de Matemática e, um dia, ser como eles.

Ao término da graduação, busquei aprimorar meus conhecimentos com uma pós-graduação, na própria instituição, pois ganhei um desconto de boa aluna, cursando, então, a pós-graduação em Docência no Ensino Superior. Com esse aprendizado, pude entender melhor, além de ter outra visão sobre o processo de ensino e aprendizagem no Ensino Superior. Apresentei uma pesquisa para a conclusão do curso com o tema Etnomatemática. Percebo, hoje, que já buscava alternativas para acrescentar aos meus modos e métodos de ensino a fim de melhorar minha atuação como professora do ensino básico.

Cursei também uma especialização em Educação Matemática: Anos finais e Ensino Médio pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, em 2016, com a qual tive a oportunidade de aprofundar meus conhecimentos sobre alguns conteúdos matemáticos. Minha pesquisa acadêmica abordou o uso do celular em sala de aula para a utilização do aplicativo Geogebra. A necessidade desse tema de pesquisa surgiu em meu campo de trabalho, pois a escola em que estava trabalhando nesse momento não dispunha de equipamentos eletrônicos como computadores ou tablets para o uso desse recurso. Entretanto, os aparelhos celulares estavam constantemente na mão dos estudantes, o que motivou a pesquisa, além de vislumbrar a oportunidade de apresentar uma diferente utilidade para esse equipamento.

Na sequência, em 2020, concluí o curso de Residência Docente, com ênfase no Ensino de Matemática, pela Universidade Federal de Minas Gerais, em parceria com o Centro Pedagógico, onde tive o prazer de ter aulas com as professoras Ana Rafaela Correia e Rosilene Amâncio. Foi um momento de muito aprendizado, unindo teoria e prática, além de

diferentes modos e recursos para o ensino. As aulas aconteciam no Centro Pedagógico, que é a escola de educação básica da UFMG, com os professores e os estudantes em seu curso normal de aulas. Minha pesquisa para a conclusão do curso foi sobre o estudo de frações por meio da investigação matemática, com o projeto intitulado *O mistério da obra roubada: uma estratégia de ensino para o sexto ano do Ensino Fundamental*.

Atualmente, sou aluna do programa de mestrado profissional – Promestre, também na Universidade Federal de Minas Gerais, e participo da linha de pesquisa Educação Matemática, na qual desenvolvemos o trabalho que será descrito a seguir. O mestrado me possibilitou abrir ainda mais meus pensamentos como professora e me mostrou novos olhares também como pesquisadora. A cada dia, tenho me sentido mais motivada para modificar minha prática, assim como os estudos e a vivência de meus estudantes.

Durante essas minhas formações, participei de diversos congressos, a maioria da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, assim como tive alguns projetos apresentados no Congresso de Boas Práticas da Prefeitura Municipal de Belo Horizonte[1]; trabalhos realizados com meus estudantes no Nossa Escola Pesquisa sua Opinião[2] – NEPSO – um projeto da Faculdade de Educação da UFMG.

Sou uma mulher sonhadora, que busca uma educação mais igualitária a todos. Sou advinda de escola pública, mas sei que a diferença não está na escola, mas sim no docente e em suas buscas por se atualizar sempre e encontrar o interesse e a motivação do estudante em sala de aula. Tive um ensino baseado, exclusivamente, nas repetições de atividades e em extensas listas de atividades, mas acredito que as formas de ensino devem ser diversificadas a fim de alcançar os diferentes estudantes, buscando seu aprendizado. Nenhum de nós é igual; então, por que devemos utilizar um ensino igual para todos?

1 Apresentação da pesquisa desenvolvida no curso de Residência Docente pela UFMG, no Congresso de Boas Práticas da Prefeitura Municipal de Belo Horizonte, com a pesquisa intitulada *O mistério da obra roubada: uma estratégia de ensino para o sexto ano do Ensino Fundamental*.

2 As cinco turmas que estavam sob minha orientação em 2021 fizeram apresentação de seus trabalhos sobre pesquisa de opinião no Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião – NEPSO. Os temas escolhidos foram: Estilo musical predileto, Estilo de leitura predileta, Esporte predileto, Alimentação saudável e Feminicídio.

2. INTRODUÇÃO

Com essa imagem de escola e de ser professora, inicio minha trajetória na docência designada em uma escola estadual localizada no município de Belo Horizonte, ainda cursando os anos finais da minha graduação de Licenciatura em Matemática.

Tinha comigo à época que, como detentora do conhecimento, meu dever era repassá-lo aos estudantes, mas, para que isso acontecesse, era importante a utilização do que eu considerava ser um bom método; método este que consistia em uma repetição mecânica de exercícios e atividades, por meio daquelas extensas listas, pois foi assim que recebi o conhecimento de meus professores durante meu ensino básico e, até mesmo, durante o curso de graduação.

Ainda reforçando esse posicionamento, expectativa e mesmo um desejo, estava a minha experiência na formação, de que, diante de uma boa exposição dos conteúdos no quadro, os estudantes aprenderiam sem dificuldades. Contudo, acontecia o contrário: uma parcela dos estudantes ainda apresentava dificuldades e, mesmo que me dispusesse a explicar várias vezes, eles ainda demonstravam não entender bem a matéria.

Hoje, tenho clareza de que esse processo de ensino por mim desenvolvido mostrava-se insuficiente ou inadequado, pois apenas alguns alunos conseguiam concluir as tarefas com desenvoltura e outros não, ainda que eu me dispusesse a explicar e reexplicar quantas vezes fosse necessário, porém dentro do mesmo modelo de ensino.

Meu incômodo com a dificuldade no processo de ensino-aprendizagem da Matemática se intensificou ao trabalhar os conteúdos relacionados ao ensino da equação do primeiro grau. Percebia que, mesmo aqueles estudantes que tinham, em outros conteúdos matemáticos, um bom desenvolvimento na aprendizagem, ao se depararem com esse conteúdo deixavam transparecer dificuldades, além de reclamarem constantemente sobre o uso das “letras” na atemática e o novo significado que o sinal de igualdade assumia.

Nessa direção, Tinoco (2011, p. 5) discorre que “[...] o fato de os alunos terem que se familiarizar com uma linguagem simbólica ao mesmo tempo em que constroem diversos conceitos novos pode ser a causa dessas dificuldades”, o que corrobora o que eu pensava ser a razão de algumas dessas dificuldades enfrentadas pelos estudantes, pois, até aquele momento, as operações e os problemas demandavam apenas a utilização de números para sua resolução e, agora, eram compostos por letras ou símbolos no processo.

Em busca de otimizar meus resultados como docente, realizei algumas pesquisas, mesmo que superficiais, e percebi que utilizar apenas um método de ensino ao ministrar as aulas de Matemática se aproximava do conceito de educação bancária citada por Paulo Freire, em que a educação se torna "[...] um ato de depositar, em que os educandos são os depositários, e o educador, o depositante" (Freire, 2017, p. 80), e isso, a meu ver, não contribuía para um aprendizado mais igualitário.

No documento norteador da educação mais recente, a Base Nacional Comum Curricular, é possível verificar a orientação de que a Álgebra deve "[...] enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações" (Brasil, 2008, p. 268). A BNCC também indica que a introdução da Álgebra deve acontecer ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, diferentemente do documento anterior, o PCN, que indicava o início apenas a partir dos anos finais do Ensino Fundamental.

Ainda em busca de respostas, observei, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), documento norteador da educação na época, que os resultados obtidos pelo "Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país" (Brasil, 1998, p. 115) e, dessa forma, uma esperança surgiu em meus pensamentos, pois observei que essa não era uma dificuldade percebida apenas por mim.

Em busca de diferentes resultados, constatei em uma das avaliações externas, o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) acerca dos conteúdos da Álgebra, que os resultados que já eram considerados baixos antes da pandemia de Covid-19 continuam se mantendo baixos ou até caíram ainda mais após esse período, o qual podemos considerar um desafio para a educação.

Na avaliação de 2021, último resultado divulgado antes dessa pesquisa, os índices de aprendizagem foram considerados estáveis e justificados pela aprovação automática ocorrida no período pandêmico. Nos anos finais do Ensino Fundamental, esse índice, que é medido de zero a dez, obteve resultado de 4,9, em 2019, e de 5,1, em 2021.

Diante dessas informações, também de maneira informal, ao expor esses resultados com meus pares, entendi que essas dificuldades que percebi durante o ensino de equações também aconteciam nas turmas dos meus colegas que, da mesma forma que eu, utilizavam

apenas a exposição dos conteúdos como estratégia de ensino. Ainda na tentativa de trocar experiências sobre a possibilidade de desenvolver ações pedagógicas diversificadas, alguns deles relataram que sentiam dificuldades, segundo o meu entendimento, de encontrar conhecimentos específicos.

Em busca de modificar esses resultados que, para mim, não eram satisfatórios, realizei alguns experimentos com essas turmas, nas quais utilizei algumas estratégias no ensino de equações, como jogos e desafios, educação investigativa e educação com tecnologias digitais. Percebi que, mesmo sem aprofundamento teórico, o aproveitamento dos estudantes em Matemática melhorou significativamente e esse resultado me motivou ainda mais a realizar mais pesquisas.

Vi, nesta dissertação, a oportunidade de aprofundar os estudos desses conhecimentos, porque abordamos nela o ensino de equação (fruto do meu maior incômodo na época) e a estratégia da utilização de jogos como uma das alternativas pedagógicas, pois, entre todos os meus experimentos exploratórios, foi a que mais me chamou a atenção.

Esse pensamento encontra respaldo em Moura ao dizer que "[...] colocar o aluno diante de situações de jogo pode ser uma boa estratégia para aproximá-lo dos conteúdos culturais a serem veiculados na escola, além de estar promovendo o desenvolvimento de novas estruturas cognitivas" (Moura, 1999 *apud* Bicudo, 2003, p. 189). O estudante pode se sentir motivado ao participar de jogos durante as aulas de Matemática e, com isso, melhorar seu rendimento escolar, uma vez que adquirirá o conhecimento ao mesmo tempo que se diverte.

Diante disso, acreditamos que utilizar jogos como estratégia pedagógica pode se tornar uma excelente alternativa para auxiliar o ensino da Matemática, visto que é um instrumento que cria situações que permitem ao adolescente desenvolver métodos próprios para resolver determinado problema, além de estimular sua participação nas aulas e a criatividade de forma espontânea. Vygotsky (1989, p. 135) já dizia que "[...] o brincar estimula a curiosidade e a autoconfiança, proporcionando desenvolvimento da linguagem, do pensamento, da concentração e da atenção".

Então, a seguinte pergunta foi utilizada como norteadora dessa pesquisa: A utilização de jogos, na sala de aula de Matemática, contribui para o desenvolvimento de habilidades de cálculo para a resolução de equações de 1º grau? Para responder a essa pergunta, o objetivo

geral dessa pesquisa foi verificar as potencialidades da utilização de alguns jogos como auxiliadores no processo de ensino-aprendizagem da equação do 1º grau.

Para chegarmos a esse objetivo, os objetivos específicos a seguir foram propostos:

1. Realizamos um estudo teórico sobre o ensino da equação de primeiro grau e dos jogos no ensino da Matemática.
2. Desenvolvemos, de forma aplicada, a utilização de jogos que abordem a habilidade de cálculo do conteúdo de equação do primeiro grau.
3. Analisamos se os estudantes desenvolveram o aprendizado com essa proposta de ensino.
4. Proporcionamos, com os jogos, um aprendizado mais prazeroso e significativo, verificando, também, se houve um aumento do interesse e da participação nas aulas de Matemática.

Por fim, elaboramos um livreto como proposta de produto educacional, a ser disponibilizado aos professores interessados, com sugestões do uso dos jogos desenvolvidos, além de informações de como utilizá-los na sala de aula de Matemática.

Pretendemos que esse material seja utilizado de forma motivadora e desafiadora, com o propósito de desenvolver a autonomia e o raciocínio lógico dentro do conteúdo e facilitar os modos de pensamento e de resolução, possibilitando que os alunos se apropriem desse conhecimento matemático, diminuindo ou sanando suas dificuldades.

3. METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, explicaremos o tipo de pesquisa realizada, os procedimentos que foram adotados para a sua realização, além da apresentação da escola onde foi desenvolvido o trabalho, assim como uma descrição dos sujeitos envolvidos no estudo e os jogos que propomos para utilização em sala de aula.

3.1 A PESQUISA

Essa pesquisa fundamentou-se na proposta da utilização de jogos como estratégia de ensino da equação de primeiro grau. Essa escolha foi feita por acreditarmos que o jogo é um recurso que possibilita o diálogo do conteúdo com o estudante, favorecendo a construção do conhecimento.

Esse estudo se enquadrou no escopo da pesquisa qualitativa, pois, de acordo com Gerhardt e Silveira (2009, p. 31-32):

> A pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas sim com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização etc. [...] preocupa-se, portanto, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais.

Assim, preocupamo-nos em privilegiar evidências baseadas em dados verbais e visuais. Na pesquisa qualitativa, os "[...] resultados surgem de dados empíricos, coletados de forma sistemática" (Machado, 2021, p. 1), aproximando-se e construindo entendimentos do fenômeno estudado. Além do que "[...] permite um contato direto e com mais assiduidade com os sujeitos colaboradores do estudo com o ambiente e o objeto de estudo em questão". (Prodanov; Freitas, 2013, p. 70).

A respeito das pesquisas de cunho qualitativo, Gil (2002) revela que elas podem ser classificadas em três grupos: exploratórias, descritivas e explicativas. Nosso trabalho utilizou a abordagem exploratória, em que:

> [p]esquisas exploratórias têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema [...] pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno [...] pesquisas explicativas têm como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos (Gil, 2002, p. 41-42).

De acordo com essas definições, durante a abordagem desta pesquisa, preocupamo-nos com a aprendizagem de um grupo de estudantes em seu ambiente natural, a sala de aula; portanto, nosso foco foi a abordagem exploratória a fim de estudar as relações entre os sujeitos e o objeto estudado.

Com o intuito de subsidiar nossos objetivos, usamos, também, elementos da pesquisa de campo como norteadores, uma vez que eles possibilitam a utilização de um "roteiro" semiestruturado na busca de garantir que todos os temas previamente levantados sejam abordados. Além disso, foi possível que, em vez de pedir aos participantes apenas que respondessem diretamente aos questionamentos, eles fossem estimulados a expor as motivações que os levam aos diferentes comportamentos e, dessa forma, os sentimentos, as atitudes e as falas foram os pontos mais importantes durante a análise dos dados pesquisados.

É importante ressaltar que a pesquisadora operava também como professora regente das turmas estudadas e, por esse motivo, nosso estudo ainda se caracterizou como uma pesquisa-ação. Esse tipo de pesquisa "[...] é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática" (Tripp, 2005, p. 447).

A pesquisa-ação é uma estratégia para desenvolver pesquisadores e professores para que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, como consequência, o aprendizado de seus estudantes. Como foi mencionado na introdução, este trabalho buscou a melhoria na qualidade do aprendizado dos estudantes quanto ao conteúdo de equação de primeiro grau nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para se alcançar isso, e ainda de acordo com Tripp (2005), a pesquisa-ação requer atividades tanto nas áreas da prática quanto nas áreas da pesquisa, de forma que, mesmo que em medidas diferentes, ela terá características da prática rotineira e da pesquisa científica.

Dessa forma, esta pesquisa passou a ser um processo em que os pesquisadores "[...] coletam evidências a respeito de suas práticas e pressupostos críticos, crenças e valores subjacentes a elas" (Elliott, 2000, p. 209), em que buscamos os possíveis resultados para transformar a própria prática e contribuir com outros docentes no processo desenvolvido.

Para tanto, nosso foco será na pesquisa-ação prática que, de acordo com Tripp (2005), visa contribuir para o desenvolvimento dos estudantes, o que significa que serão feitas

mudanças para melhorar a aprendizagem e a autoestima para aumentar o interesse pelas aulas, a autonomia ou a cooperação e assim por diante.

Nosso foco deteve-se no estudante e em seu desenvolvimento no campo matemático, pensando em seu bem-estar e aprendizado. Para isso, foi necessário conhecermos o ambiente escolar e os sujeitos pesquisados, o que explicitaremos no próximo tópico.

3.2 A ESCOLA E OS SUJEITOS DA PESQUISA

Nosso campo de pesquisa foi uma escola pública estadual localizada em Belo Horizonte, Minas Gerais, na região da Pampulha. Seu funcionamento se dá nos turnos da manhã e da tarde. É uma escola com estrutura física relativamente pequena, composta por onze salas de aula.

A escola possui uma pequena quadra descoberta e aberta, localizada entre a maioria das salas de aula, o que, em algumas turmas, provoca um volume alto de conversas dos estudantes na quadra ao utilizá-la nas aulas de Educação Física. Esse volume alto e exacerbado de barulho atrapalhava a concentração dos estudantes que estavam nas salas próximas, o que contribuía ainda mais para uma agitação também dentro das turmas.

A escola não possuía sala de informática nem sala de vídeo para uso geral. Uma obra está sendo realizada para melhorias e ainda não foi finalizada, não havendo previsão para sua conclusão. A escola conta com uma cantina, onde a alimentação produzida é acompanhada por uma nutricionista, de forma que os estudantes recebiam alimento saudável e balanceado.

A escola conta, também, com uma biblioteca pequena e algumas obras em seu acervo. Esse espaço tem uma televisão, utilizada pelos professores como auxiliar no ensino em algumas aulas, o que impedia o funcionamento da biblioteca nesses momentos. A funcionária responsável por esse espaço, mesmo com bastante esforço, muitas vezes não conseguia acompanhar o funcionamento usual da biblioteca, pois precisava estar nas salas de aula nos casos de falta de professores, o que acontecia com frequência na escola.

Durante o ano desta pesquisa, a escola ofertava, no turno da tarde, turmas do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental e, no turno da manhã, as turmas de sexto ao nono ano do Ensino Fundamental. Podemos dizer que trata-se de uma instituição aberta à inclusão, na medida do possível, pois há uma sala que foi adaptada com uma rampa para receber estudantes cadeirantes, mas esses estudantes tinham como limitação apenas o pátio em frente

à sala, porque ainda havia escadas para se chegar às salas do final do corredor, à biblioteca e à cantina.

A pesquisadora, também na qualidade de professora de Matemática das turmas pesquisadas, sentiu a necessidade de testar esse experimento com eles, pois eram turmas que progrediram para o oitavo ano apresentando muitas dificuldades e dúvidas no conteúdo.

Dessa forma, entendemos que era possível medir o real aprendizado desses estudantes, considerando que a pesquisa foi realizada como uma revisão de conteúdo, sem novas explicações didáticas pela professora. A pesquisa foi realizada nas três turmas do oitavo ano do Ensino Fundamental, que têm, em média, 29 estudantes em cada. As turmas eram nomeadas na Escola como 8reg1, 8reg2 e 8reg3.

A turma 8reg1 era composta por 29 estudantes e considerada uma turma agitada. Sua localização era ao lado da quadra de esportes; então, recebia influência de muito barulho externo, o que colaborava para a turma ficar ainda mais agitada durante as aulas em geral.

Outra característica dessa turma estava em sua composição, visto que recebia, em sua maioria, estudantes com muitas dúvidas e dificuldades nos conteúdos escolares em geral. Essa constatação foi feita pelos diversos comentários frequentes entre a equipe docente durante as reuniões de conselho de classe ou em reuniões pedagógicas.

Percebermos também, em nossa análise sobre a turma, que a maioria dos estudantes não se interessava pelos estudos, pois não tinha o costume de apresentar muitas das tarefas propostas em sala de aula, nem as tarefas extraescolares. Apesar disso, observamos que os alunos não se envergonhavam ou se incomodavam com essa situação ao serem cobrados ou questionados.

A turma 8reg2 era composta de 28 estudantes e era uma turma, em geral, considerada tranquila. Alguns estudantes tinham um comportamento mais agitado e outros estudantes eram mais silenciosos, mas a maioria demonstrava certo interesse em aprender os conteúdos matemáticos. Era comum verificar diversos estudantes buscando a professora para sanar suas dúvidas de forma particular, em sua mesa ou até mesmo durante a explicação para a turma, participando das aulas.

Podemos dizer que também era uma turma composta por estudantes “amigos”, que se apoiavam nas tarefas escolares em sala de aula. Essa turma tinha dois estudantes de inclusão e uma monitora que os assistia nas aulas. Desses estudantes, uma conseguia acompanhar o

andamento dos conteúdos e da turma, não necessitando de atividades adaptadas para seu aprendizado.

Em contrapartida, o outro estudante era considerado apático pela professora de apoio e pelo corpo docente da escola. Seu comportamento era muito quieto, o aluno dormia durante a maioria das aulas e não conseguia acompanhar o ritmo das aulas e da turma. Apesar disso, ele não aceitava a assistência da professora de apoio e, raramente, dos professores, o que dificultava o acompanhamento de seu aprendizado.

A turma 8reg3 era composta por 28 estudantes e se caracterizava também por ser uma turma relativamente calma. Os estudantes dessa turma, em sua maioria, eram considerados interessados e envolvidos nas tarefas escolares pela equipe docente, mas percebemos que o rendimento escolar era mediano, no geral.

Era comum também perceber que alguns estudantes não entregavam as tarefas escolares. Os motivos alegados por alguns para justificar essa falta de compromisso consistia, por exemplo, em não saberem ou não dominarem o conteúdo e por terem medo de se arriscar ou porque os exercícios ou os trabalhos realizados em sala de aula eram extensos demais (na visão deles).

Essas turmas estavam na mesma composição de estudantes desde o sexto ano do Ensino Fundamental, sendo realizadas apenas pequenas trocas pontuais, normalmente por problemas disciplinares.

As turmas eram amigas entre si também. Por esse motivo, verificamos, em várias ocasiões, seja em trocas de professores, seja durante os momentos de recreio, seja nos tempos livres quando havia falta de algum professor, que os estudantes gostavam de jogos. O jogo mais utilizado por eles nesses momentos era o Uno, comercializado no Brasil pela Copag, além de jogos de trilhas, também conhecidos como jogos de tabuleiro. Muitos desses jogos eram comerciais, cedidos pela escola, e outros eram criados por eles mesmos, o que nos motivou ainda mais a verificar a eficácia do uso de jogos para o aprendizado do conteúdo.

Por fim, entendemos que a escola é bem cuidada, na medida do possível, pois depende de verbas do governo para a realização de melhorias. Percebemos que o diretor está sempre buscando uma escola pintada, limpa e organizada para os estudantes, mas, em contrapartida, é uma escola que não dispõe de muitos projetos para a interação escolar, como festas juninas, formaturas, excursões, entre outros.

É importante salientar que todos os estudantes dessas turmas foram convidados a participar da pesquisa, mas nem todos trouxeram a autorização de participação assinada e, por essa razão, não terão seus desenvolvimentos analisados neste estudo.

Além disso, gostaríamos de frisar que, apesar de os jogos terem sido aplicados nas três turmas do oitavo ano, apenas os resultados da turma 8reg1 serão detalhados nesta pesquisa, pois foram coletadas muitas informações e o tempo de que dispúnhamos para a análise não nos permitiu registrá-los aqui. Porém, pretendemos divulgar os resultados das outras turmas em artigos posteriores, mas informamos que o aproveitamento desse recurso, de uma forma geral, foi bem próximo.

3.3 A REALIZAÇÃO DA PESQUISA

Como ponto principal da coleta de dados, propusemos a utilização de três jogos que exploravam os conceitos da equação de primeiro grau, desenvolvidos pela professora pesquisadora e baseados em jogos que os estudantes têm costume de jogar em sala de aula. Essa escolha se deu para que os estudantes se sentissem parte do processo de aprendizado, visto que já estavam habituados, de alguma forma, àqueles jogos.

Para tanto, esses jogos foram aplicados pela professora pesquisadora em suas turmas de trabalho, em que um deles trabalhou a tradução da linguagem materna da equação para a linguagem algébrica e os outros dois jogos tiveram por objetivo trabalhar conceitos como igualdade e incógnita, além do objetivo principal, que era a resolução da equação de primeiro grau.

Para tanto, o primeiro passo foi uma conversa com os estudantes para explicar a importância da participação de cada um no projeto e a forma como funcionaria a dinâmica de todo o trabalho.

Em seguida, uma folha composta por quatro atividades com o conteúdo de equação de primeiro grau foi aplicada nas turmas. Nossa intenção foi verificar possíveis aprendizados já adquiridos, visto que nossa proposta era revisar o conteúdo com os estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental.

Ainda nessa aula, fizemos a composição dos grupos de trabalho que foram mantidos em todos os dias de aplicação desta pesquisa. Essa escolha foi feita porque, desse modo, pudemos observar o desenvolvimento das interações e possíveis aprendizados que

aconteceram em decorrência dos jogos. Desenvolvemos os jogos de forma que a aprendizagem e a socialização fossem os aspectos mais importantes.

Permitimos que a escolha dos grupos fosse livre, ou seja, os estudantes escolheram seus pares para os jogos, porém exigimos a composição de, no máximo, quatro estudantes em cada grupo. A quantidade máxima de estudantes foi feita com o propósito de facilitar a participação dialogada entre os membros, na busca de lidar com as proposições dos jogos e facilitar a movimentação e a interação da professora com os grupos pesquisados.

Nossa opção pelo trabalho em grupos com uma quantidade pequena de componentes se justifica também por acreditarmos que um estudante pode auxiliar o outro no desenvolvimento do aprendizado e das proposições do jogo em si, isto é, os grupos podem ser organizados "[...] de forma a propiciar outras possibilidades de resultados para que não haja prepotência por parte de uns e sentimento de fracasso por parte de outros" (Smole; Diniz; Milani, 2007, p. 16).

Caso houvesse falta de algum estudante, optamos por manter os componentes do grupo, atingindo no mínimo uma dupla, a fim de não alterar as proposições e os objetivos do trabalho; todavia, não tivemos falta durante o projeto.

Assim, os três jogos desenvolvidos foram aplicados em dias e em aulas diferentes. O primeiro jogo aplicado foi o de trilha, denominado Trilha das Equações, que teve por objetivo trabalhar a transformação da linguagem materna para a linguagem algébrica e vice-versa; o segundo e o terceiro jogos tiveram como objetivos principais encontrar o resultado da equação. Para isso, cada estudante trabalhou manipulações algébricas necessárias para a resolução, por exemplo, o conceito de igualdade.

O segundo jogo teve como ideia um dominó diferente, chamado Dominó das Equações, e o terceiro jogo foi inspirado no jogo Uno, denominado Uno da Equações e que foi muito aguardado pelos estudantes. Em uma das aulas, logo que souberam da existência do Uno, a empolgação era bem visível.

Para iniciar as atividades, a professora pesquisadora entregou um jogo para cada grupo que pôde manipulá-lo e conhecer seus componentes em um primeiro momento. Em seguida, já à frente da sala de aula, a professora explicou as regras e os modos para jogar cada um deles.

Somente após essa explicação, e diante da ausência de dúvidas, foi autorizado o início das jogadas. A professora pesquisadora ficou circulando entre as mesas para verificar as percepções acerca do recurso que estava sendo trabalhado, que será detalhado nos próximos capítulos deste estudo.

Ao fim da aplicação dos jogos, nova atividade, semelhante à primeira atividade aplicada na aula anterior aos jogos, foi distribuída aos estudantes, que foram convidados a responder também sobre suas percepções e desenvolvimento a respeito dos jogos.

A pesquisadora fez anotações em seu diário de campo, além de filmagens com uma câmera e com um tablet, e fotografias com seu celular pessoal, com a intenção de auxiliar na análise das potencialidades alcançadas com esse trabalho. Algumas falas pontuais foram gravadas e transcritas neste estudo para aprimoramento das análises do resultado.

As respostas recebidas, das atividades aplicadas, auxiliaram-nos na coleta dos dados escritos sobre percepções, sentimentos e aproveitamento obtido pelos estudantes, sujeitos da pesquisa, além de permitir que tirássemos conclusões; dados os quais estão registrados e apresentados na análise da presente pesquisa.

Desse modo, os registros do trabalho de campo e da coleta de dados forneceram elementos como foco principal de análise, os momentos de discussão e de construções de conhecimento realizados pelas turmas, principalmente durante a aplicação dos jogos.

Nossa intenção era trazer elementos que pudessem apontar a direção da relevância e as possíveis contribuições da utilização desse recurso para o ensino e a aprendizagem da equação do primeiro grau nos anos finais do Ensino Fundamental. Salientamos que esse recurso possibilita sua aplicação em turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental, como auxiliar no conteúdo de equação, ou nos anos posteriores, como forma de revisão de conteúdo.

4. BASE TEÓRICA DA PESQUISA

Neste capítulo, nossa proposta será trazer estudos na área da educação matemática que desenvolvem reflexões teóricas sobre o ensino e a aprendizagem da equação do 1º grau. Foram abordados, na sequência, alguns estudos que analisam a utilização de jogos no processo de aprendizagem.

4.1 A EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU

A equação é um conteúdo importante na área matemática que pode gerar dúvidas em alguns estudantes, dependendo da forma como for ensinada e aprendida. Para entender melhor a causa dessas dúvidas, é necessário, antes, saber o que é a equação de primeiro grau.

Os autores Castoldi (2017) *apud* Garbi (2009) afirmam que a "[...] palavra equação vem da mesma raiz latina que produziu as palavras igual e igualdade". Continua a autora: "[...] qualquer problema que possa ser solucionado através dos números certamente será tratado, direta ou indiretamente, por meio de equações".

A ideia que se tem de equação são as expressões consideradas algébricas ou expressões literais. A expressão "um número somado com cinco", pode ser escrito na linguagem matemática como $\boldsymbol{b + 5}$ ou, ainda, "um número elevado ao quadrado mais sua metade" pode ser registrado como $a^2 + \frac{1}{2}a$.

Perceba que, se há um número ou mais acompanhado de uma letra, conhecida também como parte literal, ao solicitar uma operação, pode-se dizer que a letra representa um número desconhecido, uma incógnita, que ocorre em certa condição, definida pela igualdade, e que, em uma atividade proposta em situação de ensino, representa um valor que se precisa descobrir.

Entretanto, quando se incluem alguns elementos novos na expressão, por exemplo, $\boldsymbol{b + 5 = 12}$, o elemento novo nessa expressão é exatamente o sinal de igualdade, seguido de um novo valor. Segundo Walle (2009, p. 288) "[...] o sinal de igualdade é um dos símbolos mais importantes na aritmética elementar, na álgebra e em toda a matemática". Neste caso, $\boldsymbol{b}$ representa um número fixo, desconhecido, que pode passar a ser conhecido se for observada a relação que a expressão propõe.

O sinal de igualdade instiga a pensar que, mesmo que na aparência isso não seja visto, ambos os lados possuem valores iguais. Dessa forma, essa nova expressão, agora com o

segundo membro, demonstra que os dois lados devem ter o mesmo valor; no caso, o 12. Tem-se, então, uma equação, ou seja, uma sentença matemática com uma ou mais incógnitas, que são letras que representam valores desconhecidos, e a igualdade.

Contudo, o que determina que essa seja uma equação do primeiro grau, é o expoente dessa incógnita que precisa ser igual a 1. Esse expoente é também chamado de grau da equação. Assim, denomina-se uma equação do primeiro grau uma sentença matemática do tipo $\boldsymbol{ax + b = 0}$, em que $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ são números reais, e $\boldsymbol{a}$ é diferente de zero.

4.2 POSSÍVEIS DIFICULDADES ENCONTRADAS NO ENSINO DE EQUAÇÃO

Na introdução desse estudo, apontamos que diversas são as dificuldades encontradas por estudantes e professores durante o processo de ensino e aprendizagem da equação nas aulas de Matemática.

Vimos que a ideia de equação depende de diversos conceitos e seus símbolos demandam um entendimento por parte dos estudantes para que eles consigam resolver exercícios desse conteúdo ou aplicar os conceitos em seu cotidiano, mas nem sempre isso acontece. Tinoco (2011, p. 33) nos revela que:

> [a] Matemática ensinada, principalmente a partir do sétimo ano, é impregnada de símbolos, que foram construídos ao longo dos séculos. As etapas dessa construção são, por vezes, ignoradas nas salas de aula e livros didáticos. O pressuposto desse ensino é que o aluno precisa dominar regras, sendo automaticamente capaz de aplicá-las a situações concretas.

Os autores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 40) destacam que um dos complicadores desse processo está na maneira de lidar com o conteúdo em sala de aula, pois acreditam que "[...] a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra e seus conteúdos de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e operações".

Entre os problemas dessa mecanização, Tinoco (2011, p. 11) tece a crítica de que "[...] durante um processo de resolução de equação, efetuamos procedimentos mecanizados, manipulando as expressões, sem considerar que a letra envolvida é uma incógnita". Ou seja, ao mecanizar as resoluções desse conteúdo, muitas vezes se esquece da importância que as incógnitas têm e, assim, isso não é ensinado de maneira consistente aos estudantes.

Diante disso, Oliveira (2002, p.36) aponta que isso ocorre quando os estudantes:

> [...] se deparam com letras não usuais para representar incógnitas, isto lhes causa estranhamento, como se as relações entre as quantidades estivessem comprometidas. Há uma escravização às letras x, y, z como as únicas possíveis de estarem presentes enquanto incógnitas de uma equação.

As formas de desenvolver as incógnitas também são importantes para o desenvolvimento do conteúdo. Quando se utilizam, exclusivamente, alguns símbolos, o ensino pode se tornar mecanizado, o que pode causar certa confusão e, assim, interferir no aprendizado significativo do estudante, e, com isso, ele pode demonstrar não entender os processos necessários à resolução corretamente.

Portanto, para o ensino da equação de 1º grau, é importante ter o cuidado de se trabalhar com os estudantes além da manipulação algébrica de símbolos e imagens, mas incluir também um sentido, um contexto, uma leitura, entre outros componentes tão importantes quanto.

Tinoco (2011, p. 11) esclarece, ainda, o ensino mecanizado, dando ênfase apenas a alguns símbolos matemáticos, e que durante todo o ensino básico essa

> [...] é a concepção mais utilizada em sala de aula, sendo mesmo supervalorizada. Essa postura é grande parte das vezes prejudicial aos alunos que, geralmente, não conseguem ver sentido no arsenal de técnicas ensinadas, nem sabem como utilizá-las para abordar situações novas ou mesmo já vivenciadas por ele.

A mecanização do conteúdo e a excessiva ênfase na utilização de algumas letras como incógnitas pode também gerar dúvidas sobre o entendimento da incógnita; porém, acredita-se que a forma como ela será abordada pelo docente pode ajudar a uma melhor compreensão desse conceito. Ponte (2005) afirma que "[...] os alunos apresentam dificuldades como o uso de letras para representar variáveis e incógnitas, não conseguindo ver uma letra como um número desconhecido, não percebendo o sentido da expressão".

Segundo Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr. (2002, p. 110), "[...] incógnita é denominada como cada letra que representa um número desconhecido". Walle (2009, p. 290) concorda ao dizer que "[...] as incógnitas podem ser letras usadas como valores desconhecidos simples ou como quantidades que variam", chamadas pelo autor de variáveis. Entretanto, é importante que se tenha certo cuidado quando se utiliza letras no lugar de algum

valor, visto que são elas e a incompreensão do que representam no meio dos cálculos que assustam os estudantes.

De acordo com Walle (2009), antes de iniciar os estudos de equações propriamente, podem ser propostas aos estudantes experiências de símbolos em lugar de letras, representando um valor desconhecido, em sentenças abertas, como o quadrado.

Tinoco (2011, p. 12) revela que "[...] é grande a dificuldade dos alunos para compreenderem os diferentes papéis das letras nas diversas concepções e, em geral, a experiência deles é muito limitada para isso", o que pode gerar confusões ou dúvidas ao se trabalhar com equações. Corroborando com esse pensamento, Booth (1995, p. 27) discorre que "[...] parte das dificuldades que os alunos têm para simplificar expressões como 2a + 5b diz respeito à sua interpretação do símbolo operatório".

Ensinar a importância da utilização simbólica, assim como sua nomenclatura, incógnita, é de extrema relevância nas aulas de Matemática. Até o início dos estudos de uma equação de primeiro grau, o estudante, normalmente, tem o contato com esse valor desconhecido, como um símbolo que esconde um valor e isso, quando trabalhado dessa forma, pode não possuir significado efetivo para o estudante. Ou seja, a simples operação de substituição do quadrado, ou de qualquer outro símbolo, pelas letras, quando do estudo de equações, não indica um resultado melhor no entendimento de equações.

Ao se realizar generalizações, é útil trabalhar o simbolismo, mas é importante ter cuidado. De acordo com Walle (2009), é cumpre lembrar que as generalizações e uma compreensão de variáveis e do simbolismo devem ser desenvolvidas ao mesmo tempo.

A manipulação simbólica tem sido uma das questões centrais para esse ensino algébrico e, de acordo com Tinoco (2011, p. 33), "[...] observamos muitas das vezes dificuldades em admitir que números podem ser representados por símbolos". Essa dificuldade na relação simbólica pode refletir também uma dificuldade na compreensão da linguagem algébrica.

Pesquisas reveladas pelos autores Lochhead e Mestre (1995, p. 144) "[...] indicam que muitos alunos parecem ter dificuldades enormes para resolver certos tipos de problemas algébricos bastantes simples, em particular quando envolvem uma tradução da linguagem escrita corrente para a linguagem da matemática."

Ao se estudar equação e resolver problemas nesse campo, encontram-se relações entre números e letras que buscam "traduzir" um contexto matematicamente. Por exemplo, ao traduzir um problema para a linguagem algébrica, desenvolve-se um modelo, ou seja, uma equação que representa a estrutura matemática dele. Nesse sentido, cada equação é generalizadora, pois pode modelar muitos problemas distintos desde que tenham a mesma estrutura matemática (Tinoco, 2011).

Portanto, pode-se pensar que esses erros também são baseados na forma como o conteúdo é trabalhado pelos(as) professores(as) de Matemática em sala de aula. Quando a ênfase é dada apenas a algumas letras como simbologia ou apenas ao processo de resolução, sem dar a devida importância à simbologia necessária a resolução das equações, o aprendizado pode passar despercebido e o estudante progredirá de forma mecanizada, sem entender, efetivamente, todos os processos necessários.

Além do exposto, outra grande dificuldade quase sempre apresentada pelos estudantes é quanto ao uso de outro símbolo importante para as resoluções de uma equação: o símbolo de igualdade. "Em Aritmética, símbolos como + e = são interpretados geralmente em termos de ações a serem efetuados, de maneira que + significa efetivamente realizar a operação, e = significa escrever a resposta" (Booth, 1995, p. 27 *apud* Behr; Erlwanger; Nichols, 1980), recebendo outro sentido ao se tratar de equações e precisam ser ensinados com atenção e cuidado.

Ao estudar equação, o sinal de igualdade passa a ser um símbolo de equivalência entre duas expressões e isso, muitas vezes, pode não ser percebido de imediato pelos estudantes. De acordo com Tinoco (2011, p. 13), para que os estudantes consigam construir corretamente esse conceito de igualdade é necessário:

- Usar, com naturalidade, as igualdades, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental.
- Incentivar a leitura de igualdades do tipo mais usual, **2 + 5 = 7**, como "dois mais cinco é igual a sete", e não como "dois mais cinco dá sete".

Desde o início dos anos escolares, os estudantes entendem o sinal de igualdade como um símbolo que vai gerar a resposta final e isso acontece, provavelmente, porque foi apenas dessa maneira que esse símbolo foi ensinado para eles, o que mostra o quão é importante que esse símbolo seja ensinado corretamente, desde os anos iniciais de estudo.

Walle (2009) nos diz que é importante saber o significado da igualdade, porque os estudantes devem perceber e compreender as relações do sistema numérico, o que se evidencia quando o autor afirma que:

> O sinal de igualdade é um modo principal de representar essas relações. Por exemplo, $6 \times 7 = 5 \times 7 + 7$. Nós não esperamos que os estudantes pensem sobre essas estratégias de fatos fundamentais nesses termos simbólicos. Porém, isso não é apenas uma estratégia de fatos fundamentais, mas também representa várias ideias básicas em aritmética. Um número pode ser expresso como uma soma: $6 = 1 + 5$. A propriedade distributiva permite que multipliquemos cada uma das partes separadamente: $(1 + 5) \times 7 = (1 \times 7) + (5 \times 7)$. E propriedades numéricas adicionais convertem essa última expressão para $5 \times 7 + 7$. Quando essas ideias, inicial e informalmente desenvolvidas da aritmética, são generalizadas e expressas de modo simbólico, relações poderosas se tornam disponíveis para trabalhar com outros números de um modo generalizado (Walle, 2009, p. 288).

Deve-se considerar, com a mesma importância para a compreensão correta desse símbolo da igualdade, a utilização correta dos princípios multiplicativo e aditivo; princípios estes básicos para a compreensão das equações, o que pode ser constatado novamente na fala de Walle (2009, p. 289):

> Os estudantes falham na compreensão do sinal de igual, eles em geral apresentam dificuldades ao lidar com expressões algébricas. Até resolver uma equação simples, tal como $5x – 24 = 81$, exige que estudantes vejam ambos os lados da igualdade como expressões equivalentes. Não é possível "passar" para o lado esquerdo. Porém, se ambos os lados forem os mesmos, então eles permanecerão o mesmo quando 24 for adicionado a ambos os lados.

Ainda de acordo com Walle, um útil modelo para explicar a ideia de igualdade aos estudantes é o esquema de equilíbrio de uma balança de dois pratos com exemplos de expressões numéricas mostradas em cada prato. "Esse modelo de balança de dois pratos também ilustra que as expressões em cada lado são nomes para números em vez de problemas para resolver" (2009, p. 291). Dante (2005, p. 109) também emprega o método da balança como uma forma de resolver equações, utilizando a igualdade como ideia de equilíbrio.

Essa forma de usar a balança de dois pratos pode ser um exemplo de um recurso que auxilia no entendimento dos estudantes em que, se você subtrair ou adicionar um valor em um dos lados, você deve subtrair ou adicionar o mesmo valor no outro lado para manter a balança equilibrada.

Então, para Tinoco (2011, p. 5), "[...] permitir que o aluno utilize e compreenda a simbologia matemática inclui entre outras coisas que ele possa, além de manipular os símbolos corretamente, ter cuidado com suas justificações", atribuindo a eles significados e podendo aplicá-los quando necessário.

Diante do exposto, é muito importante que o estudante entenda a função de cada símbolo necessário na equação de primeiro grau e o que o uso de cada um implica. Isto é, compreender corretamente o significado dos símbolos contribui para que o estudante se aproprie melhor dos princípios e de seus significados e que não perpetue essas dúvidas ao longo dos anos escolares.

Muitas dessas dúvidas dizem respeito à forma pela qual os estudantes recebem esse ensinamento. Com frequência, as aulas de Matemática são direcionadas apenas pela utilização do livro didático, abordando uma sequência a ser seguida para se ensinar o conteúdo de equações.

Diante do exposto, há concordância com Booth (1995, p. 33) ao dizer que muitas das dificuldades debatidas até aqui "[...] foram discutidas segundo a perspectiva das diferenças entre a Aritmética e Álgebra. Porém, a Álgebra não é isolada da Aritmética. Na verdade, é, em muitos aspectos, a 'aritmética generalizada'. E nisso está a fonte das dificuldades". Ou seja, as relações da transição entre a Aritmética e a Álgebra, quando não são bem trabalhadas, também podem acarretar as dificuldades mencionadas anteriormente, pois os estudantes podem confundir procedimentos e formas de resolução.

Diante de tudo isso, consideramos ser necessário que os estudantes tenham a oportunidade de aprender e utilizar os procedimentos formais, observando que, em primeiro lugar, eles devem perceber a necessidade deles.

Realizar esse movimento requer reconhecer que os estudantes também podem dispor de um método informal para determinado tipo de problema e que o valor desse método informal deve ser reconhecido e discutido, em que as possíveis limitações sejam consideradas, tentando utilizá-lo em problemas da mesma espécie (Booth, 1995).

Buscando esse método formal e informal, entende-se que variadas são as estratégias que podem diversificar o ensino de equação a fim de otimizar o processo de ensino e aprendizagem. Acreditamos que, entre essa variedade, um recurso importante para minimizar

essas e outras possíveis dúvidas possa ser a utilização de jogos em sala de aula, já que eles permitem trabalhar o conteúdo de uma forma divertida e, ao mesmo tempo, com aprendizado.

5. O JOGO NO ENSINO DE EQUAÇÕES

Diante das diversas possibilidades de dúvidas e dificuldades que podem acontecer na aprendizagem desse conteúdo, acredita-se que um dos motivos dessas dificuldades pode estar relacionado à forma como o ensino da equação é abordado em sala de aula.

Da mesma forma e, contextualizada na realidade e nos saberes dos estudantes, a BNCC orienta que se deve apresentar diversas possibilidades para o ensino da equação (Brasil, 2018), ou seja, não é necessário priorizar um ensino baseado, exclusivamente, em extensas listas de exercícios ou formas mecanizadas.

Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, p. 15) sugerem, como uma possibilidade de diversificação a fim de solucionar essas dúvidas, a "[...] aula que traz embutido o caráter investigativo e exploratório, pois incentiva o discente a explorar padrões a partir de situações reais e isso os levará a generalizar regras e a pensar algebricamente". Nesse sentido, pode-se pensar o ensino por meio de jogos, porém o conceito sobre o que é um jogo também pode ser considerado complexo, haja vista que há uma vasta gama de tipos de jogos, como diz Souza (2016, p. 151 *apud* KISHIMOTO, 2003, p. 1):

> A variedade de jogos conhecidos como faz-de-conta, simbólicos, motores, sensório-motores, intelectuais ou cognitivos, de exterior, de interior, individuais ou coletivos, metafóricos, verbais, de palavras, políticos, de adultos, de animais, de salão e inúmeros outros mostra a multiplicidades de fenômenos incluídos na categoria jogo [...].

Pode-se considerar que existem diversos modos de jogar e que esses jogos acompanham os indivíduos desde a infância. Os jogos podem contribuir para a socialização, a comunicação, a compreensão e o respeito às regras, entre outras habilidades inseridas na vivência de cada pessoa, por isso são conhecidos há muito tempo.

Os jogos sempre estiveram presentes no decorrer da história, no entanto os primeiros registros do jogo educativo foram no século XVI, com o objetivo de respaldar ações didáticas que visavam à aquisição de conhecimentos (Souza, 2016). Apesar desse registro, "[...] o jogo na escola foi muitas vezes negligenciado por ser visto como uma atividade de descanso ou apenas como um passatempo" (Smole; Diniz ; Milani, 2007, p. 10).

Entretanto, acredita-se que os jogos, ao serem utilizados em sala de aula, podem proporcionar desafio, encanto, movimento, certa alegria e motivação em um espaço que normalmente é ocupado apenas pelos livros e cadernos. Um ponto positivo em sua utilização, por exemplo, é a facilidade na interação em que "[...] na discussão com seus pares, o aluno pode desenvolver seu potencial de participação, cooperação, respeito mútuo e crítica" (Smole; Diniz; Milani, 2007, p.10)

Dessa forma, quando há a possibilidade de o estudante escutar a ideia do outro, ele pode se posicionar, além de conseguir construir opiniões e decisões acerca do assunto estudado, isto é, quando não está tomando decisões em grupo, poderá tomar decisões individuais e de acordo com suas necessidades.

Por outro lado, nas decisões tomadas em grupo e durante as relações interpessoais, o estudante será obrigado a pensar coletivamente para que possa ser compreendido e, assim, diferentes habilidades poderão ser trabalhadas.

As escolas podem promover oportunidades diversificadas para diversas combinações de opiniões, orientando os discentes a identificar seus interesses, curiosidades e necessidades e escolher suas experiências de forma autônoma, perceber suas limitações, suas possibilidades, além de exercer habilidades diversas, o dinamismo, aprender a lidar com conflitos e cooperar.

O jogo é também considerado uma boa estratégia a ser utilizada nas aulas de Matemática, pois concorda-se que "[...] jogar é uma forma de buscar uma aprendizagem lúdica na relação com a Matemática, na tentativa de vê-la como um jogo propriamente dito". (Muniz, 2016, p. 8).

Muniz (2016, p. 20) prossegue: "[...] uma vez que na perspectiva matemática o jogo é objeto de estudo no campo das possibilidades como espaço de produção de conhecimento, na perspectiva pedagógica, o jogo é estudado como possibilidade de produção de aprendizagens".

Para isso, entende-se que todo jovem precisa ter a possibilidade de encontrar sua própria motivação ao estudar; motivação esta que pode ser encarada como um jogo ou uma brincadeira, mas que será sustentada pelo aprendizado, de forma que todos terão a capacidade de se superar, de aceitar desafios e, consequentemente, de desenvolver novos potenciais,

além de ser um importante recurso para estimular um maior interesse e engajamento nas aulas.

No entanto, como já mencionado, trabalhar com essa estratégia pode ser difícil para alguns professores, já que "[...] o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino, que muitas vezes têm no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático" (Smole; Diniz; Milani, 2007, p. 9).

Essas dificuldades ocorrem, em geral, quando o docente está habituado a utilizar e se apoiar exclusivamente no livro e em exercícios guiados, podendo influenciar diferentes aspectos como ao fazer trabalhos em grupo, ao sair da zona de conforto, ao realizar pesquisas sobre diferentes metodologias de ensino ou até mesmo sobre posicionamento e comunicação; enfim, mudar hábitos anteriores.

Ao se tratar dos jogos, além de ser uma estratégia diferente da rotina, a dificuldade pode surgir também do próprio jogo, pois há ainda muita incompreensão em relação aos diferentes conceitos que existem entre o brincar e o jogar e isso se complica ainda mais no campo da educação matemática (Muniz, 2016).

Ao utilizar os jogos, é necessário estar atento que "[...] há um ambiente a ser criado na sala de aula de Matemática que se caracteriza pela proposição, pela investigação e pela exploração de diferentes situações-problema por parte dos alunos" (Smole; Diniz; Milani, 2007, p. 11). O ato de jogar não pode ser apenas uma simples tarefa de lazer ou descanso, porque utilizar os jogos significa aliar o prazer ao aprendizado.

A finalidade principal não seria, portanto, de aplicar um jogo fora da atividade matemática, mas que todo estudante descubra a "[...] ludicidade que existe em cada tarefa a fim de buscar possibilidades de redescoberta de sua capacidade, de aceitar desafios, mobilizar-se integralmente, superar-se e desenvolver novas aprendizagens" (Muniz, 2016, p. 68).

Os jogos podem ser uma evolução do processo de construção ou aquisição do conhecimento matemático, isto é, ninguém pode construir esse conhecimento sozinho. É necessário que o jogo seja trabalhado paralelamente ao conteúdo ou como forma de análise final dos aprendizados adquiridos.

A concepção do jogo tem como ponto inicial as estruturas matemáticas que implicam a transformação de regras matemáticas em regras de jogo. Diante disso, para que os

estudantes possam aprender enquanto jogam, é necessário que o jogo possua duas dimensões: a lúdica e a educativa (Smole; Diniz; Milani, 2007) e só é possível reunir as duas dimensões com organização e planejamento do trabalho na sala de aula.

Portanto, em relação ao ambiente de aprendizagem o jogo oferece:

> [s]ituações estruturadas pelo adulto, em especial, pelo educador matemático, que tem como objetivo garantir a presença de certo modelo matemático na situação vivida pelo jogador, que favoreça a observação de regularidades de deduções lógicas e de possíveis construções de axiomas (Muniz, 2021, p. 70).

Em síntese, acredita-se que o uso de jogos em atividades pedagógicas para o ensino de equações pode ser um excelente auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, pois os estudantes terão uma motivação à qual já estão, de certa forma, habituados. A diferença é que, dessa vez, os jogos serão utilizados como uma estratégia de ensino, em que, além do aprendizado, será buscado, também, o desenvolvimento de outras habilidades como motivação, autonomia, trabalho em equipe e até mesmo a competição. No caso de aulas de Matemática, o uso de jogos acarreta uma mudança significativa nos processos de ensino.

O estudante pode se sentir motivado a estudar e a aprender a equação quando utilizamos jogos como estratégias de ensino pois, "[...] o entusiasmo proporcionado pelo jogo torna possível que o aluno adquira novos conhecimentos e capacidades avaliando suas atitudes e revendo-as" (Ribeiro, 2009, p. 39). Borin (2007, p. 8) reforça isso ao afirmar que "[...] a atividade de jogar, se bem orientada, tem papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio como organização, atenção e concentração tão necessárias para o aprendizado, em especial para a Matemática.

Para isso, desenvolvemos três jogos matemáticos a serem trabalhados durante as aulas de Matemática com o objetivo de experimentar e testar os preceitos citados neste capítulo. Serão explicados cada um dos jogos e suas formas de jogar a seguir.

5.1 OS JOGOS PARA AS AULAS DE MATEMÁTICA

Por muitos anos, investigadores trabalharam na e estudaram a aplicação dos jogos e chegaram a algumas características que os dividem em alguns grupos considerando o contexto em que eram aplicados, pois o conceito de jogo pode ser muito amplo.

De acordo com Tremea (2000, p. 13), "[...] as principais características que distinguem os vários tipos de jogos demonstram a importância no desenvolvimento da criança". A forma como o jogo é realizado pode envolver várias ações que resultam em diversos sentimentos, como felicidade, tensão, certo medo, alegria, frustração, entre outros. Com o jogo, o estudante pode manifestar a sua criatividade, incentivar a iniciativa, a espontaneidade e a imaginação.

> O jogo propicia um ambiente favorável ao interesse da criança, não apenas pelos objetos que o constituem, mas também pelo desafio das regras impostas por uma situação imaginária que, por sua vez, pode ser considerada como um meio para o desenvolvimento do pensamento abstrato. (Grando, 2004, p. 18).

Acreditamos que o jogo pode desenvolver nos estudantes diversas habilidades, não apenas as habilidades matemáticas inerentes ao próprio jogo, mas outras envolvendo socialização e comunicação entre os estudantes.

Dessa forma, "[...] o jogo pode representar uma simulação matemática na medida em que se caracteriza por ser uma situação irreal, criada pelo professor ou pelo aluno, para (re)significar um conceito matemático a ser compreendido" (Grando, 2004, p. 19).

Os elementos do jogo representam situações reais, mas a experiência vivida pelo aluno o incentiva a agir de forma irreal, o que pode fazer com que ele diminua ou perca o medo que costuma acometê-lo durante as tarefas, provas ou outras aulas, por exemplo.

A utilização de jogos nas aulas de Matemática, de acordo com Grando (2004), no contexto de ensino-aprendizagem, tem vantagens e desvantagens:

Vantagens	**Desvantagens**
- (Res)Significação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno. - Introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão. - Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos). - Aprender a tomar decisões e saber avaliá-las. -Significação para conceitos aparentemente incompreensíveis. - Propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade).	- Quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um carácter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber por que jogam. - O tempo gasto com as atividades de jogo na sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo. - As falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos por meio do jogo. Então as aulas, em geral, transformam-se

- O jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento. - O jogo favorece a integração social entre os alunos e a consciencialização do trabalho em grupo. - A utilização dos jogos é um fator de interesse para os alunos. - O jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição sadia, da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender. - As atividades com jogos podem ser utilizadas para desenvolver habilidades de que os alunos necessitam. É útil no trabalho com alunos de diferentes níveis. - As atividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar algumas dificuldades dos alunos.	em verdadeiros cassinos também sem sentido algum para o aluno. - A perda da ludicidade do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo - A coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo - A dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Tabela 1 – Vantagens e desvantagens (adaptado de Grando, 2004, p. 31-32)

De acordo com a tabela, podemos verificar que, entre as vantagens da utilização do jogo nas aulas de Matemática, Grando cita que várias delas são relacionadas à utilização dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Entre as vantagens citadas, a possibilidade de outras aprendizagens e até mesmo da interdisciplinaridade, por exemplo, a integração social, a tomada de decisões e o trabalho em grupo foram considerados, além de outras possibilidades, como o desenvolvimento do senso crítico, da criatividade, da participação e da observação.

Pensando no professor, o jogo pode trazer como vantagens a possibilidade de trabalhar com estudantes em diferentes níveis de aprendizado, além de diagnosticar e identificar as dificuldades apresentadas pela turma. Para isso, algumas fases e procedimentos precisam ser adotados.

5.2 FASES DO JOGO

Grando (2004) aponta que é importante que o docente respeite sete “momentos de jogo” que acontecem durante a realização das atividades com esse recurso didático na sala de aula. Tais momentos são:

- **1º momento**: A familiarização dos estudantes com o material do jogo.

É nesse momento que a turma tem acesso ao material disponibilizado pelo professor e que será usado na aula. Dessa forma, pode identificar objetos já conhecidos, como peões, tabuleiros, cartas e dados, podendo fazer simulações das possíveis jogadas.

- **2º momento**: O reconhecimento das regras.

Em um segundo momento, é importante que os estudantes reconheçam as regras impostas pelo jogo que podem ser expostas de diversas maneiras, sejam explicadas pelo professor, lidas pelos estudantes ou com simulações de partidas, por exemplo.

- **3º momento**: Jogar para garantir as regras.

O jogo na sala de aula pode possibilitar ao adolescente a garantia de assimilação das regras com a simples participação, pois é nesse momento que pode acontecer a exploração de diversas noções matemáticas. Para isso, é necessário o cumprimento de regras e a compreensão do jogo em si para se atingir esse objetivo.

- **4º momento**: A intervenção pedagógica verbal.

Este é um dos momentos em que o docente pode realizar uma das intervenções pedagógicas cuja característica são as observações realizadas por ele a fim de que os estudantes analisem suas jogadas e realizem o levantamento de questões. Neste instante, é fundamental analisar os procedimentos que a turma costuma utilizar na resolução dos problemas, a fim de garantir que aconteça a relação desse processo com os conceitos matemáticos.

- **5º momento**: Registro do jogo.

Uma maneira de estruturar e de efetivar os cálculos utilizados durante a partida pode ser realizada nos procedimentos adotados no jogo ou pela linguagem matemática. É por meio desse registo que o docente conhece melhor seus estudantes; desse modo, consideramos importante que o docente determine suas estratégias de intervenções de forma que aconteça a necessidade do registo escrito, pois por esse registro que é possível analisar as jogadas "incorretas" e as construções de estratégias escolhidas. Registrar o raciocínio por escrito pode contribuir para um melhor entendimento do adolescente relacionado às suas próprias formas de raciocínio.

- **6º momento**: Intervenção escrita.

Este é o momento de problematizar as situações do jogo. É importante que os estudantes e os professores pensem nas diferentes situações-problema que o jogo pode criar. A resolução dos problemas derivados do jogo pode ocorrer com uma análise mais específica e com uma postura diferente, não ocorridas no jogo e que podem ser abordadas nesse momento. Os limites e as possibilidades que o jogo proporciona podem ser registrados de forma a direcionar seus objetivos aos conceitos matemáticos necessários ao aprendizado.

- **7º momento**: Jogar com competência.

Os estudantes retomam as situações que vivenciaram durante o jogo e podem executar seus planos e as estratégias que foram definidas durante o processo de resolução de problemas. As intervenções realizadas nos momentos anteriores e a análise do jogo devem fazer sentido no contexto do próprio jogo.

Essas sete etapas sugeridas por Grando podem facilitar a organização de um método educacional utilizando jogos nas aulas de Matemática. Entretanto, é indispensável que o docente realize intervenções educativas eficientes durante o jogo com o intuito de assegurar o aprendizado dos conceitos matemáticos pelos estudantes.

6. OS JOGOS PROPOSTOS

Neste estudo, foram desenvolvidas três propostas inspiradas em alguns jogos conhecidos pelos estudantes das turmas pesquisadas e que usualmente são utilizados por eles nos momentos de lazer da escola, como o recreio ou em horários livres. Os modelos escolhidos foram o jogo de trilha ou jogo de tabuleiro, como também é conhecido; o jogo dominó; e um jogo de cartas, conhecido como Uno. Detalharemos cada jogo e os modos de jogar, além das regras e dos objetivos de cada um deles a seguir.

6.2 TRILHA DAS EQUAÇÕES

Este jogo é composto por um tabuleiro, quatro pinos de jogadores (que chamaremos peões), um dado e duas pilhas de cartas. Uma dessas pilhas está identificada com a figura de balão de pensamento outras com o verso em branco para não se misturarem.

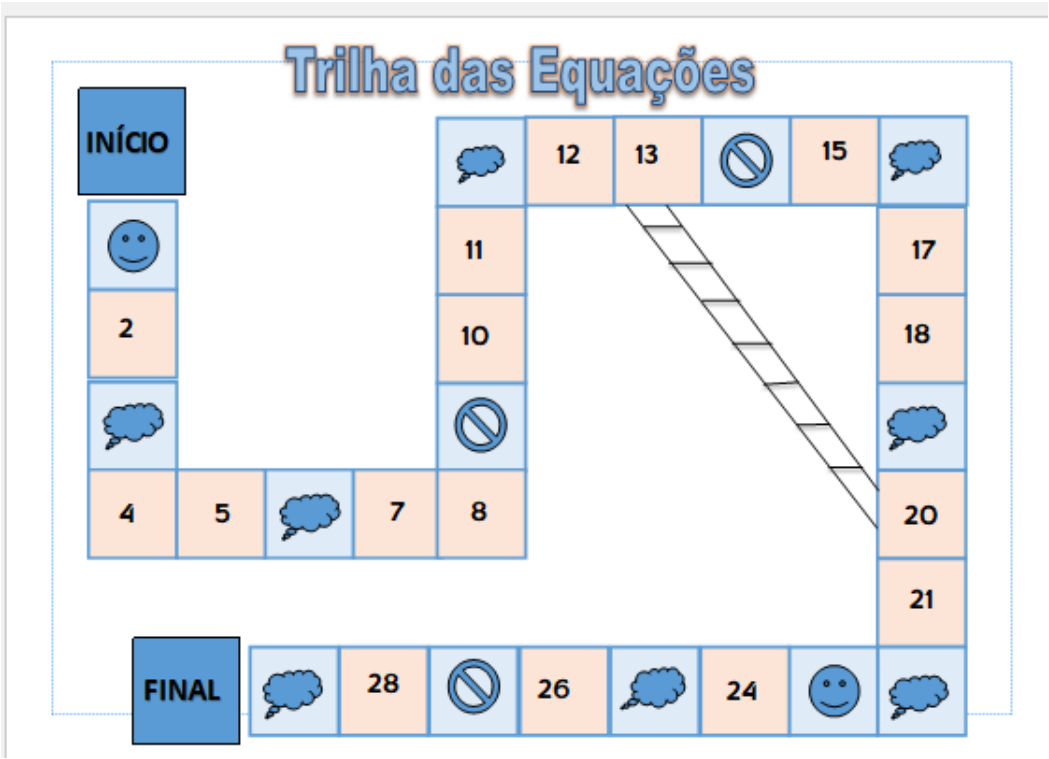


Imagem 1 –Tabuleiro do jogo Trilha. Desenvolvida pela autora – 08/2023.

O jogo possui as seguintes regras:

- Deve-se organizar os dois montes de cartas próximo ao tabuleiro.
- Para decidir qual jogador iniciará a jogada, os participantes devem jogar o dado. O jogador que obtiver o maior valor na face que estiver voltada para cima, inicia a jogada. Em caso de empate, eles devem jogar o dado até desempatar.
- A sequência de jogo seguirá em sentido horário.
- Cada jogador escolherá a cor do seu peão e, em seguida, deve posicioná-lo na casa onde está escrito INÍCIO.
- O primeiro jogador começa jogando o dado e anda com seu peão a quantidade de casas correspondentes ao número que está na face superior do dado. Se for uma casa numérica, um outro jogador deve retirar uma carta do monte branco e ler o probleminha em voz alta. O jogador, então, deverá escrever em uma folha a equação correspondente ao comando do colega.
- O jogador que leu a carta deverá conferir a resposta contida na mesma carta e avisar se o jogador acertou ou errou.

- Caso o jogador tenha acertado, ele permanece na casa em que está. Caso o jogador erre, o grupo deve, em conjunto, explicar onde está o erro e o jogador deve retornar uma casa no tabuleiro.
- Se for a casa “cantinho do pensamento”, assinalada com o símbolo o próprio jogador poderá pegar uma carta do monte assinalado com esse símbolo. Nessa situação, o jogador deve fazer o processo inverso, isto é, a equação estará escrita na linguagem algébrica e deverá ser escrita na linguagem materna. Essas cartas não possuem respostas e, assim, devem ser discutidas entre os componentes do grupo se está certa ou errada. Caso o jogador erre ou acerte, devem seguir os mesmos procedimentos já descritos anteriormente.
- Caso o jogador se posicione em uma casa “feliz”, ou seja, com o símbolo , ele deverá escolher um outro jogador para responder por ele e de qual monte ele irá retirar a carta. Se esse jogador acertar o desafio, os dois jogadores andam mais duas casas; se errar, os dois jogadores devem voltar uma casa.
- As casas 13 e 20 têm uma escadinha de sorte. Quem estiver na casa 13 poderá descer para a casa 20 se escolher assim, mas quem estiver na casa 20, obrigatoriamente, precisa voltar para a casa 13.
- Ganha o jogo aquele que chegar à casa FINAL primeiro.

Nosso objetivo principal é trabalhar, por meio do jogo, a transformação da linguagem algébrica para a linguagem materna e vice-versa. Como objetivos secundários, podem ser trabalhados a fala e a escrita da linguagem algébrica, além dos conceitos como dobro, triplo, metade, um terço, entre outros.

O pensamento crítico dos estudantes pode ser trabalhado nesse jogo quando pensamos na atividade além do jogo somente, com o intuito de explicação sobre o pensamento dos estudantes.

Esse jogo precisa conter:

1. Um tabuleiro com a Trilha das Equações.
2. Um dado (de papel ou não).
3. Quatro peões coloridos.
4. Regras do jogo.

5. Lápis.
6. Papéis.

Na imagem a seguir, um modelo das cartas do jogo:

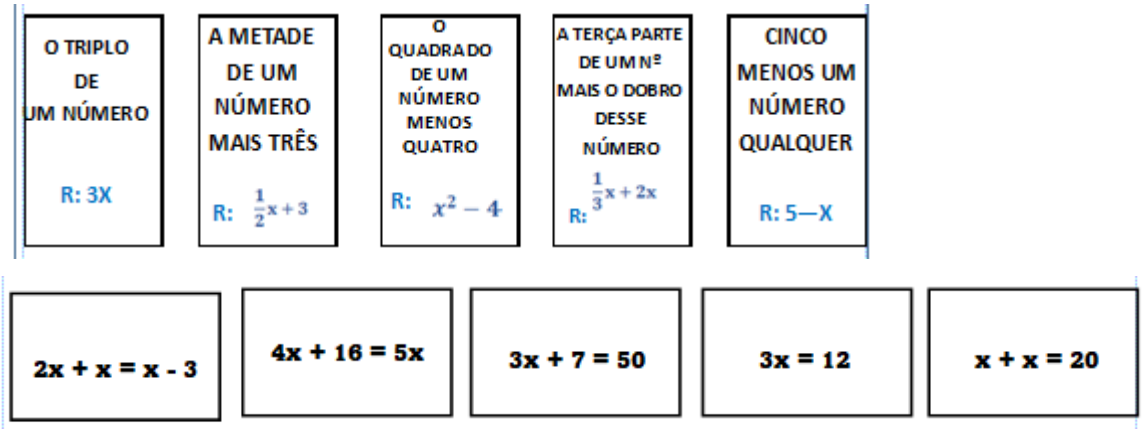


Imagem 2 – Modelos das cartas. Desenvolvida pela pesquisadora – 12/2023.

6.2 DOMINÓ DAS EQUAÇÕES

Este jogo é composto por fichas semelhantes ao Dominó original, em que os estudantes devem dividir as fichas igualmente e vai sobrar uma, que será a peça inicial do jogo. Cada jogador receberá a quantidade de fichas citadas a seguir, de acordo com a quantidade de jogadores.

Número de jogadores	Fichas recebidas por participante
2	12
3	8
4	6

Tabela 2 – Fichas do jogo. Desenvolvida pela autora – 2022.

Em todas as alternativas anteriores, sobrará uma ficha que deverá ser colocada ao centro da mesa para o início do jogo. Sobre as fichas de jogo, em uma ponta há uma equação, em outra ponta há uma resposta. Os estudantes devem encontrar os resultados e encaixar as respostas, fazendo uma sequência, a qual poderá formar duplas ou pequenos ciclos. Quando isso acontecer, o jogador que tiver mais fichas deverá escolher uma, colocar sobre a mesa e

iniciar novo ciclo. Em caso de empate do número de fichas, tira-se na sorte quem fará a jogada.

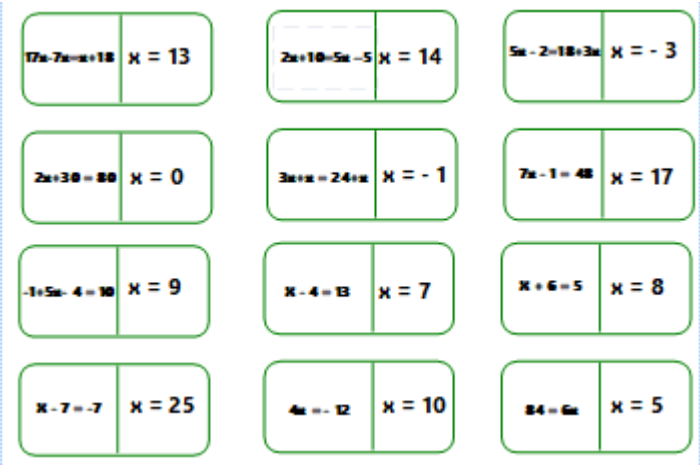


Imagem 3 – Modelo das fichas. Criada pela pesquisadora – 2022.

A turma deve ser organizada em grupos de, no mínimo, 2 e, no máximo, 4 jogadores. Esse jogo tem as seguintes regras:

- As fichas devem ser embaralhadas com as faces voltadas para baixo e divididas igualmente entre os participantes.
- Uma ficha sobrará e deverá ser posicionada no centro da mesa para ser a peça inicial do jogo.
- Cada jogador deve verificar em suas fichas se estão com a resposta da equação que está na mesa. Em caso positivo, deve posicionar essa ficha com a equação encostada na resposta e, assim, seguir até que todas as fichas sejam posicionadas.
- Ganha o jogo quem acabar com suas fichas primeiro.
- Os jogadores podem ter um papel para auxiliar nas resoluções.

Caso algum estudante apresente dificuldades nos procedimentos de resolução, os componentes do grupo podem orientá-lo ou o(a) professor(a) poderá auxiliá-lo, mas em hipótese alguma deve-se fornecer o resultado da equação. O objetivo é deixar que o estudante encontre seu próprio caminho de resolução ao longo das jogadas.

6.3 UNO DAS EQUAÇÕES

Este jogo foi elaborado baseado no tradicional jogo Uno. Ele tem 102 cartas compostas por 4 cores. Em cada cor, há 6 incógnitas (**x**, **y**, **a**, **b**, **f** e **k**), além de cartas de escudo como bloqueio, reverse, mais dois, mais quatro e coringa. Cada jogador inicia com 5 cartas. Quem embaralha e divide as cartas é quem inicia o jogo.

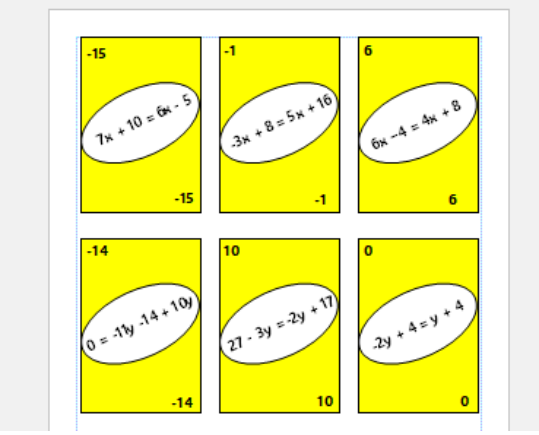


Imagem 4 – Modelos das cartas Uno. Criada pela pesquisadora – 2023.

O objetivo principal do jogo é encontrar o valor da incógnita e, consequentemente, resolver a equação de primeiro grau. Os alunos, com o jogo, poderão testar seus conhecimentos e aprender jogando sobre as formas de resolução da equação e suas propriedades de resolução. A turma deve ser organizada em grupos de, no mínimo, 3 e, no máximo, 5 estudantes.

Para iniciar as jogadas, devemos acompanhar as regras a seguir:

- Escolhe-se, por sorteio, quem vai começar o jogo. Essa pessoa deve também embaralhar as cartas e distribuir 5 cartas a cada jogador, sem vê-las.
- Para iniciar o jogo, esse jogador pega uma carta na pilha de compras e posiciona sobre a mesa, iniciando, assim, a pilha de descartes. Em seguida, o jogador que distribuiu as cartas escolhe uma carta de sua mão que deve ter a mesma cor ou a mesma incógnita da carta que está na mesa. O jogo inicia em sentido horário.
- Esse jogador deve falar em voz alta a cor de sua carta e a equação dela, direcionando ao jogador à sua esquerda, que deverá registrar em uma folha, resolver a equação e falar a resposta em voz alta para o jogador que o desafiou. Esse cálculo pode ser realizado por escrito ou mentalmente.

- O jogador desafiado, se acertar a conta, tem de escolher uma carta de sua mão, também da mesma cor ou da mesma incógnita, para desafiar o próximo jogador. Caso ele erre, precisa “comer” duas cartas do monte e realizar um desafio ao próximo jogador.
- A carta do desafio deve ser descartada na pilha de descarte para ser guia da próxima rodada do jogo.
- Algumas cartas podem movimentar o jogo de forma diferente; são as chamadas escudo, e só podem ser usadas como proteção de jogo:

⇨ **<u>Come 2 cartas (+2):</u>** Essa carta pode ser jogada somente sobre a mesma cor ou sobre outra carta (+2) de qualquer cor. Ela determina que o jogador deve comer duas cartas ou descartar outra carta (+2) que o isenta de responder à equação e passar para o próximo jogador. Essa carta pode ser cumulativa. Se algum jogador não jogar uma carta (+2), deve-se resolver a equação que se encontra nessa última carta e comer o somatório de cartas da mesa, por exemplo, 4 cartas.

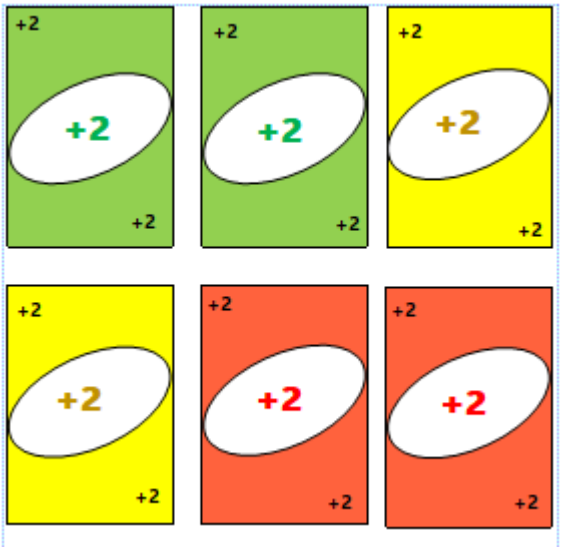


Imagem 5 – Modelos das cartas Uno (+2). Criada pela pesquisadora – 2023.

⇨ **<u>Come 4 cartas (+4):</u>** Essa carta pode ser usada a qualquer momento, exceto sobre as cartas (+2) ou sobre outra carta (+4). Quem jogar poderá escolher a próxima cor ou a próxima incógnita. Se o próximo jogador tiver outra carta

(+4), poderá utilizá-la passando a responsabilidade de resolução para o próximo jogador, que, se não tiver outra carta igual, comerá a soma das cartas na mesa, por exemplo, oito cartas, e deve responder à equação da última carta desafiada. Essa resposta deverá ser realizada oralmente. Caso esteja correto, o jogador pode descartar mais uma carta de sua mão; se estiver incorreto, passa o jogo ao próximo jogador, escolhendo uma carta da cor ou incógnita escolhidas e desafiando o próximo jogador.

Imagem 6 – Modelo da carta Uno (+4). Criada pela pesquisadora – 2023.

⇨ **Reverse:** Essa carta tem o poder de reverter a ordem da jogada (se estiver rodando sentido horário, deverá rodar sentido anti-horário e vice-versa). Caso essa carta venha do jogador que deverá responder à equação, o jogador no sentido oposto a quem estiver realizando a pergunta deverá responder e continuar o jogo.

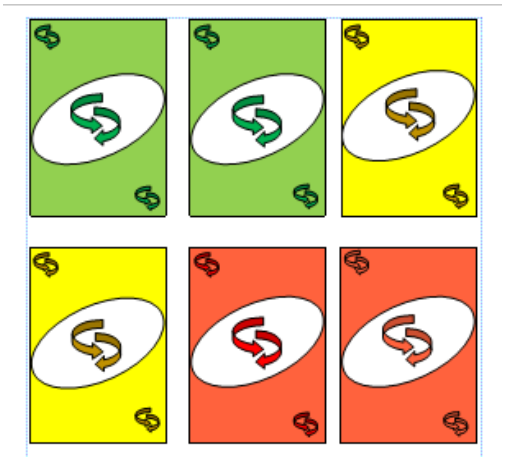


Imagem 7 – Modelos das cartas Uno reverse. Criado pela autora – 2023.

⇨ **Bloqueio:** Essa carta tem o poder de bloquear a resposta do jogador. Por exemplo: um jogador lê a carta de equação para mim e eu apresento a carta

bloqueio. Imediatamente, a pergunta deverá ser refeita ao próximo jogador, que deverá seguir os procedimentos normais.

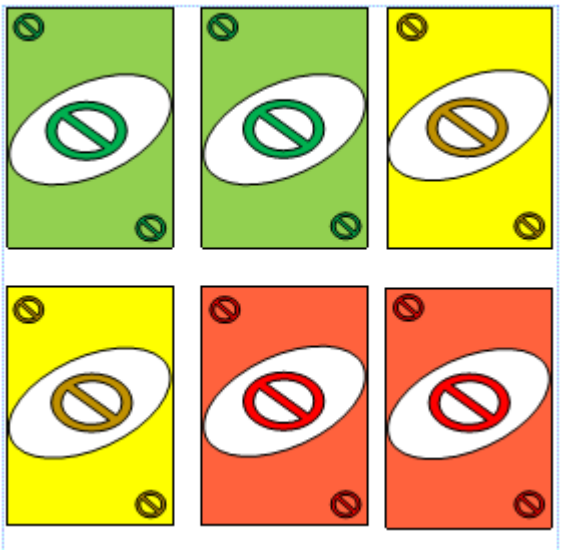


Imagem 8 – Modelos das cartas Uno bloqueio. Criada pela pesquisadora – 2023.

⇨ **Troca cor:** Essa carta é um coringa. Se o jogador desafiado quiser que troque a equação que foi lida, ele pode apresentar a carta troca coringa. O jogador desafiador deverá trocar a carta por uma outra da cor ou da incógnita de sua escolha e o outro jogador deverá responder. Caso acerte, continua o jogo. Caso erre, come duas cartas como nas jogadas usuais. Se o jogador desafiador não tiver a cor ou a incógnita escolhida, deverá comer as cartas da pilha de compras até obter a opção escolhida.

Imagem 9 – Modelo das cartas Uno troca cor. Criado pela autora – 2023.

6.4 COMO OS JOGOS FORAM DESENVOLVIDOS

Esses três jogos foram desenvolvidos a partir de jogos já conhecidos e utilizados pelos estudantes das turmas pesquisadas durante os momentos de lazer na escola, o que motivou a escolha.

O jogo de Trilha, o Dominó e o Uno, normalmente, são utilizados pelos alunos nas aulas de Educação Física, pois a quadra da escola é descoberta e, em dias chuvosos, as aulas são realizadas nas salas de aula e costuma-se usar esses três tipos de jogos. Os jogos de trilha também são comumente adaptados pelos estudantes. Eles criam regras diferentes das usuais, mas utilizando o mesmo tabuleiro e cartas ou, algumas vezes, até criando jogos inéditos para desafiar os colegas.

A ideia de transformar esses três jogos para o aprendizado da equação de primeiro grau se justifica pelo fato de os estudantes já estarem habituados ao formato e às regras básicas desses jogos e, também, porque a pesquisadora tem um afeto especial por jogos de trilha e especialmente pelo jogo Uno, que a acompanha desde a infância.

O primeiro jogo desenvolvido foi a Trilha das Equações. O pensamento principal da pesquisadora foi de criar um jogo que explorasse a transformação da linguagem algébrica na linguagem materna. De início, o jogo foi pensado como rascunho no caderno de planejamento da pesquisa, conforme verificamos na imagem a seguir.

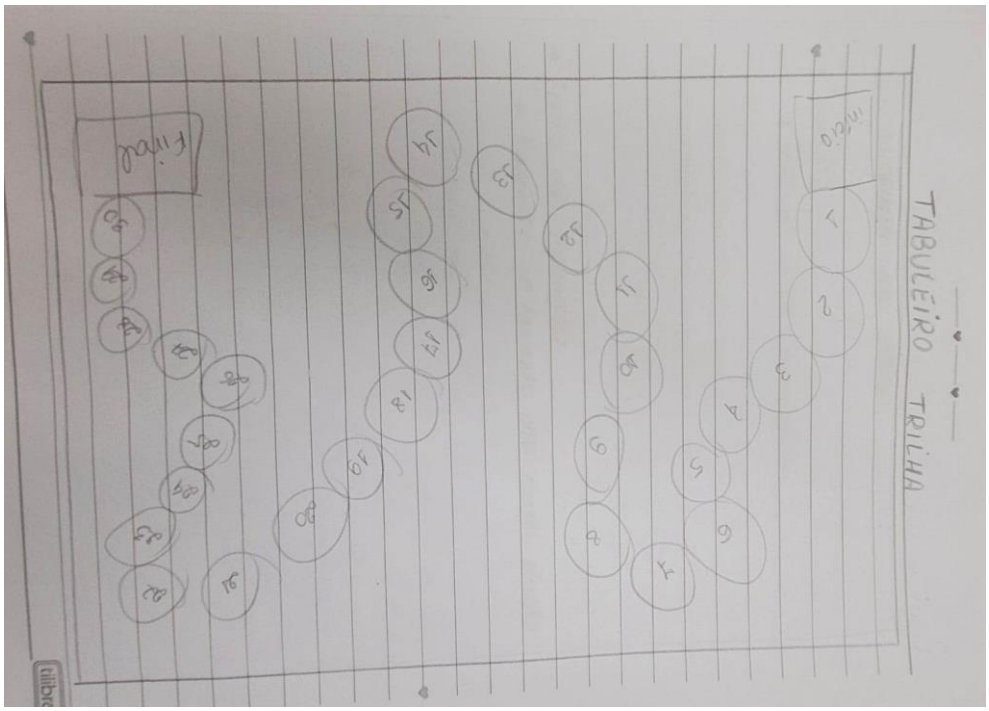


Imagem 10 – Rascunho jogo 1. Arquivo pessoal – 01/2023.

Esse foi o primeiro esboço do jogo. Nesse momento, a pesquisadora pensava em quantas “casas” seriam necessárias para que o jogo durasse, no máximo, o tempo de uma aula com duração de 50 minutos. Essa trilha, inicialmente, continha 30 casas, além das casas de início e fim.

Em seguida, novo esboço de tabuleiro foi criado com 62 casas, mas a pesquisadora imaginou que o objetivo do tempo não seria atingido. Esse tabuleiro já foi imaginado de forma digital, como podemos verificar na próxima imagem.

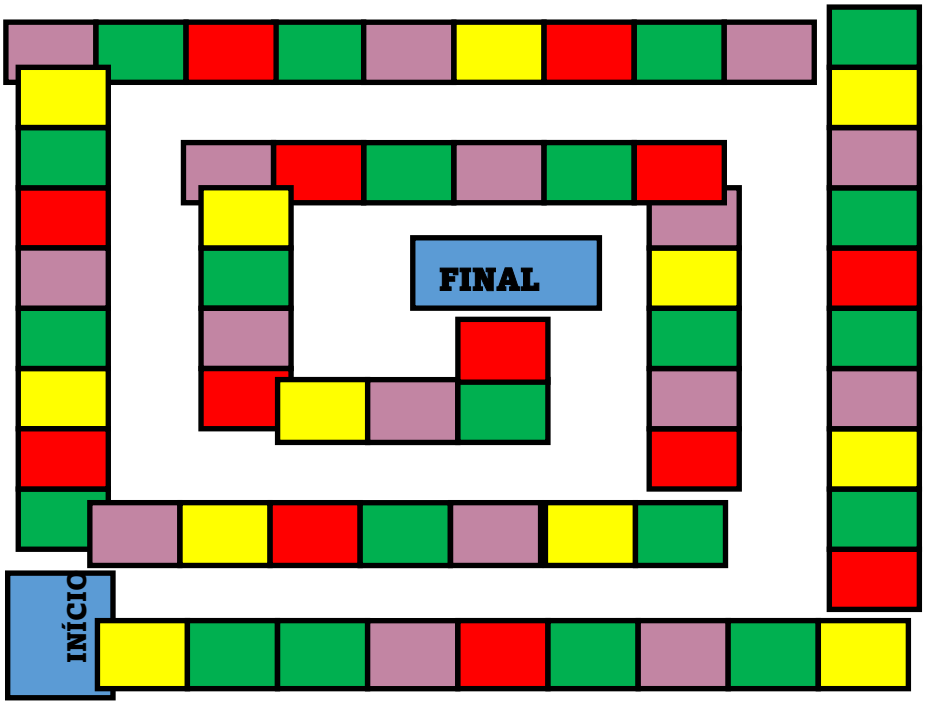


Imagem 11 – Rascunho jogo digital. Arquivo pessoal – 01/2023.

A fim de testar se a quantidade de casas estava condizente com o tempo planejado, foi necessária a criação das cartas do jogo e, para isso, trabalhamos com a quantidade pensada inicialmente de 30 casas no tabuleiro. A ideia principal foi criar, ao menos, o dobro de cartas para a quantidade de casas do tabuleiro.

As equações de cada carta foram desenvolvidas pela pesquisadora, não sendo retiradas de nenhuma outra fonte, como observamos na imagem a seguir:

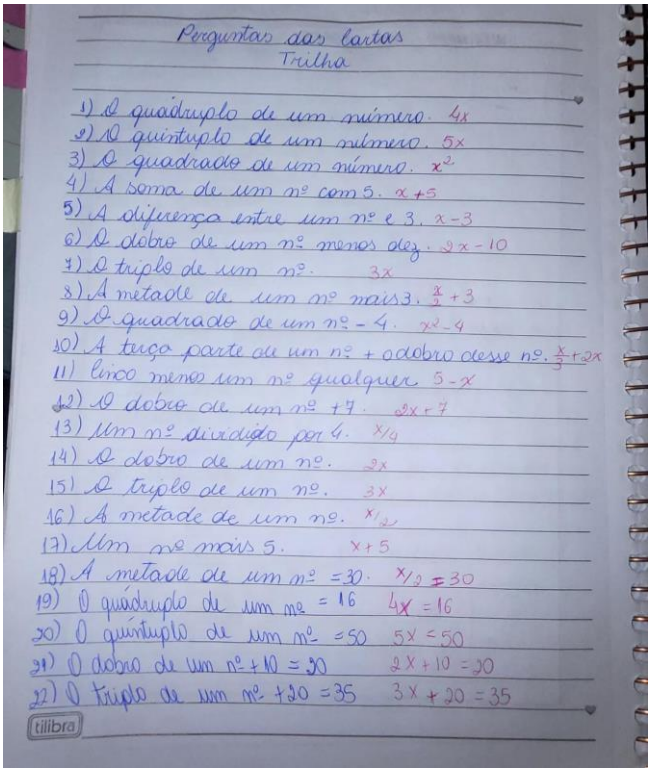
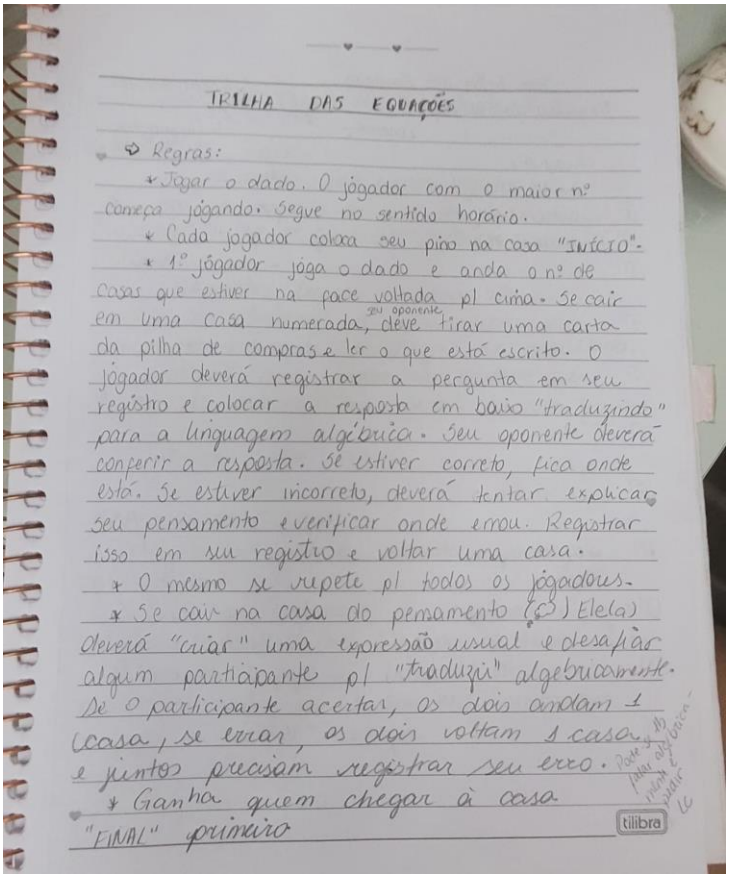


Imagem 12 – Criando as equações. Arquivo pessoal – 01/2023.

A princípio, o tabuleiro contava apenas com os quadrados que chamamos de casas, numerados e com os emojis que representavam a casa que o jogador deveria pegar uma carta do monte.

No entanto, a pesquisadora sentiu a necessidade de criar novas oportunidades de movimentação e de disputa no jogo e, então, criou, da mesma forma autônoma, as cartas reversas, que eram representadas pelas casinhas de pensamento 💭, as casas de bloqueio, representadas pelo símbolo 🚫 além da representação da escadinha, que permite ao jogador mudar drasticamente sua posição no jogo.

A pesquisadora testou o jogo com sua família, cronometrando o tempo, e percebeu que a quantidade de casas do tabuleiro era o ideal para uma aula. As regras foram desenvolvidas, na forma de esboço, no caderno de planejamento da pesquisadora e posteriormente melhoradas ao se passar para a forma digital.



TRILHA DAS EQUAÇÕES

Regras:

* Jogar o dado. O jogador com o maior nº começa jogando. Segue no sentido horário.
* Cada jogador coloca seu pino na casa "INÍCIO".
* 1º jogador joga o dado e anda o nº de casas que estiver na face voltada pl cima. Se cair em uma casa numerada, seu oponente deve tirar uma carta da pilha de compras e ler o que está escrito. O jogador deverá registrar a pergunta em seu registro e colocar a resposta em baixo "traduzindo" para a linguagem algébrica. Seu oponente deverá conferir a resposta. Se estiver correto, fica onde está. Se estiver incorreto, deverá tentar explicar seu pensamento e verificar onde errou. Registrar isso em seu registro e voltar uma casa.
* O mesmo se repete pl todos os jogadores.
* Se cair na casa do pensamento (?) Ele(a) deverá "criar" uma expressão usual e desafiar algum partiapante pl "traduzir" algebricamente. Se o participante acertar, os dois andam 1 casa, se errar, os dois voltam 1 casa e juntos precisam registrar seu erro.
* Ganha quem chegar à casa "FINAL" primeiro

Imagem 13 – Regras manuscritas. Arquivo pessoal – 01/2023.

O jogo Uno das Equações foi o segundo jogo desenvolvido. A ideia era que o jogo elaborado fosse tão desafiador quanto o jogo original para que os estudantes se sentissem motivados ao estudo ao utilizá-lo nas aulas de Matemática.

Para isso, a pesquisadora pegou as regras originais e foi adaptando de acordo com o que pensou ser o melhor para a adaptação que estava sendo feita. O jogo original possui 112 cartas; e o nosso, 102 cartas, pois foram descartadas as cartas autônomas do jogo original. As cartas autônomas dão direito à equipe de jogadores inventar novas regras, que, nesse momento, não era nosso objetivo, mas podem ser adaptadas para usos futuros.

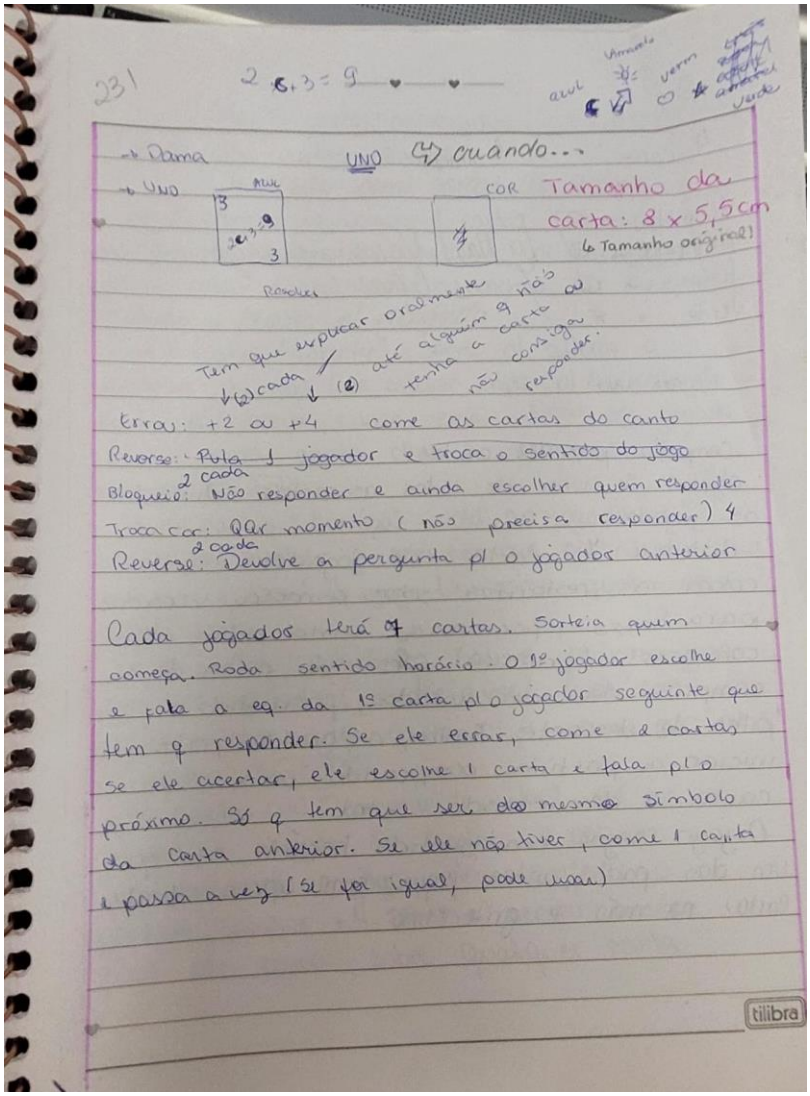


Imagem 14 – Criando regras Uno. Arquivo pessoal – 01/2023.

Das 102 cartas, o jogo possui 18 com equações de cada cor, sendo que a cada 3 cartas há a mesma incógnita; então, são seis incógnitas diferentes em todo o jogo.

A princípio, a pesquisadora pensou em utilizar símbolos em vez de letras para representar o número desconhecido e deixar o jogo ainda mais lúdico, porém, dessa maneira, não se atingiria o objetivo de habituar o estudante às incógnitas.

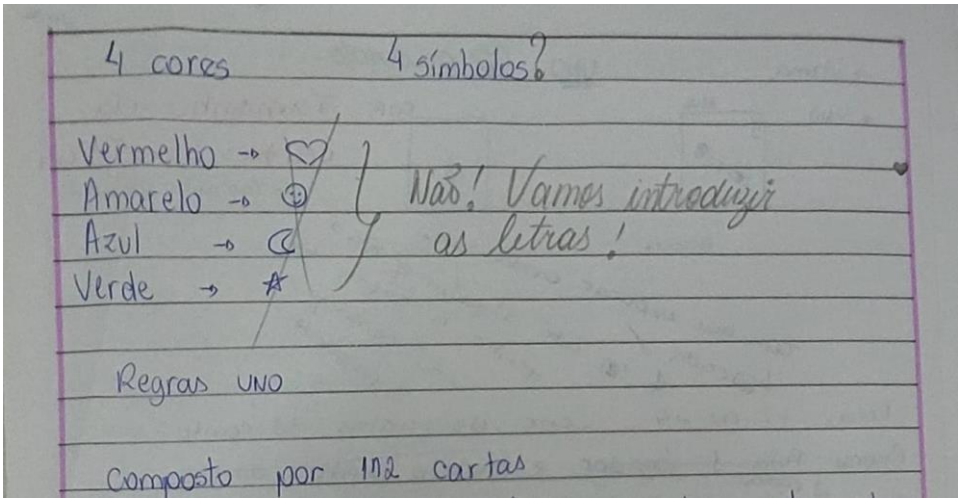


Imagem 15 – Símbolos ou incógnitas. Arquivo pessoal – 01/2023.

A utilização de diferentes incógnitas teve como objetivo mostrar ao estudante que diferentes letras podem ser usadas durante o estudo de equações de forma a tentar diminuir o uso exagerado apenas das letras x e y ao se tratar de equações de primeiro grau.

As cartas de movimentação tiveram seus objetivos modificados a fim de auxiliar no movimento do jogo dentro dos objetivos matemáticos da autora. A carta **bloqueio**, no jogo original, é utilizada para bloquear a vez de jogar do oponente. Em nosso jogo, a carta bloqueio é utilizada para bloquear sua vez de jogar, como se o estudante transferisse o desafio para o próximo jogador.

A carta **inverso** tem um pensamento semelhante. No jogo original, essa carta inverte o sentido do jogo e, em nosso jogo, acontece o mesmo, porém obriga o jogador do sentido inverso a responder à equação que desafiava o estudante anterior.

As cartas **+2** e **+4** servem para o próximo jogador "comer" mais cartas, aumentando, assim, a quantidade de cartas que estão no poder do jogador. A diferença é que as cartas **+2** só podem ser utilizadas sobre as cartas de mesma cor e as cartas **+4** podem ser jogadas a qualquer momento e escolhendo novas cores e incógnitas.

Por fim, as cartas coringas podem ser utilizadas a qualquer momento, assim como no jogo original; porém, em nosso jogo, deve ser escolhida a nova cor e a nova incógnita a se continuar o jogo. Como houve mudanças no objetivo das cartas, denominamos cartas de defesa, para facilitar o entendimento do estudante.

As equações contidas nas cartas também foram desenvolvidas pela pesquisadora e não foram retiradas de nenhuma outra fonte. Após registro das equações, cada uma delas foi conferida duas vezes a fim de não haver equívocos após a aplicação dos jogos na sala de aula, como verifica-se na imagem a seguir.

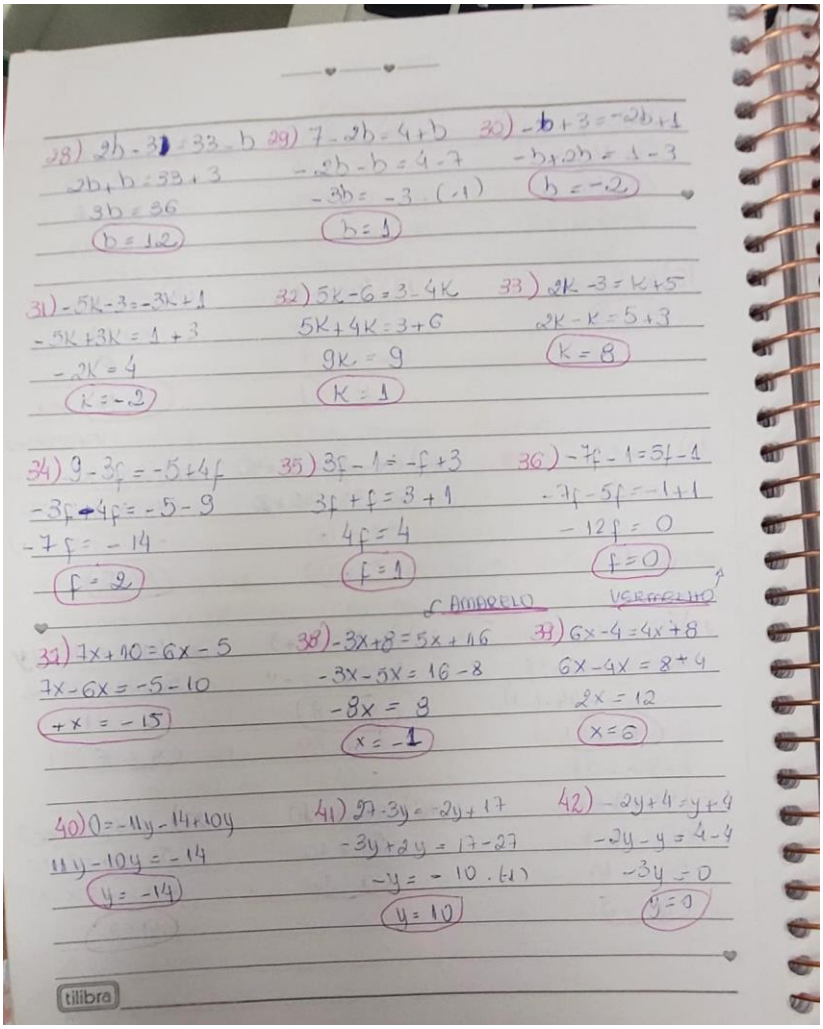


Imagem 16 – Testando as equações. Arquivo pessoal – 01/2023.

O último jogo a ser desenvolvido foi o Dominó das Equações. A utilização desse jogo foi pensada por ser de fácil entendimento das regras, de forma que os estudantes se concentrassem mais no aprendizado da equação de primeiro grau.

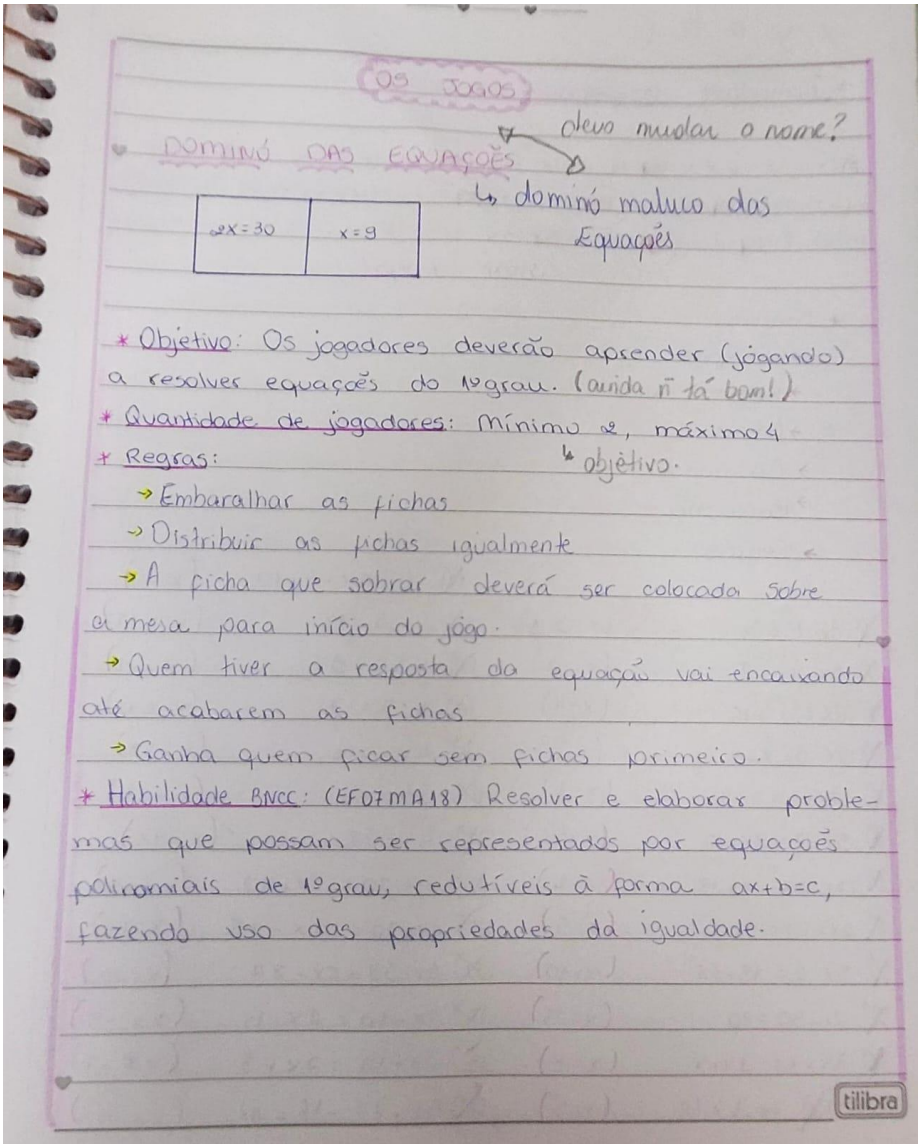


Imagem 17 – Desenvolvendo o Dominó. Arquivo pessoal – 01/2023.

O desenvolvimento do jogo foi inicialmente pensado na quantidade de fichas que o jogo deveria ter, visto que, foi utilizado em um grupo de no máximo, 4 participantes, mas poderia acontecer de ter 2 ou 3 participantes. Então, após a divisão, deveria sobrar sempre uma ficha para iniciar o jogo, ou seja, o número de fichas deveria ser múltiplo de 2, 3 e 4, acrescentado de uma ficha.

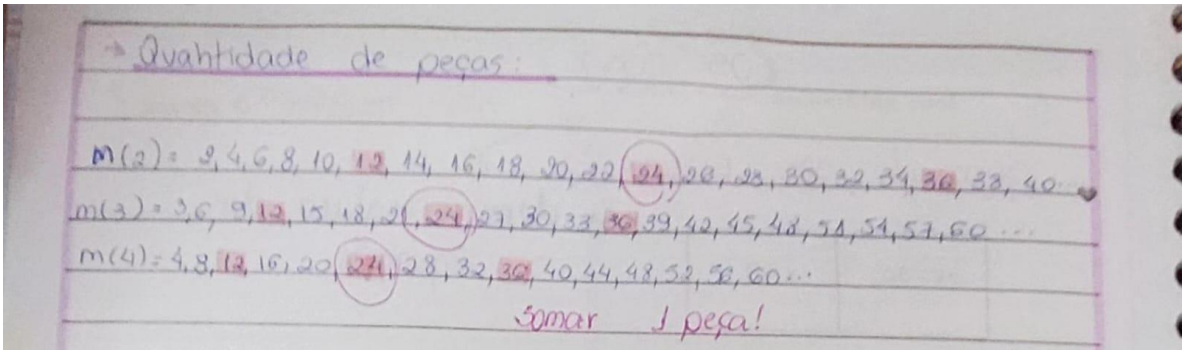


Imagem 18 – Quantidade de peças. Arquivo pessoal – 01/2023.

Com o objetivo de otimizar o tempo de jogo para uma aula de 50 minutos, a pesquisadora definiu que seriam 25 fichas, sendo 24 múltiplos dos números citados anteriormente mais uma ficha. Outras possibilidades seriam utilizar 13 ou 37 fichas, mas, no primeiro caso, o jogo ficaria rápido e com poucas possibilidades de aprendizado, e no segundo caso, muito extenso e provavelmente uma aula não seria suficiente para desenvolver o jogo com a turma.

Cada equação contida nas fichas foi elaborada pela pesquisadora. Algumas aproveitadas do jogo Uno para introduzir alguns pensamentos iniciais. Cada equação também foi testada para não haver erros e problemas durante a aula.

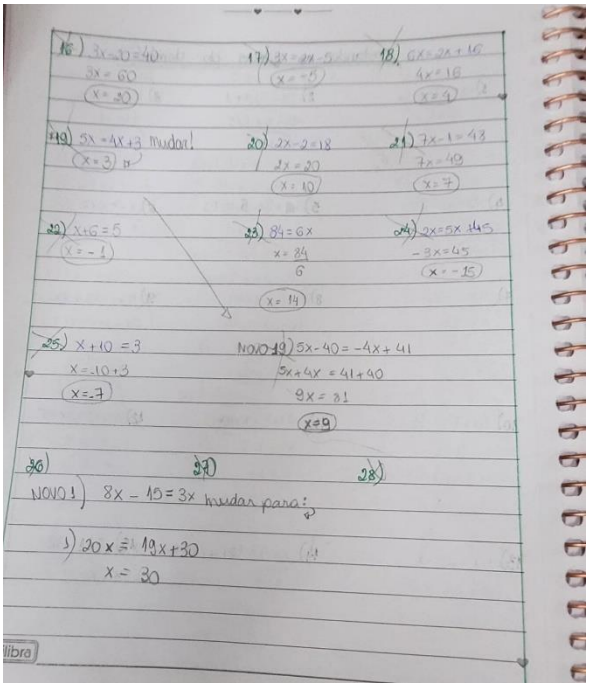


Imagem 19 – Testando equações. Arquivo pessoal – 01/2023.

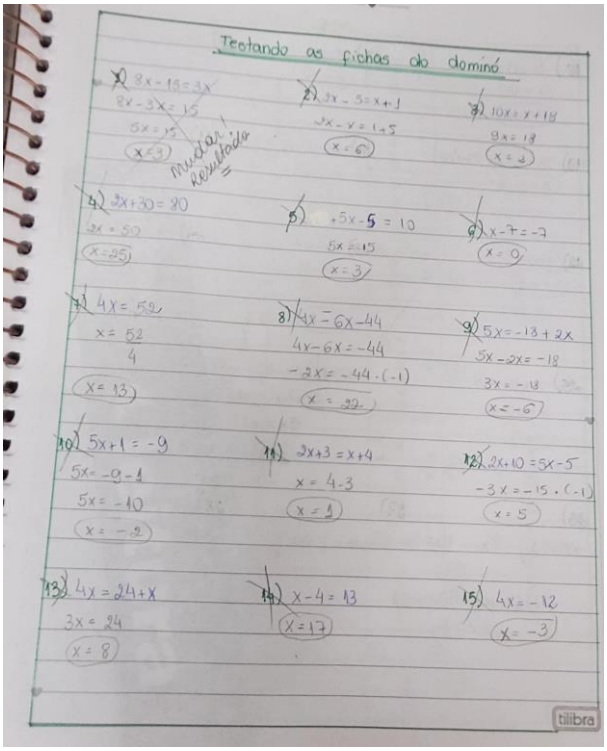


Imagem 20 – Testando equações 2 – Arquivo pessoal – 01/2023.

Um desafio encontrado foi o encaixe das fichas. De início, as fichas foram montadas pela pesquisadora durante seu teste, de forma aleatória, sem pensar no caminho a ser percorrido após o encaixe de cada ficha.

Quando a pesquisadora testou, em casa com a família, descobriu que seria necessário pensar melhor, pois não se montava apenas um ciclo como acontece no Dominó original, e sim, vários ciclos que se fechavam entre si. Dessa forma, a pesquisadora rascunhou uma forma de montagem de acordo com a imagem a seguir.

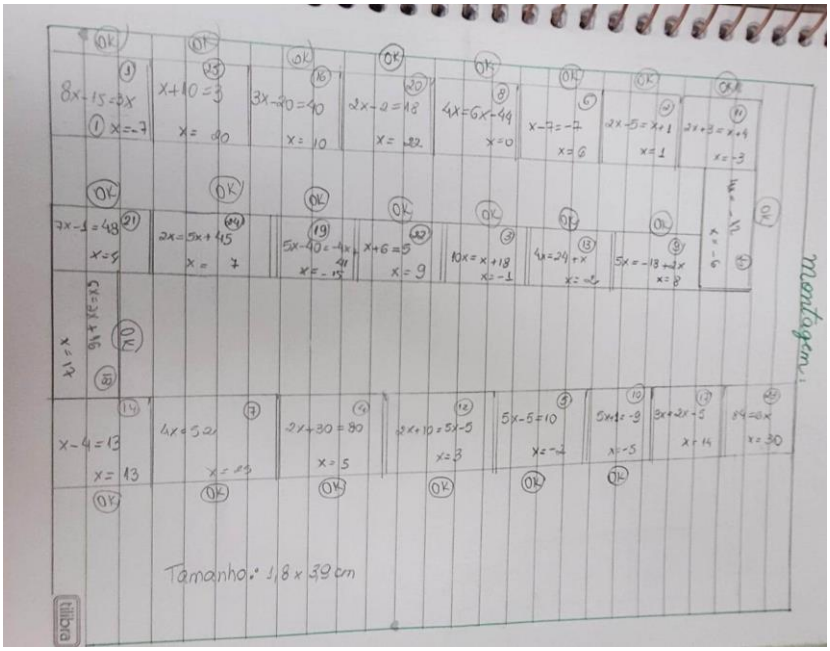


Imagem 21 – Planejando dominó. Arquivo pessoal – 01/2023.

Novos testes foram realizados e esse foi o único formato possível, independentemente de que com qual ficha seria iniciado o jogo, o que deixou a pesquisadora satisfeita por fim.

Os três jogos foram desenvolvidos pela própria pesquisadora com auxílio do programa *Microsoft Publisher*, que faz parte do pacote *Office* dos computadores com sistema *Windows.* É importante ressaltar que a pesquisadora não tinha conhecimento aprofundado anterior das formas de utilização do programa e que ele foi usado totalmente de forma amadora. Essa informação é necessária para mostrar que o acesso pode ser fácil aos professores que necessitarem criar algum jogo ou outro material com esse programa para usar nas aulas de Matemática.

7. DESENVOLVIMETO DO PROJETO

A aplicação do recurso pedagógico jogos para o ensino da equação do primeiro grau consistiu na utilização dos jogos matemáticos, além de exercícios iniciais, que consideramos diagnóstico, e de exercícios finais, com o intuito de identificar os conhecimentos adquiridos antes e depois da aplicação dos jogos em três turmas de oitavo ano da escola, campo do presente estudo. Contudo, devido aos prazos de término da dissertação, decidimos apresentar as análises dos resultados obtidos apenas em uma das turmas, a 8reg1.

Essa turma apresenta uma diversidade de comportamentos e de comprometimentos em relação aos estudos da Matemática em conteúdos trabalhados dentro e fora da escola. Acreditamos que escolhê-la como referência pôde nos assessorar a obter um melhor aproveitamento na análise dos resultados desta pesquisa.

Antes de iniciarmos a organização dos grupos e o desenvolvimento utilizando os jogos, nosso foco principal, propomos aos estudantes que respondessem a quatro exercícios diagnósticos a respeito da equação do primeiro grau. Nossa intenção foi colher elementos que nos possibilitassem aproximar os conhecimentos prévios desses estudantes ao conteúdo a ser estudado. É importante esclarecer que essas turmas já tiveram contato com o conteúdo no ano anterior, quando estavam cursando o sétimo ano do Ensino Fundamental, ano em que os documentos norteadores sugerem que esse conteúdo seja trabalhado.

Salientamos, ainda, que pretendemos utilizar os elementos colhidos do aproveitamento das outras turmas que não serão descritas aqui, as turmas 8reg2 e 8reg3, como elementos para publicação de futuros artigos.

Para analisarmos as respostas recebidas e as dúvidas detectadas, vamos entender melhor o questionário diagnóstico. A primeira pergunta apresentada foi: *Transforme da linguagem usual para a linguagem algébrica e resolva: O dobro de um número mais seu triplo é igual a quarenta mais esse número*.

Nosso objetivo principal com essa questão era que o estudante realizasse a transformação da linguagem materna para a linguagem algébrica. Solicitamos que o aluno também resolvesse a questão como um objetivo secundário. Apesar de a resolução matemática não ser o principal objetivo, analisamos as respostas obtidas em sua totalidade.

A segunda questão foi: *Encontre o valor da incógnita em cada opção a seguir. a) $9 - 3x = -5 + 4x$ e b) $5y - 4 = 11$.* Nosso objetivo, com essa questão, era perceber a desenvoltura dos estudantes da turma ao trabalharem com os conceitos de igualdade e os conceitos de

incógnita em uma equação definida e, por conseguinte, na busca de caminhos para a resolução, isto é, analisar as habilidades já adquiridas de cálculo desse conteúdo.

A terceira questão trazia o seguinte problema: *Um pacote de balas custa R$ 1,25. Se Ana comprou x pacotes dessa bala gastando R$ 13,75, qual é o valor de x?"* Uma das intenções dessa questão era trazer uma situação próxima da realidade da turma, pois esses valores foram baseados na vivência dos estudantes.

Na porta da escola, há um senhor que vende pequenos pacotes de bala por R$ 1,25 e os estudantes estão acostumados a esse valor e a essa situação de compra. Nossa intenção era propor uma atividade em que a situação descrita se aproximasse da realidade deles. Esclarecemos, ainda, que pedimos aos estudantes que registrassem a equação que representava a situação apresentada textualmente na língua natural e, também, que fosse registrado todo o processo de resolução na busca do valor numérico da incógnita, a fim de tornar a igualdade verdadeira.

O objetivo principal dessa questão era verificar qual a real capacidade dos estudantes em traduzir o problema da linguagem natural para a linguagem algébrica e, em seguida, que resolvessem a questão encontrando o valor da incógnita. Aqui também se inclui a capacidade de operar com números decimais. Diferentemente da primeira questão, com essa tarefa esperávamos ver o desenvolvimento nos dois campos matemáticos: o da tradução da linguagem e o conhecimento das resoluções da equação.

Essa atividade foi aplicada durante o tempo de uma aula, ou seja, 50 minutos. Entregamos a folha de atividades e aguardamos que os estudantes respondessem e devolvessem ao final da aula, mostrando estar à disposição para ajudar caso tivessem alguma dúvida. Cada questão foi lida junto com a turma e explicada para que entendessem quais eram os objetivos pretendidos.

É importante dizer que consideramos importante ter retornado com um contato verbal com os estudantes e conversado sobre as respostas preenchidas, mas, devido ao tempo para a pesquisa, esse contato não foi possível nesse momento. Dessa forma, analisamos apenas as respostas descritas pelos estudantes da turma 8reg1.

Ao analisar as respostas recebidas, algumas dificuldades foram detectadas e em apenas uma resposta verificamos a apresentação de mais de uma dúvida ou dificuldade. Para

facilitar a análise desses dados, mostraremos algumas respostas recebidas e utilizaremos o código a seguir para detectá-las:

Código norteador	**Descrição da dúvida apresentada pelos estudantes**
1	Dificuldades na relação com a incógnita.
2	Dificuldades na relação com a operação aritmética
3	Dificuldade na relação da tradução da linguagem materna para a linguagem algébrica
4	Dificuldades no entendimento do sinal de igualdade.

Tabela 3. Criada pela pesquisadora – 03/2024

Cada uma dessas dúvidas foi entendida da seguinte forma:

1) Dificuldade na relação com a incógnita: em relação à utilização da letra, nos casos dos exemplos analisados, em sua maioria, como o **x** ou **y**, como a representação de um número a ser descoberto de modo a manter a sentença verdadeira. Os estudantes demonstraram, em nossa leitura, dificuldades em perceber o **x** ou o **y** como a representação de um número.

Tivemos exemplos da subtração de uma letra que não estava substituindo um número ainda desconhecido, a incógnita. Os estudantes estavam acostumados ao uso da letra como uma unidade de medida, por exemplo, 3 m, em que **m** indica metros, e não uma incógnita. Outro exemplo, o 5 l, em que **l** representa a palavra litros, e não um valor. Dessa forma, em nosso entendimento, podemos inferir que essa dificuldade dos estudantes está em desencontro com o papel da letra na sentença definida como uma equação.

2) Dificuldade na relação com a operação aritmética: os estudantes tiveram dificuldades em utilizar a operação aritmética na equação, pois confundiram números negativos com positivos e vice-versa. Além disso, pudemos verificar que alguns deles se confundiam durante as resoluções quando aparecia algum número negativo na equação.

3) Dificuldade na relação da tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica: essa tradução tem relação com a ideia de letra como um número e que esse número é constante ao longo da sentença. Os estudantes demonstraram até entender o conceito de dobro e de triplo de um número, mas não conseguiram relacionar esse número desconhecido à incógnita. Muitos nem escreveram essa letra, buscando operar apenas com os números. Em

outros casos, alguns estudantes até souberam representar corretamente o dobro e o triplo de um número, porém, ao tentar resolver a equação, operavam a parte numérica que acompanhava as incógnitas com os números simples da equação.

4) Dificuldades no entendimento do conceito de igualdade:

Nessa questão, entendemos que a turma não concretizou esse conceito nos anos anteriores, o que gerava dúvidas ainda no oitavo ano. A maioria dos estudantes entende o sinal de igualdade apenas como resultado da operação, ou seja, é o símbolo que indica a resposta. Porém, ao se trabalhar com equações, esse conceito precisa ser diferente. O sinal de igualdade deve representar um equilíbrio em que os componentes do lado esquerdo desse símbolo devem ter o mesmo valor dos componentes que estão do lado direito.

Apresentaremos, a seguir, algumas respostas, e utilizaremos os códigos de 1 a 5 (de acordo com a tabela anterior) para identificar as dificuldades apresentadas.

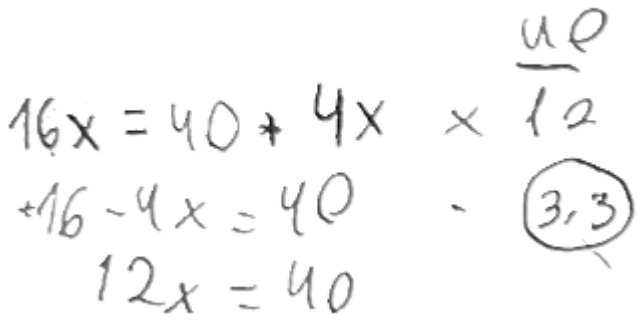


Imagem 22 – Respostas 1. Arquivo da autora – 09/2023.

Nessa primeira imagem, podemos verificar que a estudante Maria escreveu a equação 16x = 40 + 4x. Em nossa leitura, percebemos que ela apresentou dificuldades nos itens 1, 3 e 4, pois entendemos que ela considerou que o número desejado era o quatro, porque representou a expressão "mais esse número" como 4x. A aluna não considerou ou não traduziu a expressão "*o dobro de um número mais seu triplo*" na escrita da equação.

Durante a resolução, ela demostrou que sabia identificar a separação dos termos que trazia as incógnitas e os termos numéricos, utilizando a igualdade. Contudo, desconsiderou a incógnita escolhida, o x, ao reescrever somente a parte numérica 16 na continuidade da sua resolução. Ela provavelmente imaginou um valor que satisfizesse à equação. De igual forma,

percebemos dificuldades na escrita e no reconhecimento do sinal de igual e do registro da incógnita x, uma vez que, na resposta, a aluna registra apenas o valor numérico.

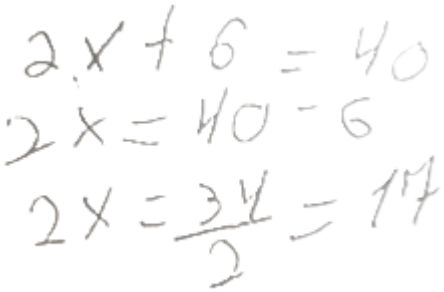


Imagem 23 – Respostas 2. Arquivo da autora – 09/2023.

Na imagem 23, podemos entender que a aluna Ana apresentou dificuldades nos itens 1 e 3, pois, ao representar "*mais seu o triplo"*, ela considerou apenas a parte numérica, o número 2, desconhecendo, assim, que o *x* representava o valor do número, ainda desconhecido, a ser definido. Ou seja, a aluna utilizou o número 2 como base da expressão para escrever o número 6, representando o triplo desse número. Entendemos que ela, novamente, considerou apenas a parte numérica para isso. Além disso, essa estudante não acrescentou a expressão "mais esse número" na transcrição do final da equação e não registrou a incógnita com o sinal de igualdade para representar a igualdade, o que, a nosso ver, caracteriza dificuldade na relação com a incógnita.

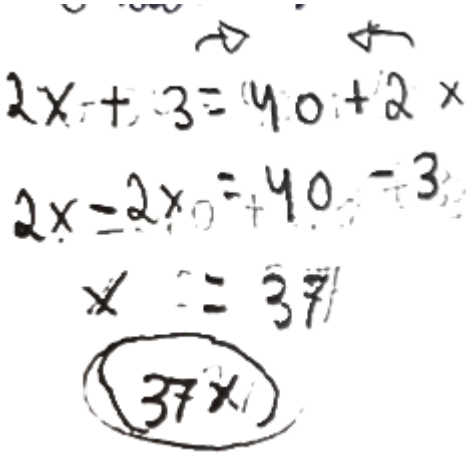


Imagem 24 – Respostas 4. Arquivo pessoal – 09/2023.

Durante a resolução da equação descrita na imagem 24, o aluno demonstrou dificuldades nos itens 1, 2 e 3, visto que o aluno João utilizou “a regra” de isolar os termos com a incógnita de um lado da igualdade e os termos apenas numéricos (sem o x) do outro lado, parecendo entender a igualdade como um sinal/demarcador de separação dos termos.

Na continuidade da resolução, João também demonstrou algumas dúvidas sobre esse processo, pois verifica-se que ele aplicou a “regra” e “processa a mudança de lado”, o número 6 e a incógnita x, porém manteve os sinais positivos. Parece que não tem clareza o significado do processo matemático de “separação” dos termos nos lados da igualdade, o que contribui para uma resposta incorreta.

Ainda na imagem 24, podemos dizer que o estudante João também se equivocou quando escreveu a expressão na linguagem matemática “o triplo de um número” somente grafando o valor numérico 3 e a expressão “mais esse número” como 2x. Em nossa leitura, ele considera o 2x como o número desconhecido (a incógnita), e não apenas a letra x.

Além disso, João “mudou” o 2x de lado da igualdade utilizando o número oposto a ele! Contudo, ao seguir o modelo de resolução realizou equivocadamente o cálculo 2x – 2x, pois tinha de apresentar, na resolução, a incógnita x como resposta, o que nos permite entender que ele tem memorizada a necessidade de “isolar” o x de um lado da igualdade; ou seja, o x tem de “aparecer” de alguma forma na resolução da equação! Ao final, como resultado, acreditamos que João achou que ainda não tinha terminado a conta e eliminou o sinal de igualdade da equação, juntando o x com o número 37, escrevendo 37x como resposta final.

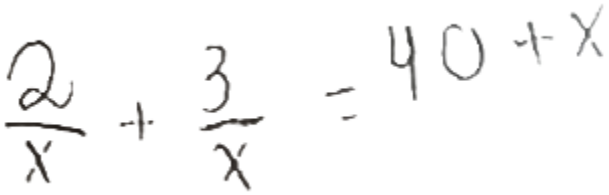


Imagem 25 – Respostas 5. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 25, a estudante Joana apresentou dúvidas nos itens 2 e 3. Ela demonstra isso ao escrever, na linguagem matemática, “o dobro de um número”, posto que grafou $\frac{2}{x}$ e,

ao escrever “o triplo de um número”, $\frac{3}{x}$. Assim, entendemos que a aluna apresentou dois equívocos no entendimento da passagem da linguagem natural para a linguagem matemática: a primeira quando parece ter compreendido que tinha de dividir o x por dois e depois o x por 3, parecendo ter considerado x o dobro e depois o triplo. E, assim, teria de dividir.

O segundo equívoco aconteceu quando a aluna indicou o x como o divisor. Esse procedimento a levou a não conseguir desenvolver uma solução para a equação, pois o x aparece na soma de duas frações cujo denominador é o x. Quando ela não desenvolve uma resolução, não há como saber se há ou quais são as dificuldades apresentadas, pois nenhum pensamento foi registrado.

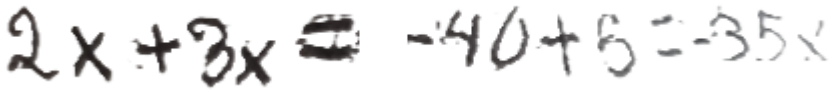


Imagem 26 – Respostas 6. Arquivo pessoal – 09/2023.

A imagem 26 foi a resposta dada pelo estudante Alex, que demonstrou ter dificuldades nos itens 1, 2, 3 e 4. Esse pensamento surgiu quando ele escreveu 2x + 3x como elemento do primeiro termo da equação, traduzindo “*o dobro de um número mais o triplo de um número”*. Entretanto, ao escrever os membros do segundo termo ele não considera o x o número a ser definido e somado a 40. Em nossa leitura, ele considerou a soma dos coeficientes 2 e 3 como esse número, além de colocar o 40 como um número negativo. Contudo, é possível perceber que ele busca utilizar “a regra” de resolução de uma equação ao definir o x como o membro do primeiro termo; e, no segundo, o valor número sem o x. Assim ele “aparece” com o x junto com o número 35, resultado de (– 40 + 5).

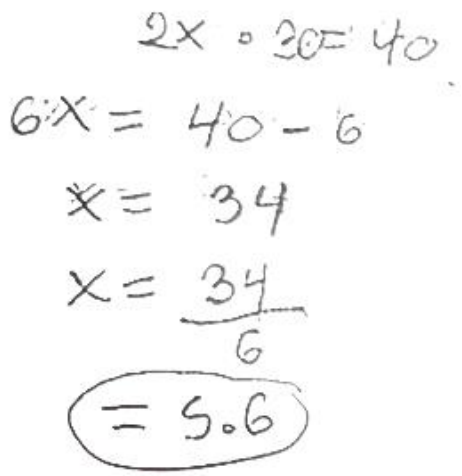


Imagem 27 – Respostas 7. Arquivo pessoal – 09/2023.

Em outro exemplo de resposta, na imagem 27, verificamos que o aluno Antônio apresentou dificuldades nos itens 1, 2 e 3, uma vez que ele representou corretamente o dobro de um número como 2x, mas não utilizou o mesmo raciocínio para o triplo de um número como 3x, e sim como o número 30. Em nossa leitura, entendemos que o aluno confundiu o x, que seria a incógnita, com o registro do número zero, pois ele obtém da multiplicação 2x. 30 o resultado de 6x.

Além disso, no segundo termo ele não considerou o x como a incógnita a ser adicionada ao número 30, conforme a questão indicava. Ou, pelo raciocínio, descobriu que x = 10. Durante a resolução, acreditamos que ele multiplicou o primeiro dígito do numeral 30, apenas o 3 com o 2x, obtendo, assim, 6x e, na mesma linha de resolução, ele subtraiu esse 6 do número 40. Após essa subtração, o aluno ainda dividiu o resultado 34 que encontrou pelo mesmo número 6 que havia subtraído anteriormente, usando o mesmo número em duas operações diferentes.

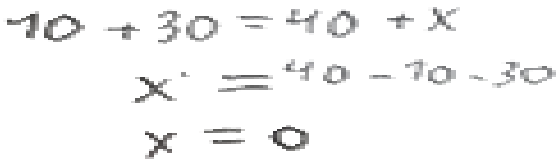


Imagem 28 – Respostas 8. Arquivo pessoal – 09/2023.

Em outro formulário, a resposta da aluna Gabriela, representada na imagem 28, mostrou que ela teve dificuldades nos itens 1, 2 e 3. Isso se justifica porque constatamos que ela não transcreveu para a linguagem matemática “o dobro de um número” e “o triplo de um número” no primeiro termo da equação, escrevendo 10 como representante do dobro de um número e 30 como representante do triplo de um número.

Em nossa leitura, Gabriela arbitrou o valor 5 para a incógnita. Assim, o dobro de 5 é o número 10 e o triplo desse número 10 é igual a 30. Acreditamos que ela usou o exercício da tentativa na busca de validar a igualdade dos dois termos da equação. Durante a resolução, ela usa a regra de isolar o x no primeiro termo e os números no segundo termo, subtraindo esses dois valores do número 40, obtendo como solução o número zero.

Outra explicação possível para esse pensamento é que a aluna define o número 5 como referência de cálculo, representando a expressão “esse número” por tentativas. Acreditamos que a aluna pensou em um número que o dobro dele mais seu triplo resultaria no número 40, ou seja, encontrou, por tentativa, o número 5.

Se for essa a linha de pensamento, a aluna teve um raciocínio de pensar o número desconhecido, mas não usava uma letra para essa representação. No entanto, como ela sabe que estava resolvendo uma equação, a letra tem de aparecer na resolução e, no caso, a letra escolhida pela aluna foi o x. Acreditamos que ela considerou que o número 40 seria a resposta.

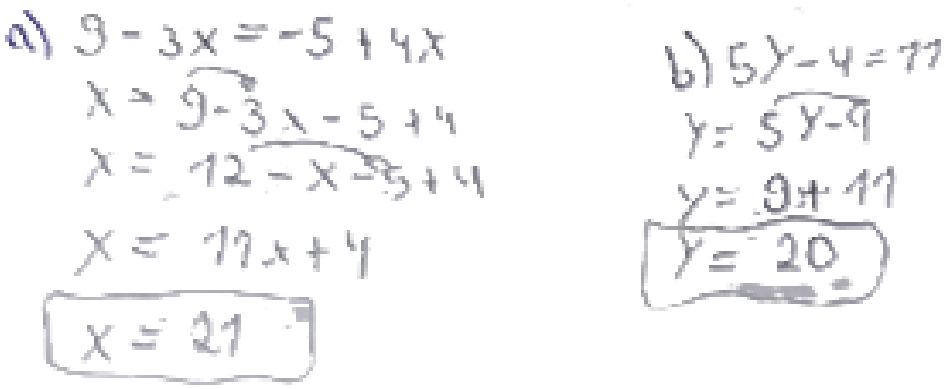


Imagem 29 – Respostas 9. Arquivo pessoal – 09/2023.

A imagem 29, correspondente à segunda questão da atividade diagnóstica, demonstrou que a resposta dada pelo aluno Bruno envolve dificuldades nos itens 1, 2 e 4. Para a ***opção a***, por exemplo, parece que ele seguiu a "regra" memorizada que dizia que a incógnita deve ficar isolada no primeiro termo da equação. O aluno demonstra entender que a incógnita x precisa estar isolada da parte numérica, assim como deveria isolar a incógnita (x) no termo 4x. Assim, ele o escreve do lado esquerdo do sinal de igualdade, porém, do lado direito, ele escreve todos os outros termos da equação com os mesmos sinais que os acompanham, exceto o x que foi, segundo a regra, "trocado de lado".

O estudante, então, soma ou subtrai apenas as partes numéricas, sem considerar os termos que apresentavam a incógnita ou não. Mesmo quando o sinal é de subtração como em 9 – 3x, escrita na segunda linha de resoluções, o estudante soma os valores em busca de um resultado.

Da mesma forma em 12 – 5, em que Bruno somou ao invés de subtrair, resultando em 17x, porém, no resultado, a incógnita x que estava do lado direito da igualdade é desconsiderada e o estudante apresenta como resultado da equação o valor numérico de x como 21 (x = 21), o que consideramos ser o resultado da adição dos números 17 e 4.

Ainda analisando as respostas dadas pelo mesmo aluno, na ***atividade b,*** podemos entender que ele mantém o entendimento utilizado na resolução da ***atividade a***. Ele isola a incógnita y do lado esquerdo da igualdade, "levando" o 5y para o outro lado da igualdade, mas ignorando o número 11 nesse processo de resolução.

Já na terceira linha de resolução desse item, o estudante Bruno somou a parte numérica 5 do monômio 5y com o número 4, obtendo 9, e, nesse momento, volta a considerar o número 11 que tinha excluído anteriormente. Ao final, apresenta como solução o y = 20, resultado da soma de 9 com 11.

Na imagem 30, percebemos que a aluna Karina demonstrou dúvidas semelhantes ao aluno Bruno nas resoluções apresentadas para essa questão. Vamos descrever a seguir:

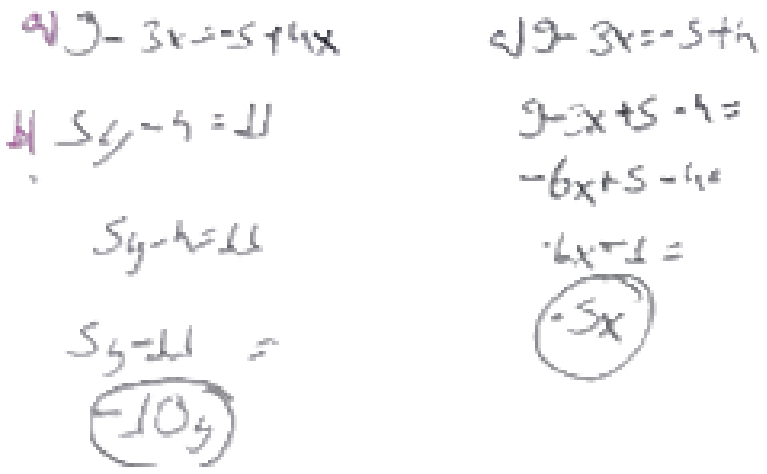


Imagem 30 – Respostas 10. Arquivo pessoal – 09/2023.

A imagem 30 também representa respostas da aluna Karina para a segunda questão, demonstrando suas dificuldades nos itens 1, 2 e 4. Podemos observar que, na ***opção a***, a aluna não registrou a incógnita (x) após o número 4, na primeira linha, ao iniciar o seu processo de resolução da equação. Em seguida, ela somou o número 9 com a parte numérica do monômio 3x. Logo após, escreveu todos os termos do lado esquerdo da igualdade, configurando, assim, que a igualdade significa um resultado.

Depois disso, ela subtraiu 4 do número 5 e registrou essa resposta como –1, escrevendo 6x – 1 e o sinal de igualdade. Para encontrar uma resposta, ainda subtraiu o número 1 do número 6 pertencente ao monômio 6x, encontrando o resultado –5x.

Já na **opção b**, Karina reescreveu a equação do enunciado na primeira linha de resolução. Em seguida, ela "mudou" o número 11 de lado da igualdade pelo seu oposto, porém ela não registrou o número –4 da Equação, além de deixar o outro lado da igualdade sem nenhuma resposta. Como essa aluna precisava encontrar uma resposta, ela somou uma unidade, ignorando o monômio 5y, escrevendo como resultado –10y. Acreditamos que essa aluna não tem clareza sobre os procedimentos de resolução da equação, ao demonstrar dificuldades no entendimento do que seja a incógnita e do sentido da igualdade.

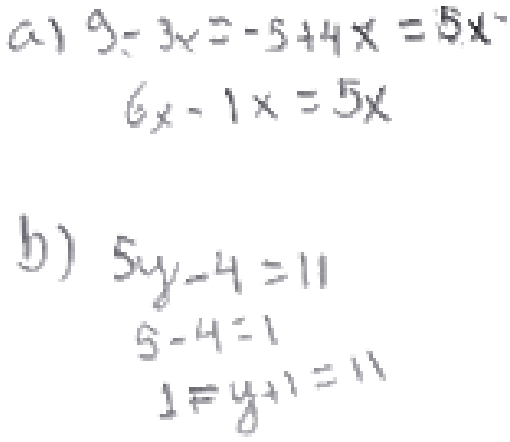


Imagem 31 – Respostas 11. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 31, podemos perceber que o aluno Carlos também demonstrou dúvidas nos itens 1, 2 e 4. Na ***opção a***, ele reescreveu a equação do enunciado, mas acrescentou à igualdade o valor 5x. Na linha seguinte de resolução, o estudante escreveu o 6x como resposta à subtração do número 9 com o número 3 do monômio 3x e escreveu o –1 como resultado da soma entre o número –5 e o número 4 do monômio 4x. Assim, ele subtraiu as partes numéricas 6 e 1 obtendo como resultado 5x.

Na ***opção b***, Carlos apresentou um pensamento que avaliamos semelhante ao utilizado na ***atividade a***. Ele não considerou, na resolução, a incógnita y. Acreditamos que ele trabalhou com os valores dos números no termo à esquerda da igualdade. Ou seja, ele subtraiu 5 – 4, obtendo o valor 1. Ele considerou que o valor numérico de y é 1.

Na terceira linha de resolução, ele aponta a resposta final y + 1 = 11 e não dá continuidade ao cálculo do valor de y. Assim, em nossa leitura, o aluno não entende que a incógnita representa um número.

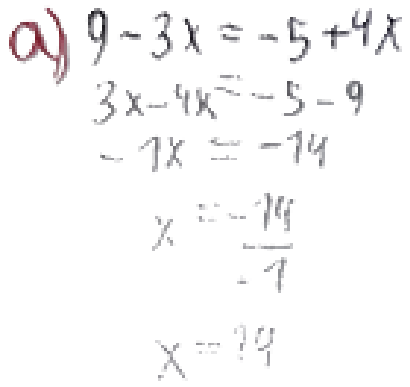


Imagem 32 – Respostas 12. Arquivo pessoal – 09/2023.

Já na imagem 32, o estudante Marcelo apresentou dúvidas nos itens 2 e 5, pois, na **opção a**, ele escreveu o termo (–3x) como (+3x) e, dessa forma, realizou a subtração dos monômios 3x com 4x, o que resultou na resposta –1x, enquanto, do outro lado da igualdade, ele somou corretamente os números negativos –5 e –9. Dessa forma, ele dividiu o número –14 por –1 encontrando o resultado x = 14.

Acreditamos que esse erro possa ter sido um descuido ou falta de atenção do aluno, uma vez que ele demonstrou que conhece um pouco mais os procedimentos de resolução de uma equação ou tem também dificuldades nos processos da operação com números pertencentes ao conjunto dos Números Inteiros.

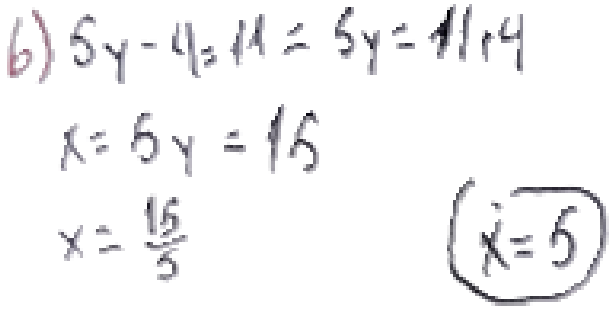


Imagem 33 – Respostas 14. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 33, o aluno Daniel apresentou dificuldades nos itens 1 e 2, já que percebemos que ele utilizou o sinal de igualdade diversas vezes na mesma expressão, além

de não conseguir demonstrar um pensamento claro. Já na primeira linha de resolução Daniel, após escrever outro sinal de igualdade ao final da equação, soma o número 4 com o número 11. Porém, na linha abaixo, aparece a incógnita x, que não fazia parte da equação inicial, além de dois sinais de igualdade com o monômio 5y entre eles.

Então, na terceira linha, Daniel retira a incógnita y e mantém apenas a incógnita x, escrevendo que x é igual a 15, resultado de 11 + 4, dividido pelo 5, de 5y, e novamente o estudante demonstra uma dúvida, porque ele escreve como resultado o x = 5.

Esse estudante evidenciou que primeiro ele teve dificuldade em entender a letra y como o símbolo da incógnita, assim como teve dificuldade em entender os números a serem calculados para manter a igualdade. Ele escreve o x, pois, em nossa leitura, ele pode desconhecer o y como incógnita na resolução e, então, ele busca o valor de x, quando deveria buscar o valor de y.

Além disso, Daniel ainda demonstra erro na operação de divisão, ao representar 15 dividido por 5 com um resultado igual a 5, o que pode ter sido um descuido ou dificuldades nos procedimentos de divisão simples.

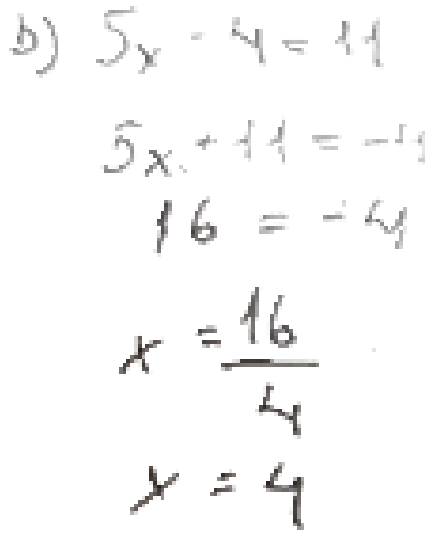


Imagem 34 – Respostas 15. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 34, a aluna Karina demonstra dificuldades nos itens e 1 e 2 também. Percebemos que ela “troca” os valores (–4) e o 11 de lado da igualdade sem alterar a

operação, ou seja, ela não utilizou o número oposto com a intenção de manter a igualdade equilibrada. O número (+11) continua como (+11) e o (–4) se manteve como (–4).

Na terceira linha, a aluna soma a parte numérica do monômio 5x, o número 5, com o número 11, resultando em 16, e, então, faz a divisão de 16 por 4, confundindo e utilizando o oposto do número (–4) em vez da operação oposta à multiplicação, encontrando o resultado incorreto x = 4.

Em resumo, entendemos que essa aluna apresenta dificuldades ao entender o conceito de incógnita, porque realiza a troca da incógnita y para a x; inclusive, isso acontece em todas as suas respostas (dessa e das outras questões). Ela também busca, de forma equivocada, a igualdade dos dois membros da equação, demonstrando dúvidas no conceito do sinal de igualdade. No final, ainda parece que volta com a letra y no lugar do x que estava utilizando em toda a operação, como solicitado pelo exercício.

É importante citar que esses dois estudantes não preencheram as questões da ***opção a***, deixando o espaço de respostas em branco. Ao serem questionados, os dois deram a mesma resposta: "*Não vou responder, porque não sei fazer nada!"*. A professora insistiu para que eles tentassem e, mesmo assim, a questão voltou sem resposta.

As imagens a seguir, são referentes às questões 3 e 4 da atividade diagnóstica e são representativas das dúvidas apresentadas. Não citaremos itens da tabela, pois verificamos dúvidas pontuais que serão detalhadas em cada exemplo.

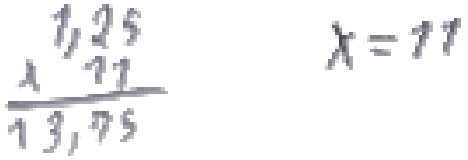


Imagem 36 – Respostas 16. Arquivo pessoal – 09/2023.

Imagem 37 – Respostas 17. Arquivo pessoal – 09/2023.

Nas imagens 36 e 37, observamos que as estudantes Ana e Eliane não seguiram o comando solicitado pela professora e realizaram uma multiplicação simples para chegar ao

resultado. Ao serem questionadas, elas responderam que fizeram esse cálculo “de cabeça” e que registraram dessa forma, porque a professora pediu que escrevessem os cálculos. Observando essas respostas, acreditamos que as alunas utilizaram aproximações para chegar ao resultado.

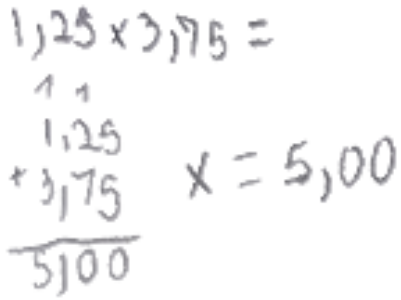


Imagem 38 – Respostas 18. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 38, o estudante Mário escreveu uma multiplicação de 1,25 por 3,75, confundindo-se, pois o valor era 13,75. Porém, essa multiplicação se transformou em adição na linha seguinte, o que resultou em x = 5. Apesar das confusões, podemos considerar que o aluno Mário buscou responder o demandado na atividade, que era o de representar seu processo e o seu resultado na escrita da equação.

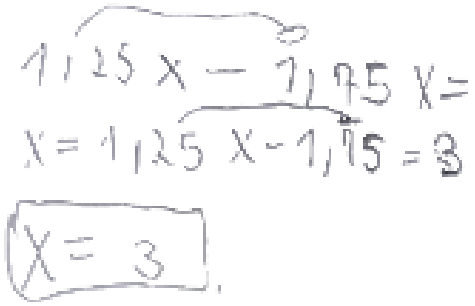


Imagem 39 – Respostas 19. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 39, o estudante João registrou a subtração do decimal 1,25 pelo decimal 1,75 acompanhados da incógnita x, mas acreditamos que o número 1,75 seja advindo do número 13,75 que estava no enunciado. Na sequência, João tentou realizar a subtração desses números, mas, na verdade, ele efetuou uma soma, o que, de acordo com a resposta dada pelo estudante, resultou em 3, que ele repetiu na linha seguinte como x = 3.

Todas as respostas foram semelhantes a essas, exceto os estudantes que percorreram caminhos corretos para a resolução e acertaram a resposta.

A quarta pergunta era a seguinte: *O que é uma incógnita?* Com essa pergunta, tínhamos o objetivo de verificar quais os conhecimentos acerca do conceito de incógnita seriam apresentados pelos estudantes da turma e, de certa forma secundária, se eles conheciam qual é o papel dela na equação. A seguir, vamos descrever as respostas que recebemos nas imagens 20, 21 e 22.

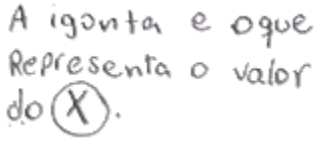


Imagem 40 – Respostas 20. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 40, a aluna Gabriela não escreveu a palavra incógnita corretamente, registrando como "*ignota"*, e ela considera que é apenas o valor do x. Para essa aluna, entendemos que ela reconhece apenas a letra x como representante desse valor.

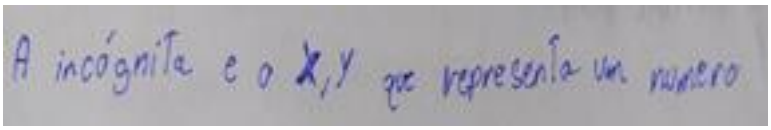


Imagem 41 – Respostas 21. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 41, o estudante Alex mostra entender que a incógnita é um número e reconhece apenas as letras **x** e **y** como representantes desse número. Para nosso entendimento, esse estudante mostrou ter automatizado o aprendizado da equação do primeiro grau na linguagem matemática.

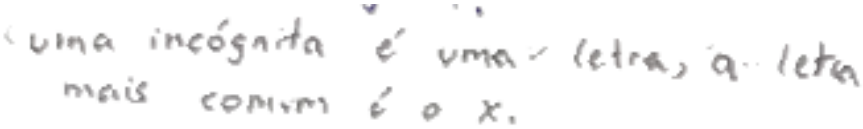


Imagem 42 – Respostas 22. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 42, a aluna Joana entende que a incógnita é representada por uma letra, mas não demonstrou, em sua resposta, que reconhece a incógnita como um número que

precisa ser definido, ou seja, ela reconhece a representação da incógnita como uma letra, mas não esclarece se entende essa letra como um valor numérico a ser definido.

Das atividades analisadas, apenas um dos estudantes considerou que a incógnita era o resultado da equação, como podemos ver na imagem 43 a seguir, porém esse estudante não registrou o uso das letras para essa representação.

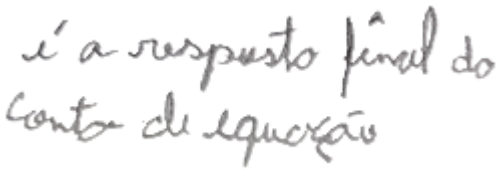


Imagem 43 – Respostas 23. Arquivo pessoal – 09/2023.

Nessa resposta, o aluno Mário não esclareceu se percebe que essa resposta é um valor numérico que torna a igualdade verdadeira. Isso, inclusive, aparece várias vezes nas respostas dessa atividade pelos diversos estudantes.

Os alunos não entendem o sentido da igualdade e os processos de resolução de forma a manter essa igualdade verdadeira. Por isso, muitos não percebem os valores errados encontrados em suas respostas; para eles, o importante é determinar o valor de x. Resumindo, nessa resposta dada por Mário, o aluno demonstra que o importante é o resultado, isto é, encontrar o valor de x.

Outra resposta que nos chamou a atenção foi a da aluna Eliane. Ela registrou que a *"incógnita é uma variável que você não sabe"*, como é possível constatar na imagem 44, registrada a seguir. Essa aluna, em nossa leitura, considera que o termo variável e o termo incógnita têm o mesmo sentido. Vale esclarecer que essa aluna teve contato no oitavo ano do Ensino Fundamental com essas duas funções da letra. Incógnita na equação, ou seja, um número definido, e a letra na função ou na inequação definindo um conjunto solução S. Lembramos que, na inequação, trabalha-se com a desigualdade.

Imagem 44 – Respostas 24. Arquivo pessoal – 09/2023.

De todas as folhas de atividades analisadas, uma única aluna entregou à professora a folha totalmente em branco, sem nenhuma questão preenchida, apenas com uma mensagem no fim da folha, registrada na imagem 45 a seguir.

Diante disso, a professora pesquisadora questionou a aluna Camila sobre o porquê ela não tinha respondido a nenhuma questão e ela respondeu, com lágrimas nos olhos e bastante envergonhada: "*Professora, eu não sei nada dessa matéria, não sei nem por onde começar*".

A professora, então, perguntou se Camila não tinha visto esse conteúdo no ano anterior e a aluna respondeu: "*Vi, sim, professora, mas não consegui aprender, porque a professora do ano passado não explicava direito. Ela dava muita atividade e não corrigia nem tirava minhas dúvidas, e eu sempre ia mal e tinha vergonha de perguntar."* A professora acalmou a aluna e concluiu a conversa dizendo que a ajudaria a entender melhor a matéria no atual ano e que esperava que ela conseguisse evoluir em seu aprendizado durante a participação no projeto.

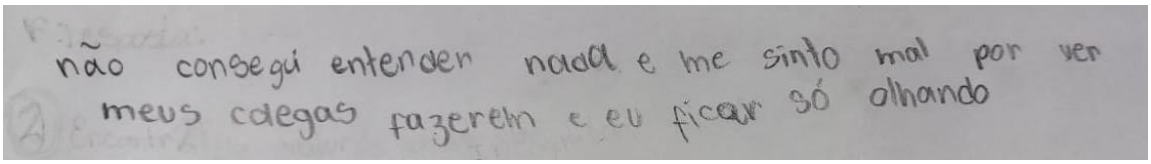


Imagem 45 – Respostas 25. Arquivo pessoal – 09/2023.

Na imagem 45, podemos ver a mensagem deixada pela estudante. Entendemos essa mensagem como um sinal de uma insegurança e até de medo em relação ao que a aluna já havia aprendido sobre o conteúdo. Dessa forma, teremos um olhar especial para acompanhar o desenvolvimento dessa aluna durante a aplicação dos jogos sobre equações.

Analisando as respostas recebidas dos estudantes dessa turma de uma forma geral, percebemos que eles apresentaram mais erros do que acertos nas questões, como podemos observar na tabela seguinte, considerando um total de 27 respostas analisadas:

Perguntas	**Número de acertos**	**Número de erros**	**Sem resposta**
1	11	14	2
2a	12	13	2
2b	17	8	2

3	12	12	3
4	10	15	2

Tabela 4 – Tabulação das respostas. Criada pela pesquisadora – 10/2023.

Notamos um bom índice de acertos na questão 2b, que é mais simples e de resolução direta, embora o resultado seja uma fração; isso significa que, quando a fração aparece na sua forma simples, a capacidade de resolução é melhor.

7.1 ORGANIZAÇÃO DOS GRUPOS

A organização dos grupos aconteceu no dia seguinte à aplicação dos testes iniciais. Quando a professora pesquisadora chegou em sala de aula, os estudantes estavam bem agitados e perguntando sobre o jogo.

Decidimos aplicar os jogos nas turmas do oitavo ano, em que a pesquisadora é a regente da turma e o recurso foi aplicado como forma de revisão de conteúdo. A pesquisadora, ao início da aula, explicou que trouxe jogos que eram da autoria dela, mas que foram adaptados de jogos aos quais os estudantes já estão habituados a jogar na escola nos momentos de lazer.

Em seguida, ela solicitou que os estudantes se organizassem em grupos de, no máximo, 4 estudantes e esse foi o primeiro desafio encontrado. Alguns estudantes demonstraram resistência em formar os grupos por diferentes motivos: dificuldades em se encaixar em outros grupos sem seus amigos mais próximos, visto que teriam de se juntar, pois o número máximo de integrantes do grupo que gostariam de estar já estava atingido; outros precisaram de intervenção por conta de dificuldades interpessoais (esses estudantes não têm um bom relacionamento na turma). Foi necessário realizar conversas individuais ou pequenas trocas nos grupos para encaixar a todos.

Outra dificuldade foi a localização dos grupos. Os grupos se posicionaram muito próximos uns dos outros. Acreditamos que isso aconteceu na intenção de ficar próximo dos amigos que estavam em outros grupos, o que impossibilitava a mobilidade de forma livre na sala de aula; então, a professora pesquisadora precisou intervir de forma que os grupos se afastassem e foi prontamente atendida.

Os grupos foram constituídos pelos seguintes estudantes, representados por nomes fictícios:

Grupo 1	Maria, Ana, Mário e João
Grupo 2	Joana, Alex, Antônio e Gabriela
Grupo 3	Bruno, Marcelo, Eliane e Carlos
Grupo 4	Jenifer, Daniel, Karina e Manuela
Grupo 5	Julia, Davi, Vitor e Camila
Grupo 6	Jorge, Luana, Yan e Marcos

Tabela 5 – Composição dos grupos. Criada pela pesquisadora – 09/2023.

A divisão dos grupos, diferentemente do que havíamos imaginado, precisou ser feita na aula seguinte à aplicação do questionário inicial e durou uma aula inteira, pois, como já relatado, alguns problemas precisaram ser resolvidos.

Nem todos os estudantes ficaram satisfeitos com seus grupos, mas aceitaram suas posições na sala de aula quando perceberam que essa formação era necessária para o andamento da aula.

7.2 APLICAÇÃO DO JOGO TRILHA DAS EQUAÇÕES

A terceira aula, em um novo dia, foi destinada à aplicação do primeiro jogo desenvolvido e nomeado Trilha das Equações. Esse jogo teve como objetivo principal a transcrição da linguagem natural para a linguagem algébrica. Como uma primeira ação da aula, a professora pesquisadora solicitou que os estudantes formassem os grupos combinados na última aula, respeitando o distanciamento entre os grupos.

Em seguida, ela entregou um jogo a cada grupo e disse que os estudantes poderiam manipular as peças e as cartas para conhecerem melhor, e solicitou que todos aguardassem a explicação de como jogar.

Para facilitar, a professora pesquisadora autorizou que todos os estudantes retirassem uma folha de papel do caderno caso necessitassem registrar as etapas do jogo. Em seguida, ela se posicionou à frente da sala, de forma que todos os grupos pudessem vê-la, e explicou cada item do jogo, além das formas e regras, realizando uma demonstração. A professora

pesquisadora perguntou se havia alguma dúvida e, diante da negativa da turma, autorizou o início das jogadas.

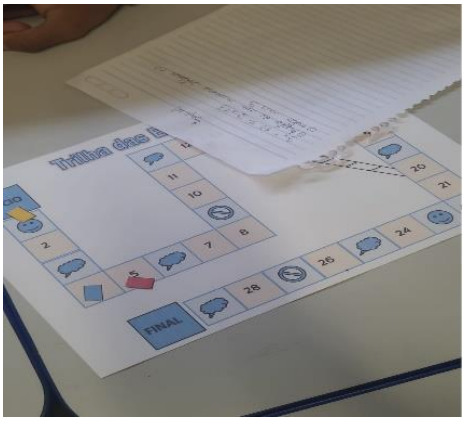


Imagem 47 – Jogos na prática 1. Arquivo pessoal – 09/2023.

Enquanto os estudantes jogavam, a professora pesquisadora circulava entre os grupos, observando as jogadas dos estudantes, mas foi chamada em vários momentos para esclarecer dúvidas sobre as regras do jogo, o que evidenciou que alguns estudantes não estavam atentos à explicação ou se esqueceram de algumas regras. A seguir descreveremos um desses casos, que aconteceu com frequência na turma.

7.2.1 DÚVIDAS SOBRE AS REGRAS DO JOGO

A maioria das dúvidas foi apresentada ainda no início da aula, de forma verbal à professora, que pediu a cada grupo para aguardar, pois ela passaria nas mesas para explicar, por se tratar de dúvidas diferentes. As dúvidas foram as seguintes:

- O grupo 3, composto pelos estudantes Bruno, Marcelo, Eliane e Carlos, foi o primeiro a chamar a professora. O estudante Bruno disse que conversaram, mas acham que não tinham entendido as regras, pois tinham entendimentos diferentes, e pediu nova explicação. A professora aceitou e prontamente explicou de novo para esse grupo em particular. A aluna Eliane se demonstrou feliz e animada com o jogo após a explicação e disse: "*Vou ganhar de vocês fácil!*". O aluno Carlos, por sua vez, respondeu: "*Duvido! Você é muito ruim em Matemática!*". A aluna Eliane demonstrou não gostar da resposta e ficou brava, mas iniciou a jogada.

O jogo ocorreu de forma pacífica e bem disputado, mas a professora foi chamada à mesa desse grupo mais duas vezes pelo mesmo motivo. Uma das regras do jogo diz que se o jogador errar a resposta, ele deve voltar para a casa em que estava antes de iniciar a próxima jogada e isso não ficou claro para eles.

Quando a professora estava explicando as regras, ela simulou o jogo na fase inicial, quando todos os jogadores estavam na casa início e andavam as casas de acordo com o número que saísse no dado. Caso errassem a tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica, deveriam voltar para a casa anterior que, no caso, era a casa *início*.

Porém, no decorrer do jogo, os estudantes desse grupo estavam sempre voltando para a casa *início* em vez de avançar no jogo. Quando souberam que não era essa a regra, isto é, que eles deveriam voltar para a última casa em que estiveram, não necessariamente a casa *início*, eles falaram juntos, em um tom de voz alto: "*Aahhhhh!!*" e começaram o jogo novamente, pois, de acordo com as palavras do aluno Mário: "*Vamos começar tudo de novo, assim fica justo para todos!"*.

O jogo seguiu nesse grupo de forma animada e, a todo momento, os estudantes do grupo conversavam alto, demonstrando empolgação e interesse na intenção de disputar quem chegaria ao final primeiro e, consequentemente, ganharia o jogo.

Observamos que os grupos 1 e 5 decidiram que deixar o tempo livre para as respostas era muito tempo de espera. Então, chamaram a professora para perguntar se poderiam acrescentar mais uma regra e ela disse que, se todos os integrantes do grupo concordassem, não haveria problema e assim fizeram.

Um dos grupos determinou que cada jogador teria quarenta segundos para responder à pergunta e o outro grupo determinou sessenta segundos para cada jogador dar sua resposta. Esse tempo foi medido pelo cronômetro do celular de um dos participantes e percebemos que, nesses grupos, o jogo ficou mais competitivo e animado.

Ressaltamos que essa não foi uma orientação da professora nem um acordo entre os grupos, visto que eles estavam em uma localização afastada na sala de aula e não perceberam que tiveram a mesma estratégia. Esses dois grupos eram compostos por estudantes que demonstraram um maior conhecimento do conteúdo durante o questionário inicial e apresentaram apenas erros pontuais.

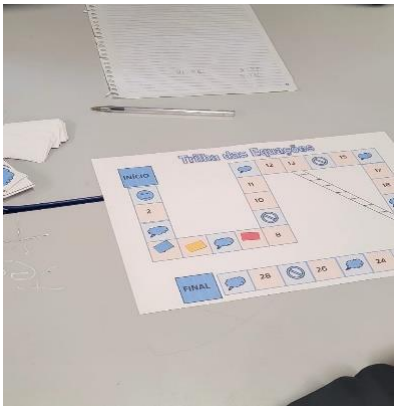


Imagem 48 – Jogos na prática 2. Arquivo pessoal – 09/2023.

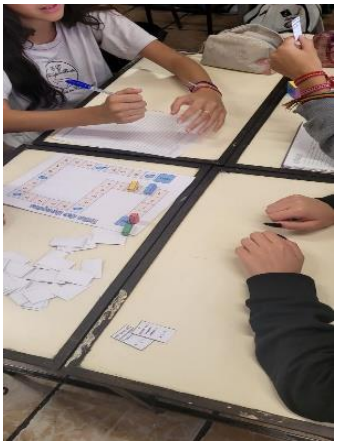


Imagem 49 – Jogos na prática 3. Arquivo pessoal – 09/2023.

Uma outra dúvida apresentada durante o jogo foi a do grupo 2. Eles não tinham entendido o significado da “casa feliz” que era a casa do tabuleiro na qual tinha um rostinho sorridente. Lembramos que essa casa determinava que o estudante que estivesse sobre ela poderia escolher um colega do grupo para responder à questão, em vez de responder ele mesmo.

Se esse colega acertasse, os dois andavam no sentido final do jogo a quantidade de casas correspondentes à face do dado que estava voltado para cima, mas se esse colega errasse a resposta, os dois jogadores deveriam voltar as casas, no sentido de início do jogo, a mesma quantidade de números da face voltada para cima do dado. Após a explicação, o jogo continuou normalmente.

Essa regra da “casa feliz” foi comemorada por alguns grupos, pois eles se sentiam contentes em poder desafiar outra pessoa. Apenas o estudante Jorge, do grupo 6, disse que

não gostou da regra: "*Não gostei disso, professora! Se o meu adversário errar, eu também vou perder e agora eu estou ganhando!"* A professora riu e disse que fazia parte do jogo.

No decorrer das jogadas dos grupos, houve erros e acertos, inclusive do aluno Bruno, integrante do grupo 3, que disse: "*Estou nervoso, professora. Quando é a vez do outro jogar, eu sei responder tudo, mas quando chega a minha vez, eu esqueço tudo!*". A professora perguntou por que ele achava que isso estava acontecendo e o aluno respondeu: "*Ah, professora, eu fico nervoso, porque quero ganhar, né?*".

A professora disse que ele não precisava ficar nervoso, pois o objetivo do jogo era o aprendizado, e não a disputa para vencer. O aluno respondeu: "*Então, já estou no objetivo, porque eu aprendi umas coisas no jogo que eu não entendia na aula."*. A professora, então, perguntou: "*Como você aprendeu?"*, e o aluno respondeu: *"Ué, quando eu não sabia a resposta, perguntava para os meus colegas, ou observava as respostas deles sem eles saberem e via o que tinha errado na minha e consertava na minha vez de jogar, só isso!"* A professora respondeu: "*Muito bem!"*

7.2.2 DÚVIDAS SOBRE O CONTEÚDO EQUAÇÃO

A aula transcorreu de forma agitada e disputada. Durante o jogo, percebemos que os estudantes iam desenvolvendo melhor as respostas e apresentavam um pouco mais de facilidade com o conteúdo. Observamos que alguns estudantes estavam ajudando aqueles com dificuldades, mesmo que fossem seus oponentes de grupo, e, em pouco tempo, eles conseguiam prosseguir de forma autônoma.

No decorrer da aula, a professora pesquisadora foi chamada em alguns grupos, algumas vezes, para verificação da resposta correta, que era comemorada por quem acertou ou pelos amigos de quem errou, no caso, a turma opositora, quando era o caso.

Em um dos grupos, a professora se aproximou para observar as jogadas e percebeu que a aluna Gabriela, componente do grupo 2, estava com dificuldade para responder à carta que continha a equação $3x - 10 = 2x + 3$, pois ela olhava para a carta e não conseguia registrar nenhuma expressão. Diante da impaciência dos colegas, a professora tentou ajudar perguntando para Gabriela como ela achava que deveria ser escrita essa expressão e aconteceu a seguinte conversa:

Professora	Como está o jogo, meninas?
Aluna Gabriela	Não muito bem, prof.
Professora	Por quê, meu bem?
Aluna Gabriela	Ah, prof., eu não sei essa matéria e não estou conseguindo responder, já tentei nas outras cartas, mas errei tudo!
Professora:	Posso tentar te ajudar?
Aluna Gabriela	Pode, por favor!
Professora	Olha, precisamos escrever uma expressão exatamente igual à que está na carta, porém usaremos apenas palavras, tá?
Aluna Gabriela	Sim.
Professora	Então, qual é a primeira parte da carta?
Aluna Gabriela	Uai, é o três e o x.
Professora	E como escrevemos isso só com palavras?
Aluna Gabriela	Uai, prof., é só escrever três e o “xis”.
Professora	E, na linguagem natural, você sabe como devemos chamar essa letra ou símbolo que não conhecemos?
Aluna Gabriela	Não.
Aluna Joana	É incógnita?
Professora	Isso, Ana.
Aluna Gabriela	Mas essa letra é um número escondido, né?
Professora	Isso mesmo! E como escrevemos, então?
Aluna Gabriela	Uai, escrevemos.... (pausa para pensamento) ... Como chama quando é três vezes?
Aluna Joana	Escrevemos triplo?
Professora	Certo, mas, e agora, como devemos escrever?
Aluna Joana	Triplo de um número.
Professora	Muito bem! Vamos tentar com o restante da equação?
Aluna Joana	Então, fica: seu triplo menos dez é igual ao dobro mais três?
Professora	Sim! Mas será que podemos melhorar a parte inicial “seu triplo”?
Aluna Gabriela	Escreve o triplo do número?
Professora	Ela está certa, meninas?
Outras alunas do grupo	Sim!

Tabela 6 – Fala dos estudantes 1. Criada pela pesquisadora – 12/2023.

A aluna Gabriela evidenciou, com esse diálogo, sua insegurança em relação à tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica de uma equação de primeiro grau. Em nossa leitura, ela demonstrou conhecer o que é uma incógnita e que sabe da importância que ela possui em uma equação de primeiro grau.

O assunto se encerrou com as colegas batendo palmas pelo acerto de Gabriela e continuaram o jogo. Parte desse processo pode ser verificado na imagem 50, a seguir.

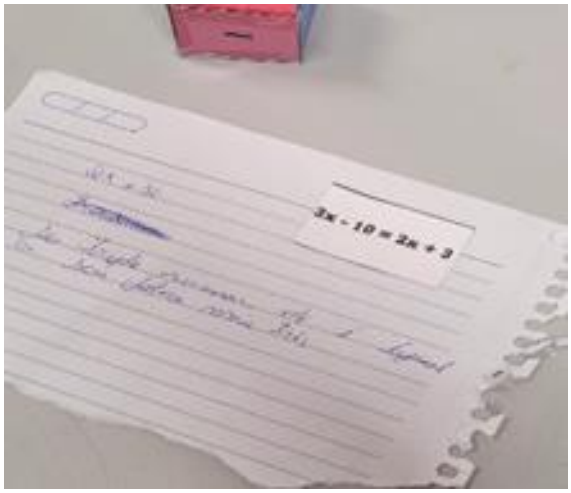


Imagem 50 – Jogos na prática 4. Arquivo pessoal – 09/2023.

Um outro grupo teve dúvidas e chamou a professora com a intenção de confirmar que uma das alunas tinha errado a resposta, iniciando-se uma nova conversa:

Professora	Jenifer, o que está acontecendo?
Aluna Jenifer	Professora, a Manuela está falando que eu errei, mas eu não errei!
Aluna Manuela	Claro que errou! Sua resposta está diferente da resposta da carta!
Aluna Jenifer	A carta está errada, não tá prof.?
Professora	Vamos pensar onde está o erro?
Aluna Manuela	Vamos!
Professora	Vamos lá. Lê a pergunta para mim, por favor.
Aluno Daniel	Eu posso ler prof.?
Professora	Claro, Dani!
Aluno Daniel	A soma de um número com seu quíntuplo é igual ao dobro desse mesmo número somado com 40. Que número é esse?
Professora	Então, vamos pensar todos juntos?
Alunos	Vamos!
Professora	Então. Antes de pensar em resolver, precisamos pensar em transformar essa escrita em uma escrita algébrica. Será que conseguimos?
Aluna Karina	Podemos tentar, né, prof? (risos)
Professora	Então, vamos lá! Quem vai começar?
Aluna Jenifer	Bom, professora, eu acho que chamamos esse número que não conhecemos de x, né?
Professora	Será que só podemos usar a letra x como símbolo?
Aluna Manuela	Não! Pode ser qualquer letra.
Aluna Jenifer	Pode ser um desenho também, não pode?
Professora	Pode! Qualquer símbolo pode ser uma incógnita.
Aluna Karina	Gosto de usar o x. Então, agora é só ler e, onde estiver escrito “um número”, a gente coloca o x.

Professora	Vamos tentar?
Aluna Jenifer	Vamos! Olha, “a soma de um número com seu quíntuplo” devemos escrever x + x/5
Aluna Manuela	Não, né, Jenifer! O quíntuplo de um número é cinco vezes o número. Então é 5x, né, professora?
Professora	Isso mesmo, Manu. E o que mais, então?
Aluna Jenifer	Ah tá! Eu confundi! (risos)
Aluno Daniel	Então, você vai escrever x + 5x = 2x + 40. Certo prof.?
Professora	Não sei! Será que é isso grupo?
Aluna Karina	Ah, você não sabe, professora? (risos)
Professora	Não sei! Me ensina? (risos)
Aluna Manuela	Você tá me testando... Tenho certeza!
Professora	(risos) Não, amor, só estamos conversando!
Aluna Jenifer	É isso mesmo, prof.!
Professora:	É mesmo? Alguém pensa diferente?
Aluna Manuela	Não! Esse agora tá certinho.

Tabela 7 – Fala dos estudantes 2. Criada pela pesquisadora 12/2023.

Nesse diálogo, podemos perceber que também há certa insegurança do grupo na realização de tradução da linguagem, porém percebemos que, nesse caso, as dúvidas apresentadas eram quanto à forma de representação do quíntuplo de um número, que foi confundido com a quinta parte de um número.

Notamos que o sinal de igualdade foi respeitado e o uso da incógnita também, mas, ainda nessa fala, observamos que o **x** é a letra mais utilizada para a representação da incógnita e que ainda há dúvidas sobre as outras representações que uma incógnita pode ter.

O grupo continuou o jogo e foi perceptível o crescimento no aprendizado, pois verificamos que a quantidade de erros estava diminuindo à medida que uma colega ajudava a outra a encontrar os caminhos de resolução. Toda vez que uma das alunas precisava estar na casa do pensamento, elas se agitavam, com alegria, e queriam responder rapidamente.

Quando a professora perguntou por que eles estavam felizes e empolgados com o jogo, sendo que no início da aula eles estavam mais inseguros, eles responderam que, agora que aprenderam, essa carta ficou mais emocionante. Então, travou-se o seguinte diálogo:

Professora	Mas vocês aprenderam com aquela nossa conversa?
Aluno Daniel	Não, prof. Depois da nossa conversa, essas meninas resolveram se ajudar e uma estava ajudando a outra, mas, com o tempo, elas nem precisaram de ajuda mais e estavam aí, disputando quem sabia mais.
Professora	E, agora que o jogo acabou, o que vocês acharam de utilizar ele na aula?
Aluna Karina	Eu amei demais! Eu aprendi muito mais com o jogo que com a aula normal! (risos)

Professora	Por que aprendeu mais? Qual a diferença do jogo para a aula, na sua opinião?
Aluna Karina	Uai, prof., aqui no jogo nós podemos nos ajudar sem medo de errar e na aula não podemos errar, porque perde ponto.

Tabela 8 – Fala dos estudantes 3. Criado pela pesquisadora –12/2023.

Essa última conversa demonstra o quanto o ato de jogar pode deixar os estudantes à vontade para escolher os caminhos de resolução sem medo de errar. Há certa disputa entre os componentes do grupo, mas observamos que o interesse em ajudar uns aos outros foi maior, pois todos deveriam ser capazes de resolver os desafios para o jogo ser disputado.

7.2.3 INTERESSE DA TURMA DURANTE A APLICAÇÃO DOS JOGOS

Ao final da aula, foi possível verificar que os estudantes conversavam sobre as posições em que finalizaram o jogo, ou seja, quem chegou em primeiro lugar ou em segundo lugar, o que entendemos ser um sentimento de motivação com a utilização dos jogos.

A turma, em sua maioria, demonstrou empolgação com o jogo e, mesmo quando tinha dificuldades, percebemos que buscava estratégias para encontrar as formas de resolução. Notamos que, durante as jogadas, o importante não era falar a resposta correta e passar para a próxima casa, mas, sim, aprender como utilizar a linguagem algébrica corretamente para não precisar de ajuda nas próximas jogadas e ser o ganhador da rodada.

Apenas um dos grupos aparentou indícios de estar mais disperso e desinteressado quanto ao jogo, pois as alunas preferiam conversar sobre outros assuntos. Foi necessária uma conversa mais assertiva para mostrar a importância desse trabalho, com o pedido da professora para que elas ao menos tentassem participar e, se após essa tentativa elas não se interessassem, poderiam fazer outra atividade.

Ainda assim, as alunas não demonstraram interesse; então, a professora perguntou por que elas não queriam jogar e elas disseram que não tinham vontade de jogar jogo de Matemática porque era chato e perguntaram se não podiam jogar outro que não tivesse contas.

A professora respondeu que não, pois aquele jogo era uma nova oportunidade de treinar e aprender os conhecimentos prévios do conteúdo, mas que elas apresentaram erros no questionário inicial. Elas, então, aceitaram a proposta, mesmo sem vontade, dizendo "*Vamos ver!*"

Assim, a professora explicou as regras e mostrou cada componente do jogo novamente ao grupo, porque ela observou que as alunas não prestaram atenção à explicação no início da aula. A aluna Isabela foi a primeira a tomar a iniciativa e já foi logo escolhendo a cor do seu peão do jogo, o que fez com que as outras meninas escolhessem também.

Apesar do desinteresse das alunas, elas prestaram muita atenção à explicação e se envolveram com o jogo, mas a professora percebeu que elas não sabiam realizar as transformações algébricas. A professora explicou uma das cartas, dando um exemplo de resolução, pois notou que as alunas não conseguiam desenvolver sozinhas, como aconteceu em outros grupos, e as componentes começaram a jogar.

Observamos que, durante o jogo, alguns erros foram cometidos pelas alunas sobre os problemas que estavam nas cartas, mas isso não as impediu nem as desanimou. A todo instante, elas chamavam a professora à mesa delas para conferir se as resoluções que estavam fazendo estavam corretas e estavam. No decorrer da aula, essas meninas já estavam envolvidas com o jogo, felizes e disputando o primeiro lugar.

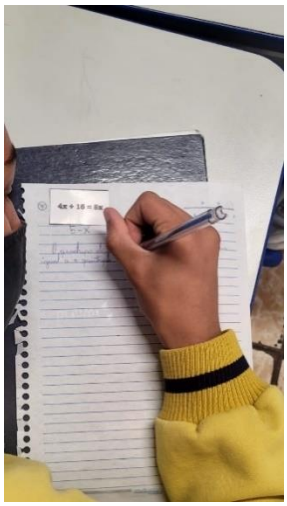


Imagem 51 – Jogos na prática 5. Arquivo pessoal – 09/2023.

7.3 APLICAÇÃO DO JOGO DOMINÓ DAS EQUAÇÕES

O jogo Dominó das Equações foi o segundo jogo aplicado na turma. Para iniciar a aula, a professora pesquisadora seguiu o mesmo roteiro da aula anterior e convidou os estudantes a se organizarem nos mesmos grupos da aula anterior. Durante a organização da turma, verificamos que não houve faltas nessa aula.

Em seguida, a professora entregou um jogo para cada grupo e seguiu o mesmo protocolo da aula anterior, explicando as regras e como jogar, na frente da sala para todos os grupos. Dessa vez, a explicação foi mais fácil, porque os estudantes tinham entendido o formato na aula anterior e ficaram esperando os comandos e as orientações.

Esse jogo exige que os estudantes dominem os procedimentos de resolução das equações. Percebemos que alguns deles apresentaram dificuldades durante as jogadas, pois não conseguiam realizar as resoluções das fichas que continham equações de primeiro grau.

A professora pesquisadora foi chamada algumas vezes às mesas para verificar as respostas, se estavam corretas, mas ela não forneceu essa informação e sugeriu que os outros componentes do grupo ajudassem a resolver as possíveis dúvidas que aparecessem.

Essa estratégia foi utilizada com a finalidade de que os estudantes pudessem trocar informações entre eles, sem se prenderem à professora, para criarem autonomia e descobrirem seus próprios caminhos de resolução, visto que já conheciam o conteúdo.

Imagem 52 – Jogos na prática 6. Arquivo pessoal – 09/2023.

O jogo prosseguiu de forma tranquila e mais silenciosa. Não observamos empolgação nos estudantes; ao contrário, por muitas vezes, alguns deles pediram para trocar pelo jogo do dia anterior, pois, nas palavras deles, não precisavam “fazer contas”. A professora explicou a importância daquele momento e de eles se concentrarem nas formas de se chegar ao resultado. Falou, também, que eram jogos diferentes, com objetivos distintos, e os estudantes aceitaram bem e continuaram a jogar.

Os grupos não pararam de jogar quando o primeiro jogador acabava com suas fichas, como determinavam as regras. Eles decidiram continuar o jogo até encontrarem todas as posições para as fichas. Quando a professora perguntou o motivo, eles disseram que era porque uns estavam ajudando os outros, e o primeiro lugar já estava definido; então,

decidiram relembrar as formas de resolução e finalizar o jogo. Essa atitude aconteceu em todos os grupos.

Um ponto surpreendente na aplicação do Dominó foi quando um dos estudantes da turma, que havia apresentado sinais de dúvidas no início da aula, ficou em segundo lugar no jogo de seu grupo e se mostrou muito feliz com essa situação.

Para se ganhar esse jogo, o fator sorte é o mais relevante, pois estar com as fichas que sairão primeiro em cada rodada do jogo pode ser uma vantagem, visto que todos resolvem as equações ao mesmo tempo. Mesmo sabendo disso, esse aluno demonstrou estar feliz com o resultado, pois ele disse que aprendeu a resolver equações, porque não tinha aprendido antes.

Em conversa com um dos grupos ao fim do jogo, seus componentes relataram que até acharam o jogo interessante, porém ele é "*um pouco chato*", nas palavras de Vitor K. Quando foi questionado do motivo, ele disse que "*dominó é um jogo chato, porque não tem ação, não tem disputa*". Os amigos concordaram com a fala. Um colega do grupo disse "*realmente é um pouco chato, mas acho melhor que fazer lista de exercícios*".

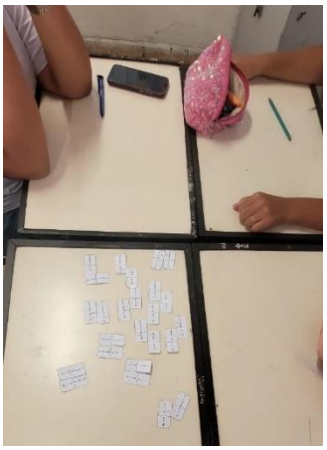


Imagem 53 – Jogos na prática 7. Arquivo pessoal – 09/2023.

Ao comparar o jogo aplicado na aula anterior e esse, percebemos que os estudantes preferiam o jogo da aula anterior, o da Trilha das Equações, visto que ele tinha mais movimentação durante as jogadas e uma sensação de disputa. O ambiente da sala de aula de fato ficou mais silencioso e sério, diferentemente do primeiro dia de aplicações de jogos.

Podemos dizer que o tipo de jogo escolhido para ser aplicado na sala de aula também é importante quando temos a intenção de desenvolver o interesse dos estudantes pelo estudo e aprendizado.

Mesmo com menos empolgação por parte da turma durante as jogadas, notamos que houve aprendizado, pois os estudantes precisariam aprender para o jogo continuar, além de incentivar a comunicação e a interação entre os colegas acerca do aprendizado.

7.4 APLICAÇÃO DO JOGO UNO DAS EQUAÇÕES

O terceiro dia de aplicação dos jogos contou com um jogo baseado em um jogo oficial, o Uno, que os estudantes utilizam muito na escola nos tempos livres. Ao iniciar a aula, novamente a professora solicitou que os estudantes formassem os mesmos grupos das aulas anteriores.

Então, ela passou em cada grupo entregando as cartas do jogo. Imediatamente, a sala ficou agitada com a empolgação dos estudantes, porque seria um jogo baseado em um de que eles gostam e conhecem, mesmo tendo regras e procedimentos diferentes.

Uma vez mais, após entregar um kit de jogo a cada grupo, a professora pesquisadora explicou as regras e as formas de jogar. A agitação era tamanha que, quando a professora autorizou o início das jogadas, esse comando foi comemorado pelos estudantes.

Imagem 54 – Jogos na prática 8. Arquivo pessoal – 09/2023.

Foi satisfatório aplicar esse jogo na turma, pois foi um jogo muito divertido, que envolveu toda a turma, mesmo aqueles estudantes com dificuldades nos jogos anteriores. Os alunos interagiam durante toda a aula, seja com explicação das formas de resolução, seja com disputas por respostas erradas ou corretas, seja por terem de pegar mais cartas, enchendo a mão. Ao longo da aula, notamos que os estudantes iam aprimorando as formas de resolução e entendendo mais o assunto.

7.4.1 DÚVIDAS APRESENTADAS PELOS ESTUDANTES

Os grupos tiveram poucas dúvidas quanto ao funcionamento do jogo. A maioria das dúvidas era sobre as cartas de escudo, pois, no jogo original, elas são normalmente usadas para ataques e, nessa versão, essas cartas são utilizadas como forma de defesa. No entanto, as duas formas movimentam o jogo.

Por esse motivo, a professora foi chamada à mesa algumas vezes no início da aula, mas não foi difícil para os estudantes entenderem e se adaptarem às novas regras. Cada jogador do grupo tinha uma folha em que realizavam os cálculos. Percebemos que, mesmo nesse jogo sendo mais disputado entre os colegas, ainda havia colaboração entre eles.

Em um dos grupos, por exemplo, as alunas Eliane e Julia iniciaram o jogo fazendo as contas de forma mais lenta e insegura, com dificuldades em entender o papel da igualdade, mas, com a intervenção das outras colegas do grupo, elas foram avançando e conseguiam realizar cálculos de forma independente e mais seguras quanto ao processo de resolução.

Ainda observando esse grupo, ao final do jogo, a aluna Eliane falou: "*Professora, eu amei esse jogo. No início eu estava com dificuldades de fazer as contas porque já tinha me esquecido como que fazia, mas quando a Julia me lembrou, eu aprendi muito mais que nas atividades, porque foi divertido!*" A professora pesquisadora respondeu: "*Que bom, meu amor! Mas você acha que aprendeu um pouco mais sobre as formas de resolução da equação do primeiro grau?*". A aluna respondeu: "*Sim! Fazer exercícios é muito chato. Com o jogo foi muito mais legal.*" Essa fala da aluna mostrou claramente a empolgação que os estudantes podem sentir ao utilizar os jogos como estratégia de ensino da equação do primeiro grau.

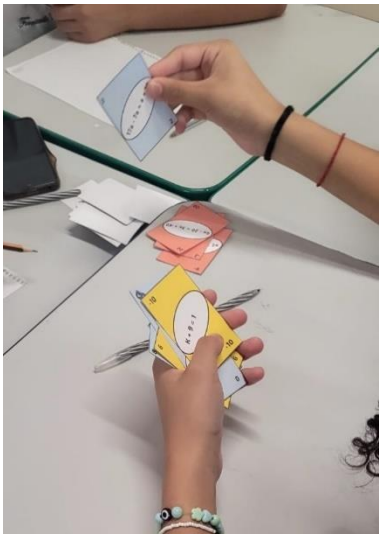


Imagem 55 – Jogos na prática 9 – Arquivo pessoal – 09/2023.

Em outro grupo, também composto por quatro estudantes meninas, percebemos que elas também tiveram algumas dificuldades nos procedimentos de resolução da equação de primeiro grau. A professora pesquisadora foi chamada algumas vezes para explicar como deveriam fazer as contas e buscou ensinar, com conversas, que as estudantes procurassem seu próprio caminho. Um dos grupos fez um comentário sobre as incógnitas que constavam nas cartas do jogo e houve o seguinte diálogo:

Aluna Jenifer	Professora, por que tem letras diferentes no jogo? Deveria ser só x ou y, não?
Professora	Não, amor! As incógnitas podem ser representadas por qualquer letra ou símbolo. Alguém sabe me dizer qual o papel da letra em uma equação?
Aluna Jenifer	Acho que é esconder um valor que devemos encontrar.
Professora	Isso mesmo! E como devemos fazer para encontrar esse valor que você disse estar escondido?
Aluna Jenifer	Não sei. Me lembro de você explicando algo de equilibrar as coisas, equilibrar a igualdade. (A aluna falou mostrando o símbolo = na carta do jogo).
Professora	Ah, é? E o que significa esse sinal de igualdade?
Aluna Karina	É o sinal que mostra o valor final da conta.
Professora	Como assim valor final? Me explica melhor?
Aluna Karina	Sim, professora, o sinal de igual mostra o resultado da conta.
Professora	Mas quando estamos falando de equação, essa afirmação também é verdadeira?
Aluno Daniel	Não, né! Você falou ano passado que o sinal de igual na equação de primeiro grau significa que os dois lados são iguais

Professora	Os dois lados? Como assim?
Aluno Daniel	Uai, professora, os dois lados. O que está antes do sinal e o que está depois
Professora	Ah, sim! Mas o que devemos fazer, então, para deixar esses dois lados iguais como a Carol falou?
Aluna Jenifer	Uai... (pausa para pensamento) É só deixar o X isolado.
Professora	Isolado? Como assim?
Aluna Jenifer	Ah, professora. Você sabe! (risos)
Professora	Sei! Mas vocês também sabem. Vamos lembrar?
Aluna Manuela	Então, lembro de alguma coisa em colocar mais um valor do que você quer que mude de lado, só que com o sinal trocado.
Professora	Sinal trocado?
Aluna Karina	Sim professora! Por exemplo, aqui nessa carta (a aluna pegou a carta que estava por cima) temos a equação 8x – 15 = 3x. Temos que colocar o x do lado esquerdo, não é?
Professora	Sim! E como fazemos isso?
Aluna Jenifer	Então! Depois do 8x, temos que colocar o 3x só que ele é "de mais" e vai virar "de menos".
Professora	Como assim?
Aluna Jenifer	Vai ficar 8x – 3x – 15 = 3x – 3x. Aí, o 3x sai de depois do igual e fica igual a zero e antes do igual fica 5x.
Professora	E a conta acaba aí? Onde está o valor dessa letra?
Aluna Manuela	Ah, é mesmo! Uai, tem que fazer a mesma coisa com o 15, né?
Professora	Me explica isso melhor. Me deixa entender seu pensamento.
Aluno Daniel	(risos) Tá! Vamos lá! Ficou 5x, né? Então, tenho que colocar mais quinze dos dois lados. Aí, ele sai do lado de cá e vai para o lado de lá. Aí, sobra 5x = 15, porque quinze mais zero é quinze.
Professora	Isso mesmo! Mas o x ficou isolado?
Aluna Jenifer	Não! Ainda falta separar o 5.
Professora	E como fazemos isso? Algum palpite, Karina?
Aluna Karina	Acho que do mesmo jeito?
Professora	Qual jeito?
Aluna Karina	Você divide por cinco dos dois lados.
Professora	Divide? Mas você não somou lá em cima?
Aluna Karina	Sim, mas acho que se, está na conta de vezes, você tem que fazer o contrário, que é dividir. Não é?
Professora	Todo mundo concorda?
Alunos	Sim!
Aluna Jenifer	Porque tem que fazer a operação inversa, né?
Professora	Isso mesmo! E como fica a conta então?
Aluno Daniel	Uai, você dividiu, né? Então, ficou o x sozinho do lado de cá e, do outro lado, ficou o quinze que dividiu por cinco e sobrou o três.
Aluna Karina	Ah, tá! Entendi! Esse era o valor do x que estava escondido!
Professora	Isso mesmo, meu amor! Muito bem! Será que vocês conseguem jogar agora?
Alunas	Agora, sim!

Tabela 9 – Fala dos estudantes 5. Criada pela pesquisadora – 09/2023.

Os estudantes reiniciaram o jogo, fazendo as contas em um papel, mas, agora, tanto a professora quanto os alunos estavam certos do processo que já estava construído. Foi gratificante ver a evolução nas resoluções dos estudantes ao longo desse jogo, pois percebemos que eles iam aumentando a segurança nas resoluções a cada rodada ou a cada carta que precisavam responder durante o jogo após essa conversa.

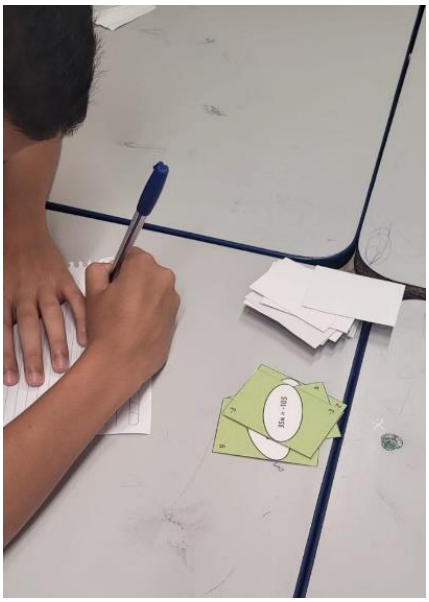


Imagem 56 – Jogos na prática 10. Arquivo pessoal da pesquisadora 09/2023.

Durante a aula, a professora pesquisadora passou por outros grupos e voltou a esse grupo algumas vezes para acompanhar o andamento. Ao observar que os alunos do grupo tinham finalizado o jogo, a professora fez mais uma pergunta:

Professora	E aí, meninas, como foi o jogo?
Aluna Karina	Foi muito legal, professora! Mais legal é que eu consegui fazer a maioria das contas, acredita?
Professora	Claro que acredito! Sempre acreditei em vocês! Por que vocês acham que conseguiram aprender agora, e não antes?
Aluna Jenifer	Ah, professora, é porque no jogo a gente não precisa se preocupar se vai errar igual na prova. Se a gente erra, é só corrigir e continuar o jogo.
Aluno Daniel	Assim é mais divertido, professora! Quem dera pudéssemos jogar ao invés de fazer prova! (risos)
Professora	Fico muito feliz com o progresso de vocês, viu?

Tabela 10 – Fala dos estudantes 5. Criada pela pesquisadora 09/2023.

Esse diálogo confirmou o pensamento inicial da pesquisa de que os jogos podem ser um ótimo auxiliador no aprendizado da Matemática, pois incentiva a participação, facilita a troca de conhecimentos e promove certa segurança nos estudantes.

Imagem 57 – Jogos na prática 11. Arquivo pessoal – 09/2023.

Esses alunos, em seu dia a dia comum de sala de aula, normalmente têm algumas dificuldades nos conteúdos matemáticos, pois apresentam um comportamento tímido, e raramente se dispõem a tirar dúvidas nas aulas, mesmo sendo esforçados em realizar as tarefas escolares.

Observamos que, durante o jogo esse grupo apresentou um início de liberdade nas tentativas de resoluções e, após conversa com a professora, foi notória a confiança em realizar os procedimentos, com menos medo do erro, e, assim, consideramos que o jogo, para esse grupo, proporcionou mais uma oportunidade de aprendizado.

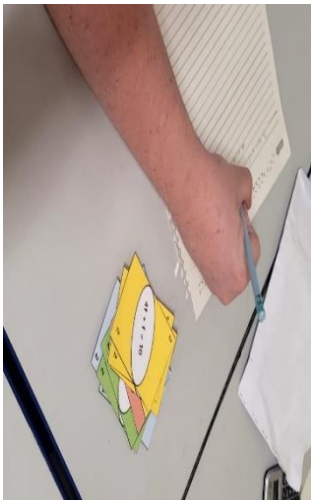


Imagem 58 – Jogos na prática 12. Arquivo pessoal – 09/2023.

7.4.2 INTERESSE DA TURMA DURANTE A APLICAÇÃO DO JOGO UNO DAS EQUAÇÕES

Desde o início da aula, os estudantes demonstraram alegria e empolgação quando a professora conversou e explicou que seriam utilizados jogos matemáticos nas aulas. Percebemos reações até dos estudantes que, em outras aulas, apresentam certa timidez. A maioria dos grupos, após a entrega dos jogos em cada mesa, começou a manipular o material antes da explicação das regras pela professora.

Um dos grupos, ao jogar o primeiro jogo (Trilha das Equações) finalizou as jogadas do tabuleiro durante o meio da aula e perguntou se podia jogar novamente, mas adaptando as regras, e a professora assentiu.

Eles criaram a seguinte regra para o grupo: nenhum dos participantes poderia fazer os cálculos por escrito, ou seja, o jogo deveria ser jogado apenas efetuando cálculos mentais. Quando abordados pela professora, eles responderam que, dessa forma, o jogo seria mais emocionante.

A professora acompanhou as jogadas por um tempo, pois precisava verificar os outros grupos simultaneamente. Ela notou que os estudantes estavam realizando corretamente os caminhos de cálculos e solicitou, algumas vezes, que eles explicassem os procedimentos escolhidos no percurso.

Professora	Yan, me explica o que você pensou para chegar nessa resposta?
Aluno Yan	Claro! A carta tinha a equação 2y + 3 = y + 4. Eu fiz 2y – y, que deu y e 4 – 3, que deu 1. Só isso!
Professora	Entendi. Mas por que o y você subtraiu e o três também?
Aluno Yan	Uai! Porque tem que fazer a conta com o sinal inverso!
Professora	Muito bem! Obrigada!

Tabela 11 – Fala dos estudantes 6. Criada pela pesquisadora 11/2023.

Imagem 59 – Jogos na prática 13. Arquivo pessoal 09/2023.

No diálogo a seguir, ao final da aula a professora pesquisadora perguntou ao mesmo grupo o motivo de modificarem as regras:

Professora	Jorge, podemos conversar?
Aluno Jorge	Podemos!
Professora	Por que o grupo de vocês decidiu modificar as regras?
Aluno Jorge	Porque todo mundo já sabe essa matéria e acabamos o jogo muito rápido. Quase não precisamos escrever na folha; então, a Luana falou que devíamos colocar essa regra para ficar mais desafiador.
Professora	E o que você achou disso?
Aluno Jorge	A princípio, achei que eu não conseguiria, mas adoro desafio e aceitei.
Professora	Entendi! E como foi o jogo para você nessa nova regra?
Aluno Jorge	Foi muito legal, mas não muito fácil.
Professora	Por quê?
Aluno Jorge	Porque não estava acostumado a fazer conta das equações de cabeça. Os professores sempre nos obrigam a registrar nossas contas.
Professora	E você gostou de jogar assim?
Aluno Jorge	Gostei muito! Vamos poder jogar em outras aulas de novo, “num” é?

Tabela 12 – Fala dos estudantes 7. Criado pela autora 12/2023.

Essa conversa demonstra que o jogo pode ser adaptado para os diversos grupos e turmas, caso seja preciso e de acordo com a necessidade dos estudantes ou de cada turma. Nessa última conversa com o aluno Jorge, vimos que é importante adaptar o jogo se percebermos que o nível estipulado para os estudantes é menor ou maior do que o esperado, a fim de envolver e desenvolver maior interesse por parte dos estudantes.

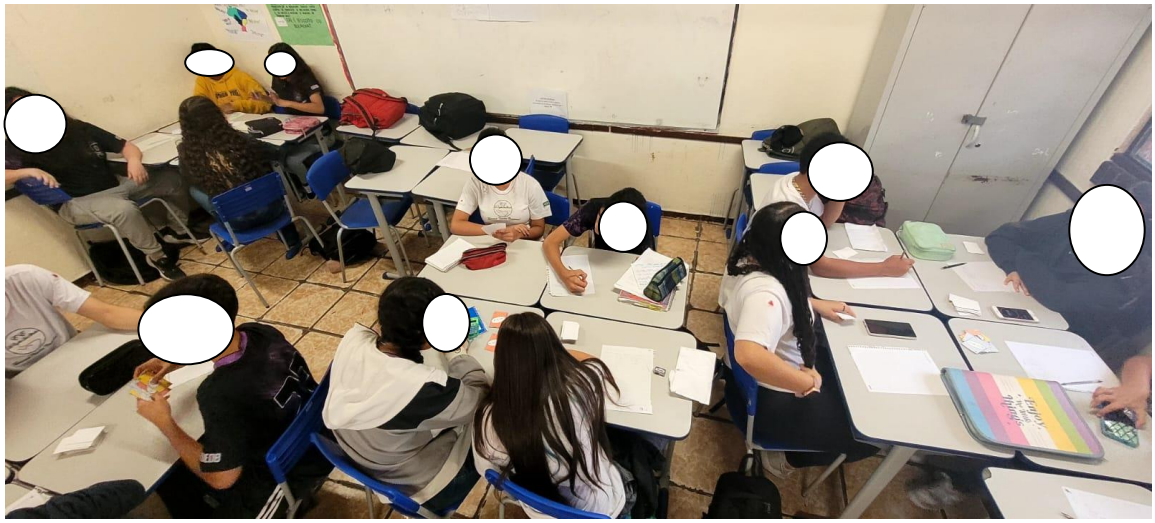


Imagem 60 – Jogos na prática 14. Arquivo pessoal 09/2023.

Todos os jogos foram muito bem recebidos pela turma e percebemos alegria e envolvimento. Dos três jogos utilizados, o jogo Uno das Equações foi o que a turma demonstrou maior interesse e afeto, pois observávamos muita animação, empolgação e disputa entre os estudantes. Uma das alunas pediu para levar um jogo Uno para casa de presente, porque ela tinha amado o jogo e queria jogar com a família e com os amigos.

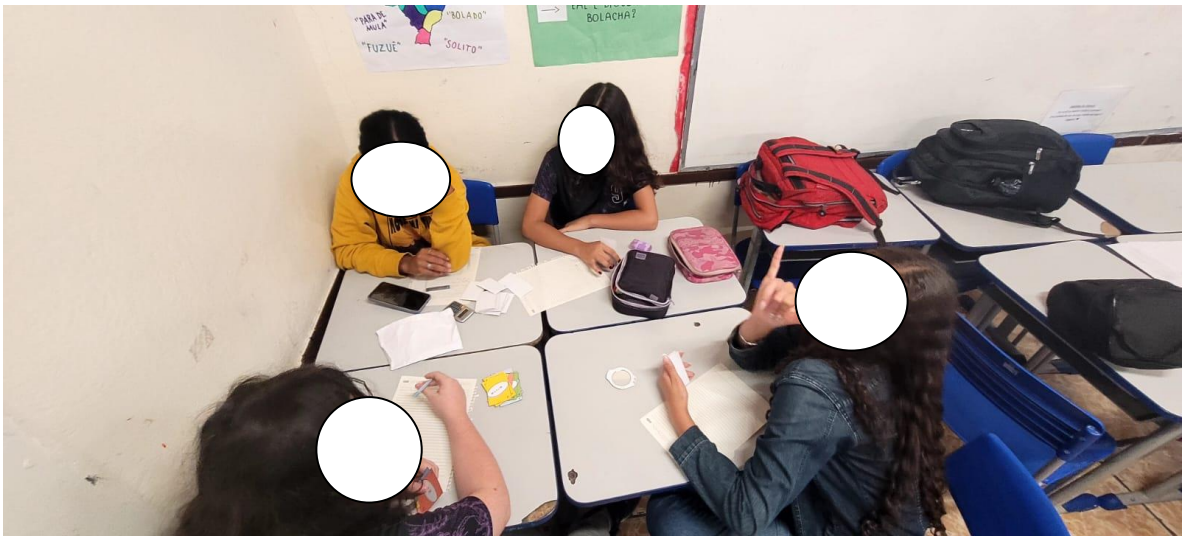


Imagem 61 – Jogos na prática 15. Arquivo pessoal – 09/2023.

7.5 ATIVIDADE FINAL

Após a aplicação dos três jogos, em uma quarta aula, a turma foi convidada a responder a um questionário, denominado questionário do estudante, composto por algumas perguntas de opinião a respeito dos jogos e outras do aprendizado da equação de primeiro grau, para que realizássemos uma comparação dos aprendizados obtidos antes e após a aplicação dos jogos. Esse questionário está no anexo do presente estudo.

Serão analisados vinte e sete questionários, a mesma quantidade da primeira aula desta pesquisa. É importante relatar que não houve nenhuma aula com outras formas de explicação do conteúdo durante a execução da pesquisa.

A primeira pergunta do questionário tinha a intenção de verificar se o estudante sabia identificar que as escritas das cartas ou das fichas constantes nos jogos aplicados eram equações e/ou os elementos necessários para essa identificação, como uma incógnita, o sinal de igualdade e o grau da equação.

Dos vinte e sete questionários analisados, onze alunos escreveram que era composto por equações ou equações de primeiro grau ou a identificação da equação e de seus componentes. A seguir, algumas dessas respostas:

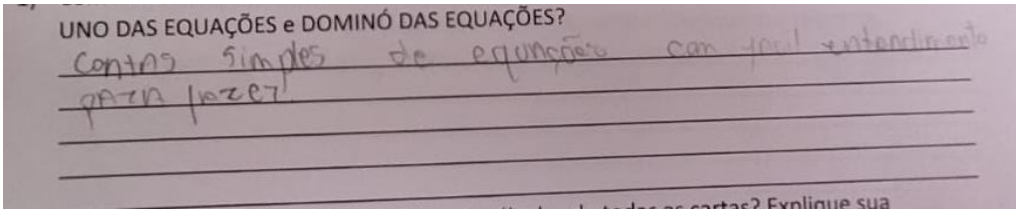


Imagem 62 – Respostas dos estudantes 1. Arquivo pessoal – 09/2023.

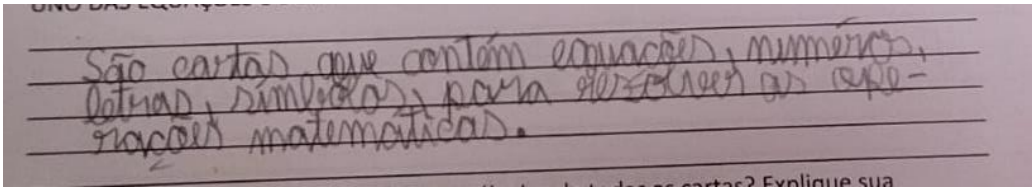


Imagem 63 – Respostas dos estudantes 2. Arquivo pessoal – 09/2023.

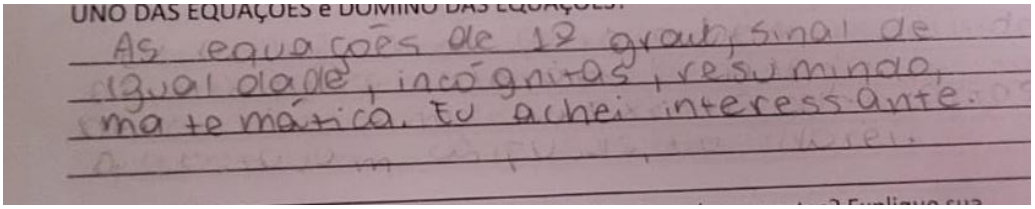


Imagem 64 – Respostas dos estudantes 3. Arquivo pessoal – 09/2023.

Dos vinte e sete formulários, nove alunos reconheceram apenas os elementos como números, letras, igualdade, sem mencionar a palavra equação, como podemos verificar nos exemplos a seguir:

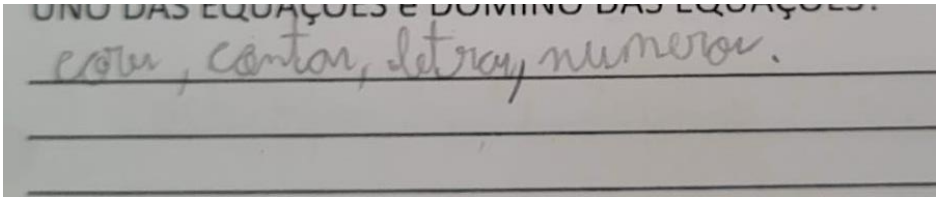


Imagem 65 – Respostas dos estudantes 4. Arquivo pessoal – 09/2023.

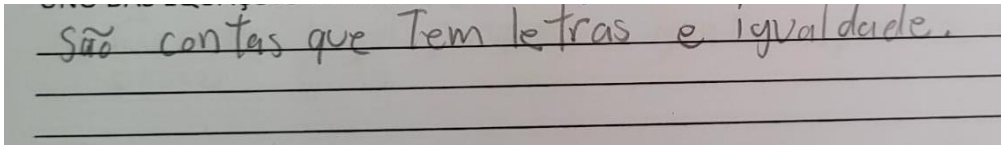


Imagem 66 – Respostas dos estudantes 5. Arquivo pessoal – 09/2023.

Os outros sete questionários restantes não respondiam à pergunta propriamente, pois as respostas dadas correspondiam às percepções dos alunos sobre os jogos, ou sobre um jogo em específico, ou quanto ao nível de dificuldade de resolução das equações, como se observa nas imagens a seguir:

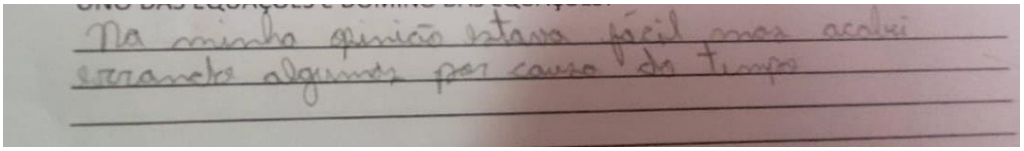


Imagem 67 – Respostas dos estudantes 6. Arquivo pessoal – 09/2023.

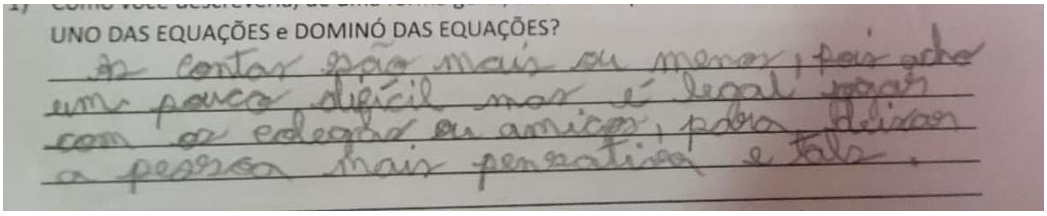


Imagem 68 – Respostas dos estudantes 7. Arquivo pessoal – 09/2023.

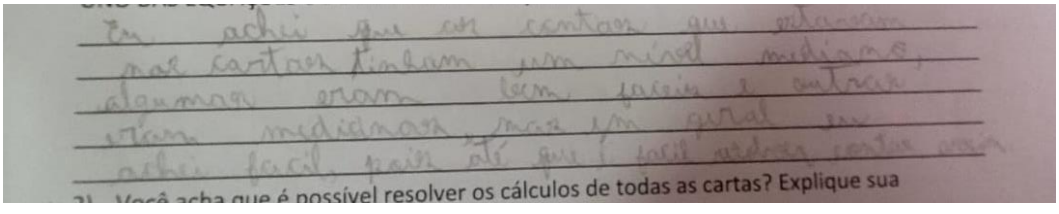


Imagem 69 – Respostas dos estudantes 8. Arquivo pessoal – 09/2023.

A intenção da segunda questão, em que o estudante tem de opinar se acha que é possível resolver os cálculos de todas as cartas, era saber se ele tinha domínio para resolver as equações ou se havia ainda alguma dúvida.

Das vinte e sete respostas, vinte e três disseram que sim; duas que não, pois algumas podem ser difíceis; uma respondeu talvez, pois era necessário paciência e uma calculadora; e, outro estudante respondeu que algumas sim e outras não, por ser difícil e por pressão de não conseguir resolver os cálculos.

As respostas são demonstradas nas imagens a seguir:

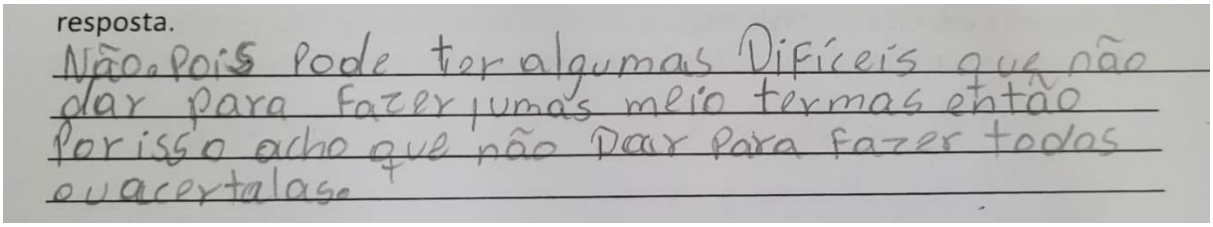


Imagem 70 – Respostas dos estudantes 9. Arquivo pessoal – 09/2023.

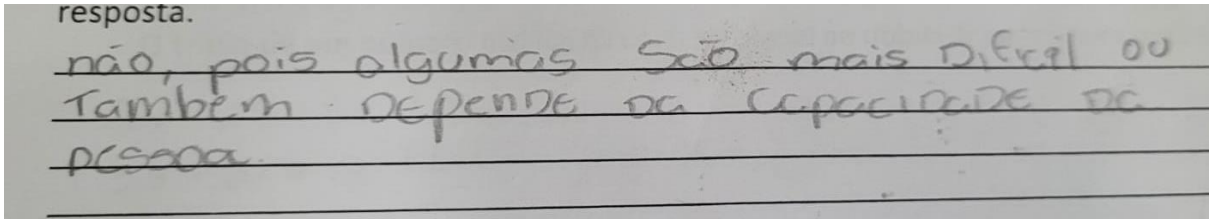


Imagem 71 – Respostas dos estudantes 10. Arquivo pessoal – 09/2023.

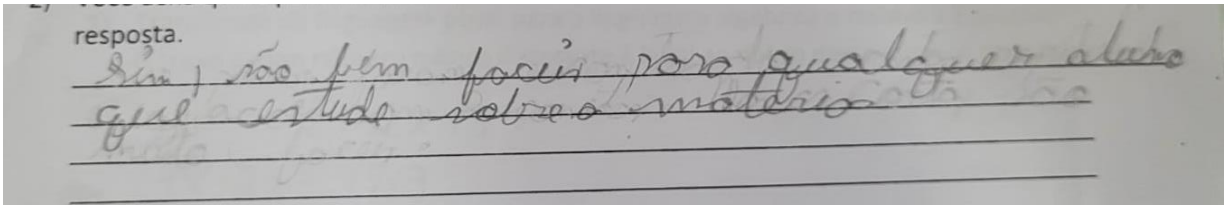


Imagem 72 – Respostas dos estudantes 11. Arquivo pessoal – 09/2023.

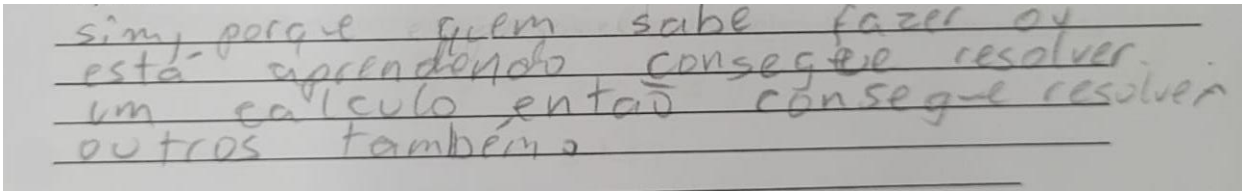


Imagem 73 – Respostas dos estudantes 12. Arquivo pessoal – 09/2023.

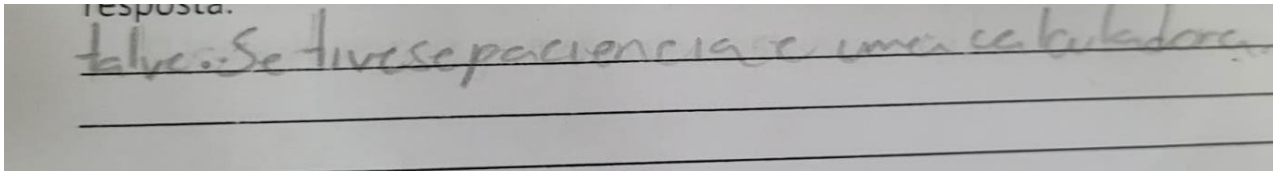


Imagem 74 – Respostas dos estudantes 13. Arquivo pessoal – 09/2023.

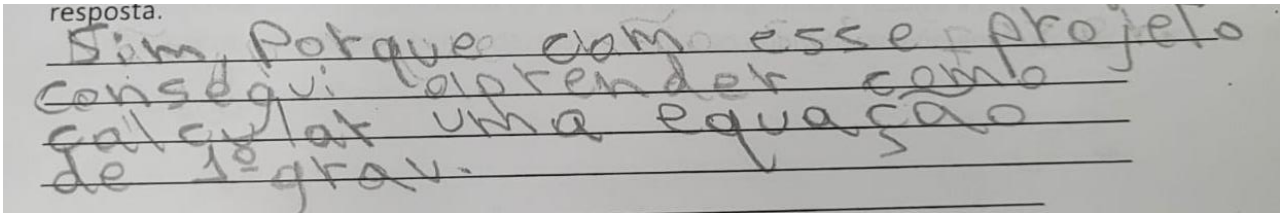


Imagem 75- Respostas dos estudantes 14. Arquivo pessoal – 09/2023.

O terceiro questionamento tinha como objetivo identificar se o estudante tem conhecimento sobre o que é uma igualdade e seu papel na resolução da equação de primeiro grau. Todos os questionários tiveram respostas satisfatórias e dentro do esperado, como podemos observar a seguir:

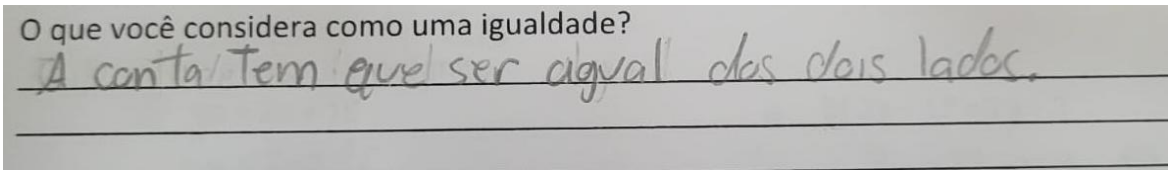


Imagem 76 – Respostas dos estudantes 15. Arquivo pessoal – 09/2023.

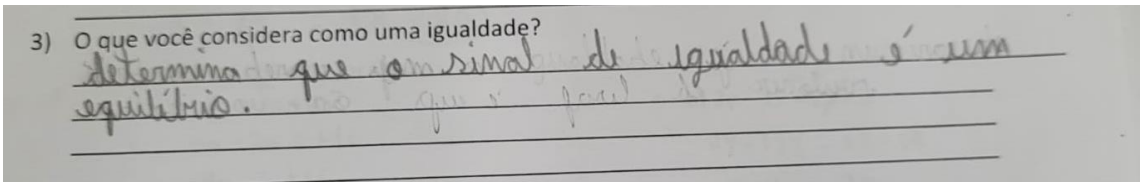


Imagem 77 – Respostas dos estudantes 16. Arquivo pessoal – 09/2023.

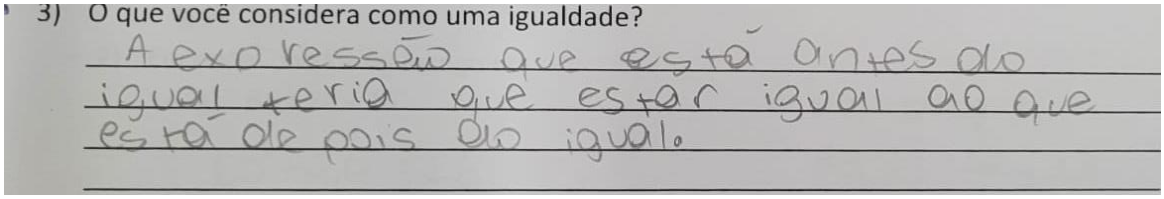


Imagem 78 – Respostas dos estudantes 17. Arquivo pessoal – 09/2023.

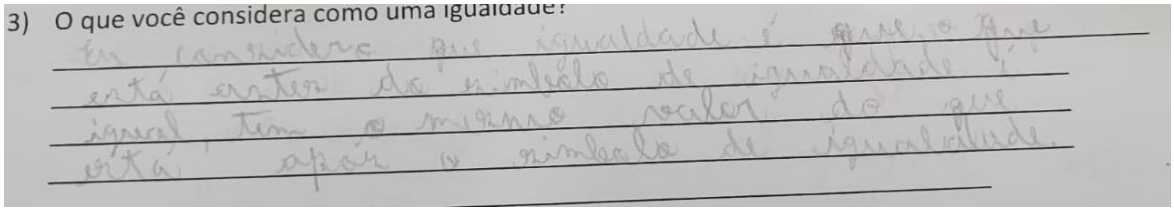


Imagem 79 – Respostas dos estudantes 18. Arquivo pessoal – 09/2023.

O quarto questionamento tinha objetivo semelhante à terceira pergunta, porém buscava descobrir o conhecimento do estudante acerca do que é uma incógnita e seu papel,

além da importância na equação do primeiro grau. Do total de questionários, consideramos que todas as respostas estavam dentro do esperado.

A maioria respondeu que a incógnita é uma letra da qual não se sabe o valor e é preciso descobri-lo. Uma minoria citou que também pode ser um símbolo. Dois desses estudantes citaram que é o valor do **x** que precisamos descobrir, outro respondeu que as letras mais comuns são o **x** e o **y**, conforme se observa nas imagens a seguir:

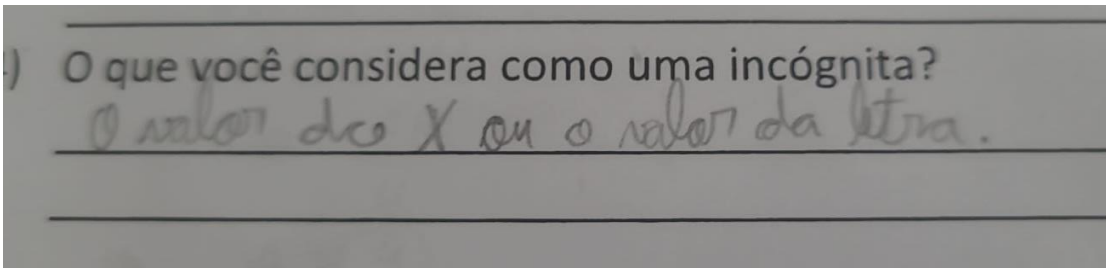


Imagem 80 – Respostas dos estudantes 19. Arquivo pessoal – 09/2023.

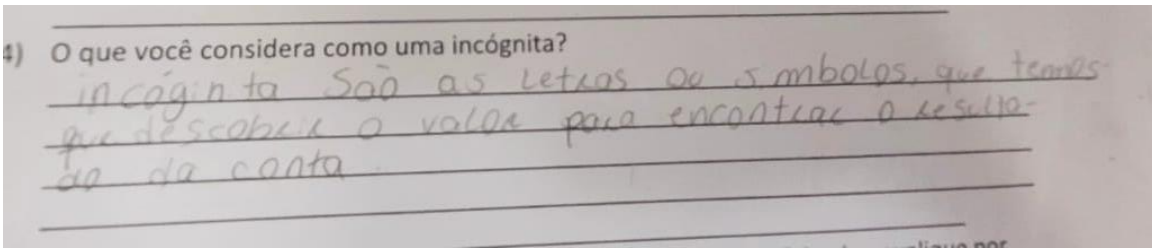


Imagem 81 – Respostas dos estudantes 20. Arquivo pessoal – 09/2023.

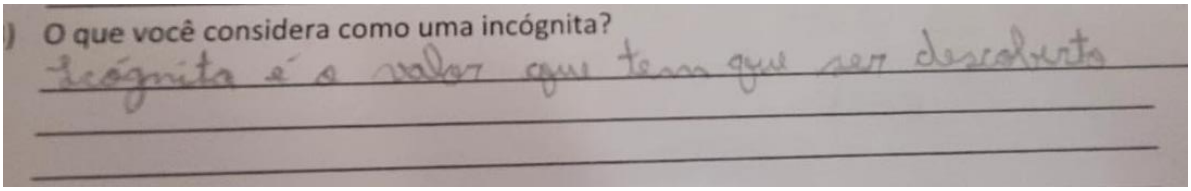


Imagem 82 – Respostas dos estudantes 21. Arquivo pessoal – 09/2023.

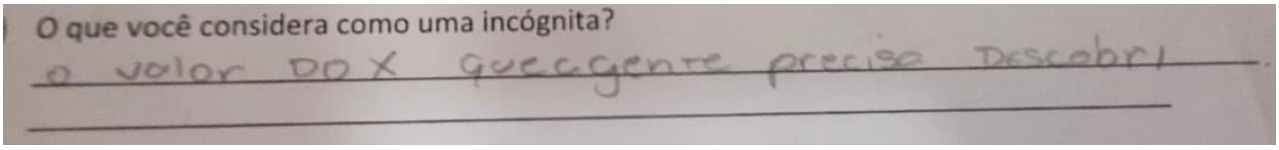


Imagem 83 – Respostas dos estudantes 22. Arquivo pessoal – 09/2023.

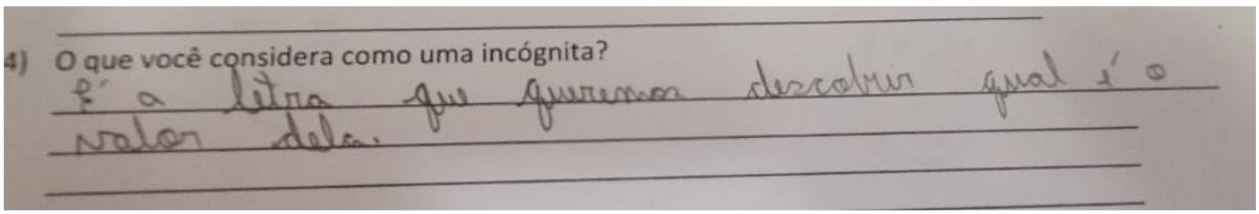


Imagem 84 – Respostas dos estudantes 23. Arquivo pessoal – 09/2023.

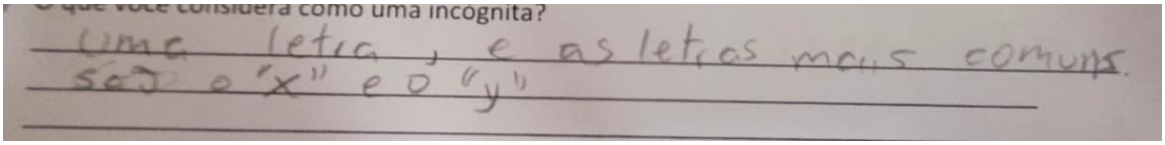


Imagem 85 – Respostas dos estudantes 24. Arquivo pessoal – 09/2023.

A questão 5 solicitava que o estudante escrevesse o que ele entende por equação de primeiro grau. A maioria respondeu que é uma expressão que tem incógnita, alguns usaram a palavra letra, e um sinal de igual.

Uma única aluna mencionou que uma equação de primeiro grau possui apenas o grau um, citando que não era elevado a dois. Cinco estudantes disseram que era uma operação na qual seria necessário achar o valor da incógnita e apenas um formulário estava com essa resposta em branco.

Quando a professora questionou por que a aluna não respondeu, ela disse que não sabia escrever com palavras o que era uma equação de primeiro grau, mas disse: "*são essas contas que estavam nos jogos!*".

Confira algumas respostas nas imagens a seguir:

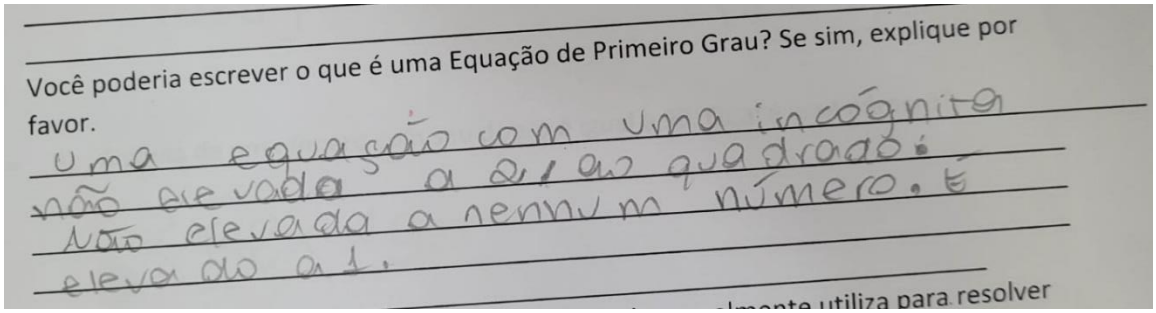


Imagem 86 – Respostas dos estudantes 25. Arquivo pessoal – 09/2023.

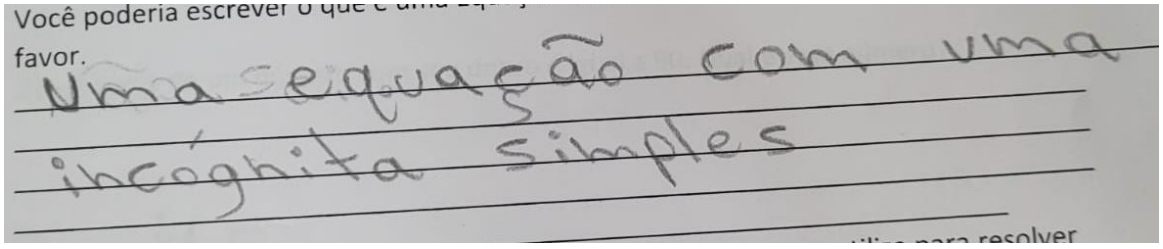


Imagem 87 – Respostas dos estudantes 26. Arquivo pessoal – 09/2023.

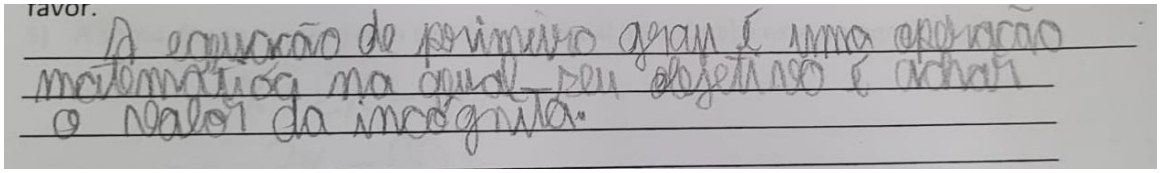


Imagem 88 – Respostas dos estudantes 27. Arquivo pessoal – 09/2023.

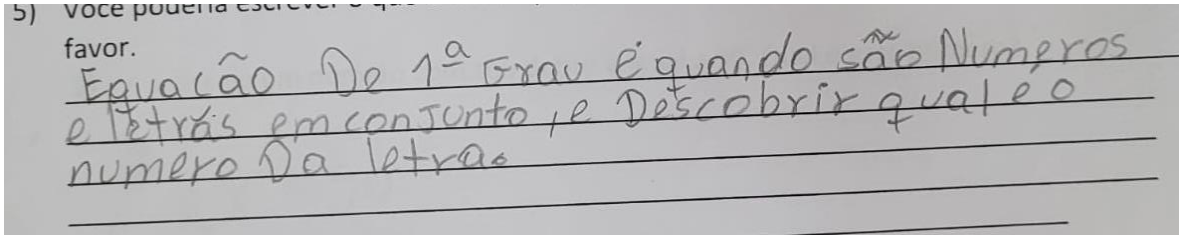


Imagem 89 – Respostas dos estudantes 28. Arquivo pessoal – 09/2023.

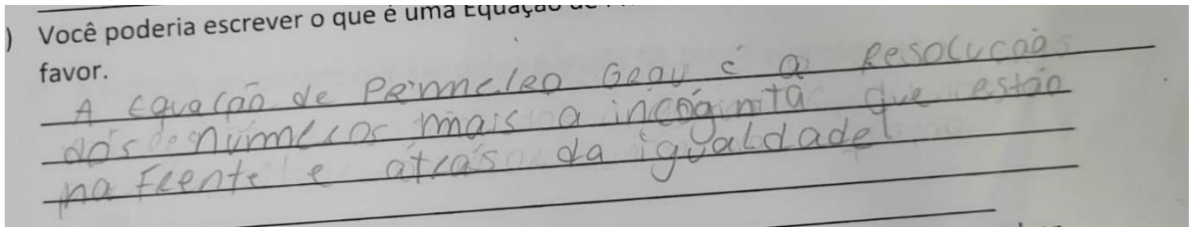


Imagem 90 – Respostas dos estudantes 29. Arquivo pessoal – 09/2023.

A sexta questão pedia que o estudante explicasse quais as estratégias ele normalmente utiliza para resolver uma equação de primeiro grau. A maioria das respostas foi baseada no equilíbrio entre os dois lados de uma igualdade.

Muitos estudantes disseram que “passam” a letra para um lado e “passam” o número para o outro lado. A professora pediu que eles explicassem isso melhor ao receber o formulário com as respostas. Todos disseram que passar de um lado para o outro significava usar o sinal contrário para “cortar” aquele número ou letra daquele lado da igualdade.

Dessa forma, a professora entendeu que os alunos estavam com domínio das resoluções. Veja algumas respostas nas imagens a seguir:

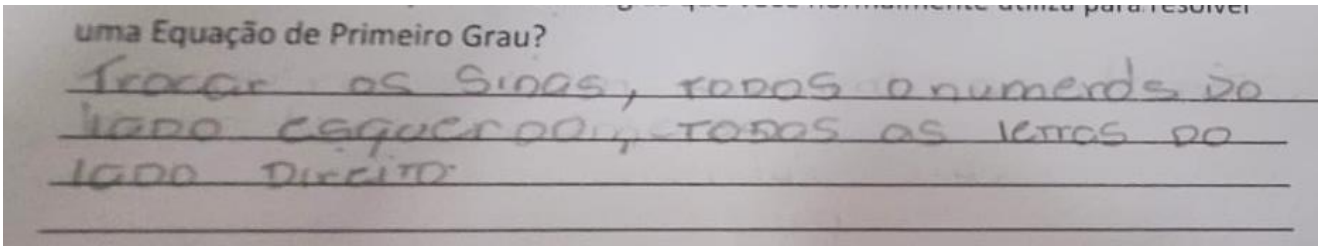


Imagem 91 – Respostas dos estudantes 30. Arquivo pessoal – 09/2023.

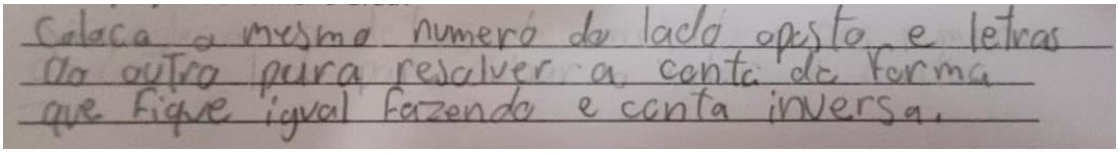


Imagem 92 – Respostas dos estudantes 31. Arquivo pessoal – 09/2023.

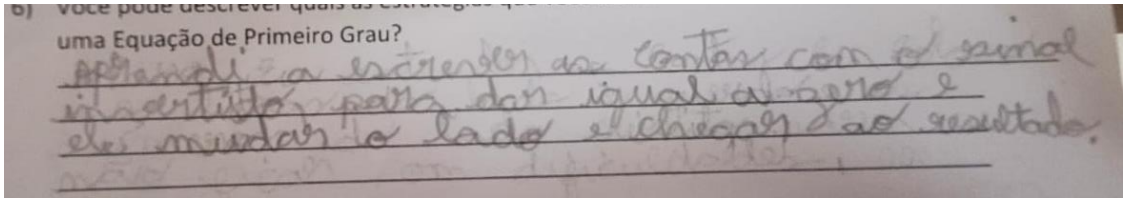


Imagem 93 – Respostas dos estudantes 32. Arquivo pessoal – 09/2023.

As questões 7 e 8 solicitaram a opinião dos estudantes a respeito dos jogos a que foram submetidos. A pergunta 7 interrogou o que eles acharam de utilizar jogos nas aulas de Matemática para auxiliar no aprendizado. Todas as respostas foram positivas.

Muitos escreveram que preferem utilizar os jogos porque aprenderam de uma forma diferente. Uma aluna escreveu que tem dificuldades em responder aos exercícios do livro, mas com o jogo ela conseguiu responder. Veja algumas das respostas nas imagens a seguir:

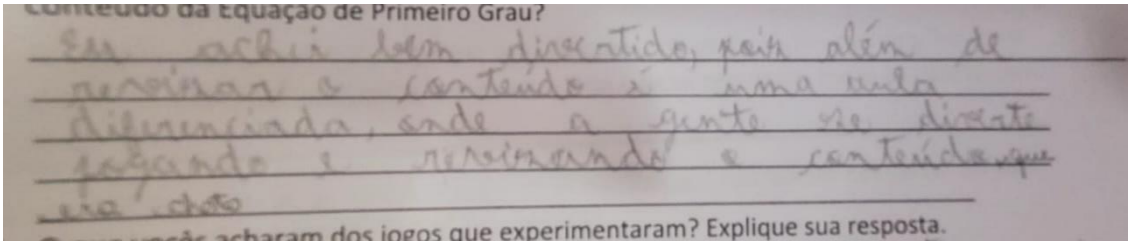


Imagem 94 – Respostas dos estudantes 33. Arquivo pessoal – 09/2023.

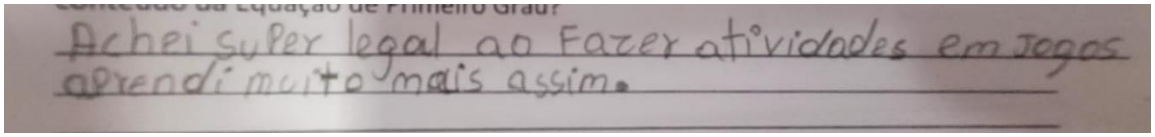


Imagem 95 – Respostas dos estudantes 34. Arquivo pessoal – 09/2023.

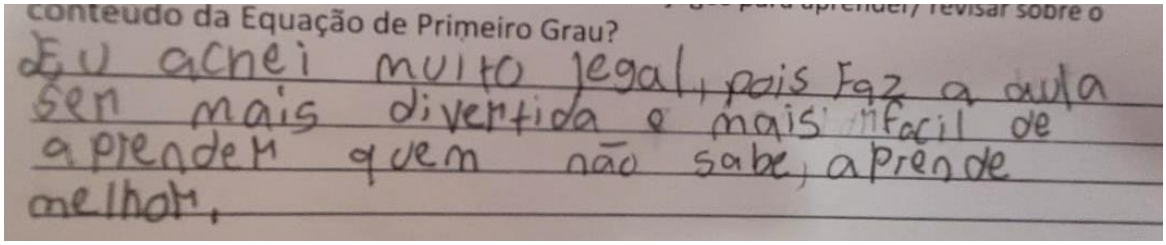


Imagem 96 – Respostas dos estudantes 35. Arquivo pessoal – 09/2023.

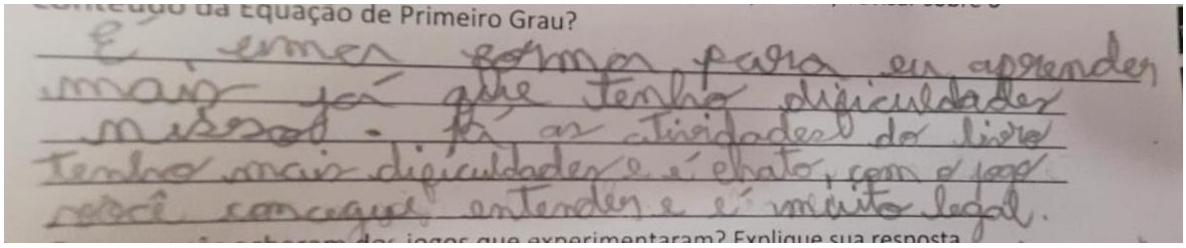


Imagem 97 – Respostas dos estudantes 36. Arquivo pessoal – 09/2023.

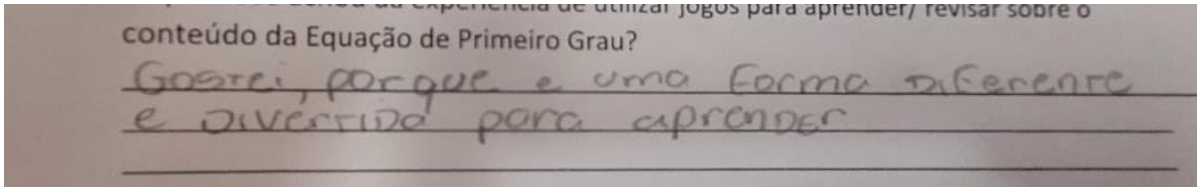


Imagem 98 – Respostas dos estudantes 37. Arquivo pessoal – 09/2023.

A questão 8 tratou do que os estudantes acharam dos jogos desenvolvidos na turma. A resposta em todos os formulários foi positiva. Eles escreveram, de forma geral, que gostaram por ser um material colorido, de ser jogo que eles já gostam e que aprenderam com o jogo. Confira algumas respostas dadas:

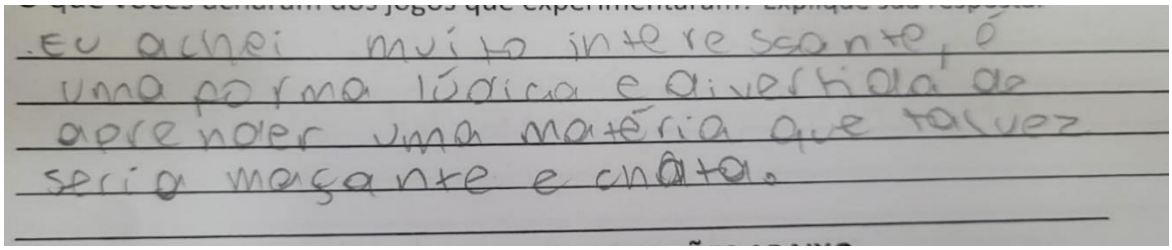


Imagem 99 – Respostas dos estudantes 38. Arquivo pessoal 09/2023.

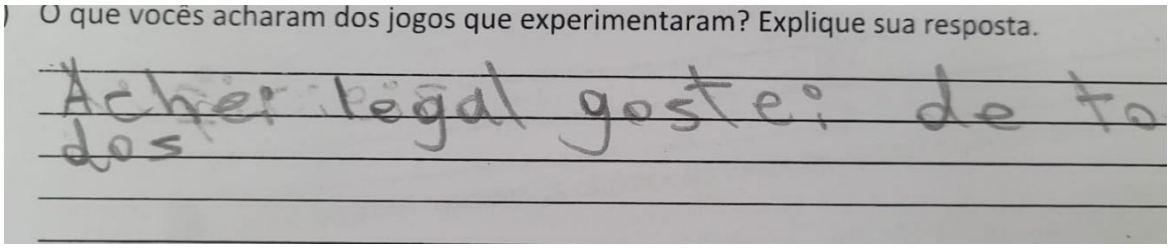


Imagem 100 – Respostas dos estudantes 39. Arquivo pessoal 09/2023.

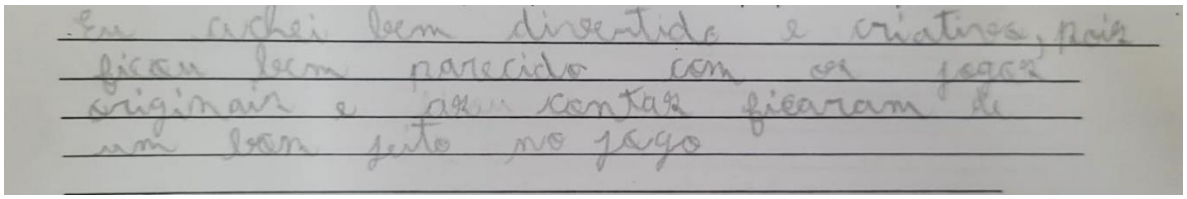


Imagem 101 – Respostas dos estudantes 40. Arquivo pessoal 09/2023.

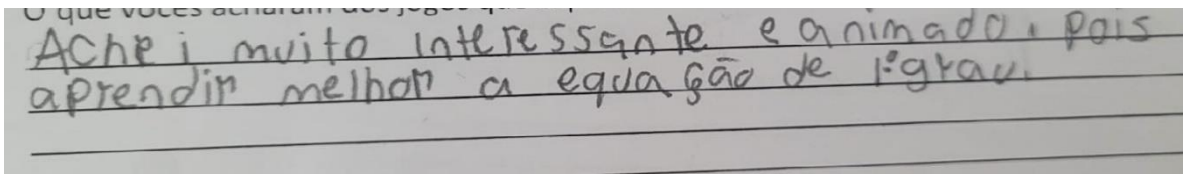


Imagem 102 – Respostas dos estudantes 41. Arquivo pessoal 09/2023.

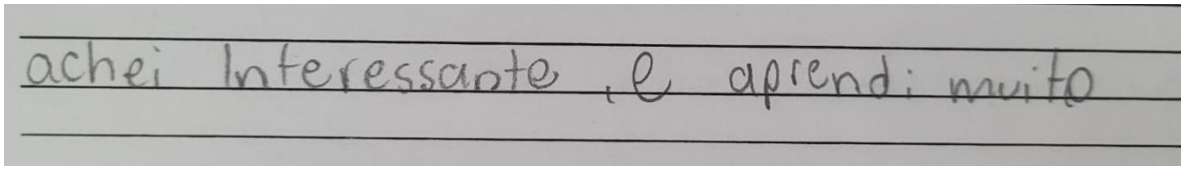


Imagem 103 – Respostas dos estudantes 42. Arquivo pessoal 09/2023.

As questões a seguir foram elaboradas para serem próximas das perguntas feitas no questionário inicial, aplicado nas turmas antes dos jogos. Nossa ideia era, de certo modo, entender se houve um aprendizado após a aplicação dos jogos. Foram respondidos 27 questionários no total e analisaremos suas respostas de maneira semelhante à análise feita do primeiro questionário.

Acerca das perguntas, a primeira solicitava que o estudante fizesse a transformação da linguagem usual para a linguagem algébrica. A segunda pedia que o estudante resolvesse as equações de primeiro grau a fim de encontrar suas respostas, ou seja, os valores das incógnitas.

A terceira pergunta exigia os dois conhecimentos anteriores, com a resolução de um probleminha simples. Assim, os estudantes precisariam transformar a linguagem usual para a linguagem algébrica e resolver, encontrando o valor da incógnita.

Confira uma tabela com o resumo das respostas dadas:

Respostas da atividade final

Perguntas	**Número de acertos**	**Número de erros**	**Sem resposta**
1	22	4	1
2a	25	2	0
2b	21	6	0
3	24	2	1

Tabela 13 – Respostas atividade final. Criada pela autora – 10/2023.

Podemos perceber que os números de acertos nas questões aumentaram consideravelmente e entendemos que, de forma geral, os estudantes conseguiram aprender ou relembrar o conteúdo de equação de primeiro grau. Veja algumas respostas dadas pelos estudantes:

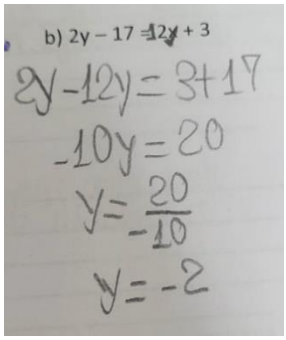


Imagem 104 – Respostas dos estudantes 43. Arquivo pessoal 09/2023.

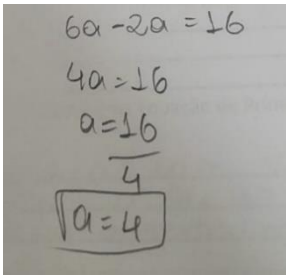


Imagem 105- Respostas dos estudantes 44. Arquivo pessoal 09/2023.

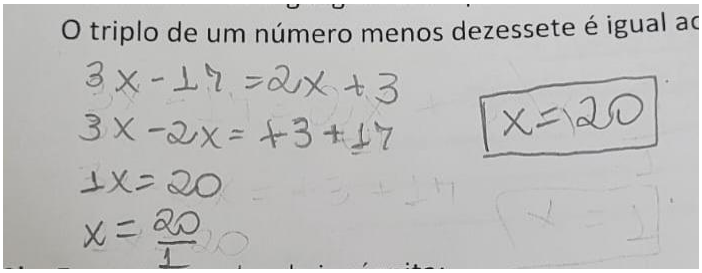


Imagem 106 – Respostas dos estudantes 45. Arquivo pessoal 09/2023.

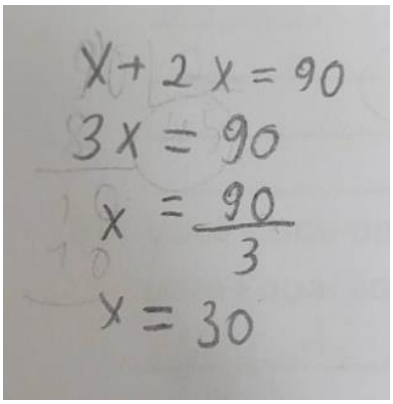


Imagem 107 – Respostas dos estudantes 46. Arquivo pessoal 09/2023.

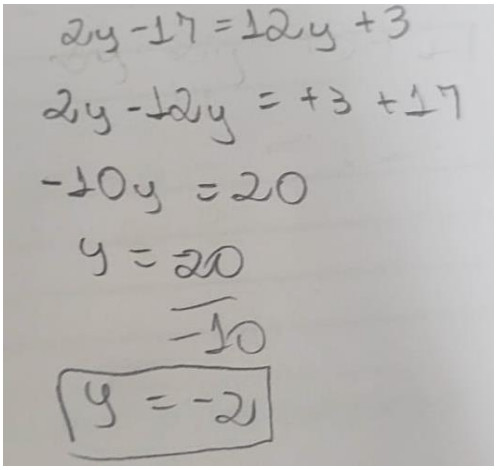


Imagem 108 – Respostas dos estudantes 47. Arquivo pessoal 09/2023.

Como podemos notar, as operações demonstradas nas imagens anteriores foram realizadas de forma correta e mais completa, em comparação à primeira atividade, o que surpreendeu a professora pesquisadora. Durante a realização dessa atividade, nenhuma pergunta foi feita pelos estudantes: nem quanto às formas de resolução nem houve dúvidas sobre as perguntas.

O preenchimento foi realizado de forma individual e em silêncio. Ainda que tal configuração não tenha sido solicitada pela professora, os estudantes estavam concentrados na atividade.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pode-se dizer que o jogo, a cultura e a civilização percorreram caminhos paralelos durante seu desenvolvimento. Por ser com frequência associado à brincadeira, por muito tempo o jogo não foi estudado cientificamente, pois acreditava-se que, de acordo com suas características, não se justificava a investigação. Porém, ao longo dos séculos XIX e XX, vários estudiosos tiveram um papel importante para a compreensão do jogo na educação, contribuindo para a formação do indivíduo.

Esse projeto foi realizado nas turmas do oitavo ano do Ensino Fundamental com o propósito de revisão do conteúdo, por se tratar de turmas que progrediram apresentando dificuldades ao passar do sétimo para o oitavo ano, o que estava atrasando a continuação do aprendizado dos novos conteúdos.

Pesquisar a utilização desses jogos em sala de aula se deu por conta das dificuldades relatadas durante o ensino pelos estudantes da professora pesquisadora em sua prática escolar. Além disso, outros documentos verificados durante essa pesquisa contribuíram para verificar que a dificuldade relatada na sala de aula da pesquisadora acerca desse conteúdo também era a de outros estudantes.

A utilização dos jogos em sala de aula ofereceu ao estudante a possibilidade de treinar conceitos, aprender no seu tempo e explorar diferentes caminhos de resolução trabalhando suas habilidades de cálculo, segundo uma significação lógica e social que o jogo proporciona.

Foi possível treinar as habilidades e fazer referência aos conceitos: incógnita é uma letra que indica um valor desconhecido; na equação, a incógnita está sob certas condições; uma equação é uma igualdade, em que o primeiro e o segundo membros têm os mesmos valores, colocando uma ou mais incógnitas em condições que precisam ser respeitas e que podem ser resolvidas algebricamente.

Outro ponto importante que os jogos deste estudo possibilitaram é que neles não há ênfase apenas em algumas letras ou em simbologias específicas; os jogos propostos permitem que o estudante vivencie diversas letras representativas do número a descobrir.

Além disso, durante o ato de jogar e a fim de chegar ao resultado correto, mantendo-se dentro da concorrência do jogo, foi necessário que o estudante entendesse e trabalhasse os símbolos inerentes à equação, por exemplo, o sinal de igualdade. O jogo propiciou o entendimento de que o sinal de igualdade, nesse conteúdo, tem como objetivo principal equilibrar os valores das expressões antes e depois desse símbolo, mantendo sua equivalência quando o estudante trabalhava os caminhos de resolução de uma equação.

Um comentário feito por uma aluna na última aula demonstra que esse conhecimento foi adquirido com o ato de jogar. A aluna Eliane comentou: "*Professora, eu percebi, agora depois dos jogos, que o sinal de igual não é mais para achar o resultado, né? O que faz achar o resultado agora é a letra!*"

Dentro das possibilidades que o jogo abordou, um ambiente foi criado na sala de aula de Matemática caracterizando a proposição, a investigação e as habilidades de cálculo e de raciocínio, explorando diferentes situações por parte dos estudantes que estiveram envolvidos com o jogo e puderam discutir caminhos de resolução, pois observamos que, em muitos momentos, eles mesmos se ajudaram com as dúvidas que surgiam.

Buscamos, por meio das análises das respostas das atividades inicial e final e, sobretudo das impressões e das observações obtidas durante a pesquisa, perceber a potencialidade do uso desses jogos e se houve crescimento no aprendizado de equações.

De maneira geral, vimos que também foram desenvolvidas habilidades emocionais, afetivas e, principalmente, o reconhecimento do autocontrole de aprendizagem. Ao final da pesquisa, notamos que os estudantes reconheciam o que tinham aprendido e o que ainda faltava ser trabalhado para melhorar ainda mais seu aprendizado no conteúdo.

A participação nesse trabalho aconteceu com empenho, empolgação e alegria em todos os momentos, o que normalmente não acontecia nessas turmas, em outras aulas de Matemática, sem a utilização desse recurso.

Outro ponto positivo percebido foi que alguns estudantes, que em geral demonstravam ser tímidos ou envergonhados, ao realizar perguntas durante as aulas, conseguiram fazer, de forma desinibida e espontânea, perguntas diversas, tanto para seus colegas de grupo quanto para a professora.

Já no final da última aula, a professora perguntou para a turma a opinião sobre as últimas aulas em que os estudantes utilizaram jogos para treinar as habilidades de cálculo de equações e a maioria deu uma resposta positiva. Alguns alunos relataram que consideraram algumas cartas com um nível maior de dificuldade para eles, mas que, com a ajuda dos colegas, eles conseguiram entender o caminho de resposta e logo conseguiram avançar.

Durante essa conversa, a aluna Julia gritou do final da sala: "*Estou tão feliz prof., eu finalmente aprendi essa matéria!*" Outro estudante, o aluno Mário, comemorou que foi o vencedor do último jogo e, nas palavras dele, o motivo de alegria era porque ele conseguiu aprender e resolver todas as cartas, diferentemente do que acontecia durante as resoluções desse conteúdo em aulas anteriores. Esse aluno costumava ter dificuldades no conteúdo matemático em sala de aula.

É importante salientar que nenhum dos estudantes demonstrou achar o recurso chato ou desinteressante. Em uma conversa particular, o grupo que não se interessou no início dos jogos justificou tal comportamento por ser uma atividade relacionada à disciplina Matemática, da qual eles não se sentiam tão à vontade em participar. Entretanto, foi só iniciarem o jogo que a mesma empolgação e alegria vistas nos outros grupos de trabalho logo fizeram parte desse grupo, o que não mudou com a utilização dos outros jogos.

Concluímos que o conhecimento estava acontecendo por meio de cooperação e de um pouco de competição, mas também pela repetição. Os jogos desenvolvidos para essa pesquisa contribuíram para a melhora do aprendizado de equação de primeiro grau, como pudemos constatar nos exercícios aplicados antes e após os jogos, além da melhora no relacionamento interpessoal dos estudantes.

Na qualidade de pesquisadora, os resultados obtidos foram melhores do que minhas expectativas. Tinha a esperança de que esse recurso fosse positivo para o aprendizado e que o aprendizado seria alcançado, mas poder observar as falas de alegria, a empolgação e perceber o sentimento de euforia dos estudantes enquanto aprendiam, especialmente durante o jogo Uno das Equações, fez com que eu me sentisse muito satisfeita com o resultado construído.

Diante do estudo realizado, do levantamento das abordagens em nosso referencial teórico, dos jogos adaptados/elaborados, considerando os objetos de conhecimento, podemos concluir que os jogos têm um importante potencial no aprendizado dos alunos ao se estudar ou revisar o conteúdo de equações de primeiro grau.

Sugerimos que os jogos sejam utilizados como auxiliares do processo de ensino durante ou após a explicação do conteúdo de equações. O jogo Trilha das Equações deve ser aplicado após as aulas do conceito de transformação da linguagem materna para a linguagem algébrica e os outros dois jogos devem ser trabalhados após as aulas de resolução da equação de primeiro grau. Essa sugestão se dá porque o estudante precisa ter conhecimento prévio dos métodos de resolução e de seus procedimentos para que consiga resolvê-los e prosseguir no jogo.

Os jogos desenvolvidos nesta pesquisa podem ser utilizados para complementar as propostas de ensino trazidas nos livros didáticos e outras propostas de ensino particulares de cada professor que desejar empregá-los em suas aulas, ou seja, não foram concebidos com a finalidade de introduzir o conteúdo nas turmas dos anos finais do Ensino Fundamental.

Os instrumentos desta pesquisa foram elaborados visando tanto possibilitar ao professor uma estratégia pedagógica de trabalho diferenciada das extensas listas de exercícios, em que é possível verificar se o estudante conseguiu reconhecer os conhecimentos prévios sobre o conteúdo, quanto assegurar ao próprio estudante a compreensão da significância e a funcionalidade, de forma divertida, do conteúdo abordado.

Ao se utilizar esses jogos durante a prática pedagógica, as aulas serão mais atrativas e lúdicas para os estudantes, pois, quando não há interesse, muitos deles deixam de aprender ideias fundamentais para a interpretação de problemas e resoluções do conteúdo em virtude de acreditarem que esse conteúdo pode ser abstrato demais.

Dos três jogos aplicados, o jogo mais aceito pelos estudantes foi o Uno das Equações. Quando esse jogo foi aplicado, os alunos já tinham passado pelos outros jogos e, dessa forma, já tinham adquirido um maior domínio do conteúdo de equação de primeiro grau, o que possibilitou uma disputa mais igualitária entre eles.

Quando o jogo terminava antes do horário de finalização da aula, eles imediatamente começavam nova disputa, mesmo sem avisar à professora a respeito do término. Isso demonstra interesse e satisfação no aprendizado. Ao serem abordados, disseram que adoraram o jogo e queriam jogar mais.

Assim, de modo geral, pudemos verificar que nosso objetivo foi concluído e que os resultados obtidos com o projeto foram positivos, conforme indicavam nossas leituras descritas no referencial teórico.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A matemática na educação básica**. Lisboa: ME/DEB, 1999.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. *In*: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org.). **As ideias da álgebra**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

BORIN, J. **Jogos e resoluções de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo: IME/USP, 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 10 dez. 2022.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEEF, 1998.

DANTE, L. R. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2013.

ELLIOT, J. Action research for educational change: towards a synoptic vision of educational change in advanced industrial societies. *In*: ALTRICHTER, H.; ELLIOT, J. **Images of educational change**. Buckingham: Open University Press, 2000.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pró-Posição**, [*s. l.*], v. 4, n. 1, p. 78-91, mar. 1993.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 63. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2017.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.) **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2002. v. 6.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Censo Escolar 2021**. Brasília, DF: MEC, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/censo_escolar/resultados/2021/apresentacao_coletiva.pdf. Acesso em: 5 fev. 2023.

KLÜSENER, R. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. *In*: NEVES, I. *et al*. **Ler e escrever**: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade, 2001.

LOCHHEAD, J.; MESTRE, J. P. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. *In*: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org.). **As ideias da álgebra**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

MACHADO, A. O que é uma pesquisa qualitativa? **Acadêmica**, 5 jan. 2021. Acesso em: 20 fev. 2023.

MOURA, O. M. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. *In*: KISHIMOTO, T. M. (org). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

MUNIZ, C. A. **Brincar e jogar**: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

OLIVEIRA, A. Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra. *In*: **Revista da Sociedade Brasileira em Educação Matemática**, [*s. l.*], ano 9, n. 12, p. 35-39, 2002.

PONTE, J. P. da. Álgebra no currículo escolar. **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, n. 85, p. 36-41, nov./dez. 2005.

RIBEIRO, A. J. **Analisando o desempenho dos alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2002.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor**: explorando os conceitos de equação e função. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e modelagem na educação matemática**. São Paulo: Saraiva, 2009.

SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da álgebra**: origens e perspectivas. São Paulo: Edições SM, 2009.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Jogos de matemática 6º a 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007. (Séries Caderno do Mathema – Ensino Fundamental).

SOUZA, T. M. M. S. **Um estudo sobre o uso de jogos nas aulas de matemática**. 2016. 37 f. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/43819/2/UmEstudoJogosAulas_Souza_2016.pdf. Acesso em: 25 dez. 2023.

TINOCO, L. A. A. (coord). **Álgebra**: pensar, calcular, comunicar... 2. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011.

TINOCO, L. A. A. (coord). **Razões e proporções**. 3. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011.

TREMEA, V. S. (org.) **Jogos com materiais alternativos**: material confeccionado pelos acadêmicos do curso de Educação Física, Turismo e Pedagogia. Santa Cruz do Sul: UNISC, 2000.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. Tradução Lólio Lourenço de Oliveira. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005. Disponível em: http://a09v31n3.pdf (fcc.org.br). Acesso em: 21 fev. 2023.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C. Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra. *In*: X SEMANA DA MATEMÁTICA E II SEMANA DA ESTATÍSTICA, 10., 2010, Ouro Preto. **Anais** [...]. Ouro Preto: Editora da UFOP, 2010. p. 59-65.

VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente. *In*: VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

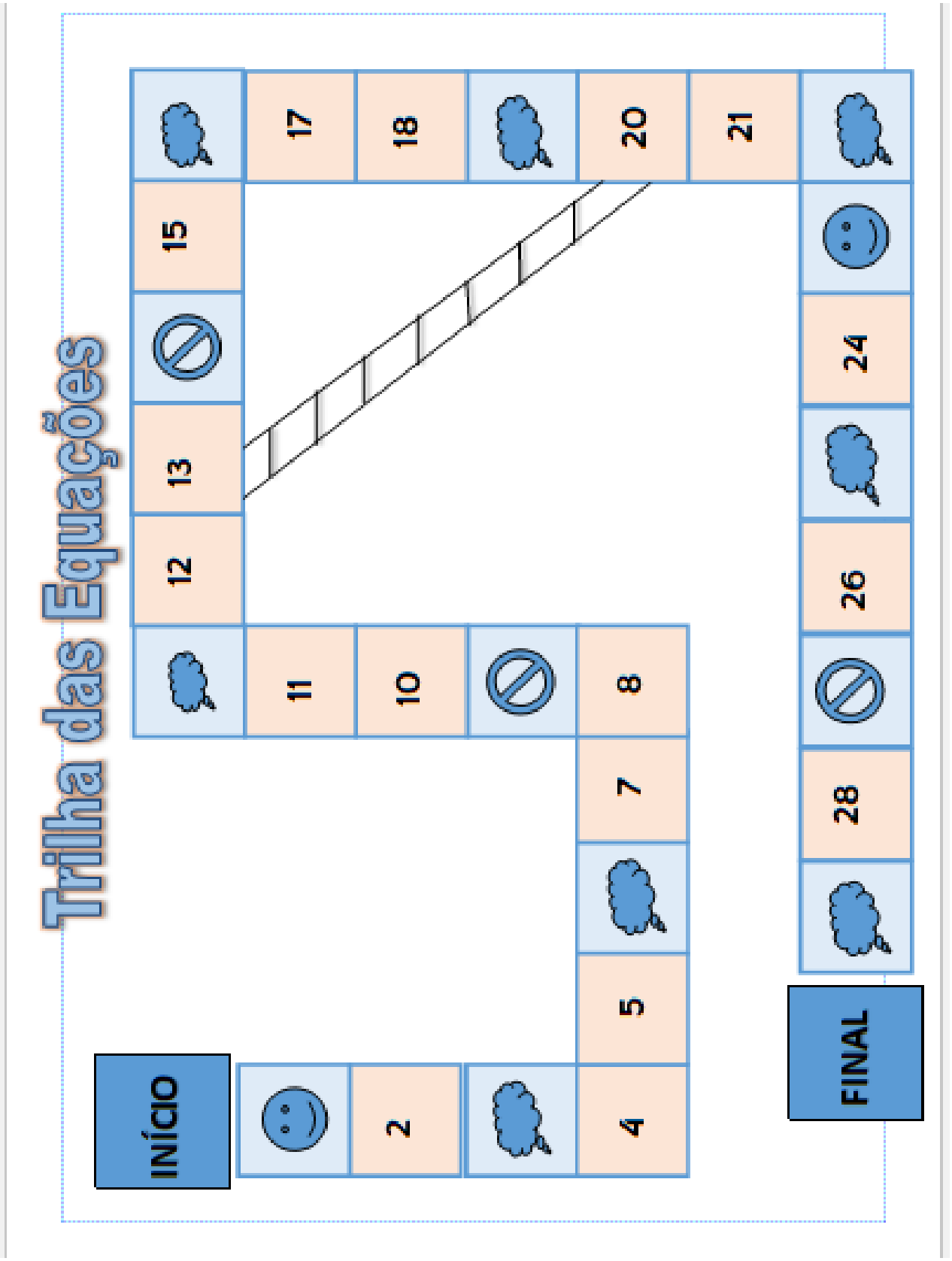
WALLE, J. A. Van. **A matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ANEXOS

O QUÍNTUPLO DE UM NÚMERO R: 5x	O QUADRADO DE UM NÚMERO R: x^2	A SOMA DE UM NÚMERO COM CINCO R: x + 5	A DIFERENÇA ENTRE UM NÚMERO E TRÊS R: x - 3	O DOBRO DE UM NÚMERO MENOS DEZ R: 2x—10
O TRIPLO DE UM NÚMERO R: 3x	A METADE DE UM NÚMERO MAIS TRÊS $\frac{1}{2}x + 3$	O QUADRADO DE UM NÚMERO MENOS QUATRO R: $x^2 - 4$	A TERÇA PARTE DE UM N° MAIS O DOBRO DESSE NÚMERO $\frac{1}{3}x + 2x$	CINCO MENOS UM NÚMERO QUALQUER R: 5 - x
O DOBRO DE UM NÚMERO MAIS SETE R: 2x + 7	UM NÚMERO DIVIDIDO POR QUATRO R: $\frac{1}{4}x$	O DOBRO DE UM NÚMERO R: 2 x	O TRIPLO DE UM NÚMERO R: 3x	A METADE DE UM NÚMERO R: $\frac{1}{2}x$
UM NÚMERO MAIS CINCO R: x + 5	A METADE DE UM NÚMERO É IGUAL A 30 $\frac{1}{2}x = 30$	UM TERÇO DE UM NÚMERO É IGUAL A 150 $\frac{1}{3}x = 150$	O QUÁDRUPLO DE UM N° É IGUAL A 16. R: 4x = 16	O QUÍNTUPLO DE UM NÚMERO É IGUAL A 50. R: 5x = 50

O DOBRO DE UM NÚMERO SOMADO A 10 É IGUAL A 20. R: 2x + 10 = 20	O TRIPLO DE UM NÚMERO SOMADO COM 20 É IGUAL A 35. R: 3x + 20 = 35	UM NÚMERO SOMADO COM 55 É IGUAL A 70. R: x + 55 = 70	DUAS VEZES UM NÚMERO MENOS 35 É IGUAL A 10 R: 2x - 35 = 10	O QUINTUPLO DE UM NÚMERO MENOS 5. R: 5x - 5
O DOBRO DE UM NÚMERO R: 2x	UM NÚMERO ELEVADO A DOIS R: x^2	A SOMA DE UM NÚMERO COM VINTE R: x + 20	A DIFERENÇA ENTRE O DOBRO DE UM NÚMERO E TRÊS R: 2x - 3	O DOBRO DE UM NÚMERO MENOS 7. R: 2x—7
O TRIPLO DE UM NÚMERO MENOS 5 R: 3x — 5	A METADE DE UM NÚMERO MENOS 3 R: $\frac{1}{2}x - 3$	UM NÚMERO ELEVADO A DOIS MENOS QUATRO R: $x^2 - 4$	A TERÇA PARTE DE UM NÚMERO MAIS ESSE NÚMERO R: $\frac{1}{3}x + x$	DUZENTOS MAIS UM NÚMERO QUALQUER R: 200 + x
O DOBRO DE UM NÚMERO MENOS 19 R: 2x — 19	UM NÚMERO ELEVADO AO CUBO R: x^3	O DOBRO DE UM NÚMERO MAIS 36 R: 2x + 36	O TRIPLO DE UM NÚMERO MAIS 13 R: 3x + 13	CINCO VEZES UM NÚMERO MENOS 45. R: 5x—45

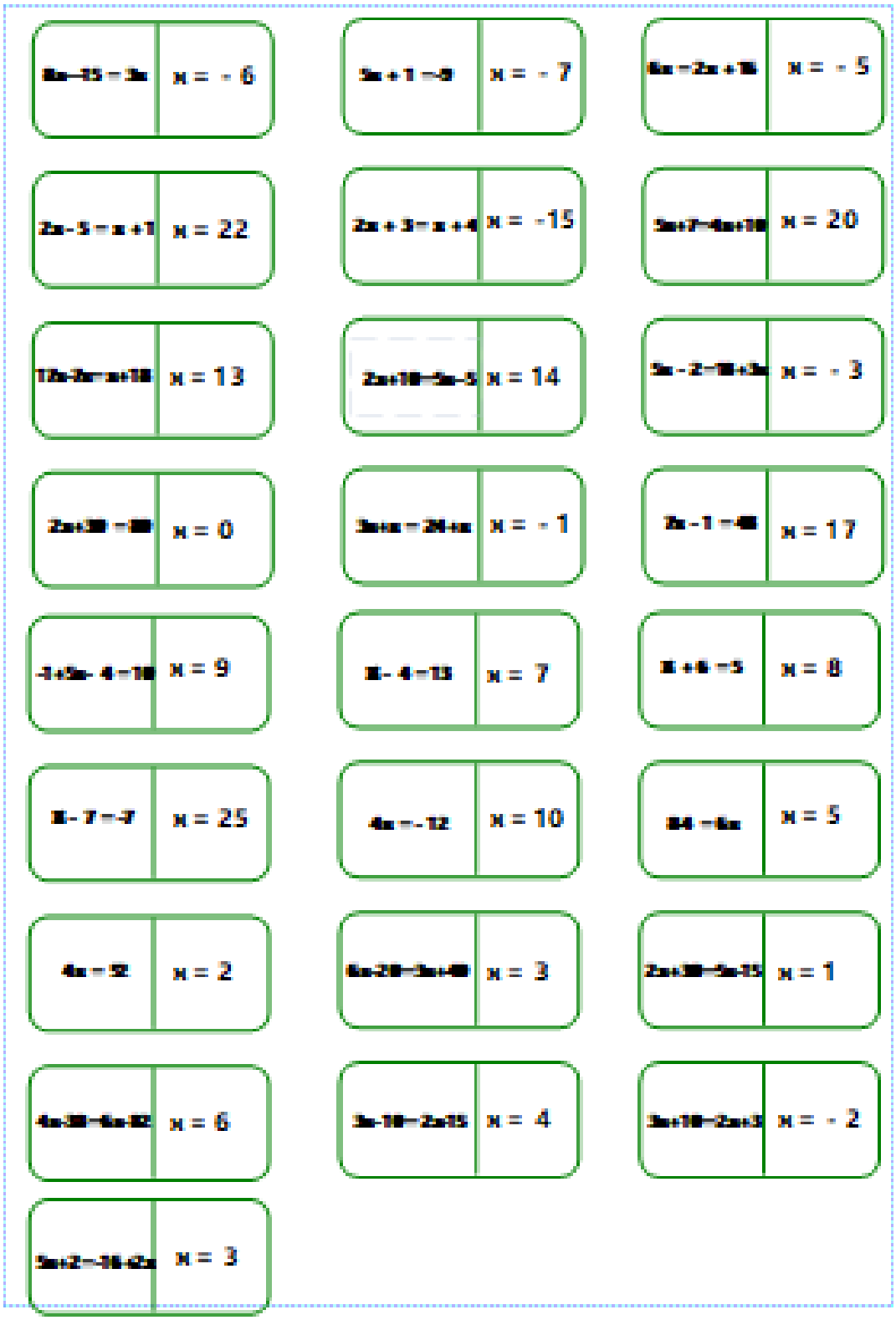
UM NÚMERO MAIS CINCO VEZES ESSE NÚMERO R: x + 5x	A METADE DE UM NÚMERO MAIS 5. R: $\frac{1}{2}x + 5$	UM TERÇO DE UM NÚMERO É IGUAL A 16. R: $\frac{1}{3}x = 16$	O QUÁDRUPLO DE UM NÚMERO MAIS 25. R: 4x + 25	O QUÍNTUPLO DE UM NÚMERO MENOS 50. R: 5x — 50
O DOBRO DE UM NÚMERO SOMADO A 10 É IGUAL A 20. R: 2x + 10 = 20	O TRIPLO DE UM NÚMERO SOMADO COM 20 É IGUAL A 35. R: 3x + 20 = 35	UM NÚMERO SOMADO COM 55 É IGUAL A 70. R: x + 55 = 70	DEZ VEZES UM NÚMERO MENOS 35 É IGUAL A 10. R: 2x—35 = 10	O QUINTUPLO DE UM NÚMERO MENOS 5. R: 5x—5


Trilha das Equações
INÍCIO
FINAL
2
4
5
7
8
10
11
12
13
15
17
18
20
21
24
26
28

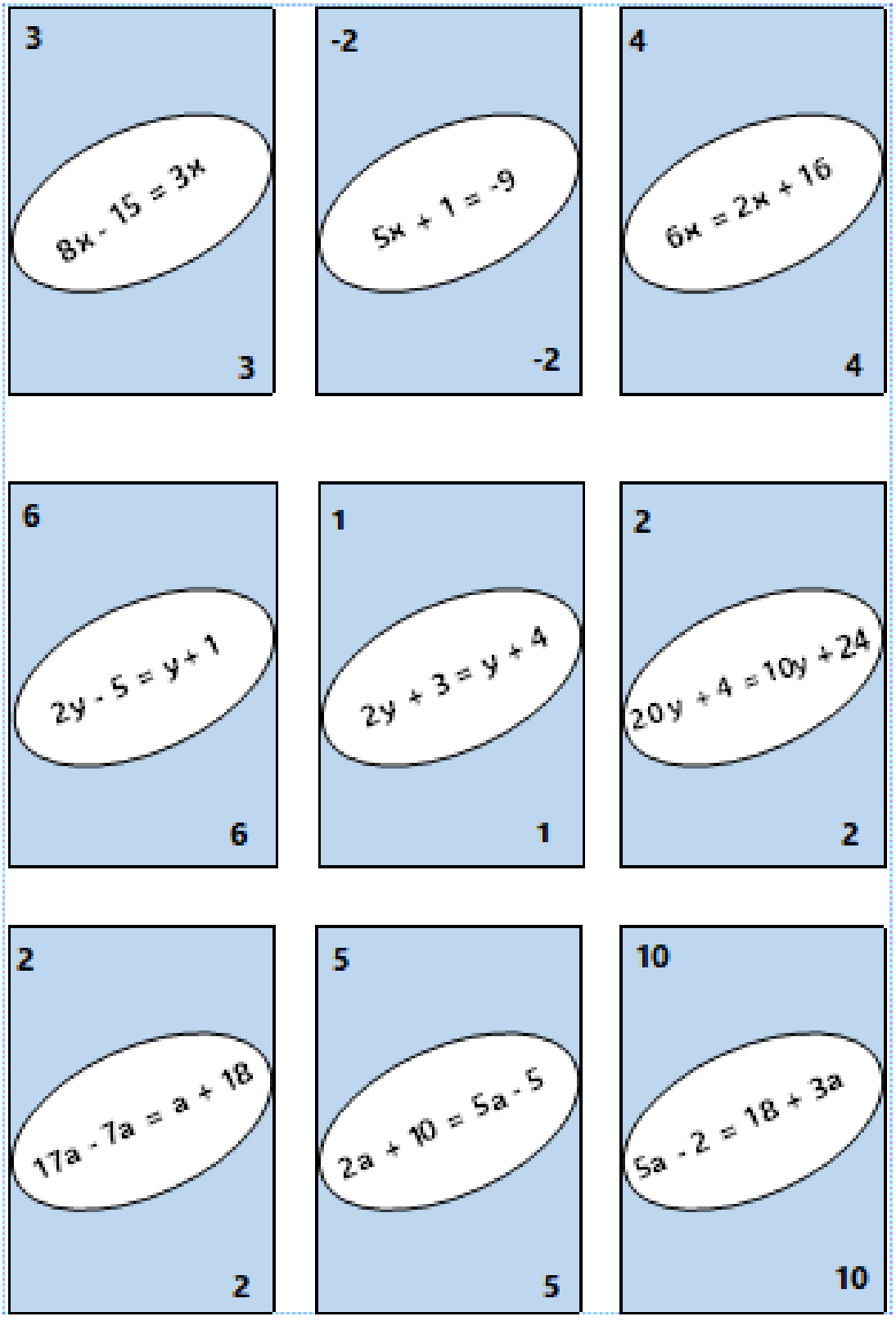
$2y + 5 = 17$	$5y - 13 = 200$	$8x - 15 = 3x$	$5x + 1 = -9$	$6x = 2x + 16$
$2x - 5 = x + 1$	$2x + 3 = x + 4$	$5x + 7 = 4x + 10$	$17x - 7x = x + 18$	$2x + 10 = 5x - 5$
$5x - 2 = 18 + 3x$	$2x + 30 = 80$	$3x + x = 24 + x$	$7x - 1 = 48$	$-1 + 5x - 4 = 10$
$x - 4 = 13$	$x + 6 = 5$	$x - 7 = -7$	$4x = -12$	$84 = 6x$
$4x = 52$	$6x - 20 = 3x + 40$	$2x + 30 = 5x - 15$	$4x - 38 = 6x - 82$	$3x - 10 = 2x + 3$

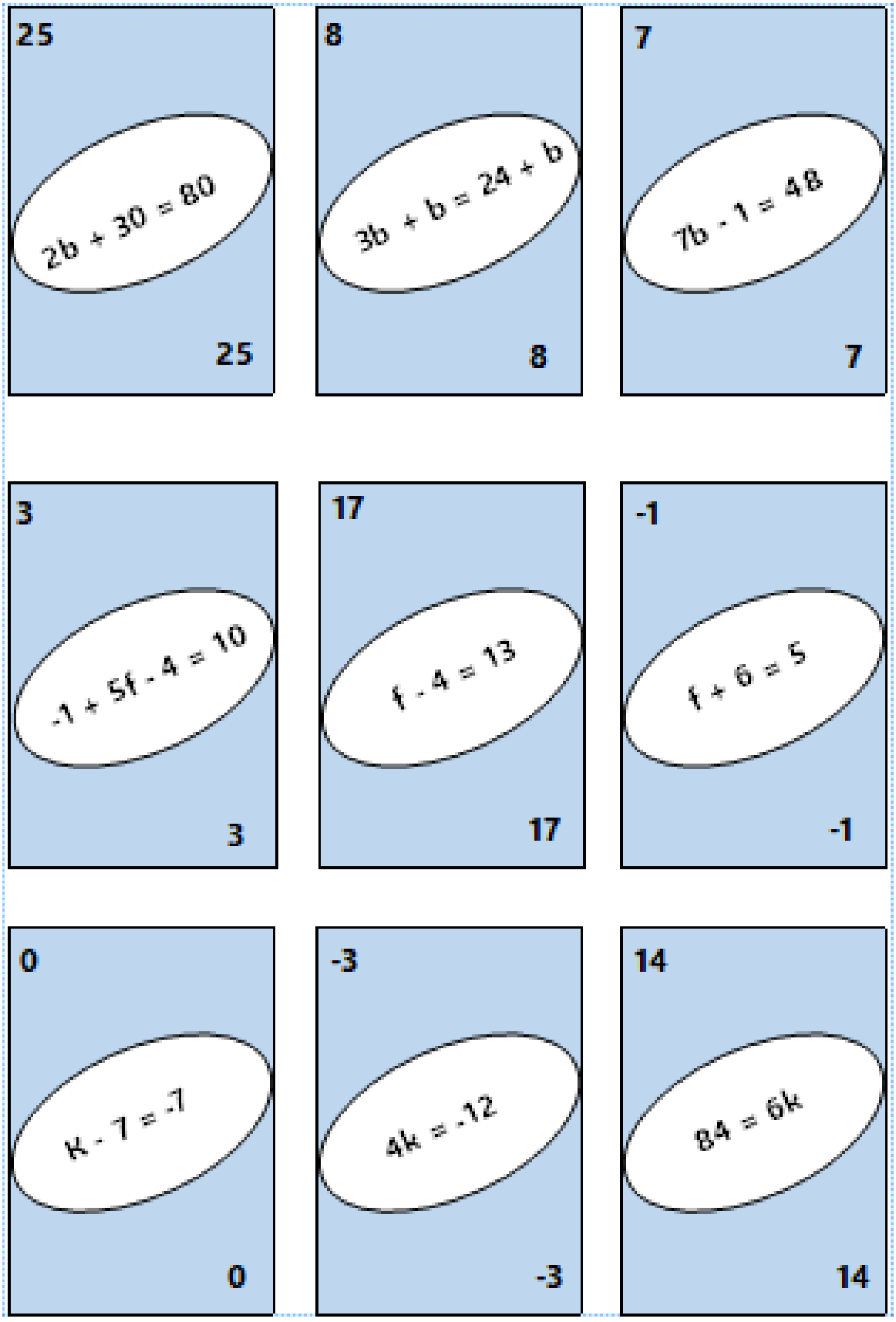
5y + 2 = -16 + 2y	2x	3x	x^2	x^3
$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{4}x$	$\frac{2}{5}x$	12x	x - (x+1)
x + (x– 1)	2x + 3x	$\frac{2x+5x}{2}$	$\frac{10x-3x}{3}$	$\frac{8x-2x}{2x}$
2x + x = x - 3	4x + 16 = 5x	3x + 7 = 50	3x = 12	x + x = 20
2x - x = 1	x + x= 34	3x + 2x = $\frac{x}{2}$	$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{3}$

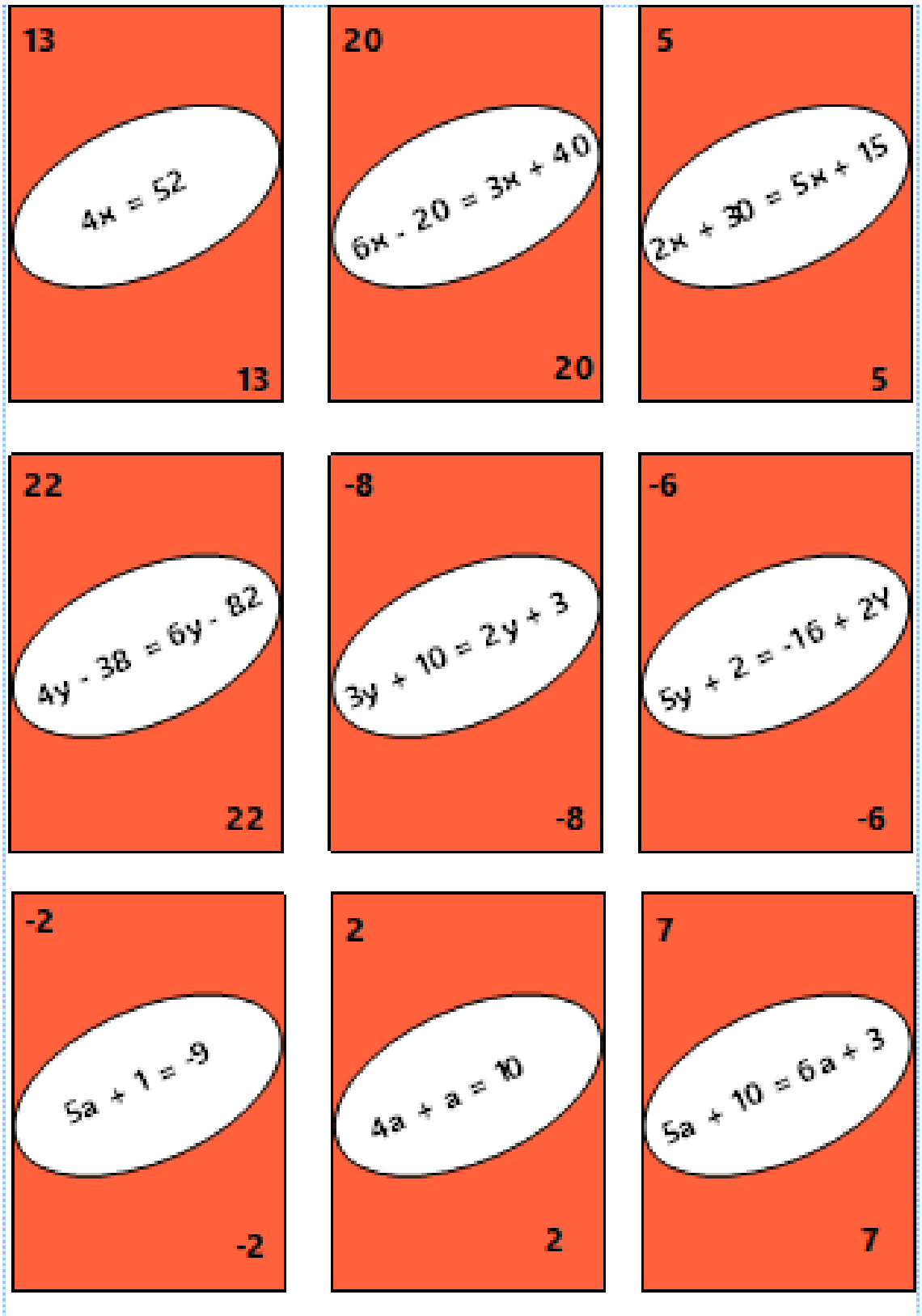
JOGO DOMINÓ DAS EQUAÇÕES

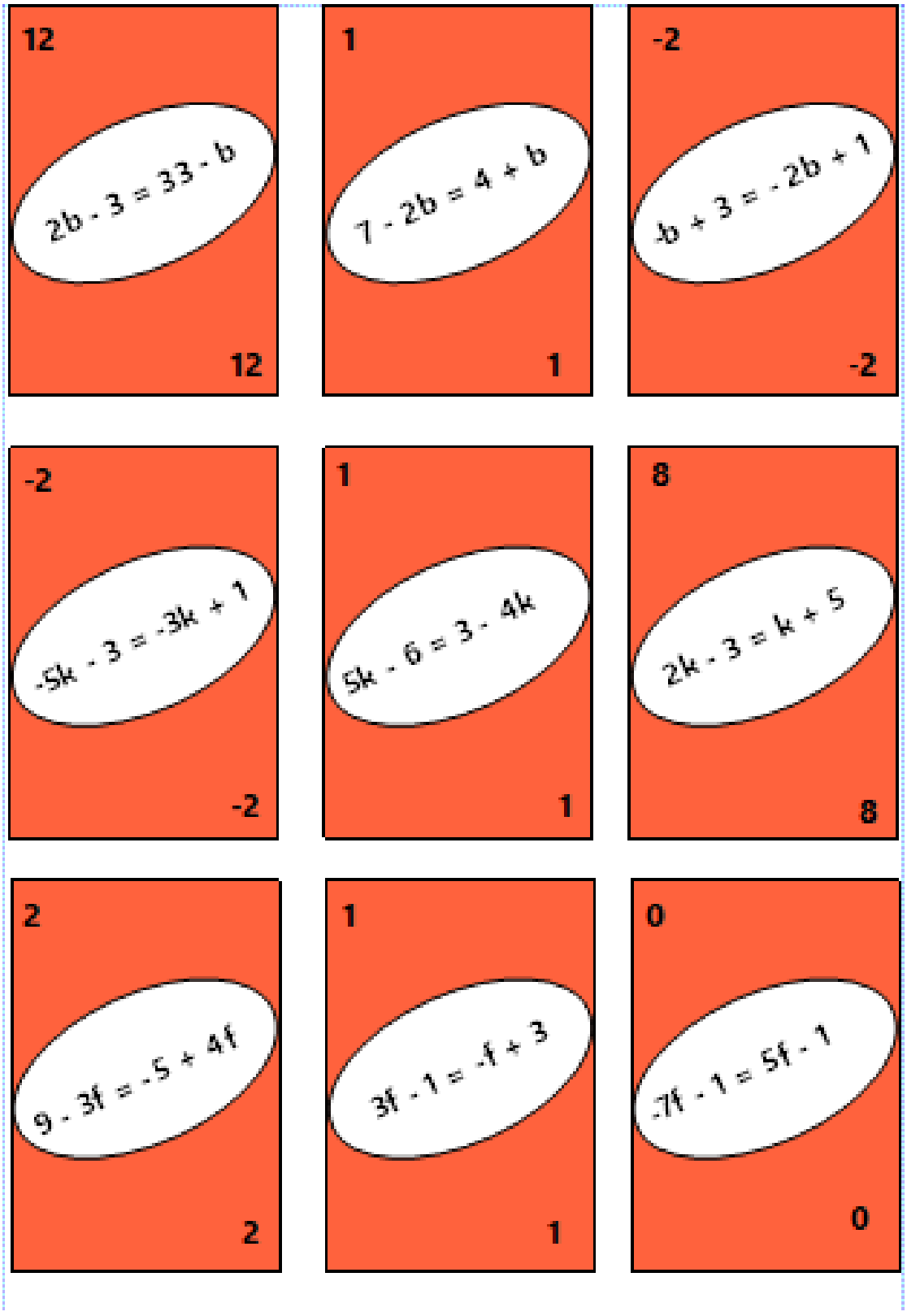


UNO DAS EQUAÇÕES




25
2b + 30 = 80
25
8
3b + b = 24 + b
8
7
7b - 1 = 48
7
3
-1 + 5f - 4 = 10
3
17
f - 4 = 13
17
-1
f + 6 = 5
-1
0
K - 7 = -7
0
-3
4k = -12
-3
14
84 = 6k
14


13
4x = 52
13
20
6x - 20 = 3x + 40
20
5
2x + 30 = 5x + 15
5
22
4y - 38 = 6y - 82
22
-8
3y + 10 = 2y + 3
-8
-6
5y + 2 = -16 + 2y
-6
-2
5a + 1 = -9
-2
2
4a + a = 10
2
7
5a + 10 = 6a + 3
7


12
2b - 3 = 33 - b
12
1
7 - 2b = 4 + b
1
-2
b + 3 = - 2b + 1
-2
-2
-.5k - 3 = -3k + 1
-2
1
5k - 6 = 3 - 4k
1
8
2k - 3 = k + 5
8
2
9 - 3f = -5 + 4f
2
1
3f - 1 = -f + 3
1
0
-7f - 1 = 5f - 1
0

-15

$7x + 10 = 6x - 5$

-15

-1

$-3x + 8 = 5x + 16$

-1

6

$6x - 4 = 4x + 8$

6

-14

$0 = -11y - 14 + 10y$

-14

10

$27 - 3y = -2y + 17$

10

0

$-2y + 4 = y + 4$

0

3

$14a + 24 = 12a + 30$

3

4

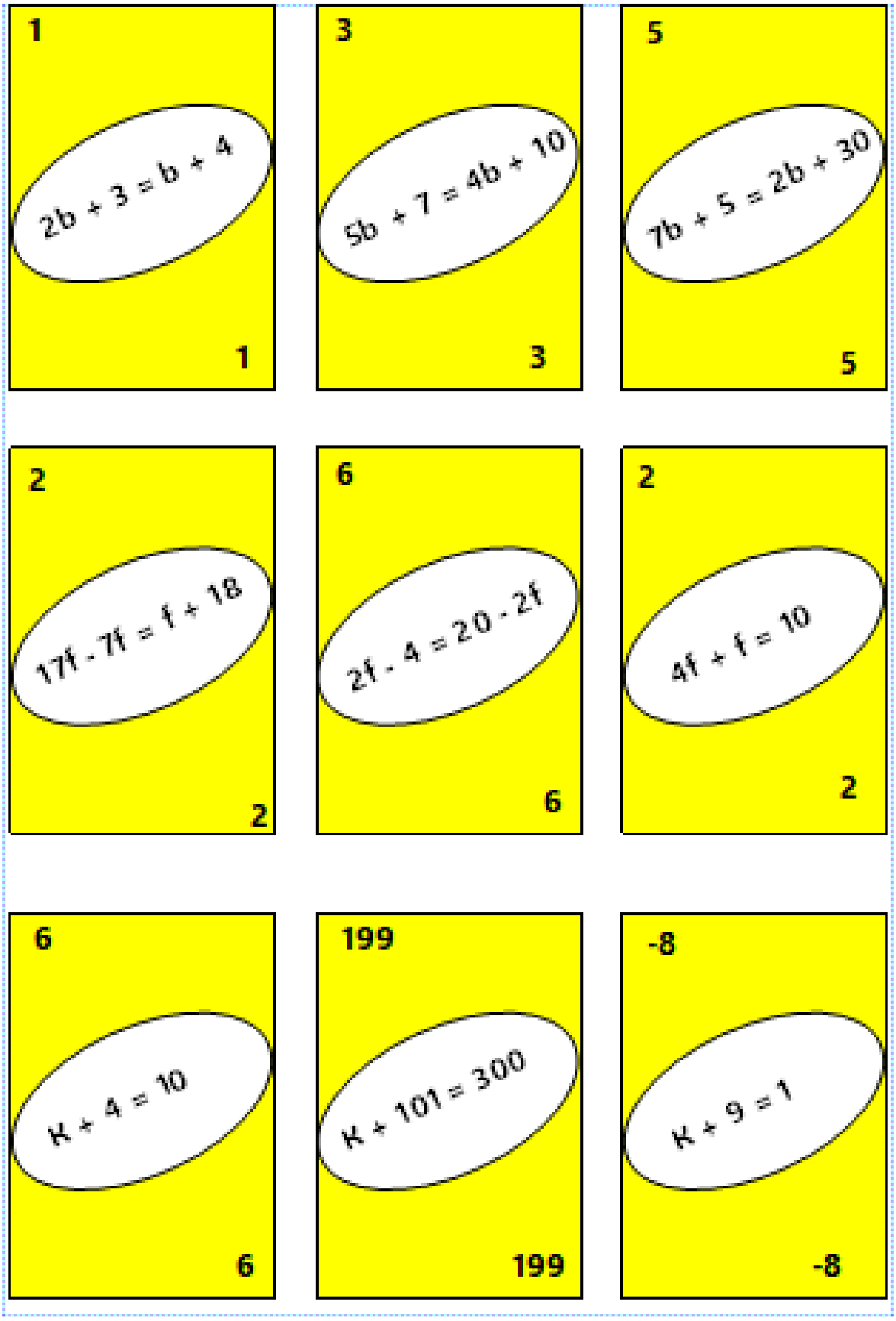
$6a = 2a + 16$

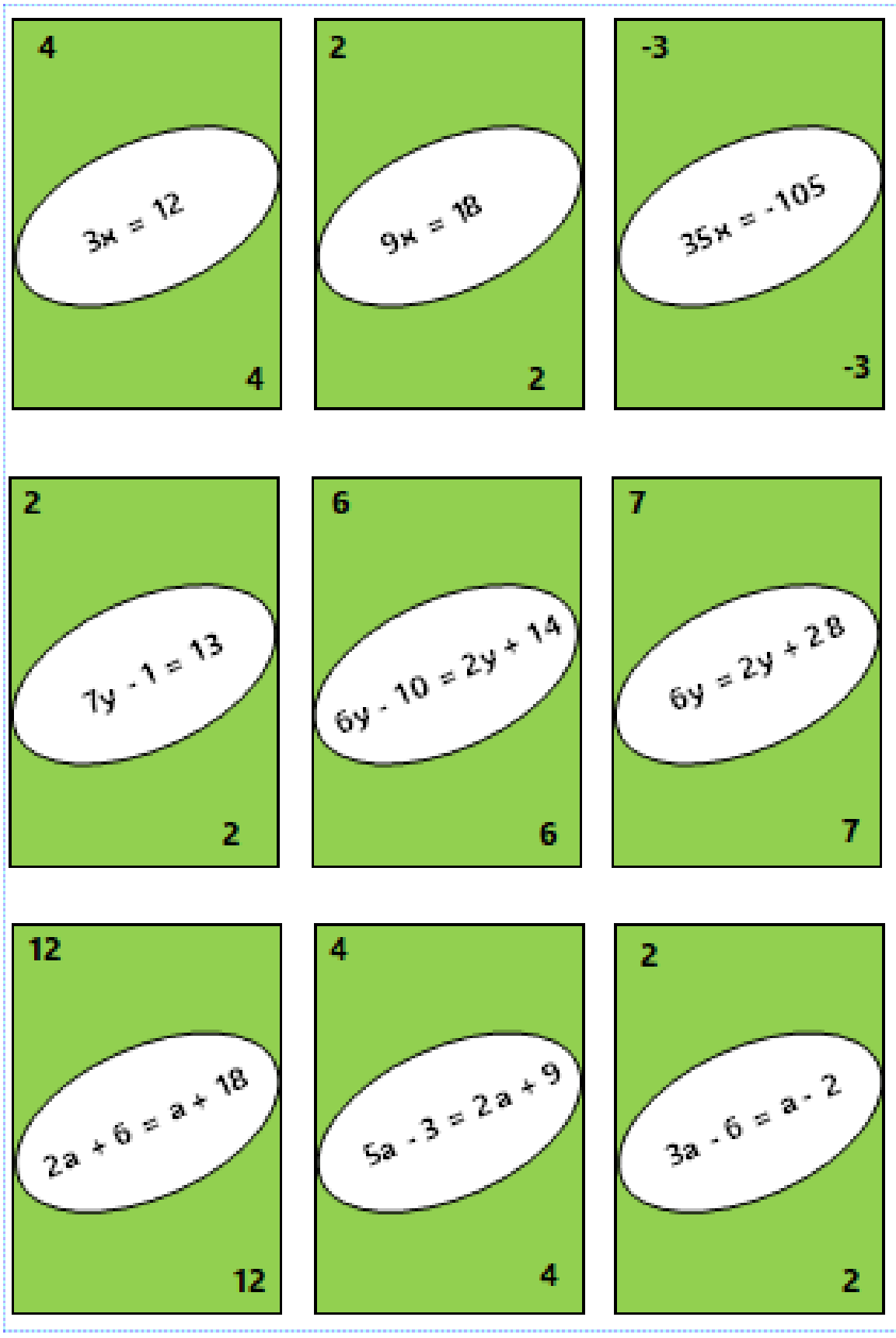
4

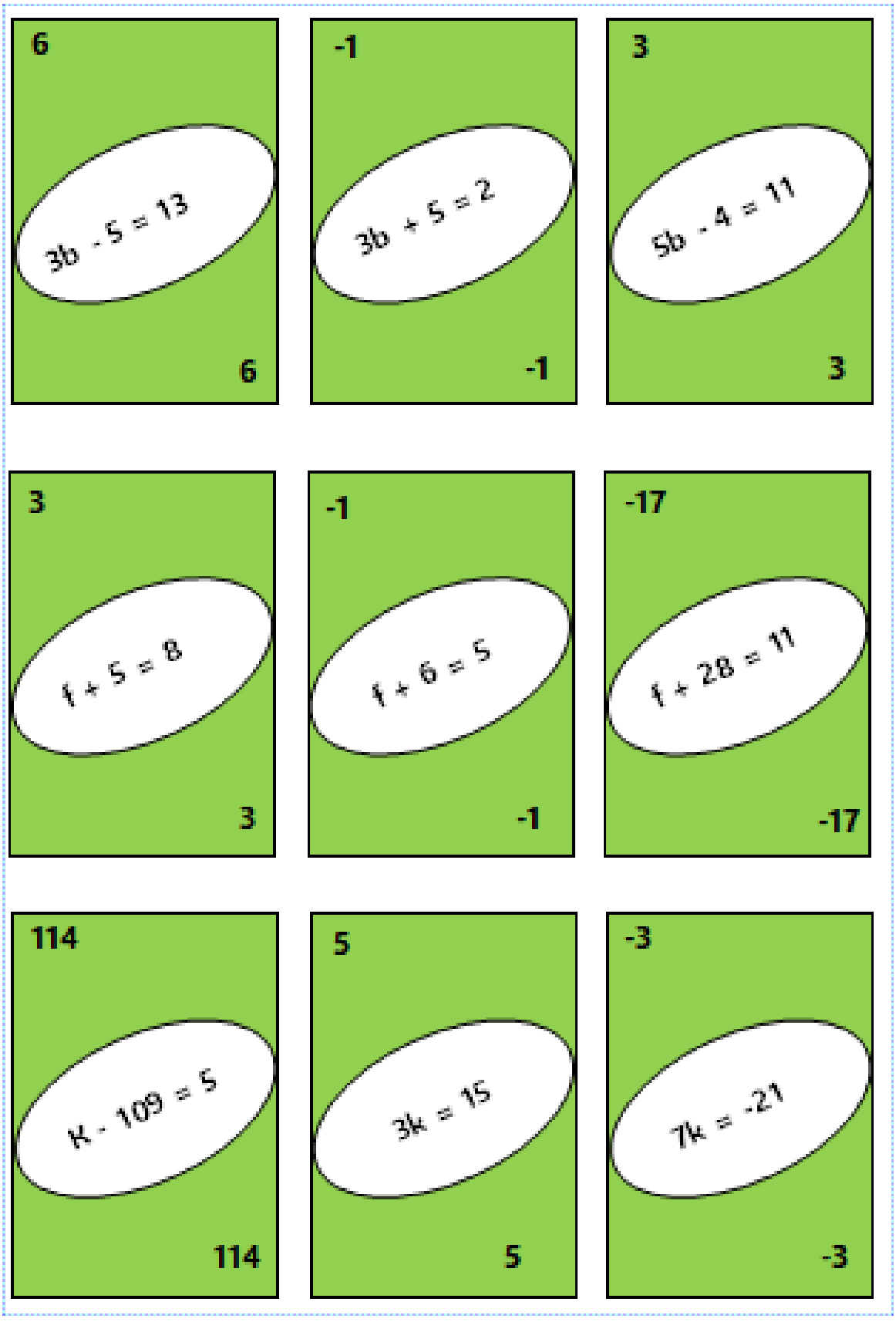
6

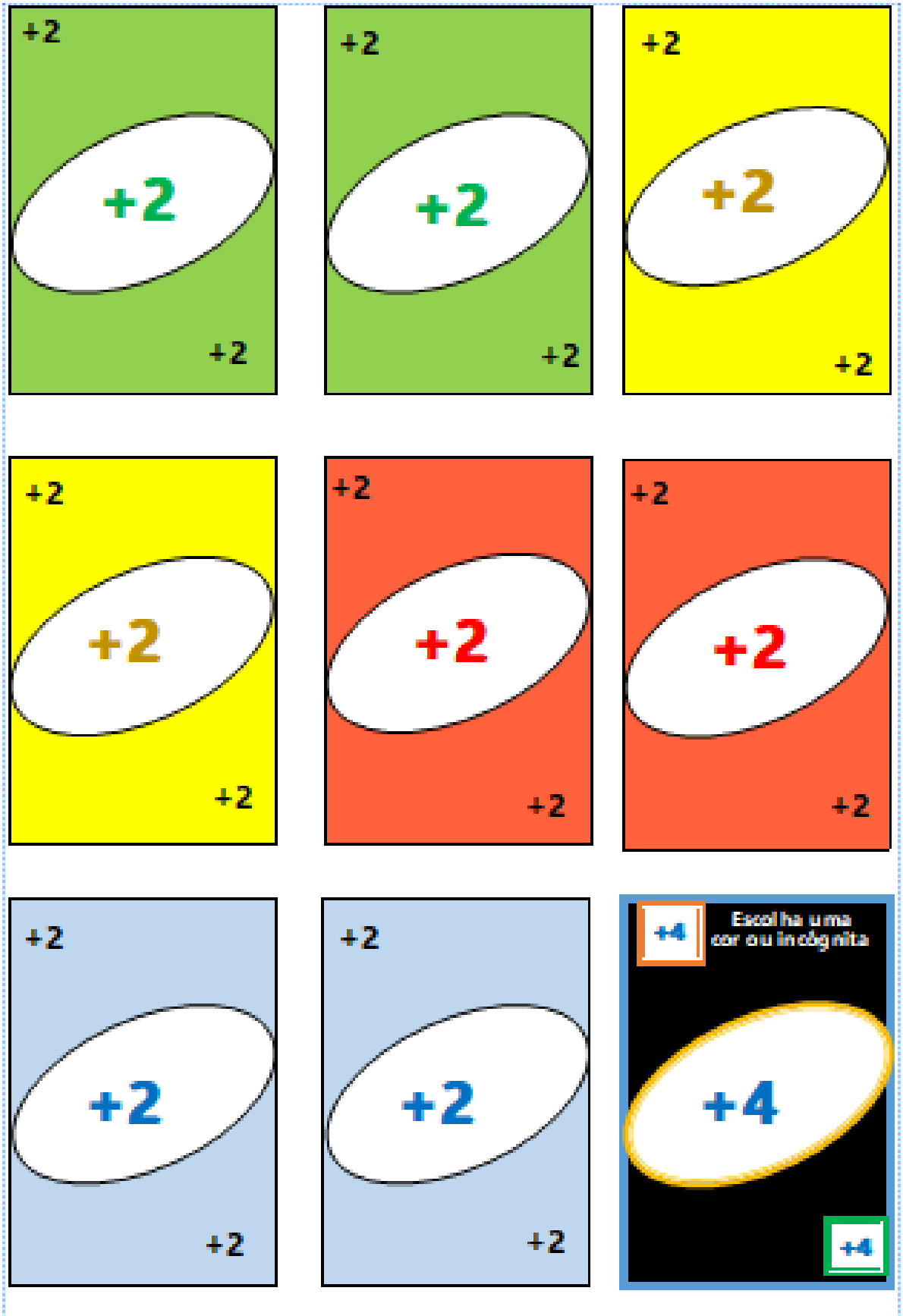
$2a - 5 = a + 1$

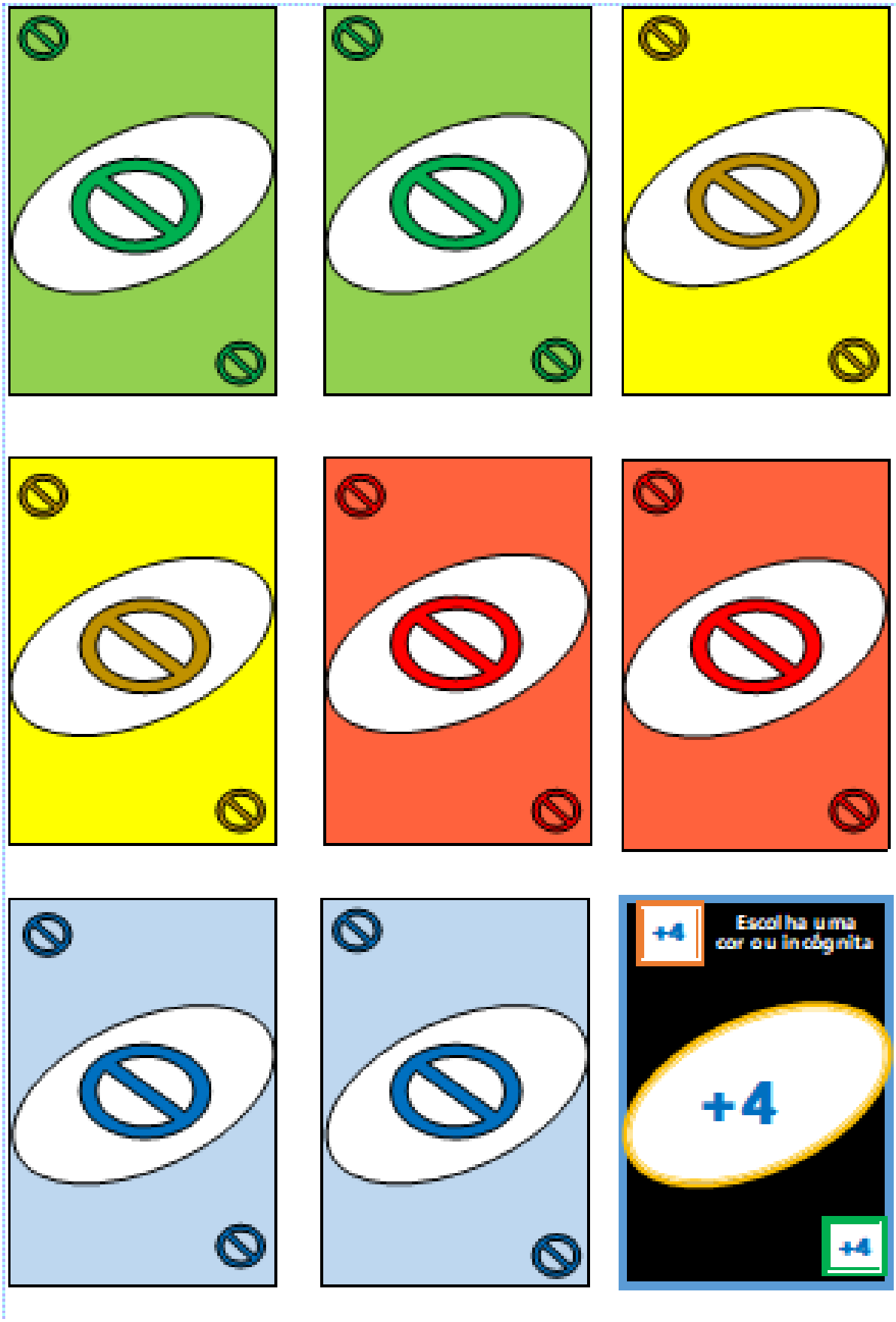
6

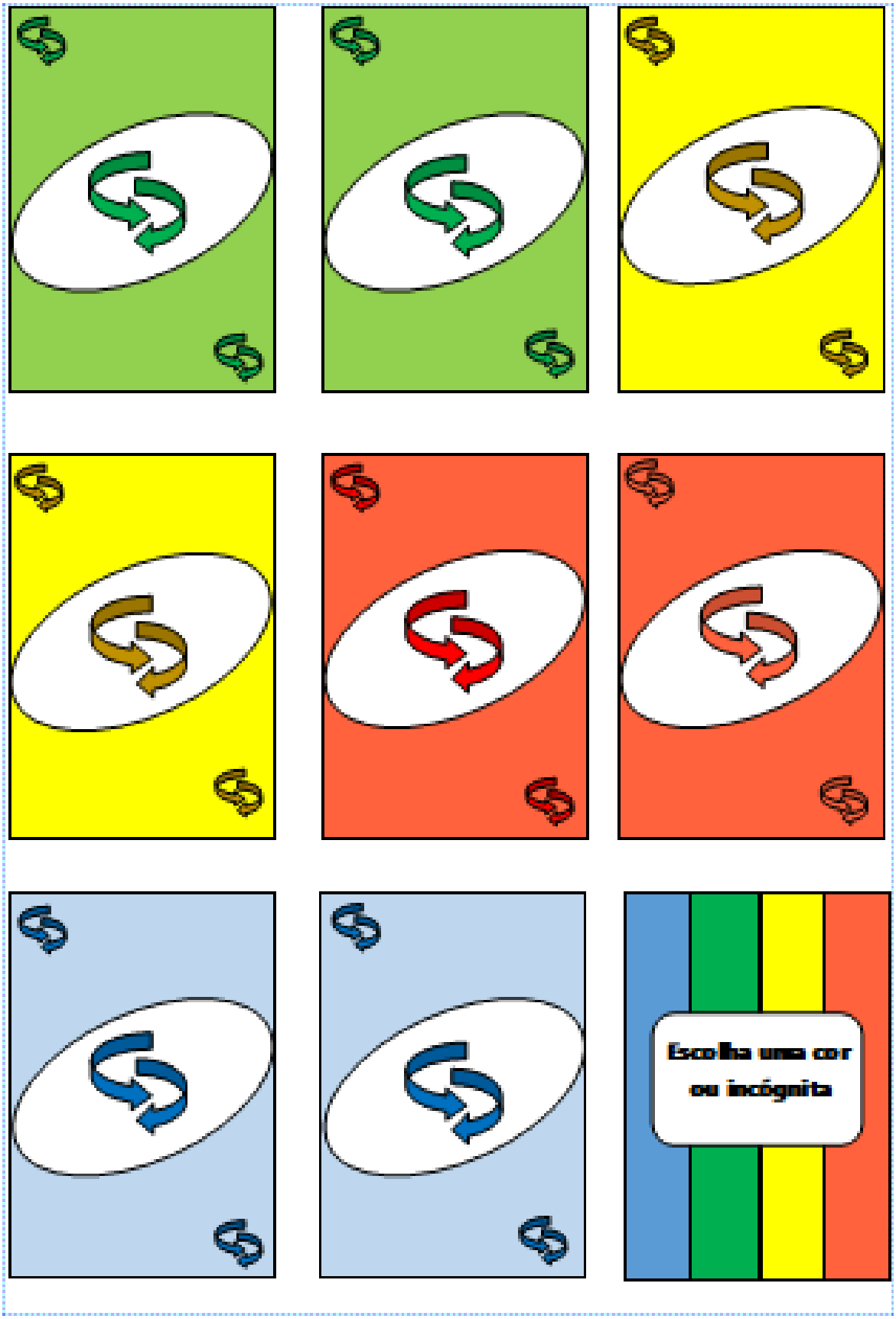

1
2b + 3 = b + 4
1
3
5b + 7 = 4b + 10
3
5
7b + 5 = 2b + 30
5
2
17f - 7f = f + 18
2
6
2f - 4 = 20 - 2f
6
2
4f + f = 10
2
6
K + 4 = 10
6
199
K + 101 = 300
199
-8
K + 9 = 1
-8


4
3x = 12
4
2
9x = 18
2
-3
35x = -105
-3
2
7y - 1 = 13
2
6
6y - 10 = 2y + 14
6
7
6y = 2y + 28
7
12
2a + 6 = a + 18
12
4
5a - 3 = 2a + 9
4
2
3a - 6 = a - 2
2


6
3b - 5 = 13
6
-1
3b + 5 = 2
-1
3
5b - 4 = 11
3
3
f + 5 = 8
3
-1
f + 6 = 5
-1
-17
f + 28 = 11
-17
114
K - 109 = 5
114
5
3k = 15
5
-3
7k = -21
-3


+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+2
+4
Escolha uma cor ou incógnita
+4
+4


+4
Escolha uma
cor ou incógnita
+4
+4


Escolha uma cor
ou incógnita

Escolha uma cor
ou incógnita
Escolha uma cor
ou incógnita
Escolha uma cor
ou incógnita

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (RESPONSÁVEIS)

O professor Dr. Wagner Ahamed Auarek e a mestranda Fernanda Avelino Ramos, da Faculdade de Educação da UFMG, veem solicitar sua autorização para participação voluntária de seu(sua) filho(a) na pesquisa denominada: "Jogando com a Equação de Primeiro Grau: Uma estratégia de ensino para os sétimos anos do Ensino Fundamental". Informamos que este estudo não terá nenhum custo para o estudante. O objetivo principal dessa pesquisa é contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Equações de Primeiro Grau através de jogos aplicados nas turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental. Essa estratégia de ensino propõe que o estudante seja capaz de desenvolver habilidades de autonomia para estudar enquanto joga. Desejamos que os estudantes sejam protagonistas de seus aprendizados e que o professor não ministre apenas aulas expositivas, mas também que a utilização dos jogos seja um formato de aula para complementar o entendimento dos estudos e, para isso, respeitaremos o ritmo de cada estudante. Para o desenvolvimento do projeto, informamos que as aulas serão gravadas e fotografadas pela pesquisadora. Explicaremos em sala de aula do que se trata a pesquisa e pediremos a você que assine, por livre e espontânea vontade, esse Termo de Consentimento e àqueles que tiverem idade inferior a 18 anos, também entregaremos o Termo de Assentimento (que é o termo que a criança poderá ou não concordar com a pesquisa). Para a garantia das normas do Comitê de Ética em Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e na dissertação de Mestrado de Fernanda e que a identidade dos participantes ficará preservada por meio do uso de nomes fictícios. O material coletado será arquivado sob a guarda pesquisadora por um tempo de até 05 (cinco) anos e posteriormente será destruído. Esclarecemos que a pesquisa pode oferecer o risco de constrangimento com a gravação das aulas, mas agiremos para que ela se desenvolva naturalmente. Ressaltamos ainda, que a qualquer momento poderá ser pedido esclarecimentos e até mesmo que o estudante poderá se recusar a continuar participando da pesquisa ou até mesmo recusar que as atividades de ensino produzidas pelo estudante durante a pesquisa sejam utilizadas para análise. Esse termo seguirá em duas vias, sendo que uma delas deverá ser entregue ao estudante. Em caso de danos provenientes da pesquisa, a família poderá buscar indenização nos termos da Resolução 466/12.2.3. Desde já, agradecemos a sua colaboração e nos colocamos à disposição para quaisquer outros esclarecimentos. Caso você concorde em seu(sua) filho(a) participar dessa pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

Eu,_____
_____, **RG**_____, responsável pelo (a) aluno (a) _____ matriculado na turma _____ , declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, a professora Fernanda Avelino Ramos, nandinhavelino@yahoo.com.br, telefone (31) 997702315 e o professor Wagner Ahamed Auarek, telefone (31) 995123395. Respondo positivamente à sua demanda de realizar a coleta de dados, conforme explicado acima. Entendo que terei liberdade para desistir do projeto a qualquer momento, sem qualquer prejuízo. Entendi as informações

fornecidas pelas pesquisadoras, sinto-me esclarecido (a) para participar da pesquisa e registro meu consentimento livre e esclarecido.

Ressaltamos ao participante e sua família que o contato do pesquisador se destina a dúvidas gerais e dúvidas sobre a pesquisa.

Belo Horizonte, _____/_____/_____

Assinatura do(a) responsável:
_____

Em caso de dúvidas quanto aos seus direitos na pesquisa entre em contato com: COEP - Comitê de Ética em Pesquisa – Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos, 6627 - Unidade Administrativa II - 2º andar, sala 2005 - Campus Pampulha - Belo Horizonte, MG – telefax: (031) 3409-4592.

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DO MENOR (ESTUDANTES)

O professor Dr. Wagner Ahamed Auarek e a mestranda Fernanda Avelino Ramos, da Faculdade de Educação da UFMG, convidam e propõem sua participação na pesquisa intitulada: "Jogando com a Equação de Primeiro Grau: Uma estratégia de ensino para os sétimos anos do Ensino Fundamental". Informamos que este estudo não terá nenhum custo para você. O objetivo principal dessa pesquisa é contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Equações de Primeiro Grau através de jogos e será aplicada nas turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental. Essa estratégia de ensino propõe que você seja capaz de desenvolver habilidades de autonomia para estudar enquanto joga. Desejamos que você seja protagonista de seu aprendizado e que o professor não ministre apenas aulas expositivas, mas também que a utilização dos jogos seja um formato de aula complementar para o entendimento do conteúdo e, para isso, respeitaremos o ritmo de cada estudante. Para o desenvolvimento do projeto, informamos que as aulas serão gravadas e fotografadas pela pesquisadora. Explicamos a você que se trata de uma pesquisa e pedimos que assine, por livre e espontânea vontade, o Termo de Assentimento, e, àqueles que tiverem idade inferior a 18 anos, entregaremos também o Termo para seus responsáveis lerem e assinarem caso concordem com a sua participação nessa pesquisa. Para a garantia das normas do Comitê de Ética em Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e na dissertação de Mestrado de Fernanda e que a identidade dos participantes ficará preservada por meio do uso de nomes fictícios. O material coletado será arquivado sob a guarda pesquisadora por um tempo de até 05 (cinco) anos e posteriormente será destruído. Informamos que a pesquisa pode oferecer o risco de constrangimento com a gravação das aulas, mas agiremos para que ela se desenvolva naturalmente. Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento vocês estudantes poderão pedir

esclarecimentos e até mesmo se recusarem a continuar participando da pesquisa ou até mesmo recusar que suas atividades de ensino produzidas durante a pesquisa sejam utilizadas para análise. Desde já, agradecemos a sua colaboração e nos colocamos à disposição para quaisquer outros esclarecimentos. Caso você concorde em participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine este documento.

Eu,_____,
aluno (a) da turma _____declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, a professora Fernanda Avelino Ramos, nandinhavelino@yahoo.com.br telefone (31) 997702315 e o professor Wagner Ahamed Auarek, telefone (31) 995123395 e respondo positivamente à sua demanda de realizar a coleta de dados, conforme explicado acima. Terei liberdade para desistir do projeto a qualquer momento, sem qualquer prejuízo. Entendi as informações fornecidas pelos pesquisadores e sinto-me esclarecido (a) para participar da pesquisa e registro meu consentimento livre e esclarecido.

Belo Horizonte, _____/_____/_____

Assinatura do(a) estudante: _____

Em caso de dúvidas quanto aos seus direitos na pesquisa entre em contato com: COEP - Comitê de Ética em Pesquisa – Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos, 6627 - Unidade Administrativa II - 2º andar, sala 2005 - Campus Pampulha - Belo Horizonte, MG – telefax: (031) 3409-4592