

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PSICOLOGIA COGNIÇÃO E  
COMPORTAMENTO

LEIDIANE DA SILVA CALDEIRA

Compreensão do valor posicional em crianças brasileiras do 2º ao 5º ano do ensino  
fundamental

BELO HORIZONTE

2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PSICOLOGIA COGNIÇÃO E  
COMPORTAMENTO

LEIDIANE DA SILVA CALDEIRA

Compreensão do valor posicional em crianças brasileiras do 2º ao 5º ano do ensino  
fundamental

Dissertação de mestrado apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação em Psicologia:  
Cognição e Comportamento da Faculdade de  
Filosofia e Ciências Humanas da Universidade  
Federal de Minas Gerais, como requisito parcial  
à obtenção do título de Mestre em Psicologia  
Cognição e Comportamento

Linha de pesquisa: Neuropsicologia do  
Desenvolvimento

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Júlia Beatriz Lopes Silva  
Coorientador: Prof. Dr. Ricardo José de Moura

BELO HORIZONTE

2023

153.4 Caldeira, Leidiane da Silva.  
C146c Compreensão do valor posicional em crianças brasileiras  
2023 do 2º ao 5º ano do ensino fundamental [manuscrito] /  
Leidiane da Silva Caldeira. - 2023.  
120 f.  
Orientadora: Júlia Beatriz Lopes-Silva.  
Coorientador: Ricardo José de Moura.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas.  
Inclui bibliografia

1. Psicologia – Teses. 2. Aprendizagem – Teses.  
3. Matemática – Estudo e ensino - Teses. I. Lopes-Silva, Júlia Beatriz. II. Moura, Ricardo José de. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas. IV. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PSICOLOGIA: COGNIÇÃO E COMPORTAMENTO

**ATA DA DEFESA DA DISSERTAÇÃO DA ALUNA LEIDIANE DA SILVA CALDEIRA**

Realizou-se, no dia 23 de janeiro de 2023, às 09:00 horas, Online, da Universidade Federal de Minas Gerais, a defesa de dissertação, intitulada *Compreensão do valor posicional em crianças brasileiras do 2º ao 5º ano do ensino fundamental*, apresentada por LEIDIANE DA SILVA CALDEIRA, número de registro 2021662823, graduada no curso de PSICOLOGIA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em PSICOLOGIA: COGNIÇÃO E COMPORTAMENTO, à seguinte Comissão Examinadora: Prof(a). Julia Beatriz Lopes Silva - Orientador (UFMG), Prof(a). Ricardo José de Moura (UnB), Prof(a). Beatriz Vargas Dorneles (UFRGS), Prof(a). Patricia Martins de Freitas (Universidade Federal da Bahia).

A Comissão considerou a dissertação:

Aprovada

Reprovada

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão. Belo Horizonte, 23 de janeiro de 2023.



Documento assinado eletronicamente por **Beatriz Vargas Dorneles, Usuário Externo**, em 24/01/2023, às 14:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Patricia Martins de Freitas, Usuário Externo**, em 24/01/2023, às 15:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo José de Moura, Usuário Externo**, em 03/03/2023, às 08:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Julia Beatriz Lopes Silva, Professora do Magistério Superior**, em 03/03/2023, às 08:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufmg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1988087** e o código CRC **343C87D1**.

---

Referência: Processo nº 23072.274947/2022-21

SEI nº 1988087

## **Agradecimentos**

Muitas pessoas contribuíram e foram importantes para realização desse trabalho:

Primeiro, agradeço a Deus por ter sido minha fortaleza e por mantido eu e minha família seguros. Aos meus pais, Graciete e Marcos, pelo apoio e incentivo aos meus sonhos, por sempre acreditarem em mim e serem meus modelos de responsabilidade, perseverança e afeto. Todas as minhas conquistas também são de vocês.

À minha orientadora, Júlia Silva, por compartilhar seu conhecimento, experiência e amor pela pesquisa. Júlia, além de professora e pesquisadora é uma das melhores pessoas que conheço. Agradeço pela disponibilidade incansável, reuniões, aulas e incentivo. Seu comprometimento com a pesquisa e confiança no meu potencial me estimulam a buscar meus objetivos todos os dias. É um privilégio trabalhar com você e espero que seja só o começo.

Ao meu coorientador, Ricardo Moura, por acreditar no meu trabalho. Agradeço pela disponibilidade, paciência e brilhantes contribuições. Ricardo e Júlia, são os responsáveis pelo meu interesse e curiosidade com as pesquisas de transcodificação numérica, além de deixarem todas as nossas reuniões mais leves.

Ao professor Vitor Haase, a quem tenho uma grande admiração. Vitor é um professor e pesquisador brilhante que tenho a honra de trabalhar desde minha iniciação científica. Agradeço pelas incontáveis oportunidades e confiança em meu trabalho.

À professora Julia Bahnmüller, por contribuir no desenvolvimento da minha pesquisa e disponibilidade em compartilhar seu conhecimento.

Às professoras Beatriz Vargas Dorneles, Patrícia Martins de Freitas e Mariuche Gomides por terem aceitado fazer parte da minha banca examinadora. Em especial, agradeço a Malu pelo conhecimento compartilhado e por todas as oportunidades durante a minha iniciação científica.

Aos meus amigos do LND, que fizeram meus dias de trabalho mais felizes e acolhedores ao longo desses cinco anos. Primeiro, agradeço a minha brilhante equipe de iniciação científica (Paula, Rebeca, Vitória, Gabriela e Ludmila) que tanto contribuíram para o desenvolvimento desse projeto. À Luana Teixeira pela contribuição em minha formação como pesquisadora e ajuda estatística durante minha iniciação científica. À Camila Peixoto pelas incontáveis conversas terapêuticas e acolhedoras, além dos conselhos estatísticos. Por fim, Luana Elizabeth e Luciano Amorim pelas risadas, discussões sobre neuropsicologia e sobre a vida.

Ao G5 (Alana, Ardélia, Marcos e Thaís), fonte de parceria e risadas. Em especial a Alana, por compartilhar comigo sorrisos e lágrimas durante o mestrado. Obrigada pelo apoio, carinho e amizade. Fico feliz que nossos caminhos se encontraram!

À Laura, pelas aulas de inglês, discussões literárias e amizade.

Agradeço também à Cristiane, Damylla, Mabiely e Bárbara por tornarem meus dias mais divertidos. Em especial, Mônica por ser minha amiga e dupla desde o primeiro dia da faculdade, pelas dicas, conselhos e dilemas existenciais compartilhados. À Anna, que divide comigo o apartamento, os gostos cinematográficos e é minha parceira de experiências gastronômicas.

A todos vocês que me inspiram e deixam meus dias mais coloridos!

## Resumo

Caldeira, L.S., (2023). Compreensão do valor posicional em crianças brasileiras do 2º ao 5º ano do ensino fundamental. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Psicologia: Cognição e Comportamento, Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

A matemática é um domínio complexo que requer diferentes habilidades para a sua aprendizagem. A compreensão do valor posicional é uma dessas habilidades, que está envolvida tanto na aquisição como no desenvolvimento posterior de competências aritméticas. No Brasil, estudos apontam a importância dessa habilidade, principalmente na escrita de numerais arábicos a partir da forma verbal durante o ensino fundamental. Um modelo hierárquico de compreensão do valor posicional foi construído pelos pesquisadores Herzog, Fritz e Ehlert (2017) para descrever características desenvolvimentais de aquisição da noção de valor posicional, a partir de cinco níveis hierárquicos (nível pré-decádico, nível I, nível II, nível III e nível IV) que foi validado empiricamente na Alemanha, África do Sul e Turquia. Dessa maneira, a presente dissertação tem como objetivo geral avaliar a compreensão do valor posicional em crianças brasileiras a partir do modelo de Herzog, Fritz e Ehlert (2017). Inicialmente, uma revisão de escopo foi desenvolvida para investigar como o conceito de valor posicional é definido e operacionalizado na literatura, uma vez que é possível encontrar estudos com diferentes instrumentos que avaliam essa habilidade. Além disso, foi realizado um estudo empírico, com crianças brasileiras do 2º ao 5º ano do ensino fundamental, a partir do modelo teórico descrito. Foi incluída também uma tarefa de transcodificação numérica e cálculos aritméticos básicos, para verificar as associações entre essas habilidades e a noção de valor posicional. Os resultados da revisão apontam uma inconsistência na literatura sobre como a compreensão do valor posicional é definida e avaliada. Dessa forma, mapeamos as principais definições e tarefas de valor posicional, relacionando com os principais objetivos de pesquisa

dos estudos selecionados. Os resultados do estudo empírico apontam que o nível IV (último nível do modelo) é mais difícil para as crianças, e a maioria dos estudantes encontra-se nos níveis I, II e III. Além disso, encontramos uma relação entre a compreensão do valor posicional com a transcodificação numérica, e os cálculos aritméticos.

*Palavras-chave:* compreensão do valor posicional, aprendizagem matemática, coleta online, coleta presencial

## Abstract

Mathematics is a complex domain that requires different skills for its learning. Place-value understanding is one of these skills, which is involved in both the acquisition and further development of arithmetic competencies. In Brazil, studies point to the importance of this skill, especially in writing Arabic numerals from the verbal form during elementary school. A hierarchical model of place-value understanding was built by researchers Herzog, Fritz, and Ehlert (2017) to describe developmental characteristics of acquisition of the place-value notion, from five hierarchical levels (pre-decadic level, level I, level II, level III, and level IV) that was empirically validated in Germany, South Africa, and Turkey. Thus, the present master's thesis aims to evaluate the place-value understanding in Brazilian children based on the model of Herzog, Fritz, and Ehlert (2017). First, a scoping review is being developed to investigate how the concept of place-value understanding is defined and operationalized in the literature since it is possible to find studies with different instruments that assess this skill. In addition, an empirical study is being conducted, with Brazilian children from 2nd to 5th grade of elementary school, based on the theoretical model described. A numerical transcoding task and basic arithmetic calculations task were also included to verify the associations between these skills and the notion of place value. The results of the review point to an inconsistency in the literature on how the place-value understanding is defined and evaluated. In this way, we mapped the main definitions and tasks of place-value, relating them to the main research objectives of the selected studies. The results of the empirical study indicate that level IV (the last level of the model) is more difficult for children, and most students are in levels I, II, and III. Furthermore, we found a relationship between place-value understanding with numerical transcoding, and arithmetic calculations.

*Keywords:* place-value understanding, mathematical learning, online collection, face-to-face collection

## Lista de Figuras

### CAPÍTULO 2

Figure 2.1 The PRISMA Flow Chart.....	20
---------------------------------------	----

### CATÍTULO 3

Figura 3.1 Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al., 2017b).....	69
Figura 3.2 Item 17 do tarefa de valor posicional. ....	78
Figura 3.3 Item 30 do tarefa de valor posicional .....	78
Figura 3.4 Porcentagem de erros por item da tarefa de valor posicional da coleta online .....	87
Figura 3.5 Porcentagem de erro por item da tarefa de valor posicional da coleta presencial..	87
Figura 3.6 Boxplot referente a pontuação da tarefa de compreensão do valor posicional para os anos escolares.....	90
Figura 3.7 Boxplot referente a pontuação da tarefa de transcodificação numérica para os anos escolares.....	90
Figura 3.8 Boxplot referente a pontuação da tarefa de cálculos aritméticos para os anos escolares.....	91
Figura 3.9 Scatterplot representando a associação entre os níveis da tarefa de compreensão do valor posicional e a tarefa de transcodificação numérica na coleta online .....	92
Figura 3.10 Scatterplot para analisar a associação entre os níveis da tarefa de compreensão do valor posicional e a tarefa de transcodificação numérica na coleta presencial .....	92
Figura 3.11 Scatterplot para analisar a associação entre os níveis da tarefa de compreensão do valor posicional e a tarefa de cálculos aritméticos na coleta online .....	93
Figura 3.12 Scatterplot para analisar a associação entre os níveis da tarefa de compreensão do valor posicional e a tarefa de cálculos aritméticos na coleta presencial .....	94
Figura 3.13 Porcentagem dos tipos de erros na tarefa de transcodificação numérica. ....	96

## Lista de Tabelas

### CAPÍTULO 2

Table 2.1 General characteristics of the studies.....	22
Table 2.2 Definition about place-value understanding .....	27
Table 2.3 Main objectives of included articles .....	28
Table 2.4 Types of tasks that assess place-value understanding .....	40

### CAPÍTULO 3

Tabela 3.1 Descrição dos níveis do modelo de compreensão do valor posicional .....	69
Tabela 3.2 Descrição da amostra .....	77
Tabela 3.3 Divisão de itens da tarefa de valor posicional por compreensão procedimental e conceitual.....	78
Tabela 3.4 Divisão de itens da tarefa de valor posicional por nível .....	79
Tabela 3.5 Análises descritivas das tarefas numéricas e aritméticas .....	84
Tabela 3.6 Análises descritivas por tipo de compreensão e nível da tarefa de valor posicional .....	85
Tabela 3.7 Porcentagem de crianças que alcançaram o ponto de corte nos níveis do Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et. al, 2019). .....	88
Tabela 3.8 Variáveis preditoras da transcodificação numérica do valor posicional para coleta online ( $R^2_{ajustado} = 0,710$ ) e presencial ( $R^2_{ajustado} = 0,592$ ). .....	95
Tabela 3.9 Variáveis preditoras dos cálculos aritméticos para coleta online ( $R^2_{ajustado} = 0,535$ ) e presencial ( $R^2_{ajustado} = 0,557$ ) .....	96

## Sumário

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>14</b>
<b>Apresentação</b> .....	<b>14</b>
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>15</b>
<b>A cognitive perspective on definitions and assessment of place-value understanding: A scoping review</b> .....	<b>15</b>
Abstract .....	15
Background .....	16
Methods .....	18
Search strategy .....	18
Source of evidence screening and selection .....	18
Data extraction and presentation of results .....	20
Results .....	21
General characteristics of the included studies .....	21
Main definitions about place-value understanding .....	26
Main objectives of included article .....	28
Tasks that assess place-value understanding .....	38
Discussion .....	49
References .....	54
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>65</b>
<b>Mais que numerais arábicos: compreensão do valor posicional e sua relação com a transcodificação numérica e os cálculos aritméticos</b> .....	<b>65</b>
Resumo .....	65
Introdução .....	66
Modelos cognitivos sobre valor posicional .....	68
Transcodificação numérica e a compreensão do valor posicional .....	71
Cálculos aritméticos e a compreensão do valor posicional .....	73
Objetivos e Hipóteses .....	75
Métodos .....	76
Participantes .....	76
Instrumentos .....	77

Procedimentos.....	80
Análises estatísticas .....	82
Resultados.....	83
Estatística descritivas.....	83
Características da compreensão do valor posicional no português brasileiro.....	86
Compreensão do valor posicional e sua relação com o desempenho na transcodificação numérica e nos cálculos aritméticos. ....	91
Compreensão do valor posicional e os tipos de erros na transcodificação numérica .....	96
Discussão .....	97
Limitações e Sugestões Futuras .....	104
Considerações Finais .....	105
Referências.....	106
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>115</b>
<b>Conclusão.....</b>	<b>115</b>
Referências.....	117
<b>ANEXO .....</b>	<b>118</b>
<b>ANEXO A - Parecer do Comitê de Ética em Pesquisa .....</b>	<b>118</b>

## **CAPÍTULO 1**

### **Apresentação**

Seguindo as recomendações do Programa de Pós-Graduação em Psicologia: Cognição e Comportamento, da Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Federal de Minas Gerais, este trabalho será apresentado no formato de artigo científico. Dessa forma, a presente dissertação é composta por uma revisão de escopo da literatura e um artigo empírico.

Na revisão de escopo, mapeamos como o conceito de valor posicional é definido e avaliado na literatura. Para isso, analisamos 60 estudos publicados em inglês que apresentaram uma medida de valor posicional em crianças e adolescentes entre 2 e 18 anos.

No artigo empírico, investigamos a compreensão do valor posicional em crianças brasileiras a partir do modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al., 2017) e sua relação com outras competências matemáticas. Analisamos como as crianças compreendem o valor posicional a partir dos tipos de compreensão e níveis descritos no modelo e sua relação com habilidades numéricas e aritméticas. Para isso, avaliamos 201 crianças (94 online e 107 presencial) entre o 2º e 5º do ensino fundamental de escolas públicas e privadas.

## CAPÍTULO 2

### **A cognitive perspective on definitions and assessment of place-value understanding: A scoping review**

Leidiane da Silva Caldeira<sup>1,2</sup>, Rebeca Pâmela Ferreira Teixeira<sup>2</sup>, Julia Bahnmuller<sup>3</sup>,  
Ricardo Moura<sup>4</sup> & Júlia Beatriz Lopes-Silva<sup>2,5</sup>

<sup>1</sup>Graduate Program in Psychology; Cognition and Behavior, Universidade Federal de Minas Gerais; <sup>2</sup>Laboratory of Developmental Neuropsychology, Universidade Federal de Minas Gerais <sup>3</sup>Centre for Mathematical Cognition, School of Science, Loughborough University; <sup>4</sup>Institute of Psychology, Universidade de Brasília; <sup>5</sup>Department of Psychology, Universidade Federal de Minas Gerais

#### **Abstract**

Place-value understanding has been the interest of much numerical cognition research in recent years. However, there is still inconsistency in the literature about the definitions and assessment of place-value understanding. The present scoping review aims to summarize how place-value understanding is defined and assessed in the literature. We followed the methodological steps proposed by Joanna Briggs Institute methodology (2020): (1) search strategy, (2) source of evidence screening and selection, (3) data extraction, (4) analysis and presentation of results. We searched using PUBMED, PsycINFO e Education Resources Information Center (ERIC). The criterion inclusion: a) are written in English, b) are peer-reviewed, c) contain a measure of place-value understanding, d) that place-value understanding is the main measure, e) on which place-value understanding measure contains only natural numbers, and f) evaluate children and adolescents between 2-18 years. The exclusion criteria as: a) gray literature, and b) studies using qualitative analysis methods. Our search and selection resulted in 60 papers. We found

four categories that can be used for the definition of place-value understanding, five categories of objectives of the selected studies, and 96 tasks that evaluate place-value understanding. Overall, our results not only map the definitions and tasks of place-value understanding but also summarize the main types of studies investigating place-value understanding. The results allow future research to focus on the methodological complexity of place-value understanding.

*Keywords:* place-value understanding, base-10, place-value definitions, place-value tasks

## **Background**

Handling and manipulating the Arabic symbolic system and its particularities is one of the steps to mathematical learning (Yuan et al., 2019; Habermann et al., 2020). Place-value understanding is one of the key skills of the Arabic symbolic system. Usually acquired during the early years of schooling through explicit instruction (Chan et al., 2014; Ross, 1989; Herzog et al., 2017).

The place-value syntax defines the numerical value of a digit according to its position in the string, multiplying its value by 10 from right to left (e.g. the digit 4 in 478 occupies the hundred position and is equivalent to 400, while 8 occupies the unit and is worth 8, Chan et al., 2014; Geary, 2000; Herzog et al., 2017). However, the definition of place-value understanding is far from being consensual. Some studies define it based on its underlying properties (Fischer, 1990; Ross, 1989). According to Ross (1989), place-value knowledge can be described according to four properties: positional, base-10, multiplicative, and additive. The positional property refers to the individual quantity that each digit represents. Base-10 property is related to the knowledge that the values of each digit increase by multiplying its value by 10, from right to left. According to the multiplicative property, the individual digit value is found by multiplying the digit by the value assigned to its position (e.g. 293 corresponds to  $2 \times 10^2 + 9$

$\times 10^1 + 3 \times 10^0$ ). Finally, the additive property means that the value of the number is the sum of the individual digits (e.g. 293 corresponds to  $200 + 90 + 3$ ). Finally, some studies define place-value based solely on the base-10 understanding (Miura et al. 1993; Simmons & Singleton, 2009; Moeller et al. 2011; Mann et al. 2012; Chan et al. 2014; Moura et al., 2015; Mix et al., 2017; Cheung & Ansari, 2021).

Understanding the base-10 structure, and identifying Arabic numerals are crucial skills that are related to place-value understanding (Moura et al., 2015; Herzog et al., 2017; Mix et al., 2022). While base-10 knowledge is usually taught in kindergarten (Laski et al., 2016; Vasilyeva et al., 2016), the identification of Arabic numerals is assessed in primary school (Habermann et al, 2020). Subsequently, in order to read and write Arabic numerals as well as to convert these symbols into different numerical notations, one must comprehend the multiplicative and additive properties, as well as base-10 structure (Deloche e Seron, 1987; Moura et al., 2013; Moura et al., 2015).

In the literature, different tasks are used for assessment of place-value understanding. Some studies used explicit tasks measuring place-value understanding more directly, such as base-10 structure tasks, mapping number names to written forms, and writing and reading Arabic numerals (Moura et al., 2015; Herzog et al., 2017; Sari et al., 2021; Mix et al., 2022). Other studies use implicit tasks that measure place-value understanding more indirectly, such as number line and magnitude comparison (Dietrich et al., 2016; Moeller et al., 2011). The number line refers to the capacity to mentally represent numbers on a mental line, which requires an understanding of the value that each number represents (Yang & Yu, 2020). Likewise, magnitude comparison is the ability to compare quantities, which requires an understanding of units and tens in the case of multi-digit number comparison (Moeller et al., 2011). In this diverse literature, there are many frameworks used to define and measure place-

value understanding. Therefore, the main objective of this review is to summarize how place-value understanding is defined and assessed in the literature. This knowledge will contribute to the synthesis and organization of key concepts and instruments for place-value understanding.

## **Methods**

The procedure of this scoping review was based on the framework and principles reported by the Joanna Briggs Institute methodology (Aromataris & Munn, 2020). We followed the steps: (1) search strategy, (2) source of evidence screening and selection, (3) data extraction, (4) analysis and presentation of results. The review protocol was submitted into the Open Science Framework website (<https://doi.org/10.17605/OSF.IO/M2F7T>).

### **Search strategy**

The search was conducted in January 2022. We searched three databases: PUBMED, PsycINFO e Education Resources Information Center (ERIC). Articles were identified using the search string: "place-value" OR "positional system" OR "base 10 system" OR "base-10" OR "Multi base" OR "number system" OR "number-word system" OR "numerical system" OR "decimal structure" OR "syntactic frame" OR "number frame" OR "number syntax" OR "arabic number" OR "Hindu Arabic". There was no time limit for article publication.

### **Source of evidence screening and selection**

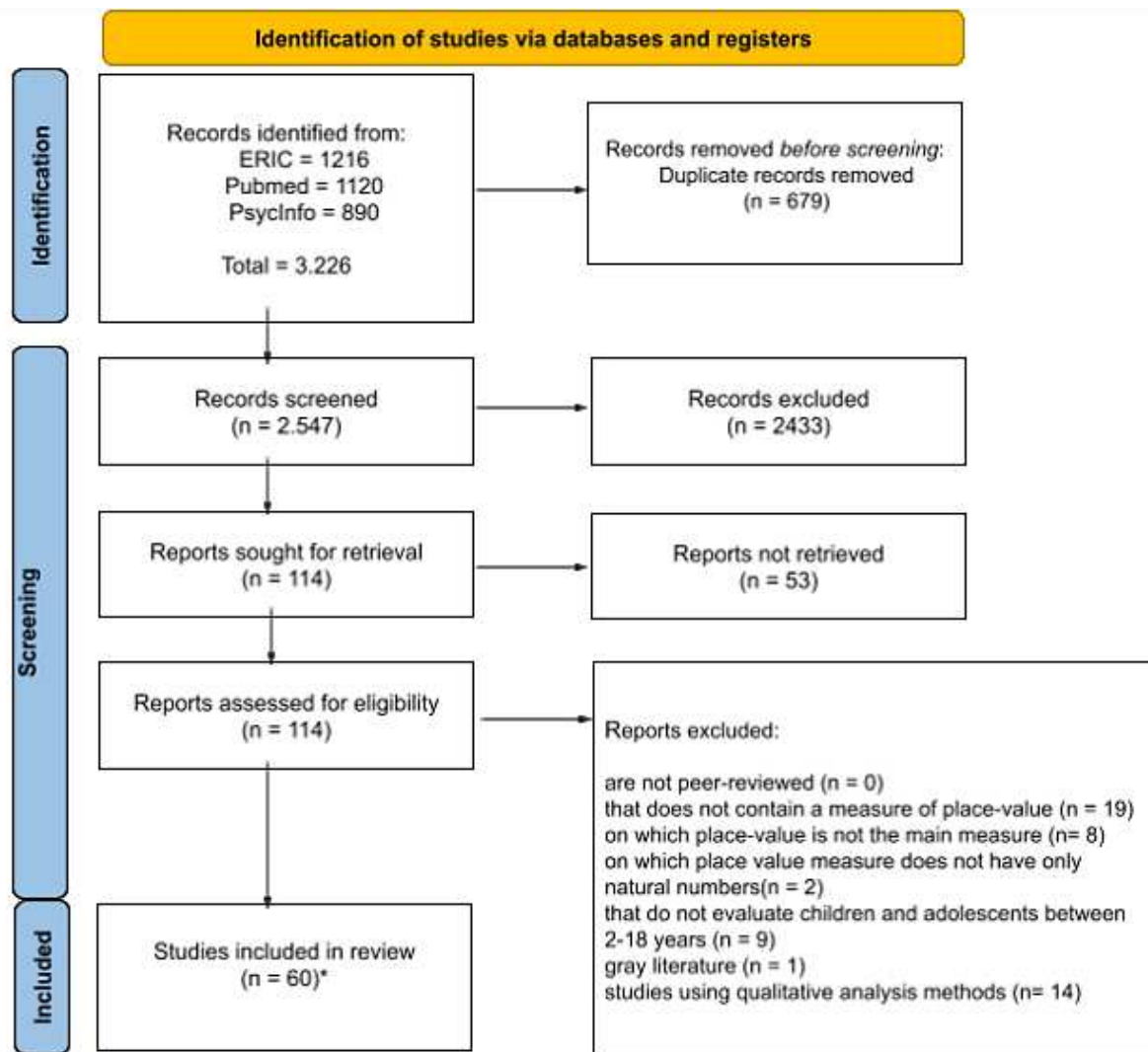
From these databases, 3.226 papers were identified. The eligibility analysis of them was organized into two steps. First, the title and abstract were screened independently by two reviewers using the software Rayyan, an online software tool to facilitate literature reviews (Ouzzani et al., 2016). Any papers that were not according to the inclusion criteria were excluded.

We included papers that: a) are written in English, b) are peer-reviewed, c) that contain a measure of place-value understanding, d) that place-value understanding is the main measure (e.g., studies that simply use some place-value measure but do not discuss the findings into deeper detail and/or do not address the relevance of a measure in the context of place-value understanding will be excluded), e) on which place-value understanding measure contains only natural numbers, and f) evaluate children and adolescents between 2-18 years. We defined the exclusion criteria as a) gray literature (e.g., book chapters, reports, and others), and b) studies using qualitative analysis methods.

Second, the full texts of all articles selected in the first step were read. For both steps, any conflicts were resolved by discussion with the team members. Finally, our search and selection resulted in 60 papers. Figure 1 summarizes the steps of the selection process according to the PRISMA statement.

Figure 2.1

The PRISMA Flow Chart.



Note. \*One study was not found (Edge & Ashlock, 1982).

### Data extraction and presentation of results

Data from articles that fulfilled the inclusion criteria in the second step were extracted by one of the reviewers using an Microsoft Excel spreadsheet. General characteristics of the studies will be reported, such as the study design, total sample, language, age group. Secondly, the definition of place-value understanding will be reported, followed by the main objectives of included articles. At last, the tasks that assess place value understanding will be described.

## Results

### General characteristics of the included studies

Table 2.1 presents general characteristics of each study. We found articles published from 1988 until 2022. Among the selected studies, 37 were cross-sectional, among them, 1 was a case study. We found 23 papers using a longitudinal approach, across them 10 were observational, 12 were interventional, and 1 quasi-experimental.

The age of the participants ranged from 2 to 13 years old. However, 15 of the articles did not present the age of the participants (Durmaz & Miçooğulları, 2021; Jordan & Hanich, 2000; Ross, 1989; Sari & Aydoğdu, 2020; Russell & Ginsburg, 1984; Reed, 2008; Diedrich & Glennon, 1970; Browning, & Beauford, 2012; Lask et al., 2016; Valeras & Becker, 1997; Hanich et al; 2001; Paydar & Doğan, 2021; Fuson & Briars, 1990; Sari et al., 2021).

**Table 2.1***General characteristics of the studies.*

Reference	Study design	Sample	Language(s)	Age
(Andersson, 2008)	Cross-sectional	182	Swedish	Mean age: 125 months
(Browning, & Beauford, 2012)	Longitudinal - Quasi-experiment	115	English and Spanish	Not reported
(Byrge et al., 2013)	Cross-sectional	172	English	4 to 6 years-old
(Cawley et al., 2007)	Cross-sectional	126	Not reported	9 to 13 years-old
(Chan & Ho, 2010)	Cross-sectional	168	Not reported	7 to 11 years-old
(Chan et al., 2014)	Cross-sectional	Study 1: 132; Study 2: 582 Study 3: 193	Chinese	Study 1: mean age $\frac{1}{4}$ 5 years 11 months, and children mean age $\frac{1}{4}$ 6 years 8 months Study 2: mean age $\frac{1}{4}$ 6 years 7 months Study 3: mean age $\frac{1}{4}$ 6 years 9 months
(Chan et al., 2017)	Longitudinal - Observational	433	Chinese	Mean age: 6 years 8 months
(Cheung et al., 2021)	Cross-sectional	120	English	4 to 6 years-old
(Diedrich & Glennon, 1970)	Longitudinal -Intervention	112	Not reported	Not reported
(Dietrich et al., 2016)	Longitudinal - Observational	43	Not reported	6 and 7 years-old
(Donlan et al., 2007)	Cross-sectional	158	English	6 and 8 years-old
(Durmaz & Miçooğulları, 2021)	Cross-sectional - Case study (Mixed research methods)	32	Not reported	Not reported

(Fischer, 1990)	Longitudinal - Intervention	experimental group: 42 control group: 44	English	58 to 71 months
(Fuson & Briars, 1990)	Cross-sectional	Study 1: 169; Study 2: 783;	English	Not reported
(Guerrero et al., 2020)	Cross-sectional	Study 1: 66; Study 2: 31	English and Korean	Study 1: 6 years 3 months (mean age) Study 2: 5 years 11 months(mean age)
(Hanich et al., 2001)	Longitudinal - Observational	210	English	Not reported
(Herzog et al., 2017)	Cross-sectional	198	English	7 to 12 years-old
(Ho & Cheng, 1997)	Longitudinal - Intervention	45	Chinese	7 years-old
(Iglesias-Sarmiento & Deaño, 2016)	Cross-sectional	165	Not reported	8 years and 11 months to 13 years and 3 months
(Jordan et al., 2009)	Longitudinal - Observational	29	English	5 to 7 years-old
(Jordan & Hanich, 2000)	Cross-sectional	46	Not reported	Not reported
(Kinzie et al., 2014)	Longitudinal - Intervention	42 teachers and 444 students	English	Mean age of children: 4.76 teachers: 24-65 years-old
(Kong & Chan, 2021)	Cross-sectional	171		54 to 65.5 months
(Lambert & Moeller, 2019)	Cross-sectional	79	German, Turkish, Western European languages, Eastern European languages, Korean	Mean age: 8 years 11 months to 9 years 0 months

(Laski et al., 2016)	Longitudinal - Observational	Time 1: 90 Time 2: 21	English	Time 1: 6 years 1 month (Mean age) Time 2: 8 years 3 months (Mean age)
(Lask et al., 2016)	Longitudinal - Observational	150	-	-
(MacDonald et al., 2018)	Longitudinal - Intervention	124	English	8 to 11 years-old
(Mann et al., 2011)	Longitudinal - Observational	72	German	7 to 9 years-old
(Mann et al., 2012)	Longitudinal - Observational	72	German	7 to 9 years-old
(Vasilyeva et al., 2016)	Cross-sectional	598	English, Korean, Russian, Mandarin Chinese	5 to 8 years-old
(Mark & Dowker, 2015)	Cross-sectional	159	English and Chinese	6.25 to 8.88 years-old (mean age)
(Miura & Okamoto, 1989)	Cross-sectional	48	English and Japanese	82 - 83 months (mean age)
(Miura et al., 1988)	Cross-sectional	133	English, Chinese, Japanese and Korean	53 to 91 months
(Miura et al., 1993)	Cross-sectional	118	English, French, Swedish, Japanese, Korean	70 to 83 months
(Miura et al., 1994)	Cross-sectional	139	Chinese, Japanese, Korean, French, Swedish, English	77 to 85 months (mean age)
(Mix et al., 2022)	Longitudinal - Observational	279	-	5.76 years (mean age)
(Mix et al., 2016)	Cross-sectional	854	English	5 to 13 years-old
(Mix et al., 2014)	Longitudinal - Intervention	Experiment 1: 91; Experiment 2: 92	Not reported	Experiment 1: 49 to 96 months; Experiment 2: 31 to 60 months
(Mix et al., 2017)	Longitudinal - Intervention	Experiment 1: 149; Experiment 2: 68	Not reported	Experiment 1: 72-108 months; Experiment 2: 56-96 months
(Moeller et al., 2011)	Longitudinal - Observational	94	German	Mean age: 6 years 5 months to 11 years 5 months
(Moura et al., 2015)	Cross-sectional	786	Portuguese	6 to 12 years-old

(Moyer-Packenha et al., 2015)	Cross-sectional	100	English	3 to 8 years-old
(Naito & Miura, 2001)	Cross-sectional	70	Japanese	71 to 84 months
(Paydar & Doğan, 2021)	Cross-sectional (Mixed research methods)	166	Not reported	Not reported
(Pixner et al., 2011)	Cross-sectional	340	German, Italian, Czech	Mean age: 6 years 11 months to 7 years 5 months
(Reed 2008)	Cross-sectional	93	Not reported	Not reported
(Ross, 1989)	Cross-sectional	60	Not reported	Not reported
(Russell & Ginsburg, 1984)	Cross-sectional	81	English	Not reported
(Sari et al., 2021)	Cross-sectional	437	Turkish	Not reported
(Sarı & Aydoğdu, 2020)	Longitudinal - Intervention	63	Not reported	Not reported
(Saxton & Cakir, 2006)	Cross-sectional	Study 1: 97; Study 2: 56; Study 3: 112; Study4: 64	Not reported	Study 1: 78 to 86 months Study 2: 67 to 75 months Study 3: 60 to 69 months Study 4: 62 to 72 months
(Saxton & Towse, 1998)	Longitudinal - Intervention	142	English and Japanese	6 and 7 years-old
(Simmons & Singleto, 2009)	Cross-sectional	Study 1: 164; Study 2: 24	Not reported	Study 1: 10 and 11 years old Study 2: 11 years old
(Stokes, 2014)	Longitudinal - Intervention	45	Not reported	6 to 8 years-old
(Träff & Passolunghi, 2015)	Cross-sectional	65	Swedish	Mean age: 10,5 years-old
(Uprichard & Collura, 1977)	Longitudinal - Intervention	32	English	7 and 8 years-old
(Valeras & Becker, 1997)	Longitudinal - Intervention	Experiment 1: 144; Experiment 2: 52	Not reported	Not reported
(Vasilyeva et al., 2015)	Cross-sectional	272	Korean, Mandarin, English, and Russian	Mean age in months: 61 to 89
(Vlahović-Štetić & Miura, 1995)	Cross-sectional	50	English and Croatian	6 years and 10 months to 7 years and 3 months
(Yang & Yu, 2021)	Cross-sectional	155	Mandarin	Mean age: 6.75

### **Main definitions about place-value understanding**

The definitions of place-value understanding can be organized into four categories (Table 2.2). The categories of definitions were organized based on direct citations, from the studies that presented the most complete definition of place-value understanding. Then, all studies that defined place-value understanding with the same perspective were grouped into the corresponding category. Therefore, not all studies found had the same phrase, but they had the same meaning. The most frequent definition (26%) was one that refers to the place-value understanding as “a system in which the value of each digit within a multi-digit number is determined by its position within the digit string”, followed by 13% regarding "the multiplicative relationship between base-ten units and their count", 5% about "digits, powers or place-values and base", 3% about "numbers in terms of one part of ten and one part of one" and "the properties: positional, base-ten, multiplicative, and additive". However, 50% of the studies did not provide a definition of place-value understanding.

Although different categories were found in the definitions of place-value understanding, all categories define this domain considering the skills involved in the acquisition of place-value understanding (base-10 structure, identification of Arabic numerals, and characteristics of the symbolic number system). We also found that the definitions of place-value understanding do not present a uniform distribution among the categories of the study's aims: studies with the same definitions have different research objectives.

**Table 1.2***Definition about place-value understanding.*

Definition categories	Numbers of studies	References
The place-value structure refers to a system in which the value of each digit within a multi-digit number (e.g., 3 in 2837) is determined by its position within the digit string. When children are confronted with multi-digit numbers, they need to assign each digit a correct stack value according to its place (units, tens, hundreds, etc.).	16	Valeras & Becker (1997); Cawley et al. (2007); Chan et al. (2010); Mann et al. (2011); Moeller et al. (2011)*; Browning, & Beauford (2012); Byrge et al (2013); Chan et al (2014)*; Mark & Dowker (2015); Chan et al. (2017); Laski et al. (2016); Lambert & Moeller (2019); Jordan et al. (2019); Sari & Aydoğdu (2020); Cheung & Ansari (2021)*; Paydar & Dogan (2021); Kong & Chan (2021); Yang & Yu (2021);
The place value system represents large numbers using spatial position and the multiplicative relation between base-ten units and their counts [e.g., “429” stands for $(4 \times 100) + (2 \times 10) + (9 \times 1)$ ].	8	Miura et al (1993); Simmons & Singleton (2009); Moeller et al (2011)*; Mann et al. (2012); Chan et al. (2014)*; Moura et al. (2015); Mix et al (2017); Cheung & Ansari (2021)*;
Concerning the concept of a place value system of numeration, the variables involved are: (1) the digits (0, 1, 2, . . . , 9, and others one might invent); (2) the powers or place values (one, ten, hundred, thousand, etc., for base ten); and (3) the base (any number greater than one). For example, the number represented with the base ten numeral 126 can also be represented with the base-three numeral 11200, where $126 \text{ (ten)} = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0$ , and $11200 \text{ (three)} = 1 \times 3^4 + 1 \times 3^3 + 2 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 0 \times 3^0$ .	3	Diedrich & Glennon (1970); Miura et al. (1988); Dietrich et al. (2016)
The development of an understanding of place-value occurs when children learn to interpret numbers in terms of a tens part and a ones part. The ability to divide a set of ones into equal sets of tens is necessary for a child to develop an understanding of place value. In this case, each ten would be a part and the ones left over would be an additional part, so that 14 would have two parts, 10 and 4, but 24 would have three parts, 10 and 10 and 4.	2	Ross (1989)*; Fischer (1990)
The place-value system is characterized by four key properties: positional, base-ten, multiplicative, and additive (Ross, 1989).	2	Ross (1989)*; Herzog et al (2017)

Place-value understanding was not defined.	31	Uprichard & Collura (1977); Russell & Ginsburg (1984); Miura & Okamoto (1989); Fuson & Briars (1990); Miura et al (1994); Vlahović-Štetić & Miura (1995); Ho & Cheng (1997); Jordan & Hanich (2000); Naito & Miura (2001); Saxton & Cakir (2006); Donlan et al (2007); Andersson (2008); Reed (2008); Kinzie et al (2014); Mix et al (2014); Stokes (2014); Moyer-Packenha et al (2015); Vasilyeva et al (2015); Träff & Passolunghi (2015); Iglesias-Sarmiento & Deaño (2016); Mix et al (2016); Laski & Vasilyeva (2016); Vasilyeva et al (2016); MacDonald et al (2018); Guerrero (2020); Hanich et al (2021); Durmaz & Miçooğulları (2021); Pixner et al (2021); Sari et al (2021); Mix et al (2022)
--	----	--

---

*Note.* Articles indicated with asterisks have definitions that fall into two categories

### **Main objectives of included article**

We classify the selected articles into four general categories of objectives, as presented in Table 2.3. Only one article is classified into more than one category (Chan et al., 2017).

**Table 2.3**

*Main objectives of included articles.*

Objectives	Number of studies	References
To investigate the place-value understanding of special populations (children with difficulties/disabilities).	14	Andersson (2008); Cawley et al. (2007); Chan & Ho (2010); Donlan et al. (2007); Hanich et al. (2001); Iglesias-Sarmiento & Deaño (2016); Jordan & Hanich (2000); Lambert & Moeller (2019); Paydar & Dogan (2021); Russell & Ginsburg (1984); Simmons & Singleton (2009); Träff & Passolunghi (2015); Chan et al. (2017); MacDonald et al. (2018).
To investigate place-value and other math skills in students from different countries or languages.	11	Guerrero et al. (2020); Vasilyeva et al. (2016); Mark & Dowker (2015); Miura & Okamoto (1989); Miura et al. (1988); Miura et al. (1993); Miura et al. (1994); Pixner et al. (2011); Saxton & Towse (1998);

		Vasilyeva et al. (2015); Vlahović-Štetić & Miura (1995).
To investigate the differences in place-value performance between different educational systems, teaching strategies, tools or curriculums.	14	Durmaz & Miçooğulları (2021); Browning & Beauford (2011); Diedrich & Glennon (1970); Fischer (1990); Fuson & Briars (1990); Kinzie et al. (2014); Laski et al. (2016); Mix et al. (2017); Moyer-Packenha et al. (2015); Reed (2008); Sari & Aydoğdu (2020); Stokes (2014); Valeras & Becker (1997); Uprichard & Collura (1977).
To investigate specific aspects of place-value understanding/processing.	8	Herzog et al., (2017); Sari et al. (2021); Byrge et al. (2013); Cheung & Ansari, (2021); Kong & Chan (2021); Mann et al. (2011); Moura et al. (2015); Chan et al. (2017).
To investigate the development of place-value understanding and/or its impact on other numerical abilities.	14	Chan et al. (2014); Dietrich et al. (2016); Ho & Cheng (1997); Jordan et al. (2009); Laski et al. (2016); Mann et al. (2011); Mann et al. (2012); Mix et al. (2016); Mix et al. (2022); Moeller et al. (2011); Naito & Miura (2001); Ross (1989); Saxton & Cakir (2006); Yang & Yu (2021).

*To investigate the place-value understanding of special populations (children with difficulties/disabilities)*

Of the 14 articles investigating place-value understanding skills in clinical students, eight of them assessed children with math difficulties, in five there were children with reading difficulties, one investigated a child with specific language impairments (SLI), one a gifted student, and in two of them, the sample was comprised of children with dyslexia.

Most studies indicated that the special population groups performed worst in place-value understanding tasks compared to the control groups (Chan & Ho, 2010; Donlan et al., 2007; Hanich et al., 2001; Iglesias-Sarmiento & Deaño, 2016; Jordan & Hanich, 2000; Simmons & Singleton, 2009; Lambert & Moeller, 2019; Chan et al., 2017; MacDonald et al. 2018). However, Russell & Ginsburg (1984) showed that the performance of the control group and the math difficulties group was similar on the place-value comprehension tasks. Other

studies have also shown that the groups of children with learning difficulties in Grades 3 and 4 did not present inferior performance in place-value understanding compared to the control groups (Andersson, 2008; Träff & Passolunghi, 2015).

One of the studies evaluated super-gifted children and found that the general average of success in the dimensions of the place-value for the gifted students was significantly higher than the general achievement average of the non-gifted students (Paydar & Dogan, 2021). Finally, Cawley and colleagues (2007) did not compare the performance of students with mild disabilities (grouped by level of academic achievement) with a control group of typical students. Its goal was to assess whether there was an increase in the performance of students with mild math difficulties in different school years. They found that student performance increased with age, indicating a developmental trend (Cawley et al., 2007).

*To investigate place-value and other math skills in students from different countries or languages.*

All 11 articles that assessed place-value understanding performance in different countries/languages compared performance between children who spoke different languages. Differences in the performance of the place-value understanding were found in all of the eleven studies. Chinese-speaking children performed better than English-speaking children in tasks measuring place-value understanding (Mark & Dowker, 2015). However, this finding only applied to children from Grade 1 and Grade 2, while Grade 3 and Grade 4 children showed no difference. This suggests that a transparent Chinese counting system could give children a "good start" in place-value understanding (Mark & Dowker, 2015). A similar result was found when comparing English and Japanese-speaking children in Grade 1, as Japanese children showed a significantly greater understanding of the concept of place-value (Miura & Okamoto, 1989). In addition, Miura and colleagues (1993) found significant differences between American, French, Swedish, Japanese, and Korean children in place-value understanding.

Korean and Japanese children showed significantly greater place-value understanding than American, French, and Swedish children. Korean children also performed significantly better on place-value understanding tasks than Japanese children.

In addition, Miura and colleagues (1988) investigated how American, Chinese, Japanese, and Korean children represented numbers using base 10 blocks. The authors used the following categories based on Ross (1986) study in order to classify children's representation of numbers: one-to-one collection (the construction used only unit blocks); canonical base-10 representation (the construction used the correct number of ten blocks and unit blocks, with no more than 9 units in the ones position); and noncanonical base-10 representation (the construction used some other correct number of ten blocks and unit blocks that allowed more than 9 units in the ones position). Asian-speaking children appear to represent numbers differently than English-speaking, choosing to use a canonical base-10 representation to construct numbers. A similar outcome was subsequently observed (Miura et al., 1994). Conversely, American, French and Swedish children showed a preference for representing numbers with a set of units instead of using blocks that represent decades (Miura et al., 1994). Unlike what has been found in previous studies, Japanese children showed a fewer canonical base-10 production (36%) compared to English-speaking children (72.3%) (Saxton & Towse, 1998). In contrast, Vasilyeva and colleagues (2015) found no differences in the frequency of base-10 representations (unit-blocks and ten-blocks) production by kindergartners in the different languages assessed (Korean, Mandarin, English, and Russian).

In number systems characterized by the inversion of the order of tens and units, there was a difference in the performance of place-value understanding compared to languages without inversion (Pixner et al. 2011). The results found that German and Czech children showed lower performance on a magnitude comparison task to assess the understanding of tens and units compared to Italian children. In contrast to the German and Czech languages, Italian

has no decade-unit inversion property (Pixner et al., 2011).

Finally, the latest study described children's cardinal comprehension of number syntax in English and Korean (Guerrero et al., 2020). To assess how children understand the acquisition of natural number properties, they used a base-10 task (Give-a-Number Base-10 task) to investigate number syntax, especially the structure of the cardinal numbers. The performance on this task shows that children are capable of performing this task and achieve good performance using base-10 numerical knowledge (Guerrero et al., 2020).

*To investigate the differences in place-value performance between different educational systems, teaching strategies, tools or curriculums.*

We found 14 articles that evaluated the performance of place-value understanding in different educational systems. Of these, 11 that used specific educational systems, strategies, tools or curricula showed an improvement in place-value understanding, while two showed no significant differences among the teaching techniques used. Only one study found a difference in one of the groups evaluated.

Specific techniques for teaching place-value understanding were the main strategies that promoted improved performance in this skill (e.g Integrated Mathematics Lessons, Durmaz & Miçooğullari, 2021), Base-Ten Blocks Learning/Teaching Approach (Fuson & Briars, 1990), Mathematical Variability Principle (Diedrich & Glennon, 1970), mathematics instruction from using explicit number names (Browning & Beauford, 2011), System for face value and complete (Valeras, & Becker, 1997), and Mathematical structure for specific place-value skills (Uprichard, & Collura, 1977). In addition, specific technological resources have been developed, such as Concrete and technology-assisted learning tools (Sarı & Aydoğdu, 2020) and iPad apps with interactive visual mathematical representations (Moyer-Packenha et al., 2015). Concrete and technology-assisted learning tools are objects (virtual or computer-

based manipulators) used as tools to help students explore mathematical concepts. Children who used this tool improved place-value understanding when compared to control children (Sarı & Aydoğdu, 2020). The Ipad app (Moyer-Packenha et al., 2015) showed a statistically significant difference in improving the performance of place-value understanding compared to the control group only in kindergarten. Preschool and Grade 2 children did not significantly improve their performance in place-value understanding using the Ipad app.

Specific strategies and tools to teach place-value understanding have shown an effect in increasing performance in this skill, the use of specific curricula has also brought advantages for learning place-value understanding. The Montessori curriculum emphasizes teaching base-10 principle, particularly with concrete material (e.g., golden beads, stamp game) which was the most widely used form of the curriculum in the included studies (Laski et al. 2016; Mix et al., 2017; Reed, 2008). In all the studies found, there was a significant improvement in performance in place-value understanding in children who were taught from Montessori curriculum compared to children who did not learn from this curriculum. In Laski and colleagues study (2016) this difference between curriculum in place-value tasks was found only between kindergarten groups. The same group of children were evaluated two years later, when the children were in the second and third grades. Children in Grades 2 and 3 had no significant difference in performance on a place-value understanding compared to children who were not Montessori students from the same grade.

Other curricula have been described in the included studies The Part-Part-Whole curriculum focuses on the cardinal component of numbers (Fischer, 1990). The MyTeachingPartner-Math/S curriculum is a system of two curricula (mathematics and science) and teacher support designed to improve the quality of classroom pedagogical interactions (Kinzie et al., 2014). Finally, the Only the NUMBERS count curriculum aimed at introducing an explicit base-10 counting system, by naming the position of each number (e.g 26 is called

“two-ten-six”; Stokes, 2014). There was a significant improvement in the performance of place-value understanding only in the Part-Part-Whole and MyTeachingPartner-Math/S curricula compared to a control group.

*To investigate specific aspects of place-value understanding/processing*

The main investigated aspects of place-value understanding/processing of the eight articles included in this category are: validating a hierarchical and theoretical model (Herzog et al., 2017; Sari et al., 2021); number writing errors (Byrge et al. (2013)); positional property, to indicate that positional structure is a property of place-value notation (Cheung & Ansari, 2021); automatic processing of place-value in kindergarten (Kong & Chan, 2021); attentional strategies in place-value integration (Mann et al., 2011); psychometric properties of a number-writing task (Moura et al., 2015), and errors types in place-value concept (Chan et al., 2017).

A model that explains the place-value understanding through five hierarchical levels was elaborated and validated in English-speaking (Herzog et al., 2017), and Turkish-speaking (Sari et al., 2021). This model evaluates procedural (e.g. counting, reading, and writing numbers) and conceptual (e.g. canonical and non-canonical representation) skills of place-value understanding. The results describe that the place-value is acquired in steps.

Positional property (Cheung & Ansari, 2021), errors types in place-value concept (Chan et al., 2017), and attentional strategies (Mann et al., 2011) are some specific aspects of place-value understanding. According to Cheung & Ansari (2021), children need to study the positional property and its relationship to the acquisition of base-10 rules to achieve place-value understanding. The error types were analyzed to understand the concept of place-value concept in children with different performance levels of math ability (low, average, and high) using a strategic counting task (Chan et al., 2017). The results show that four types of counting errors were found: random sequence error, combining error, nine-ending error, and nonzero-

ending error. Finally, one study evaluated how children process two-digit magnitude and whether their processing strategy is influenced by stimulus features (Mann et al., 2011). To do this, they used attentional strategies, influenced by stimulus characteristics, in a magnitude comparison task. The results show that when attentional strategies were added to the task the children's performance increased (Mann et al., 2011).

Regarding other skills, the number of writing errors (Byrge et al. 2013), and automatic processing of place-value (Kong & Chan, 2021) were evaluated in kindergarten. During the writing of Arabic numerals children can make mistakes, usually, these mistakes consist of writing the dictated digits in the order they are heard, with the addition of extra digits, for example, writing "six hundred and forty-two" as 600402 or 610042 (Byrge et al., 2013). A cross-sectional study measured, through extra digit addition errors when writing Arabic numerals, what preschoolers understand about place value notation before explicit instruction (Byrge et al., 2013). The results indicate that the number of writing errors for extra digits is common in young children and emerges prior to explicit training about the place-value system (Byrge et al. 2013). A similar result was found by Kong & Chan (2021), demonstrating that kindergartners who have not yet formally learned the concept of place-value understanding manage to show a certain degree of understanding of this notion (Kong & Chan, 2021).

Finally, place-value syntax was considered a skill in evaluating children's mathematical performance between Grades 1 and 5 (Moura et al., 2015). This study presents psychometric evidence of the relevance of a number-writing task in detecting children at risk for mathematical difficulties.

*To investigate the development of place-value understanding and/or its impact on other numerical abilities.*

We found 5 studies that investigated the relationship between place-value

understanding and arithmetic performance (Dietrich et al., 2016; Ho & Cheng, 1997; Laski et al., 2016; Moeller et al., 2011; Mix et al., 2016). All of these articles indicate that there is a significant relationship between these two abilities. In addition, Mix et al. (2016) found that spatial skill (that implies spatial visualization, form perception, and spatial scaling) is related to place-value understanding. The authors indicate that place-value understanding and algebra are particularly sensitive to differences in spatial skill.

In addition, we found 9 studies that investigated developmental aspects of place-value understanding. Naito & Miura (2001) found that children's base-10 number concepts improved with the amount of schooling, as well as with other social and age-related factors. Chan et al. (2014) also found that mathematical outcomes are related to different pathways in developing place-value understanding. Children that performed better on tasks that evaluated place-value understanding using counting strategies in early first grade also performed better in mathematics in second grade. In the task, the child had to count and write down the total number of small squares in the picture. The first five items were double-digit quantities and the others were three-digit quantities. For each item, the child was encouraged to think aloud while counting. Furthermore, another study showed that kindergarten children improved their performance on place-value tasks (approximate and syntactic place-value measures) with many children reaching ceiling performance in first grade (Mix et al, 2022).

Moreover, Mann et al. (2011) investigated developmental trajectories of place-value processing in children from Grades 2, 3, and 4. They reported that older children experience an understanding of two-digit numbers in a more parallel and automated way. Similarly, Mann et al. (2012) examined the development of three-digit number processing from Grade 2 to Grade 4 and observed that the hundred distance effect (items with larger hundred distances are processed faster and with fewer errors) increased with age and experience in primary school children.

Another study noted that kindergarten students can accurately identify and compare written numbers, even before receiving direct instruction in place-value understanding (Mix et al., 2014). The authors also identify that 5-year-olds performed better than 3 1/2-year-olds students in place-value tasks. In addition, Ross (1989) describes a five-stage model of the interpretations children assign to two-digit numerals. This model was developed based on related studies and research. The five-stage are: whole numeral (knowledge about quantities up to ninety-nine and their symbolic representation as two-digit numerals, their cognitive construction of the whole comes first - the numeral), positional property (the position of the digits and does not encompass the quantities to which each corresponds), face value (students interpret each digit as representing the number indicated by its face value), construction zone (students know that the left digit in a two-digit numeral represents sets of ten objects and that the right digit represents the remaining single objects, but this knowledge is tentative and is characterized by unreliable task performances), and understanding (students know that the individual digits in a two-digit numeral represent a partitioning of the whole quantity into a tens part and a ones part). In the last stage, children understand the tens part and one's part in a two-digit numeral.

Jordan and colleagues (2009) investigated longitudinal aspects of arithmetic development, and place-value understanding in a group of children of 5 to 7 years of age. They found small growth in the place-value performance of participants across the four-time points. In addition, another study failed to demonstrate the place-value measure as a mediating variable in the relationship between mental rotation (a visual-spatial skill) and calculation (Yang & Yu, 2021). According to the authors, the place-value concept mediates the relationship between non-verbal intelligence and math.

Finally, we included an intervention study that tested predictor variables for the acquisition of base-10 knowledge (Saxton & Cakir, 2006). According to the authors, children

who reached higher scores on a base-10 tasks also possess target skills developed (counting on, trading and partitioning).

### **Tasks that assess place-value understanding**

We found 96 tasks that assess place-value understanding, which are presented in Table 2.4. The number of tasks was higher than the number of articles included in the review because some studies used more than one task to measure this skill (Cawley et al. 2007; Chan, et al. 2014; Cheung & Ansari 2021; Durmaz & Miçooğulları 2021; Fuson & Briars 1990; Laski et al. 2016; Miura et al., 1993; Mix et al. 2014; Mix et al. 2022; Moeller et al. 2011, Naito & Miura 2001; Russell & Ginsburg, 1984; Saxton & Cakir 2006 Träff & Passolunghi, 2015; Valeras & Becker; 1997 Vlahović-Štetić & Miura; 1995). We categorized these tasks into two groups: explicit and implicit. Explicit tasks measure place-value understanding more directly, through specific features of this skill (e.g base-10, writing and reading Arabic numerals). On the other hand, implicit tasks measure secondary abilities of place-value understanding (e.g number line and symbolic magnitude comparison).

The number of task stimuli varied between 2 and 120. Among the selected studies, 25 did not present the stimulus number (Cawley et al. 2007; Chan, et al. 2014; Guerrero et al. 2020; Ho & Cheng. 1997; Iglesias-Sarmiento & Deaño, 2016; Jordan & Hanich, 2000; Jordan et al., 2009; Laski et al, 2016; Mix et al., 2022; Moyer-Packenham et al., 2015; Naito & Miura, 2001; Reed, M. K., 2008; Uprichard & Collura, 1977; Valeras & Becker, 1997; Vlahović-Štetić & Miura, 1995). Besides these, seven did not name the place-value understanding task (Diedrich & Glennon, 1970; Saxton & Towse, 1998; Träff & Passolunghi, 2015; Uprichard & Collura, 1977; Vasilyeva et al., 2015), and one did not describe the objective of the place-value understanding task (Durmaz & Miçooğulları, 2021).

Explicit tasks were more frequent in the literature (76%) than implicit tasks (45%). Considering the objectives of the studies included in our scope review (see categories in table 2.3), the explicit tasks were mostly investigated in a study with the following objectives: to investigate specific aspects of place value understanding/processing (Byrge et al. 2013; Cawley et al. 2007; Chan et al. 2014; Chan et al. 2017; Cheung & Ansari 2021; Guerrero et al. 2020; Herzog et al. 2017; Jordan et al. 2009; Kong & Chan 2021; MacDonald et al. 2018; Mann et al. 2011; Mann et al. 2012; Mix et al. 2022; Mix et al. 2014; Moura et al. 2015; Ross 1989; Sari et al. 2021), and to investigate the differences in place-value performance between different educational systems, teaching strategies, tools or curriculums (Durmaz & Miçooğulları 2021; Browning & Beauford 2011; Diedrich & Glennon 1970; Fischer 1990; Fuson & Briars 1990; Kinzie et al. 2014; Laski et al. 2016; Mix et al. 2017; Moyer-Packenha et al. 2015; Reed 2008; Sarı & Aydoğdu 2020; Stokes 2014; Valeras & Becker 1997). Most of the implicit tasks were investigated in a study with the following objectives: to investigate specific aspects of place value understanding/processing (Chan, et al., 2014; Chan et al.,2017; MacDonald et al., 2018); Mann et al., 2011; Mann et al., 2012; Mix et al., 2014; Mix et al., 2022), and to investigate the place-value understanding of special populations (Donlan et al., 2007; Russell & Ginsburg, 1984; Simmons & Singleton, 2009; Träff & Passolunghi, 2015).

**Table 2.4***Types of tasks that assess place-value understanding.*

<b>Name</b>	<b>Objective</b>	<b>Category</b>	<b>Numbers of stimuli</b>	<b>References</b>
<b>Not reported</b>	To measure pupil understanding in the three related areas: (a) the decimal system, (b) processing decimal numerals, and (c) a place-value system in general.	Explicit	48	(Diedrich & Glennon, 1970)
<b>Enumeration by tens</b>	To ask how many dots were on each card.	Implicit	4	(Russell & Ginsburg, 1984)
<b>Counting large numbers</b>	To ask how much money was in each pile.	Implicit	4	(Russell & Ginsburg, 1984)
<b>Multiples of large numbers</b>	On each problem he was asked, "How many X's (a smaller number) are in Y (a larger number)?"	Implicit	6	(Russell & Ginsburg, 1984)
<b>Larger written numbers</b>	To look at both numbers and point to which number was.	Implicit	4	(Russell & Ginsburg, 1984)
<b>Representation of place value</b>	To read a written number and produce the same number of poker chips as that number. The child was then asked to divide the pile of chips into quantities representing the value of each digit in the.	Explicit	2	(Russell & Ginsburg, 1984)
<b>Base 10 blocks</b>	To read a numeral printed on a card and to show the number using the blocks.	Explicit	5	(Miura et al., 1988)
<b>Place-value understanding</b>	Different place-value understanding problems to identify the digit position and construct with base 10 blocks.	Explicit	5	(Miura & Okamoto, 1989)
<b>Digit-Correspondence Tasks</b>	To represent the Arabic numerals presented with the objects provided (beans, sticks, wheels, and base ten blocks).	Explicit	Not reported	(Ross, 1989)
<b>Place Value Test</b>	To count a set of 14 items and then to separate the items into a set of 10 and a remainder set.	Explicit	4	(Fischer, 1990)

<b>Mixed Words to Numerals Test</b>	To write a three- or four-digit numeral for numeral/word named-value combinations given in mixed order.	Explicit	2 to 6	(Fuson & Briars, 1990)
<b>Traded Word/Numeral Test</b>	To write a three-or four-digit numeral for numeral/word named-value combinations given in standard order or to fill in a numeral blank when the three-or four-digit numeral was given with the numeral/word named-value combination.	Explicit	2 to 6	(Fuson & Briars, 1990)
<b>The Alignment Test</b>	To solve arithmetic problems. Presented horizontally-written problems whose addends had different numbers of digits; children were told to write the problem so that it could be added easily. This tested a combination of place value and addition understanding.	Explicit	2 to 6	Fuson & Briars (1990)
<b>Cognitive representation of number</b>	Children were seen individually and introduced to a set of commercially available Base-10 blocks that are used in the United States to teach concepts of place value.	Explicit	5	(Miura et al., 1993)
<b>Place-value understanding</b>	To solve problems probing place-value understanding.	Explicit	5	(Miura et al., 1993)
<b>Base 10 blocks</b>	To use blocks for counting and to show (construct) numbers.	Explicit	7	(Miura et al., 1994)
<b>Base-10 blocks</b>	A ten block is marked into 10 segments. The experimenter counted out 10 unit blocks one-by-one and showed the equivalence between 10 unit blocks and 1 ten block by placing them side-by-side.	Explicit	Not reported	(Vlahović-Štetić & Miura, 1995)
<b>Place-value concepts problems</b>	To resolve problems arithmetic with place-value concepts.	Explicit	5	(Vlahović-Štetić & Miura, 1995)
<b>Place-value understanding</b>	This task consisted of five parts of four questions each: write numerals to represent the quantity, rewrite addition formulae from horizontal, draw ten and/or unit boxes to represent written numerals.	Explicit	Not reported	(Ho & Cheng, 1997)

<b>Not reported</b>	Concrete Level - The child identifies the number in each set of blocks, determines how many blocks need to be grouped with the set of eight to make a set of ten, removes two blocks from the set of seven, and rearranges the blocks to form a set of ten and a set of five. Representative Level - The learner is given a sheet of paper with a set of eight "X's" and a set of seven "XV arranged in specified patterns. He writes the number in each set above the appropriate set, determines how many "XV need to be grouped with the set of eight to make a set of ten, circles a set of ten "X's" (the set of eight plus two from the set of seven) . Abstract Level - The learner writes a number story about the process he just completed at the concrete and representative levels.	Explicit	Not reported	(Uprichard & Collura, 1977)
<b>Bean task</b>	To read a two-digit Arabic numeral and then represent that number in two parts (one part Arabic numeral and the rest with beans).	Explicit	3	(Varelas & Becker, 1997)
<b>Unknown-quantity bean task</b>	In this variation of the Bean task , which we call the unknown-quantity bean task, the total number of beans was not known to the children.	Explicit	Not reported	(Varelas & Becker, 1997)
<b>Not reported</b>	The task was divided into two parts: part one, production (read the number shown on the card and how to represent these numbers with the unit cubes) and part two, comprehension (Children were then asked to report on the following four collections, presented in random order: 3 (three unit cubes), 7 (seven unit cubes), 21 (two tens and one unit), 25 (two tens and five units)).	Explicit	4	(Saxton & Towse, 1998)
<b>The place-value task</b>	To assess children's understanding of the base-10 number system and place value.	Explicit	Not reported	(Jordan & Hanich, 2000)
<b>Place value Task</b>	Three different place-value activities were used: (a) counting and number identification, (b) positional knowledge, and (c) digit correspondence.	Explicit	12	(Hanich et al., 2001)
<b>Numeral positions task</b>	To point first to the numeral in the ones position and then to the numeral in the tens position on the card. Children were shown one of the cards with the written numerals and asked to read the number aloud.	Explicit	5	(Naito & Miura, 2001)
<b>44-with-card task</b>	To present with a construction of 4 ten blocks and 4 unit blocks and asked what number the blocks made.	Explicit	Not reported	(Naito & Miura, 2001)
<b>13-with-cups task</b>	To represent numbers with blocks. Children were given 13 unit blocks and asked to put 4 blocks each into clear, plastic cups and then to give the total number represented by the blocks.	Explicit	Not reported	(Naito & Miura, 2001)

<b>42-with-blocks task</b>	To present a noncanonical construction of blocks for 42 (3 ten blocks and 12 unit blocks) and required to tell the number constructed.	Explicit	Not reported	(Naito & Miura, 2001)
<b>Box task</b>	To assess the understanding of base 10.	Explicit	4	(Saxton & Cakir, 2006)
<b>Ten-blocks task</b>	To read out Arabic numerals, presented to them on cards, before being asked to demonstrate for a teddy how to “show this number with the cubes and blocks.”	Explicit	4	(Saxton & Cakir, 2006)
<b>Single-cubes task</b>	Uses single cubes to represent tens, rather than blocks of 10 units.	Explicit	4	(Saxton & Cakir, 2006)
<b>Count Orally by Tens</b>	To count by tens as high as they could. If they stopped at one hundred, the examiners asked them if they could count any further	Explicit	Not reported	(Cawley et al., 2007)
<b>Count 48 Beans Efficiently</b>	To count a collection of beans that was partitioned into 10 beans in four cups and 8 loose beans.	Explicit	Not reported	(Cawley et al., 2007)
<b>Digit Correspondence of the Beans</b>	To explain the meaning of each of the digits in Arabic numerals shown by the examiner. After the students counted the number of beans in the above task, the examiner wrote down the number 48 on a sheet of paper.	Explicit	Not reported	(Cawley et al., 2007)
<b>Conservation of Grouped Numbers</b>	To compare quantity. Using the same beans and cups as in the previous tasks, the examiner spilled one of the cups and asked if there were more beans now than there were before.	Explicit	Not reported	(Cawley et al., 2007)
<b>Knowledge of Correspondence between Individual Digits and Collection of Ungrouped Numbers and Task</b>	To count and then write how many tongue depressors were on the table.	Explicit	Not reported	(Cawley et al., 2007)
<b>The Position of the Digits Determines the Value of the Number</b>	To read Arabic numerals. The examiner wrote the number 37 on a piece of paper and asked the student to read the number. The examiner then asked the student to point to the tens place and then the ones place.	Explicit	Not reported	(Cawley et al., 2007)
<b>Multidigit magnitude comparison</b>	To compare numerical magnitude. Understanding of place value was assessed by requiring children to pick the greater of two visually presented multidigit numbers.	Implicit	48	(Donlan et al., 2007)

<b>Place value</b>	To indicate, in writing, the value of a particular digit (e.g., “What is the value of the digit 9 in 349?”), to answer, in writing, seven questions regarding which number consists of a certain number of thousands, hundreds, tens, and ones, and indicate in writing the number that consists of 3 hundreds, 6 tens, and 3 ones (e.g. 363)	Explicit	17	(Andersson, 2008)
<b>Flower task</b>	Problems to investigate a component of place-value called grouping. The purpose of the questions was to determine if students could group tens into hundreds to extend the idea of place value into hundreds.	Explicit	Not reported	(Reed, 2008)
<b>Bean task</b>	Instead of determining if students could create tens and hundreds from ones, this problem asks students to unpack tens and hundreds and even thousands.	Explicit	Not reported	(Reed, 2008)
<b>Place value</b>	The seven trials in this task assessed counting, number naming, and positional knowledge.	Explicit	Not reported	(Jordan et al., 2009)
<b>Place value test (subtest of the Maths Suite)</b>	The screen displays three bags of money with different amounts shown on each bag. Verbal instructions tell the child that they should click on the bag that contains the greatest sum of money.	Implicit	31	(Simmons & Singleton, 2009)
<b>Place value concept task</b>	To mark the digit representing a certain place value in a two- or three digit number, transcode numbers written in Chinese characters and Arabic numerals, combine digits to form the largest or smallest possible numbers, and transform diagrams representing place values (e.g., squares arranged in stacks of 10s) into numerals.	Explicit	19	(B. M. Chan & Ho, 2010)
<b>Interviews with a standardized script</b>	To perform four tasks: (a) count as far as they could, (b) read five cards with two-digit numerals on them, (c) model with bundles of ten straws and single straws a different set of two-digit numbers on five cards, and (d) identify the place value of the digits of two-digit numerals for two numerals.	Explicit	13	(Browning & Beauford, 2011)
<b>Magnitude Comparison Task</b>	To require children to pick the greater of two visually presented numbers.	Implicit	120	(Mann et al., 2011)
<b>Magnitude Comparison Task</b>	The two to-be-compared numbers.	Implicit	120	(Moeller et al., 2011)
<b>Transcoding Task</b>	To write down numbers to dictation.	Explicit	64	(Moeller et al., 2011)
<b>Magnitude Comparison Task</b>	The two to-be-compared numbers.	Implicit	80	(Pixner et al., 2011)

<b>Magnitude Comparison Task</b>	To require children to pick the greater of two visually presented numbers.	Implicit	120	(Mann et al., 2012)
<b>Dictated numbers</b>	To write three-digit numbers.	Explicit	20	(Byrge et al., 2014)
<b>Grouping-in-ten</b>	To answer arithmetic problems. Children were shown four pictures of various-sized groups of students: 12,16, 24, 36. For each they had to decide (1) how many school buses could be filled and (2) how many students, if any, would be left behind.	Implicit	Not reported	(Chan et al., 2014)
<b>Place-value representation</b>	To represent quantities. A teen number was shown in Arabic. Children were first asked to represent its quantity using the small squares and bar magnets described earlier. One point was given for each canonical base-ten representation (e.g., “14” represented by a bar and four small squares).	Explicit	Not reported	(Chan et al., 2014)
<b>Counting objects</b>	To count and write down the total number of dogs in each item.	Implicit	4	(Chan et al., 2014)
<b>Counting in sequence</b>	To count aloud up to a certain number. Each sequence involved a transition to a next decade (e.g., 29e30, 39e40). The first trial started with 1 and the last trial ended with 120.	Implicit	11	(Chan et al., 2014)
<b>The Number Sense and Place Value Assessment (NPV)</b>	The place value items measure students’ concrete understanding of place value, as reflected by students’ ability to match numerals to corresponding 10-frame representations, specifically testing students’ emerging understanding of the ones place and tens place.	Explicit	9	(Kinzie et al., 2014)
<b>Which is x?</b>	Two quantities were represented with either (a) written numerals, (b) base-10 blocks, or © clouds of dots, and were asked to point to the quantity named by the experimenter (e.g., “Which is one hundred thirty-two?”).	Explicit	20	(Mix et al., 2014)
<b>Which is more?</b>	To identify a specific number (e.g., 58), children were asked to identify which numeral, block configuration, or dots picture represented the larger quantity (e.g., “Which is more?”).	Implicit	20	(Mix et al., 2014)
<b>Place-value task</b>	To read aloud the written numbers 16, 25, and 31; tell the experimenter which of each pair was bigger, and explain their answers.	Explicit	3	(Stokes, 2014)
<b>Number-comparison task</b>	To compare numerical magnitude. A pair of two-digit numbers was simultaneously presented to participants, who were asked to read them aloud and to point to the larger one within the pair.	Implicit	24	(Mark & Dowker, 2015)

<b>Number transcoding task</b>	To write down the Arabic numerals that corresponded to the dictated numbers.	Explicit	28	(Moura et al., 2015)
<b>Base-10 blocks app</b>	The tasks used involved activities about: 100s chart; Frog number line, Counting beads, Base-10 blocks, Zoom number line, and Place value cards.	Explicit	Not reported	(Moyer-Packenham et al., 2015)
<b>Not reported</b>	To indicate, in writing, the value of a particular digit in multidigit numbers(e.g., What is the value of the digit 5 in 153?).	Explicit	5	(Träff & Passolunghi, 2015)
<b>Not reported</b>	To answer questions about which number consists of a certain number of thousands, hundreds, tens, and ones.	Explicit	7	(Träff & Passolunghi, 2015)
<b>Not reported</b>	Pairs of digits (e.g., 799999–811111) were displayed on a sheet of paper, and the child was asked to indicate the larger digit in each pair.	Implicit	5	(Träff & Passolunghi, 2015)
<b>Not reported</b>	To represent the arabic numbers shown with blocks.	Explicit	7	(Vasilyeva et al., 2015)
<b>Number line estimation (different stimulus in each time)</b>	To estimate the position of 16 target numbers by marking them with a pencil stroke.	Implicit	16	(Dietrich et al., 2016)
<b>Understanding Place Value of the Number task of Number Processing Scale of the BANEVHAR</b>	To break down the number into units, tens, hundreds etc.	Explicit	Not reported	(Iglesias-Sarmiento & Deaño, 2016)
<b>Block task</b>	To represent with the blocks the numbers shown on the cards.	Explicit	7	(Vasilyeva et al., 2016)
<b>Place Value</b>	The items required them to compare, order, interpret multidigit numerals (e.g., Which number is in the ones place?"'), as well as match multidigit numerals to their expanded notation equivalents ( $342 = 300 + 40 + 2$ ).	Explicit	20	(Mix et al., 2016)
<b>Base-10 block task</b>	To present children with unit blocks and 10 blocks and explained that the blocks could be used to show numbers.	Explicit	5	(Laski et al., 2016a)
<b>Place-value problems</b>	To circle the largest number.	Explicit	5	(Laski et al., 2016a)

<b>Base-10 block-task</b>	To show the number using a block.	Explicit	Not reported	(Laski et al., 2016b)
<b>Place-value notation problems</b>	To determine the largest or smallest number among a group of numbers presented either as Arabic numerals or as groups of tens and ones.	Explicit	5	(Laski et al., 2016b)
<b>Strategic counting task</b>	To count and write down the total number of small squares.	Implicit	10	(Chan et al., 2017)
<b>Place value task</b>	To assess conceptual rather than procedural knowledge.	Explicit	18	(Herzog et al., 2017)
<b>Place value test</b>	To assess how (1) numeral ordering; (2) numeral interpretation; and (3) multi-digit addition.	Explicit	12 to 16	(Mix et al., 2017)
<b>Place Value Iceberg Intervention Diagnostic Assessment (IIDA)</b>	Questions were presented about the components of the place value and students answered and explained their ideas (e.g Counting backward from 106 to 92).	Implicit	13	(MacDonald et al., 2018)
<b>Addition problems in Arabic notation</b>	To solve a total of 30 two-digit addition problems in Arabic notation with sums not exceeding 99.	Implicit	30	(Lambert & Moeller, 2019)
<b>Give-a-Number Base-10</b>	To represent quantities. This task evaluated children's cardinal knowledge of the syntactic structure of complex numerals, especially the comprehension of the additive and multiplicative operations in a base-10 number system.	Explicit	Not reported	(Guerrero et al., 2020)
<b>Place Value Test</b>	The test contains questions about grouping and ungrouping skills related to the place value concept. The questions are related to reading and writing numbers based on place value.	Explicit	21	(Sari & Aydogdu, 2020)
<b>Digit Comparison Task</b>	To compare numerical magnitude. Children were shown pairs of digits on a computer screen and asked to point to the larger number ("Which one is more?").	Implicit	47	(Cheung & Ansari, 2021)
<b>Digit reading task</b>	To read aloud a digit shown on a computer screen.	Explicit	31	(Cheung & Ansari, 2021)
<b>The place value test</b>	To resolve numerical questions. The three factors of the test are as follows: i) Units and decimals created using words, digits, and symbols, and counting by one and ten, and grouping with decimals, ii) concepts with multi units-grouping and regrouping, natural numbers with 3 and more digits, rounding the natural numbers and iii) extended multi-unit concept-natural numbers and decimal fractions, relationships between natural numbers and decimal fractions, simple fractions.	Explicit	50	(Durmaz & Miçoogullari, 2021)

<b>The place value achievement test</b>	Not reported	Explicit	8	(Durmaz & Miçoogullari, 2021)
<b>Place-value Stroop task</b>	To press the key on the side corresponding to the physically larger digit as fast and accurately as possible.	Explicit	90	(Kong & Chan, 2021)
<b>Natural numbers in the value test</b>	The test to reveal understanding in the dimensions and sub-dimensions of the place value in natural numbers.	Explicit	20	(Paydar & Dogan, 2021)
<b>Place value task</b>	All of the tests include reading numbers, writing numbers, place value (e.g., in 13, 3 represents three ones and 1 represents one ten), face value (e.g., in 13, 3 represents three objects and 1 represents one object), grouping of numbers and regrouping of numbers.	Explicit	36	(Sari et al., 2021)
<b>The strategic counting task</b>	To assess the children's conceptualizations of two- and three-digit numbers.	Explicit	14	(Yang & Yu, 2021)
<b>Magnitude comparison task</b>	To ask which of two written numerals represented the larger quantity (e.g., 461 vs. 614).	Implicit	25	(Mix et al., 2022)
<b>Number line estimation task</b>	To present with a blank 0–100 number line and told to indicate where a number (e.g., 3) should be located using a vertical hash mark.	Implicit	15	(Mix et al., 2022)
<b>Transcoding task</b>	To read and write Arabic numerals.	Explicit	12	(Mix et al., 2022)
<b>Base-10 counting task</b>	To count the number of squares in a simple line drawing of various quantities represented with base-10 blocks.	Explicit	Not reported	(Mix et al., 2022)
<b>Which N has __?</b>	Task was a multiple-choice adaptation of the digit correspondence task (e.g., Hanich et al., 2001; Kamii, 1989). The experimenter then asked the child to select the number that answered a place value question such as, "Which number has two tens?".	Explicit	6	(Mix et al., 2022)
<b>Expanded notation task</b>	To select the correct expanded version from among three options (e.g., 10+1, 10+10, or 1+1) in the written numeral.	Explicit	6	(Mix et al., 2022)

## Discussion

This scoping review aimed to map how place-value understanding is defined and assessed in the literature. We found four definition categories that can be used for the place-value understanding, 96 tasks that evaluate the place-value understanding and that can be classified into two groups: implicit and explicit. In addition, we also identified a variety of research questions and objectives that are addressed with place-value measures.

There is inconsistency in the literature on how to define place-value, so the definitions of this concept vary from study to study. Therefore, we mapped what definitions exist and their frequencies. The literature most frequently presents place-value as the value of each digit within a number will depend on the position that digit occupies (Valeras & Becker, 1997; Cawley et al., 2007; Chan et al., 2010; Mann et al., 2011; Moeller et al., 2011; Browning, & Beauford, 2012; Byrge et al, 2013; Chan et al.,2014; Mark & Dowker, 2015; Chan et al.,2017; Laski et al.,2016; Lambert & Moeller, 2019; Jordan et al.,2019; Sari & Aydoğdu, 2020; Cheung & Ansari, 2021; Paydar & Dogan, 2021; Kong & Chan, 2021; Yang & Yu, 2021). Our results are in line with this definition, since 26% of the studies of our review define place-value as previously stated. However, some studies use specific characteristics of place-value to define this concept, such as base-10, and the multiplicative and additive compositions (Diedrich & Glennon, 1970; Miura et al., 1988; Dietrich et al., 2016; Ross, 1989; Herzog et al., 2017, Miura et al., 1993; Simmons & Singleton, 2009; Moeller et al., 2011; Mann et al., 2012; Chan et al., 2014; Moura et al., 2015; Mix et al., 2017; Cheung & Ansari, 2021). Ross (1989) defines place-value from four concepts: positional, base-ten, multiplicative, and additive, but also as a part-part-all concept. Moeller and colleagues (2011) also describe place-value understanding using two concepts: a system in which the value of each digit is within a multi-digit number, and the system represents large numbers using spatial position and the multiplicative relation between base-ten units and their

counts. The different definitions point to an inconsistency in the literature in this area. Corroborating this point, we also found that most of the studies included in our review do not define place-value. The definition of this concept is important because it promotes a better understanding of one of the main concepts in number cognition.

Among the categories of objectives mapped, we found that most of the studies on place-value understanding aim at: to investigate the place-value performance of special populations (children with difficulties or disabilities); to investigate the differences in place-value performance between different educational systems, teaching strategies, tools, or curriculums, and to investigate the development of place-value understanding and its impact on other numerical abilities. We found 14 articles for each of these categories. The studies with a special population are mostly composed of children with learning difficulties in math or reading. We found that place-value understanding in children with difficulties was less precise compared to children with typical development (Chan & Ho, 2010; Donlan et al., 2007; Hanich et al., 2001; Iglesias-Sarmiento & Deaño, 2016; Jordan & Hanich, 2000; Simmons & Singleton, 2009; Lambert & Moeller, 2019; Chan et al., 2017; MacDonald et al. 2018). In addition, most of the curricula, strategies, and tools that had as a resource the teaching of place-value through features involved in learning place-value (e.g. base-10), show success in improving performance in place value tasks when compared to groups that did not use the same strategies (Laski et al. 2016; Mix et al., 2017; Reed, 2008). Finally, the articles that investigate the relationship between place-value understanding and arithmetic performance, indicate that there is a significant association between them (Dietrich et al., 2016; Ho & Cheng, 1997; Laski et al., 2016; Moeller et al., 2011; Mix et al., 2016).

The literature describes that place-value understanding is involved in different skills such as understanding the base-10 structure, identifying, writing and reading Arabic numerals. For instance, numerical transcoding, besides mapping quantities in Arabic numerals, requires

the understanding of decimal units so that the transcription of the number occurs correctly (Moura et al., 2015; Herzog et al., 2017; Sari et al., 2021; Mix et al., 2022). Following this concept, our results point out that numerical transcoding have been used to assess place-value understanding in different studies, especially those investigating specific aspects of place-value, such as number writing errors (Byrge et al., 2013), psychometric properties of a number-writing task (Moura et al., 2015), or the development of place-value understanding and its impact on other numerical abilities (Mix et al. 2022; Moeller et al., 2011). However, it is still not clear whether number transcoding is a skill that precedes or follows place-value understanding. On one hand, studies describe that understanding units and tens is fundamental to writing Arabic numerals (Moeller et al., 2011, Mix et al., 2022). Furthermore, items in an Arabic numeral writing task that better the understanding of place-value syntax were the most sensitive to mathematics achievement (Moura, et al., 2015). This result demonstrates the importance of prior knowledge of place-value for performing a number transcoding task. On the other hand, number transcoding is also recognized as a later skill of place-value understanding. In addition to mapping number words (e.g. fifty-two) into a numeral (e.g. 52), it is necessary to understand what position each digit occupies within the numeral to know its value (Deloche e Seron, 1987). These findings point to a reciprocal causality between place-value understanding and numerical transcoding performance.

It is known so far that the literature on place-value understanding is heterogeneous. The presence of implicit tasks that measure place-value supports this point. The main implicit tasks used in the included studies were magnitude comparison and number line (Moeller et al., 2011; Dietrich et al., 2016; Yang & Yu, 2020). Moeller and colleagues (2011) assess understanding of units and tens using a magnitude comparison task. Comparing the magnitude of numbers has also been used in language comparison studies (Pixner et al., 2011) and investigating the development of place-value understanding (Mann et al., 2012; Mann et al., 2011). The number

line task has also been used to assess the development of place-value (Dietrich et al., 2016; Mix et al. (2022)). These results suggest that implicit tasks are generally used to investigate more general aspects of place-value understanding. On the other hand, explicit tasks investigate specific aspects, often used to define them, such as base-10 (Laski et al., 2016; Vasilyeva et al., 2016).

Terms and terminology are important for understanding research concepts. With this in mind, we also mapped the tasks that assess place-value understanding. To do this, we organized these findings into two categories: explicit and implicit. Explicit tasks measure place-value understanding through specific features of this skill (e.g base-10, writing and reading Arabic numerals), and implicit tasks measure secondary abilities of place-value understanding (e.g number line and symbolic magnitude comparison). Our results show that the majorities of the tasks found are explicit, which suggests that they focus on specific features of place-value understanding to assess this skill. Mix and colleagues (2022) describe base-10 as an important initial skill for learning the number system. Following this finding our results point out that, within the explicit tasks, base-10 tasks are one of the most frequent.

Finally, we also found different tasks that measure in place-value understanding in the same study (e.g Mix et al., 2022; Laski et al., 2016a; Laski et al., 2016b). This result points again to how heterogeneous the literature is regarding the tasks used to measure place-value understanding. Overall, the results of this review, summarize different definitions and evaluation measures for place-value understanding. While we found a compilation of measures that enables the investigation of different research objectives, these results also point out that the non-systematization of this concept can make it difficult to place-value understanding.

There are acknowledged limitations to this review. The relationship between language and numerical processing has been consistently highlighted in numerical cognition studies, especially concerning place-value processing (Dowker & Nuerk, 2016; Bahnmüller et al.,

2018; Bahnmueller et al., 2018). Considering this aspect, one of the limitations of our study is not evaluate differences in the place-value understanding between languages. In addition, we do not present the different levels of place-value processing (e.g. place identification, place-value activation, and place-value computation) in multidigit numbers (Bahnmueller et al., 2018).

Moreover, the fact that many studies use tasks with very different place-value understanding levels, some explicit and others implicit, makes it difficult to compare and replicate the results. Our findings indicate a predominance of cross-sectional studies investigating place-value understanding.

We found a low number of longitudinal and experimental studies, we suggest that future studies concentrate on these research designs. In this way, information about the development of place-value, and inferences of causality between place-value and mathematical skills can be drawn. Lastly, we have not included pedagogical studies because the majority of the literature is qualitative studies. We suggest that future reviews focus on the pedagogical aspects of place-value to foster the implementation of educational resources.

In conclusion, as far as we are aware, this is the first scoping review to map evidence on place-value understanding. This review has demonstrated inconsistency in the literature on how place-value understanding is defined and measured. However, the findings indicate a large number of tasks that assess place-value understanding favoring the development of future empirical studies. Furthermore, the tasks were organized into categories (implicit and explicit) allowing future studies to focus on the methodological complexity of place-value understanding.

## References

- Andersson, U. (2008). Mathematical competencies in children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology, 100*(1), 48–66. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0022-0663.100.1.48>
- Aromataris E, Munn Z (Editors). JBI Manual for Evidence Synthesis. JBI, 2020. Available from <https://synthesismanual.jbi.global>. <https://doi.org/10.46658/JBIMES-20-01>
- Browning, S. T., & Beauford, J. E. (2011). Language and Number Values: The Influence of Number Names on Children's Understanding of Place Value. *Investigations in Mathematics Learning, 4*(2), 1–24. <https://doi.org/10.1080/24727466.2012.11790310>
- Byrge, L., Smith, L. B., & Mix, K. S. (2014). Beginnings of Place Value: How Preschoolers Write Three-Digit Numbers. *Child Development, 85*(2), 437–443. <https://doi.org/10.1111/cdev.12162>
- Cawley, J. F., Parmar, R. S., Lucas-Fusco, L. M., Kilian, J. D., & Foley, T. E. (2007). Place Value and Mathematics for Students with Mild Disabilities: Data and Suggested Practices. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal, 5*(1), 21–39. <https://eric.ed.gov/?id=EJ797668>
- Chan, B. M., & Ho, C. S. (2010). The Cognitive Profile of Chinese Children with Mathematics Difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology, 107*(3), 260–279. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.04.016>
- Chan, W. W. L., Au, T. K., Lau, N. T. T., & Tang, J. (2017). Counting errors as a window onto children's place-value concept. *Contemporary Educational Psychology, 51*, 123–130. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.07.001>

- Chan, W. W. L., Au, T. K., & Tang, J. (2014). Strategic counting: A novel assessment of place-value understanding. *Learning and Instruction, 29*, 78–94. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.09.001>
- Cheung, P., & Ansari, D. (2021). Cracking the Code of Place Value: The Relationship between “Place” and “Value” Takes Years to Master. *Developmental Psychology, 57*(2), 227–240. <https://doi.org/10.1037/dev0001145>
- Deloche, G., & Seron, X. (1987). Numerical transcoding: A general production model. In G. Deloche & X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (pp. 137–179). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Diedrich, R. C., & Glennon, V. J. (1970). The Effects of Studying Decimal and Nondecimal Numeration Systems on Mathematical Understanding, Retention, and Transfer. *Journal for Research in Mathematics Education*. <https://doi.org/10.2307/748334>
- Dietrich, J. F., Huber, S., Dackermann, T., Moeller, K., & Fischer, U. (2016). Place-value understanding in number line estimation predicts future arithmetic performance. *British Journal of Developmental Psychology, 34*(4), 502–517. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12146>
- Donlan, C., Cowan, R., Newton, E. J., & Lloyd, D. (2007). The Role of Language in Mathematical Development: Evidence from Children with Specific Language Impairments. *Cognition, 103*(1), 23–33. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.02.007>
- Durmaz, B., & Miçoogullari, S. (2021). The Effect of the Integrated Mathematics Lessons with Children’s Literature on the Fifth Grade Students’ Place Value Understanding. *Acta Didactica Napocensia, 14*(2), 244–256. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1320778>

- Edge, D., & Ashlock, R. B. (1982). Using Multiple Embodiments of Place Value Concepts. *Alberta Journal of Educational Research*, 28(3), 267-76. <https://eric.ed.gov/?id=EJ270136>
- Fischer, F. E. (1990). A Part-Part-Whole Curriculum for Teaching Number in the Kindergarten. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 207–215. <https://doi.org/10.2307/749374>
- Fuson, K. C., & Briars, D. J. (1990). Using a Base-Ten Blocks Learning/Teaching Approach for First- and Second-Grade Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 180–206. <https://doi.org/10.2307/749373>
- Geary, David C. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. *Europe Child & Adolescent Psychiatry*, 1(9), 11-16. <https://doi.org/10.1007/s007870070004>
- Guerrero, D., Hwang, J., Boutin, B., Roeper, T., & Park, J. (2020). Is thirty-two three tens and two ones? The embedded structure of cardinal numbers. *Cognition*, 203, 104331. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2020.104331>
- Habermann, S., Donlan, C., Göbel, S. M., & Hulme, C. (2020). The critical role of Arabic numeral knowledge as a longitudinal predictor of arithmetic development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 193, 104794. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.104794>
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93(3), 615–626. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.615>

- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology, 93*(3), 615–626. doi:10.1037/0022-0663.93.3.615
- Herzog, M., Ehlert, A., & Fritz, A. (2017). A Competency Model of Place Value Understanding in South African Primary School Pupils. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 21*(1), 37–48. <https://doi.org/10.1080/18117295.2017.1279453>
- Ho, C. S.-H., & Cheng, F. S.-F. (1997). Training in place-value concepts improves children's addition skills. *Contemporary Educational Psychology, 22*(4), 495–506. <https://doi.org/10.1006/ceps.1997.0947>
- Iglesias-Sarmiento, V., & Deaño, M. (2016). Arithmetical difficulties and low arithmetic achievement: Analysis of the underlying cognitive functioning. *The Spanish Journal of Psychology, 19*. <https://doi.org/10.1017/sjp.2016.40>
- Jordan, J.-A., Mulhern, G., & Wylie, J. (2009). Individual Differences in Trajectories of Arithmetical Development in Typically Achieving 5- to 7-Year-Olds. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(4), 455–468. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.01.011>
- Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2000). Mathematical thinking in second-grade children with different forms of LD. *Journal of Learning Disabilities, 33*(6), 567–578. <https://doi.org/10.1177/002221940003300605>
- Kinzie, M. B., Whittaker, J. V., Williford, A. P., DeCoster, J., McGuire, P., Lee, Y., & Kilday, C. R. (2014). “MyTeachingPartner—Math/Science” Pre-Kindergarten Curricula and Teacher Supports: Associations with Children's Mathematics and Science Learning.

*Grantee Submission*, 29, 586–599. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2014.06.007>

Kong, M. N. K., & Chan, W. W. L. (2021). Automatic processing of place-value in kindergarteners. *European Journal of Developmental Psychology*, No Pagination Specified-No Pagination Specified. <https://doi.org/10.1080/17405629.2020.1854216>

Lambert, K., & Moeller, K. (2019). Place-value computation in children with mathematics difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 178, 214–225. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.008>

Laski, E. V., Schiffman, J., Shen, C., & Vasilyeva, M. (2016). Kindergartners' base-10 knowledge predicts arithmetic accuracy concurrently and longitudinally. *Learning and Individual Differences*, 50, 234–239. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.08.004>

Laski, E. V., Vasilyeva, M., & Schiffman, J. (2016). Longitudinal Comparison of Place-Value and Arithmetic Knowledge in Montessori and Non-Montessori Students. *Journal of Montessori Research*, 2(1), 1–15. <https://doi.org/10.17161/jomr.v2i1.5677>

MacDonald, B. L., Westenskow, A., Moyer-Packenham, P. S., & Child, B. (2018). Components of Place Value Understanding: Targeting Mathematical Difficulties When Providing Interventions. *School Science and Mathematics*, 118, 17–29. <https://doi.org/10.1111/ssm.12258>

Mann, A., Moeller, K., Pixner, S., Kaufmann, L., & Nuerk, H.-C. (2011). Attentional strategies in place-value integration: A longitudinal study on two-digit number comparison. *Zeitschrift für Psychologie/Journal of Psychology*, 219(1), 42–49. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1027/2151-2604/a000045>

Mann, A., Moeller, K., Pixner, S., Kaufmann, L., & Nuerk, H.-C. (2012). On the Development

- of Arabic Three-Digit Number Processing in Primary School Children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *113*(4), 594–601. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.08.002>
- Mark, W., & Dowker, A. (2015). Linguistic influence on mathematical development is specific rather than pervasive: Revisiting the Chinese Number Advantage in Chinese and English children. *Frontiers in Psychology*, *6*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00203>
- Miura, I. T., Kim, C. C., Chang, C., & Okamoto, Y. (1988). Effects of language characteristics on children's cognitive representation of number: Cross-national comparisons. *Child Development*, *59*(6), 1445–1450. <https://doi.org/10.2307/1130659>
- Miura, I. T., & Okamoto, Y. (1989). Comparisons of U.S. and Japanese First Graders' Cognitive Representation of Number and Understanding of Place Value. *Journal of Educational Psychology*, *81*(1), 109–114. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0022-0663.81.1.109>
- Miura, I. T., Okamoto, Y., Kim, C. C., Chang, C.-M., & al, et. (1994). Comparisons of children's cognitive representation of number: China, France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *International Journal of Behavioral Development*, *17*(3), 401–411. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1177/016502549401700301>
- Miura, I. T., Okamoto, Y., Kim, C. C., Steere, M., & Fayol, M. (1993). First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: Cross-national comparisons: France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *Journal of Educational Psychology*, *85*(1), 24–30. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.85.1.24>
- Mix, K. S., Bower, C. A., Hancock, G. R., Yuan, L., & Smith, L. B. (2022). The development of place value concepts: Approximation before principles. *Child Development*, *93*(3),

778–793. <https://doi.org/10.1111/cdev.13724>

- Mix, K. S., Levine, S. C., Cheng, Y.-L., Young, C., Hambrick, D. Z., Ping, R., & Konstantopoulos, S. (2016). Separate but correlated: The latent structure of space and mathematics across development. *Journal of Experimental Psychology: General*, *145*(9), 1206–1227. <https://doi.org/10.1037/xge0000182>
- Mix, K. S., Prather, R. W., Smith, L. B., & Stockton, J. D. (2014). Young Children’s Interpretation of Multidigit Number Names: From Emerging Competence to Mastery. *Child Development*, *85*(3), 1306–1319. <https://doi.org/10.1111/cdev.12197>
- Mix, K. S., Smith, L. B., Stockton, J. D., Cheng, Y.-L., & Barterian, J. A. (2017). Grounding the Symbols for Place Value: Evidence from Training and Long-Term Exposure to Base-10 Models. *Journal of Cognition and Development*, *18*(1), 129–151. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1127297>
- Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L., & Nuerk, H. C. (2011). Early Place-Value Understanding as a Precursor for Later Arithmetic Performance—A Longitudinal Study on Numerical Development. *Research in Developmental Disabilities: A Multidisciplinary Journal*, *32*(5), 1837–1851. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.03.012>
- Moura, R., Lopes-Silva, J. B., Vieira, L. R., Paiva, G. M., de Almeida Prado, A. C., Wood, G., & Haase, V. G. (2015). From “five” to 5 for 5 minutes: Arabic number transcoding as a short, specific, and sensitive screening tool for mathematics learning difficulties. *Archives of Clinical Neuropsychology*, *30*(1), 88–98. <https://doi.org/10.1093/arclin/acu071>

- Moura, R., Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Lonnemann, J., Krinzinger, H., Willmes, K., & Haase, V. G. (2013). Transcoding abilities in typical and atypical mathematics achievers: The role of working memory and procedural and lexical competencies. *Journal of Experimental Child Psychology*, *116*(3), 707–727. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.07.008>
- Moyer-Packenham, P. S., Shumway, J. F., Bullock, E., Tucker, S. I., Anderson-Pence, K. L., Westenskow, A., Boyer-Thurgood, J., Maahs-Fladung, C., Symanzik, J., Mahamane, S., MacDonald, B., & Jordan, K. (2015). Young Children's Learning Performance and Efficiency When Using Virtual Manipulative Mathematics iPad Apps. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *34*(1), 41–69. <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:43901e3>
- Naito, M., & Miura, H. (2001). Japanese children's numerical competencies: Age- and schooling-related influences on the development of number concepts and addition skills. *Developmental Psychology*, *37*(2), 217–230. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.37.2.217>
- Mourad O., Hossam H., Zbys F., & Ahmed E.. Rayyan — a web and mobile app for systematic reviews. *Systematic Reviews* (2016) 5:210, DOI: 10.1186/s13643-016-0384-4.
- Paydar, S., & Dogan, A. (2021). Examining 4th Grade Gifted and Non-Gifted Students Understanding Levels of Place Value. *International Journal of Psychology and Educational Studies*, *8*(3), 161–179. <https://doi.org/10.52380/ijpes.2021.8.3.497>
- Pixner, S., Moeller, K., Hermanova, V., Nuerk, H.-C., & Kaufmann, L. (2011). Whorf Reloaded: Language Effects on Nonverbal Number Processing in First Grade—A Trilingual Study. *Journal of Experimental Child Psychology*, *108*(2), 371–382.

<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.09.002>

Reed, M. K. (2008). Comparison of the Place Value Understanding of Montessori Elementary Students. *Investigations in Mathematics Learning*, 1(1), 1–26.

<https://doi.org/10.1080/24727466.2008.11790278>

Ross, S. H. (1989). Parts, Wholes, and Place Value: A Developmental View. *Arithmetic Teacher*, 36(6), 47–51. <https://doi.org/10.5951/AT.36.6.0047>

Russell, R. L., & Ginsburg, H. P. (1984). Cognitive Analysis of Children's Mathematics Difficulties. *Cognition and Instruction*, 1(2), 217–244.

[https://doi.org/10.1207/s1532690xci0102\\_3](https://doi.org/10.1207/s1532690xci0102_3)

Sari, M. H., & Aydogdu, S. (2020). The Effect of Concrete and Technology-Assisted Learning Tools on Place Value Concept, Achievement in Mathematics and Arithmetic Performance. *International Journal of Curriculum and Instruction*, 12(1), 197–224.

Sari, M. H., Herzog, M., Olkun, S., & Fritz, A. (2021). Validation of a Model of Sustainable Place Value Understanding in Turkey. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0659. <https://doi.org/10.29333/iejme/11295>

Saxton, M., & Cakir, K. (2006). Counting-On, Trading and Partitioning: Effects of Training and Prior Knowledge on Performance on Base-10 Tasks. *Child Development*, 77(3), 767–785. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00902.x>

Saxton, M., & Towse, J. N. (1998). Linguistic Relativity: The Case of Place Value in Multi-Digit Numbers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 69(1), 66–79. <https://doi.org/10.1006/jecp.1998.2437>

Simmons, F. R., & Singleton, C. (2009). The mathematical strengths and weaknesses of

- children with dyslexia. *Journal of Research in Special Educational Needs*, 9(3), 154–163. <https://doi.org/10.1111/j.1471-3802.2009.01128.x>
- Stokes, P. D. (2014). Using a creativity model to solve the place-value problem in kindergarten. *The International Journal of Creativity & Problem Solving*, 24(2), 101–122. <https://psycnet.apa.org/record/2014-48681-007>
- Träff, U., & Passolunghi, M. C. (2015). Mathematical skills in children with dyslexia. *Learning and Individual Differences*, 40, 108–114. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1016/j.lindif.2015.03.024>
- Uprichard, A. E., & Collura, C. (1977). The Effect of Emphasizing Mathematical Structure in the Acquisition of Whole Number Computation Skills (Addition and Subtraction) by Seven- and Eight-Year Olds: A Clinical Investigation. *School Science and Mathematics*.
- Varelas, M., & Becker, J. (1997). Children's Developing Understanding of Place Value: Semiotic Aspects. *Cognition and Instruction*, 15(2), 265–286.
- Vasilyeva, M., Laski, E. V., Ermakova, A., Lai, W.-F., Jeong, Y., & Hachigian, A. (2015). Reexamining the language account of cross-national differences in base-10 number representations. *Journal of Experimental Child Psychology*, 129, 12–25. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.08.004>
- Vasilyeva, M., Laski, E., Veraksa, A. N., & Shen, C. (2016). Development of children's early understanding of numeric structure. *Psychology in Russia: State of the Art*, 9(3), 76–94. <https://doi.org/10.11621/pir.2016.0305>
- Vlahović-Štetić, V., & Miura, I. T. (1995). Cognitive representation of number and

understanding of place value: First graders in Croatia and the United States. *Review of Psychology*, 2(1), 23–28.

Yang, X., & Yu, X. (2021). The Relationship between Mental Rotation and Arithmetic: Do Number Line Estimation, Working Memory, or Place-Value Concept Matter? *British Journal of Educational Psychology*, 91(3), 793–810.  
<https://doi.org/10.1111/bjep.12403>

Yuan, L., Prather, R., Mix, K., & Smith, L. (2021). The First Step to Learning Place Value: A Role for Physical Models? *Frontiers in Education*, 6, 683424.  
<https://doi.org/10.3389/educ.2021.683424>

## CAPÍTULO 3

### **Mais que numerais arábicos: compreensão do valor posicional e sua relação com a transcodificação numérica e os cálculos aritméticos**

Leidiane da Silva Caldeira<sup>1</sup>, Ricardo Moura<sup>2</sup> & Júlia Beatriz Lopes-Silva<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós-graduação em Psicologia: Cognição e Comportamento, Universidade Federal de Minas Gerais, <sup>2</sup>Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, <sup>3</sup>Departamento de Psicologia, Universidade Federal de Minas Gerais.

#### **Resumo**

A compreensão do valor posicional consiste no entendimento de que cada dígito tem seu valor determinado a partir da posição que ele ocupa na cadeia numérica. O Modelo de Compreensão do Valor Posicional de Herzog et al. (2017) explica como ocorre a aquisição dessa habilidade através de cinco níveis hierárquicos: nível pré-decádico, nível I (Valor Posicional), nível II (Relação Dezena-Unidade com Suporte Visual), nível III (Relação Dezena-Unidade Sem Suporte Visual) e nível IV (Relações gerais de unidade decimal de agrupamento). Além disso, estudos apontam que a compreensão do valor posicional se relaciona com outras competências matemáticas, como a transcodificação numérica e os cálculos aritméticos. O estudo atual investigou como as crianças brasileiras compreendem o valor posicional a partir dos tipos de compreensão e níveis descritos neste modelo e sua relação com habilidades numéricas e aritméticas. O estudo foi realizado na modalidade online e presencial. Participaram 201 crianças (94 online e 107 presencial) entre o 2º e 5º do ensino fundamental de escolas públicas e privadas. Os resultados descrevem que a porcentagem de crianças que alcançam proficiência nos níveis diminui à medida que os níveis aumentam. A hierarquia do modelo encontrada em estudos anteriores não foi observada no estudo atual. Encontramos também que os tipos de

compreensão do valor posicional estão relacionados com o desempenho na transcodificação numérica e cálculos aritméticos. No entanto, apenas a compreensão procedimental do valor posicional não foi capaz de explicar o desempenho dos cálculos aritméticos. Os tipos de erros da transcodificação numérica também foram associados a compreensão do valor posicional, principalmente os erros sintáticos. Essas descobertas permitem que o desenvolvimento progressivo do valor posicional e seus tipos de compreensão informem quais são as habilidades esperadas durante a aprendizagem, favorecendo o ensino e auxiliando em intervenções educacionais direcionadas. Além disso, contribui para a literatura de estudos com diferentes metodologias de coleta (online e presencial).

*Palavras-chaves:* compreensão do valor posicional, transcodificação numérica, cálculos aritméticos, erros de transcodificação, coleta online, coleta presencial

## **Introdução**

Anotar número de telefone, verificar o preço no supermercado e preparar uma receita são algumas das atividades diárias que são amparadas em conhecimento numérico. Além disso, estudos apontam que a compreensão dos numerais arábicos impacta na aprendizagem de habilidades matemáticas simples e complexas (Bahnmüller et al., 2020; Moeller et al., 2011). Dessa forma, investigar como a aprendizagem da matemática se constrói proporciona benefícios não somente para o ambiente escolar, mas também para o cotidiano da criança.

Dehaene (1992) propôs o Modelo do Triplo Código, um modelo representacional que distingue três representações numéricas diferentes: uma representação não-simbólica de quantidades, uma representação simbólica verbal-arábica e uma representação simbólica visual-arábica. O estudo atual tem como foco as representações simbólicas, por isso a representação não-simbólica não será discutida.

O código verbal-arábico é composto por um léxico de palavras que são organizadas em uma sintaxe para representar qualquer número de acordo com os princípios aditivo e multiplicativo (Deloche & Seron, 1982; McCloskey et al., 1985; Geary et al., 2000). Esses princípios expressam uma relação de soma sobre os valores numéricos (e.g. noventa e dois representa noventa mais dois), e uma relação de produto (e.g. quatrocentos significa quatro vezes cem), respectivamente.

O código visual-arábico é composto por um conjunto finito de unidades lexicais (algarismos de 0 a 9) que podem ser organizados para representar infinitas quantidades que seguem o princípio do valor posicional. A sintaxe do valor posicional representa quantidades através de uma potência de base 10 (e.g. o número 293 corresponde a  $2 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 3 \times 10^0$  ou  $200 + 90 + 3$ ). Dentre as definições encontradas na literatura, a mais recorrente apresenta esse conceito como o valor do dígito relativo à posição que ele ocupa, variando em potências de 10 (no caso do código arábico), da direita pra esquerda (e.g. o algarismo 4 em 478 ocupa a centena e vale 400, enquanto o 8 ocupa a unidade e vale 8 (Chan et al., 2014; Geary et al., 2000; Herzog et al., 2017a; Ross, 1989). O princípio de valor posicional é um produto cultural, sendo adquirido ao longo dos anos de escolarização e que necessita de instrução explícita para sistematizar a compreensão do sistema numérico (Chan et al., 2014; Ross, 1989; Herzog et al., 2017a).

A compreensão desse princípio requer habilidades específicas para a sua aquisição. A compreensão procedimental e conceitual são habilidades importantes que influenciam no desenvolvimento de competência matemáticas (Rittle-Johnson et al., 2001; Schneider & Stern, 2010) e que também podem ser descritas e relacionadas para a compreensão do valor posicional (Van de Walle et al.2004).

Segundo Van de Walle et al. (2004), a compreensão procedimental do valor posicional refere-se a *como* os números podem ser representados por unidades decimais (e.g. unidade, dezena e centena), e envolve habilidades de leitura, escrita e contagem de números, além de contagem em unidades decimais e aritmética multidígitos (Van de Walle et al., 2004; Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Herzog et al., 2019; Sari et al., 2021). A compreensão conceitual do valor posicional consiste no conhecimento do *que* essas unidades decimais significam e como estão relacionadas (e.g. 120 é igual 100 mais 20), permitindo que os números sejam representados de diferentes maneiras: 32 pode ser representado por 3 dezenas e 2 unidades (representação canônica) ou, por exemplo, 2 dezenas e 12 unidades (representação não-canônica). A capacidade de integrar palavras numéricas, numerais arábicos e representações de magnitude estruturadas decimalmente resultam na compreensão procedimental e conceitual do valor posicional (Van de Walle et al., 2004; Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Herzog et al., 2019; Sari et al., 2021). Dessa forma, os conceitos procedimental e conceitual não são independentes, eles interagem entre si e são importantes para o desenvolvimento da compreensão do valor posicional (Van de Walle et al., 2004; Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Herzog et al., 2019; Sari et al., 2021).

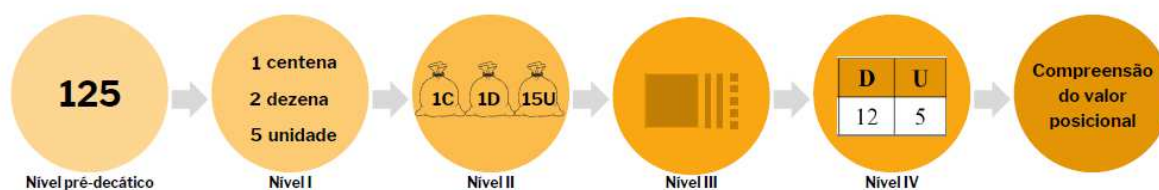
### **Modelos cognitivos sobre valor posicional**

Existem alguns modelos que buscam explicar como ocorre a aprendizagem do valor posicional (Chan et al., 20014; Cobb & Wheatley, 1988; Fuson, 1990; Ross, 1989). No entanto, eles apresentam algumas limitações, tais como: analisarem apenas números de até dois dígitos, avaliarem a compreensão procedimental em detrimento da compreensão conceitual, além da maioria das reflexões propostas serem explicadas com pouca ou nenhuma base empírica (Herzog et al., 2019a).

Dessa maneira, para preencher tais lacunas teóricas, bem como descrever a avaliação da compreensão procedimental e conceitual do valor posicional, foi desenvolvido o Modelo de Compreensão do Valor Posicional de Herzog et al. (2017b), que é um modelo teórico hierárquico que descreve características desenvolvimentais de aquisição da noção de valor posicional através de cinco níveis hierárquicos (Figura 3.1). Os níveis são descritos na tabela 3.1. O modelo é acumulativo, no sentido de que os conhecimentos previamente adquiridos permanecem disponíveis para as crianças através de níveis interligados.

**Figura 3.1**

*Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al., 2017b).*



*Nota.* Figura elaborada pela autora para representar o Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al., 2017b). As setas representam a relação de hierarquia entre os níveis.

**Tabela 3.1**

*Descrição dos níveis do modelo de compreensão do valor posicional.*

Nível	Descrição
Nível pré-decádico ( <i>Pre-decadic</i> )	As crianças não reconhecem os dígitos de acordo com o seu valor posicional dentro do número. Para elas, os dígitos que compõem um número são elementos únicos que não são organizados por meio de um sistema posicional em que o seu valor numérico é relativo à posição que ocupa. As crianças são capazes de decompor números (e.g. $8 = 2 \times 4$ ou $8 = 2 + 2 + 2 + 2$ ), mas ainda não são capazes de compreender que o valor do dígito pode ser diferente de acordo com sua posição dentro do número.
Nível I (Valor Posicional - <i>Place Value</i> )	As crianças são capazes de identificar em números multidígitos a posição referente às unidades, às dezenas e em alguns casos às centenas. Entretanto, as unidades decimais de agrupamento não estão inter-relacionadas, permanecendo isoladas nesse nível: as crianças não precisam compreender que unidades e dezenas podem ser agrupadas (e.g. $10 + 6 = 16$ ) para identificar e nomear

<p>No nível II (Relação Dezena-Unidade com Suporte Visual - <i>Tens-Units Relation with Visual Support</i>)</p>	<p>a posição do dígito dentro do número. Neste nível, os estudantes são capazes de realizar cálculos de adição até o número 1000, mas sem transporte de dígitos.</p>
<p>Nível III (Relação Dezena-Unidade Sem Suporte Visual - <i>Tens-Units Relation Without Visual Support</i>)</p>	<p>As crianças sabem que uma dezena é composta por dez unidades, sendo também capazes de construir representações não canônicas (limitada às unidades e dezenas) com suporte de manipulativos, como material dourado e ábaco ou imagens que representam blocos de base 10, por exemplo. Crianças neste nível são capazes de realizar cálculos de adição sem transporte de dígitos para números ilimitados e cálculos de subtração sem transporte de dígitos limitados até o número 100.</p>
<p>Nível IV (Relações gerais de unidade decimal de agrupamento - <i>General Decimal-Bundling-Unit Relations</i>)</p>	<p>As crianças conseguem lidar com representações não-canônicas de dezenas e unidades sem o suporte visual. Elas são capazes de compreender unidades decimais de agrupamento maiores (dezenas e centenas) com auxílio do suporte visual. Apesar das crianças desse nível compreenderem apenas a relação entre unidades e dezenas até 100 sem suporte visual, elas são capazes de realizar cálculos de adição e subtração sem o transporte de dígitos em qualquer intervalo numérico. No entanto, os cálculos de subtração com transporte de dígitos são limitados até 1000.</p>
<p>Nível IV (Relações gerais de unidade decimal de agrupamento - <i>General Decimal-Bundling-Unit Relations</i>)</p>	<p>As crianças neste nível, além de compreenderem, sem suporte visual, que dez dezenas correspondem a uma centena, são capazes de agrupar unidades decimais maiores, como centenas e milhares. Em relação ao desempenho nos cálculos de adição e subtração, esses estudantes são capazes de resolver essas operações com transporte de dígitos sem limite numérico</p>

---

Esse modelo foi validado empiricamente na Alemanha (Herzog et al., 2017b; Herzog & Fritz, 2019), África do Sul (Herzog et al., 2017a) e Turquia (Sari et al., 2020) em estudos transversais e na Alemanha em um estudo longitudinal (Herzog & Fritz, 2019). De forma geral, os resultados apoiam os pressupostos que os níveis são apresentados em hierarquia e o conhecimento do valor posicional é adquirido progressivamente.

Essa hipótese de que a aprendizagem do valor posicional é progressiva e hierárquica foi testada e confirmada em estudos com crianças alemãs, sul-africanas e turcas (Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Herzog & Fritz, 2019; Sari et al., 2021). Os itens que envolviam representações não-canônicas, uma das habilidades da compreensão conceitual, foram mais difíceis para os estudantes, em comparação aos itens que envolviam as representações

canônicas (Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Sari et al., 2021). Além disso, mesmo a tarefa sendo apresentada em idiomas diferentes em cada estudo (alemão, inglês e turco), os itens apontam resultados semelhantes, demonstrando que apesar da diferença cultural e especificidades do idioma, a tarefa de valor posicional é capaz de mensurar essa habilidade em diferentes países.

Evidências empíricas demonstram que a compreensão do valor posicional é um processo acumulativo e que envolve diferentes habilidades, além de apresentar implicações na aquisição de competências matemáticas simples e complexas (Moura et al., 2013, 2015; Pixner et al., 2011; Zuber et al., 2009). A importância do valor posicional na aprendizagem matemática pode ser associada às habilidades de transcodificação numérica e cálculos aritméticos.

A compreensão da sintaxe de valor posicional é crucial para a aprendizagem de tarefas matemáticas importantes, como ler e escrever números em suas diferentes notações (Lochy e Censabella, 2005). Além de requisitar a compreensão do valor posicional (Moura et. al, 2013; 2015) a leitura e escrita de numerais arábicos são consideradas preditores importantes para as habilidades aritméticas durante o ensino fundamental (Moeller et al., 2011).

### **Transcodificação numérica e a compreensão do valor posicional**

Conseguir converter símbolos numéricos entre essas diferentes notações (“vinte e um” → 21 ou “21” → “vinte e um”) é denominado transcodificação numérica (Deloche e Seron, 1987). Pesquisas de transcodificação mostram que essa habilidade é desenvolvida ao longo dos anos iniciais de escolarização por meio de instrução explícita (Moura et. al, 2013, 2015; Zuber et al., 2009). O processo de aprendizagem envolve o mapeamento entre as formas verbais e arábicas e posteriormente a habilidade de relacionar essas duas representações (Yuan et. al, 2019).

De acordo com a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), é esperado que as crianças brasileiras comecem a aprender a transcodificação no 1º ano do ensino fundamental com a leitura e escrita de números até 100 (Ministério da Educação, 2018). Mas é apenas no 2º ano que esses estudantes conseguem ler e escrever números de até três casas decimais, compreendendo o valor posicional e o papel do dígito zero (Ministério da Educação, 2018). Nos anos subsequentes, é esperado que a criança continue estabelecendo o processo de transcodificação até alcançar o domínio dessa habilidade (Ministério da Educação, 2018).

Crianças no início da escolarização apresentam dificuldade na escrita de numerais arábicos de quatro dígitos, enquanto as crianças do 4º ano apresentam baixas taxas de erro (Moura et al., 2015). Esse resultado corrobora o que a BNCC propõe, uma vez que a aprendizagem das crianças do 1º e 2º ano é limitada até números de três dígitos, enquanto as crianças do 4º são instruídas a aprenderem números até dezenas de milhar (Ministério da Educação, 2018).

Analisar os padrões de erros possibilita um melhor entendimento do perfil de dificuldades da criança, bem como um entendimento dos processos subjacentes à escrita de numerais arábicos. Erros observados durante a escrita de numerais arábicos podem ser classificados em lexicais e sintáticos (Deloche & Seron, 1982; Power & Dal Martello, 1990; Seron et al., 1992). Enquanto os erros lexicais podem ser definidos pela alteração dos dígitos (e.g. “cento e vinte e dois” → “124”), os erros sintáticos podem ser caracterizados pela alteração na magnitude do número, mas sem alteração nos elementos individuais do número (e.g. “oitocentos e cinquenta e três” → “800503”).

No início da escolarização as crianças apresentam maiores dificuldades para transcodificar representações verbais em representações arábicas (Moura et al., 2015). Um estudo com crianças do 2º e 3º ano avaliou se a compreensão do valor posicional por meio do

Modelo de Compreensão do Valor Posicional de Herzog et al. (2017b) explica o desempenho na escrita de numerais arábicos (Herzog & Fritz, 2022). O processo de transcodificação foi associado à compreensão do valor posicional de modo geral, principalmente no 2º ano e para números com maior complexidade sintática no 3º ano. Independentemente do nível de compreensão do valor posicional, as crianças do 3º ano mostraram um melhor desempenho na transcodificação do que as crianças do 2º ano, demonstrando que a compreensão do valor posicional explica parcialmente o desempenho na transcodificação. Os autores apresentam que o desempenho na transcodificação numérica pode ser explicado pela compreensão do valor posicional, mas o seu desenvolvimento é, em maior parte, explicado pela instrução explícita em sala de aula durante os anos escolares. A associação encontrada entre o valor posicional e a transcodificação numérica foi, em sua maioria, causada pela frequência de erros sintáticos.

Os erros sintáticos tendem a ser mais comuns do que os erros lexicais, sendo por exemplo, responsáveis por aproximadamente 90% dos erros cometidos em uma tarefa de escrita de numerais arábicos (Moura et al., 2013). Por outro lado, os erros lexicais aparecem no início da escolarização em crianças com dificuldade de aprendizagem na matemática, mas melhora com o ensino possibilitando que esses estudantes sejam capazes de superar as dificuldades com o léxico numérico (Moura et al., 2013). No entanto, para essas crianças os erros sintáticos ainda são presentes durante a transcodificação de números complexos (Moura et al., 2013).

### **Cálculos aritméticos e a compreensão do valor posicional**

Entender as representações numéricas é um desafio no início da escolarização, porém, conseguir lidar com números arábicos é um passo fundamental para o desenvolvimento posterior de cálculos aritméticos (Habermann et al., 2020). As dificuldades de compreensão de unidades e dezenas no 1º ano escolar se relacionaram com as dificuldades de execução dos

cálculos aritméticos de adição no 3º ano escolar (Moeller et al., 2011). Além disso, dificuldades na compreensão da posição de dezenas e unidades também estão associadas a maiores erros na resolução de cálculos com transporte de dígitos (Klein et al., 2010; Moeller et al., 2011).

Um estudo longitudinal demonstrou que conhecimentos iniciais de base-10 em pré-escolares possibilita uma melhor compreensão do valor posicional em estudantes do 2º ano, que por sua vez, estão relacionados ao melhor desempenho nos problemas aritméticos (Laski et al., 2016). Além disso, a compreensão do valor posicional avaliada por meio de uma tarefa de linha numérica foi preditora no desempenho de cálculos aritméticos em crianças 10 meses depois (Dietrich, et al., 2016).

Resultados de crianças com dificuldade na aprendizagem matemática também podem indicar que déficits na identificação do valor posicional podem ser generalizados para os déficits na manipulação do valor posicional em cálculos aritméticos (Lambert & Moeller, 2019). Dificuldades na compreensão da posição de dezenas e unidades também estão associadas a maiores erros na resolução de cálculos com transporte de dígitos (Klein et al., 2010; Moeller et al., 2011). Entretanto, para crianças com dificuldades na aprendizagem matemática ainda é inconclusivo assumir que o aumento do efeito de transporte de dígitos, é mediado por dificuldades no valor posicional (Laski et al., 2016).

A literatura demonstra que apesar de ser uma habilidade aparentemente trivial, a compreensão do valor posicional requisita diferentes habilidades, além de ser um conhecimento importante para o desenvolvimento posterior de habilidades aritméticas (Moeller et al, 2011; Habermann et al, 2020). No entanto, ainda pouco se sabe sobre a relação do desempenho da transcodificação numérica e habilidades aritméticas com os tipos de compreensão (procedimental e conceitual) do valor posicional ou sua relação com os níveis do Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al, 2017b). Até onde sabemos esse é

o primeiro estudo brasileiro que avalia o desenvolvimento da compreensão do valor posicional por meio de um modelo teórico e sua relação com outras competências matemáticas.

### **Objetivos e Hipóteses**

O presente estudo investigou o desenvolvimento da compreensão do valor posicional em crianças brasileiras a partir do Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al, 2017b). O objetivo principal é entender como as crianças brasileiras compreendem o valor posicional a partir dos tipos de compreensão e níveis descritos no modelo. Dessa forma, espera-se que os níveis se apresentem de forma hierárquica e que as crianças demonstrem mais dificuldades nos itens que requisitam a compreensão conceitual em relação à compreensão procedimental (Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Sari et al., 2021).

Além disso, a literatura aponta a importância da compreensão do valor posicional para a aquisição de outras habilidades matemáticas (Moeller et al, 2011; Habermann et al, 2020). Dessa forma, investigamos se existe uma associação entre a compreensão procedimental e conceitual do valor posicional no desempenho da transcodificação numérica e dos cálculos aritméticos. Espera-se que dificuldades na compreensão do valor posicional se relacionem com dificuldades da transcodificação numérica e nos cálculos aritméticos (Moeller et al., 2011; Lambert & Moeller, 2019). Por fim, analisamos se os tipos de compreensão procedimental e conceitual do valor posicional se relacionam com os tipos de erros na transcodificação numérica. Esperamos que as crianças cometam mais erros sintáticos do que lexicais e que os erros sintáticos associam-se com a compreensão conceitual e os erros lexicais com a compreensão procedimental (Herzog & Fritz, 2022).

## Métodos

### Participantes

Participaram do estudo 201 crianças (47% online e 53% presencial) entre o 2º e 5º ano do ensino fundamental. A coleta de dados ocorreu de forma online e presencial, sendo que 94 crianças (47%) participaram da coleta online (38,30% feminino; Média de idade: 8,26; DP:1,14; Faixa etária: 6-11) e dados de 107 crianças (53%) foram coletados presencialmente (52,30% feminino; Média de idade: 8,88; DP: 1,09; Faixa etária: 7-11). A tabela 3.2 apresenta a descrição da amostra. As crianças participantes da coleta online foram de diferentes estados brasileiros (86,20% Minas Gerais, 5,30% São Paulo, 2,10% Paraná, 2,10% Rio de Janeiro, 1,10% Sergipe, 1,10% Rondônia, 1,10% Amazonas e 1,10% Distrito Federal). A maioria dos participantes da coleta online eram de escolas particulares (76,60%), enquanto a maior parte dos participantes da coleta presencial era de escolas públicas (81,30%). A coleta presencial foi realizada em uma escola pública e uma escola particular de Belo Horizonte (MG). O estudo foi aprovado pelo comitê de ética da Universidade Federal de Minas Gerais (CAAE 51539321.80000.5149, aprovação no ANEXO A). As crianças só participaram depois de obtido o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) por escrito dos pais/responsáveis, e Termo de Assentimento das crianças. A amostra foi selecionada por conveniência, sendo a coleta online por meio da divulgação em mídias sociais e a coleta presencial em escolas convidadas.

**Tabela 3.2***Descrição da amostra.*

	Coleta online		Coleta presencial	
Escolas públicas (%)	23,40%		81,30%	
Escolas particulares (%)	76,60%		18,70%	
	N	Média de idade (DP)	N	Média de idade (DP)
2º ano	35	7,20 (0,99)	32	7,69 (0,95)
3º ano	23	2,01 (0,10)	20	8,45 (0,11)
4º ano	22	8,91 (0,11)	34	9,38 (0,85)
5º ano	14	10,07 (0,17)	21	10,29 (0,10)

**Instrumentos**

*Questionário de funcionalidade:* Para avaliar o comportamento adaptativo das crianças, a equipe do projeto elaborou um questionário de funcionalidade com 30 itens. A função deste questionário é coletar as informações sobre o desenvolvimento, escolaridade e desempenho diário das crianças, com o objetivo de selecionar os participantes da coleta. O questionário foi produzido no Google Forms e, no caso da coleta presencial, os pais recebiam o link para preenchimento.

*Tarefa do Valor Posicional (Herzog & Fritz, 2019):* A tarefa possui 36 itens, incluindo itens abertos (Figura 3.2), bem como múltipla escolha (Figura 3.3) que avaliam a compreensão procedimental e conceitual desta habilidade. Esta tarefa foi desenvolvida pelos pesquisadores alemães Herzog e Fritz (2019), elaborada a partir do Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al, 2017a). A compreensão procedimental corresponde ao nível I (com exceção apenas do item 27, que apesar de estar classificado no nível II não envolve transporte de dígitos e é tão fácil quanto os itens do nível I) e apresenta 13 itens, enquanto a compreensão conceitual é composta pelos níveis II, III e IV e apresenta 23 itens (Tabela 3.3). A apresentação

dos itens na tarefa não corresponde à sequência dos níveis do modelo. Para ser classificada em um determinado nível, a criança precisa alcançar 75% de acertos dos itens daquele nível e dos anteriores (Tabela 3.4). Versões desses testes foram usadas em pesquisas conduzidas na Alemanha, África do Sul e Turquia. Para o uso no Brasil, a tarefa foi traduzida e adaptada pela equipe e autores deste estudo. Para adaptação online foi utilizado o jsPsych versão 6.3.1 e Cognition.run.

### Figura 3.2

Item 17 do tarefa de valor posicional.



### Figura 3.3

Item 30 do tarefa de valor posicional.



### Tabela 3.3

Divisão de itens da tarefa de valor posicional por compreensão procedimental e conceitual.

Tipo de compreensão	Itens
Compreensão procedimental	1, 6, 7, 8, 14, 18, 19, 20, 23, 27, 28, 32, 35

Compreensão conceitual	2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 21, 22, 24, 25, 26, 29, 30, 31, 33, 34, 36
------------------------	---

*Nota.* Os itens foram classificados por tipo de compreensão de acordo com o Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al., 2017b).

### **Tabela 3.4**

*Divisão de itens da tarefa de valor posicional por nível.*

<b>Nível</b>	<b>Itens</b>
Nível I	1, 6, 7, 8, 14, 18, 19, 20, 23, 28, 32, 35
Nível II	2, 3, 5, 24, 25, 27, 30, 31
Nível III	4, 9, 10, 11, 15, 26, 29, 33
Nível IV	12, 13, 16, 17, 21, 22, 34, 36

*Nota.* Os itens foram classificados por níveis de acordo com o Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al., 2017b).

*Tarefa de Transcodificação Numérica (versão reduzida) da bateria PRONUMERO (Gomides et al, 2022:* Esta tarefa avalia a capacidade de representar informações verbais no formato arábico. A versão reduzida da Tarefa de Transcodificação é composta por 34 numerais de 2 a 4 algarismos. O avaliador dita os números e a criança é instruída a escrevê-los no formato arábico (“novecentos e dois” → “902”). A quantidade de algarismos que compõem cada estímulo aumenta gradualmente ao longo da tarefa. Para adaptação online, as plataformas jsPsych e Cognition.run também foram utilizadas. Na versão online, a criança tem acesso a tarefa através de um link que contém 34 caixas de respostas que devem ser digitadas pela criança utilizando o teclado do próprio computador.

*Tarefa de Cálculos Aritméticos Básicos da bateria PRONUMERO (Gomides et al, 2022):* A tarefa é composta por operações envolvendo adição (27 itens), subtração (27 itens) e multiplicação (28 itens). Cada uma das operações é apresentada dois blocos de acordo com o nível de complexidade da tarefa, cálculos fáceis e difíceis, totalizando 6 blocos. Os problemas de adição incluíram 12 problemas mais fáceis com resultados abaixo de 10 (por exemplo, 3 + 5) e 15 problemas mais difíceis com resultados que variam de 11 a 17 (por exemplo, 9 + 5). Da

mesma forma, os problemas de subtração incluíram 12 problemas mais fáceis com ambos os operandos menores do que 11 (por exemplo,  $9 - 6$ ) e 15 problemas mais difíceis com o minuendo variando de 11 a 17 (por exemplo,  $16 - 9$ ). Os problemas de multiplicação incluíram 15 problemas mais fáceis com resultados menores que 25 e/ou com o dígito 5 como um dos operandos (por exemplo,  $2 \times 7$ ,  $5 \times 6$ ) e 13 problemas mais difíceis com produtos variando de 24 a 72 (por exemplo,  $6 \times 8$ ). Nenhum resultado negativo foi incluído nos problemas de subtração. Os cálculos são apresentados no formato arábico e cada bloco tem tempo limite de 1 minuto. De acordo com a BNCC, as crianças conseguem construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito no 2º ano, enquanto os de multiplicação apenas no 3º ano (Ministério da Educação, 2018). Por causa disso, nesse artigo optamos por utilizar apenas os subtestes de adição e subtração (totalizando 4 blocos). A versão online também foi adaptada utilizando o jsPsych e o Cognition.run e será acessada por meio de um link web.

### **Procedimentos**

*Coleta online:* Foi realizada uma divulgação nas mídias sociais com as principais informações sobre o estudo, juntamente com um formulário de inscrição para contatar os pais/responsáveis interessados em participar da pesquisa. Após a inscrição, era feito o contato com os pais por email, no qual era enviado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e questionário de funcionalidade via google forms. O questionário foi respondido pelos pais, de forma assíncrona, antes da avaliação com a criança. O pai/mãe/responsável só tinha acesso ao formulário caso autorizasse a participação da criança. Após as respostas serem registradas, era realizado um contato com os pais para agendar o dia e horário de coleta de dados com a criança. A coleta de dados ocorreu no formato síncrono e pelo computador através de uma videochamada na plataforma Elos, em um horário previamente agendado com os

participantes, e com a presença de um avaliador, para condução da testagem. Durante a videochamada o avaliador disponibilizou no chat da plataforma Elos os links de acesso aos instrumentos adaptados. Os pais que autorizaram a participação das crianças receberão um relatório, com a descrição dos procedimentos e o desempenho da criança nas tarefas realizadas.

*Coleta Presencial:* as escolas foram convidadas a participar do projeto e naquelas que autorizaram a realização da pesquisa, os pais/responsáveis eram convidados por meio de uma carta convite acompanhada do TCLE. Os pais/responsáveis que aceitaram participar da pesquisa recebiam o link do questionário de funcionalidade através do contato disponibilizado. A coleta de dados ocorreu por meio de sessões individuais com as crianças, com duração aproximada de 60 minutos, em salas disponibilizadas pela coordenação da escola. As tarefas aplicadas permaneceram no formato online, não diferindo da coleta online.

Os critérios de elegibilidade para participação da pesquisa foram aferidos pelo questionário de funcionalidade. Os critérios de inclusão foram: a) assinatura do termo de consentimento pelos pais/responsáveis e do termo de assentimento pelas crianças; b) estar cursando entre o 2º e 5º ano do ensino fundamental e c) possuir acesso a internet e computador/notebook para realizar a coleta (no caso da coleta online). Os critérios de exclusão foram: a) participantes que não tiverem os termos de consentimento assinados e b) apresentar diagnóstico de comprometimento cognitivo global ou dificuldades motoras graves. As tarefas utilizadas foram adaptadas por meio do jsPsych versão 6.3.1, uma biblioteca JavaScript usada para execução de experimentos comportamentais em um navegador da web e o Cognition.run, uma plataforma online para execução de experimentos (de Leeuw, 2015). Esta plataforma foi utilizada como recurso auxiliar para conversão em link web e armazenamento dos dados registrados. As crianças têm acesso às tarefas através de um link, com a presença de todos os recursos necessários para execução do teste.

### **Análises estatísticas**

As análises de dados foram conduzidas no SPSS versão 25. Realizamos análises estatísticas multivariadas separadamente para cada tipo de coleta (online ou presencial). Inicialmente, para verificar eventuais diferenças no desempenho em decorrência da modalidade de aplicação (online e presencial), será realizado um teste  $t$  de Student. Além disso, será realizado um teste  $t$  de amostra pareada para comparar as médias de desempenho por tipo de compreensão (procedimental e conceitual) na tarefa de valor posicional. Para avaliação da compreensão procedimental e conceitual, calculamos um somatório dos itens. Por causa da diferença na quantidade de itens entre os tipos de compreensão, elas foram convertidas em escore  $Z$ , calculados a partir da média e desvio padrão da amostra geral. Em seguida, será apresentada as taxas de erros nos itens procedimentais e conceituais e a porcentagem de crianças que foram classificadas em cada um dos níveis da tarefa de valor posicional.

Para investigar se há alguma diferença entre as médias de desempenho das crianças entre os anos escolares (2º ano, 3º ano, 4º ano e 5º ano), conduzimos uma ANOVA de uma via para as tarefas de valor posicional, transcodificação numérica e cálculos aritméticos. Para a tarefa de cálculos aritméticos, foi realizado um somatório dos cálculos de adição e subtração.

Para verificar se a transcodificação numérica e os cálculos aritméticos associam-se individualmente com os níveis do valor posicional e com os tipos de compreensão, construímos scatterplots e em seguida, conduzimos uma correlação de Pearson. Realizamos também regressão linear múltipla para investigar se o desempenho na transcodificação numérica e cálculos aritméticos é explicado pelos tipos de compreensão do valor posicional.

Para concluir, apresentamos a taxa dos tipos de erros na tarefa de transcodificação numérica e analisamos a relação desses erros com os tipos de compreensão do valor posicional. Para isso, realizamos uma correlação de Pearson.

## Resultados

### Estatística descritivas

O número de assinaturas do TCLE na coleta online foi de 114 crianças. Foram excluídas crianças que não estavam cursando entre o 2º e 5º ano do ensino fundamental (n: 1), não possuíam computador/notebook para realizar a coleta (n: 6), apresentavam diagnóstico de comprometimento cognitivo global ou déficits motores graves aferidos através do questionário de funcionalidade (n: 3), não compareceram no dia da coleta e/ou não retornaram o agendamento (n: 4), a criança não assentiu em participar (n: 4), e devido problemas de conexão os dados não foram coletados (n: 2). A partir disso, a amostra foi composta por 94 crianças. Na coleta presencial, 111 TCLE foram recebidos. Destes, três crianças trocaram de escola e uma criança não assentiu em participar da pesquisa, resultando em uma amostra composta por 107 crianças.

O desempenho médio das crianças nas tarefas numéricas e aritméticas é apresentado na tabela 3.5.

**Tabela 3.5***Análises descritivas das tarefas numéricas e aritméticas.*

<b>Coleta Online</b>							
	<b>N</b>	<b>Média (DP)</b>	<b>Min</b>	<b>Máx</b>	<b>Percentis</b>		
					<b>25</b>	<b>50</b>	<b>75</b>
<b>Tarefa de Valor posicional</b>	94	25,88(6,98)	0	36	23,00	27,00	31,00
<b>Tarefa de Transcodificação Numérica</b>	94	28,02(9,25)	2	34	29,00	32,00	34,00
<b>Tarefa de Cálculos Aritméticos*</b>	93	27,84 (12,35)	2	52	18,00	28,00	37,00
<b>Coleta Presencial</b>							
<b>Tarefa de Valor posicional</b>	107	22,97(8,76)	1	36	17,00	26,00	29,50
<b>Tarefa de Transcodificação Numérica</b>	107	25,05(10,61)	1	34	16,50	31,00	33,00
<b>Tarefa de Cálculos Aritméticos*</b>	106	27,64(10,04)	0	54	19,00	27,00	38,00

*Nota.* A tarefa de cálculos aritméticos apresenta uma criança a menos em cada um dos tipos de coletas (online e presencial) devido a problemas no registro do tempo.

Além disso, a tabela 3.6 ilustra o desempenho médio por tipo de compreensão (procedimental e conceitual) e por nível na tarefa do valor posicional.

**Tabela 3.6**

*Análises descritivas por tipo de compreensão e nível da tarefa de valor posicional.*

<b>Coleta Online</b>							
	N	Média (DP)	Min	Máx	Percentis		
					25	50	75
<b>Compreensão Procedimental</b>	94	11,62(1,98)	4	13	11,00	12,00	13,00
<b>Compreensão Conceitual</b>	94	14,26(5,40)	0	23	12,00	14,00	18,25
<b>Nível I</b>	94	10,65(1,94)	3	12	10,00	11,00	12,00
<b>Nível II</b>	94	6,41(1,83)	0	8	6,00	7,00	8,00
<b>Nível III</b>	94	5,72(2,13)	0	8	5,00	6,00	7,00
<b>Nível IV</b>	94	3,10(2,64)	0	8	1,00	3,00	5,00
<b>Coleta Presencial</b>							
<b>Compreensão Procedimental</b>	107	10,82(2,75)	1	13	9,00	12,00	13,00
<b>Compreensão Conceitual</b>	107	12,15(6,44)	0	23	7,00	13,00	17,00
<b>Nível I</b>	107	9,91(2,55)	1	12	8,00	11,00	12,00
<b>Nível II</b>	107	5,99(2,28)	0	8	5,00	7,00	8,00
<b>Nível III</b>	107	4,58(2,78)	0	8	2,00	6,00	7,00
<b>Nível IV</b>	107	2,49(2,61)	0	8	0,00	2,00	4,00

Foi realizado um teste  $t$  de Student para amostras independentes com o objetivo de investigar diferenças no desempenho na compreensão do valor posicional, transcodificação numérica e cálculos aritméticos entre as crianças da coleta online e presencial. Os resultados demonstraram que as crianças que participaram da coleta online tiveram escore estatisticamente maior na compreensão do valor posicional quando comparadas às crianças coletadas no presencial ( $t(199) = 2,620, p < 0,05$ ). Entretanto, o tamanho do efeito foi pequeno ( $d$  de Cohen = 0,37).

O desempenho na tarefa de transcodificação numérica também foi maior para as crianças coletadas online do que as crianças coletadas presencialmente ( $t(199) = 2,124, p < 0,05$ ). No entanto, o tamanho do efeito também foi pequeno ( $d$  de Cohen = 0,30). Em relação aos cálculos aritméticos, não houve diferença estatisticamente significativa entre as crianças que participaram da coleta online e presencial ( $t(197) = 0,109, p = 0,913$ ), e o tamanho do efeito foi pequeno ( $d$  de Cohen = 0,20).

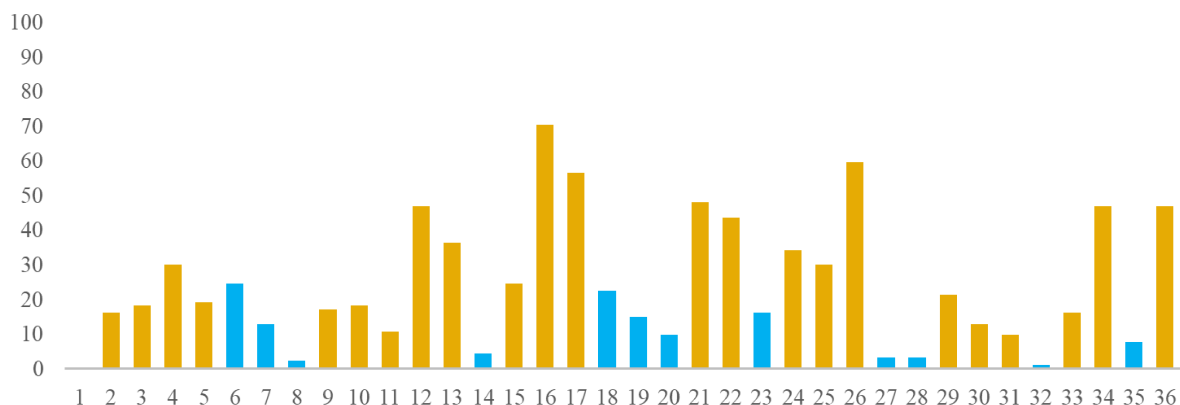
### **Características da compreensão do valor posicional no português brasileiro**

O objetivo principal do presente estudo é compreender o desempenho das crianças nos tipos de compreensão e níveis do valor posicional. Foi realizado um teste  $t$  de amostras pareadas para analisar se houve diferença estatisticamente significativa entre a compreensão procedimental e conceitual para os dois tipos de coleta. Os resultados demonstraram que não houve diferença estatisticamente significativa para os tipos de compreensão do valor posicional na coleta online ( $t(93) = -0,205, p = 0,838$ ) e presencial ( $t(106) = 0,168, p = 0,867$ ). O tamanho de efeito foi pequeno para a coleta online ( $d$  de Cohen = 0,02) e presencial ( $d$  de Cohen = 0,02).

As taxas de erro por item foram calculadas dividindo a quantidade total de respostas incorretas pelo número total de respostas das crianças. As figuras 3.4 (coleta online) e 3.5 (coleta presencial) ilustram a distribuição da taxa de erro por item procedimental (cor azul) e conceitual (cor amarelo) da tarefa de valor posicional. Observa-se que as taxas de erro são menores para os itens procedimentais quando comparado com os itens conceituais para ambos os tipos de coleta.

**Figura 3.4**

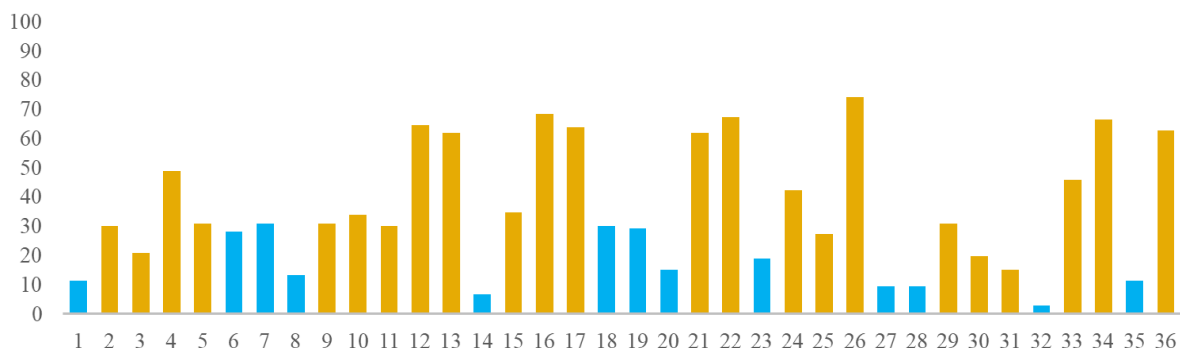
*Porcentagem de erros por item da tarefa de valor posicional da coleta online.*



*Nota.* Os itens procedimentais são representados pela cor azul e os itens conceituais pela cor amarela.

**Figura 3.5**

*Porcentagem de erro por item da tarefa de valor posicional da coleta presencial.*



*Nota.* Os itens procedimentais são representados pela cor azul e os itens conceituais pela cor amarela.

Os itens com maiores taxas de erro na coleta online são os itens 16 (70% de erros), 17 (56% de erros) e 26 (60% de erros). Os itens 16 e 17 estão no nível IV e o item 26 no nível III do Modelo de Compreensão do Valor Posicional. Enquanto na coleta presencial, os itens 12 (64% de erros), 13 (62% de erros), 16 (68% de erros), 17 (64% de erros), 21 (62% de erros), 22 (67% de erros), 26 (74% de erros), 34 (66% de erros) e 36 (63% de erros) apresentam maiores taxas de erro. Os itens 12, 13, 16, 17, 21, 22, 34 e 36 estão no nível IV do modelo e o item 26 no nível III. De forma geral, os itens do nível IV são mais difíceis quando comparados aos outros níveis do modelo, principalmente para as crianças da coleta presencial.

Foi analisada também a distribuição de crianças que alcançaram o ponto de corte por nível (tabela 3.7). Observa-se que, à medida que os níveis da tarefa de valor posicional aumentam, a porcentagem de crianças que alcançam proficiência diminui. A maioria das crianças encontra-se nos níveis I, II e III.

**Tabela 3.7**

*Porcentagem de crianças que alcançaram o ponto de corte nos níveis do Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et. al, 2019).*

<b>Coleta Online</b>	
<b>Dentro do ponto de corte (%)</b>	
<b>Nível I</b>	88,3%
<b>Nível II</b>	78,7%
<b>Nível III</b>	64,9%
<b>Nível IV</b>	24,5%
<b>Coleta Presencial</b>	
<b>Dentro do ponto de corte (%)</b>	
<b>Nível I</b>	74,8%
<b>Nível II</b>	72,0%
<b>Nível III</b>	53,3%
<b>Nível IV</b>	15,9%

*Nota.* As crianças foram classificadas de acordo com o ponto de corte (igual ou acima de 75%) para cada nível.

Entretanto, ao nível individual, foi observado que a classificação dos níveis de algumas crianças não corresponderam à hierarquia do modelo. Na coleta online, 13% (n:12) das crianças poderiam ser simultaneamente classificadas em níveis diferentes, apesar da hierarquia do modelo. Dessas, quatro alcançaram o nível I, II e IV, mas não o nível III; quatro alcançaram o nível I e III, mas não alcançaram o nível II; três alcançaram o nível II, mas não alcançaram o nível I, por fim, uma alcançou a pontuação esperada do nível III, mas não do nível I e II. Na coleta presencial, 12% (n: 13) das crianças apresentaram classificação distinta entre os níveis. Dessas, uma alcançou o nível I, II e IV, mas não o nível III; sete alcançaram o nível II, mas

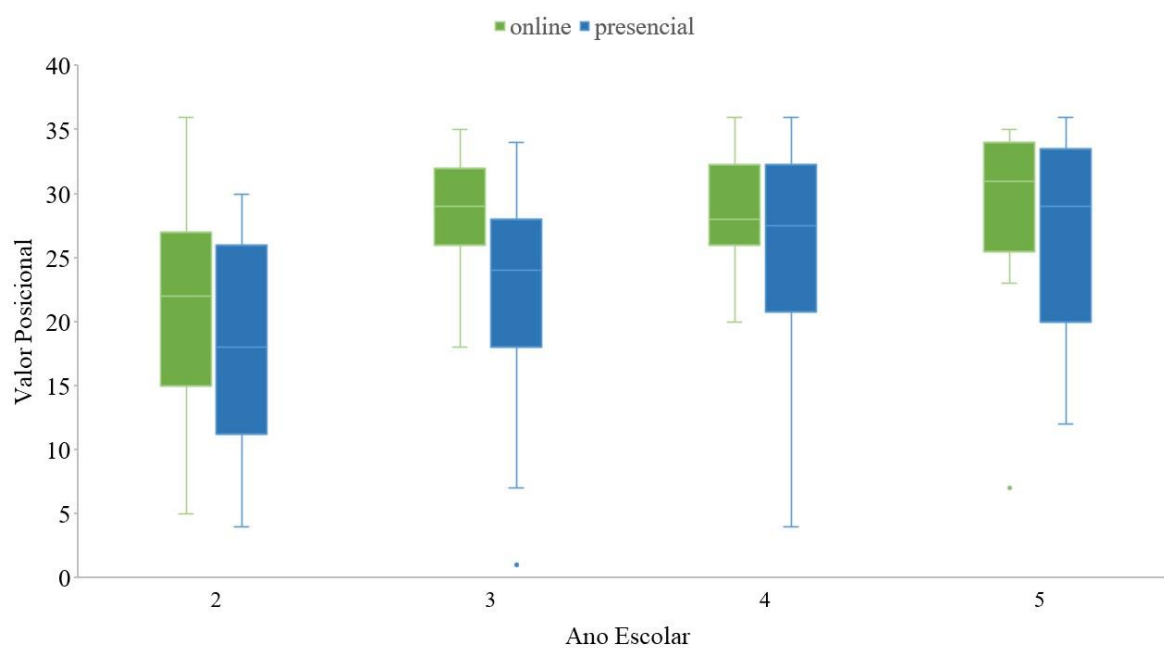
não alcançaram o nível I; quatro alcançaram o nível I e III, mas não alcançaram o nível II, por fim, uma alcançou a pontuação esperada do nível III, mas não do nível I e II.

Finalmente, foi realizada uma ANOVA de uma via para analisar o desempenho nas tarefas numéricas e aritméticas entre os anos escolares. Os resultados da ANOVA para a coleta online demonstram que existe diferenças entre os anos escolares para a tarefa de valor posicional ( $F(3,90) = 10,38$   $p < 0,001$ ,  $\eta^2 = 0,257$ ), transcodificação numérica ( $F(3,90) = 8,75$ ,  $p < 0,001$ ,  $\eta^2 = 0,226$ ) e cálculos aritméticos ( $F(3,89) = 8,43$ ,  $p < 0,001$ ,  $\eta^2 = 0,221$ ). O teste post-hoc de Hochberg's GT2, demonstrou que foram encontradas diferenças significativas para todas as tarefas entre os grupos, exceto entre o 3º ano, 4º ano e 5º ano, e entre o 4º ano e 5º ano. Os grupos são apresentados nas figuras 3.6, 3.7 e 3.8.

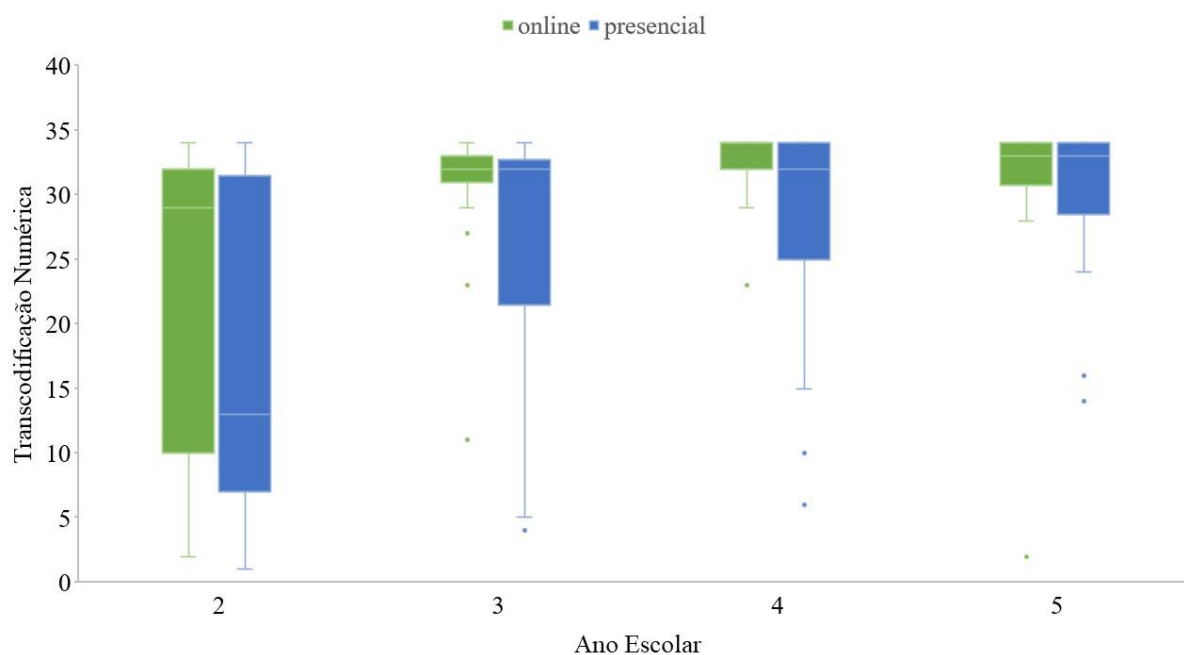
Para a coleta presencial, os resultados da ANOVA também mostram que também houve diferenças entre os anos escolares para a tarefa de valor posicional ( $F(3,103) = 6,88$   $p < 0,001$ ,  $\eta^2 = 0,167$ ), transcodificação numérica ( $F(3,103) = 11,14$ ,  $p < 0,001$ ,  $\eta^2 = 0,245$ ) e cálculos aritméticos ( $F(3,102) = 12,48$ ,  $p < 0,001$ ,  $\eta^2 = 0,269$ ). Entretanto, os testes post-hoc de Hochberg's GT2, demonstraram que foram encontradas diferenças significativas somente na comparação entre o 2º ano com o 4º ano e 5º ano para a tarefa de valor posicional, entre o 2º ano com o 3º ano, 4º ano e 5º ano para a tarefa de transcodificação numérica, e por fim, entre o 2º ano com o 4º ano e 5º ano, do 3º ano com o 4º anos e 5º ano para a os cálculos aritméticos. Os grupos são apresentados nas figuras 3.6, 3.7 e 3.8.

**Figura 3.6**

*Boxplot referente a pontuação da tarefa de compreensão do valor posicional para os anos escolares.*

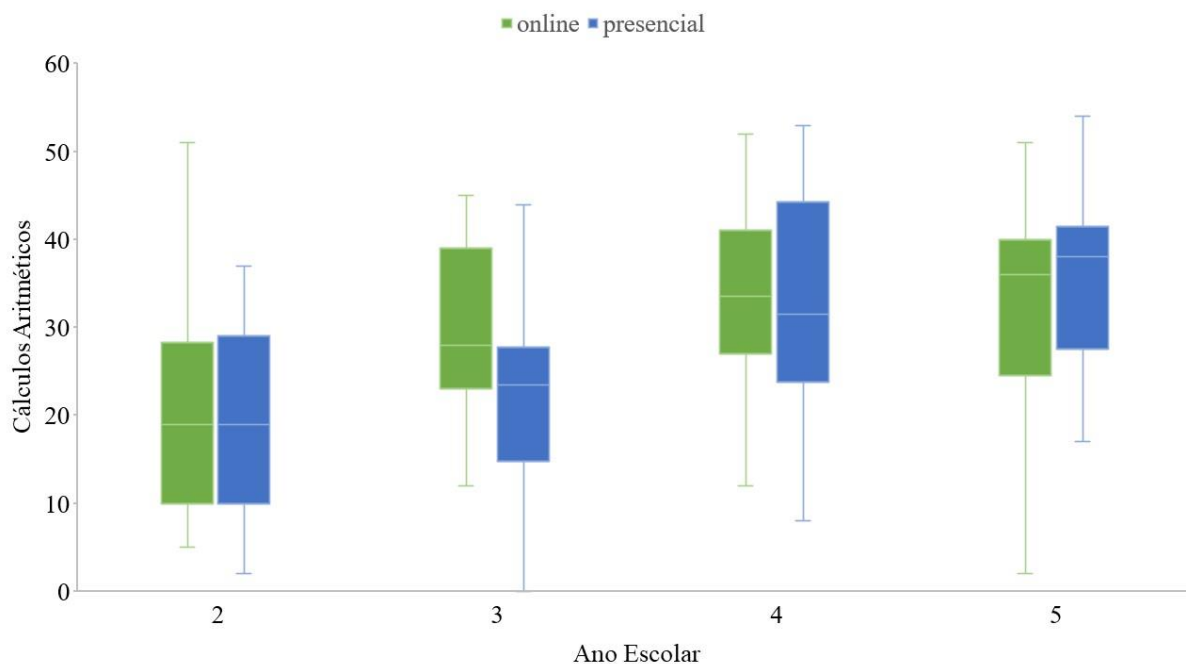
**Figura 3.7**

*Boxplot referente a pontuação da tarefa de transcodificação numérica para os anos escolares.*



**Figura 3.8**

*Boxplot referente a pontuação da tarefa de cálculos aritméticos para os anos escolares.*

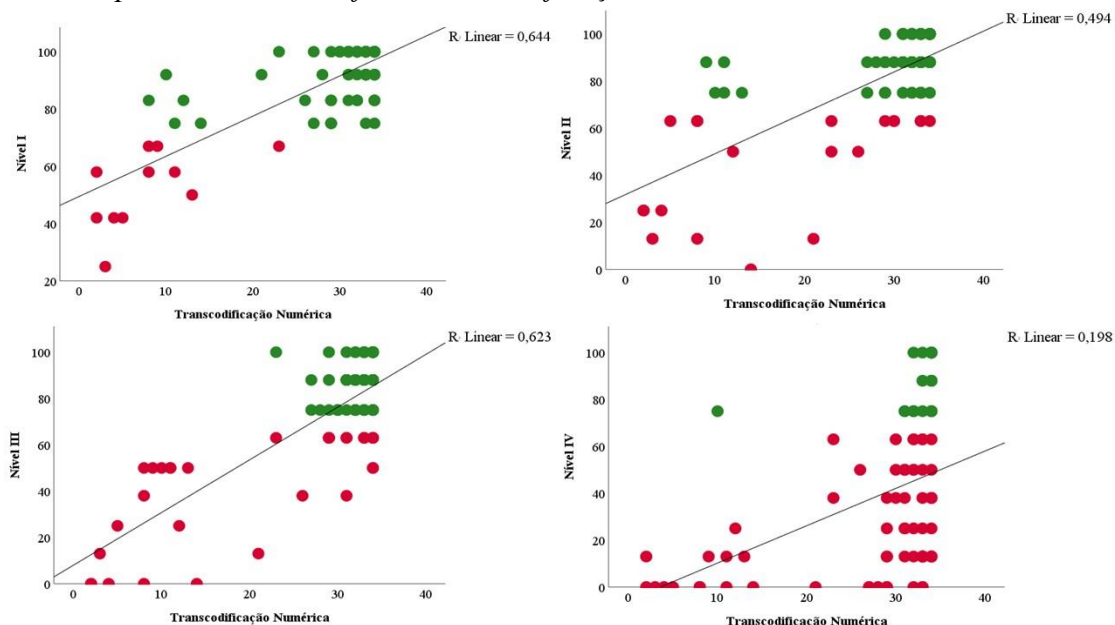


### **Compreensão do valor posicional e sua relação com o desempenho na transcodificação numérica e nos cálculos aritméticos.**

Para investigar se existe uma relação entre os níveis do valor posicional e as habilidades de transcodificação e cálculos aritméticos, foi realizada uma série de scatterplots apresentados na figura 3.9 e 3.10 para coleta online e na figura 3.11 e 3.12 para coleta presencial. Observa-se que a maioria das crianças da coleta online que alcançaram o nível I e II na tarefa de valor posicional, também apresentaram maiores taxas de acerto na tarefa de transcodificação numérica. Nos próximos níveis, principalmente no nível IV, a taxa de acerto na tarefa de transcodificação foi maior em crianças que estavam dentro ou abaixo do ponto de corte esperado para cada um dos níveis (desempenho acima de 75% nos itens correspondentes ao nível). Para a coleta presencial, as crianças que apresentaram maiores taxas de acerto na transcodificação podem ser classificadas dentro ou abaixo do ponto de corte para cada um dos níveis da tarefa de valor posicional. A taxa de acerto da transcodificação numérica não diferiu em relação ao ponto de corte em nenhum dos níveis da tarefa de valor posicional.

**Figura 3.9**

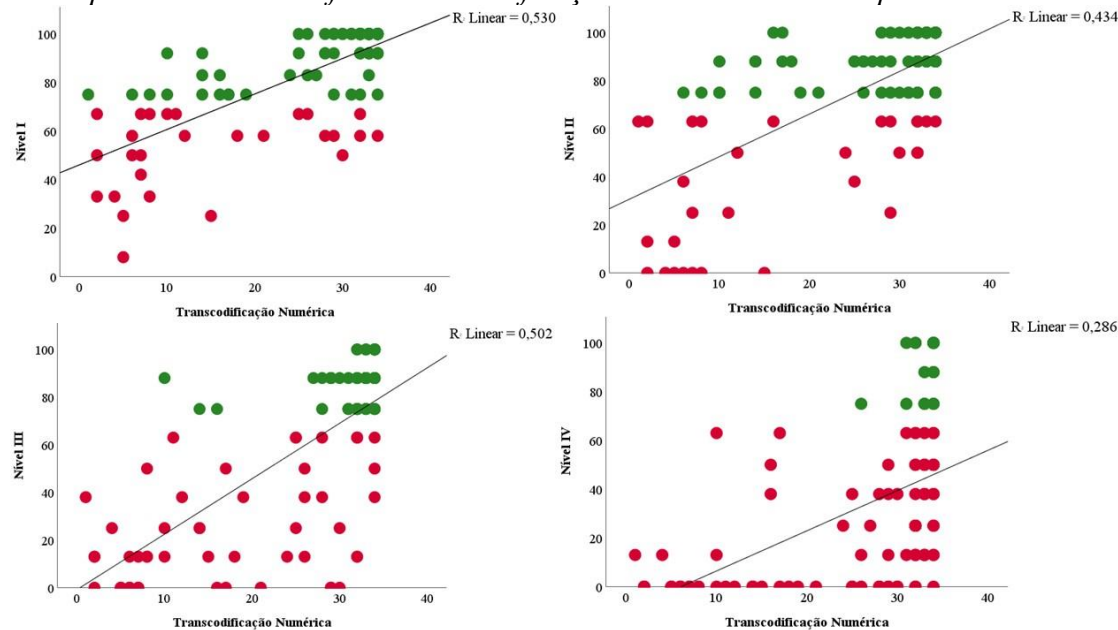
*Scatterplot representando a associação entre os níveis da tarefa de compreensão do valor posicional e a tarefa de transcodificação numérica na coleta online.*



*Nota.* As crianças foram classificadas de acordo com o ponto de corte (igual ou acima de 75%) para cada nível. O eixo y representa a porcentagem de acerto em cada nível. Os pontos verdes indicam as crianças que estão dentro ou acima do ponto de corte, enquanto os pontos vermelhos indicam às crianças que estão abaixo do ponto de corte.

**Figura 3.10**

*Scatterplot para analisar a associação entre os níveis da tarefa de compreensão do valor posicional e a tarefa de transcodificação numérica na coleta presencial.*

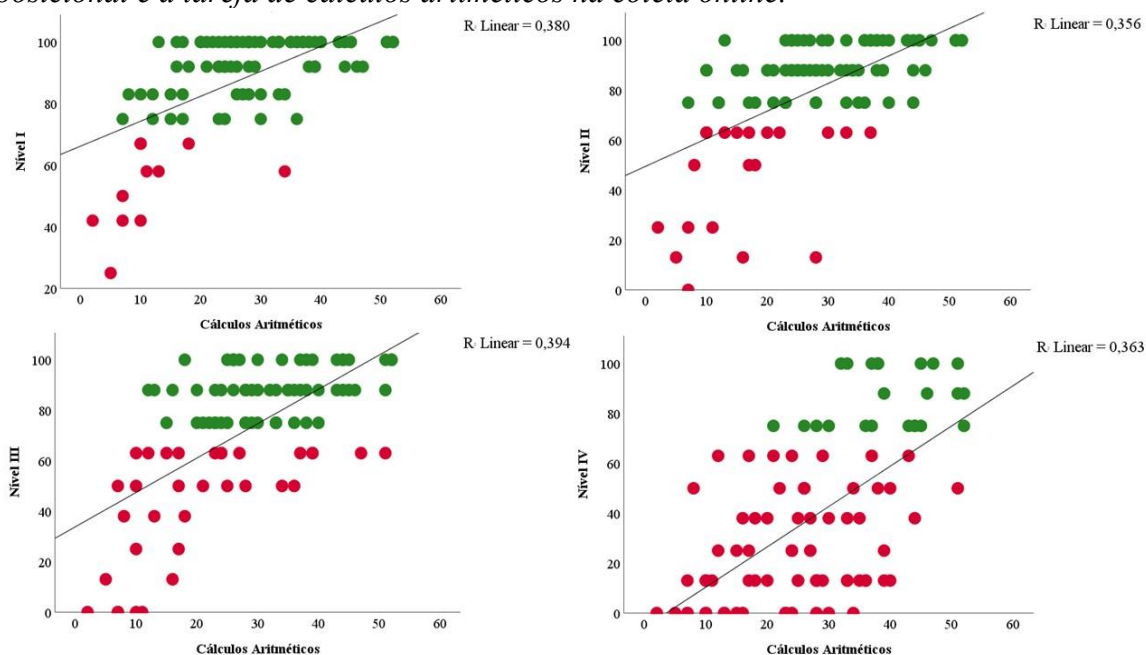


*Nota.* As crianças foram classificadas de acordo com o ponto de corte (igual ou acima de 75%) para cada nível. O eixo y representa a porcentagem de acerto em cada nível. Os pontos verdes, indicam as crianças que estão dentro ou acima do ponto de corte, enquanto os pontos vermelhos indicam às crianças que estão abaixo do ponto de corte.

Em relação ao desempenho na tarefa de cálculos aritméticos, observa-se que as crianças da coleta online que alcançaram os níveis I e II apresentaram uma taxa de acerto maior do que as crianças que estavam abaixo do ponto de corte. No entanto, nos dois últimos níveis, principalmente no nível IV, o desempenho nos cálculos aritméticos não se relaciona com o desempenho dentro do nível do valor posicional. O mesmo padrão é observado na coleta presencial.

**Figura 3.11**

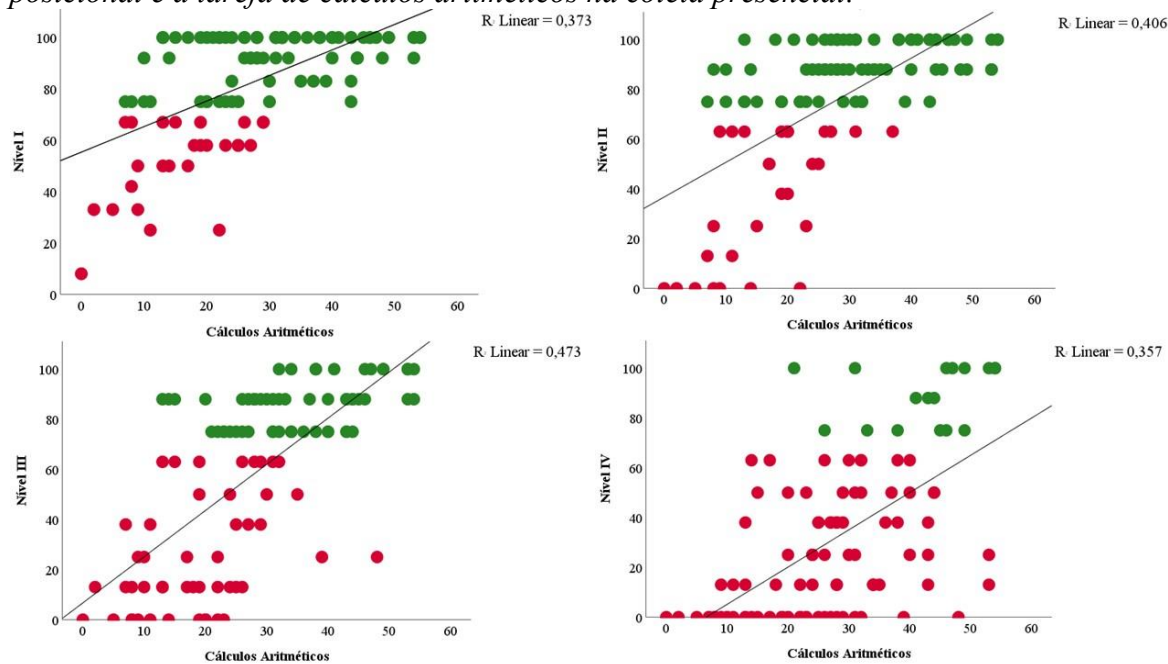
*Scatterplot para analisar a associação entre os níveis da tarefa de compreensão do valor posicional e a tarefa de cálculos aritméticos na coleta online.*



*Nota.* As crianças foram classificadas de acordo com o ponto de corte (igual ou acima de 75%) para cada nível. O eixo y representa a porcentagem de acerto em cada nível. Os pontos verdes, indicam as crianças que estão dentro ou acima do ponto de corte, enquanto os pontos vermelhos indicam às crianças que estão abaixo do ponto de corte.

**Figura 3.12**

*Scatterplot para analisar a associação entre os níveis da tarefa de compreensão do valor posicional e a tarefa de cálculos aritméticos na coleta presencial.*



*Nota.* As crianças foram classificadas de acordo com o ponto de corte (igual ou acima de 75%) para cada nível. O eixo y representa a porcentagem de acerto em cada nível. Os pontos verdes, indicam as crianças que estão dentro ou acima do ponto de corte, enquanto os pontos vermelhos indicam às crianças que estão abaixo do ponto de corte.

Para investigar a associação dos tipos de compreensão do valor posicional com as habilidades de transcodificação numérica e cálculos aritméticos, foi realizada uma correlação de Pearson. Para os resultados da coleta online, a transcodificação numérica apresentou uma correlação positiva e forte com a compreensão procedimental ( $r = 0,811$ ,  $p < 0,05$ ) e conceitual ( $r = 0,759$ ,  $p < 0,05$ ) do valor posicional. A tarefa de cálculos aritméticos teve uma correlação positiva e moderada com a compreensão procedimental ( $r = 0,625$ ,  $p < 0,05$ ) e positiva e forte com a compreensão conceitual ( $r = 0,735$ ,  $p < 0,05$ ) do valor posicional. Os resultados da coleta presencial apresentam um achado semelhante. Foi encontrada uma correlação positiva e forte entre a compreensão procedimental ( $r = 0,723$ ,  $p < 0,05$ ) e conceitual ( $r = 0,733$ ,  $p < 0,05$ ) do valor posicional com a transcodificação numérica. Os cálculos aritméticos apresentaram uma associação positiva e moderada com a compreensão procedimental ( $r = 0,608$ ,  $p < 0,05$ ) e positiva e forte com a compreensão conceitual ( $r = 0,749$ ,  $p < 0,05$ ) do valor posicional.

Por último, para investigar em que medida a compreensão procedimental e conceitual explicam a transcodificação numérica e os cálculos aritméticos, foi realizada uma análise de regressão linear múltipla (método stepwise). Os resultados da coleta online demonstram uma influência significativa da compreensão procedimental e conceitual na transcodificação numérica ( $F(2, 91) = 114,990, p < 0,001$ ). A tabela 3.8 apresenta os coeficientes para todos os preditores significativos. O modelo explicou 71,10% da variância do desfecho. Os resultados da coleta presencial também demonstram uma influência significativa dos tipos de compreensão na transcodificação numérica ( $F(2, 104) = 78,029, p < 0,001$ ). O modelo explicou 59,20% do desfecho.

**Tabela 3.8**

*Variáveis predictoras da transcodificação numérica do valor posicional para coleta online ( $R^2_{ajustado} = 0,710$ ) e presencial ( $R^2_{ajustado} = 0,592$ ).*

Preditores	Coleta online			Coleta presencial		
	Coeficientes padronizados	<i>t</i>	Sig.	Coeficientes padronizados	<i>t</i>	Sig.
	<i>Beta</i>			<i>Beta</i>		
(Constant)	-	-	0,002	-	0,054	0,957
		3,216				
<b>Compreensão Procedimental</b>	0,553	6,830	<0,001	0,390	3,931	<0,001
<b>Compreensão Conceitual</b>	0,355	4,385	<0,001	0,431	4,343	<0,001

Os resultados da coleta online mostram uma influência significativa apenas da compreensão conceitual nos cálculos aritméticos ( $F(1, 91) = 106,794, p < 0,001$ ). A tabela 3.9 apresenta os coeficientes para todos os preditores. O modelo explicou 53,5% do desfecho. Os resultados da coleta presencial também apresentam uma influência significativa apenas da compreensão conceitual nos cálculos aritméticos ( $F(1, 104) = 133,080, p < 0,001$ ). O modelo explicou 56,1% do desfecho.

**Tabela 3.9**

*Variáveis preditoras dos cálculos aritméticos para coleta online ( $R^2_{ajustado} = 0,535$ ) e presencial ( $R^2_{ajustado} = 0,557$ )*

Preditores	Coleta online			Coleta presencial		
	Coeficientes padronizados	<i>t</i>	Sig.	Coeficientes padronizados	<i>t</i>	Sig.
	<i>Beta</i>			<i>Beta</i>		
(Constant)	-	1,611	0,111	-	5,032	<0,001
Compreensão Procedimental	0,195	1,911	0,059	0,062	0,595	0,553
Compreensão Conceitual	0,735	10,334	<0,001	0,749	11,536	<0,001

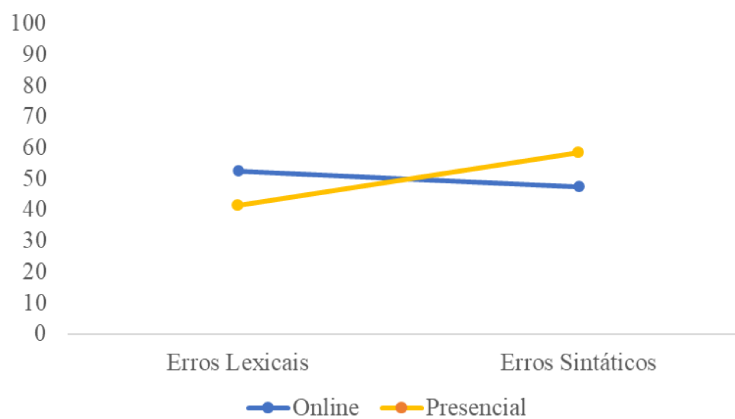
### Compreensão do valor posicional e os tipos de erros na transcodificação

#### numérica

A Figura 3.13 apresenta a taxa de erro da tarefa de transcodificação numérica. Observa-se que na coleta online a porcentagem de erros lexicais (53%) foi maior do que os erros sintáticos (47%). Para coleta presencial, os resultados mostram que a taxa de erros foi maior para os erros sintáticos (59%) do que para os erros lexicais (41%).

**Figura 3.13**

*Porcentagem dos tipos de erros na tarefa de transcodificação numérica.*



Por último, foi realizada uma correlação de Pearson para investigar a relação entre os tipos de erros (lexical e sintático) e os tipos de compreensão do valor posicional. Os resultados da coleta online apontam que a compreensão procedimental do valor posicional apresentou uma correlação negativa e fraca com os erros lexicais ( $r = -0,380$ ,  $p < 0,05$ ) e negativa e moderada com os erros sintáticos ( $r = -0,533$ ,  $p < 0,05$ ). A compreensão conceitual do valor posicional apresenta uma associação negativa e moderada com os erros lexicais ( $r = -0,481$ ,  $p < 0,05$ ) e com os erros sintáticos ( $r = -0,526$ ,  $p < 0,05$ ).

Os resultados da coleta presencial mostram que não houve correlação significativa entre a compreensão procedimental do valor posicional com os erros lexicais ( $r = -0,022$ ,  $p > 0,05$ ). No entanto, houve uma associação negativa e moderada com os erros sintáticos ( $r = -0,466$ ,  $p < 0,05$ ). Os resultados são semelhantes para a compreensão conceitual do valor posicional. Não foi encontrada uma associação entre a compreensão conceitual com os erros lexicais ( $r = -0,181$ ,  $p > 0,05$ ), no entanto, os erros sintáticos apresentou uma correlação negativa e moderada com a compreensão conceitual do valor posicional ( $r = -0,380$ ,  $p < 0,05$ ).

## Discussão

O conhecimento sobre os numerais arábicos desempenha um papel importante na aprendizagem da matemática. Esse estudo apresenta como as crianças do 2º ao 5º ano do ensino fundamental compreendem o valor posicional a partir de um modelo teórico, e como essa habilidade está relacionada com outras competências matemáticas. Nossos resultados indicam que a compreensão conceitual do valor posicional é mais difícil para as crianças do que a compreensão procedimental. Além disso, o nível IV é mais difícil para as crianças, e a maioria dos participantes encontra-se nos níveis I, II e III. Encontramos também uma associação entre os tipos compreensão do valor posicional, transcodificação numérica e cálculos aritméticos. Os erros lexicais e sintáticos da transcodificação numérica também se relacionaram com os tipos

de compreensão do valor posicional, exceto a compreensão procedimental com os erros lexicais para as crianças da coleta presencial.

Durante a pandemia da COVID-19, iniciamos o estudo no formato online. A coleta presencial aconteceu após a flexibilização das restrições da pandemia da COVID-19. Nossos resultados apontam uma diferença significativa na maioria das nossas tarefas entre as duas modalidades de coleta. O desempenho na compreensão do valor posicional e transcodificação numérica, exceto para os cálculos aritméticos, foi superior para as crianças da coleta online quando comparadas com as crianças da coleta presencial. Essa descoberta é inconsistente com um estudo anterior que avaliou o desempenho de crianças de 4 e 5 anos em tarefas cognitivas (compreensão verbal, raciocínio fluido, habilidades visuoespaciais, memória de trabalho, atenção e funções executivas, percepção social) e numéricas (contagem), e não encontrou diferença significativa entre as duas modalidades de coleta na maioria das tarefas utilizadas (Nelson et al., 2021). Outro estudo que avaliou o desempenho da inteligência, também não encontrou diferenças no desempenho dos participantes entre a coleta online e presencial (Wright, 2020). Apesar dos estudos citados apresentarem medidas de avaliação distintas do nosso estudo, ambos adaptaram tarefas cognitivas usadas em coletas presenciais para o formato online por causa da pandemia da COVID-19. No entanto, além da diferença no formato de coleta, as duas amostras do nosso estudo são heterogêneas: a maioria dos participantes da coleta online são de escolas particulares, diferente da coleta presencial, na qual a maioria é de escola pública. No ensino brasileiro existe uma diferença no desempenho matemático entre o ensino público e privado, indicando que o diferencial é favorável para as escolas privadas (Gomides et al., 2021; Moraes & Belluzzo, 2014). Dessa forma, não é possível afirmar se a diferença encontrada no desempenho das tarefas numéricas e aritméticas é explicada pelo formato da coleta ou pelo tipo de ensino.

Em relação ao desempenho da compreensão do valor posicional, nós hipotetizamos que as crianças apresentariam mais dificuldades nos itens que requisitam a compreensão conceitual do valor posicional em relação à compreensão procedimental (Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Sari et al., 2021). Não encontramos uma diferença estatística significativa entre as médias de desempenho da compreensão procedimental e conceitual para os dois tipos de coleta. Dessa forma, estudos futuros são necessários para investigar se essa falta de diferença é justificada pelo tamanho amostral ou a falta de especificidades dos itens. No entanto, encontramos que a frequência de erros dos itens conceituais foi maior que a taxa de erros dos itens procedimentais para os dois tipos de coleta. Esse resultado demonstra que os itens que envolvem habilidades conceituais são mais difíceis que os itens procedimentais para as crianças brasileiras. Além disso, os itens do nível IV do modelo foram mais difíceis para as crianças. Esses itens envolvem representações canônicas e não-canônicas para unidades decimais de centenas e milhares. O item 26 foi o único item de outro nível que apresentou uma taxa de erro alta em ambos tipos de coleta. Esse item envolve cálculos de subtração com transporte de dígitos, uma das características da compreensão conceitual do valor posicional.

Em relação a hierarquia do modelo, os nossos resultados apresentam achados semelhantes e também diferentes aos que foram encontrados na Alemanha, África do Sul e Turquia. Semelhantemente aos estudos citados (Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Sari et al., 2021), encontramos que à medida que os níveis da tarefa de valor posicional aumentam, a porcentagem de crianças que alcançam proficiência diminui, demonstrando que a compreensão do valor posicional é adquirida progressivamente. No entanto, a hierarquia esperada do modelo não foi observada em todos os participantes do estudo. Apesar do modelo apontar que é necessário alcançar 75% de acerto no nível classificado e nos anteriores, observamos que alguns participantes alcançaram a proficiência esperada em um nível, mas não no anterior. Dessa forma, o estudo atual não corrobora com a hierarquia do modelo para as

crianças brasileiras. Modelos hierárquicos geralmente são conceituados sobre a forma de ondas sobrepostas, na qual a aprendizagem é adquirida progressivamente (Fritz et al., 2013). Os conceitos iniciais são importantes para o desenvolvimento de habilidades posteriores, e com o tempo estes vão se tornando cada vez mais elaborados e abstratos pelas crianças (Fritz et al., 2013). No entanto, a proposta de modelos de estágio que categorizam a aquisição de habilidades em etapas sofre críticas na psicologia do desenvolvimento por não explicarem o desempenho individual da criança (Siegler, 2016). Habilidades e conceitos podem ser adquiridos em etapas, no entanto, é importante considerar o desempenho individual de cada criança, uma vez que aspectos culturais e sociais podem influenciar no processo de aprendizagem. Os resultados encontrados nos estudos de validação do Modelo de Compreensão do Valor Posicional (Herzog et al., 2017) apontam que apesar da diferença cultural e especificidades de cada idioma (alemão, inglês e turco), a tarefa de valor posicional é capaz de mensurar essa habilidade em diferentes países. No entanto, os estudos apresentam limitações, dentre elas, a principal é acerca da diferença no status socioeconômico entre os três países. Apesar da Alemanha e Turquia apresentarem diferença no status socioeconômico, é possível comparar os resultados entre essas duas amostras (Sarı et al., 2021). No entanto, devido a amostra da África do Sul apresentar um status socioeconômico menor, a comparação com a amostra turca é limitada (Sarı et al., 2021; OCDE, 2019). Os estudos não discutem as especificidades das diferenças socioeconômicas entre esses países e em como isso poderia impactar a avaliação desse construto.

Hipotetizamos também que a compreensão do valor posicional se relacionaria com o desempenho da transcodificação numérica e dos cálculos aritméticos. Nossos resultados corroboram a literatura, a compreensão do valor posicional tem uma associação que varia de moderada a forte com a transcodificação numérica e os cálculos aritméticos para os dois tipos de coleta. De fato, compreender a sintaxe do valor posicional permite representar numerais

arábicos em diferentes códigos simbólicos (Moura et al, 2013, 2015), além dos cálculos aritméticos (Habermann et al, 2020). Um estudo longitudinal avaliou o desempenho numérico e aritmético de crianças com 4 anos, e reavaliou essas habilidades aos 5 e 6 anos (Habermann et al, 2020). O conhecimento de numerais arábicos, avaliados por meio da identificação, leitura e escrita de numerais arábicos, demonstrou ser um preditor robusto para o desempenho aritmético posterior (Habermann et al, 2020). O resultado da análise de trajetórias mostra que o conhecimento de numerais arábicos aos 4 anos é o único preditor das habilidades aritméticas aos 6 anos. O conhecimento de numerais arábicos também foi um forte preditor de aritmética aos 5 anos.

Apesar da associação encontrada entre o desempenho médio da compreensão do valor posicional e as tarefas numéricas e aritméticas, os dois tipos de compreensão do valor posicional foram preditores significativos para a transcodificação numérica e apenas o conceitual foi para os cálculos aritméticos. A compreensão procedimental do valor posicional consiste no entendimento de como os números podem ser representados por unidades decimais, envolvendo habilidades de leitura, escrita e contagem de números. Por outro lado, a compreensão conceitual associa-se ao conhecimento do que as unidades decimais significam e como elas estão relacionadas, permitindo que os números sejam representados de diferentes maneiras (Van de Walle et al., 2004; Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Sari et al., 2021). A compreensão procedimental e a conceitual explicaram o desempenho na transcodificação numérica para os dois tipos de coleta. Por outro lado, apenas a compreensão conceitual foi preditora para o desempenho nos cálculos aritméticos nos dois tipos de coleta. Os resultados encontrados sugerem que a compreensão procedimental explica o desempenho na transcodificação numérica, porque envolve o conhecimento arábico (leitura, escrita e contagem de números). A compreensão conceitual ser o único preditor dos cálculos aritméticos condiz com as habilidades envolvidas nesse tipo de compreensão, dado que realizar

cálculos aritméticos é uma forma de representar números em diferentes maneiras (e.g.  $8 = 3 + 5$ , Verschaffel et al., 2015; Gaidoschik, 2019).

Buscamos analisar se os participantes que não alcançaram o ponto de corte esperado em cada nível também apresentariam um desempenho inferior nas tarefas de transcodificação numérica e cálculos aritméticos. Encontramos que o desempenho da transcodificação numérica foi compatível com o ponto de corte do nível I e II, mas não para os outros níveis. Os participantes que alcançaram o ponto de corte esperado no nível I e II também apresentaram maiores taxas de acerto na tarefa, assim como as crianças que não alcançaram o ponto de corte, apresentaram baixas taxas de acerto. Para os cálculos aritméticos, esse padrão também foi observado no nível I e II. Crianças mais novas tendem a ser classificadas em níveis iniciais da compreensão do valor posicional (Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Sari et al., 2021).

Dessa forma, é possível compreender que a transcodificação numérica se relaciona ao nível I e II por ser uma habilidade básica para as crianças de anos escolares iniciais (Moura et al., 2015). Sendo assim, as habilidades subjacentes ao nível I, como identificar a posição que o dígito ocupa em números multidigitais e realizar cálculos de adição até o número 1000 sem transporte de dígitos, e ao nível II, como compreender que uma dezena é composta por dez unidades, construir representações não-canônicas com suporte de manipulativos e realizar cálculos de adição com transporte de dígitos e cálculos de subtração sem transporte de dígitos limitados até o número 100, são mais compatíveis com a transcodificação numérica, diferente dos níveis superiores que requisitam habilidades mais avançadas de compreensão do valor posicional. Em relação, aos cálculos aritméticos, a sua relação apenas com os níveis I e II pode ser explicada por serem cálculos simples de um dígito. No entanto, mesmo que a relação da compreensão do valor posicional com a transcodificação numérica e cálculos aritméticos não ocorra para os todos os tipos de compreensão e níveis do modelo, essa habilidade é importante

para o entendimento e desenvolvimento de outras competências numéricas e aritméticas, principalmente nos anos iniciais de escolarização.

Por fim, analisamos a associação dos tipos de erros da transcodificação numérica com os tipos de compreensão do valor posicional. Os dados da coleta presencial são compatíveis com os observados na literatura, os erros sintáticos são mais frequentes que os erros lexicais (Moura et al., 2013). No entanto, os erros lexicais foram mais frequentes na coleta online. Esse resultado pode ser explicado pelo formato da tarefa e modalidade de aplicação. Nas tarefas da coleta online, as crianças compartilhavam a tela e eram acompanhadas por uma avaliadora durante a execução, no entanto, era possível visualizar apenas a tela do computador, o teclado da criança não era visto. Dessa forma, se erros fossem cometidos por causa da proximidade das teclas numéricas, não era possível controlar. Encontramos também uma correlação negativa e moderada entre a compreensão procedimental e conceitual com os erros sintáticos para os dois tipos de coleta. No entanto, a compreensão procedimental apresentou uma associação negativa e fraca com os erros lexicais na coleta online, mas não na coleta presencial. A compreensão conceitual apresentou uma associação negativa e moderada com os erros sintáticos apenas na coleta presencial. Os resultados corroboram um estudo anterior que também encontrou uma associação entre o desempenho na transcodificação numérica e a compreensão do valor posicional (Herzog & Fritz, 2022). Os resultados também apontaram que os erros sintáticos apresentaram uma associação mais robusta com a compreensão conceitual do que com a compreensão procedimental do valor posicional (Herzog & Fritz, 2022). Esse resultado pode ser explicado uma vez que a compreensão conceitual requisita o entendimento de executar diferentes tipos de representações (canônicas e não-canônicas) para manipular unidades decimais (Herzog & Fritz, 2022).

### **Limitações e Sugestões Futuras**

Encontramos três limitações no estudo atual. A primeira refere-se à composição da nossa amostra em relação ao tipo de ensino público e privado. Enquanto a coleta online é em sua maioria composta por participantes de escolas privadas, a coleta presencial é na sua maioria participantes de escola pública. Devido às diferenças no tipo de ensino brasileiro, não é possível afirmar se as diferenças encontradas entre os tipos de coleta são explicadas pela modalidade de aplicação (online ou presencial), ou pelo tipo de ensino. Dessa forma, sugere-se que em estudos futuros, as crianças de um mesmo tipo de ensino sejam avaliadas nas duas modalidades de coleta. Além disso, também sugerimos que o desempenho nas tarefas numéricas e aritméticas utilizadas sejam comparados entre os tipos de ensino.

A segunda limitação do nosso estudo é em relação à pandemia da COVID-19. Dentre as restrições recomendadas pela Organização Mundial de Saúde (2020), a interrupção de aulas presenciais em escolas foi uma delas. A diferença entre escolas públicas e privadas brasileiras podem ser explicadas pela condição socioeconômica (Moraes & Belluzzo, 2014). Dessa forma, durante dois anos alunos de escolas brasileiras mantiveram suas aulas remotamente, entretanto, o acesso à internet de qualidade não é igual entre as famílias brasileiras (Cunha et al., 2020). Por causa disso, nem todas as crianças tiveram o mesmo acesso ao ensino durante a pandemia da COVID-19 (Cunha et al, 2020). De acordo com esses dados, a pandemia pode ter afetado a aprendizagem formal de crianças brasileiras. Nesse sentido, estudos futuros devem atentar-se aos impactos da pandemia nas avaliações de habilidades acadêmicas e cognitivas.

Por fim, outra limitação do nosso estudo são os números de participantes discrepantes entre os anos escolares. Sugerimos que em estudos futuros, o desempenho das medidas utilizadas entre os anos escolares também seja comparados, bem como, o aumento do número de participantes da amostra geral para análises de validação do modelo em crianças brasileiras.

## **Considerações Finais**

Os resultados do nosso estudo podem ser sumarizados em três aspectos principais. Primeiro, a replicação da sequência de níveis da compreensão do valor posicional fornece a primeira evidência empírica no Brasil baseada em um modelo teórico de aprendizagem. O desenvolvimento progressivo dos níveis, bem como dos tipos de compreensão (procedimental e conceitual) do valor posicional são capazes de informar quais habilidades são esperadas durante a aprendizagem desse conceito. Esse compilado de informações pode ajudar nas avaliações educacionais, bem como, auxiliar na identificação das necessidades de aprendizagem. A partir disso, intervenções direcionadas podem ser construídas e favorecer o progresso educacional das crianças.

Em segundo lugar, esse também é o primeiro estudo que relaciona esse modelo de compreensão do valor posicional com outras competências matemáticas no Brasil. Além do desempenho geral, os tipos de compreensão do valor posicional foram associados com as habilidades de transcodificação numérica, tipos de erros na escrita de numerais arábicos e cálculos aritméticos. Compreender como essas habilidades se relacionam fornece uma base crítica para um planejamento educacional direcionado. Entender as etapas de aprendizagem e a diversidade de conteúdos de matemática fornece ferramentas necessárias para que intervenções sejam elaboradas. Esses recursos são imprescindíveis, principalmente após o impacto social e educacional provocado pela pandemia da COVID-19 que promoveu mudanças na educação brasileira durante os dois últimos anos (UNESCO, 2020; Senado, 2022). Nessa perspectiva, é necessário a construção de uma avaliação educacional formativa que considere os impactos da pandemia.

Por fim, a elaboração e adaptação de avaliações neuropsicológicas no ambiente virtual tem sido cada vez mais necessária (Conselho Federal de Psicologia, 2019, 2020). Nossos

resultados contribuem para o crescente número de estudos da literatura que descrevem diferenças e semelhanças entre a modalidade de coleta de dados (online e presencial). Pesquisas científicas online, além de serem acessíveis, permitem que os dados coletados sejam diversificados em termos geográficos. Sendo assim, nossas descobertas permitem aplicabilidade para a ciência cognitiva e também para a educação.

### Referências

- Bahmueller, J., Göbel, S. M., Pixner, S., Dresen, V., & Moeller, K. (2020). More than simple facts: Cross-linguistic differences in place-value processing in arithmetic fact retrieval. *Psychological Research, 84*(3), 650–659. <https://doi.org/10.1007/s00426-018-1083-7>
- Bahmueller, J., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2018). A Taxonomy Proposal for Types of Interactions of Language and Place-Value Processing in Multi-Digit Numbers. *Frontiers in Psychology, 9*, 1024. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01024>
- Barrouillet, P., Camos, V., Perruchet, P., & Seron, X. (2004). ADAPT: A Developmental, Asemantic, and Procedural Model for Transcoding From Verbal to Arabic Numerals. *Psychological Review, 111*(2), 368–394. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.111.2.368>
- Chan, W. W. L., Au, T. K., & Tang, J. (2014). Strategic counting: A novel assessment of place-value understanding. *Learning and Instruction, 29*, 78–94.
- Cobb, P., & Wheatley, G. (1988). Children's initial understandings of ten. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 10*(3), 1-28.
- CONSELHO FEDERAL DE PSICOLOGIA. Nota Técnica CFP n.º 07/2019/GTEC/ CG. Substitui a Nota técnica n.º 5/2019. Orienta psicólogas(os) sobre a utilização de testes psicológicos em serviços realizados por meio de tecnologias de informação e da

comunicação. 2019. Disponível em: <https://site.cfp.org.br/wp-content/uploads/2019/10/Nota-T%C3%A9cnica-CFP-07.2019.pdf>. Acesso em: 04 jan. 2023.

CONSELHO FEDERAL DE PSICOLOGIA. Cartilha de boas práticas para avaliação psicológica em contextos de pandemia [recurso eletrônico]/ Conselho Federal de Psicologia e Comissão Consultiva em Avaliação Psicológica. Brasília: CFP, 2020. Disponível em: <https://site.cfp.org.br/wp-content/uploads/2020/08/clique-aqui.pdf>. Acesso em: 04 jan. 2023.

Cunha, L. F. F. D., Silva, A. D. S., & Silva, A. P. D. (2020). O ensino remoto no Brasil em tempos de pandemia: diálogos acerca da qualidade e do direito e acesso à educação. *Revista Com Censo: Estudos Educacionais do Distrito Federal*, 7 (3), 27-37. <https://repositorio.unb.br/handle/10482/40014>

Daches Cohen, L., Korem, N., & Rubinsten, O. (2021). Math Anxiety Is Related to Math Difficulties and Composed of Emotion Regulation and Anxiety Predisposition: A Network Analysis Study. *Brain Sciences*, 11(12), 1609. <https://doi.org/10.3390/brainsci11121609>

de Leeuw, J. R. (2015). jsPsych: A JavaScript library for creating behavioral experiments in a web browser. *Behavior Research Methods*, 47(1), 1-12. doi:10.3758/s13428-014-0458-y.

Dehaene, S. (1995). Varieties of Numerical Abilities. *Cognition* 44 (1-2), 1-42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-n](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-n)

- Deloche, G., & Seron, X. (1982). From three to 3: A differential analysis of skills in transcoding quantities between patients with broca's and wernicke's aphasia. *Brain*, *105*(4), 719–733. <https://doi.org/10.1093/brain/105.4.719>
- Deloche, G., & Seron, X. (1987). Numerical transcoding: A general production model. In G. Deloche & X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (pp. 137–179). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Dietrich, J. F., Huber, S., Dackermann, T., Moeller, K., & Fischer, U. (2016). Place-value understanding in number line estimation predicts future arithmetic performance. *British Journal of Developmental Psychology*, *34*(4), 502–517. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12146>
- Fritz, A., Ehlert, A., & Balzer, L. (2013). Development of mathematical concepts as basis for an elaborated mathematical understanding. *South African Journal of Childhood Education*, *3*(1), 38-67. <https://sajce.co.za/index.php/sajce/article/view/31>
- Fuson, K. C. (1990). A Forum for Researchers. Issues in Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction Learning and Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(4), 273–280. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.21.4.0273>
- Gaidoschik, M. (2019). Didactics as a source and remedy of mathematical learning difficulties. In *International handbook of mathematical learning difficulties* (pp. 73-89). Springer, Cham.
- Geary, David C. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. *Europe Child & Adolescent Psychiatry*, *1*(9), 11-16. <https://doi.org/10.1007/s007870070004>

- Göbel, S. M., Watson, S. E., Lervåg, A., & Hulme, C. (2014). Children's arithmetic development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological Science*, 25, 789–798. <https://doi.org/10.1177/0956797613516471>
- Gomides, M. R. A, Lopes-Silva, J. L, Moura, R., Salles, J. F. & Haase, V. G. (no prelo). PRONUMERO: Bateria de avaliação do processamento numérico e cálculo. São Paulo: Vetor.
- Gomides, M. R. D. A., Starling-Alves, I., Paiva, G. M., Caldeira, L. D. S., Aichinger, A. L. P. N., Carvalho, M. R. S., ... & Haase, V. G. (2021). The quandary of diagnosing mathematical difficulties in a generally low performing population. *Dementia & Neuropsychologia*, 15, 267-274. <https://doi.org/10.1590/1980-57642021dn15-020015>
- Habermann, S., Donlan, C., Göbel, S. M., & Hulme, C. (2020). The critical role of Arabic numeral knowledge as a longitudinal predictor of arithmetic development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 193, 104794. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.104794>
- Herzog, M., & Fritz, A. (2019). Validation of a developmental model of place value concepts. 8.
- Herzog, M., & Fritz, A. (2022). Place Value Understanding Explains Individual Differences in Writing Numbers in Second and Third Graders But Goes Beyond. *Frontiers in Education*, 6, 642153. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.642153>
- Herzog, M., Ehlert, A., & Fritz, A. (2017a). A Competency Model of Place Value Understanding in South African Primary School Pupils. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 21(1), 37–48. <https://doi.org/10.1080/18117295.2017.1279453>

- Herzog, M., Ehlert, A., & Fritz, A. (2019). Development of a sustainable place value understanding. In *International handbook of mathematical learning difficulties* (pp. 561-579). Springer, Cham.
- Herzog, M., Fritz, A., & Ehlert, A. (2017b). Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses [Development of a resilient place value understanding]. In A. Fritz & S. Schmidt (Eds.), *Handbuch Rechenschwäche* (pp. 266–286). Basel: Beltz.
- Klein, E., Moeller, K., Dressel, K., Domahs, F., Wood, G., Willmes, K., & Nuerk, H.-C. (2010). To carry or not to carry — Is this the question? Disentangling the carry effect in multi-digit addition. *Acta Psychologica*, *135*(1), 67–76.  
<https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2010.06.002>
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and instruction*, *19*(6), 513-526.  
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.10.002>
- Lambert, K., & Moeller, K. (2019). Place-value computation in children with mathematics difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, *178*, 214–225.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.008>
- Laski, E. V., Vasilyeva, M., & Schiffman, J. (2016). Longitudinal Comparison of Place-Value and Arithmetic Knowledge in Montessori and Non-Montessori Students. *Journal of Montessori Research*, *2*(1), 1–15. <https://doi.org/10.17161/jomr.v2i1.5677>
- Lochy A., Censabella S. (2005). Le système symbolique arabe: acquisition, évaluation, et pistes rééducatives, in Marie-Pascale Noël, eds *La Dyscalculie* (Marseille: Solal;) 77–104

- McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in numerical processing and calculation: evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4, 171 – 196. [https://doi.org/10.1016/0278-2626\(85\)90069-7](https://doi.org/10.1016/0278-2626(85)90069-7)
- Ministério da Educação (2018). Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sit e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf)
- Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L., & Nuerk, H. C. (2011). Early Place-Value Understanding as a Precursor for Later Arithmetic Performance—A Longitudinal Study on Numerical Development. *Research in Developmental Disabilities: A Multidisciplinary Journal*, 32(5), 1837–1851. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.03.012>
- Moraes, A. G. E. D., & Belluzzo, W. (2014). O diferencial de desempenho escolar entre escolas públicas e privadas no Brasil. *Nova economia*, 24, 409-430. <https://doi.org/10.1590/0103-6351/1564>
- Moura, R., Lopes-Silva, J. B., Vieira, L. R., Paiva, G. M., de Almeida Prado, A. C., Wood, G., & Haase, V. G. (2015). From “five” to 5 for 5 minutes: Arabic number transcoding as a short, specific, and sensitive screening tool for mathematics learning difficulties. *Archives of Clinical Neuropsychology*, 30(1), 88–98. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1093/arclin/acu071>
- Moura, R., Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Lonnemann, J., Krinzinger, H., Willmes, K., & Haase, V. G. (2013). Transcoding abilities in typical and atypical mathematics achievers: The role of working memory and procedural and lexical competencies.

*Journal of Experimental Child Psychology*, 116(3), 707–727.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.07.008>

Nelson, P. M., Scheiber, F., Laughlin, H. M., & Demir-Lira, Ö. (2021). Comparing face-to-face and online data collection methods in preterm and full-term children: An exploratory study. *Frontiers in psychology*, 5025.  
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.733192>

OECD (2019), PISA 2018 results (Volume II): Where all students can succeed, PISA, OECD Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/b5fd1b8f-en>

Organização Mundial de Saúde (2020, 5 de setembro). Recomendação N° 061. Retirado de: <http://conselho.saude.gov.br/recomendacoes-cns/1355-recomendac-a-o-n-061-de-03-de-setembro-de-2020>

Parsons, S., & Bynner, J. (2005). Does numeracy matter more? .45.

Pixner, S., Zuber, J., Heřmanová, V., Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2011). One language, two number-word systems and many problems: Numerical cognition in the Czech language. *Research in Developmental Disabilities*, 32(6), 2683–2689.  
<https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.06.004>

Power, R. J. D., & Dal Martello, M. F. (1990). The dictation of Italian numerals. *Language and Cognitive Processes*, 5(3), 237–254. <https://doi.org/10.1080/01690969008402106>

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346–362. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.2.346>

- Ross, S. H. (1989). Parts, Wholes, and Place Value: A Developmental View. *The Arithmetic Teacher*, 36(6), 47–51. <https://doi.org/10.5951/AT.36.6.0047>
- Sainio, P. J., Eklund, K. M., Ahonen, T. P. S., & Kiuru, N. H. (2019). The Role of Learning Difficulties in Adolescents' Academic Emotions and Academic Achievement. *Journal of Learning Disabilities*, 52(4), 287–298. <https://doi.org/10.1177/0022219419841567>
- Sari, M. H., Herzog, M., Olkun, S., & Fritz, A. (2021). Validation of a Model of Sustainable Place Value Understanding in Turkey. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0659. <https://doi.org/10.29333/iejme/11295>
- Schneider, M., & Stern, E. (2010). The developmental relations between conceptual and procedural knowledge: A multimethod approach. *Developmental Psychology*, 46(1), 178–192. <https://doi.org/10.1037/a0016701>
- Senado (10 fev. 2022). Impactos da pandemia na educação no Brasil. Senado Federal. Disponível em: <https://www12.senado.leg.br/institucional/datasenado/materias/pesquisas/impactos-da-pandemia-na-educacao-no-brasil>
- Seron, X., & Deloche, G. (1983). From 4 to four: A Supplement to “From three to 3”. *Brain*, 106(3), 735-744. <https://doi.org/10.1093/brain/106.3.735>
- Seron, X., Deloche, G., & Noël, M.-P. (1992). Number transcribing by children: Writing Arabic numbers under dictation. In J. Bideaud, C. Meljac, & J.-P. Fischer (Eds.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities* (pp. 245–264). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

- Siegler, R. S. (2016). Continuity and Change in the Field of Cognitive Development and in the Perspectives of One Cognitive Developmentalist. *Child Development Perspectives*, 10(2), 128–133. <https://doi.org/10.1111/cdep.12173>
- UNESCO. O surto da COVID-19 também é uma grande crise da educação. 2020. Disponível em: <https://pt.unesco.org/covid19/educationresponse/globalcoalition>. Acesso em: 4 jan. 2023
- Van de Walle, J. A., Karp, K., & Bay-Williams, J. M. (2004). Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally. Boston: Pearson.
- Verschaffel, L., Depaepe, F., & Dooren, W. (2015). Individual differences in word problem solving. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *The Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 953-974). Oxford University Press.
- Wright, A. J. (2020). Equivalence of remote, digital administration and traditional, in-person administration of the Wechsler Intelligence Scale for Children, Fifth Edition (WISC-V). *Psychological Assessment*, 32(9), 809–817. <https://doi.org/10.1037/pas0000939>
- Yuan, L., Prather, R., Mix, K., & Smith, L. (2021). The First Step to Learning Place Value: A Role for Physical Models? *Frontiers in Education*, 6, 683424. <https://doi.org/10.3389/educ.2021.683424>
- Zuber, J., Pixner, S., Moeller, K., & Nuerk, H.-C. (2009). On the language specificity of basic number processing: Transcoding in a language with inversion and its relation to working memory capacity. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102(1), 60–77. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.04.003>

## CAPÍTULO 4

### Conclusão

Na presente dissertação apresentamos as principais características da compreensão do valor posicional e como crianças do ensino fundamental desenvolvem essa habilidade. Com relação aos aspectos de definição e medidas da compreensão do valor posicional, mostramos que existem quatro categorias que definem esse conceito. As definições encontradas definem a compreensão do valor posicional como: um sistema no qual o valor de cada dígito dentro de um número é determinado por sua posição dentro na cadeia numérica; identificação de dígitos, relação multiplicativa entre unidades de base-10 e os valores de cada dígito de acordo com a sua posição; números como parte-parte-todo em termos de uma parte de dezenas e uma parte de unidade, e por fim, seguindo as propriedades da posição que o dígito se encontra, base-10, composição multiplicativa e aditiva. Encontramos também que 50% dos estudos selecionados não apresentaram uma definição da compreensão do valor posicional. Além disso, mapeamos 96 tarefas que avaliam a compreensão do valor posicional que podem ser categorizadas em explícitas e implícitas. As tarefas explícitas do valor posicional têm como característica medir a compreensão do valor posicional mais diretamente, por meio de recursos específicos dessa habilidade (por exemplo, base 10, escrita e leitura de algarismos arábicos), e as implícitas medem habilidades secundárias de compreensão de valor posicional (por exemplo, linha numérica e comparação de magnitude simbólica). Os resultados apontam uma inconsistência na literatura sobre como a compreensão do valor posicional é definida e avaliada. Sintetizamos as tarefas encontradas e descrevemos os principais objetivos das pesquisas que avaliaram a compreensão do valor posicional em crianças e adolescentes. Os nossos achados apontam que os principais estudos que buscam avaliar a compreensão do valor posicional investigam essa habilidade em crianças atípicas (crianças com dificuldades ou deficiências), em alunos de diferentes países ou idiomas, entre diferentes sistemas educacionais, estratégias de ensino,

ferramentas ou currículos, os aspectos específicos da compreensão do valor posicional, seu desenvolvimento e seu impacto em outras habilidades numéricas.

Em segundo lugar, encontramos evidências de como crianças adquirem as habilidades envolvidas na compreensão do valor posicional por meio de um modelo teórico. O modelo teórico explica que a compreensão do valor posicional pode ser adquirida através de cinco níveis hierárquicos (pré-decádico, nível I, nível II, nível III e nível IV). As habilidades envolvidas na aprendizagem desses níveis são explicadas por meio da compreensão procedimental e conceitual. A compreensão procedimental do valor posicional consiste no entendimento de como os números podem ser representados por unidades decimais e a compreensão conceitual associa-se ao conhecimento do que as unidades decimais significam e como elas estão relacionadas (Van de Walle et al., 2004; Herzog et al., 2017a; Herzog et al., 2017b; Sari et al., 2021). Além disso, também encontramos que a compreensão do valor posicional está relacionada com a transcodificação numérica e cálculos aritméticos. A compreensão procedimental e conceitual do valor posicional foram preditoras da habilidade de transcodificação, enquanto apenas a compreensão conceitual explicou o desempenho nos cálculos aritméticos. Analisamos a frequência dos erros na escrita de numerais arábicos e encontramos uma associação negativa com os tipos de compreensão do valor posicional, principalmente os erros sintáticos. Os resultados encontrados descrevem características importantes da aprendizagem de habilidades matemáticas em crianças entre o 2º e 5º ano do ensino fundamental.

Os resultados dos dois estudos têm implicações teóricas e práticas para a psicologia cognitiva e educação. De acordo com o nosso conhecimento, essa é a primeira pesquisa que mapeia as principais características e medidas de avaliação da compreensão do valor posicional, além de investigar em crianças brasileiras o desenvolvimento e relação com outras competências matemáticas por meio de um modelo teórico. Além disso, os resultados

colaboram para a literatura que descreve características de coleta online e presencial, favorecendo a adaptação de avaliações neuropsicológicas online. Além de favorecer um planejamento educacional estratégico e direcionado para o ensino da matemática. Os níveis do modelo apresentam quais são as habilidades envolvidas na aquisição da compreensão do valor posicional (Herzog et al., 2017b). Dessa forma, é possível elaborar um planejamento de estratégias pedagógicas alinhadas ao modelo teórico. Além disso, os resultados da transcodificação, erros na escrita de numerais arábicos e cálculos aritméticos possibilita um entendimento da diversidade de conteúdos envolvidos na aprendizagem matemática, fornecendo assim mais ferramentas para o ensino direcionado e elaboração de intervenções.

### Referências

- Herzog, M., Ehlert, A., & Fritz, A. (2017a). A Competency Model of Place Value Understanding in South African Primary School Pupils. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 21(1), 37–48. <https://doi.org/10.1080/18117295.2017.1279453>
- Herzog, M., Fritz, A., & Ehlert, A. (2017b). Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses [Development of a resilient place value understanding]. In A. Fritz & S. Schmidt (Eds.), *Handbuch Rechenschwäche* (pp. 266–286). Basel: Beltz
- Sari, M. H., Herzog, M., Olkun, S., & Fritz, A. (2021). Validation of a Model of Sustainable Place Value Understanding in Turkey. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0659. <https://doi.org/10.29333/iejme/11295>
- Van de Walle, J. A., Karp, K., & Bay-Williams, J. M. (2004). *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally*. Boston: Pearson.

## ANEXO

## ANEXO A - Parecer do Comitê de Ética em Pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
MINAS GERAIS



**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP**

**DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

**Título da Pesquisa:** Compreensão do valor posicional em crianças brasileiras do 2º ao 5º ano do ensino fundamental

**Pesquisador:** JÚLIA BEATRIZ LOPES SILVA

**Área Temática:**

**Versão:** 1

**CAAE:** 51539321.8.0000.5149

**Instituição Proponente:** UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

**DADOS DO PARECER**

**Número do Parecer:** 5.073.559

**Apresentação do Projeto:**

A matemática é um domínio complexo e que não está restrita apenas a sala de aula, mas também sendo requisitada no dia-a-dia, seja para lidar com o troco ou anotar números de telefone. Sendo assim, investigar como ocorre a aprendizagem da matemática proporciona benefícios não somente para o ambiente escolar, mas também para o cotidiano da criança. O sistema numérico é um artefato cultural para representação e manipulação de números, que pode ser dividido em representações numéricas simbólicas de notações arábicas e verbais (6, seis, respectivamente). O sistema numérico verbal é estruturado por meio dos princípios da adição e multiplicação, enquanto o sistema numérico arábico segue os princípios do valor posicional. O valor posicional é estabelecido através de uma potência de base 10, no qual o valor de cada dígito vai depender da sua posição dentro do número (i.e, o algarismo 4 dentro do 478 ocupa a centena, enquanto o 8 ocupa a unidade). A compreensão do valor posicional implica na aprendizagem de conceitos importantes, tais como, os aspectos procedimentais e conceituais subjacentes à escrita de números. Tais habilidades permitem a contagem e identificação das representações do valor posicional e o agrupamento e desmembramento em diferentes representações desse sistema, respectivamente. Além disso, a compreensão do valor posicional também apresenta importantes relações com outras habilidades aritméticas, sendo importante para a aquisição e consolidação de conteúdos matemáticos mais avançados, como resolução de cálculos aritméticos. No Brasil, estudos apontam a importância dessa habilidade, principalmente na escrita de numerais arábicos a

**Endereço:** Av. Presidente Antonio Carlos, 6627  $\zeta$  2º Andar  $\zeta$  Sala 2005  $\zeta$  Campus Pampulha

**Bairro:** Unidade Administrativa II **CEP:** 31.270-901

**UF:** MG **Município:** BELO HORIZONTE

**Telefone:** (31)3409-4592

**E-mail:** coep@prpq.ufmg.br

Continuação do Parecer: 5.073.559

partir da forma verbal durante o ensino fundamental. Visto isso, o presente projeto tem como objetivo primário avaliar a compreensão desse conceito em crianças brasileiras. Para os objetivos secundários, o projeto busca investigar o desenvolvimento do conhecimento procedimental e conceitual do valor posicional no português brasileiro; verificar se existe dissociação entre o conhecimento procedimental e conceitual do valor posicional; analisar se existem diferenças na compreensão do valor posicional em diferentes níveis de cálculos aritméticos; comparar os déficits conceituais do valor posicional e os tipos de erros na transcodificação numérica. A coleta será realizada no formato online com crianças entre o 2º ao 5º ano do ensino fundamental. A amostra será avaliada de forma síncrona com a presença de um avaliador, utilizando instrumentos previamente adaptados por meios das seguintes plataformas: Google Forms, jsPsych e Cognition.run. Dessa forma, esperamos avaliar como o desenvolvimento do valor posicional ocorre em crianças do ensino fundamental, permitindo avaliar o desenvolvimento desse conceito e também de outras habilidades matemáticas. Além disso, será possível avaliar as especificidades idiomáticas dessa habilidade em relação ao idioma do português brasileiro. Visto isso, espera-se que implicações pedagógicas sejam apontadas, além de benefícios para planejamento de ensino tanto para pais como professores.

**Objetivo da Pesquisa:**

Objetivo Primário:

Analisar como as crianças brasileiras compreendem o valor posicional.

Objetivo Secundário:

1. Investigar o desenvolvimento do conhecimento procedimental e conceitual do valor posicional no português brasileiro;
2. Verificar se existe dissociação entre o conhecimento procedimental e conceitual do valor posicional;
3. Analisar se existem diferenças na compreensão do valor posicional em diferentes níveis de cálculos aritméticos;
4. Comparar os déficits conceituais do valor posicional e os tipos de erros na transcodificação

**Endereço:** Av. Presidente Antonio Carlos, 6627 2º. Andar 2005 2005 2005 2005 2005 2005 2005 2005 2005 2005  
**Bairro:** Unidade Administrativa II **CEP:** 31.270-901  
**UF:** MG **Município:** BELO HORIZONTE  
**Telefone:** (31)3409-4592 **E-mail:** coep@prpq.ufmg.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
MINAS GERAIS



Continuação do Parecer: 5.073.559

numérica.

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Sobre os riscos os/as proponentes afirmam que:

A maioria das tarefas utilizadas neste projeto são muito semelhantes às tarefas escolares simples, as outras, por sua vez, são semelhantes a jogos e costumam ser divertidas para os participantes. Os riscos decorrentes da participação neste estudo são mínimos, estando relacionados a um possível cansaço ou tédio provocado pela avaliação neuropsicológica. Os pesquisadores responsáveis estarão sempre atentos, para adiar ou pausar a avaliação caso o participante não se sinta confortável. Serão oferecidos intervalos durante as atividades caso os participantes se sintam cansados.

Sobre os benefícios os/as proponentes afirmam que:

Ao final da pesquisa, as famílias participantes receberão um relatório descrevendo o desempenho das crianças nas tarefas realizadas e, nos casos em que se for identificado algum atraso ou dificuldade significativos, os participantes poderão ser encaminhados para serviços de atendimento especializados. Além disso, os benefícios sociais consistem na adaptação de um modelo de compreensão do valor posicional para crianças brasileiras que poderá ser usado por pais e professores como auxílio no ensino da matemática, uma vez que esse conceito é essencial para a aprendizagem e consolidação de outros conceitos matemáticos mais avançados. Além disso, a adaptação de avaliações neuropsicológicas para o ambiente online poderão auxiliar na construção de pesquisas futuras.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

A pesquisa em pauta tem relevância social e acadêmica.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Foram apresentados os seguintes documentos:

Folha de rosto

Informações Básicas do Projeto

**Endereço:** Av. Presidente Antonio Carlos, 6627 2º Andar 2 Sala 2005 2 Campus Pampulha  
**Bairro:** Unidade Administrativa II **CEP:** 31.270-901  
**UF:** MG **Município:** BELO HORIZONTE  
**Telefone:** (31)3409-4592 **E-mail:** coep@prpq.ufmg.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
MINAS GERAIS



Continuação do Parecer: 5.073.559

Projeto de Pesquisa  
Cronograma  
Parecer do Projeto de Pesquisa  
TCLE  
TALE

**Recomendações:**

- Reformular no TCLE e no TALE informações sobre dúvidas, esclarecendo que, dúvidas em geral deverão ser solucionadas pelos pesquisadores e dúvidas éticas deverão ser solucionadas no COEP/UFMG.

- Inserir no TCLE e no TALE informações que considerem o contexto de pandemia da Covid-19 e a necessidade sanitária de isolamento social, os testes serão realizados por meio remoto sendo gravados, a partir do seu consentimento no início do processo. Caso ao longo do período destinado à realização desta etapa da pesquisa as medidas de isolamento venham a ser suspensas, a pesquisa poderá ser realizadas de modo presencial, sendo a mesma gravada também mediante o seu consentimento. Neste contexto de pandemia, se envolver ambiente virtual, deve-se adequar o TCLE, o TALE e o projeto, conforme as orientações da CONEP: <https://www.ufmg.br/bioetica/coep/wp-content/uploads/2021/02/ambiente-virtual.pdf>

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Pelo exposto, recomendamos a aprovação do projeto de pesquisa. Não foi encontrado óbice ético na apreciação do protocolo e a pesquisa está aprovada, contudo, há a necessidade das adequações do campo da recomendação, que devem ser incorporadas imediatamente no protocolo da pesquisa, antes de iniciar a pesquisa, sem a necessidade de submeter novamente na Plataforma Brasil. Apenas, atentar-se para quando houver próxima emenda, colocar os documentos atualizados corrigidos na Plataforma Brasil.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Tendo em vista a legislação vigente (Resolução CNS 466/12), o CEP-UFMG recomenda aos Pesquisadores: comunicar toda e qualquer alteração do projeto e do termo de consentimento via emenda na Plataforma Brasil, informar imediatamente qualquer evento adverso ocorrido durante o desenvolvimento da pesquisa (via documental encaminhada em papel), apresentar na forma de

**Endereço:** Av. Presidente Antonio Carlos, 6627 2º Andar Sala 2005 Campus Pampulha  
**Bairro:** Unidade Administrativa II **CEP:** 31.270-901  
**UF:** MG **Município:** BELO HORIZONTE  
**Telefone:** (31)3409-4592 **E-mail:** coep@prpq.ufmg.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
MINAS GERAIS



Continuação do Parecer: 5.073.559

notificação relatórios parciais do andamento do mesmo a cada 06 (seis) meses e ao término da pesquisa encaminhar a este Comitê um sumário dos resultados do projeto (relatório final).

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1810053.pdf	03/09/2021 09:28:06		Aceito
Outros	Declaracao_Aprovacao_Parecer_Projeto_de_Pesquisa.pdf	03/09/2021 09:26:40	LEIDIANE DA SILVA CALDEIRA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	02/09/2021 09:00:36	LEIDIANE DA SILVA CALDEIRA	Aceito
Folha de Rosto	folhaDeRosto.pdf	18/08/2021 12:20:22	LEIDIANE DA SILVA CALDEIRA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoCOEP_Valor_Posicional.pdf	16/08/2021 16:39:27	JÚLIA BEATRIZ LOPES SILVA	Aceito
Parecer Anterior	SEI_UFMG_0868892_Parecer_camara_departamental_parecerista_Marcela_Mansur.pdf	16/08/2021 16:39:05	JÚLIA BEATRIZ LOPES SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	tale.pdf	16/08/2021 16:31:50	JÚLIA BEATRIZ LOPES SILVA	Aceito
Cronograma	Cronograma.pdf	16/08/2021 16:31:36	JÚLIA BEATRIZ LOPES SILVA	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

BELO HORIZONTE, 31 de Outubro de 2021

Assinado por:  
**Crissia Carem Paiva Fontainha**  
(Coordenador(a))

**Endereço:** Av. Presidente Antonio Carlos, 6627 2º. Andar 2 Sala 2005 2 Campus Pampulha  
**Bairro:** Unidade Administrativa II **CEP:** 31.270-901  
**UF:** MG **Município:** BELO HORIZONTE  
**Telefone:** (31)3409-4592 **E-mail:** coep@prpq.ufmg.br