

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL

ALEXANDRE MOREIRA GALVÃO

**RISCO CAMBIAL E ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS:
UM ESTUDO COM VETORES AUTORREGRESSIVOS PARA O BRASIL
2002-2014**

Belo Horizonte

2015

Alexandre Moreira Galvão

Risco Cambial E Estrutura a Termo da Taxa de Juros:

Um Estudo com Vetores Autorregressivos para o Brasil 2002-2014

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG como requisito para conclusão de Doutorado em Economia.

Orientador: Frederico Gonzaga Jayme Jr.

Coorientador: Aureliano Angel Bressan

Belo Horizonte

2015

AGRADECIMENTOS

Quanta luta! No fim, a sensação que há muito ainda a ser realizado e mesmo com muito trabalho planta-se apenas o início de novas possibilidades que serão exploradas.

Há tantos a agradecer e que contribuíram para a estruturação e conclusão deste trabalho.

Agradecimentos incondicionais aos meus orientadores e amigos, Fred e Aureliano, pela paciência, exigência e apontamento de rumos mais promissores dessa pesquisa. Espero um dia retribuí-los.

Agradecimentos eternos a minha família. A minha esposa pelo apoio e compreensão em cada momento de ausência nessa dura caminhada. Certamente este é um título compartilhado. Aos meus filhos por me proporcionarem a vontade de lhes oferecer caminhos futuros alternativos.

Aos colegas de trabalho. Ao Luiz Barcelos pelas discussões teóricas dos modelos estudados e ajuda irrestrita na estruturação das equações e modelos no R. Não teria sido possível a conclusão desse trabalho sem esse apoio. Ao Bruno e Lucas pela ajuda na reta final do trabalho. À Amanda pelo apoio contínuo nas indicações das normalizações necessárias.

Ao meu pai e irmã Yêda, ao meu sogro e sogra, que compareceram e me apoiaram no dia da defesa e torceram tanto por mim ao longo dessa trajetória. A minha mãe, por ter valorizado tanto, ao longo da vida, a educação de seus filhos.

Ao pessoal da secretaria do CEDEPLAR, especialmente à Cecília, pelo carinho na convivência.

Aos meus colegas de doutorado, mestrado e professores do CEDEPLAR, que me permitiram essa rica experiência.

À professora Ana Hermeto que acreditou, desde a minha entrada no curso, no potencial de pesquisa a ser explorado.

A todos que acreditaram, torceram e me apoiaram em momentos difíceis, às vezes quase intransponíveis.

Espero que esta pesquisa, acima de tudo, auxilie outros acadêmicos em sua jornada e propicie avanços na área. Esse é sempre o grande sonho: contribuir e fazer parte de algo maior e melhor.

RESUMO

O objetivo principal do trabalho foi avaliar o risco cambial presente na estrutura a termo da taxa de juros brasileira por modelos VAR, entre 2002 e 2014, buscando identificar variáveis observáveis, macroeconômicas e não observáveis, de forma a justificar esse prêmio de risco e suas variações na curva de juros.

O risco cambial para o caso brasileiro é extraído do *Forward Premium*, que foi calculado pelas diferenças das curvas DI futuras de 1 dia e do FRA de Cupom Cambial. Dessa diferença são extraídas as expectativas inflacionárias entre as moedas, restando o prêmio cambial por vértice, dado como o excesso de retorno a ser modelado. Apresentam-se duas proposições principais.

No primeiro modelo utilizam-se variáveis macroeconômicas como inflação e produto, somadas a fatores de incerteza como o risco país e variáveis latentes. Em uma proposição restrita à arbitragem, apresenta-se um modelo VAR Gaussiano em espaço de estados para a geração das variáveis não observáveis, somadas à aplicação dos coeficientes macroeconômicos. Assim, é gerada uma estrutura para a compreensão do risco cambial em distintos vértices, conforme aplicado por Ang e Piazzesi (2003) na modelagem da estrutura a termo da taxa de juros. Compreende-se, ainda, o risco cambial como o prêmio excedente à desvalorização esperada, formando o excesso de retorno da curva de juros.

No segundo modelo avalia-se o risco cambial baseado na mensuração do *Forward Premium Puzzle (fpp)* ocorrido e em variáveis latentes. Vinculam-se, ainda informações de curto prazo afetando a formação do longo prazo.

Conclui-se que as estruturas de curto e longo prazo podem ser fundidas em métodos com vistas a ampliar as possibilidades de utilização dessas estimativas. Identifica-se, também, a importância da memória recente para a formação do risco cambial. Adiciona-se o argumento desses modelos se fundamentarem na hipótese de expectativas racionais da estrutura a termo da taxa de juros.

Por último, evidencia-se que técnicas voltadas ao estudo e modelagem da estrutura a termo da taxa de juros são aplicáveis na formação dos prêmios cambiais e que estes possuem comportamento a termo por vencimento relacionado.

Palavras-chave: risco cambial, estrutura a termo, taxa de juros, *forward premium*, risco país, *forward premium puzzle*.

ABSTRACT

The main objective of the present study was to evaluate the currency risk in the Brazilian term structure of interest rate structure by VAR models, between 2002 and 2014, aiming to identify observable, macroeconomic and non-observable variables, in order to substantiate such risk premium and its variations on the interest curve.

The currency risk in the Brazilian scenario is obtained from the *Forward Premium*, which was calculated by the differences on the curves of one-day future DI and the *FRA de Cupom Cambial* (Forward Rate Agreement of Exchange Coupon). From this difference, we obtain the inflationary expectations among currencies resulting in the exchange premium per maturity given as excess return to be modeled. Two main proposals are presented.

In the first model, macroeconomic variables, such as inflation and product, are utilized in addition to uncertainty factors such as country risks and latent factors. Under a restricted arbitrage proposal, a VAR Gaussian state-space model was presented to obtain the non-observable variables in addition to the application of macroeconomic factors. Thus, a structure for understanding the currency risk is provided under different maturities, as applied by Ang and Piazzesi (2003) in the modeling of the term structure of interest rate. It is further understandable that the currency risk is an excess premium in relation to the expected devaluation, and an excess return in the curve of interests.

In the second model, the currency risk assessed is based on the measurement of the occurred Forward Premium Puzzle (FPP) as well as in latent factors. It also entails short-term data, which affects the long-term perspective.

In conclusion, the structures of short- and long-term can be merged into methods in order to broaden the possibilities of utilizing these estimates. Furthermore, the importance of recent data in the construction of the foreign exchange risk is herein observed, and the point that these models are rooted in the rational expectations theory of the term structure of interest rate is duly noted.

Lastly, it has become evident that techniques targeted at the study and modeling of the term structure of interest rate are applicable in the formation of foreign exchange premia, and that these show a forward pattern for related maturity.

Keywords:: currency risk, term structure, interest rate, forward premium, country risk, *forward premium puzzle*.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Evolução do Risco Cambial no Brasil 2002- 2013	49
Figura 2 - Macro Fatores Explicativos do Risco Cambial	51
Figura 3 - Risco Cambial Realizado e Estimado por um VAR Gaussiano sob Condições de Arbitragem – Vértice de 3 meses	55
Figura 4 - Risco Cambial Realizado e Estimado por um VAR Gaussiano sob Condições de Arbitragem – Vértice de 36 meses	56
Figura 5 - Estimativa Fora da Amostra (Y^{3m})	57
Figura 6 - Estimativa Fora da Amostra (Y^{36m})	57
Figura 7 - Análise de Impulso Resposta de Fatores Macroeconômicos	59
Figura 8 - Análise de Impulso Resposta Fatores Latentes para vértices de 3 e 36 meses	60
Figura 9 - Estimativas do Modelo VAR DO Risco Cambial de Todos os Vértices	71
Figura 10 - Estimativa do Risco Cambial de 36 meses Fora da Amostra (14 meses à frente)	73
Figura 11 - – <i>Forward Premium Puzzle</i> Nov 02/ Mai-13	97
Figura 12 - Estimativas para o Risco Cambial de Curto Prazo	103
Figura 13 - Estimativas para o Risco Cambial de 24 e 60 meses	109
Figura 14 - Análise de impulso Resposta das variáveis <i>fpp</i> e latentes	110
Figura 15 - Projeções Fora da Amostra Vértice de 24 meses	114
Figura 16 - A Estrutura a Termo do <i>Forward Premium</i>	132
Figura 17 - Decomposição da Estrutura a Termo do <i>Forward Premium</i>	133
Figura 18 - Impulso Resposta Modelo VAR não Restrito	134

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Componentes Principais de Inflação	50
Tabela 2 - Decomposição da Variância dos Componentes principais de Índices de Bolsas	50
Tabela 3 - Decomposição da Variância do Componente Principal Produto	51
Tabela 4 - Coeficientes A e B do Processo VAR Gaussiano Restrito.....	53
Tabela 5 - Risco Cambial Estimado para 3 e 36 meses.....	53
Tabela 6 - Correlações das Variáveis Xi	54
Tabela 7 - Inflação de Variância.....	54
Tabela 8 - Estatísticas das Estimativas	55
Tabela 9 - Erro Quadrático Médio (EQM)	56
Tabela 10 - Decomposição da Variância dos fatores de estado VAR macro e latentes	62
Tabela 11 - Decomposição da Variância dos Componentes Principais de Variáveis Latentes (Vértices 1, 3, 6, 12, 24, 36 e 60 meses).....	64
Tabela 12 - Modelo Todos os Vértices somente com Latentes.....	65
Tabela 13 - Modelo VAR Não Restrito.....	66
Tabela 14 - Resultados Gerados para o Modelo Todos os Vértices	66
Tabela 15 - Erro Quadrático Médio (EQM) das Estimativas Restrita e Irrestrita	72
Tabela 16 - Teste de Hipótese	89

Tabela 17 - Diferenças entre a Paridade Coberta da Taxa de Juros, incluindo Prêmio de Risco - FRA vs. EMBI+br	91
Tabela 18 - Estatísticas para o Modelo VAR de Curto Prazo para o Risco Cambial.....	104
Tabela 19 - Coeficientes do Modelo Restrito Vértices, de 1, 6, 12, 24 e 60	107
Tabela 20 - Resultados Risco Cambial Vértice 24 e 60 meses	107
Tabela 21 - Matriz de Correlação entre Variáveis Independentes.....	108
Tabela 22 - Inflação de Variância.....	108
Tabela 23 - Erro Padrão Médio e Coeficientes R^2	108
Tabela 24 - Decomposição da Variância do vetor F_{tu}	112
Tabela 25 - <i>Mean Square Error (MSE)</i>	114
Tabela 26 - Taxas de Juros a Termo Nominais e Reais e <i>Forward Premium</i> Projetado	132
Tabela 27 - Coeficientes do Modelo VAR Gaussiano	136
Tabela 28 - Matriz e Sigma	137
Tabela 29 - Coeficientes do Modelo VAR Gaussiano	138
Tabela 30 - Matriz e Sigma	138
Tabela 31 – Matriz de Covariância de Resíduos do Modelo Restrito Macro e Latentes 3 e 36 meses	139
Tabela 32 - Matriz de Correlação de Resíduos do Modelo Restrito Macro e Latentes 3 e 36 meses	139

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	10
2.	ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS E RISCO CAMBIAL	16
2.1.	A Relevância da Estrutura a Termo da Taxa de Juros e do Risco Cambial.....	16
2.2.	Evidências Empíricas para o Risco Cambial	17
3.	A ESTRUTURA A TERMO DO RISCO CAMBIAL POR UM VAR GAUSSIANO EM ESPAÇO DE ESTADOS	23
3.1.	Introdução	23
3.2.	Fundamentação dos Modelos.....	25
3.2.1.	O Risco Cambial, Estrutura a Termo e Aplicações Macroeconômicas	25
3.2.2.	Modelo Afim da Estrutura a Termo da Taxa de Juros	31
3.2.3.	O Modelo de Fator Único.....	33
3.2.4.	Modelos Afins de Avaliação da Estrutura a Termo da Taxa de Juros com a Inclusão de Variáveis Latentes	34
3.2.5.	O Modelo VAR Decomposto para o Risco Cambial	36
3.2.6.	Preços Kernel e a Imposição de Não Arbitragem	39
3.2.7.	A Estimativa para o Modelo VAR Composto em Variáveis Observáveis e Não-Observáveis	44
3.2.8.	Outra Proposição de Variáveis Latentes em Modelos de 3-Fatores.....	46
3.3.	Dados	47
3.3.1.	O Risco Cambial no Brasil Pós 2002 e Variáveis Relacionadas.....	48
3.3.2.	Modelo VAR Gaussiano de Risco Cambial em Espaço de Estados sob Condições de Arbitragem e com Geração de Latentes.....	52
3.3.3.	Análise de Impulso Resposta	58
3.3.4.	Análise das Respostas dos Choques nas Variáveis Macroeconômicas.....	58
3.3.5.	Análise das Respostas dos Choques nas Variáveis Latentes.....	59
3.3.6.	Decomposição de Variância.....	61
3.3.7.	Modelos VAR não restritos para o Risco Cambial	63
3.3.8.	Risco Cambial Integrado Irrestrito	65
3.3.9.	A Análise de Impulso Respostas dos Modelos Irrestritos.....	72
3.3.10.	Os Modelos Propostos analisados fora da Amostra	72
3.4.	Considerações Finais	73
4.	<i>FORWARD PREMIUM PUZZLE</i> COMO INFORMAÇÃO RELEVANTE PARA A ESTRUTURA A TERMO DO RISCO CAMBIAL.....	75

4.1.	Introdução	75
4.2.	A Hipótese de Expectativas Racionais e a Estrutura a Termo da Taxa de Juros.....	77
4.3.	Paridade descoberta da Taxa de Juros	84
4.4.	Paridade Coberta da Taxa de Juros	86
4.5.	Forward Premium Puzzle (fpp).....	93
4.6.	O Forward Premium Puzzle e o Risco Cambial	96
4.7.	Risco Cambial como Excesso de Retorno sob Expectativas Racionais	97
4.8.	Definição da Expectativa de Desvalorização Cambial para Formação do Excesso de Retorno Cambial.....	99
4.9.	Dados	102
4.10.	Proposta para a Modelagem da Estrutura a Termo do Risco Cambial com base no Forward Premium Puzzle	102
4.11.	Modelo VAR para definição dos vértices de curto prazo	103
4.12.	Modelo de Longo Prazo.....	107
4.13.	Cálculo da Função de Verossimilhança.....	109
4.14.	Análise de Impulso Resposta.....	110
4.15.	Decomposição de Variância	112
4.16.	Aplicações Fora da Amostra.....	113
4.17.	Considerações Finais	115
4.	CONCLUSÕES	117
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121
	APÊNDICES	127
I.	Os Contratos Futuros DI - 1 Dia.....	127
II.	O Cupom Cambial	128
a.	Analisando o Cupom Cambial	129
b.	Cupom Sujo, Cupom Limpo e Fra de Cupom Cambial	130
III.	Fra de Cupom Cambial	131
	ANEXOS.....	134
I.	Matrizes de Coeficientes Modelo VAR Restrito Macroeconômico e Latentes.....	136
II.	Matrizes de Coeficientes Modelo VAR Restrito fpp e Latentes.....	138

1. INTRODUÇÃO

O Risco Cambial tem sido um importante elemento na composição da taxa básica de juros e na execução e controle do regime de metas inflacionárias. Não obstante, a estimativa de seus valores possui relação de expectativa com base subjetiva e proveniente da definição de indicadores diversos como: inflação, emprego, nível de renda e do produto, credibilidade, mobilidade e fluxo de capitais internacionais, endividamento externo, crescimento do PIB, expectativas dos agentes, dentre outros. Os países emergentes têm sido fortemente assediados pelos capitais internacionais, incluindo os investimentos especulativos. Tal dinâmica propicia uma melhora das expectativas de crescimento, investimento e demanda no curto prazo, mas acentua a vulnerabilidade externa, na medida em que há aumento do endividamento externo e da deterioração das transações correntes no balanço de pagamentos. As taxas de câmbio tornam-se mais voláteis e em níveis mais valorizados e há constante variação nos prêmios cambiais que afetam os custos de captação e de investimentos nessas economias. A avaliação do risco cambial compõe, assim, a estrutura a termo da taxa de juros e com essa a política monetária vigente e de fatores econômicos relacionados às expectativas cambiais. A compreensão dos modelos existentes dessa estrutura e de suas perspectivas é um ponto de relevância na análise, mas é importante, também, do relacionamento dessa teoria à compreensão dos prêmios de risco implícitos nessa curva de juros.

A literatura recente tem investigado pouco a dinâmica do risco cambial implícita na curva de juros e tem se concentrado na análise direta da estrutura a termo da taxa de juros, que incorpora esse prêmio cambial. A adequação de ajustes dos modelos tradicionais, como os propostos por Vasicek (1977), Hull e White (1990) e Nelson-Siegel (1987) permanecem ainda como soluções viáveis para estudo da estrutura a termo e poderiam ser adaptadas para a compreensão dos prêmios cambiais. Modelos autorregressivos com inclusão de variáveis macroeconômicas, gaussianos e não gaussianos, também têm sido testados na estrutura a termo, especialmente aqueles que utilizam métodos com sistemas de espaço de estados para a geração de variáveis não observáveis.

Nessa análise, as pesquisas têm ressaltado a estrutura a termo da taxa de juros por modelos com uso de Vetores Autorregressivos – VAR, que incluem variáveis macroeconômicas e variáveis latentes, estas última não observáveis, deduzidas pelos próprios modelos em questão por meio de sistemas de espaço de estados ou pela proposição de outras técnicas relacionadas, incluindo, nessas variáveis, suposições para a volatilidade, dentre outras sugestões. Essas

estruturas foram pouco trabalhadas, no entanto, para análise direta do risco cambial, especialmente para o Brasil e têm sido direcionadas ao excesso de retorno das taxas de juros de curto prazo.

Estrella e Mishkin (1997) e Evans e Marshall (1998) utilizaram modelos VAR com retornos de títulos com vencimentos diversos pela análise de macro variáveis, estas abordando atividade real e inflação para a análise de títulos americanos, como também é abordado por Ang e Piazzesi (2002). Estrella e Mishkin (1997) introduzem o crescimento real do PIB e da produção industrial, associadas a uma *dummy* de recessão, além da inclusão de expectativas inflacionárias. Autores como Garcia e Didier (2001) introduzem elementos de expectativas em relação ao incremento do endividamento, com a inclusão da expectativa da Necessidade de Financiamento do Setor Público (NFSP) e o saldo em conta corrente do balanço de pagamentos, ambos um ano à frente, para análise do risco cambial e risco país.

Ang e Piazzesi (2003) oferecem importante contribuição para o tema, associando variáveis macroeconômicas às latentes em um modelo gaussiano para explicação da estrutura a termo da taxa de juros. Dividem os grupos de variáveis macroeconômicas em dois grupos de componentes principais: um de variáveis de inflação, definidos pelas variáveis *Producer Price Index* (PPI), *Consumer Price Index* (CPI) e Preços de *Commodities* e outro de atividades reais, identificado pelas variáveis taxa de desemprego, crescimento do emprego e o Índice de Vagas Disponíveis de Empregos na mídia impressa. Com base nos resultados oriundos dessas estruturas, é construído um modelo fundamentado na hipótese de não arbitragem e na utilização de uma estrutura gaussiana, de forma a gerar variáveis latentes, que possam minimizar o erro gerado. Na mesma linha, vários outros autores têm trabalhado com estruturas muito similares para a definição da estrutura a termo da taxa de juros, como é o caso de Diez De los Rios (2007) para os mercados americano e canadense, Bonomo e Lowenkron (2008) e Heck (2008) para o mercado brasileiro.

As estruturas na análise de variáveis macroeconômicas ou mistas com a integração de variáveis latentes utilizam, no entanto, grupos simplificados de variáveis, explorando pouco o tema, especialmente em economias emergentes. As estruturas exploradas têm sido direcionadas para a aplicação de ajustes estatísticos, baseados no comportamento do erro, de forma a justificar padrões não explicáveis.

Esses modelos, em termos estruturais e estatísticos, são robustos e, embora haja campo fértil a ser explorado para inovações nessas aplicações, pouca ênfase tem sido dada, no entanto, à

pesquisa e estudo direto do risco cambial como um processo dinâmico na curva de juros e da análise de seus fatores relacionados, especialmente no Brasil. As estruturas propostas se referem, geralmente, à estrutura a termo da taxa de juros como um todo. O universo das variáveis macroeconômicas tem sido pouco trabalhado nesses modelos, assim como também a possibilidade de agregação de componentes principais de estruturas de mesma natureza. Não há modelo que explique as variações e níveis do risco cambial no Brasil de forma completa ou, ainda, modelos que tenham alcançado níveis ótimos diretos entre variáveis macroeconômicas e latentes, não observáveis, junto ao risco cambial. A inclusão de variáveis latentes em modelos como o de três fatores também se demonstra relevante.

Acredita-se, assim, que a ampliação do estudo por modelos VAR diversos poderá gerar medidas que possam promover a compreensão e a redução da incerteza nas projeções do risco cambial e, conseqüentemente, na análise da estrutura a termo da taxa de juros no Brasil.

É importante, também, a utilização de todo arcabouço e ferramental estatístico desenvolvido até o momento, aproveitando os ganhos da introdução de variáveis não observáveis por modelos gaussianos e não gaussianos, pelo princípio de não arbitragem e sistemas de espaço de estados, mas com a expectativa de atribuição de pesos mais modestos dados a essas variáveis, enfatizando os indícios relativos às variações ocorridas e não simplesmente apresentando justificativas estocásticas geradas por esses erros.

A tese ora apresentada busca integrar as técnicas disponíveis e utilizadas em termos de estimação para a estrutura a termo da taxa de juros e aplicá-las à estrutura do risco cambial. Pretende-se, assim, modelar a estrutura a termo do risco cambial por meio de variáveis macroeconômicas e latentes, baseada em modelos VAR.

Compreende-se o risco cambial como o excesso de retorno das expectativas inflacionárias entre duas moedas, extraído da composição do *Forward Premium* no Brasil. Para tanto, extraem-se as cotações dos contratos futuros DI de um dia, em seus diversos vértices e do FRA de Cupom Cambial para os mesmos vencimentos, segundo Garcia (2001). O FRA de Cupom representa uma *proxy* da remuneração de papéis com risco Brasil em dólar. Decompõe-se, assim, o *Forward Premium* por vértice selecionado e o prêmio cambial deste pelo excesso das expectativas inflacionárias, obtidas nas projeções apresentadas no Relatório Focus, do Banco Central do Brasil. A partir daí promove-se o estudo do prêmio cambial por um modelo VAR relacionado entre seus vértices e outros fatores combinados, como a inclusão de fatores macroeconômicos e latentes, compreendendo-se que este termo de risco

possui a mesma necessidade de tratamento dada aos excessos de retorno trabalhados na estrutura a termo, já que este é o elemento de principal incerteza presente na curva de juros.

Inicialmente, faz-se um estudo preliminar das variáveis macroeconômicas que afetam a dinâmica do risco cambial no Brasil. A partir daí, são integrados modelos que condicionam o uso de variáveis latentes, pela abordagem gaussiana em um processo markoviano.

Realiza-se a análise do *Forward Premium Puzzle* (*fpp*) e de sua memória recente na influência da composição da estrutura a termo do risco cambial. Em todas as abordagens mantém-se a formação de expectativas racionais, que é relacionada à estrutura a termo e ao *fpp*. Testes são realizados fora da amostra com vistas à validação dos modelos VAR para o risco cambial, uma das principais deficiências encontradas nos modelos atuais (Bolder, 2007).

Assim, busca-se avaliar na tese proposta o risco cambial sobre todas essas perspectivas, tentando compreender tal dinâmica e elementos que geram sua variação e incerteza, entre o período de 2002 a 2013 no Brasil, pela relação da estrutura a termo da taxa de juros e da estrutura a termo do risco cambial, isolando-se a parcela de expectativa de variação cambial para o cálculo do prêmio de risco cambial, assumindo-se este como o excesso de retorno previsto e variável ao longo dos vértices. Pretende-se, ainda, avaliar a influência do *Forward Premium Puzzle* recentemente ocorrido na composição da estrutura a termo do risco cambial. A realização dessas proposições é efetuada em aplicações, apresentadas nos próximos capítulos.

Inicia-se o trabalho pela contextualização das aplicações pertinentes à estrutura a termo da taxa de juros e do risco cambial, relacionadas à pesquisa, no capítulo 2, “A Estrutura a Termo da Taxa de Juros e o Risco Cambial”, buscando introduzir as práticas e relevância sobre o tema e os métodos trabalhados até o momento entre o risco cambial e a estrutura a termo da taxa de juros.

Baseados em trabalhos de Garcia (2001), Bonomo e Lowenkron (2008), Diez De los Rios (2006), Ang e Piazzesi (2003), Balduzzi (1996), dentre outros, foram selecionadas variáveis macroeconômicas e latentes que possam influenciar nas variações do risco cambial nos modelos de curto e longo prazo. Assim, são apresentados nos capítulos 3 e 4, dois modelos VAR principais para o estudo do risco cambial, baseados em Ang e Piazzesi (2003).

O primeiro modelo, presente no capítulo 3 “A Estrutura a Termo do Risco Cambial por um VAR Gaussiano em Espaço de Estados”, utiliza as técnicas de um modelo gaussiano para a

determinação implícita e a inclusão de variáveis latentes, pelo pressuposto de não arbitragem e inclusão de sistema de espaço de estados para a determinação do risco cambial. Este é, ainda, relacionado entre os diferentes vértices futuros gerados, associados inicialmente em 1, 12 e 60 meses, períodos de maior liquidez dos contratos futuros gerados para o Brasil, referentes à taxa de juros. Procura-se, ademais, incluir componentes principais para a determinação das variáveis exógenas Inflação e Atividade Real (produto).

A principal contribuição desse capítulo e modelos vinculados é a compreensão do prêmio cambial no Brasil em seus diversos vértices por um modelo VAR, relacionando sua explicação a fatores como inflação, atividade real e risco país e a inclusão de variáveis não observáveis, como proposto por Ang e Piazzesi (2003). Mais ainda, apresenta-se a compreensão do prêmio cambial como a própria dinâmica da estrutura a termo e não como um prêmio linear ou com adicionais de liquidez por prazo de maturidade, como visto correntemente na literatura. Faz-se essa estimação por método robusto e inerente à curva de juros, propondo-se um modelo estatisticamente bem ajustado com a utilização da função de máxima verossimilhança sob condições de ausência de arbitragem e uso de sistema de espaço de estados para a geração de um modelo VAR Gaussiano. Conclui-se que as abordagens utilizadas por outros autores que trabalharam inflação e atividade real na estrutura a termo da taxa de juros também foram aplicáveis à modelagem do prêmio cambial por vértice, sugerindo adaptações e acréscimos ao caso brasileiro, quais sejam: a utilização de componentes principais por expectativas inflacionárias, outro componente relacionando diversos índices de bolsas de valores mundiais associado ao indicador de desemprego, como *proxy* da atividade real e, por último o acréscimo do risco país.

No capítulo seguinte, intitulado “*Forward Premium Puzzle como informação relevante para a Estrutura a Termo do Risco Cambial*”, discute-se a hipótese de expectativas racionais na composição da estrutura a termo e de sua modelagem, relacionando o *Forward Premium Puzzle (fpp)*, apresentado por Fama (1984) a um modelo VAR gaussiano, como apresentado por Ang e Piazzesi (2003). Modelar-se um VAR de curto prazo irrestrito que fundamenta a construção dos vértices de longo prazo de 24 e 60 meses, com base no *fpp* de 1 mês e em variáveis latentes.

Nesse último capítulo busca-se incluir todas as técnicas anteriores, como também relacionar a teoria de expectativas racionais à estrutura a termo de juros e ao prêmio cambial, avaliando se o *Forward Premium Puzzle*, com memória recente, gera informações preditivas e relevantes

para a modelagem do risco cambial, ou seja, avalia se nesse *puzzle* já existem fatores agregados que pré-condicionam a formação do prêmio de risco cambial, especialmente o de curto prazo. Testa-se, ainda, se o prêmio de curto prazo pode sustentar uma fundamentação dos prêmios de longo prazo. A inclusão de latentes também foi utilizada com vistas a tornar os modelos mais completos.

Conclui-se, ao fim do trabalho, que a proposição de modelos VAR para avaliação do risco cambial é recomendada e que a inclusão de variáveis macroeconômicas como inflação, produtividade, risco país e fatores não-observáveis (latentes) são positivas e mais parcimoniosas e podem ser analisadas sob a ótica de expectativas racionais. A suposição do *fpp* recente também se mostrou relevante.

Acredita-se que as contribuições apresentadas nesta tese são relevantes na condução da política monetária e definição da taxa básica de juros da economia, que se relaciona, ao final, com a estrutura a termo da taxa de juros brasileira, identificando questões importantes como as variáveis macroeconômicas que afetam o risco cambial e em qual proporção, o impacto no modelo da introdução de variáveis latentes, que capture relações de efeitos de curto prazo para o longo do risco cambial no Brasil e se no modelo proposto há eficiência da análise fora da amostra, gerando melhor instrumental para auxílio em previsões de prêmios a termo para o risco cambial.

Sugere-se, ao final, a ampliação de outras técnicas como a aplicação de modelos VAR não gaussianos e a exploração de temas relacionados, como a influência da política monetária e das intervenções dos agentes reguladores no processo de composição de preços e prêmios.

2. ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS E RISCO CAMBIAL

2.1. A Relevância da Estrutura a Termo da Taxa de Juros e do Risco Cambial

Piazzesi (2010) atribui pelo menos quatro razões que motivam a compreensão dos movimentos dos retornos implícitos nos títulos presentes na estrutura a termo da taxa de juros, sendo a previsão das taxas, a política monetária, a estrutura da dívida pública e a precificação de derivativos e *hedging* relacionados.

Retornos de maturidade longa são expectativas de valores futuros médios para as taxas de curto prazo, após os ajustes de riscos inerentes a esses prazos. Isso significa que a curva de juros contém informação sobre a possível trajetória da economia e de possíveis previsões não somente das taxas de curto prazo (Campbell e Shiller, 1991), mas da base de decisão sobre investimentos, poupança, consumo e decisões de políticas de governo, incluindo aspectos como atividade real, (Ang *et al.*, 2006; Hamilton e Kim, 2002) e inflação (Fama, 1990; Mishkin, 1990).

Assim, a compreensão das incertezas presentes na estrutura a termo da taxa de juros, tal como as existentes no risco cambial e risco país, são cruciais para o entendimento de todo o processo de formação de expectativas, bem como a análise das variáveis que de fato afetam essa estrutura.

Do mesmo modo, a política monetária conduzida pelo Banco Central de diversos países estabelece a remuneração de juros de curto prazo que formará a base de juros de longo prazo, relacionada à maturidade da estrutura da dívida pública, que se reflete em decisões de poupança e de empréstimos imobiliários, interferindo diretamente no mecanismo de transmissão desses recursos e de impactos na economia.

A estrutura da dívida pública e de sua dinâmica de financiamento formam um outro ponto de relação com a curva de juros. A oferta de títulos públicos nessas captações possuem vínculo com a taxa de curto prazo, mas também conduzem a política monetária referente às taxas de longo prazo. Os títulos públicos são ofertados em diversos vencimentos e caracterizam como o governo financia seu orçamento. Bancos necessitam gerenciar o risco de pagar juros de depósitos no curto prazo, enquanto recebem juros no longo. Estratégias de *hedging* envolvem contratos que contingenciam as taxas futuras de curto prazo, como os contratos de swap. O preço desses derivativos depende da curva de juros, que por sua vez depende do estado da

economia, afetando todo o custo da operação, elevando-se quanto maior for a incerteza gerada.

Em síntese, a estrutura a termo da taxa de juros apresenta relação com componentes macroeconômicos e de expectativas importantes. Muitas das relações existentes nessas estruturas, estão relacionadas diretamente aos prêmios de risco e conseqüentemente aos custos de captação, o que motiva a avaliação direta destes.

2.2. Evidências Empíricas para o Risco Cambial

Em termos de evolução dos modelos de estrutura a termo, que possam ser aplicáveis ao estudo do risco cambial, tem sido percebida a adequação dos modelos clássicos, como os de Vasicek (1977), Cox, Ingersoll e Ross (1985), Hull e White (1990) e Nelson-Siegel (1987) e a tendência de uso de modelos gaussianos e não-gaussianos com proposições autorregressivas, em sistemas de espaço de estados, exponenciais, como os de Nelson-Siegel (1987) e uso de variáveis macroeconômicas e latentes associadas para explicação de fatores que compõem a taxa de juros, a política monetária, a inflação e o risco cambial.

Litterman e Scheinkman (1991) empregam uma pesquisa empírica para determinar fatores comuns que afetam os retornos passados dos títulos do tesouro americano e concluem que grande parte das variações desses retornos estiveram relacionadas ao nível, a declividade e a curvatura da curva de juros.

Adams e Deventer (1994) promovem ajustes na aplicação da proposta de Hull e White (1993) por um método de suavização da curva de juros. Buono, Russel e Yaari (1992) já haviam apresentado técnica similar com o uso de regressões múltiplas. Definindo o critério de melhor ajuste para a curva de juros futura a ser suavizada, utilizam uma função explícita com os pontos observados da curva de juros e com o formato possível para a suavização dessa curva futura, que é relacionada à técnica *cubic spline* proposta por McCulloch (1971).

Diebold e Canlin (2006) apresentam variações dos componentes exponenciais do modelo de Nelson e Siegel (1987) para a curva de juros, período a período, com um parâmetro tridimensional envolvido de forma dinâmica. Apresentam a estrutura de 03 (três) parâmetros variando com o tempo, que são interpretados como nível, inclinação e curvatura. Propõem modelos autorregressivos para os fatores, demonstrando consistência com os fatos estilizados, considerando a curva de juros e suas previsões. Usando um conjunto de dados mensais de

obrigações de dívida pública para a Alemanha, Japão, EUA e Reino Unido, entre setembro de 1985 a agosto de 2005, esses autores extraem fatores globais e fatores específicos do país, tanto para a amostra total, quanto para subamostras entre 1995 e 2005. Embora os resultados para um mês de antecedência de previsão não tenham sido melhores do que os gerados por um passeio aleatório e outros principais métodos concorrentes, os resultados de um ano de antecedência foram bem superiores.

Alguns modelos da estrutura a termo se concentram na descrição da curva de juros baseada na integração dos termos que a compõem. A proposição de Hurn Lindsay e Pavlov (2005) pode ser interpretada como uma generalização da forma paramétrica funcional proposta por Nelson e Siegel (1987) para a estimativa da curva de juros.

Em termos de modelagem, por *cross section* dos retornos, o método apresentado por Hurn, Lindsay e Pavlov (2005) pode ser comparado aos processos de alisamento, tais como aqueles baseados em *splines*. Em termos de previsão dos retornos, este método se presta à abordagem do fator dinâmico proposto por Diebold e Li (2006). O método baseia-se na representação de Fourier-Lageurre de uma função contínua em $(0, 1)$ e preserva as propriedades teóricas da abordagem Nelson-Siegel (1987). Uma vez que o parâmetro de escala de tempo é corrigido, o modelo pode ser implementado em termos simples pelo método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO).

Almeida e Vicente (2012) propõem um modelo paramétrico de taxa de juros que permite a segmentação e choques locais na estrutura a termo e uma família de modelos de estruturas a termo segmentadas com movimentos locais para prever rendimentos futuros e estados, propostos nas taxas americanas entre 1985 e 2008.

Marçal e Pereira (2007) investigam se há evidência de mudança estrutural na estrutura a termo da taxa brasileira de juros. Utilizam técnicas de cointegração multivariadas para verificar esta evidência. Dois modelos são estimados. O primeiro é um modelo VAR com mecanismo de correção de erros (VECM), com transição suave nos coeficientes determinísticos. O segundo é um VECM com mudança estrutural abrupta, seguindo a abordagem proposta por Hansen (2003). Os modelos estimados sugerem a existência de mudança estrutural na estrutura a termo brasileira. Os autores documentam a existência de múltiplos regimes aplicando ambas as técnicas ao caso brasileiro, entre 1995 e 2002. Segundo os autores, o prêmio de risco para diferentes *spreads* variou consideravelmente durante o período inicial da amostra, e parece convergir para valores estáveis e menores no final.

Prêmios de risco de longo prazo parecem convergir para padrões internacionais, apesar da estrutura a termo brasileira ter sofrido com problemas de liquidez para contratos de longo prazo. O artigo destaca, ainda, que as crises financeiras tiveram forte impacto sobre os prêmios de risco, bem como sobre a volatilidade das taxas, embora na sequência da crise do sub-prime de 2008 tenha tido efeitos mais limitados na estrutura a termo brasileira. Sugere-se que os eventos macroeconômicos devem ter sido importantes na evolução dos prêmios para o vencimento. Em particular, relaciona-se o período de desvalorização ocorrido em meados de 1999 com a adoção pelo Brasil do regime de câmbio flutuante com metas de inflação e início da implementação de um programa de ajuste fiscal. O artigo sugere, ao final, o estudo dos fatores explicativos da variação do prêmio de risco na estrutura a termo e em que grau fatores macroeconômicos, tais como ciclos econômicos e inflação influenciariam a estrutura a termo da taxa de juros brasileira e seus movimentos.

Outro caminho que tem se tornado natural para expressar a dinâmica da estrutura a termo é a abordagem por espaço de estados, onde a equação de transição representa um processo estocástico acompanhado por variáveis de estado não observáveis e a equação de mensuração relata um conjunto de taxas de juros, com diferentes vencimentos. É possível identificar, nesses modelos, os parâmetros que determinam o prêmio de risco e a taxa de curto prazo instantânea é tratada como uma variável de estado.

Creal e Wu (2013) apresentam uma nova abordagem para estimativas não-gaussianas para estruturas a termo afins. Uma das contribuições é uma abordagem para estimar os modelos usando uma função exata de log-verossimilhança concentrada, que reduz a dimensão do espaço de parâmetros e elimina parâmetros que muitas vezes causam problemas para os procedimentos de estimação convencionais, além de obter os gradientes analíticos para a log-verossimilhança. Concluem que essa abordagem supera os métodos convencionais, encontrando máximos consistentes, além de uma estimação mais rápida. Os métodos são indicados para aplicações das estruturas a termo afins que incluem variáveis observáveis macroeconômicas ou fatores ocultos.

A literatura nas últimas décadas, têm se concentrado na análise direta da estrutura a termo da taxa de juros e ao chamado *forward premium puzzle*. Poucos artigos, no entanto, trabalham especificamente o prêmio de risco cambial compreendido de uma forma dinâmica e implícito na concepção da própria estrutura a termo. Na análise da estrutura a termo da taxa de juros e na linha macroeconômica, Estrella e Mishkin (1997) e Evans e Marshall (1998) utilizaram

modelos VAR com retornos de títulos com vencimentos diversos na análise de variáveis macro, abordando atividade real e inflação, tal como em Ang e Piazzesi (2002). Estrella e Mishkin (1997) introduzem o crescimento real do PIB e da produção industrial, associadas a uma *dummy* de recessão, além da inclusão de expectativas inflacionárias.

Hall, Heather e Clive (1992) estudaram a estrutura a termo dos retornos presentes nas *Treasury Bills* americanas. Pressupõem que um sistema de variáveis em $j + 1$ de j taxas a termo e da taxa de câmbio *spot* indicariam a existência de um vetor de cointegração e uma tendência comum entre cada j vértice das taxas a termo em relação à taxa *spot* e esta relação comum se daria por um vetor de prêmio a termo da taxa de câmbio (*forward premium*). A hipótese central testada é se as derivações simples do mercado eficiente ocorreriam por um processo estocástico estacionário devido à aversão ao risco ou às expectativas não racionais, o que pressupõe modelos de sensibilidade do prêmio de risco ou de formação de expectativas.

Em termos de formação de expectativas implícitas nas taxas a termo de juros, Heck (2008) menciona que a Hipótese de Expectativas das Taxas Futuras na forma fraca implicaria que taxas de maturidades longas seriam dadas pelas médias da esperança das taxas à vista. O autor relata, no entanto, que vários autores tem rejeitado essa hipótese. Fama e Bliss (1987) mostram que os *spreads* de taxas a termo de n anos explicam os *spreads* de um ano à frente, ou seja, implica dizer que há informação na curva de juros que ajuda a explicar o excesso de retorno em contratos de diferentes maturidades. Assim, o comportamento das curvas de juros de diferentes moedas são estruturas fundamentais na compreensão da estrutura a termo da taxa de juros e do risco cambial. Para o caso brasileiro, é comum a utilização da curva de juros futuros DI para retratar a curva doméstica e quanto à curva de juros em dólar, há vários outros instrumentos ou contratos disponíveis, sendo o Cupom Cambial ou o FRA de Cupom uma boa *proxy* para esse argumento, ambos contratos negociados na BM&FBOVESPA.

Heck (2008) extrai o *forward premium* implícito entre essas duas curvas, DI e FRA de Cupom Cambial, para decomposição da expectativa de desvalorização cambial e do risco cambial. O autor sugere duas opções para identificação da expectativa de desvalorização cambial. A primeira, dada pela própria realização das cotações entre as moedas ocorridas frente ao valor à vista em momento anterior. Outra sugestão seria a utilização da expectativa de desvalorização dada pelos agentes, conforme é divulgado semanalmente pelo Banco Central do Brasil no Boletim Focus. Sugere, a partir daí, um procedimento de extração do risco cambial de acordo com o modelo de um fator proposto por Cochrane e Piazzesi (2005), que é dado por uma

combinação linear de taxas a termo, capaz de explicar os retornos excessivos nos títulos do tesouro americano. Assim como esses autores, Heck (2008) verifica que o prêmio a termo nas curvas de juros futuros de DI e Cupom Cambial, dado pelo excesso de retorno entre os contratos negociados em diferentes pontos de cada curva, pode ser resumido por fatores únicos. O autor utiliza, assim, estes fatores únicos estimados para cada curva como variável explicativa para duas medidas de prêmio de risco cambial construídas. Os resultados encontrados pelo autor sugerem que as curvas de juros futuros brasileiras estão mais correlacionadas com o prêmio de risco cambial estendido, com base nas variações cambiais efetivas e menos com a expectativa de câmbio coletada pelo Banco Central. Essa estrutura, na verdade, seria esperada, uma vez que o risco cambial compõe a própria base de construção da taxa de juros à vista e conseqüentemente, da estrutura a termo.

Garcia e Olivares (2001) argumentam que a hipótese de risco nos mercado de câmbio não passa de uma resposta dos economistas ao fato de que as rentabilidades de instrumentos em dólar e em real não são iguais. Consideram o prêmio de risco como um componente não observável passível de ser estimado por um processo ARMA, em conjunto com o componente do erro das expectativas na previsão da taxa de câmbio, como um processo de média zero, e uma série suavizada do *forward premium* para o prêmio de risco cambial no intervalo entre 1995 e 1998. Galvão e Toscano (2001) também encontram modelos ARMA (1,1) para previsões de taxas de câmbio, nesse mesmo período, incorporando o *forward premium*.

Garcia e Olivares (2001) não encontram, ainda, uma inclinação negativa na equação de Fama (1984), referente ao *forward premium puzzle*, que implicaria a existência de uma correlação negativa entre o prêmio de risco e a taxa de depreciação esperada para o Brasil. O diferencial de paridade, evidenciado pelos autores, apresenta uma correlação maior com o prêmio de risco do que com a taxa de depreciação esperada. Isto indicaria que alguns dos fatores que explicam o prêmio de risco poderiam ser comuns aos que explicam a diferença de paridade.

Garcia e Didier (2001) relacionam o risco cambial ao risco país, modelando este último em função de valores um passo à frente para o índice IBOVESPA convertido em dólar, da expectativa da Necessidade de Financiamento do Setor Público (NFSP), em percentual do PIB, dos *Junk Bonds Spreads*, títulos que têm rating abaixo de Baa ou BBB ou B2, caso sejam privados, de acordo com as agências de classificação de risco de crédito *Standard and Poor's* e *Moody's*, e de Expectativas um ano à frente para o saldo em conta corrente do balanço de pagamentos, *proxy* do déficit esperado. Encontram resultados significativos para o risco país

diantes dessas variáveis e que indicam a ampliação do estudo para as relações propostas. Todavia, pouca ênfase tem sido dada, ao estudo do risco cambial e da análise de fatores relacionados no Brasil.

Aplicações VAR com base na estrutura a termo sob a ótica de expectativas racionais são evoluções das análises que trabalham a estrutura a termo da taxa de juros, como visto em Creal e Wu (2013) para VAR não-gaussianos e Ang e Piazzesi (2003), estes últimos por um VAR gaussiano em espaço de estados. Clarida e Taylor (1997) se utilizam de um VECM para identificação de informação relevante na estrutura a termo do *forward premium* com análises sobre o prêmio cambial.

Diante desses argumentos e pressupostos, os capítulos seguintes, propõem-se a apresentação e modelagem do risco cambial no Brasil por modelos VAR

Propõe-se, no próximo capítulo, um modelo VAR para explicação da estrutura a termo do risco cambial por variáveis macroeconômicas como inflação e produtividade, somadas a fatores de incerteza como o risco país e variáveis latentes. Em uma proposição restrita à arbitragem, apresenta-se um modelo VAR Gaussiano em espaço de estados para geração das variáveis não observáveis, somada à aplicação dos coeficientes macroeconômicos.

O risco cambial para o caso brasileiro é extraído do *Forward Premium*, que foi calculado pelas diferenças das curvas DI futuras de 1 dia e do FRA de Cupom Cambial. Dessa diferença são extraídas as expectativas inflacionárias entre as moedas, restando o prêmio cambial por vértice, dado como o excesso de retorno a ser modelado. Incorporam-se os fatores macroeconômicos e latentes. Assim, é gerada uma estrutura para a compreensão do risco cambial em distintos vértices, sob ausência de arbitragem, conforme aplicado por Ang e Piazzesi (2003) na modelagem da estrutura a termo da taxa de juros. Propõe-se a aplicação da mesma dinâmica para compreensão da estrutura a termo do risco cambial. Compreende-se, ainda, o risco cambial como o prêmio excedente à desvalorização esperada, e não aos excessos de retorno frente à curva de 1 período ou de curto prazo, como discutido em muitos outros trabalhos que estudam esse prêmio. Por último, compara-se a eficiência de previsão do modelo gerado à proposição mais simplificada e não restrita à arbitragem, na expectativa de ter proposto alternativa viável para a modelagem do risco cambial, uma vez que as modelagens comumente utilizadas para o VAR Gaussiano, pela função de máxima verossimilhança, requerem grande esforço computacional e não garantem necessariamente a maximização dos resultados dessa função.

3. A ESTRUTURA A TERMO DO RISCO CAMBIAL POR UM VAR GAUSSIANO EM ESPAÇO DE ESTADOS

3.1. Introdução

O risco cambial tem se mostrado um importante componente na formação da estrutura a termo da taxa de juros. Dada a formação das taxas de juros futuras, essa é uma variável incerta, que agrega o risco não capturado em elementos mais comuns que compõem essa taxa. A compreensão da dinâmica e precificação desse risco são pontos relevantes para a própria definição das taxas a termo e, conseqüentemente, das taxas de juros domésticas de equilíbrio no curto prazo, como a SELIC e a DI. Questiona-se, no entanto, a hipótese de mercado eficiente na construção desses prêmios, em função de resultados obtidos que contrariam a tendência entre o mercado futuro das taxas de câmbio e as taxas de fato obtidas, demonstrando que os valores esperados não são bons previsores das taxas realizadas, como visto em Fama (1984). A insuficiência desses resultados tem mostrado, todavia, que há informação na estrutura a termo da taxa de juros que explica esses prêmios, sem abandonar o conceito de expectativas previsto para os retornos implícitos nessas taxas.

Para a utilização dessa abordagem e a inclusão da estrutura a termo da taxa de juros na análise desses prêmios é frequente o uso de modelos afins. Cochrane e Piazzesi (2008) estruturaram um modelo afim da estrutura a termo da taxa de juros que permitiu a decomposição dos retornos da curva de juros, em qualquer período, em taxas futuras esperadas com o prêmio de risco, similar ao prêmio de Fama (1984), trabalhando os excessos dos retornos. A inclusão de termos macroeconômicos e latentes, também é observada nesses modelos.

Na linha macroeconômica, Beechey e Wright (2009) estudaram, em modelos afins, como aspectos macroeconômicos e a política monetária afetam a estrutura a termo da taxa de juros. Revelam descobertas sobre preços, o lado real da economia e a política monetária, elucidando diferentes e distintas respostas sobre as taxas reais e sobre o efeito compensatório da inflação. Concluem que preços afetam principalmente a inflação compensada e que dados da economia real possuem forte impacto nos retornos e nas taxas futuras de juros. Não perceberam, no entanto, impacto na taxa de juros sobre a inflação compensada e sugerem que um aperto monetário elevaria as taxas reais e reduziria o efeito compensatório pela inflação.

Taylor (1993) introduz fatores como produtividade e inflação para avaliação dos fatores macroeconômicos em um modelo afim para explicação das taxas instantâneas obtidas no

curto prazo. Na agregação de variáveis latentes, Bekaert, Cho e Moreno (2010) utilizam um modelo da estrutura a termo livre de arbitragem para identificar um modelo padrão Novo Keynesiano com adição de fatores não observáveis.

Christensen, Lopez, e Rudebusch (2009) também estimaram um modelo livre de arbitragem com quatro variáveis latentes que capturaram a dinâmica das curvas de juros nominal e real e decompueram as taxas em expectativa e prêmios de risco de inflação para títulos americanos.

Neste capítulo pretende-se utilizar modelos afins da estrutura a termo para a compreensão do risco cambial em seus diversos vértices, em consonância com a curva futura de juros prevista para a economia por meio de modelos VAR. Pressupõe-se que o risco cambial pode ser segregado em diversos vértices, que compõem a estrutura a termo da taxa de juros e estes se relacionam em um modelo VAR, adicionado às variáveis explicativas como produtividade e inflação, somadas, ainda, ao risco país e à presença de variáveis latentes.

Estimam-se dois modelos dentro da amostra e, posteriormente, esses são comparados em um intervalo fora da amostra, uma vez que tem sido essa a principal dificuldade de previsão de modelos do gênero, ou seja, modelos que avaliam a estrutura a termo têm sido aderentes em períodos amostrais e pouco efetivos em períodos fora da amostra. Bolder (2007) e a utilização de modelos VAR condicionados tem requerido grande esforço computacional para alcance do ponto de máximo (Clarida e Taylor, 1997).

Propõe-se, inicialmente, um VAR Gaussiano com a geração de latentes contemporâneas, em espaço de estados e sob ausência de arbitragem. A outra estrutura apresenta um modelo VAR não restrito, mais simplificado do ponto de vista computacional e em seus processos geradores. Esta segunda estrutura se decompõe para todos os vértices. São realizadas variações com a presença de variáveis latentes, como utilizado por Litterman e Scheinkman (1991), mas com termos defasados.

Os modelos de risco cambial propostos utilizam como variáveis explicativas um componente principal de inflação, formado por índices nacionais, e outro relativo ao produto, formado por um componente principal de índices de bolsas mundiais e da taxa de desocupação nacional, índice divulgado pelo IBGE para diversas capitais do Brasil. Acredita-se que esse componente agrega informação sobre expectativas da economia mundial, pelos índices de bolsa, e da economia interna, via taxa de desemprego, formando uma *proxy* da atividade real. Somam-se a esses modelos mais duas vertentes explicativas: o risco país e as variáveis latentes, formadas

no primeiro modelo pelo termo complementar aos vértices sem erro e no segundo pela decomposição da variância do resíduo de um modelo composto somente com variáveis macroeconômicas para explicação do risco cambial.

Constata-se, nos modelos propostos, que variáveis como inflação e produtividade, também previstas em Taylor (1993) e Ang Piazzesi (2003) possuem explicação também para o risco cambial do Brasil, mas com melhor poder de explicação com a introdução de outros componentes como o risco país e as variáveis latentes, que podem ser associadas ao nível, a inclinação e a curvatura da estrutura termo do risco cambial.

3.2. Fundamentação dos Modelos

3.2.1. O Risco Cambial, Estrutura a Termo e Aplicações Macroeconômicas

O Risco cambial é um importante componente da taxa de juros básica da economia. Garcia e Didier (2001), evidenciam esse prêmio pela decomposição da taxa básica de juros em juros externos (i^*), no risco país (rp) e no *forward premium* ($f - s$), este último subdividido na expectativa de variação cambial e na incerteza relativa a essa variação, descrita pelo risco cambial.

$$i = i^* + (f - s) + rp \quad (1)$$

O *forward premium* pode ser assim decomposto:

$$(f - s) = E_t (S_{t+1} - S_t) + RC \quad (2)$$

Esse prêmio é dado pela diferença logarítmica entre os contratos futuros e à vista (spot), podendo ser segregado na expectativa de depreciação cambial entre o valor do logaritmo do dólar no vencimento S_{t+1} e o logaritmo do dólar spot (S_t), representada por $E_t (S_{t+1} - S_t)$, dada pelo mercado e o Risco Cambial (RC), não observável, extraído pela utilização de técnicas para estimá-lo. Esse prêmio faz parte da composição da taxa de juros e de sua estrutura a termo relacionada. Na abordagem de Fama (1984), o risco cambial equivale ao prêmio P_t onde:

$$F_t = E(S_{t+1}) + P_t \quad (3)$$

Sendo f_t o logaritmo neperiano de F_t , que representa a taxa a termo no período t , $E(S_{t+1})$, a taxa *spot* esperada para o futuro ou previsão eficiente diante da informação disponível em t , sendo $S_{t+1} = \ln(S_{t+1})$ e P_t o prêmio da taxa a termo.

Subtraindo-se S_t dos dois lados, obtém-se

$$F_t - S_t = P_t + E(S_{t+1} - S_t) \quad (4)$$

Fama (1984) testa um modelo para unir os componentes das taxas a termo, dados pela medida de variação no prêmio e na taxa de câmbio futura esperada. Condicionado na hipótese do mercado a termo ser eficiente, o autor encontra evidências que ambos componentes a termo variam ao longo do tempo e que a maior parte dessa variação se deve ao prêmio. Este prêmio, e a taxa de câmbio esperada para o futuro seriam, ainda, negativamente correlacionados. Este resultado levou ao chamado *forward premium puzzle*, por ser este um movimento com tendência inesperada.

A questão que se colocou na literatura, a partir desta evidência, é de como medir o risco cambial, ou quais seriam as abordagens possíveis para a estimação deste componente das taxas de juros. Nesta perspectiva, Cochrane e Piazzesi (2008) extraem prêmios com base na decomposição da curva de juros em retornos esperados, prêmios de risco e excesso de retornos, que tem sido a abordagem mais utilizada por autores como Clarida e Taylor (1997) e De Los Rios (2007). Assim, seja $p_t^{(n)}$ o log do preço esperado de um título que não paga juros intermediários e $y_t^{(n)}$ o retorno esperado desse título em logaritmo, no período n , sendo:

$$y_t^{(n)} \equiv -\frac{1}{n} p_t^{(n)} \quad (5)$$

Já a taxa a termo futura $f_t^{(n)}$ é definida como a diferença entre os preços esperados de um vencimento um período à frente diante do vencimento anterior na curva de juros:

$$f_t^{(n)} \equiv p_t^{(n-1)} - p_t^{(n)} \quad (6)$$

E o retorno obtido como a compra de um título em um período e a venda desse mesmo título em um período à frente, que passa a ter vencimento $n-1$:

$$r_{t+1}^{(n)} \equiv p_{t+1}^{(n-1)} - p_t^{(n)} \quad (7)$$

O excesso de retorno é dado pelos retornos obtidos frente ao retorno da taxa de um período.

$$rx_{t+1}^{(n)} \equiv r_{t+1}^{(n)} - y_t^{(1)} \quad (8)$$

O excesso de retorno captura, assim, todos os prêmios de liquidez e risco presentes na curva a termo. Identifica-se, assim, o prêmio de fato ocorrido e não o cobrado ex-ante pelo mercado. É com base nessa curva de prêmios de risco que Cochrane e Piazzesi (2008) trabalharam, calculando os prêmios por vértice, tendo como base o retorno de um período, taxa de curto prazo.

Das proposições apresentadas, pode-se chegar a algumas constatações para capturar certas relações na curva de juros:

$$y_t^{(n)} = \frac{1}{n} E_t(y_t^{(1)} + y_{t+1}^{(1)} + \dots + y_{t+n-1}^{(1)}) + rpy_t^{(n)} \quad (9)$$

$$f_t^{(n)} = E_t(y_{t+n-1}^{(1)}) + rpf_t^{(n)} \quad (10)$$

$$E_t(r_{t+1}^{(n)}) = y_t^{(1)} + rpr_t^{(n)} \quad (11)$$

As três equações trabalham um elemento comum, que é o prêmio de risco rp . Não há, no entanto, uma distinção entre o prêmio na curva de juros e, sim, uma agregação desses prêmios de forma constante.

Na primeira hipótese, a curva de juros de longo prazo seria uma média das taxas de curto prazo a termo, somado um prêmio de risco. Isso implicaria que o prêmio de risco seria uma média de retornos esperados de títulos com vencimentos até a maturidade. Na segunda hipótese a taxa a termo é a taxa futura esperada de curto prazo somada a um prêmio de risco e na terceira o retorno esperado de um período nos títulos longos equivale ao retorno esperado no título curto somado ao prêmio de risco.

Assim, o retorno, a taxa a termo e o prêmio de risco podem ser relacionados e a informação das curvas a termo em cada vértice auxilia na conexão entre o prêmio de risco e a curva a termo e assim na compreensão das diferenças entre as taxas a termo e as taxas futuras esperadas.

O *forward premium* seria dado pelo retorno esperado da diferença entre títulos com prazos de vencimento distintos levados até o vencimento e observada essa diferença de retornos um período a frente .

$$f_t^{(n)} = y_{t+n-1}^{(1)} + r_{t,t+n-1}^{(n)} - r_{t,t+n-1}^{(n-1)} \quad (12)$$

E os retornos esperados nos títulos de longo prazo são retornos esperados de curto prazo, somado a um prêmio de risco. O retorno seria dado pela retenção de um título com vencimento qualquer por 1 ano, financiado por 1 título com vencimento de um ano, à taxa de curtíssimo prazo.

Essa proposição é obtida *ex-post*. Assim, é necessário que se faça a construção dessa hipótese *ex-ante*, decompondo a taxa a termo para representar a taxa futura esperada, somada a um prêmio para o título de vencimento n em relação à taxa esperada desse mesmo título com vencimento em $n-1$.

$$f_t^{(n)} = E_t(y_{t+n-1}^{(1)}) + E_t(r_{t,t+n-1}^{(n)} - r_{t,t+n-1}^{(n-1)}) \quad (13)$$

Rearranjando os termos pode-se relacionar, também, o prêmio de risco de títulos para um ano com o excesso de retorno expresso na taxa em um ano. Esse excesso é dado pela diferença entre a compra de um título de período $n-1$ e a venda de um título de período $n-2$ e assim sucessivamente, ou seja, os excessos se darão pela média dos prêmios entre os vértices. Assim, presume-se que o retorno $n-1$ esperado é dado pelo excesso de retornos da curva de juros relacionada.

$$f_t^{(n)} - E_t(y_{t+n-1}^{(1)}) = E_t(rx_{t+1}^{(n)} - rx_{t+1}^{(n-1)}) + E_t(rx_{t+2}^{(n-1)} - rx_{t+2}^{(n-2)}) + \dots + E_t(rx_{t+n-2}^{(2)}) \quad (14)$$

Similarmente o prêmio de risco da curva de juros – a diferença entre o retorno e a média esperada das taxas futuras de curto prazo – é a média do retorno esperado para o prêmio futuro com o declínio do tempo (Cochrane e Piazzesi, 2008).

$$y_t^{(n)} - \frac{1}{n} E_t(y_t^{(1)} + y_{t+1}^{(1)} + \dots + y_{t+n-1}^{(1)}) = \frac{1}{n} [E_t(rx_{t+1}^{(n)}) + E_t(rx_{t+2}^{(n-1)}) + \dots + E_t(rx_{t+n-1}^{(2)})] \quad (15)$$

Assim, também os retornos de prêmios de risco são apresentados por Fama e Bliss (1987) como excessos de retorno das taxas futuras.

$$rx_{t+1}^{(n)} = \alpha^{(n)} + \beta_1^{(n)} y_t^{(1)} + \beta_2^{(n)} f_t^{(2)} + \dots + \beta_5^{(n)} f_t^{(5)} + \varepsilon_{t+1}^{(n)} \quad (16)$$

O retorno esperado pode ser capturado, assim, por uma combinação linear dos retornos esperados dentre todas as maturidades.

A desvalorização prevista se daria pelas taxas futuras médias ocorridas de curto prazo e o prêmio cambial o restante, na forma de uma variável linear, como o prêmio de risco proposto nestas estruturas.

Assim, neste capítulo propõe-se a compreensão do risco cambial pela análise da estrutura a termo da taxa de juros entre moedas, distinguindo-se esses dois pontos principais. Primeiro, trabalham-se os prêmios implícitos nas transações de mercado futuro e a base das expectativas levará em conta os prêmios futuros negociados, mas não os ocorridos. Segundo, considera-se que a expectativa inflacionária entre moedas seria uma boa *proxy* de desvalorização cambial prevista sob a premissa de equilíbrio da paridade do poder de compra, ficando os valores remanescentes desses prêmios implícitos nas negociações transacionadas classificado como excesso de retorno e assim como risco cambial, objeto do estudo. Ainda, esses prêmios serão modelados em uma curva de vencimentos, ou seja, variarão com a curva de juros. Assim, haverá, após essa distinção, uma curva de prêmios de risco cambial, vinculada aos vértices de análise das taxas futuros de juros relacionadas entre as moedas. Formalmente:

$$i^{(n)} - i^{*(n)} - rp - E_t (S_{t+1} - s_t)^{(n)} = RC^{(n)} \quad (17)$$

Sendo i e i^* as taxas futuras para cada vértice n , $E_t (S_{t+1} - s_t)$ a variação esperada por período n e, conseqüentemente, RC , o risco cambial calculado para cada vértice.

Outra questão importante, observada no trabalho de Fama (1984), que é relevante na construção dos modelos de identificação desses prêmios é a possível rejeição da hipótese de mercado eficiente, ou seja, a expectativa futura para a taxa de câmbio não seria mero ajuste de um processo estacionário, dado por u_{t+k} .

$$S_{t+k} = F_t^k + u_{t+k} \quad (18)$$

Todavia, Clarida, Sarno e Taylor (1993) identificam que o problema da hipótese não seria sua rejeição e, sim, de informação incompleta, ou seja, haveria informação na estrutura a termo das taxas de juros e desses prêmios a termo que possa ser traduzida nos termos faltantes para a formação dessas expectativas, ou seja, trabalharam na modelagem da falha da expectativa da forma fraca.

Clarida, Sarno e Taylor (1993) testaram a estrutura a termo dos retornos das *treasury bills* americanas. Identificaram, nessa proposição, vetores de cointegração entre as taxas futuras e à vista do câmbio e uma tendência comum, que induz um componente não estacionário para

cada vértice frente às taxas de câmbio à vista e que as relações do espaço de cointegração são justamente formadas pelo vetor dos j prêmios das taxas de câmbio futuras.

A ideia central dessa proposição, sujeita a teste é que desvios da simples hipótese de mercados eficientes, se gerados por aversão ao risco ou falta de evidência das expectativas racionais, são realizações de um processo estocástico estacionário. Os autores apresentam evidência econométrica que demonstra que os prêmios futuros da taxa de câmbio contêm informação significativa, considerando movimentos subsequentes da taxa à vista. Independentemente do fato de que o mercado futuro de câmbio se dá por aversão ao risco ou pela falha das expectativas racionais, haveria informação relevante na estrutura a termo do *forward premium*. Clarida e Taylor (1997) propõem um modelo de correção de erros (VECM) para identificação do dólar *spot* e a taxa a termo para o dólar futuro frente as paridades de câmbio para o Reino Unido, Japão e Alemanha, fazendo $y_t[s_t, f_{t4}, f_{t13}, f_{t26}, f_{t52}]$ e denotando $j + 1 = 5 \times 1$ um vetor de variáveis de sistemas para uma moeda particular. O VECM pode ser escrito como:

$$\Delta y_t = \mu + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta y_{t-k+1} + \Pi y_{t-k} + \epsilon_t \quad (19)$$

Onde Δ é o operador de primeira ordem. Se a matriz Π é uma matriz completa $r = 5$, o VECM reduz o vetor usual VAR nos níveis das variáveis estacionárias.

Pretende-se, assim, trabalhar nesse capítulo adequações de modelos afins propostos para a estrutura a termo da taxa de juros para a compreensão do risco cambial evidenciado nessas taxas, ou seja, deseja-se modelar o risco cambial implícito na estrutura a termo no Brasil na última década, inter-relacionada em modelos VAR. Para tanto serão avaliadas duas estruturas de modelos, com a inclusão de variáveis explicativas macroeconômicas, conforme Taylor (1993), do risco país e de variáveis latentes, em três fatores comuns, tendo como aplicação principal a dinâmica proposta para a estrutura a termo apresentada por Ang e Piazzesi (2003).

Taylor (1993), observando resultados na década de 1990 para os Estados Unidos, França, Alemanha, Itália, Japão e Reino Unido concluiu que é preferível para os bancos centrais compor as taxas de juros baseadas nas condições econômicas dos próprios países, com menor atenção para a taxa cambial e peso positivo tanto para o nível da inflação, quanto para o produto real. O trabalho, embora sugira coeficientes de peso para essas variáveis não é conclusivo na generalização de aplicação desses pesos, mas considera que a inclusão do fator de produtividade é crucial na solução do problema, ao invés de uma regra de preços pura.

Define-se, a partir daí, que movimentos na taxa de curto prazo são guiados por variáveis macroeconômicas contemporâneas e um componente não explicado por um choque ortogonal. A aderência dessa pesquisa ao trabalho está na proposição das variáveis macroeconômicas por um modelo VAR afim. Complementam-se, no entanto, as variáveis explicativas e condiciona-se o modelo a um processo markoviano restrito à arbitragem e à teoria das expectativas.

Vários autores, ao integrar a análise de modelos afins da estrutura a termo de taxa de juros com explicações em variáveis macroeconômicas têm se baseado, assim, em fatores de inflação e produtividade, como Ang e Piazzesi (2003), Creal e Wu (2013), Clarida, Galí, Gertley (2000) e De Los Rios (2008).

Diversas são as versões apresentadas na proposição de macro fatores entre os autores, sendo sugeridos componentes adicionais, especialmente ao termo não explicado, com a introdução de variáveis latentes. Essas aplicações têm sido direcionadas, na maioria das vezes, à estrutura a termo da taxa de juros e não aos prêmios implícitos, como é proposto por este trabalho. Quando analisados os prêmios, esses são comumente discutidos pelo excesso de retornos, capturados pela diferença nos vértices entre os retornos projetados frente ao retorno da taxa de curtíssimo prazo prevista para um período.

3.2.2. Modelo Afim da Estrutura a Termo da Taxa de Juros

A teoria e as evidências empíricas têm demonstrado a dificuldade de se prever inúmeras variáveis na economia como inflação, preços de ações, taxas de câmbio, dentre outras, classificando essas variáveis em movimentos aleatórios, dada a incerteza que permeia esses processos. Típicas representações têm sido definidas em processos estocásticos escalares exibidos com diferentes graus de volatilidade e reversão à média.

A modelagem de taxa de juros, no entanto, é um pouco distinta, pois a estrutura, presente na curva de juros não representa uma medida escalar, como poderia ser trabalhada a taxa de câmbio e ou um preço de *commodity* e, sim, a avaliação de um vetor objeto. Adiciona-se ao problema o fator tempo e a necessidade do modelo ser livre de arbitragem.

Um pré-requisito na construção desses modelos tem sido a compreensão da dinâmica da estrutura a termo. Esses modelos assumem que a dinâmica futura da estrutura a termo da taxa de juros depende da evolução de fatores observáveis e não observáveis. Consideram, ainda, uma variável de estado como um processo randômico restrito à hipótese de não arbitragem no

mercado financeiro relacionado. A restrição de ausência de arbitragem permite a derivação de uma relação determinística entre a estrutura a termo da taxa de juros e as variáveis de estado. Modelos especiais como os de Cox, Ingersoll, Ross (1985) e Vasicek (1977) podem ser estendidos e incorporar múltiplas variáveis de estado, permitindo soluções analíticas para as funções de preço dos títulos.

Em síntese, um modelo afim da estrutura a termo da taxa de juros pode ser definido como um vetor de estados x , formado por uma constante, mais uma função linear, que descreve algum modelo livre de arbitragem com a curva de juros definida por essa estrutura afim. Assim, os modelos afins focam nas propriedades da estrutura a termo das séries temporais como nas análises VAR, sobrepondo-se a tipos de propriedades *cross-section*.

Modelos com a estrutura a termo afim são construídos assumindo-se que os preços dos títulos são uma função linear das variáveis de estado relacionadas, que capturam a incerteza do modelo. Os mesmos podem incorporar saltos nos processos de difusão, que descrevem a dinâmica das variáveis de estado. A incorporação dessas não linearidades nos modelos são incrementos substanciais da realidade. No entanto, representam aumento da complexidade dos mesmos, uma vez que dificultam a existência de soluções formais definidas para a função de preços dos títulos.

A estrutura do modelo é definida, geralmente, a partir de curvas associadas a títulos que não pagam juros durante a vigência do título (*zero coupon bond*) observadas no mercado, e essa curva obtida será utilizada no modelo para explicar a trajetória da taxa à vista (*spot*) ou outros vértices desejados, invertendo-se, assim, a curva de juros dada pelo mercado com esse modelo de estados, quando podem ser utilizados outros componentes auxiliares para explicá-la, como variáveis macroeconômicas observáveis e outras não observáveis, geradas pelo próprio modelo (variáveis latentes).

Os modelos afins são classes especiais dos modelos de estrutura a termo. A partir de estruturas definidas por um termo de tendência, somadas a um componente estocástico, essa função pode ser transformada em uma estrutura afim, como os modelos de fator único.

3.2.3. O Modelo de Fator Único

O Modelo de equilíbrio de um fator ou de fator único é um tipo de modelo que descreve os movimentos da taxa de juros, motivado somente por uma fonte de risco de mercado. Nesse tipo de modelo, a variável de estado é tipicamente definida como a taxa de juros à vista. Há outras opções previstas para o modelo, mas, nesses casos, deve ser especificado como a taxa de juros à vista está relacionada com a variável de estado, o que significa que pode ser usado o lema de Itô para derivação da equação diferencial estocástica de $r(t)$.

$$dr(t) = a(\bar{\mu} - r)dt + \sigma(.)dW(t) \quad (20)$$

Onde $W(t)$ é o processo padrão de Wiener sob neutralidade ao risco. Os termos a e μ são respectivamente a velocidade de reversão à média e o nível de reversão à média da taxa de curto prazo. O drift $a(\bar{\mu} - r_t)$ representa a variação instantânea esperada na taxa de juros no período t .

Apenas o coeficiente de difusão se difere entre os diferentes modelos. Neste modelo, a taxa de juros à vista possui reversão à média no nível μ (quando $a > 0$), e a velocidade de reversão à média é controlada por a . Três diferentes especificações de volatilidade da taxa à vista têm sido sugeridas na literatura, sendo:

$$\sigma(.) = \sigma \quad \text{Vasicek (1977)}$$

$$\sigma(.) = \sigma\sqrt{r} \quad \text{CIR (1985)}$$

$$\sigma(.) = \sigma r \quad \text{Rendleman e Bartler (1980)}$$

O Modelo de Vasicek (1977) foi um dos primeiros modelos simplificados afins para explicação das taxas de juros a termo de curto prazo. Originalmente, é um modelo de um fator que assume que as taxas de curto prazo são conduzidas por um único fator de risco. A principal vantagem do modelo é a sua tratabilidade analítica uma vez que $\{r(t)\}$ segue um processo gaussiano. No entanto, esta vantagem deve ser contrastada com a possibilidade de taxas de juros à vista serem negativas, mas a reversão à média reduz grande parte desse problema.

Vasicek (1977) derivou a expressão para o preço do título por solução direta da equação diferencial parcial fundamental, mas é possível usar a técnica de avaliação neutra ao risco. Assume-se que o preço de mercado do risco para o estado variável $r(t)$ é uma constante λ . Note-se que a especificação $\lambda_0 + \lambda_1 r$ também pode ser usada e uma vez que se utiliza a

avaliação risco-neutra, os resultados são facilmente generalizados para esse caso com ajuste apropriado dos termos *drifts*. Sob a probabilidade neutra ao risco, a medida $r(t)$ satisfaz a equação diferencial estocástica dr , conhecida como processo de Ornstein-Uhlenbeck e a taxa de curto prazo instantânea $r(t)$ obedece a um processo estocástico sob as condições de risco neutralidade, conforme a seguir.

$$dr(t) = a(\bar{\mu} - r)dt + \sigma dW^*(t) \quad (21)$$

$$E\bar{\mu} = \mu - \lambda\sigma / a$$

Como visto anteriormente, o parâmetro μ representa o valor de equilíbrio de longo prazo para qual a taxa de juros se reverte. Assim, na ausência de choques, quando $(dW_t = 0)$, a taxa se mantém constante quando $r_t = \mu$. O parâmetro a , que governa a velocidade do ajuste, necessita ser positivo para gerar estabilidade em torno do valor do termo de longo prazo, ou seja, quando r_t é inferior a $\bar{\mu}$, o drift $a(\bar{\mu} - r_t)$ torna-se positivo para um a positivo, gerando uma tendência para que a taxa de juros se mova para cima e para o equilíbrio.

Evoluções desse tipo de modelo afim têm sido apresentadas por diversos autores com proposições de modelos VAR. As funções podem fazer, também, as equações de retorno dos vértices serem consistentes com estados dinâmicos e incluam em sua estrutura a formação de variáveis latentes.

3.2.4. Modelos Afins de Avaliação da Estrutura a Termo da Taxa de Juros com a Inclusão de Variáveis Latentes

Como sugerido anteriormente, uma proposição de modelo afim da estrutura a termo da taxa de juros é definida por Piazzesi (2003) com geração de variáveis latentes em um modelo VAR Gaussiano em espaço de estados, que pode ser replicável, também, à estrutura a termo do risco cambial. Inicialmente, sugere-se a inclusão de $K1$ variáveis macroeconômicas observáveis f_t^m , que podem ser decompostas em componentes principais para uma determinada categoria, como a inflação e a atividade real, que podem ser testadas por diferentes indicadores. Paralelamente, são associadas $K2$ variáveis latentes f_t^1 , formando um vetor $(F_t = f_t^m f_t^1)$ em um processo VAR (1) gaussiano com f_t^0 e f_t^u sendo processos AR(1).

O ponto central do modelo é a combinação entre a regra clássica de Taylor e a equação da taxa de curto prazo utilizada comumente em estruturas a termo afins.

A ideia é que a taxa a termo de curto prazo, que as autoridades monetárias possuem como objetivo de alcance, depende linearmente de um conjunto de variáveis de estado macroeconômicas, representadas por um vetor X_t^0 e um conjunto de variáveis de estado latentes não observáveis X_t^u , extraídas da curva de juros.

A taxa de curto prazo, explicitando a regra de Taylor, poderia ser vista como:

$$\begin{aligned} r_t &= \delta + \Delta_1^T X_t^0 + \Delta_2^T X_t^u \\ &= \delta + [\Delta_1^T \ \Delta_2^T] \begin{bmatrix} X_t^0 \\ X_t^u \end{bmatrix} \\ &= \delta + \Delta^T X_t \end{aligned} \quad (22)$$

Com δ , Δ_1 , e Δ_2 possuindo a dimensão necessária para assegurar que r_t seja um escalar e $\Delta^T = [\Delta_1 \ \Delta_2]$. É assumido que as variáveis de estado X_t^0 e X_t^u influenciam a estrutura a termo da taxa de juros, incluindo as variáveis observáveis e não observáveis. As variáveis macroeconômicas utilizadas pelo trabalho de Ang e Piazzesi (2003) foram Atividade Real e Inflação. No modelo proposto essas duas variáveis foram formadas por componentes principais e foi acrescentado o risco país.

Outro ponto relevante do modelo se refere à dinâmica das variáveis de estado. Ang e Piazzesi (2003) permitem, sem perda de generalidade, um VAR(p) para X_t^0 , composto em p lags, e um VAR (1) para X_t^u . Nesta pesquisa serão trabalhadas para as duas situações modelos VAR(1). Essencialmente, isso implica que as variáveis latentes obedecem um processo markoviano, enquanto preserva-se uma memória das variáveis macroeconômicas. A exclusão de lags como ponto de aprimoramento dos modelos é evidenciada na conclusão dos trabalhos de Ang e Piazzesi (2003) e Cochrane e Piazzesi (2008). A dinâmica das variáveis de estado assume a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} X_t^0 \\ X_t^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu^0 \\ \mu^u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi^0 & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & \Phi^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t-1}^0 \\ X_{t-1}^u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t^0 \\ \epsilon_t^u \end{bmatrix}$$

$$X_t = \mu + \Phi X_{t-1} + \epsilon_t \quad (23)$$

Define-se, ainda Σ como a decomposição de Cholesky da matriz de covariância Ω .

A dinâmica das variáveis de estado latentes é determinada independentemente das variáveis macroeconômicas. Em síntese, a construção do modelo não permite que as variáveis

macroeconômicas melhorem a descrição das latentes. A influência das variáveis macroeconômicas se dá em uma estrutura pré-definida no modelo.

A imposição da ausência de arbitragem das variáveis de estado na estrutura a termo das taxas de juros formam a outra hipótese do modelo com dois componentes. O primeiro se refere à precificação do risco de mercado, conforme proposto por modelos afins em Duffee (1992).

$$\epsilon_t = \begin{bmatrix} \epsilon_t^o \\ \epsilon_t^u \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\vec{0}, \begin{bmatrix} \Omega^o & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \right)$$

$$\lambda_t = \lambda + \Lambda X_t \quad (24)$$

Onde $\lambda \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ e $\Lambda \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$. Manipulando as equações e trabalhando de uma forma recursiva.

$$P_{n+1,t} = \exp \left(A_n - \delta + \frac{1}{2} B_n' \Sigma \Sigma' B_n - B_n' \Sigma \lambda + (B_n' (\Phi - \Sigma \Lambda) - \Delta') X_t \right) \quad (25)$$

Onde $A_1 = -\delta$ e $B_1 = -\Delta 1$ e $P_{n+1,t}$ descreve o preço de um título descontado, que não paga cupons em $n+1$. Esta equação permite que seja utilizado o valor corrente das variáveis de estado e os parâmetros do modelo para construir recursivamente a estrutura a termo da taxa de juros.

A equação acima ilustra como as variáveis macroeconômicas influenciam o modelo. Cada variável macroeconômica é um fator que descreve a estrutura a termo em um tempo específico. Assim, a curva de juros de um título sem cupons é representada como uma combinação linear de variáveis financeiras e macroeconômicas.

3.2.5. O Modelo VAR Decomposto para o Risco Cambial

Para a modelagem do risco cambial implícito na curva de juros, que representa a própria estrutura a termo do risco cambial, utilizam-se as variáveis explicativas macroeconômicas e latentes em um modelo VAR gaussiano. Para avaliação das variáveis macroeconômicas extraem-se os componentes principais da expectativa de inflação, dados pelas projeções dos agentes para o IPCA e IGP-M. Para o componente de produtividade utilizou-se o índice de desemprego associado às variações do IBOVESPA. A técnica do componente é um método usual para reduzir a dimensionalidade dos dados macroeconômicos. Incluiu-se, ainda, o risco

país, medido pelo índice EMBI+br, divulgado e calculado pelo banco de investimentos JP Morgan.

As variáveis de estado representam informações disponíveis na economia para a precificação de títulos. Supõe-se um processo VAR gaussiano decomposto em K1 variáveis macroeconômicas e K2 variáveis latentes, sendo K1= 3 e K2 = 3, para o modelo proposto. De forma simplificada, pode-se escrever:

$$F_t = \Phi_0 + \Phi_1 F_{t-1} + \theta u_t \quad (26)$$

Sendo u_t um termo de erro gaussiano padrão, $u_t \sim \text{IID } N(0, I)$.

Com $F_t = (f_t^o, f_t^u)'$, sendo f_t^o representando um vetor de estado das variáveis observáveis macroeconômicas e f_t^u um vetor de estado das variáveis latentes, definidas em 6 vetores por processos VAR(1).

$$F_t = \begin{bmatrix} f_t^m \\ (N_m \times 1) \\ f_t^l \\ (N_l \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f^{inf} \\ f^{prod} \\ f^{rp} \\ f^{l1} \\ f^{l2} \\ f^{l3} \end{bmatrix} \quad (27)$$

O vetor macroeconômico (N_m) é decomposto nos vetores de inflação, produtividade e risco país e o de latentes (N_l) em 3 fatores para os vértices de 1, 12 e 60 meses. Os parâmetros φ são gerados para as variáveis recursivas macroeconômicas e latentes e se inter-relacionam em um modelo VAR, gerando K1 + K2 coeficientes.

$$\begin{aligned} f_t^m \\ (N_m \times 1) = c_m + \varphi_{1mm} f_{t-1}^{inf} + \varphi_{2mm} f_{t-1}^{prod} + \varphi_{3mm} f_{t-1}^{rp} + \varphi_{4ml} f_{t-1}^{l1} + \varphi_{5ml} f_{t-1}^{l2} + \\ \varphi_{6ml} f_{t-1}^{l3} \end{aligned}$$

$$f_t^l \\ (N_l \times 1) = c_l + \varphi_{1lm} f_{t-1}^{inf} + \varphi_{2lm} f_{t-1}^{prod} + \varphi_{3lm} f_{t-1}^{rp} + \varphi_{4ul} f_{t-1}^{l1} + \varphi_{5ul} f_{t-1}^{l2} + \varphi_{6ul} f_{t-1}^{l3} \quad (28)$$

Para o vetor f_t^m os coeficientes φ serão zero, mas preserva-se a estrutura pela proposição matricial. De forma compacta e em estados dinâmicos que integram o processo VAR, pode-se também apresentar essa estrutura:

$$X_t = \mu + \Phi X_{t-1} + \Sigma \epsilon_t \quad (29)$$

Sendo $X_t = (X_t^o, X_t^u)'$ onde X_t^o representa o vetor final dos componentes macroeconômicos, associados ao modelo VAR e X_t^u o vetor de variáveis latentes. Essa estrutura de estados com

relações markovianas é associada a estimação por verossimilhança, restrita à condição de não arbitragem, prevista na estrutura de Preços Kernel.

$$\begin{aligned} X_t^0 &= (f_t^{0'} f_{t-1}^{0'})' \\ X_t^u &= (f_t^{u'} f_{t-1}^{u'})' \end{aligned} \quad (30)$$

Os resíduos são dados pelo vetor $\varepsilon_t = (u_t^{0'}, 0, \dots, 0, u_t^{u'})$, onde u_t^0 (u_t^u) formam os choques dos fatores observáveis e não observáveis, sendo zero para os vértices considerados sem erro, que no modelo proposto são 1, 12 e 60 meses, que pressupõe, por diferença, a formação das variáveis latentes oriundas respectivamente desses vértices. Essa dinâmica é dada de forma conjunta. Ou seja, todo o processo para estimação de retornos ou dos riscos cambiais se dá a partir de vértices considerados sem erro que auxiliarão na composição dos vértices com erro, na ausência de arbitragem imposta pelos preços Kernel e resumidas na função de máxima verossimilhança, gerando as variáveis latentes contemporâneas e os coeficientes das mesmas.

Em síntese, parte-se, assim, de um modelo puramente macroeconômico com variáveis definidas, estimado por MQO, dado por:

$$\begin{aligned} r_t &= \delta_0 + \delta_1' X_t \\ &= \delta_0 + \delta_{1m}' f_t^m + \delta_{1l}' f_t^l \end{aligned} \quad (31)$$

Os coeficientes delta do modelo são então fixados, como também é associada uma função afim do prêmio de risco de mercado.

$$\lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 X_t \quad (32)$$

As restrições de arbitragem derivam uma equação que define os coeficientes A e B, dados pelos preços Kernel.

$$\begin{aligned} y_t^n &= -\frac{\log p_t^n}{n} = A_n + B_n' X_t \\ \bar{A}_{n+1} &= \bar{A}_n + \bar{B}_n' (\mu - \Sigma \lambda_0) + \frac{1}{2} \bar{B}_n' \Sigma \Sigma \bar{B}_n - \delta_0 \\ \bar{B}_{n+1}' &= \bar{B}_n' (\Phi - \Sigma \lambda_1) - \delta_1' \\ \bar{A}_1 &= -\delta_0 \text{ e } \bar{B}_1 = -\delta_1 \end{aligned} \quad (33)$$

Esta equação pode ser escrita com variáveis macroeconômicas e latentes.

$$Y_t = A + B^0 X_t^0 + B^u X_t^u \quad (34)$$

Quando incorporados os vértices com erros, acrescenta-se u_t^m de forma IID, um ruído branco com dimensão gaussiana. Para os vértices sem erro, u_t^m será zero.

$$Y_t = A + B^0 X_t^0 + B^u X_t^u + B^m u_t^m \quad (35)$$

A função de verossimilhança minimizará esses erros, como será visto a seguir, propondo a variação dos seguintes coeficientes, já descritos nas equações anteriores.

$$\theta = (\mu, \Phi, \Sigma, \delta_0, \delta_1, \lambda_0, \lambda_1) \quad (36)$$

Inverte-se, simultaneamente, as equações para a obtenção de X_t^u e u_t^m , resultando-se as matrizes A e B, que formam as equações dos retornos. No modelo proposto, nos riscos cambiais estimados para os vértices de 3 e 36 meses.

3.2.6. Preços Kernel e a Imposição de Não Arbitragem

Nesse modelo, a imposição de não arbitragem é uma proposição estabilizadora e se dá pela formação de expectativas, como também demonstrado por Piazzessi (2003) e De Los Rios (2006).

Assumindo-se que ξ_{t+1} segue um processo log-normal de Wiener, avaliado pela derivada de Radon–Nikodym, os preços futuros serão dados pela relação dos preços à vista, dadas as relações de taxas de juros entre as moedas.

$$\xi_{t+1} = \xi_t \exp\left(-\frac{1}{2} \lambda_t' \lambda_t - \lambda_t' \varepsilon_{t+1}\right) \quad (37)$$

O preço corrente dos títulos que não pagam juros é dado em função da expectativa condicional do produto do preço futuro e o fator de desconto estocástico M_{t+1} .

Para um período com $P_{0,t} = 1$ para todo t têm-se:

$$P_{1,t} = \mathbb{E}(P_{0,t+1} M_{t+1} | \mathcal{F}_t)$$

$$P_{1,t} = \mathbb{E}(M_{t+1} | \mathcal{F}_t) \quad (38)$$

Modelando um título que não paga cupons, soma-se à estrutura a termo da taxa de juros, a descrição da dinâmica dos Preços Kernel.

Ang e Piazzesi (2003) assumem para o Preço Kernel:

$$M_{t+1} = e^{-r_t} \left(\frac{\varphi_{t+1}}{\varphi_t} \right) \quad (39)$$

Onde a dinâmica da derivada de Radon-Nikodym $\left(\frac{\varphi_{t+1}}{\varphi_t} \right)$ segue uma distribuição log normal:

$$\frac{\varphi_{t+1}}{\varphi_t} = e^{-\frac{1}{2}\lambda'_t \lambda_t \varepsilon_{t+1}} \quad (40)$$

O que implica pela equação anterior em:

$$M_{t+1} = e^{-r_t - \frac{1}{2}\lambda'_t \lambda_t \varepsilon_{t+1}} \quad (41)$$

Onde: $\varepsilon_{t+1} \sim \mathcal{N}(0, 1)$

A demanda por esses títulos depende do grau de aversão ao risco dos investidores e das incertezas presentes na economia. Esse risco de mercado, dada a aversão ao risco do investidor, condiciona os preços desses títulos às medidas de probabilidade, associadas a prêmios e que podem ser representadas em uma função afim das variáveis de estado X_t . Esta relação possui a forma afim essencial apresentada por Duffee (2002):

$$\lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 X_t \quad (42)$$

Onde λ_t será a variação temporal dos preços de mercado dos riscos associados à incerteza dada por ε_t .

Sendo o Preço Kernel uma relação de juros, na avaliação de $t+1$ em relação a t , define-se:

$$m_{t+1} = \exp(-r_t) \xi_{t+1} / \xi_t \quad (43)$$

Substituindo-se $r_t = \delta_0 + \delta'_1 X_t$, equação (31), na equação (42), obtém-se:

$$m_{t+1} = \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda'_t \lambda_t - \delta_0 - \delta'_1 X_t - \lambda'_t \varepsilon_{t+1}\right) \quad (44)$$

Fazendo p_t a relação de preços presentes com base na estrutura de expectativas futuras, obtém-se:

$$p_{1,t} = E_t[m_{t+1}] = \exp\{-r_t\} = \exp\{-\delta_0 - \delta'_1 X_t\} \quad (45)$$

O tipo de aleatoriedade ε_{t+1} aparece na derivada de Radon-Nikodým e no Sistema de Estados e estes são utilizados na relação recursiva para representar o preço $p_{n,t}$ arbitrário de um título *bullet*, que não paga juros intermediários.

A proposta é que o preço dos títulos *bullet* é uma função afim exponencial das variáveis de estado. Utilizando o preço Kernel, que embute a derivada de Radon-Nikod'ym, determina-se o preço de risco de mercado, como demonstrado por Bolder (2007):

$$\begin{aligned}
P_{n+1,t} &= \exp\{A_{n+1} + B(n+1)'X_t\}, \\
&= E(P_{n,t+1}M_{t+1}|\mathcal{F}_t) \\
&= \underbrace{E(\exp\{A_n + B_n'X_{t+1}\})}_{P_{n,t+1}} \underbrace{\exp\left\{-r_t - \frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t - \lambda_t'\epsilon_{t+1}\right\}}_{M_{t+1}} \Big| \mathcal{F}_t \\
&= E\left(\left(e^{A_n+B_n'X_{t+1}}\right) \exp\left\{-\delta - \Delta'X_t - \frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t - \lambda_t'\epsilon_{t+1}\right\} \Big| \mathcal{F}_t\right) \\
&\quad \text{Regra de Taylor (CP) Deriv. Radon-Nikod'ym (dist. lognormal)} \\
&= E\left(\exp\left(A_n + B_n'X_{t+1} - \delta - \Delta'X_t - \frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t - \lambda_t'\epsilon_{t+1}\right) \Big| \mathcal{F}_t\right) \\
&= E\left(\exp\left(A_n + B_n'(\Phi X_t + \Sigma\epsilon_{t+1}) - \delta - \Delta'X_t - \frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t - \lambda_t'\epsilon_{t+1}\right) \Big| \mathcal{F}_t\right) \\
&= E\left(\exp\left(A_n - \delta + (B_n'\Phi - \Delta')X_t - \frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t + (B_n'\Sigma - \lambda_t')\epsilon_{t+1}\right) \Big| \mathcal{F}_t\right) \\
&= \exp\left(A_n - \delta + (B_n'\Phi - \Delta')X_t - \frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t\right) E\left(\exp\left((B_n'\Sigma - \lambda_t')\epsilon_{t+1}\right) \Big| \mathcal{F}_t\right) \\
&\quad = \exp\left(\frac{1}{2}(B_n'\Sigma - \lambda_t')\text{var}(\epsilon_{t+1}|\mathcal{F}_t)(B_n'\Sigma - \lambda_t')\right)
\end{aligned} \tag{46}$$

Utilizam-se as propriedades lognormais das variáveis randômicas $e^{\epsilon_{t+1}}$ para resolver as expectativas condicionais e manipulando as equações, resolve-se de forma recursiva:

$$\begin{aligned}
P_{n+1,t} &= \exp\left(A_n - \delta + (B_n'\Phi - \Delta')X_t - \frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t\right) E\left(\exp\left((B_n'\Sigma - \lambda_t')\epsilon_{t+1}\right) \Big| \mathcal{F}_t\right) \\
&= \exp\left(A_n - \delta + (B_n'\Phi - \Delta')X_t - \frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t\right) \exp\left(\frac{1}{2}(B_n'\Sigma - \lambda_t')\text{var}(\epsilon_{t+1}|\mathcal{F}_t)(B_n'\Sigma - \lambda_t')\right) \\
&= \exp\left(A_n - \delta + \frac{1}{2}B_n'\Sigma\Sigma'B_n + (B_n'\Phi - \Delta')X_t - B_n'\Sigma(\lambda + \Lambda X_t)\right) \\
&= \underbrace{\exp\left(A_n - \delta + \frac{1}{2}B_n'\Sigma\Sigma'B_n - B_n'\Sigma\lambda\right)}_{A_{n+1}} + \underbrace{(B_n'(\Phi - \Sigma\Lambda) - \Delta')X_t}_{B_{n+1}} \tag{47}
\end{aligned}$$

Assumindo-se:

$$E (\exp((B'_n \Sigma - \lambda'_t) \epsilon_{t+1} | \mathcal{F}_t)) = \exp \left(\frac{1}{2} (B'_n \Sigma - \lambda'_t) \text{var} (\epsilon_{t+1} | \mathcal{F}_t) (B'_n \Sigma - \lambda'_t)' \right) \quad (79)$$

$$= \exp \left(\frac{1}{2} (B'_n \Sigma \Sigma' B_n - 2B'_n \Sigma \lambda_t + \lambda'_t \lambda_t) \right)$$

$$p_{n+1,t} = \exp(A_n - \delta + (B'_n \Phi - \Delta') X_t - \frac{1}{2} \lambda'_t \lambda_t) E (\exp((B'_n \Sigma - \lambda'_t) \epsilon_{t+1}) | \mathcal{F}_t)$$

$$= \exp(A_n - \delta + (B'_n \Phi - \Delta') X_t - \frac{1}{2} \lambda'_t \lambda_t) \exp \left(\frac{1}{2} B'_n \Sigma \Sigma' B_n - 2B'_n \Sigma \lambda_t + \lambda'_t \lambda_t \right)$$

$$= \exp(A_n - \delta + \frac{1}{2} B'_n \Sigma \Sigma' B_n + (B'_n \Phi - \Delta') X_t - B'_n \Sigma (\lambda + \Lambda X_t))$$

$$= \exp(A_n - \delta + \frac{1}{2} B'_n \Sigma \Sigma' B_n - B'_n \Sigma \lambda + (B'_n (\Phi - \Sigma \Lambda) - \Delta') X_t)$$

(48)

Para completar a relação recursiva, é necessário obter A_1 e B_1 . O valor do título no vencimento é unitário, $P_{0,t} = 1$. Isso implica que A_0 e B_0 são iguais a zero. Para encontrar A_1 é necessário calcular a equação abaixo, usando as condições de limite.

$$P_{1,t} = \exp(A_1 + B_1 X_t)$$

$$= \exp(A_0 - \delta + \frac{1}{2} B'_0 \Sigma \Sigma' B_0 - B'_0 \Sigma \lambda + (B'_0 (\Phi - \Sigma \Lambda) - \Delta') X_t)$$

$$= \exp(-\delta - \Delta' X_t)$$

$$= \exp(A_1 + B'_1 X_t) \quad (49)$$

Assim,

$$m_{t+1} = \exp(-r_t) \xi_{t+1} / \xi_t$$

$$m_{t+1} = \exp\left(-\frac{1}{2} \lambda'_t \lambda_t - \delta_0 - \delta_1^0 X_t - \lambda'_t \epsilon_{t+1}\right)$$

$$p_t^1 = E_t[m_{t+1}] = \exp\{-r_t\} = \exp\{-\delta_0 - \delta_1^0 X_t\} \quad (50)$$

Mais precisamente os preços dos títulos serão dados para n-períodos por:

$$P_t^n = \exp(\bar{A}_n + \bar{B}'_n X_t) \quad (51)$$

Onde os coeficientes \bar{A}_n e \bar{B}_n acompanham as equações diferenciais derivadas a seguir:

$$\bar{A}_{n+1} = \bar{A}_n + \bar{B}'_n(\mu - \Sigma\lambda_0) + \frac{1}{2}\bar{B}'_n\Sigma\Sigma'\bar{B}_n - \delta_0$$

$$\bar{B}'_{n+1} = \bar{B}'_n(\phi - \Sigma\lambda_1) - \delta'_1 \quad (52)$$

Com $\bar{A}_1 = -\delta_0$ e $\bar{B} = -\delta_1$

O retorno contínuo composto y_t^n de um título sem pagamento de juros para n-períodos é dado, então, por:

$$y_t^n = -\log \frac{p_t^n}{n} = A_n + B'_n X_t \quad (53)$$

Onde $A_n = -\bar{A}_n/n$ e $B_n = -\bar{B}_n/n$.

Em síntese, geram-se, inicialmente, os coeficientes deltas para as variáveis macroeconômicas em um modelo estimado puramente por MQO com $r_t = \delta_0 + \delta'_{1m} f_t^m$. No caso do modelo proposto esses são os fatores representados pelos componentes de produtividade (índice de desemprego e bolsas), inflação e risco país.

Após a definição dos coeficientes macroeconômicos, as variáveis latentes e os demais coeficientes são gerados no modelo, conjuntamente com os parâmetros do modelo VAR, pela função de máxima verossimilhança.

Os retornos de um título que não paga juros, são gerados, então, sob as condições de ausência de arbitragem refletidas na formação dos coeficientes a_n e b_n . Note que os retornos no modelo são funções afins do estado X_t , de modo que a equação possa ser interpretada como a equação de observação de um sistema de estados. Equações de observação adicionais vêm das variáveis observáveis X_t^0 . A maioria dos modelos afins de tempo discreto não incorpora variáveis de estados defasados. No entanto, tratando as variáveis defasadas como variáveis de estado em X_t , a forma afim ainda é mantida. Apesar da variação do prêmio de risco no tempo, o sistema é ainda Gaussiano e os impulsos-respostas, a decomposição da variância e outras técnicas podem ser obtidas como um VAR. irrestrito. Os coeficientes A e B gerados pelo modelo VAR formarão o risco cambial por vértice, ou seja, a estrutura a termo do risco cambial nos vértices com erro, a partir de vértices supostos sem erro como será visto a seguir.

3.2.7. A Estimativa para o Modelo VAR Composto em Variáveis Observáveis e Não-Observáveis

Para estimar o modelo VAR é necessário transformar o sistema de retornos e variáveis observáveis em um sistema de variáveis observáveis e não observáveis. Os retornos por si só são funções analíticas do estado das variáveis X_t , o que permite a definição dos fatores não observáveis, dada a prefixação dos fatores macroeconômicos, utilizando-se a função de máxima verossimilhança. São assumidos que certos retornos na curva são estimados sem erros e outros com erro. Ang e Piazzesi (2002) definem os vértices de 3 e 36 meses para representarem as medidas com erros.

$$Y_t = A + B^0 X_t^0 + B^u X_t^u + B^m u_t^m \quad (54)$$

No modelo proposto faz-se a inversão da equação anterior para se obter X_t^u e u_t^n , variando os coeficientes da função de máxima verossimilhança.

O vetor B^0 será formado por uma matriz de tamanho $K2 \times (K - K2)$, ou seja, uma matriz $3 \times (5-3) = 3 \times 2$ na proposição apresentada. Da mesma forma, B^u possuirá tamanho $K2 \times K2 = 3 \times 3$.

$$\begin{bmatrix} Y_t^1 \\ (N_l \times 1) \\ Y_t^2 \\ (N_e \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ (N_l \times 1) \\ A_2 \\ (N_e \times 1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ (N_l \times M) \\ B_2 \\ (N_e \times M) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (N_l \times N_e) \\ \Sigma e \\ (N_e \times N_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t^e \\ (N_e \times 1) \end{bmatrix} \quad (55)$$

Os riscos cambiais sem erro serão os geradores das latentes, sendo uma para cada vértice sem erro. Os estimados incluirão o termo de erro, mas a geração dos coeficientes é realizada de forma simultânea. A abertura por vértice é apresentada a seguir.

$$\begin{bmatrix} Y_{nl}^1 \\ Y_{nl}^{12} \\ Y_{nl}^{60} \\ Y_{ne}^3 \\ Y_{ne}^{36} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_{12} \\ a_{60} \\ a_3 \\ a_{36} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_{12} \\ b_{60} \\ b_3 \\ b_{36} \end{bmatrix} F_t + \begin{bmatrix} 0 \\ N_l \times N_e \\ \Sigma e \\ N_e \times N_e \end{bmatrix} u_t^e \quad (56)$$

As variáveis latentes (1, 12 e 60) são definidas pela inversão da equação, após fixação dos coeficientes macroeconômicos. O mesmo ocorrerá para os termos de erro.

$$l_{1,12,60} = (F_t B_{1,12,60})^{-1} (Y_t^{nl} - A_{1,12,60}) \quad (57)$$

Sendo Y_3 e Y_{36} os riscos cambiais estimados com erros. Os riscos cambiais (retornos) de Y_1 , Y_{12} e Y_{60} são trabalhados dentro do modelo, mas com proposição sem erro com base nos

dados de mercado. Essa premissa foi assumida em função desses vértices possuírem maior liquidez no mercado. Em síntese, geram-se os coeficientes dos fatores macroeconômicos. Dos retornos sem erro são extraídas as variáveis latentes pela diferença e inversão das equações sem erro, e dos retornos com erro os termos u_n^t , dados os valores obtidos na curva de juros. Simultaneamente são gerados todos os demais coeficientes pela função de verossimilhança, resultando nos coeficientes A e B, dados pelos preços Kernel nas condições impostas pela estrutura a termo com ausência de arbitragem. A função então se forma pela equação:

A função de verossimilhança, como demonstrado por Ang e Piazzesi (2003), será:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\theta) &= \prod_{t=2}^T f(Y_t, X_t^0 | Y_{t-1}, X_{t-1}^0) \quad (58) \\ \log(\mathcal{L}(\theta)) &= \sum_{t=2}^T -\log |\det(J)| + \log f_x(c_t^0, X_t^u | X_{t-1}^0, X_{t-1}^u) + \log f_{u^m}(u_t^m) \\ &= -(T-1) \log |\det(J)| - (T-1) \frac{1}{2} \log(\det(\Sigma \Sigma')) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T (X_t - \mu - \phi X_{t-1})' (\Sigma \Sigma')^{-1} (X_t - \mu - \phi X_{t-1}) \\ &\quad - \frac{T-1}{2} \log \sum_{i=1}^{N-K_2} \sigma_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \sum_{i=1}^{N-K_2} \frac{(u_{t,i}^m)^2}{\sigma_i^2} \end{aligned}$$

Onde σ^2 é a variância da i ésima medida de erro com matriz jacobiana e erros dados por:

$$J = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ (N_l \times N_l) & (N_l \times N_e) \\ B_2 & \Sigma e \\ (N_e \times N_l) & (N_e \times N_e) \end{bmatrix} \quad (59)$$

Assim o termo de erro também pode ser invertido e encontrado.

$$\begin{aligned} u_t^m &= \Sigma_e^{-1} \{ Y_t^2 - A_2 - B_2 B_1^{-1} (Y_t^1 - A_1) \} \\ \text{Var} \begin{bmatrix} u_{1t}^* \\ u_{2t}^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Omega_m^* & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_1^* & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{mm} \Sigma'_{mm} & 0 & 0 \\ 0 & B_{1l} B'_{1l} & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_e \Sigma'_e \end{bmatrix} \quad (60) \end{aligned}$$

São relacionadas as estruturas dadas pelo Preço Kernel, dispostas nos coeficientes A e B, o que garante a não arbitragem. Diante da maximização da função associada são geradas as variáveis latentes pelo valor excedente aos prêmios cambiais dos vértices sem erro, selecionados como os de 1, 12 e 60 meses.

No próximo passo são estimados λ_1 com valores insignificantes em um intervalo de confiança de 95%. O processo é realizado de forma iterativa e não condicionada para o retorno de longo prazo.

Em resumo, modela-se o VAR de fatores macroeconômicos, associado às variáveis latentes pelo método de máxima verossimilhança, ou seja, a modelagem é realizada em 03 (três) etapas principais: definição e prefixação de coeficientes macroeconômicos pelo método dos mínimos quadrados ordinários, geração das variáveis latentes e, por último, geração de coeficientes do Modelo VAR para variáveis observáveis e não observáveis. Todo o processo por máxima verossimilhança é restrito na equação aos coeficientes B^i relacionados aos Preços Kernel e que condicionam ao princípio da não arbitragem, gerando maior estabilidade aos modelos.

O modelo, convencionalmente utilizado na estrutura a termo da taxa de juros, será replicado por analogia à estrutura a termo do risco cambial, como se cada prêmio cambial por vértice fosse um excesso de retorno da taxa de juros, como mencionado em tópicos anteriores.

3.2.8. Outra Proposição de Variáveis Latentes em Modelos de 3-Fatores

Outra proposição de modelo VAR não restrito é apresentada neste capítulo com a inclusão de variáveis latentes defasadas, seguindo outras técnicas apresentadas por outros autores. Litterman e Scheinkman (1991), por exemplo, propuseram um modelo de 3 Fatores por um estudo empírico para determinação dos fatores comuns que afetaram os retornos de títulos do tesouro americano no passado, atribuindo sua justificativa ao nível, inclinação e curvatura desses títulos. Assumiram por conveniência que cada fator tinha média zero e variância unitária e que a covariância entre quaisquer dois fatores seria zero. Decompuseram a variância dos retornos de diversos títulos em uma soma de $m+1$ termos. Um termo, sendo a variância de um fator específico de um título e cada um dos demais termos como o quadrado de um título de empréstimo atribuído como um fator comum. Usaram essa decomposição para determinar a proporção da variância do retorno de um título particular explicado por cada fator. Concluíram que há três principais influências na variação de retornos de títulos que não pagam cupons: nível, inclinação e curvatura explicaram a maioria dos retornos dos títulos examinados pela decomposição de variância dos retornos dos títulos, embora a análise do impacto teórico e originado dessas influências seja mais complexa e não tenha sido estudada.

Assim como Litterman e Scheinkman (1991), Chen e Scott (1993) também trabalham estruturas que se assemelhem ao nível, inclinação e curvatura. Chen (1994), por exemplo, apresenta um modelo para a taxa de curto prazo, a média e volatilidade dessa taxa, por três processos de Wiener correlacionados, dados por *drifts* e funções de difusão dz , dw e dy .

Balduzzi (1996) também trabalhou um modelo de 3-Fatores, extraindo séries temporais para a média e volatilidade de títulos, propondo, no entanto, inovações GARCH para a volatilidade. Encontram fortes relações dos seus fatores comuns com os propostos por Litterman e Scheinkman (1991).

No modelo proposto alternativamente nesse capítulo trabalha-se, para a definição desses 3-Fatores com a decomposição da variância dos resíduos defasados de um modelo macroeconômico proposto com componentes principais da inflação e produtividade e o risco país por mínimos quadrados ordinários (MQO) de cada vértice estudado da curva do risco cambial. Estruturam-se componentes principais com os vértices desses resíduos, decompondo-se sua variância no primeiro, segundo e terceiro termos, identificados como fatores comuns, que representarão as variáveis latentes. Esses fatores contemporâneos possuem forte aproximação aos conceitos de nível, inclinação e curvatura que podem ser relacionados respectivamente por:

$$\frac{y_t^1 + y_t^{12} + y_t^{60}}{3}, y_t^{60} - y_t^1 \text{ e } y_t^1 - 2y_t^{12} + y_t^{60} \quad (61)$$

A utilização opcional dos termos defasados se deve ao caráter de uso de séries temporais de forma a gerar base de previsibilidade. A seguir são apresentadas as aplicações das duas estruturas de modelo: VAR Gaussiano restrito e VAR não restrito, este último no intuito de comparar um modelo mais robusto e restrito à arbitragem com uma modelagem mais simplificada e irrestrita com vistas a balizar projeções fora da amostra estudada.

3.3. Dados

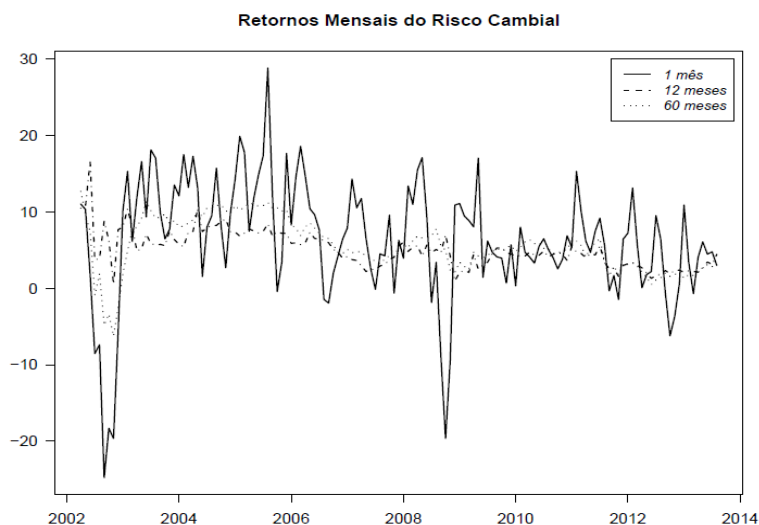
Os dados foram coletados no período entre março de 2002 a agosto de 2013. Foram utilizadas bases mensais de fechamento de mês para as variáveis coletadas. Para a decomposição do componente do risco cambial foram utilizadas os contratos de DI-1 dia (DI Futuro de 1 dia) e os contratos de FRA de Cupom Cambial (*Forward Rate Agreement* de Cupom Cambial) para vértices considerados de 1, 3, 6, 12, 24, 36 e 60 meses, definidos até um período atrás. Foram

consideradas somente informações que possuíssem a cobertura de todos os vértices simultaneamente. Os vértices foram selecionados por sua liquidez, definida como os vencimentos (contratos) com maior número de negócios no mês. A estimativa da variação esperada entre as moedas se deu pela diferença de expectativa inflacionária entre as economias americana e brasileira, como pressuposto. Para as expectativas inflacionárias domésticas foi utilizado o Relatório Focus, coletado semanalmente. Para levantamento das expectativas inflacionárias americanas foram utilizados os dados previstos para o *Consumer Price Index (CPI)*, fornecidos pelo departamento americano de estatísticas do trabalho. As expectativas sobre o câmbio no Brasil não foram utilizadas por meio desse relatório, por essas trabalharem somente com previsões anuais. Como será visto em tópico posterior, a métrica para a desvalorização cambial utilizada se baseará nas diferenças entre as expectativas inflacionárias americana e brasileira, seguindo o conceito de equilíbrio da paridade do poder de compra.

3.3.1. O Risco Cambial no Brasil Pós 2002 e Variáveis Relacionadas

Um ponto de análise relevante na estrutura do risco cambial se refere ao comportamento das curvas com vencimento em diferentes vértices. Há forte correlação entre vértices próximos, como entre 3 e 6 meses, 24 e 36 meses, 48 e 60 meses do vencimento. Assim, é parte do entendimento desses modelos VAR diferenciar as estruturas que possam agregar a informação à modelagem. Curvas que simplesmente repliquem comportamentos gerarão resíduos com dinâmica próxima, formando modelos menos abrangentes. A Figura 1 apresenta o comportamento do risco cambial mensal entre 2002 e 2013, período iniciado por forte incerteza econômica nas eleições de 2002 e consequente elevado risco cambial. Em setembro de 2008, com o ápice da crise do *subprime*, também há forte variação, especialmente no prêmio cambial de 1 mês. O período em análise apresenta, assim, variações relevantes, sendo ainda formado por um intervalo de crescimento importante do país nos últimos anos, se adequando mais à realidade de um Brasil recente. As séries dispostas nessa figura apresentam estruturas de 1, 12 e 60 meses de vértices, estruturas que se destacam por certa diferenciação de comportamento, representando além de menor correlação entre as mesmas, vértices de representatividade na estrutura a termo do risco cambial.

Figura 1 - Evolução do Risco Cambial no Brasil 2002- 2013



Fonte: Elaboração Própria

Para aplicação do modelo VAR entre os vértices cambiais foram trabalhadas como variáveis explicativas as identificadas por Taylor (1993), em que se explica o comportamento das taxas de juros por fatores de inflação e produtividade. Adicionou-se aqui o risco país, em função da amostra ser representada por uma economia emergente.

Para a composição das variáveis explicativas do modelo também foi utilizada a técnica de componentes principais. Para a inflação foi construído um componente principal com as expectativas de inflação para os índices IPCA e IGP-M. Para o fator de produtividade foi composto outro componente principal formado pela taxa de desocupação de diversas capitais do Brasil, divulgada pelo IBGE e outro componente principal formado por índices de bolsas mundiais, como uma *proxy* de expectativa de produtividade global, incluindo efeitos domésticos pela inserção do IBOVESPA.

Foram extraídos componentes principais de cada um de 2 (dois) grupos distintos separadamente, um para explicação pela inflação e outro pela atividade real (produto). Para a geração desses componentes, primeiramente foram normalizadas as séries que fizeram parte desse grupo. Foram estruturados 02 (dois) vetores Z_t^i , sendo um de inflação e outro de produtividade, este último composto por um componente principal formado por mais dois vetores, sendo o primeiro desses, dado pela taxa de desocupação de regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre, divulgada pelo IBGE. Este indicador é conjugado ao componente principal de índices de bolsas mundiais,

selecionados os índices IBOVESPA, NASDAQ, S&P500, SSECOMP, NIKKEI , HSENG , FTSE, DAX, buscando-se , assim, a geração de uma *proxy* de expectativa econômica mundial atrelada ao componente local pelo emprego doméstico.

Para cada grupo i , o vetor Z_t^i pode ser representado por:

$$Z_t^i = C f_t^{0,i} + \varepsilon_t^j \quad (62)$$

Onde $Z_t^1 = (IGP-M, IPCA)$ forma o vetor do grupo de inflação, que pode ser decomposto em sua variância, conforme a seguir.

Tabela 1 - Componentes Principais de Inflação

compinf	Comp.1	Comp.2
IPCA	0,7071	-0,7071
IGPM	0,7071	0,7071
% Variância Explicada	87,01%	100,00%

Fonte: Elaboração Própria

O vetor de produtividade $Z_t^2 = (Z_t^{2.1}, Z_t^{2.2})$ se subdivide em dois vetores, um formado pela taxa de desocupação e o outro por um componente principal de índices de bolsa mundiais, sendo $Z_t^{2.1} = (Taxa de Desocupação - TD)$ e $Z_t^{2.2} = (IBOVUSD, NASDAQCP, SP500, SSECOMP, NIKKEI , HSENG , FTSE , DAX)$ formado pelo vetor do grupo de indicadores de bolsas mundiais. Busca-se nesse componente principal de produção a associação de condições econômicas domésticas às condições externas, gerando-se um componente híbrido de atividade real em mercados globalizados.

Tabela 2 - Decomposição da Variância dos Componentes principais de Índices de Bolsas

compbols	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4	Comp. 5	Comp. 6	Comp. 7	Comp. 8
log(IBOV.USD)	-0,36	0,37	-0,12	0,48	-0,22	0,29	0,33	-0,49
log(NASDAQCP.US D)	-0,38	-0,07	-0,12	0,39	0,52	-0,05	0,28	0,57
log(SP500)	-0,34	-0,48	-0,22	-0,27	0,48	0,02	-0,05	-0,55
log(ESSECOMP.US D)	-0,30	0,65	0,03	-0,59	0,16	-0,29	0,20	0,02
log(ENIKKEI.USD)	-0,35	-0,30	-0,47	-0,11	-0,61	-0,38	0,12	0,17

log(EHSENG.USD)	-0,39	0,24	-0,18	0,06	-0,03	0,22	-0,83	0,14
log(EFTSE.USD)	-0,34	-0,12	0,69	0,24	-0,07	-0,52	-0,17	-0,16
log(EDAX.USD)	-0,36	-0,23	0,43	-0,34	-0,23	0,61	0,18	0,23
% Variance Explained	76,77	87,66	94,12	97,02	99,07	99,61	99,85	100,00
	%	%	%	%	%	%	%	%

Fonte: Elaboração Própria

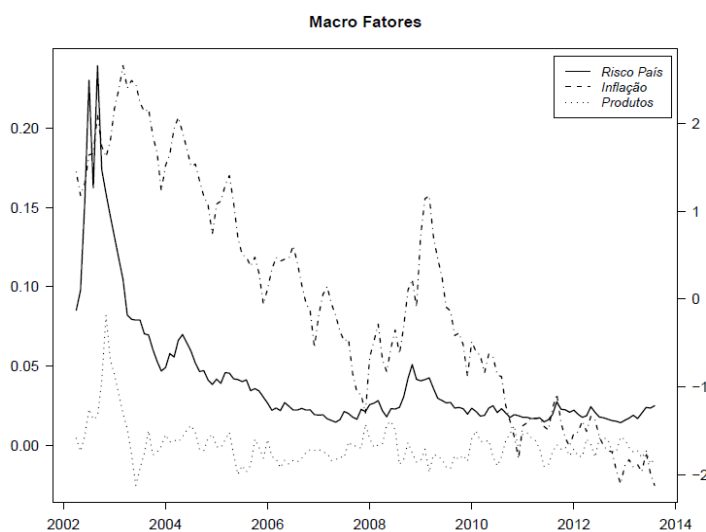
Tabela 3 - Decomposição da Variância do Componente Principal Produto

comproduct	Comp.1	Comp.2
compBols	0,71	-0,71
Desoc.Perc	0,71	0,71
% Variância Explicada	85,19%	100,00%

Fonte: Elaboração Própria

O risco país foi dado pelo índice EMBI+BR, calculado e divulgado pelo banco de investimentos JP Morgan. As séries no período são dispostas na Figura 2 a seguir.

Figura 2 - Macro Fatores Explicativos do Risco Cambial



Fonte: Elaboração Própria

3.3.2. Modelo VAR Gaussiano de Risco Cambial em Espaço de Estados sob Condições de Arbitragem e com Geração de Latentes

Seguindo, assim, o proposto por Ang e Piazzesi (2003), é estruturado um modelo em espaço de estados, onde as variáveis latentes são geradas pelo próprio modelo de maximização em etapas, em um processo markoviano, dado por um modelo VAR(1).

Como visto anteriormente, inicialmente, são analisados e fixados os coeficientes macroeconômicos pelo método MQO para todos os vértices com vistas à modelagem do risco cambial r_t em vértices complementares.

$$r_t = \delta_0 + \delta'_{11} X_t^0 \quad (63)$$

Foram definidos os vértices de 1, 12 e 60, compreendidos como sem erro, que serão aplicáveis aos vértices de 3 e 36 meses com erro. Os valores restantes de cada vértice compreendido com erro indicam a explicação relativa às variáveis latentes que serão aplicadas a cada vértice sem erro:

$$r_t = \delta_0 + \delta'_{11} X_t^0 + \delta'_{12} X_t^u \quad (64)$$

A mensuração das variáveis latentes é definida pela estimativa de máxima verossimilhança, restrita às condições de ausência de arbitragem, extraído-se as latentes dos vértices compreendidos sem erro e aplicados a toda estrutura, condicionados ao Preço Kernel em um Modelo VAR que descreve a dinâmica de $X_t = (X_t^0 \ X_t^u)'$, seguindo um processo gaussiano de primeira ordem.

Assim, são estabelecidos os vínculos junto aos retornos e as restrições mencionadas, conjuntamente com o processo de máxima verossimilhança. Na equação a seguir, os retornos medidos sem erro serão usados para encontrar as variáveis X_t^u .

$$Y_t = A + B^0 X_t^0 + B^u X_t^u \quad (65)$$

E os retornos medidos com erro os valores para u_t^m .

$$Y_t = A + B^0 X_t^0 + B^u X_t^u + B^m u_t^m \quad (66)$$

Para um vetor de parâmetros dados faz-se a inversão da equação anterior para se obter X_t^u e u_t^m , variando os coeficientes a seguir.

$$\theta = (\mu, \phi, \Sigma, \delta_0, \delta_1, \lambda_0, \lambda_1)$$

Os valores gerados para os coeficientes A e B, com B representando os vetores de 3 variáveis macroeconômicas e 3 variáveis latentes são definidos. Cada vetor A e B representa um risco cambial (retorno) associado para os vértices 1, 3, 12, 36 e 60 meses respectivamente.

Tabela 4 - Coeficientes A e B do Processo VAR Gaussiano Restrito

A1m	A3m	A12m	A36m	A60m
0,000000	0,024695	0,006822	-0,006195	0,015915
B1m	B3m	B12m	B36m	B60m
0,148958	-0,259933	-0,160671	0,142205	0,147823
-0,668269	-0,245834	0,430834	0,579661	0,903602
0,682807	0,684140	0,496223	0,792756	1,152594
-0,034915	-0,257205	-0,034527	0,306669	0,607376
-0,658753	-0,062852	-0,269685	-0,660975	-1,073962
-0,442718	-0,237645	-0,6128137	-1,0447421	-1,3742697

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 5 - Risco Cambial Estimado para 3 e 36 meses

	Coef 3 meses	p-value	Coef 36 meses	p-value
Interseção	0,024695	0,5317	-0,006195	0,8328
Variável X 1	-0,259933	0,0000***	0,142205	0,0007***
Variável X 2	-0,24583	0,0173**	0,579661	0,0000***
Variável X 3	0,68414	0,0000***	0,792756	0,0000***
Variável X 4	-0,2572	0,0000***	0,306669	0,0000***
Variável X 5	-0,06285	0,4124	-0,66097	0,0000 ***
Variável X 6	-0,23765	0,0020***	-1,04474	0,0000***

Fonte: Elaboração Própria

Apenas os coeficientes da interseção e da Latente 2 (Variável X5) não foram significativos para o vértice de 3 meses a 95%. Para o vértice de 36 meses o mesmo ocorre apenas para a interseção.

Observa-se que as correlações entre as variáveis independentes não ultrapassa o valor de 0,772 em nenhum dos casos. No entanto, foi aplicado o teste de multicolinearidade, apresentado na Tabela 7.

Tabela 6 - Correlações das Variáveis Xi

	compInf	compProduct	ERISCBR	Lat1	Lat2	Lat3
compInf	1,0000					
compProduct	0,2682	1,0000				
ERISCBR	0,5945	0,6744	1,0000			
Lat1	0,3389	-0,4406	0,2418	1,0000		
Lat2	0,2690	-0,5076	0,0058	0,7717	1,0000	
Lat3	0,3524	0,5547	0,6968	0,1014	-0,4482	1,0000

Fonte: Elaboração Própria

Em relação ao coeficiente de determinação ajustado das equações finais, os valores ficaram em 0,777 e 0,854 para os vértices de 3 e 36 meses, respectivamente.

O teste VIF de multicolinearidade também foi aplicado, não apresentado indícios desse problema, com todos os coeficientes menores que 2.

Tabela 7 - Inflação de Variância

Inf	1.211282
Produto	1.694822
Risco País	1.757178
Latente 1	1.62795
Latente 1	1.627981
Latente 1	1.30918

Fonte: Elaboração Própria

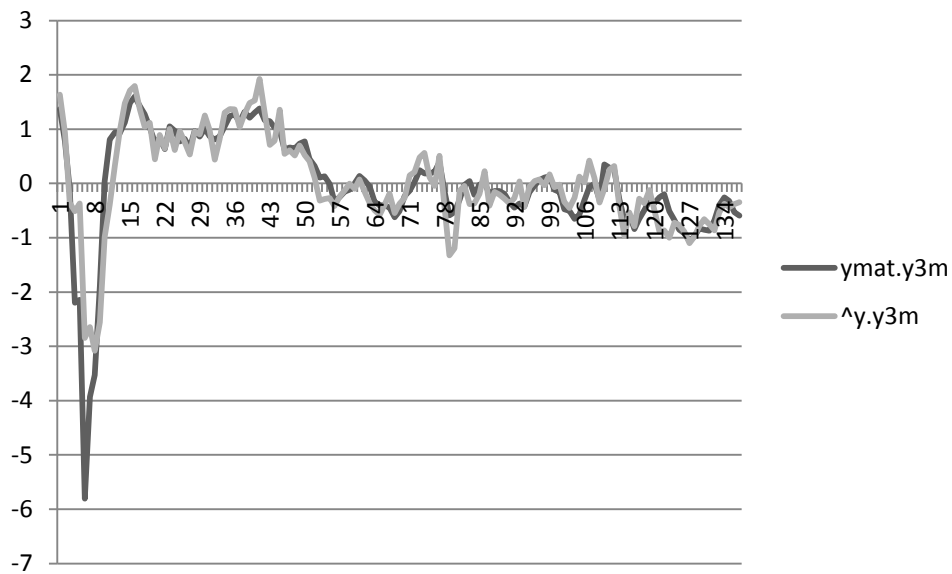
Tabela 8 - Estatísticas das Estimativas

Estimativa Y 3 m		Estimativa Y 36 m	
SSE	27,601089	SSE	15,261342
MS	0,2123161	MS	0,1173949
R2	0,78887	R2	0,86159
R2 Ajust	0,7774133	R2 Ajust	0,8540838

Fonte: Elaboração Própria

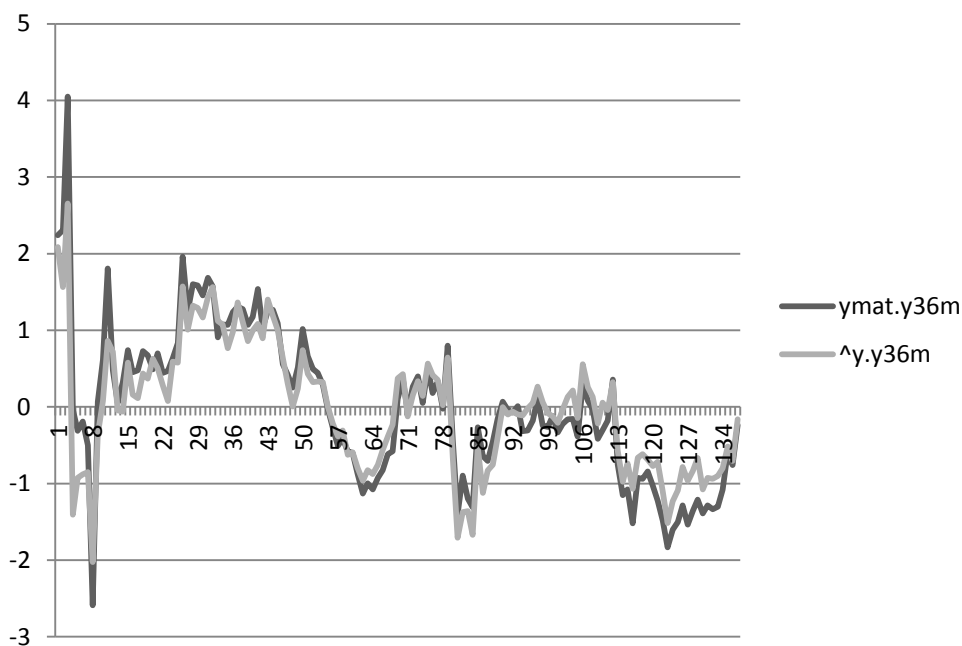
Diante dos coeficientes estimados são geradas as série de risco cambial com erro e vértices de 3 e 36 meses, dispostas a seguir.

Figura 3 - Risco Cambial Realizado e Estimado por um VAR Gaussiano sob Condições de Arbitragem – Vértice de 3 meses



Fonte: Elaboração Própria

Figura 4 - Risco Cambial Realizado e Estimado por um VAR Gaussiano sob Condições de Arbitragem – Vértice de 36 meses



Fonte: Elaboração Própria

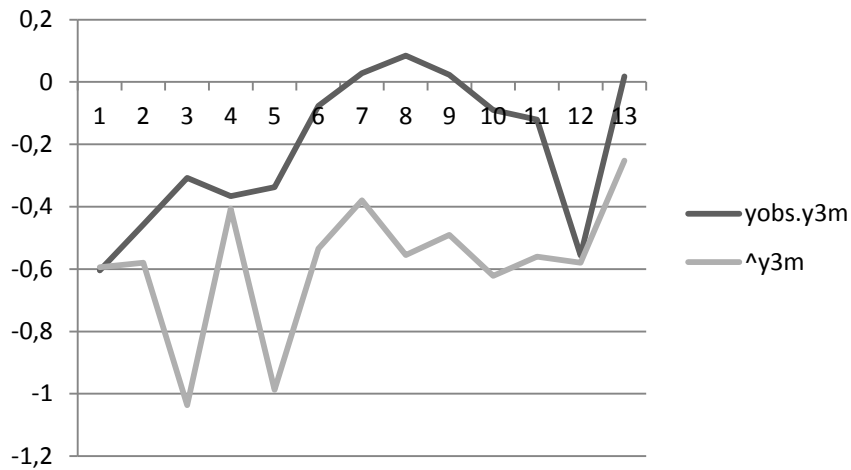
Tabela 9 - Erro Quadrático Médio (EQM)

	Y^{3m}		Y^{36m}
EQM Amostra	0,201468	EQM Amostra	0,111397
EQM Fora Amostra	0,197589	EQM Fora Amostra	0,022356

Fonte: Elaboração Própria

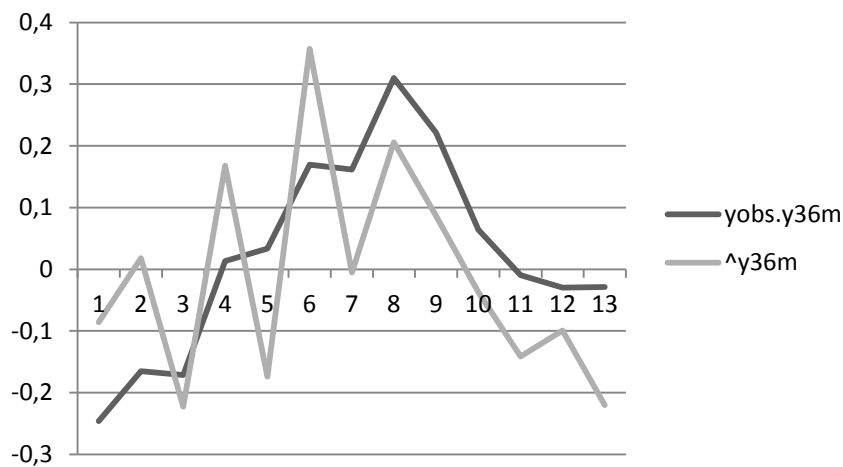
As séries foram geradas também para um intervalo de 13 meses à frente fora da amostra. Para a obtenção de tais resultados foram coletados os dados dos vértices sem erro e prefixados os coeficientes gerados pelo modelo. Os resultados são apresentados nas figuras a seguir, comprando as séries observadas (yobs) e estimada (\hat{y}).

Figura 5 - Estimativa Fora da Amostra (Y^{3m})



Fonte: Elaboração Própria

Figura 6 - Estimativa Fora da Amostra (Y^{36m})



Fonte: Elaboração Própria

O EQM não foi capaz de apresentar uma piora dos resultados, o que seria esperado, talvez pela baixa representatividade da amostra. O período apurado fora da amostra foi relativamente curto. Não foram utilizadas projeções para os vértices sem erro, fato que certamente reduziria a *performance* do modelo. Bolder (2007) aponta que a estrutura proposta por Ang e Piazzesi (2003) apresenta resultados piores que modelos como o de Nelson e Siegel (1987), o que não foi testado nesse trabalho.

Em termos comparativos, no entanto, propõe-se uma comparação fora da amostra com uma proposição de mesmo gênero e intervalo para um VAR não restrito. Como será demonstrado em tópico posterior, sob a mesma ótica, a estrutura do VAR restrita, segundo Ang e Piazzesi (2003) foi bem superior em termos de EQM na análise dos prêmios cambiais no período fora da amostra de 13 meses à frente.

3.3.3. Análise de Impulso Resposta

O resultado da matriz de impulso contém a estimativa dos coeficientes Ψ_i do processo MA ao infinito, acumulados pela multiplicação desses coeficientes a cada passo gerado, testando a variação de uma unidade. A Análise de impulso resposta foi dividida em dois blocos: o primeiro das variáveis macroeconômicas e o segundo de variáveis latentes. Os choques foram trabalhados para todos os vértices ao longo de 60 meses, mas especialmente analisados para os vértices trabalhados com erro, que foram os de 3 e 36 meses, ressaltando-se que a escolha dos vértices sem erro de 1, 12 e 60 meses se deu especialmente pelo fator de maior liquidez pelas negociações de contrato.

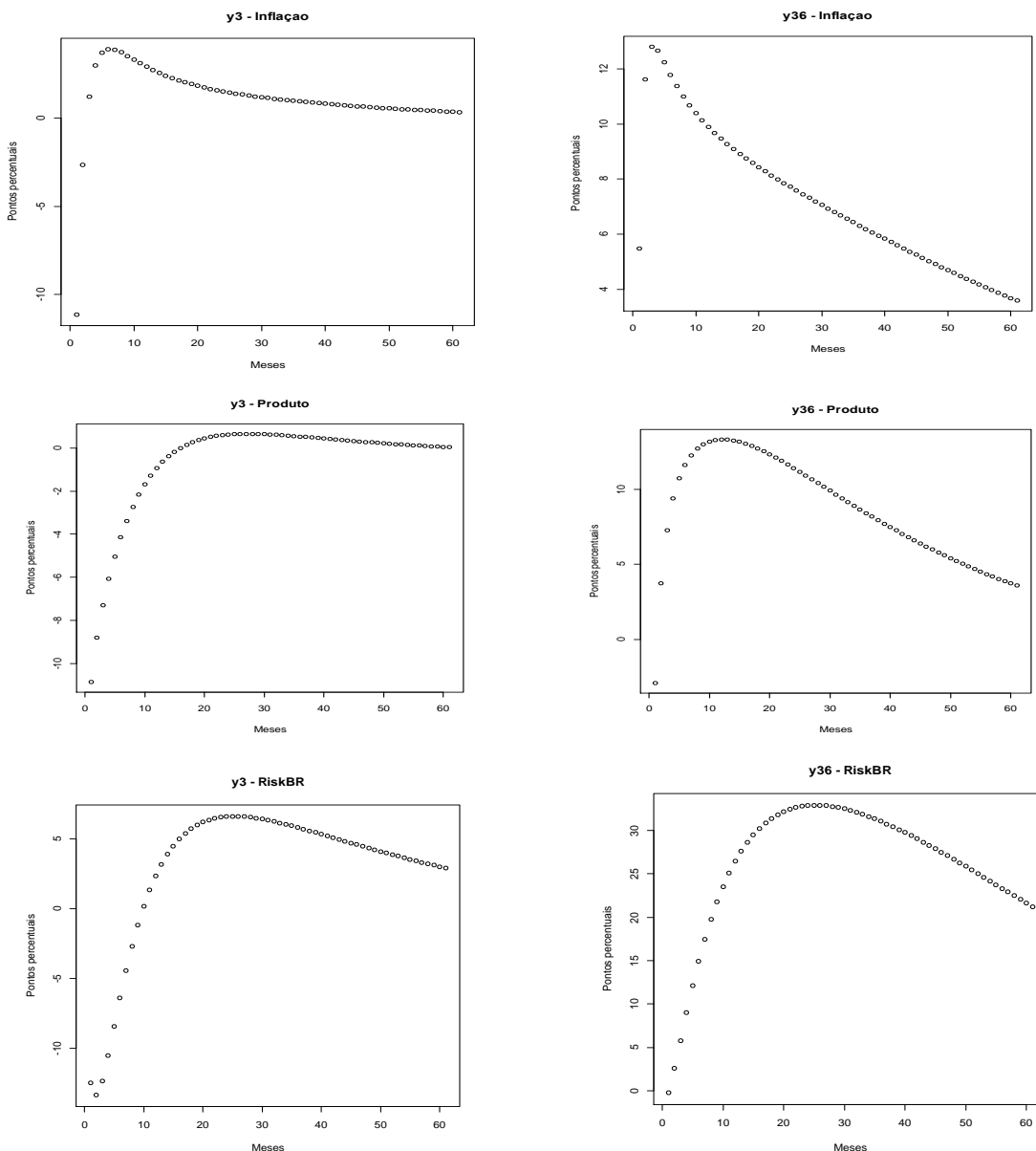
3.3.4. Análise das Respostas dos Choques nas Variáveis Macroeconômicas

Analisando primeiro o componente de inflação percebe-se que este conduz a uma convergência a partir do 20º mês. Para 3 meses, no entanto, essa tendência é mais uniforme. Para o vértice de 36 meses há incremento e variações a partir do choque, atingindo seu ápice nos primeiros 5 meses e decaindo lentamente após esse período, mostrando maior persistência desse efeito no vértice de longo prazo para esse componente. O primeiro impacto no vértice de curto é mais abrupto, embora sua maior estabilização também ocorra mais rapidamente. Aparentemente, há maior persistência dos choques de inflação no longo prazo do que no curto para o risco cambial, mas a intensidade no longo prazo é maior a partir do 10º mês.

Para o componente do produto, a convergência parece ocorrer a partir do 20º mês. A intensidade de resposta também é bem maior no vértice de 3 meses, de curto prazo, e possui impacto invertido ao do longo prazo. No vértice de 36 meses há maior persistência do choque, inclusive em prazo superior ao 50º mês. A mesma tendência ocorre para o risco país com maior persistência ano longo prazo e de impactos invertidos entre o curto e o longo prazo. O impacto do risco país é bem maior no vértice de 36 meses, alcançando seu ápice entre o

vigésimo e trigésimo mês. O impacto percebido oriundo das variáveis Produto e Risco País é similar, embora neste última seja mais intenso, especialmente no vértice de 36 meses.

Figura 7 - Análise de Impulso Resposta de Fatores Macroeconômicos



Fonte: Elaboração Própria

3.3.5. Análise das Respostas dos Choques nas Variáveis Latentes

As variáveis latentes foram extraídas dos vértices de 1, 12 e 36 meses, respectivamente. Foram analisados primeiros os choques no vértice de 03 meses. A primeira latente gera impacto negativo no vértice de 3 meses e converge a zero a partir do 20º para o 30º mês. Essa

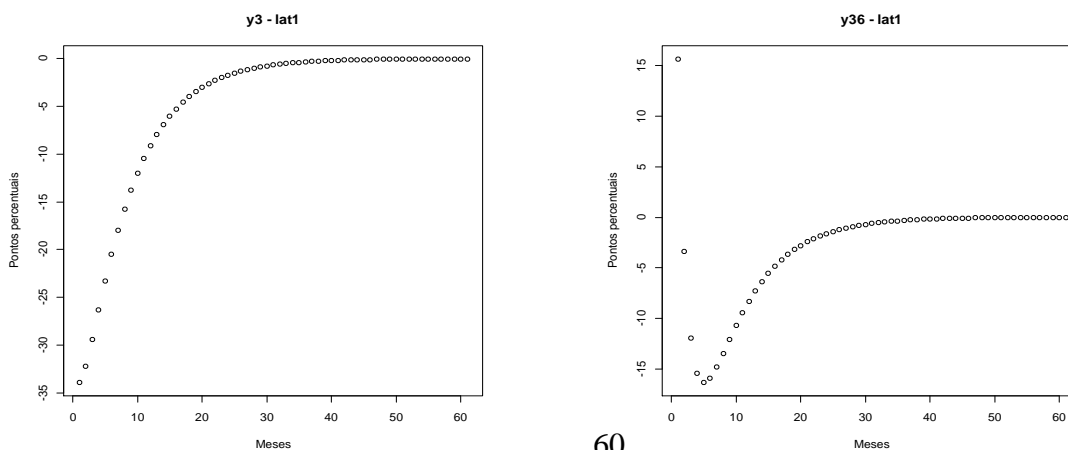
é uma resposta oriunda da taxa de curtíssimo prazo de apenas 1 mês. A segunda latente possui efeito positivo, relevante, decai fortemente e se dissipa a partir do 30º mês. Por último, a terceira latente possui forte impacto negativo no primeiro mês e decai fortemente já no 10º mês, mostrando que seu efeito é mais no curto prazo, sendo oriundo do vértice de 60 meses.

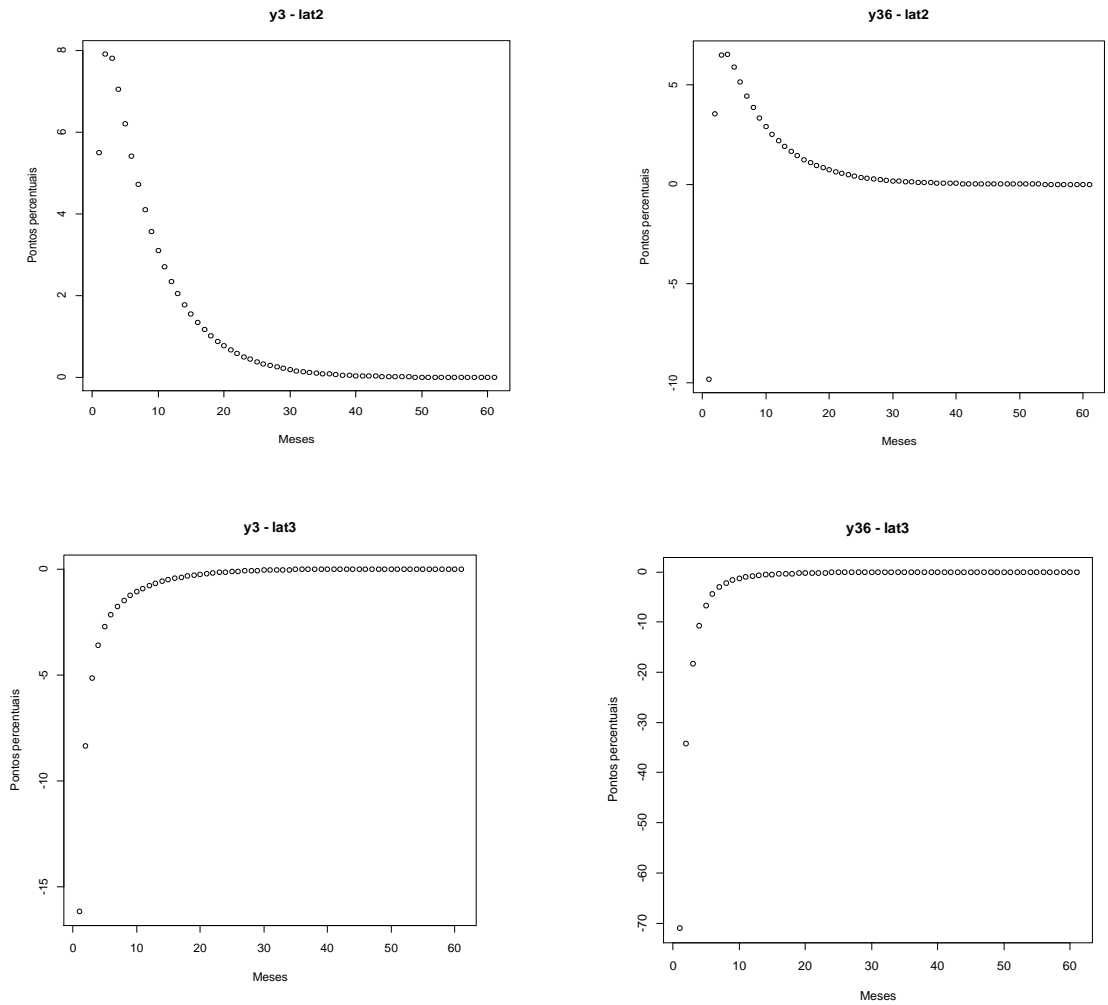
Para o vértice de 36 meses os impactos foram semelhantes e associados às respectivas latentes, mas com alternância da persistência do choque em cada caso. A primeira latente possui variação inconstante nos primeiros meses e converge a zero a partir do 30º mês. A segunda possui elevado impacto, decai fortemente e se dissipa a partir do 20º mês. O choque na terceira latente gera elevado impacto negativo nos primeiros meses e converge a zero entre o 10º e 20º mês, sendo mais próxima do primeiro.

Interessante notar que o impacto do choque causado na primeira latente, oriunda do vértice de 1 mês é maior no vértice de 3 meses que o no de 36 meses, embora seja no mesmo sentido negativo. Este efeito é mais suave na segunda latente, oriunda do vértice de 12 meses, que impactou um pouco mais o vértice de 36 meses, mas mostrando certa paridade, ou seja, há aparente relação da origem do prazo das latentes com vértices mais próximos, o que era esperado.

A terceira latente teve maior impacto negativo para o vértice de 36 meses, confirmando a correspondência da origem de longo prazo afetando o longo prazo, ou seja, origem no vértice de 60 meses, afetando mais a resposta de um vértice de 36 meses. Esta terceira latente gerou o maior impacto imediato e negativo nos dois vértices analisados. Efeitos de curto prazo no entanto, oriundos do vértice de 1 mês, parecem também exercer forte influência na resposta do risco cambial.

Figura 8 - Análise de Impulso Resposta Fatores Latentes para vértices de 3 e 36 meses





Fonte: Elaboração Própria

3.3.6. Decomposição de Variância

O vetor de impulso resposta é gerado para um período n e análise das variáveis F_t . Para análise dos retornos dos vértices com choques nas variáveis dependentes é necessário o ajuste da equação para:

$$Y_t = A + \sum_{i=0}^{inf} \Psi_i u_{t-i} \quad (67)$$

Sendo que Ψ_i representa a matriz Φ associada aos coeficientes B_n de Y e u_{t-i} o processo MA propagador de dispersões. O erro h passos à frente será dado por:

$$\hat{Y}_{t+h|t} - Y_{t+h} = \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i u_{t+h-i} \quad (68)$$

$$\hat{Y}_{t+h|t}^j - Y_{t+h}^j = \sum_{k=1}^K \Psi_{jk,0} u_{t+h}^k + \dots + \Psi_{jk,h-1} u_{t+1}^k$$

O erro quadrático médio (EQM) – *Mean Square Error (MSE)* será dado por:

$$MSE(\hat{Y}_{t+h|t}^j) = \sum_{k=1}^K \Psi_{jk,0}^2 + \dots + \Psi_{jk,h-1}^2 \quad (69)$$

$$\Omega_{jk,h} = \frac{\sum_{i=1}^{h-1} \Psi_{jk,i}^2}{MSE(\hat{Y}_{t+h|t}^j)} \quad (70)$$

Que decompõe a variância prevista no horizonte h do retorno do prêmio cambial j dos vários vértices.

A seguir são apresentadas as decomposições das variâncias por vértice para os fatores macro e latentes, 60 meses à frente.

As variáveis latentes e o risco país se destacam na explicação da variância, ao longo dos 60 passos analisados.

Os fatores de inflação e produto foram menos representativos. Latentes de origem nos vértices de curto prazo tiveram maior variância explicada em vértices de períodos mais próximos, ou seja, a Latente 1 explica melhor a variância vinculada aos vértices de 1 e 3 meses e a Latente 3 os vértices de 12, 36 e 60 meses. A Latente 2 foi menos representativa.

O risco país cresce em representatividade ao longo do tempo, enquanto as variáveis latentes decrescem em todos os vértices. O risco país foi mais significativo a partir de 12 passos (meses) à frente, sendo mais relevante para os vértices de 36 e 60 meses.

De maneira geral, a variância explicada pelas Latentes 1 e 3 indicam que a estrutura de curto e longo prazo, representadas pelas informações de 1 mês e 60 meses são significativas para a composição da estrutura do risco cambial.

Tabela 10 - Decomposição da Variância dos fatores de estado VAR macro e latentes

Vértices	Passos						
	(h)	Inflação	Produto	RiskBR	lat1	lat2	lat3
y1	1	1.19%	3.12%	2.28%	60.82%	19.89%	12.69%
	3	1.00%	3.82%	1.70%	73.44%	12.32%	7.72%
	12	1.40%	6.16%	4.35%	72.64%	9.72%	5.73%
	60	1.45%	9.12%	9.84%	65.75%	8.72%	5.11%

y3	1	6.75%	6.41%	8.44%	62.56%	1.65%	14.18%
	3	3.00%	5.62%	10.96%	68.88%	3.48%	8.06%
	12	3.07%	4.53%	9.44%	73.59%	4.40%	4.97%
	60	3.35%	3.83%	21.51%	63.38%	3.81%	4.11%
y12	1	1.42%	1.93%	13.50%	2.71%	1.00%	79.44%
	3	1.48%	1.10%	18.96%	19.00%	3.84%	55.63%
	12	5.80%	4.34%	14.69%	39.63%	4.70%	30.84%
	60	5.63%	9.08%	57.31%	15.28%	1.75%	10.94%
y36	1	0.55%	0.16%	0.00%	4.53%	1.78%	92.98%
	3	4.36%	1.00%	0.54%	5.31%	2.01%	86.78%
	12	9.38%	9.19%	22.90%	12.83%	2.08%	43.62%
	60	5.65%	8.48%	71.05%	3.52%	0.54%	10.77%
y60	1	0.10%	0.48%	3.24%	5.83%	8.98%	81.37%
	3	2.37%	4.28%	8.70%	4.67%	6.78%	73.21%
	12	6.98%	14.75%	37.50%	4.93%	3.28%	32.56%
	60	4.93%	10.34%	74.80%	1.29%	0.80%	7.84%

Fonte: Elaboração Própria

3.3.7. Modelos VAR não restritos para o Risco Cambial

Os modelos VAR Gaussiano restritos possuem elevada dificuldade computacional e muitas vezes não asseguram o ponto de máximo. Creal e Wu (2013) apresentam alternativas de métodos que buscam agilizar esse processo, que pode dispende dias na busca do melhor modelo, sem a necessária garantia de precisão dos resultados máximos a serem alcançados, o que ocorreu de fato nas modelagens restritas utilizadas nesse trabalho. O mesmo ocorre para a proposta de Ang e Piazzessi (2002), referenciada nessa aplicação. Aplicações de VAR para o risco cambial mais objetivas e práticas são contribuições necessárias, de acordo com os objetivos pretendidos.

Como visto, os modelos propostos para compreensão da estrutura a termo do risco cambial partem de um modelo VAR que se relaciona entre os vértices selecionados e utiliza variáveis macroeconômicas e latentes como variáveis explicativas. As variáveis macroeconômicas

seguem a regra de Taylor (1993), buscando como fatores explicativos a inflação e o produto, respectivamente, adicionados ao risco país, por se tratar de uma economia emergente.

Nesta proposição alternativa apresenta-se a mesma composição das variáveis explicativas do modelo restrito utilizando-se a técnica de componentes principais. Para o primeiro bloco foram extraídos componentes principais de cada um de 2 (dois) grupos distintos separadamente, um para explicação pela inflação e outro pela produtividade. Esses dois componentes, somados ao risco país, foram utilizados como variáveis explicativas no VAR Gaussiano restrito, também. Para a geração desses componentes, primeiramente foram normalizadas as séries que fizeram parte desse grupo para se obter uma média zero e variância padrão unitária. Foram estruturados 2 (dois) vetores Z_t^i , sendo um de inflação e outro de produto da mesma forma que utilizado no modelo restrito, sendo este último vetor composto por um componente principal formado por mais dois vetores, sendo o primeiro desses, dado pela taxa de desocupação de regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre, divulgada pelo IBGE e o outro ao componente principal de índices de bolsas mundiais, selecionadas a IBOVESPA, NASDAQ, S&P500, SSECOMP, NIKKEI, HSENG, FTSE, DAX, buscando-se, assim, a geração de uma *proxy* de expectativa de produto.

No modelo alternativo é proposta, ainda, a inclusão de variáveis latentes, não observáveis, de forma defasada, em um período. É analisada uma proposição, relativa à formação de componentes principais dos resíduos do risco cambial, modeladas individualmente por MQO, tendo as variáveis macroeconômicas os componentes de inflação, produto e risco país como explicativas. Assim, é utilizada uma estrutura completa defasada, formada por todos os vértices analisados, que terão os três primeiros componentes principais para explicação do risco cambial do período seguinte.

Tabela 11 - Decomposição da Variância dos Componentes Principais de Variáveis Latentes (Vértices 1, 3, 6, 12, 24, 36 e 60 meses)

compResidT	Comp,1	Comp,2	Comp,3	Comp,4	Comp,5	Comp,6	Comp,7
Resid1	-0,20	0,71	0,66	-0,14	0,00	-0,01	0,01
Resid2	-0,36	0,39	-0,40	0,60	-0,30	-0,31	-0,11
Resid3	-0,41	0,23	-0,40	-0,12	0,42	0,65	-0,05

Resid4	-0,42	-0,04	-0,21	-0,49	0,22	-0,59	0,38
Resid5	-0,42	-0,24	0,07	-0,37	-0,41	0,02	-0,68
Resid6	-0,41	-0,29	0,21	0,13	-0,46	0,34	0,60
Resid7	-0,37	-0,38	0,40	0,46	0,55	-0,14	-0,18
% Variância							
Explicada	73,60%	90,10%	96,60%	99,12%	99,62%	99,90%	100,00%

3.3.8. *Risco Cambial Integrado Irrestrito*

A partir daí é proposto um modelo completo para todos os vértices. O objetivo é avaliar a inclusão imediata de todas as variáveis explicativas do modelo, de forma mais parcimoniosa. Nesse ponto é relevante se destacar, também, a inclusão das variáveis latentes por meio da geração de resíduos dos modelos encontrados por MQO para todos os vértices com a decomposição da variância dos principais componentes deste vetor totalizado, como apresentado no tópico anterior. Estrutura-se, inicialmente, um modelo composto somente pelas 3 (três) variáveis latentes defasadas, de forma a identificar a relevância das mesmas. Os resultados do R^2 ajustado para os diferentes vértices são apresentados a seguir.

Tabela 12 - Modelo Todos os Vértices somente com Latentes

Resultados Gerais	Vértice 1m	Vértice 3m	Vértice 6m	Vértice 12m	Vértice 24m	Vértice 36m	Vértice 60m
loglik	3270,4						
r-squared	0,57	0,82	0,84	0,88	0,85	0,75	0,64
adj,r ²	0,54	0,81	0,83	0,87	0,84	0,73	0,61
estatística F	16,84	57,73	67,70	89,82	72,39	37,91	21,82
p-valor	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Elaboração Própria

A partir daí faz-se a inclusão das variáveis macroeconômicas inflação, produto e risco país nos mesmos moldes anteriores.

O modelo obedeceu a seguinte estrutura:

$$Rc_{jm} = b_{k0} - a_{k2}Rc_{Cijm} + b_{k1}Rc_{im-1} + \theta_1 comp, inf, + \theta_2 comp, Product + \theta_3 RP + \theta_4 Lat1_{t-1} + \theta_5 Lat2_{t-1} + \theta_6 Lat3_{t-1} \quad (71)$$

Sendo $j = 1, 3, 6, 12, 24, 36, 60$; $i = 1, 3, 6, 12, 24, 36, 60$; Cij o conjunto complementar de ij e $K = 1$ a 7 e $comp, Inf, comp, Product$ e RP , sendo as variáveis explicativas Componente de Inflação, Componente de Produtividade e Risco País, respectivamente e $Lat1, 2$ e 3 as variáveis Latentes defasadas $1, 2$ e 3 .

Nota-se melhora relevante, identificada principalmente pelo valor do R^2 ajustado nos vértices de curto prazo, até 12 meses, quando comparadas as tabelas 12 e 13.

Tabela 13 - Modelo VAR Não Restrito

Resultados Gerais	Vértice 1m	Vértice 3m	Vértice 6m	Vértice 12m	Vértice 24m	Vértice 36m	Vértice 60m
loglik	3397,11						
r-squared	0,65	0,94	0,95	0,93	0,86	0,75	0,65
adj,r ²	0,62	0,93	0,94	0,93	0,84	0,73	0,61
estatística F	17,75	137,52	166,61	134,85	56,58	28,58	17,49
p-valor	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Elaboração Própria

Os valores dos coeficientes, assim como os níveis de significância dos mesmos são destacados a seguir.

Tabela 14 - Resultados Gerados para o Modelo Todos os Vértices

Vértice 1m	Coefficients	Std,Error	t,stat	p-value
RC,1m,11	-8,6726	4,9880	-1,7387	0,0846
RC,3m,11	1,4024	1,8192	0,7709	0,4423
RC,6m,11	8,5471	3,0114	2,8382	0,0053
RC,12m,11	3,5516	3,5701	0,9948	0,3218
RC,24m,11	1,6880	2,0483	0,8241	0,4115
RC,36m,11	-1,6158	1,8650	-0,8664	0,3880
RC,60m,11	-0,7643	3,0583	-0,2499	0,8031
const	-0,0613	0,0846	-0,7239	0,4705

Inf,	-0,0120	0,0066	-1,8329	0,0693
RP	-1,5108	0,3495	-4,3225	0,0000
Produit	-0,0114	0,0218	-0,5247	0,6007
LT1-1	0,0087	0,0111	0,7793	0,4373
LT2-1	0,3430	0,1719	1,9958	0,0482
LT3-1	0,4951	0,2910	1,7018	0,0913

Vértice 3m	Coefficients	Std,Error	t,stat	p-value
RC,1m,11	-2,5409	1,3602	-1,8680	0,0642
RC,3m,11	0,7600	0,4961	1,5320	0,1281
RC,6m,11	2,1256	0,8212	2,5884	0,0108
RC,12m,11	1,1821	0,9736	1,2142	0,2270
RC,24m,11	-0,1782	0,5586	-0,3190	0,7503
RC,36m,11	0,1193	0,5086	0,2347	0,8149
RC,60m,11	0,5043	0,8340	0,6046	0,5465
const	0,0209	0,0231	0,9036	0,3680
Inf,	-0,0018	0,0018	-0,9956	0,3214
RP	-1,3781	0,0953	14,4585	0,0000
Produit	0,0147	0,0059	2,4764	0,0146
LT1-1	0,0013	0,0030	0,4227	0,6732
LT2-1	0,1048	0,0469	2,2366	0,0271
LT3-1	0,1284	0,0793	1,6179	0,1083

Vértice 6m	Coefficients	Std,Error	t,stat	p-value
RC,1m,11	-2,8445	1,0209	-2,7862	0,0062
RC,3m,11	0,4310	0,3723	1,1575	0,2493
RC,6m,11	2,4900	0,6164	4,0399	0,0001
RC,12m,11	1,7655	0,7307	2,4162	0,0172
RC,24m,11	0,3652	0,4192	0,8711	0,3854
RC,36m,11	0,0663	0,3817	0,1736	0,8625

RC,60m,11	-0,1561	0,6259	-0,2494	0,8035
const	-0,0023	0,0173	-0,1321	0,8951
Inf,	-0,0005	0,0013	-0,3567	0,7219
RP	-1,0627	0,0715	14,8544	0,0000
Produit	0,0065	0,0045	1,4679	0,1447
LT1-1	0,0029	0,0023	1,2599	0,2101
LT2-1	0,1147	0,0352	3,2604	0,0014
LT3-1	0,1490	0,0596	2,5013	0,0137

Vértice 12m	Coefficients	Std,Error	t,stat	p- value
RC,1m,11	-3,8946	0,9269	-4,2019	0,0001
RC,3m,11	1,1235	0,3380	3,3235	0,0012
RC,6m,11	2,1547	0,5596	3,8507	0,0002
RC,12m,11	3,1651	0,6634	4,7711	0,0000
RC,24m,11	0,9730	0,3806	2,5563	0,0118
RC,36m,11	-0,2002	0,3465	-0,5778	0,5645
RC,60m,11	-1,6263	0,5683	-2,8617	0,0050
const	0,0010	0,0157	0,0652	0,9481
Inf,	-0,0026	0,0012	-2,1192	0,0361
RP	-0,6196	0,0649	-9,5404	0,0000
Produit	0,0021	0,0040	0,5088	0,6118
LT1-1	0,0001	0,0021	0,0283	0,9775
LT2-1	0,1448	0,0319	4,5341	0,0000
LT3-1	0,2164	0,0541	4,0024	0,0001

Vértice 24m	Coefficients	Std,Error	t,stat	p- value
RC,1m,11	-2,9905	1,0485	-2,8523	0,0051
RC,3m,11	0,9581	0,3824	2,5055	0,0135
RC,6m,11	1,7239	0,6330	2,7234	0,0074
RC,12m,11	2,1816	0,7504	2,9072	0,0043

RC,24m,11	1,1828	0,4306	2,7472	0,0069
RC,36m,11	-0,1248	0,3920	-0,3183	0,7508
RC,60m,11	-1,8216	0,6428	-2,8337	0,0054
const	0,0067	0,0178	0,3752	0,7082
Inf,	-0,0004	0,0014	-0,2956	0,7680
RP	-0,1306	0,0735	-1,7781	0,0779
Produit	-0,0014	0,0046	-0,3096	0,7574
LT1-1	-0,0014	0,0023	-0,5848	0,5598
LT2-1	0,1058	0,0361	2,9287	0,0041
LT3-1	0,1721	0,0612	2,8136	0,0057

Vértice 36m	Coefficients	Std,Error	t,stat	p- value
RC,1m,11	-2,9947	1,2936	-2,3149	0,0223
RC,3m,11	1,0423	0,4718	2,2092	0,0290
RC,6m,11	1,8244	0,7810	2,3359	0,0211
RC,12m,11	1,8161	0,9259	1,9615	0,0521
RC,24m,11	1,4344	0,5312	2,7001	0,0079
RC,36m,11	-0,7178	0,4837	-1,4841	0,1404
RC,60m,11	-1,6917	0,7932	-2,1328	0,0349
const	0,0234	0,0219	1,0645	0,2892
Inf,	-0,0010	0,0017	-0,5875	0,5580
RP	0,0215	0,0906	0,2372	0,8129
Produit	0,0006	0,0056	0,1051	0,9165
LT1-1	-0,0036	0,0029	-1,2645	0,2085
LT2-1	0,1022	0,0446	2,2930	0,0236
LT3-1	0,1747	0,0755	2,3158	0,0222

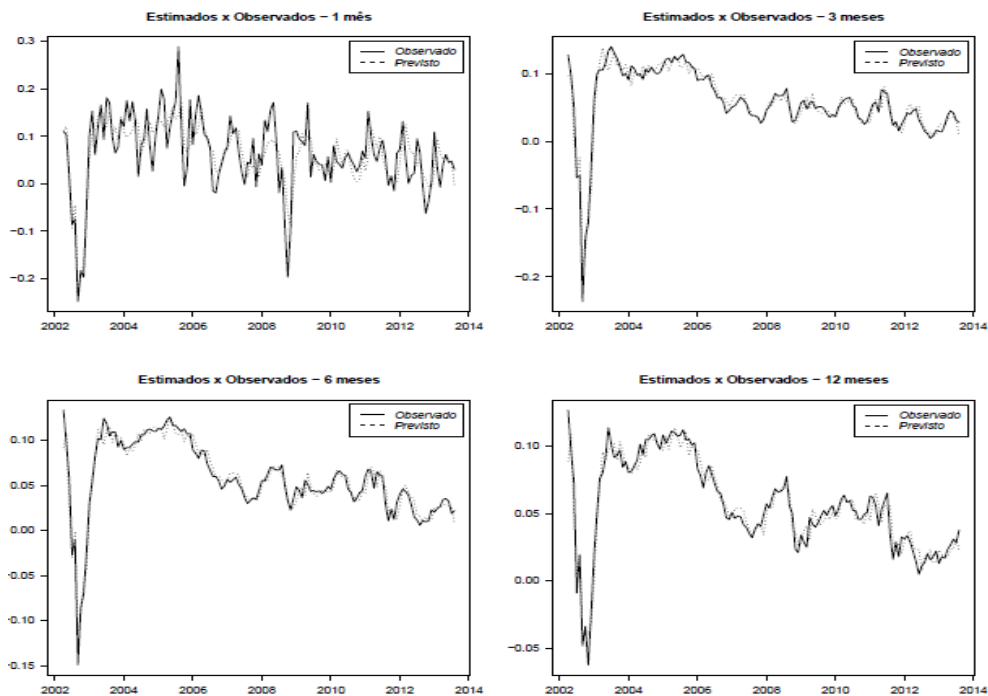
Vértice 60m	Coefficients	Std,Error	t,stat	p- value
RC,1m,11	-3,3444	1,4780	-2,2627	0,0254
RC,3m,11	1,2386	0,5391	2,2976	0,0233

RC,6m,11	1,9422	0,8923	2,1765	0,0314
RC,12m,11	2,2333	1,0579	2,1111	0,0368
RC,24m,11	1,2865	0,6070	2,1195	0,0361
RC,36m,11	-1,2677	0,5526	-2,2940	0,0235
RC,60m,11	-1,9233	0,9062	-2,1223	0,0358
const	0,0424	0,0251	1,6894	0,0937
Inf,	-0,0016	0,0019	-0,8181	0,4149
RP	0,1989	0,1036	1,9201	0,0572
Product	0,0030	0,0064	0,4672	0,6412
LT1-1	-0,0067	0,0033	-2,0240	0,0452
LT2-1	0,1094	0,0509	2,1491	0,0336
LT3-1	0,1996	0,0862	2,3145	0,0223

Fonte: Elaboração Própria

A partir desses coeficientes são geradas as estimativas VAR para o risco cambial por vértice.

Figura 9 - Estimativas do Modelo VAR DO Risco Cambial de Todos os Vértices



Fonte: Elaboração Própria

Os termos defasados dos vértices do risco cambial são mais significativos a partir de 12 meses. Da mesma forma, os termos de curto prazo parecem mais correlacionados entre si. Tal constatação parece evidenciar que a estrutura de risco cambial por um modelo VAR parece mais representativa se subdividida em curto e longo prazo no Brasil. Proposições de modelagens exclusivas para o curto prazo também podem ser testadas, como pressuposto de estruturação de variáveis explicativas para o longo.

O fator de produtividade somente foi significativo a 90% para o vértice de 3 meses e o componente de inflação somente para 1 e 12 meses, O risco país somente não foi relevante para os vértices de 24 e 36 meses, em um nível de confiança de 99%. O segundo e o terceiro componentes de latentes foram significativos em todos os vértices a 95%, salvo no vértice de 3 meses a 89% para o terceiro componente. O primeiro componente latente foi significativo a 95% somente no vértice de 60 meses.

De maneira geral, as variáveis latentes parecem ter retirado poder de explicação das variáveis macroeconômicas. As correlações dos resíduos também se mantiveram altas para os vértices 6 e 12 meses e entre os vértices de 24,36 e 60 meses.

O modelo, embora tenha apresentado valores para o R^2 ajustado menores que 80%, somente para os vértices de 1, 36 e 60 meses parece não se mostrar completo, parte pelas variáveis latentes defasadas não representarem, aparentemente, o complemento explicativo mais indicado para a modelagem do risco cambial com variáveis macroeconômicas, o que pressupõe a tentativa de outras técnicas disponíveis, como também foi apresentado neste capítulo.

3.3.9. A Análise de Impulso Respostas dos Modelos Irrestritos

Foi realizada a análise de impulso resposta dos modelos irrestritos com choques nos termos cambiais defasados. Percebe-se obviamente que o impacto é maior no próprio termo defasado para cada vértice e há maior influência do impacto pela proximidade dos vértices. Os impactos se dissipam a partir do 4º mês em diversos vértices, tornando-se sem efeito a partir do 10º mês, Os resultados são apresentados nos anexos.

3.3.10. Os Modelos Propostos analisados fora da Amostra

Os modelos restrito e irrestrito foram comparados dentro e fora da amostra. Claramente em termos de EQM a estimativa proposta pelo modelo restrito, segundo a aplicação de Ang e Piazzesi (2003) gerou menor erro quadrático médio tanto dentro, quanto fora da amostra, tendo nesta última se acentuado as diferenças para os vértices de 3 e 36 meses.

Tabela 15 - Erro Quadrático Médio (EQM) das Estimativas Restrita e Irrestrita

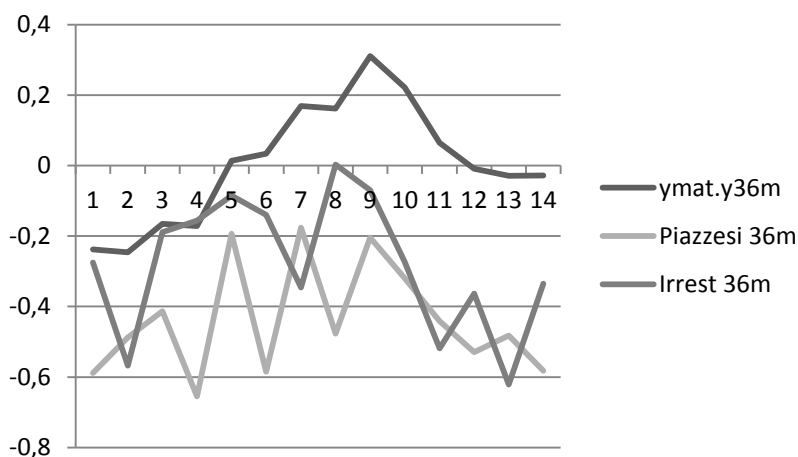
	Rc Piazzesi 3 m	Rc Irrest 3m	Rc Piazzesi 36 m	Rc Irrest 36m
EQM Dentro da amostra	0,2014	1,2547	0,1113	0,5517
EQM Fora da amostra	0,1975	0,4009	0,0223	1,3691

Fonte: Elaboração Própria

Embora haja inúmeras possibilidades de construção dos modelos e o método aplicado fora da amostra tenha preservado os vértices de referência de 1, 12 e 60 meses para ambos os casos com cotações de mercado, fato que não ocorreria na prática, os resultados direcionam para persistência em modelagens restritas e em condições econométricas mais robustas, ainda que computacionalmente mais exigentes. Ressalta-se que o modelo irrestrito teve estimativas melhores nos vértices entre 3 e 12 meses, tendo pior R^2 ajustado nos vértices de longo prazo,

sendo de 0,73 para o vértice de 36 meses. Os valores dos coeficientes do vértice de 3 meses, no entanto, foram muito ruins para a base defasada do risco cambial e se destacaram mais nas variáveis macroeconômicas e latentes, que possuem maior variação fora da amostra, devido ao método comparativo utilizado. O valor do EQM se reduziu para o modelo irrestrito fora da amostra sem o uso das latentes para ambos os vértices comparados, o que sugere menor efetividade de sua aplicação nesse contexto.

Figura 10 - Estimativa do Risco Cambial de 36 meses Fora da Amostra (14 meses à frente)



Fonte: Elaboração Própria

3.4. Considerações Finais

A abordagem proposta com base na estrutura de Ang e Piazzesi (2003) foi aderente no período amostral. A análise de impulso resposta mostrou impactos mais elevados ocasionados para o risco país e das variáveis latentes 1 e 3, com origem nos vértices de 1 mês e 60 meses, respectivamente, havendo persistência dos impactos das variáveis macro, especialmente do risco país, mesmo após 50º mês à frente nos vértices analisados de 3 e 36 meses. Em relação às variáveis latentes, há maior influência e impacto da latente originada no vértice de 1 mês na modelagem para o vértice de 3 meses e da Latente 3, com origem no vértice de 60 meses, no vértice de 36 meses. Pela decomposição e variância constata-se a forte influência da memória recente na composição do risco cambial em todos os vértices.

A modelagem proposta com base em Ang e Piazzesi (2003) mostrou-se aplicável ao prêmio cambial por vértice. Também é justificável a utilização das proposições para inflação, produto

e risco país para modelagem desse prêmio, embora inflação e produto tenham tido baixa representatividade na variância explicada 60 meses à frente.

A análise de impulso resposta das variáveis explicativas macroeconômicas exerceram maior impacto no vértice de 3 meses e maior persistência no de 36 meses, à exceção para o risco país que foi mais representativo no vértice de 36 meses, entre esses dois vértices comparados. Em relação às variáveis latentes, a primeira latente foi mais impactante no vértice de 3 meses e a terceira latente no vértice de 36 meses. Já a decomposição de variância demonstra forte relevância da Latente 1 em todos os casos e também de forte relevância da Latente 3 nos vértices de 12, 36 e 60 meses. Demonstra presença relevante também do risco país, especialmente para os vértices a partir de 12 meses.

De modo geral, conclui-se que as variáveis inflação e produto exercem menor influências no modelo restrito, ficando este efeito com maior peso para o risco país e as variáveis latentes. Presume-se que efeitos de incerteza exercem maior relevância nas variações dos prêmios a termo formados.

O modelo restrito apresenta relevante resposta dos termos de curto prazo afetando os vértices de longo prazo, bem como a aparente correspondência de termos defasados recentes impactando toda a estrutura a termo do risco cambial. Desse modo, propõe-se no capítulo posterior a análise de uma possibilidade de substituição das variáveis macro pelo *Forward Premium Puzzle* gerado, além do vínculo de um modelo VAR irrestrito estimado para o curto prazo para a formação de vértices do risco cambial de longo prazo, de 24 e 60 meses, buscando-se evidências de relações causais entre o curto e o longo prazo, associados à memória recente do *fpp* como variável explicativa. Relaciona-se, também, o contexto de expectativas racionais implícito nos modelos.

Modela-se, assim, no próximo capítulo, o risco cambial por um modelo VAR baseado na mensuração do *Forward Premium Puzzle* (*fpp*) ocorrido e em variáveis latentes. Realiza-se o processo em duas etapas. Constrói-se um modelo VAR não restrito com base no *fpp* para a estrutura de vértices de curto prazo de 1, 6 e 12 meses. Com base nessa estimativa constrói-se a estrutura a termo do risco cambial de longo prazo de 24 e 60 meses, baseado no trabalho de Ang e Piazzesi (2003), por um VAR Gaussiano, em um processo de Markov, com complemento de variáveis latentes geradas pelo próprio modelo de curto prazo, em variáveis extraídas de seus vértices. Adiciona-se o argumento que esses modelos se fundamentam na hipótese de expectativas racionais da estrutura a termo da taxa de juros.

4. FORWARD PREMIUM PUZZLE COMO INFORMAÇÃO RELEVANTE PARA A ESTRUTURA A TERMO DO RISCO CAMBIAL

4.1. Introdução

Modelos para taxa de câmbio que se baseiam em movimentos aleatórios ainda se mostram inconclusivos (Mark, 1995, p. 201). Ao mesmo tempo, para Taylor, M. (1987), o *Forward Premium*, representado pela diferença entre os contratos futuros e à vista não se mostra um bom preditor para a desvalorização esperada da moeda em uma formulação risco-neutra. Clarida e Taylor (1997) argumentam, no entanto, que a incapacidade dos contratos futuros serem bons previsores dos preços à vista entre moedas não implica que as taxas a termo não contenham informação valiosa para previsões futuras da relação entre essas moedas. Os autores desenvolvem uma estrutura relacionando a taxa à vista entre moedas e sua estrutura a termo, sem assumir definição específica para o prêmio de risco ou para formação de expectativas, exceto que essas estruturas respeitam a hipótese de mercado eficiente neutro ao risco, direcionadas em um intervalo estacionário entre taxas a termo e esperadas para o futuro por meio da existência de um vetor linear de equilíbrio (VECM). Utilizam, assim, informação da estrutura do *forward premium* para melhorar a performance da previsão dada pelo movimento aleatório.

A questão é que as abordagens isoladas se mostram incompletas e a rejeição da hipótese de mercado eficiente não implica no abandono da utilização de seu arcabouço teórico e, sim, de sua necessária complementação.

Boothe e Glassman (1987), por exemplo, encontram evidências de que as distribuições condicionadas funcionam bem para taxas nominais de câmbio. Cadeias de Markov para a modelagem de taxas de câmbio nominais também são muito utilizadas e, embora aparentemente não produzam resultados superiores às previsões geradas por movimentos aleatórios, há estudos que já indicam o contrário para a taxa de câmbio à vista, demonstrando que a utilização desse tipo de estrutura sinaliza uma evolução desses modelos. Clarida, Sarno e Taylor (2003) também utilizam cadeias de Markov associadas com vetores autorregressivos VECM para modelar a estrutura a termo do *forward premium*.

Abordagens VAR são bem flexíveis e possibilitam a utilização de análises e funções de impulso resposta e decomposições de variância, propiciando cenários que relacionam choques em variáveis macroeconômicas e em movimentos ao longo da curva de juros. Outros aspectos presentes na curva de juros podem ser incorporados em estudos por meio de aplicações VAR

condicionadas, associadas às cadeias de Markov, em modelos afins e em espaço de estados, (Ang e Piazzesi, 2003).

As previsões para o câmbio trazem em si, ainda, além do componente da expectativa da desvalorização cambial, o prêmio de risco e esses componentes estão presentes na formação da taxa de juros e, conseqüentemente, na estrutura a termo dessa taxa.

Muitos autores, como Cochrane e Piazzesi (2008), Campbell e Shiller (1991), Curthbertson e Nitzsche (2005) identificam que os prêmios de risco na estrutura a termo são dados por valores constantes, somados aos excessos de retornos implícitos na curva de juros em relação ao retorno ofertado na taxa à vista de curto prazo, como a SELIC no Brasil, compondo justificativas como prêmios por liquidez, sendo estes constantes ao longo do tempo ou maiores para os spreads mais longos, prêmios influenciados pelo estoque disponível do valor dos ativos, influenciando os spreads, ou simplesmente pela exigência de retornos constantes por período de carregamento.

A compreensão dos prêmios a termo é ancorada na maioria das vezes pela hipótese de expectativas racionais na formação dos modelos, ainda que de forma complementar. A busca de argumentos adicionais, a partir dessa hipótese, torna-se crucial para compreensão desses prêmios, que passa pela análise dos ajustes necessários aos desvios ou anomalias implícitas nessas relações.

Fama (1984) identifica uma relação negativa entre a desvalorização cambial e a taxa de juros praticada, ou da variação suspostamente esperada e a ocorrida, destacando o que denominou de *Forward Premium Puzzle (fpp)*.

Esse capítulo busca estruturar e modelar o risco cambial presente na estrutura a termo da taxa de juros, que possui similaridade ao prêmio proposto por Fama, em um modelo VAR gaussiano, em espaço de estados, como proposto por Ang e Piazzesi (2003) para a compreensão da estrutura a termo da taxa de juros, pela utilização do prêmio incorrido, diferença entre a variação cambial ocorrida e o *forward premium*, classificado no trabalho como o próprio *Forward Premium Puzzle (fpp)* realizado. Tenta-se avaliar se a memória recente desse *puzzle* traz evidências macroeconômicas e outras na composição do prêmio de risco cambial a termo. Adicionam-se variáveis latentes nessa análise.

A estrutura da modelagem é realizada em duas etapas. A estrutura proposta por Piazzesi (2003), embora robusta em sua construção sob ausência de arbitragem e em espaço de

estados, em um modelo VAR condicionado, funciona como uma espécie de modelo de alisamento, em que se utiliza parte da estrutura a termo para estimativa de sua estrutura complementar.

A ausência de curvas a termo de referência na prática dificulta a construção do modelo ou interfere em sua eficiência preditiva. Assim, optou-se pela construção de um VAR irrestrito para a modelagem do risco cambial para os vértices de curto prazo, de 1, 6 e 12 meses com base somente no *fpp* e então, com base na estimativa desses vértices de curto prazo, constroem-se os vértices de longo prazo de 24 e 36 meses, conforme Ang e Piazzesi (2003), utilizando-se a variável *fpp* como explicativa e as variáveis latentes geradas pelos termos oriundos dos vértices de 1, 6 e 12 meses, classificando essas estimativas como sem erro. O pressuposto é que haveria maior eficiência na estimativa da estrutura de curto prazo com base na informação do *fpp* de 1 mês, que abrangeria em seu termo percepções macroeconômicas ou mesmo de outras variáveis que afetam o modelo, ou seja, haveria informação relevante no *fpp* recente e incorrido para modelagem da estrutura do risco cambial de curto prazo e os demais vértices seriam gerados na sequência, por modelagem mais robusta.

4.2. A Hipótese de Expectativas Racionais e a Estrutura a Termo da Taxa de Juros

A compreensão da hipótese das expectativas racionais na estrutura a termo da taxa de juros e nos prêmios implícitos nessas taxas é crucial para a definição dos modelos que possam explicar o comportamento dessas taxas e prêmios. As evidências empíricas têm apontado que a hipótese de expectativas racionais é insuficiente para descrever os dados dessa estrutura satisfatoriamente.

McCallum (1994) sugere que a falha nos testes da hipótese de expectativas racionais estaria ligada à política monetária exercida pelo banco central, argumentos também utilizados pela pesquisa de Marçal e Pereira (2007) para o Brasil. Estes autores argumentam, ainda, que tal ineficiência poderia estar ligada a outros fatores, como algum tipo de ineficiência informacional no mercado brasileiro e/ou a falhas no processo de formação de expectativas - irracionalidade. Não descartam, também, a possibilidade dos modelos estatísticos utilizados não descreverem bem os dados por conta de alterações estruturais importantes.

Pode-se definir o retorno previsto para a estrutura a termo da taxa de juros, como demonstrado por Campbell e Shiller (1991):

$$r_t^{(j)} = \frac{1}{p} E_t \left(r_t^{(n)} + r_{t+n}^{(n)} + r_{t+2n}^{(n)} \dots + r_{t+in}^{(n)} \right) + r p_t^{(j,n)} = \frac{1}{p} \sum_{i=0}^{p-1} E_t \left(r_{t+in}^{(n)} \right) + r p_t^{(j,n)} \quad (78)$$

Definindo-se como r_t^j o logaritmo do retorno pago anualizado por um título de longo prazo de j períodos e por r_t^n , o logaritmo do retorno anualizado pago por um título de prazo curto de n períodos tal que $n < j$, o spread $S^{j,n}$ pode ser definido como $r_t^j - r_t^n$. E_t representa a expectativa formada em t , $p = \left(\frac{j}{n}\right)$ e $1, 2, \dots, p$ e $r p_t^{j,n}$ o prêmio exigido para a manutenção do título por um prazo mais longo.

A teoria das expectativas da estrutura a termo da taxa de juros representa, assim, uma relação entre a taxa de longo prazo $r_t^{(j)}$ para j períodos e uma taxa de juros de curto prazo r_t^n , onde $\frac{j}{n}$ é um número inteiro e que o retorno de um período $r_t^{(j)}$ é determinado unicamente pelas expectativas das taxas correntes e futuras de juros em um conjunto de n períodos de r_t^n ativos.

A estrutura da equação (78) indica que existiriam duas estratégias. Uma de carregamento do título até o final para obtenção de um retorno r_t^j e outra pela compra de n títulos, um para cada vencimento, com retorno r_t^n , estratégias que seriam equivalentes. Outra opção seria a rolagem das taxas de curto prazo, vencimento a vencimento.

É esperado, em um mercado em equilíbrio e sujeito à arbitragem, que os agentes formem o prêmio r_{pt}^{jn} dadas as taxas de curto prazo, como a SELIC, respeitando a equação (78) dos retornos, se as expectativas forem formadas de maneira racional. Os retornos esperados seriam dados por taxas de curto prazo na média, somado um prêmio de risco. Excessos de retorno que violassem essa média seriam tidos como anormais e violariam a hipótese de expectativas racionais.

Marçal e Pereira (2007) apresentam tipologias para classificar as diversas formas como o prêmio de risco é modelado, diante da hipótese das expectativas racionais, sendo estas:

- a) hipóteses de expectativas puras, onde prêmio requerido é constante e igual a zero;
- b) hipótese de expectativas com prêmio constante: prêmio requerido é constante, diferente de zero e igual para todos os vencimentos;
- c) hipótese de prêmio crescente ou de preferência pela liquidez: o prêmio é constante ao longo do tempo e maior para os *spreads* mais longos;

- d) hipótese de risco variável ao longo do tempo: o prêmio requerido varia ao longo do tempo;
- e) hipótese de segmentação de mercado: o valor dos ativos depende de alguma forma do estoque disponível dos mesmos, o que influencia nos *spreads*; e
- f) retornos constantes por período de carregamento: deve-se comparar o retorno de cada título, de qualquer vencimento, pelo carregamento destes por um período fixo, e não por seus vencimentos.

A hipótese de expectativas também pode ser apresentada da seguinte forma.

$$r_t^{(j)} - r_t^{(n)} = \sum_{n=1}^{p-1} \left(1 - \frac{1}{p}\right) E_t(\Delta_t^{(n)} r_{t+p}^{(n)}) + r p_t^{(j,n)} \quad (79)$$

$\Delta_t^{(n)}$ indica que uma variação é mensurada ao longo de n períodos: $\Delta_t^{(n)} r_{t+p}^{(n)} = r_{t+p}^{(n)} - r_t^{(n)}$, (Campbell e Shiller, 1991).

A equação acima resume a noção de que o *spread* entre as taxas longas e curtas de juros é igual ao *spread* entre a expectativa para as taxas longas e curtas de juros, ou seja, as expectativas para o *spread* são, na média, uma projeção não enviesada do *spread* verificado ex-post (Guizzo, 2014).

Inúmeros são os testes para evidenciar essa hipótese. Um destes se refere à composição dos *spreads*, apresentado também, por Campbell e Shiller (1991), Cuthbertson (1996), Marçal e Pereira (2007) e Guizzo(2014).

A hipótese de expectativas (HE) da estrutura a termo afirma que o retorno em um período n de um ativo R_t^j é determinado somente pelas expectativas correntes e futuras de um conjunto de n períodos de ativos R_{t+j}^n (Campbell e Shiller, 1991). Utilizando o logaritmo de aproximação usual, a expectativa para as taxas de juros pode ser dada por:

$$\Delta R_{t+j}^j = \left(\frac{1}{p}\right) \sum_{i=0}^{p-1} E_t[\Delta R_{t+j}^n] + \varepsilon_{t+j} \quad (80)$$

Onde $E_t[\Delta R_{t+j}^n] = 0$, com $i = 1, 2, \dots, j$ e $p = n/m$ é um número inteiro.

Combinando a equação (80) com a equação (79) e reparametrizando os termos, obtém-se:

$$S_t^{j,n} = E_t \sum_{i=1}^{p-1} \left[\left(1 - \frac{i}{p}\right) \left(\Delta^j R_{t+j}^{(j)} + \varepsilon_{t+j}\right) \right] + T_t^{j,n} \quad (81)$$

Sob condições perfeitas acerca das taxas futuras de juros, o *spread* pode ser definido como:

$$PFS_t^{j,n} = \sum_{i=1}^{p-1} \left[\left(1 - \frac{i}{p}\right) (\Delta^j R_{t+j}^{(j)}) \right] \quad (82)$$

Dessa forma, aplicando-se o operador de expectativas na equação anterior, obtém-se:

$$E_t[PFS_t^{j,n} - S_t^{j,n}] = 0 \quad (83)$$

Assim, pela equação a seguir pode-se testar a Hipótese de Expectativas (HE). Se a hipótese nula for verdadeira na regressão, β será igual a 1 e os demais coeficientes zero.

$$PFS_t^{j,n} = \alpha + \beta S_t^{j,n} + \gamma \Omega_t + \varepsilon_t \quad (84)$$

Marçal e Pereira (2007) concluem que o modelo simples representado pela hipótese de expectativas mostrou-se insuficiente para descrever os dados brasileiros e que o esforço futuro deveria se concentrar mais na construção de modelos que melhorassem a *performance* do modelo simplificado ao invés de centrar esforços em novos testes da hipótese de expectativas, usando a metodologia tradicional.

Campbell e Shiller (1991) examinam a validade da hipótese de expectativas racionais pelo *spread* entre quaisquer duas taxas a termo como a soma das expectativas de variação nas taxas de juros entre os vencimentos de dois títulos e um prêmio de risco a termo constante.

Identificam que quando os *spreads* entre as taxas de longo prazo e o curto são relativamente altos, o retorno a termo do título longo tende a cair, durante a vida dos títulos a termo de curto prazo, o que é incompatível com as expectativas racionais. Ao mesmo tempo, taxas de curto prazo tendem a crescer durante a vida do título de longo, em consonância com a teoria das expectativas. Em resumo, os autores identificam que *spreads* elevados tendem a reduzir a taxa de longo e aumentar a taxa de curto.

Concluem, ainda, que é compreensível a identificação de incerteza nos *spreads*, especialmente se houver aumento do prazo do título de curto prazo. Propõem uma calibragem por meio de uma estimativa de *spread* teórico baseada em um modelo VAR entre o *spread* efetivo e a variação da taxa de longo prazo, o qual deveria ser equivalente ao *spread* efetivo sob a hipótese das expectativas. Os resultados demonstram a não rejeição da HE para títulos superiores a 5 anos e a rejeição de prazo inferior.

Os autores destacam ainda o fato de que para qualquer par de vencimentos a propagação de rendimento deixa de prever corretamente os movimentos subseqüentes no retorno das

obrigações de longo prazo, ainda que preveja movimentos das taxas de curto prazo, pelo menos na forma implícita, pela teoria das expectativas.

Outros testes como o de causalidade de Granger, cointegração, mensuração da volatilidade e modelos VAR podem ser utilizados para a verificação da hipótese de expectativas.

Há outros métodos disponíveis que incorporam a hipótese dessas expectativas para a estrutura a termo. McCallum (1994), por exemplo, propõe um modelo baseado na paridade descoberta de juros com uma regra monetária, que relaciona a variação da taxa de juros e a variação cambial, onde os agentes reguladores possuem certa tendência em resistir a rápidas alterações nas variações da moeda.

Para essa evidência, considere um preço de um título que não paga cupons. Dado um rendimento contínuo y_t , o retorno desse título será:

$$y_t^{(n)} = -\frac{1}{n} \log P_t^{(n)} \quad (85)$$

$P_t = e^{-ny_t t}$, conseqüentemente,

Fazendo r_t como as taxas de juros domésticas, iguais a y_t , e r_t^* , como taxas de juros externas $r_t^* = y_t^*$.

Em termos de formalização contínua, se os agentes são risco neutro, então:

$$\exp(ny_t^{(n)}) = E_t \left[\frac{S_{t+n}}{S_t} \exp(ny_t^{(n)*}) \right] \quad (86)$$

Pode-se esperar pela paridade descoberta da taxa de juros (*Uncovered Interest Parity - UIP*) que a relação de variação entre duas moedas se dê pela depreciação entre as taxas de juros dessas economias, ou seja, o rendimento esperado entre duas moedas se daria pela relação esperada de juros entre essas duas moedas, adicionadas à taxa externa.

Assumindo-se que o valor das taxas de câmbio spot está condicionado a um processo log-normal, a hipótese da paridade descoberta de juros por ser expressa como demonstrado por:

$$E_t(s_{t+n} - s_t) = -\frac{1}{2} V ar_t(s_{t+n} - s_t) + n(y_t^{(n)} - y_t^{(n)*}) \quad (87)$$

Sendo $-\frac{1}{2} V ar_t(s_{t+n} - s_t)$ a desigualdade de Jensen e S_t o log da taxa de câmbio à vista.

A hipótese supracitada pode ser validada empiricamente pela proposição da regressão da taxa após sua depreciação contra as diferenças existentes nas taxas, no mesmo período,

requerendo-se que o coeficiente de inclinação seja igual a 1. Estudos empíricos tem rejeitado fortemente essa hipóse, encontrando valores negativos para essa inclinação com resultados robustos, diferentemente de zero. Essa constatação empírica é conhecida como *forward premium puzzle* e implica que as taxas domésticas relativas às taxas externas produzem uma apreciação futura da moeda local. Esse prêmio é relacionado ao prêmio de risco racional no mercado internacional de câmbio e pode ser convencionado como $\xi_t^{(n)}$ e adicionado à hipótese da UIP como:

$$E_t(s_{t+n} - s_t) = n \left(y_t^{(n)} - y_t^{(n)*} \right) + \xi_t^{(n)} \quad (88)$$

Em resumo, $\xi_t^{(n)}$ está associado ao *forward premium (fp)* e ao risco cambial, uma vez que reflete o termo não explicado pelas variações das taxas interna e externa, presentes nesses riscos.

Assim, modelando o processo monetário nesse caminho, o processo de equilíbrio das taxas de câmbio resultaria em alternativas melhores para se capturar o *Forward Premium Puzzle*. Essa proposição é definida pela Regra de McCallum como política de estabilização da variação do câmbio, que tem a forma:

$$r_t - r_t^* = \psi_2 \Delta s_t + \psi_2 (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + e_t \quad (89)$$

Onde e_t representa o choque monetário de equilíbrio e que dependerá de outros elementos exógenos avaliados na política monetária e que, novamente, se relacionam com a estrutura a termo da taxa de juros e com o risco cambial.

Essa regra de política monetária implica que os bancos centrais intervêm nas taxas de juros de curto prazo para atingir dois objetivos provavelmente conflitantes: alcançar a estabilização das taxas de câmbio, evitando-se aumentar a taxa de inflação, conduzida na equação de McCallum (1994) pelo parâmetro $u_1 > 0$ e equilibrar as diferenças existentes na taxa de juros, dadas pelo parâmetro $u_2 < 1$. Assim, sinalizações de variações expressivas na taxa de câmbio, que implicariam em aumento de inflação, promoveriam uma elevação da taxa de juros doméstica para o equilíbrio do sistema.

Combinando a equação (84) com a equação (85) obtém-se:

$$s_{t+1} - s_t = -\frac{\psi_2 \rho}{\psi_1} (r_t - r_t^*) - \frac{1}{\psi_1} \xi_{t+1} + \frac{1}{\psi_1 + \psi_2 + \rho} e_t^\xi \quad (90)$$

Nessa base, McCallum (1994) conclui que u_2 é próximo de 1, u_1 é próximo de 0,2 e $p \ll 1$. Assim, um coeficiente negativo para a regressão do *forward premium* pode ser consistente com a paridade descoberta de juros.

No entanto, há uma limitação na exogeneidade do prêmio de risco e da necessidade de compreensão do termo e_t , uma vez que a relação dos componentes que determinam este erro interferem nesse ajuste, relacionando-se diretamente ao risco cambial, o que pressupõe incertezas relativas às expectativas geradas por possíveis depreciações cambiais e, conseqüentemente, da inflação futura. A compreensão da dinâmica dessa incerteza implica na mensuração e refinamento dos ajustes necessários, pois a limitação dessa teoria é que não há vínculo do prêmio de risco com os fatores que interferem em sua dinâmica, não evidenciado vínculos de fatores existentes no mercado de câmbio ao mercado de taxa de juros. Em síntese, essa teoria não explica como os fatores que direcionam o prêmio de risco no mercado de câmbio estão relacionados aos fatores que afetam as taxas de juros. Gallmeyer et al. (2005) reinterpreta a regra de McCallum (1994) no contexto da estrutura a termo, buscando esse tipo de evidência.

Brito, Guillen e Duarte (2004) sugerem que a falha da hipótese de expectativas pode estar ligada a questões de gestão da política monetária e não-racionalidade dos agentes ou como alternativa de que as expectativas não estariam sendo formadas de modo racional e as taxas de juros não incorporariam toda informação disponível.

A hipótese de expectativas, assim, precisa ser compreendida de forma flexível. Os *spreads* podem não ter poder preditivo sobre a evolução das taxas futuras. “Contudo, a hipótese de expectativas implica ainda que somente os *spreads* possuem algum poder preditivo sobre a evolução futura das taxas de curto prazo e que o conjunto de informação disponível não pode prever os erros de previsão realizados.” (MARÇAL e PEREIRA, 2007, p. 144)

Andrade e Tabak (2001) testam a hipótese de expectativas no Brasil e demonstram que medidas de risco, baseadas na compreensão de movimentos da estrutura a termo das taxas de juros melhoram a mensuração da expectativa dada pelas diferenças entre os *spreads*. Destacam ainda que as oportunidades de lucro não são suficientemente grandes para remunerar o risco existente nas transações de longo prazo, o que justificaria a baixa *performance* dessas expectativas.

Outra possibilidade, ainda incipiente no Brasil, consiste no uso de modelos de estrutura a termo da taxa de juros, em abordagens como propostas por Ang e Piazzesi (2003), que buscam incorporar ao VAR estimado informações sobre variáveis macroeconômicas, como produto e inflação, dadas as boas condições empíricas e teóricas que relacionam o comportamento das variáveis econômicas aos diversos *spreads*.

4.3. Paridade descoberta da Taxa de Juros

Para modelagens de prêmios cambiais, associados às expectativas racionais dos agentes é importante associar essas expectativas às estruturas de paridade descoberta e coberta de juros, presentes nessas relações.

Fama (1970) observa que, sob a hipótese de mercado eficiente, o retorno esperado (r_i) de equilíbrio de um ativo é uma função do risco, quando se trata de regime de câmbio flutuante.

O retorno esperado seria dado pela possibilidade de arbitragem de juros, dado pela captação de recursos externos, a uma taxa i^* , convertidos a uma taxa de câmbio doméstica e , posteriormente, aplicados em uma taxa também doméstica i , que receberia, no tempo $t + n$, um valor na moeda local, que quando convertida na taxa de câmbio em $t + n$ levariam a um retorno:

$$re_{t,n}^n = i_{t,n}^* + \varepsilon_{t,S_{t+n}} - \varepsilon_t - i_{t,n} \quad (91)$$

Assim, para que não haja arbitragem, pode-se compreender a paridade descoberta da taxa de juros - *Uncovered Interest Parity* (UIP) pelo simples e esperado reflexo na variação da taxa de câmbio, dado pela diferença entre as taxas de juros entre as economias.

$$\Delta \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon} = E_t s_{t+n} - s_t = i_{t,n} - i_{t,n}^* \quad (92)$$

Com a inclusão do prêmio de risco cambial sob a hipótese de expectativas, a condição de paridade descoberta de juros se modificaria para um determinado horizonte tempo em:

$$\frac{1}{n} (E_t s_{t+n} - s_t) = i_{t,n} - i_{t,n}^* + \alpha_n \quad (93)$$

Onde, s_t é o logaritmo da taxa de câmbio local, $i_{t,n}$ e $i_{t,n}^*$, n são as taxas contínuas doméstica e externa e α_n um prêmio cambial constante para n períodos.

Sendo $\Delta s_t = s_t - s_{t-1}$ e $k = m/n$, sendo $m > n$, a UIP pode ser testada pela seguinte regressão:

$$\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \Delta S_{t+i} = \alpha_n + \beta_n^{uip} (i_{t,n} - i_{t,n}^*) + \varepsilon_{t,t+n} \quad (94)$$

Onde $\beta = 1$ para a hipótese nula.

Pela hipótese de expectativa da estrutura a termo (*Expectations hypotheses of the term structure* - EHTS) tem-se:

$$i_{t,n} = \frac{1}{n} \sum_{h=0}^{n-1} E_t(t_{t+h,1}) + c_n \quad (95)$$

Como visto em tópico anterior, a EHTS se mantém se o termo de longo prazo da taxa de juros para um período for um estimador não enviesado da taxa de juros de curto prazo em um período $t + h$, durante a vida do título, somado ao prêmio de risco constante. Da mesma forma a UIP evidenciada no curto prazo, em períodos m , pode ser equivalente à EHTS em um prazo n . Supondo a UIP em m períodos:

$$\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m E_t \Delta S_{t+j} = \alpha_m + i_{t,m} - i_{t,m}^* \quad (96)$$

Essa relação se dá também separadamente nas taxas de juros doméstica e externa para n períodos.

$$\begin{aligned} i_{t,n} &= a_n + \frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} E_t(i_{t+jm,m}) \\ i_{t,n}^* &= a_n^* + \frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} E_t(i_{t+jm,m}^*) \end{aligned} \quad (97)$$

O que implica em:

$$\begin{aligned} i_{t,n} - i_{t,n}^* &= a_n - a_n^* + \frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} E_t(i_{t+jm,m} - i_{t+jm,m}^*) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E_t \Delta S_{t+j} + a_n - a_n^* - \alpha_m \end{aligned} \quad (98)$$

Assim, UIP no curto e no longo prazo e EHTS no longo prazo formam 3 (três) distintas hipóteses relacionadas de mercado eficiente na estrutura a termo.

Pesquisadores têm ignorado com frequência os desvios entre UIP e EHTS. A EHTS se diferencia entre países e parte da permanência do uso da hipótese que os controles dos agentes reguladores não têm sido racionais.

É possível que os bancos centrais tenham papel relevante na dinâmica desses dados. Os esforços da política monetária têm produzido movimentos aleatórios na trajetória de retornos das taxas de juros.

Mas como esse comportamento se relaciona ao prêmio de risco, é ainda incerto. Mark e Moh (2004) encontram que a UIP nas economias se mantém por semanas, exceto quando o Banco Central se engaja em intervenções nas taxas de câmbio. Não é certo que esses períodos, também, não estivessem ligados a eventos específicos de crise ou alterações em variáveis macroeconômicas relevantes.

Assim, examinar o papel dos bancos centrais nos desvios da UIP e EHTS é importante, mas também é condicionar modelos que capturem essas relações, dados os desvios presentes nas variáveis de mercado.

Há várias formas de determinar o prêmio de risco. Uma delas é considerar o prêmio de risco determinado pela diferença entre a taxa de câmbio efetiva e a taxa de câmbio esperada, tal que:

$$\rho_t^e = \varepsilon_t - \varepsilon_{t,t+n}^e \quad (99)$$

Um país com regime de câmbio flutuante, sob a hipótese de perfeita mobilidade de capital, a taxa de câmbio nominal e a taxa de juros nominal têm também de satisfazer à condição de paridade descoberta de juros (Carvalho, 2012).

Pela hipótese de expectativa racional, o retorno efetivo que o agente econômico obterá em $t + n$ deverá ser igual ao retorno esperado no tempo $t + n$ se e somente se a taxa de câmbio à vista (*spot*) for igual à taxa de câmbio futura (*forward*), considerado o prêmio de risco, o que implica, ainda, na hipótese de paridade coberta da taxa de juros, ainda que ajustada.

4.4. Paridade Coberta da Taxa de Juros

A teoria da paridade coberta da taxa de juros afirma que a diferença de juros entre dois ativos idênticos em todos os aspectos, menos em relação à moeda relacionada deve ser zero e lucros ocorridos em função de desvios de preços entre esses dois ativos devem ser compreendidos como oportunidades de arbitragem e, conseqüentemente, da evidência de mercado ineficiente. A comparação de ativos em economias desenvolvidas com as de ativos em economias

emergentes deve incorporar fatores como prêmios de risco, de conversibilidade e outros como o risco de crédito e o risco cambial, como ressaltado por Garcia (2001).

A evidência da paridade coberta da taxa de juros se apresenta como um instrumento de avaliação eficiente do mercado de capitais internacional, como mostram Levich (1979) e MacDonald e Taylor (1989) e Taylor (1987). Ainda, traduzem as relações entre as moedas futuras e as presentes como simples relações de juros, implicando em uma relação de determinação de preços desses contratos futuros, dependente somente do valor das taxas spot, mantendo-se as demais relações de juros constantes entre os países envolvidos.

Alguns estudos, no entanto, como em Willet (1979) sugerem que há desvios dessa paridade, mesmo em economias desenvolvidas, implicando em ineficiência de mercado. Outros estudos, todavia, como em Agmon e Bronfeld (1975) e em Taylor (1987) apontam que o problema estaria na inconsistência dos dados, uma vez que na maioria das pesquisas são utilizados dados de fechamento de mercado, muitas vezes não possuindo coincidência de horários de negociação, o que propiciaria grandes distorções de análise.

Para economias emergentes, no entanto, esta paridade não se aplica diretamente e seria necessário o ajuste da variável risco país, bem como da análise da expectativa de variação cambial e do risco cambial implícitos para que houvesse uma relação direta entre essas relações.

A paridade coberta da taxa de juros implica que o valor entre dois ativos idênticos no tempo e em moedas distintas deve se diferenciar apenas na relação de juros entre as economias. A composição de contratos futuros de moedas em relação ao mercado spot seria, então, uma relação do fator de juros em uma economia sobre o fator de juros da outra. O pressuposto é que a aplicação de recursos em uma determinada economia, dada uma relação entre moedas, viabilizaria a remuneração desses recursos somente na moeda de posicionamento, perdendo a oportunidade de remuneração e posicionamento na outra moeda relacionada. Em resumo, não podem ser aplicados os mesmos recursos fisicamente em duas moedas distintas no mesmo período, o que pressupõe a perda de juros em uma delas. Essa imposição pressupõe uma relação de mercado eficiente, evitando-se ganhos de arbitragem entre os participantes desse mercado.

Assim, pode-se escrever na forma logarítmica:

$$f - s = i - i^* \quad (100)$$

Caso o câmbio se diferencie da relação deduzida da paridade coberta, haveria oportunidades de arbitragem no mercado. Sendo a diferença entre as moedas futura e à vista ($f - s$) inferior à relação de juros entre duas economias relacionadas ($i - i^*$) estimula-se a compra de moeda futura com a realização da arbitragem via captação externa de recursos para aplicação na economia doméstica, sem risco cambial. Da mesma forma, caso o valor da diferença entre as moedas futura e à vista seja superior à referida relação de juros interno e externo, haveria estímulo à venda de moeda futura e na aplicação de recursos externos, tendo como base a captação doméstica.

$$f - s < i - i^* \quad (\text{arbitragem na compra de dólares futuros})$$

$$f - s > i - i^* \quad (\text{arbitragem na venda de dólares futuros})$$

Uma relação de $f - s$ maior que a proposta na equação pelo fator de juros implicaria em contratos de câmbio de moeda futuro acima do preço justo, sujeitos à arbitragem. Da mesma forma caso $f - s$ seja menor que o diferencial de juros, implicaria um contrato futuro abaixo do preço justo, também estimulando à arbitragem.

Devem ser considerados, no entanto, custos de transação como os de emolumentos em bolsa, corretagens, custódia, dentre outros. Há, no entanto, a possibilidade de devoluções de corretagem, o que torna o mercado mais próximo ao valor justo, uma vez que o aumento no volume das transações proporciona ganhos de negociação e *spreads* mais baratos nas taxas de corretagem cobradas.

Outro ponto de destaque refere-se ao comportamento da Paridade Coberta dos Juros em períodos de turbulência. Como evidenciado em Taylor (1988), períodos de maior incerteza tendem a gerar maiores oportunidades de arbitragem, o que afeta os prêmios de risco. Nesse sentido, os contratos de FRA de Cupom (*Forward Rate Agreement* de Cupom Cambial), negociados na BM&FBOVESPA parecem traduzir bem a dinâmica da taxa em dólar paga pelo país em títulos externos, o que evidencia o prêmio de risco de crédito, incluindo o valor base pago às economias desenvolvidas, capturando a curva futura de juros associada. O índice EMBI+Br e o CDS são fontes alternativas na representação deste prêmio, mas não possuem uma dinâmica tão eficiente na avaliação dos diferentes períodos futuros.

A aplicação do FRA de Cupom Cambial, indicando o prêmio em relação à da taxa de juros americana, paga por títulos brasileiros livres de risco promovem o ajuste necessário na paridade coberta da taxa de juros, impondo uma condição de não arbitragem. Dessa forma, a

relação das taxas domésticas projetadas para uma data futura, representadas pelos contratos de DI Futuro em relação ao FRA de Cupom Cambial representaria o *forward premium* e com a extração da expectativa de desvalorização cambial, para o mesmo período, se teria como resultado o risco cambial.

Assim, assume-se que a expectativa para as diferenças entre os contratos futuros de moeda e o valor à vista é dada pelas relações futuras de juros entre as duas moedas, interna e externa, em logaritmos, após a utilização de indicadores que incorporam o prêmio de risco país, como o FRA (*Forward Rate Agreement*) de Cupom Cambial.

$$E(f - s) = DI - FRA \quad (101)$$

Por outro lado, se comparados os instrumentos diretos entre as taxas futuras e as taxas *spot* é esperado o mesmo valor, sendo $f - s$, neste caso, a diferença entre o contrato futuro de dólar e dólar *spot*.

$$DI - FRA = f - s \quad (102)$$

Apenas como validação desses resultados, foi considerado, dentro do mesmo período do estudo, as cotações para o dólar futuro com vencimento de 30 dias, ativo futuro de câmbio de maior liquidez na BM&FBOVESPA, frente ao dólar à vista e comparados diretamente com a relação de juros entre o DI Futuro de 1 dia e o FRA de Cupom Cambial, ambos com vencimento em 60 dias. A falta de sincronia nos prazos se dá pela ausência de liquidez de contratos com o mesmo vencimento. Há problemas na amostra, também, em função dos horários relativos às cotações coletadas. A hipótese, então, é testada pela equação a seguir, onde se equiparam as diferenças entre os juros futuros e os contratos futuro e à vista entre as moedas, onde $\beta = 1$ não rejeitaria a hipótese de paridade coberta ajustada.

$$DI - FRA = \alpha_0 + \beta (f - s) \quad (103)$$

Os resultados encontrados não rejeitam a hipótese nula de $\beta = 1$, como esperado, ressaltando, ainda, que erros seriam toleráveis em função dos vencimentos não serem idênticos e a coleta de informações pressupor horários que eventualmente podem não coincidir entre as cotações utilizadas, o que pode ser representativo nesses mercados.

Tabela 16 - Teste de Hipótese

$$DI - FRA = \alpha_0 + \beta (f - s), \text{ Hipótese Nula } \beta = 1$$

F	Pr (>F)
---	---------

0,3306 0,5654

Fonte: Elaboração Própria

Diante da distorção dessa paridade em emergentes há preocupação, ainda, com o tipo de instrumento utilizado para avaliação do prêmio de risco de crédito na comparação entre países que precisam ser adequados em prazo e coerência para sua correta investigação. O mercado tem se utilizado de índices como o *EMBI + Br*, calculado pelo banco de investimentos JP Morgan e para diversos outros países emergentes, além de taxas presentes nas negociações em *Credit Default Swap* (CDS), e existe uma motivação dos modelos apresentados neste trabalho para utilização das taxas de *Forward Rate Agreement* (FRA de Cupom Cambial), representada por contratos transacionados na BM&FBOVESPA de variações das taxas de juros em dólar em certos períodos no futuro. Os contratos de FRA de Cupom podem permitir melhor adequação dos prêmios de risco, uma vez que possuem vencimentos mensais, promovendo melhor relação comparativa de prazos das taxas de juros praticadas, especialmente em períodos de vencimento mais curtos. O índice *EMBI + Br*, por exemplo, é composto por uma cesta de 17 papéis emitidos pelo governo brasileiro e negociados no mercado secundário com vencimentos entre 2011 e 2041. As taxas encontradas nestes títulos são ponderadas pelo volume de negociação, gerando-se um único índice, que na maioria das vezes reflete um prazo médio de negociação superior a 15 anos. É extraído, assim, um prêmio de risco desses papéis frente aos títulos do tesouro americano, negociados no mesmo período, gerando um resultado em pontos-base, que significa a taxa média anual de juros paga sobre os títulos americanos – prêmio de risco de crédito.

A aplicação desse mesmo valor, no entanto, para períodos distintos poderia variar, ou seja, o prêmio de risco de crédito poderia variar em função dos prazos desses títulos, fator de ajuste que se quer adequar com a introdução e uso do FRA de Cupom para capturar essa sensibilidade e melhor evidenciar, conseqüentemente, a eficiência dos mercados de juros e de moedas futuras e da existência, de certa forma, da estrutura ajustada para a paridade coberta da taxa de juros para o Brasil, se considerados os prêmios de risco associados.

Foram avaliados, assim, entre Agosto/10 a Janeiro/11, dados de alta frequência, *intraday* de 60 minutos, para evidenciar a adequação do prêmio de risco de crédito para ajuste da paridade coberta da taxa de juros e o ajuste necessário nesse prêmio para o caso brasileiro. Ainda, compararam-se os dois instrumentos que possam aproximar o cálculo da paridade coberta no Brasil, o FRA de Cupom e o índice *EMBI + Br*, calculado pelo JPMorgan.

A análise dos dados de alta frequência foi confrontada na média dos erros e pelo Erro Quadrado Médio (EQM) para as relações que utilizam o FRA e o *EMBI + Br* na equação DI – RISCO PAÍS, comparada à diferença de $f - s$, o que evidenciaria a paridade coberta ajustada. O quadro abaixo sintetiza os resultados de Agosto/10 a Janeiro/11.

Tabela 17 - Diferenças entre a Paridade Coberta da Taxa de Juros, incluindo Prêmio de Risco - FRA vs. EMBI+br

	FRA		EMBI+Br	
	Média	EQM	Média	EQM
Agosto	-0,34%	0,10%	-	-
Setembro	-0,28%	0,11%	0,65%	0,36%
Outubro	0,01%	0,15%	0,70%	0,17%
Novembro	0,00%	0,13%	0,46%	0,13%
Dezembro	0,01%	0,12%	0,29%	0,14%
Janeiro	-0,07%	0,09%	0,07%	0,10%
Média	-0,11%	0,11%	0,43%	0,18%

Fonte: Elaboração Própria

Como pode ser percebido, tanto na média quanto pelo valor do EQM, as diferenças são menores na utilização do FRA de Cupom como prêmio de risco (risco país). Para o caso do FRA, não há valores em EQM que superam o nível de 0,2% da corretagem, percentual padrão cobrado nessas transações, apesar da prática embutir níveis elevados de devolução desses percentuais por parte das corretoras que intermediam esses contratos. Na média, apenas nos meses de agosto e setembro houve pequena diferença superior a esse valor, favorável à arbitragem. Já nas séries que utilizam o *EMBI + Br*, as diferenças não foram grandes, mas em maior frequência e relevância, o que indicaria maior eficácia do uso do FRA de Cupom para a adequação e ajuste à paridade coberta de juros. Essa inferência é um pouco óbvia, uma vez que o *EMBI + Br* representa um prêmio de risco para papéis com prazo médio em torno de 15 a 17 anos, relação pouco adequada para prever contratos com prazos mais curtos, que terão prêmios mais adequados se comparados às cotações que sejam vinculadas aos prazos dos contratos futuros de dólar. A questão é que o mercado utiliza largamente o *EMBI + Br* como instrumento de avaliação do prêmio de risco país, independentemente do prazo analisado, o que pode distorcer a análise, uma vez que diante da curva de juros, os prêmios de

risco podem variar, já que há diferenças de taxas, prazos e liquidez, o que se contrapõe ao primeiro constante para todos os vértices.

A possibilidade de alguma arbitragem, considerando-se os prêmios de risco, ainda que em valor pouco significativo estaria presente por fatores diversos. Inicialmente não foi realizada uma adequação de volumes negociados, em função da ausência de disponibilidade do dado, o que poderia gerar uma falsa ideia de arbitragem. Podem ter ocorrido, assim, transações não significativas em termos de volume, dando indícios de arbitragem, mas apenas corretivas, não impondo necessariamente ineficiência de mercado. Alguns efeitos presenciados por Taylor (1988) também foram identificados nos dados de alta frequência. Aparentemente, o valor da média das diferenças se reduz quanto mais próximo é o vencimento, embora não tenha sido percebida essa tendência em relação ao EQM.

Assim, pela avaliação dos dados de alta frequência e da dificuldade de obtenção de uma informação mais precisa, o que se percebe, considerando-se os custos de arbitragem, como o de corretagem, é uma validação do pressuposto pela paridade coberta da taxa de juros, se ajustado o prêmio de risco, ocorrendo pequenos desvios que não podem ser classificados como significativos e que possuem maior tendência de ajustamento à paridade, quanto mais se aproxima o vencimento. Percebe-se, ainda, que o FRA de Cupom obteve maior aderência à paridade coberta da taxa de juros, gerando indícios de ser um melhor instrumento para avaliação do prêmio de risco país. Ressalta-se, novamente, que a mera inclusão de um prêmio de risco, já invalida a paridade coberta da taxa de juros. O que se quer evidenciar, no entanto, é se a inclusão de um instrumento que permita o ajuste dessa distorção levaria a um equilíbrio da equação de paridade no Brasil, permitindo a construção dessa hipótese para efeito de precificação.

O trabalho de Taylor (1988) investiga, também, períodos de turbulência na economia, representados por uma maior volatilidade, diante do pressuposto que uma maior incerteza geraria maiores distorções dos prêmios de risco e, conseqüentemente, dos desvios da paridade coberta da taxa de juros. Essa evidência também foi encontrada na amostra avaliada.

Conclui-se, então, pelo teste de hipótese aplicado e pelos indicadores de erro apresentados, que no período analisado não foram identificados desvios relevantes dessa paridade, diante da inclusão dos prêmios de risco e dos custos de transação, validando o ajuste necessário à paridade coberta da taxa de juros, e admitindo-se, nesses casos, somente pequenos desvios, na

forma de rápidos ajustes de mercado, o que pressupõe maior eficiência pela ótica de paridade ajustada para países o Brasil.

Obviamente a própria incorporação de um prêmio, em diferentes níveis, invalida a aplicação e existência pura da paridade coberta. O que se evidencia, no entanto, é que se realizados esses ajustes, a imposição de uma paridade relacionada também valeria para o caso brasileiro e a segregação dos componentes de formação da taxa básica se juros, livre de oportunidades de arbitragem, propicia melhor estimativa e controle de cada componente implícito nesta taxa e em sua estrutura a termo e, assim, de suas variações, promovendo a investigação de fatores que afetem as expectativas desses indicadores, como será proposta na análise do risco cambial.

4.5. *Forward Premium Puzzle (fpp)*

A variável explicativa principal do modelo proposto neste trabalho se refere ao *Forward Premium Puzzle*, apresentado por Fama (1984). O autor evidencia empiricamente que taxas domésticas elevadas pressupõem uma apreciação da moeda local, gerando o que denomina *forward premium puzzle*, uma relação negativa entre a desvalorização esperada e o diferencial de taxa de juros, que implica que o prêmio de risco e a desvalorização esperada sejam negativamente relacionados e que o prêmio de risco é mais volátil que a desvalorização esperada.

Hodrick e Srivastava (1987) apontam que essa correlação negativa entre o prêmio de risco e a desvalorização esperada pode ser explicada por modelos simples de precificação de ativos.

A desvalorização esperada é comumente medida regredindo a variação nas taxas de câmbio à vista pelo *forward premium*.

$$\frac{S_{it+1}-S_{it}}{S_{it}} = \alpha_{i0} + \alpha_{i1}x_{it} + \epsilon_{it+1} \quad (104)$$

Dividindo-se o *forward premium*, definido como x_{it} em desvalorização d_{it} ocorrida e o prêmio p_{it} , sendo assim $x_{it} = d_{it} + p_{it}$ implica que o coeficiente de inclinação da equação acima seja igual a $\frac{\text{cov}(d,d+p)}{\text{Var}(d+p)}$. Diferentes valores para esse coeficiente implicam em interpretações econômicas diversas.

O *forward premium puzzle* é encontrado quando o coeficiente de inclinação é negativo, o que implica que o prêmio de risco é mais volátil que a desvalorização esperada. O coeficiente negativo produz uma elevada variação do prêmio de risco, que se altera para lidar com uma relativa alta nominal das taxas de juros nominais, de forma a prever uma apreciação da moeda doméstica. Um coeficiente maior que 1 tem efeito positivo. Quando o coeficiente de inclinação não é diferente de 0,5 e a variância de d_{it} é igual a p_{it} gera-se um caso especial de covariância indefinida. Muitos trabalhos tentam justificar esse coeficiente menor que 1, como visto em Hodrick e Srivastava (1987) e Bekaert (1996).

Todavia, a implicação do $Var(p_{it}) > Var(d_{it})$ é difícil de satisfazer os modelos de ativos de mercado sem fricção. Satisfazer essa condição requer que o prêmio de risco agregado pelo mercado - a volatilidade da taxa marginal intertemporal de substituição - condicionado ao conhecimento da taxa de juros tem que ser decrescente no nível da taxa de juros suficientemente alta e o risco agregado na economia tem de ser mais baixo, quando o nível da taxa de juros é alto, uma característica que parâmetros do modelo possuem dificuldade de encontrar. Coeficientes de inclinação superiores a 1 para covariâncias entre d_{it} e p_{it} e suas relativas variâncias são economicamente mais razoáveis (Bansal e Dahlquist, 2000).

O *Forward Premium Puzzle* está relacionado à paridade descoberta de juros. Assumindo-se expectativas racionais, a paridade descoberta de juros implica que o *forward premium*, dado pela diferença em um período k , entre os contratos futuros de uma moeda e o valor da paridade desta à vista, diferença representada por $F_t^k - S_t$ será igual ao valor da variação ocorrida, ou seja, $S_{t+k} - S_t$.

De outro modo, pode-se dizer que F_t^k somado a um erro previsto, seria igual a S_{t+k} .

$$S_{t+k} = F_t^k + u_{t+k} \quad (105)$$

Seria esperado, dessa forma, β_1 igual a 1 para a regressão suposta.

$$S_{t+k} = \beta_0 + \beta_1 f_t^k + \tilde{u}_{t+k} \quad (106)$$

Subtraindo-se S_t dos dois lados, tem-se que o *forward premium* representaria a variação de câmbio esperada.

$$S_{t+k} - S_t = \beta_0 + \beta_1 (f_t^k - S_t) + \tilde{u}_{t+k} \quad (107)$$

Pela paridade coberta da taxa de juros, assume-se que o *forward premium* é dado pelas diferenças entre a taxa interna e externa das moedas relacionadas.

$$(f_t^k - s_t) = (i_t^k - i_t^{k*}) \quad (108)$$

Substituindo-se o *forward premium* da regressão pela paridade de juros obtém-se a expressão que relaciona o spread dessas taxas à variação esperada.

$$s_{t+k} - s_t = \beta_0 + \beta_1(i_t^k - i_t^{k*}) + \tilde{u}_{t+k} \quad (109)$$

O *puzzle* é a obtenção de β_1 negativo. Isso indicaria que a variação esperada é contrária ao movimento imposto pelas diferenças entre as taxas de juros, uma anomalia frente ao que se espera em relação à remuneração no tempo, que mantivesse o equilíbrio entre as moedas e inflações supostamente implícitas.

Há várias razões para a existência dessa anomalia, destacando-se a rejeição da hipótese das expectativas racionais, implicações econométricas e a existência de um prêmio de risco. De fato, a definição das expectativas racionais, supondo a paridade descoberta dos juros como variação de câmbio esperada, não tem se sustentado. Todavia, trabalhos como o de Bansal *et al* (1995) destacam que há informação no *forward premium* que se relaciona à variação ocorrida. Do mesmo modo, Clarida e Taylor (1997) encontram evidências de que, embora a hipótese risco-neutra de mercado eficiente tenha sua aceitação rejeitada, há informação na estrutura a termo de seus elementos que possam explicar a existência de um prêmio entre essas variáveis.

Bansal e Dahlquist (2000) utilizam um fator latente para avaliar se o prêmio de risco condicional entre as moedas pode ser medido em séries temporais. Avaliou, ainda, se a heterogeneidade do processo *cross-section* do prêmio de risco pode ser compensado pelo risco sistemático, não encontrando evidências nesse sentido. O autor encontra dimensões relevantes e adicionais, também, geradas pelas diferenças entre economias emergentes e desenvolvidas, dados os diferenciados níveis de taxas de juros entre essas economias, que devem ser avaliados.

O *Forward Premium Puzzle* possui implicações nos fluxos internacionais de depósito, uma vez que diferenças positivas de taxas com correlações negativas entre a taxa de câmbio e a diferença das taxas de juros implicam em excesso de retornos.

A mensuração da volatilidade desse prêmio de risco implica em maior dificuldade, levando a resultados pouco precisos para a medição do *forward premium puzzle*, como apresentado em versões monetárias por Lucas (1982). Modelos de equilíbrio com restrições de participação e rigidez de preços nominais já apresentam maior potencial de explicação desse *puzzle*, conforme destacado por Yaron (1996).

4.6. O *Forward Premium Puzzle* e o Risco Cambial

Pelas definições apresentadas pode-se definir o prêmio *fpp* como a diferença entre a variação cambial ocorrida de fato e o estabelecido pelo *forward premium* ($F_k - S_t$). O “puzzle” somente é demonstrado pela regressão entre esses dois componentes, onde o *forward premium* é assumido como variável independente e seu coeficiente rejeitaria a hipótese nula, com $\beta=1$, indicando, ainda, um valor negativo. Essas relações estão implícitas no modelo. Nos dados avaliados por este trabalho foi encontrado o valor para β_1 de -0,32. Assim, *fpp* pode ser definido como:

$$fpp = S_{t+k} - S_t - (F_k - S_t) \quad (110)$$

Sendo o risco cambial extraído do *forward premium* como:

$$Rc = (F_k - S_t) - E [S_{t+k} - S_t] \quad (111)$$

Ou seja, rearranjando os termos obtém-se:

$$(F_k - S_t) = Rc + E [S_{t+k} - S_t] \quad (112)$$

Que substituído na equação (110) resultará em:

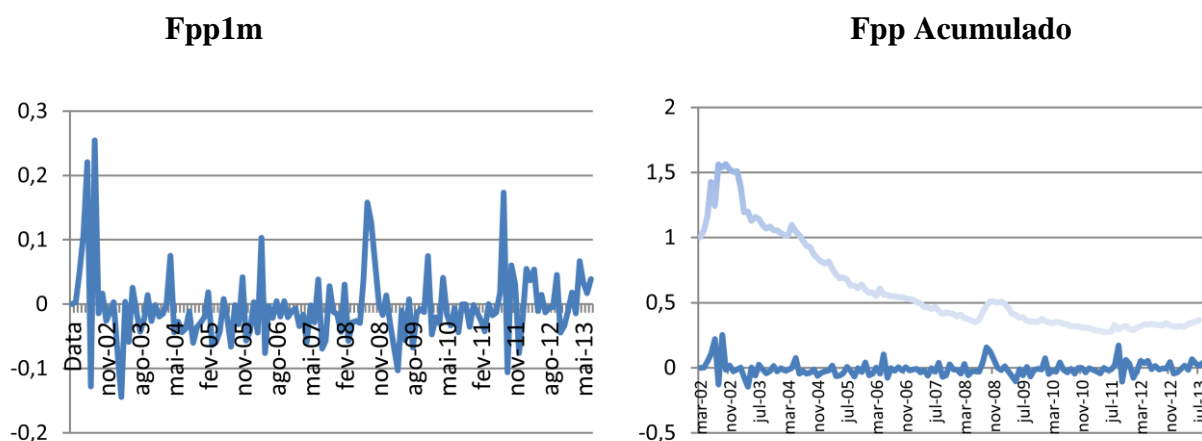
$$fpp = S_{t+k} - S_t - Rc - E [S_{t+k} - S_t] \quad (113)$$

Ou seja o *fpp* seria a parcela não precificada pelo mercado, o risco excedente. Possui, no entanto, estreito vínculo com o risco cambial, uma vez que se poderia afirmar que o risco cambial representa a medida de contenção provisionada pelo mercado e o *fpp* a variação excedente de fato ocorrida, quando já se inclui o prêmio cambial previsto.

É razoável, assim, imaginar que o prêmio medido no passado afete previsões futuras, ainda que estas previsões também se relacionem às previsões passadas para o risco cambial. Mais ainda, o que se assume é que o *fpp* medido possui informação relevante para a composição da estrutura a termo do risco cambial e esta estrutura se relaciona entre os vértices, especialmente

se o efeito desejado for a incorporação de uma memória recente, como as curvas projetadas para o curto prazo. A Figura 11 apresenta a evolução do *fpp* de 1 mês medido entre 2002 e 2013.

Figura 11 – *Forward Premium Puzzle* Nov 02/ Mai-13



Fonte: *Elaboração Própria*

4.7. Risco Cambial como Excesso de Retorno sob Expectativas Racionais

Em sua forma forte, a hipótese de expectativas pressupõe que as taxas a termo instantâneas são formadas pelas expectativas condicionais futuras da taxa de juros de curto prazo. Fisher e Gilles (1998) demonstram que essa hipótese é absurda em um número finito de variáveis markovianas de estado. A forma fraca da hipótese de expectativas não requer que as taxas a termo sejam previsores não enviesados das taxas *spot* futuras. Requer apenas que o viés das taxas a termo seja uma função determinística da maturidade (Fisher e Gilles, 1998). Essa forma pode ser modelada em estados independentes de volatilidade e de prêmios de risco. Todavia, para dados americanos essa forma também é rejeitada, como visto em Campbell e Shiller (1991).

Fisher e Gilles (1998) apresentam um modelo que ajusta bem a falha empírica da forma fraca da hipótese das expectativas, fazendo o valor do risco das taxas de juros dependente da reversão à média da variável de estado, que é independente da taxa de juros.

Duffie (2002) explica a variação dos retornos esperados dos ativos no tempo no contexto da estrutura a termo da taxa de juros. Justifica a falha da hipótese de expectativas das taxas de juros em uma explanação intuitiva em relação à correlação positiva entre a inclinação da

curva de juros e o excesso de retorno dos títulos longos. Segundo o autor, se o modelo produz previsões ruins dos retornos futuros e dos preços dos títulos é pouco provável que apresente contribuições econômicas sob a falha da hipótese das expectativas.

Sistemas VAR de retornos de ativos sob a hipótese nula de expectativas racionais já eram estimados por Hansen e Sargent (1979) e estendidos por Bekaert e Hodrick (2001). No entanto, esses sistemas não possuíam foco de análise em variáveis macroeconômicas. Não previam, ainda, o excesso de retornos ao longo do tempo, como visto em Campbell e Shiller, (1991).

Ang e Piazzesi (2003) propõem uma dinâmica para a estrutura a termo com base em um VAR gaussiano com um prêmio de risco variando no tempo, de acordo com desvios da hipótese de expectativas, estendendo as propostas vistas em Fisher e Gilles (1998), Duffee (2002) e Dai e Singleton (2002).

Assim, no modelo proposto neste capítulo, como proposto em Ang e Piazzesi (2003) é incorporada a variável fpp como *proxy* para o fator de variações macro da estrutura a termo do prêmio cambial por meio de uma representação de um fator para o preço Kernel, que precifica os títulos disponíveis na economia.

O preço Kernel é impulsionado por choques no fator fpp observado e fatores não observados, (ou latentes) derivados dos vértices classificados como sem erro. São geradas, assim, as variáveis latentes derivadas da estrutura explicativa do comportamento gerado pela variável fpp .

É assumida a hipótese de não arbitragem com vistas a garantir a existência de uma medida martingal equivalente ou neutra ao risco Q , de forma que o preço de qualquer ativo V_t em $t + 1$ seja dado por $V_t = E_t^Q(\exp(-rt) V_{t+1})$, onde a expectativa é dada sob a medida Q . A derivada de Radon-Nikodym converte a medida risco-neutra em uma medida genérica e é denotada por ξ_{t+1}

Assumindo-se que ξ_{t+1} obedece um processo log-normal:

$$\xi_{t+1} = \xi_t \exp\left(-\frac{1}{2} \lambda_t' \lambda_t - \lambda_t' \varepsilon_{t+1}\right) \quad (114)$$

Onde λ_t é a variação dos preços de mercado do risco associado à incerteza ξ_t , sendo parametrizado esse risco como um processo afim λt .

$$\lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 X_t \quad (115)$$

Associando-se o fator de desconto estocástico m_{t+1} ao preço Kernel,

$$m_{t+1} = \exp(-r_t) \xi_{t+1} / \xi_t \quad (116)$$

E este à taxa de juros:

$$r_t = \delta_0 + \delta_1' X_t \quad (117)$$

Obtém-se, com a integração do risco de mercado:

$$m_{t+1} = \exp\left(-\frac{1}{2} \lambda_t' \lambda_t - \delta_0 - \delta_1' X_t - \lambda_t' \varepsilon_{t+1}\right) \quad (118)$$

Que gera:

$$\begin{aligned} P_{n+1,t} &= \exp\{A_{n+1} + B(n+1)' X_t\}, \\ &= E(P_{n,t+1} M_{t+1} | \mathcal{F}_t) \end{aligned} \quad (119)$$

Ou seja, a aleatoriedade ε_{t+1} aparecerá na derivada de Radon-Nikodým e no Sistema de Estados e estes serão utilizados na relação recursiva para representar o preço $P_{n,t+1}$ arbitrário de um título *bullet*, que não paga juros intermediários.

Assim, ainda que não seja testada a hipótese de expectativas e pelo pressuposto de prêmios cambiais diferenciados por vencimento de cada título, esse arranjo se dá pela estrutura teórica de sua remuneração e restrição à arbitragem.

4.8. Definição da Expectativa de Desvalorização Cambial para Formação do Excesso de Retorno Cambial

Como visto, a HE em sua forma forte pressupõe que os excessos de retornos sobre uma taxa média de curto prazo, extraídos os prêmios de risco deveriam formar as taxas de longo prazo e não seriam esperadas variações superiores a essas, diante da informação disponível.

Sob a Paridade Descoberta dos juros, a expectativa da variação cambial é formada pela variação das taxas de juros, sendo o prêmio excedente a proporção destinada à incerteza cambial. A decomposição dessa remuneração de prêmio esperado e componente de incerteza forma a dinâmica de definição da parcela do risco cambial. No entanto, se há intervenção dos agentes reguladores nas taxas de juros e essas muitas vezes demonstram argumentos não

factíveis com o equilíbrio monetário de suas economias, parece razoável a especificação de valores que reflitam a necessidade imediata de reequilíbrio entre as moedas como argumento para a desvalorização cambial ou simplesmente para definição da remuneração minimamente requerida. Tal proposta pode ser capturada pelas taxas esperadas de depreciação entre as moedas, que se dá pela expectativa futura inflacionária entre duas economias, sendo o prêmio excedente caracterizado como excesso.

Conforme apresentado por Buckley (1986), dadas as diferentes teorias existentes na economia, seria possível construir um diagrama que resumisse diferentes interações de mercado, abrangendo modelos como: a paridade do Poder de Compra (*Purchasing Power Parity* – PPP), a Paridade Coberta da Taxa de Juros, a Teoria das Expectativas e, ainda o Efeito Fisher. Essas diferentes teorias possuem convergência em termos de expectativa em um estado estático, a partir somente da deterioração inflacionária entre duas moedas.

A PPP, resumidamente, sinaliza que os preços relativos de uma cesta de produtos, *tradeables* similares entre duas economias, poderiam identificar e determinar o poder de compra entre essas duas economias, indicada pela paridade entre suas moedas. É uma espécie de lei do preço único, por meio da qual as relações de produção, comerciais e de mercado refletissem seu valor comparativo em suas taxas de câmbio. Mudanças esperadas para o futuro só ocorreriam com a depreciação das moedas, dada pela diferença entre as inflações esperadas internas e externas no futuro ou se houvesse ganhos de competitividade nessas economias, como em fatores de produção e tecnologia, que alterassem essa relação. Por uma visão inercial, o modelo enfatizaria que o grau de depreciação dos ativos e fluxos econômicos esperados deveria se refletir continuamente nas paridades de câmbio. O mercado seria eficiente no presente ao avaliar essa cesta de produtos representativos de uma economia. Duas cestas de produtos e serviços idênticos devem custar o mesmo valor em uma dada moeda. Em termos relativos e em equilíbrio, a variação na taxa de câmbio entre moedas refletirá variações nos níveis de preços entre os dois países relacionados.

A teoria das expectativas sintetizaria que os mercados seriam racionais e que se partindo do conhecimento prévio de inflações esperadas, por exemplo, haveria uma taxa de câmbio esperada S_{t+1} que refletiria tal situação, condicionando os preços à vista S_t .

O Efeito Fisher, por sua vez, mostra que, um aumento da inflação conseqüentemente aumentaria a oferta de moeda, o que proporcionaria um aumento de um para um na taxa nominal de juros. Ou seja, acredita-se, pelo modelo, que há uma relação direta, em equilíbrio,

entre inflação esperada e taxa de juros. Mudanças na taxa de crescimento da moeda afetariam apenas os níveis de preços, não atingindo o lado real da economia.

Já que a taxa de juros r é definida pelo equilíbrio no mercado de bens, as diferenças de inflação esperada se refletiriam na taxa de juros nominal, e em termos internacionais, a taxa de câmbio ajustaria a diferença entre as taxas de juros entre dois países.

$$i = r + \pi \quad (120)$$

Em síntese, no equilíbrio estático, a depreciação das moedas é condição suficiente para atender as variações previstas na taxa de câmbio.

Ainda que não se tenha de fato a expectativa de desvalorização entre as moedas esperada pelos agentes por esse argumento, compõe-se, desse modo, o prêmio cambial como a parcela de incerteza que será refletida inclusive na resposta monetária dada pela taxa de juros praticada pelo agente regulador e assim definido como o excesso de retorno às variações imediatamente previstas.

Em termos de expectativa, o *forward premium* (fp) em j pode ser compreendido como as remunerações de *forward premium* atreladas aos títulos a termo de diferentes n vencimentos e que serão decompostas em um componente de inflação (*inflation premium* – ip) e o risco cambial relativo ao restante, assim arbitrado neste modelo.

$$fp_t^{(j)} = \frac{1}{p} E_t \left(fp_t^{(n)} + fp_{t+1}^{(n)} + \dots + fp_{t+p}^{(n)} \right) \quad (121)$$

A formação do prêmio cambial de longo prazo está associada, no entanto, ao prêmio de curto prazo (n) implícito no fp (n) e que sustentará a remuneração do prêmio cambial e do fp (j). A condição neutra ao risco é ainda mantida em um modelo VAR com a aplicação de Piazzesi (2003) em um processo markoviano restrito à arbitragem sob preços Kernel para o movimento previsto para a taxa de câmbio.

Os prêmios cambiais estimados podem ser vistos assim como excessos de retorno frente à desvalorização cambial definida pelo equilíbrio na paridade do poder de compra. O modelo proposto, com base em uma única variável fpp , tenta refletir sua decomposição na taxa a termo de juros.

4.9. Dados

Os dados foram coletados no período entre março de 2002 a agosto de 2014. Foram utilizadas bases mensais de fechamento de mês para as variáveis coletadas. Para a decomposição do componente do risco cambial foram utilizadas os contratos de DI-1 dia (DI Futuro de 1 dia) e os contratos de FRA de Cupom Cambial (*Forward Rate Agreement* de Cupom Cambial) para vértices considerados de 1, 3, 6, 12, 24, 36 e 60 meses. Foram consideradas informações somente que possuíssem a cobertura de todos os vértices simultaneamente. Os vértices foram selecionados por sua liquidez. A estimativa da variação esperada entre as moedas se deu pela diferença de expectativa inflacionária entre as economias, como pressuposto. Para as expectativas inflacionárias domésticas foi utilizado o Relatório Focus, coletado semanalmente. Para levantamento das expectativas inflacionárias americanas foram utilizados os dados previstos para o *Consumer Price Index (CPI)*, fornecidos pelo departamento americano de estatísticas do trabalho. As expectativas sobre o câmbio no Brasil não foram utilizadas diretamente por essas conterem somente previsões anuais e com intervalos restritos. O *fpp* foi calculado pelas variações do dólar comercial de 1 mês frente à variação da expectativa inflacionária de 12 meses mensalmente para o IPCA e o CPI, extraído-se, ainda, o risco cambial previsto 1 mês atrás. Calculou-se um VAR irrestrito para os vértices de 1, 6 e 12 meses com base somente no *fpp* e a partir daí, os vértices de 24 e 60 meses de um VAR Gaussiano, sob condições de arbitragem, seguindo a metodologia proposta por Piazzesi (2003). Aplicações fora da amostra, com extensão para os meses de setembro de 2013 a outubro de 2014 são também avaliadas.

4.10. Proposta para a Modelagem da Estrutura a Termo do Risco Cambial com base no *Forward Premium Puzzle*

A estrutura proposta para o modelo apresentado neste capítulo se subdivide em duas estimativas principais. A primeira pela estimativa de vértices de curto prazo (1, 6, e 12 meses), em um modelo VAR não restrito, composto em uma estrutura a termo do risco cambial apenas com o *fpp* como variável independente. A segunda estimativa para os vértices de longo prazo (24 e 60 meses) se baseia em Piazzesi (2003) em um modelo que por meio de um VAR Gaussiano em espaço de estados são assumidos vértices de curto prazo sem erro, estimados pelo VAR não restrito e modelados conjuntamente na estrutura os vértices com erro de longo prazo.

Uma das vantagens dessa dinâmica se dá pelo fator previsibilidade. A estrutura apresentada por Piazzesi (2003) utiliza variáveis latentes como complementares às dependentes. Essa alternativa melhora a explicação dos modelos, mas dificulta a previsão dos mesmos, uma vez que as variáveis latentes podem não ser de fácil definição. Outro ponto importante da modelagem é que esta se dá em bloco e precisa de informações de alguns dos vértices aceitos como corretos para a previsão de outros que necessitam estimação, vértices com erro a serem minimizados. Embora a modelagem seja realizada conjuntamente com toda a estrutura a termo, em um modelo VAR em espaço de estados para a geração das variáveis latentes e dos coeficientes, não é possível a realização dessa dinâmica sem a informação de vértices existentes. Uma dinâmica não dependente da informação de mercado pode estabelecer cenários mais simples do ponto de vista macroeconômico, que estejam vinculados à construção da estrutura a termo do risco cambial projetado e que possuam elos de origem diretos e mais objetivos em termos de explicação, não abandonando a inclusão das variáveis latentes, tão necessária ao maior poder de explicação dos modelos.

4.11. Modelo VAR para definição dos vértices de curto prazo

Foi proposta uma estrutura direta para definição do risco cambial de vértices de 1, 6 e 12 meses, tendo como variável dependente somente o “prêmio puzzle” de 1 mês. Tal pressuposto gerará os coeficientes para a modelagem do risco cambial de curto prazo que será assumido no modelo de longo prazo sem erros.

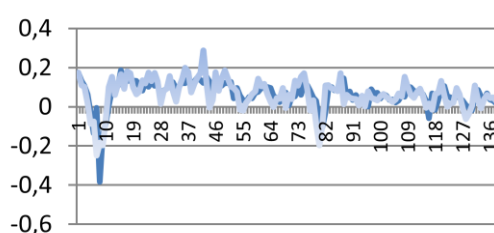
A seguir são apresentadas as estimativas do modelo e as equações defasadas que deram origem ao modelo VAR do risco cambial de curto prazo.

$$c_{jm} = b_{j0} + b_{j1}RC_{1m-1} + b_{j2}RC_{6m-1} + b_{j3}RC_{12m-1} + \theta_j fpp \quad (122)$$

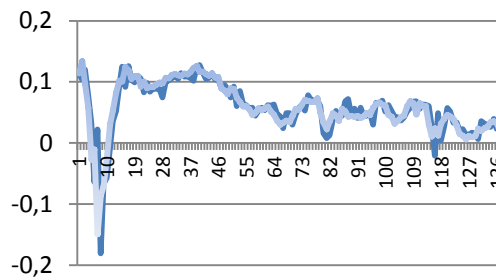
j= 1, 6 e 12 meses

Figura 12 - Estimativas para o Risco Cambial de Curto Prazo

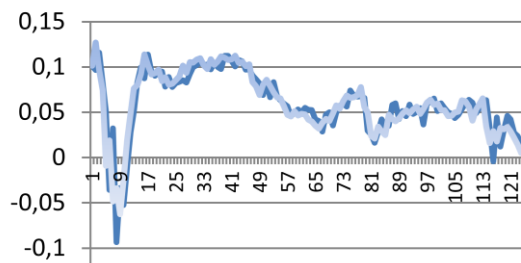
Estimativa do RC de 1 Mês



Estimativa do RC de 6 Meses



Estimativa do RC de 12 Meses



Fonte: Elaboração Própria

Tabela 18 - Estatísticas para o Modelo VAR de Curto Prazo para o Risco Cambial

Estimação dos Resultados VAR			
Variáveis Endógenas: RC.1m, RC.6m, RC.12m			
Variáveis Determinísticas: const			
Tamanho da amostra: 137			
Maximaverossimilhança: 1108.12			
Raízes do Polinômio Característico: 0.852 0.62 0.375			
VAR($y = a$, $p = 1$, type = "const", exogen = b)			
Estimação dos Resultados para a Equação RC.1m			
$RC.1m = RC.1m.l1 + RC.6m.l1 + RC.12m.l1 + const + FPPF1m$			
Residual standard error	R ²	R ² ajustado	p-value
0.051	0.605	0.593	<2e-16
Coefficiente	Erro Padrão	t	value Pr(> t)

RC.1m.l1	0.29801	0.08350	3.57	0.00050 ***
RC.6m.l1	2.06126	0.43671	4.72	5.9e-06 ***
RC.12m.l1	-1.72156	0.47467	-3.63	0.00041 ***
const	0.01966	0.00883	2.23	0.02777 *
FPPF1m	-0.40738	0.07997	-5.09	1.2e-06 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Estimação dos Resultados para a Equação RC.6m

$$RC.6m = RC.1m.l1 + RC.6m.l1 + RC.12m.l1 + const + FPPF1m$$

Residual standard error	R ²	R ² ajustado	p-value
0.015	0.878	0.874	<2e-16

	Coefficiente	Erro Padrão	t	value Pr(> t)
RC.1m.l1	- 0.00259	0.02443	-0.11	0.92
RC.6m.l1	0.92939	0.12775	7.28	2.8e-11 ***
RC.12m.l1	-0.07701	0.13885	-0.55	0.58
const	0.00675	0.00258	2.61	0.01*
FPPF1m	-0.20823	0.02339	-8.90	3.7e-15***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Estimação dos Resultados para a Equação RC.12m

$$RC.12m = RC.1m.l1 + RC.6m.l1 + RC.12m.l1 + const + FPPF1m$$

Residual standard error	R ²	R ² ajustado	p-value
0.012	0.892	0.888	<2e-16

	Coefficiente	Erro Padrão	t	value Pr(> t)
RC.1m.l1	0.01190	0.01899	0.63	0.5319
RC.6m.l1	0.22175	0.09930	2.23	0.0272*
RC.12m.l1	0.61909	0.10794	5.74	6.3e-08***
const	0.00669	0.00201	3.33	0.0011**

FPPF1m -0.13405 0.01819 -7.37 1.7e-11***

Signif.codes:

0 '****'

0.001 '**'

0.01 '*' 0.05

'.' 0.1 ' ' 1

Matriz de covariância de resíduos

	RC.1m	RC.6m	RC.12m
RC.1m	0.002587	0.000249	0.000142
RC.6m	0.000249	0.000221	0.000143
RC.12m	0.000142	0.000143	0.000134

Matriz de correlação de resíduos

	RC.1m	RC.6m	RC.12m
RC.1m	1.000	0.33	0.242
RC.6m	0.330	1.00	0.830
RC.12m	0.242	0.83	1.000

Resumo dos Coeficientes Modelo Var RC CP

Coef/Y^	Rc^1m	Rc^6m	Rc^12m
Rc1mt-1	0,29801	0,00259	0,0119
Rc6mt-1	2,06126	0,92939	0,22175
Rc12mt-1	1,72156	0,07701	0,61909
Const	0,01966	0,00675	0,00669
FPP1m	0,40738	0,20823	-0,13405

Fonte: Elaboração Própria

4.12. Modelo de Longo Prazo

De posse das séries estimadas para o risco cambial de curto prazo de 1, 6 e 12 meses foram assumidos esses vértices como sem erro, normalizados $\left[z_i = \frac{(x_i - M_x)}{DP_x} \right]$ e aplicados na estrutura proposta por Piazzesi (2003).

$$\bar{A}_{n+1} = \bar{A}_n + \bar{B}_n(\mu - \Sigma\lambda_0) + \frac{1}{2}\bar{B}_n\Sigma\Sigma'\bar{B}_n - \delta_0$$

$$\bar{B}_{n+1} = \bar{B}_n'(\phi - \Sigma\lambda_1) - \delta_1' \quad (123)$$

Tabela 19 - Coeficientes do Modelo Restrito Vértices, de 1, 6, 12, 24 e 60

A1m	A3m	A12m	A24m	A60m
0,000606	-0,038926	-0,049882	-0,042858	-0,053716
B1m	B3m	B12m	B24m	B60m
0,520718	0,381749	0,418837	0,408939	0,411581
-0,518111	-0,108245	-0,021246	0,104327	0,086487
-0,279115	-0,902040	-1,007298	-0,923832	-0,697328
-0,148636	-0,961901	-1,557754	-1,840324	-1,765165

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 20 - Resultados Risco Cambial Vértice 24 e 60 meses

	Coeficientes		Coeficientes	
	24 m	p-value	60m	p-value
Interseção	-0,042858	0,2929	-0,053716	0,4246
fpp	0,408939	0,0000***	0,411581	0,0005***
Lat1	0,104327	0,0148**	0,086487	0,2176
Lat2	-0,923832	0,000 ***	-0,697328	0,0000***
Lat3	-1,840324	0,000***	-1,765165	0,0000***

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 21 - Matriz de Correlação entre Variáveis Independentes

	fpp	Lat1	Lat2	Lat3
XT0	1			
Lat1	0,7998185	1		
Lat2	0,5159192	0,74907	1	
Lat3	0,1544784	0,01724	-0,1947	1

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 22 - Inflação de Variância

<i>fpp</i>	1.433534
Latente 1	1.756319
Latente 2	1.460215
Latente 3	1.03117

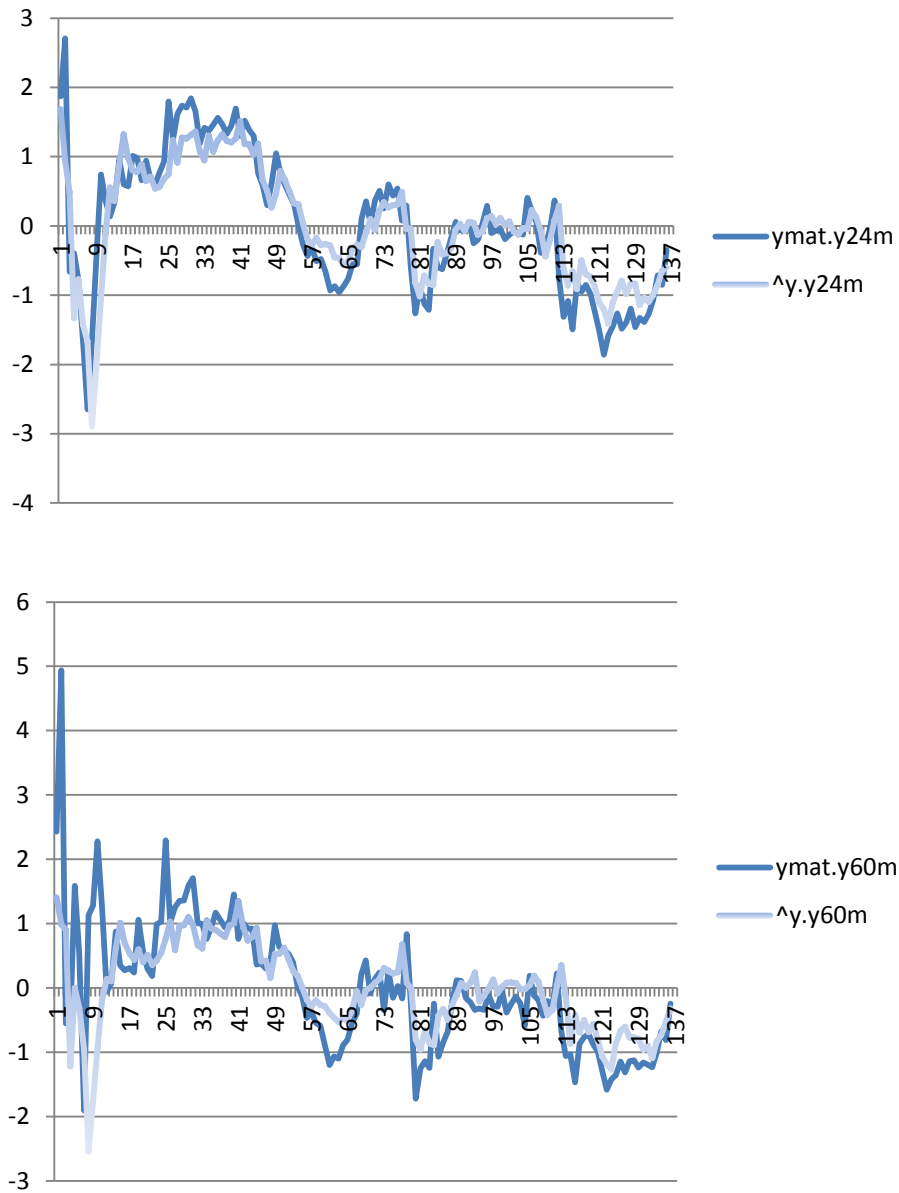
Fonte: Elaboração Própria

Tabela 23 - Erro Padrão Médio e Coeficientes R²

Estimativa Y 12 m		Estimativa Y 60 m	
SSE	29,385	SSE	80,2364202
MS	0,22261	MS	0,60785167
R2	0,75922	R2	0,43933
R2 Ajust	0,75003	R2 Ajust	0,41793378

Fonte: Elaboração Própria

Figura 13 - Estimativas para o Risco Cambial de 24 e 60 meses



Fonte: Elaboração Própria

4.13. Cálculo da Função de Verossimilhança

$$-(T - 1) \log|\det(J)|$$

$$-(T - 1) \frac{1}{2} \log(\det(\Sigma\Sigma'))$$

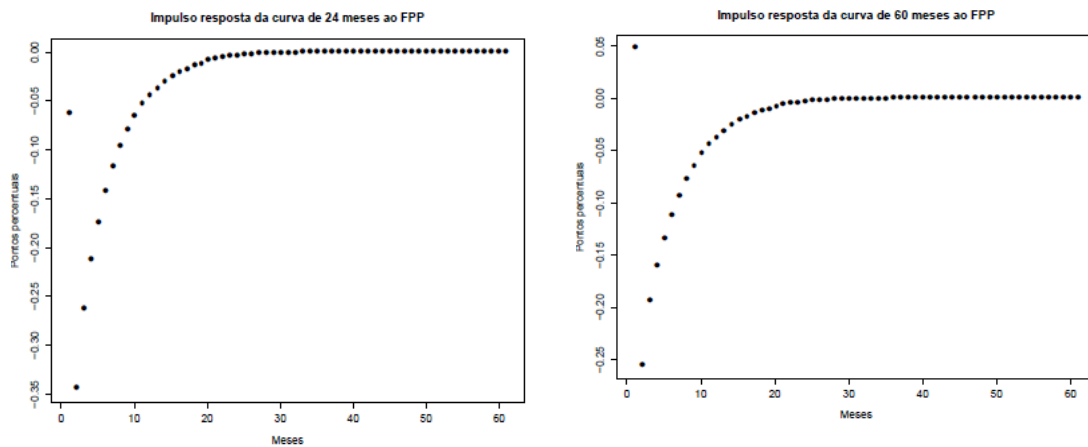
$$-\frac{1}{2} \sum_{t=2}^T (X_t - \mu - \Phi X_{t-1})' (\Sigma\Sigma')^{-1} (X_t - \mu - \Phi X_{t-1})$$

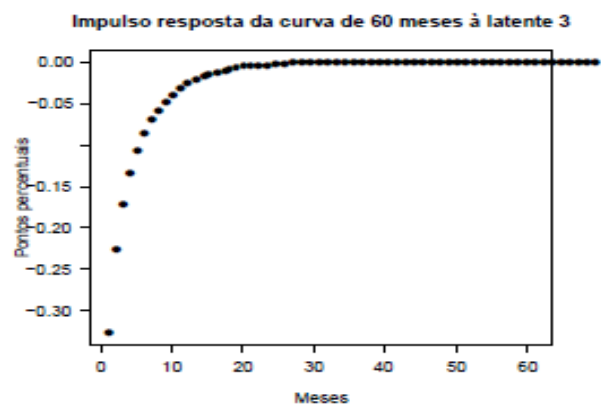
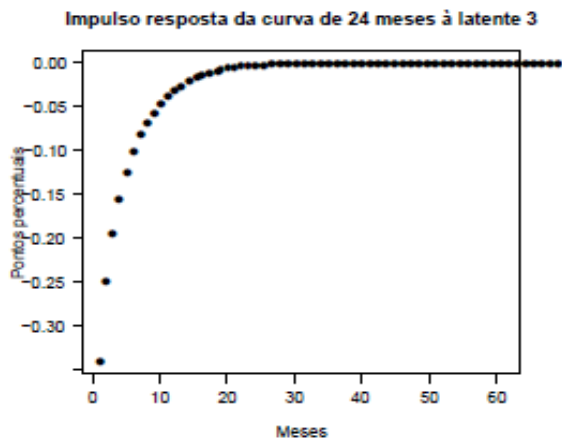
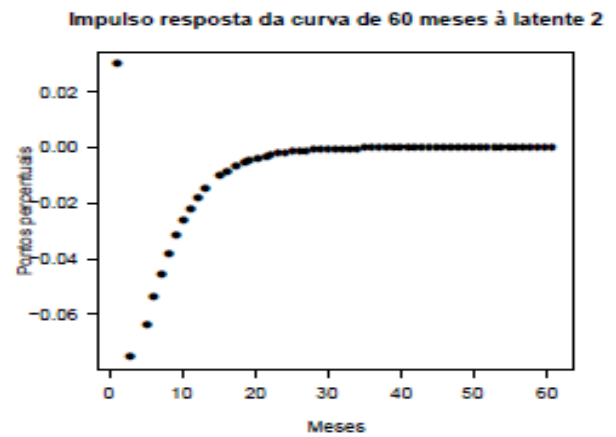
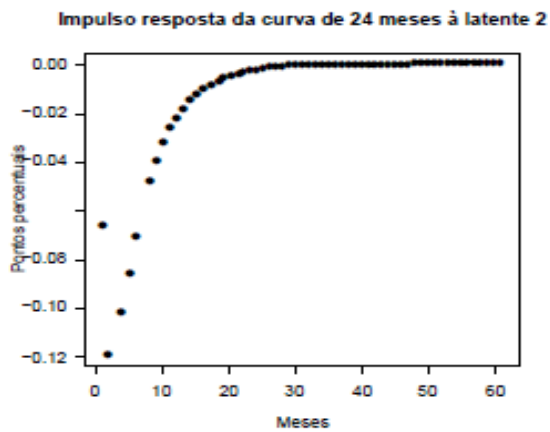
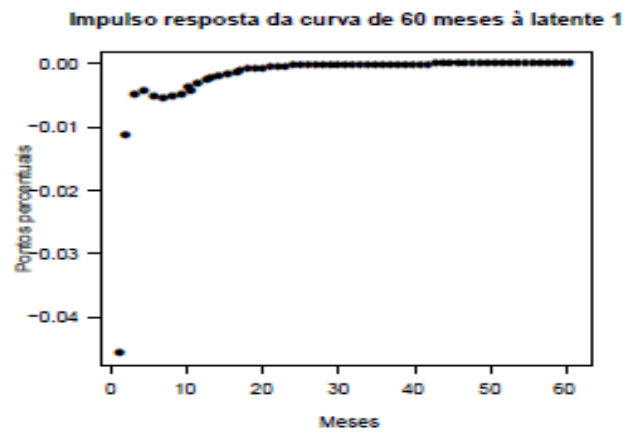
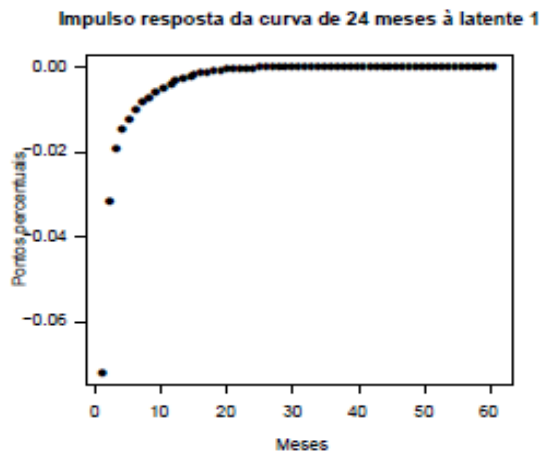
$$\log(\mathcal{L}(\theta)) = \frac{T-1}{2} \log \sum_{i=1}^{N-K_2} \sigma_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \sum_{i=1}^{N-K_2} \frac{(u_{t,i}^m)^2}{\sigma_i^2} \quad (124)$$

4.14. Análise de Impulso Resposta

Analisa-se o impulso resposta, tanto da variável *fpp*, quanto das variáveis latentes no risco cambial dos vértices com erro de 24 e 60 meses. Percebe-se um comportamento similar de resposta aos choques, para o risco cambial tanto de 24, quanto de 60 meses, tendo sido mais relevante no de 24 meses, com menor prazo, que pode estar relacionado à origem de curto prazo do *fpp* de apenas 1 mês. O impacto se dissipa entre o 20º e o 30º mês para os dois vértices analisados, ressaltando-se que o choque leva a uma variação negativa do risco cambial desses vértices.

Figura 14 - Análise de impulso Resposta das variáveis *fpp* e latentes





Fonte: Elaboração Própria

Quanto às variáveis latentes, também se percebe maior impacto no risco cambial do vértice de 24 meses, com menor prazo, provavelmente pela resposta da origem dessas latentes ocorrer pelo componente de risco cambial de curto prazo de 1, 6 e 12 meses. Para a latente 1, o efeito do impacto parecer ocorrer a partir do 20º mês. Para as latentes 2 e 3 o impacto proveniente dos choques se dissipa entre o 20º e 30º mês. Para a latente 3 o efeito do choque foi muito

similar para os dois vértices, indicando, talvez, que a origem do vértice de 12 meses captura os mesmos efeitos para os vértices de longo prazo.

O maior impacto parece ocorrer pelas variáveis *fpp* e Latente 3, esta última com origem no vértice de 12 meses, possuindo maior influência até o 30 mês.

4.15. Decomposição de Variância

Foi realizada a decomposição da variância dos fatores exógenos por vértice trabalhado. Percebe-se que a variável *fpp* possui forte explicação da variância em todos os vértices trabalhados 60 passos à frente, com elevada persistência dessa explicação. Apenas para os vértices de 24 e 60 meses a variável *fpp* não teve percentual relevante na variância explicada 1 passo à frente, embora tenha apresentado valores significativos a partir do 3º passo à frente. A variável *fpp* foi predominante nos vértices até 12 meses e alternou-se na segunda posição para os vértices de 24 e 60 meses, dependendo do passo analisado.

Como já evidenciado na análise de impulso resposta, as latentes de origem no curto prazo explicam melhor a variância dos vértices de curto prazo (1 e 6 meses) e as de origem e longo prazo explicam melhor a variância dos vértices de longo prazo (12, 24 e 60 meses).

A análise de decomposição da variância confirma que a memória recente do *fpp* realizado impacta em toda a estrutura do risco cambial, absorvendo, provavelmente o impacto de outras variáveis. A relevância complementar das latentes, no entanto, indica que o modelo pode ainda ser aprimorado.

Tabela 24 - Decomposição da Variância do vetor Ft_u

Vértices	Passos (<i>h</i>)	FPP	lat1	lat2	lat3
y1	1	51.34%	45.93%	2.56%	0.17%
	3	63.99%	27.97%	7.79%	0.25%
	12	64.30%	25.97%	9.47%	0.27%
	60	64.30%	25.96%	9.47%	0.27%
Y6	1	48.24%	20.08%	20.62%	11.06%
	3	63.90%	10.32%	18.20%	7.58%
	12	64.33%	8.43%	18.44%	8.80%
	60	64.30%	8.40%	18.43%	8.88%

y12	1	36.32%	15.18%	12.33%	36.17%
	3	59.36%	6.61%	13.04%	20.98%
	12	60.20%	5.04%	14.11%	20.65%
	60	60.18%	5.01%	14.12%	20.70%
Y24	1	3.07%	3.99%	3.42%	89.52%
	3	42.99%	1.49%	7.25%	48.28%
	12	47.70%	1.07%	9.50%	41.72%
	60	47.80%	1.06%	9.55%	41.58%
y60	1	2.10%	1.86%	0.80%	95.24%
	3	34.50%	0.73%	3.27%	61.50%
	12	40.81%	0.52%	6.21%	52.46%
	60	40.97%	0.52%	6.29%	52.21%

Fonte: Elaboração Própria

4.16. Aplicações Fora da Amostra

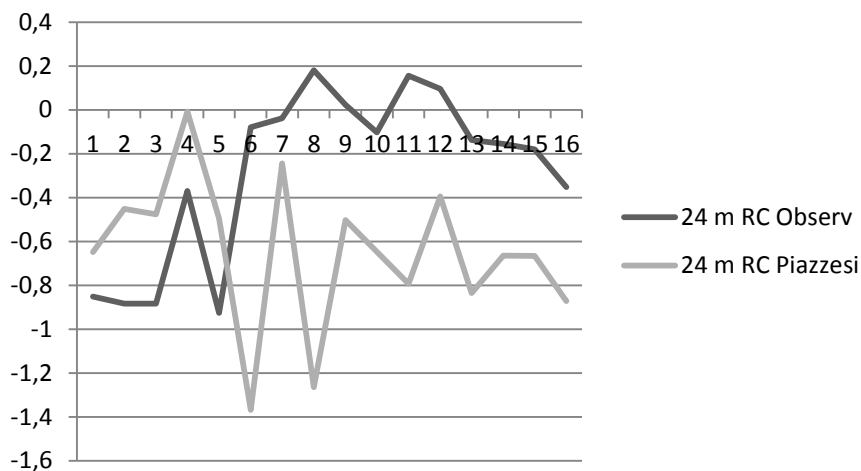
Bolder (2007) relata que um dos principais problemas dos modelos que trabalham a estrutura a termo da taxa de juros e prêmios relacionados se refere às aplicações fora da amostra, sendo baixa a *performance* desses modelos de maneira geral sob essa análise.

O autor compara diferentes modelos em previsões fora da amostra para o Canadá entre 1973 a 2005, sendo estes os modelos de Nelson e Siegel (1987), *Exponencial-Spline e Fourier-Series* sob a implementação dinâmica de Diebold e Li (2003), um modelo de regressão baseado em considerações empíricas e o proposto por Ang e Piazzesi (2003) em duas diferentes versões.

Os modelos *Exponencial-Spline* e as Séries de Fourier demonstraram no trabalho do autor a melhor *performance* para títulos que não pagam juros, analisado o excesso de retorno previsto no período, enquanto o modelo de Ang e Piazzesi (2003) obteve a pior *performance* em previsões fora da amostra.

Isso parece ter ocorrido, também, na análise apresentada no modelo proposto, como pode ser observado no gráfico a seguir para o vértice de 24 meses, pelos dados normalizados, quando observados 14 meses à frente, período entre set/13 a out/14.

Figura 15 - Projeções Fora da Amostra Vértice de 24 meses



Fonte: Elaboração Própria

Tabela 25 - Mean Square Error (MSE)

MSE Período	
Amostral	0.494944
MSE Fora da Amostra	
	0.719036

Fonte: Elaboração Própria

No entanto, Bolder (2007) havia identificado que justamente para o vértice de 24 meses o modelo de Ang e Piazzesi (2003) obtinha a melhor *performance*, dentre os vértices analisados em seu trabalho. É claro que não é possível constatar uma ineficiência da aplicação de Piazzesi (2003) em aplicações fora da amostra para poucas informações no mercado brasileiro, e mais ainda, pelo modelo apresentado, já que este representa um modelo híbrido, composto por aplicações irrestritas para o curto prazo, que são associadas à restrita nos vértices de longo prazo.

No entanto, é evidente a queda de *performance* e aumento do erro fora da amostra nessa aplicação, como pode ser demonstrado pelo Erro Quadrático Médio – *Mean Square Error* (MSE) dentro e fora da amostra, sendo que houve boa aderência da aplicação proposta no período amostral da modelagem.

Bolder (2007) defende que o modelo de Ang e Piazzesi (2003) é útil, mas deve ser adicionado a alguma aplicação adicional para o Canadá. O mesmo parece ter ocorrido na aplicação do

modelo proposto, mas as sugestões utilizadas como a agregação da modelagem de curto prazo e das latentes geradas por esses vértices e do prêmio *fpp* parecem não ter sido suficientes para aplicações fora da amostra.

Bolder (2007), ao final, sugere duas possibilidades futuras de ajuste: examinar outras alternativas de abordagens afins e de estimação. Compreende-se pelo estudo apresentado neste capítulo, que as adequações de VAR não gaussianos podem ser uma delas. Aprofundar nas relações de curto prazo que afetam o longo prazo parecem também promissoras, mesmo que por abordagens latentes.

Maior uso da associação do prêmio *fpp* ocorrido com a expectativa do risco cambial também é algo válido, pois claramente há uma relação entre essas variáveis e expectativas, que já incorporam muito das expectativas de outras variáveis macroeconômicas relacionadas.

4.17. Considerações Finais

O modelo proposto neste capítulo mostrou, por um modelo VAR, que há uma relação do *Forward Premium Puzzle (fpp)* ocorrido no curto prazo com o risco cambial implícito na estrutura a termo da taxa de juros. Mostrou, ainda, que fatores de vértices de curto prazo de 1, 6 e 12 meses influenciam ou explicam em parte a expectativa de longo prazo de vértices de 24 e 60 meses para o risco cambial e podem ser avaliados nesse tipo de relacionamento.

Outro argumento exposto é que pode haver uma junção entre modelos VAR irrestritos com VAR restritos, como a aplicação proposta por Ang e Piazzesi (2003) na busca de suprir esses modelos em informações de vértices faltantes, que possam ajudar na previsibilidade dos prêmios cambiais estimados, especialmente nos vértices de curto prazo que fundamentam parte da explicação dos de longo prazo.

A análise do *fpp* e do risco cambial possui uma relação direta e está também ocorre sob a ótica de expectativas racionais, quando utilizado o VAR Gaussiano restrito em um modelo de espaço de estados. Pela análise de impulso resposta o *fpp* demonstrou maior impacto ao choque, especialmente no vértice de 24 meses, também com maior persistência desse impacto, se dissipando a partir do 30º mês.

O *fpp* foi testado, em fase preliminar do desenvolvimento do modelo apresentado, com outras variáveis macroeconômicas, verificando-se a presença de multicolinearidade no vínculo com

o risco país ou de irrelevância na *performance*, quando acrescidos os prêmios de inflação e atividade real. Esses são indícios da sensibilidade desse indicador na agregação explicativa de outras variáveis macroeconômicas presentes.

A utilização de modelos mais robustos com uso de variáveis que sintetizem expectativas como o *fpp*, com complemento de latentes, indica, assim, uma trajetória coerente, pois houve boa aderência da modelagem no período amostral. No entanto, o mesmo não se pode dizer de períodos fora da amostra, pelo menos para o curto período analisado à frente de apenas 14 informações mensais.

É notada nesta aplicação certa fragilidade das estruturas indicadas por Ang e Piazzesi (2003) para abordagens fora da amostra, como também foi observado por Bolder (2007). Evoluções nesse sentido parecem ocorrer em VAR não gaussianos, que são indicados para trabalhos futuros, além da exploração de outras variáveis que possam se associar ao *fpp* na análise do risco cambial, como o próprio uso de formações distintas para geração das latentes.

Conclui-se que as estruturas de curto e longo prazo podem ser fundidas em métodos com vistas a ampliar as possibilidades de utilização dessas estimativas, na ausência de dados relativos ao período da estrutura de risco cambial estimada.

A variável *fpp* demonstra, também, pela decomposição de variância, forte poder de explicação das variações do risco cambial nos vértices estimados, somada às variáveis latentes. Esse componente evidencia que a incerteza de curto prazo se sobrepõe a outros elementos explicativos macroeconômicos e de risco para a explicação das variações dos prêmios cambiais e que eventos de curto prazo podem gerar impacto em prêmios de longo prazo.

4. CONCLUSÕES

O objetivo principal do trabalho foi avaliar o risco cambial presente na estrutura a termo da taxa de juros brasileira por modelos VAR, buscando identificar variáveis observáveis, macroeconômicas e não observáveis latentes, de forma a justificar esse prêmio de risco e suas variações na curva de juros. A contribuição principal dos modelos apresentados neste trabalho é a proposição de uma abordagem distinta da estrutura clássica, fazendo com que o prêmio cambial seja visto pelo próprio comportamento da estrutura a termo da taxa de juros, e não como prêmio constante na curva de juros ou simplesmente sujeito a fatores como liquidez. Desse modo, se aplicaria como apresentado pelo trabalho, fatores explicativos do seu comportamento, que são comumente utilizados para análise da estrutura a termo da taxa de juros, como inflação e atividade real, como é proposto por Clarida e Taylor (1997), Ang e Piazzesi (2003), Taylor (1993). Adiciona-se, ainda, a variável risco país. Ademais, o conceito de excesso de retornos é trabalhado para definição do risco cambial como a parcela restante às remunerações reconhecidas e aos prêmios esperados, sendo extraídas: a remuneração de taxa externa, risco país e as expectativas inflacionárias, todas para cada curva. Em síntese, ressaltase que a dinâmica da estrutura a termo relacionada a fatores macroeconômicos e latentes se dá especialmente sobre o elemento de maior incerteza e daí a justificativa de sua modelagem separadamente.

Buscou-se, também, relacionar a teoria das expectativas racionais à estrutura a termo da taxa de juros e verificar o risco cambial, como mencionado, pelo excesso de retorno gerado para o prêmio cambial, diante das expectativas inflacionárias doméstica e externa. Essa abordagem traz conceito similar ao excesso de retorno apresentado por outros autores como Cochrane e Piazzesi (2008) e Clarida e Taylor (1997), mas com aplicação distinta, uma vez que ao invés de se utilizar o excesso do retorno sobre as taxas de curtíssimo prazo, dado por exemplo pela remuneração das taxas à vista, que implicaria em uma taxa média esperada ao longo da curva de juros, apontou-se o retorno esperado como as expectativas inflacionárias, conceito proveniente de uma economia em equilíbrio e perfeitamente competitiva, sendo o excesso deste em cada vértice o prêmio cambial a ser medido, após as deduções das taxas futuras externas e risco país na curva.

O *Forward Premium Puzzle (fpp)* também foi avaliado como variável explicativa do risco cambial, apresentando relação existente entre essas duas medidas.

A primeira etapa do trabalho foi composta pelo levantamento preliminar e experimentação de possíveis variáveis macroeconômicas que pudessem explicar os prêmios refletidos no risco cambial e país. Baseado em propostas como as de Garcia (2001) e Frankel (1999) foram testadas diversas variáveis que pudessem justificar esses prêmios de risco, relacionadas ao endividamento externo, como a Necessidade de Financiamento do Setor Público (NFSP), variações da balança comercial e das transações correntes, fatores produtivos como crescimento do PIB e nível de emprego, inflação, dentre outros.

À exceção do risco país, as variáveis que explicaram o modelo compõem, na verdade, ingredientes de inflação e atividade real, elementos percebidos em outros trabalhos que se utilizam de abordagens VAR para explicação da estrutura a termo da taxa de juros, como Creal e Wu (2013), De los Rios (2006) e Ang e Piazzesi (2003). A utilização de técnicas de componentes principais para agregar essas informações também é utilizada nesses trabalhos. A taxa de desocupação associada aos índices mundiais, na forma de componentes, deixou os modelos mais parcimoniosos e aderentes para a explicação do risco cambial.

A expectativa de inflação é um componente que afeta o poder de compra entre países, especialmente em regimes de intervenção cambial. Fatores de ganhos ou perdas de produção também podem se mostrar geradores de renda. O risco país afeta a credibilidade, que pode ser associada a outros prêmios de risco, como o cambial. Assim, a seleção dessas variáveis parece coerente na interferência do prêmio cambial a termo.

A utilização de um VAR Gaussiano sob condições de ausência de arbitragem, compreendendo a ótica de expectativas, condicionadas em um modelo de espaço de estados, fez parte da proposição econométrica e conceitual do trabalho, apresentada no terceiro capítulo, com aplicação do prêmio de risco cambial, replicando o que Ang e Piazzesi (2003) fizeram na estrutura a termo da taxa de juros americana. As adaptações relevantes se devem ao uso do prêmio cambial nessa estrutura e a modificação no uso dos elementos que formaram os componentes principais e a agregação do risco país como variáveis explicativas. Os resultados foram aderentes, com o uso de técnicas robustas e aplicação das mesmas variáveis já utilizadas nos modelos irrestritos.

O tratamento das latentes também é aprimorado nesse modelo e essas são geradas pela função de verossimilhança em condições restritas à arbitragem, dadas pelos preço Kernel e na equação de risco de mercado. Os resultados se mostram aderentes dentro da amostra. Percebe-se na análise de impulso resposta e decomposição de variância efeitos de curto prazo

associados aos de longo prazo, pela associação da origem do vértice de cada latente e elevado impacto da latente com origem no curtíssimo prazo afetando a composição do risco cambial. O Risco País parece exercer boa influência no comportamento do risco cambial com elevada persistência, apesar da memória recente ter gerado melhor resposta na composição do risco cambial, o que também motivou a proposição exposta no modelo posterior, gerada pelo *fpp*.

Assim, no quarto capítulo foi analisada a relação da memória recente do *Forward Premium Puzzle (fpp)* de 1 mês ao risco cambial e a possibilidade de associar um modelo VAR irrestrito a um restrito, conforme Ang e Piazzesi (2003), na tentativa de preencher dados faltantes, especialmente que possam suprir períodos fora da amostra e que gerassem previsibilidade de forma mais parcimoniosa. Percebe-se intensa relação do *fpp* recente e o risco cambial. Identificam-se, ainda, padrões de vértices de curto prazo (1, 6 e 12 meses), afetando os vértices de longo prazo (24 e 60 meses).

O modelo para o *fpp* apresentou boa aderência dentro da mostra, mas se mostrou incompleto quando aplicado fora da amostra, Embora, o período fora da amostra seja um intervalo curto, de apenas 14 informações mensais, trabalhos como o de Bolder (2007) tem evidenciado maior fragilidade da estrutura indicada por Ang e Piazzesi (2003) para previsões fora do intervalo amostral.

Conclui-se que o risco cambial pode ser modelado por aplicações VAR com variáveis explicativas macroeconômicas e latentes, adicionado ao risco país, em uma valoração por vértice. A aplicação de Ang e Piazzesi (2003) é benéfica aos modelos, condiciona a modelagem à ausência de arbitragem e por um VAR Gaussiano em espaço de estados também se impõe a estrutura a termo do risco cambial sob justificativa de expectativas racionais. O *fpp* pode sintetizar vários dos movimentos existentes nas variáveis macroeconômicas e do risco país, apresentando com este último, inclusive, evidências de multicolinearidade, mas podem ser ampliadas as abordagens com essa variável. Esse prêmio evidencia, também, a forte relação de incertezas de curto prazo na variações dos prêmios contidos na estrutura a termo. A presença explicativa das variações da latente oriunda do vértice de 1 mês e do risco país, também apontam para essa afirmativa.

As aplicações fora da mostra, no entanto, são incompletas e requerem maior esforço para previsão de fato desse prêmio de risco em seus vértices. Extensões, nesse sentido, são indicadas pelo trabalho. Aplicações VAR não gaussianas, também podem ser benéficas, A tentativa de uso de outras abordagens como os modelos Nelson e Siegel (1987) e as Séries de

Fourrier podem ser testadas na mesma linha desse trabalho. Outras evoluções que incorporam evidências da política monetária e da intervenção do Banco Central do Brasil, também podem elucidar pontos não abordados por esse trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMS, K. J.; Van Deventer D. R. **Fitting Yield Curves and Forward Rate Curves with Maximum Smoothness**, Journal of Fixed Income, v.4, n.1, 1994.
- AGMON, T, BRONFELD,S. **The International Mobility of Short Term Covered Arbitrage Capital**. Journal of Business Finance and accounting, vol. 2, 269-278, 1975
- ALMEIDA, Caio; SIMONSEN, Axel; VICENTE, Jose. **Forecasting Bond Yields with Segmented Term Structure Models**, Working Paper Series, Banco Central do Brasil, 2012.
- ANDRADE, S.C; TABAK, B.M. **Is it worth tracking dollar/real exchange rate volatility?** Revista de Economia Aplicada 5, 2001.
- ANG, Andrew; PIAZZESI, Monika. **A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables**. United States: Journal of Monetary Economics, 2003.
- ANG. S.; Van Dyne, L.; & Koh, S. K. **Personality correlates of the four-factor model of cultural intelligence**, *Group and Organization Management*, 31, 100-123, 2006.
- BALDUZZI, Pierluigi. **Minimal returns and the breakdown of the price-volume relation**. Economic Letters 50, 1996.
- BANSAL, R, DAHLQUIST, M. **The forward premium puzzle: different tales from developed and emerging economies**. Journal of International Economics, vol. 51, 115 –144, 2000
- BANSAL, R., Gallant, A.R., Hussey, R., Tauchen, G., **Non-parametric structural estimation of models for high frequency currency market data**. Journal of Econometrics 10, 369–403, 1995
- BEECHEY, Meredith J.; WRIGHT, Jonathan H.. **The high-frequency impact of news on long-term yields and forward rates: Is it real?** Journal of Monetary Economics, Elsevier, v. 56, 2009.
- BEKAERT, G. **The time-variation of risk and return in foreign exchange markets: A general equilibrium perspective**. Review of Financial Studies 9, 427–470, 1996
- BEKAERT, G.,CHO, S.,MORENO, A. **New Keynesian Macroeconomics and the Term Structure**. Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 42, No. 1, 33-62, 2010
- BEKAERT, G., HODRICK, R.J. **Characterizing predictable components in excess returns on equity and foreign exchange**. Journal of Finance 66, 251–287, 1992
- BEKAERT, G., HODRICK, R.J. **Expectations Hypotheses Tests**. The Journal of Finance, Vol.56, Issue 4, pages 1357–1394, August 2001
- BOLDER, D.J. **Optimization in a Simulation Setting: Use of Function Approximation in Debt-Strategy Analysis**. Bank of Canada: Working Paper, 2007.

BOOTHE, Paul; GLASSMAN, Deborah. **The Statistical Distribution of Exchange Rates: Empirical Evidence and Economic Implications**. Journal of International Economics, 22, 1987.

BONOMO, Marco; LOWENKRON, Alexandre. **A Term Structure Model for Defaultable Bonds with Macro and Latent Variables**. Fundação Getúlio Vargas, Banco BBM, 2008.

BRITO, R. D.; GUILLEN, O. T. C.; DUARTE, A. J. M. **Overreaction of yield spreads and movements of Brazilian interest rate**. Revista de Econometria, v. 24, p. 1-55, 2004.

BUCKLEY, A. **Multinational Finance**. Oxford: Philip Allan, 1986

BUONO, Mark; RUSSELL B. Gregory-Allen; YAARI, Uzi. **The Efficacy of Term Structure Estimation Techniques: A Monte Carlo Study**, The Journal of Fixed Income 1, 1992.

CAMPBELL, John Y., SHILLER Robert J. **Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View**. Review of Economic Studies, 1991.

CAMPBELL, J.Y., CLARIDA, R.H., 1987. **The term structure of Euromarket interest rates: An empirical investigation**. Journal of Monetary Economics 19, 25–44, 1987

CARVALHO, David F., **Paridade Descoberta da Taxa de Juros da Economia Brasileira num Ambiente de Crise Financeira Mundial: Teoria e Evidência Empírica**, Mimeo, UFPA, 2012

CHEN, Lin **Essays on the Capital markets**. Ph.D dissertation, Kennedy School of Government, Harvard University, 1994.

CHEN, R. and SCOTT, L. **ML Estimation for a Multifactor Equilibrium Model of the Term Structure**, Journal of Fixed Income, 3, 3, 14-31, 1993

CHRISTENSEN, Jens H. E.; LOPEZ, Jose A.; RUDEBUSCH, Glenn D. **Inflation expectations and risk premiums in an arbitrage-free model of nominal and real bond yields**. Proceedings, Federal Reserve Bank of San Francisco, 2009.

CLARIDA, R., GALÌ, J., GERTLER, M. **Monetary Policy Rules and Macroeconomic Stability: Evidence and Some Theory**. Quarterly Journal of Economics, 2000.

CLARIDA, R. H.; M. P. TAYLOR. **The Term Structure of Forward Exchange Premiums and the Forecastability of Spot Exchange Rates: Correcting the Errors**. Review of Economics and Statistics, 1997.

CLARIDA, R. H., SARNO, L., TAYLOR, M.P. **The out-of-sample success of term structure models as exchange rate predictors: a step beyond**. Journal of International Economics 61–83, 2003.

COCHRANE, J.H; PIAZZESI, Monika. **Decomposing the Yield Curve**. Working Paper, NBER, 2008.

COCHRANE, John H.; PIAZZESI Monika. **Bond Risk Premia**. American Economic Review 95, 2005.

COX, J.C., INGERSOLL J.E.; ROSS S.A. **A Theory of the Term Structure of Interest Rates**. Econometrica, 1985.

CUTHBERTSON, K. **The Expectations Hypothesis of the Term Structure: The UK Interbank Market**, The Economic Journal, v. 106, n.436, 1996.

CUTHBERTSON, K.; NITZSCHE, D. **Quantitative financial economics**. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2005.

CREAL, Drew D.; WU, Jing Cynthia. **Estimation of Non-Gaussian Affine Term Structure Models**. Chicago Booth Research Paper, 2013.

DAI, Q., SINGLETON, K.J. **Expectation Puzzles, Time-varying Risk Premia and Dynamic Models of the Term Structure**. Working Paper, National Bureau of Economic Research, 2001

DIEBOLD, F. X. and Li, C., **Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields**. Journal of Econometrics, v. 130, 2006.

DUFFEE, G. R. **Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models**, Journal of Finance, 57, 2002.

DUFFIE, D. **Dynamic Asset Pricing Theory**. Princeton: Princeton University Press, 1992.

ESTRELLA, Arturo; MISHKIN, Frederic S. **The Predictive Power of the Term Structure of Interest Rates in Europe and the United States: Implications for the European Central Bank**. European Economic, r. 41, 1997.

EVANS, Charles L.; MARSHALL, David A., **Monetary policy and the term structure of nominal interest rates: Evidence and theory**. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Elsevier, v. 49, 1998.

FAMA, Eugene F. **Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work**, Journal of Finance, Vol. 25, 1970

FAMA, Eugene F.. **Term Structure Forecasts of Interest Rates, Inflation, and Real Returns**. Journal of Monetary Economics. 1990.

FAMA, Eugene F. **Forward and Spot Exchange Rates**. Journal of Monetary Economics, 1984.

FAMA, E. F.; BLISS, R. R. **The Information in Long-Maturity Forward Rates**. American Economic Review 77, 1987.

FISHER, M., GILLES, C. **Around and around: The Expectation Hypothesis**. Journal of Finance. Vol. 53, 365-383, 1998

FRANKEL, Jeffrey; ROMER, David. **Does Trade Cause Growth?**. American Economic Review, 1999.

GALVÃO, Alexandre, TOSCANO, Ela M.M. **Modelagens ARMA para as Taxas de Câmbio no Brasil pós Plano Real**. 9ª Escola de Séries Temporais e Econometria: Belo Horizonte, 2001.

GARCIA, M.; OLVIARES, G. **O Prêmio de risco da taxa de câmbio no Brasil durante o plano real**. Rio de Janeiro: Revista Brasileira de Economia, v. 55, n. 2, 2001.

GARCIA, M. G. P.; DIDIER, T. **Taxa de Juros, Risco Cambial e Risco Brasil**. Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro, 2001.

GARCIA, M. G. P.; DIDIER, T. **Very high interest rates and the cousin risks: Brazil during the Real Plan**. Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro, 2001.

GALLMEYER, M. F.; HOLLIFIELD, B.; ZIN, S. E. **Taylor rules, McCallum rules and the term structure of interest rates**. Cambridge: NBER, 2005

GUIZZO, H. A. **Testes Da Hipótese Das Expectativas Racionais para o Mercado De Renda Fixa Brasileiro**. Dissertação de Mestrado. USP, 2014

HAMILTON, James D; KIM, Dong Heon. **A Reexamination of the Predictability of Economic Activity Using the Yield Spread**. Journal of Money, Credit and Banking, Blackwell Publishing, v. 34, 2002.

HANSEN, P. R. **Structural changes in the cointegrated vector autoregressive model**. Journal of Econometrics 114, 2003.

HECK, Sylvio Klein Trompowsky. **Ensaio sobre risco de taxa de câmbio e microestrutura de Mercado**. Tese de Doutorado Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008.

HODRICK, R.J., SRIVASTAVA, S. **Foreign Currency Futures**. Journal of International Economics 22 (1987) 1-24. North-Holland, 1987

HULL, John; WHITE, Alan, **Pricing interest-rate derivative securities**. The Review of Financial Studies, v. 3, n. 4 1990.

HULL, John; WHITE, Alan. **One-Factor Interest-Rate Models and the Valuation of Interest-Rate Derivatives Securities**. Journal of Financial and Quatitative Analysis, v. 28, n.2, 1993.

HANSEN, L., AND T. SARGENT. **Formulating and Estimating Dynamic Linear Rational Dynamic Linear Rational Expectation Models**. I," mimeo, March, 1979

HURN, Stan; LINDSAY, Kenneth; & PAVLOV, Vladimir. **Smooth Estimation of Yield Curves by Laguerre Functions**. International Congress On Modelling And Simulation Advances And Applications For Management And Decision Making, Australia: Victoria Melbourne, 2005.

LEVICH, R. M. **On the efficiency of markets for foreign exchange.**, International Economic Policy: An Assessment of Theory and Evidence. Baltimore, Maryland: Johns Hopkins University Press, . 1979.

LITTERMAN, R.; J. Scheinkman. **Common Factors Affecting Bond Returns.** Journal of Fixed Income, v.1, n. 1, 1991.

LUCAS, Jr. R.E., **Interest rates and currency prices in a two-country world.** Journal of Monetary Economics 10, 335–360, 1982

MACDONALD, R.; TAYLOR, M. P. **Economic analysis of foreign exchange markets: an expository survey.** Exchange Rates and Open Economy. Oxford: Basil Blackwell, 1989.

MARÇAL, E. F.; PEREIRA, P. L. V. **A estrutura a termo das taxas de juros no brasil: Testando a hipótese de expectativas.**, Pesquisa e Planejamento Econômico 37, 2007.

MARK. Nelson. C. **Exchanges Rates and Fundamentals: Evidence on Long-Horizon Predictability.** The American Economic Review, 1995

MARK, N. and MOH, Y. **Official interventions and occasional violations of uncovered interest parity in the dollar-DM market, mimeo,** University of Notre Dame., 2004

MCCALLUM, B.T. **A Reconsideration Of The Uncovered Interest Parity Relationship.** Journal of Monetary Economics, 33, 1994.

MCCULLOCH, J Huston. **Measuring the Term Structure of Interest Rates.** Journal of Business, 1971.

MISHKIN, Frederic S. **The Information in the Longer Maturity Term Structure About Future Inflation.** The Quarterly Journal of Economics, v. 105, n. 3, 1990.

NELSON, C.; SIEGEL, A. F., **Parsimonious Modeling of Yield Curves.** Journal of Business, v. 60, 1987.

PIAZZESI, Monika. **The Fed and Interest Rates - A High-Frequency Identification.** American Economic Review, American Economic Association, v. 92, 2002.

PIAZZESI, Monika. **Affine Term Structure Models.** forthcoming in Handbook of Financial Econometrics, 2003.

PIAZZESI, Monika. **Affine Term Structure Models.** Department of Economics, Stanford: Stanford University, 2010.

RENDLEMAN, R.; BARTTER B. **The Pricing of Options on Debt Securities.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1980.

RIOS, Antonio Diez de los. **Can Affine Term Structure Models Help Us to Predict Exchange Rates?.** Bank of Canada, 2006.

RIOS, Antonio Diez de los. **Exchange Rate Regimes, Globalization, and the Cost of Capital in Emerging Markets.** Ottawa, Ontario: Bank of Canada, 2007.

RIOS, Antonio Diez de los. **McCallum Rules, Exchange Rates, and the Term Structure of Interest Rates.** Ottawa, Ontario: Bank of Canada, 2008.

SCHAEFER, S.M.; E.S. SCHWARZ. **A two-factor model of the term structure: An approximate analytical solution.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, 19, 1984.

SVENSSON, L. E. O. **Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994.** IMF Working Paper, 1-49, 1994.

SVENSSON, L. E. O., **Estimating the Term Structure of Interest Rates for Monetary Policy Analysis,** Scandinavian Journal of Economics, v. 98, 1996.

TAYLOR, M. P. **Covered interest parity: a high-frequency, high-quality data study.** Economica, v. 54, 1987.

TAYLOR, M. P. **The role of speculation on the forward exchange market: some consistent estimates assuming rational expectations.** Oxford Bulletin of Economics and Statistics, v. 49, 1987.

TAYLOR, M. P. **Covered interest arbitrage and market turbulence: an empirical analysis.** Centre for Economic Policy Research, Discussion Paper, n. 236, 1988.

TAYLOR, M. P. **A DYMIMIC model of forward foreign exchange risk, with estimates for three major exchange rates'** The Manchester School of Economic and Social Studies, v. 56, 1988.

TAYLOR, John B., "Discretion Versus Policy Rules in Practice," Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, 1993.

WILLETT, T. D. **The covered-arbitrage schedule: a critical survey of recent developments.** Journal of Money, Credit and Banking, 1979.

VASICEK, Oldrich. **An Equilibrium Characterization of the Term Structure.** Journal of Financial Economics, 1977.

YARON, A., **Asset pricing and the liquidity effect: A theoretical and empirical investigation,** Working Paper, Carnegie Mellon University, 1996

APÊNDICES

I. Os Contratos Futuros DI - 1 Dia

Os contratos DI-1Dia representam o valor da taxa futura de juros dados os contratos DI transacionados diariamente no mercado, ou seja, popularmente a negociação da taxa de juros para o futuro. Há uma enorme importância das taxas DI para o mercado, visto que essas taxas servem como referência básica de remuneração para as aplicações, sendo muitas vezes consideradas como a taxa livre de risco (*Risk Free*) na avaliação de projetos e na estruturação do custo de capital das empresas.

Nos contratos futuros de DI, cada contrato possui um valor de R\$100.000,00, valor de face em seu resgate. Sendo, assim as taxas projetadas se apresentam em termos de deságio de negociação desse preço no vencimento, como valores pagos a valor presente nas datas de sua transação – Preços PU (Preço Unitário).

Os vencimentos desses contratos ocorrem sempre no primeiro dia útil de cada mês. As taxas do contrato são divulgadas em percentuais ao ano e só, posteriormente à transação, os valores negociados são transformados em preços PU. Esses contratos representam, então, a variação esperada das negociações de DI no período entre a data da operação e seu vencimento, apurados diariamente. Assim, pode-se escrever, genericamente, o valor desses contratos no vencimento como 100.000 pontos. O preço negociado de cada contrato, na data de sua transação, refere-se às taxas ao ano relativas ao período transacionado:

$$PU = \frac{100000}{(1+i)^{n/252}} \quad (125)$$

Sendo i a taxa transacionada ao ano e cotada pelo mercado e n o número de dias úteis entre a data de transação e o vencimento do contrato.

Um ponto relevante nesses contratos está na divulgação e forma de operação dessa taxa. Embora, esta cotação seja realizada em percentuais ao ano, há sua transformação para valores em PU. Desta forma, quando o investidor acredita em uma alta da taxa de juros, deve comprar contratos de DI que são convertidos em venda de contratos PU. Tal dinâmica ocorre pelo conceito da base em PU.

É importante ressaltar, ainda, os resultados pretendidos nessa negociação. Quando se negocia um contrato DI de taxa de juros, na verdade o que se obtém é uma aposta na variação dessa taxa no período entre a data de sua transação e seu vencimento, ou seja, não há remuneração

de recursos na forma de um aplicador e um tomador. Melhor dizendo, só ocorreriam diferenças de pagamento ou recebimento nos resultados finais dos contratos se a variação do período real na economia fosse inferior ou superior ao percentual negociado para esse período.

Resumindo, um contrato DI jamais serviria como alternativa de aplicação ou de empréstimo para um investidor e, sim, como contratos de arbitragem, *hedging* ou especulação em variações de taxas futuras de juros, já que não há remuneração dos valores referenciados como cotação. Na especulação, o ganho ou perda esperados representam as diferenças de variações, no período negociado, sobre uma base PU, base similar ao valor presente nessa negociação, dada uma taxa projetada de juros.

II. O Cupom Cambial

Outra importante referência de derivativo no mercado de juros é o Cupom Cambial. Cupom Cambial significa o percentual de taxa de juros oferecido ao mercado, divulgado geralmente em percentuais ao ano, livre da variação cambial ocorrida. Assim, representaria quanto os títulos domésticos, representados pelo DI, por exemplo, estariam remunerando o mercado ao ano, descontando-se a variação cambial projetada.

Sua expressão poderia ser escrita como:

$$CC = \left(\frac{(1+i)^{\Delta t}}{\Delta C - 1} \right) x \Delta t_2 n \quad (126)$$

Sendo: $\Delta t_2 = \frac{360}{n}$, i a taxa doméstica em termos percentuais, ΔC a variação cambial esperada no período.

Geralmente, essa referência é dada em termos de projeção, ou seja, qual seria a remuneração prevista.

Uma forma de expressão para o cupom previsto ou futuro a.a. pode ser encontrada na associação das taxas futuras de DI e a razão entre as cotações do dólar futuro (DOLF) e do dólar à vista (spot), sendo:

$$C_f = \left(\frac{\frac{100.000}{\frac{pu}{DOLF}}}{spot} \right) x \frac{360}{n} x 100 \quad (127)$$

Então, o DOLF representa a cotação dos contratos de dólar futuro; PU, o preço unitário dos contratos futuros de taxa de juros e n o número de dias corridos do período entre a data da cotação e o vencimento dos contratos.

Analisando-se a equação acima, no numerador têm-se a representação da taxa de juros doméstica projetada pelo mercado, no período, calculada em valores PU. Tal valor poderia ser substituído simplesmente pelo fator de juros no período. No denominador apresenta-se a variação cambial prevista, ou a possível fixação da mesma no mercado, que pode ser efetuada pela razão entre o dólar futuro e o câmbio à vista (spot), utilizando-se como parâmetros as mesmas taxas de vencimento para os contratos futuros de DI referenciados. Fazendo-se uma equação sobre a outra se obtém a taxa doméstica projetada, descontada a variação cambial prevista - cupom cambial projetado.

Na BM&FBOVESPA estes contratos são negociados, assim como os contratos DI, por apostas em sua variação no período e não há remuneração de seus participantes.

A cotação dos contratos de cupom é dada em percentuais ao ano e convertida, para cálculos de ajustes, em valores PU, sendo:

$$PU (DDI) = \left(\frac{100000}{1 + \frac{i^*n}{360}} \right) \quad (128)$$

Onde:

n , é o número de dias corridos,

i a taxa nominal de juros divulgada para o cupom.

O contrato de cupom, no entanto, pressupõe uma variação de contratos distintos, ou seja, depende da variação de juros domésticos e da variação cambial, que é dada pela diferença entre o câmbio no futuro e à vista. Operações de *hedging* ou arbitragem nesta estratégia geralmente são associadas a operações de DI. São alternativas de compra, ainda, de dólar futuro, formando um *hedging* sintético, se conciliados às negociações de contratos DI.

a. Analisando o Cupom Cambial

Para real compreensão deste indicador são necessárias algumas mudanças em sua fórmula. Conforme visto, anteriormente, o cupom cambial pode ser escrito como:

$$CC = \left(\frac{(1+i)^{\Delta t}}{\Delta C - 1} \right) \cdot \frac{360}{n} \quad (129)$$

Sendo ΔC a variação cambial que pode ser fixada nos mercados futuros pela razão F/S, representando o dólar futuro na data de transação dividido pelo câmbio à vista nessa mesma data.

Reordenando os termos chega-se à fórmula teórica da paridade coberta da taxa de juros:

$$F = \frac{S \cdot (1+i)^{\Delta t}}{\frac{CC}{\Delta t} + 1} = \frac{S \cdot (1+i)^{\Delta t}}{(1+ie \cdot \Delta t)} \quad (130)$$

Onde:

$$\frac{CC}{\Delta t} + 1 = (1+ie \cdot \Delta t) \quad (131)$$

Fazendo-se $\Delta t = 1$, encontra-se a expressão final:

$$CC(DDI) = ie$$

Ou seja, o cupom cambial significaria o percentual de juros em dólar pagos na economia. Pelo pressuposto da arbitragem e conforme demonstra o modelo da paridade coberta da taxa de juros, o valor da taxa cotada para as captações externas do país.

Cabe ressaltar que os contratos de cupom cambial e suas taxas são importantes instrumentos para o mercado de crédito, já que negociam taxas líquidas em dólar, o mesmo pressuposto dos resultados líquidos obtidos em uma operação de *swap*. Assim, as instituições financeiras podem estruturar operações com base nesses valores e oferecer instrumentos de crédito a seus clientes, que possuam necessidade de proteção cambial.

b. Cupom Sujo, Cupom Limpo e Fra de Cupom Cambial

O nome Cupom Sujo é justificado pelos contratos da BM&FBOVESPA que utilizam, nesta modalidade, o PTAX, cotação divulgada pelo BACEN do dia anterior à transação, ao invés do câmbio à vista no cálculo desses contratos. O Cupom Limpo, conceitualmente, seria esse mesmo cálculo utilizando-se as taxas correntes de mercado para o câmbio à vista. Uma alternativa criada a essa escolha pela BM&FBOVESPA foram os contratos de FRA de Cupom Cambial, que negociam o valor do cupom, utilizando-se cálculos entre dois

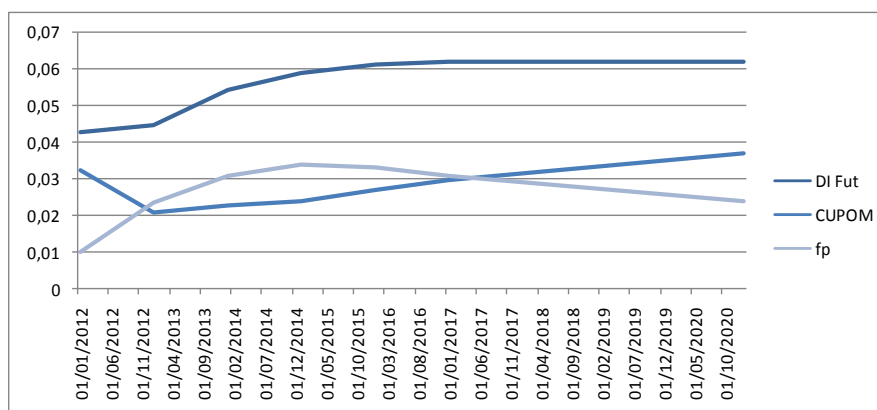
vencimentos para o dólar futuro, daí um contrato de cupom limpo, utilizando taxas atuais de mercado.

III. Fra de Cupom Cambial

O Fra de Cupom Cambial é um contrato negociado na BM&FBOVESPA e representa as taxas de juros em dólar negociadas entre o primeiro dia útil do mês subsequente de sua negociação e o vencimento desses contratos. São espécies de apostas em variações que sintetizam uma troca futura de variação das taxas dos Depósitos Interfinanceiros (DI) e a variação cambial prevista para o período, resultado em uma taxa de juros em dólar, similar ao Cupom Cambial, mas para intervalos de tempo futuros. São referências de remuneração para títulos do mercado brasileiro, negociados em dólar, e que se assemelham em risco aos títulos emitidos pelo governo, já implícitas os prêmios de risco de crédito. Podem assim sinalizar os prêmios de risco país pagos relativos à cobertura do risco de crédito, adequados à curva futura de juros.

A dedução das variações entre juros futuros domésticos e o Fra de Cupom indica a projeção do *forward premium* no Brasil, que se dá pela diferença entre o mercado futuro de dólar e o mercado spot. Neste prêmio encontra-se a expectativa de desvalorização cambial e o risco cambial associado, objeto de estudo deste trabalho. Sendo assim, a análise da diferença entre as taxas de retorno futuras dos Depósitos Interfinanceiros (DI) e o Fra de Cupom Cambial, resultam nas taxas futuras projetadas para o *forward premium*. É possível, ainda, a extração da expectativa do prêmio de risco país pelo Fra de Cupom Cambial, uma vez que suas cotações sinalizam o prêmio de juros em dólar pago no Brasil, comparativamente em risco a taxas praticadas pelo governo brasileiro ou interbancárias. Assim, a dedução das taxas de juros americanas presentes na curva de juros do Fra de Cupom Cambial evidencia como o resultado a curva de juros do risco país.

Figura 16 - A Estrutura a Termo do *Forward Premium*



Fonte: Elaboração Própria, dados BM&F BOVESPA

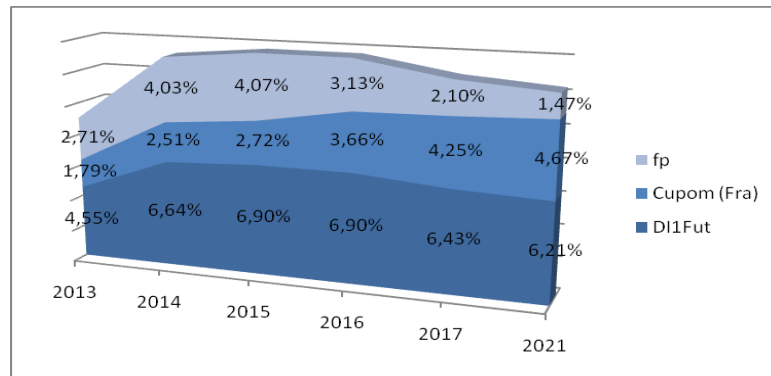
Tabela 26 - Taxas de Juros a Termo Nominais e Reais e *Forward Premium* Projetado

Vencdo./Ativos	Taxas Nominais			Taxas Reais			Taxas na Curva		
	DI1Fut %	Cupom (Fra)%	fp	DI1Fut	Cupom (Fra)	fp	DI1Fut	Cupom (Fra)	fp
02/01/2012	11,1	3,3	7,57%	5,27%	3,26%	1,00%			
02/01/2013	10,3	3,6	6,48%	4,56%	2,09%	2,36%	4,55%	1,79%	2,71%
02/01/2014	10,8	3,8	6,69%	5,98%	2,28%	3,10%	6,64%	2,51%	4,03%
02/01/2015	11,1	4,0	6,83%	6,27%	2,41%	3,40%	6,90%	2,72%	4,07%
04/01/2016	11,2	4,2	6,65%	6,39%	2,70%	3,33%	6,90%	3,66%	3,13%
02/01/2017	11,2	4,5	6,41%	6,45%	3,00%	3,10%	6,43%	4,25%	2,10%
04/01/2021	11,3	5,3	5,68%	6,46%	3,71%	2,39%	6,21%	4,67%	1,47%

Fonte: Elaboração Própria, dados BM&F BOVESPA

Assim, como nas taxas de juros refletidas no mercado DI, o componente a termo extraído para o *forward premium*, se descontadas as expectativas de inflação, projetadas em reais e em dólar, possui uma relevante diferenciação entre os vencimentos dos contratos disponíveis, como pode ser observado na Figura 17.

Figura 17 - Decomposição da Estrutura a Termo do *Forward Premium*

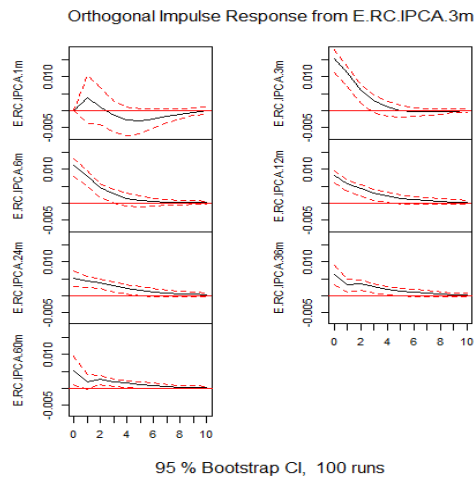
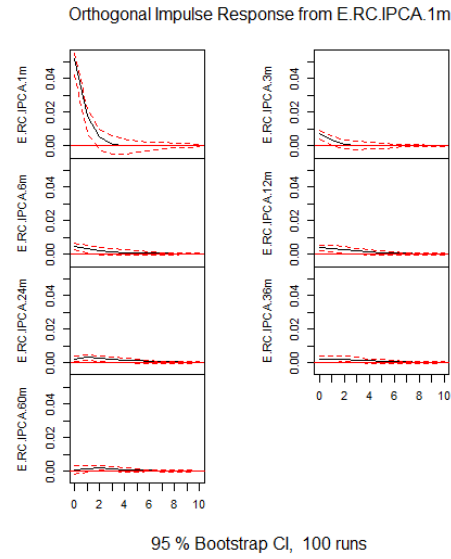


Fonte: *Elaboração Própria, dados BM&F BOVESPA*

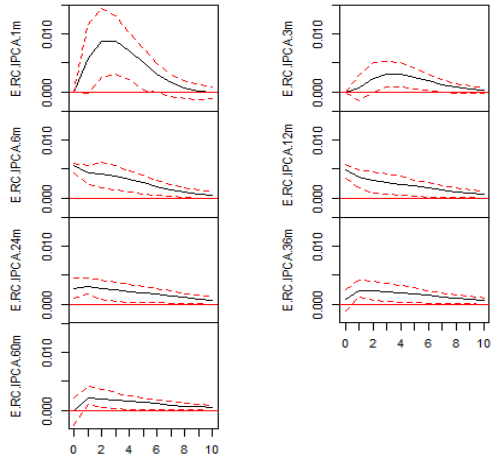
Como o *forward premium* representa um intervalo que compõe níveis de risco diferenciados e mais ainda, forma a base de projeção da taxa básica de juros da economia, a compreensão dos componentes e variáveis que afetam seu valor ao longo do tempo pode gerar indícios e políticas que possam melhor gerenciar suas flutuações, reduzindo, provavelmente, o nível de incerteza na economia, e, conseqüentemente, alcançando taxas de juros mais adequadas aos parâmetros mundiais.

ANEXOS

Figura 18 - Impulso Resposta Modelo VAR não Restrito

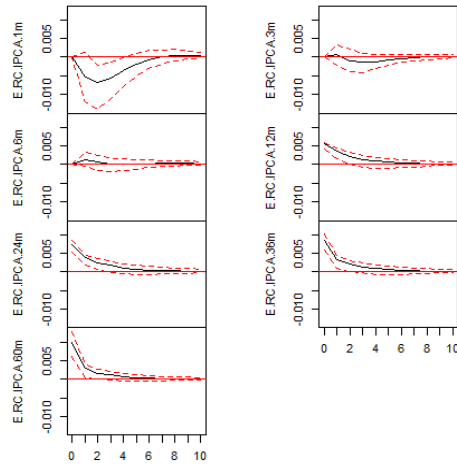


Orthogonal Impulse Response from E.RC.IPCA.6m



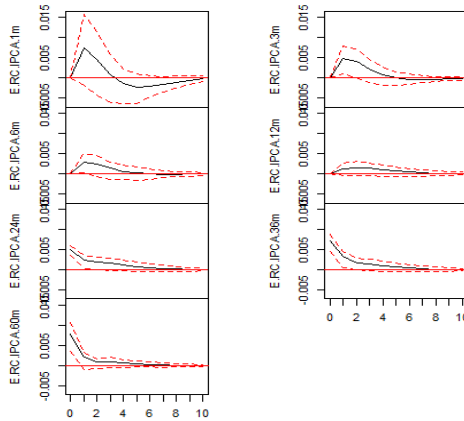
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from E.RC.IPCA.12m



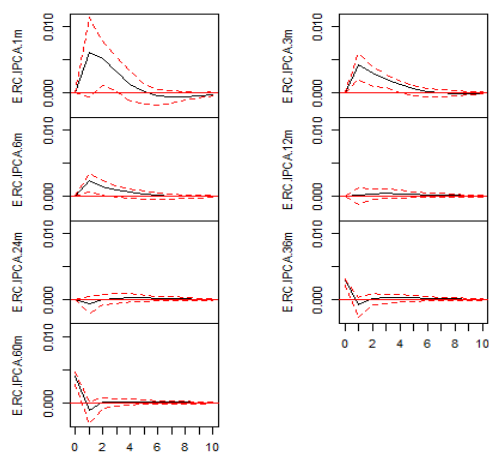
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from E.RC.IPCA.24m



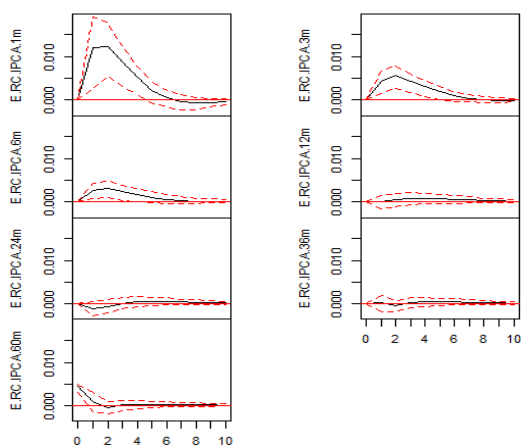
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from E.RC.IPCA.36m



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from E.RC.IPCA.60m



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Fonte: Elaboração Própria

I. Matrizes de Coeficientes Modelo VAR Restrito Macroeconômico e Latentes

Tabela 27 - Coeficientes do Modelo VAR Gaussiano

λ_1

2.705798	-11.477186	6.7463523	0	0	0
2.717529	-3.1441486	3.1438169	0	0	0
-0.049262	1.3589461	-1.3342297	0	0	0
0	0	0	-1.0392735	0.02588741	0.67430792

θ	θ	θ	0.4115981	0.66237214	0.03219316
θ	θ	θ	-1.0765409	0.74384496	0.84

λ_0 Δ_0 Δ_1 μ

	9.21E-17	-0.01845708
0.285823462	-0,0212096	
0.346997109	0,0558045	
0.224362122	-2,2623096	
0.184474077	0,5389694	
-		
0.340517805	-0,2000761	
-		
0.036654459	0,3528237	

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 28 - Matriz e Sigma

Matriz Φ

		-				
0.57	0.225065772	0.45	0	0	0	
0.030141156	0.971164268	0.014	0	0	0	
-0.04	0.005480283	0.95	0	0	0	
0	0	0	0.94	-0.21	-0.10	
0	0	0	0.34	0.07	-0.46	
0	0	0	0.07	0.11	0.75	

Sigma

-0.05	0.22	0.57	0	0	0
0.03	-0.15	0.08	0	0	0
0.17	-0.08	0.07	0	0	0

0	0	0	-0.65	1.38	0.94
0	0	0	0.56	1.33	0.58
0	0	0	-0.70	-0.29	-0.46

Fonte: Elaboração Própria

II. Matrizes de Coeficientes Modelo VAR Restrito *fpp* e Latentes

Tabela 29 - Coeficientes do Modelo VAR Gaussiano

λ_1

0.248527	0	0	0
0	0.6173923	1.5082811	0.4782106
0	0.6947572	-0.2428928	-0.5269033
0	0.0539683	-0.0743269	-0.78

λ_0 Δ_0 Δ_1 μ

0.41858		-0.520718	
0.37051		0.518111	
-0.64586	-6.06E-04	0.279115	0.00109712
0.0364		0.148636	

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 30 - Matriz e Sigma

Matriz Φ

-0.02	0	0	0
0	0.44	0.20	-0.62
0	0.00	0.74	0.26
0	-0.05	0.08	0.56

Sigma

1.00	0	0	0
0	-0.08	1.52	0.89
0	-0.04	0.26	0.73
0	0.20	0.15	-0.14

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 31 – Matriz de Covariância de Resíduos do Modelo Restrito Macro e Latentes 3 e 36 meses

	3m	36m
3m	0,20102	-0,02636
36m	-0,02636	0,103272

Tabela 32 - Matriz de Correlação de Resíduos do Modelo Restrito Macro e Latentes 3 e 36 meses

	3m	36m
3m	1	-0,18294
36m	-0,18294	1